SONLU IZGARA YÖNTEMİYLE TANIMLANAN ZEMİN İLE TEMEL ETKİLEŞİMİNİN YAPILARIN PERFORMANSINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

REHBER AKDOĞAN

HAZİRAN 2022

DİYARBAKIR

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SONLU IZGARA YÖNTEMİYLE TANIMLANAN ZEMİN İLE TEMEL ETKİLEŞİMİNİN YAPILARIN PERFORMANSINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

REHBER AKDOĞAN

DİCLE ÜNİVERSİTESİ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM-ÖĞRETİM VE SINAV YÖNETMELİĞİNİN BİR PARÇASI OLARAK İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALINDA DOKTORA TEZİ OLARAK HAZIRLANMIŞTIR

HAZİRAN 2022

DİYARBAKIR

SONLU IZGARALAR YÖNTEMİYLE TANIMLANAN ZEMİN İLE TEMEL ETKİLEŞİMİNİN YAPILARIN PERFORMANSINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Rehber AKDOĞAN tarafından Dicle Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin bir parçası olarak hazırlanan bu çalışma, aşağıda bilgileri yazılı jüri üyeleri tarafından değerlendirilerek **İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı**'nda **Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Neslihan DALKILIÇ _____
Müdür, **Fen Bilimleri Enstitüsü**

Doç. Dr. A. Halim KARAŞİN _____
Danışman

Sınav Jürisi:

Prof. Dr. H. Polat GÜLKAN (*) _____

Doç. Dr. A.Halim KARAŞİN (**) _____

Doç. Dr. Mehmet Emin ÖNCÜ _____

Prof. Dr. Sezai ASUBAY _____

Prof. Dr. Ahmet YAKUT _____

ONAY

Savunma Tarihi: 27 / 06 / 2022

(*) Sınav Jürisi kısmının birinci satırına Jüri Başkanının bilgilerini yazınız.
(**) Sınav Jürisi kısmının ikinci satırına Tez Danışmanının bilgilerini yazınız.

Babama ve bana inanan herkese…

Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tez çalışmasında yer alan tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu beyan ederim. Ayrıca, bahse konu bu kural ve ilkelerin gerektirdiği üzere, bu çalışmada özgün olmayan tüm bilimsel içerikleri kurallara uygun biçimde alıntılayıp kaynak gösterdiğimi beyan ederim. Beyanımla çelişen herhangi bir delil bulunduğu takdirde tüm sorumluluğu üstleneceğimi kabul ederim.

Ad, Soyad: Rehber AKDOĞAN

İmza: …….

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın fikir aşamasından son aşamasına kadarki uzun ve meşakkatli süreçte beni gönülden destekleyen değerli hocam Doç. Dr. Abdulhalim Karaşin'e teşekkür ederim.

Tez izleme komitesindeki hocalarım Doç. Dr. Mehmet Emin Öncü ve Prof. Dr. Sezai Asubay'ın bu tez çalışması boyunca yaptıkları katkılar için teşekkür ederim. Ayrıca bu tezin daha nitelikli bir hâle gelmesi için yaptıkları eleştiri ve önerilerinden dolayı tez savunma jürisi üyelerinden Prof. Dr. H. Polat Gülkan ve Prof. Dr. Ahmet Yakut'a da teşekkür ederim.

Doktora eğitim sürecim boyunca bana teknik ve manevi olarak destek olan bölümdeki hocalarıma ve dostluğunu esirgemeyen arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Eğitim hayatım boyunca bana bir şeyler katan tüm hocalarıma ve meslektaşlarıma borçluyum. Özellikle, mesleki eğitim hayatımın doktora öncesi kısmında beni akademik alanda teşvik eden lisans tez danışmanım Prof. Dr. Ali Koçak, yüksek lisans tez danışmanım Dr. Nuri Özhendekçi ve beni mesleki tecrübe ve etik anlayışı ile etkileyen Y. Mim. Müh. Ünal Onur'a da teşekkürlerimi borç bilirim.

Bu tez çalışması TÜBİTAK 2228-B 2014/1 kapsamında desteklenmiştir. TÜBİTAK'a bu desteğinden dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Merak ve hayalin heyecanı ve azmi yarattığına inanırım. Emerson'ın da dediği gibi "Heyecan duyulmayan iş başarılamaz.". Mühendislik eğitimimin ilk aşamasında tanımaya başladığım ve beraber hayal kurduğumuz can dostlarım Cankat Tanrıverdi ve Erhan Budak'a paylaştığımız bu heyecan için teşekkür ederim.

Son olarak, bu zorlu sürecin üstesinden geleceğime inanan rahmetli babama ve aileme her zaman yanımda oldukları için minnettarım.

Bu çalışmanın canım kardeşim Perihan'ı ve bilime emek veren herkesi motive etmesini dilerim.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR v
İÇİNDEKİLER vi
ŞEKİLLER LİSTESİ viii
TABLOLAR LİSTESİ xi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ xiii
ÖZET xv
ABSTRACT xvi
1. GİRİŞ 1
1.1 Amaç ve Hedefler 1
1.2 Konu, Kapsam ve Litertür Özeti 2
1.3 Yöntem 9
2. ZEMİN PROBLEMİNİN TANIMLANMASI 10
2.1 Plak Diferansiyel Denklemi 10
2.2 Plak Diferansiyel Denkleminin Navier Çözümü 11
2.3 Plak Diferansiyel Denkleminin Sonlu Izgara Yöntemiyle Çözümü 17
3. SONLU IZGARALAR YÖNTEMİ 18
3.1 Sonlu Izgara Sistemi 18
3.2 Zeminin Tek Parametreli Olması Durumu 20
3.3 Zeminin Sadece Dönme Parametresinin Olması Durumu 30
3.4 Zeminin İki Parametreli Olması Durumu 38
3.4.1 $A<2\sqrt{B}$ olması durumu 39
3.4.2 $A>2\sqrt{B}$ olması durumu 42
3.5 Levy Plak Teorisi 51
3.6 Dört Tarafı Basit Mesnetli Plağın İrdelenmesi 56
3.7 Dış Yük Altında Birleşik Sistemin Davranışı 67

3.7.1 Mevcut bilgisayar programlarının irdelenmesi 68
3.7.2 Analiz programının geliştirilmesi 69
3.7.3 Uygulama 69
3.7.4 Sonuçlar 73
4. SERBEST TİTREŞİM PROBLEMİ 74
4.1 Tek Parametreli Zemin İçin Serbest Titreşim Problemi 75
4.2 Sadece k_2 Parametreli Zemin İçin Serbest Titreşim Problemi 78
4.3 İki Parametreli Zemin İçin Serbest Titreşim Problemi 81
4.3.1 $A<2\sqrt{B}$ durumu için eleman kütle matrisinin belirlenmesi 81
4.3.2 $A>2\sqrt{B}$ durumu için eleman kütle matrisinin belirlenmesi 83
4.4 Uygulamalar (Elastik Zemine Oturan Plak) 86
4.5 Uygulama (Zemin+Üstyapı) 90
5. UYGULAMA: 10 KATLI YAPI 96
5.1 Analiz Yöntemi 96
5.2 Yapı Genel Bilgisi 97
5.3 Temel Izgara Sistemi 99
5.4 Yapı Deprem Parametreleri ve Kabuller 105
5.5 Parametrik Elastik Zemin Verileri ile Analiz ve Sonuçları 108
5.6 3 Farklı Zemin Sınıfı için Analiz ve Sonuçları 116
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 125
KAYNAKLAR 128

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1 Direkt yönteme göre yapısal modelin idealleştirilmesi (Aydınoğlu, 2011).. 4
Şekil 1.2 Altsistem yöntemine göre yapısal modelin idealleştirilmesi (Aydınoğlu, 2011) 4
Şekil 1.3 Elastik yarı sonsuz zemin modeli (Alkan, 2011) 5
Şekil 1.4 Yay ve sönümleyici kullanarak zeminin idealleştirilmesi 5
Şekil 1.5 Yapı-zemin etkileşiminde farklı yaklaşımlar 6
Şekil 2.1 Dört tarafından basit mesnetli plak 12
Şekil 2.2 100x100 elemanlı ANSYS modeli 16
Şekil 2.3 10x10 elemanlı Sap2000 modeli 16
Şekil 3.1 Üstyapı ve zemin ortak sistemi 18
Şekil 3.2 (a) İnce plak elemanın serbestlikleri, (b) Sonlu ızgaralara ayrılmış plak, (c) Çubuk elemanın serbestlikleri 19
Şekil 3.3 Sonlu ızgara sistemi 19
Şekil 3.4 Sonlu ızgara sistemi, (a) düğüm noktaları, (b) çubuk elemanlar 20
Şekil 3.5 Elastik zemine oturan kiriş elemanı 20
Şekil 3.6 Elastik zemine oturan kiriş elemanın statik serbestlikleri 22
Şekil 3.7 k_1 parametresinin şekil fonksiyonlarına etkisi (a)ψ_2, (b)ψ_3, (c)ψ_5, (d)ψ_6 ... 24
Şekil 3.8 k_1 parametresinin normalleştirilmiş şekil fonksiyonlarına etkisi (a) $\underline{\psi_2}$, (b) $\underline{\psi_3}$, (c) $\underline{\psi_5}$, (d) $\underline{\psi_6}$ 25
Şekil 3.9 k_1 parametresinin rijitlik matrisine etkisi (a)k_{22}, (b)k_{23}, (c)k_{25}, (d)k_{26}, (e)k_{33}, (f)k_{35}, (g)k_{36} 28
Şekil 3.10 k_1 parametresinin uç kuvvetlere etkisi (a) F, (b) M 30
Şekil 3.11 k_2 parametresinin şekil fonksiyonlarına etkisi (a)ψ_2, (b)ψ_3, (c)ψ_5, (d)ψ_6.. 33
Şekil 3.12 k_2 parametresinin normalleştirilmiş şekil fonksiyonlarına etkisi (a) $\underline{\psi_2}$, (b) $\underline{\psi_3}$, (c) $\underline{\psi_5}$, (d) $\underline{\psi_6}$ 34
Şekil 3.13 k_2 parametresinin rijitlik matrisine etkisi (a)k_{22}, (b)k_{23}, (c)k_{25}, (d)k_{26}, (e)k_{33}, (f)k_{35}, (g)k_{36} 36
Şekil 3.14 k_2 parametresinin uç kuvvet M'e etkisi 37
Şekil 3.15 İki-parametreli elastik zemin durumunun şekil fonksiyonları λL=0.1 için (a) ψ_2, (c) ψ_3, (e) ψ_5, (g) ψ_6; λL=5 için (b) ψ_2, (d) ψ_3, (f) ψ_5, (h) ψ_6 45
Şekil 3.16 İki-parametreli elastik zemin için normalleştirilmiş şekil fonksiyonları λL=0.1 için (a) $\underline{\psi_2}$, (c) $\underline{\psi_3}$, (e) $\underline{\psi_5}$, (g) $\underline{\psi_6}$; λL=5 için (b) $\underline{\psi_2}$, (d) $\underline{\psi_3}$, (f) $\underline{\psi_5}$, (h) $\underline{\psi_6}$ 47

Şekil 3.17 İki-parametreli zeminin rijitlik matrisine etkisi (a) k_{22}, (b) k_{23}, (c) k_{25}, (d) k_{26}, (e) k_{33}, (f) k_{35}, (g) k_{36} 49
Şekil 3.18 İki-parametreli zeminin uç kuvvetlere etkisi (a) F, (b) M 51
Şekil 3.19 SSSS hata oranları (%) 53
Şekil 3.20 SCSC hata oranları (%) 54
Şekil 3.21 SFSF hata oranları (%) 55
Şekil 3.22 v=0.1 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16 57
Şekil 3.23 v=0.2 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16 58
Şekil 3.24 v=0.3 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16 59
Şekil 3.25 v=0.4 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16 60
Şekil 3.26 v=0.3 için bölme sayısına bağlı hata oranları (%), (a) 1x1x0.05, (b) 1x1x0.025 62
Şekil 3.27 v=0.1 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16 64
Şekil 3.28 v=0.2 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16 65
Şekil 3.29 v=0.3 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16 65
Şekil 3.30 v=0.4 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16 66
Şekil 3.31 v=0.3 için hata oranı değerlendirmesi, (a) 1x1x0.05, (b) 1x1x0.025 67
Şekil 3.32 h/B ve v değerinin plak bölme sayısına etkisi 67
Şekil 3.33 Yapının düğüm noktası bilgileri ve dış yükler 70
Şekil 3.34 Düğüm notası deformasyonlarının fark oranları (%) 73
Şekil 4.1 k_1 parametresinin kütle matrisine etkisi (a)m_{22}, (b)m_{23}, (c)m_{25}, (d)m_{26}, (e)m_{33}, (f)m_{35}, (g)m_{36} 77
Şekil 4.2 k_2 parametresinin kütle matrisine etkisi (a)m_{22}, (b)m_{23}, (c)m_{25}, (d)m_{26}, (e)m_{33}, (f)m_{35}, (g)m_{36} 80
Şekil 4.3 İki-parametreli zeminin kütle matrisine etkisi (a)m_{22}, (b)m_{23}, (c)m_{25}, (d)m_{26}, (e)m_{33}, (f)m_{35}, (g)m_{36} 85
Şekil 4.4 Hâkim açısal frekans değerleri için fark oranları (%) 87
Şekil 4.5 Bölme sayısının 1. açısal frekansa etkisi 89
Şekil 4.6 Basit çerçeveli sistem 90
Şekil 4.7 FGM sisteminin mod şekilleri 92
Şekil 4.8 FEM sisteminin mod şekilleri 93
Şekil 4.9 FGM sisteminin etkin mod şekilleri 94
Şekil 5.1 Yapı geometrisi 98

Şekil 5.2 n=m=24 için analiz gruplarına bağlı hata oranları (%) 101
Şekil 5.3 Akslarda meydana gelen hata oranları (%); (a) mutlak değerlerin ortalamaları (b) standart sapma 103
Şekil 5.4 24x24 bölme sayısına göre plak yüzeyindeki hata oranları (%); (a) mutlak değerlerin ortalamaları (b) standart sapma 103
Şekil 5.5 Yapının genel görünüşü 104
Şekil 5.6 Periyot değerlerinin referans ile karşılaştırılması (%) 105
Şekil 5.7 Kümülatif modal kütle katılım oranları, (a) yığılı kütle modeli, (b) yayılı kütle modeli 106
Şekil 5.8 X-yönünde deprem kuvveti etkisinde katlara göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri 111
Şekil 5.9 X-yönünde deprem kuvveti için analiz grubuna göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri 111
Şekil 5.10 Y-yönünde deprem kuvveti etkisinde katlara göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri 113
Şekil 5.11 Y-yönünde deprem kuvveti için analiz grubuna göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri 113
Şekil 5.12 Fark oranları (%); (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma 115
Şekil 5.13 Zemin parametresine göre fark oranları (%); (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma 115
Şekil 5.14 Bölme sayısının hata oranına etkisi 119
Şekil 5.15 24x24 bölme sayısına göre plak yüzeyindeki hata oranları (%); (a) mutlak değerlerin ortalamaları (b) standart sapma 119
Şekil 5.16 Fark oranları (%); (a) MRSx, (b) MRSy 122
Şekil 5.17 Fark oranları (%); (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma 123
Şekil 5.18 Zemin parametresine göre fark oranları (%); (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma 123

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1.1 Çok parametreli modellerden bazıları (Hovarth, 2002) 6
Tablo 2.1 Navier ile ANSYS ve SAP2000 çözümlerinin karşılaştırılması 17
Tablo 3.1 Tek parametreli, basit mesnetli plak 31
Tablo 3.2 SSSS plak sonuçları 53
Tablo 3.3 SCSC plak sonuçları 54
Tablo 3.4 SFSF plak sonuçları 55
Tablo 3.5 v=0.1 için hata oranları 57
Tablo 3.6 v=0.2 için hata oranları 58
Tablo 3.7 v=0.3 için hata oranları 59
Tablo 3.8 v=0.4 için hata oranları 60
Tablo 3.9 v=0.3 için bölme sayısına bağlı hata oranları 61
Tablo 3.10 Farklı poisson oranları için hata oranlarının değerlendirilmesi 64
Tablo 3.11 2 plak için hata oranı değerlendirmesi 67
Tablo 3.12 Dış yük altında düğüm noktalarının yerdeğiştirme değerleri 71
Tablo 3.13 Düğüm noktası yerdeğiştirmeleri, fark yüzdeleri 72
Tablo 4.1 Hâkim açısal frekans değerleri (√w) 87
Tablo 4.2 Hâkim açısal frekanslarda fark oranları (%) 87
Tablo 4.3 SSSS ve n=10x10 plak tipi için serbest titreşim analizi 1. açısal frekans fark oranları (%) 88
Tablo 4.4 SSSS plakta bölme sayısının 1. açısal frekansa etkisi, değerler 89
Tablo 4.5 SSSS plakta bölme sayısının 1. açısal frekansa etkisi (%) 89
Tablo 4.6 Frekans değerleri 91
Tablo 4.7 Modal etkin kütle değerleri (FGM) 94
Tablo 5.1 Deprem analiz yöntemleri 96
Tablo 5.2 Zemin parametresine göre analiz grupları 99
Tablo 5.3 $k_1=k_2=0$ için hata oranları (%) 100
Tablo 5.4 Analiz gruplarına göre hata oranlarının mutlak değerlerinin ortalamaları (%) 100
Tablo 5.5 Analiz gruplarına göre hata oranlarının standart sapması 100
Tablo 5.6 Kolon-temel birleşim düğüm noktalarında hata oranları (%) 102

Tablo 5.7 Kütle tipine göre periyot değerleri 105
Tablo 5.8 Kütle tipine göre etkin modlar 107
Tablo 5.9 Kütle tipine göre kümülatif modal kütle katılım oranları 107
Tablo 5.10 Modal kütle katılım oranları 109
Tablo 5.11 Hâkim titreşim periyotları 109
Tablo 5.12 Zemin verileri 117
Tablo 5.13 Bölme sayısının hata oranına etkisi 118
Tablo 5.14 Kolon-temel birleşim düğüm noktalarında hata oranları (%) 120
Tablo 5.15 Modal kütle katılım oranları 120
Tablo 5.16 Hâkim titreşim periyotları 121

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

Simge	Açıklama
B, D	Plak Genişliği, Uzunluğu
b, L	Kiriş Genişliği, Uzunluğu
c_u	Drenajsız Kayma Direnci
D	Plağın Eğilme Rijitliği
E	Elastisite Modülü
F_a, F_v	Yerel Zemin Etki Katsayıları
G	Kayma Modülü
h_f	Plağın Kalınlığı
I	Kesit Atalet Momenti
J	Kesit Burulma Momenti
K, M	Rijitlik Matrisi, Kütle Matrisi
K_{sis}, M_{sis}	Sistemin Rijitlik ve Kütle Matrisi
k_1, k_2	Elastik Zeminin Yay Kuvveti, Sırasıyla Düzleme Dik Doğrultusundaki ve Yatay Eksenler Etrafında Dönme
$\bar{m}$	Kütle
m, n	Plak Bölme Sayısı
$\underline{P}$	Eleman Dış Yük Matrisi
p(x,y)	Elastik Zeminde Yayın Reaksiyon Kuvveti
q(x,y)	Plağın Maruz Kaldığı Düzlemine Dik Doğrultudaki Dış Yük
rx, ry, rz	Sırasıyla x, y ve z Eksenleri Etrafında Dönme, rad.
S_{DS}, S_{D1}	Tasarım Spektral İvme Katsayısı
S_S, S_1	Harita Spektral İvme Katsayıları
T	Periyod
Ux, uy, uz	Sırasıyla x, y ve z Eksenleri Doğrultusunda Yerdeğiştirme, m.
V, M	Kesme Kuvveti, Moment
$V_{s,30}$	30 Metredeki Zemin Kayma Dalgası Hızı
w(x,y)	Plağın Düzlemine Dik Doğrultusundaki Şekil Değiştirme
γ	Birim Hacim Ağırlık

λ, δ	Zemin Parametrelerine Bağlı Katsayılar
ψ_i	i-nolu Şekil Fonksiyonu
ω	Açısal Frekans
μ	Birim Uzunluktaki Kütle
Φ_i	i-nolu Mod Şekli

Kısaltma	**Açıklama**
ASCE	American Society of Civil Engineers
FEM	Finite Element Method (Sonlu Eleman Yöntemi, SEY)
FGM	Finite Grid Method (Sonlu Izgaralar Yöntemi, SIY)
KTK	Karelerin Toplamının Karekökü
LSP, LDP	Linear Static Procedure, Linear Dynamic Procedure
MBY, MRS	Mod Birleştirme Yöntemi, Modal Response Spectrum
NSP, NDP	Nonlinear Static Procedure (Doğrusal Olmayan Statik Yöntem), Nonlinear Dynamic Procedure (Doğrusal Olmayan Dinamik Yöntem)
S, C, F,	Mesnetlenme Koşulları; Simply (Basit), Constaint (Rijit), Free (Serbest)
TBDY	Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği

ÖZET

SONLU IZGARA YÖNEMİYLE TANIMLANAN ZEMİN İLE TEMEL ETKİLEŞİMİNİN YAPILARIN PERFORMANSINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Akdoğan, Rehber
Doktora, İnşaat Mühendisliği Bölümü
Danışman: Doç. Dr. Abdulhalim Karaşin
Haziran 2022, 150 sayfa

Nüfusunun büyük çoğunluğu deprem bölgelerinde yaşayan Türkiye'de deprem kuvvetleri etkisinde yapıların davranışı çok geniş bir araştırma alanını oluşturmaktadır. Birçok sebeple zayıf zeminlerde yapı inşalarının zamanla artıyor olması, deprem kuvveti etkisinde yapı-zemin etkileşimini daha önemli bir hale getirmektedir. Ancak zemin ve üstyapının genelde ayrı ayrı inceleniyor olması bu iki alt sistemin etkileşiminin ihmal edilmesine sebep olmaktadır. Elastik zemin etkisini doğrudan dikkate alan yöntemlerde zemin, Winkler yayı ile tarif edilen yataklanma katsayısı ile hesaba katılmakta ve bu yataklanma katsayısı temel plağının düğüm noktalarında düşey doğrultuda yığılı bir yay şeklinde modellenmektedir. Bu çalışma kapsamında düşey eksen doğrultusunda yerdeğiştirme ve 2 yatay eksen etrafında dönme etkilerini içeren iki parametreli elastik zemin, yayılı (sürekli) yay modeli ile dikkate alınmıştır. Bu etki, ince plakların sonlu ızgaralar yöntemi dikkate alınarak eşlenik bir ızgara sisteme dönüştürülmesi ve bu ızgara sistemini oluşturan kiriş eleman diferansiyel denklemin çözülerek yayılı yay etkisini içeren eleman rijitlik, kütle ve yük matrislerinin hesaplanması ile doğrudan yapısal modele katılabilmektedir. Bu model, literatürde bulunan analitik, yarı analitik ve nümerik yöntemler ile karşılaştırılmıştır. Dış yükler altında yapılan analizler ve serbest titreşim analiz sonuçları incelendiğinde bu yöntemin bazı dezavantajları olmasına rağmen uygulanabilir olduğunu göstermiştir. Burada tanımlanan 2 parametreli elastik zemin etkisini yayılı olarak içeren ince plak modeli matematiksel olarak modellenmiş, üstyapı ile entegre edilerek üstyapının dinamik davranışı incelenmiştir. Devamında yatay asal eksenlerde tanımlanan deprem yükleri altında tepki spektrumu analizi yapılarak kat kesme kuvvetleri ile kat yerdeğiştirmeleri irdelenmiştir. Bu model ile yapılan analiz sonuçları, yığılı modeli temsil eden sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan analizlerden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu analizlerden elde edilen sonuçlar bütünlüklü olarak değerlendirildiğinde karmaşık yapıya sahip üstyapının dinamik davranışının elastik zemin modelinden etkilendiği, yığılı modelin bazı durumlarda güvenli olmayan sonuçlar verdiği sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sonlu ızgaralar yöntemi, 2 parametreli elastik zemin, İnce plaklar, Dinamik analiz

ABSTRACT

INVESTIGATION THE EFFECT OF SOIL-FOUNDATION INTERACTION DEFINED BY FINITE GRID METHOD ON THE STRUCTURAL PERFORMANCE

Akdoğan, Rehber
Doctor of Philosophy in Department of Civil Engineering
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Abdulhalim Karaşin
June 2022, 150 pages

The behavior of structures under the effect of seismic force constitutes a wide area of research in Turkey, where the majority of the population lives in earthquake zones. The fact that the construction of building on soft soil area increases over time for several reasons makes the soil-structure interaction more important under the effect of earthquake forces. However, the fact that the elastic soil and the superstructure are generally studied separately causes the interaction of these two sub-systems to be neglected. In methods that directly take into account the elastic soil effect, the soil is considered to be composed of a bearing coefficient described by the Winkler spring, and the bearing coefficient is modelled as a vertical lumped spring at the nodal points of the foundation plate. Within the scope of this study, the two-parameter elastic soil, which includes the effects of displacement in the vertical axis and rotation around the 2 horizontal axes, has been taken into account with the distributed (continuous) spring model. This effect is directly integrated to the structural model by transforming thin plates into an equivalent grid system according to the finite grid method, and solving the grid element differential equation and calculating the element stiffness, mass and load matrices including the continuous spring effect. This model has been compared with analytical, semi-analytical and numerical methods in the literature. Regarding the analyzes performed under the external loads and free vibration analysis results, it has been shown that this method is applicable despite some disadvantages. The thin plate model, which includes the 2 parameter elastic soil effect described above, has been modelled mathematically, and then the dynamic behavior of the structure has been investigated by integrating it with the superstructure. Afterwards, the response spectrum analysis has been performed under earthquake loads defined in the principal horizontal axes, and story shear force and story displacement has been studied. The analysis results have been compared with the results obtained from analysis made with the finite element method regarding the lumped model. Considering the results obtained from these analyzes are evaluated as a whole, it is concluded that the complex dynamic behavior of the superstructure is affected by the elastic soil model, and the lumped model gives unsafe results in some cases.

Keywords: Finite grid method, 2 parameter elastic soil, Thin plates, Dynamic analysis

1. GİRİŞ

Bu tez çalışması kapsamında yayılı yay etkilerini içinde barındıran sonlu ızgaralar yöntemine (FGM) göre tanımlanmış elastik zemine oturan temel ile üstyapının ortak davranışı incelenmiştir.

Birinci bölümde konu ile ilgili genel bilgiler, kapsam, literatür özeti ve bu tezde uygulanacak yöntem sunulmuştur.

İkinci bölümde zemin problemi tanımlanmış, plak diferansiyel denkleminin çözümünü sağlayan farklı yöntemler irdelenmiş, bu yöntemlerin arasındaki farklar sunulmuştur.

Üçüncü bölüm sonlu ızgaralar sisteminin tanımına, düşey yük altındaki plağın diferansiyel denklemlerinin çözüm yöntemlerine ayrılmıştır. Plağın analitik çözümü için detaylı analizler yapılmıştır. Bu bölümün sonunda, elastik zemin ile üst yapının dış yükler altındaki davranışı incelenmiştir.

Dördüncü bölümde plak serbest titreşim problemi araştırılmıştır. Elastik zemine oturan plağın serbest titreşim analizi literatürdeki veriler ile karşılaştırılmış ve son olarak zemin+üstyapıyı temsil eden basit bir modelin serbest titreşim analizi sonuçları irdelenmiştir.

Beşinci bölümde bu tezde tanımlanan 2-parametreli elastik zemine oturan 10 katlı bir yapının, belirlenen zemin parametrelerine göre modal tepki spektrumu analizi yapılarak sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile karşılaştırması yapılmıştır.

Son bölümde, bu tez kapsamında incelenen modelin avantaj ve dezavantajları açıklanarak ileride yapılacak çalışmalar için öneriler sunulmuştur.

1.1 Amaç ve Hedefler

Bu çalışmanın amacı çökme ve dönme etkilerini içinde barındıran yayılı yay modelini kapsayan sonlu ızgara yöntemiyle (FGM) modellenen temel kullanılarak zemin-üstyapı etkileşimin dikkate alınmasıyla yapıların performansının incelenmesidir. Bu

yöntem, zeminin elastik olarak dikkate alınması, zemindeki çökme ve dönme etkilerinin dikkate alınması ve tüm bu etkilerin yayılı yay modelini içinde barındıran bir sonlu ızgara yöntemiyle dikkate alınmasına dayanmaktadır. Bu yöntem sayesinde elastik zemin etkileri yayılı olarak çökme ve dönme etkilerini üstyapıyla birlikte dikkate alacak rijitlik ve kütle matrislerinde barındıracaktır.

Sonuç olarak, elastik zemin etkilerinin pratik bir yol ile dikkate alınabileceği bir yöntemin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

1.2 Konu, Kapsam ve Literatür Özeti

Günümüz dünyasında gelişen teknolojiye paralel olarak ilerleyen inşaat teknolojisi sayesinde uzun yıllar boyunca inşa edilemeyen pek çok yapı tipi inşa edilebilme olanağına kavuşmuştur. Bunun yanı sıra ilerleyen bilgisayar teknolojisi sayesinde çok daha muhteşem mimari tasarımlar ortaya koyulmakta ve inşası için gerekli her türlü teçhizat da elde edilebilmektedir. Teknoloji sayesinde kilometreyi bulan yapı yükseklikleri hayal olmaktan çıkmıştır. Burç Halife (2009), Şangay Kulesi (2015), Taipei 101 (2004) bunlardan bazı örneklerdir. Ülkemizde de Mertim (1987), Sapphire (2011), Spine Tower (2014) ileri mühendislik örnekleri olarak verilebilir.

Bunca teknik ilerlemenin yanı sıra çok sayıda aktif fay hattına sahip dünyamızda sıkça meydana gelen depremler neticesinde büyük manevi ve maddi kayıplar meydana gelmektedir. Şili (1960, 2010), Alaska (1964), Sumatra (2004), Japonya (2011) depremleri büyük manevi ve maddi kayıplara yol açan depremlere örnek olarak verilebilir. Sadece depremler değil, aynı zamanda yeterli mühendislik hizmeti alamamış yapılar çeşitli nedenlerden dolayı hasar görüp can ve mal kayıplarına neden olabilmektedir. Tüm bu zararların azaltılabilmesi amacıyla bilim insanları yapısal davranışı daha doğru kavramak için çaba sarf etmekte, bu doğrultuda yeni yaklaşımlar ve mevcut yaklaşımların iyileştirilmesi için çalışmaktadır.

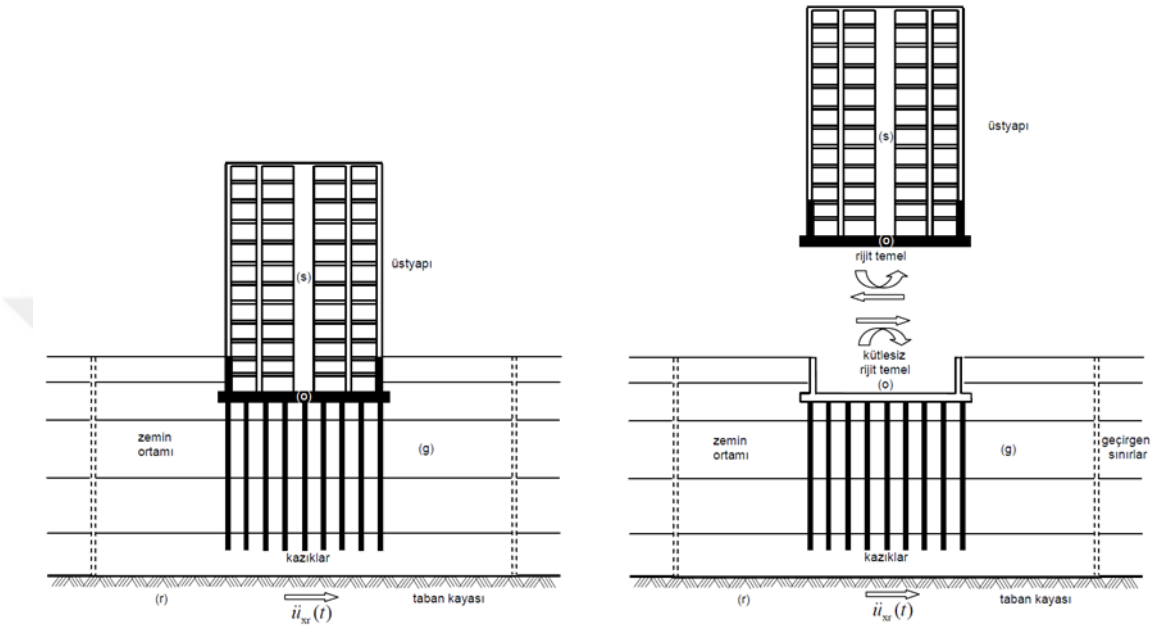
Zemin-üstyapı etkileşimi yapısal davranışın doğru kavranmasında etkin rol oynayan faktörlerden biridir. Nüfusun yoğunlaştığı mega kentlerde çeşitli sebeplerden dolayı zayıf zeminlerde yüksek katlı yapıların yapılıyor olması, zemin-yapı etkileşiminin

önemini arttırmaktadır. Ayrıca ülkemizde de yapımı söz konusu olan nükleer santral ve hidroelektrik santrallerin yanı sıra yüksek baca, silo, viyadük ayakları, yüksek istinat duvarları gibi yapıların tasarımında da zemin-yapı etkileşimi ciddi önem arz etmektedir. Bu tip yapılar çok ağır olduklarından dolayı genelde kendilerine göre daha az rijit bir zemin üzerinde oturtulduğu için dinamik etkiler söz konusu olduğunda zeminde üstyapı tasarımını etkileyecek mertebede deformasyonlar meydana gelebilmektedir. Bilindiği üzere bu konu üzerine uzun yıllardır çok sayıda çalışma yapılmış ve zemin-üstyapı etkileşimi ile ilgili olarak birçok yöntem ve yaklaşım geliştirilmiştir (Aydınoğlu 1977; Kausel 1988; Mengi ve Tanrıkulu 1993; Whitman ve Bialek 1980; Beskos 1987).

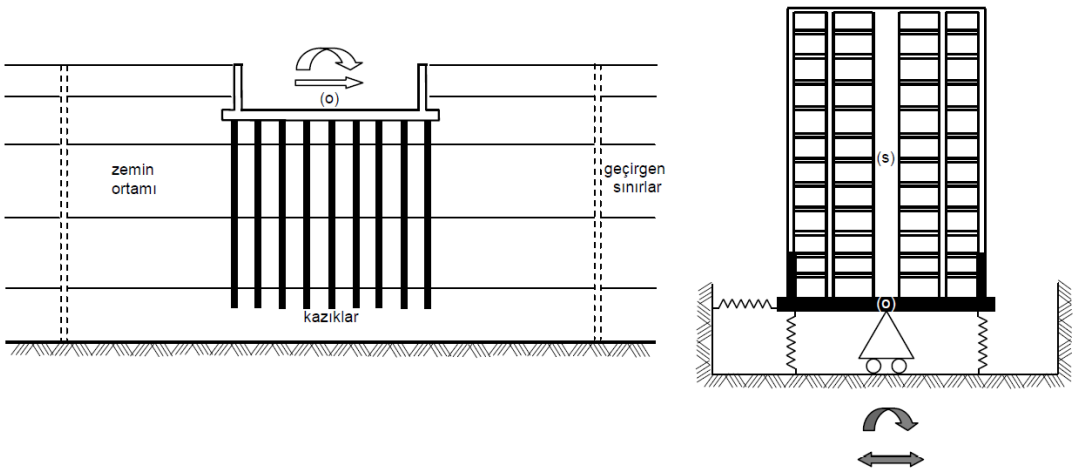
Zemin-üstyapı etkileşimi genel olarak iki yöntem ile analiz edilebilir: Direkt (Doğrudan) Yöntem ve Altsistem Yöntemi (Aydınoğlu, 2011). Üstyapı ile zeminin tek bir ortak sistem olarak idealleştirildiği ve taban kayasında tanımlanan depremin etkisi altında incelendiği yönteme "Direkt Yöntem" (Şekil 1.1), zemin ortamı ve üstyapının ayrı ayrı birer altsistem olarak modellendiği yönteme de "Altsistem Yöntemi" (Şekil 1.2) denir. Direkt Yöntem'de, kuvvetli yer hareketi altında üstyapıda ve zeminde meydana gelebilecek nonlineer (doğrusal olmayan) şekildeğiştirmelerin "üstyapı-zemin ortak sistemi"'nin zaman tanım alanında analizi ile doğrudan elde edilebilmesi olanağı teorik olarak mevcuttur ancak günümüzde her iki ortamdaki nonlineer özellikleri tam olarak temsil edebilecek ve deprem mühendisliği açısından pratik olarak kullanılabilecek yazılımlar maalesef mevcut değildir (Aydınoğlu, 2011). Bu nedenden dolayı yapı zemin etkileşiminde altsistem yöntemi uygulanmaktadır.

Altsistem yönteminde Winkler (Winkler, 1867) modeli kullanılarak üstyapı ile zemin arasındaki etkileşim sabit bir yatak katsayısı yoluyla tanımlanabilmektedir. Zeminde sadece çökme deformasyonunu dikkate alan tek parametreli olarak bilinen bu yaklaşım ile temel yüzeyindeki taban basıncı dağılımının üstyapı-zemin etkileşiminin ihmal edilebileceği durumlar dışında doğru olarak elde edilebilmesi mümkün olamamaktadır. Dönme etkilerinin de dikkate alındığı iki parametreli yaklaşımlarla yapılan analizler ile daha doğru sonuçlar elde edilmektedir. Ancak iki parametreli yaklaşımın analitik yöntemlerle analizinin uygulamasının çok zor olması, bu yöntemlerin pratik olmaktan uzaklaşmasına neden olmaktadır. Bu tür problemlerin

çözümünde sınır eleman yöntemi (Berkos 1987; Brebbia ve Dominquez 1989; Becker 1992) gibi yarı analitik veya sonlu elemanlar (Lysmer ve Kuhlemeyer 1969; Murakami ve ark. 1981), sonlu farklar (Tseng ve Robinson 1975) gibi nümerik yollara başvurulmaktadır.



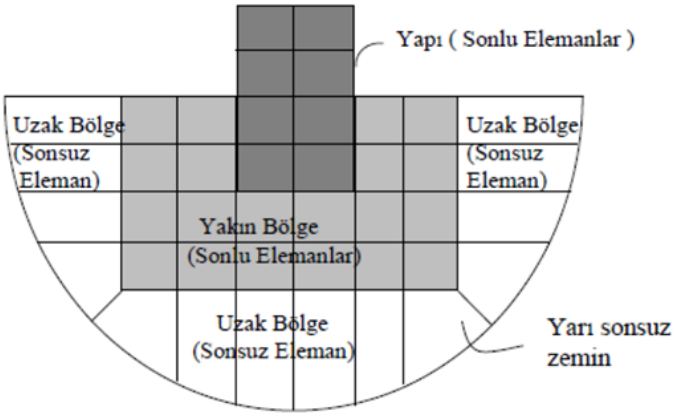
Şekil 1.1 Direkt yönteme göre yapısal modelin idealleştirilmesi (Aydınoğlu, 2011)



Şekil 1.2 Altsistem yöntemine göre yapısal modelin idealleştirilmesi (Aydınoğlu, 2011)

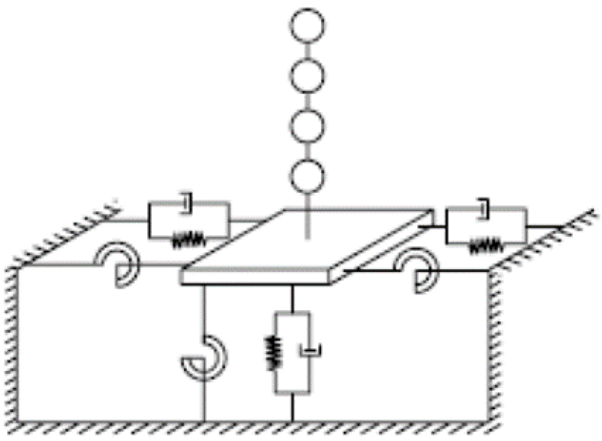
Bazı yöntemlerin beraber kullanıldığı yöntemler de geliştirilmiştir. Karma olarak geliştirilen etkili bir yöntem olan elastik yarı sonsuz zemin modeli (Şekil 1.3) sonlu elemanlar ve sonsuz elemanların beraber dikkate alındığı bir yöntemdir. Bu yöntemde

yakın bölgedeki zemin sonlu elemanlar, sonlu eleman ağının bittiği uzak bölgede ise sonsuz elemanlar kullanılmaktadır. Kullanılan sonsuz elemanların, zeminde yayılan ve sonsuza doğru giden dalgaları idealize edecek şekilde seçilmesi gerekmektedir (Yerli, 1998).



Şekil 1.3 Elastik yarı sonsuz zemin modeli (Alkan, 2011)

Zemin-üstyapı etkileşiminin doğrusal olmayan etkisinin de dikkate alınabildiği modeller en genel haliyle 3 yaklaşıma ayrılır: (1) sürekli modeller, (2) doğrusal olmayan Winkler temelinin üzerinde tanımlanan kiriş modelleri ve (3) plastisite bazlı macro modeller (NIST, 2012). Sürekli model yaklaşımının uygulanabilirliği sınırlıdır (Borja ve Wu 1994; Jeremic ve ark 2009). Diğer iki yaklaşımda zeminin doğrusal olmayan etkileri dikkate alınabilmektedir.



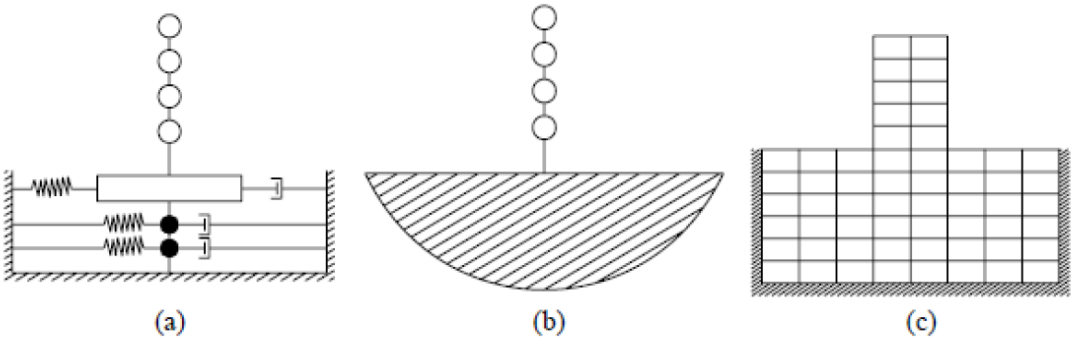
Şekil 1.4 Yay ve sönümleyici kullanarak zeminin idealleştirilmesi

Tablo 1.1 Çok parametreli modellerden bazıları (Hovarth, 2002)

Zemin modeli	**Zemini ifade eden eleman**
Winkler hipotezi	Yaylar
Filonenko-Borodich	Deforme olmuş öngerilmeli membran + yaylar
Pasternak hipotezi	Kayma tabakası + yaylar
Loof hipotezi	Kayma tabakası + yaylar
Kerr modeli	Yaylar + kayma tabakası + yaylar
Haber-Shaim	Plak + yaylar
Hetenyi	Yaylar + plak + yaylar
Rhines	Yaylar + plak + kayma tabakası + yaylar

Elastik zeminin dış yüklere karşı tepkisinin statik yaylar ve sönümleyicilerle modellenmesi de mümkündür (Şekil 1.4). Böyle bir idealleştirmede yay rijitliği belirlenirken sönüm etkisi de dikkate alınabildiği modeller de geliştirilmiştir. Bugüne kadar zeminin idealleştirilmesi için önerilmiş bazı teoriler Tablo (1.1)'de sunulmuştur (Hovarth, 2002).

Zeminin yatay doğrultuda elastik yayların ve sönümleyicilerin birlikte kullanılmasıyla oluşturulmuş kayma kirişi modeli (Şekil 1.5.a), bütün yapının elastik veya viskoelastik yarı sonsuz zemin ortamında mesnetli olarak modellenmesi (Şekil 1.5.b) ve zeminin iki veya üç boyutlu sonlu elemanlarla modellenmesi (Şekil 1.5.c) de farklı yaklaşımlar olarak sunulmuştur.



Şekil 1.5 Yapı-zemin etkileşiminde farklı yaklaşımlar

Sonlu elemanlar yöntemini kullanarak yapısal analiz yapan programlarda genelde zemin-üstyapı ortak sisteminin çözümünde zemin lineer (doğrusal) tekil yay olarak

dikkate alınmaktadır. Bu şekilde kolon ya da temel plağının zemin ile temas ettiği ucuna tanımlanan lineer tekil yaylar ile zemin elastik olarak dikkate alınıp, belirli bir alandaki etkileşimi toplanmış tek bir noktada dikkate almaktadır. Böyle bir idealleştirmede üstyapıda nonlineer etkiler dikkate alınsa bile zemin elastik olarak idealize edilmektedir. Bu şekilde genelde zemin tekil yaylar ile temsil edilmekte ve sadece düşey yük etkileri ile etkileşim dikkate alınmaktadır. En genel haliyle bir yay elemanında bir düğüm noktasında 3 yerdeğiştirme ve 3 dönme etkisinin dikkate alınabileceği 6x6 boyutunda bir matristen teşkil edilen modeller önerilmiştir (Pais and Kausel 1988; Gazetes 1991; Mylonakis ve ark 2006). Pais ve Kausel önerdiği modelde dinamik rijitlik etkisi ve sönüm etkisini dikkate alacak şekilde modifiye edilebilmektedir.

Elastik zeminin davranışı yayılı olarak da dikkate alınması mümkündür. Zeminin sonlu ızgara olarak idealize edilmesi ve elastik zeminin davranışının ızgaralardaki çubuk elemanların etkileşiminde doğrudan dikkate alınarak yayılı olarak idealize edilebilmektedir. Bu çalışmada böyle bir etkinin üstyapının deprem performansına etkisinin direkt incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu sayede zemin-üstyapı etkileşimi bütün elemanların sonlu eleman olarak dikkate alınabileceği bir ortak sistemde analizinin yapılması mümkün olabilecektir. Bu konuda yapılan bazı çalışmalara aşağıda değinilmiştir.

Bycroft (1956) yaptığı çalışmada harmonik yüklerin etkisi altında, yarı sonsuz zemin üzerinde rijit ve kütlesiz temel sistemlerini incelemiş ve zemine ait empedans sabitlerini analitik yöntemlerle hesaplamaya çalışmıştır. Ancak zemin-üstyapı problemlerinin analitik olarak dikkate alınmasındaki zorluklardan dolayı zemini basit ve düzenli geometriye sahip homojen ve izotrop olarak idealize etmiştir.

Aydınoğlu (1977) yaptığı çalışmada üstyapı ile zeminden oluşan ortak sistemin deprem hesabı için matematik modeller geliştirmiş ve bu modelleri kullanarak zemin ile üstyapı arasındaki karşılıklı dinamik etkiyi incelemiştir. Aydınoğlu (2011) yaptığı çalışmada zayıf zeminlerde kazıklı olarak inşa edilecek yüksek binalarda zemin-kazık-üstyapı dinamik etkileşiminin rasyonel bir biçimde gözönüne alınmasının önem taşıdığını vurgulamıştır. Bu amaçla, günümüzde uygulamada kullanılan özel

mühendislik yazılımlarından yararlanarak, deprem etkisi altında bu tür bir etkileşim analizi için pratik bir yöntem önermiştir. Uygulanan yöntemde zemin ortamında ve kazıkta doğrusal olmayan üç boyutlu davranış dikkate alınmakta, üstyapıda ise azaltılmış deprem yükleri altında doğrusal veya doğrusal olmayan davranış dikkate alınabilmektedir. Bu yöntemde zemin-kazık-üstyapı dinamik etkileşimi 2 aşamada yapılmaktadır. Zemin-kazık-temel altsistemi, taban kayasında tanımlanan deprem yer hareketinin etkisi altında zaman tanım alanında analizinin yapıldığı kinematik etkileşim adımını, bu aşamadan elde edilen etkin temel hareketi bileşenlerinin etkin temel ivmeleri olarak üstyapıya etki ettirildiği eylemsizlik etkileşimi adımı takip etmektedir.

Severcan (2004) doktora tezi kapsamında dinamik zemin-üstyapı etkileşim problemlerinin çözümü için fourier dönüşüm uzayında dört farklı sınır eleman formülasyonu kullanmıştır. Bu formülasyonda, süreksiz yüksek dereceli izoparametrik sınır eleman olarak, süreksiz lineer ve kuadratik sınır elemanı; süreksiz karma sınır elemanı olarak birinci mertebe ve ikinci mertebe süreksiz karma sınır elemanı kullanmış ve iki boyutlu statik analiz için genel amaçlı sekiz bilgisayar programı hazırlamıştır.

Sıcacık (2011) doktora tezi kapsamında uzun açıklıklı kablolu köprü türü sistemlerinin dinamik davranışını zemin-üstyapı etkileşimini ve yer hareketindeki değişim etkileri açısından karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Zemin-üstyapı etkileşimini yapısal sistem ve zemin sistemi olarak iki alt sisteme ayıran altsistem yaklaşımı ile idealleştirerek dikkate almıştır. Bu yaklaşım ile her iki altsistem için ayrı ayrı dinamik denge denklemlerini yazmış ve zemin-üstyapı ara kesitindeki geometrik uygunluk ve denge koşullarını dikkate alarak birleştirmiştir. Sonuç olarak zemin-üstyapı etkileşiminin yapısal köprü tepkilerini büyük ölçüde değiştirdiğini ortaya koymuştur.

Xilin ve arkadaşları yaptıkları çalışmada zemin-üstyapı etkileşimini dikkate alarak çok katlı bir yapıyı ANSYS programında zaman tanım alanında üç boyutlu olarak incelemişlerdir. Farklı zemin tiplerinde periyod, ivme ve yerdeğiştirme tepkilerinin değiştiğini göstermişlerdir.

Alemdar ve Gülkan (1997, 1999) yaptıkları çalışmalarda iki parametreli elastik zemine oturan doğrusal kirişler için şekil fonksiyonlarının analitik çözümünü geliştirmişlerdir. Kapalı formdaki şekil fonksiyonlarını kullanarak eleman rijitlik, kütle ve geometrik rijitlik matrisi bileşenlerini analitik formda türetmişlerdir.

Karaşin (2004, 2007), zemin yüzeyindeki yerdeğiştirme ve basıncın az ve yaklaşık olarak lineer olduğu durumlarda geçerli olabilecek iki parametreli bir model dikkate almıştır. Geliştirilen genelleştirilmiş temel modeli ile zemin-yapı arasında basınç ve yayılı moment etkilerini de dikkate alan doğrusal yaylarla dikkate almışlardır.

Bu çalışmada ise Karaşin (2004) tarafından geliştirilen zemin modelinin iyileştirilmesi ve bu model ile zemin-yapı etkileşimi dikkate alınarak üstyapının performansına etkisinin incelenmesi hedeflenmektedir.

1.3 Yöntem

Çalışma kapsamında ilk aşamada Karaşin (2004) tarafından geliştirilen zemin modeli MATLAB ile programlanıp diğer yöntemler ile karşılaştırmalı olarak incelenecektir. Farklı kesit, yükleme ve zemin parametreleri için programın doğruluğu sınanacaktır. Hazırlanan programın farklı tipte mühendislik problemlerinin çözümünde kullanılabilmesi hedeflenmektedir. Üstyapıların performans tahkikleri bu program kullanılarak yapılacaktır. Bu tez çalışmasında zemin ve üstyapının ortak çalışmasını sağlayacak bir programın geliştirilmesi de hedeflenmektedir. Bunun yanı sıra akademik çalışmalarda sıkça kullanılan Sap2000 kullanılarak bu modelin uygulanabilirliğinin arttırılması da hedeflenmektedir.

2. ZEMİN PROBLEMİNİN TANIMLANMASI

2.1 Plak Diferansiyel Denklemi

İzotropik ince plakların diferansiyel denklemi Kirchhoff-Love plak teorisi ile tanımlanır,

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = \frac{q(x,y)}{D} \tag{2.1}$$

Burada "*w(x,y)*" plağın düşey doğrultuda şekil değiştirmesi; "*q(x,y)*" plağın üzerindeki düşey doğrultudaki dış yük; "*D*" plağın eğilme rijitliğidir.

$$D = \frac{E{h_f}^3}{12(1-v^2)} \tag{2.2}$$

Bu denklemde "*E*" elastisite modülü; "h_f" plağın kalınlığı; "*v*" poisson oranıdır.
Winkler (1867) yaptığı çalışmada, zemini yaylarla ifade ederek yayın üzerindeki kuvvete verdiği reaksiyonu bir yay katsayısı ile ifade etmiştir,

$$p(x,y) = k_1 w(x,y) \tag{2.3}$$

Burada "*p(x,y)*" yayın reaksiyon kuvvetini, "k_1" yay katsayısını göstermektedir.

Hetenyi (1967) yaptığı çalışmada zeminin düşey doğrultudaki yay kuvveti etkisini dikkate alarak, elastik zemin üzerine oturan plağın diferansiyel denklemini aşağıdaki gibi ifade etmiştir,

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = \frac{q(x,y) - p(x,y)}{D} \tag{2.4}$$

Fibrenko-Borodich (1940), Pasternak (1954) ve Kerr (1964) yaptıkları çalışmalarda zeminde oluşan düşey deformasyonların yanısıra dönme etkilerini de dikkate almıştır. Zeminin tepkisi p(x,y),

$$p(x,y) = k_1 w(x,y) - k_2 \left[\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2}\right] \tag{2.5}$$

Burada "k_2" dönme katsayısını ifade etmektedir.

Zeminin reaksiyonunu ifade eden p(x,y) ifadesi k_1 ve k_2 katsayılarını içermesi durumunda plak diferansiyel denklemi genişletilerek iki parametreli durum için plak diferansiyel denklemi yazılabilir,

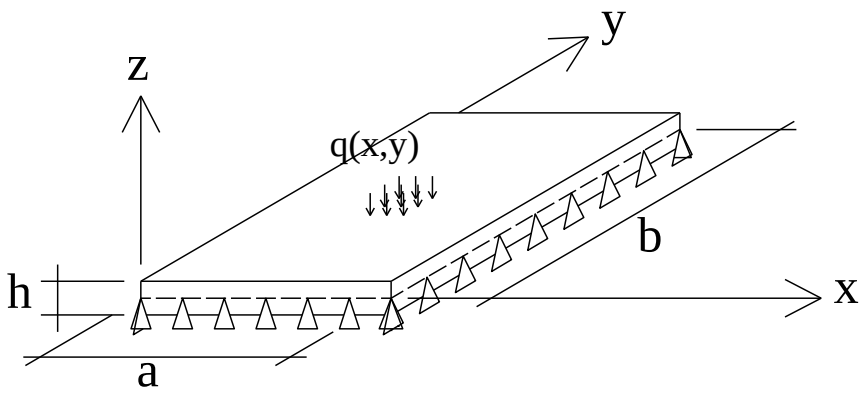
$$D\left[\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4}\right] + k_1 w(x,y) - k_2\left[\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2}\right] = q(x,y) \tag{2.6}$$

Elde edilen bu denklemin çözümünden plağın dış yük altında şekil değiştirmiş hâli ve iç kuvvetleri hesaplanabilir. Bu diferansiyel denklemin analitik olarak çözümü belirli bir plak şekli, sınır koşulu, düşey yükleme ve sabit zemin koşulları için mümkündür. Ancak sınır koşullarının değiştiği, düşey yüklemenin karmaşık hâle geldiği, sınır koşullarının değişken olduğu ve zemin özelliklerinin sabit olmadığı durumlar için analitik çözümün mümkün olup olmadığı yazar tarafından bilinmemektedir.

Dört tarafından basit mesnetli ve üzerinde düzgün yayılı yük ile yüklü dikdörtgen plağın diferansiyel denkleminin Navier (1820) yöntemiyle çözülmesi mümkündür.

2.2 Plak Diferansiyel Denkleminin Navier Çözümü

Navier 1820'de yayınlanan çalışmasında sabit düzgün yayılı yük ile yüklü, dört kenarından serbestçe mesnetlenmiş dikdörtgen plaklar için plak diferansiyel denklemini çift trigonometrik serilerle analitik olarak çözmüştür. Bu çözüm yöntemi kullanılarak, iki parametreli durum için plak diferansiyel denklemi de çözülebilir.



Şekil 2.1 Basit mesnetli plak geometrisi

Plağın üzerindeki düzgün yayılı yük q(x,y) ve plak deformasyon denklemi w(x,y) Fourier serisine (çift trigonometrik seriye) açılarak,

$$q(x,y) = \sum_m^\infty \sum_n^\infty Q_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.7}$$

$$w(x,y) = \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.8}$$

Plak diferansiyel denkleminde,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \tag{2.9a}$$

$$\Delta\Delta = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \tag{2.9b}$$

ifadeleri yazılarak en sade haliyle 2 parametreli elastik zemine oturan plağın diferansiyel denklemi,

$$\Delta\Delta w(x,y) + \frac{k_1}{D} w(x,y) - \frac{k_2}{D} \Delta w(x,y) = \frac{q(x,y)}{D} \tag{2.10}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu denklemde plak diferansiyel denkleminin bileşenleri ayrı ayrı çözülebilir.

$$w(x,y)_x^1 = \pi \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \frac{m}{a} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.11a}$$

$$w(x,y)_x^2 = -\pi^2 \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \left(\frac{m}{a}\right)^2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.11b}$$

$$w(x,y)_x^4 = \pi^4 \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \left(\frac{m}{a}\right)^4 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.11c}$$

$$w(x,y)_y^1 = \pi \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \frac{n}{b} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \tag{2.11d}$$

$$w(x,y)_y^2 = -\pi^2 \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \left(\frac{n}{b}\right)^2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.11e}$$

$$w(x,y)_y^4 = \pi^4 \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \left(\frac{n}{b}\right)^4 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.11f}$$

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 y^2} = \pi^4 \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \left(\frac{mn}{ab}\right)^2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.11g}$$

ifadeleri kullanılarak Laplace operatörlerinde yerine koyulursa,

$$\Delta w(x,y) = -\pi^2 \sum\nolimits_m^\infty \sum\nolimits_n^\infty W_{mn} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right] \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.12a}$$

$$\Delta\Delta w(x,y) = \pi^4 \sum\nolimits_m^\infty \sum\nolimits_n^\infty W_{mn} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]^2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.12b}$$

Elde edilen trigonometrik diferansiyel açılım ifadeleri plak diferansiyel denkleminde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \pi^4 \sum\nolimits_m^\infty \sum\nolimits_n^\infty W_{mn} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]^2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} + \frac{k_1}{D} \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \\ + \frac{k_2}{D} \pi^2 \sum\nolimits_m^\infty \sum\nolimits_n^\infty W_{mn} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right] \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \\ = \frac{1}{D} \sum\nolimits_m^\infty \sum\nolimits_n^\infty Q_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \end{aligned} \tag{2.13a}$$

$$W_{mn} = \frac{Q_{mn}}{\pi^4 D\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]^2 + k_1 + k_2\pi^2\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]} \qquad (2.13b)$$

Plak diferansiyel denkleminin çözümünde önce Q_{mn} hesaplanarak W_{mn}, ve W_{mn} kullanılarak da w(x,y) elde edilir.

Aşağıda örnek olarak, sabit düzgün yayılı yük durumu için w(x,y) hesaplanmıştır. Denklem (2.7)'de eşitliğin iki tarafı sin(kπy/b) ile çarpılırsa,

$$\int_0^b q(x,y)\sin\frac{k\pi y}{b}dy = \sum_m^\infty\sum_n^\infty Q_{mn}\sin\frac{m\pi x}{a}\int_0^b \sin\frac{n\pi y}{b}\sin\frac{k\pi y}{b}dy$$

$$\rightarrow k \neq n;\ \int_0^b \sin\frac{n\pi y}{b}\sin\frac{k\pi y}{b}dy = 0$$

$$\rightarrow k = n;\ \int_0^b \sin\frac{n\pi y}{b}\sin\frac{k\pi y}{b}dy = \frac{b}{2}$$

elde edilir. Benzer şekilde dış yük denkleminde eşitliğin iki tarafı sin(kπx/a) ile çarpılırsa,

$$\int_0^a q(x,y)\sin\frac{k\pi x}{a}dx = \sum_m^\infty\sum_n^\infty Q_{mn}\sin\frac{n\pi y}{b}\int_0^a \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{k\pi x}{a}dx$$

$$\rightarrow k \neq m;\ \int_0^a \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{k\pi x}{a}dx = 0$$

$$\rightarrow k = m;\ \int_0^a \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{k\pi x}{a}dx = \frac{a}{2}$$

Elde edilen bu ifadeler Denklem (2.7)'de yerine yazılırsa,

$$Q_{mn}\frac{a}{2}\frac{b}{2} = \int_0^a\int_0^b q(x,y)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}dxdy$$

$$\rightarrow Q_{mn} = \frac{4 * q_0}{\pi^2 mn} \tag{2.14}$$

Sabit düzgün yayılı yük olması durumunda plakta en büyük deformasyon orta noktasında meydana gelecektir. Buna göre, x=a/2, y=b/2 ve q(x,y)=q_0 olarak denklemde kullanılırsa,

$$Q_{mn} = \frac{4}{ab}\int_0^a \int_0^b q_0 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} dxdy = \frac{4q_0}{\pi^2 mn}(\cos m\pi - 1) * (\cos n\pi - 1)$$

$$\rightarrow Q_{mn} = \begin{cases} m,n = 2,4,6 \ldots; \ = 0 \\ m,n = 1,3,5 \ldots; \ = \dfrac{16q_0}{\pi^2 mn} \end{cases} \tag{2.15}$$

Elde edilen Q_{mn} ifadesi W_{mn} denkleminde yerine yazılıp W_{mn} ifadesi de w(x,y) denkleminde yerine yazılarak plağın deformasyon denklemi elde edilmiş olur.

Sabit zemin ve malzeme koşullarında, simetrik sınır koşulları ve yükleme durumu olması durumunda en büyük sehim plağın orta noktasında meydana gelecektir.

$$w_{max} = w\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

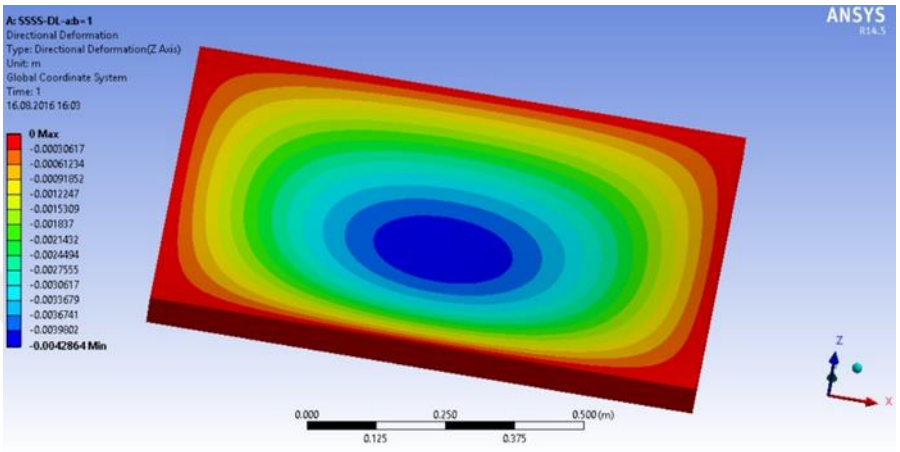
Yapılan çalışma neticesinde elde edilen denklemler Matlab (R2015a) matematiksel bilgisayar yazılımı ile programlanmıştır. Zeminin dikkate alınmadığı durumda, en büyük sehim,

$$w_{max_{m,n=5}} = 4.063597073330930 \frac{q_0 a^4}{1000D}$$

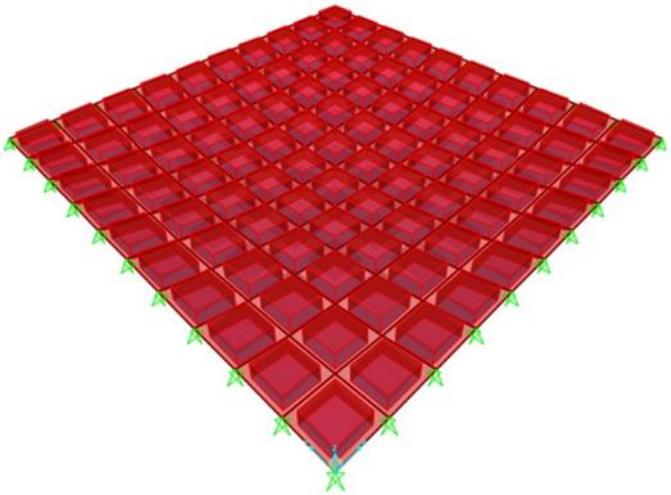
$$w_{max_{m,n=1000}} = 4.062352660674987 \frac{q_0 a^4}{1000D}$$

Görüldüğü gibi w_{max} ifadesinin Fourier serisine açılımında sadece ilk 5 terimin dikkate alınması durumunda bu örnekte hata payı %0.03 civarında olmuştur. Ancak ilerleyen çalışmalarda, gerçek değer olarak w(x,y) ifadesinin ilk 1000 terimi dikkate alınacaktır.

Bu yöntem ile elde edilen denklem kullanılarak hazırlanan program ile, benzer örnek nümerik olarak ANSYS Workbench V14.5 mühendislik simülasyon programında da levha olarak modellenerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. SAP2000 V18.1 yapı analiz programı kullanılarak aynı geometrik sistem ince plak olarak modellenip sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu örnekte elastisite modülü E=87360 N/m2, plak kalınlığı hf=0.05 m ve poisson oranı v=0.3 olarak seçilmiştir. Plak eğilme rijitliği D=1'dir.



Şekil 2.2 100x100 elemanlı ANSYS modeli



Şekil 2.3 10x10 elemanlı Sap2000 modeli

Tablo (2.1)'de belirtilen örnek için normalleştirilmiş sehim değerleri ($W=D*w/(q*L^4)*10^3$) sunulmuştur. Bölme sayısı olarak Ansys modelinde ve Sap2000 modelinde n=10 ve n=100 değerleri seçilmiştir.

Tablo 2.1 Navier ile ANSYS ve SAP2000 çözümlerinin karşılaştırılması

E=87360, hf=0.05, D=1		Navier	Ansys				Sap2000			
			n=10		n=100		n=10		n=100	
k_1	k_2	w	w	hata,%	w	hata,%	w	hata,%	w	hata, %
0	0	4.06235	4.1841	2.997	4.2864	5.515	4.0610	0.034	4.06234	2.46E-4
1	0	4.05171	4.1730	2.993	4.2745	5.499	4.0502	0.038	4.05170	2.47E-4
81	0	3.34716	3.4407	2.794	3.4959	4.444	3.3379	0.276	3.34707	2.69E-3
625	0	1.50596	1.5414	2.353	1.5311	1.669	1.4935	0.826	1.50584	7.97E-3

ANSYS programında zemin iki parametreli olarak dikkate alınamadığı için zeminsiz durum ve tek parametreli durum için karşılaştırma yapılabilmiştir. Tablo (2.1)'de görüldüğü gibi bölme sayısı 10 olduğunda hata payı %3'ün altında, bölme sayısı 100 olduğunda hata payı %5 civarına yükselmektedir. SAP2000 analizinde model ince plak olarak dikkate alınmıştır. Bu analizde bölme sayısı artınca hata payı azalmış ve bu değer oldukça düşük çıkmıştır. Ancak Sap2000 modelinde zemin parametresinin artmasıyla hata payı nispeten artmaktadır. Buradan görüldüğü gibi, sonlu elemanlar yöntemini kullanan çok bilinen yapısal analiz programlarında hata payı zemin parametresine ve bölme sayısına göre değişmekle beraber burada incelenen örneklerde hata payı %0.000246 ile %5.515 aralığında elde edilmiştir.

2.3 Plak Diferansiyel Denkleminin Sonlu Izgara Yöntemiyle Çözümü

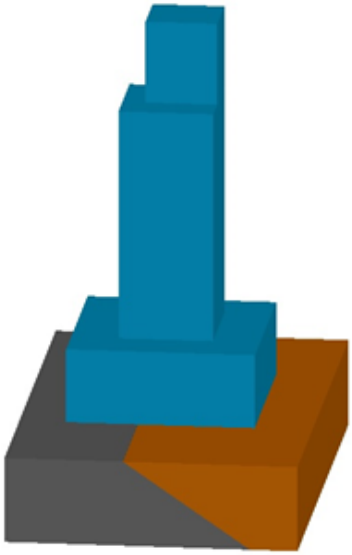
Düzgün geometriye, düzgün dış yüklemeye ve sabit zemin koşullarına sahip ince plakların çözümü plak diferansiyel denkleminin çift fourier serilerine açılımı ile mümkün olabilmektedir. Ancak bu işlemler uzun hesaplar gerektirmektedir. İnce plakların çözümü sonlu ızgaralar yöntemi ile de mümkün olabilmektedir. Bu yöntem ile plak ızgaralara bölünmektedir. Bu sayede, karmaşık geometri, düzgün olmayan dış yükleme ve farklı zemin koşullarına uyum sağlayabilen bir eşlenik plak elde edilebilmektedir. Bu yöntemde ızgara elemanlar kiriş eleman olarak dikkate alınmaktadır.

3. SONLU IZGARALAR YÖNTEMİ

3.1 Sonlu Izgara Sistemi

Plak düzlemine dik doğrultudaki gerilmelerin dikkate alınmadığı ince plak teorisinin geçerli olduğu durumda, plak diferansiyel denkleminin çözümü sonlu ızgaralar yöntemi ile de yapılabilmektedir. Izgaralara ayrılarak kiriş elemanlarından teşkil edilen sistem, geometri, dış yükleme ve zemin koşullarının değişkenliği açısından avantaj sağlamaktadır.

Gelişen teknolojiye bağlı olarak tasarlanan yüksek katlı binalar bazen farklı kotlarda farklı taban alanına sahip olabilmektedir. Bu durumda binanın tabanına uyguladığı gerilmeler sabit olmamaktadır. Ayrıca bazen binaların oturdukları yüzeydeki zemin tipi de değişken olabilmektedir (Şekil 3.1).

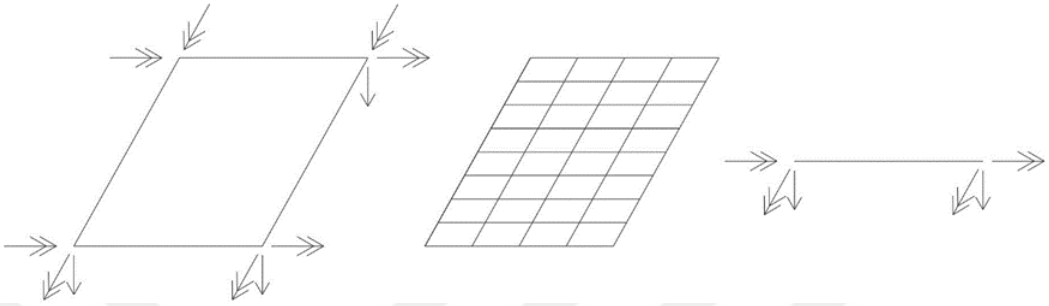


Şekil 3.1 Üstyapı ve zemin ortak sistemi

Bu tip değişkenlikler dikkate alındığında sonlu ızgaralar yönteminin işlevselliği ortaya çıkmaktadır. Ancak bu avantajlarının yanında, plak elemanın, kiriş elemanlardan teşkil edilmiş eşlenik bir sonlu ızgara sisteminde kısmi bir hata payının meydana gelmesi beklenmektedir.

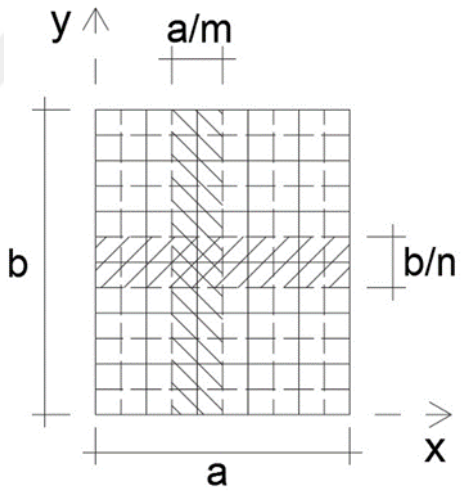
İnce plak teorisine göre dikkate alının plak elemanın plak düzleminde her iki yönde dönme etkileri ile plak düzlemine dik doğrultuda çökme etkileri dikkate alınmaktadır

(Şekil 3.2.a). Plak elemanın her iki doğrultuda bölünmesi ile çubuk elemanlardan meydana gelen sonlu ızgara sistemi elde edilir (Şekil 3.2.b). Bu eşlenik sistemdeki her eleman, kiriş sonlu elemandır ve her iki ucunda burulma, dönme ve çökme serbestlikleri vardır (Şekil 3.2.c).



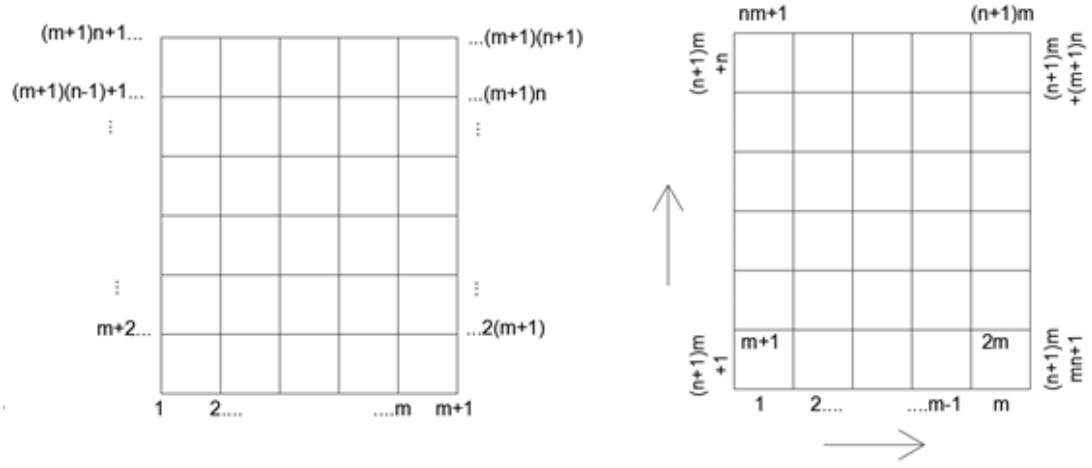
(a) (b) (c)

Şekil 3.2 (a) İnce plak elemanın serbestlikleri, (b) Sonlu ızgaralara ayrılmış plak, (c) Çubuk elemanın serbestlikleri



Şekil 3.3 Sonlu ızgara sistemi

Şekil (3.3)'te sonlu ızgara sisteminde plağın x yönünde m ve y yönünde n sayıda sonlu elemana bölünmesi ile elde edilen sistem gösterilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi, kenar elemanlar hariç x doğrultusundaki çubuk elemanların genişliği b/n ve uzunluğu a/m, y doğrultusundaki çubuk elemanlarının genişliği a/m ve uzunluğu b/n kadardır. Kenar elemanlarının genişliği ise, içteki elemanların genişliğinin yarısı kadar olmaktadır. Sonlu ızgara sisteminin düğüm noktalarının ve eleman numaralarının belirlenmesi bölme sayısına bağlı olarak Şekil (3.4)'te gösterildiği gibi hesaplanabilir.



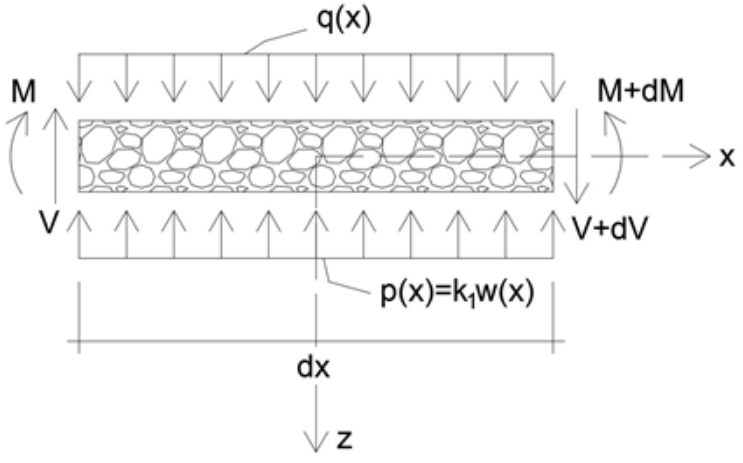
(a) (b)

Şekil 3.4 Sonlu ızgara sistemi, (a) düğüm noktaları, (b) çubuk elemanlar

Şekil (3.4)'te gösterildiği gibi oluşturulan sistem, bütün elemanların ilgili düğüm noktalarının ilişkilendirilmesi ile oluşturulur. Buna göre, her bir elemanın kuvvet-deformasyon ilişkisinin elde edilip sisteme uyarlanması ile ızgara sistemi matematiksel olarak çözülmüş olacaktır.

3.2 Zeminin Tek Parametreli Olması Durumu

Eşlenik ızgara sistemi, kiriş elemanlardan meydana gelmektedir. Tek parametreli elastik zemin üzerine oturan bir kirişin diferansiyel denklemi, Şekil (3.5)'te gösterildiği gibi, eğilme etkisindeki diferansiyel bir kiriş parçası üzerine etki eden kuvvetlerin dengesinden faydalanılarak elde edilebilir.



Şekil 3.5 Elastik zemine oturan kiriş elemanı

$$\sum F_z = 0 \rightarrow (V + dV) - V + q(x)dx - k_1 w(x) = 0$$

$$\rightarrow \frac{dV}{dx} + q(x) - k_1 w(x) = 0 \qquad (3.1)$$

Elastik eğriye ait,

$$V = \frac{dM}{dx}, \qquad \frac{dV}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} \; ve \; M = -EI\frac{d^2w(x)}{dx^2}$$

ifadeleri dikkate alınarak kiriş diferansiyel denklemi elde edilebilir,

$$EI\frac{d^4w(x)}{dx^4} + k_1 w(x) = q(x) \qquad (3.2)$$

Kiriş diferansiyel denkleminin homojen çözümü (q(x)=0),

$$\frac{d^4w(x)}{dx^4} + \frac{k_1}{EI}w(x) = 0 \; ve \; \lambda = \sqrt[4]{\frac{k_1}{4EI}} \; için$$

$$\frac{d^4w(x)}{dx^4} + 4\lambda^4 w(x) = 0 \; veya$$

$$(D^4 + 4\lambda^4)w(x) = 0 \qquad (3.3)$$

Bu diferansiyel denklemin karakteristik kökleri,

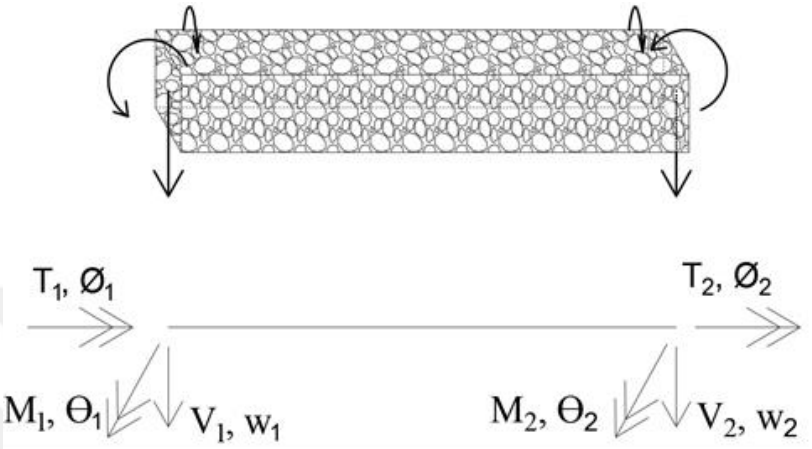
$$\begin{aligned} D_1 &= \lambda + \lambda \mathrm{i} \\ D_2 &= -\lambda + \lambda \mathrm{i} \\ D_3 &= -\lambda - \lambda \mathrm{i} \\ D_4 &= \lambda - \lambda \mathrm{i} \end{aligned} \qquad (3.4)$$

Elde edilen köklere uygun çözüm ile kirişin elastik eğrisi elde edilebilir,

$$w(x) = c_1 e^{-\lambda x}\sin(\lambda x) + c_2 e^{\lambda x}\sin(\lambda x) + c_3 e^{-\lambda x}\cos(\lambda x) + c_4 e^{\lambda x}\cos(\lambda x) \qquad (3.5)$$

Denklem (3.5)'te trigonometrik dönüşüm yapılarak, üstel değerler hiperbolik ifadelere dönüştürülebilir ($e^{\lambda x}$=cosh(λx)+sinh(λx) ve $e^{-\lambda x}$=cosh(λx)-sinh(λx)).

$$w(x) = c_1 e^{-\lambda x} \sin(\lambda x) + c_2 e^{\lambda x} \sin(\lambda x) + c_3 e^{-\lambda x} \cos(\lambda x) + c_4 e^{\lambda x} \cos(\lambda x) \quad (3.6)$$



Şekil 3.6 Elastik zemine oturan kiriş elemanın statik serbestlikleri

Çubuk ekseni doğrultusundaki burulma etkisinin de dikkate alınabilmesi için Denklem (3.6)'daki elastik eğri denklemi w(x), aşağıdaki gibi genişletilmiştir,

$$w(x) = a_1 + a_2 \cosh(\lambda x) \sin(\lambda x) + a_3 \sinh(\lambda x) \sin(\lambda x) + a_4 x + a_5 \cosh(\lambda x) \cos(\lambda x) + a_6 \sinh(\lambda x) \cos(\lambda x) \quad (3.7)$$

Elastik eğrisi elde edilen çubuk elemana ait serbestlikler, Şekil (3.6)'da gösterildiği gibi dikkate alınarak çubuk elemanın serbestliklerine bağlı olarak şekil fonksiyonları elde edilebilir. Çubuk elemana ait deformasyon ve kuvvet matrisleri aşağıdaki gibidir,

$$\{\underline{d}\}^T = \{\emptyset_1, \theta_1, w_1, \emptyset_2, \theta_2, w_2\} \quad (3.8a)$$

$$\{\underline{F}\}^T = \{T_1, M_1, V_1, T_2, M_2, V_2\} \quad (3.8b)$$

Çubuk boyu L olan kiriş elemanında x=0 ve x=L noktalarında birim burulma, dönme ve çökme değerleri dikkate alınarak toplam 6 durum için ilgili şekil fonksiyonları, ψ elde edilebilir,

$$\{\underline{w}\} = \{\underline{\psi}\} \begin{Bmatrix} \emptyset\ (x=0) \\ \dfrac{dw}{dx}\ (x=0) \\ w\ (x=0) \\ \emptyset\ (x=L) \\ \dfrac{dw}{dx}\ (x=L) \\ w\ (x=L) \end{Bmatrix} \tag{3.9}$$

Denklem (3.9)'da verilen sınır koşulları Denklem (3.7)'e uygulanarak şekil fonksiyonları, ψ_i aşağıdaki gibi elde edilmiştir,

$$\psi_1 = 1 - \frac{x}{L} \tag{3.10a}$$

$$\psi_2 = \frac{\begin{bmatrix} \sinh(\lambda x)\,[cos\lambda(2L-x) - \cos(\lambda x)] \\ +\sin(\lambda x)\,[\cosh\lambda(2L-x) - cosh(\lambda x)] \end{bmatrix}}{2\lambda[\sinh^2(L\lambda) - \sin^2(L\lambda)]} \tag{3.10b}$$

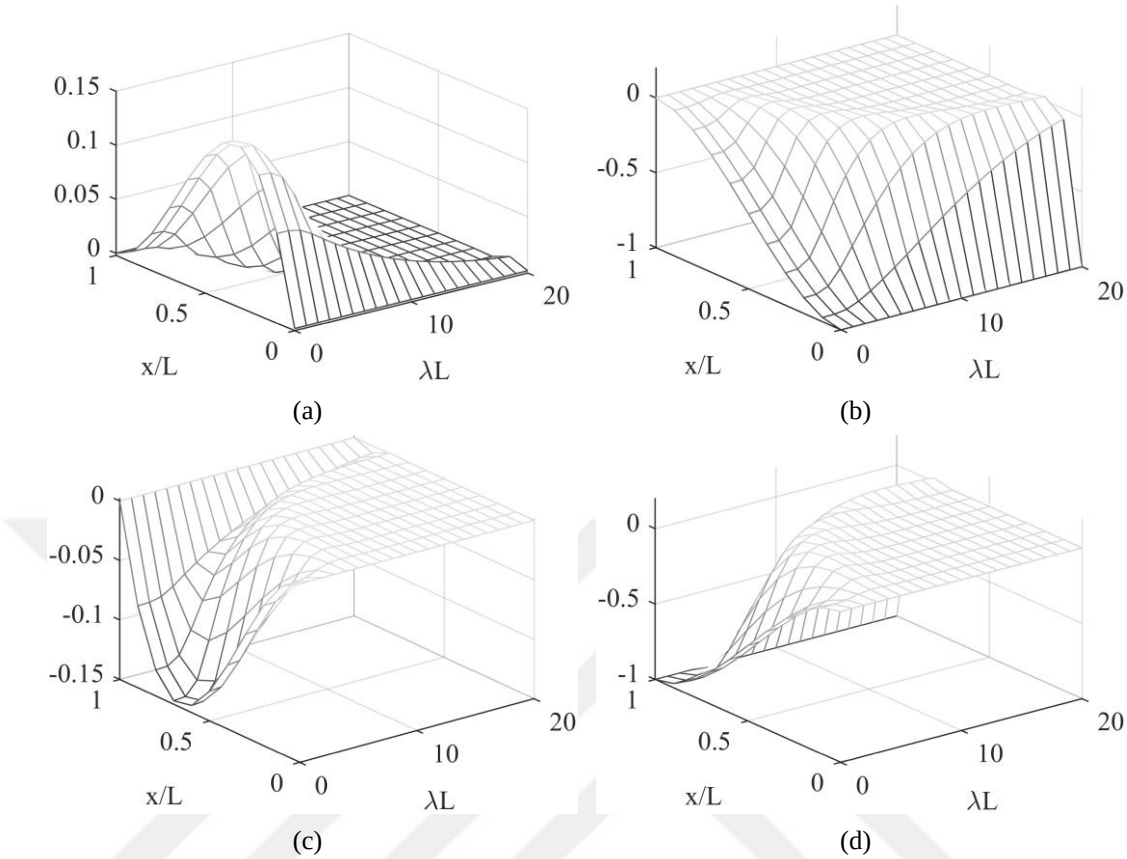
$$\psi_3 = \frac{\begin{bmatrix} \cos 2\lambda(L-x)\,[\cosh(\lambda x) + \cos(\lambda x)] - 4\cos(\lambda x)\cosh(\lambda x) \\ +\sinh 2\lambda(L-x)\,[\sin(\lambda x) - \sinh(\lambda x)] \end{bmatrix}}{2[\sin^2(L\lambda) - \sinh^2(L\lambda)]} \tag{3.10c}$$

$$\psi_4 = \frac{x}{L} \tag{3.10d}$$

$$\psi_5 = \frac{\begin{bmatrix} \sin(\lambda x)\sinh(\lambda x)\,[\cos(\lambda L)\sinh(\lambda L) - \cosh(\lambda L)\sin(\lambda L)] \\ +\sin(\lambda L)\sinh(\lambda L)\,[\cosh(\lambda x)\sin(\lambda x) - \cos(\lambda x)\sinh(\lambda x)] \end{bmatrix}}{\lambda[\sinh^2(L\lambda) - \sin^2(L\lambda)]} \tag{3.10e}$$

$$\psi_6 = \frac{\begin{bmatrix} \cos(\lambda L)\sinh(\lambda L)\,[\cosh(\lambda x)\sin(\lambda x) - \cos(\lambda x)\sinh(\lambda x)] \\ +\cosh(\lambda L)\sin(\lambda L)\,[\cosh(\lambda x)\sin(\lambda x) - \cos(\lambda x)\sinh(\lambda x)] \\ -2\sin(\lambda L)\sinh(\lambda L)\sin(\lambda x)\sinh(\lambda x) \end{bmatrix}}{\sinh^2(L\lambda) - \sin^2(L\lambda)} \tag{3.10f}$$

Zemin parametresi λ'nın Denklem (3.10)'da elde edilen şekil fonksiyonlarına etkisi grafiksel olarak λL'nin 0~20 aralığı için Şekil (3.7)'de gösterildiği gibidir. Bu grafikler incelendiğinde λL'nin artışının tüm şekil fonksiyonlarını belirgin bir şekilde etkilediği anlaşılmaktadır.



Şekil 3.7 k_1 parametresinin şekil fonksiyonlarına etkisi (a) ψ_2, (b) ψ_3, (c) ψ_5, (d) ψ_6

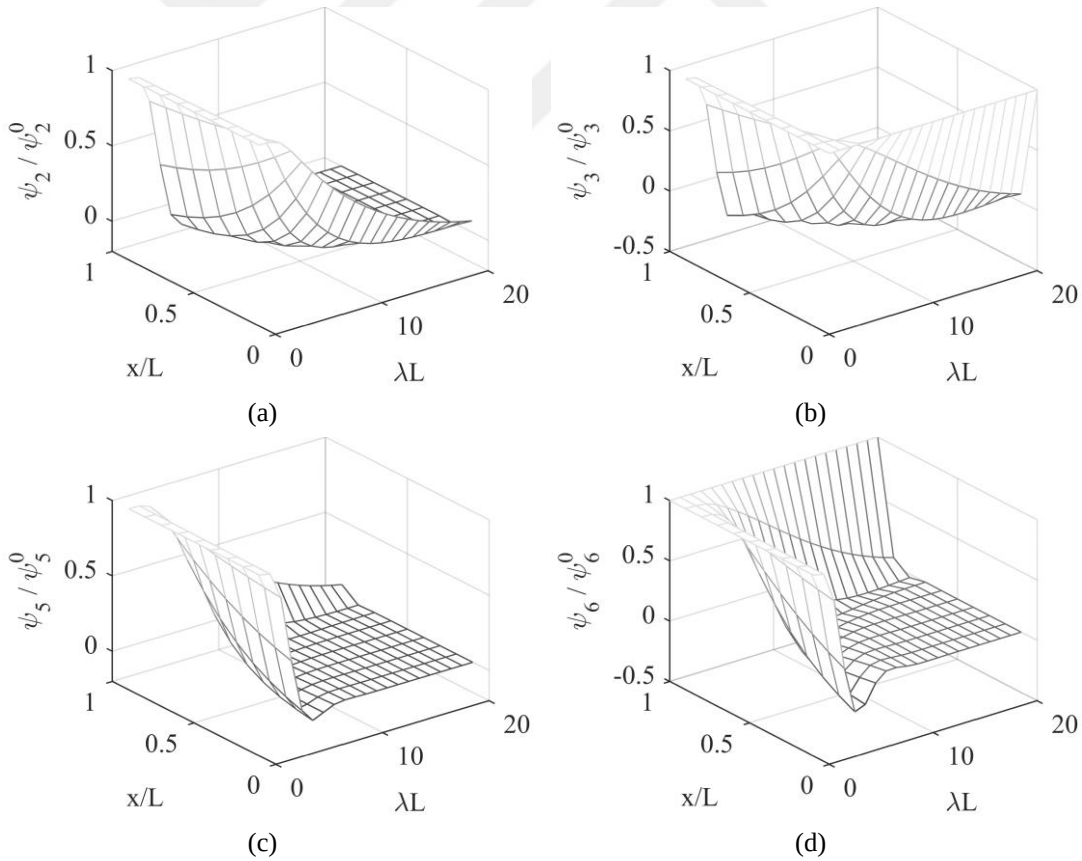
Denklem (3.10)'da elde edilen şekil fonksiyonlarında, $k_1=0$ için $\lambda \rightarrow 0$ olarak dikkate alınırsa kiriş elemana ait şekil fonksiyonları (Clough, 2003) elde edilebilmektedir,

$$
\begin{aligned}
&\lim_{\lambda \to 0} \psi_1 = 1 - \frac{x}{L} \\
&\lim_{\lambda \to 0} \psi_2 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\
&\lim_{\lambda \to 0} \psi_3 = \frac{3x^2}{L^2} - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 1 \\
&\lim_{\lambda \to 0} \psi_4 = \frac{x}{L} \\
&\lim_{\lambda \to 0} \psi_5 = \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \\
&\lim_{\lambda \to 0} \psi_6 = 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

Denklem (3.11)'de ζ=x/L olarak dikkate alınırsa,

$$\begin{aligned}
&\psi_1 = 1 - \zeta \\
&\frac{\psi_2}{L} = \zeta - 2\zeta^2 + \zeta^3 \\
&\psi_3 = 3\zeta^2 - 2\zeta^3 - 1 \\
&\psi_4 = \zeta \\
&\frac{\psi_5}{L} = \zeta^3 + \zeta^2 \\
&\psi_6 = 2\zeta^3 - 3\zeta^2
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Denklem (3.10)'daki şekil fonksiyonları, elastik zeminin olmadığı durumu ifade eden Denklem (3.11)'deki şekil fonksiyonları ile normalleştirmesi ile elde edilen normalleştirilmiş şekil fonksiyonları ($\underline{\psi_i}= \psi_i/ \psi_i^0$) λL=0:20 aralığı için Şekil (3.8)'de grafiksel olarak sunulmuştur.



Şekil 3.8 k_1 parametresinin normalleştirilmiş şekil fonksiyonlarına etkisi
(a) $\underline{\psi_2}$, (b) $\underline{\psi_3}$, (c) $\underline{\psi_5}$, (d) $\underline{\psi_6}$

Denklem (3.10)'da elde edilen şekil fonksiyonları dikkate alınarak eleman rijitlik matrisi bileşenleri elde edilebilir. Burada temel prensip dış yüklerin ilgili statik serbestlikte yaptığı iş ile iç kuvvetlerin yaptığı işin eşitlenmesidir (Clough, 2003). Aynı prensip elastik zemin etkisi için de yazılarak 1-parametreli elastik zemine oturan kirişin rijitlik matrisi bileşenlerini veren denklem en genel haliyle Denklem (3.13a)'da verildiği gibi elde edilmektedir.

$$k_{ij} = EI \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} dx + k_1 \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dx \qquad (3.13a)$$

Denklem (3.10)'da elde edilen şekil fonksiyonları Denklem (3.13a)'da yerine koyularak elde edilen rijitlik matrisi bileşenleri aşağıda sunulmuştur.

$$k_{11} = -k_{14} = \frac{GJ}{L} \qquad (3.13b)$$

$$k_{22} = \frac{EI\lambda[\sinh(2\lambda L) - \sin(2\lambda L)]}{\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)} \qquad (3.13c)$$

$$k_{23} = \frac{EI\lambda^2[\cos(2\lambda L) - \cosh(2\lambda L)]}{\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)} \qquad (3.13d)$$

$$k_{25} = \frac{2EI\lambda[\cosh(\lambda L)\sin(\lambda L) - \cos(\lambda L)\sinh(\lambda L)]}{\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)} \qquad (3.13e)$$

$$k_{26} = \frac{4EI\lambda^2 \sinh(\lambda L)\sin(\lambda L)}{\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)} \qquad (3.13f)$$

$$k_{33} = \frac{2EI\lambda^3[\sin(2\lambda L) + \sinh(2\lambda L)]}{\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)} \qquad (3.13g)$$

$$k_{35} = \frac{-4EI\lambda^2 \sin(\lambda L)\sinh(\lambda L)}{\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)} \qquad (3.13h)$$

$$k_{36} = \frac{-4EI\lambda^3[\cos(\lambda L)\sinh(\lambda L) + \cosh(\lambda L)\sin(\lambda L)]}{\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)} \quad (3.13i)$$

$$k_{55} = k_{22}; \quad k_{56} = -k_{23}; \quad k_{66} = k_{33}; \quad (3.13j)$$

$$k_{12} = k_{13} = k_{15} = k_{16} = k_{45} = k_{46} = 0 \quad (3.13k)$$

Burada kayma modülü G, elastisite modülü E ve poisson oranı v değerlerine bağlı olarak,

$$G = \frac{E}{2(1+v)} \quad (3.14)$$

Burulma momenti J, kısa kenarı a, uzun kenarı b olan dikdörtgen bir kesitte Denklem (3.15)'teki gibi tanımlanır (Young vd, 2002).

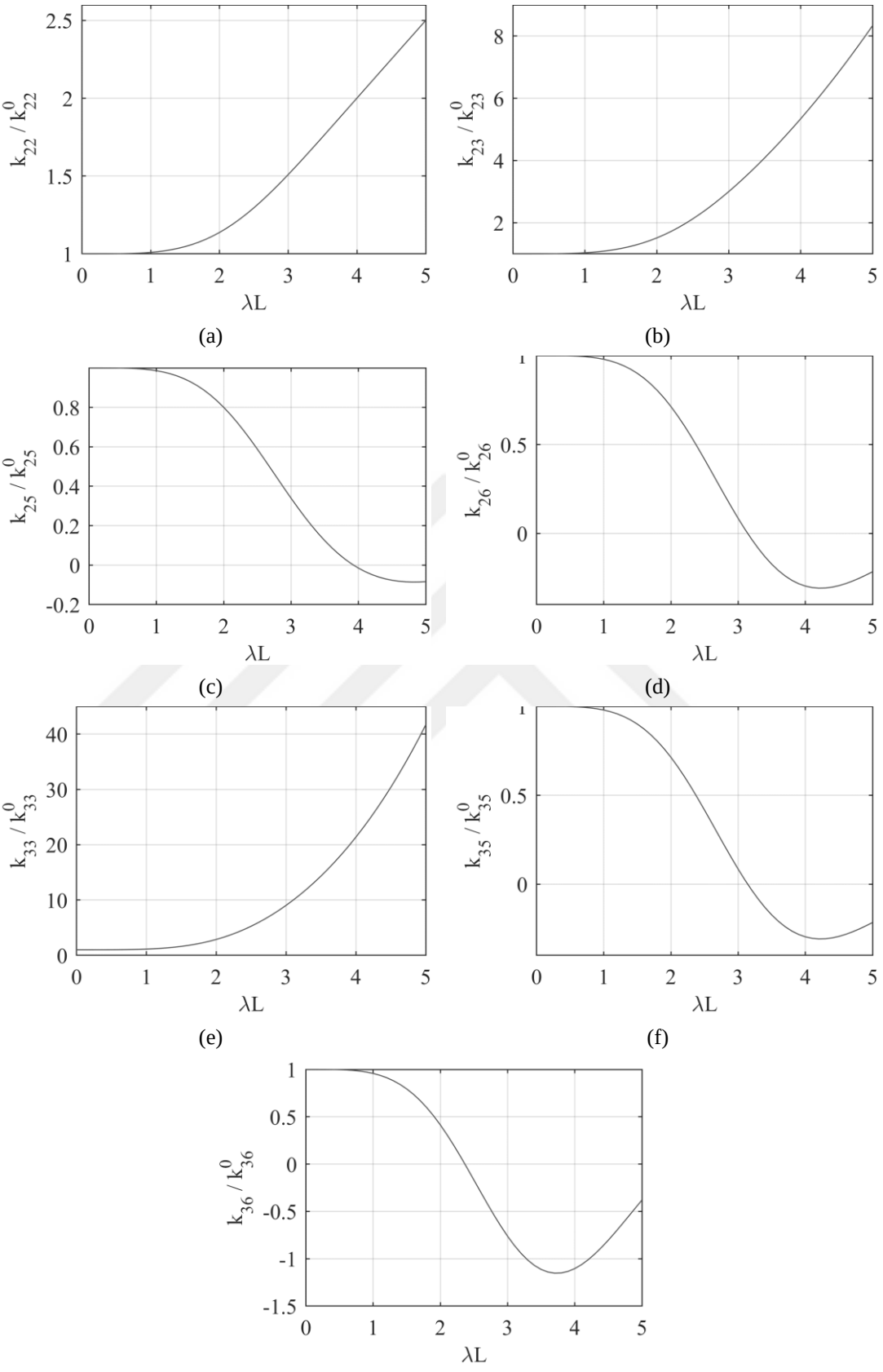
$$J = ba^3\left[\frac{1}{3} - 0.21\frac{a}{b}\left(1 - \frac{1}{12}\left(\frac{a}{b}\right)^4\right)\right] \quad (3.15)$$

Denklem (3.13)'te tanımlanan rijitlik matrisi bileşenlerinde k_1=0 için $\lambda \rightarrow 0$ olarak dikkate alınırsa iki ucu ankastre kiriş elemanın rijitlik matrisi bileşenleri elde edilir (Clough, 2003),

$$\lim_{\lambda\to 0} k_{22} = \lim_{\lambda\to 0} k_{55} = 2 * \lim_{\lambda\to 0} k_{25} = \frac{4EI}{L} \quad (3.16a)$$

$$\lim_{\lambda\to 0} k_{23} = -\lim_{\lambda\to 0} k_{26} = \lim_{\lambda\to 0} k_{35} = -\lim_{\lambda\to 0} k_{56} = -\frac{6EI}{L^2} \quad (3.16b)$$

$$\lim_{\lambda\to 0} k_{33} = -\lim_{\lambda\to 0} k_{36} = \lim_{\lambda\to 0} k_{66} = \frac{12EI}{L^3} \quad (3.16c)$$



Şekil 3.9 k_1 parametresinin rijitlik matrisine etkisi (a) k_{22}, (b) k_{23}, (c) k_{25}, (d) k_{26}, (e) k_{33}, (f) k_{35}, (g) k_{36}

Zemin parametresi λ'nın Denklem (3.13)'te verilen rijitlik matrisi terimlerine etkisi grafiksel olarak Şekil (3.9)'da gösterildiği gibidir. Burada düşey eksen Denklem (3.13)'te verilen bileşenlerin, Denklem (3.16)'da verilen zemin etkisini içermeyen bileşenlere göre normalleştirilmiş değerlerini göstermektedir.

Tek parametreli zeminin rijitlik matrisi bileşenlerine etkisinin sunulduğu Şekil (3.9)'daki grafikler incelendiğinde k_{22}, k_{23}, k_{33} terimlerinin λL'nin artışıyla sürekli arttığı; k_{25}, k_{26}, k_{35} ve k_{36} terimlerinin ise λL'nin artışıyla önce azaldığı ve artışın devamıyla tekrar artışa geçtiği görülmektedir.

Dış yük matrisi bileşenleri, şekil fonksiyonlarının dış yükle yaptığı iş ile hesaplanır. Denklem (3.10)'da verilen şekil fonksiyonları kullanılarak dış yük matrisi bileşenleri hesaplanabilir. Üzerinde q(x) yayılı yük ile yüklü elemanda yük vektörü Denklem (3.17) ile hesaplanabilir.

$$\{\underline{P}\} = \int_{x=0}^{x=L} \{\underline{N}\} q(x) dx \tag{3.17}$$

Kiriş üzerinde sabit yayılı yük olması durumunda, $q(x)=q_0$,

$$\{\underline{P}\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \int_{x=0}^{x=L} q_0 \begin{Bmatrix} N_2 \\ N_3 \\ N_5 \\ N_6 \end{Bmatrix} dx \tag{3.18a}$$

$$F_1 = F_2 = \frac{q_0[\cos(\lambda L) - \cosh(\lambda L)]}{\lambda[\sin(\lambda L) + \sinh(\lambda L)]} \tag{3.18b}$$

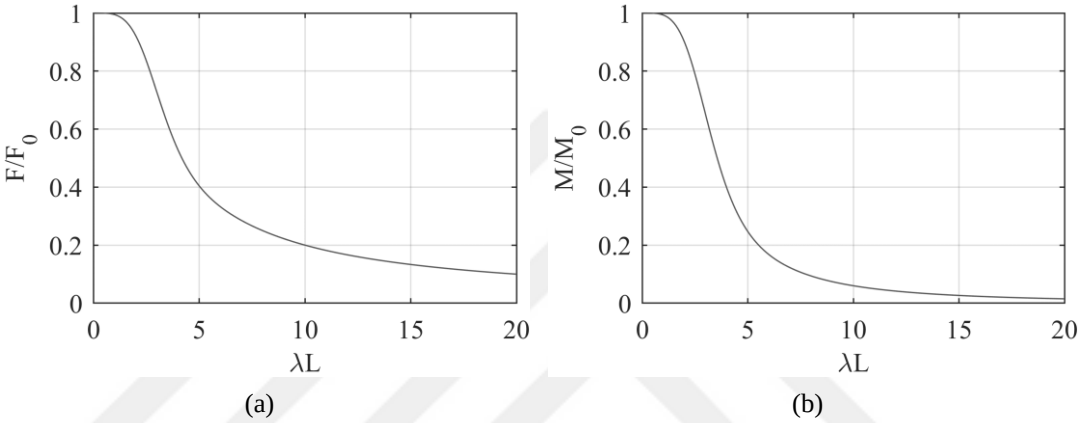
$$M_1 = -M_2 = \frac{q_0[\sinh(\lambda L) - \sin(\lambda L)]}{2\lambda^2[\sin(\lambda L) + \sinh(\lambda L)]} \tag{3.18c}$$

Zemin etkisinin olmadığı durumda, $k_1=0$ olacağı için $\lambda \rightarrow 0$ olarak dikkate alınırsa eğilme etkisindeki kirişin uç kuvvetleri elde edilir,

$$\lim_{\lambda \to 0} F_1 = -\frac{q_0 L}{2} \qquad (3.19a)$$

$$\lim_{\lambda \to 0} M_1 = \frac{q_0 L^2}{12} \qquad (3.19b)$$

Zemin parametresi λ'nın normalleştirilmiş uç kuvvet bileşenlerine etkisi grafiksel olarak Şekil (3.10)'da gösterildiği gibidir.



(a) (b)

Şekil 3.10 k_1 parametresinin uç kuvvetlere etkisi (a) F, (b) M

Şekil (3.10) incelendiğinde λL'nin 2~10 aralığında uç kuvvetlerini çok azalttığı ve 10'dan büyük değerlerde bu azaltma etkisinin gittikçe düştüğü görülmektedir.

Denklem (3.13) ve Denklem (3.18)'te tanımlanan rijitlik matrisi ve yük vektörü kullanılarak Matlab yardımıyla bir program yazılmıştır. Bu programın amacı FGM ile tanımlanan ve 1 parametreli sürekli zemin etkisini incelemektir. FGM modelini temsil eden program ile FEM'i (Sonlu elemanlar yöntemi) temsil eden Ansys ve Sap2000 programlarıyla aynı örnekler analiz edilerek sistemde meydana gelen en büyük sehimler incelenmiştir. Seçilen örneklerde plak ebatları 1m*1m*0.05m ve E=87360 kN/m^2, elastik zemin parametresi k_1=[0 1 81 625] kN/m^3 ve plak bölme sayısı her iki yönde de n=10 olarak dikkate alınmıştır. Elde edilen en büyük sehimler analitik çözüm (Navier, 1820) ile karşılaştırılarak normalleştirilmiş en büyük sehimler ve hata payları Tablo (3.1)'de sunulmuştur. Burada sunulan normalleştirilmiş sehim değerleri genel olarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır,

→ Üzerinde düzgün yayılı q ile yüklü, $w = \frac{w_{max}}{q * b^4} * D * 10^3$

→ Ortasında tekil P ile yüklü, $w = \frac{w_{max}}{P * b^2} * D * 10^3$

Tablo 3.1 Tek parametreli, basit mesnetli plak

E=87360, h_f=0.05, D=1 k_1	Navier çözümü	Ansys, n=10		Sap2000, n=10		FGM, n=10	
	w	w	hata,%	w	hata,%	w	hata,%
0	4.06235	4.1841	2.997	4.0610	0.034	4.5161	11.169
1	4.05171	4.1730	2.993	4.0502	0.038	4.4897	10.809
81	3.34716	3.4407	2.794	3.3379	0.276	3.0478	8.943
625	1.50596	1.5414	2.353	1.4935	0.826	0.9138	39.324

Tablo (3.1)'de görüldüğü gibi farklı analiz araçları farklı sonuçlar vermektedir. k_1 büyüdükçe Ansys'te (FEM) hata payı azalmış, Sap2000'de (FEM) artmıştır. FGM yönteminde ise en düşük hata payı k_1=81'de %8.9, en büyük hata payı k_1=625'te %39.3 olarak elde edilmiştir. Bu hata paylarının plak bölme sayısına göre değiştiği bilinmektedir.

3.3 Zeminde Sadece Dönme Parametresi Olması Durumu

Elastik zeminde sadece dönme parametresi dikkate alınsa kiriş diferansiyel denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$EI\frac{d^4w(x)}{dx^4} - k_2\frac{d^2w(x)}{dx^2} = q(x) \tag{3.20}$$

Kiriş diferansiyel denkleminin homojen çözümü,

$$EI\frac{d^4w(x)}{dx^4} - k_2\frac{d^2w(x)}{dx^2} = 0 \text{ ve } \lambda = \sqrt{\frac{k_2}{EI}}\ için$$

$$\frac{d^4w(x)}{dx^4} - \lambda^2\frac{d^2w(x)}{dx^2} = 0\ veya$$

$$(D^4 - \lambda^2)w(x) = 0 \tag{3.21}$$

Bu diferansiyel denklemin karakteristik kökleri,

$$\begin{aligned} D_1 &= \lambda \\ D_2 &= -\lambda \\ D_3 &= \lambda \mathrm{i} \\ D_4 &= -\lambda \mathrm{i} \end{aligned} \tag{3.22}$$

Elde edilen köklere uygun çözüm ile kirişin elastik eğrisi elde edilebilir,

$$w(x) = c_1 + c_2 e^{\lambda x} + c_3 e^{-\lambda x} - c_4 \frac{\mathrm{x}}{\lambda^2} \tag{3.23}$$

Denklem (3.23)'teki üstel ifadelerin hiperbolik fonksiyonlara dönüşümü ve çubuk ekseni doğrultusundaki burulma etkisinin de dikkate alınabilmesi için elastik eğri denklemi w(x), aşağıdaki gibi genişletilebilir,

$$w(x) = a_1 + a_2 * \frac{\mathrm{x}}{\lambda^2} + a_3 + a_4 * x + a_5 \cos h(\lambda x) + a_6 \sinh(\lambda x) \tag{3.24}$$

Denklem (3.24)'teki elastik eğri ifadesi, Denklem (3.9)'daki sınır koşulları dikkate alınarak hesaplanan şekil fonksiyonları aşağıda sunulmuştur,

$$\psi_1 = 1 - \frac{x}{L} \tag{3.25a}$$

$$\psi_2 = \frac{\begin{bmatrix} \sinh(\lambda x) - \sinh(\lambda L) + \lambda x[1 - cosh(\lambda L)] \\ + \sinh \lambda(L - x) + \lambda L[cosh(\lambda L) - cosh\lambda(L - x)] \end{bmatrix}}{\lambda(\lambda L \sinh(\lambda L) - 2\cosh(\lambda L) + 2)} \tag{3.25b}$$

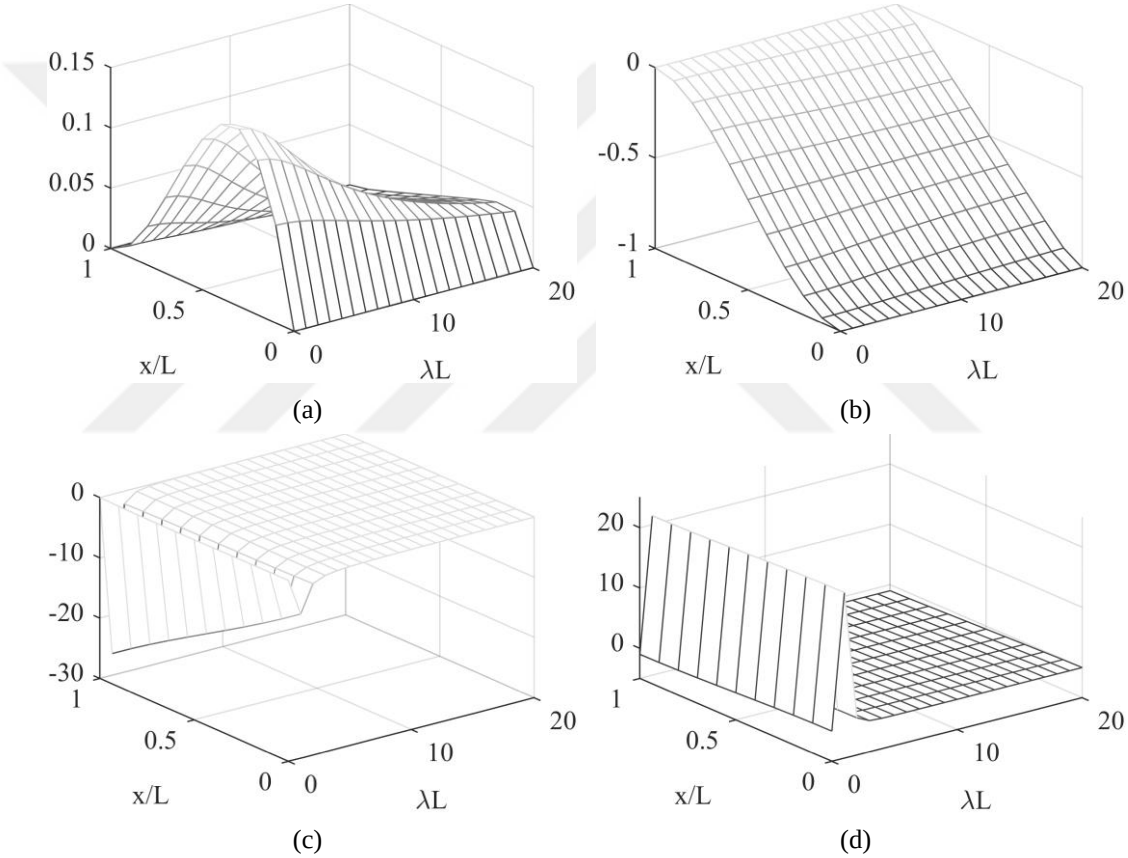
$$\psi_3 = \frac{\begin{bmatrix} \cosh(\lambda L) - \cosh(\lambda x) + \cosh \lambda(L - x) \\ +\lambda(x - L)sinh(\lambda L) - 1 \end{bmatrix}}{\lambda L sinh(\lambda L) - 2\cosh(\lambda L) + 2} \tag{3.25c}$$

$$\psi_4 = \frac{x}{L} \tag{3.25d}$$

$$\psi_5 = \frac{\begin{bmatrix}\lambda L[cosh(\lambda x) - 1] - \lambda x[cosh(\lambda L) - 1] \\ + \sinh(\lambda L) - \sinh(\lambda x) - \sinh\lambda(L - x)\end{bmatrix}}{\lambda(\lambda L \sinh(\lambda L) - 2\cosh(\lambda L) + 2)} \qquad (3.25e)$$

$$\psi_6 = \frac{\cosh(\lambda L) + \cosh(\lambda x) - \cosh\lambda(L - x) - \lambda x sinh(\lambda L) - 1}{\lambda L sinh(\lambda L) - 2\cosh(\lambda L) + 2} \qquad (3.25f)$$

Denklem (3.25)'te verilen şekil fonksiyonları Şekil (3.11)'da λ=0:20 aralığı için grafiksel olarak sunulmuştur.

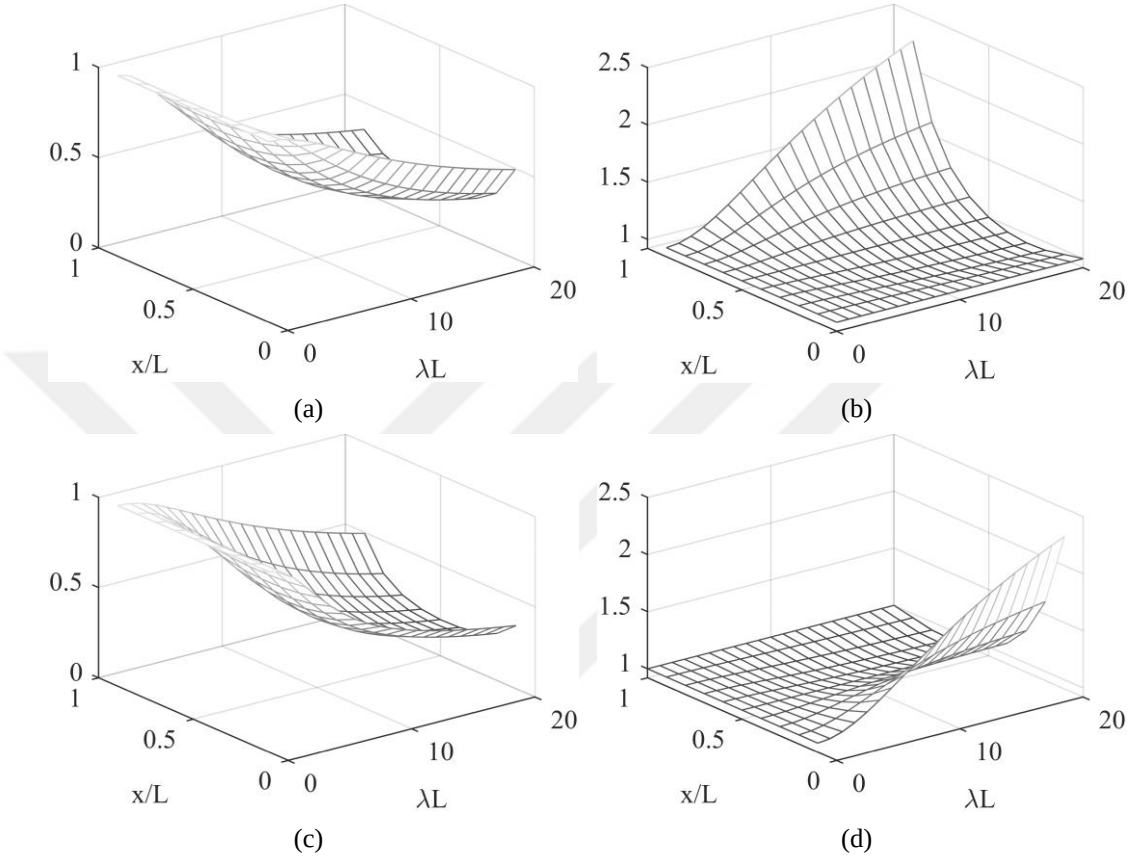


Şekil 3.11 k_2 parametresinin şekil fonksiyonlarına etkisi (a) ψ_2, (b) ψ_3, (c) ψ_5, (d) ψ_6

Elde edilen şekil fonksiyonlarında, k_2=0 için λ→0 olarak dikkate alındığında Denklem (3.11)'de sunulan kiriş elemanın şekil fonksiyonları elde edilmektedir.

Denklem (3.25)'deki şekil fonksiyonları, elastik zeminin olmadığı durumu ifade eden Denklem (3.11)'deki şekil fonksiyonları ile normalleştirmesi ile elde edilen

normalleştirilmiş şekil fonksiyonları ($\underline{\psi_i}= \psi_i/ \psi_i^0$) λL=0:20 aralığı için Şekil (3.12)'de grafiksel olarak sunulmuştur.



Şekil 3.12 k_2 parametresinin normalleştirilmiş şekil fonksiyonlarına etkisi
(a) $\underline{\Psi_2}$, (b) $\underline{\Psi_3}$, (c) $\underline{\Psi_5}$, (d) $\underline{\Psi_6}$

Denklem (3.25)'te verilen şekil fonksiyonları Denklem (3.26a)'da yerine koyularak elde edilen eleman rijitlik matrisinin bileşenleri Denklem (3.26b) - (3.26i)'de sunulmuştur.

$$k_{ij} = EI \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} dx - k_2 \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dx \qquad (3.26a)$$

$$k_{11} = -k_{14} = \frac{GJ}{L} \qquad (3.26b)$$

$$k_{22} = \frac{EI\lambda\left[\begin{array}{c}2(\cosh(\lambda L)-1)(\sinh(\lambda L)+\lambda L)\\ +\lambda L\sinh(\lambda L)\,[\lambda L\cosh(\lambda L)-\ 3sinh(\lambda L)]\end{array}\right]}{[\lambda L\sinh(\lambda L)-2\cosh(\lambda L)+2]^2} \qquad (3.26c)$$

$$k_{23} = \frac{-EI\lambda^2 * [4(\cosh(\lambda L)-1)-\lambda(1+L)\sinh(\lambda L)+\lambda^2 L(1-L)]}{4 * [\lambda L\cosh(\lambda L/2)-2\sinh(\lambda L/2)]^2} \qquad (3.26d)$$

$$k_{25} = \frac{EI\lambda * [\sinh(\lambda L)-\lambda L] * [\lambda L\sinh(\lambda L)-2\cosh(\lambda L)+2]}{[\lambda L\sinh(\lambda L)-2\cosh(\lambda L)+2]^2} \qquad (3.26e)$$

$$k_{26} = \frac{EI\lambda^2 * [\lambda^2 L(L-1)-4(\cosh(\lambda L)-1)+\ \lambda(L+1)sinh(\lambda L)]}{4 * [\lambda L\cosh(\lambda L/2)-2\sinh(\lambda L/2)]^2} \qquad (3.26f)$$

$$k_{33} = \frac{EI\lambda^3\left(e^{\lambda L}+\ 1\right)}{\lambda L\ -\ 2e^{\lambda L}\ +\ \lambda Le^{\lambda L}\ +\ 2} \qquad (3.26g)$$

$$k_{35} = \frac{EI\lambda^2 * [4(\cosh(\lambda L)-1)-\lambda(1+L)sinh(\lambda L)+\ \lambda^2 L(1-L)]}{4 * [\lambda L\cosh(\lambda L/2)-2\sinh(\lambda L/2)]^2} \qquad (3.26h)$$

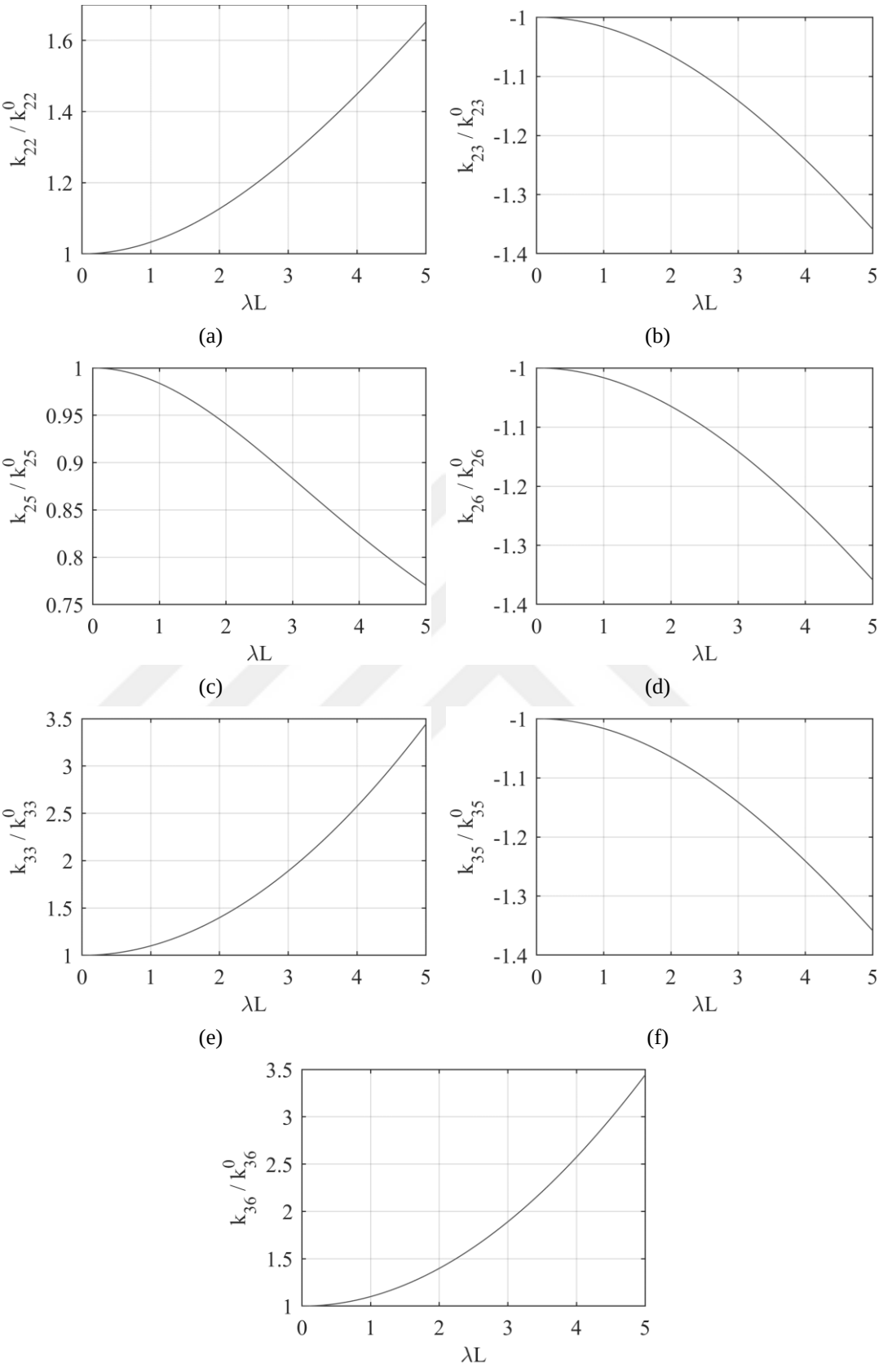
$$k_{36} = \frac{-EI\lambda^3\left(e^{\lambda L}+1\right)}{\lambda L-2e^{\lambda L}+\lambda Le^{\lambda L}+2} \qquad (3.26i)$$

$$k_{55} = k_{22};\quad k_{56} = -k_{23};\quad k_{66} = k_{33}; \qquad (3.13j)$$

$$k_{12} = k_{13} = k_{15} = k_{16} = k_{45} = k_{46} = 0 \qquad (3.13k)$$

Dönme parametreli zeminin rijitlik matrisi k_2=0 için $\lambda\rightarrow 0$ olarak dikkate alındığında Denklem (3.16)'da sunulan kiriş elemanın rijitlik matrisinin terimlerini elde edilmektedir.

Zemin dönme parametresi k_2'nin rijitlik matrisi terimlerine etkisi grafiksel olarak Şekil (3.13)'de gösterildiği gibidir. Burada düşey eksen normalleştirilmiş rijitlik matrisinin bileşenlerini göstermektedir.



Şekil 3.13 k_2 parametresinin rijitlik matrisine etkisi (a) k_{22}, (b) k_{23}, (c) k_{25}, (d) k_{26}, (e) k_{33}, (f) k_{35}, (g) k_{36}

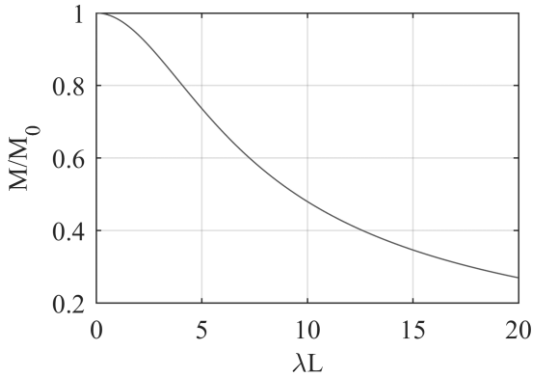
Elastik zeminin dönme bileşeninin etkisinin sunulduğu Şekil (3.13)'deki grafikler incelendiğinde λL'nin artışıyla k_{25}'in azaldığı, diğer terimlerin ise arttığı anlaşılmaktadır.

Denklem (3.25)'te sunulan şekil fonksiyonları Denklem (3.17)'de yerine koyularak, dış yük vektörünün bileşenleri hesaplanabilir. Üzerinde $q(x)=q_0$ sabit düzgün yayılı yük ile yüklü elemanda yük vektörü bileşenleri,

$$F_1 = F_2 = -\frac{q_0 L}{2} \tag{3.27a}$$

$$M_1 = -M_2 = \frac{q_0 * \left[\lambda L + (\lambda L - 2)e^{\lambda L} + 2\right]}{2\lambda^2 (e^{\lambda L} - 1)} \tag{3.27b}$$

Denklem (3.27a)'dan anlaşılacağı gibi k_2 zemin parametresinin uç kesme kuvvetine etkisi olmamaktadır. Zemin etkisinin olmadığı durumda, $k_2=0$ olacağı için $\lambda \rightarrow 0$ olarak dikkate alındığında Denklem (3.19)'da sunulan eğilme etkisindeki kirişin uç kuvvetleri elde edilmektedir.



Şekil 3.14 k_2 parametresinin uç kuvvet M'e etkisi

k_2 parametresinin normalleştirilmiş uç momentine etkisi Şekil (3.14)'te gösterildiği gibidir. Buna göre λL'nin artışının normalleştirilmiş uç momentini azalttığı anlaşılmaktadır.

3.4 Zeminin İki Parametreli Olması Durumu

İki parametreli elastik zemin üzerine oturan bir kirişin diferansiyel denklemi aşağıdaki gibi genel formda yazılabilir,

$$EI\frac{d^4w(x)}{dx^4} + k_1 w(x) - k_2\frac{d^2w(x)}{dx^2} = q(x) \tag{3.28}$$

Burada k_1 Winkler yayı parametresini, k_2 ise dönme yayı parametresini göstermektedir. Kiriş diferansiyel denkleminin homojen çözümünde (q(x)=0) $A=k_2/EI$ ve $B=k_1/EI$ olarak dikkate alınırsa aşağıdaki formda gösterilebilir.

$$\frac{d^4w(x)}{dx^4} - \mathrm{A}\frac{d^2w(x)}{dx^2} + Bw(x) = 0 \; veya$$
$$(D^4 - \mathrm{A}D^2 + \mathrm{B})\, w(x) = 0 \tag{3.29}$$

Bu diferansiyel denklemin karakteristik kökleri,

$$D_1 = \frac{\sqrt{\mathrm{A} + \sqrt{A^2 - 4B}}}{\sqrt{2}}$$
$$D_2 = -\frac{\sqrt{\mathrm{A} + \sqrt{A^2 - 4B}}}{\sqrt{2}}$$
$$D_3 = \frac{\sqrt{\mathrm{A} - \sqrt{A^2 - 4B}}}{\sqrt{2}} \tag{3.30}$$
$$D_4 = -\frac{\sqrt{\mathrm{A} - \sqrt{A^2 - 4B}}}{\sqrt{2}}$$

Bulunan bu kökler için Denklem (3.29)'daki diferansiyel denklemin 3 olası sonucu vardır,

- $A<2\sqrt{B}$
- $A=2\sqrt{B}$
- $A>2\sqrt{B}$

İkinci durum çok istisnai olduğu için diğer iki duruma göre şekil fonksiyonları ayrı ayrı hesaplanmalıdır.

3.4.1 A<2√B durumu

Bu durumda Denklem (3.30)'da elde edilen karakteristik kökler aşağıdaki hâle gelir,

$$
\begin{aligned}
D_1 &= \frac{\sqrt{\mathrm{A} + i\sqrt{4B - A^2}}}{\sqrt{2}} \\
D_2 &= -\frac{\sqrt{\mathrm{A} + i\sqrt{4B - A^2}}}{\sqrt{2}} \\
D_3 &= \frac{\sqrt{\mathrm{A} - i\sqrt{4B - A^2}}}{\sqrt{2}} \\
D_4 &= -\frac{\sqrt{\mathrm{A} - i\sqrt{4B - A^2}}}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
\tag{3.31}
$$

Zemin parametreleri için,

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \sqrt[4]{\frac{k_1}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{\mathrm{B}}{4}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{B} = 4\lambda^4 \\
\delta &= \frac{k_2}{4EI} = \frac{A}{4} \qquad \rightarrow \quad A = 4\delta
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

şeklinde elde edilen ifadeler, Denklem (3.31)'deki birince kökte yerine koyularak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir,

$$
D_1 = \sqrt{2}\sqrt{\delta + i\left(\sqrt{\lambda^2 - \delta}\right)\left(\sqrt{\lambda^2 + \delta}\right)} \tag{3.33}
$$

Bu ifadeyi basitleştirmek için,

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \sqrt{\lambda^2 + \delta} \\
b &= \sqrt{\lambda^2 - \delta}
\end{aligned}
\qquad \rightarrow \quad \delta = \frac{\alpha^2 - b^2}{2} \tag{3.34}
$$

ifadeleri D_1'de yerine konulursa,

$$D_1 = \sqrt{(\alpha^2 - b^2) + 2i\alpha b} = \sqrt{(\alpha + ib)^2} = \alpha + ib \qquad (3.35a)$$

şeklinde elde edilir. Benzer şekilde diğer kökler de aşağıdaki gibi bulunur,

$$D_2 = -\alpha + ib \qquad (3.35b)$$
$$D_3 = \alpha - ib \qquad (3.35c)$$
$$D_4 = -\alpha - ib \qquad (3.35d)$$

Denklem (3.35)'de elde edilen bu kökler dikkate alınarak kiriş elastik eğrisi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\mathrm{w(x)} = c_1 e^{ax}\cos(bx) + \frac{c_2}{e^{-ax}}\cos(bx) - c_3 e^{ax}\sin(bx) - \frac{c_4}{e^{-ax}}\sin(bx) \qquad (3.36)$$

Denklem (3.6)'da üstel ifadeler hiperbolik fonksiyonlara dönüştürülüp (e^{ax}=cosh(ax)+sinh(ax) ve e^{-ax}=cosh(ax)-sinh(ax)), kiriş burulma etkisi de $\Phi(x)=a_1+a_2x$ olarak dikkate alınırsa 2 parametreli elastik zemine oturan kirişin elastik eğrisi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\mathrm{w(x)} = c_1 + c_2\cos(bx)\cosh(ax) + c_3\cos(bx)\sinh(ax) + c_4 x + c_5\sin(bx)\cosh(ax) + c_6\sin(bx)\sinh(ax) \qquad (3.37)$$

Çubuk boyu L olan kiriş elemanı için x=0 ve x=L noktalarında birim burulma, dönme ve çökme değerleri dikkate alınarak toplam 6 durum için şekil fonksiyonları elde edilebilir,

$$\psi_1 = 1 - \frac{x}{L} \qquad (3.38a)$$

$$\psi_2 = \frac{\begin{bmatrix} asin(ax)[cosb(2L-x) - cos(bx)] \\ + bsin(bx)[cosha(2L-x) - cosh(ax)] \end{bmatrix}}{2b^2 sinh^2(aL) - 2a^2 sin^2(bL)} \qquad (3.38b)$$

$$\psi_3 = \frac{\begin{bmatrix} a^2 cosh(ax)[cos(bx) - cosb(2L-x)] \\ +b^2 cos(bx)[cosh(ax) - cosha(2L-x)] \\ +ab[sinb(2L-x)sinh(ax) - sinha(2L-x)sin(bx)] \end{bmatrix}}{2b^2 sinh^2(aL) - 2a^2 sin^2(bL)} \quad (3.38c)$$

$$\psi_4 = \frac{x}{L} \quad (3.38d)$$

$$\psi_5 = \frac{asin(bL)sin(bx)sinha(x-L) + bsinh(aL)sinh(ax)sinb(L-x)}{a^2 sin^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)} \quad (3.38e)$$

$$\psi_6 = \frac{\begin{bmatrix} \text{a}sin(bL)[asin(bx)sinha(L-x) + bcosh(aL)sinh(ax)cos(bx)] \\ +\text{b}sinh(aL)[bsinh(ax)cosb(L-x) - \text{a}cos(bL)cosh(ax)sin(bx)] \end{bmatrix}}{a^2 sin^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)} \quad (3.38f)$$

Denklem (3.38)'de elde edilen şekil fonksiyonları, zemin olmaması durumunda k_1=k_2=0 için λ=δ=0 ve α=b=0 olacağından, α→0 ve b→0 limit problemi çözülerek Denklem (3.11)'de verilen kiriş şekil fonksiyonları elde edilmektedir.

Eleman rijitlik matrisinin bileşenleri, Denklem (3.38)'deki şekil fonksiyonları Denklem (3.39a)'da yerine koyularak elde edilir,

$$k_{ij} = EI \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} dx + k_1 \int_{x=0}^{x=L} \psi_i \psi_j dx - k_2 \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dx \quad (3.39a)$$

$$k_{11} = -k_{14} = k_{44} = \text{GJ/L} \quad (3.39b)$$

$$k_{22} = EIab \frac{asin(2bL) - bsinh(2aL)}{a^2 sin^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)} \quad (3.39c)$$

$$k_{23} = EI(a^2 + b^2) \frac{a^2 sin^2(bL) + b^2 sinh^2(aL)}{a^2 sin^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)} \quad (3.39d)$$

$$k_{25} = 2EIab \frac{bcos(bL)sinh(aL) - acosh(aL)sin(bL)}{a^2 sin^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)} \quad (3.39e)$$

$$k_{26} = -2EIab\frac{(a^2+b^2)sinh(aL)sin(bL)}{a^2sin^2(bL)-b^2sinh^2(aL)} \quad (3.39f)$$

$$k_{33} = -EIab(a^2+b^2)\frac{asin(2bL)+bsinh(2aL)}{a^2sin^2(bL)-b^2sinh^2(aL)} \quad (3.39g)$$

$$k_{35} = EIab\frac{2(a^2+b^2)sinh(\mathrm{a}L)sin(\mathrm{b}L)}{a^2sin^2(bL)-b^2sinh^2(aL)} \quad (3.39h)$$

$$k_{36} = 2EIab(a^2+b^2)\frac{acosh(aL)sin(bL)+bcos(bL)sinh(aL)}{a^2sin^2(bL)-b^2sinh^2(aL)} \quad (3.39i)$$

$$k_{55} = k_{22};\quad k_{56} = -k_{23};\quad k_{66} = k_{33}; \quad (3.39j)$$

$$k_{12} = k_{13} = k_{15} = k_{16} = k_{45} = k_{46} = 0 \quad (3.39k)$$

Denklem (3.38)'de verilen şekil fonksiyonları Denklem (3.17)'de yerine koyularak, dış yük vektörünün bileşenleri q(x)=q_0 için türetilerek aşağıda sunulmuştur.

$$M_1 = -M_2 = \frac{-q[\mathrm{asin}(bL)-bsinh(aL)]}{(a^2+b^2)[\mathrm{asin}(bL)+bsinh(aL)]} \quad (3.40a)$$

$$F_1 = F_2 = \frac{2\mathrm{qab}[\cos(\mathrm{b}L)-\cosh(\mathrm{a}L)]}{(a^2+b^2)[\mathrm{asin}(bL)+bsinh(aL)]} \quad (3.40b)$$

Denklem (3.39) ve Denklem (3.40)'daki ifadelerde elastik zeminin olmadığı durumu ifade edecek şekilde a→0 ve b→0 limit problemi çözüldüğünde sırasıyla Denklem (3.16) ve Denklem (3.19)'da sunulan kiriş elemanın rijitlik ve yük matrisleri elde edilmektedir.

3.4.2 A>2√B durumu

Denklem (3.30)'da sunulan diferansiyel denklemin birinci karakteristik kökünde A=4δ ve B=4λ^2 yazılırsa bu kök aşağıdaki forma dönüşmektedir.

$$D_1 = \frac{\sqrt{\mathrm{A} + \sqrt{A^2 - 4B}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4\delta + \sqrt{16\delta^2 - 16\lambda^4}}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{\delta + \sqrt{\delta + \lambda^2}\sqrt{\delta - \lambda^2}}}{\sqrt{2}} \quad (3.41)$$

Bu ifadeyi basitleştirmek için,

$$\begin{matrix} \alpha = \sqrt{\delta + \lambda^2} \\ b = \sqrt{\delta - \lambda^2} \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{\alpha^2 + b^2}{2} \quad (3.42)$$

ifadeleri Denklem (3.41)'de yerine konulursa diferansiyel denklemin birinci kökü,

$$D_1 = \sqrt{2}\sqrt{\frac{\alpha^2 + b^2}{2} + \alpha b} = \sqrt{\alpha^2 + b^2 + 2\alpha b} = \alpha + b \quad (3.43a)$$

şeklinde elde edilir. Benzer şekilde diğer kökler de aşağıdaki gibi bulunur,

$$D_2 = -\alpha - b \quad (3.43b)$$
$$D_3 = \alpha - b \quad (3.43c)$$
$$D_4 = -\alpha + b \quad (3.43d)$$

Elde edilen kökler dikkate alınarak kiriş eleman elastik eğrisi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\mathrm{w}(x) = c_1 e^{(\alpha+\beta)x} + c_2 e^{-(\alpha+\beta)x} + c_3 e^{(\alpha-\beta)x} + c_4 e^{(-\alpha+\beta)x} \quad (3.44)$$

Bu denklemde üstel ifadelerin hiperbolik fonksiyon dönüşümleri ve kiriş burulma etkisi dikkate alınırsa kiriş elastik eğrisi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned} \mathrm{w}(x) = {} & c_1 + c_2\, cosh(ax)\, cosh(bx) + c_3\, cosh(ax)\, sinh(bx) + c_4 x \\ & + c_5 \sinh(ax) \sinh(bx) + c_6 \sinh(ax) \cosh(bx) \end{aligned} \quad (3.45)$$

Çubuk boyu L olan kiriş elemanı için x=0 ve x=L noktalarında birim burulma, dönme ve çökme değerleri dikkate alınarak toplam 6 durum için ilgili şekil fonksiyonları elde edilebilir,

$$\psi_1 = 1 - \frac{x}{L} \tag{3.46a}$$

$$\psi_2 = \frac{\begin{bmatrix} a\sinh(bL)\sinh(ax)\sinh(bL-bx) \\ +b\sinh(aL)\sinh(bx)\sinh(ax-aL) \end{bmatrix}}{a^2\sinh^2(bL) - b^2\sinh^2(aL)} \tag{3.46b}$$

$$\psi_3 = \frac{\begin{bmatrix} a\sinh(bL)[a\cosh(ax)\sinh(bx-bL) - b\sinh(ax)\cosh(bL-bx)] \\ +b\sinh(aL)[a\sinh(bx)\cosh(aL-ax) + b\cosh(bx)\sinh(aL-ax)] \end{bmatrix}}{a^2\sinh^2(bL) - b^2\sinh^2(aL)} \tag{3.46c}$$

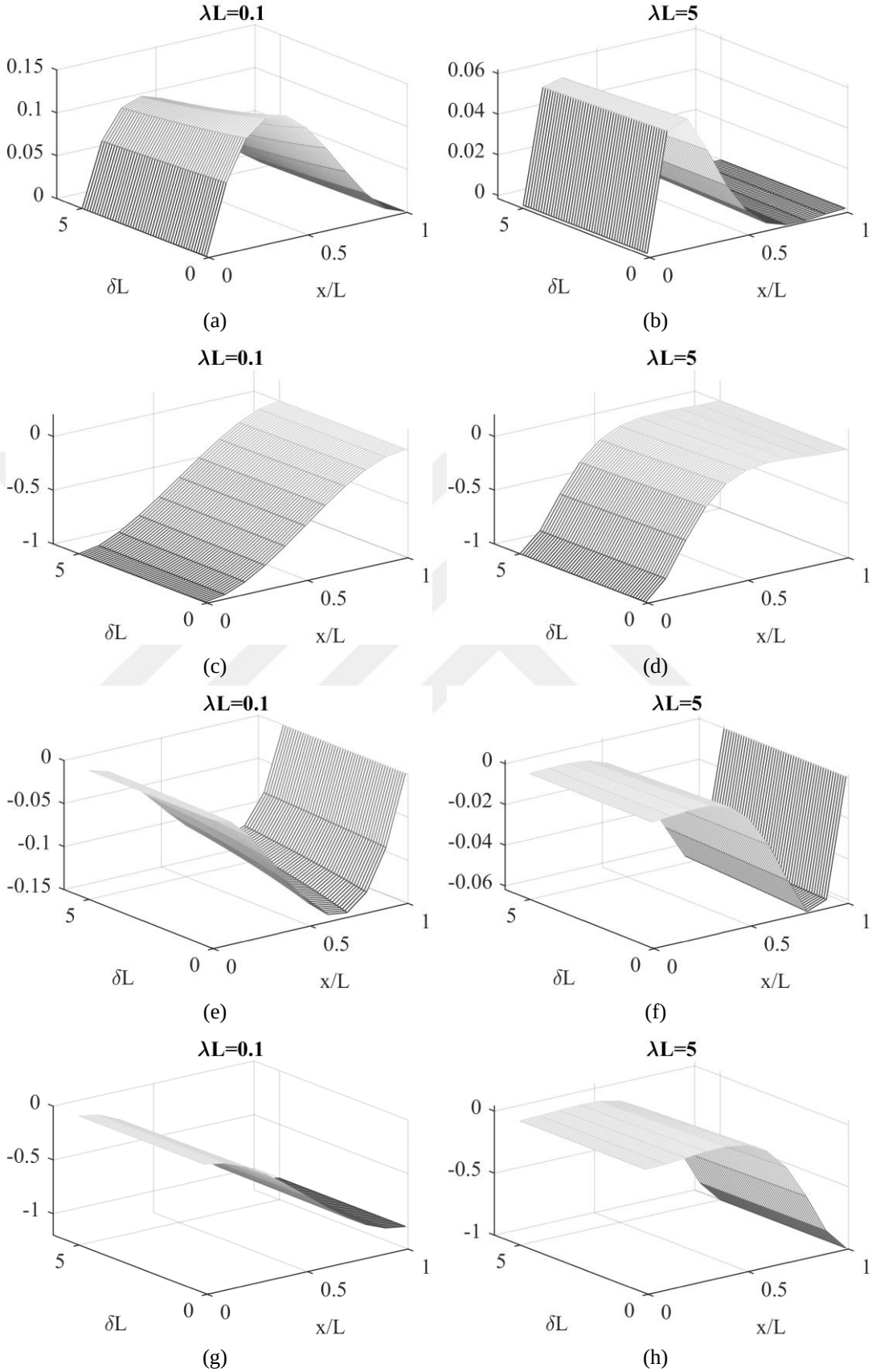
$$\psi_4 = \frac{x}{L} \tag{3.46d}$$

$$\psi_5 = \frac{a\sinh(bx)\sinh(bL)\sinh a(x-L) + b\sinh(ax)\sinh(aL)\sinh b(L-x)}{a^2\sinh^2(bL) - b^2\sinh^2(aL)} \tag{3.46e}$$

$$\psi_6 = \frac{\begin{bmatrix} b\sinh(ax)[b\sinh(aL)\cosh(bL-bx) + a\cosh(bx)\cosh(aL)\sinh(bL)] \\ -a\sinh(bx)[a\sinh(bL)\cosh(aL-ax) + b\cosh(ax)\cosh(bL)\sinh(aL)] \end{bmatrix}}{a^2\sinh^2(bL) - b^2\sinh^2(aL)} \tag{3.46f}$$

Denklem (3.46)'da elde edilen şekil fonksiyonları, zemin olmaması durumunda ($k_1=k_2=0$ için) $\lambda=\delta=0$ ve $\alpha=\beta=0$ olacağından, Denklem (3.11)'de sunulan kiriş şekil fonksiyonlarına eşit olarak elde edilmektedir.

Denklem (3.38) ve Denklem (3.46)'da verilen şekil fonksiyonları elastik zeminin düşey doğrultusundaki parametresini ifade eden λ'nın nispeten küçük ($\lambda L=0.1$) olması durumu ve nispeten büyük olması durumu ($\lambda L=5$) için grafiksel olarak Şekil (3.15)'de sunulmuştur.



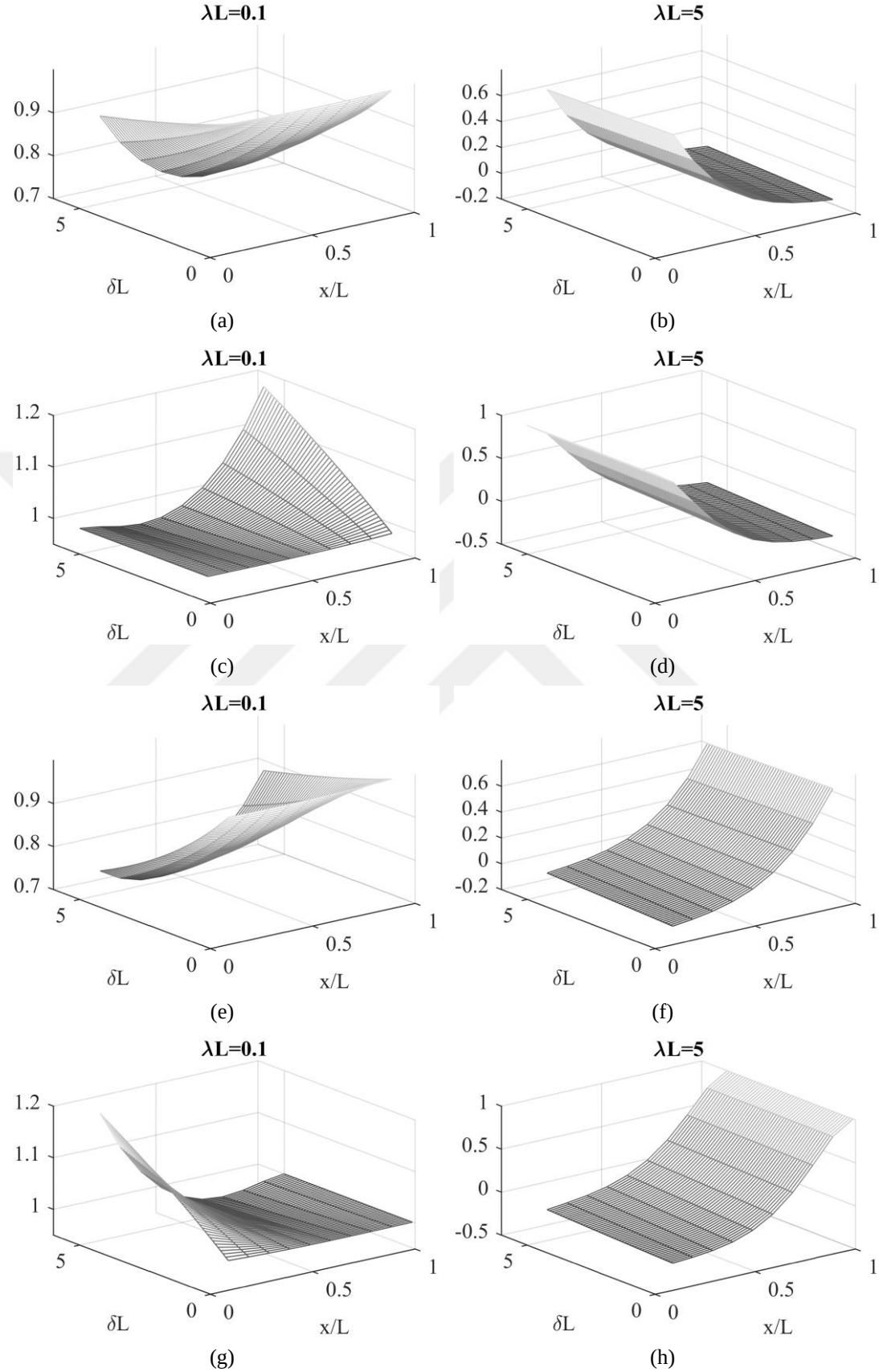
Şekil 3.15 İki-parametreli elastik zemin durumunun şekil fonksiyonları
λL=0.1 için (a) ψ_2, (c) ψ_3, € ψ_5, (g) ψ_6; λL=5 için (b) ψ_2, (d) ψ_3, (f) ψ_5, (h) ψ_6

Şekil (3.15)'deki grafikler şekil fonksiyonlarının elastik zemin parametreleri ile etkileşimini göstermektedir. İlgili şekil fonksiyonları Şekil (3.15)'te karşılıklı olarak incelendiğinde λ'nın zayıf veya güçlü olması durumunda, λ parametresindeki 50 kat artışın uç dönmelerinde genliğin yaklaşık 3 kat azalmasına, uç yerdeğiştirmelerindeki genliğin ise eleman uzunluğu boyunca daha az gerçekleşmesine sebep olduğu görülmektedir. Benzer şekilde yapılan incelemede δ'daki değişimin şekil fonksiyonlarını λ parametresine kıyasla daha az etkilediği anlaşılmaktadır.

Denklem (3.38) ve Denklem (3.46)'da verilen şekil fonksiyonları, elastik zeminin olmadığı durumu ifade eden Denklem (3.11)'deki şekil fonksiyonları ile normalleştirmesi ile elde edilen normalleştirilmiş şekil fonksiyonları ($\underline{\psi_i}= \psi_i/\psi_i^0$) λL=0.1 ve λL=5 durumları için grafiksel olarak Şekil (3.16)'da sunulmuştur.

Şekil (3.16)'da sunulan grafiklerde zemin parametresinin olmadığı duruma göre normalleştirildiğinden, düşey eksendeki değerin 1'e eşit olması, zemin parametresinin olmadığı hâli ifade etmektedir.

Bu grafikler incelendiğinde şekil fonksiyonlarının λ ve δ'nın değişiminden belirgin bir şekilde etkilendiği anlaşılmaktadır.



Şekil 3.16 İki-parametreli elastik zemin için normalleştirilmiş şekil fonksiyonları λL=0.1 için (a) $\underline{\psi_2}$, (c) $\underline{\psi_3}$, (e) $\underline{\psi_5}$, (g) $\underline{\psi_6}$; λL=5 için (b) $\underline{\psi_2}$, (d) $\underline{\psi_3}$, (f) $\underline{\psi_5}$, (h) $\underline{\psi_6}$

Eleman rijitlik matrisinin bileşenleri, Denklem (3.46)'daki şekil fonksiyonları Denklem (3.47a)'da yerine koyularak elde edilir,

$$k_{ij} = EI \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} dx + k_1 \int_{x=0}^{x=L} \psi_i \psi_j dx - k_2 \int_{x=0}^{x=L} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dx \qquad (3.47a)$$

$$k_{11} = -k_{14} = k_{44} = GJ/L \qquad (3.47b)$$

$$k_{22} = \frac{\mathrm{EIab[asinh(2bL) - bsinh(2aL)]}}{\mathrm{a^2 sinh^2(bL) - b^2} sinh^2(\mathrm{aL})} \qquad (3.47c)$$

$$k_{23} = \frac{\mathrm{EI}(a^2 - b^2)[a^2 \mathrm{sinh^2(bL)} + b^2 \mathrm{sinh^2(aL)}]}{a^2 \mathrm{sinh^2(bL)} - b^2 \mathrm{sinh^2(aL)}} \qquad (3.47d)$$

$$k_{25} = \frac{\mathrm{2EIab[bcosh(bL)sinh(aL) - acosh(aL)sinh(bL)]}}{a^2 \mathrm{sinh^2(bL)} - b^2 \mathrm{sinh^2(aL)}} \qquad (3.47e)$$

$$k_{26} = \frac{\mathrm{-2EIab}(a^2 - b^2)\mathrm{sinh(aL)sinh(bL)}}{a^2 \mathrm{sinh^2(bL)} - b^2 \mathrm{sinh^2(aL)}} \qquad (3.47f)$$

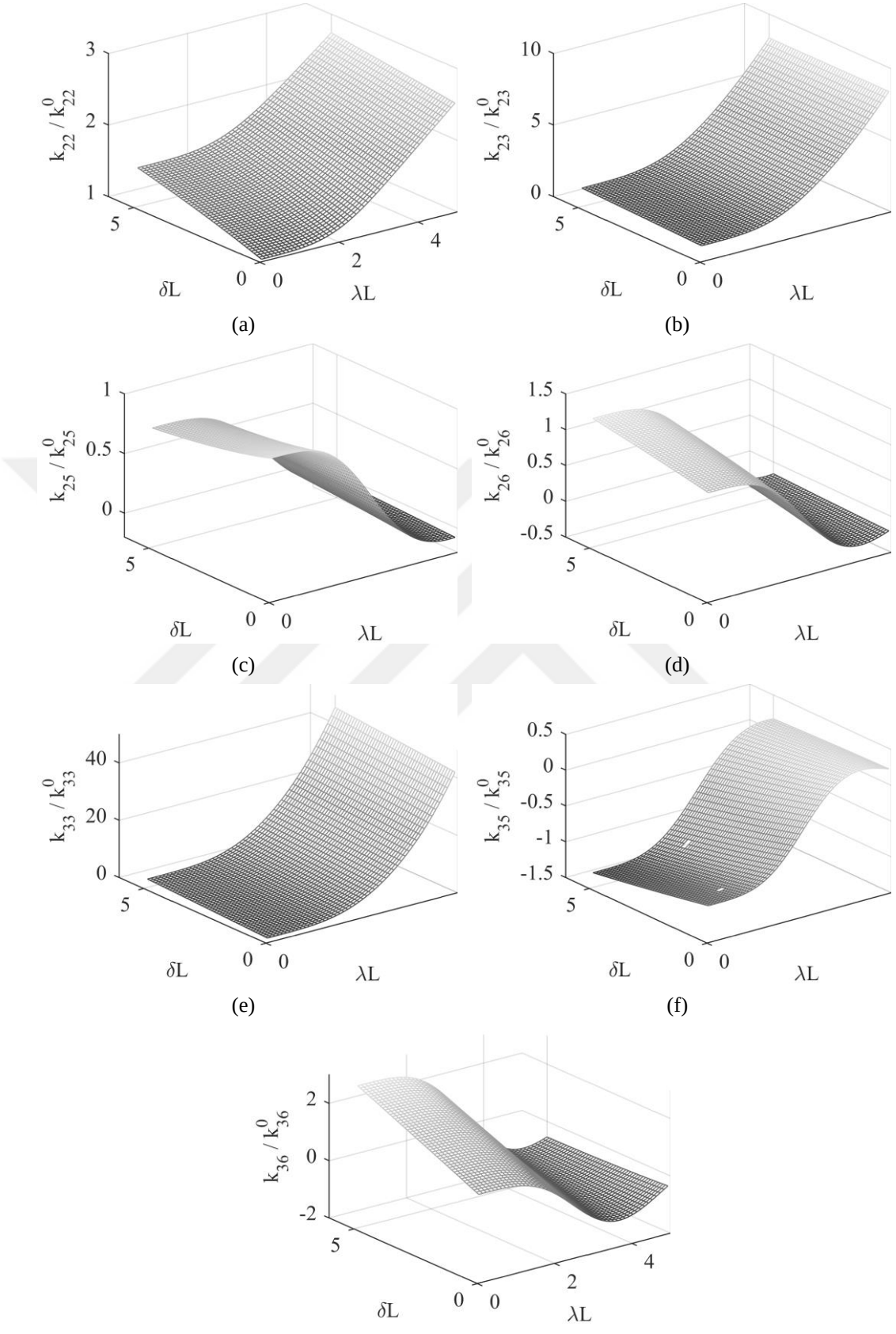
$$k_{33} = \frac{\mathrm{-EIab}(a^2 - b^2)\mathrm{[asinh(2bL) + bsinh(2aL)]}}{\mathrm{a^2 sinh^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)}} \qquad (3.47g)$$

$$k_{35} = \frac{\mathrm{2EIab}(a^2 - b^2)\mathrm{sinh(aL)sinh(bL)}}{\mathrm{a^2 sinh^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)}} \qquad (3.47h)$$

$$k_{36} = \frac{\mathrm{2EIab}(a^2 - b^2)[a\mathrm{cosh(aL)sinh(bL)} + b\mathrm{cosh(bL)sinh(aL)}]}{\mathrm{a^2 sinh^2(bL) - b^2 sinh^2(aL)}} \qquad (3.47i)$$

$$k_{55} = k_{22}; \quad k_{56} = -k_{23}; \quad k_{66} = k_{33} \qquad (3.47j)$$

$$k_{12} = k_{13} = k_{15} = k_{16} = k_{45} = k_{46} = 0 \qquad (3.47k)$$



Şekil 3.17 İki-parametreli zeminin rijitlik matrisine etkisi (a) k_{22}, (b) k_{23}, (c) k_{25}, (d) k_{26}, (e) k_{33}, (f) k_{35}, (g) k_{36}

Denklem (3.47)'deki ifadelerde elastik zeminin olmadığı durumu ifade edecek şekilde a=b→0 limit problemi çözüldüğünde Denklem (3.16)'da sunulan kiriş elemanın rijitlik matrisi bileşenleri elde edilmektedir.

Denklem (3.47)'deki ifadelerin elastik zemin etkisini içermeyen Denklem (3.16)'daki ifadelerle normalleştirilerek elde edilen normalleştirilmiş rijitlik matrisi ifadeleri grafiksel olarak Şekil (3.17)'de sunulmuştur. Bu grafiklerde yatay eksendeki λL bileşeni k_1, δL bileşeni k_2 ile ilintilidir. Burada inceleme λL=δL=0:5 aralığında yapılmıştır.

Şekil (3.17)'de sunulan grafiklerde λL=δL=0:5 aralığında, k_{22}'nin 0~2.74 kat, k_{23}'ün 0.00~8.34 kat, k_{25}'in -0.08~0.99 kat, k_{26}'nın -0.30~1.29 kat, k_{33}'ün 0.00~46 kat, k_{35}'in -1.29~0.30 kat, k_{36}'nın -1.14~2.96 kat etkilendiği hesaplanmıştır. Buradan, bazı bileşenlerin işaret değiştirdiği, bazı bileşenlerin yüksek oranlarda etkilendiği anlaşılmaktadır.

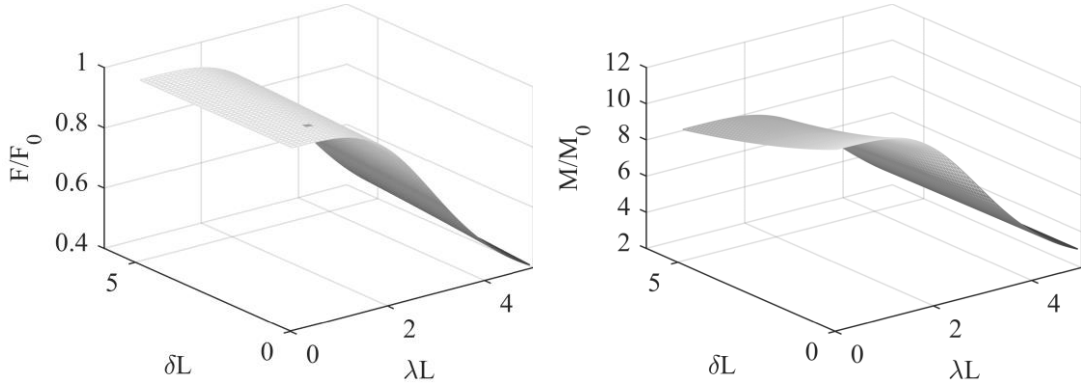
Denklem (3.46)'da verilen şekil fonksiyonları Denklem (3.17)'de yerine koyularak, dış yük vektörünün bileşenleri $q(x)=q_0$ için hesaplanarak aşağıda sunulmuştur.

$$M_1 = -M_2 = \frac{-q[asinh(bL) - bsinh(aL)]}{(a^2 - b^2)[asinh(bL) + bsinh(aL)]} \qquad (3.48a)$$

$$F_1 = F_2 = \frac{2\mathrm{qab}[\cosh(\mathrm{bL}) - \cosh(\mathrm{aL})]}{(a^2 - b^2)[asinh(bL) + bsinh(aL)]} \qquad (3.48b)$$

Denklem (3.48)'deki ifadelerde elastik zeminin olmadığı durumu ifade edecek şekilde a=b→0 limit problemi çözüldüğünde Denklem (3.19)'da sunulan kiriş elemanın yük matrisleri elde edilmektedir.

İki parametreli zeminin uç kuvvet bileşenlerine etkisi Şekil (3.18)'de grafiksel olarak sunulmuştur.



(a) (b)

Şekil 3.18 İki-parametreli zeminin uç kuvvetlere etkisi (a) F, (b) M

Şekil (3.18)'te sunulan grafiklerde, incelenen aralıkta F uç kuvvetinin 0.40~1.00 ve M uç momentinin 0.24~0.99 aralığında etkilendiği hesaplanmıştır.

Bölüm 3.2 – 3.3 – 3.4'den elde edilen rijitlik matrislerini ve yük vektörlerini Bölüm 3.1'de sunulan FGM algoritmasında dikkate alan genel amaçlı bir program Matlab'de kodlanarak farklı zemin tipi seçeneklerine göre analiz yapılmasına imkân veren bir analiz programı hazırlanmıştır. Bu program ilerleyen bölümlerde kullanılacaktır. Programda birim sistemi olarak kN-m sabit dikkate alındığından, birim belirtilmeyen büyüklüklerde kuvvet kN, uzunluk m, basınç kPa, yay rijitliği kPa/m olarak anlaşılmalıdır.

3.5 Levy Plate Teorisi

Bu bölümde Lam (2000)'in çalışmasında yer alan, üzerinde sabit yayılı yük bulunan farklı zemin parametresine sahip, mesnet koşulları farklı 3 tip plak incelenmiştir. Bunlar, tip kodu parantez içinde verilerek aşağıda listelenmiştir,

- 4 kenarı basit mesnetli (SSSS),
- Karşılıklı iki kenarı basit diğer iki kenarı ankastre (SCSC) ve
- Karşılıklı iki kenarı basit mesnetli diğer iki kenarı boşta olan (SFSF).

Lam'in (2000) çalışmasındaki plak sistemleri Levy Plate teorisini dikkate almaktadır. Levy Plate teorisi, karşılıklı iki kenarı basit mesnetli olan sistemlere uygulanabilmektedir. Levy Plate teorisi analitik bir çözüm olup, bir kenarı diğer kenarına kıyasla çok daha uzun olan plaklarda kısa kenarın basit mesnetli olduğu sistemlerde yakınsamaktadır. Örneğin volta döşeme sistemi Levy Plate teorisiyle

çözülebilir. SSSS plak örneğinde referans değer olarak Navier çözümünün 2 parametreli sistemlere uyarlanması ile elde edilen kesin (analitik) değerler dikkate alınmıştır. Bu bölümdeki tüm problemlerde plakta meydana gelen en büyük deformasyonlar normalleştirilerek incelenmiştir,

$$w = \frac{D * w_{max}}{q * L^4} * 10^3$$

Plak boyutları 1x1 ve poisson oranı 0.3 olarak dikkate alınmıştır. Plak kalınlığı örneklerde değişken olup, D=1 eşitliğini sağlayacak şekilde, plak kalınlığına bağlı olarak elastisite modülü aşağıdaki gibi belirlenmiştir,

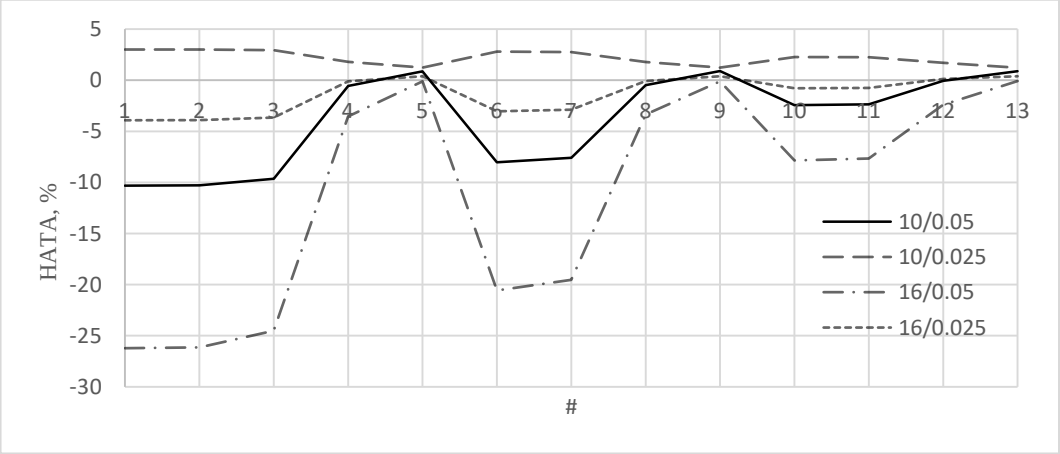
- h=0.025 için E=698880
- h=0.050 için E=87360
- h=0.100 için E=10920

Bu bölümde dikkate alınan plak kalınlığı h değeri, plak uzunluğu birim boy olarak dikkate alındığından (L=1) aynı zamanda normalize edilmiş plak kalınlığı değerini ifade etmektedir (h=h/L).

Bu bölümde belirlenen örnek sonuçları her grup için ortalama, mutlak ortalama ve standart sapması hesaplanarak aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.2 SSSS plak sonuçları

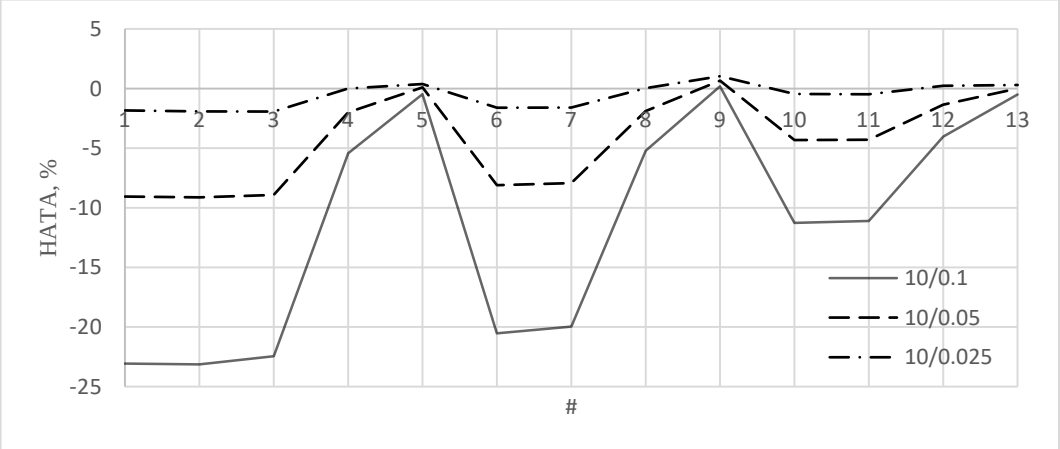
SSSS			h'e bağlı normalleştirilmiş sehim, w					Hata oranı, w (%)			
			n=10x10		n=16x16			n=10x10		n=16x16	
#	k_1	k_2	0.05	0.025	0.05	0.025	Navier	0.05	0.025	0.05	0.025
1	0	0	4.482	3.940	5.128	4.221	4.062	-10.3	3.01	-26.2	-3.91
2	1	0	4.469	2.930	5.111	4.210	4.052	-10.3	3.01	-26.1	-3.90
3	1	1	4.225	3.740	4.798	3.994	3.853	-9.64	2.95	-24.5	-3.66
4	1	81	0.767	0.749	0.790	0.764	0.763	-0.56	1.81	-3.54	-0.12
5	1	625	0.114	0.114	0.115	0.115	0.115	0.87	1.23	-0.11	0.39
6	81	0	3.616	3.253	4.036	3.449	3.347	-8.02	2.81	-20.6	-3.04
7	81	1	3.453	3.121	3.836	3.302	3.210	-7.59	2.76	-19.5	-2.88
8	81	81	0.735	0.719	0.756	0.732	0.732	-0.48	1.79	-3.35	-0.08
9	81	625	0.114	0.113	0.115	0.114	0.115	0.89	1.23	-0.10	0.39
10	625	0	1.543	1.472	1.624	1.518	1.506	-2.44	2.27	-7.84	-0.78
11	625	1	1.511	1.443	1.589	1.487	1.476	-2.36	2.26	-7.66	-0.75
12	625	81	0.571	0.561	0.584	0.570	0.570	-0.06	1.70	-2.40	0.12
13	625	625	0.109	0.108	0.110	0.109	0.109	0.89	1.22	-0.08	0.39
							Ortalama	-3.78	2.16	-10.9	-1.37
							Mutlak ortalama	4.19	2.16	10.9	1.57
							Standart sapma	4.44	0.68	10.3	1.72



Şekil 3.19 SSSS hata oranları (%)

Tablo 3.3 SCSC plak sonuçları

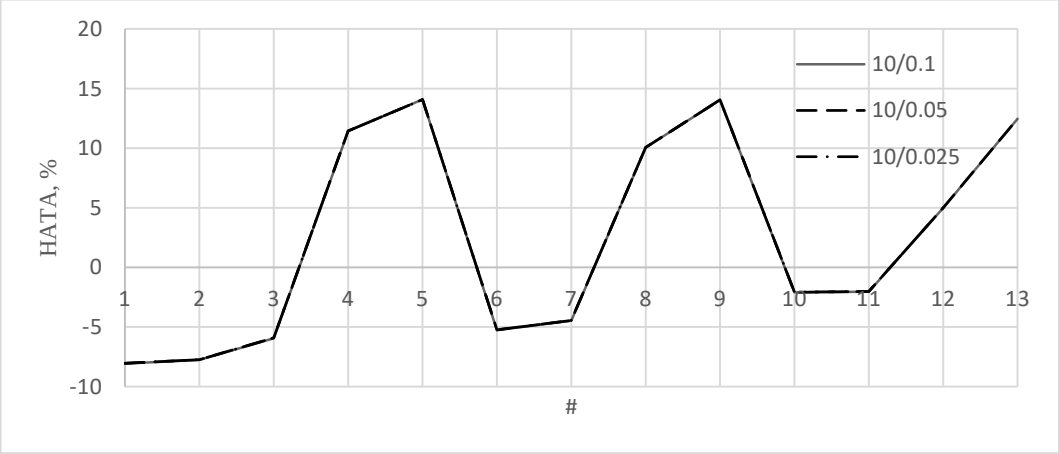
SCSC			h'e bağlı normalleştirilmiş sehim, w n=10x10				Hata oranı, w (%) n=10x10		
#	k_1	k_2	0.1	0.05	0.025	Levy	0.1	0.05	0.025
1	0	0	2.363	2.094	1.955	1.920	-23.1	-9.06	-1.84
2	1	0	2.359	2.091	1.953	1.916	-23.1	-9.13	-1.92
3	1	1	2.283	2.031	1.900	1.864	-22.5	-8.93	-1.93
4	1	81	0.627	0.607	0.595	0.595	-5.43	-2.00	0.00
5	1	625	0.107	0.106	0.106	0.106	-0.47	0.09	0.38
6	81	0	2.101	1.884	1.771	1.743	-20.5	-8.11	-1.61
7	81	1	2.039	1.835	1.727	1.700	-20.0	-7.94	-1.60
8	81	81	0.606	0.587	0.576	0.576	-5.21	-1.89	0.03
9	81	625	0.106	0.105	0.105	0.106	0.19	0.66	1.04
10	625	0	1.189	1.115	1.074	1.069	-11.3	-4.32	-0.45
11	625	1	1.169	1.097	1.057	1.052	-11.1	-4.29	-0.48
12	625	81	0.491	0.478	0.471	0.472	-4.03	-1.36	0.23
13	625	625	0.102	0.101	0.101	0.101	-0.50	0.00	0.30
						Ortalama	-11.3	-4.33	-0.60
						Mutlak ortalama	11.3	4.44	0.91
						Standart sapma	9.00	3.69	1.00



Şekil 3.20 SCSC hata oranları (%)

Tablo 3.4 SFSF plak sonuçları

#	SCSC k_1	SCSC k_2	h'e bağlı normalleştirilmiş sehim, w n=10x10 0.1	0.05	0.025	Levy	Hata oranı, w (%) n=10x10 0.1	0.05	0.025
1	0	0	14.15	14.14	14.14	13.09	-8.07	-8.05	-8.04
2	1	0	13.99	13.99	13.99	12.98	-7.77	-7.74	-7.73
3	1	1	12.60	12.59	12.60	11.89	-5.94	-5.92	-5.91
4	1	81	1.391	1.391	1.391	1.571	11.44	11.44	11.44
5	1	625	0.196	0.196	0.196	0.228	14.08	14.08	14.08
6	81	0	7.368	7.367	7.366	7.000	-5.26	-5.24	-5.23
7	81	1	6.961	6.960	6.959	6.663	-4.47	-4.46	-4.45
8	81	81	1.275	1.275	1.274	1.471	10.05	10.06	10.06
9	81	625	0.193	0.193	0.193	0.225	14.04	14.04	14.06
10	625	0	1.717	1.717	1.717	1.682	-2.09	-2.09	-2.08
11	625	1	1.694	1.694	1.694	1.660	-2.04	-2.02	-2.02
12	625	81	0.809	0.809	0.809	0.851	4.99	4.99	5.00
13	625	625	0.178	0.178	0.178	0.203	12.46	12.46	12.46
						Ortalama	2.42	2.43	2.43
						Mutlak ortalama	7.90	7.89	7.89
						Standart sapma	8.54	8.53	8.53



Şekil 3.21 SFSF hata oranları (%)

Hesaplanan veriler incelendiğinde en büyük deformasyonda meydana gelen hata oranlarıyla ilgili olarak özetle aşağıdaki sonuçlara ulaşılmaktadır,

- SSSS örneğinde en düşük değerler, n=16x16 ve h=0.025 için ortalama=1.57; n=10x10 ve h=0.025 için standart sapma=0.68 olarak,
- SCSC örneğinde en düşük değerler, n=10 ve h=0.025 için ortalama=0.91 ve standart sapma=1.00 olarak,
- SFSF örneğinde ise tüm durumlarda ortalama=7.89 ve standart sapma=8.53 olarak elde edilmiştir.
- Genel olarak plak kalınlığının azalması hata oranının düşmesini sağlamaktadır.
- Bölme sayısı hata oranını etkilemektedir.

Elde edilen sonuçlar dikkate alındığında bölme sayısı ve plak boyutlarının değişkenliğinin hata oranı ile bağlantısının irdelenmesi gerektiği anlaşılmaktadır.

3.6 Dört Tarafı Basit Mesnetli Plağın İrdelenmesi

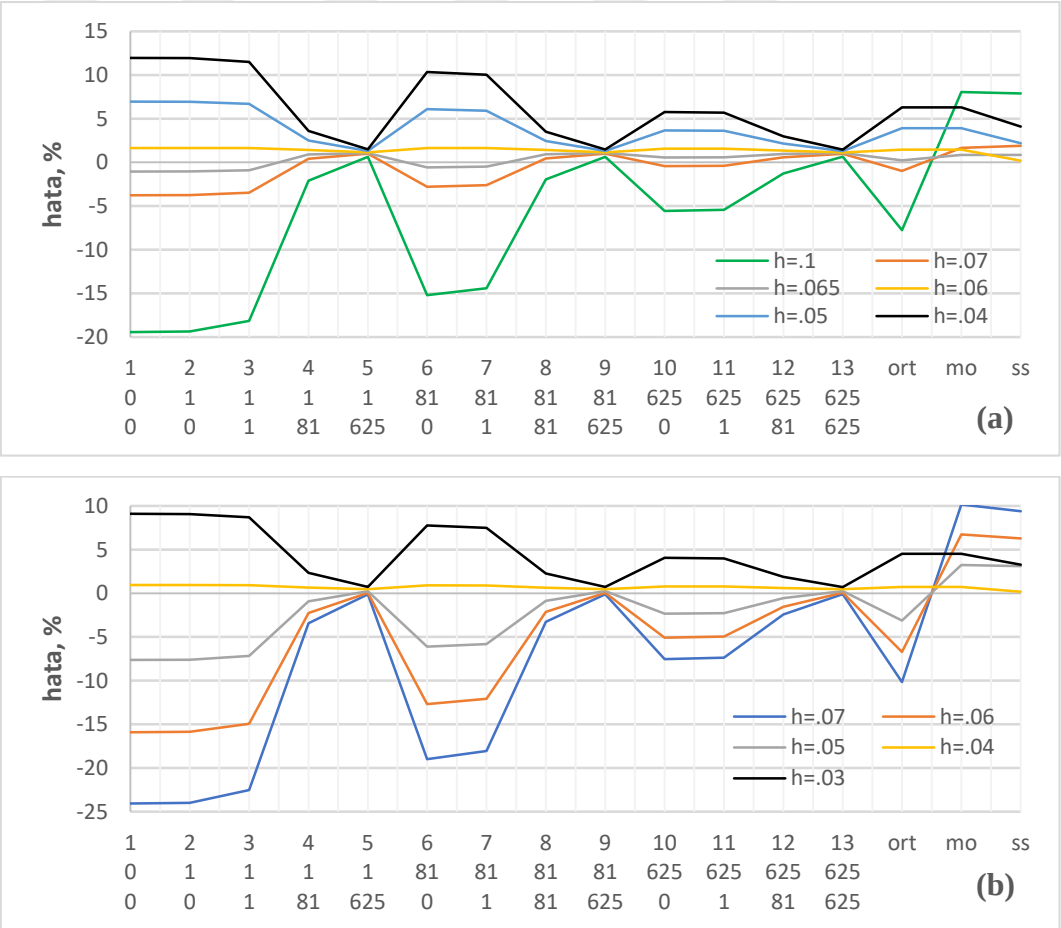
Üzerinde düzgün yayılı yük ile yüklü, dört tarafından basit mesnetli plak sisteminde referans olarak dikkate alınan Navier çözümünün kesin değerleri ifade etmesinden dolayı bu plak sistemi üzerinde daha detaylı incelemeler yapılmıştır. Navier çözümünün, ortasından tekil yük ile yüklü plak için de analitik çözümü bulunmaktadır.

Tablo (3.2) ve Şekil (3.19) dikkate alındığında hata oranının plak kalınlığı ve bölme sayısı ile doğrudan ilintili olduğu anlaşılmaktadır. Plak boyutlarının, malzeme parametreleri E ve v'nin de hata oranı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Her örnek için zemin parametreleri k_1 ve k_2 için değişken değerlere bağlı 13 farklı durum incelenerek hata oranları hesaplanmıştır. Hata oranlarının ortalamaları ve standart sapmalarına bağlı olarak değerlendirme yapılmıştır. Zemin parametrelerinin değişkenliğinin sonuçlara etkisinin incelenmesinde, hata oranlarındaki saçılmaların düşük seviyede olmasının gerektiği düşünüldüğü için standart sapma değerleri de incelenecektir.

Aşağıda Tablo (3.5) – (3.8)'de ve Şekil (3.22) – (3.25)'deki grafiklerde plak kalınlığı h=[0.1 0.07 0.065 0.06 0.05 0.04] değerlerine bağlı hata oranları sunulmuştur.

Tablo 3.5 v=0.1 için hata oranları

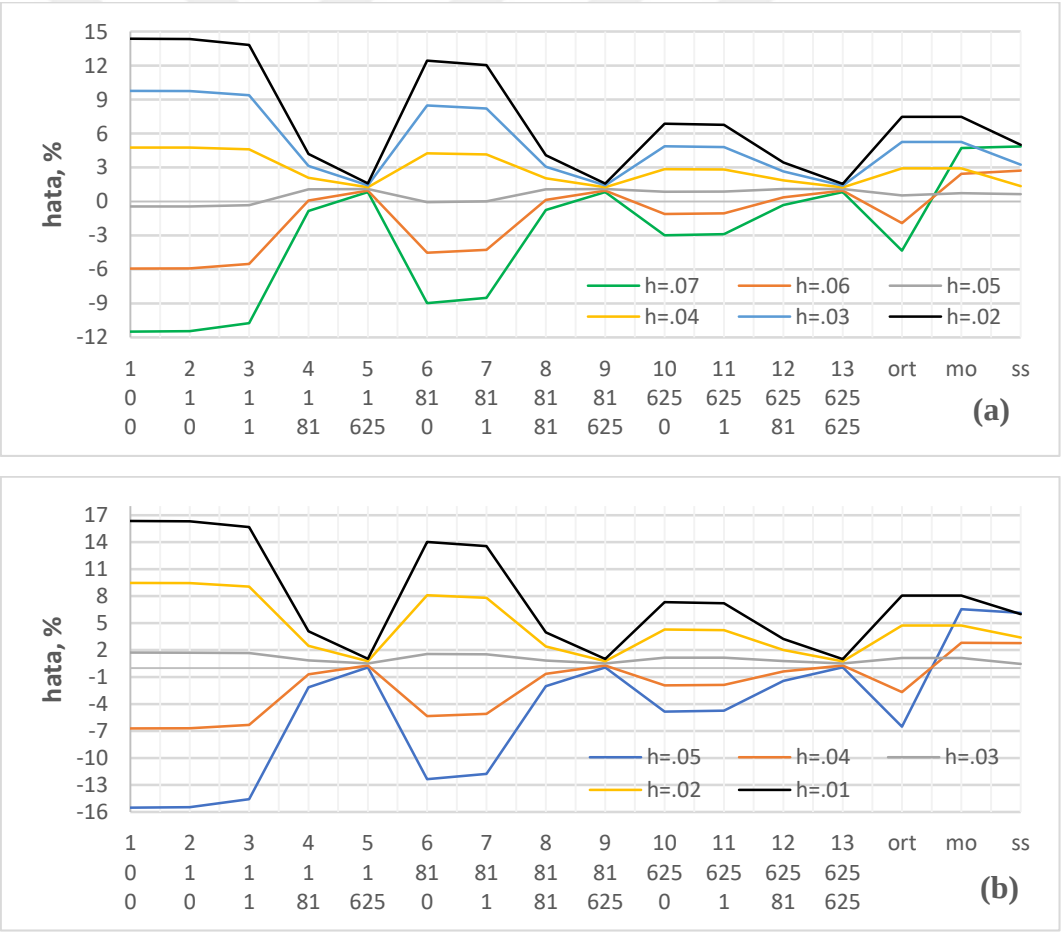
SSSS, v=0.1			n=10x10						n=16x16				
#	k_1	k_2	0.1	0.07	0.065	0.06	0.05	0.04	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03
1	0	0	-19.4	-3.77	-1.05	1.64	6.95	12.0	-24.1	-15.9	-7.63	0.94	9.09
2	1	0	-19.4	-3.75	-1.04	1.64	6.93	11.9	-24.0	-15.9	-7.61	0.94	9.07
3	1	1	-18.2	-3.48	-0.91	1.64	6.69	11.5	-22.5	-14.9	-7.18	0.93	8.70
4	1	81	-2.09	0.41	0.91	1.42	2.50	3.60	-3.43	-2.26	-0.92	0.64	2.34
5	1	625	0.63	1.00	1.04	1.15	1.31	1.49	-0.12	0.04	0.24	0.47	0.73
6	81	0	-15.2	-2.79	-0.57	1.65	6.08	10.3	-19.0	-12.7	-6.10	0.90	7.76
7	81	1	-14.4	-2.61	-0.48	1.64	5.91	10.0	-18.1	-12.1	-5.81	0.90	7.49
8	81	81	-1.96	0.44	0.92	1.41	2.44	3.50	-3.27	-2.14	-0.86	0.64	2.27
9	81	625	0.63	1.00	1.07	1.15	1.31	1.48	-0.12	0.05	0.24	0.47	0.73
10	625	0	-5.57	-0.42	0.56	1.57	3.66	5.76	-7.54	-5.08	-2.34	0.78	4.06
11	625	1	-5.43	-0.39	0.58	1.57	3.62	5.68	-7.37	-4.96	-2.28	0.78	3.99
12	625	81	-1.28	0.58	0.96	1.34	2.14	2.98	-2.42	-1.56	-0.57	0.60	1.87
13	625	625	0.64	0.99	1.07	1.13	1.29	1.45	-0.10	0.06	0.24	0.46	0.71
	Ortalama		-7.77	-0.98	0.24	1.46	3.91	6.28	-10.2	-6.72	-3.12	0.73	4.52
	Mutlak ort.		8.06	1.66	0.86	1.46	3.91	6.28	10.2	6.74	3.23	0.73	4.52
Standart sapma			7.88	1.89	0.85	0.20	2.20	4.09	9.40	6.27	3.10	0.18	3.27



Şekil 3.22 v=0.1 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16

Tablo 3.6 v=0.2 için hata oranları

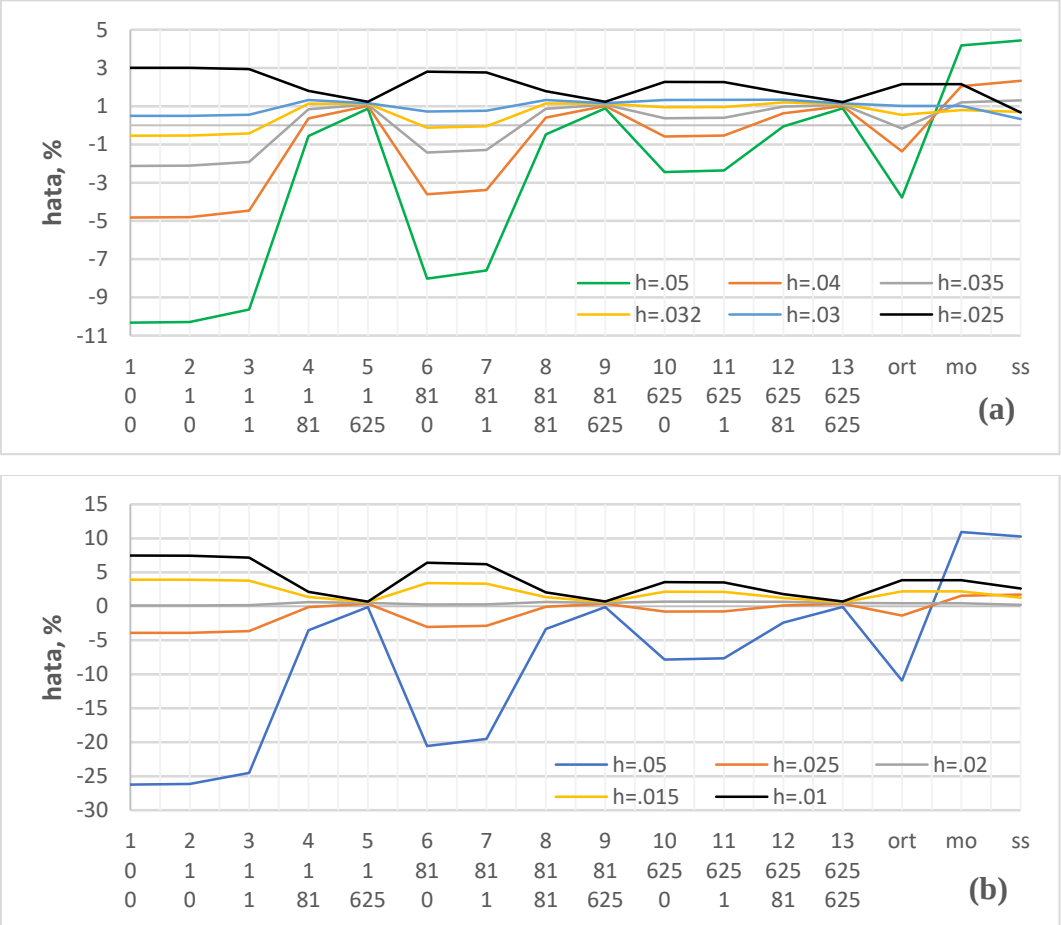
SSSS, v=0.2			n=10x10						n=16x16				
#	k_1	k_2	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
1	0	0	-11.5	-5.93	-0.44	4.76	9.76	14.4	-15.5	-6.72	1.71	9.47	16.4
2	1	0	-11.5	-5.91	-0.44	4.75	9.74	14.4	-15.5	-6.70	1.71	9.45	16.3
3	1	1	-10.7	-5.52	-0.33	4.61	9.38	13.8	-14.6	-6.31	1.67	9.06	15.7
4	1	81	-0.83	0.09	1.07	2.08	3.14	4.20	-2.13	-0.71	0.85	2.47	4.10
5	1	625	0.82	0.96	1.11	1.26	1.42	1.59	0.07	0.28	0.51	0.76	1.02
6	81	0	-8.98	-4.53	-0.06	4.25	8.47	12.4	-12.4	-5.35	1.56	8.09	14.03
7	81	1	-8.51	-4.27	0.01	4.15	8.21	12.0	-11.8	-5.09	1.53	7.81	13.56
8	81	81	-0.75	0.13	1.08	2.05	3.06	4.08	-2.02	-0.65	0.84	2.39	3.96
9	81	625	0.82	0.96	1.10	1.26	1.42	1.58	0.07	0.28	0.51	0.76	1.02
10	625	0	-2.98	-1.11	0.86	2.84	4.87	6.86	-4.85	-1.93	1.16	4.28	7.33
11	625	1	-2.89	-1.06	0.87	2.82	4.81	6.76	-4.73	-1.87	1.15	4.21	7.20
12	625	81	-0.31	0.37	1.10	1.86	2.65	3.45	-1.43	-0.37	0.78	2.00	3.23
13	625	625	0.82	0.95	1.09	1.24	1.39	1.55	0.09	0.29	0.51	0.74	0.99
		Ortalama	-4.34	-1.91	0.54	2.92	5.26	7.47	-6.51	-2.68	1.11	4.73	8.06
		Mutlak ort.	4.72	2.44	0.74	2.92	5.26	7.47	6.55	2.81	1.11	4.73	8.06
		Standart sapma	4.86	2.73	0.64	1.35	3.25	4.99	6.14	2.77	0.46	3.40	5.99



Şekil 3.23 v=0.2 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16

Tablo 3.7 v=0.3 için hata oranları

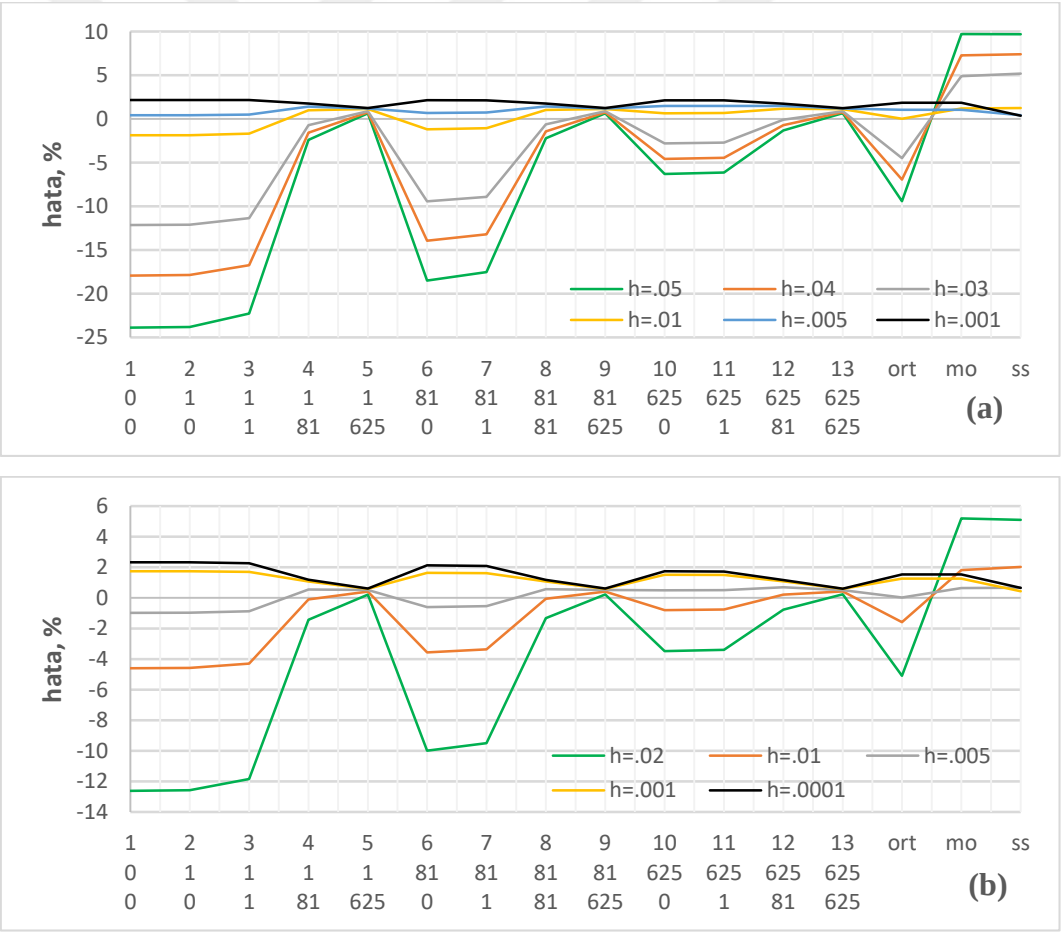
SSSS, v=0.3			n=10x10						n=16x16				
#	k_1	k_2	.05	.04	.035	.032	.03	.025	.05	.025	.02	.015	.01
1	0	0	-10.3	-4.82	-2.12	-0.54	0.49	3.01	-26.2	-3.91	0.12	3.92	7.46
2	1	0	-10.3	-4.80	-2.11	-0.53	0.50	3.01	-26.1	-3.90	0.12	3.91	7.45
3	1	1	-9.64	-4.46	-1.92	-0.42	0.56	2.95	-24.5	-3.66	0.16	3.77	7.15
4	1	81	-0.56	0.36	0.84	1.13	1.32	1.81	-3.54	-0.12	0.63	1.37	2.12
5	1	625	0.87	1.02	1.09	1.13	1.16	1.23	-0.11	0.39	0.50	0.61	0.70
6	81	0	-8.02	-3.61	-1.42	-0.12	0.73	2.81	-20.6	-3.04	0.26	3.42	6.40
7	81	1	-7.59	-3.38	-1.29	-0.05	0.77	2.76	-19.5	-2.88	0.29	3.32	6.20
8	81	81	-0.48	0.41	0.86	1.14	1.33	1.79	-3.35	-0.08	0.63	1.35	2.06
9	81	625	0.89	1.02	1.09	1.13	1.16	1.23	-0.10	0.39	0.50	0.61	0.72
10	625	0	-2.44	-0.58	0.37	0.95	1.33	2.27	-7.84	-0.78	0.69	2.15	3.57
11	625	1	-2.36	-0.54	0.40	0.96	1.33	2.26	-7.66	-0.75	0.70	2.12	3.52
12	625	81	-0.06	0.63	0.98	1.20	1.34	1.70	-2.40	0.12	0.67	1.23	1.78
13	625	625	0.89	1.01	1.08	1.12	1.15	1.22	-0.08	0.39	0.49	0.60	0.70
		Ortalama	-3.78	-1.37	-0.16	0.55	1.01	2.16	-10.9	-1.37	0.44	2.18	3.83
		Mutlak ort.	4.19	2.05	1.20	0.80	1.01	2.16	10.9	1.57	0.44	2.18	3.83
		Standart sapma	4.44	2.33	1.31	0.71	0.33	0.68	10.3	1.72	0.22	1.27	2.62



Şekil 3.24 v=0.3 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16

Tablo 3.8 v=0.4 için hata oranları

SSSS, v=0.4			n=10x10						n=16x16				
#	k_1	k_2	.05	.04	.03	.01	.005	.001	.02	.01	.005	.001	.0001
1	0	0	-23.9	-17.9	-12.2	-1.87	0.42	2.17	-12.6	-4.60	-0.98	1.74	2.33
2	1	0	-23.8	-17.9	-12.1	-1.86	0.42	2.17	-12.6	-4.58	-0.97	1.74	2.33
3	1	1	-22.3	-16.7	-11.4	-1.68	0.49	2.16	-11.8	-4.30	-0.88	1.71	2.27
4	1	81	-2.39	-1.57	-0.71	1.00	1.42	1.76	-1.43	-0.10	0.55	1.07	1.18
5	1	625	0.64	0.76	0.88	1.13	1.20	1.25	0.22	0.42	0.51	0.59	0.61
6	81	0	-18.5	-13.9	-9.43	-1.19	0.69	2.14	-9.99	-3.56	-0.61	1.64	2.13
7	81	1	-17.5	-13.2	-8.92	-1.06	0.74	2.13	-9.50	-3.37	-0.54	1.62	2.09
8	81	81	-2.22	-1.43	-0.61	1.03	1.43	1.75	-1.33	-0.05	0.57	1.07	1.18
9	81	625	0.64	0.76	0.88	1.13	1.20	1.25	0.22	0.42	0.51	0.59	0.61
10	625	0	-6.30	-4.58	-2.81	0.65	1.48	2.14	-3.49	-0.80	0.50	1.51	1.74
11	625	1	-6.13	-4.45	-2.71	0.67	1.49	2.13	-3.39	-0.76	0.51	1.51	1.73
12	625	81	-1.31	-0.72	-0.09	1.18	1.49	1.74	-0.77	0.21	0.70	1.08	1.17
13	625	625	0.66	0.77	0.89	1.13	1.19	1.23	0.23	0.42	0.51	0.59	0.60
	Ortalama		-9.42	-6.93	-4.48	0.02	1.05	1.85	-5.10	-1.59	0.03	1.27	1.54
	Mutlak ort.		9.71	7.29	4.89	1.20	1.05	1.85	5.20	1.81	0.64	1.27	1.54
	Standart sapma		9.69	7.40	5.18	1.25	0.42	0.37	5.10	2.03	0.66	0.44	0.65



Şekil 3.25 v=0.4 için hata oranları (%), (a) n=10x10, (b) n=16x16

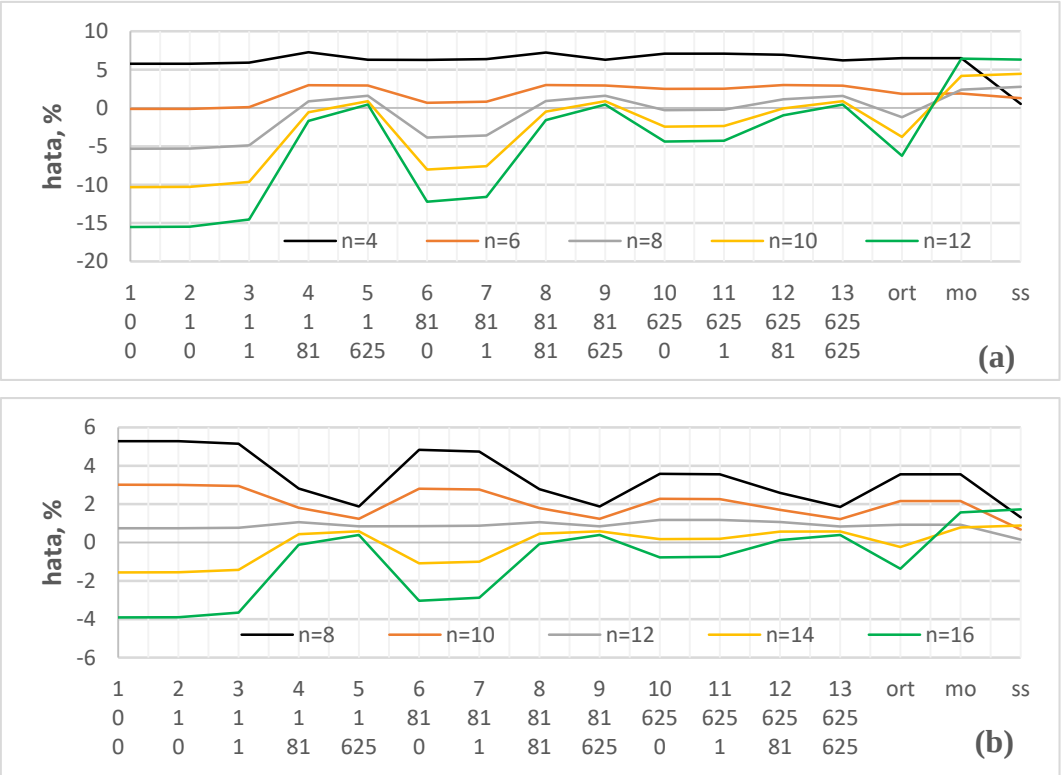
Şekil (3.22) – (3.25) arasındaki şekillerde poisson oranı ve bölme sayısı sabit tutularak plak kalınlığının değişkenliğine bağlı olarak hata oranları gösterilmektedir. Şekillerde plak kalınlığı optimum hata oranını yakalayacak aralığı ifade edebilecek şekilde belirlenmiştir. Şekillere göre aşağıdaki çıkarımlar yapılabilir,

- Plak kalınlığının azalmasıyla plakta meydana gelen en büyük sehim azalmaktadır.
- Bölme sayısı arttıkça plak optimum kalınlığı azalmaktadır. Bir başka deyişle, plak kalınlığı azaldıkça bölme sayısı artmaktadır.
- Poisson oranı arttıkça plak kalınlığı azalmaktadır.

Boyutları ve malzeme bilgileri belli olan bir plağın ızgara sistemine uyarlanırken kaç parçaya ayrılması gerektiğini belirlemek amacıyla yapılan uygulamalar iki farklı plak için aşağıdaki Tablo (3.9) ile Şekil (3.26)'daki grafiklerde gösterilmiştir.

Tablo 3.9 v=0.3 için bölme sayısına bağlı hata oranları

	SSSS		1x1x0.05, v=0.3					1x1x0.025, v=0.3				
#	k1	k2	n=4	n=6	n=8	n=10	n=12	n=8	n=10	n=12	n=14	n=16
1	0	0	5.76	-0.12	-5.31	-10.3	-15.5	5.28	3.01	0.74	-1.56	-3.91
2	1	0	5.77	-0.11	-5.29	-10.3	-15.5	5.28	3.01	0.74	-1.55	-3.90
3	1	1	5.92	0.11	-4.88	-9.64	-14.5	5.15	2.95	0.77	-1.43	-3.66
4	1	81	7.26	2.97	0.86	-0.56	-1.69	2.81	1.81	1.06	0.44	-0.12
5	1	625	6.29	2.93	1.59	0.88	0.44	1.88	1.23	0.84	0.58	0.39
6	81	0	6.27	0.66	-3.85	-8.02	-12.2	4.83	2.81	0.85	-1.09	-3.04
7	81	1	6.37	0.81	-3.58	-7.59	-11.6	4.74	2.76	0.87	-1.00	-2.88
8	81	81	7.22	2.98	0.91	-0.47	-1.57	2.78	1.79	1.06	0.46	-0.08
9	81	625	6.28	2.93	1.59	0.88	0.44	1.88	1.23	0.84	0.58	0.39
10	625	0	7.08	2.48	-0.28	-2.44	-4.38	3.58	2.27	1.17	0.17	-0.78
11	625	1	7.09	2.51	-0.23	-2.36	-4.26	3.55	2.26	1.18	0.19	-0.75
12	625	81	6.94	2.98	1.13	-0.05	-0.96	2.58	1.70	1.07	0.56	0.12
13	625	625	6.21	2.89	1.57	0.88	0.45	1.85	1.22	0.83	0.58	0.39
Ortalama			6.49	1.85	-1.21	-3.78	-6.22	3.55	2.16	0.93	-0.24	-1.37
Mutlak ort.			6.49	1.88	2.39	4.18	6.43	3.55	2.16	0.93	0.78	1.57
Standart sapma			0.53	1.28	2.76	4.44	6.30	1.31	0.68	0.15	0.88	1.72



Şekil 3.26 v=0.3 için bölme sayısına bağlı hata oranları (%), (a) 1x1x0.05, (b) 1x1x0.025

Şekil (3.26)'daki grafiklerde plak boyutları ve malzeme parametreleri sabit tutularak plak bölme sayısına bağlı hata oranları verilmiştir. Bu şekillere göre aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır,

- Şekil (3.26a)'da sunulan 0.05 kalınlıktaki plakta optimum değer olarak n=6x6 bölme durumunda hata oranlarının ortalaması 1.88 ve standart sapması için 1.28 elde edilmiştir.
- Şekil (3.26b)'de sunulan 0.025 kalınlıktaki plakta optimum değer olarak n=12x12 bölme durumunda hata oranlarının ortalaması 0.93 ve standart sapma için 0.15 elde edilmiştir.
- Her iki grafikten, hata oranları ile ilgili olarak optimum bir sonuca ulaşılabilmektedir.

Birçok sistem üzerinde yapılan çalışma sonucunda boyutları ve malzeme parametreleri belli bir plağın ızgara sistemine dönüşümünde uygulanabilecek bölme sayısı için plak ve ızgara eleman rijitlikleri ile bağlantılı olarak aşağıdaki ifade geliştirilmiştir.

$$\left(\frac{\mathrm{EI}_{ix}+\mathrm{GJ}_{ix}}{b_{ix}}\right)^{-1}+\left(\frac{\mathrm{EI}_{iy}+\mathrm{GJ}_{iy}}{b_{iy}}\right)^{-1}=\left[D*\left(1+\frac{0.5-v}{10}\right)\right]^{-1} \tag{3.49}$$

Burada EI ve GJ ızgara elemanın eğilme ve burulma rijitliğini ifade etmektedir. "ix" indisi x doğrultusundaki ızgara elemanı, "iy" indisi ise y doğrultusundaki ızgara elemanı ile ilgilidir. İlgili doğrultudaki plak genişliği B, ızgara elemanın genişliği b_i ve bölme sayısı n olmak üzere, B=n*b_i şeklinde ifade edilebilir. Denklem (3.49) kare plaklar için $b_i=b_{ix}=b_{iy}$ dönüşümü yapılarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir,

$$\mathrm{hr}=\frac{D*b_i}{\mathrm{EI}_i+\mathrm{GJ}_i}*\left(1+\frac{0.5-v}{10}\right)=0.5 \tag{3.50}$$

Denklem (3.50)'de b_i yerine B/n yazılıp ifade basitleştirilerek poisson oranı ve plak geometrisine bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$\left(\frac{h}{B}\right)^5*n^5-12*\frac{h}{B}*\mathrm{n}+\frac{v^2+1.8*v-0.9}{0.105*(v-1)}=0 \tag{3.51a}$$

Denklem (3.51a)'da $\alpha=\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{B}}$ ve $\beta=\frac{\mathrm{v}^2+1.8*\mathrm{v}-0.9}{0.105*(\mathrm{v}-1)}$ için

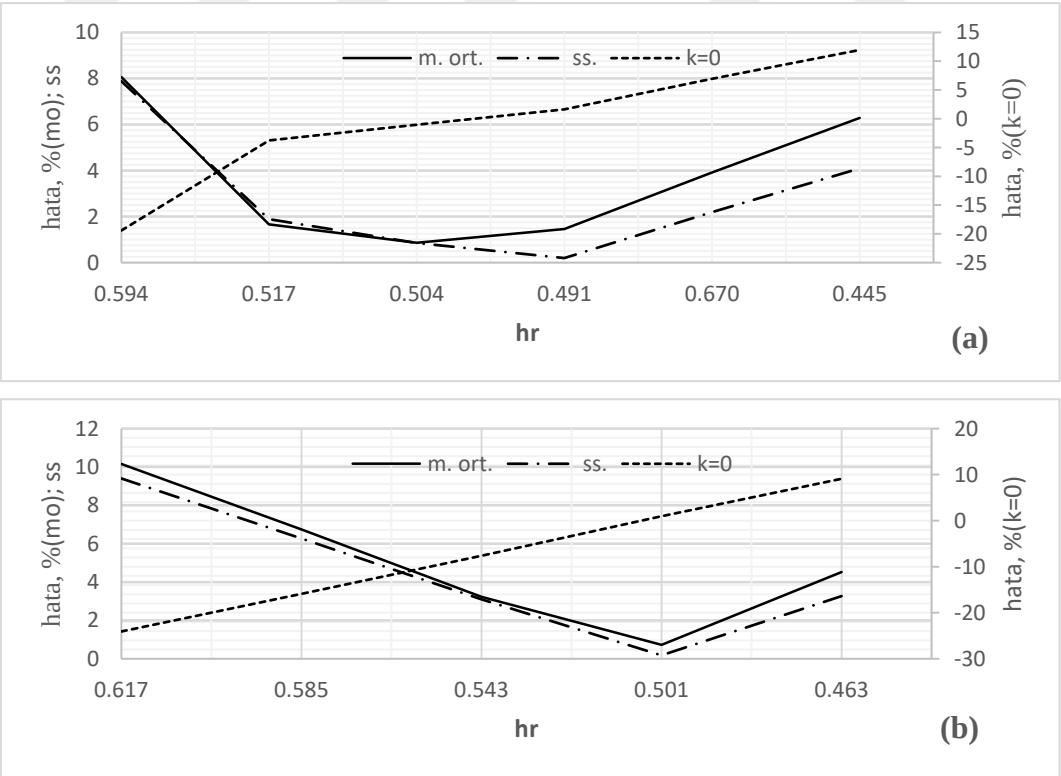
$$(\alpha n)^5-12\alpha n+\beta=0 \tag{3.51b}$$

Bu ifadeyi plağın her iki yönü için yaklaşık olarak sağlayan n bölme sayısı, $k_1=k_2=0$ durumunda hata oranlarının ortalaması ve standart sapması için düşük değerler vererek optimum sonuca varılmasını sağlamaktadır.

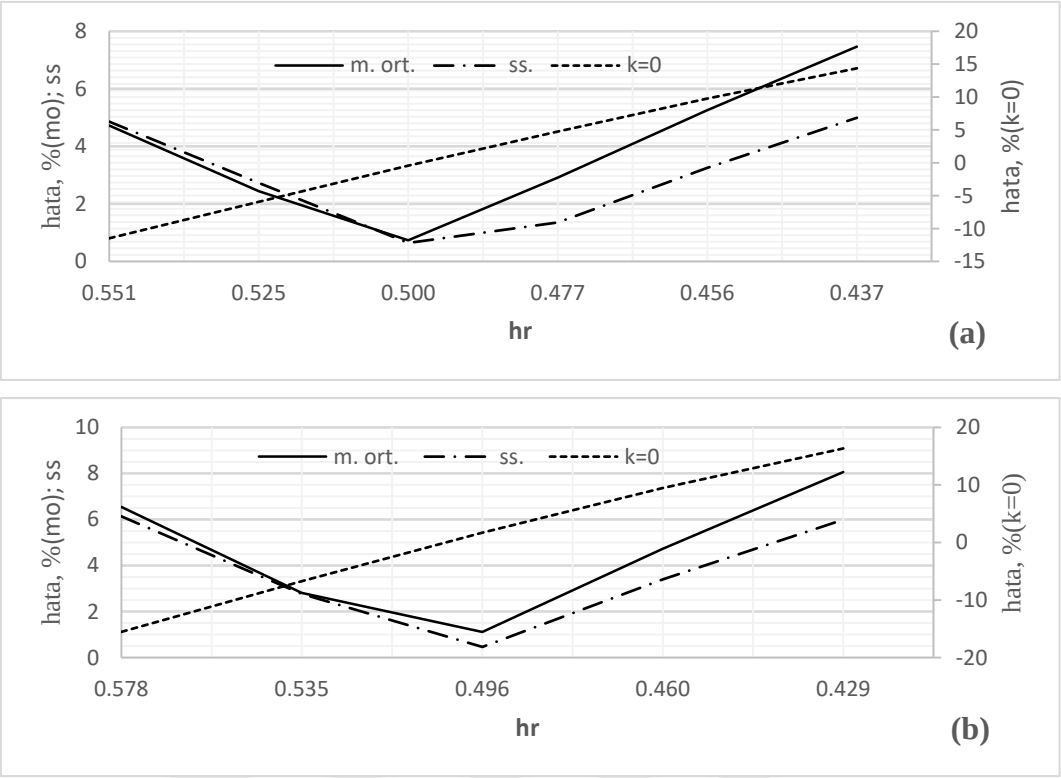
Daha önce Şekil (3.22) – (3.25)'de grafikleri verilmiş olan hata oranlarına ait ortalama ve standart sapma değerleri hr katsayısı hesaplanarak aşağıdaki Şekil (3.27) – (3.30) aralığındaki grafiklerde sunulmuştur. Standart sapmadaki değişkenlikten dolayı, zemin etkisinin olmadığı $k=k_1=k_2=0$ durum da grafiklere eklenmiştir.

Tablo 3.10 Farklı poisson oranları için hata oranlarının değerlendirilmesi

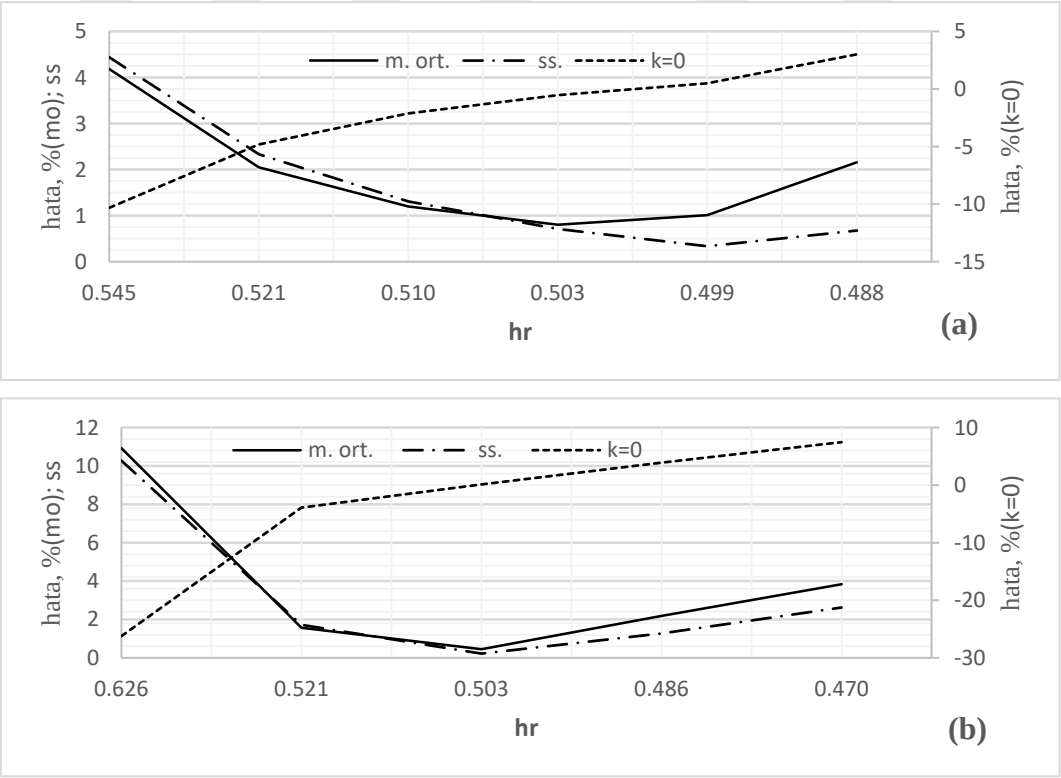
SSSS		n=10x10						n=16x16				
v=0.1	k=0	-19.4	-3.77	-1.05	1.64	6.95	12.0	-24.1	-15.9	-7.63	0.94	9.09
	mo	8.06	1.06	0.86	1.46	3.91	6.28	10.2	6.74	3.23	0.73	4.52
	ss	7.88	1.89	0.85	0.20	2.20	4.09	9.40	6.27	3.10	0.18	3.27
	hr	0.59	0.52	0.50	0.49	0.67	0.45	0.62	0.59	0.54	0.50	0.46
v=0.2	k=0	-11.5	-5.93	-0.44	4.76	9.76	14.4	-15.5	-6.72	1.71	9.47	16.4
	mo	4.72	2.44	0.74	2.92	5.26	7.47	6.55	2.81	1.11	4.73	8.06
	ss	4.86	2.73	0.64	1.35	3.25	4.99	6.14	2.77	0.46	3.40	5.99
	hr	0.55	0.53	0.50	0.48	0.46	0.44	0.58	0.54	0.50	0.46	0.43
v=0.3	k=0	-10.3	-4.82	-2.12	-0.54	0.49	3.01	-26.2	-3.91	0.12	3.92	7.46
	mo	4.19	2.05	1.20	0.80	1.01	2.16	10.9	1.57	0.44	2.18	3.83
	ss	4.44	2.33	1.31	0.71	0.33	0.68	10.3	1.72	0.22	1.27	2.62
	hr	0.55	0.52	0.51	0.50	0.50	0.49	0.63	0.52	0.50	0.49	0.47
v=0.4	k=0	-23.9	-17.9	-12.2	-1.87	0.42	2.17	-12.6	-4.60	-0.98	1.74	2.33
	mo	9.71	7.29	4.89	1.20	1.05	1.85	5.20	1.81	0.64	1.27	1.54
	ss	9.69	7.40	5.18	1.25	0.42	0.37	5.10	2.03	0.66	0.44	0.65
	hr	0.61	0.58	0.56	0.51	0.50	0.50	0.56	0.53	0.51	0.50	0.50



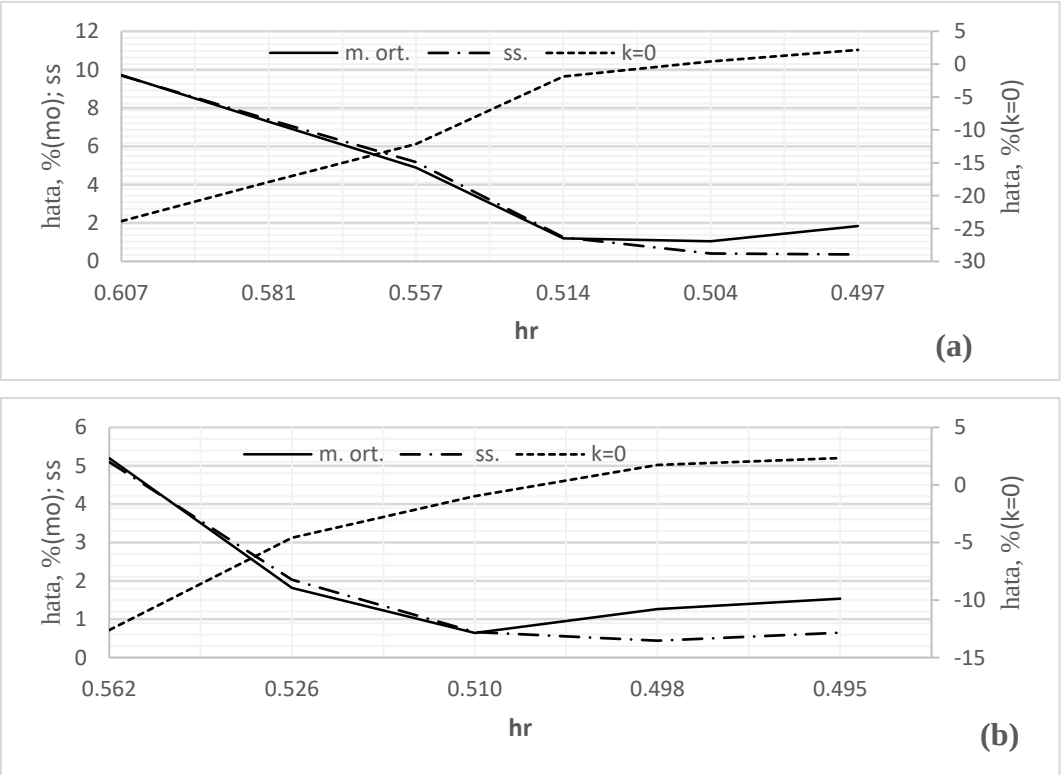
Şekil 3.27 v=0.1 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16



Şekil 3.28 v=0.2 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16



Şekil 3.29 v=0.3 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16



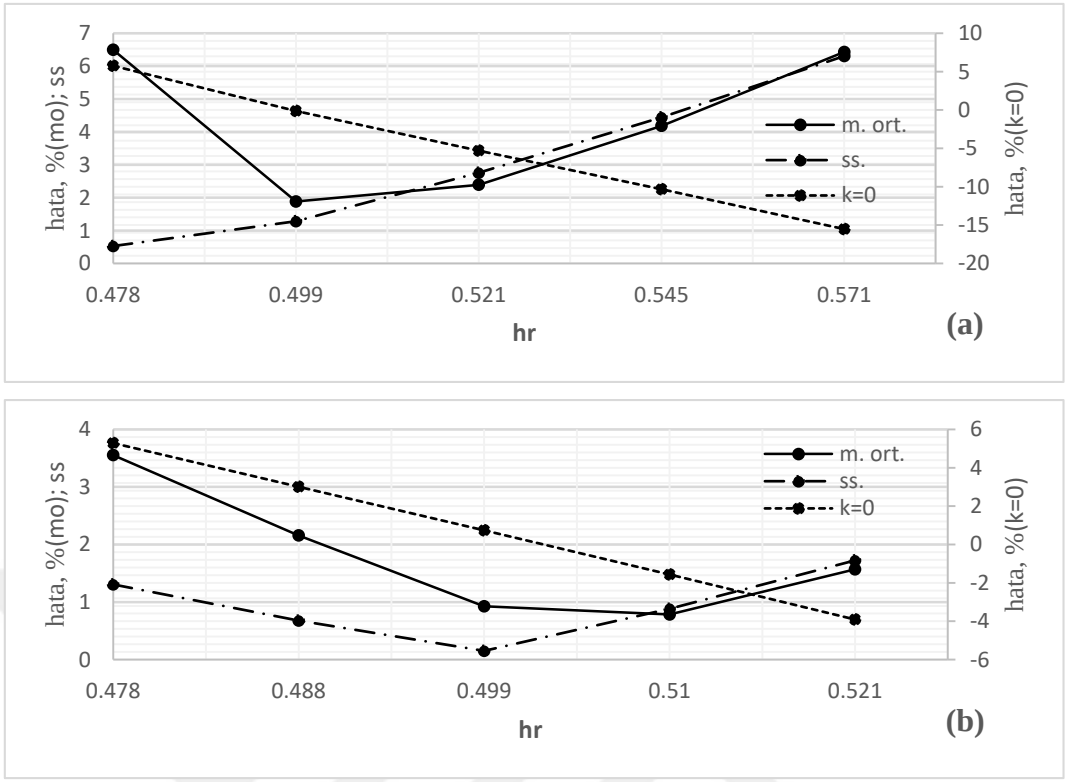
Şekil 3.30 v=0.4 için hata oranı değerlendirmesi, (a) n=10x10, (b) n=16x16

Şekil (3.27) – (3.30)'da yer alan grafiklerden, hr katsayısının 0.5'e yakınsadığı durumlarda k=0 için hata oranı, hata oranlarının ortalaması ve standart sapması için değerler 0'a en yakın değerler olmaktadır.

Tablo (3.9)'da hata oranları verilen 2 örnek için hata oranları zeminsiz durum, mutlak ortalama ve standart sapmaları hesaplanarak hr katsayısına bağlı değişimi aşağıdaki Tablo (3.11) ve Şekil (3.31)'deki grafiksel olarak verilmiştir. Şekil (3.31)'deki grafik incelendiğinde, hr katsayısının 0.5'e yakın olduğu durumda en ideal sonuçların elde edildiği anlaşılmaktadır.

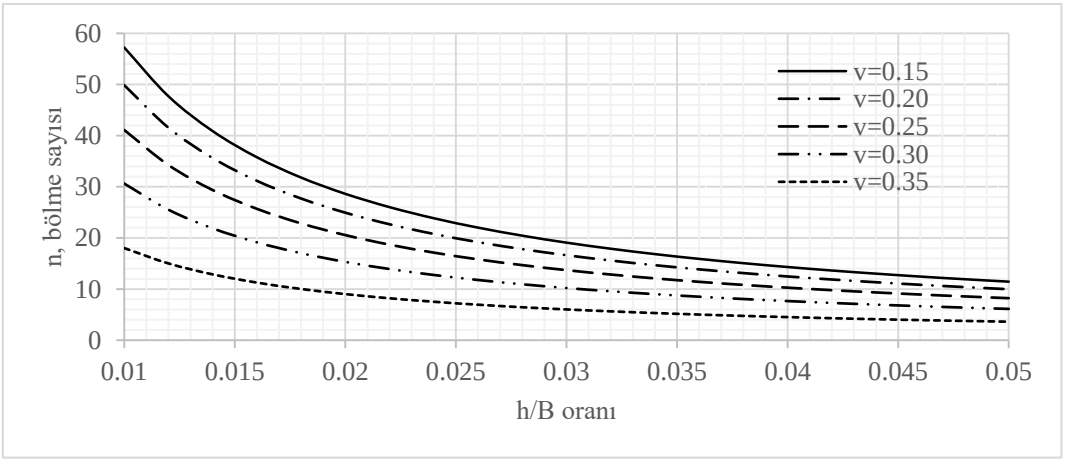
Tablo 3.11 2 plak için hata oranı değerlendirmesi

SSSS	1x1x0.05, v=0.3					1x1x0.025, v=0.3				
	n=4	n=6	n=8	n=10	n=12	n=8	n=10	n=12	n=14	n=16
k=0	5.76	-0.12	-5.31	-10.3	-15.5	5.28	3.01	0.74	-1.56	-3.91
m. ort.	6.49	1.88	2.39	4.18	6.43	3.55	2.16	0.93	0.78	1.57
st. sap.	0.53	1.28	2.76	4.44	6.30	1.31	0.68	0.15	0.88	1.72
hr	0.48	0.50	0.52	0.55	0.57	0.48	0.49	0.50	0.51	0.52



Şekil 3.31 v=0.3 için hata oranı değerlendirmesi, (a) 1x1x0.05, (b) 1x1x0.025

Denklem (3.51b)'de sunulan ifadede poisson oranı ve h/B oranının bölme sayısına etkisi grafiksel olarak Şekil (3.32)'de sunulmuştur. Bu grafikten h/B oranının azalmasının plak bölme sayısını arttığı, poisson oranının artmasının plak bölme sayısını azalttığı anlaşılmaktadır.



Şekil 3.32 h/B ve v değerinin plak bölme sayısına etkisi

3.7 Dış Yük Altında Birleşik Sistemin Davranışı

Bu bölümde, zemin-üstyapı ortak sisteminin dış yükler altındaki davranışı incelenmektedir. Bu amaçla, temel için bu tezde belirtilen 2-parametreli elastik zemin etkisini içeren eleman matrislerini kullanan; üstyapı için sonlu eleman matrislerini kullanan bir program ve bu iki sistemin yapısal analizini beraber yapan bir program Matlab yardımıyla hazırlanmıştır. Bu program, mevcut yapısal analiz programı olan Sap2000 ile karşılaştırılarak doğrulaması yapıldıktan sonra 2-parametreli zemin sistemi incelenmiştir.

3.7.1 Mevcut bilgisayar programlarının irdelenmesi

Akademik çalışmalarda sıkça kullanılmakta olan SAP2000 yapısal analiz programı, üstyapının analizini sonlu elemanlar yöntemine göre yapmaktadır. SAP2000'de üstyapının zemine oturan düğüm noktasında 3 yönde yerdeğiştirme ve 3 eksen etrafında dönme için sınır koşulları tanımlanabilmektedir. Zemin rijitliğini dikkate alabilmek için program yay tanımlama seçeneğini sunmaktadır.

Düğüm noktasına atanabilen Winkler yayı veya programın gelişmiş seçeneklerde her 3 yönde yerdeğiştirme ve dönmeyi de dikkate alabilen 6x6 boyutunda simetrik bir yay matrisi tanımlanabilmektedir. Düğüm noktasına atanan sınır koşulları (joint restraints) ile entegre çalışan bu sistem, ilgili düğüm noktasındaki ilgili bileşene tanımlanan yay matrisinin ilgili bileşenini ekleyerek sistem rijitlik matrisini revize etme mantığıyla çalışmaktadır.

SAP2000, çubuk elemanlara yay tanımlama seçeneğini de sunmaktadır. Bu seçenekte çubuk elemana, eleman doğrultusu boyunca kuvvet/uzunluk/uzunluk biriminde yayılı bir yay tanımlanmaktadır. SAP2000 bu şekilde tanımlanan yayın 3 yönde yerdeğiştirme yayı (Winkler yayı) olabilmesine izin vermekte, dönme yayı tanımlanabilmesini mümkün kılmamaktadır.

SAP2000, son olarak alan elemanlara da yay tanımlama seçeneği sunmaktadır. Bu seçenekte alan elemanın tüm yüzeyine kuvvet/uzunluk/alan biriminde Winkler yayı tanımlanabilmektedir.

SAP2000, tanımlanan tüm yay seçeneklerini, düğüm noktasına alan katkısı hesabı yaparak düğüm noktalarına taşıma mantığıyla çalışmaktadır. Yay rijitliğinin düğüm noktası, çubuk eleman veya alan elemana tanımlanmasından bağımsız olarak bu yay etkisini düğüm noktasına alan hesabı yaparak taşımakta, öz itibariyle yayın yayılı olması durumunu dikkate almamaktadır. İleride bu konuya tekrar değinilecektir.

3.7.2 Analiz programının geliştirilmesi

Daha önceki çalışmalarda geliştirmiş olduğumuz FGM yay modelini uygulayabilmek için öncelikle uzay sistemde basit yüklere göre analiz yapan bir program hazırlanmıştır. Bu programın hedefi, istenilen düğüm noktasına tekil yay veya istenildiği takdirde hedeflenen zemin sistemi ile entegre çalışarak zemindeki 2 parametreli yayılı yay modelini dikkate alacak şekilde çalışması amaçlanmıştır. SAP2000 ile çözülebilen zemine oturan kolonları tutulu veya kolonların bu uçlarında Winkler yayı bulunan sistemler ile karşılaştırması yapılmıştır. Geliştirilen program kullanılarak, SAP2000 ile eşdeğer çeşitli sistemler modellenmiş ve SAP2000 ile aynı sonuçlar verdiği tespit edilmiştir.

Geliştirilen bu program, üstyapıyı sonlu elemanlar yöntemini (FEM) kullanarak analizini yapacak şekilde programlanmıştır. Program, zemin sisteminde istenildiği takdirde yayılı yay modelini içeren sonlu ızgaralar yöntemini (FGM) kullanacaktır. Bu program sabit bir sistemi değil, veri girişi yoluyla tanımlanacak herhangi bir uzay yapıyı çözebilmektedir.

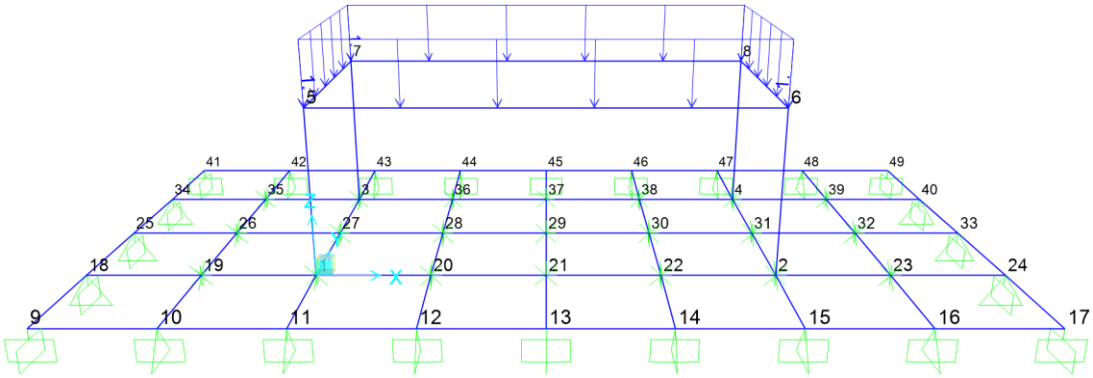
Geliştirilen programın SAP2000 ile uyumlu kısmı, basitten karmaşığa uygulamalar yapılarak doğrulaması yapılmıştır. Bu uygulamalardan bir tanesi aşağıdaki bölümde sunulmuştur.

3.7.3 Uygulama

Bu bölümde uygulama amacıyla seçilen örnekte, 2-parametereli elastik zemine oturan temel sistemi dört tarafı basit mesnetli sistemi temsil edecek şekilde düzenlenmiştir. Burada zemin kısmındaki düğüm noktaları, dışta basit mesnet koşulunu sağlamakta,

iç kısımda ise düşey doğrultuda yerdeğiştirme yayını algılayacak şekilde modellenmiştir. Zemini temsil eden eleman genişlikleri, katkı yaptığı bölge genişliğine göre belirlenmiştir. Bu uygulamada dikkate alınan örnek sisteme ait genel bilgiler aşağıda sunulduğu gibidir,

- Aks bilgisi; x yönünde 7 m, y yönünde 4 m ve z yönünde 3 m açıklıklı
- Malzeme bilgisi; E=200 GPa, v=0.3
- Eleman bilgisi; kolonlar 50cmx50cm, kirişler 25cmx50cm,
- Temel kalınlığı 10cm, boyutları 14mx8m (ampatman mesafesi aks açıklığının yarısı kadardır),
- Yükleme bilgisi; kirişlerde 1 kN/m, sol düğüm noktalarında x yönünde 1 kN, sol üst düğüm noktalarında –z yönünde 1 kN



Şekil 3.33 Yapının düğüm noktası bilgileri ve dış yükler

Bu örnekte k_1=20000 kN/m^3 olarak dikkate alınmıştır. Zemin Winkler yayı parametresi, dikkate alınarak düğüm noktasına yay atandığı durumda düğüm noktasının yüzeyde temsil ettiği alan A_i, kirişe yayılı eleman atandığı durumda kiriş genişliği b_i ile çarpılarak elde edilen zemin parametresi uygulanmıştır.

- Düğüm noktası için, $k_{1,i} = k_{1,i} * A_i$ kN/m
- Çubuk eleman için, $k_{1,i} = k_{1,i} * b_i$ kN/m^2

Yapılan analiz neticesinde düğüm noktası deformasyonları Tablo (3.12)'de sunulmuştur. İki farklı aracın sunduğu değerlerden meydana gelen fark oransal olarak Tablo (3.13)'de sunulmuştur.

Tablo 3.12 Dış yük altında düğüm noktalarının yerdeğiştirme değerleri

	FEM, SAP2000						FGM, MATLAB					
DN	u1	u2	u3	r1	r2	r3	u1	u2	u3	r1	r2	r3
1	0	0	-4.E-5	3.E-7	-2.E-6	0	0	0	-4.E-5	3.E-7	-2.E-6	0
2	0	0	-4.E-5	3.E-7	2.E-6	0	0	0	-4.E-5	3.E-7	2.E-6	0
3	0	0	-4.E-5	-3.E-7	-2.E-6	0	0	0	-4.E-5	-3.E-7	-2.E-6	0
4	0	0	-4.E-5	-3.E-7	2.E-6	0	0	0	-4.E-5	-3.E-7	2.E-6	0
5	3.E-7	3.E-8	-4.E-5	-9.E-7	5.E-6	0	3.E-7	3.E-8	-4.E-5	-9.E-7	5.E-6	0
6	-3.E-7	3.E-8	-4.E-5	-9.E-7	-5.E-6	0	-3.E-7	3.E-8	-4.E-5	-9.E-7	-5.E-6	0
7	3.E-7	-3.E-8	-4.E-5	9.E-7	5.E-6	0	3.E-7	-3.E-8	-4.E-5	9.E-7	5.E-6	0
8	-3.E-7	-3.E-8	-4.E-5	9.E-7	-5.E-6	0	-3.E-7	-3.E-8	-4.E-5	9.E-7	-5.E-6	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	-8.E-6	0	0	0	0	0	-8.E-6	0	0
11	0	0	0	-2.E-5	0	0	0	0	0	-2.E-5	0	0
12	0	0	0	-8.E-6	0	0	0	0	0	-8.E-6	0	0
13	0	0	0	-2.E-6	0	0	0	0	0	-2.E-6	0	0
14	0	0	0	-8.E-6	0	0	0	0	0	-8.E-6	0	0
15	0	0	0	-2.E-5	0	0	0	0	0	-2.E-5	0	0
16	0	0	0	-8.E-6	0	0	0	0	0	-8.E-6	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	2.E-6	0	0	0	0	0	2.E-6	0
19	0	0	-1.E-5	-5.E-7	1.E-5	0	0	0	-1.E-5	-5.E-7	1.E-5	0
20	0	0	-8.E-6	-3.E-8	-1.E-5	0	0	0	-8.E-6	-3.E-8	-1.E-5	0
21	0	0	7.E-7	7.E-7	0	0	0	0	7.E-7	7.E-7	0	0
22	0	0	-8.E-6	-3.E-8	1.E-5	0	0	0	-8.E-6	-3.E-8	1.E-5	0
23	0	0	-1.E-5	-5.E-7	-1.E-5	0	0	0	-1.E-5	-5.E-7	-1.E-5	0
24	0	0	0	0	-2.E-6	0	0	0	0	0	-2.E-6	0
25	0	0	0	0	2.E-6	0	0	0	0	0	2.E-6	0
26	0	0	-7.E-6	0	8.E-6	0	0	0	-7.E-6	0	8.E-6	0
27	0	0	-2.E-5	0	-9.E-7	0	0	0	-2.E-5	0	-9.E-7	0
28	0	0	-6.E-6	0	-8.E-6	0	0	0	-6.E-6	0	-8.E-6	0
29	0	0	1.E-6	0	0	0	0	0	1.E-6	0	0	0
30	0	0	-6.E-6	0	8.E-6	0	0	0	-6.E-6	0	8.E-6	0
31	0	0	-2.E-5	0	9.E-7	0	0	0	-2.E-5	0	9.E-7	0
32	0	0	-7.E-6	0	-8.E-6	0	0	0	-7.E-6	0	-8.E-6	0
33	0	0	0	0	-2.E-6	0	0	0	0	0	-2.E-6	0
34	0	0	0	0	2.E-6	0	0	0	0	0	2.E-6	0
35	0	0	-1.E-5	5.E-7	1.E-5	0	0	0	-1.E-5	5.E-7	1.E-5	0
36	0	0	-8.E-6	3.E-8	-1.E-5	0	0	0	-8.E-6	3.E-8	-1.E-5	0
37	0	0	7.E-7	-7.E-7	0	0	0	0	7.E-7	-7.E-7	0	0
38	0	0	-8.E-6	3.E-8	1.E-5	0	0	0	-8.E-6	3.E-8	1.E-5	0
39	0	0	-1.E-5	5.E-7	-1.E-5	0	0	0	-1.E-5	5.E-7	-1.E-5	0
40	0	0	0	0	-2.E-6	0	0	0	0	0	-2.E-6	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	8.E-6	0	0	0	0	0	8.E-6	0	0
43	0	0	0	2.E-5	0	0	0	0	0	2.E-5	0	0
44	0	0	0	8.E-6	0	0	0	0	0	8.E-6	0	0
45	0	0	0	2.E-6	0	0	0	0	0	2.E-6	0	0
46	0	0	0	8.E-6	0	0	0	0	0	8.E-6	0	0
47	0	0	0	2.E-5	0	0	0	0	0	2.E-5	0	0
48	0	0	0	8.E-6	0	0	0	0	0	8.E-6	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

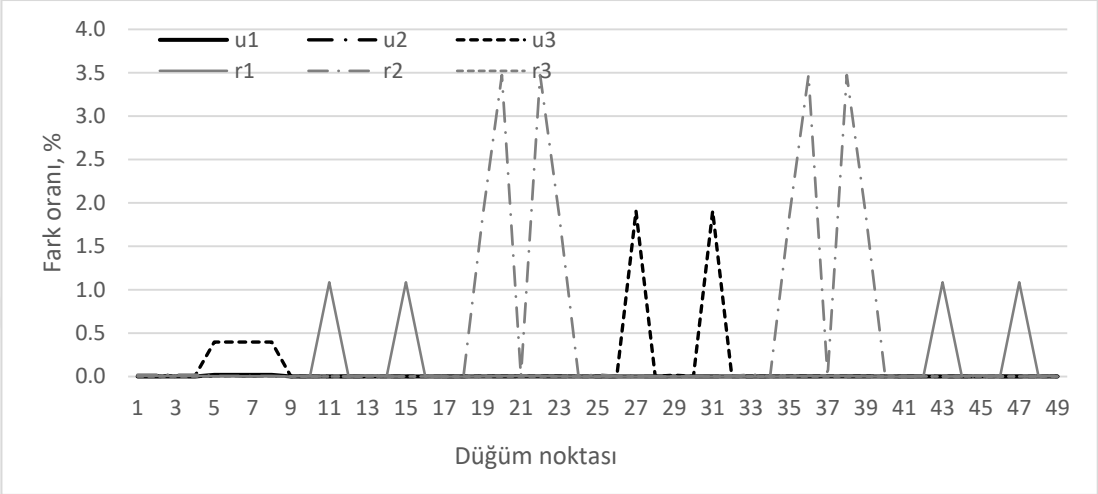
Tablo 3.13 Düğüm noktası deformasyonları, fark yüzdeleri

DN	fark, %						DN	fark, %					
	u1	u2	u3	r1	r2	r3		u1	u2	u3	r1	r2	r3
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	26	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	27	0.0	0.0	1.9	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	28	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	29	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0	0.0	30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0	0.0	31	0.0	0.0	1.9	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0	0.0	32	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0	0.0	33	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	34	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	35	0.0	0.0	0.0	0.0	1.8	0.0
11	0.0	0.0	0.0	1.1	0.0	0.0	36	0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	0.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	37	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	38	0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	0.0
14	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	39	0.0	0.0	0.0	0.0	1.8	0.0
15	0.0	0.0	0.0	1.1	0.0	0.0	40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
16	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	41	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	43	0.0	0.0	0.0	1.1	0.0	0.0
19	0.0	0.0	0.0	0.0	1.8	0.0	44	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	0.0	45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	46	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	0.0	47	0.0	0.0	0.0	1.1	0.0	0.0
23	0.0	0.0	0.0	0.0	1.8	0.0	48	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	49	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0							

Tanımlanan dış yükler altında düğüm noktalarında oluşan deformasyonların iki yönteme göre farkı bileşenlere bağlı olarak Şekil (3.34)'teki grafikte sunulmuştur.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde çoğu düğüm noktasında fark oluşmadığı, kimi düğüm noktalarında azami %3.5 fark oluştuğu tespit edilmiştir. Azami fark, kolonların zemine oturduğu düğüm noktalarında x-ekseni doğrultusunda y-ekseni etrafında dönme serbestliğinde %3.5 ve yine kolonların zemine oturduğu düğüm noktalarında y-ekseni doğrultusunda x-ekseni etrafında dönme serbestliğinde %1 civarında

meydana geldiği tespit edilmiştir. Z-ekseninde yerdeğiştirme değerleri açısından, serbest uçlardaki (üst kot) 4 adet düğüm noktasında %0.5 civarında ve y-eksenine paralel doğrultudaki akslarda bulunan kolonların ortasındaki düğüm noktasında %2 civarında gerçekleşmiştir.



Şekil 3.34 Düğüm noktası deformasyonları, fark oranları (%)

3.7.4 Sonuçlar

Bu bölümde yapılan araştırma ve çalışmalardan elde edilen sonuçlar özetle aşağıda sunulmuştur.

Düğüm noktasına Winkler yayı atanması durumunda, geliştirilen program ile Sap2000 sonuçları örtüşmektedir.

Sap2000'de kirişlere yayılı yay atansa bile, program kirişteki toplam yay etkisini kirişin bağlandığı düğüm noktalarına paylaştırmaktadır. Bu durumda Sap2000'de kirişlere yay atanması durumu ile düğüm noktasına yay atanması durumu eşdeğer sonuçlar vermektedir. Sap2000 kirişlere yayılı yayın yayılı olması durumunu dikkate almamaktadır.

Geliştirilen programda ve Sap2000'de modellenen eşdeğer sistemlerde kirişlere yayılı yay atanarak düğüm noktası deformasyonları incelenmiştir. Yapılan inceleme neticesinde, seçilen örnek için fark yüzdeleri azami %3.5 olarak hesaplanmıştır.

4. SERBEST TİTREŞİM PROBLEMİ

Serbest titreşim problemi, yapıların sismik davranışının analizinde de kullanılan temel bir problemdir. Özdeğer problemi veya eigen value problem olarak da anılan bu problemin çözümü neticesinde yapının periyodları ve mod şekilleri elde edilmektedir. Bu değerler, yapıların dinamik analizinde ihtiyaç duyulan kütle katılım ve yük dağılım oranlarının tespitinde kullanılarak her modda katlara dağıtılan kütlelerin birim yük için hesabı yapılmaktadır. Plaklar için özdeğer probleminin temel denklemi, ince plakların diferansiyel denklemine kütle bileşeninin eklenmesi ve dış yükün kaldırılması (q(x,y)=0) ile elde edilir,

$$D\left(\frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4}\right)-\bar{m}\frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2}=0 \qquad (4.1)$$

Burada w=w(x,y,t) olup plağın zamana (t) bağlı deformasyonu, $D=Eh^3/12(1-v^2)$ plak eğilme rijitliğini ve m değeri birim alan için plak kütlesini ifade etmektedir. Bu denklem iki parametreli zemin durumuna göre uyarlandığında aşağıdaki denklem elde edilir,

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+k_1 w-k_2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)-\bar{m}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (4.2)$$

Bu denklemde k_1 zeminin düşey parametresini, $k_2=k_\Theta$ de zeminin dönme parametresini ifade etmektedir. Plak elemanın FGM yöntemi ile çözülmesi durumunda, plak eleman kiriş elemanlardan teşkil ızgara sistemi olarak dikkate alınmaktadır. Buna göre, yukarıdaki denklem kiriş eleman için aşağıdaki şekilde yazılabilir,

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4}+k_1 w(x,t)-k_2\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}-\bar{m}\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}=0 \qquad (4.3)$$

Serbest titreşim probleminin FGM yöntemiyle çözümü için eleman rijitlik matrisi ve eleman kütle matrisine ihtiyaç vardır. Problemin çözümü genel gösterimiyle,

$$[K]\underline{I}-[M]\underline{\omega}^2=\underline{0} \qquad (4.4)$$

şeklindedir. Burada [K] sistemin global rijitlik matrisini, [M] sistemin global kütle matrisini, I birim matrisi ve ω ise açısal frekansı göstermektedir.

Eleman rijitlik matrisi daha önceki bölümlerde elde edilmişti. Bu bölümde eleman kütle matrisi elde edilecektir. Eleman kütle matrisinin bileşenleri, rijitlik matrisinin bileşenlerinin elde edilme şekliyle, sonlu elemanlar yöntemine göre (Clough and Penzein, 1993) şekil fonksiyonları kullanılarak aşağıdaki gibi bulunabilir,

$$m_{i,j} = \int_0^L m(x)\varphi_i(x)\varphi_j(x)dx \tag{4.5}$$

4.1 Tek Parametreli Zemin İçin Serbest Titreşim Problemi

Yukarıdaki genel ifadede k_2 yay katsayısı bileşeni elimine edilerek tek parametreli elastik zemine oturan plak için aşağıdaki formda ifade edilebilir,

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) + k_1 w - \bar{m}\frac{\partial^2 w}{\partial y^4} = 0 \tag{4.6}$$

Sürekli kütle matrisinin bileşenleri, 1-parametreli elastik zemine oturan kirişler için Denklem (3.10)'da verilen şekil fonksiyonları Denklem (4.6)'da yerine koyularak hesaplanmış ve aşağıda sunulmuştur. Burada μ birim uzunluktaki kütleyi ve $\lambda=(k_1/4EI)^{0.25}$ değerini göstermektedir.

$$m(1,1) = 2 * m(1,4) = m(4,4) = \mu L/3 \tag{4.7a}$$

$$\frac{m(2,2)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix}[\sinh(2\lambda L) - \sin(2\lambda L)] * [\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)] \\ +2\lambda L[\sin(2\lambda L)\sinh(2\lambda L) + \cos(2\lambda L) - \cosh(2\lambda L)]\end{bmatrix}}{16\lambda^3[\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)]^2} \tag{4.7b}$$

$$\frac{m(2,3)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix}\cos(2\lambda L)\,[2 - \cos(2\lambda L)] + \cosh(2\lambda L)\,[\cosh(2\lambda L) - 2] \\ +4\lambda L[\sin(2\lambda L)\sinh^2(\lambda L) - \sinh(2\lambda L)\sin^2(\lambda L)]\end{bmatrix}}{-16\lambda^2[\sinh^2(\lambda L) - \sin^2(\lambda L)]^2} \tag{4.7c}$$

$$\frac{m(2,5)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}[\sin(\lambda L)^2-\sinh(\lambda L)^2]*[\cosh(\lambda L)\sin(\lambda L)-\cos(\lambda L)\sinh(\lambda L)]\\ +2\lambda L\cos(\lambda L)\cosh(\lambda L)*[\cos(\lambda L)^2-\cosh(\lambda L)^2]\\ +4\lambda L\sin(\lambda L)\sinh(\lambda L)\end{bmatrix}}{-8\lambda^3[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]^2} \quad (4.7d)$$

$$\frac{m(2,6)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}\lambda L[\cos^2(\lambda L)-\cosh^2(\lambda L)][\cosh(\lambda L)\sin(\lambda L)-\cos(\lambda L)\sinh(\lambda L)]\\ +2\sin(\lambda L)\sinh(\lambda L)[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]\end{bmatrix}}{4\lambda^2[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]^2} \quad (4.7e)$$

$$\frac{m(3,3)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}3[\sin(2\lambda L)+\sinh(2\lambda L)]*[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]\\ -8\lambda L\sinh^2(\lambda L)\sin^2(\lambda L)\end{bmatrix}}{8\lambda[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]^2} \quad (4.7f)$$

$$\frac{m(3,5)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}\lambda L[\sin(\lambda L)\cosh(\lambda L)-\cos(\lambda L)\sinh(\lambda L)]*[\cos^2(\lambda L)-\cosh^2(\lambda L)]\\ +2\sin(\lambda L)\sinh(\lambda L)[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]\end{bmatrix}}{-4\lambda^2[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]^2} \quad (4.7g)$$

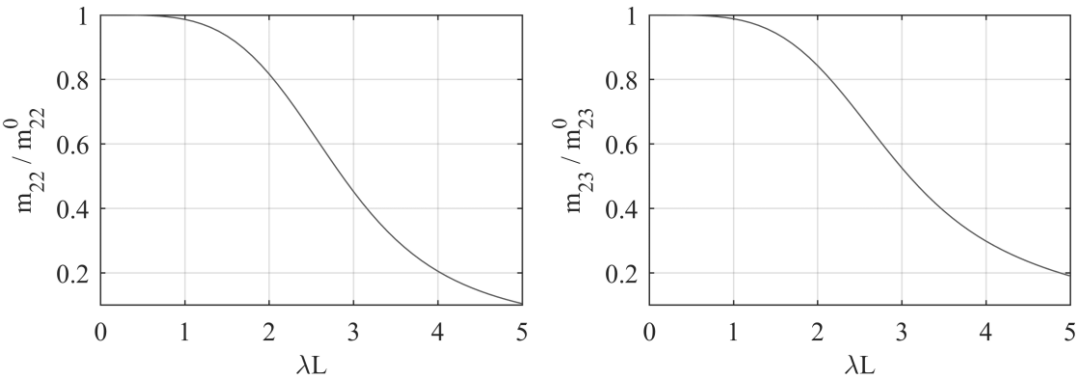
$$\frac{m(3,6)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}\cos(\lambda L)[\sinh(3\lambda L)-4\sinh(\lambda L)]+\cosh(\lambda L)[\sin(3\lambda L)-4\sin(\lambda L)]\\ +\cos(3\lambda L)\sinh(\lambda L)+\cosh(3\lambda L)\sin(\lambda L)\\ +(2/3)\lambda L[\sin(3\lambda L)\sinh(\lambda L)-\sin(\lambda L)\sinh(3\lambda L)]\end{bmatrix}}{-(16/3)\lambda[\sinh^2(\lambda L)-\sin^2(\lambda L)]^2} \quad (4.7h)$$

$$m(5,5)=m(2,2);\quad m(5,6)=-m(2,3);\quad m(6,6)=m(3,3) \quad (4.7i)$$

Denklem (4.7a) burulma durumuna ait kütle bileşeni olduğu için zemin parametresinden bağımsızdır. Denklem (4.7i)'deki ifadeler simetri koşulları ile ilintili olduğundan hesaplanan diğer bileşenlerle eşit olduğu için tekrar hesaplanmamıştır.

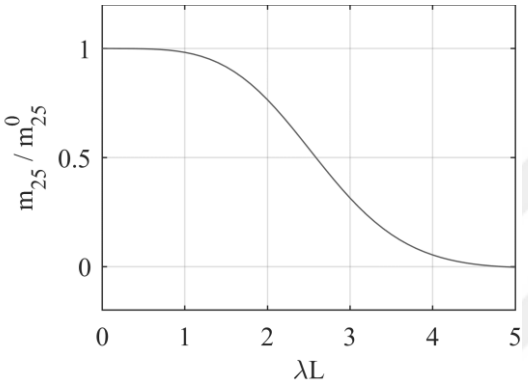
Yukarıdaki ifadelerde $k_1 \rightarrow 0$ için limit problem çözülerek zemin etkisinin olmaması durumu için, literatürde yer alan kiriş elemana ait kütle matrisi bileşenleri (Clough, 2003) elde edilebilir,

$$m=\frac{\mu}{420}*\begin{bmatrix}140L & 0 & 0 & 70L & 0 & 0\\ & 4L^3 & -22L^2 & 0 & -3L^3 & -13L^2\\ & & 156L & 0 & 13L^2 & 54L\\ & & & 140L & 0 & 0\\ \text{simetrik} & & & & 4L^3 & 22L^2\\ & & & & & 156L\end{bmatrix} \quad (4.8)$$

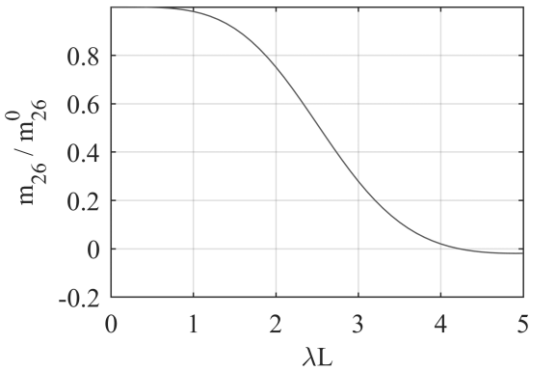


(a)

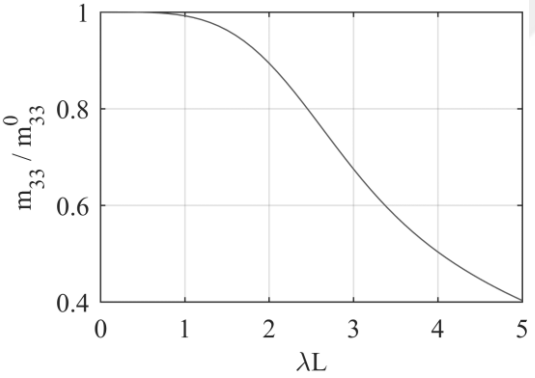
(b)



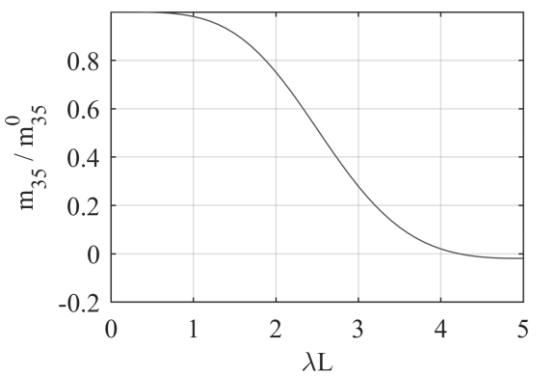
(c)



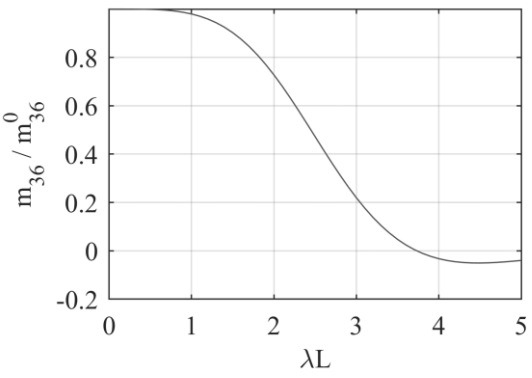
(d)



(e)



(f)



(g)

Şekil 4.1 k_1 parametresinin kütle matrisine etkisi (a) m_{22}, (b) m_{23}, (c) m_{25}, (d) m_{26}, (e) m_{33}, (f) m_{35}, (g) m_{36}

1-paremetreli zemin durumu için kütle matrisinin normalize edilmiş bileşenlerinin λ parametresine göre değişimini gösteren grafikler Şekil (4.1)'de sunulmuştur.

Şekil (4.1)'deki grafiklerden, k1 parametresinin büyüdükçe kütle matrisi bileşenlerini daha fazla etkilediği anlaşılmaktadır.

4.2 Sadece k_2 Parametreli Zemin İçin Serbest Titreşim Problemi

Plak diferansiyel denkleminin genel ifadesinde k_1 yay katsayısını içeren bileşeni elimine edilerek k_2 parametreli zemin durumu için plak diferansiyel denklemi aşağıdaki formda ifade edilebilir,

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)-k_2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)-\bar{m}\frac{\partial^2 w}{\partial y^4}=0 \tag{4.9}$$

Bu denkleme ait simetrik kütle matrisinin bileşenleri, k_2 parametreli zemin durumu için hesaplanan Denklem (3.25)'deki şekil fonksiyonlarından faydalanarak hesaplanmıştır.

$$\frac{m(2,2)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}6\lambda^3L^3+6(3-2\lambda^2L^2)\sinh(\lambda L)-1.5(5\lambda^2L^2+6)\sinh(2\lambda L)\\ +2\lambda L(\lambda^2L^2-9)\cosh(\lambda L)+\lambda L(18+\lambda^2L^2)\cosh(2\lambda L)\end{bmatrix}}{6\lambda^3[\lambda L\sinh(\lambda L)-2\cosh(\lambda L)+2]^2} \tag{4.10a}$$

$$\frac{m(2,3)}{-\mu L}=\frac{\begin{bmatrix}(21+2\lambda^2L^2)\sinh(2\lambda L)-12\lambda L\sinh^2(\lambda L/2)\\ +\sinh(\lambda L)\,[2\lambda^2L^2-42-24\sinh(\lambda L)]\end{bmatrix}}{12\lambda[\lambda L\sinh(\lambda L)-2\cosh(\lambda L)+2]^2} \tag{4.10b}$$

$$\frac{m(2,5)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}(9+3\lambda^2L^2)\sinh(2\lambda L)+3(7\lambda^2L^2-6)\sinh(\lambda L)\\ -\lambda L(12+\lambda^2L^2)\cosh^2(\lambda L)-\lambda L(30+7\lambda^2L^2)\cosh(\lambda L)\\ +\lambda L(42-\lambda^2L^2)\end{bmatrix}}{6\lambda^3[\lambda L\sinh(\lambda L)-2\cosh(\lambda L)+2]^2} \tag{4.10c}$$

$$\frac{m(2,6)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}36+3(\lambda^2L^2+4)\cosh(2\lambda L)-3(\lambda^2L^2+16)\cosh(\lambda L)\\ \lambda L(15-2\lambda^2L^2)\sinh(\lambda L)-0.5\lambda L(15+\lambda^2L^2)\sinh(2\lambda L)\end{bmatrix}}{6\lambda^2[\lambda L\sinh(\lambda L)-2\cosh(\lambda L)+2]^2} \tag{4.10d}$$

$$\frac{m(3,3)}{\mu} = \frac{\lambda L(\lambda^2 L^2 - 3)[\cosh(\lambda L) + 1] - 9\lambda L + 3(5 - \lambda^2 L^2)\sinh(\lambda L)}{6\lambda[\lambda L\cosh(\lambda L/2) - 2\sinh(\lambda L/2)]^2} \quad (4.10e)$$

$$\frac{m(3,5)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix} 6(16 + \lambda^2 L^2)\cosh(\lambda L) - 72 - 6(4 + \lambda^2 L^2)\cosh(2\lambda L) \\ +4\lambda L(\lambda^2 L^2 - 7.5)\sinh(\lambda L) + \lambda L(\lambda^2 L^2 + 15)\sinh(2\lambda L) \end{bmatrix}}{12\lambda^2[\lambda L\sinh(\lambda L) - 2\cosh(\lambda L) + 2]^2} \quad (4.10f)$$

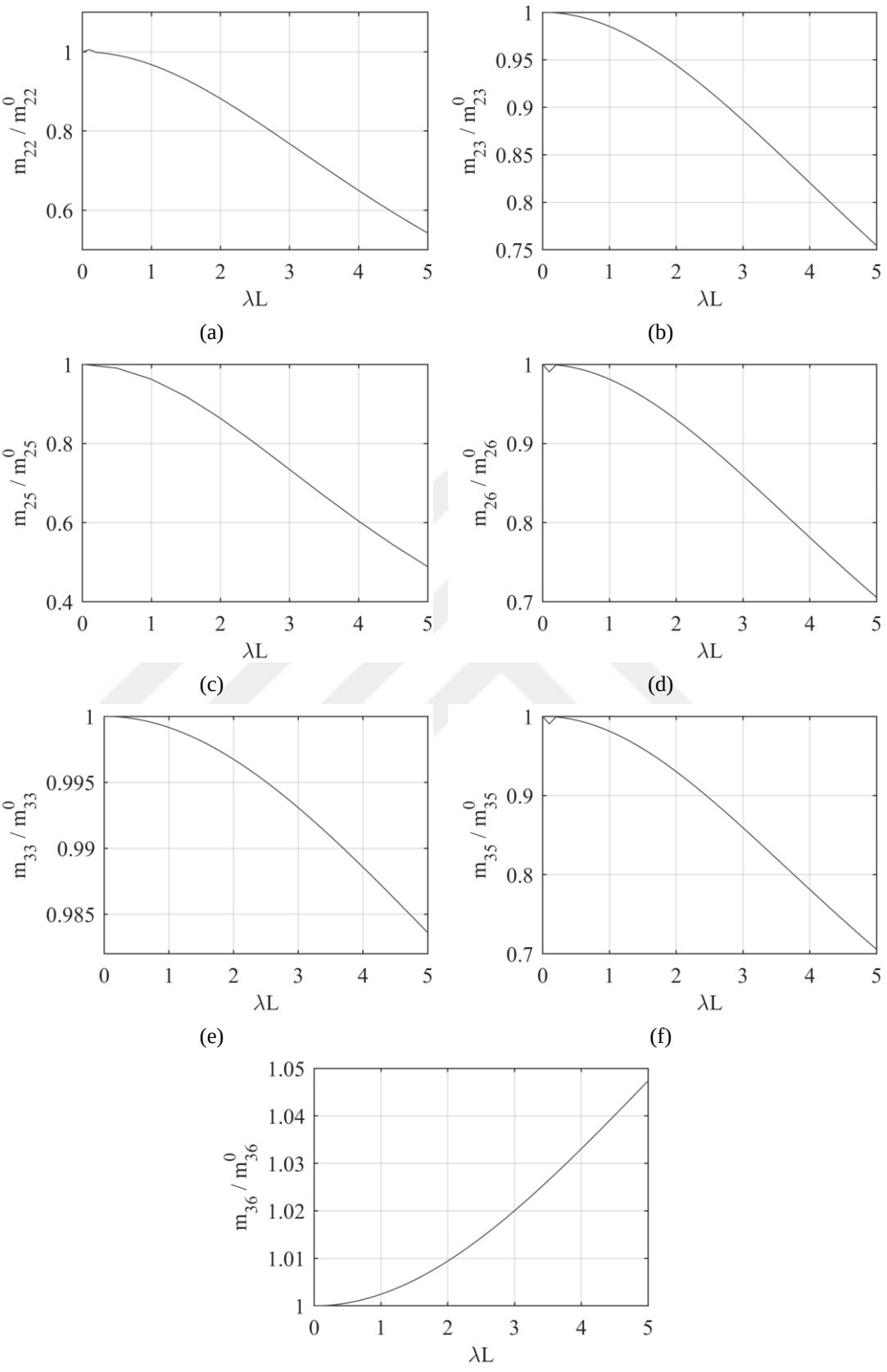
$$\frac{m(3,6)}{\mu} = \frac{3\lambda L[3\cosh(\lambda L) + 2] + \lambda^3 L^3\cosh^2(\lambda L/2) - 3(\lambda^2 L^2 + 5)\sinh(\lambda L)}{6\lambda[\lambda L\cosh(\lambda L/2) - 2\sinh(\lambda L/2)]^2} \quad (4.10g)$$

Burada μ birim uzunluktaki kütleyi ve $\lambda=(k_2/EI)^{0.5}$ değerini göstermektedir.

Denklem (4.10)'daki ifadelerde $k_2 \rightarrow 0$ için limit problem çözüldüğünde Denklem (4.8)'deki kiriş elemana ait kütle matrisi bileşenleri elde edilebilir.

k_2-paremetreli zemin durumu için kütle matrisinin normalize edilmiş bileşenlerinin λ parametresine göre değişimini gösteren grafikleri Şekil (4.2)'de sunulmuştur.

Şekil (4.2)'deki grafiklerden, k_2 zemin parametresinin büyümesinin kütle matrisinin m_{36} bileşenlerini arttırdığı, diğer tüm bileşenlerini azalttığı anlaşılmaktadır.



Şekil 4.2 k_2 parametresinin kütle matrisine etkisi (a) m_{22}, (b) m_{23}, (c) m_{25}, (d) m_{26}, (e) m_{33}, (f) m_{35}, (g) m_{36}

4.3 İki Parametreli Zemin İçin Serbest Titreşim Problemi

Plak diferansiyel denkleminin 2-parametreli zemin durumu için genel ifadesi,

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+k_1 w-k_2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)-\bar{m}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (4.11)$$

şeklinde idi. Sonlu ızgara sistemini teşkil eden kiriş elemanlar için bu ifade,

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+k_1 w-k_2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\bar{m}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (4.12)$$

şeklinde olacaktır. Bu ifadede w=w(x,t)'yi ifade eder. Bu ifade yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+Bw-A\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\bar{m}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (4.13)$$

Burada, $A=k_2/(EI)$ ve $B=k_1/(EI)$'yı ifade eder. Bu sistemin 3 sınır durumu için çözümü vardır,

- $A<2\sqrt{B}$
- $A=2\sqrt{B}$
- $A>2\sqrt{B}$

$A=2\sqrt{B}$ durumu istisnai bir durum olduğundan bu olasılık hesap edilmeyecektir.

4.3.1 $A<2\sqrt{B}$ Durumu İçin Eleman Kütle Matrisinin Belirlenmesi

Denklem (3.38)'deki şekil fonksiyonları kullanılarak, $\lambda=(B/4)^{0.25}$ ve $\delta=A/4$ için $a=(\lambda^2+\delta)^{0.5}$ ve $b=(\lambda^2-\delta)^{0.5}$ olmak üzere,

$$\frac{m(2,2)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix} a\sin(2bL)\,[a^4\sin^2(bL)+a^2b^2\sinh^2(aL)-2b^4\sinh^2(aL)] \\ +b\sinh(2aL)\,[b^4\sinh^2(aL)+a^2b^2\sin^2(bL)-2a^4\sin^2(bL)] \\ -2abL(a^2+b^2)[a^2\sin^2(bL)+b^2\sinh^2(aL)] \\ +a^2b^2L(a^2+b^2)\sinh(2aL)\sin(2bL) \end{bmatrix}}{8ab(a^2+b^2)[a^2\sin^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \qquad (4.14a)$$

$$\frac{m(2,3)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix} abL(a^2+b^2)[bsinh(2aL)sin^2(bL) - asinh^2(aL)sin(2bL)] \\ +[cosh(2aL) - cos(2bL)] * [a^4sin^2(bL) - b^4sinh^2(aL)] \end{bmatrix}}{4(a^2+b^2)[b^2sinh^2(aL) - a^2sin^2(bL)]^2} \quad (4.14b)$$

$$\frac{m(2,5)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix} abL(a^2+b^2)cosh(aL)cos(bL)[a^2sin^2(bL) + b^2sinh^2(aL)] \\ -acosh(aL)sin(bL)[a^4sin^2(bL) + b^2(a^2-2b^2)sinh^2(aL)] \\ -bsinh(aL)cos(bL)[b^4sinh^2(aL) + a^2(b^2-2a^2)sin^2(bL)] \\ -2a^2b^2L(a^2+b^2)sinh(aL)sin(bL) \end{bmatrix}}{4ab(a^2+b^2)[b^2sinh^2(aL) - a^2sin^2(bL)]^2} \quad (4.14c)$$

$$\frac{m(2,6)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix} a^2(b^4 - 4a^2b^2 - a^4)sinh(aL)sin(3bL) \\ +b^2(a^4 - 4a^2b^2 - b^4)sinh(3aL)sin(bL) \\ +3(a^2+b^2)^3sinh(aL)sin(bL) \\ -a^2b^3L(a^2+b^2)sinh(3aL)cos(bL) \\ -3a^3b^2L(a^2+b^2)\,cosh(aL)\,sin(3bL) \\ +ab^4L(a^2+b^2)\,cosh(3aL)\,sin(bL) \\ +a^4bL(a^2+b^2)\,cos(3bL)\,sinh(aL) \\ +a^2bL(3b^2-a^2)(a^2+b^2)\,cos(bL)\,sinh(aL) \\ +ab^2L(3a^2-b^2)(a^2+b^2)\,cosh(aL)\,sin(bL) \end{bmatrix}}{-16ab(a^2+b^2)[a^2sin^2(bL) - b^2sinh^2(aL)]^2} \quad (4.14d)$$

$$\frac{m(3,3)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix} a^2b(2a^4 + 5a^2b^2 - b^4)sinh(2aL)sin^2(bL) \\ +ab^2(2b^4 + 5a^2b^2 - a^4)sin(bL)sinh^2(aL) \\ +a^5(a^2+5b^2)sin(2bL)sin^2(bL) \\ -b^5(b^2+5a^2)sinh(2aL)sinh^2(aL) \\ +2abL(a^4+b^4)[b^2sinh^2(aL) - a^2sin^2(bL)] \\ -a^2b^2L(a^4-b^4)\,sinh(2aL)\,sin(2bL) \\ -4a^5b^3L\,cos(2bL)\,sinh^2(aL) + 4a^3b^5L\,cosh(2aL)\,sin^2(bL) \end{bmatrix}}{-8ab(a^2+b^2)[a^2sin^2(bL) - b^2sinh^2(aL)]^2} \quad (4.14e)$$

$$\frac{m(3,5)}{\mu} = \frac{\begin{bmatrix} 3(a^2+b^2)^3sinh(aL)sin(bL) \\ +b^2(a^4 - 4a^2b^2 - b^4)sinh(3aL)sin(bL) \\ -a^2(a^4 + 4a^2b^2 - b^4)sinh(aL)sin(3bL) \\ +ab^2L(3a^4 + 2a^2b^2 - b^4)cosh(aL)sin(bL) \\ +a^2bL(3b^4 + 2a^2b^2 - a^4)sinh(aL)cos(bL) \\ -a^2b^2L(a^2+b^2)[acosh(aL)sin(3bL) + bsinh(3aL)cos(bL)] \\ +abL(a^2+b^2)[a^3sinh(aL)cos(3bL) + b^3cosh(3aL)sin(bL)] \end{bmatrix}}{8ab(a^2+b^2)[b^2sinh^2(aL) - a^2sin^2(bL)]^2} \quad (4.14f)$$

$$\frac{m(3,6)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}a^5(a^2+5b^2)\cosh(aL)\sin^3(bL)-b^5(5a^2+b^2)\cos(bL)\sinh^3(aL)\\+a^2b(2a^4+5a^2b^2-b^4)\cos(bL)\sinh(aL)\sin^2(bL)\\+ab^2(a^4-5a^2b^2-2b^4)\cosh(aL)\sin(bL)\sinh^2(aL)\\+2a^2b^2(a^2+b^2)\sinh(aL)\sin(bL)[b^2L\cosh^2(aL)-a^2\cos^2(bL)]\\-abL(a^4-b^4)\cosh(aL)\cos(bL)[a^2\sin^2(bL)+b^2\sinh^2(aL)]\end{bmatrix}}{4ab(a^2+b^2)[b^2\sinh^2(aL)-a^2\sin^2(bL)]^2} \quad (4.14g)$$

Denklem (4.14)'teki ifadelerde $k_1\rightarrow 0$ ve $k_2\rightarrow 0$ için limit problem çözüldüğünde Denklem (4.8)'deki kiriş elemana ait kütle matrisi bileşenleri elde edilebilir.

4.3.2 A>2√B Durumu İçin Eleman Kütle Matrisinin Belirlenmesi

Denklem (3.46)'dAki şekil fonksiyonları kullanılarak, $\lambda=(B/4)^{0.25}$ ve $\delta=A/4$ için $a=(\lambda^2+\delta)^{0.5}$ ve $b=(\delta-\lambda^2)^{0.5}$ olmak üzere,

$$\frac{m(2,2)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}a^2\sinh^2(bL)[a^3\sinh(2bL)-b(2a^2+b^2)\sinh(2aL)]\\+b^2\sinh^2(aL)[b(a^2+2b^2)\sinh(2bL)-b^3\sinh(2aL)]\\+a^2b^2L(a^2-b^2)\sinh(2aL)\sinh(2bL)\\-2abL(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)+b^2\sinh^2(aL)]\end{bmatrix}}{-8ab(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \quad (4.15a)$$

$$\frac{m(2,3)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}2*[\cosh^2(bL)-\cosh^2(aL)]*[a^4\sinh^2(bL)+b^4\sinh^2(aL)]\\+ab^2L(a^2-b^2)\sinh(2aL)\sinh^2(bL)\\+a^2bL(a^2-b^2)\sinh(2bL)\sinh^2(aL)\end{bmatrix}}{4(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \quad (4.15b)$$

$$\frac{m(2,5)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix}a^5\cosh(aL)\sinh^3(bL)-b^5\cosh(bL)\sinh^3(aL)\\+ab^2(a^2+2b^2)\cosh(aL)\sinh(bL)\sinh^2(aL)\\-a^2b(2a^2+b^2)\sinh(aL)\cosh(bL)\sinh^2(bL)\\+2a^2b^2L(a^2-b^2)\sinh(aL)\sinh(bL)\\-abL(a^2-b^2)\cosh(aL)\cosh(bL)[a^2\sinh^2(bL)+b^2\sinh^2(aL)]\end{bmatrix}}{4ab(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \quad (4.15c)$$

$$\frac{m(2,6)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix} a^2(b^4+4a^2b^2-a^4)\sinh(aL)\sinh^3(bL) \\ +b^2(b^4-4a^2b^2-a^4)\sinh(bL)\sinh^3(aL) \\ +a^2b^2L[a^3\cosh(aL)\sinh^3(bL)-b^3\cosh(bL)\sinh^3(aL)] \\ +0.5abL\sinh(bL)\sinh(aL)[a^5\sinh(2bL)-b^5\sinh(2aL)] \\ +a^3b^4L\sinh(bL)\cosh(aL)[\cosh^2(aL)-\cosh^2(bL)] \\ +a^4b^3L\cosh(bL)\sinh(aL)[\cosh^2(aL)-\cosh^2(bL)] \end{bmatrix}}{-4ab(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \quad (4.15d)$$

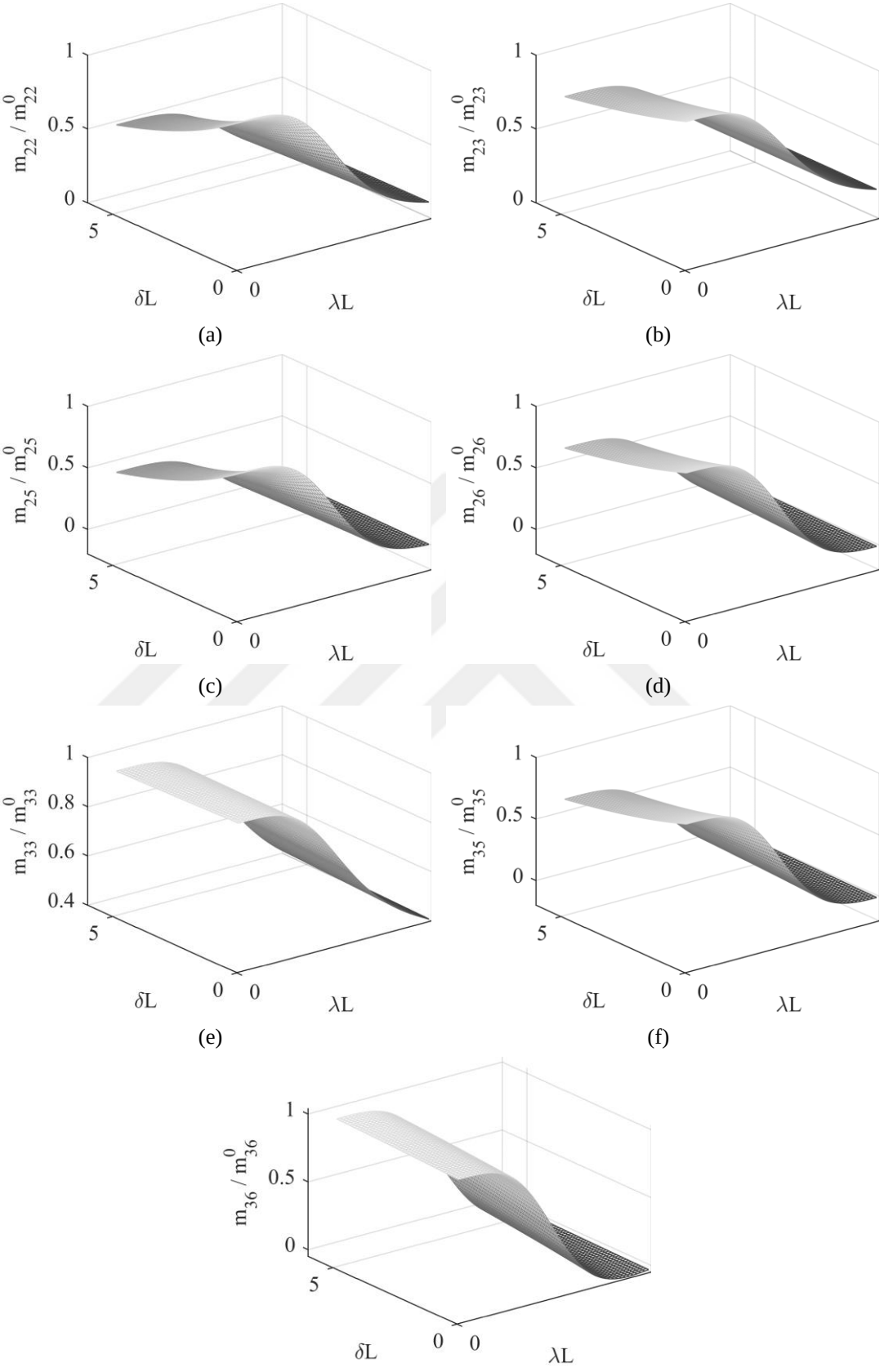
$$\frac{m(3,3)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix} a^5(a^2-5b^2)\sinh(2bL)\sinh^2(bL) \\ +b^5(5a^2-b^2)\sinh(2aL)\sinh^2(aL) \\ +a^2b(2a^4-5a^2b^2-b^4)\sinh(2aL)\sinh^2(bL) \\ -ab^2(2b^4-5a^2b^2-a^4)\sinh(2bL)\sinh^2(aL) \\ -2abL(a^4-b^4)[a^2\sinh^2(bL)+b^2\sinh^2(aL)] \\ -8a^3b^3L(a^2-b^2)\sinh^2(aL)\sinh^2(bL) \\ -a^2b^2L(a^4-b^4)\sinh(2aL)\sinh(2bL) \end{bmatrix}}{8ab(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \quad (4.15e)$$

$$\frac{m(3,5)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix} a^2(b^4+4a^2b^2-a^4)\sinh(aL)\sinh^3(bL) \\ b^2(b^4-4a^2b^2-a^4)\sinh(bL)\sinh^3(aL) \\ +abL(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)+b^2\sinh^2(aL)] \\ *[a\cosh(bL)\sinh(aL)+b\cosh(aL)\sinh(bL)] \end{bmatrix}}{4ab(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \quad (4.15f)$$

$$\frac{m(3,6)}{\mu}=\frac{\begin{bmatrix} 2a^2b^2L(a^2-b^2)\sinh(aL)\sinh(bL)[a^2\cosh^2(bL)+b^2\cosh^2(aL)] \\ +abL(a^4-b^4)\cosh(aL)\cosh(bL)[a^2\sinh^2(bL)+b^2\sinh^2(aL)] \\ +a^2b(b^4+5a^2b^2-2a^4)\cosh(bL)\sinh(aL)\sinh^2(bL) \\ +ab^2(2b^4-5a^2b^2-a^4)\cosh(aL)\sinh(bL)\sinh^2(aL) \\ +a^5(5b^2-a^2)\cosh(aL)\sinh^3(bL) \\ +b^5(b^2-5a^2)\cosh(bL)\sinh^3(aL) \end{bmatrix}}{4ab(a^2-b^2)[a^2\sinh^2(bL)-b^2\sinh^2(aL)]^2} \quad (4.15g)$$

Denklem (4.15)'deki ifadelerde $k_1 \to 0$ ve $k_2 \to 0$ için limit problem çözüldüğünde Denklem (4.8)'deki kiriş elemana ait kütle matrisi bileşenleri elde edilebilir.

İki parametreli zemin etkisinin normalleştirilmiş kütle matrisi bileşenlerine etkisi $A<2\sqrt{B}$ için Denklem (4.14)'te ve $A>2\sqrt{B}$ için Denklem (4.15)'teki ifadeler dikkate alınarak grafiksel olarak Şekil (4.3)'te sunulmuştur.



Şekil 4.3 İki-parametreli zeminin kütle matrisine etkisi (a) m_{22}, (b) m_{23}, (c) m_{25}, (d) m_{26}, (e) m_{33}, (f) m_{35}, (g) m_{36}

4.4 Uygulamalar (Elastik Zemine Oturan Plak)

Bölüm 3 ve Bölüm 4'te elde edilen eleman kütle matrisi ve eleman rijitlik matrisi kullanılarak, plak elemanın serbest titreşim analizini yapan genel amaçlı bir program hazırlanmıştır. Bu program kullanılarak, Lam (2000) tarafından yapılan çalışmada dikkate alınan örnekler çözülmüş, elde edilen hâkim moda ait (en küçük, 1.) açısal frekans değerleri karşılaştırılmıştır. Lam bu çalışmasında Levy plate teorisini dikkate almaktadır. Levy Plate teorisi, bir kenarı diğer kenarından görece uzun olan plak tipleri için geçerli olan bir yaklaşımdır.

Bu kısımda incelenen örneklerde sınır koşulları farklı 5 plak dikkate alınmıştır. Bunlar karşılıklı iki kenarı basit mesnetli ve karşılıklı diğer iki kenarı,

- basit mesnetli (SSSS),
- ankastre (SCSC),
- serbest (SFSF),
- bir kenarı basit, diğeri ankastre (SSSC),
- bir kenarı ankastre, diğeri serbest (SCSF),
- bir kenarı basit, diğeri serbest (SSSF)

olan kare tip plaklardır. Sonuç olarak plakların en küçük açısal frekansları ile karşılaştırma yapılmıştır.

FGM yöntemine göre yapılan analizlerde plaklar 10x10 ızgaralara bölünüp plak eğilme rijitliği 1 olacak şekilde dikkate alınmıştır.

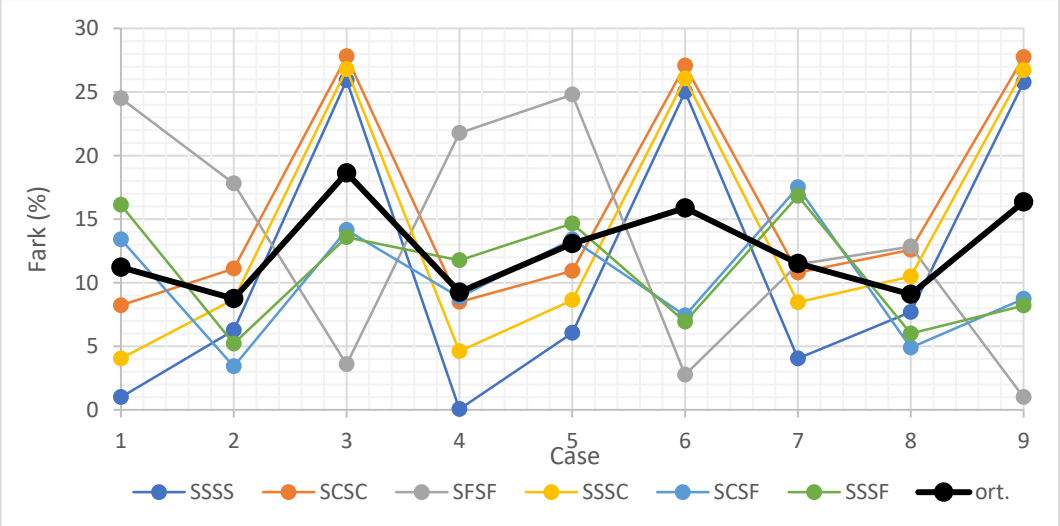
Yapılan analizler neticesinde elde edilen en küçük açısal frekans değerleri karşılıklı olarak Tablo (4.1)'de sunulmuştur. FGM yönteminde elde edilen frekanslar ile Lam'in elde ettiği sonuçlar arasındaki fark oransal olarak Tablo (4.2)'de sunulmuştur. Tablo (4.2)'deki veriler grafiksel olarak Şekil (4.4)'te sunulmuştur.

Tablo 4.1 Hâkim açısal frekans değerleri (√w)

	k_1	0			10^2			10^3		
	k_2	0	10^2	10^3	0	10^2	10^3	0	10^2	10^3
SSSS	Lam	19.74	48.62	141.92	22.13	49.63	142.20	37.28	58.00	145.43
	Tez	19.94	45.57	105.13	22.12	46.63	106.62	35.77	53.54	107.96
SCSC	Lam	28.95	54.68	146.73	30.63	55.59	147.13	42.87	63.17	150.12
	Tez	26.57	48.60	105.93	28.03	49.51	107.29	38.24	55.21	108.47
SFSF	Lam	9.63	32.90	99.83	13.88	34.39	100.33	31.62	45.64	104.72
	Tez	11.99	38.76	96.25	16.90	42.92	103.10	28.00	51.50	105.77
SSSC	Lam	23.65	51.32	144.24	25.67	52.29	144.61	39.49	60.28	147.62
	Tez	22.69	46.86	105.58	24.49	47.78	106.93	36.15	53.95	108.19
SCSF	Lam	12.69	37.98	112.52	16.15	39.27	113.00	34.07	49.42	116.92
	Tez	14.39	39.28	96.60	17.58	44.53	104.61	28.11	51.84	106.71
SSSF	Lam	11.68	37.15	111.71	15.38	38.47	112.23	33.71	48.79	116.12
	Tez	13.56	39.09	96.54	17.19	44.11	104.45	28.04	51.72	106.59

Tablo 4.2 Hâkim açısal frekanslarda fark oranları (%)

k_1	k_2	SSSS	SCSC	SFSF	SSSC	SCSF	SSSF
0	0	1.01	8.22	24.51	4.05	13.41	16.12
	100	6.26	11.11	17.81	8.70	3.42	5.22
	1000	25.92	27.80	3.58	26.80	14.15	13.58
100	0	0.06	8.49	21.77	4.61	8.86	11.77
	100	6.05	10.93	24.80	8.63	13.41	14.65
	1000	25.02	27.08	2.76	26.06	7.42	6.93
1000	0	4.05	10.80	11.44	8.46	17.51	16.83
	100	7.70	12.59	12.85	10.49	4.90	6.01
	1000	25.77	27.74	1.01	26.71	8.73	8.20
Ortalama fark		11.32	16.09	13.39	13.83	10.20	11.03



Şekil 4.4 Hâkim açısal frekans değerleri için fark oranları (%)

Tablo (4.2)'deki değerler incelendiğinde şu sonuçlar çıkarılabilir,

- Tüm durumlar için ortalama fark oranı %12.64'tür ve bu değer %8.75 ile %16.36 arasında değişmektedir.
- SFSF durumu dışındaki bütün durumlarda k_2'nin en büyük değerinde en büyük fark oranı oluşmaktadır. SFSF durumunda tam tersi sonuç oluşmaktadır.

Bölme sayısı n=10x10 sabit tutularak, plak eğilme rijitliğini 1 yapan farklı değerler için analiz yapılmış ve sonuçlar Tablo (4.3)'te sunulmuştur.

Tablo 4.3 SSSS ve n=10x10 plak tipi için serbest titreşim analizi 1. açısal frekans fark oranları (%)

Zemin par.		E/h	10920 / 0.1		87360 / 0.05		698880 / 0.025		10920000 / 0.01	
k_1	k_2	Lam	w	fark,%	w	fark,%	w	fark,%	w	fark,%
	0	19.74	16.07	18.61	18.00	8.81	19.21	2.69	19.94	1.01
0	100	48.62	44.02	9.47	44.76	7.94	45.26	6.91	45.57	6.26
	1000	141.92	104.45	26.40	104.77	26.18	104.99	26.02	105.13	25.92
	0	22.13	18.70	15.50	20.39	7.87	21.46	3.02	22.12	0.06
100	100	49.63	45.08	9.17	45.82	7.68	46.31	6.68	46.63	6.05
	1000	142.20	105.91	25.52	106.25	25.28	106.47	25.12	106.62	25.02
	0	37.28	33.36	10.52	34.70	6.92	35.37	5.14	35.77	4.05
1000	100	58.00	52.19	10.03	52.83	8.92	53.26	8.17	53.54	7.70
	1000	145.43	107.26	26.25	107.59	26.02	107.81	25.87	107.96	25.77
Ortalama fark			16.83		13.96		12.18		11.32	

Tablo (4.3)'ten anlaşılacağı üzere, plak malzemesinin elastisite modülü ve plak kalınlığının D=1 koşulunu sağlaması şartıyla değişken olması, $k_1=k_2=0$ haricindeki durumlarda etkili bir faktör değildir. Ancak bu durumun diğer parametrelerin değişkenliği ile incelenmesi gerekmektedir.

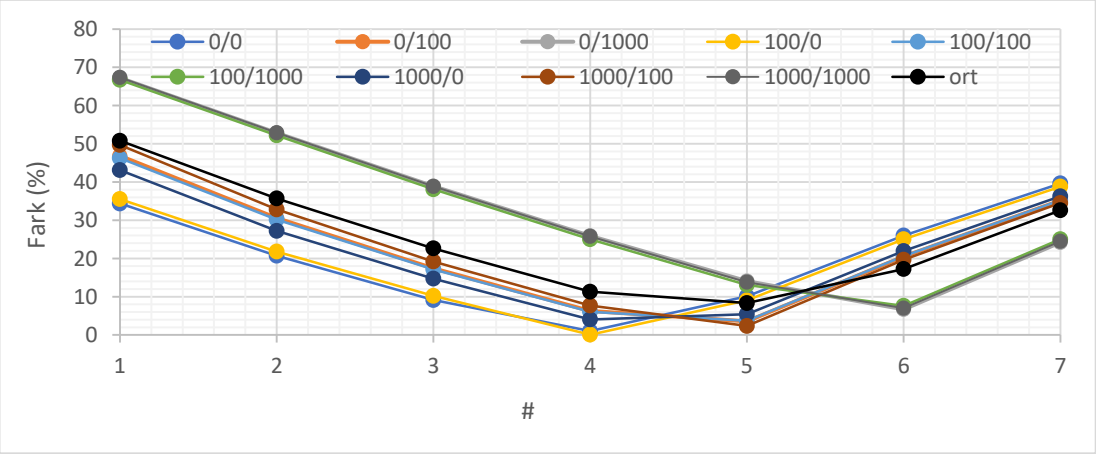
Plak bölme sayısının 1. açısal frekansa etkisini inceleyebilmek amacıyla, plak malzeme ve kalınlığı sabit tutulup sadece plak bölme sayısı değiştirilerek incelenmiştir. Elde edilen frekans değerleri Tablo (4.4)'te ve bu değerlerdeki hata oranı Tablo (4.5)'e sunulmuştur.

Tablo 4.4 SSSS plakta bölme sayısının 1. açısal frekansa etkisi, değerler

k1	k2	Lam	4x4	6x6	8x8	10x10	12x12	16x16	20x20
	0	19.74	12.96	15.65	17.94	19.94	21.73	24.87	27.56
0	100	48.62	25.84	33.77	40.16	45.57	50.34	58.60	65.71
	1000	141.92	46.53	66.92	86.70	105.13	121.99	151.40	176.24
	0	22.13	14.27	17.31	19.87	22.12	24.13	27.67	30.72
100	100	49.63	26.67	34.66	41.13	46.63	51.47	59.87	67.12
	1000	142.20	47.31	67.98	88.01	106.62	123.58	153.02	177.80
	0	37.28	21.21	27.14	31.80	35.77	39.30	45.46	50.80
1000	100	58.00	29.19	38.95	46.87	53.54	59.37	69.40	78.01
	1000	145.43	47.48	68.51	88.92	107.96	125.35	155.59	181.06

Tablo 4.5 SSSS plakta bölme sayısının 1. açısal frekansa etkisi (%)

k1	k2	4x4	6x6	8x8	10x10	12x12	16x16	20x20
	0	34.37	20.71	9.14	1.01	10.10	25.98	39.63
0	100	46.85	30.54	17.40	6.26	3.54	20.52	35.16
	1000	67.21	52.85	38.91	25.92	14.04	6.68	24.19
	0	35.53	21.80	10.21	0.06	9.05	25.02	38.80
100	100	46.26	30.16	17.13	6.05	3.71	20.63	35.24
	1000	66.73	52.19	38.11	25.02	13.09	7.61	25.03
	0	43.10	27.21	14.71	4.05	5.42	21.94	36.26
1000	100	49.68	32.84	19.19	7.70	2.36	19.65	34.50
	1000	67.35	52.89	38.86	25.77	13.81	6.99	24.50
Ortalama		50.79	35.69	22.63	11.32	8.35	17.22	32.59

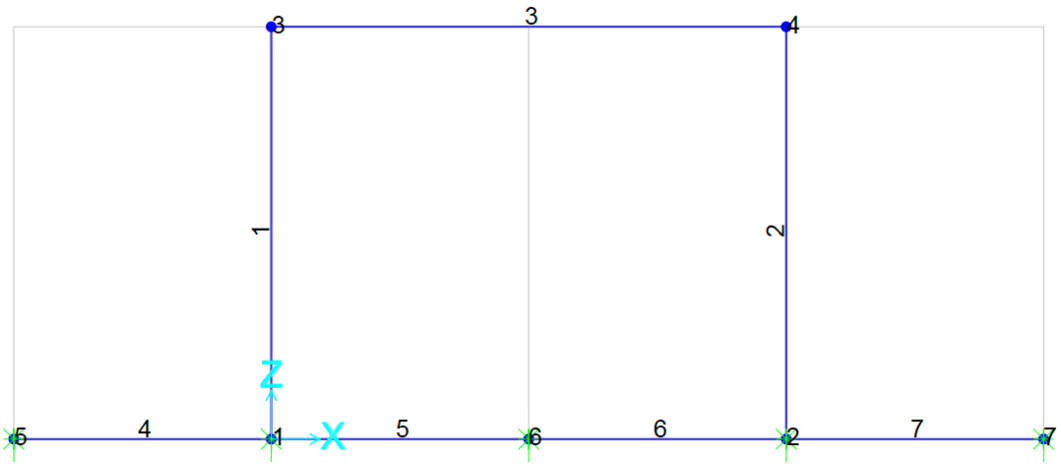


Şekil 4.5 Bölme sayısının 1. açısal frekansa etkisi

Şekil (4.5)'den anlaşılacağı üzere, bölme sayısının sistemdeki fark yüzdesine etkisi olmaktadır. Ele alınan örnek için bölme sayısının 12x12 olduğu durum en uygun çözümdür. Bölme sayısının etkisinin daha doğru anlaşılabilmesi için farklı plak geometrileri için istatistiksel bir araştırma yapılması gerekmektedir.

4.5 Uygulama (Zemin+Üstyapı)

İki parametreli zemin modeli ile üstyapının ortak çalıştığı sistem Matlab vasıtasıyla programlanmıştır. Bu programda kullanılan, zemini oluşturan elemanlara ait rijitlik ve kütle matrisleri Bölüm 3 ve Bölüm 4'te hesaplanmıştır. Üstyapıyı oluşturan elemanlarda ise FEM teorisine uygun olarak yığılı matris bileşenleri kullanılmıştır. Bu bölümde, serbest titreşim analizi sonuçlarının basit bir şekilde incelenebilmesi amacıyla Şekil (4.6)'da gösterilen 2 kolon, 1 kiriş ve elastik zemine oturan 4 adet kirişten oluşan tek katlı bir düzlem çerçeve sistemi belirlenmiştir.



Şekil 4.6 Basit çerçeve sistem

Şekil (4.6)'da gösterilen 1, 2 ve 6 nolu düğüm noktalarında z doğrultusunda yerdeğiştirme ve x doğrultusu etrafında dönme serbesttir. 5 ve 7 nolu düğüm noktalarında x ile y doğrultuları etrafında dönme serbesttir. Elastik zemini temsil eden düğüm noktaları düşey ve dönme yay parametrelerini yayılı olarak içermektedir.

Bu sistemde kullanılan kolonlar 50cmx50cm, kiriş 25cmx50cm ve elastik zemine oturan kirişler 100cmx20cm olarak dikkate alınmıştır. Eleman materyalinin birim hacim ağırlığı γ=25 kN/m^3 ve Elastisite modülü E=2x10^8 kN/m^2, poisson oranı

v=0.3'tür. FEM elemanların özgül kütlesi hesaplanarak ilgili düğüm noktalarına direkt olarak aktarılmıştır.

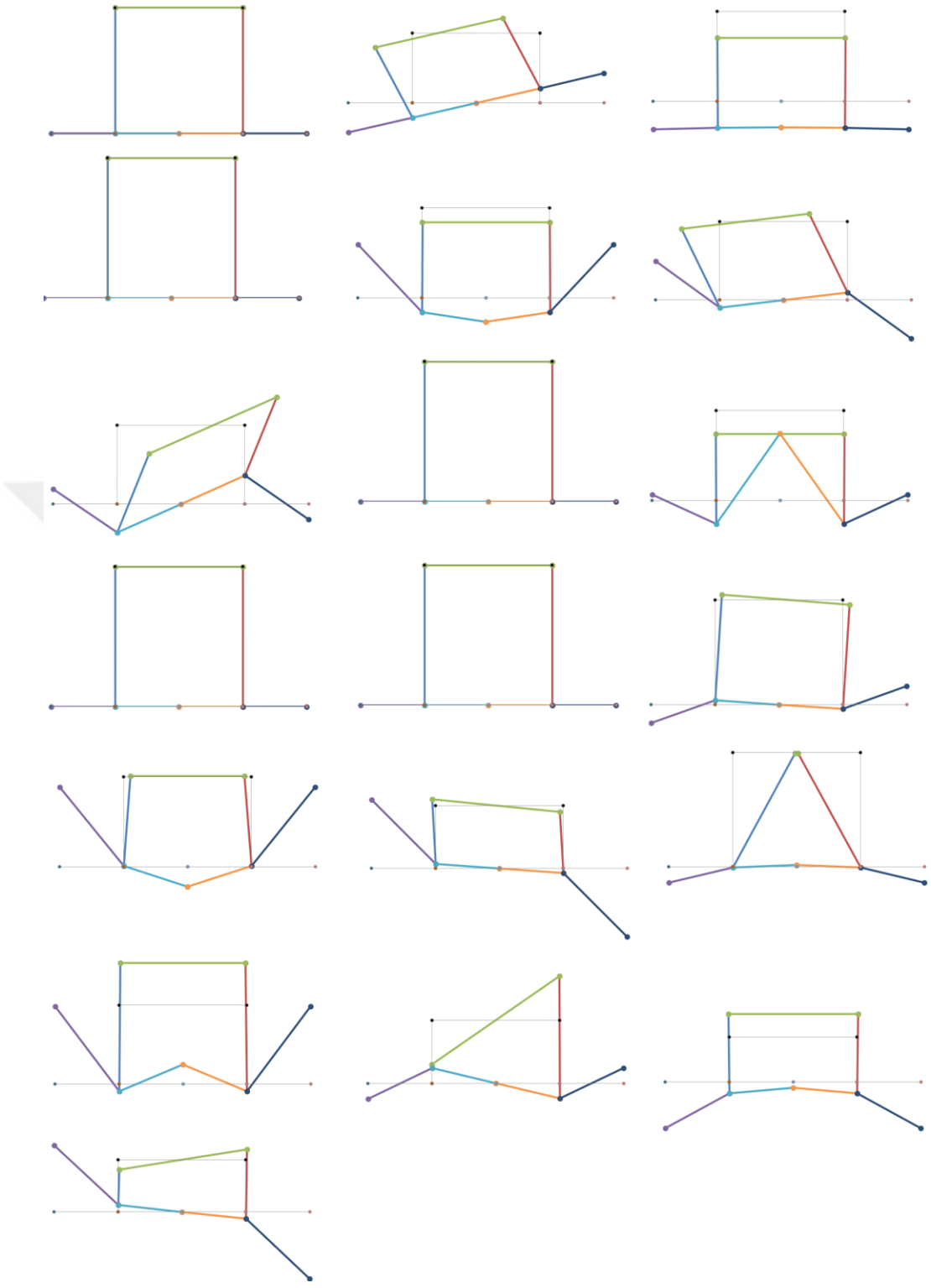
Zemin parametresi k_1=5000 kN/m^3 ve k_2=2000 kN/m^3 olarak dikkate alınmıştır. FEM modelinde yay parametresi düğüm noktası alan hesabıyla belirlenen tekil yaylar ilgili düğüm noktalarına atanarak dikkate alınmıştır.

Modelde dikkate alınan eleman kütle matrisinin yayılı veya yığılı olmasına bağlı olarak sistemin dinamik serbestlik derecesi farklı olacaktır. Bu örnek için, yığılı kütle matrisini kullanan FEM modelinde 11 mod, yayılı kütle matrisini kullanan FGM modelinde 19 mod hesaplanmıştır. Bu sistem için yapılan analizden elde edilen frekans değerleri Tablo (4.6)'da sunulmuştur.

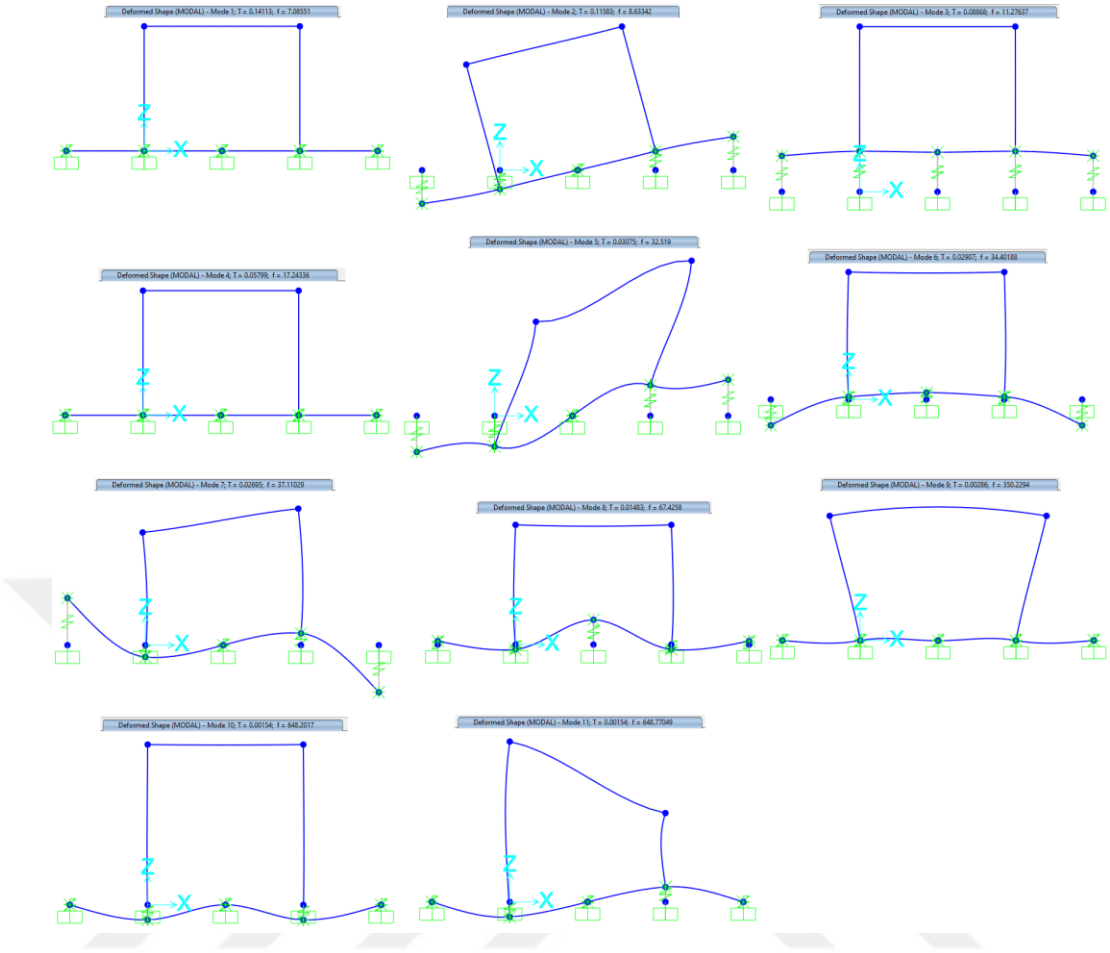
Tablo 4.6 Frekans değerleri

Mod	**FGM**	**FEM**	**Mod**	**FGM**	**FEM**
1	6.725	7.086	11	120.700	648.775
2	7.176	8.804	12	147.510	-
3	8.497	11.279	13	268.440	-
4	16.825	17.243	14	326.660	-
5	21.448	32.614	15	351.620	-
6	24.156	34.906	16	588.170	-
7	32.216	37.680	17	629.490	-
8	38.919	67.480	18	670.670	-
9	57.016	350.233	19	721.590	-
10	108.370	648.204			

Tablo (4.6)'da sunulan frekanslara karşılık gelen mod şekilleri FGM model için Şekil (4.7)'de ve FEM modeli için Şekil (4.8)'de sunulmuştur. İki modelden elde edilen mod sayısının farklı olmasından dolayı bu iki modeli doğrudan karşılaştırmak mümkün değildir.



Şekil 4.7 FGM sisteminin mod şekilleri



Şekil 4.8 FEM sisteminin mod şekilleri

Yapıların deprem kuvveti hesabında kullanılan modal yöntemlerde bazı modların etkisinin düşük olduğu bilinmektedir. Bu etkinin temel göstergesi modal etkin kütlenin harekete katılım oranıdır. Modal etkin kütle değeri mod şekline ve kütle matrisine bağlı olarak hesaplanır.

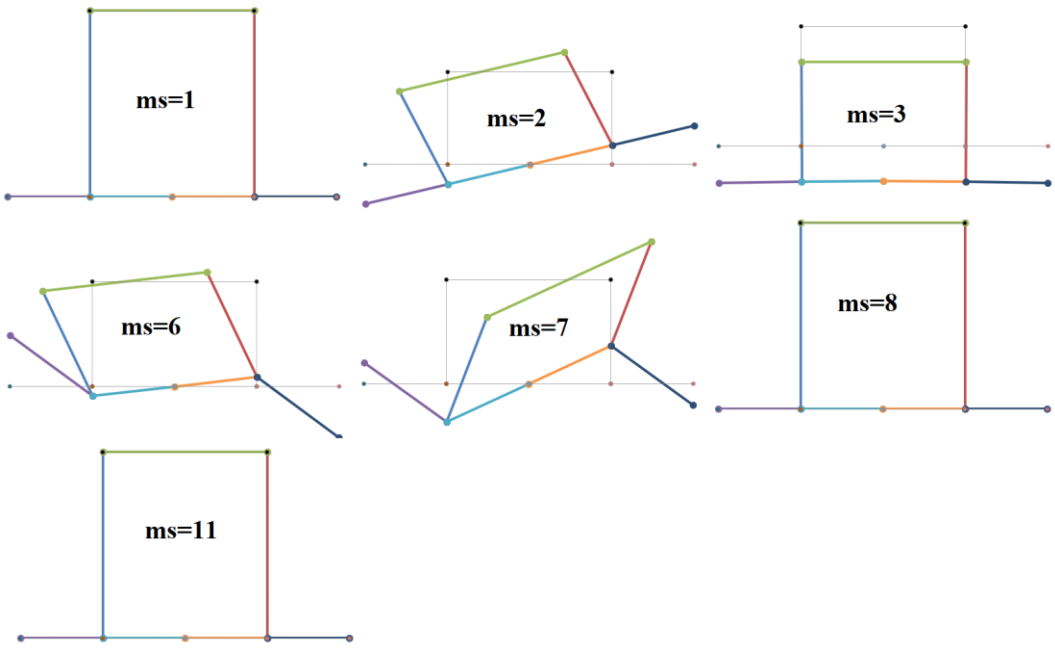
$$m_i = \Phi_i * M_{sis} * {\Phi_i}^T \tag{4.16}$$

Bu denklemde "m_i" değeri i modunun etkin kütlesini, "Φ_i" vektörü i mod şeklini ve "M_{sis}" sistemin kütle matrisini göstermektedir. Denklem (4.16) kullanılarak FGM model için modal etkin kütle değerleri hesaplanarak Tablo (4.7)'de sunulmuştur.

Tablo 4.7 Modal etkin kütle değerleri (FGM)

Mod	Frekans	Modal Etkin Kütle	Oran	Kümülatif oran
1	6.725	1.0018	2.900	2.900
2	7.176	1.8351	5.312	8.211
3	8.497	17.377	50.298	58.510
4	16.825	2.48E-30	0.000	58.510
5	21.448	0.0092531	0.027	58.537
6	24.156	1.2205	3.533	62.069
7	32.216	1.1815	3.420	65.489
8	38.919	7.9769	23.089	88.579
9	57.016	0.0002141	0.001	88.579
10	108.370	5.97E-30	0.000	88.579
11	120.700	3.6616	10.599	99.178
12	147.510	0.061025	0.177	99.354
13	268.440	2.31E-5	0.000	99.354
14	326.660	0.071589	0.207	99.562
15	351.620	2.70E-7	0.000	99.562
16	588.170	3.02E-6	0.000	99.562
17	629.490	0.018355	0.053	99.615
18	670.670	3.37E-6	0.000	99.615
19	721.590	0.13306	0.385	100

Tablo (4.7)'de görüleceği gibi bazı modların kütle katılımına etkisi oransal olarak düşük mertebede kalmaktadır. Bu modlar (%1'den az) elendiğinde geriye kalan 7 adet modun toplam modal etkin kütle oranı %99.15'tir. Bu mod şekilleri Şekil (4.9)'da gösterildiği gibidir.



Şekil 4.9 FGM sisteminin etkin mod şekilleri

Bu bölümde elastik zemin etkisini yayılı olarak içeren model (FGM), bu etkinin düğüm noktasında toplanması mantığına dayanan (FEM) model ile karşılaştırılmıştır. FGM modelde mod sayısının daha fazla olduğu; mod şekillerinde ve bu mod şekillerine karşılık gelen frekanslarda farklılıklar olduğu anlaşılmaktadır. Bu farklılıklardan dolayı iki modelde modları veya frekansları doğrudan karşılaştırmak mümkün olamamaktadır.

FGM ile modellenen 2 parametreli yayılı elastik zemin modelinin FEM modeline kıyasla üstyapı davranışında sebep olduğu farklar yapısal modelin deprem kuvveti altında davranışı irdelenerek dolaylı olarak incelenmesi mümkün olacaktır.

Deprem kuvveti hesabında kullanılan modal yöntemlerde temel prensip, yapının ilgili doğrultusunda etkin olan kütlenin ilgili modda hesaplanan ivme ve mod şekliyle uyumlu olarak yapısal sistemdeki ilgili serbestliklere kuvvet şeklinde tatbik edilmesi ile iç kuvvet ve yerdeğiştirmelerin hesaplanmasıdır. Her mod için hesaplanan bu modal büyüklükler yönetmeliklerin belirlediği istatistiksel birleştirme yöntemleri ile birleştirilerek sistemi oluşturan elemanların deprem kuvveti altında kuvvet ve yerdeğiştirme talebi hesaplanır. Kuvvete dayalı hesapta, bu iç kuvvetler kesit hesabında, yerdeğiştirmeler de stabilite kontrollerinde kullanılarak yapısal tasarım tamamlanır. Bu prensipte frekans, mod şekilleri ve bu modlara ait kütle katılım oranları önem arz etmektedir.

Yapısal analizde mod şekli, ilgili mod için hesaplanan kuvvetin yapısal modeldeki dağılımını; frekans ise tasarım spektrumdan kaynaklanan tasarım ivmesinin hesaplanmasında kullanılmaktadır. Bu dinamik parametrelerin, FGM ile zemin etkisinin sisteme yayılı olarak uygulanması durumuna etkilerini inceleyebilmek amacıyla bir sonraki bölümde çok katlı bir örnek detaylı bir şekilde araştırılmıştır.

5. UYGULAMA: 10 KATLI YAPI

Bu bölümde, tezin amacına bağlı olarak, 2 parametreli sürekli yay etkisinin zemin+temel+üstyapı ortak sisteminin deprem davranışına etkisi incelenmektedir.

5.1 Analiz Yöntemi

Deprem kuvveti altında yapı davranışının incelenmesinde kullanılan yöntemlerin prensipleri aşağıdaki şekilde gruplandırılmaktadır (Asce 41-17, 2017),

- Linear static procedure (LSP): doğrusal statik yöntem
- Linear dynamic procedure (LDP): doğrusal dinamik yöntem
- Nonlinear static procedure (NSP): doğrusal olmayan statik yöntem
- Nonlinear dynamic procedure (NDP): doğrusal olmayan dinamik yöntem

Burada belirtilen prensiplerde linear ve nonlinear tabiri yapısal malzemenin davranışını, statik ve dinamik terimleri ise deprem kuvvetini ele alış biçimi ile ilgilidir. Statik yöntemler belirli bir tasarım spektrumunu dikkate alırken dinamik yöntemler, tasarım spektrumu dikkate alınarak belirlenen kuvvetli yer hareketleri veya modal kuvvetler altında yapının davranışını inceleme prensibine dayanır. Asce 7-16 (2016)'da ve Asce 41-17'de tanımlanan prensiplere bağlı olarak tanımlanan analiz yöntemleri Tablo (5.1)'de belirtilen şekilde özetle sunulabilir.

Tablo 5.1 Deprem Analizi Yöntemleri

Prosedür	**Analiz Yöntemi**
LSP	• Eşdeğer deprem yükü yöntemi
LDP	• Modal tepki spektrumu yöntemi • Doğrusal zaman tanım alanında hesap yöntemi
NSP	• Sabit tek modlu itme yöntemi • Değişken tek modlu itme yöntemi • Çok modlu itme yöntemi
NDP	• Doğrusal olmayan zaman tanım alanında hesap yöntemi

Türkiye'de geçerli olan mevcut deprem yönetmeliğinde (TBDY 2018), Tablo (5.1)'de verilen yöntemlerin nasıl uygulanacağına dair açıklamalar yapılmaktadır. Bu

açıklamalar dikkate alınarak, bu tezin amacına uygun olarak, TBDY-2018'in tanımlandığı ismi ile Mod Birleştirme Yöntemi (modal tepki spektrumu analizi, modal response spectrum analysis - MRS) ile deprem davranışının incelenmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. MRS ile deprem hesabı TBDY'de aşağıdaki gibi tanımlanmıştır,

> "*Mod Birleştirme Yöntemi*'nde, verilen bir deprem doğrultusunda *deprem tasarım spektrumu*'ndan yararlanılarak gözönüne alınan her bir titreşim modunda davranış büyüklüklerinin enbüyük değerleri modal hesap yöntemi ile hesaplanır. Yeteri kadar titreşim modu için hesaplanan, ancak eşzamanlı olmayan *enbüyük modal davranış büyüklükleri* daha sonra istatistiksel olarak birleştirilerek *enbüyük davranış büyüklükleri*'nin yaklaşık değerleri elde edilir."

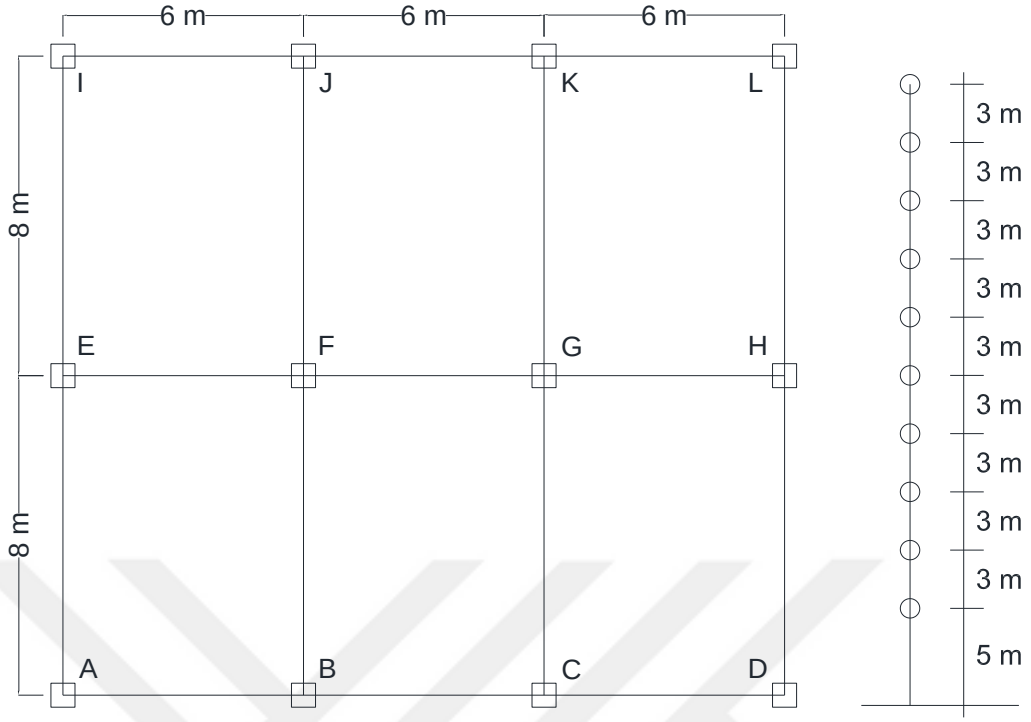
Bu tezin amacı yönetmelikleri tartışmak olmadığı için, yukarıda belirtilen yöntemlerin yönetmeliklerde belirtilen uygulama şartları ile sınırlı kalınmayacaktır. MRS analizinde bütün modlar dikkate alınacak, istatistiksel birleştirme yöntemi olarak "karelerinin toplamının karekökü (KTK, SRSS)" yöntemi uygulanacaktır. Analiz sonuçlarında herhangi bir yük kombinasyonu veya azaltma/büyütme katsayısı uygulanmadan sadece modal deprem kuvveti altındaki davranış ile ilgili sonuçlar sunulacaktır.

MRS analizi x ve y doğrultusunda ayrı ayrı uygulanacak ve sunulacak sonuçlarda analiz kodu sırasıyla MRSx ve MRSy şeklinde olacaktır.

Birimi belirtilmeyen büyüklükler için kN-m-ton birimleri kullanılmıştır.

5.2 Yapı Genel Bilgisi

İki parametreli sürekli zemin modelinin yapının deprem davranışına etkisini incelemek amacıyla konut amaçlı olduğu varsayılan 10 katlı betonarme çerçeve sistemden teşkil bir yapı örnek olarak seçilmiştir. Bu yapının geometrik detayları Şekil (5.1)'de gösterildiği gibidir.



Şekil 5.1 Yapı geometrisi

Seçilen yapıya ait malzeme ve geometriye ait temel veriler aşağıdaki gibidir,

- Malzeme: Betonarme C30, $E=3.2*10^7$ kN/m^2, v=0.2, γ=25 kN/m^3
- Kolonlar: 60cmx60cm betonarme kolon
- Kirişler: 30cmx60cm betonarme kiriş
- Döşeme: 20 cm kalınlığında betonarme plak ve Q=2 kN/m^2
- Temel: 50 cm kalınlığında radye temel
- Kat yüksekliği: ilk kat 5 m, diğer katlar 3 m, yapı yüksekliği:32 m

Radye temelde ampatman mesafesi sınır aks açıklığının yarısı kadar belirlenmiştir (x yönünde 3 m ve y yönünde 4 m).

Yapı yüklerinin hesabında döşemelerden gelen yükler doğrudan kirişlere aktarılmıştır. Duvar yükü olarak 2 kN/m^2 dikkate alınmıştır. Buna göre kat kütlesi m_i=G+nQ=240.65 ton olarak hesaplanmıştır.

Üstyapıya ait tüm elemanlarda FEM (Finite Element Method – Sonlu Elemanlar Yöntemi) teorisi dikkate alınacaktır.

Radye temel ızgara elemanlara bölünüp bu elemanlar için FGM (Finite Grid Method - Sonlu Izgaralar Yöntemi) teorisi dikkate alınacaktır. Bu sebeple ızgara elemanların rijitlik, kütle ve yük matrislerinde daha önceki bölümlerde elde edilen iki parametreli sürekli yay etkisini içeren matrisler dikkate alınacaktır. FGM modelinde üstyapı elemanlarına ait kütle matrisi yayılı olarak dikkate alınacaktır.

5.3 Temel Izgara Sistemi

Temel boyutları her iki yönde ampatman mesafesi dikkate alındığında 24mx24m olarak hesaplanmaktadır. Bu elemanın dört tarafının basit mesnetli birim düzgün yayılı yük ile yüklü olduğu varsayımıyla Denklem (3.51) kullanılarak her iki yönde en uygun bölme sayısı 23.93 olarak hesaplandığında n=m=24 olarak seçilmiştir. Burada seçilen ampatman mesafesi ve sınır koşulları sayesinde teorik olarak zeminde meydana gelebilecek olası çekme etkilerinin ve temel dış sınırlarında meydana gelebilecek kuvvetlerin önleneceği düşünülmektedir.

Farklı zemin tiplerini göz önüne alabilmek amacıyla k_1=[10 30 100] MN/m^3 ve k_2=[0 5 25 50] MN/rad-m^2 değerleri için 13 farklı zemin durumu belirlenerek Tablo (5.2)'de sunulmuştur.

Tablo 5.2 Zemin parametresine göre analiz grupları

#	k_1 MN/m^3	k_2 MN/rad-m^2	#	k_1 MN/m^3	k_2 MN/rad-m^2
1	0	0	8	30	25
2	10	0	9	30	50
3	10	5	10	100	0
4	10	25	11	100	5
5	10	50	12	100	25
6	30	0	13	100	50
7	30	5	-		

Tablo (5.2)'de verilen zemin parametreleri kullanılarak elastik zemine oturan plakta meydana gelen en büyük sehimler hesaplanarak en uygun bölme sayısı kontrol edilmiştir. Plakta meydana gelen en büyük sehim değerleri analitik çözüm (Navier, 1820) ile karşılaştırılmıştır. Bölme sayısının uygunluğunun kontrolü amacıyla nxm=18:28x18:28 aralığı için hata oranları incelenmiştir.

Aşağıda sunulan Tablo (5.3)'te zemin parametresinin $k_1=k_2=0$ olduğu durum için en büyük sehim değerlerindeki hata oranları verilmiştir. Tablo (5.2)'de belirlenen 13 zemin tipinden elde edilen hata oranlarının mutlak değerlerinin ortalamaları Tablo (5.4)'te ve 13 duruma ait hata oranlarının standart sapma değerleri Tablo (5.5)'te sunulmuştur.

Tablo 5.3 $k_1=k_2=0$ için hata oranları (%)

nb/na	18	20	22	24	26	28
18	7.052	6.121	5.192	4.269	3.328	2.391
20	6.162	5.213	4.267	3.325	2.365	1.410
22	5.266	4.298	3.334	2.374	1.395	0.420
24	4.367	3.381	2.399	**1.420**	0.422	-0.572
26	3.446	2.441	1.439	0.441	-0.577	-1.591
28	2.525	1.501	0.480	-0.537	-1.575	-2.609

Tablo (5.3)'te sunulan sonuçlar dikkate alındığında Denklem (3.51) ile belirlenen en uygun bölme sayısı (24x24) için zemin parametresinin olmaması durumunda hata oranı %1.42 olarak hesaplanmıştır.

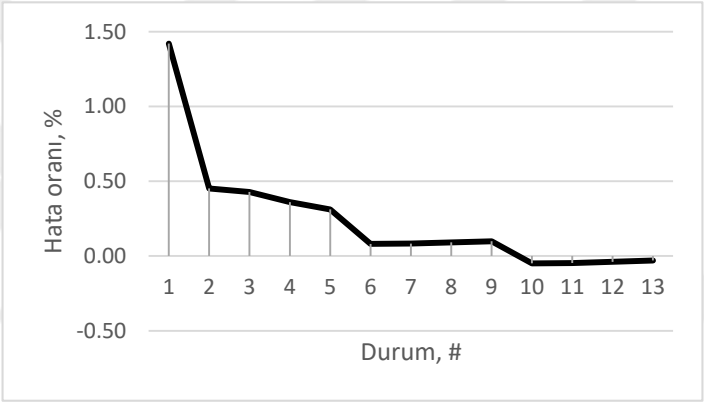
Tablo 5.4 Analiz gruplarına göre hata oranlarının mutlak değerlerinin ortalamaları (%)

nb/na	18	20	22	24	26	28
18	0.700	0.623	0.552	0.484	0.414	0.344
20	0.627	0.551	0.482	0.413	0.342	0.270
22	0.555	0.482	0.412	0.341	0.268	0.195
24	0.484	0.412	0.341	**0.268**	0.194	0.208
26	0.413	0.341	0.268	0.194	0.207	0.287
28	0.343	0.270	0.195	0.202	0.285	0.366

Tablo 5.5 Analiz gruplarına göre hata oranlarının standart sapması

nb/na	18	20	22	24	26	28
18	1.857	1.608	1.361	1.116	0.868	0.625
20	1.621	1.367	1.116	0.868	0.618	0.379
22	1.383	1.125	0.870	0.621	0.376	0.187
24	1.145	0.884	0.628	**0.382**	0.187	0.257
26	0.903	0.640	0.388	0.190	0.258	0.494
28	0.664	0.404	0.196	0.250	0.490	0.755

Tablo (5.4) ve Tablo (5.5)'ten 24x24 bölme sayısı için farklı zemin tiplerinde hata oranlarının mutlak değerlerinin ortalaması %0.268 ve standart sapma değeri 0.382 olarak elde edilmiştir. Zeminin olmadığı durumda ortalama hata oranı %1.420 olarak hesaplanmıştır. Tablo (5.4)'teki verilerden, 24x26 bölme sayısı için hata oranı %0.194 ve 26x26 bölme sayısı için hata oranının 0.207 olduğu anlaşılmaktadır. Bu veriler dikkate alındığında üstyapı kolonlarının temel plağının üstüne geleceği düğüm noktalar da düşünülerek temel sisteminin bölme sayısının 24x24 olması uygun görülmüştür. 13 farklı zemin durumu için bölme sayısı 24x24 olması durumunda meydana gelen en büyük sehimdeki hata oranları Tablo (5.2)'deki zemin gruplarına bağlı olarak Şekil (5.2)'de gösterildiği gibidir.



Şekil 5.2 n=m=24 için analiz gruplarına bağlı hata oranları (%)

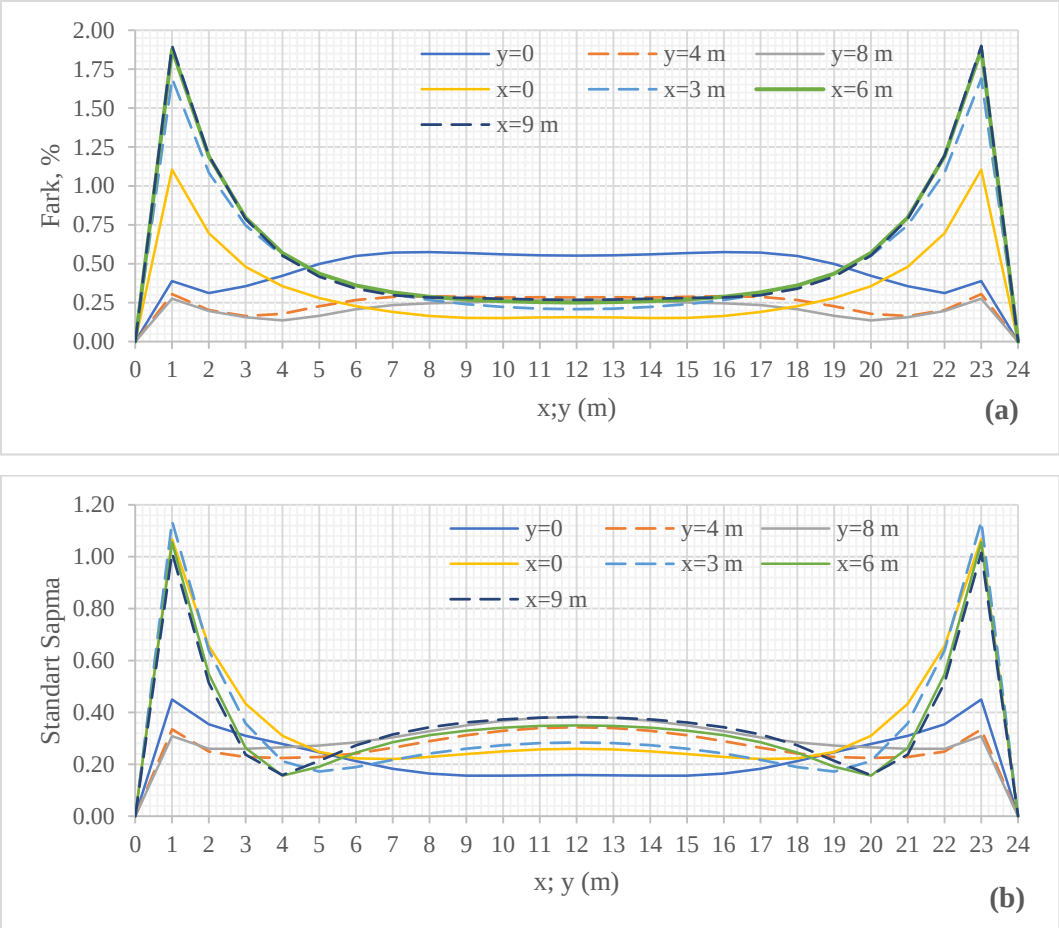
Şekil (5.1)'de gösterilen yapının simetrik olmasından dolayı A, B, E ve F kolonlarının temel plağına tekabül ettiği düğüm noktalarında ve temel plağı merkezinde 24x24 bölme sayısı için Tablo (5.2)'deki parametreler için hata oranları incelenmiştir. İlgili düğüm noktalarında elde edilen hata oranları ve bu hata oranlarının mutlak değerlerinin ortalaması ile standart sapma değerleri Tablo (5.6)'da sunulmuştur. Tablo (5.6)'dan, tüm kolonların temel ile birleştiği düğüm noktalarındaki hata oranlarının en fazla %1.42 ve ortalama olarak %0.30 civarında olduğu; standart sapma değerlerinin de 0.30 civarında olduğu anlaşılmaktadır. Sadece kolonların temel ile birleştiği düğüm noktaları dikkate alındığında hata oranı %0.38 ve standart sapma değeri 0.26 olarak elde edilmektedir.

Tablo 5.6 Kolon-temel birleşim düğüm noktalarında hata oranları (%)

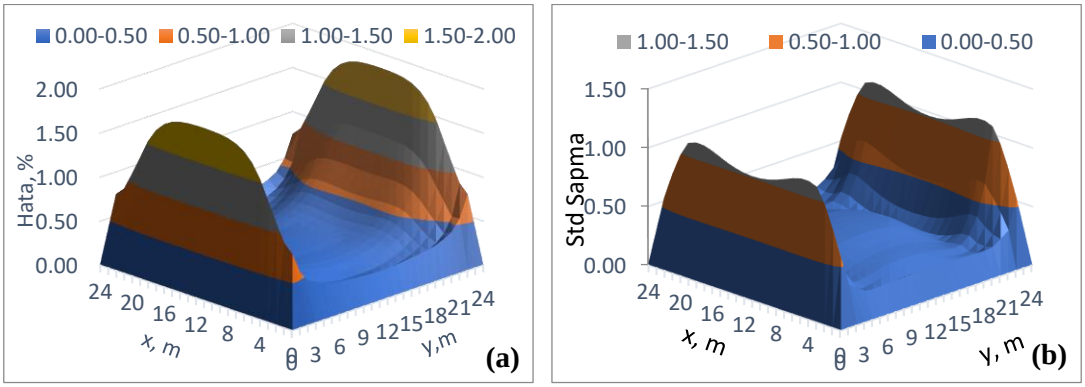
#	Düğüm noktası				
	A	B	E	F	O
1	0.480	0.990	0.894	1.363	1.420
2	-0.250	0.367	-0.156	0.387	0.452
3	-0.205	0.376	-0.135	0.370	0.428
4	-0.060	0.403	-0.066	0.323	0.360
5	0.069	0.423	-0.004	0.288	0.312
6	0.190	0.586	-0.092	0.131	0.081
7	0.209	0.585	-0.079	0.130	0.083
8	0.275	0.582	-0.033	0.128	0.091
9	0.340	0.576	0.012	0.127	0.099
10	0.621	0.631	0.126	-0.006	-0.049
11	0.626	0.630	0.130	-0.005	-0.047
12	0.644	0.627	0.146	-0.002	-0.039
13	0.663	0.623	0.162	0.003	-0.030
Mutlak ortalama	0.356	0.569	0.157	0.251	0.269
Standart sapma	0.310	0.157	0.260	0.350	0.382

Temel seviyesinde, kolonların yer aldığı akslar (A-I aksı, x=0; B-J aksı, x=6 m; A-D aksı, y=0; E-H aksı, y=8 m) ve kolon aksları arasındaki açıklıklar (x=4 m, y=3 m, y=9 m) için hata oranları incelenerek hata oranlarının mutlak değerce ortalamaları ve standart sapma değerleri Şekil (5.3)'te sunulmuştur.

Şekil (5.3)'den hata oranı ve standart sapma açısından en büyük değerlerin plak sınırından 1 m içeride gerçekleştiği, bunun dışındaki düğüm noktalarında hata oranlarının ve standart sapma değerinin daha düşük değerleri aldığı anlaşılmaktadır. Şekil (5.3) asal eksenler dikkate alınarak incelendiğinde, hata oranının plak sınırında x ekseni doğrultusunda köşe noktalarında nispeten daha yüksek olduğu görülmektedir.



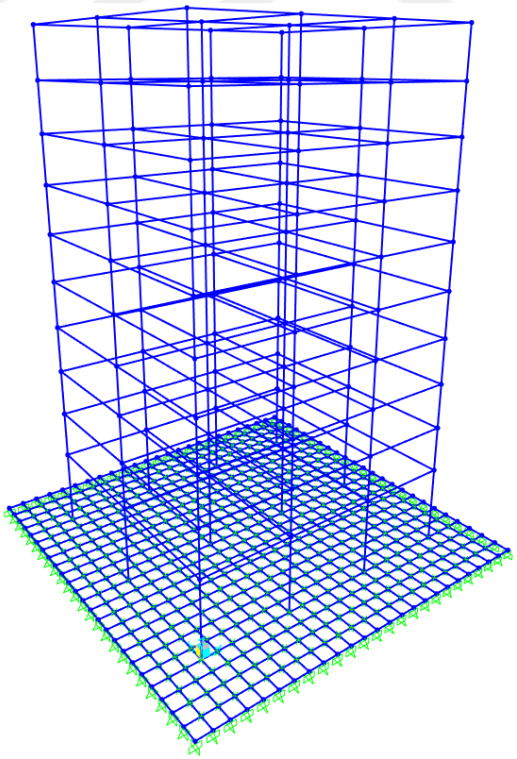
Şekil 5.3 Akslarda meydana gelen hata oranları (%); (a) mutlak değerlerin ortalamaları (b) standart sapma



Şekil 5.4 24x24 bölme sayısına göre plak yüzeyindeki hata oranları (%); (a) mutlak değerlerin ortalamaları (b) standart sapma

Tüm plak yüzeyinde meydana gelen hata oranları 24x24 bölme sayısı için incelenerek Şekil (5.4)'teki grafiklerde sunulmuştur. Burada Şekil (5.4.a) Tablo (5.2)'de sunulan zemin parametreleri için yapılan analizden elde edilen yerdeğiştirme değerlerindeki hatanın mutlak değerce ortalamalarını, Şekil (5.4.b) ise bu değerlerin standart sapmalarını grafiksel olarak göstermektedir. Bu grafiklerden, en büyük hata oranı ve standart sapmanın y doğrultusunda plak sınırına yakın kesitte meydana geldiği ve diğer kesitlerde genelde hata oranının % 0.5'in altında, standart sapma değerinin de 0.4'ün altında kaldığı görülmektedir.

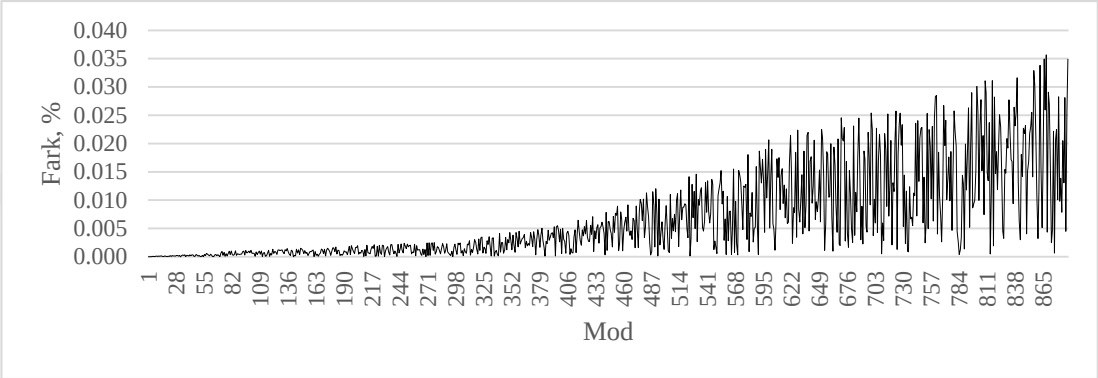
Bu bölümde, üstyapının geometrik özelliklerini dikkate alınarak yapılan analizlerden, plak sisteminin 24x24 ızgara sistemine bölünmesi durumunda, değişken zemin parametreleri etkisinde temel plağında meydana gelen hata oranının makul seviyede olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu esaslar çerçevesinde belirlenen ızgara sisteminden teşkil edilen temel sisteminin ve üstyapının genel görünümü sınır koşulları ile beraber Şekil (5.5)'te gösterildiği gibidir.



Şekil 5.5 Yapının genel görünüşü

5.4 Yapı Deprem Parametreleri ve Kabuller

Geometri, malzeme ve temel ızgara sistemi belirlenen yapının zemin olmayan durum için serbest titreşim analizi yapılmış, temel bir parametre olan periyot değerleri tüm modlar için referans yapı analiz programı (SAP2000) kullanılarak yapılan analiz sonuçları ile karşılaştırılarak periyotta meydana gelen fark oransal olarak Şekil (5.6)'da sunulmuştur.



Şekil 5.6 Periyot değerlerinin referans ile karşılaştırılması (%)

Buradaki karşılaştırılmada her iki yapısal analiz aracı için kütle matrisi yığılı olarak dikkate alınmıştır. Burada özellikle yüksek modlarda ortaya çıkan fark yuvarlatma hatasından kaynaklanmaktadır.

Bina türü yapılarda kütleler genelde yığılı olarak dikkate alınıp problem basitleştirilmekte ancak kütlenin yığılı ya da yayılı olarak dikkate alınması durumunda dinamik analizde farklılıklar oluştuğu bilinmektedir. Burada dikkate alınan problem için kütlenin yığılı ve yayılı olması durumu için ilk 5 periyot değerleri Tablo (5.7)'de sunulduğu gibidir.

Tablo 5.7 Kütle tipine göre periyot değerleri

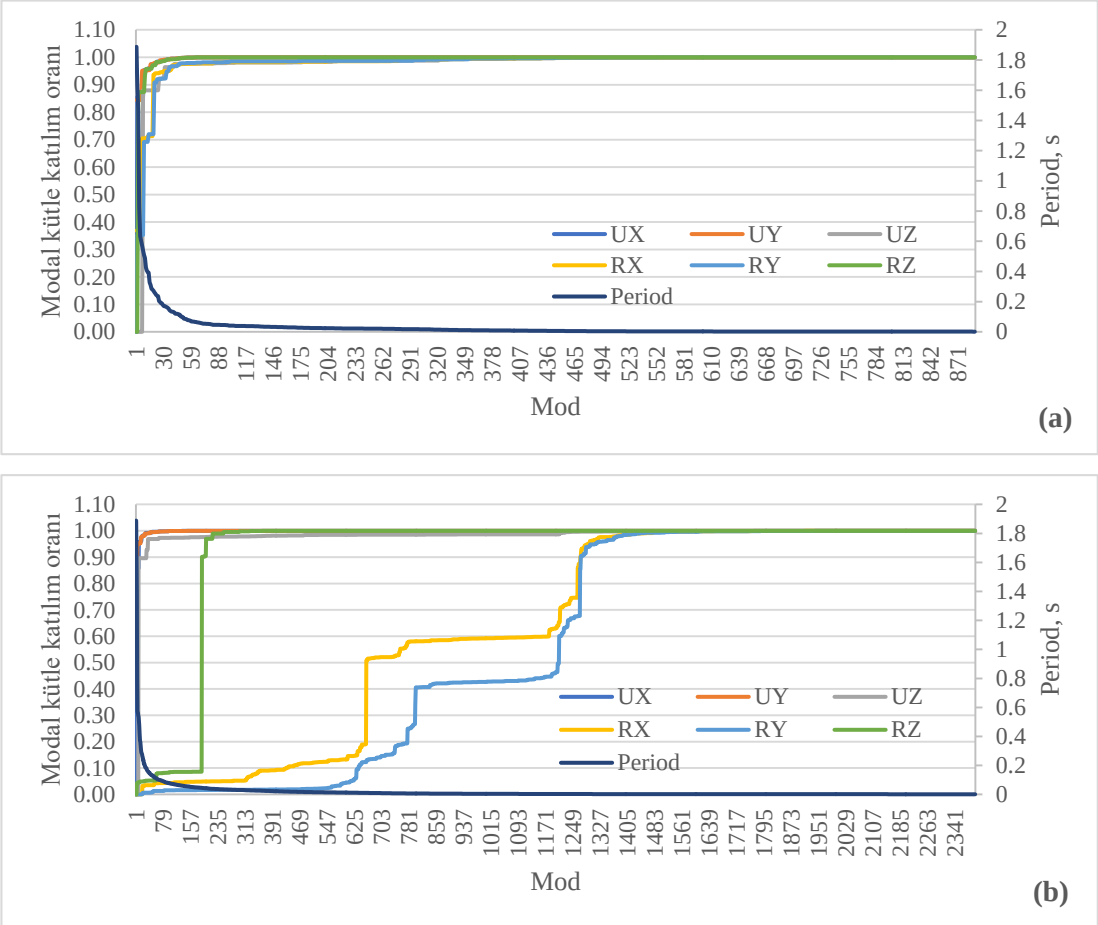
	Toplam Mod Sayısı	T(1)	T(2)	T(3)	T(4)	T(5)
Yığılı Model	889	1.8881	1.6312	1.4689	0.8250	0.6338
Yayılı Model	2399	1.8883	1.6330	1.3996	0.8025	0.5720

Tablo (5.7)'den de anlaşılacağı gibi, periyot değerleri kütle tipinden bağımsız olarak ilk 5 mod için birbirine yakın olmuştur. Yığılı kütle modeli bina türü yapılarda makul

sonuçlar verdiği için kullanılmaktadır. Ancak bu çalışmanın amacına uygun olarak tüm elemanlarda kütle matrisi yayılı olarak dikkate alınacaktır.

Yapının dinamik davranışının önemli bir göstergesi olan modal kütle katılım oranları (MKKO) da dikkate alınan kütle modeline göre karşılıklı olarak incelenmiştir. Şekil (5.7)'deki grafikte üstte yığılı kütle modeli için, altta ise yayılı kütle modeli için kümülatif modal kütle katılım oranları sunulmuştur.

Şekil (5.7)'deki iki grafikten, yığılı modelde kümülatif modal kütle katılım oranının ilk modlarda yüksek oranlara ulaştığı görülmektedir. Üstyapıyı daha çok etkileyen UX ve UY bileşenlerinin her iki modelde de ilk modlarda etkin olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 5.7 Kümülatif modal kütle katılım oranları, (a) yığılı kütle modeli, (b) yayılı kütle modeli

Yapının ilgili doğrultusunda etkin olan modlar kütle modeline bağlı olarak Tablo (5.8)'de sunulmuştur. Bu tablodan, dönmenin etkin olan modlardaki periyotların farklı olduğu, bunun da dinamik analizi etkileyeceği öngörülmektedir.

Tablo 5.8 Kütle tipine göre etkin modlar

	Yayılı Kütle Modeli			Yığılı Kütle Modeli		
Bileşen	Mod	T, s	MKKO	Mod	T, s	MKKO
Ux	2	1.6330	85.68	2	1.6312	85.56
Uy	1	1.8883	84.60	1	1.8881	84.55
Uz	8	0.5364	89.59	8	0.5389	87.98
Rx	659	0.0104	31.78	659	1.8881	36.88
Ry	1270	0.0025	17.78	1270	1.6312	35.22
Rz	189	0.0448	81.51	189	1.4689	86.94

Modal kütle katılım oranını sırasıyla %90, %95 ve %100 sağlayan mod sayısı, bileşen yönüne ve kütle modeline bağlı olarak Tablo (5.9)'da sunulmuştur. Tablo (5.9) ve Şekil (5.7) beraber değerlendirildiğinde, yığılı kütle modelinde kümülatif modal kütle katılım oranı yüksek değerlere hızlı bir şekilde ulaşmaktadır. Ancak yayılı kütle modelinde dönme bileşenlerine ait modal kütle katılım oranları yüksek modlar ile de etkileşim içerisinde olmaktadır.

Tablo 5.9 Kütle tipine göre kümülatif modal kütle katılım oranları

	Yayılı Kütle Modeli				Yığılı Kütle Modeli			
Bileşen	%90	%95	%99	%100	%90	%95	%99	%100
Ux	9	9	28	2187	9	9	33	438
Uy	5	5	34	2192	7	7	30	463
Uz	31	35	1211	2389	25	31	322	833
Rx	1271	1290	1443	2381	19	30	279	756
Ry	1272	1313	1443	1380	20	35	307	750
Rz	189	201	251	1180	10	11	34	329

Yapı mühendisliği açısından analiz yükünü azaltmak amacıyla kütle katılımını büyük oranda sağlayan modları dikkate almak yeterli olmaktadır. Ancak bu tezin amacına uygun olarak tüm modlar dikkate alınacaktır.

5.5 Parametrik Elastik Zemin Verileri ile Analiz ve Sonuçları

Yapısal elemanların kütle, rijitlik ve yük matrislerinin sürekli yay etkisini de içerecek şekilde yayılı (sürekli) veya yığılı tanımlanması durumunda üstyapıya etki eden kuvvet ve yerdeğiştirmeler bu bölümde incelenmiştir. Dikkate alınan elastik zemin parametreleri k_1 ve k_2 değerleri Tablo (5.2)'de belirtilmiştir. Burada dikkate alınan değerler parametrik olup her iki parametrenin karşılıklı olarak yapıya etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Burada yapılan tepki spektrumu analizinde (MRS) kullanılacak ivme spektrumunda S_s=1.20, S_1=0.4, T_L=6 ve zemin grubu=Zc kabulü yapılmıştır. Belirlenen tasarım spektrumu sabit tutularak Tablo (5.2)'de belirtilen farklı zemin yataklanma katsayıları için analiz yapılmıştır. Modal büyüklükler tepki spektrumu dikkate alınarak mod birleştirme yöntemine (MRS) göre SRSS (karelerin toplamının karekökü) ile birleştirilmiştir. İki model için yapılan analizler ile hesaplanan katlara gelen kuvvetler ve kat yerdeğiştirmeleri arasında oluşan fark incelenmiştir.

Daha önceki bölümlerde de değinildiği gibi, elastik zemin etkisini veya kütle etkisini yayılı olarak dikkate almak, yığılı olarak dikkate almaya kıyasla daha gerçekçi sonuç vermektedir. Aşağıda sunulan tablo ve grafiklerde bu fark yüzdesel oran olarak verilmiştir. Grafiklerde verilen fark oranının (+) olması incelenen davranış büyüklüğünün yığılı model için daha büyük bir değer verdiğini, (-) olması ise daha küçük bir değer verdiğini göstermektedir. Yapısal elemanların tasarımında dikkate alınacak bu davranış büyüklükleri için fark değerinin (+) olması daha konservatif bir yaklaşımda bulunulduğunu ifade etmektedir. Diğer bir deyişle, fark değeri (+) olduğunda, tasarımda hesaba katılacak kuvvet veya yerdeğiştirme değeri gerçek değerden daha büyük olacaktır. Benzer şekilde, bu değerin (-) olması, yığılı modelde tasarım parametrelerinin gerçek değerinden daha az hesaplandığını ve güvenli olmayan tarafta kaldığı şeklinde yorumlanabilir.

Yapısal modelin genel dinamik davranışını inceleyebilmek amacıyla, Tablo (5.2)'de verilen elastik zemin parametreleri için serbest titreşim analizi yapılmıştır. 2 yatay eksende ötelenme (ux ve uy) ve düşey eksen etrafında dönme (rz) serbestlikleri için hâkim moda ait modal kütle katılım oranları ve bu moda tekabül eden periyot değerleri

yayılı ve yığılı model ile bu iki model arasında oluşan fark değerleri oransal olarak sırasıyla Tablo (5.10) ve Tablo (5.11)'de sunulmuştur.

Tablo 5.10 Modal kütle katılım oranları

#	Yayılı Model			Yığılı Model			Fark, %		
	ux	uy	rz	ux	uy	rz	ux	uy	rz
1	0.8568	0.8460	0.8152	0.8556	0.8445	0.8694	-0.14	-0.18	6.64
2	0.8668	0.8569	0.8152	0.8659	0.8560	0.8693	-0.11	-0.11	6.64
3	0.8670	0.8570	0.8152	0.8661	0.8561	0.8693	-0.11	-0.10	6.63
4	0.8675	0.8574	0.8152	0.8667	0.8566	0.8691	-0.10	-0.10	6.61
5	0.8681	0.8578	0.8152	0.8672	0.8569	0.8689	-0.10	-0.10	6.58
6	0.8694	0.8593	0.8152	0.8685	0.8585	0.8692	-0.10	-0.09	6.62
7	0.8694	0.8593	0.8152	0.8686	0.8585	0.8691	-0.10	-0.09	6.61
8	0.8696	0.8593	0.8152	0.8687	0.8585	0.8690	-0.10	-0.10	6.59
9	0.8697	0.8593	0.8152	0.8688	0.8585	0.8688	-0.11	-0.10	6.57
10	0.8710	0.8603	0.8152	0.8701	0.8596	0.8689	-0.09	-0.08	6.58
11	0.8710	0.8603	0.8152	0.8701	0.8596	0.8688	-0.10	-0.08	6.57
12	0.8710	0.8602	0.8152	0.8701	0.8595	0.8687	-0.10	-0.09	6.56
13	0.8709	0.8602	0.8152	0.8700	0.8594	0.8685	-0.11	-0.09	6.54

Tablo 5.11 Hâkim titreşim periyotları

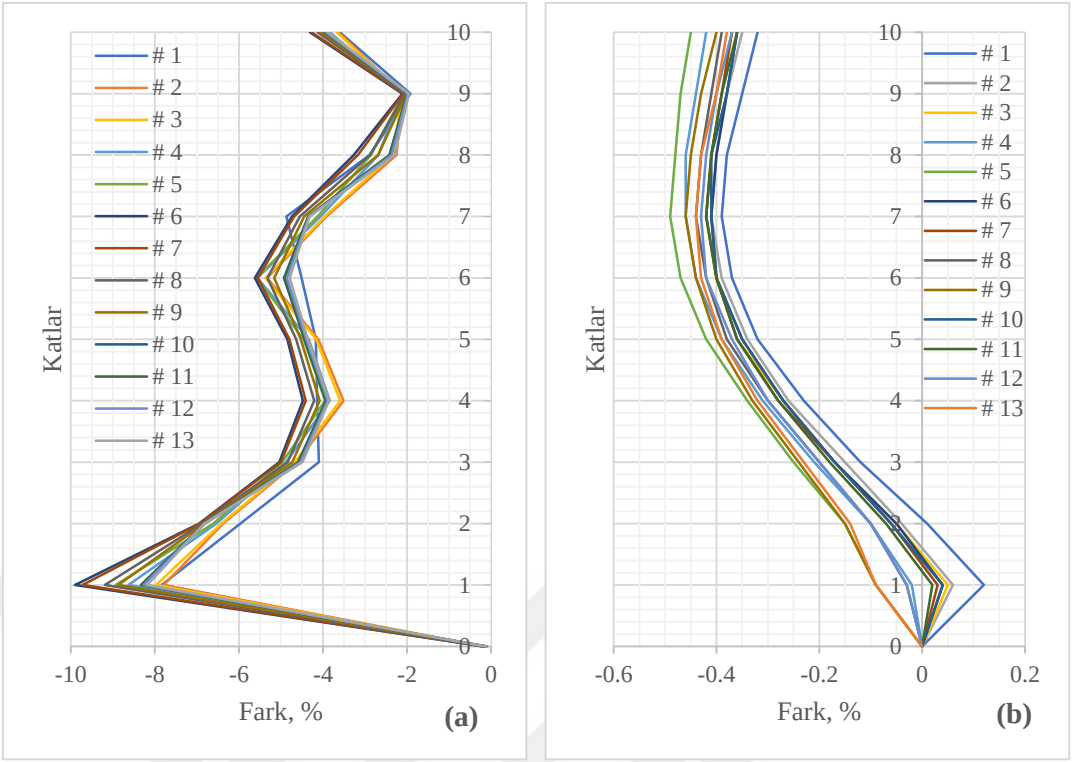
#	Yayılı Model			Yığılı Model			Fark, %		
	ux	uy	rz	ux	uy	rz	ux	uy	rz
1	1.6330	1.8883	0.0448	1.6312	1.8881	1.4689	-0.11	-0.01	3180.75
2	1.5705	1.7977	0.0448	1.5685	1.7970	1.4685	-0.13	-0.04	3179.98
3	1.5691	1.7961	0.0448	1.5668	1.7951	1.4683	-0.14	-0.05	3179.63
4	1.5642	1.7906	0.0448	1.5612	1.7889	1.4678	-0.19	-0.10	3178.32
5	1.5593	1.7852	0.0448	1.5558	1.7831	1.4671	-0.22	-0.12	3176.88
6	1.5522	1.7751	0.0448	1.5502	1.7743	1.4680	-0.13	-0.04	3178.77
7	1.5517	1.7746	0.0448	1.5495	1.7737	1.4678	-0.14	-0.05	3178.46
8	1.5496	1.7726	0.0448	1.5471	1.7714	1.4673	-0.16	-0.07	3177.31
9	1.5474	1.7704	0.0448	1.5446	1.7689	1.4667	-0.18	-0.09	3176.02
10	1.5389	1.7606	0.0448	1.5368	1.7597	1.4668	-0.14	-0.05	3176.07
11	1.5387	1.7604	0.0448	1.5366	1.7595	1.4667	-0.14	-0.05	3175.84
12	1.5379	1.7596	0.0448	1.5356	1.7586	1.4663	-0.15	-0.06	3174.97
13	1.5369	1.7588	0.0448	1.5344	1.7576	1.4658	-0.16	-0.07	3173.95

Tablo (5.10)'dan yatay doğrultuda ötelenmeler için modal kütle katılım oranı açısından her iki modelde oluşan farkın ux ve uy için en fazla %-0.18, rz serbestliğinde ise en fazla %6.64 olduğu anlaşılmaktadır.

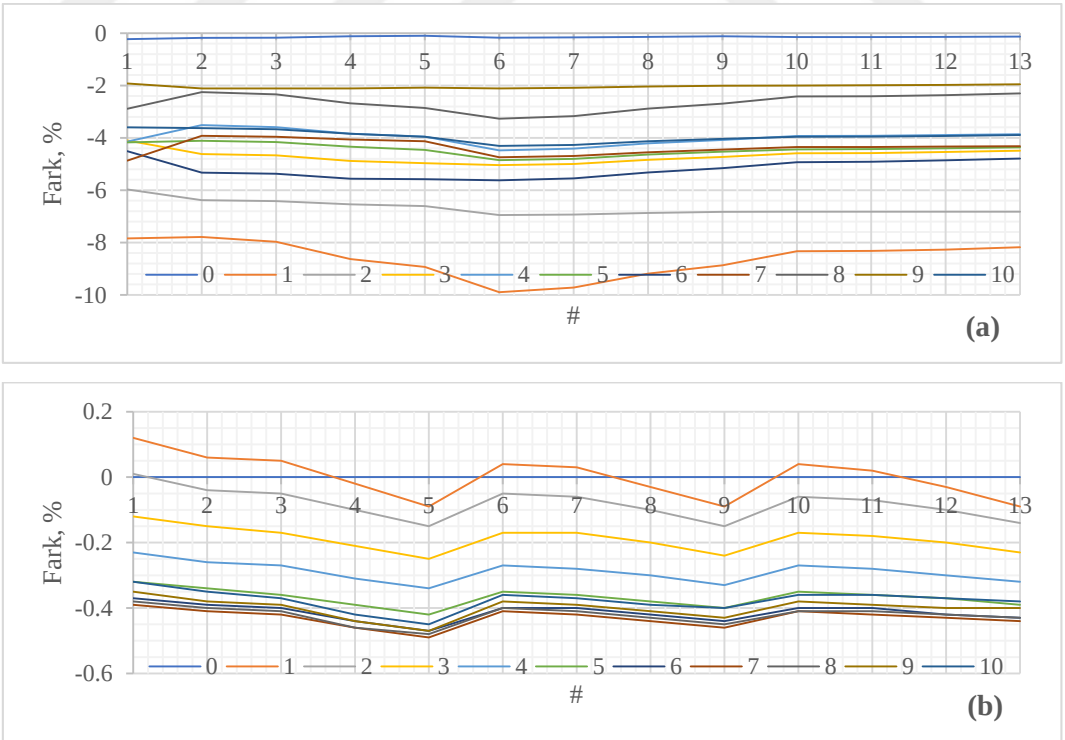
Tablo (5.11)'de sunulan hâkim titreşim periyotlarında ise farkın en fazla ux ve uy için %-0.22 ve rz için %3181 olduğu anlaşılmaktadır. Bu açıdan bakıldığında, hâkim mod için yatay eksenler doğrultusunda farkın çok düşük olduğu ancak burulma serbestliğinde bu farkın yüksek olduğu ve burulma periyotlarında ise çok yüksek olduğu görülmektedir. Burada sunulan hâkim modlarla ilgili veriler sadece 1 modu dikkate aldığından dolayı yapısal modelin hâkim davranışı ile ilgili bilgi vermektedir. Ancak her bir modun yapısal modeldeki etkisinin daha karmaşık olduğu bilinmektedir.

X yönünde mod birleştirme yöntemine göre yapılan analizden elde edilen sonuçlar katlara bağlı olarak Şekil (5.8)'deki grafiklerde ve katların zemin parametresine bağlı değişimi Şekil (5.9)'daki grafiklerde sunulmuştur. Şekil (5.8)'e göre x doğrultusu için kat kesme kuvvetlerinde en büyük fark 1. katta %-4, kat yerdeğiştirmelerinde en büyük fark 7. katta %-0.46 oluşmuştur. Ayrıca tüm zemin tipleri için en büyük fark kuvvet açısından 1. katta, yerdeğiştirmeler açısından ise 7. katta gerçekleşmektedir. Şekil (5.9)'daki grafikler incelendiğinde zemin parametresinde değişimin etkisinin nispeten daha zayıf olduğu anlaşılmaktadır.

Kat kuvvetlerindeki farkın Tablo (5.2)'de tanımlanan tüm zemin parametre grupları için tüm katlarda (-) değerler aldığı, kat yerdeğiştirmelerindeki farkın ise 2. kattan itibaren (-) değerler aldığı anlaşılmaktadır. Buna göre kat kesme kuvvetleri ve kat yerdeğiştirmeleri açısından yığılı modelden elde edilen değerlerin yayılı modele göre daha az değerler verdiği ve bu açıdan güvenli olmayan tarafta kaldığı şeklinde yorumlanabilir.



Şekil 5.8 X-yönünde deprem kuvveti etkisinde katlara göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri



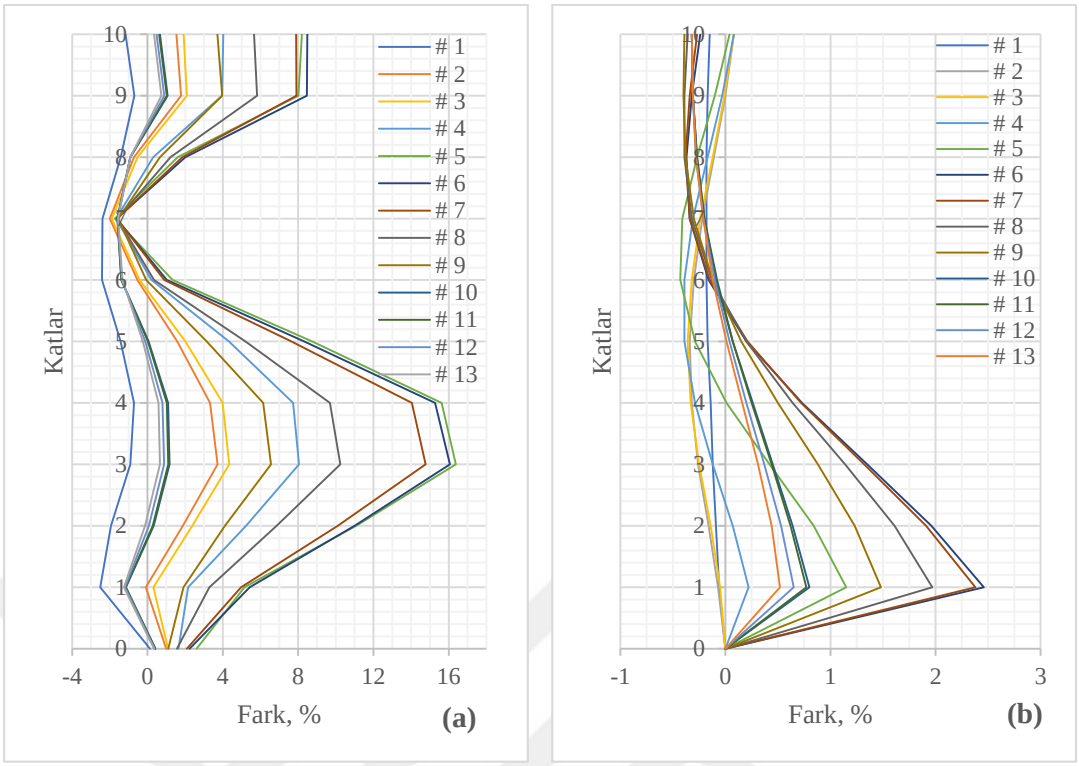
Şekil 5.9 X-yönünde deprem kuvveti için analiz grubuna göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri

Y doğrultusunda mod birleştirme yöntemine göre yapılan analizden elde edilen sonuçlar katlara bağlı olarak Şekil (5.10)'daki grafiklerde ve katların zemin parametresine bağlı değişimi Şekil (5.11)'deki grafiklerde sunulmuştur. Şekil (5.10)'a göre y doğrultusu için kat kesme kuvvetlerinde en büyük fark 3. katta %16.38 ve kat yerdeğiştirmelerinde en büyük fark 1. katta %2.46 olmuştur. Ayrıca tüm zemin tipleri için en büyük fark kuvvet açısından 3. katta, yerdeğiştirmeler açısından ise 1. katta gerçekleşmektedir.

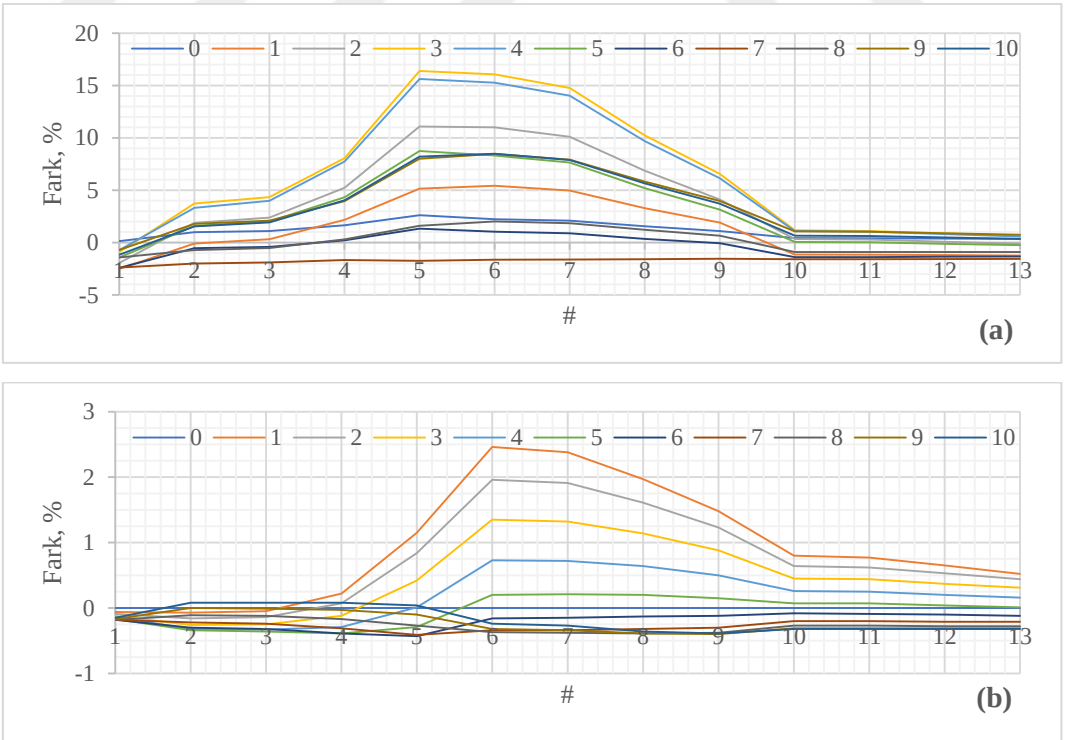
Kat kuvvetlerindeki farkın Tablo (5.2)'de tanımlanan çoğu zemin parametre grupları için tüm katlarda (+) değerler aldığı, kat yerdeğiştirmelerindeki farkın ise 6. kata kadar (+), daha üst katlarda (-) değerler aldığı görülmektedir.

Şekil (5.11)'deki grafikler incelendiğinde zemin parametresinin değişiminin kat kuvvetlerini ve kat yerdeğiştirmelerini etkilediği anlaşılmaktadır. Bu etkinin genel olarak kat kuvvetleri için Tablo (5.2)'de tanımlanan #3 - #9 zemin parametrelerinde, kat yerdeğiştirmeleri için ise #5 - #11 zemin parametrelerinde daha fazla olduğu görülmektedir.

Şekil (5.10) ve Şekil (5.11)'deki grafikler beraber değerlendirildiğinde kimi durumlarda değerlerin (+) olduğu, kimi durumlarda (-) olduğu ancak (+) değerlerin daha baskın olduğu görülmektedir. Bu veriler dikkate alınarak, mod birleştirme yöntemine göre y doğrultusundan yapılan analizlerden elde edilen kat kesme kuvveti ve kat yerdeğiştirmeleri açısından yığılı modelden elde edilen değerlerin genel olarak yayılı modelden elde edilen değerlere göre daha büyük olduğu ve sonuç olarak yığılı modelin daha konservatif sonuçlar verdiği şeklinde değerlendirilebilir.



Şekil 5.10 Y-yönünde deprem kuvveti etkisinde katlara göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri



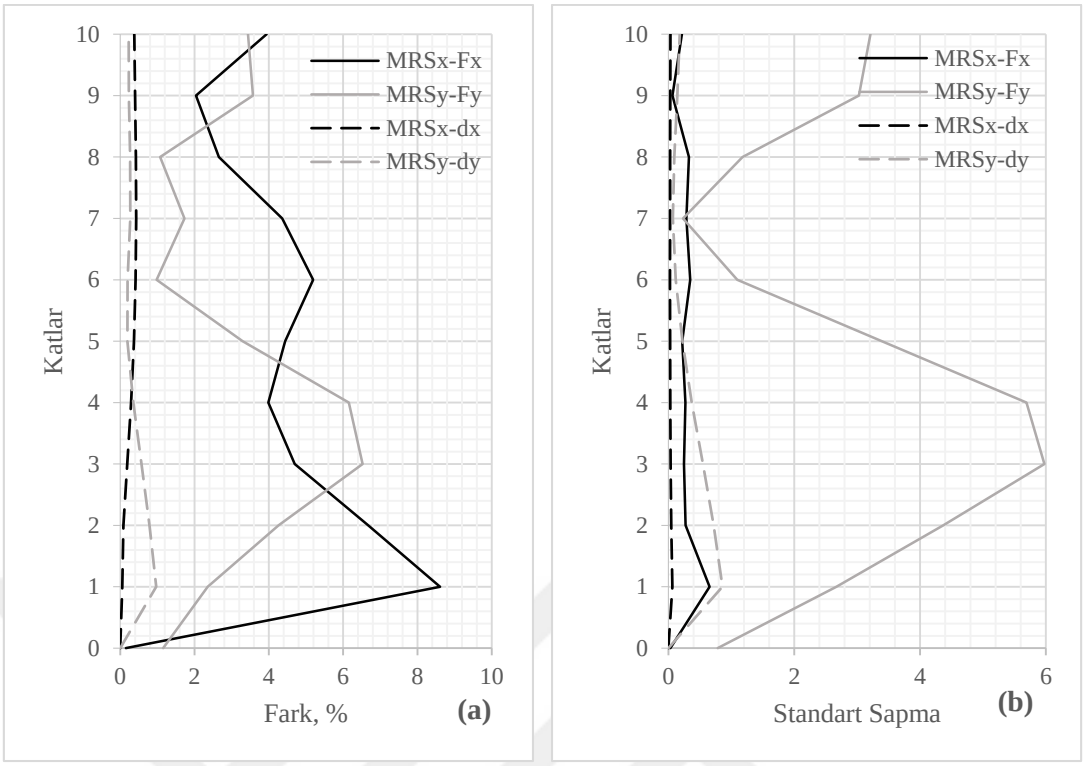
Şekil 5.11 Y-yönünde deprem kuvveti için analiz grubuna göre fark oranları (%); (a) kat kesme kuvvetleri, (b) kat yerdeğiştirmeri

Tablo (5.2)'de belirtilen farklı zemin parametreleri ve her iki yatay asal eksen doğrultusunda yapılan tepki spektrumu analizi sonuçlarından meydana gelen farkın mutlak değerlerinin ortalaması ve bu farklarda meydana gelen standart sapma değerleri hesaplanarak daha sade bir hâle getirilmiştir. Belirlenen farkların mutlak değerlerinin ortalaması ve standart sapması katlara bağlı olarak Şekil (5.12)'de ve Tablo (5.2)'de belirtilen zemin parametrelerine bağlı olarak ise Şekil (5.13)'te grafiksel olarak sunulmuştur.

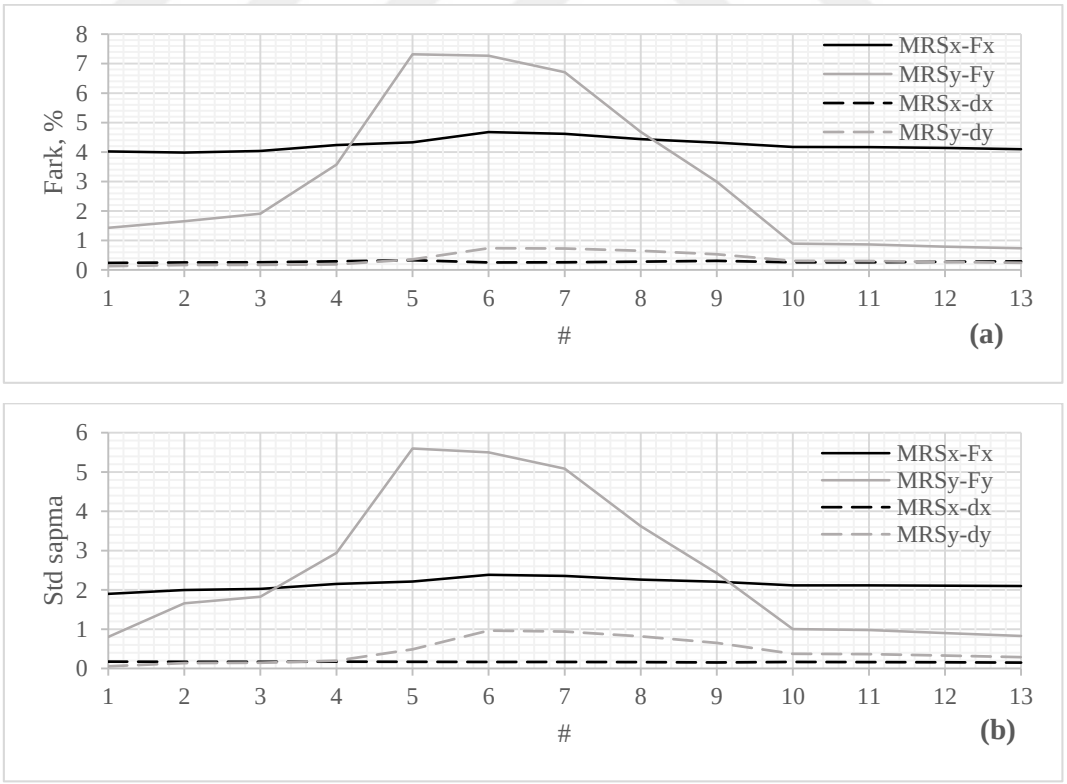
Şekil (5.12.a)'dan en büyük fark değerleri MRSx için kat kesme kuvveti açısından 1. katta %8.61, kat yerdeğiştirmesi açısından 7. katta %0.43 olarak, MRSy için ise bu değerler sırasıyla 3. katta %6.53 ve 1. katta %0.97 olarak gerçekleşmiştir. Buna göre kat kesme kuvvetinin, kat yerdeğiştirmelerinden daha fazla etkilendiği ve bu değişimin kat seviyelerine göre ciddi değişkenlik gösterdiği anlaşılmaktadır.

İlgili verilerin standart sapmaları incelendiğinde en büyük değerlerin MRSx için kat kesme kuvvetinde 1. katta 0.65, kat yerdeğiştirmelerinde 1. katta 0.06 ve MRSy için bu değerler sırasıyla 3. katta 5.98 ve 1. katta 0.86 olarak hesaplanmıştır. Buna göre standart sapmanın en fazla MRSy analizinde ortaya çıktığı ve bunun da katlara bağlı olarak değişkenlik gösterdiği anlaşılmaktadır.

Farkların mutlak değerlerinin ortalamaları ve standart sapmalarının gösterildiği Şekil (5.13)'deki grafikler incelendiğinde zemin parametresindeki değişimin en fazla MRSy analizini etkilediği, bu analizde de kat kesme kuvvetlerinin kat yerdeğiştirmelerinden daha fazla etkilendiği anlaşılmaktadır. MRSy analizinde en büyük fark Tablo (5.2)'deki #5 analizinde meydana gelmiştir.



Şekil 5.12 Fark oranları (%); (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma



Şekil 5.13 Zemin parametresine göre fark oranları (%), (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma

Bu bölümde, parametrik olarak dikkate alınan Tablo (5.2)'de verilmiş olan zemin parametrelerinin, her iki yatay yönde farklı dinamik davranış gösteren yapı üzerindeki etkisi tepki spektrumu analizi ile incelenmiştir. Tablo (5.2)'de verilen k_1 ve k_2'nin izafi olarak zayıf, ortalama ve yüksek olması durumu için kombinasyonlar üretilerek her parametrenin ayrı ayrı incelenmesi mümkün olmuştur.

Elde edilen sonuçlar genel olarak incelendiğinde, seçilen analiz yöntemine göre zemin parametresindeki değişimin yapı davranışını etkilediği, yapısal modelde zemin parametresinin ve kütlenin yayılı veya yığılı olduğu modellerde %15'e kadar fark oluştuğu, kimi durumlarda bu farkın (+), kimi durumlarda (-) olduğu ve bunun da yapının güvenliğini etkilediği sonucuna varılmıştır. Ayrıca, bu bölümdeki grafikler bir bütün olarak incelendiğinde zemin parametresindeki değişimin, yapının nispeten daha yumuşak olduğu (hâkim periyodun daha büyük olduğu) y doğrultusunun x doğrultusundan daha fazla etkilendiği de anlaşıldığından, farklı dinamik davranışa sahip yapıların zemin parametresinden farklı şekillerde etkilenebileceği söylenebilir.

k_1 ve k_2 zemin parametrelerinin kendi içinde ve tepki spektrumu ile uyumlu olduğu 3 farklı analiz bir sonraki bölümde ele alınmıştır.

5.6 3 Farklı Zemin Tipi için Analiz ve Sonuçları

Bu bölümde literatür ile uyumlu, 3 farklı konumda yer alan zemin tipine uygun olarak belirlenmiş zemin parametreleri ve bununla uyumlu tasarım spektrumu dikkate alınarak bu bölümde belirlenen yapının yapısal analiz sonuçları sunulmuştur. Bu bölümde dikkate alınan temel deprem parametreleri Bölüm 5.5 ile aynı olarak seçilmiştir; S_s=1.2, S_1=0.4, T_L=6.

Tablo (5.12)'de zemin ile ilgili temel veriler sunulmuştur. Zemin sınıfı, Tablo (5.12)'de sunulan veriler ve ASCE 7/16 Tablo 20.3-1 dikkate alınarak belirlenmiştir. Elastik zemin parametreleri k_1 ve k_2 değerleri ASCE 41/17 Bölüm 8.4'te belirtilen esaslar çerçevesinde hesaplanmıştır. Tablo (5.12)'de sunulan veriler sadece elastik zemin parametrelerini hesaplamak için kullanılmıştır.

Tablo 5.12 Zemin verileri

Veri	1	2	3	Kaynak
Zemin Tipi	Gözenekli bazalt	Çakıllı kil	Killi-siltli kum çakıl	-
$V_{s,30,o}$, m/s	850	720	240	-
c_u, kPa	-	100	65	-
γ, kN/m^3	20.5	18.5	16.5	-
Poisson oranı	0.25	0.35	0.4	-
G_o, GPa	1509.8	977.6	96.88	-
Zemin sınıfı	B	C	D	Asce 7/16 Tablo 20.3-1
F_a	0.9	1.2	1.02	Asce 7/16 Tablo 11.4-1
F_v	0.8	1.5	1.9	Asce 7/16 Tablo 11.4-2
S_{DS}	0.720	0.960	0.816	Asce 7/16 Denklem 11.4-3
S_{D1}	0.2133	0.4000	0.5067	Asce 7/16 Denklem 11.4-4
S_{DS}/2.5	0.2880	0.3840	0.3264	
G/G_o	0.969	0.761	0.598	Asce 7/16 Tablo 19.3-2
V_s/V_{so}	0.981	0.875	0.769	Asce 7/16 Tablo 19.3-1
G, GPa	1463.00	743.97	57.94	
$V_{s,30}$, m/s	834	630	185	
k_1, kN/m^3	191000	112000	9000	Asce 41/17 Şekil 8-2
k_2, kN*rad/m^3	23408000	13735000	1159000	Asce 41/17 Şekil 8-2

Bu bölümde yapılan analizlerde Tablo (5.12)'da belirtilen zemin parametreleri ve zemin sınıfı ile uyumlu olarak belirlenen tasarım spektrumu dikkate alınarak tepki spektrumu analizi yapılmıştır. Tasarım spektrumu olarak TBDY-2018 dikkate alınmıştır. Ancak bu bölümde sunulan analiz sonuçlarında sadece tepki spektrum analizi sonuçları sunulmuş olup herhangi bir yük katsayısı veya yük kombinasyonu kullanılmamıştır.

Tablo (5.12)'de sunulan zemin tipleri için izafi olarak #1 rijit zemini, #2 ortalama zemini ve #3 zayıf zemini temsil etmektedir. Bu bölümde sunulan tüm veriler için #0 numaralı analiz elastik zeminin olmadığı (k_1=k_2=0) durumunu göstermekte olup mutlak ortalama (mo) ve standart sapma (ss) hesabında bu analize ait veriler dikkate alınmamaktadır.

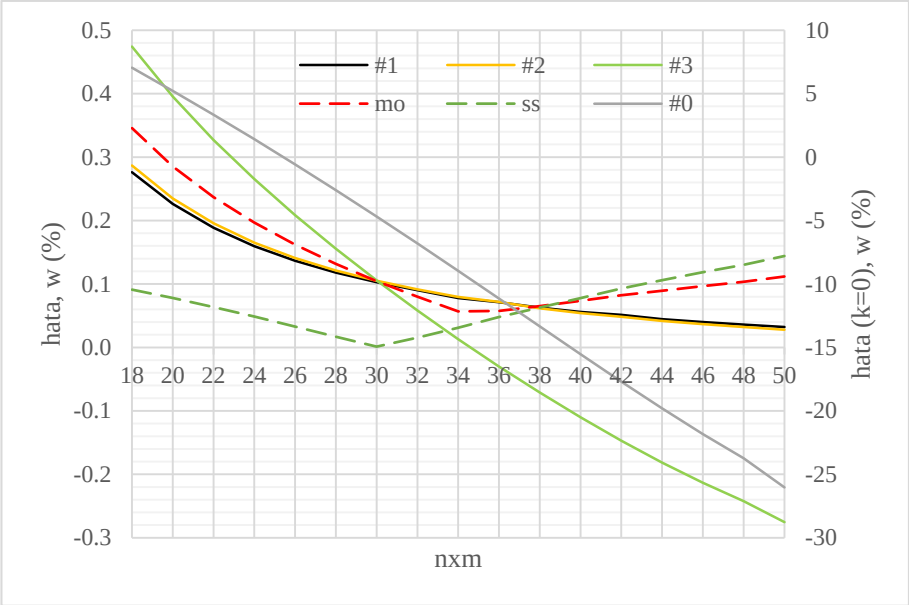
Daha önce Bölüm 5.3'te temel ızgara sisteminin nasıl belirlendiği açıklanmıştı. Bu bölümde belirlenen zemin parametrelerine göre plak bölme sayısında meydana gelen hata oranı her iki yönde 2:50 bölme aralıkları için hesaplanarak Tablo (5.13)'te

sunulmuştur. Ayrıca hata oranının nispeten düşük olduğu 18:50 bölme sayısı için de grafiksel olarak Şekil (5.14)'te sunulmuştur.

Tablo 5.13 Bölme sayısının hata oranına etkisi

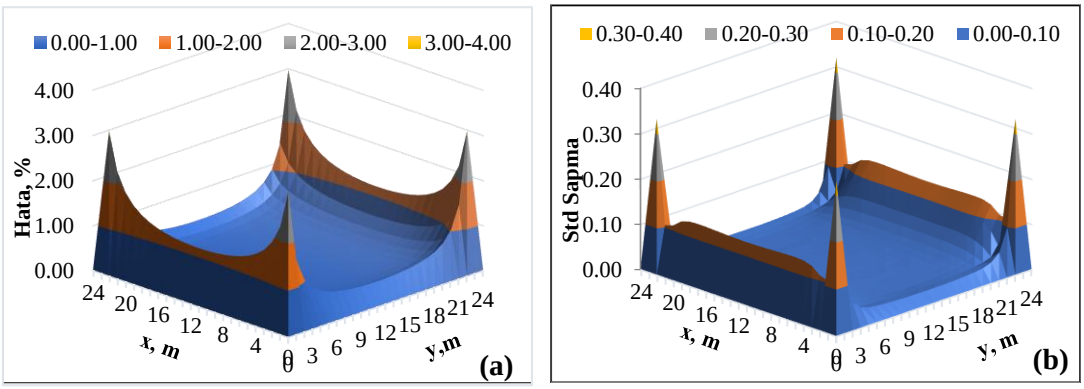
nxm	#1	#2	#3	#0	mo	ss
2	14.765	14.995	14.367	27.776	14.709	0.259
4	4.622	4.703	4.312	19.647	4.545	0.169
6	2.191	2.238	2.240	17.454	2.223	0.023
8	1.276	1.308	1.465	15.692	1.350	0.083
10	0.837	0.862	1.077	14.006	0.925	0.108
12	0.593	0.613	0.844	12.318	0.683	0.114
14	0.444	0.459	0.686	10.602	0.530	0.110
16	0.345	0.358	0.568	8.848	0.424	0.102
18	0.276	0.287	0.474	7.052	0.346	0.091
20	0.226	0.235	0.396	5.213	0.286	0.078
22	0.189	0.196	0.327	3.334	0.237	0.064
24	0.160	0.165	0.265	1.420	0.197	0.049
26	0.137	0.141	0.209	-0.577	0.162	0.033
28	0.118	0.121	0.156	-2.609	0.132	0.017
30	0.103	0.105	0.106	-4.686	0.105	0.001
32	0.090	0.092	0.058	-6.806	0.080	0.015
34	0.078	0.080	0.013	-8.962	0.057	0.031
36	0.071	0.072	-0.030	-11.144	0.058	0.048
38	0.063	0.062	-0.071	-13.339	0.065	0.063
40	0.056	0.054	-0.110	-15.529	0.073	0.078
42	0.051	0.048	-0.147	-17.692	0.082	0.093
44	0.045	0.042	-0.181	-19.802	0.089	0.106
46	0.040	0.037	-0.213	-21.828	0.097	0.119
48	0.036	0.032	-0.242	-23.732	0.103	0.130
50	0.032	0.028	-0.275	-26.024	0.112	0.144

Şekil (5.14)'ten hata oranının bölme sayısının artışıyla beraber genel olarak düştüğü ancak #2 ve #3 analizinde düşüşün nxm=24'ten itibaren azaldığı ve x eksenine yakınsayarak devam ettiği görülmektedir. 24x24 bölme sayısında hata oranını her bir analiz için sırasıyla %0.160, %0.165 ve %0.265 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 5.14 Bölme sayısının hata oranına etkisi

Üstyapı ile uyumlu olarak seçilen 24x24 temel plağı bölme sayısı için Tablo (5.12)'de verilen 3 zemin parametresi için plak yüzeyinde meydana gelen hata oranları grafiksel olarak Şekil (5.15)'de sunulmuştur. Şekil (5.15.a)'dan en büyük hata oranının plak köşe noktalarından birer metre iç kısımda gerçekleştiği; Şekil (5.15.b)'den de bu noktalarda standart sapma değerinin de nispeten daha yüksek olduğu görülmektedir. Ancak plağın yüzeyinin çoğunluğunda hata oranının %0.5'den küçük, standart sapma değerinin ise 0.1'den az olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 5.15 24x24 bölme sayısına göre plak yüzeyindeki hata oranları (%); (a) mutlak değerlerin ortalamaları (b) standart sapma

Üstyapı kolonlarının temel plağında denk geldiği düğüm noktalarında ve plak merkezinde meydana gelen hata oranları Tablo (5.14)'te sunulmuştur. Buna göre hata oranı en fazla köşe kolonlarında meydana gelmektedir. Ayrıca bu tablodan hata oranın daha düşük zemin parametrelerinde nispeten daha fazla olduğu ancak her durumda kolon uçlarında en büyük hata oranının %0.55'in altında kaldığı anlaşılmaktadır.

Tablo 5.14 Kolon-temel birleşim düğüm noktalarında hata oranları (%)

#	Düğüm noktası				
	A	B	E	F	O
1	0.457	0.305	0.218	0.163	0.160
2	0.493	0.335	0.233	0.169	0.165
3	0.545	0.418	0.258	0.203	0.201
0	0.480	0.990	0.894	1.363	1.420
Mutlak ortalama	0.498	0.353	0.236	0.178	0.175
Standart sapma	0.036	0.048	0.016	0.018	0.018

24x24 bölme sayısından teşkil sürekli elastik zemine oturan betonarme temel plağı ile üstyapının Tablo (5.12)'de verilen 3 zemin tipi için uygulanan serbest titreşim analizi sonucunda yayılı ve yığılı model için x ve y eksenlerinde yerdeğiştirme ve z ekseni etrafında dönme durumu için hâkim modlara ait modal kütle katılım oranları ve hâkim titreşim periyotları sırasıyla Tablo (5.15) ve Tablo (5.16)'da sunulmuştur. Bu tablolardan yatay eksenlerdeki deplasmanlar için farkın az olduğu ancak burulma modunda farkın hâkim titreşim modunda çok fazla olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 5.15 Modal kütle katılım oranları

#	Yayılı Model			Yığılı Model			Fark, %		
	ux	uy	rz	ux	uy	rz	ux	uy	rz
1	0.8684	0.8570	0.8152	0.8659	0.8548	0.8627	-0.29	-0.25	5.83
2	0.8687	0.8574	0.8152	0.8661	0.8551	0.8630	-0.30	-0.27	5.86
3	0.8702	0.8589	0.8152	0.8681	0.8571	0.8658	-0.24	-0.22	6.20
0	0.8568	0.8460	0.8152	0.8556	0.8445	0.8694	-0.14	-0.18	6.64

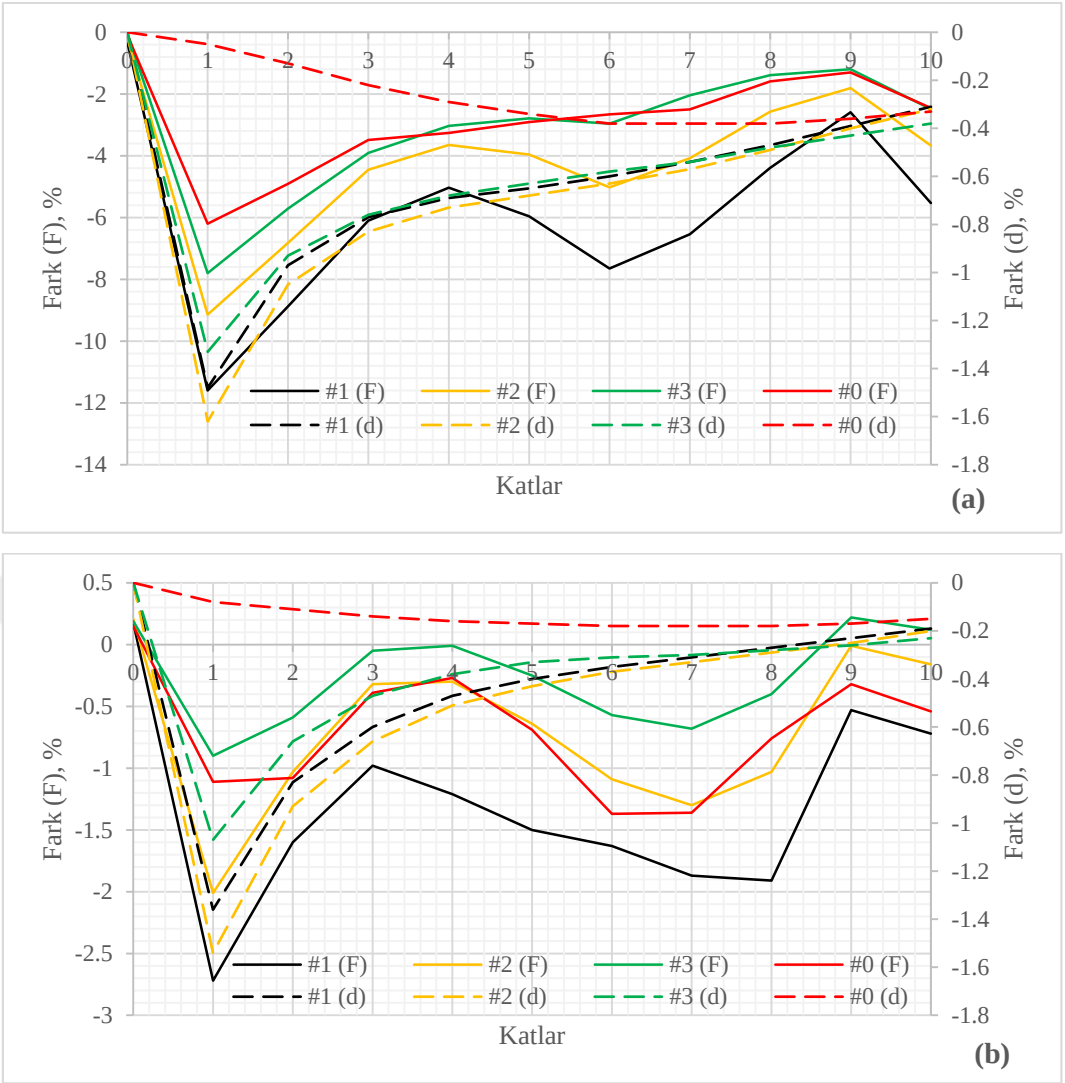
Tablo 5.16 Hâkim titreşim periyotları

#	Yayılı Model			Yığılı Model			Fark, %		
	ux	uy	rz	ux	uy	rz	ux	uy	rz
1	1.5081	1.7315	0.0448	1.5049	1.7292	1.4495	-0.21	-0.14	3137.56
2	1.5096	1.7330	0.0448	1.5061	1.7303	1.4502	-0.23	-0.16	3139.18
3	1.5234	1.7470	0.0448	1.5200	1.7446	1.4579	-0.23	-0.14	3156.34
0	1.6330	1.8883	0.0448	1.6312	1.8881	1.4689	-0.11	-0.01	3180.75

Bu yapının Tablo (5.12)'de belirlenen zemin parametreleri kullanılarak uygulanan tepki spektrumu analizi ile yapının yayılı ve yığılı modelinin deprem etkisinde davranışı karşılıklı olarak incelenmiştir. Uygulanan tepki spektrumu analizi sonucunda elde edilen kat kesme kuvvetleri ve kat yerdeğiştirmelerinde meydana gelen farklar Şekil (5.16)'da grafiksel olarak sunulmuştur. Burada "F" kesme kuvvetini ve "d" yerdeğiştirmeleri göstermektedir.

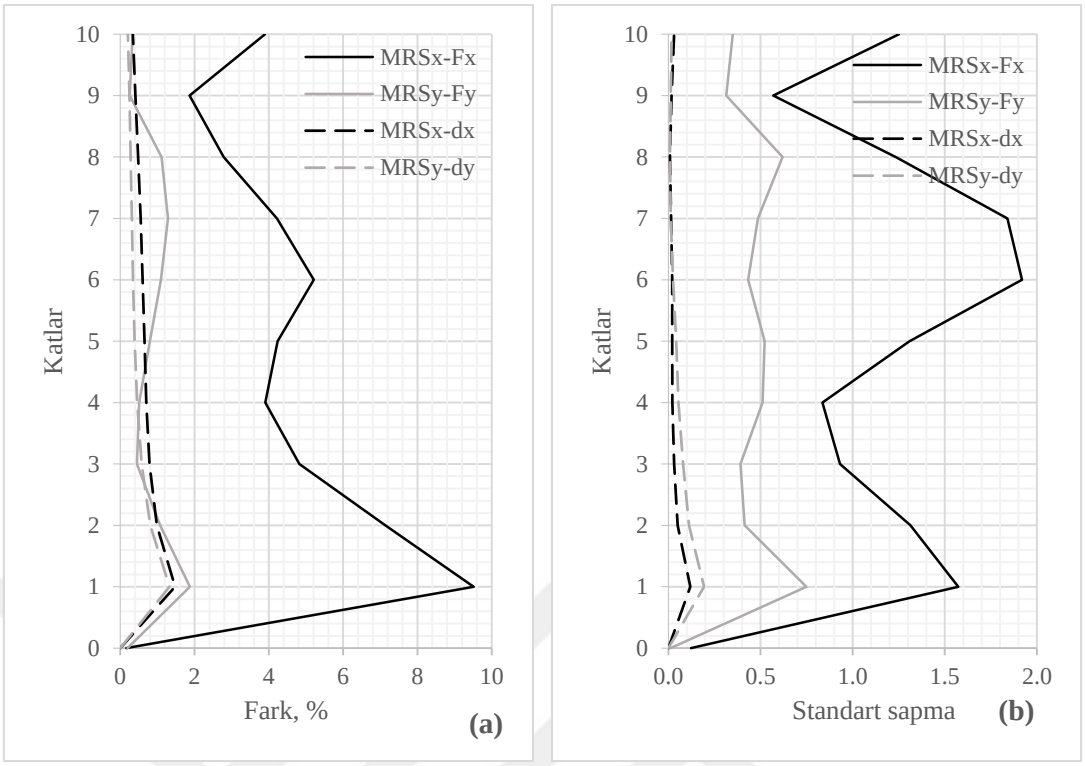
Şekil (5.16) incelendiğinde, her iki yatay doğrultuda uygulanan modal tepki spektrumu analizi sonucunda kat kesme kuvvetleri açısından rijit zeminde oluşan farkın daha fazla olduğu, kat yerdeğiştirmelerindeki farkın en fazla ortalama rijitlikteki zeminde meydana geldiği anlaşılmaktadır. Ayrıca kat kesme kuvvetleri açısından bu farkın MRSx'de daha fazla olduğu görülmektedir.

Meydana gelen farkın katlara dağılımı incelendiğinde, en fazla 1. katın etkilendiği, kat yerdeğiştirmelerindeki farkın üst katlara doğru azaldığı anlaşılmaktadır. Grafiksel olarak Şekil (5.16)'da sunulan verilerin büyük çoğunluğunun (-) olması, yapının kat kesme kuvvetleri ve kat yerdeğiştirmeleri açısından yığılı modelde güvenli olmayan tarafta kaldığı şeklinde yorumlanabilir.

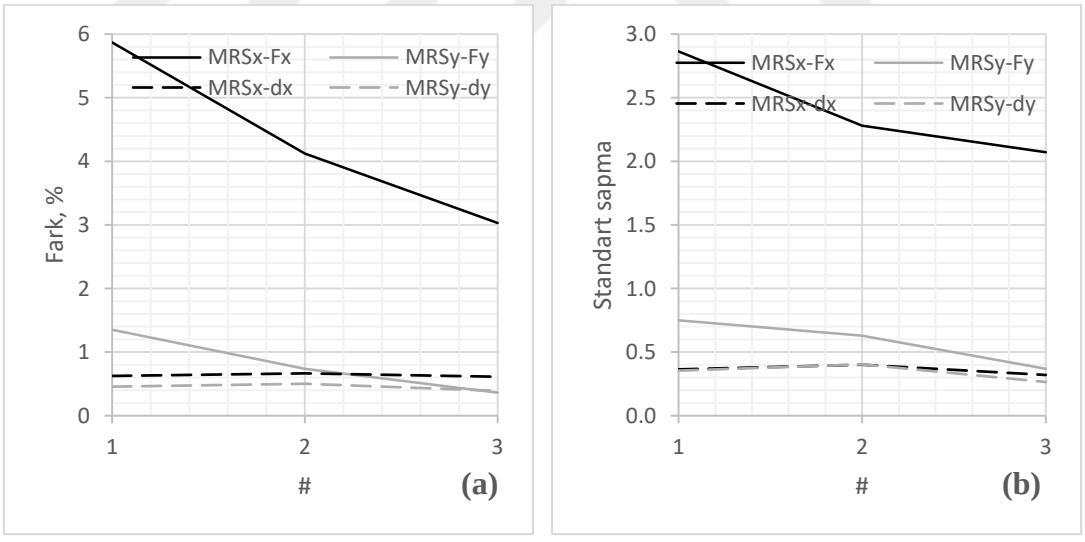


Şekil 5.16 Fark oranları (%); (a) MRSx, (b) MRSy

Bu bölümde belirlenen 3 zemin tipi için uygulanan modal tepki spektrumu analizi sonucundan her iki model için (elastik zemin parametresi ve kütle açısından yayılı ve yığılı model) hesaplanan kat kesme kuvvetleri ve kat yerdeğiştirmelerinde meydana gelen farkların mutlak değerlerinin ortalaması ve standart sapma değerleri katlara bağlı olarak Şekil (5.17)'de, zemin tipine bağlı olarak Şekil (5.18)'de grafiksel olarak sunulmuştur.



Şekil 5.17 Fark oranları (%); (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma



Şekil 5.18 Zemin parametresine göre fark oranları (%), (a) mutlak ortalama, (b) standart sapma

Şekil (5.17.a)'dan en büyük fark değerleri MRSx için kat kesme kuvveti açısından 1. katta %9.51, kat yerdeğiştirmesi açısından yine 1. katta %1.477 olarak; MRSy için ise bu değerler sırasıyla 1. katta %1.877 ile yine 1. katta %1.323 olarak hesaplanmıştır. Burada genel olarak en fazla farkın MRSx için kat kesme kuvvetlerinde meydana geldiği, anlaşılmaktadır. Şekil (5.17.b)'de sunulan standart sapma değerleri

incelendiğinde, standart sapmanın en fazla kat kesme kuvvetlerinde ve MRSx'de meydana geldiği görülmektedir.

Zemin parametresine göre fark ve standart sapmanın grafiksel olarak sunulduğu Şekil (5.18) incelendiğinde kat kesme kuvvetleri ve standart sapma açısından en fazla farkın rijit zemin tipinde gerçekleştiği, en az farkın ise en zayıf zemin tipinde gerçekleştiği anlaşılmaktadır.

Bu bölümde yapılan analizlerden genel olarak

- Elastik zemin parametresinin değişimin hem üstyapıyı hem de temel plağındaki şekil değiştirmeleri etkilediği,
- Daha rijit zemin paremetreleri için fark oranının daha yüksek olduğu,
- Üstyapıda kat yerdeğiştirmeleri açısından %2'nin, kat kesme kuvvetleri açısından farkın MRSx için en fazla %12'nin ve MRSy için %3'ün altında kaldığı,
- Üstyapıdaki verilerin büyük çoğunlukla (-) olduğu, bu nedenle yığılı modelden elde edilen verilerin yayılı modele kıyasla daha az ve tasarım açısından da güvenli olmayan tarafta kaldığı sonuçlarına varılmıştır.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması kapsamında elastik zemine oturan ince plakların davranışı statik ve dinamik dış yükler altında incelenmiş, literatürde var olan sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu tezde literatürde kabul görmüş birçok teorik çözümden biri olan sonlu ızgaralar yöntemi dikkate alınmış, sonlu ızgara sistemini teşkil eden kiriş elemanın 2 parametreli (z doğrultusunda yerdeğiştirme ve yatay eksenler etrafında dönme) elastik zemin etkisini yayılı olarak içeren (sürekli) eleman rijitlik, kütle ve dış yük matrisleri kiriş diferansiyel denklemi çözülerek hesaplanmıştır.

Matematiksel bir kodlama aracı olan Matlab kullanılarak, elde edilen eleman matrislerini dikkate alan bir yapısal analiz programı hazırlanmıştır. Bu program ile yapılan analizlerden elde edilen sonuçlar literatürde var olan analitik, yarı analitik ve nümerik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

İki parametreleri elastik zemin etkisini içeren plak diferansiyel denkleminin (4.dereceden iki parametreli sabit katsayılı homojen diferansiyel denklem) analitik çözümünün henüz yapılamıyor olması bu problem için birçok nümerik yöntemin geliştirilmesine sebep olmuştur. Analitik çözüm sadece dört tarafından basit mesnetli ince plaklar için plak şekildeğiştirme ve dış yük denklemleri çift trigonometrik serilere açılarak hesaplandığında (Navier, 1820) plak diferansiyel denklemi çözülebildiğinden bu durum için yapılan analizler detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu sınır koşulları için dış yük altında plak merkezinde meydana gelen en büyük yerdeğiştirmedeki hata payını azaltan sonlu ızgara sistemine ait plak bölme sayısı araştırılmıştır. Yapılan analizlerde bölme sayısı, plak geometrisi ve materyal özellikleri değiştirilerek yakınsama eğilimi incelenmiş, sonuç olarak plak rijitliği ile ızgaralardan teşkil eşlenik plak sistemin rijitlikleri ilişkilendirilerek ampirik bir formül geliştirilmiştir. Bu formül ile elde edilen bölme sayısı kullanılması durumunda hata oranı makul bir seviyede kalmaktadır. Bu ifade zemin parametresine duyarlı olmadığından bu konuda daha detaylı çalışmalar yapılmalıdır. Makul seviyede hata oranları sunuyor olmasından dolayı uygulanabilir bir yöntem olan sonlu ızgaralar yöntemi ile dikkate alınan plakta kalınlık değişimi, boşluk, zemin parametresi veya yük değişiminin tanımlanabiliyor olması bu yöntemin avantajları olarak sıralanabilir. Ancak kimi durumlarda plağın

geometrisine, malzeme özelliklerine ve zemin parametrelerine bağlı olarak FGM ile yapılan analizlerde analitik sonuca yakınsanamamakla beraber hata oranları makul seviyelerde kalabilmektedir.

Literatürde analitik çözümü bulunmayan durumlarda karşılaştırmalar elastik zemini ve kütleyi yığılı olarak dikkate alan sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmıştır. FGM yöntemi ile plak elemanlarda uygulanan tüm analizlerde, analitik çözüme göre elde edilen hata paylarının mühendislik problemi açısından makul seviyelerde olduğu sonucuna varılmıştır. Ancak analitik çözümün sadece dört tarafından basit mesnetli ince plaklar için var olması, diğer durumlar için karşılaştırmanın sadece nümerik yöntemlerle yapılabilmesine sebep olmuştur. Farklı sınır koşulları, farklı plak geometrisi ve kalın plaklar için analitik çözüm mevcut olmadığından bu konuda daha fazla çalışma yapılmalıdır.

Sonlu ızgaralar yöntemiyle modellenen 2 parametreli sürekli elastik zemine oturan ince plağın üst yapıya etkisi sonlu elemanlar yönteminden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak meydana gelen fark yüzde oransal olarak incelenmiş, birden fazla yapılan analizlerde mutlak değerlerin ortalamaları ve standart sapma değerleri incelenerek referans değer ile oluşan fark ve veriler arasındaki saçılma eğilimi değerlendirilmiştir. Bu analizlerde karşılaştırma sadece sonlu elemanlar yöntemi ile yapılabilmiştir.

Sonlu ızgaralar yöntemiyle modellenen 2 parametreli sürekli elastik zemine oturan ince plağın, çubuk elemanlardan teşkil edilmiş üstyapı ile beraber analizini yapan bir program geliştirilmiştir. Bu program kullanılarak yapısal modelin dış yükler altında analizi, serbest titreşim analizi ve tepki spektrumu analizi yapılarak düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmeler ve kuvvetler ile eleman iç kuvvetleri hesaplanabilmektedir. Elastik zemin ve üstyapı etkileşiminin eş zamanlı olarak dikkate alınabiliyor olması bu yöntemin avantajı olarak sunulabilir. Ancak en uygun bölme sayısı ile üstyapı kolonlarının uyumu kimi durumlarda mümkün olmamakta ve zeminde meydana gelebilecek çekme etkileri dikkate alınamamaktadır. Bu konuda yapılacak daha detaylı çalışmalar ile bu yöntemin daha uygulanabilir bir hâle gelmesi mümkün olabilir.

Bu tez çalışması kapsamında incelenen 2 parametreli sürekli elastik zemine oturan plağın üstyapının deprem performansına etkisini değerlendirebilmek amacıyla temel plağı ile beraber modellenen 10 katlı betonarme bir yapının yatay eksenler doğrultusunda uygulanan tepki spektrumu analizi ile deprem kuvveti altındaki davranışı incelenmiştir. Bu incelemelerin ilk aşamasında her iki zemin parametresi için düşük-orta-yüksek olarak seçilen değerler ile gruplar oluşturularak parametrik bir çalışma ile farklı zemin parametrelerinin üstyapıya etkisi incelenmiştir. İkinci aşamada 3 farklı zemin tipi ile uyumlu elastik zemin parametreleri ve zemin sınıfı belirlenerek analizler yapılmıştır. Tüm analizler kütle ve zemin parametresi açısından yığılı davranışı temsil eden sonlu elemanlar modelinden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak üstyapıda kat kesme kuvvetleri ve kat yerdeğiştirmelerindeki değişim, katlara ve zemin parametresine bağlı olarak değerlendirilerek sunulmuştur. Bu bölümde yapılan analiz ve sonuçlar bir bütün olarak değerlendirildiğinde, yapıların deprem davranışını etkilen birçok parametreden birinin de elastik zemin parametresinin hesaba dâhil olma şekli olduğu anlaşılmaktadır.

Sonlu ızgaralar yöntemi sayesinde elastik zemin etkisinin temel plağında sürekli olarak dikkate alınıyor olması zemin+temel+üstyapı etkileşimini doğrudan dikkate alan direkt yöntemlere alternatif olabilmektedir. Elastik zeminin düşey yerdeğiştirme yay parametresinin yanı sıra yatay eksenler etrafında dönmesini de ifade eden ikinci parametrenin de dikkate alınıyor olması ve bu parametrelerin yığılı modelden farklı olarak eleman rijitlik, kütle ve dış yük matrislerinde yayılı olarak içerdiği sürekli bir model dikkate alınıyor olması bu yöntemin avantajları olarak sunulabilir.

Elastik zemin parametresini içeren farklı sınır koşullarına sahip plakların analitik çözümlerinin incelenmesi; zemin parametresinin üstyapıya etkisinin farklı rijitlikteki ve farklı büyüklükteki yapılar için incelenmesi, deprem parametrelerinin etkisinin daha detaylı incelenmesi önerilmektedir. Ayrıca, elastik zemin parametresini içeren plakların istinat yapılarındaki uygulamalarının araştırılması önerilmektedir. Bu çalışmada yer almayan düşey eksen doğrultusunda tepki spektrumu analizinin de incelenmesi önerilmektedir.

KAYNAKLAR

Alkan, R.B. (2011). Farklı Zemin Koşulları Etkisinde Sismik Davranışın Doğrusal Olmayan Dinamik Çözümleme İle İncelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü,* İstanbul.

ANSYS Workbench V14.5. (2013). Engineering Simulation Platform, *ANSYS Inc*, Delaware, USA.

Asce Standard 7-16. (2016). Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures, *ASCE/SEI*, USA.

Asce Standard 41-17. (2017). Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings, *ASCE/SEI*, USA.

Alemdar, B.N. and Gülkan, P. (1997). Beams on Generalized Foundations: Supplementary Element Matrices. *Engineering Structures, Vol. 19, No. 11,* pp. 910-920.

Aydınoğlu, M.N. (1977). Üstyapı-Zemin Ortak Sisteminin Deprem Hesabı. *Doktora tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü,* İstanbul.

Aydınoğlu, M.N. (2011). Zayıf Zeminlerde Yapılan Binalarda Dinamik Yapı-Kazık-Zemin Etkileşimi İçin Uygulamaya Yönelik Bir Hesap Yöntemi. *Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Rasathanesi ve Deprem Araştırma Enstitüsü Deprem Mühendisliği Anabilim Dalı, Rapor No. 2011/1,* İstanbul.

Becker, A.A. (1992). The Boundary Element Method in Engineering. *McGraw-Hill Book Company*, London.

Beskos, D.E. (1987). Boundary Element Methods in Mechanics. *Elsevier Science Publisher*, Amsterdam.

Borja, W.I., and Wu, W.H. (1994). Vibration of Foundations on Incompressible Soils With No Elastic Region. *Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 120, No. 9,* pp. 1570-1592.

Brebbia, C.A. and Dominguez, J. (1989). Boundary Elements an Introductory Course. *Computational Mechanics Publications*, Southampton.

Bycroft, G.N. (1956). Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-Infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 248(948),* 327-368.

Clough, R.W., Penzein, J. (2003). Dynamics of Structures,3 3th Edition. *Computers and Structures Inc*, USA.

Filonenko-Borodich, M.M. (1940). Some Approximate Theories of the Elastic Foundation. (in Russian), *Achene Zapiski Moskowskgo Gosudertuennogo Universiteta Mechanica, U.S.S.R., 46,* 3-18.

Gazetas, G. (1991). Foundation Vibrations. Foundation Engineering Handbook*, 2nd*

Edition, Chapter 15, H.-Y. Fang, ed., Chapman and Hall, New York, USA.

Gülkan, P. And Alemdar, B.N. (1999). An Exact Finite Element for a Beam on a Two-Parameter Elastic Foundation: a Revisit. *Structural Engineering and Mechanics, Vol. 7, No. 3,* pp. 259-276.

Hetényi, M. (1946). Beams on Elastic Foundation: Theory With Applications in the Fields of Civil Engineering. *University of Michigan Press,* Ann Arbor.

Horvath, J. (2002). Soil-Structure Interaction Research Project - Basic SSI Concepts and Applications Overview. Center for Geotechnology, *Manhattan College, Publication no. CGT-2002-2,* New York, USA.

Jeremic, B., Jie, G.Z., Preisig, M., Tafazzoli, N. (2009). Time Domain Simulation of Soil-Foundation-Structure Interaction in Non-Uniform Soils. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 38, No. 5,* pp. 699-718.

Karaşin, A. (2004). An Improved Finite Grid Solution For Plates On Generalized Foundations, *Doktora Tezi, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü,* Ankara.

Karaşin, A.H., Gülkan, P. (2007). Finite Grid Analogy for Levy Plates on Generalized Foundations. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences, Vol. 31, No. 3,* pp. 157-170.

Kerr, A.D. (1964). Elastic and Viscoelastic Foundation Models. *Journal of Applied Mechanics, 31,* 491-498.

Lam K.Y. et al. (2000). Canonical exact solutions for Levy-plates on two-parameter foundation using Green's functions. *Engineering Structures, 22(4),* 364-378

Lu, X., Chen, B., Li, P., and Chen, Y. (2003). Numerical Analysis of Tall Buildings Considering Dynamic Soil-Structure Interaction. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering.*

Lysmer, J., and Kuhlemeyer, R. L. (1969). Finite Dynamic Model for Infinite Media. *J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 95*: 859-877.

Matlab R2015a. (2015). The Language of Technical Computing. *MathWorks Inc,* Massachusetts, USA.

Murakami, H., Shioya, S., Yamada, I., and Luco, J. E. (1981). Transmitting Boundaries for Time-Harmonic Elastodynamics on Infinite Domains. *Int. J. Num. Meth. Engrg., 17:* 1697-1716.

Mylonakis, G., Nikolaou, S., and Gazetas, G. (2006). Footings Under Seismic Loading: Analysis and Design Issues With Emphasis on Bridge Foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 26,* pp. 824-853.

Navier CLMH. (1820). Mémoire sur les lois du mouvement des fluides. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France. 1823;6*:389–440.

NIST. (2012). Soil-Structure Interaction for Building Buildings, *GCR 12-917-21, prepared by the NEHRP Consultants Joint Venture, a partnership of the Applied*

Technology Council and the Consortium of Universities for Research in Earthquake Engineering, for the National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland.

Pais, A., and Kausel, E. (1988). Approximate Formulas for Dynamic Stiffnesses of Rigid Foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 7, No. 4,* pp. 213-227.

Pasternak, P.L. (1954). On a New Method of Analysis of an Elastic Foundation by Means of Two Foundation Constants. (in Russian) *Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroittelstvu Arkhitekture,* Moskow.

Perform 3D. (2011). Structural Analysis Program. *Computers and Structures Inc*, USA.

Sap2000 V18.1.1. (2016). Structural Analysis Program. *Computers and Structures Inc*, USA.

Severcan, M.H. (2004). Dinamik Yapı-Zemin Etkileşim Problemleri İçin Sınır Eleman Formülasyonu. *Doktora tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Adana.

Sıcacık, E.A. (2011). Mesnetlerinden Farklı Yer Hareketi Etkisindeki Kablolu Köprülerin Yapı-Zemin Etkileşim Analizi. *Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü,* Ankara.

TBDY-2018. (2018). Deprem Etkisi Altında Binaların Tasarımı için Esaslar, *Çevre ve Şehircilik Bakanlığı*, Ankara.

Tseng, M.N., and Robinson, A.R. (1975). A Transmitting Boundary for Finite Difference Analysis of Wave Propagation in Solids. *Project No: NR 064-183, University of Illinois*, Champaign, USA.

Winkler, E. (1867). Die Lehre von Der Elastizitaet und Festigkeit, Dominiques, Prag.

Yerli, H.R. (1998). İki ve Üç Boyutlu Dinamik Yapı-Zemin Etkileşimi Problemlerinin Sonlu ve Sonsuz Elemanlar Kullanılarak Analizi. *Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Adana.

Young, W.C., and Budynas, R.G. (2002). Roark's Formulas for Stress and Strain. 7th Edition, *McGraw-Hill Inc*, New York.

ÖZGEÇMİŞ / **CURRICULUM VITAE**

Kişisel Bilgiler / **Personal Information**

Soyad, Ad / **Surname, Name**	Rehber AKDOĞAN
Web sayfası / **Web Page** (Research Gate, Academia, etc.)	-

Eğitim Bilgileri / **Education**

Derece / **Degree**	Kurum / **Institution**	Mezuniyet Yılı / **Year of Graduation**
Yüksek Lisans / **MS**	Yıldız Teknik Üniv. FBE	2014
Lisans / **BS**	Yıldız Teknik Üniv.	2011
Lise / **High School**	Şişli Halil Rıfat Paşa L.	2006

İş Deneyimi / **Work Experience**

Dönem (Yıl) / **Period (Year)**	Şirket, Kurum/ **Company, Institution**	Görev / **Enrollment**
2012-2013	İstanbul Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2013-2017	Dicle Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2020-…	Lalav Group	İnşaat Mühendisi

Yabancı Dil / **Foreign Languages**

English

Yayınlar / **Publications**

1. Akdoğan, R., Özhendekci N., (2014). Seismic Peformance of R/C Special Moment Frames in Low and Moderate to High Seismicity Regions, Second European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Istanbul, Turkey.

2. Özhendekci, N., Özhendekci, D., Akdoğan, R., (2014). Approaches for Reduction of the Dispersion of Incremental Dynamic Analysis (IDA) Curves, Second European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Istanbul, Turkey.

3. Karasin, A., Akdogan, R., Gulkan, P., Ugurlu, M.A., (2016). Usage of Finite Grid Solution for Vibration of Rectangular Plates on Elastic Foundations, WEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, vol.11, pp.60-66.

4. Karasin, A., Akdogan, R., Ugurlu, M.A., (2016). Utilizing Grillage of One-Dimensional Elements for Stability Problems of Rectangular Plates Resting on Elastic Foundations, International Journal of Mechanics, vol.10, pp.299-304.

5. Karasin, A., Doğruyol, M., Akdogan, R., Ugurlu, M.A., (2016). Finite Grid Method for Deformation of Thin Rectangular Plates, IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering, vol.13-6(4), pp.69-73.

6. Akdoğan, R., Karaşin A.H., (2016). Deformation of Thin Plates Using Finite Grid Method, International Engineering, Science and Education Conference, pp.1110-1116, Diyarbakir.

7. Akdoğan, R., Karaşin A.H., (2016). Effects of Near-Fault and Far-Fault Ground Motions on Seismic Performance of 5- Story R/C Building , International Engineering, Science and Education Conference, pp.1117-1123, Diyarbakir.

8. Akdoğan R., Karasin, A.H., (2017). Effects of Near-Fault and Far-Fault Ground Motions on Seismic Performance of 5- Story R/C Building, European Journal of Technic, vol.7(1), pp.60-68.

9. Akdoğan, R., Özhendekci, N., (2017). Sensitivity of the Seismic Performance Assessment of Special RC Moment Frames to Seismic Hazard Regions, 2nd International Conference on Civil and Environmental Engineering (ICOCEE–2017), pp.527-535, Nevşehir.

10. Akdoğan, R., Özhendekci, N., (2017). Expected Seismic Hazard and Seismic Demand of Special RC Moment Frames, 2nd International Conference on Civil and Environmental Engineering (ICOCEE–2017), pp.536-545, Nevşehir.

11. Akdogan, R., Karasin, İ.B., (2019). Variation of FEM Based Solutions of Rectangular Plate Deformations, Journal of Scientific and Engineering Research, 6(12):230-234.

Özel İlgiler / **Hobbies**

-Mesleki bilgisayar yazılımları

-Felsefe

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
TEZ BENZERLİK BİLDİRİMİ FORMU

Öğrencinin Adı, Soyadı	Rehber AKDOĞAN		
Öğrenci No	14806501		
Ana Bilim Dalı	İnşaat Mühendisliği ABD		
Program Türü	Proje ☐	Yüksek Lisans ☐	Doktora ☒
Tez Danışmanı (Ünvanı, Adı, Soyadı)	Doç. Dr. A. Halim KARAŞİN		
(Varsa) II. Tez Danışmanı (Ünvanı, Adı, Soyadı)	-		
Tez Başlığı	Sonlu Izgara Yöntemiyle Tanımlanan Zemin ile Temel Etkileşiminin Yapıların Performansına Etkisinin İncelenmesi		
RAPOR BİLGİLERİ			
Raporlama Aşaması	Tez Savunma Sınavı Sonrası		
Sayfa Sayısı	147		
Raporlama Tarihi	12/08/2022		
Benzerlik Oranı (%)	6		

Yukarıda bilgileri verilen tez çalışmamın toplam 147 sayfalık kısmına ilişkin, 12/08/2022 tarihinde ~~şahsım~~/tez danışmanım tarafından turnitin isimli intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan intihal raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %6 olarak tespit edilmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

☐Başlangıç Bölümleri (Kabul ve Onay sayfası, Teşekkür sayfası, Özet/Abstract) hariç

☐Kaynaklar hariç

☐Alıntılar ~~hariç~~/dâhil

☐Diğer (Açıklayınız)

Tezimin benzerlik oranı, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İntihal Raporu Uygulama Esaslarında belirtilen üst sınır benzerlik oranını aşmamaktadır. Benzerlik oranım üst sınır benzerlik oranının altında olsa dahi aksinin tespit edilmesi durumunda her türlü yasal sorumluğu kabul ettiğimi ve hukuki sonuçlarına razı olduğumu bildirir,
gereğini arz ederim.

Öğrencinin Adı, Soyadı: Rehber AKDOĞAN
Tarih: 12/08/2022
İmza:
Ek: Benzerlik Nihai Raporu ilk sayfa çıktısı

Danışman Doç. Dr. A. Halim KARAŞİN Tarih: 12/08/2022	İmza:
Ana Bilim Dalı Başkanı Prof. Dr. Z. Fuat Toprak Tarih: 12/08/2022	İmza: