T.C.
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARDA TİTREŞİM ANALİZİ

Sait Özmen ERUSLU

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI
TEZ DANIŞMANI: Doç Dr. Metin AYDOĞDU

2008
EDİRNE

T.C.
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARDA TİTREŞİM ANALİZİ

Sait Özmen ERUSLU

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

Bu tez …….tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Metin AYDOĞDU
Danışman

Prof. Dr. Ş. Erol OKAN

Prof.Dr.Erol AKATA

Doç. Dr. Taner TIMARCI

Yrd. Doç. Dr. Güler GAYGUSUZOĞLU

ÖZET

Doktora Tezi

Kısa Elyaf Takviyeli Kompozit Plaklarda Titreşim Analizi

T.C.
Trakya Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Bu çalışmada; kısa elyaf takviyeli dik katmanlı kompozit kare plakların serbest titreşim analizi yapılmıştır. Kompozit malzemedeki kısa elyaflar boyut oranına bağlı olarak sürekli elyafa kadar değişim gösteren küresel inklüzyon olarak ele alınmışlardır. Mori-Tanaka ortalama alan teorisi kullanılarak inklüzyon oranları ve boyut oranlarına bağlı olarak efektif elastik sabitler bulunmuştur.

Efektif elastik sabitler izotropik ve dikine izotropik durum için karışımlar kuralı sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Öncelikle plağın hareket denklemleri elde edilmiş ve bu denklemler Navier tipi ve Ritz yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Ayrıca Ansys paket programı yardımıyla plağın titreşim sonuçları elde edilmiş bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Dikine izotropik durum için basit destekli ve genel sınır şartlarındaki plağın titreşimleri klasik plak teorisi ve birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak incelenmiştir. Analizlerde farklı kenar-kalınlık oranları kullanılmıştır. Nümerik hesaplamalar cam elyaf takviyeli epoxy kompozit için verilmiştir. Bulunan sonuçlar literatürdeki değerlerle karşılaştırılmıştır, Huang, 2000 sonuçlarıyla iyi bir uyum gözlenmiştir. Katmanlar arası süreklilik koşulları yerdeğiştirme alanında kullanılan bir şekil fonksiyonu yardımıyla sağlanmıştır.

Analiz sonuçları efektif elasik sabitlerin inklüzyon hacim oranlarından ve boyut oranlarından etkilendiğini göstermiştir. Yüksek boyut oranları için kısa elyaf takviyeli kompozit sürekli elyaf yaklaşımı yapmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Kısa Elyaf Takviyeli Kompozitler, Kompozit Plak, Mori-Tanaka Modeli, RitzYöntemi, Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi.

ABSTRACT

Doctor of Philosophy Dissertation

Vibration Analysis of Short Fiber Reinforced Composite Plates

Trakya University
Institute of Natural and Applied Sciences
Mechanical Engineering Department

In this work, the free vibration analysis of short fiber reinforced cross ply laminated square plates are performed. The shape of the short fibers are expressed as inclusions that enables the composite reinforcement geometrical configurations ranging from sphere to short and continous fiber. The effective elastic modulus of composite is expressed by using Mori-Tanaka mean field approach for different aspect ratio and volume fractions.

The effective elastic modulus are compared with rule of mixture for isotropic and transversly isotropic case. The governing equations are obtained by means of Hamilton's principle and solved by using Navier type solution, Ritz Method and Ansys finite element program. The transversly isotropic plate vibrations are obtained for simply supported and general boundary conditions by using classical plate theory and first order deformation theory. The analysis is performed for different plate span to thickness ratio. Numerical analyses are is given for glass reinforced epoxy composites. The results are compared with literature and good aggrement is observed with Huang, 2000 solution. The continuity conditions between layers of symmetric laminated plates are satisfied by the use of the shape function incorporated into the theory which also unfies the first order shear deformable beam theories.

The analysis results indicate that the fiber content and aspect ratio affect the natural frequency for unidirectionally aligned composites. For larger aspect ratios behavior of short fiber reinforced composites approximates behavior of continous fiber reinforced composites.

Keywords: Short Fiber Reinforced Composites, Composite Plate, Mori-Tanaka Method, Ritz Method, First Shear Deformation Theory.

ÖNSÖZ

Bu çalışmayı gerçekleştirmemde bu konuda çalışmamı sağlayan desteklerini esirgemeyen danışmanım Doç.Dr. Metin AYDOĞDU' ya çalışmanın her aşamasında gösterdiği yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

Literatür araştırmalarım sırasında ve halen sürekli makale sağlamama yardımcı olan ULAKBİM çalışanlarına ayrıca teşekkür ederim.

Bu çalışmanın hazırlanması sırasındaki yoğun çalışmalar sırasındaki sabır ve desteği için eşim Yeliz ERUSLU' ya gönülden teşekkür ederim.

Son olarak, bu günlere gelmemde en büyük pay sahibi olan akademik hayata atılmamda beni destekleyen annem, babam ve kardeşime yıllar süren çabaları için sonsuz teşekkürler.

İÇİNDEKİLER

Özet iii

Abstract iv

Önsöz v

İçindekiler vi

Şekil Listesi ix

Çizelge Listesi xiii

Simgeler xiv

BÖLÜM 1 GİRİŞ 1

BÖLÜM 2 KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİTLERİN ELASTİK SABİTLERİNİN BELİRLENMESİ 6

2.1 Elastik Sabitlerin Mori Tanaka Yöntemiyle Belirlenmesi 6

2.1.1 Eshelby tansörünün boyut faktörüne bağlı olarak belirlenmesi 10

2.1.2 Elyaf yönlenmelerinin elastik sabitler üzerine etkisi 10

2.2 Elastik Sabitlerin Karışımlar Kuralıyla Belirlenmesi 13

2.3 Elastik Sabitlerin Hashin-Shtrikman Sınırlarıyla Bulunması 14

2.4 Elastik Sabitlerin Birim Hücre Modelleriyle Bulunması 16

BÖLÜM 3 KATMANLI KOMPOZİT PLAK DENKLEMLERİ 17

3.1 Katman Gerilme–Genleme İlişkileri 17

3.2 Katmanlı Kompozit Plak Teorileri 21

3.2.1 Klasik plak teorisi 21

3.2.2 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi 22

3.3 Katmanlı Kompozit Plakların Titreşim Denklemleri 25

3.3.1 Sınır şartları 28

3.4 Simetrik Dik Katmanlı Plakların Katmanları Arası Süreklilik Koşullarının Sağlanması 30

BÖLÜM 4 KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN ELASTİK SABİTLERİ İÇİN ELDE EDİLEN SONUÇLAR 32

4.1 Kısa Elyaf Takviyeli Kompozitlerin Elastik Sabitlerinin Bulunması 32

4.1.1 Cam elyaf takviyeli kompozitlerin elastik sabitlerinin bulunması 33

4.1.2 Küresel cam elyaf takviyeli plastik esaslı kompozitler için birim hücre modeli uygulaması 35

4.1.3 Al/SiC takviyeli metal matris kompozitlerin elastik sabitlerinin bulunması 38

BÖLÜM 5 KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN BASİT DESTEKLİ DURUMDA SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ 43

5.1 Basit Desteklenmiş Dik Katmanlı Kompozit Plakların Titreşimi 43

5.1.1 Navier tipi çözüm yöntemi 43

BÖLÜM 6 KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN RİTZ YÖNTEMİYLE TİTREŞİM ANALİZİ 52

6.1 Ritz Yöntemi 52

6.2 Kısa Elyaf Takviyeli Dik Katmanlı Kompozit Plakların Ritz

Yöntemiyle Serbest Titreşim Sonuçları 54
6.2.1 Basit desteklenmiş dik katmanlı
kompozit plakların Ritz yöntemiyle serbest titreşim sonuçları 55
6.2.2 Sonlu elemanlar modeli 56
6.3 Genel Sınır Şartlarındaki Dik Katmanlı Kompozit Plaklarda
Serbest Titreşim Sonuçları 59
6.4 Süreklilik Koşulları Şağlanmış Durumda Frekansların Değişimi 66
6.5 Basit Destekli Dik Katmanlı Kompozit Plaklarda
Mod Şekillerinin İncelenmesi 68

BÖLÜM 7 SONUÇLAR 77

KAYNAKLAR 79

ÖZGEÇMİŞ 83

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Küresel inklüzyon boyutları 9
Şekil 2.2 Kısa elyaflardaki yönlenme açıları 11
Şekil 2.3 Elyaf yönünde yüklenmiş hacim elemanı 13
Şekil 3.1 Asal ve global eksenler ve katman yönlenme açısı 20
Şekil 3.2 Plak eksen takımı ve plak boyutları 27
Şekil 3.3 Kompozit plak kenarı boyunca sınır şartlarının sıralanışı 29
Şekil 4.1 Enine elastisite modülünün (L_{11}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (CTP) 33
Şekil 4.2 Boyuna elastisite modülünün (L_{33}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (CTP) 34
Şekil 4.3 Kayma modülünün (L_{44}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (CTP) 34
Şekil 4.4 Boyut oranına bağlı olarak elastik sabitlerin değişimi (CTP) 35
Şekil 4.5 Enine izotropik küresel takviyeli birim hücre modeli 36
Şekil 4.6 Birim hücre modelinde uygulanan sınır şartları 37
Şekil 4.7 Mikromekanik modellere göre elastisite modülü değişimleri 38
Şekil 4.8 Enine elastisite modülünün (L_{11}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (Al/SiC) 39
Şekil 4.9 Boyuna elastisite modülünün (L_{33}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (Al/SiC) 40
Şekil 4.10 Kayma elastisite modülünün (L_{44}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (Al/SiC) 40
Şekil 4.11 Al/SiC kompozit malzeme için gerilme–genleme eğrileri 41
Şekil 4.12 Elastisite modülün elyaf hacim oranına göre değişimi (Al/SiC) 42
Şekil 5.1 Simetrik dik katmanlı $[0^\circ / 90^\circ / 90^\circ / 0^\circ]$ kompozit plaklarda

frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (KPT) 45

Şekil 5.2 Antisimetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (KPT) 45

Şekil 5.3 Antisimetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ]_5$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (KPT) 46

Şekil 5.4 Simetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ kompozit plaklarda plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (BMT) 47

Şekil 5.5 Antisimetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (BMT) 47

Şekil 5.6 Antisimetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ]_5$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (BMT) 48

Şekil 5.7 Simetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin kenar kalınlık oranı (L/h) ile değişimi $[-: f = 0.3, --: f = 0.5]$ 49

Şekil 5.8 Antisimetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin kenar kalınlık oranı (L/h) ile değişimi $[-: f = 0.3, --: f = 0.5]$ 49

Şekil 5.9 Dik katmanlı $[0^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin kenar kalınlık oranı (L/h) ile değişimi $[-: f = 0.3, --: f = 0.5]$ 50

Şekil 5.10 Kısa elyaf takviyeli kompozitlerin frekans parametrelerinin elyaf hacim oranı ile değişimi 51

Şekil 5.11 Ortotropi oranına bağlı olarak frekans parametrelerinin elyaf hacim oranıyla değişimi 51

Şekil 6.1 Basit destekli dik katmanlı plaklarda kenar kalınlık oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi 56

Şekil 6.2 Sonlu elemanlar modeli 57

Şekil 6.3 SSSS sınır şartı için simetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi 58

Şekil 6.4 SSSS sınır şartı için antisimetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi 58

Şekil 6.5 SSSS sınır şartı için $[0^\circ]$ katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi 59

Şekil 6.6 BSBS sınır şartı için $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi 60

Şekil 6.7 BABS sınır şartı için $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi 61

Şekil 6.8 BBBS sınır şartı için $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi 61

Şekil 6.9 ASSS sınır şartı için $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi 62

Şekil 6.10 Elyaf hacim oranına bağlı olarak $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin değişimi 63

Şekil 6.11 Elyaf hacim oranına bağlı olarak $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin değişimi 63

Şekil 6.12 Elyaf hacim oranına bağlı olarak $[0^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin değişimi 64

Şekil 6.13 Boyut oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi (L/h=10) 65

Şekil 6.14 Boyut oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi (L/h=100) 65

Şekil 6.15 Mod şekillerinin plak kenarı boyunca değişimi 69

Şekil 6.16a Mod şekillerinin plak kenarı boyunca değişimleri (Mod 1–4) 70

Şekil 6.16b Mod şekillerinin plak kenarı boyunca değişimleri (Mod 5-9) 71

Şekil 6.17a Düzlem içi yer değiştirmeleri (u) veren mod şekilleri (Mod 1–6) 72
Şekil 6.17b Düzlem içi yer değiştirmeleri (u) veren mod şekilleri (Mod 7-9) 73
Şekil 6.18a Düzlem içi yer değiştirmeleri (v) veren mod şekilleri (Mod 1–2) 73
Şekil 6.18b Düzlem içi yer değiştirmeleri (v) veren mod şekilleri (Mod 3-8) 74
Şekil 6.18c Düzlem içi yer değiştirmeleri (v) veren mod şekilleri (Mod 9) 75
Şekil 6.19a Düzlem dışı yer değiştirmeleri (w) veren mod şekilleri (Mod 1–4) 75
Şekil 6.19b Düzlem dışı yer değiştirmeleri (w) veren mod şekilleri (Mod 5–9) 76

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 3.1 Kompozit plak sınır şartları 28

Çizelge 4.1 Kısa elyaf takviyeli kompozitlerin mekanik özellikleri 32

Çizelge 6.1 Sınır koşulları 54

Çizelge 6.2 Dik katmanlı kompozit plaklarda boyutsuz frekans parametresinin yakınsama çalışması 55

Çizelge 6.3 Simetrik dik katmanlı $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (a=1, L/h=10) 66

Çizelge 6.4 Simetrik dik katmanlı $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (a=1, L/h=100) 67

Çizelge 6.5 Simetrik dik katmanlı $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (a=40, L/h=10) 67

Çizelge 6.6 Simetrik dik katmanlı$\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (a=40 L/h=100) 68

Çizelge 6.7 Mod değişim çizelgesi$[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ 69

Çizelge 6.8 Mod değişim çizelgesi$[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]$ 70

SİMGELER

a_1, a_2, a_3	Kürenin orta ekseni
C_0, C_r	Matris ve fiber fazının elastisite modülü
C	İki fazlı kompozitin efektif elastisite modülü
f_0, f_r	Matris fiber fazının hacim oranı
ε_a	Uzak sınırdaki üniform yük
$\langle\ \rangle$	Hacim ortalaması
$\langle \varepsilon_r{}^{pt} \rangle, \langle \varepsilon_0{}^{pt} \rangle$	Fiber ve matris fazındaki ortalama dağılmış genleme.
$\langle \varepsilon_0 \rangle, \langle \varepsilon_r \rangle$	Matris ve fiber fazındaki ortalama genleme
ε^T	Transformasyon genlemesi
S_r	Eshelby tansörü
$A_r{}^{dil}$	r_{th} Seyreltilmiş Konsantrasyon Faktörü
A_0	Matris fazındaki seyreltilmemiş konsantrasyon faktörü
A_r	Fiber fazındaki seyreltilmemiş konsantrasyon faktörü
$\langle \sigma \rangle_M$	Matris içerisindeki ortalama faz gerilmeleri
$\langle \sigma \rangle_r$	Fiber içerisindeki ortalama faz gerilmeleri
$\langle \sigma \rangle$	Kompozitteki ortalama gerilme
σ_a	Uzak sınırda uygulanan gerilme
a,b	x,y yönlerindeki plaka boyutları
N	Lamina kompozitlerdeki katman sayısı
E_1, E_2	Katmanlardaki elastisite modülleri
G_{12}, G_{13}, G_{23}	Katmanlardaki kayma modülleri

ν_{12}, ν_{13}	Poison oranları
h	Plak kalınlığı
$\sigma_x^{(k)}, \sigma_y^{(k)}, \tau_{yz}^{(k)}$ $\tau_{xz}^{(k)}, \tau_{xy}^{(k)}$	Kartezyen koordinatlardaki gerilme bileşenleri
U,V,W	x,y,z yönlerindeki deplasmanlar
u, v, w	Plağın orta düzlemlerinin deplasman bileşenleri
u_1, v_1	Plak orta düzlemindeki enine kayma genlemelerini içeren fonkiyonlar
Q_{ij} (i,j=1,2,6)	İndirgenmiş Rijitlikler
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Gerinme bileşenleri
x,y,z	Kartezyen koordinatları
t	Zaman
$N_x^c,\ N_y^c, N_{xy}^c, Q_x^a, Q_y^a$	Kuvvet bileşenleri
$M_x^c, M_y^c, M_{xy}^c, M_x^a,$ $M_y^a, M_{xy}^a, M_{yx}^a$	Moment bileşenleri
A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} (i,j=1,2,6)	Rijitlikler
B_{ijl}, D_{ijl}, D_{ijlm}, A_{pqlm} (i,j,l,m=1,2; p,q=4,5)	Kayma deformasyonunu içeren rijitlikler
q	Enine yük
$\rho_i, \bar{\rho}_j^{lm}$ $(i = 0,1,2; j = 0,1; l, m = 1,2)$	Atalet bileşenleri
ρ	Yoğunluk
ω	Frekans
[K]	Rijitlik matrisi
[M]	Kütle matrisi
$\{\Delta\}$	Bilinmeyen katsayılar vektörü
λ	Boyutsuzlaştırılmış frekans parametresi

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Elyaf takviyeli kompozit malzemeler pek çok mühendislik uygulamasında yapı elemanı olarak kullanılmaktadır. Bunun sebebi kompozit malzemelerin yüksek özgül dayanımlı, yüksek özgül modüllü, iyi sönüm özellikli ve yüksek yorulma dayanımlı olmalarıdır. Kompozitler genel olarak dayanıklı sürekli elyafların nispeten daha yumuşak matris malzeme içine koyulmasıyla elde edilir. Bu şekilde dayanıklı ve hafif yapılar elde edilir. Uygulamalarda maliyeti azaltmak ve karmaşık şekilli yapılar elde edebilmek için kısa elyaflı kompozitler kullanılabilmektedir. Pratik uygulamalarda kısa elyaf kullanımı yaygınlaşmaktadır. Gerekli olduğu yerlerde kullanıldıklarında malzemenin performansını önemli oranda arttırmaktadırlar. Elyaf şekli parçacık ve inklüzyon şeklindeki kısa elyaflardan sürekli elyaflara kadar değişmektedir.

Son yıllarda fabrikasyon teknikleri; enjeksiyon kalıplama, hacim kalıpçılığı ve üç boyutlu örgüleme yöntemlerinin gelişmesiyle çeşitli formlardaki inklüzyon şekilli kısa elyafların bir araya getirilmesi sağlanmıştır. İnklüzyon ile desteklenmiş kompozitlerin popülerlik kazanmasıyla bu tür kompozitlerin mekanik davranışlarını anlamak gerekliliği ortaya çıkmıştır. Bu kompozitlerde kısa elyafların istenilen şekilde yönlendirilmesi sonucunda yorulma ömrü arttırılabilmekte, hasar modları kontrol edilebilmektedir.

Bu tür kompozitlerde en önemli malzeme özelliği kompozitin statik ve dinamik davranışını belirleyen elastik sabitlerdir. İnklüzyon içeren kompozit malzemenin elastik özelliklerini belirlemede çeşitli yaklaşımlar ortaya atılmıştır. İnklüzyonların hacim oranları küçük olduğunda Eshelby metodu efektif elastik sabitleri belirlemede iyi sonuçlar vermektedir. Bu metot gerilmesiz genleme denilen inklüzyonun yüklemesiz durumdaki dönüşüm genlemesini gözönüne alarak inklüzyon üzerinde genlemeleri belirlemektedir (Eshelby, 1957). Eshelby genlemeyi inklüzyonun şeklini, boyut oranını ve matrisin Poison oranını içeren Eshelby tansörüyle belirlemiştir.

Diğer bir yaklaşım karışımlar kuralıdır. Christensen ve Malls, 1972,Halphin vd., 1971 bu tekniği kullanarak elastik sabitleri bulmuştur. Bu yaklaşıma göre özellikleri bilinen bileşenler karışımlar kuralına göre karıştırılarak tüm malzemenin özellikleri

saptanmaktadır. Karışımlar kuralı fazlar arasında sabit gerilme-genleme dağılımı olduğu kabulüne dayanır. Gerçekte gerilme–genleme değerleri fazlar arasında sabit dağılmaz. Bu yaklaşımda makroskobik olup elyafların geometrik özellikleri ve elyaflar arası etkileşim de ihmal edilmektedir. Karışımlar kuralı elastik sabitlerin belirlenmesinde yetersiz kalmaktadır. Sürekli ve basit geometrili iki fazlı yapılarda efektif modüllerin tespiti oldukça kolay olduğu halde takviyelerin karmaşık şekle sahip ve süreksiz olduğu durumlarda geometrik parametrelerin hesaba katılması zor olmaktadır.

Matris malzemesi ile elyaf malzemesi arasındaki etkileşimleri ele alarak her bir faz malzemesinin fiziksel özelliklerinin dikkate alındığı yaklaşımlar lokal homojenleştirme yaklaşımları olarak nitelendirilir. Bu yaklaşımlardan biri tutarlı modeldir (Self consistent). Bu model kullanılarak ilk olarak sürekli faz içinde gömülü olan yönlenmeleri dikkate alınmamış polikristal tarzında ikincil fazlar incelenmiştir (Kröner, 1958, Walpole, 1965). Daha sonraları matris inklüzyon etkileşimli modellerin oluşmasıyla bu model modifiye edilerek genelleştirilmiş tutarlı modeller oluşturulmuştur (Christensen ve Loo, 1979). Efektif elastik sabitlerin belirlenmesinde diğer bir lokal yaklaşım Hashin Shtrikman sınırları'dır (Hashin ve Shtrikman, 1963). Bu yaklaşımda kısa elyaf takviyeli kompozit malzemelerin elastik sabitlerinin alt ve üst sınırları fazların hacim oranları ve mekanik özellikleri dikkate alınarak ifade edilmiştir. Matrisin takviyeden yumuşak olduğu durumlarda alt sınırlar, takviyeden sert olduğu durumlarda üst sınırlar geçerli olmaktadır. Bu yaklaşım hacim oranı %20 'ye kadar iyi sonuçlar vermektedir. Parçacıklar arası etkileşimler, büyük hacimsel takviye oranlarında ihmal edilmektedir.

Diğer bir yaklaşım olan birim hücre modeli yaklaşımları Cox tarafından ortaya koyulmuştur (Cox, 1952). Bu modelde matris ile takviye malzemesi ara yüzeyindeki kayma gerilmeleri aracılığıyla gerilme aktarımından yola çıkılarak elastik sabitler belirlenir. Bu teori (Clyne, 1989) tarafından küçük takviye boy/en oranlarını içerecek şekilde genişletilmiştir. Son yıllarda çeşitli takviye şekillerinde hücre modelleri üç boyutlu olarak sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla modellenmektedir (Gusev, 2001). Bu modeller üç boyutlu kompozit geometrisi, takviye simetrilerinin zor sağlanması sebebiyle matematiksel olarak karmaşık hale gelmektedir. Bu çalışmalar kısa elyaf boyut oranlarını ve elyaf uzunluk dağılımlarını içerecek şekilde genişletilmiştir (Hine P.J.vd, 2002).

Takviyelerin modellenmesinde efektif sabitleri belirlemede diğer önemli yaklaşım Mori-Tanaka metodudur (Mori ve Tanaka, 1973). Bu yaklaşımda Eshelby'nin gerilmesiz dönüşüm genlemesi çözümünü kullanılarak Mori-Tanaka öncelikle inklüzyonlar içeren matris malzemesindeki ortalama genlemeleri belirlemiş ve eşdeğer inklüzyon metodunu kullanarak inklüzyonların şekillerini hesaba katmıştır. Bu teoriyle Mori-Tanaka elyaflar ile matris arasındaki etkileşimi içeren bir yaklaşım ortaya koymuştur. Mori-Tanaka bu metodla Eshelby'nin metodunu, yükleme durumunu ve seyreltilmemiş durumu göz önüne alarak genişletmiştir. Tandom ve Weng, 1984, Mori-Tanaka ve Eshelby yaklaşımını enine izotropik dağılmış inklüzyon takviyeli kompozitler için boyut oranı içerecek şekilde uygulamışlardır. Daha sonraları Petterman vd., 1997 Mori-Tanaka ortalama alan teorisini iki fazlı kısa elyaf destekli kompozitlerde termo elastik özellikleri belirlemede kullanmıştır. Onun çalışması aynı zamanda inklüzyon (kısa elyaf) destekli kompozitlerde inklüzyon yönlenmelerinin etkileri hakkında bilgiler içermektedir. Son yıllarda yapılan Mori-Tanaka alt yapılı çalışmalarda boyut oranının (a_3 / a_1), inklüzyon hacim oranlarının ve fiber yönlenmesinin kompozit üzerine etkisi incelenmiştir (Huang, 2001).

İnklüzyonların boyut oranları 1(küre)'den başlayarak arttırılmaktadır. Boyut oranı arttırıldıkça sürekli elyaflı sistemlere yaklaşılmaktadır. Sonuçta elastik sabitler faz özelliklerinin, hacim oranlarının ve inklüzyon şekillerinin bir fonksiyonudurlar. Çalışmalarda bulunan efektif elastik sabitler tek yönlü kısa elyaflar içerebileceği gibi kısa elyafların farklı yönlerde yönlenmeleride değerlendirilerek elastik sabitler bulunabilir. Uygulamada kısa elyafların kusursuz bir şekilde yönlenmelerini kontrol etmek imkânsızdır. Getirilen yaklaşımlarda kusursuz yönlenme yerine kısmi yönlenme kullanılarak kısa elyaflar tercih edilen yönlerde yönlendirilebilir.

Geliştirilen malzeme modellerinin uygulanabilir olması için bu modellerin bir çok farklı malzemenin mekanik davranışını belirlemesi gerekir. Literatürde Mori-Tanaka yaklaşımının farklı malzemeler için uygulanabilirliği bir çok çalışmada ortaya konulmuştur (Funaki K.vd., 2006, Çalışıcı M., 2003).

Son yıllarda yapılan çalışmalarda Huang, 2000, Chang vd., 2004, Shukla vd., 2004, Huang ve Shukla, 2005 Mori-Tanaka ortalama alan teorisini kullanarak elastik sabitlerini buldukları kısa fiber takviyeli kompozit plakların titreşimi, burkulması üzerine çalışmalar yapmaktadır.

Kompozit katmanlı plakların değişik sınır şartları altındaki statik ve dinamik davranışı konusunda pek çok araştırma yapılmıştır. Kompozit dik katmanlı plakların kapalı çözümlerle basit destekli durumda dinamik analizinin yapıldığı ilk çalışmalar klasik plak teorisine (KPT) dayanmaktadır (Whithney ve Leissa, 1969, Jones, 1973).

Değişik sınır koşullarındaki plakların burkulma ve titreşim davranışını incelemek amacıyla Ritz metodu, sonlu elemanlar metodu gibi yaklaşık metodlar kullanılmıştır. Dickinson ve Blasio, 1985, Baharlou ve Leissa, 1987, Leissa ve Narita, 1989 Ritz yöntemini kullanarak kompozit plakların burkulma ve titreşim problemlerini değişik sınır koşullarında incelemişlerdir. Jensen ve Crawley, 1985 ankastre plakların titreşimini Ritz ve sonlu elemanlar yöntemlerini kullanarak ve deneysel olarak ele almıştır. KPT ile elde edilen sonuçların deneysel sonuçlardan farklı olmalarından dolayı kayma deformasyonu etkilerinin de göz önüne alındığı yeni çalışmalar yapılmıştır.

Whitney ve Pagano, 1970 kompozit plakların statik ve dinamik davranışlarını uniform kayma deformasyon teorisi (UKDT) çerçevesinde incelemişlerdir. Reddy, 1984, Phan ve Reddy, 1985 yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi kapsamında sonlu elemanlar ve Levy tipi çözüm yöntemlerini kullanarak kompozit plakların statik ve dinamik davranışlarını incelemişlerdir. Soldatos ve Tımarcı, 1993 literatürde var olan teorileri özel hal olarak elde etme olanağı sağlayan birleştirilmiş bir yüksek-mertebe kayma deformasyon teorisi (BKDT) önermişlerdir. Aydoğdu ve Tımarcı, 2001 BKDT çerçevesinde, değişik sınır koşullarındaki kompozit plakların kritik burkulma yükleri ve serbest titreşim frekanslarını incelemişlerdir.

Bu kısımda belirtilen kayma deformasyon teorileri tek tabaka teorileri olarak bilinirler ve sabit sayıda bilinmeyen içerirler. Tek tabakalı teoriler ile UKDT kapsamında katmanlar arası süreklilik şartlarının sağlanması amacıyla çeşitli çalışmalar yapılmıştır (Chou ve Carleone, 1973, Di Sciuva, 1986). BKDT kapsamında Tımarcı ve Soldatos, 1995 simetrik dik katmanlı kabukların titreşim probleminde süreklilik şartlarını sağlamışlardır.

Bu çalışmada; kısa elyaf takviyeli dik katmanlı kompozit kare plakların serbest titreşim analizi yapılmıştır. Kompozit malzemedeki kısa elyaflar boyut oranına bağlı olarak sürekli elyafa kadar değişim gösteren küresel inklüzyon olarak ele alınmışlardır. Mori-Tanaka ortalama alan teorisi kullanılarak inklüzyon hacim oranları ve boyut oranlarına bağlı olarak efektif elastik sabitler bulunmuş ve farklı mikro mekanik

yaklaşımlarla karşılaştırılmıştır. Yönlenme etkileri göz önüne alınarak elyafların enine yönde yönlendiği ve izotropik dağıldığı durum için elastik sabitler iki farklı malzeme için bulunmuştur. Mori-Tanaka metodunun uygulanabilirliği ortaya konulmuştur. Daha sonra plağın titreşim davranışını yöneten hareket denklemleri elde edilmiş ve bu denklemler Navier tipi ve Ritz yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Ayrıca ANSYS paket programı yardımıyla plağın titreşim frekansları elde edilmiş bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Kompozit plağın titreşimleri klasik plak teorisi ve birinci mertebe kayma deformasyon teorileri kullanılarak farklı sınır şartları için incelenmiştir. Analizlerde farklı kenar-kalınlık oranları kullanılmıştır. Katmanlar arası süreklilik koşulları yer değiştirme alanında kullanılan bir şekil fonksiyonu yardımıyla sağlanmıştır. Çalışmada mikromekanik modelin sürekli elyaf yaklaşımı, elastik özellikler ve dinamik karakteristikler ortaya konulurken çeşitli modellerle kıyaslamalar yapılarak incelenmiştir.

BÖLÜM 2

KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİTLERİN ELASTİK SABİTLERİNİN BELİRLENMESİ

2.1 Elastik Sabitlerin Mori-Tanaka Yöntemiyle Belirlenmesi

Tutarlı model ve Mori-Tanaka kompozit malzemelerin elastik sabitlerinin belirlenmesinde kullanılan başlıca homojenleştirme yöntemlerindendir (Kiriş A. ve İnan E., 2005). Bu yöntemlerin hemen hepsinde Eshelby tarafından önerilen ve parçacıkların serbest bir genleme yaptığı varsayılarak bu genleme ile matrisin genlemesi arasındaki ilişkiyi veren Eshelby eşdeğer dönüşüm tansörü kullanılmaktadır. Ortamda elastik genlemeler dışındaki nedenlerle oluşan bu gerilme ve genlemeler ilk olarak Mura tarafından tanımlanmıştır (Mura, 1987).

Mori-Tanaka yönteminde elastik sabitler Eshelby'nin ek genleme ek gerilme yaklaşımına göre bulunmaktadır. Bu çalışmada formulasyon N fazlı tek yönde yönlemiş kısa elyaflar için çıkartılmıştır. Formulasyonda kısa elyafların çevresini saran matris "0" indisi ile gösterilmiş, elastisite modülü C_0, hacim oranı f_0 olarak alınmıştır. Matris ve elyaflar farklı malzeme özelliklerine sahiptir. Her bir elyaf fazı (r_{th}) aynı şekile (boyut oranı), aynı yönlenmeye ve malzeme özelliklerine sahip olarak alınmıştır. Fazdaki hacim oranı f_r ile elastisite modülü C_r ile gösterilmiştir. Eshelby yaklaşımına göre kompozite uzak bir sınırda düzgün yayılı bir yük uygulandığında fiberlerin çıkarıldığı kısımlarda düzgün yayılı bir genleme(ε_a) oluşur. Fakat inklüzyonların varlığı lokal olarak hem matris içerisinde hemde inklüzyonlarda dağılmış genlemeler yaratır. Mori-Tanaka bu yaklaşımdan yola çıkarak matris ve elyaflar içerisindeki ortalama genlemeleri tanımlamıştır. Matristeki ortalama dağılmış genleme $\left\langle \varepsilon_0{}^{pt} \right\rangle$ ve herhangi bir fazdaki dağılmış genleme $\left\langle \varepsilon_r{}^{pt} \right\rangle$ olarak belirlenmiştir. Buradaki $\langle\ \rangle$ işareti bu değerin kompozit boyunca hacim ortalaması olarak alındığını göstermektedir. Matristeki ortalama genleme aşağıdaki şekilde verilebilir (Huang, 2001).

$$\left\langle \varepsilon_0 \right\rangle = \varepsilon_a + \left\langle \varepsilon_0{}^{pt} \right\rangle \tag{2.1}$$

Fazın malzeme koordinatlarının asal eksenlerle çakıştığı kabul edilip herhangi bir r'inci fazdaki ortalama genleme $\langle \varepsilon_0 \rangle$'dan farklı olarak aşağıdaki şekilde verilebilir.

$$\langle \varepsilon_r \rangle = \varepsilon_0 + \langle \varepsilon_r{}^{pt} \rangle \tag{2.2}$$

Her bir faz tek bir gerilme ve genlemeye sahiptir. Herhangi bir r'inci fazdaki ortalama gerilme–genleme ilişkisi $\langle \sigma_r \rangle = C_r \langle \varepsilon_r \rangle$ olarak alınabilir. Eshelby yaklaşımına göre inklüzyon içerisindeki gerilmeler matrisin elastik sabitleri ve gerilmesiz dönüşüm genlemesi (ε_r^*) ile aşağıdaki şekilde gösterilebilirler.

$$C_r \langle \varepsilon_r \rangle = C_0 (\langle \varepsilon_r \rangle - \varepsilon_r{}^*) \tag{2.3}$$

İnklüzyon küre olduğunda dağılmış genleme gerilmesiz dönüşüm genlemesi ile ilişkilendirilerek Eshelby tansörüyle birlikte aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\varepsilon_r{}^{pt} = S_r \varepsilon_r{}^* \tag{2.4}$$

Enine İzotropik bir ortamdaki küresel inklüzyonlar için Eshelby tansörü aşağıdaki şekildedir (Eshelby, 1957).

$$S_r = \begin{bmatrix} (S_r)_{11} & (S_r)_{12} & (S_r)_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (S_r)_{12} & (S_r)_{11} & (S_r)_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (S_r)_{31} & (S_r)_{31} & (S_r)_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (S_r)_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (S_r)_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (S_r)_{66} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Eshelby tansörü küresel inklüzyonun elastik özelliklerinin ve elipsoidin orta ekseninin uzaklıklarına bağlı bir fonksiyonudur. Burada (S_r) ifadeleri küresel inklüzyon için aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$(S_r)_{11} = (7L_{11}^0 + 2L_{12}^0) / (15L_{11}^0) \tag{2.6}$$

$$(S_r)_{12} = (S_r)_{13} = (S_r)_{31} = (4L_{12}^0 - L_{11}^0) / (15L_{11}^0) \tag{2.7}$$

$$(S_r)_{44} = \frac{4L_{11}^0 - L_{12}^0}{15L_{11}^0} \tag{2.8}$$

$$(S_r)_{66} = [(S_r)_{11} - (S_r)_{12}] / 2 \tag{2.9}$$

Burada $L_{11}^{0}\ ve\ L_{12}^{0}$ matris malzemesi için elastik sabitleri belirtmektedir.

Yukarıdaki eşitliklerdeki $\varepsilon_r^{\ *}$ çözülürse aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\varepsilon_r^{\ *} = -C_0^{\ -1}(C_r - C_0)\langle\varepsilon_r\rangle \tag{2.10}$$

Her bir faz için bulunan genleme ifadesinde yerine yazılırsa aşağıdaki ifadeler bulunabilir.

$$\langle\varepsilon_r\rangle = A_r^{\ dil}\langle\varepsilon_0\rangle \tag{2.11}$$

$$A_r^{\ dil} = \left[I + S_r C_0^{\ -1}(C_r - C_0)\right]^{-1} \tag{2.12}$$

Bu ifade içerisindeki I dördüncü mertebeden birim tansörü göstermektedir. $A_r^{\ dil}$ herhangi bir fazdaki seyreltme gerinme konsantrasyon faktörünü belirtmektedir. Uzak bir sınırda uygulanan düzgün yayılı bir yükteki genleme ifadesi yardımıyla matris malzemesindeki ve herhangi bir fazdaki seyreltilmemiş genleme konsantrasyon faktörü aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$f_0\langle\varepsilon_0\rangle + \sum_{r=1}^{N} f_r\langle\varepsilon_r\rangle = \varepsilon_a \tag{2.13}$$

$$f_0 = 1 - \sum_{r=1}^{N} f_r \tag{2.14}$$

(2.8) denklemi (2.10) denklemi yardımıyla çok fazlı seyreltilmemiş (hacim oranı yüksek olan) kompozitlerdeki matris için ve her bir faz için konsantrasyon faktörü aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$A_0 = \left[f_0 I + \sum_{r=1}^{N} f_r A_r^{\ dil} \right]^{-1} \tag{2.15}$$

$$A_r = A_r^{\ dil} A_0 \tag{2.16}$$

Kompozitteki toplam gerilme $\langle\sigma\rangle$ her bir fazdaki ortalama gerilmeler cinsinden tanımlanabilir.

$$\langle\sigma\rangle = \frac{1}{V}\int_{D-\lambda} C_0\varepsilon_0 dx + \frac{1}{V}\sum_{r=1}^{N}\int_{\lambda_r} C_r\varepsilon_r dx = C\varepsilon_a \tag{2.17}$$

Her bir fazdaki ortalama faz gerilmeleri aşağıdaki şekilde tanımlanabilir (Wakashima ve Tsukamoto, 1991).

$$\langle\sigma\rangle_M = -fC_0(S_r - I)\varepsilon^T + \sigma_a \tag{2.18}$$

$$\langle \sigma \rangle_r = (1-f)C_0(S_r - I)\varepsilon^T + \sigma_a \tag{2.19}$$

Sonuç olarak kompozitin elastik sabitleri C aşağıdaki şekilde bulunur.

$$C = f_0 C_0 A_0 + \sum_{r=1}^{N} f_r C_r A_r \tag{2.20}$$

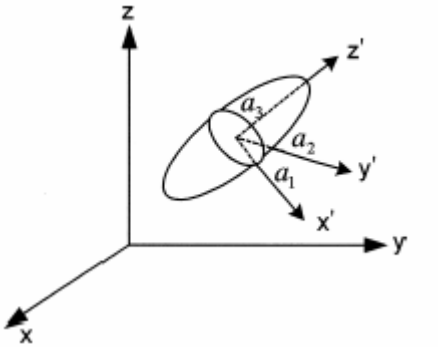
Bu durumda C_{ij} elastik sabitleri aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Elastik sabitler farklı inklüzyon boyut oranlarına bağlı olarak bulunmuştur. İnklüzyonların boyut oranına bağlı olarak kısa elyaflardan sürekli elyafa kadar değişimi aşağıdaki denklem ile tanımlanmıştır (Mura, 1987).

$$\Omega : \frac{x^2}{a_1^{\,2}} + \frac{y^2}{a_2^{\,2}} + \frac{z^2}{a_3^{\,2}} \le 1 \tag{2.22}$$

Boyut oranları bulunurken elipsoidin orta ekseni $a_3 > a_1 = a_2$ şeklinde tanımlanmıştır. (Şekil 2.1)



Şekil 2.1 Küresel inklüzyon boyutları

Bu çalışmada boyut oranı $a = a_3/a_1$ şeklinde tanımlanmıştır.

2.1.1 Eshelby tansörünün boyut faktörüne bağlı olarak belirlenmesi

Eshelby tansörünün boyut oranlarına bağlı olarak belirlenmesinde aşağıdaki formül kullanılmıştır (Sanboh vd., 1999).

$$S_{1111} = S_{2222} = \frac{3}{8(1-\nu)}\left[1-\frac{1+3M}{2(a^2-1)}\right]+\frac{1-2\nu}{4(1-\nu)}(1+M) \tag{2.23}$$

$$S_{1122} = \frac{1}{8(1-\nu)}\left[1-\frac{1+3M}{2(a^2-1)}\right]-\frac{1-2\nu}{4(1-\nu)}(1+M) \tag{2.24}$$

$$S_{1133} = S_{2233} = \frac{1}{4(1-\nu)}\frac{a^2(1+3M)}{a^2-1}-\frac{1-2\nu}{4(1-\nu)}(1+M) \tag{2.25}$$

$$S_{3311} = S_{3322} = \frac{1+3M}{4(1-\nu)(a^2-1)}+\frac{(1-2\nu)M}{2(1-\nu)} \tag{2.26}$$

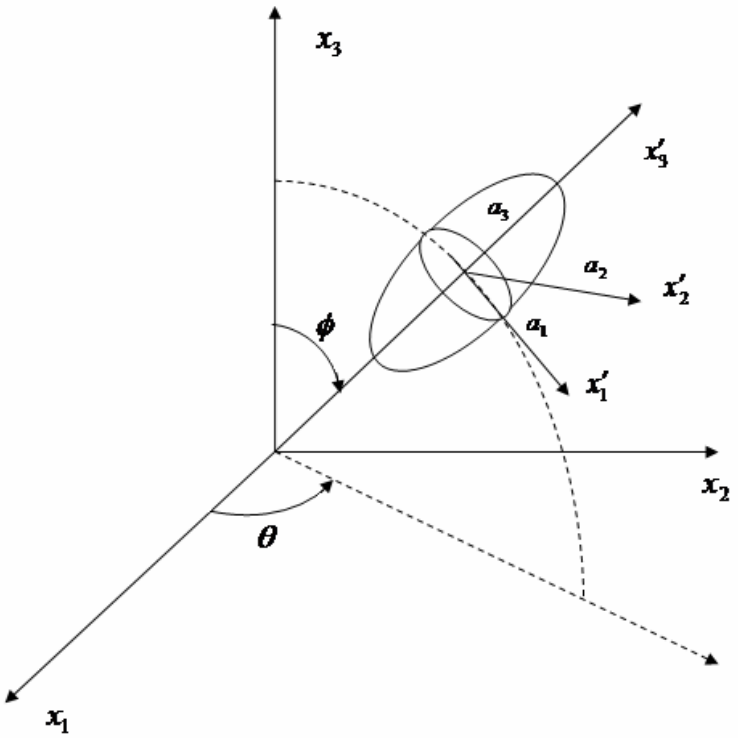
$$S_{3333} = \frac{1}{2(1-\nu)}\left[1-\frac{a^2(1+M)}{a^2-1}\right]-\frac{(1-2\nu)M}{2(1-\nu)} \tag{2.27}$$

$$M = \begin{Bmatrix} 1/(a^2-1)-a/(a^2-1)^{3/2})\cosh^{-1}(a)\ for\ a \geq 1 \\ 1/(a^2-1)+a/(1-a^2)^{3/2})\cos^{-1}(a)\ \ for\ \ a \leq 1 \end{Bmatrix} \tag{2.28}$$

Burada a=1 küresel inklüzyonu göstermekte olup M ifadesi boyut oranının değişimine göre farklı değer almaktadır.

2.1.2 Elyaf yönlenmelerinin elastik sabitler üzerine etkisi

Bir önceki bölümdeki formulasyon elyafların asal eksenlerinin matris yönüyle çakıştığı varsayımına dayanmaktadır. Bu bölümde yönlenme etkileri dikkate alınarak sırasıyla dikine izotropik ve izotropik dağılımlarda elastik sabitlerin değişimleri incelenecektir. Elyaf yönlenme dağılımı iki Euler açısı (θ, ϕ) yardımıyla Şekil 2.2'deki gibi tanımlanabilir (Huang ve Shukla, 2005).



Şekil 2.2 Kısa elyaflardaki yönlenme açıları (Huang ve Shukla, 2005)

Asal eksenler ile dönmüş eksenler arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$u_i' = a_{ij} u_j$,

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} mp & -n & mq \\ np & m & nq \\ -q & 0 & p \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

$m = \cos\theta$, $n = \sin\theta$, $p = \cos\phi$ *ve* $q = \sin\phi$

Burada u_i' ve u_j sırasıyla dönmüş ve asal eksen takımlarındaki birim vektörleri,

a_{ij} dönmüş eksenler ile asal eksenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan transformasyon matrisini göstermektedir. Kompozitin efektif elastik sabitleri yönlenme etkileri dikkate alındığında Euler açıları yardımıyla aşağıdaki şekilde tanımlanabilir (Huang ve Shukla, 2005).

$$L = \frac{1}{4\theta_0 \sin\phi_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \int_{0}^{\pi} C(\theta,\phi) \sin\phi d\phi d\theta \tag{2.30}$$

Burada ρ_r yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\rho_r(\theta,\phi) = 4\theta_0 \sin\phi_0 \tag{2.31}$$

$$-\theta_0 \le \theta \le \theta_0$$

$$\frac{\pi}{2} - \phi_0 \le \phi \le \frac{\pi}{2} + \phi_0 \tag{2.32}$$

Burada $\sin\phi$ kürenin yüzey alanını tanımlayan çarpanı, $C(\theta,\phi)$ (2.20) denklemi ile elastik özellikleri belirlenen kompozitin tansörel dönüşüm sonrası efektif elastik sabitlerini tanımlamaktadır.

Durum–1 $\theta_0 = 0$ ve $\phi_0 = 0$ durumunda bütün elyaflar tek yönde sıralanmış ve x_1 eksenine paralel durum ortaya çıkmıştır. Bu durumda elyaflar sadece üç eksene göre dönebilir ve 5 bağımsız elastik sabit oluşur. Yönlenmiş elastik sabitler yönlenmemiş elastik sabitler cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Kompozit bütün olarak dikine izotropik olarak kabul edilir (Huang, 2001).

$$\begin{aligned}
L_{11} &= C(3,3)\\
L_{12} &= C(1,2)\\
L_{13} &= C(1,6)\\
L_{21} &= Q_{12}\\
L_{22} &= \frac{(C(1,1)+C(1,2))}{2}\\
L_{23} &= C(2,6)\\
L_{31} &= Q_{13}\\
L_{32} &= Q_{23}\\
L_{33} &= C(4,4)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Durum-2 $\theta_0 = \pi$ ve $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ durumunda elyafların her yönde uniform dağıtılmış olduğu durumu gösterir. Kompozit bu durumda yönden bağımsızdır. Ve kompozit bütün olarak izotropik kabul edilir. Bu durumda yönlenmiş elastik sabitler yönlenmemiş elastik sabitler cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}
L_{11} &= L_{22} = [\frac{1}{3}\left(2\,C(1,1) + C\left(3,3\right)\right) - \frac{2}{15}H]\\
L_{12} &= [\frac{1}{3}(2\,C(1,3) + C(1,2)) + \frac{1}{15}H]\\
L_{13} &= L_{23} = C_{16}\\
L_{33} &= [\frac{1}{3}(2\,C(4,4) + C(5,5) + \frac{1}{15}H]
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Burada H aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

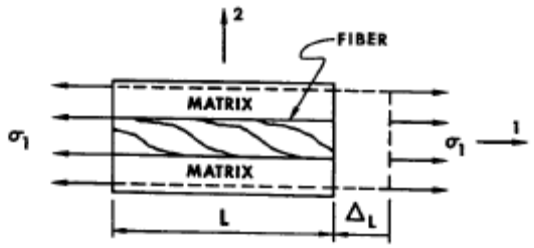
$$H = [C(1,1) + C(3,3) - 2(C(2,3) - 4C(4,4))] \tag{2.35}$$

Bu durumda izotropik durumdaki kompozitteki efektif elastisite modülü ve Poisson oranı sırasıyla aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$E = C_{11} - \frac{2C^2_{12}}{C_{11} + C_{12}} \qquad \nu = \frac{C_{12}}{C_{11} + C_{12}} \tag{2.36}$$

2.2 Elastik Sabitlerin Karışımlar Kuralıyla Belirlenmesi

Bu yaklaşım mukavemet yaklaşımı veya karışımlar kuralı olarak da bilinir. Sürekli elyaf takviyeli kompozitlerin mekanik özelliklerini belirlemek amacıyla ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşıma göre elyaflarda ve matris malzemede eşit genlemeler oluştuğu varsayılır (Jones, 1998). (Şekil 2.3)



Şekil 2.3 Elyaf yönünde yüklenmiş hacim elemanı (Jones, 1998)

Bu yaklaşımda elyaf yönündeki elastik modülü aşağıdaki şekilde hesaplanır (Jones, 1998).

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \tag{2.37}$$

Burada E_f elyafların elastisite modülünü, E_m Matris malzemesinin elastisite modülünü, V_m, V_f sırasıyla matris ve fiberlerin hacim oranlarını göstermektedir.

Elyaf yönüne dik doğrultudaki elastisite modülü aşağıdaki şekilde bulunur (Jones, 1998).

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \tag{2.38}$$

Kayma modülü (G_{12}) aşağıdaki gibi hesaplanır (Jones, 1998).

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{G_m} V_m + \frac{1}{G_f} V_f \tag{2.39}$$

Burada G_m *ve* G_f sırasıyla matris ve elyafların kayma modüllerini göstermektedir.

Poisson Oranı aşağıdaki şekilde belirlenir (Jones, 1998).

$$\nu_{12} = V_f \nu_f + V_m \nu_m \tag{2.40}$$

Bu yaklaşımda kompozitlerin mikromekanik analizinde esas alınan varsayımlar aşağıda gösterilmektedir.

a. Matris homojen,izotropik yapıda olup lineer elastik davranış gösterir.
b. Elyaflar homojen,izotropik yapıda olup lineer elastik davranış gösterirler, yapı içerisinde düzenli bir dağlım ve kusursuz bir yönlenmeye sahiptirler.
c. Kompozit malzeme ortotropik karakterli olup lineer elastik davranış gösterir.
d. Yapı bileşenlerinde ve kompozitte yapı hataları, iç gerilmeler bulunmamakta ve bileşenler arası yüzey bağları bulunmamaktadır.

Bu yaklaşımı kullanarak süreksiz dağılmış fiber durumunda kompozitin elastisite modülü (Cox, 1952) kritik elyaf uzunluğu yaklaşımı kullanılarak bulunmaktadır (Calister, 2007).

$$E_c = \frac{E_f V_f}{5 V_c} + E_m \frac{V_m}{V_c} \tag{2.41}$$

Burada E_c süreksiz dağılmış durumda kompozitin elastisite modülü,

V_c kompozitin toplam hacim oranı.

2.3 Elastik Sabitlerin Hashin-Shtrikman Sınırlarıyla Bulunması

Hashin ve Shtrikman homojen ve izotropik malzemelerin elastik sabitlerinin alt ve üst sınırlarını her bir fazın fiziksel ve mekanik özelliklerini hesaba katarak ortaya koymuşlardır (Hashin vd.,1962). Matrisin takviyeden daha yumuşak olduğu durumlarda

alt sınırlar, matrisin takviyeden daha sert olduğu durumlarda üst sınırlar geçerlidir. Hashin Shtrikman (HS) sınırları faz içerisinde homojen dağılmış küresel parçacıklar için % 20'ye varan hacimsel takviye oranlarında elastik sabitlerin alt ve üst sınırlarının belirlenmesinde oldukça doğru sonuçlar vermektedir (Ürkmez, 2004).

Yapılan çalışmalarda Mori-Tanaka modelleriyle HS sınırları arasında uyum gözlenmiştir (Weng, 1990). Hashin Shtrikman elastik sabitlerin alt ve üst sınırlarını belirlerken aşağıdaki eşitlikleri kullanmıştır.

$$K_L = \left(K_m + \frac{V_p}{1/\left(K_p - K_m\right) + 3V_m/\left(3K_m + 4G_m\right)} \right) \tag{2.42}$$

$$K_U = \left(K_p + \frac{V_m}{1/\left(K_m - K_p\right) + 3V_p/\left(3K_p + 4G_p\right)} \right) \tag{2.43}$$

$$G_L = \left(G_m + \frac{V_p}{\left(1/(G_p - G_m)\right) + ((6\left(K_m + 2G_m\right)V_m)/(5\left(3K_m + 4G_m\right)G_m))} \right) \tag{2.44}$$

$$G_U = \left(G_p + \frac{V_m}{\left(1/(G_m - G_p)\right) + ((6\left(K_p + 2G_p\right)V_p)/(5\left(3K_p + 4G_p\right)G_p))} \right) \tag{2.45}$$

Ve elastisite modülünün hesaplanmasında aşağıdaki eşitlik kullanılır.

$$E = \frac{9KG}{\left(3K + G\right)} \tag{2.46}$$

Burada K bulk modülü, G kayma modülünü, m ve p alt indisleri sırasıyla matris ve parçacık, V hacim oranını, L ve U alt indisleri ise sırasıyla alt ve üst sınırları ifade etmektedir.

Yukarıdaki eşitliklerde K_m *ve* K_p bulk modülleri matris malzemesi ve takviye malzemesi izotropik seçildiği için aşağıdaki formda hesaplanmıştır.

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \tag{2.47}$$

2.4 Elastik Sabitlerin Birim Hücre Modelleriyle Bulunması

En basit birim hücre modeli (BHM) kusursuz düzenlenmiş elyaflar için Cox tarafından ileri sürülmüş olan modeldir. Bu modelde yük aktarımı matris ile takviye ara yüzeyindeki kayma gerilmeleri aracılığıyla sağlanmaktadır. Bu yaklaşım takviye boy/en oranı küçük olan takviye türü için doğru sonuçlar vermemektedir.

Daha sonraları bu teori küçük takviye boy/en oranlarını içerecek şekilde genişletilmiştir (Clyne, 1989). Parçacık takviyeli kompozit malzemelerin elastik özellikleri çeşitli takviye şekillerinde (kübik, küresel, silindirik vs.) hücre modelleri olarak modellenerek üç boyutlu modeller oluşturulmaktadır. Son yıllarda simulasyon tekniklerinin gelişmesiyle istenilen şekilde, boyut oranlarında homojen dağılmış elyaf takviyeli kompozitlerin üç boyutlu sonlu elemanlar modelleri oluşturulmaktadır (Gusev, 2002). Bu çalışmalar aynı zamanda elyaf uzunluk dağılımınıda içermektedir.

BÖLÜM 3

KATMANLI KOMPOZİT PLAK DENKLEMLERİ

Bu bölümde katmanlı kompozit plakların serbest titreşim probleminin denklemleri elde edilmiştir. Katmanların gerilme genleme ilişkileri incelendikten sonra katmanlı kompozit klasik plak ve birinci mertebe kayma deformasyon (uniform kayma deformasyon teorisi) teorileri incelenmiştir. Bu teoriler kapsamında elastik sabit ilişkileri kısa elyaf takviyeli kompozitler için tanımlanmıştır. Hamilton ilkesi kullanılarak katmanlı kompozit plağın titreşim denklemleri ve olası sınır şartları elde edilmiştir.

3.1 Katman Gerilme–Genleme İlişkileri

Bu bölümde kısa fiber takviyeli katmanlı kompozit plakların titreşim davranışını incelemek amacıyla gerilme–genleme ilişkileri incelenmiştir. Mori-Tanaka yöntemiyle belirlenmiş olan elastik sabitler ile katmanlı kompozit plakların elastik sabitleri arasında ilişki ortaya konulmuştur.

En genel halde elastik bir cisimde üç boyutlu halde bir noktada 9 gerilme ve 9 genleme bileşeni bulunur. Hooke yasasına göre katılık matrisi 81 elastik sabit ile tanımlanır. Elastik sabitlerin sayısı gerilme ve genlemelerin simetrik olması sebebiyle $\left(\sigma_{ij}=\sigma_{ji},\ \varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ji}\right)$ sırasıyla önce 54'e sonra 36'ya düşer (Gibson, 1994). Bu durumda genelleştirilmiş Hooke yasası aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sigma_i = C_{ij}\,\varepsilon_j \tag{3.1}$$

Elastik sabitlerin sayısı genleme enerjisi yoğunluk fonksiyonunun kullanılmasıyla (W) 21'e düşer (Gibson, 1994). Genleme enerjisi yoğunluk fonksiyonuyla elastik sabitlerin katılık matrisinin simetrik olduğu ortaya çıkar. ($C_{ij}=C_{ji}$)

Katılık matrisinin bundan sonraki basitleştirmeleri malzemenin kendinin bir takım simetri düzlemlerine sahip olması ile mümkündür. Eğer bir malzemede üç simetri düzlemi varsa bu tür malzemelere ortotropik malzeme denir. Ortotropik malzemelerde gerilme–genleme ilişkisi aşağıda verilmiştir. Bu durumda elastik sabit sayısı denklem 3.2'de gösterildiği gibi 21'den 12'ye düşer bu sabitlerden 9 tanesi bağımsızdır.

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Özelde ortotropik dikeyde izotropik durumda elastik sabit sayısı 21'den 12'ye bağımsız sabit sayısı 5'e düşer. İzotropik durumda elastik sabit sayısı 21'den 12 'ye bağımsız sabit sayısı 2'ye düşer.

Bu çalışmada Özelde ortotropik dikeyde izotropik ve izotropik bir malzeme kullanılacaktır. Özelde ortotropik dikeyde izotropik durumda bir düzlem boyunca elastik sabitler aynı olmakta bu yöne dik yönde farklı malzeme özellikleri bulunmaktadır. Çalışmamızda düşey yöndeki normal genleme (ε_3) ihmal edilecektir ve σ_3 alınmayacaktır. Özelde ortotropik dikeyde izotropik durumda ve izotropik durumda gerilme–genleme ilişkileri sırasıyla aşağıda gösterilmektedir.

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{bmatrix} \tag{3.3}$$

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & K & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & K & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & K\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{bmatrix} \tag{3.4}$$

Burada $K=\dfrac{C_{11}-C_{12}}{2}$'dir.

Özel bir hal olarak düzlem gerilme halinde özelde ortotropik dikeyde izotropik durumda gerilme genleme ilişkisi aşağıda verilmiştir. ($\sigma_3=0,\ \tau_{23}=\tau_{31}=0$)

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & 0\\ C_{12} & C_{11} & 0\\ 0 & 0 & C_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Katman elastik sabitleri deneysel mühendislik sabitleri elastisite modülü (E_i),kayma modülü (G_{ij}),poison oranları (ν_{ij}) cinsinden belirlenir. Özelde ortotropik bir malzeme için düzlem gerilme halinde bu sabitler aşağıdaki şekilde verilir.

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{bmatrix} \tag{3.6}$$

$$Q_{11}=\frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \qquad Q_{12}=Q_{21}=\frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \qquad Q_{22}=\frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$$

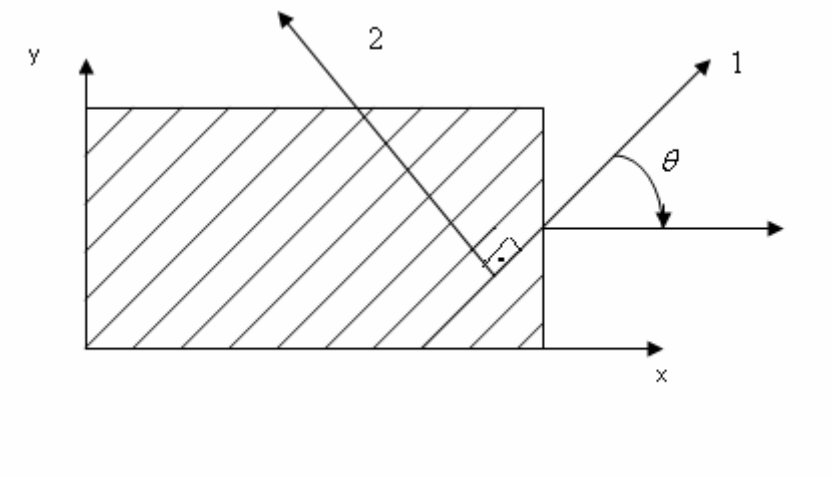
$$Q_{66}=G_{12} \qquad Q_{16}=0 \tag{3.7}$$

Bu eşitliklerdeki E_1 ve E_2 sırasıyla elyaf doğrultusunda ve elyafa dik doğrultudaki elastisite modülleridir. ν_{ij} j yönündeki genlemenin i yönündeki genlemeye oranı olan poison oranıdır.

Kısa fiber takviyeli kompozit plakların rijitliklerini tanımlamak amacıyla özelde ortotropik dikeyde izotropik kompozit için katman elastik sabitleriyle yönlenme etkileri göz önüne alınarak bir ilişki tanımlanmıştır. Bu tanımlamalar plak teorileri kısımlarında belirtilecektir.

Genel durumda elyaf doğrultusu katman kenarı ile belli bir açı yapacak şekildedir (Jones, 1998). Elyaf doğrultusunu gösteren eksen takımına asal eksen takımı

adı verilir. Bu eksen takımı sırasıyla 1,2 ve 3 ile gösterilir. Katman kenarlarına paralel olarak çizilen asal olmayan eksen takımına global eksen takımı denir.(x,y,z)



Şekil 3.1 Asal ve global eksenler ve katman yönlenme açısı

Global eksen takımındaki gerilme genleme ilişkilerini tanımlamak amacıyla asal eksen takımıyla global eksen takımı arasında bir dönüşüm tanımlamak gerekmektedir. Bu dönüşüm yardımıyla global eksenler cinsinden özelde ortotropik dikeyde izotropik bir malzeme için gerilme-genleme ilişkileri aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{yz}\\ \tau_{xz}\\ \tau_{xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16}\\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{11} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26}\\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & 0\\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{xz}\\ \gamma_{xy}\end{bmatrix} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11}c^4 + Q_{22}s^4 + 2(Q_{12}+2Q_{66})s^2c^2\\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11}+Q_{22}-4Q_{66})s^2c^2 + Q_{12}(c^4+s^4)\\
\bar{Q}_{22} &= (Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + 2(Q_{12}+2Q_{66})s^2c^2\\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11}-Q_{12}-2Q_{66})sc^3 - (Q_{22}-Q_{12}-2Q_{66})s^3c\\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11}-Q_{12}-2Q_{66})s^3c - (Q_{22}-Q_{12}-2Q_{66})sc^3
\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\overline{Q}_{66} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{66}(c^4 + s^4)$$

$$\overline{Q}_{44} = Q_{44}c^4 + Q_{55}s^4$$

Bu eşitliklerdeki c yönlenme açısının kosinüsünü, s yönlenme açısının sinüsünü göstermektedir.

Bu çalışmada katman yönlenme açısı 0° ve 90° olan dik katmanlı kompozit plaklar kullanılmıştır. Tek katmanlı, çok katmanlı simetrik, antisimetrik katman dizilişi için analizler gerçekleştirilmiştir.

3.2 Katmanlı Kompozit Plak Teorileri

3.2.1 Klasik plak teorisi

Bu teoriye göre deformasyondan önce plak orta düzlemine dik doğrultular deformasyondan sonra şekil değiştirmez doğru kalırlar ve deforme olmuş yüzeye teğet olacak şekilde dönerler ($\varepsilon_z = 0,\ \gamma_{xz} = 0,\ \gamma_{yz} = 0$) (Whithney ve Leissa, 1969).

Klasik plak teorisine (KPT) göre yer değiştirme alanı bileşenleri aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$U(x, y; t) = u(x, y; t) - zw_{,x}$$

$$V(x, y; t) = v(x, y; t) - zw_{,y} \qquad (3.10)$$

$$W(x, y; t) = w(x, y; t)$$

Birim şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır (Gibson, 1994).

$$\varepsilon_x = e_x^c + zk_x^c$$

$$\varepsilon_y = e_y^c + zk_y^c \qquad (3.11)$$

$$\gamma_{xy} = e_{xy}^c + zk_{xy}^c$$

Yukarıdaki eşitlikteki genleme bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$
\begin{aligned}
e_x^c &= u_{,x} \\
e_y^c &= v_{,y} \\
e_{xy}^c &= u_{,y} + v_{,x} \\
k_x^c &= -w_{,xx} \\
k_y^c &= -w_{,yy} \\
k_{xy}^c &= -2w_{,xy}
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

Genlemeleri bulduktan sonra gerilme-genleme ilişkilerinden yararlanarak gerilmeler tanımlanmıştır.

$$
\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \tag{3.13}
$$

Burada Q_{ij} indirgenmiş elastik sabitlerdir (Jones, 1998).

Yukarıdaki denklemdeki indirgenmiş elastik sabitlerler ile Mori-Tanaka yöntemiyle bulmuş olduğumuz elastik sabitler arasında fiber yönlenme etkileri kullanılarak aşağıdaki gibi bir ilişki kurulmuştur (Huang, 2005).

$$
\begin{aligned}
Q_{11} &= C(3,3) \\
Q_{12} &= C(1,2) \\
Q_{16} &= C(1,6) \\
Q_{21} &= Q_{12} \\
Q_{22} &= \frac{(C(1,1) + C(1,2))}{2} \\
Q_{26} &= C(2,6) \\
Q_{61} &= Q_{16} \\
Q_{62} &= Q_{26} \\
Q_{66} &= C(4,4)
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

3.2.2 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi

Kayma deformasyon teorilerinde düşey kayma genlemeleri gözönüne alınarak varsayılan düzlem içi yer değiştirme bileşenlerinde, düşey eksenin her ilave kuvveti için

yeni bir bağımlı değişken ilave edilmektedir. Uniform kayma deformasyon teorisinde (Birinci Mertebe Teori) düzlem içi yer değiştirmelerin kalınlık ile doğrusal olarak değiştiği varsayılmaktadır. Bu yaklaşım yer değiştirme alanına eklenen yeni fonksiyonların z'nin fonksiyonu olan bir şekil fonksiyonu şeklinde seçilmesiyle genelleştirilmiştir (Tımarcı ve Soldatos, 1995). Birinci mertebe kayma deformasyon teorisine (BMT) göre yer değiştirme alanları aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$\begin{aligned} U(x,y;t) &= u(x,y;t) - zw_{,x} + zu_1(x,y;t)\,, \\ V(x,y;t) &= v(x,y;t) - zw_{,y} + zv_1(x,y;t)\,, \\ W(x,y;t) &= w(x,y;t) \end{aligned} \tag{3.15}$$

Birim şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır (Aydoğdu, 2003).

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= e_x^c + zk_x^c + zk_x^a \\ \varepsilon_y &= e_y^c + zk_y^c + zk_y^a \\ \gamma_{xy} &= e_{xy}^c + zk_{xy}^c + zk_{xy}^a + zk_{yx}^a \\ \gamma_{yz} &= e_{yz}^a \\ \gamma_{xz} &= e_{xz}^a \end{aligned} \tag{3.16}$$

Yukarıdaki eşitlikteki genleme bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned} e_x^c &= u_{,x} \\ e_y^c &= v_{,y} \\ e_{xy}^c &= u_{,y} + v_{,x} \\ k_x^c &= -w_{,xx} \\ k_y^c &= -w_{,yy} \\ k_{xy}^c &= -2w_{,xy} \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$
\begin{aligned}
e_{yz}^{a} &= v_1 \\
e_{xa}^{a} &= u_1 \\
k_{x}^{a} &= u_{1,x} \\
k_{y}^{a} &= v_{1,y} \\
k_{xy}^{a} &= u_{1,y} \\
k_{yx}^{a} &= v_{1,x}
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

Genlemeleri bulduktan sonra gerilme-genleme ilişkilerinden yararlanarak gerilmeleri tanımlayabiliriz.

$$
\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & Q_{26} \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ Q_{16} & Q_{26} & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \tag{3.19}
$$

Burada Q_{ij} indirgenmiş elastik sabitlerdir (Jones, 1998).

Yukarıdaki denklemdeki indirgenmiş elastik sabitlerler ile Mori-Tanaka yöntemiyle bulmuş olduğumuz elastik sabitler arasında fiber yönlenme etkileri kullanılarak aşağıdaki gibi bir ilişki kurulmuştur (Huang, 2005).

$$
\begin{aligned}
Q_{11} &= C_{33} \\
Q_{12} &= C_{12} \\
Q_{16} &= C_{16} \\
Q_{21} &= Q_{12} \\
Q_{22} &= \frac{(C_{11} + C_{12})}{2} \\
Q_{26} &= Q_{26} \\
Q_{44} &= Q_{66} \\
Q_{55} &= Q_{66} = C_{44}
\end{aligned}
\tag{3.20}
$$

3.3 Katmanlı Kompozit Plakların Titreşim Denklemleri

Katmanlı anizotropik plakların serbest titreşim davranışını yöneten denklemler Hamilton ilkesi uygulanarak elde edilmiştir. Bu amaçla ilk önce cismin potansiyel ve kinetik enerjileri tanımlanmıştır.

Elastik bir cismin genleme potansiyel enerjisi $\varepsilon_z = 0$ kabulu ile (Langhaar, 1962)

$$U_G = \frac{1}{2}\iiint_V (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{yz}\gamma_{yz})dV \tag{3.21}$$

ve kinetik enerjisi (Whitney, 1987)

$$T = \frac{1}{2}\iiint_V \rho(U_{,t}^2 + V_{,t}^2 + W_{,t}^2)dV \tag{3.22}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu eşitliklerde ρ malzeme yoğunluğunu "$_{,t} = \frac{\partial}{\partial t}$" zamana göre türevi, V hacmi göstermektedir. Plağın titreşim denklemleri Hamilton ilkesi ile birlikte keyfi bir zaman aralığında aşağıdaki gibi yazılabilir. (Langhaar, 1962) .

$$\int_{t_0}^{t} (\delta U_G - \delta T)\, dt = 0 \tag{3.23}$$

Burada δ varyasyonel semboldür. Potansiyel enerji ve kinetik enerji ifadeleri yerdeğiştirme bileşenlerinin türevleri cinsinden yazılır ve varyasyonel olarak ifade edilir. Aşağıda (3.21) denklemindeki ilk terimin varyasyonu gösterilmiştir.

$$\iiint_V \sigma_x \delta\varepsilon_x dV = \iiint_V \sigma_x \delta\left(u_{,x} - z w_{,xx} + \phi_1 u_{1,x}\right) dz dy dx \tag{3.24}$$

Burada kuvvet, moment bileşenleri ve atalet terimleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$(N_x^c, N_y^c, N_{xy}^c) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})dz \qquad (M_x^c, M_y^c, M_{xy}^c) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})\, z dz$$

$$(M_x^a, M_{xy}^a) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \tau_{xy})\phi_1(z)dz \qquad (M_y^a, M_{yx}^a) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_y, \tau_{yx})\phi_2(z)dz$$

$$Q_x^a = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz}\phi_1' dz \qquad Q_y^a = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz}\phi_2' dz \tag{3.25}$$

$$\rho_i = \int_{-h/2}^{h/2} \rho z^i \, dz \text{ ,(i=0,1,2),}$$

$$\overline{\rho}_i^{lm} = \int_{-h/2}^{h/2} \rho z^i z^m dz (i = 0,1; l = m = 1,2) \tag{3.26}$$

Kuvvet ve moment bileşenleri (3.23) denkleminde yerine yazılırsa aşağdaki eşitlik elde edilir.

$$\int_0^a \int_0^b (N_x^c \delta u_{,x} - M_x^c \delta w_{,xx} + M_x^a \delta u_{1,x}) dy dx \tag{3.27}$$

Bu eşitliğe kısmi integrasyon uygulanırsa aşağıdaki gibi yüzey ve eğrisel integraller elde edilir.

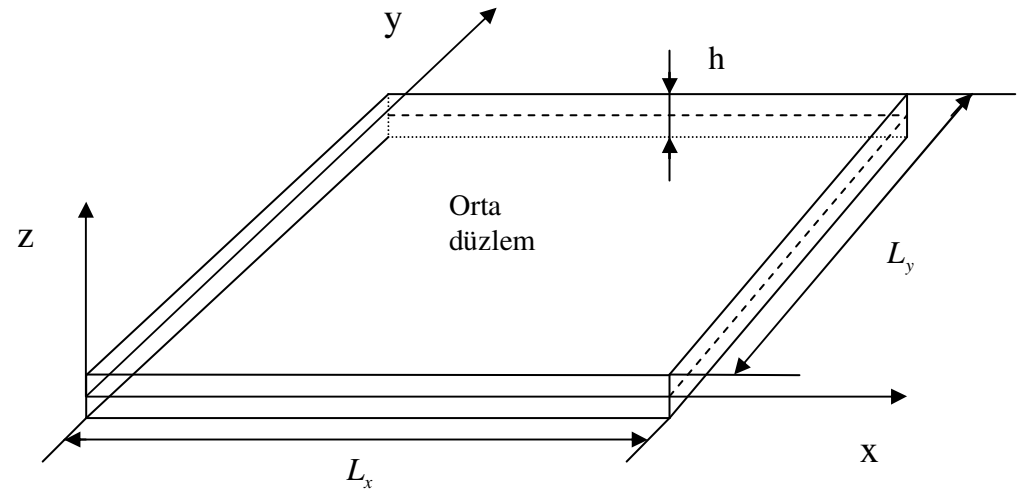
$$\int_0^b N_x^c \delta u dy - \int_0^a \int_0^b N_{x,x}^c \delta u dy dx - ..... \tag{3.28}$$

Aynı varyasyonel işlem diğer potansiyel ve kinetik enerji ifadelerinin tüm terimleri için yapılıp ortaya çıkan integraller $\delta u, \delta v, \delta w, \delta u_1 \; ve \; \delta v_1$ varyasyonları cinsinden gruplanıp sıfıra eşitlenirse yüzey integrallerinden katmanlı kompozit plağın denklemleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
&N_{x,x}^c + N_{xy,y}^c = (\rho_0 u - \rho_1 w_{,x} + \overline{\rho}_0^{11} u_1)_{,tt} \\
&N_{y,y}^c + N_{xy,x}^c = (\rho_0 v - \rho_1 w_{,y} + \overline{\rho}_0^{21} v_1)_{,tt} \\
&M_{x,xx}^c + M_{y,yy}^c + 2M_{xy,xy}^c = [\rho_0 w - \rho_1 v_{,y} - \rho_2 (w_{,yy} + w_{,xx}) + \overline{\rho}_1^{11} u_{1,x} + \overline{\rho}_1^{21} v_{1,y} + \rho_1 u_{,x}]_{,tt} \\
&M_{x,x}^a + M_{xy,y}^a - Q_x^a = (\overline{\rho}_0^{11} u - \overline{\rho}_1^{11} w_{,x} + \overline{\rho}_0^{12} u_1)_{,tt} \\
&M_{y,y}^a + M_{yx,x}^a - Q_y^a = (\overline{\rho}_0^{21} v - \overline{\rho}_1^{21} w_{,y} + \overline{\rho}_0^{22} v_1)_{,tt}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Bu denklemlerde c indisi ile gösterilen terimler klasik terimleri a indisi ile gösterilen terimler kayma deformasyon teorilerinde kullanılan ek ifadeleri göstermektedir. Plak denklemlerindeki iç kuvvetleri ve moment ifadeleri rijitlikler cinsinden aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır. Tanımlamalar yapılırken koordinat sistemi (x,y,z) plağın orta düzlemi olarak seçilmiştir (Şekil 3.2).

$(0 \le x \le L_x \qquad 0 \le y \le L_y \qquad -h/2 \le z \le h/2)$



Şekil 3.2 Plak eksen takımı ve plak boyutları

$$\begin{bmatrix} N^c \\ M^c \\ M^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & B_{ijl} \\ B_{ij} & D_{ij} & D_{ijl} \\ B_{ijl} & D_{ijl} & D_{ijlm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^c \\ k^c \\ k^a \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

$$N^c = \begin{bmatrix} N_x^c \\ N_y^c \\ N_{xy}^c \end{bmatrix}, \qquad M^c = \begin{bmatrix} M_x^c \\ M_y^c \\ M_{xy}^c \end{bmatrix}, \qquad M^a = \begin{bmatrix} M_x^a \\ M_y^a \\ M_{xy}^a \\ M_{yx}^a \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

$$e^c = \begin{bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \end{bmatrix}, \qquad k^c = \begin{bmatrix} -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{bmatrix} \qquad k^a = \begin{bmatrix} M_x^a \\ M_y^a \\ M_{xy}^a \\ M_{yx}^a \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

$$\begin{bmatrix} Q_y^a \\ Q_x^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{4422} & 0 \\ 0 & A_{5511} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ u_1 \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

Bu denklemdeki katsayılar (rijitlikler) aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$A_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k dz, \qquad A_{pqlm} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{pq}^k \phi_l' \phi_m' dz$$

$$B_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k z dz \qquad B_{ijl} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k \phi_l dz$$

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k z^2 dz \qquad D_{ijl} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k \phi_l(z) z dz$$

$$D_{ijlm} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k \phi_l \phi_m dz \tag{3.34}$$

$l, m = 1,2; \qquad i, j = 1,2; \qquad p, q = 4,5$

Bu ifadelerde ϕ_1 ,ϕ_2 şekil fonksiyonlarını göstermektedir. Çalışmamızda birinci deformasyon teorisi kapsamında $\phi_1 = \phi_2 = z$, klasik plak teorisi kapsamında $\phi_1 = \phi_2 = 0$ alınmıştır. Kayma düzeltme faktörü $k = \sqrt{5/6}$ alınmıştır.

3.3.1 Sınır şartları

(3.24) denkleminin çözümlenmesi sonucunda (3.25) denkleminde ortaya çıkan eğrisel integraller Çizelge3.1'deki sınır şartlarını verirler. Bu sınır şartlarından yer değiştirme bileşenleri (çökme ve dönmeler) ile ilgili olanlar geometrik sınır şartları, kuvvet ve moment bileşenleri ise doğal sınır şartları adını alır (Tımarcı ve Soldatos, 1995).

Çizelge 3.1 Kompozit plak sınır şartları

x=0, L_x	y=0, L_y
u yada N_x	u yada N_{xy}
v yada N_{xy}	v yada N_y
w yada $M_{x,x} + 2M_{xy,y}$	w yada $M_{y,y} + 2M_{xy,x}$
$w_{,x}$ yada M_x	$w_{,y}$ yada M_y
u_1 yada M_x^a	u_1 yada M_{xy}^a
v_1 yada M_{yx}^a	v_1 yada M_y^a

Bu çalışmada x=sabit kenarlar için kullanılacak olan sınır şartları aşağıda verilmiştir (Tımarcı ve Soldatos, 1995).

Basit Destekli (B): $N_x = v = w = M_x = M_x^a = v_1 = 0$

Ankastre Destekli (A) : $u = v = w = w_{,y} = u_1 = v_1$

Serbest Destekli (S) : $N_y = N_{xy} = M_y = M_{y,y} + M_{xy,x} = M_y^a = M_{xy}^a$

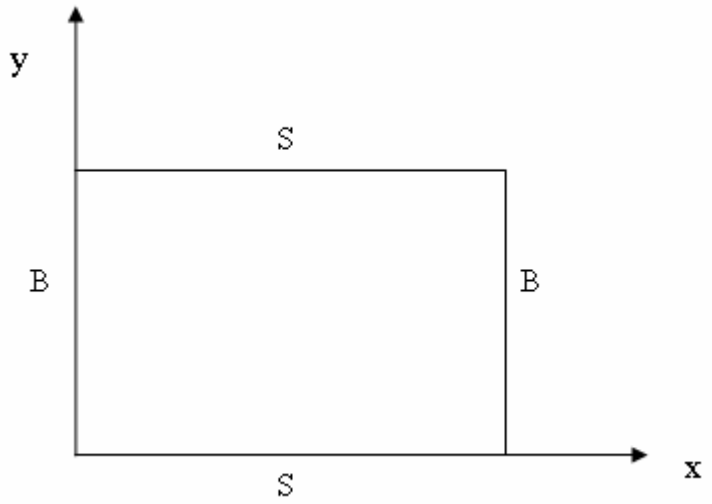
y=sabit kenarlar için kullanılacak olan sınır şartları aşağıda verilmiştir

Basit Destekli (B) : $N_y = u = w = M_y = M_y^a = u_1 = 0$

Ankastre Destekli (A) : $u = v = w = w_{,y} = u_1 = v_1 = 0$

Serbest Destekli (S) : $N_y = N_{xy} = M_y = M_{y,y} + 2M_{xy,x} = M_y^a = M_{xy}^a = 0$

Kompozit plakların sınır şartlarının isimlendirilmesi Şekil 3.3'de gösterildiği şekilde yapılacaktır. Buna göre x=sabit kenarları basit destekli y=sabit kenarları serbest olan plak şekilde görüldüğü gibi BSBS şeklinde isimlendirilecektir.



Şekil 3.3 Kompozit plak kenarı boyunca sınır şartlarının sıralanışı

3.4 Simetrik Dik Katmanlı Plakların Katmanları Arası Süreklilik Koşullarının Sağlanması

Yer değiştirme alanlarındaki şekil fonksiyonları katmanlı kompozit plakların ara yüzlerinde dik kayma gerilmelerinin sürekliliğini sağlamaz. Ara yüzlerdeki gerilmelerin ve yer değiştirmelerin sürekliliğini sağlayan yeni şekil fonksiyonları kullanılabilir. Keyfi bir tek sayıda (2N+1) dik katmanlı $[0/90]_{2N+1}$ simetrik plaklarda süreklilik koşulları yeni şekil fonksiyonlarıyla (Aydoğdu ve Tımarcı, 2003) tarafından sağlanmıştır.

$$\Phi_1(z) = [A_k \phi_1(z) + B_k], \quad \Phi_2(z) = [C_k \phi_1(z) + D_k] \tag{3.35}$$

Buradaki katsayılar

$$A_k = \frac{Q_{55}^{(k\mathrm{ml})} \phi'^{(k\mathrm{ml})}(z_k)}{Q_{55}^{(k)} \phi'^{(k)}(z_k)} A_{k\mathrm{ml}}, \; A_0 = 1, \qquad C_k = \frac{Q_{44}^{(k\mathrm{ml}}}{Q_{44}^{(k)}} C_{k\mathrm{ml}}, \; C_0 = 1,$$

$$B_k = B_{k\mu 1} + \phi_1(z_k)[A_{k\mu 1} - A_k], \quad B_0 = 0,$$

$$D_k = D_{k\mu 1} + \phi_2(z_k)[C_{k\mu 1} - C_k], \; E_0 = 0. \tag{3.36}$$

şeklinde elde edilirler. Burada katman numarasını gösteren k sayısı, orta katmanın üstünde pozitif, altında negatif işaretlerini almakta '0' alt indisi ortadaki 0'ıncı katmanı, zk ise k'ıncı katman ile (k-1)'inci katman arasındaki ara yüzeyin koordinatını göstermektedir. Verilen katsayılarda 'k' nın pozitif veya negatif işaretleri için denklemlerin sağ tarafındaki ' m ' işaretlerinde, sırasıyla '–' veya ' +' seçilir.

Şekil fonksiyonlarının bu yeni biçimlerinin daha önce verilen ilgili formulasyon ve denklemlerde kullanılması ile beş bilinmeyen fonksiyondan oluşan titreşim davranışlarını yönlendiren denklemler elde edilmiştir. Bunun sonucunda simetrik dik katmanlı plaklarda kalınlık boyunca katmanlar arası yer değiştirmelerin ve kayma gerilmelerinin sürekliliği sağlanmış olur. 3.37, 3.38 denklemleri 3.36'da yerine yazılır ve yer değiştirme alanlarında yerine yazılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$U^{(k)}(x,z;t) = u^{(0)} - z w_{,x} + [A_k \phi^{(k)}(z) + B_k] u_1^{(0)},$$
$$V^{(k)}(x,z,t) = v^{(0)} - z w_{,x} + [C_k \phi^{(k)}(z) + D_k] v_1^{(0)}, \tag{3.37}$$
$$W^{(k)}(x,z;t) = w.$$

Burada

$$u_1^{(k)} = A_k u_1^{(0)}$$
$$v_1^{(k)} = C_k v_1^{(0)} \tag{3.38}$$

alınmaktadır.Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi için yukarıdaki ifadelerde şekil fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$\phi_1(z) = \phi_2(z) = z \tag{3.39}$$

BÖLÜM 4

KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN ELASTİK SABİTLERİ İÇİN ELDE EDİLEN SONUÇLAR

Bu bölümde öncellikle 2 farklı malzeme için farklı mikromekanik modellerle enine izotropik ve izotropik durum için elastik sabitler bulunarak, uygulamada kullanılacak Mori-Tanaka yönteminin geçerliliği araştırılmıştır.

4.1 Kısa Elyaf Takviyeli Kompozitlerin Elastik Sabitlerinin Bulunması

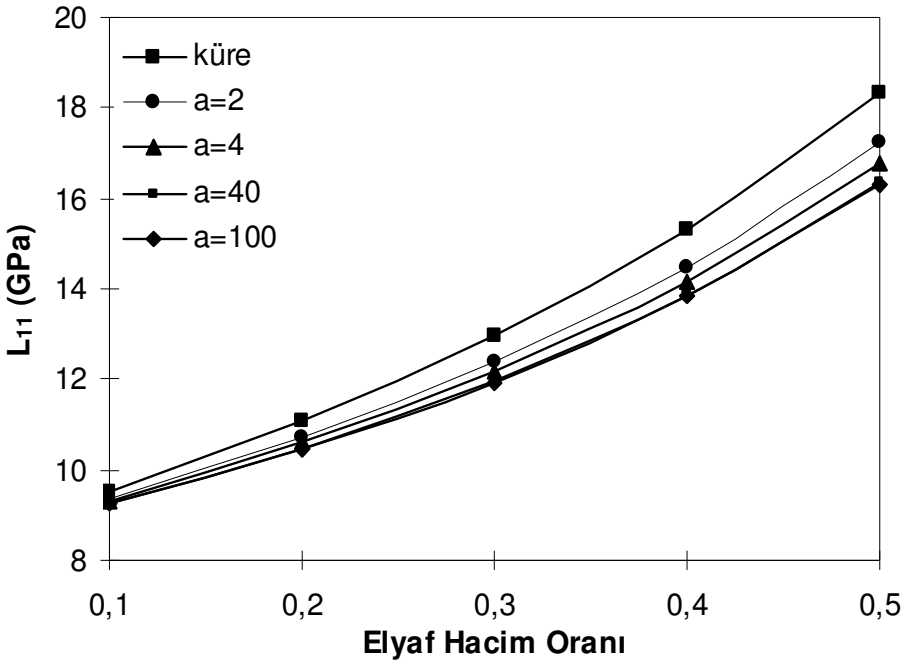
Bu çalışmada iki farklı kısa elyaf takviyeli kompozit için uygulama gerçekleştirilmiştir. Aşağıda uygulaması gerçekleştirilen kompozit malzemeler ve mekanik özellikleri verilmektedir (Çizelge 4.1).

Çizelge 4.1 Kısa elyaf takviyeli kompozitlerin mekanik özellikleri

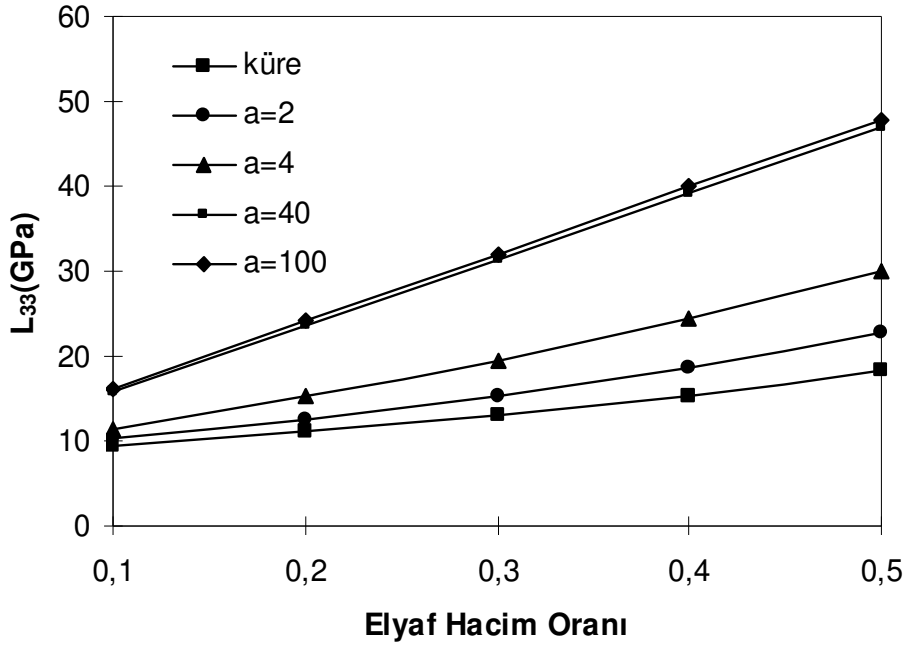
Malzeme	Takviye Malzemesi Elastisite Modülü $E_1\,(GPa)$	Takviye Malzemesi Yoğunluk (kg/m^3)	Matris malzemesi Elastisite Modülü $E_2\,(GPa)$	Matris Malzemesi Yoğunluk (kg/m^3)	Matris Malzemesi Poisson Oranı	Takviye Malzemesi Poisson Oranı
1-Cam Elyaf Tak. Plastik (CTP)	73	2560	5.35	1250	0.34	0.22
2-SiC Takviyeli Alüminyum (Al/SiC)	490	3200	68	2700	0.34	0.19

4.1.1 Cam elyaf takviyeli kompozitlerin elastik sabitlerinin bulunması

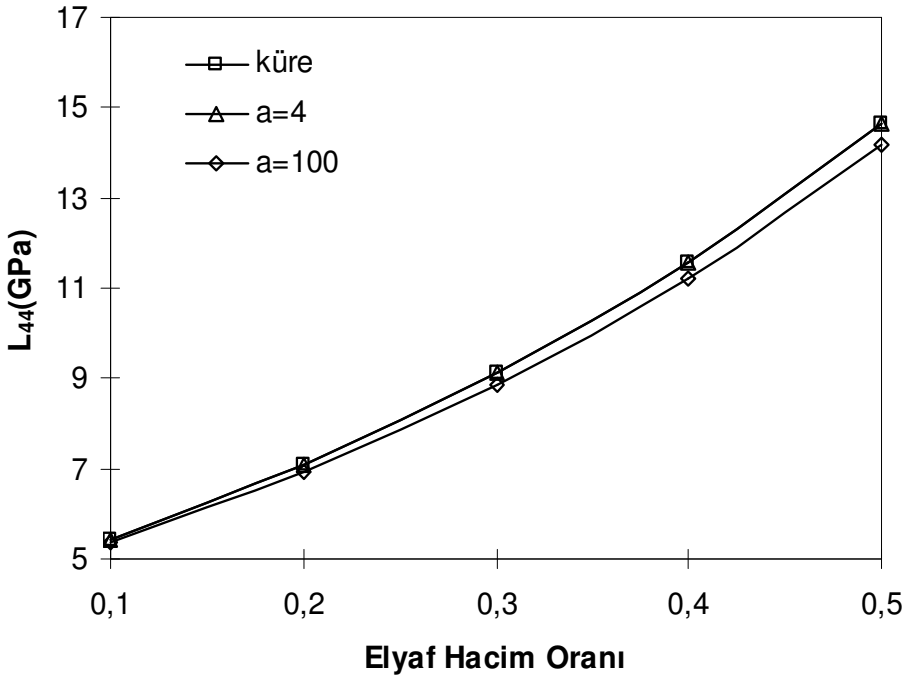
Çizelge 4.1'de mekanik özellikleri verilmiş olan kompozit malzemelerin elastik sabitleri Mori-Tanaka metodu kullanılarak bulunmuş ve mikromekanik modellerden karışımlar kuralı ve birim hücre modelleriyle bulunmuş sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Şekil 4.1-4.3'de Cam elyaf takviyeli plastik matris kompozitlerde tek yönde yönlenmiş elyaf dağılımı için (Özelde ortotropik dikeyde izotropik) elastik sabitlerin farklı boyut oranlarında elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi gösterilmektedir. Boyut oranları bulunurken elipsoidin orta ekseni $a_3 > a_1 = a_2$ şeklinde tanımlanmıştır. Boyut oranına bağlı olarak değişim ve yönlenme etkileri Bölüm 2'deki şekilde tanımlanmıştır. Boyuna Elastisite Modülü dışındaki tüm sabitler boyut oranı arttıkça düşmektedir. Boyut oranı arttırılıp sürekli elyafa yaklaşıldıkça Boyuna Elastisite Modülü artmıştır. İnklüzyon hacim oranına bağlı olarak tüm elastik sabitler artmıştır. Boyut oranı arttırılıp belirli bir değere ulaşıldığında elastik sabitler yaklaşık sabit kalmıştır. Yakınsama boyut oranı a=40 değerine ulaşıldığında gözlemektedir. Buradan boyut oranı arttırıldıkça kompozit malzemenin sürekli elyaf yaklaşımı yaptığı söylenebilir.



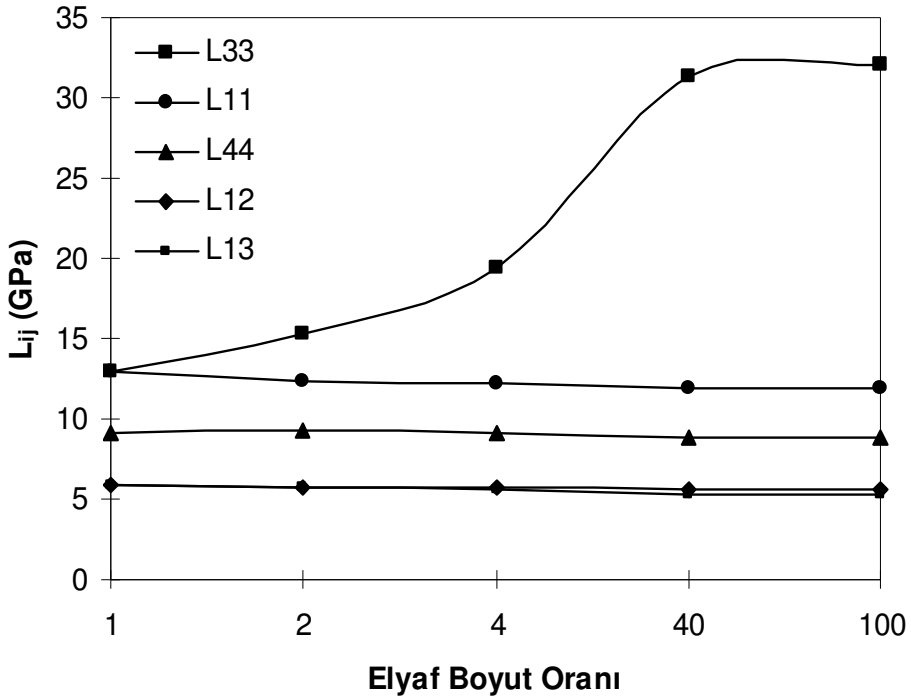
Şekil 4.1 Enine elastisite modülünün (L_{11}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (CTP)



Şekil 4.2 Boyuna elastisite modülünün (L_{33}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (CTP)



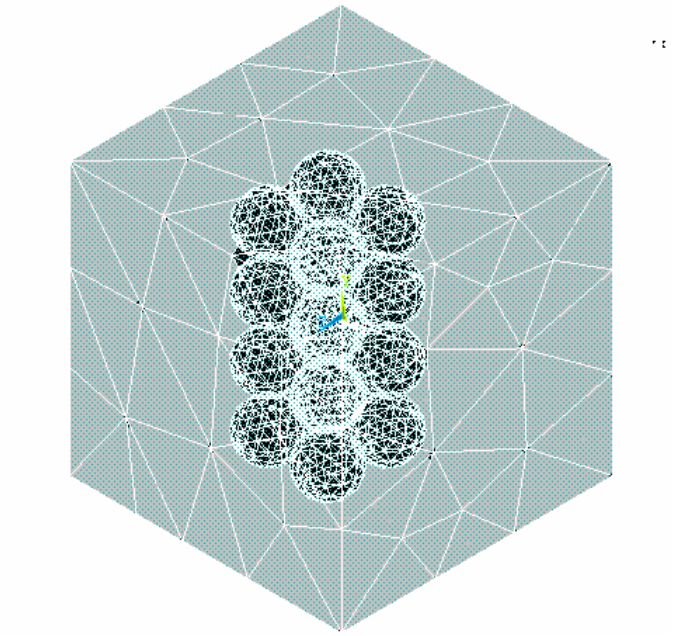
Şekil 4.3 Kayma modülünün (L_{44}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (CTP)



Şekil 4.4 Boyut oranına bağlı olarak elastik sabitlerin değişimi (CTP)

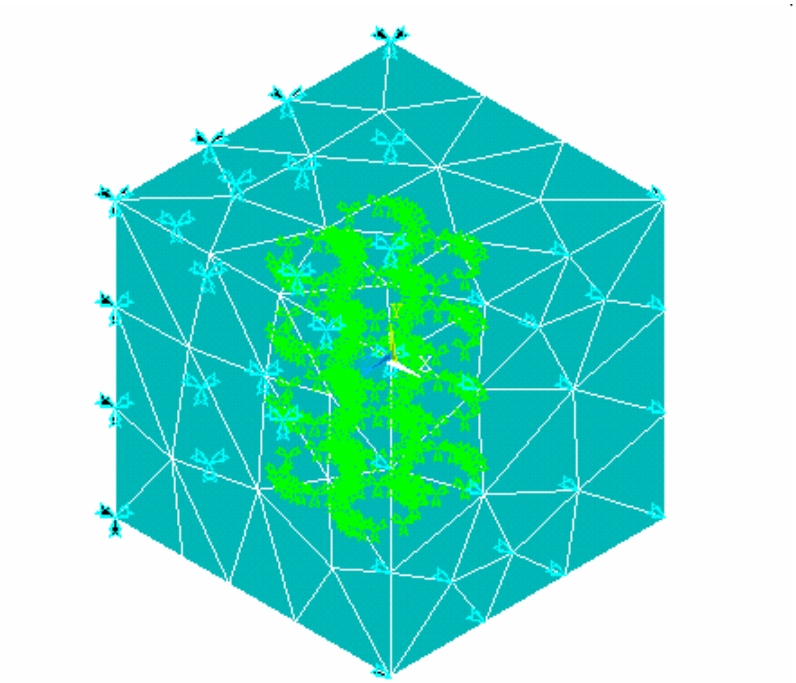
4.1.2 Küresel cam elyaf takviyeli plastik esaslı kompozitler için birim hücre modeli uygulaması

Elastik sabitlerin hesap edilmesinde kullanılan Mori-Tanaka metodunun uygulanabilirliğini ve geçerliliğini araştırmak amacıyla küresel cam elyaf takviyeli kompozitler için birim hücre modeli uygulaması gerçekleştirilmiştir. Model sonlu elemanlar yazılımı ANSYS yardımıyla oluşturulmuştur. Model oluşturulurken birim hücre modeli uygulamaları göz önüne alınarak küp bir model oluşturulmuştur (Kumlutaş ve Tavman, 2006). Mori-Tanaka modeline uygun olarak küresel takviyelerin çekme düzlemi boyunca enine izotropik şekilde dizildiği düşünülmüştür (Şekil 4.5).



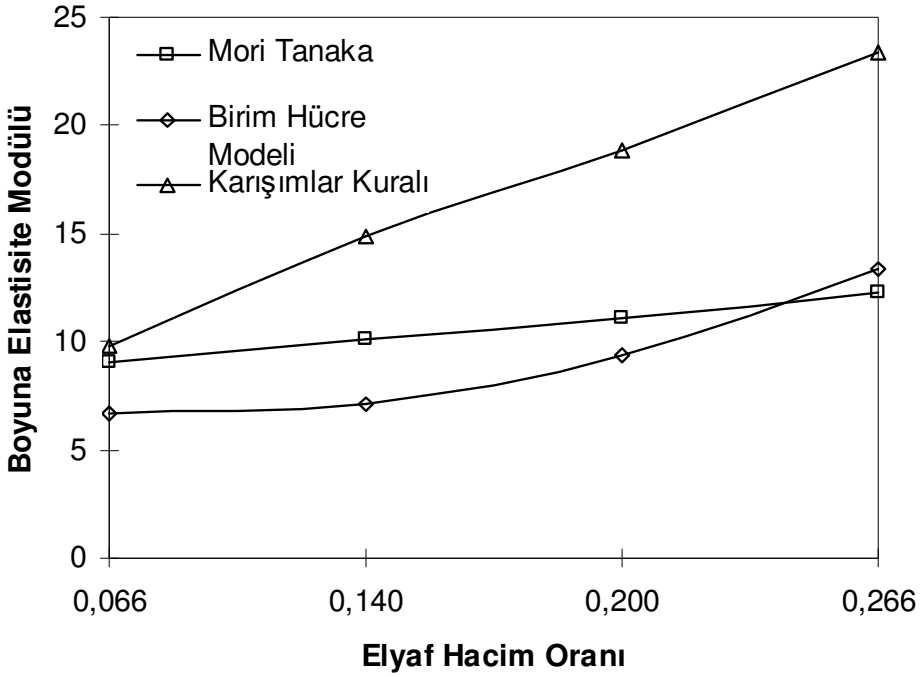
Şekil 4.5 Enine izotropik küresel takviyeli birim hücre modeli

Küresel cam elyaf takviyeler için model gerçekleştirilmiştir. Matris malzemesi ve elyaf malzemesi özellikleri Çizelge 4.1'de belirtildiği gibi cam elyaf takviyeli plastik matrisli malzeme için oluşturulmuştur. Matris ve küresel elyaflar Solid 45 katı model eleman ile oluşturulmuştur. Matris ve elyaf malzemelerinin elastik bölgede birlikte davrandığı düşüncesiyle elyaf ve matris malzemeleri arasında birleşim (coupling) işlemi uygulanmıştır (Liu ve Zheng, 2006). Küp hacim elemanı olarak sol kenarından ankastre bir şekilde sabitlenmiştir. Çekme yükü küpün sağ yüzeyinde deplasman kontrollü olarak verilmiştir. Aşağıdaki hacim elamanına uygulanan sınır şartları gösterilmektedir.



Şekil 4.6 Birim hücre modelinde uygulanan sınır şartları

Birim hücre yaklaşımıyla oluşturulan model belirli bir deplasman altında elastik sınırlar içerisinde zorlanmıştır. Gerilme genleme ilişkilerinden yararlanarak çekme yönündeki elastisite modülü tespit edilmiştir. Bulunan sonuçlar Mori-Tanaka yöntemiyle ve karışımlar kuralıyla bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır (Şekil 4.7). Uygulama (a=1) küresel cam elyaf takviyeli epoxy için gerçekleştirilmiştir.



Şekil 4.7 Mikromekanik modellere göre elastisite modülü değişimleri

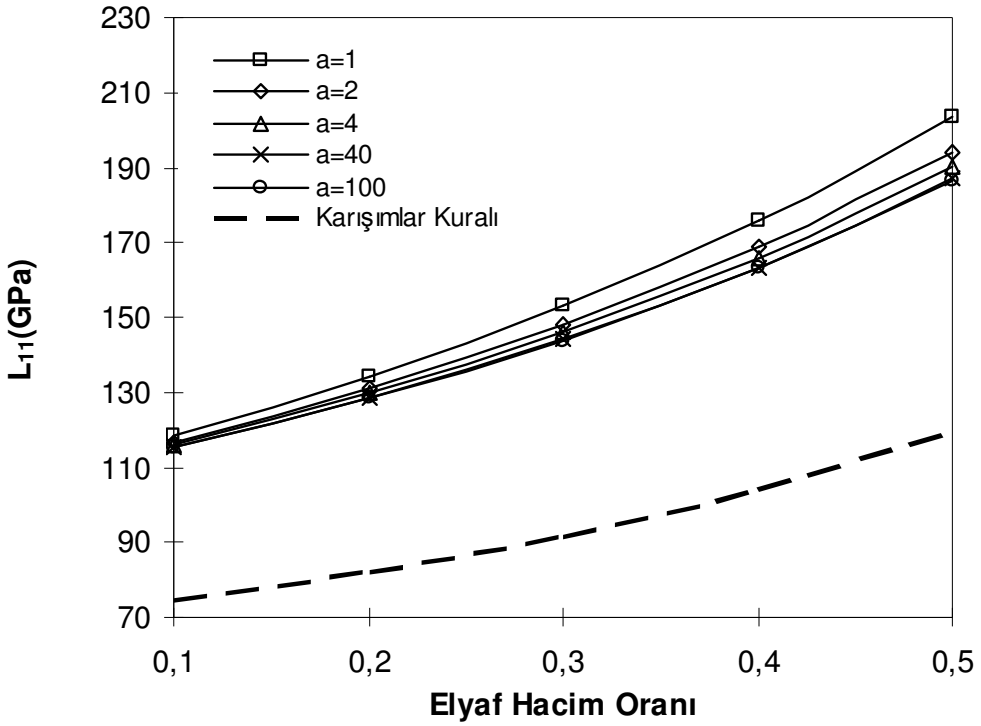
Şekilden görüldüğü gibi Birim Hücre Modeli ve Mori-Tanaka Modeli arasında iyi bir uyum gözlenmektedir. Küçük elyaf hacim oranlarında Karışımlar Kuralı da Mori-Tanaka ve Birim Hücre modelleriyle yakın sonuç vermektedir. Hacim oranı arttıkça Karışımlar kuralı ile diğer iki model arası fark artmıştır.

4.1.3 Al/SiC takviyeli metal matris kompozitlerin elastik sabitlerinin bulunması

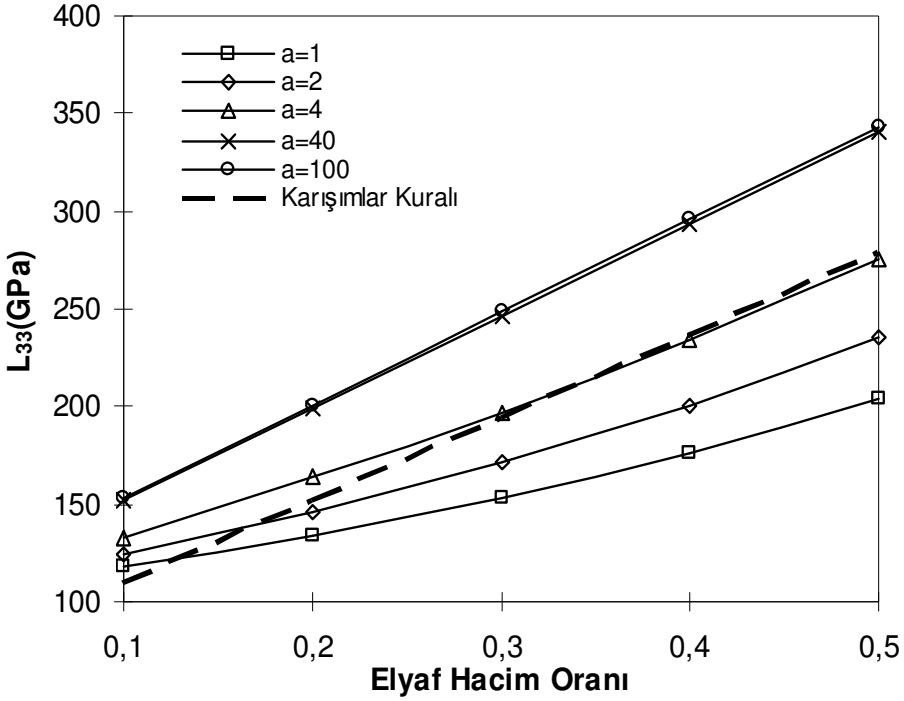
Şekil 4.8-4.10'da AlSiC kompozitlerde tek yönde yönlenmiş elyaf dağılımı için elastik sabitlerin farklı boyut oranları için elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi gösterilmektedir. Bu çalışmada Mori Tanaka yöntemiyle bulunan elastisite modülleri karışımlar kuralı sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Şekillerden de görüldüğü gibi karışımlar kuralı Enine ve Kayma Elastisite Modüllerini düşük vermektedir. Yapılan çalışmalar karışımlar kuralı enine elastisite modülü sonuçlarının deneysel değerlerden düşük değerler verdiğini göstermektedir (Gibson, 1994). Boyut Oranı $a_3 / a_1 > 4$ için

Boyuna Elastisite Modülü sonuçları karışımlar kuralı sonuçlarından yüksek sonuçlar vermiştir.

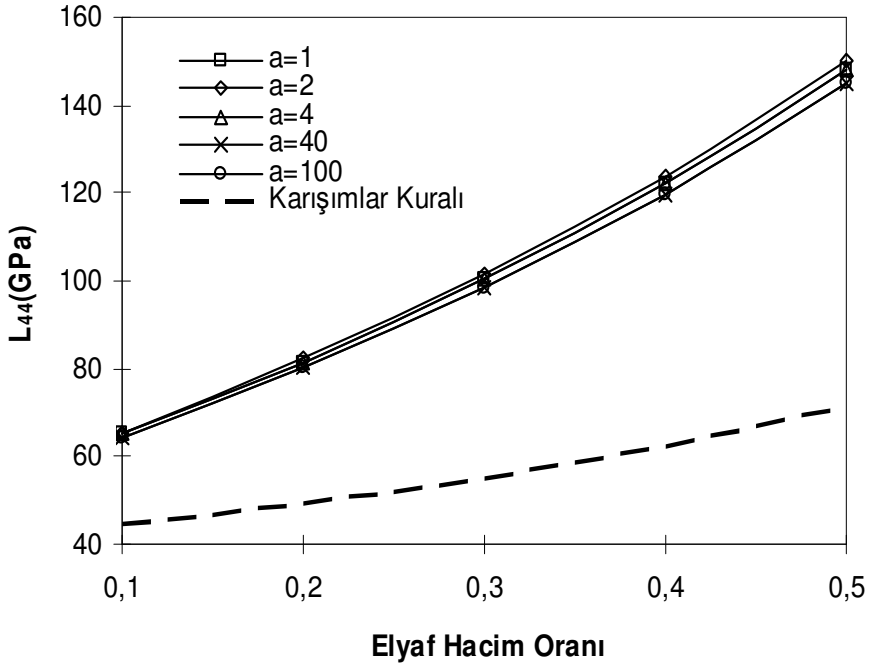
Dolayısıyla yüksek boyut oranları için inklüzyon takviyeli kompozit sürekli fiber yaklaşımı yapmaktadır. Bulunan sonuçlarla Huang, 2000 tarafından bulunan sonuçlar arasında iyi bir uyum gözlenmiştir.



Şekil 4.8 Enine elastisite modülünün (L_{11}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (Al/SiC)

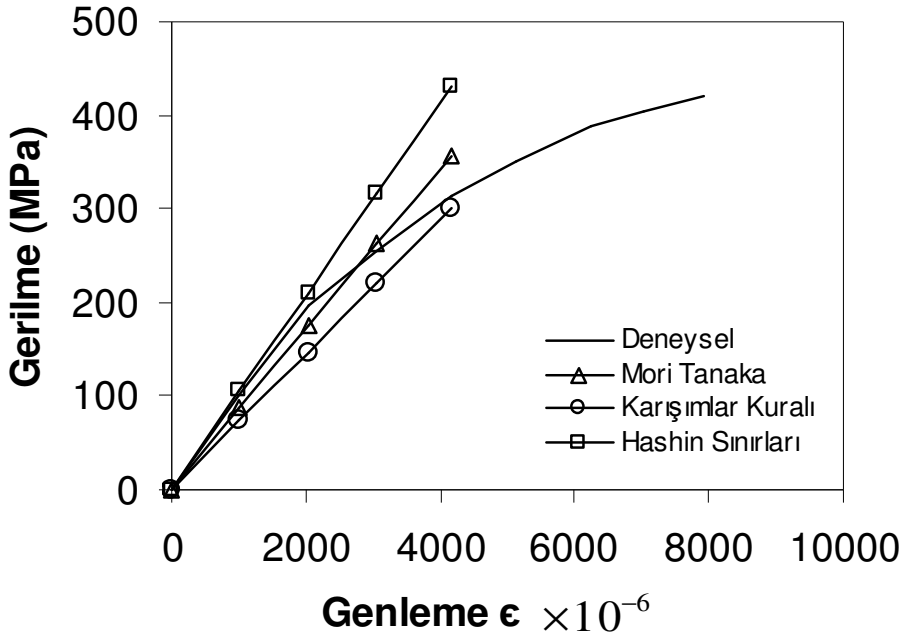


Şekil 4.9 Boyuna elastisite modülünün (L_{33}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi (Al/SiC)

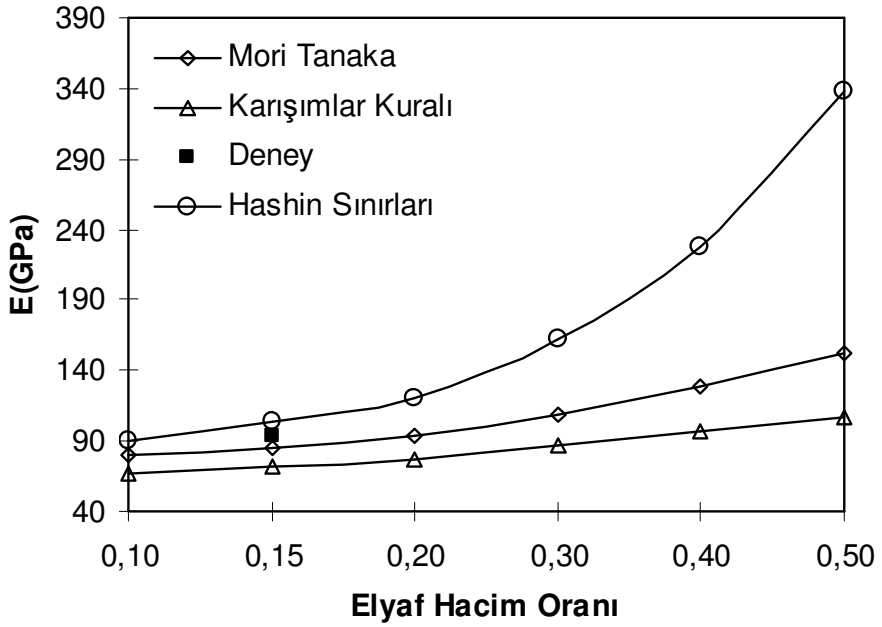


Şekil 4.10 Kayma elastisite modülünün (L_{44}) elyaf hacim oranına bağlı olarak değişimi(Al/SiC)

Aşağıda yönlenme etkileri göz önüne alınarak Al/SiC kompozit malzeme için izotropik durumda elastisite modülü çalışması yapılmıştır. Şekil 4.11'de (Katsuyuki vd., 2005) hacim oranı f=0.15 için yapılan deneysel çalışma baz alınarak çeşitli mikromekanik modellerin elastik bölgedeki gerilme-genleme yaklaşımları incelenmiştir. Deneysel veriyle karşılaştırma yaparken yönlenmiş fiber yaklaşımını içeren Mori-Tanaka yöntemi, izotropik kabullerde kullanılan karışımlar kuralı ve Hashin-Shtrikman sınırları kullanılmıştır (Bölüm 2.2). Bu çalışmadan görüldüğü gibi Mori-Tanaka yöntemi baz alınarak yapılan yönlenmiş fiber yaklaşımı ve Hashin Shtrikman sınırları iyi sonuçlar vermiştir. Şekil 4.12'de yönlenme etkileri göz önüne alınarak Al/SiC kompozit malzeme için izotropik durumda elastisite modülleri gösterilmektedir. Şekilden görüldüğü gibi Mori-Tanaka yaklaşımı ve Hashin Shtrikman sınırları düşük hacim oranlarında iyi sonuçlar vermiştir. Hacim oranı arttıkça karışımlar kuralı ile Hashin Sınırları ve Mori-Tanaka metodu sonuçları arasındaki farkın açıldığı gözlenmiştir.



Şekil 4.11 Al/SiC kompozit malzeme için gerilme–genleme eğrileri



Şekil 4.12 Elastisite modülünün elyaf hacim oranına göre değişimi (Al/SiC)

Hashin Sınırlarının %20 takviye oranı üzerinde iyi sonuçlar vermediği bilinmektedir (Hashin vd., 1963). Yaptığımız çalışmalar Mori-Tanaka modellerinin enine izotropik ve izotropik durumda iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir.

BÖLÜM 5

KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN BASİT DESTEKLİ DURUMDA SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

5.1 Basit Desteklenmiş Dik Katmanlı Kompozit Plakların Titreşimi

Bu çalışmada, önceki bölümde elastik özellikleri belirlenmiş olan cam elyaf takviyeli plastik matrisli dik katmanlı kompozit plakların basit desteklenmiş durumda serbest titreşim analizi, Klasik Plak Teorisi ve Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi kullanılarak Navier tipi çözüm yöntemiyle analitik olarak çözülmüştür.

5.1.1 Navier tipi çözüm yöntemi

Plağın hareket denklemleri Navier tipi çözüm yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Çözüm aşamasında plağın kenarlarından basit destekli olduğu aşağıda verilen sınır şartları kullanılmıştır.

$x = \pm L_x / 2$ için sınır şartları $N_x^c = w = v = M_x^c = M_x^a = v_1 = 0$ (5.1)

$y = \pm L_y / 2$ için sınır şartları $N_y^c = w = u = M_y^c = M_y^a = v_1 = 0$ (5.2)

Bu sınır şartlarını sağlayan Navier tipi yer değiştirme alan bileşenleri aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$(u, L_x u_1) = (A, D)\cos\frac{2m\pi x}{L_x}\sin\frac{2n\pi y}{L_y}\sin\omega t, \tag{5.3}$$

$$(v, L_y v_1) = (B, E)\sin\frac{2m\pi x}{L_x}\cos\frac{2n\pi y}{L_y}\sin\omega t, \tag{5.4}$$

$$w = C\sin\frac{2m\pi x}{L_x}\sin\frac{2n\pi y}{L_y}\sin\omega t \tag{5.5}$$

Burada m ve n x ve y yönleri boyunca yarım dalga sayılarını, A,B,C,D,E bilinmeyen katsayıları, L_x ve L_y şekil 3.2'de gösterilen plak kenar uzunluklarını göstermektedir. Bu çalışmada serbest titreşim analizi kare plak için gerçekleştirildiğinden plak boyutları $L_x = L_y = L$ şeklinde alınmıştır.

Klasik plak teorisi sonuçları bulunurken (5.3-5.5) denklemlerindeki u,v,w yer değiştirme alanları ele alınmıştır.

Yer değiştirme alanları plağın hareket denklemlerinde yerine yazılırsa aşağıdaki özdeğer problemi elde edilir.

$$[K - \lambda^2 M]\Delta = 0 \tag{5.6}$$

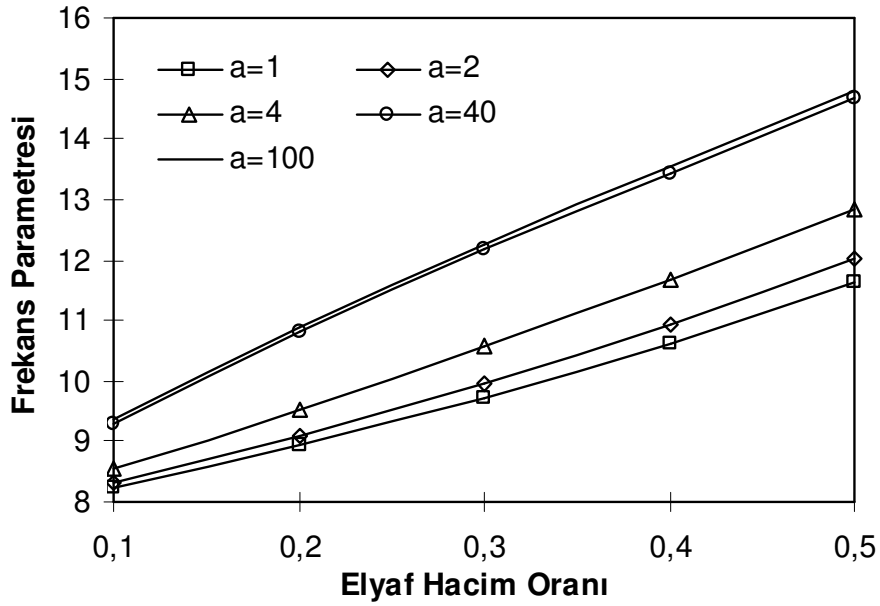
$$\Delta^T = (ABCDE) \tag{5.7}$$

Bu eşitliklerdeki K katılık matrisini, M atalet matrisini, λ boyutsuz frekans parametresini göstermektedir.

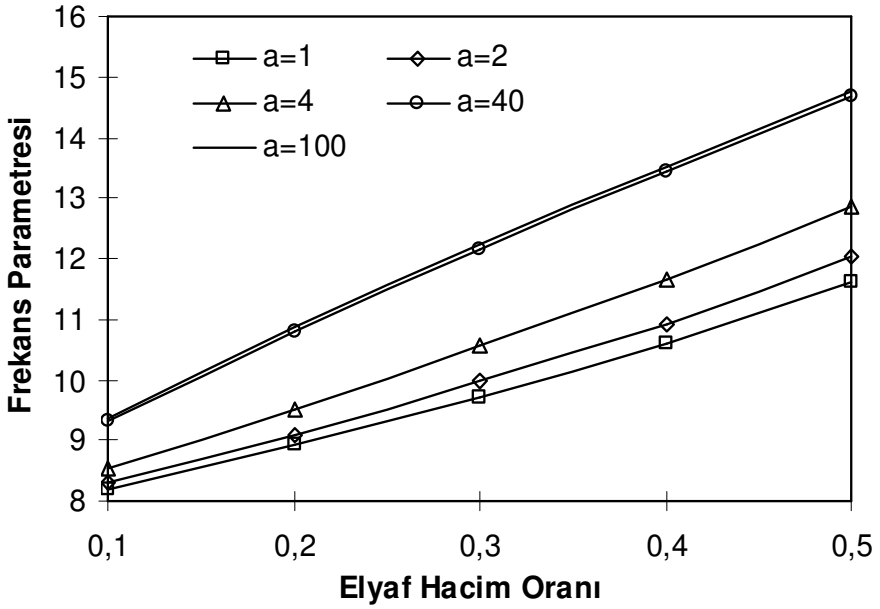
Serbest titreşim problemin çözümünde frekans parametresi boyutsuz olarak $\lambda = \dfrac{\rho_0 \omega L_x^{\,2}}{\sqrt{E_2 h^3}}$ şeklinde seçilmiştir. Burada $\omega\,(rad/sn)$ dairesel frekansı, E_2 enine yöndeki elastisite modülünü, h plak kalınlığını, ρ_0 kompozit malzeme yoğunluğunu göstermektedir.

Serbest titreşim frekansları sonuçları, cam elyaf takviyeli plastik esaslı dik katmanlı simetrik ve antisimetrik kare plaklar için farklı elyaf boyut oranları, elyaf hacim oranları ve kenar-kalınlık oranları için bulunmuştur.

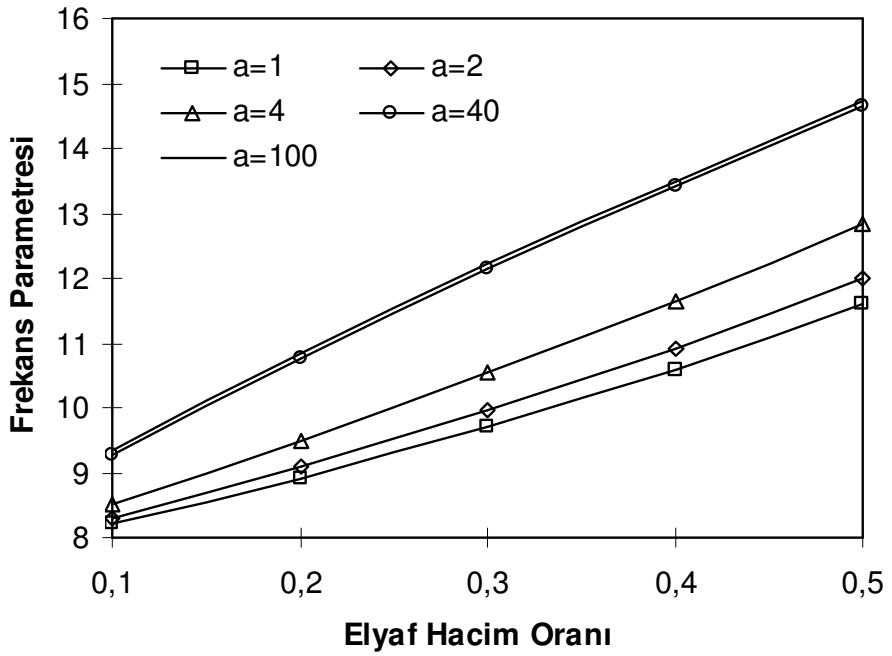
Şekil 5.1-5.3'te simetrik ve antisimetrik dik katmanlı kompozit plaklara ait klasik plak teorisi ile elde edilen temel serbest titreşim frekanslarının, kenar kalınlık oranı L/h=50 için elyaf hacim oranı ve boyut oranı ile basit destekli durumda değişimi verilmiştir. Bu şekillere göre elyaf hacim oranının artmasıyla boyutsuz frekans parametresi artmıştır. Bu artış küçük boyut oranlarında $a \leq 4$ yukarı konveks iken büyük boyut oranlarında aşağı konkav olmuştur. Boyut oranları arttırıldığında belli bir değerden sonra sonuçların değişmediği gözlenmiştir. Bu durumda sürekli elyaf durumuna yaklaşılmaktadır. Katman sayısının arttırılmasından frekans parametresi fazla etkilenmememiştir. Bulunan sonuçlar Huang, 2000 sonuçlarıyla kıyaslanmış iyi bir uyum olduğu gözlenmiştir.



Şekil 5.1 Simetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (KPT)

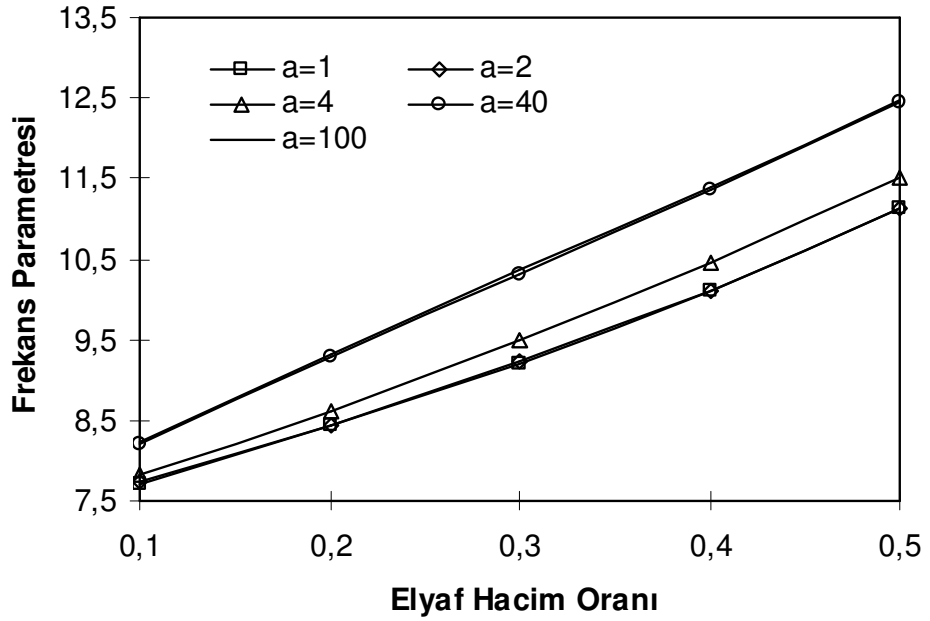


Şekil 5.2 Antisimetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (KPT)

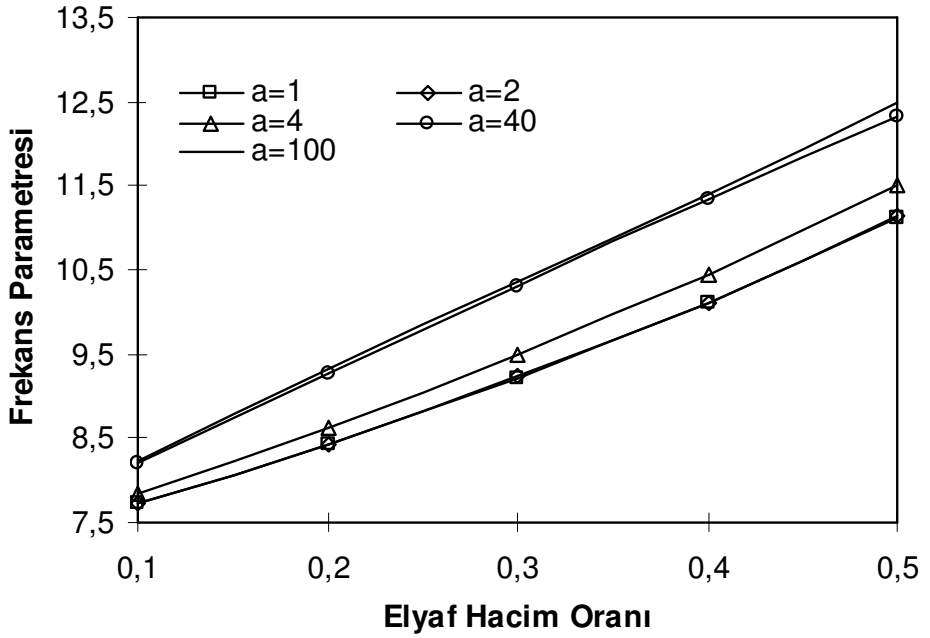


Şekil 5.3 Antisimetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}]_5$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (KPT)

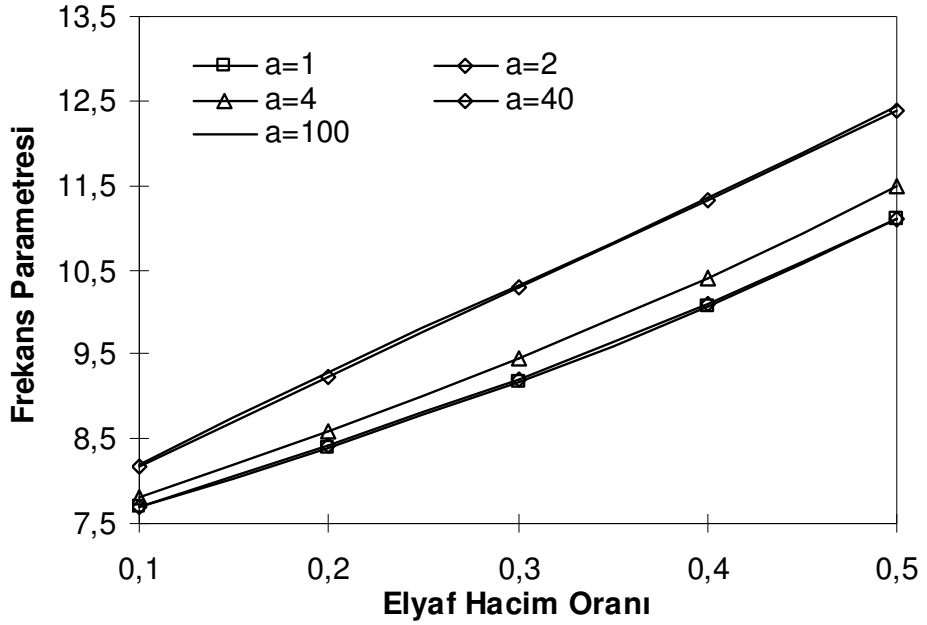
Şekil 5.4-5.6'da simetrik ve antisimetrik dik katmanlı kompozit plakların birinci mertebe kayma deformasyon teorisi ile elde edilen doğal titreşim frekansları sunulmuştur. Grafiklerden görüldüğü üzere frekans parametresinin elyaf hacim oranı ve boyut oranı ile değişimi klasik teoriyle elde edilen sonuçlara benzer davranış göstermiştir. Burada elde edilen sonuçlar Şekil 5.1-5.3'de KPT için elde edilen sonuçlarla kıyaslandığında BMT sonuçlarının daha düşük olduğu gözlenmiştir. Ayrıca BMT sonuçlarının boyut oranı ile değişimi daha dar bir aralıkta gerçekleşmiştir.



Şekil 5.4 Simetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (BMT)

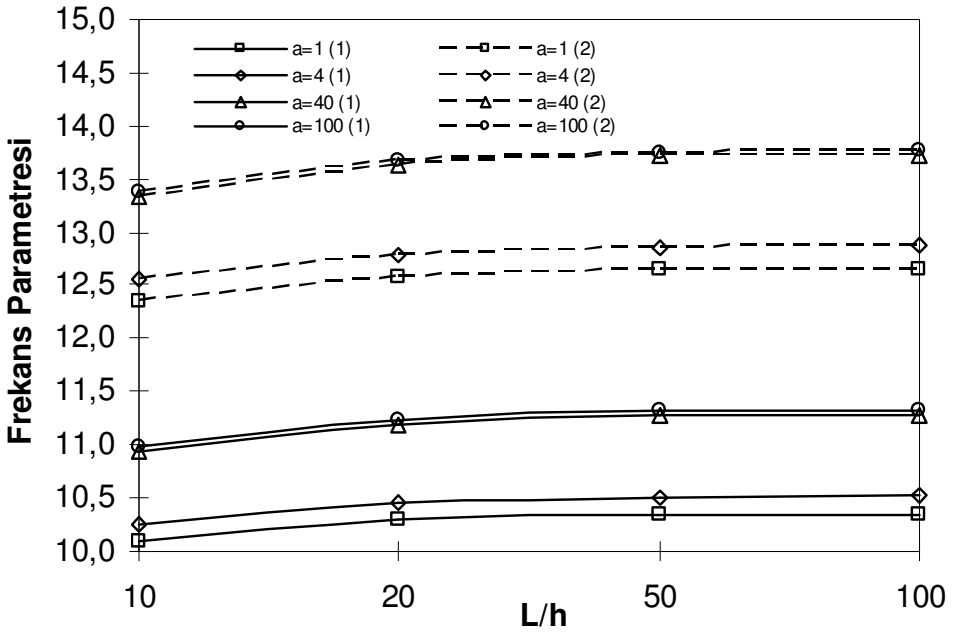


Şekil 5.5 Antisimetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (BMT)

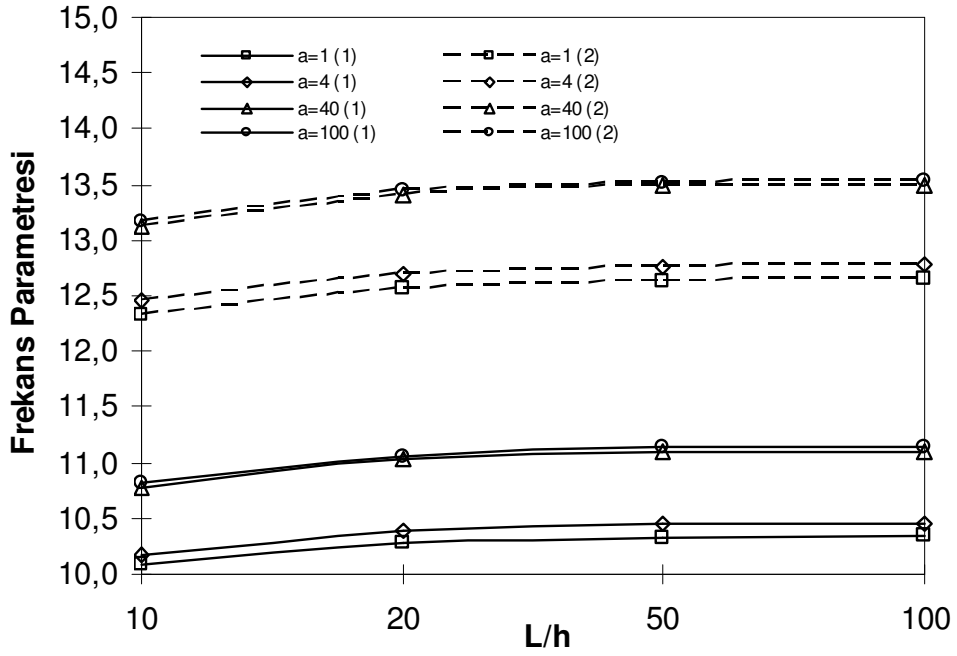


Şekil 5.6 Antisimetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}]_5$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi (BMT)

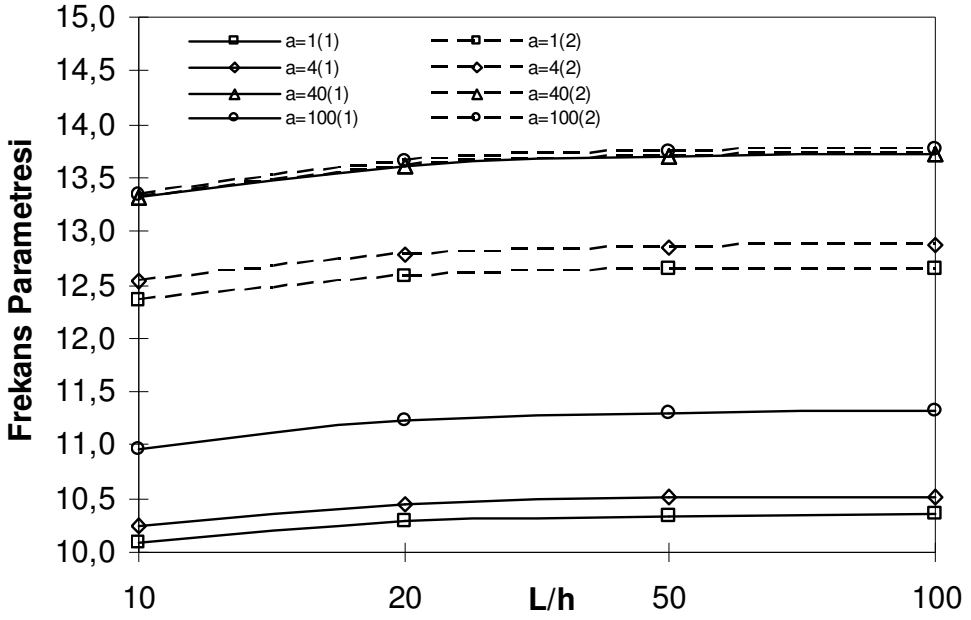
Frekans parametresinin farklı katman dizilişi için L/h oranı ile farklı boyut oranları ve farklı hacim oranları için değişimi Şekil 5.7-5.9'da verilmiştir. Grafiklere göre büyük hacim oranlarında daha yüksek frekanslar elde edilmektedir. Bunun sebebi küçük elastisite modüllü matris malzemesine hacimce daha fazla oranda daha yüksek elastisite modüllü elyaf katılması sonucunda elde edilen kompozitin etkin malzeme modüllerinin artmasıdır. Frekans parametresi $L/h \leq 20$ iken daha belirgin olarak değişmekteyken daha büyük kenar kalınlık oranlarında değişim azalmaktadır.



Şekil 5.7 Simetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin kenar kalınlık oranı (L/h) ile değişimi $[-: f = 0.3, --: f = 0.5]$



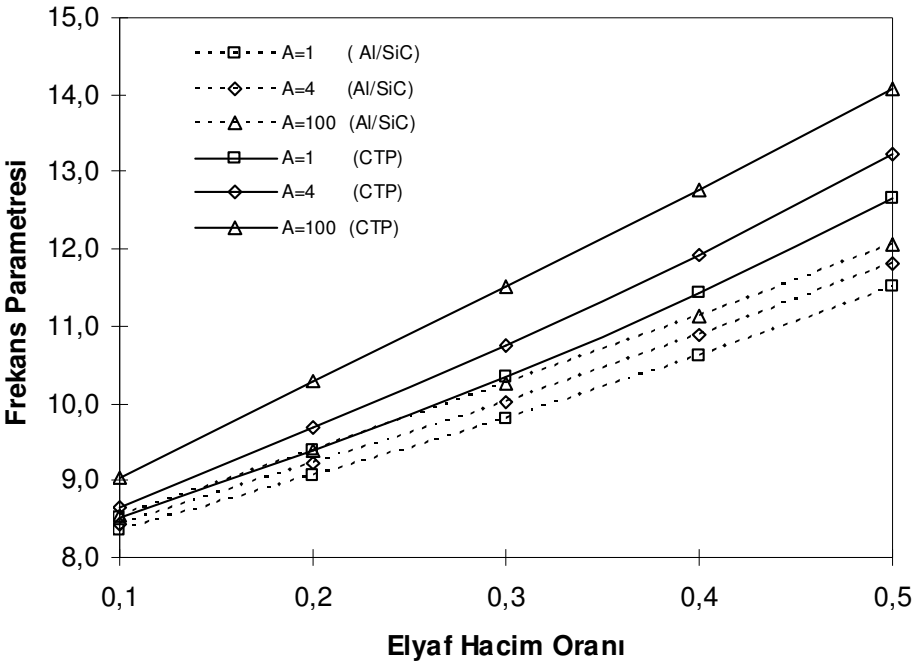
Şekil 5.8 Antisimetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin kenar kalınlık oranı (L/h) ile değişimi $[-: f = 0.3, --: f = 0.5]$



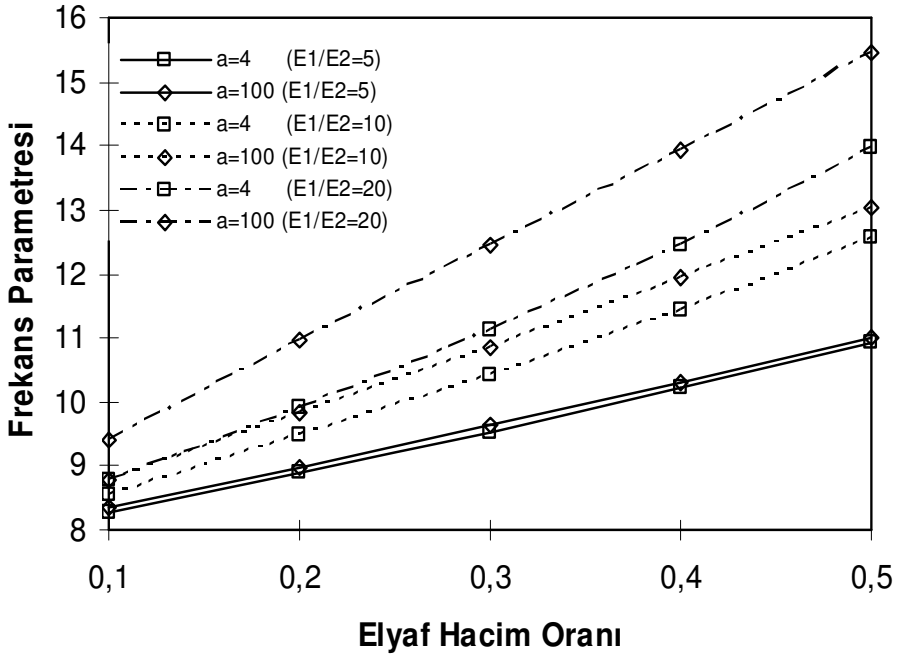
Şekil 5.9 Dik katmanlı $[0^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin kenar kalınlık oranı (L/h) ile değişimi $[-: f = 0.3, --: f = 0.5]$

Şekil 5.10'da Bölüm 4'de elastik sabitlerini belirlediğimiz kısa elyaf takviyeli kompozit malzemelerin frekans parametrelerinin elyaf hacim oranıyla değişimleri incelenmiştir. Bu şekilde kesik çizgi ile gösterilen ifadeler SiC takviyeli alüminyum matris kompozitleri (Al/SiC), düz çizgi ile gösterilenler cam elyaf takviyeli plastik matris kompozitleri (CTP) göstermektedir. Çalışmada klasik plak teorisi kullanılarak $[0^{\circ}]$ dik katmanlı kompozit plakların basit destekli durumda serbest titreşim analizi sonuçları boyut oranı ve elyaf hacim oranını içerecek şekilde verilmiştir.

Şekildeki kompozit malzemelerin, takviye elastisite modülü matris elastisite modülü oranı (E_1 / E_2) incelendiğinde Al/SiC ve Cam elyaf takviyeli plastik için sırasıyla 7.2 ve 13.64 bulunmaktadır. Şekilden görüldüğü gibi (E_1 / E_2) ortotropi oranı arttıkça frekans parametresinin arttığı gözlenmektedir. Şekil 5.11'de $[0^{\circ}]$ katmanlı kompozit plakların basit destekli durumda ortotropi oranı, boyut oranı ve elyaf hacim oranını bağlı olarak frekans parametresinin değişimi incelenmiştir. Şekillerden görüldüğü gibi (E_1 / E_2) oranı arttıkça boyut oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi geniş bir aralıkta gerçekleşmektedir.



Şekil 5.10 Kısa elyaf takviyeli kompozitlerin frekans parametrelerinin elyaf hacim oranıyla değişimi



Şekil 5.11 Ortotropi oranına bağlı olarak frekans parametrelerinin elyaf hacim oranıyla değişimi

BÖLÜM 6

KISA ELYAF TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN RİTZ YÖNTEMİYLE TİTREŞİM ANALİZİ

6.1 Ritz Yöntemi

Ritz yöntemi varyasyonel ilkelere dayanan yaklaşık çözüm yöntemlerinden birisidir. Plağın titreşim davranışlarını yöneten denklemler varyasyonel ilkeler ile Bölüm3'te elde edilmişti. Ritz yönteminde ise toplam potansiyel enerjiyi tanımlamak için 3 serbestlik dereceli klasik plak teorisi çerçevesinde aşağıda verildiği gibi yaklaşık bir yer değiştirme alanı önerilir.

$$u = \sum_{i=0}^{I} A_i f_i(x, y, z),$$
$$v = \sum_{k=0}^{J} B_k f_k(x, y, z), \qquad (6.1)$$
$$w = \sum_{m=0}^{M} C_m f_m(x, y, z).$$

Bu eşitliklerde u, v , w, sırasıyla x, y ve z yönlerindeki yer değiştirme bileşenlerinin yaklaşık ifadeleri, $A_i, B_k \; ve \; C_m$ bilinmeyen katsayılar ve $f_i, f_k \; ve \; f_m$ en azından kenarlarda verilen geometrik sınır şartlarını sağlayacak şekilde seçilen sürekli fonksiyonlardır. Bu varsayılan yer değiştirme bileşenleri, serilerin üst sınırları sonsuza giderken gerçek değerlerine yakınsarlar. Ritz yönteminde yakınsama büyük ölçüde seçilen yer değiştirme alanına bağlıdır.

Titreşim probleminde, plağın toplam potansiyel enerji fonksiyoneli aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$F = T_{\max} - U_{G\max} \qquad (6.2)$$

Burada T (3.20) denklemi ile verilen plak kinetik enerijisini, U_G (3.21) denklemi ile verilen genleme potansiyel enerjisini göstermektedir. (6.2) denklemi ile tanımlanan enerji fonksiyoneli (6.1)'deki yer değiştirme alanı bileşenleri cinsinden elde edilip katsayılara göre aşağıdaki gibi minimize edilirse bilinmeyen katsayıları cinsinden bir homojen denklem sistemi elde edilir.

$$\frac{\partial F}{\partial A_i}=0,\quad \frac{\partial F}{\partial B_k}=0,\quad \frac{\partial F}{\partial C_m}=0, \tag{6.3}$$

(i=0,1,2,....,I; k=0,1,2,.....,K; m=0,1,2,.....,M),

Bu denklem takımındaki katsayılar matrisinin determinantını sıfır yapacak özdeğerler gerçek değerlere üst sınır oluşturur. Matris boyutu (6.1) eşitliğindeki serilerin terim sayısına bağlıdır.

Yukarıda (6.1) denklemi ile verilen serilerdeki fonksiyonlar plağın yanal koordinatlarına bağlı iki fonksiyonun çarpımı şeklinde varsayılır. Aşağıdaki denklemde KPT çerçevesinde plağın kenarlarında uygulanabilecek tüm sınır koşullarını sağlayabilmek amacıyla, bileşenlerinin basit polinomlar şeklinde varsayıldığı genel katmanlı plakların titreşimi için önerilen formülasyon verilmektedir (Narita, 1995).

$$\begin{aligned} X_f(x) &= x^f (x-1)^{B_1} (x+1)^{B_3},\ f=i,k,m \\ Y_g(y) &= y^g (y-1)^{B_2} (y+1)^{B_4},\ g=j,l,n \end{aligned} \tag{6.4}$$

B_i üst indisleri kenarlardaki sınır koşullarına bağlı olarak; serbest kenar için 0,basit destekli kenar için 1 ve ankastre kenar için 2 değerlerini almaktadır. (6.4) denkleminde verilen polinomlar iki fonksiyonun çarpımı şeklinde (6.1) denkleminde yazılırlarsa aşağıdaki eşitlik elde edilir. Aşağıdaki denklem 5 serbestlik dereceli birinci mertebe kayma deformasyon teorisini içerecek şekilde genişletilmiştir.

$$\begin{aligned} u(x,y) &= \sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J} A_{ij} X_i(x) Y_j(y) \sin \omega t\ , \\ v(x,y) &= \sum_{k=0}^{K}\sum_{l=0}^{L} B_{kl} X_k(x) Y_l(y) \sin \omega t\ , \\ w(x,y) &= \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=0}^{N} C_{mn} X_m(x) Y_n(y) \sin \omega t\ , \\ u_1(x,y) &= \sum_{p=0}^{P}\sum_{q=0}^{Q} D_{pq} X_p(x) Y_q(y) \sin \omega t\ , \\ v_1(x,y) &= \sum_{r=0}^{R}\sum_{s=0}^{S} E_{rs} X_r(x) X(s) \sin \omega t \end{aligned} \tag{6.5}$$

Minimizasyon işlemi sonucunda $A_{ij}, B_{kl}, C_{mn}, D_{pq}, E_{rs}$ bilinmeyen katsayılarına göre bir denklem sistemi oluşur. Bu denklem sistemi matris formunda ifade edilirse aşağıdaki gibi bir özdeğer problemine dönüşür.

$$[K - \lambda^2 M]\Delta = 0$$

$$\Delta^T = (ABCDE) \tag{6.6}$$

Aşağıda çalışmada kullanılan sınır koşulları gösterilmektedir (Çizelge 6.1).

Çizelge 6.1 Sınır koşulları

Sınır Koşulları	$\xi = \pm 1$	$\eta = \pm 1$
Basit Destekli (B)	$v = w = v_1 = 0$	$u = w = u_1 = 0$
Ankastre (A)	$u = v = w = w_{,\xi} = u_1 = v_1 = 0$	$u = v = w = w_{,\eta} = u_1 = v_1 = 0$
Serbest(S)	$u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0, u_1 \neq 0, v_1 \neq 0$	$u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0, u_1 \neq 0, v_1 \neq 0$

6.2 Kısa Elyaf Takviyeli Dik Katmanlı Kompozit Plakların Ritz Yöntemiyle Serbest Titreşim Sonuçları

Karşılıklı iki kenarının basit destekli olduğu durumlar dışında kompozit plakların titreşim problemlerine analitik çözümler bulunması mümkün olmamaktadır. (6.5) eşitliğindeki yer değiştirme alanlarının seri açılımlarında (6.4) eşitliğindeki basit polinomların seçilmesi ile her çeşit sınır şartındaki anizotropik plakların titreşim analizi incelenebilmektedir. Bu bölümde bu polinomların seçilmesiyle 5 farklı sınır şartı için cam elyaf takviyeli plastik matrisli dik katmanlı plakların serbest titreşim analizi yapılmıştır. Bu analizde sonuçların bulunmasında birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılmıştır. Çizelge 6.2'de $[0^\circ / 90^\circ / 90^\circ / 0^\circ]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf boyut oranı a=4 kenar kalınlık oranı L/h=10 elyaf hacim oranı f=0.2 için boyutsuz frekans parametresinin yakınsama çalışması gösterilmektedir. Tabloya göre 5 ile 6 terim için elde edilen boyutsuz frekanslar arasındaki en büyük fark BABS sınır şartı için %0.28 olarak elde edilmiştir. Bu nedenle bu çalışmada Ritz yöntemiyle elde edilmiş

sonuçlar için terim sayısı denklem (6.5)'te verilen her bir toplam için 6 terim olarak alınmıştır.

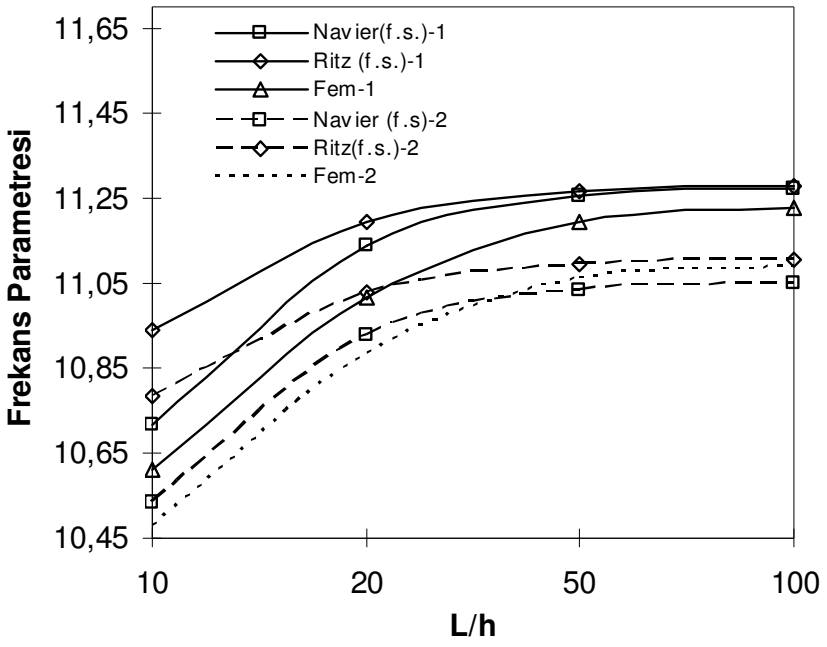
Çizelge 6.2 Dik katmanlı kompozit plaklarda boyutsuz frekans parametresinin yakınsama çalışması

MxN	BBBB	BSBS	BABS	BBBS	ASSS	AASS	BBSS
3x3	9.252	4.449	5.983	5.665	1.643	3.209	1.791
4x4	9.249	4.438	5.949	5.612	1.621	3.193	1.772
5x5	9.249	4.381	5.941	5.594	1.606	3.185	1.763
6x6	9.249	4.381	5.924	5.585	1.604	3.178	1.760

6.2.1 Basit desteklenmiş dik katmanlı kompozit plakların Ritz yöntemiyle serbest titreşim sonuçları

Çalışmanın bu kısmında önceki bölümlerde Navier tipi çözüm yöntemiyle bulunmuş olan basit desteklenmiş dik katmanlı kompozit plakların serbest titreşim analizi yaklaşık bir yöntem olan Ritz yöntemi ve sonlu elemanlar paket programı ANSYS ile bulunmuş ve Navier tipi çözüm yöntemiyle karşılaştırılmıştır. Analizlerde birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılmıştır. Şekil 6.1'de simetrik ve antisimetrik dik katmanlı kompozitlere ait serbet titreşim frekansı sonuçları farklı yöntemler için kıyaslanmıştır. 1 ve 2 ikonuyla gösterilen analizler sırasıyla $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ simetrik dik katmanlı ve $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ antisimetrik dik katmanlı kompozit plağı göstermektedir. Şekilde Fem ikonuyla gösterilen ifadeler dik katmalı kompozit plaklar için ANSYS paket programı yardımıyla elde edilmiş olan serbest titreşim sonuçlarını göstermektedir. Analizlerimizde boyut oranı a=40 hacim oranı f=0.3 alınmıştır (Şekil 6.1).

Bu şekle göre farklı yöntemlerle elde edilen sonuçlar arasındaki farklar en kötü durumda % 4-5'ler mertebesindedir. L/h oranının artmasıyla farklı yöntemlerle elde edilen sonuçlar birbirine yaklaşmaktadır (Eruslu ve Aydogdu, 2008).

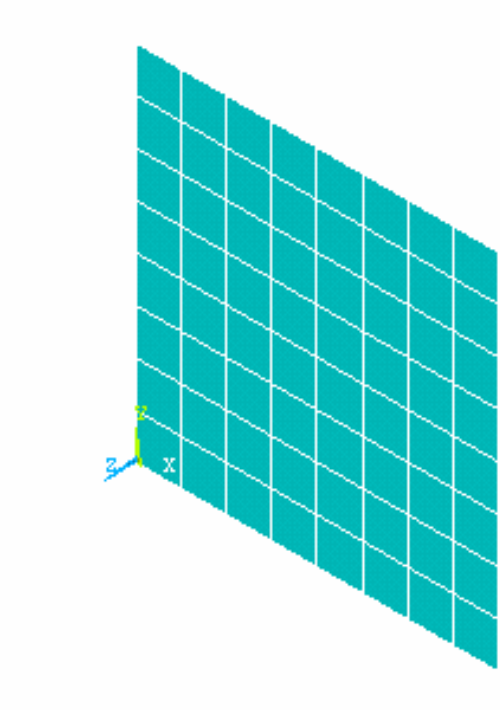


Şekil 6.1 Basit destekli dik katmanlı plaklarda kenar kalınlık oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi

6.2.2 Sonlu elemanlar modeli

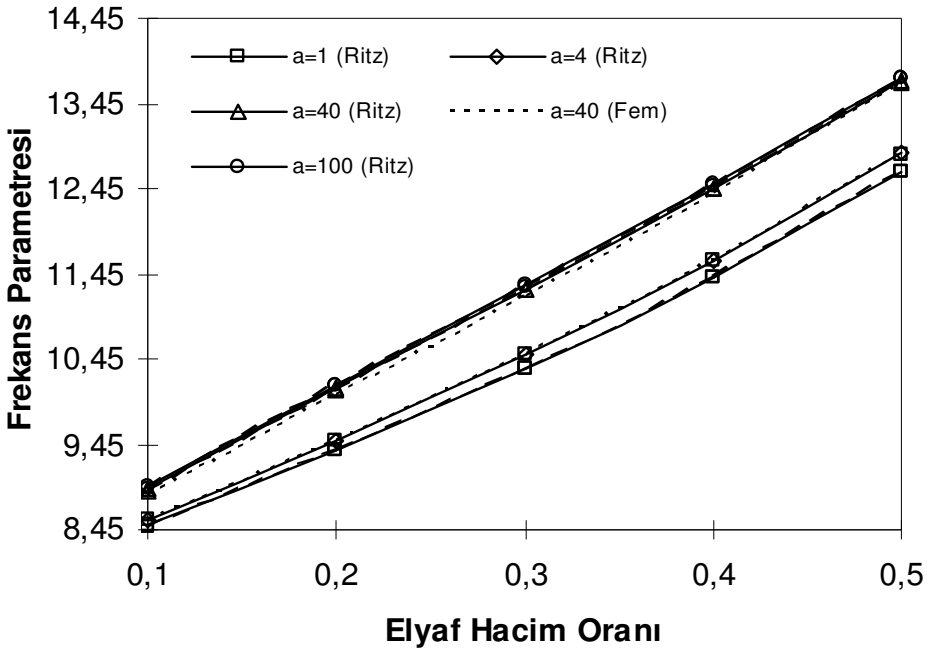
Çalışmanın bu kısımında Mori-Tanaka metodu kullanılarak dikine izotropik bir kompozitteki (a=40) boyut oranları için bulunmuş olan elastik sabitler kullanılmak suretiyle sürekli elyaf takviyeli bir kompozit için sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur. Dik katmanlı kompozit plakların BBBB, BSBS, BABS, BBBS, ASSS sınır koşulları için serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Bulunan sonuçlar boyutsuzlaştırılarak Navier yöntemi ve Ritz metoduyla bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sonlu elemanlar modeli dik katmalı kompozit plaklar $(0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ)$, $(0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ)$, (0°) için ANSYS paket programı yardımıyla oluşturulmuştur. Model, katmanlı kompozit yapılarda kullanılan Shell99 kabuk eleman ile 64 elemanlı olarak oluşturulmuştur. Modelde katman kalınlığı h=2mm alınmıştır. Analizlerimizde kenar kalınlık oranı L/h=50,100 alınmıştır. Şekil 6.2'de oluşturulan sonlu elemanlar modeli gösterilmektedir. Serbest titreşim analizinde her bir model için

hacim oranına bağlı olarak beş ayrı analiz gerçekleştirilmiştir. Analizlerde temel frekanslar bulunmuştur.

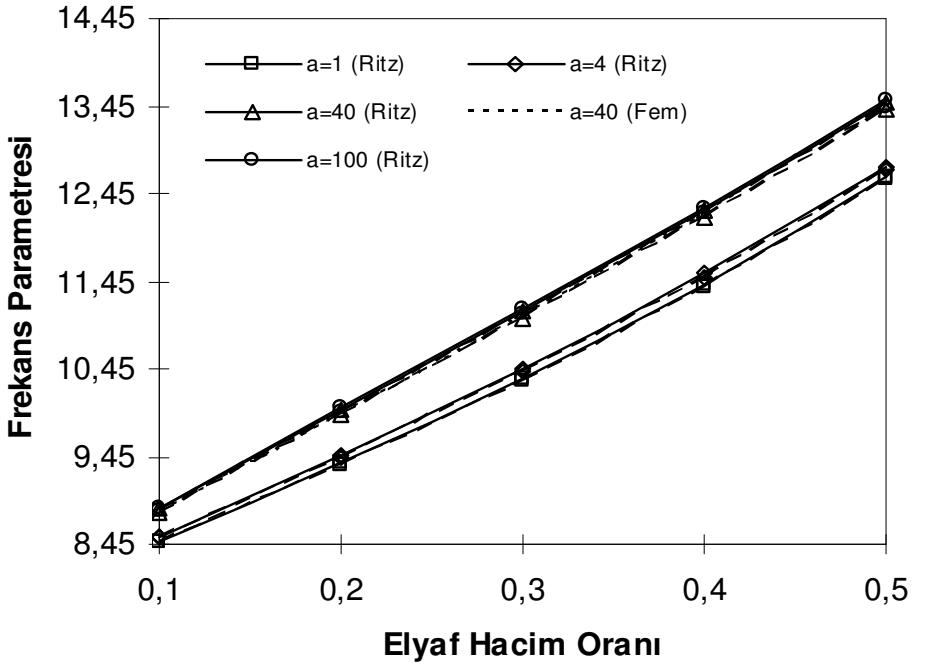


Şekil 6.2 Sonlu elemanlar modeli

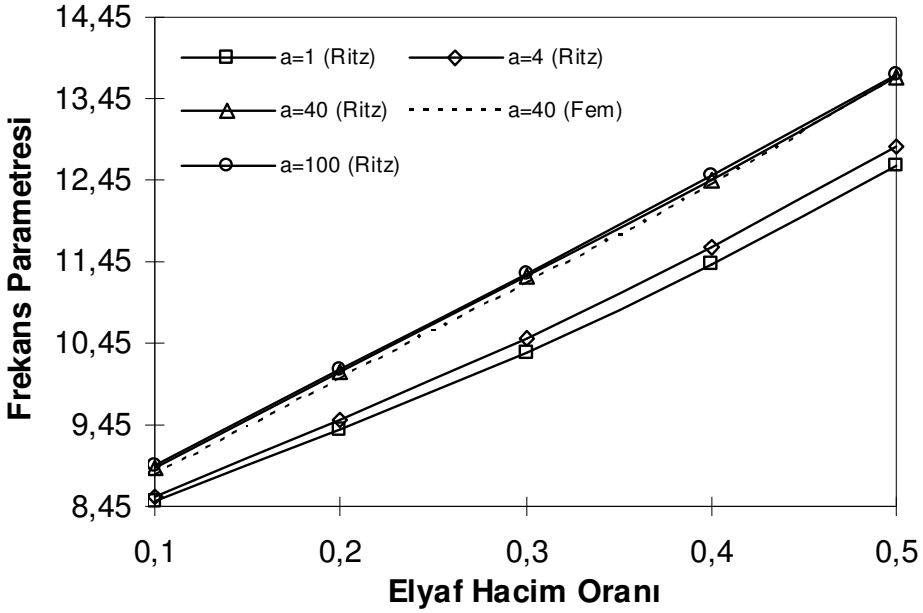
Şekil (6.3 -6.5)'de simetrik ve antisimetrik dik katmanlı plaklara ait birinci mertebe kayma deformasyon teorisi ile Ritz metodu kullanılarak elde edilen temel titreşim frekanslarının elyaf hacim oranı ve boyut oranı ile basit destekli durumda değişimi gözlenmektedir. Bu çalışmada sürekli elyaf takviyeli kompozit (a=40, L/h=50) için ANSYS paket programı yardımıyla bulunan serbest frekans değerleri Ritz sonuçlarıyla kıyaslanmıştır. Şekillerde görüldüğü gibi basit destekli durumda yüksek boyut oranlarında ANSYS programıyla ve Ritz yöntemiyle elde edilen frekans parametresi sonuçları yakın değerler vermektedir. Yüksek boyut oranları için kısa elyaf takviyeli kompozitin sürekli elyaf yaklaşımı yaptığı söylenebilir.



Şekil 6.3 SSSS sınır şartı için simetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi



Şekil 6.4 SSSS sınır şartı için antisimetrik dik katmanlı $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi



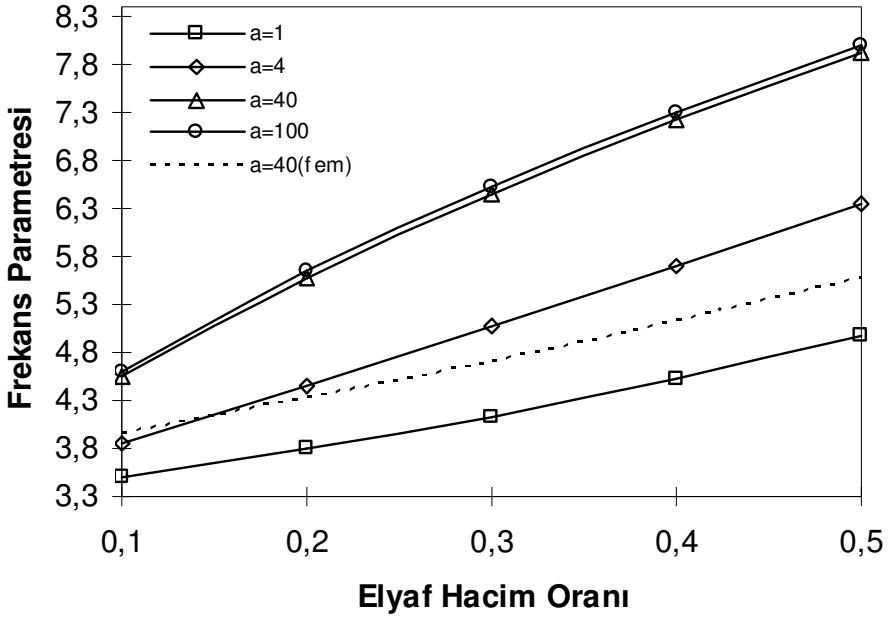
Şekil 6.5 SSSS sınır şartı için $[0^{\circ}]$ katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin elyaf hacim oranıyla değişimi

6.3 Genel Sınır Şartlarındaki Dik Katmanlı Kompozit Plaklarda Serbest Titreşim Sonuçları

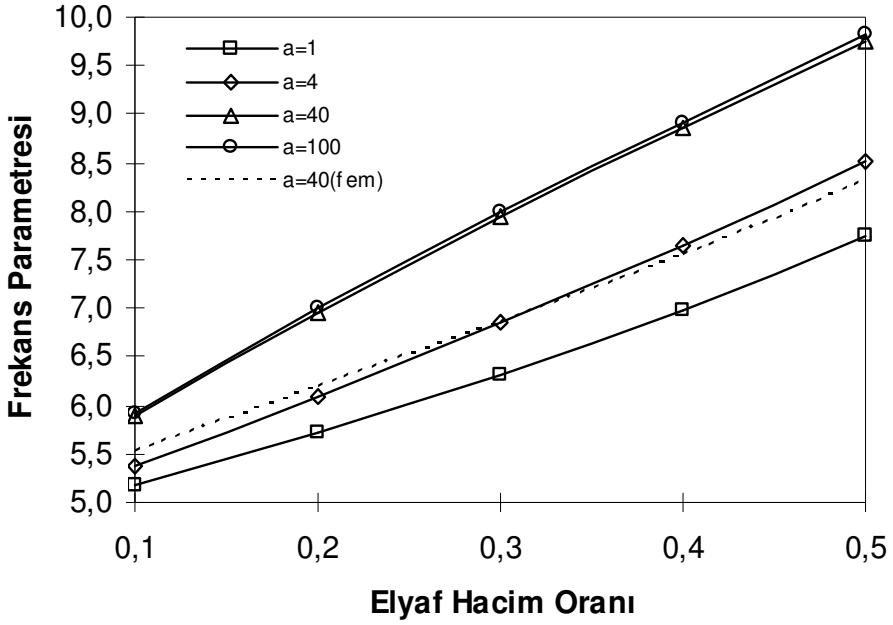
Yer değiştirme alanlarının (6.5) seri açılımlarında (6.4) eşitliğindeki basit polinomların seçilmesi ile her çeşit sınır şartındaki anizotropik plakların titreşim analizinin incelenebileceği belirtilmişti. Önceki kısımda basit destekli kompozit plakların serbest titreşim analizi incelendi. Bu kısımda BSBS, BABS, BBBS, ASSS sınır şartları için Ritz yöntemiyle dik katmanlı kompozitlerde serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Şekil 6.6-6.9'da farklı sınır şartlarında kenar kalınlık oranı L/h=50 için boyut oranına ve elyaf hacim oranına bağlı olarak serbest titreşim analizinin sonuçları gösterilmektedir.

Şekillerden de görüldüğü gibi dik katmanlı kompozitlerde hacim oranı ve boyut oranı arttırıldıkça frekans parametresi artmaktadır. Boyut oranı arttırılıp sürekli elyafa yaklaştıkça frekans değişimi azalmaktadır. ANSYS paket programıyla bulunan sonlu elemanlar frekans sonuçları sınır şartlarına ve elyaf hacim oranlarına bağlı olarak

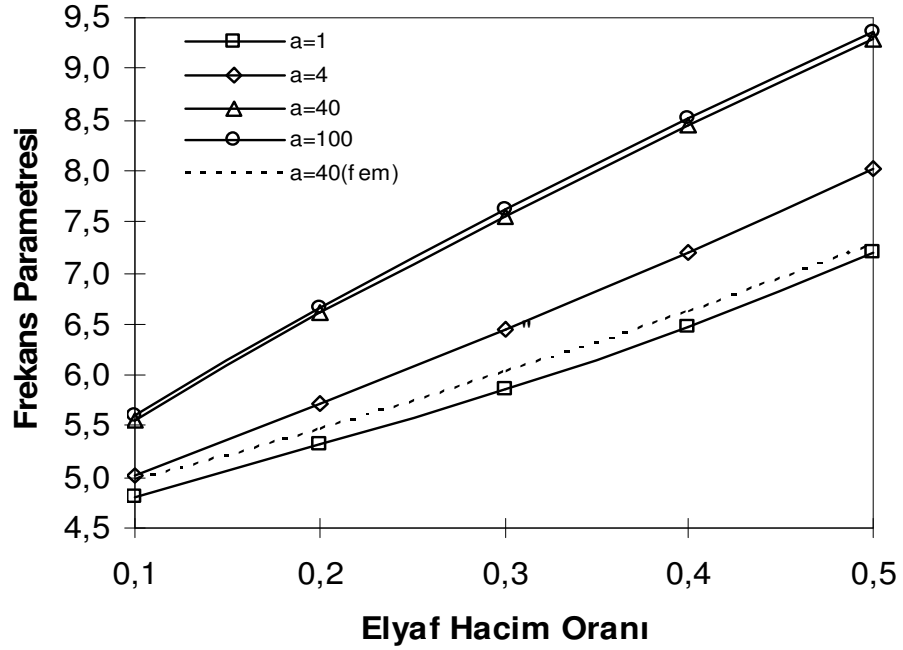
küçük boyut oranlarına yakın sonuçlar vermektedir. En yüksek frekans parametresi BABS sınır koşulu için, en düşük frekans parametresi ASSS sınır koşulu için elde edilmiştir. Plak kenarlarının ankastre şekilde mesnetlenmesi frekans sonuçlarını yükseltmekte, serbest bırakılması frekans sonuçlarını düşürmektedir. Farklı boyut oranları için elde edilen frekans sonuçları arasındaki fark artan hacim oranı ile artmaktadır.



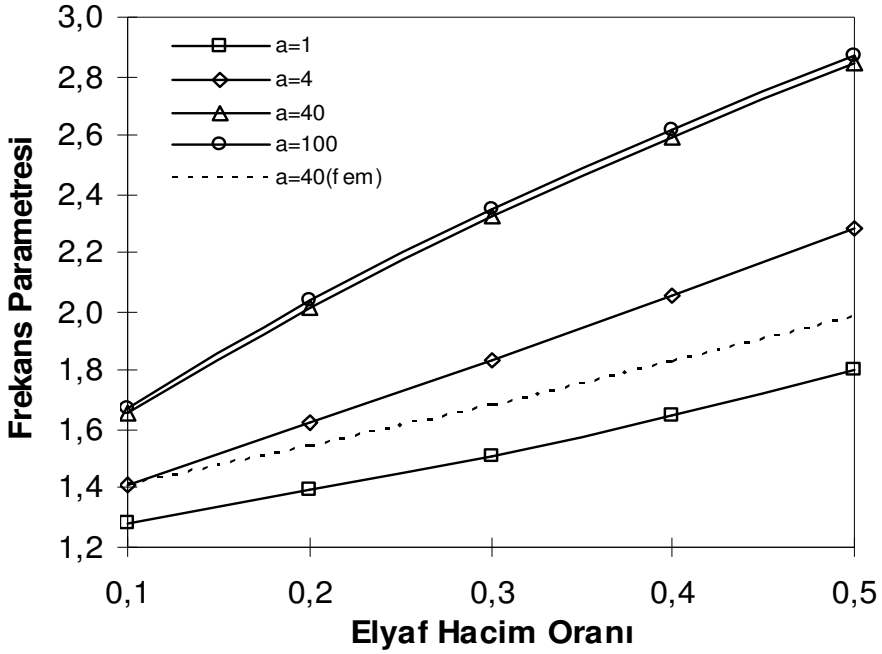
Şekil 6.6 BSBS sınır şartı için $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi



Şekil 6.7 BABS sınır şartı için $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi



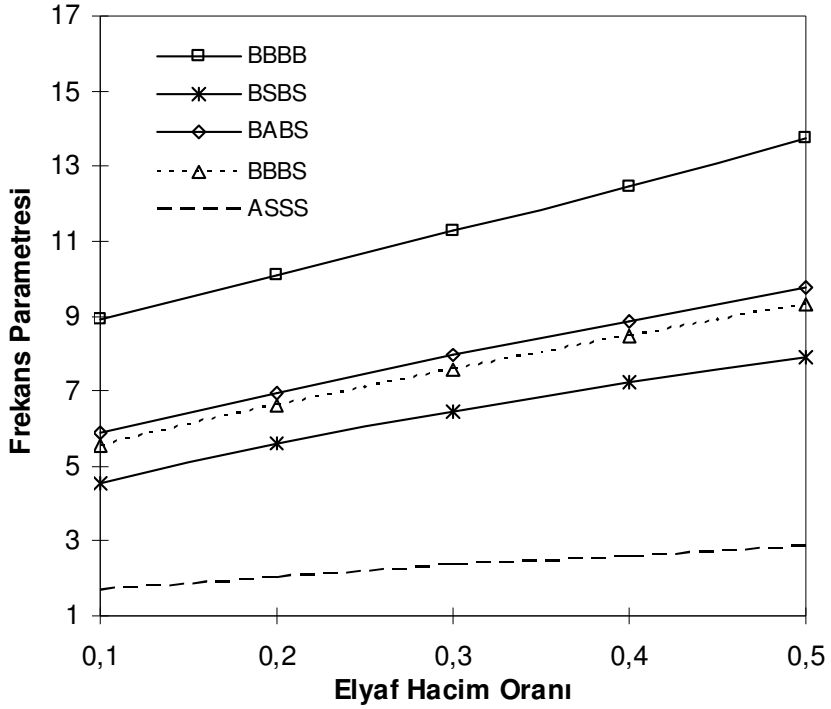
Şekil 6.8 BBBS sınır şartı için $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi



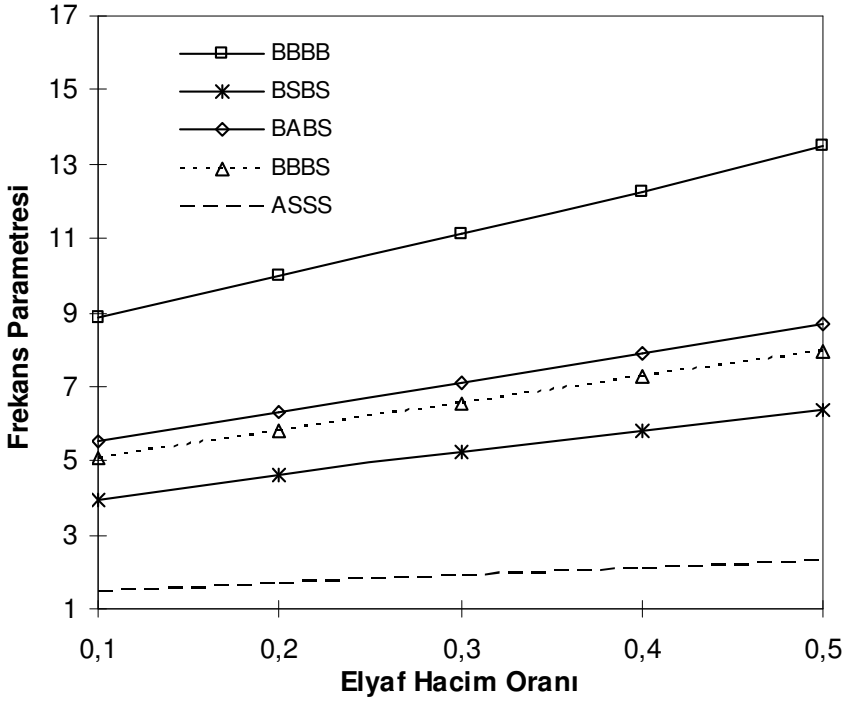
Şekil 6.9 ASSS sınır şartı için $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ dik katmanlı kompozit plaklarda elyaf hacim oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi

Şekil 6.10–6.12'de a=40 boyut oranı ve L/h=100 için genel sınır şartlarındaki dik katmanlı kompozitlerdeki frekans parametresinin elyaf hacim oranı ile değişimi farklı sınır şartları için verilmiştir.

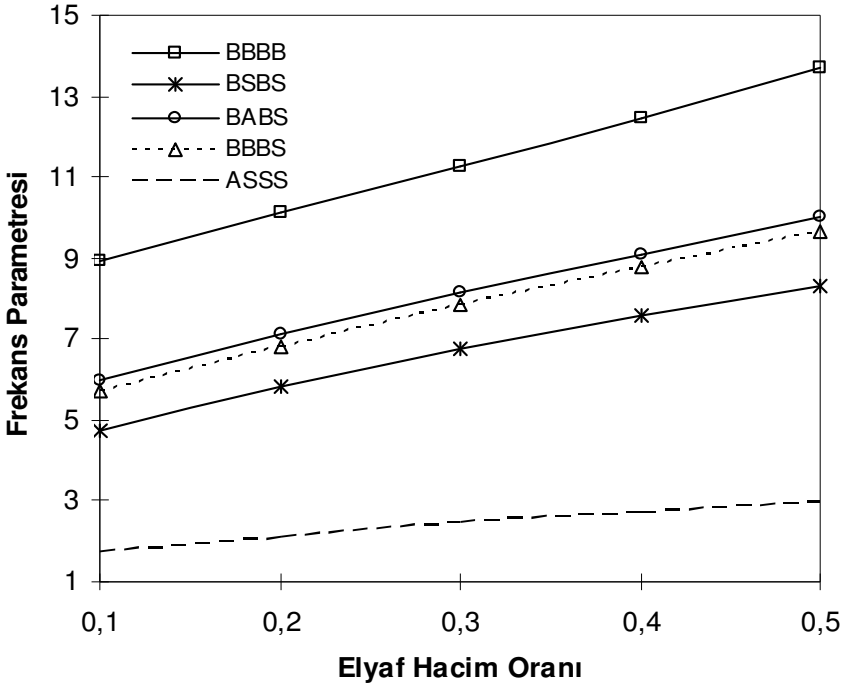
Şekillerden de görüldüğü gibi elyaf hacim oranı arttıkça tüm frekans parametreleri artmaktadır. En yüksek frekans parametresine (0°) katmanlı kompozit plaklarda ulaşılmıştır. Antisimetrik dik katmanlı kompozitlerde frekans parametresi sonuçları simetrik durumdan küçük çıkmıştır. ASSS sınır şartı için frekans parametresi değerleri elyaf hacim oranından az etkilenmektedir. Sınır koşullarına bağlı olarak frekans parametreleri arasındaki fark katman sayısı ve simetrik antisimetrik dizilişten etkilenmektedir.



Şekil 6.10 Elyaf hacim oranına bağlı olarak $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ dik katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin değişimi

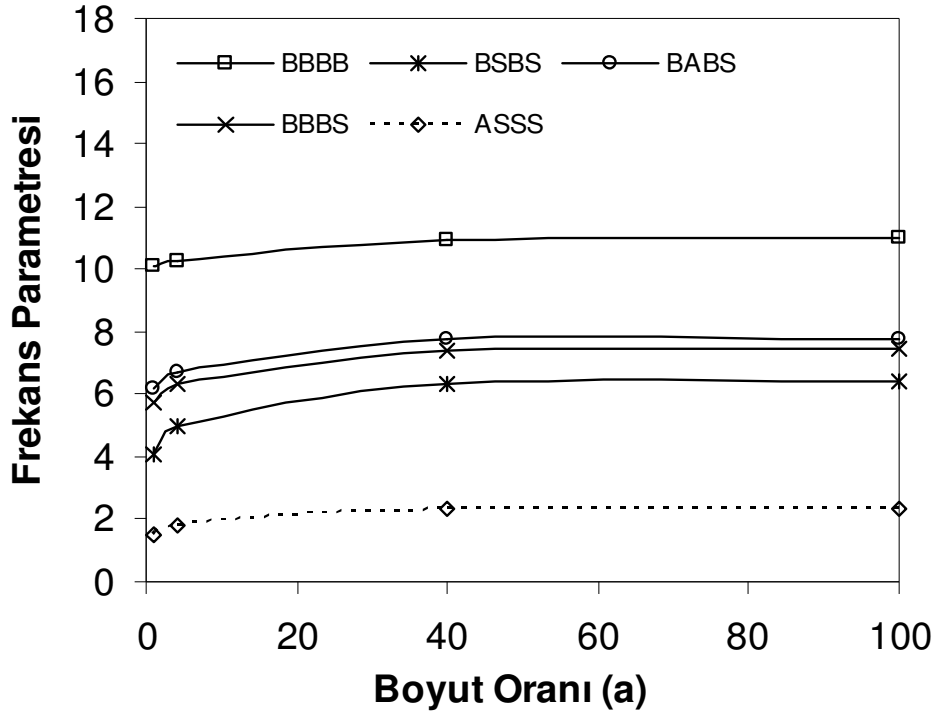


Şekil 6.11 Elyaf hacim oranına bağlı olarak $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]$ dik katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin değişimi

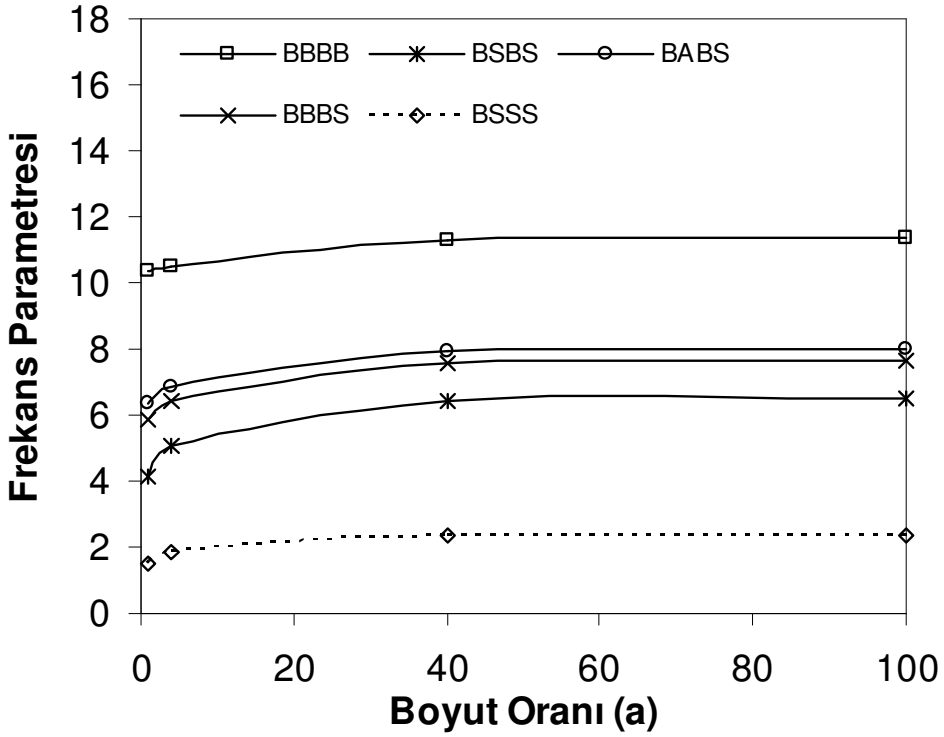


Şekil 6.12 Elyaf hacim oranına bağlı olarak $[0^{\circ}]$ katmanlı kompozit plaklarda frekans parametresinin değişimi

Şekil 6.13-14'de kenar kalınlık oranı sırasıyla L/h=10,100 ve hacim oranı f=0.3 için simetrik dik katmanlı $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$ kompozit plaklarda frekans parametrelerinin boyut oranı ile değişimi incelenmektedir. Boyut oranı arttırılıp sürekli elyafa yaklaşıldıkça frekans parametresindeki değişim azalmaktadır. Düşük boyut oranları için frekans parametresinin hızlı bir değişim gösterdiği görülmektedir. Kenar kalınlık oranına bağlı olarak frekans değerlerinde düşük artışlar gözlenmiştir.



Şekil 6.13 Boyut oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi (L/h=10)



Şekil 6.14 Boyut oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi (L/h=100)

6.4 Süreklilik Koşulları Şağlanmış Durumda Frekansların Değişimi

Tımarcı Soldatos, 1995 tarafından geliştirilen yeni şekil fonksiyonlarının yer değiştirme alanında kullanılmasıyla simetrik dik katmanlı plaklar için süreklilik koşulları sağlamıştır. Çizelge 6.3-6.6'da BSBS, BABS, BBBS, ASSS sınır şartları için Ritz yöntemiyle $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ dik katmanlı kompozitlerde sürekli ve süreksiz durumda elde edilen frekans parametresinin değişimleri gösterilmektedir. Analizler sırasıyla boyut oranı a=1 ve 40 kenar kalınlık oranı L/h =10, 100 için gerçekleştirilmiştir.

Çizelgelerden görüldüğü gibi boyut oranları arttıkça süreklilik koşulları sağlanarak bulunan frenkans parametresi değerleri ile süreklilik sağlanmamış frekans parametresi değerleri arasındaki fark artmaktadır. Bunun yanında kenar-kalınlık oranı arttıkça sürekli süreksiz durumlar arasındaki fark azalmaktadır.

Çizelge 6.3 Simetrik dik katmanlı $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranı ile değişimi (a=1, L/h=10)

f	BBBB		BABS		BBBS		AASS	
	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Süreksiz	Süreksiz	Sürekli
0.1	8.270	8.294	5.019	5.097	4.679	4.731	2.792	2.785
0.2	9.143	9.170	5.567	5.649	5.186	5.241	3.106	3.098
0.3	10.089	10.119	6.164	6.245	5.744	5.793	3442	3.435
0.4	11.144	11.175	6.819	6.906	6.356	6.405	3.814	3.807
0.5	12.345	12.377	7.569	7.658	7.049	7.103	4.236	4.230

Çizelge 6.4 Simetrik dik katmanlı $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranı ile değişimi (a=1, L/h=100)

f	BBBB		BABS		BBBS		AASS	
	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli
0.1	8.508	8.508	5.167	5.164	4.795	4.791	2.863	2.863
0.2	9.391	9.391	5.727	5.722	5.310	5.306	3.178	3.181
0.3	10.353	10.353	6.332	6.326	5.865	5.865	3.521	3.524
0.4	11.427	11.427	6.999	6.994	6.488	6.484	3.905	3.903
0.5	12.653	12.653	7.758	7.755	7.190	7.190	4.330	4.333

Çizelge 6.5 Simetrik dik katmanlı $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranı ile değişimi (a=40, L/h=10)

f	BBBB		BABS		BBBS		AASS	
	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli
0.1	8.660	8.752	5.727	5.861	5.422	5.532	2.983	3.003
0.2	9.803	9.954	6.774	6.953	6.457	6.602	3.435	3.472
0.3	10.940	11.144	7.726	7.943	7.382	7.560	3.866	3.923
0.4	12.103	12.357	8.625	8.877	8.246	8.457	4.301	4.374
0.5	13.334	13.638	9.513	9.789	9.093	9.324	4.753	4.842

Çizelge 6.6 Simetrik dik katmanlı $\left[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}\right]$ kompozit plaklarda sürekli ve süreksiz durumda frekans parametresinin elyaf hacim oranı ile değişimi (a=40, L/h=100)

f	BBBB		BABS		BBBS		AASS	
	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli	Süreksiz	Sürekli
0.1	8.927	8.999	5.899	5.934	5.567	5.598	3.065	3.095
0.2	10.114	10.246	6.971	7.038	6.618	6.678	3.528	3.577
0.3	11.278	11.471	7.949	8.038	7.569	7.646	3.968	4.041
0.4	12.469	12.716	8.865	8.982	8.449	8.552	4.410	4.504
0.5	13.725	14.025	9.767	9.906	9.311	9.429	4.873	4.982

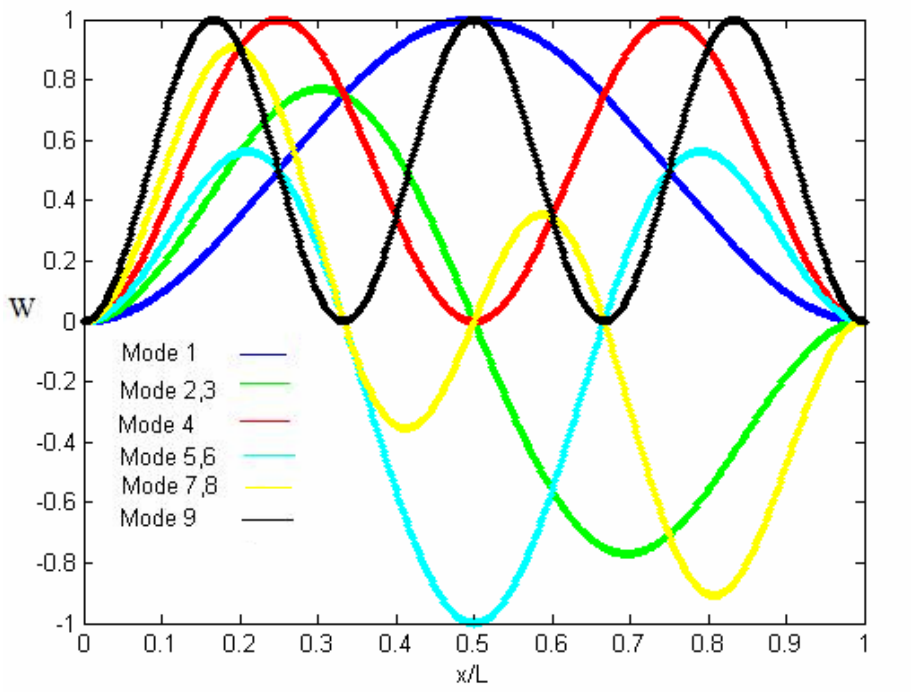
6.5 Basit Destekli Dik Katmanlı Kompozit Plaklarda Mod Şekillerinin İncelenmesi

Aşağıda basit destekli simetrik dik katmanlı kompozit plaklarda $(0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ})$ mod değişimleri (Çizelge 6.7) ve mod şekilleri (Şekil 6.15) gösterilmektedir. Bu çalışmada KPT ile elde edilen serbest titreşim frekansları elyaf hacim oranı f=0.1, boyut oranı a=40, kenar kalınlık oranı L/h=50 için verilmiştir.

Şekil 6.15'de simetrik dik katmanlı kompozit plak özellikleri dikkate alınarak sadece düşey yöndeki mod değişimleri verilmiştir. Çizelge 6.7'de verilen sonuçlar basit destekli durumda Navier tipi kesin sonuçları göstermektedir. Şekil 6.15'de bazı modlardaki. simetri özelliği görülmektedir Mod (1,2), Mod (2,1). Simetrik modlarda aynı frekanslar ve mod şekilleri elde edilmiştir.

Çizelge 6.7 Mod değişim çizelgesi $[0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]$

Mode	m	n	Frekans Parametresi
1	1	1	9.005
2	1	2	20.080
3	2	1	20.080
4	2	2	36.002
5	1	3	37.792
6	3	1	37.792
7	2	3	54.929
8	3	2	54.929
9	3	3	81.005



Şekil 6.15 Mod şekillerinin plak kenarı boyunca değişimi

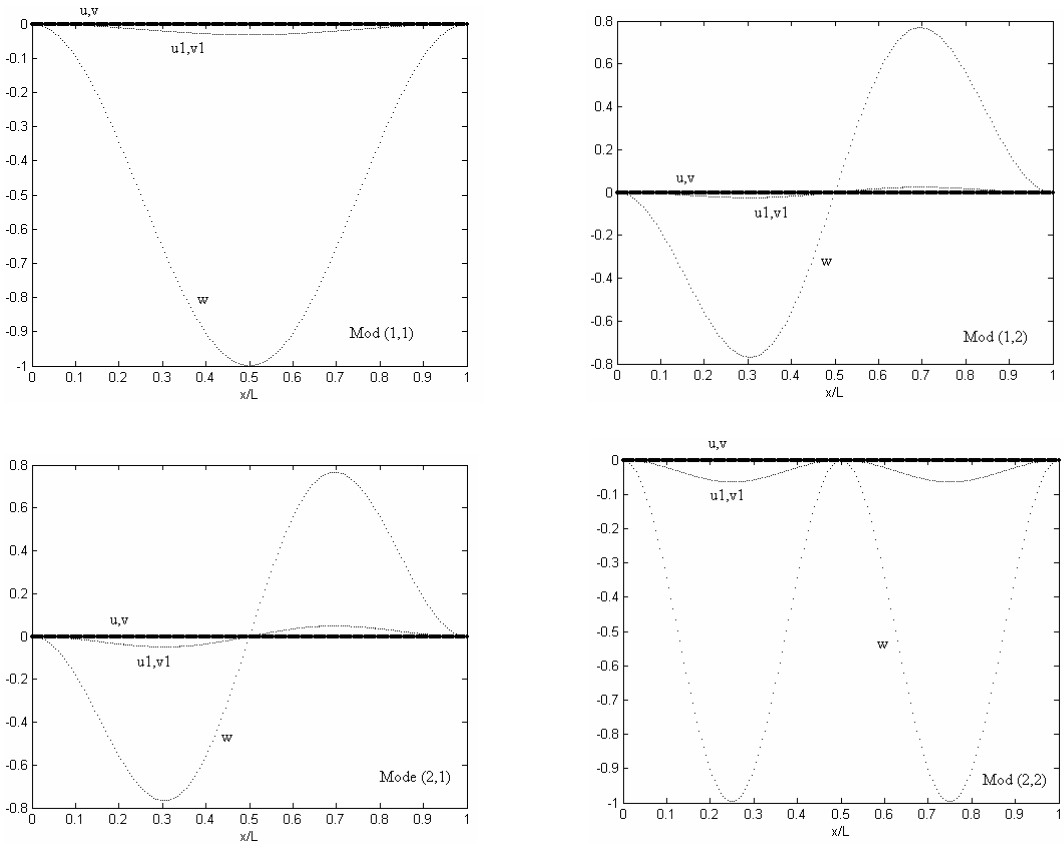
Aşağıda basit destekli anti simetrik dik katmanlı kompozit plaklarda $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]$ mod değişimleri (Çizelge 6.8) ve mod şekilleri (Şekil 6.16) gösterilmektedir. Bu çalışmada BMT ile elde edilen serbest titreşim frekansları elyaf hacim oranı f=0.1, boyut oranı a=40, kenar kalınlık oranı L/h=50 için verilmiştir.

Çizelge 6.8'de verilen Navier sonuçları basit destekli durumda kesin çözümü, ANSYS sonlu elemanlar sonuçları yaklaşık sonuçları göstermektedir. Basit destekli durumda kesin çözüm ile yaklaşım çözüm frekans sonuçları arasında uyum

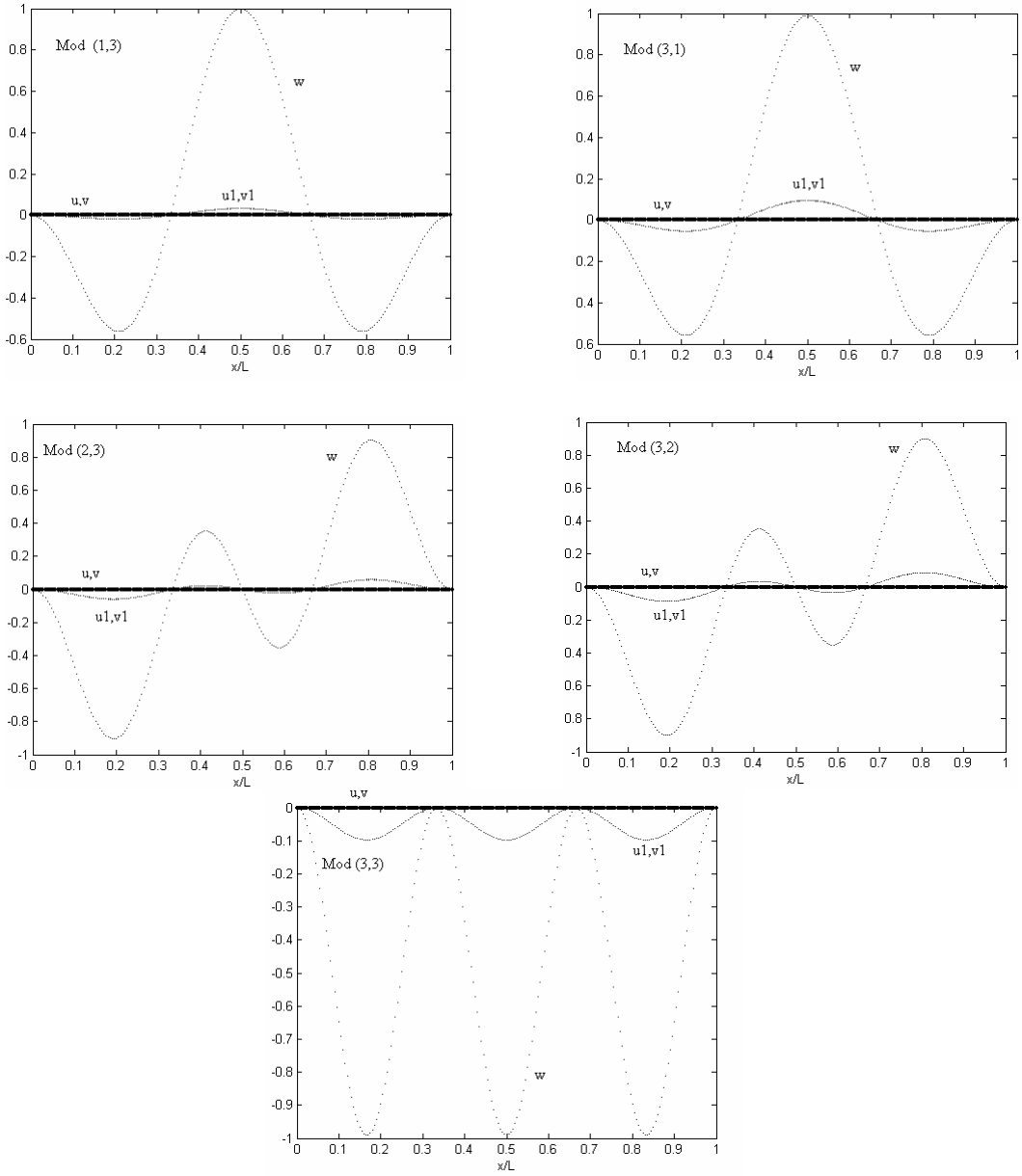
gözlenmiştir. Sonlu elemanlar modelinde eleman sayısı arttırılarak analitik sonuca yaklaşılabilir. Klasik plak teorisi kullanılarak elde edilen mod şekilleriyle birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kulanılarak elde edilen mod şekilleri incelendiğinde düzlem dışı yönde elde edilen şekil değiştirmelerde uyum gözlenmektedir. BMT ile elde edilen serbest titreşim frekansları KPT ile elde edilen frekanslara göre daha düşük bulunmuştur.

Çizelge 6.8 Mod değişim çizelgesi [$0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}$]

Mod	m	n	Frekans Parametresi (Navier)	Frekans Parametresi (ANSYS)
1	1	1	8.92	8.7987
2	1	2	21.754	22.0474
3	2	1	21.754	22.0474
4	2	2	35.598	35.0655
5	1	3	42.615	44.0789
6	3	1	42.615	44.0853
7	2	3	57.215	56.8352
8	3	2	57.215	56.8352
9	3	3	79.76	74.9306



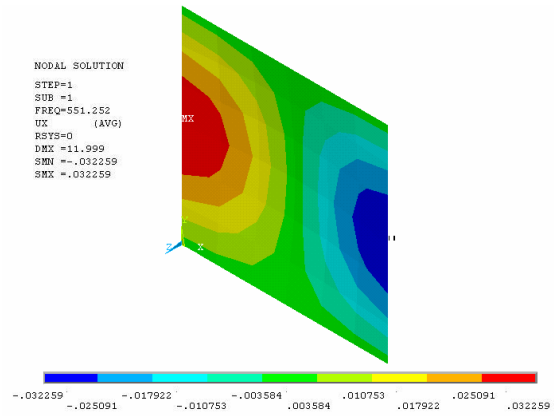
Şekil 6.16a Mod şekillerinin plak kenarı boyunca değişimleri (Mod 1-4)



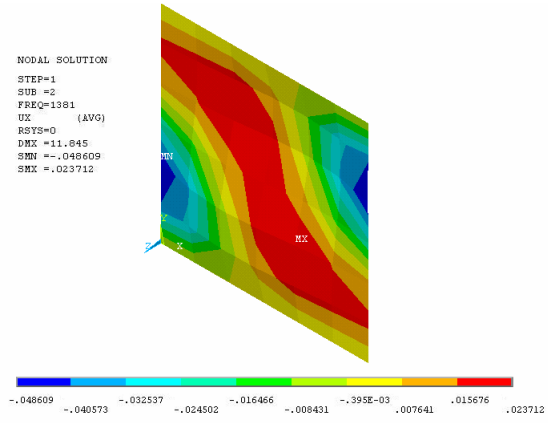
Şekil 6.16 b Mod şekillerinin plak kenarı boyunca değişimleri (Mod 5-9)

Şekil 6.17–6.19'da analitik olarak bulunmuş olan mod değişimlerinin sonlu elemanlar sonuçlarıyla karşılaştırılması amacıyla ANSYS paket programı yardımıyla bulunmuş olan sırasıyla düzlem içi yer değiştirmeler (u), (v) ve düzlem dışı yer değiştirmeleri (w) veren mod şekilleri gösterilmektedir. Şekil 6.19'da elde edilen düzlem dışı yöndeki mod şekilleri analitik sonuçlarla uyumlu bulunmuştur. Düzlem içi yöndeki şekil değiştirmeler düzlem dışı şekil değiştirmelere göre düşük çıkmıştır. Düzlem içi ve düzlem dışı şekil değiştirmeler incelendiğinde en yüksek şekil değiştirme düzlem dışı yer değiştirme olarak mod 6'da elde edilmiştir. Sonlu elemanlar sonuçları

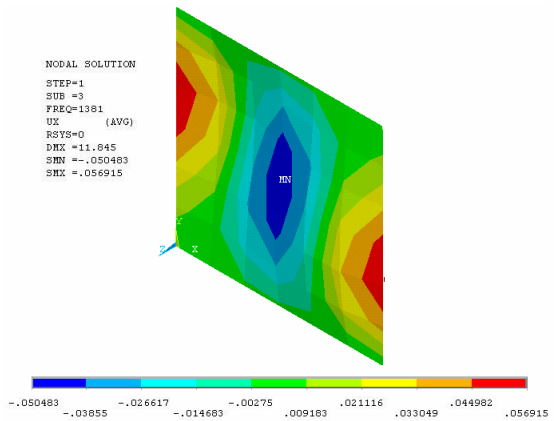
incelendiğinde bazı modlarda frekansların eşit çıktığı ve mod şekillerinde simetri gözlenmiştir.



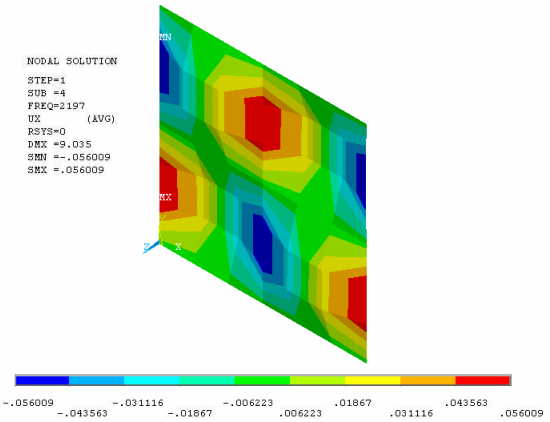
a) Mod (1,1)



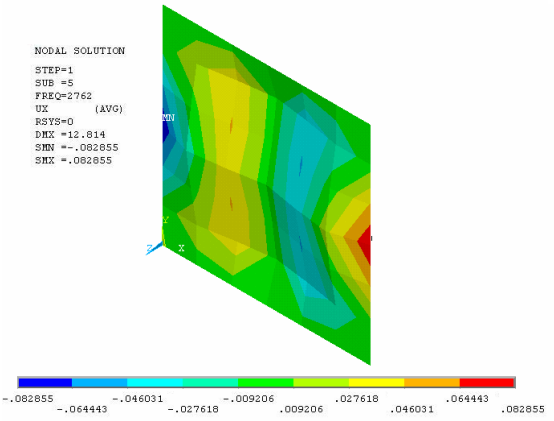
b) Mod (1,2)



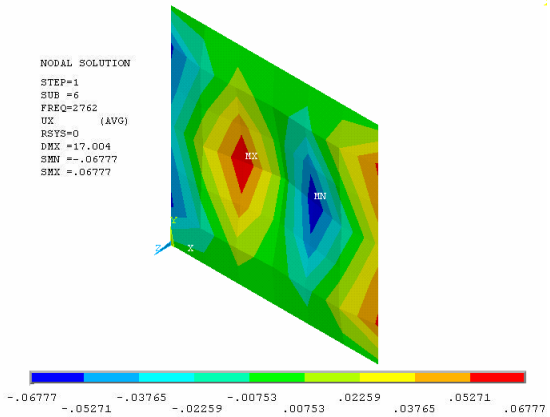
c) Mod (2,1)



d) Mod (2,2)

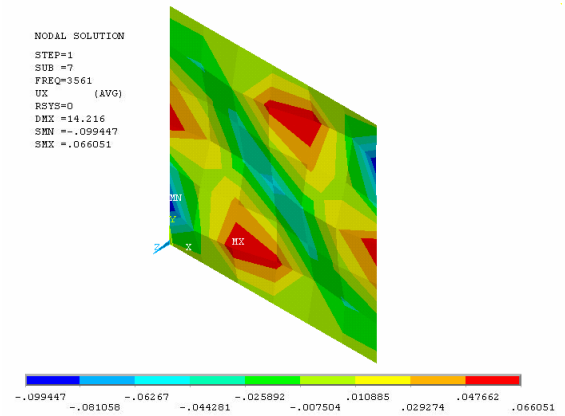


e) Mod (1,3)

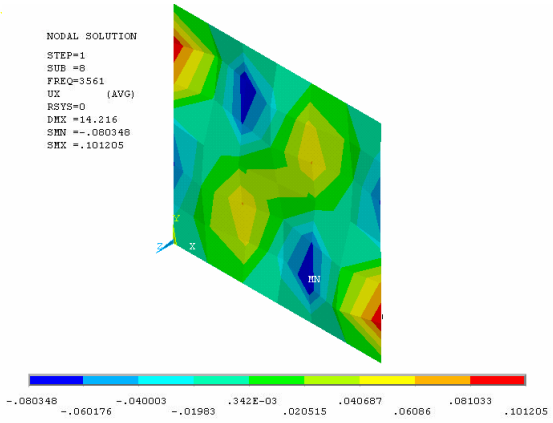


f) Mod (3,1)

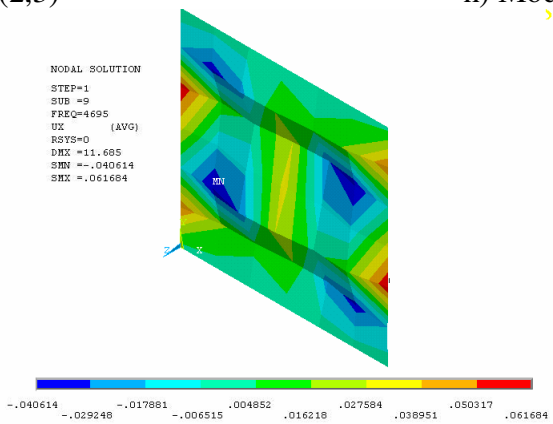
Şekil 6.17a Düzlem içi yer değiştirmeleri (u) veren mod şekilleri (Mod 1–6)



g) Mod (2,3)

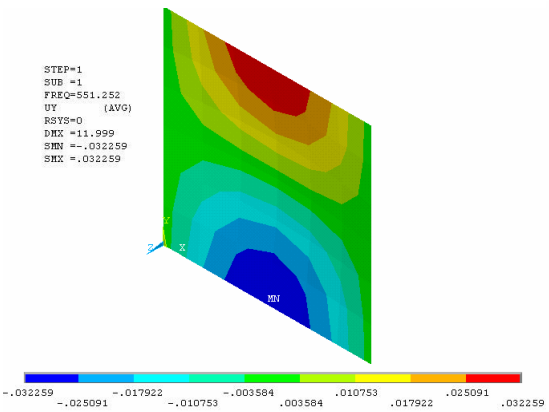


h) Mod (3,2)

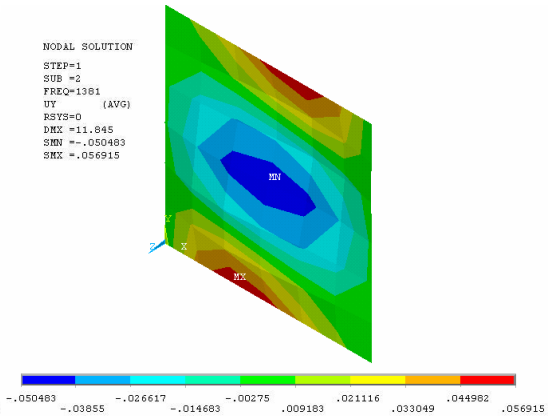


i) Mod (3,3)

Şekil 6.17b Düzlem içi yer değiştirmeleri (u) veren mod şekilleri (Mod 7-9)

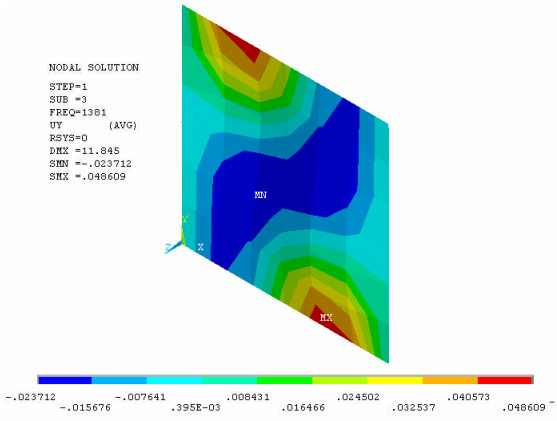


a) Mod (1,1)

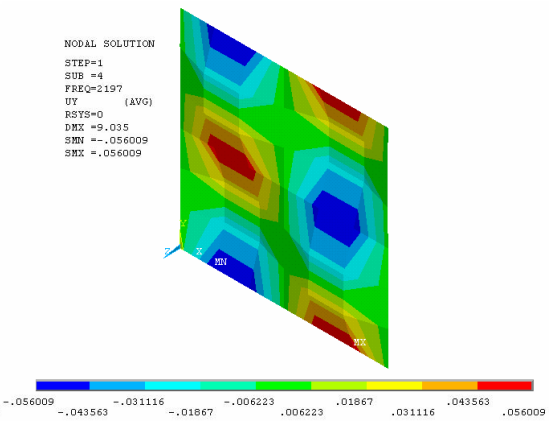


b) Mod (1,2)

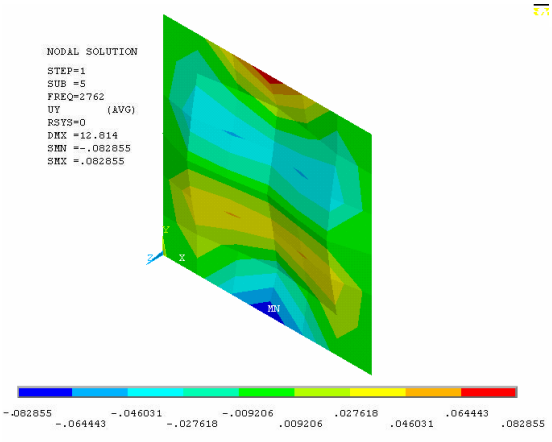
Şekil 6.18a Düzlem içi yer değiştirmeleri (v) veren mod şekilleri (Mod 1–2)



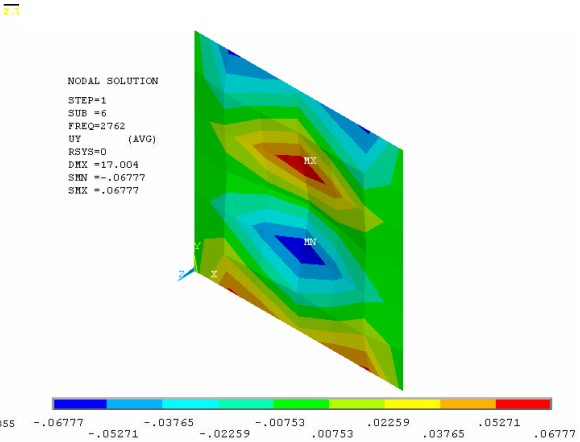
c) Mod (2,1)



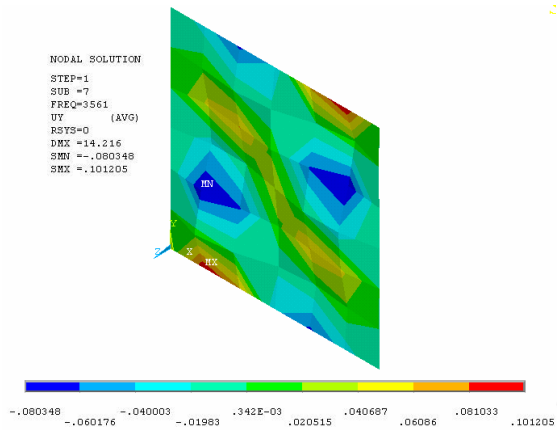
d) Mod (2,2)



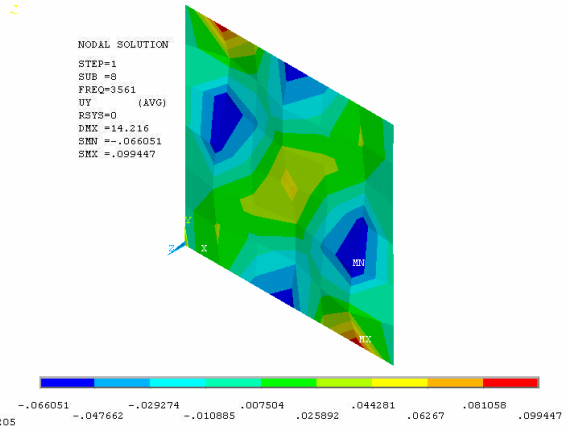
e) Mod (1,3)



f) Mod (3,1)

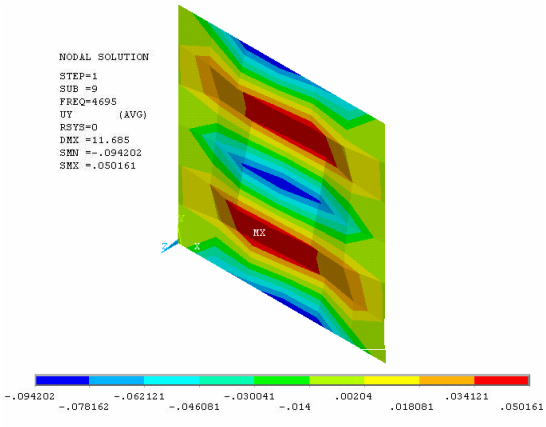


g) Mod (2,3)



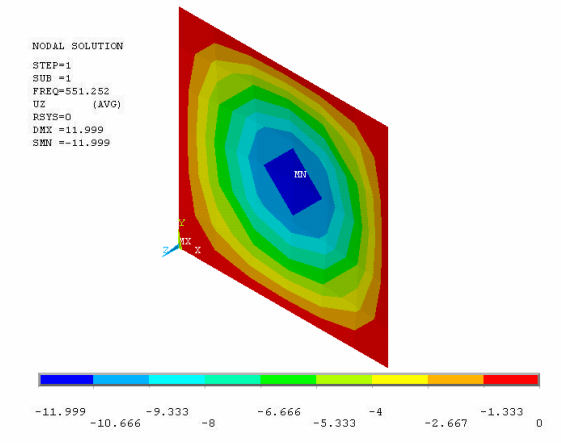
h) Mod (3,2)

Şekil 6.18b Düzlem içi yer değiştirmeleri (v) veren mod şekilleri (Mod 3-8)

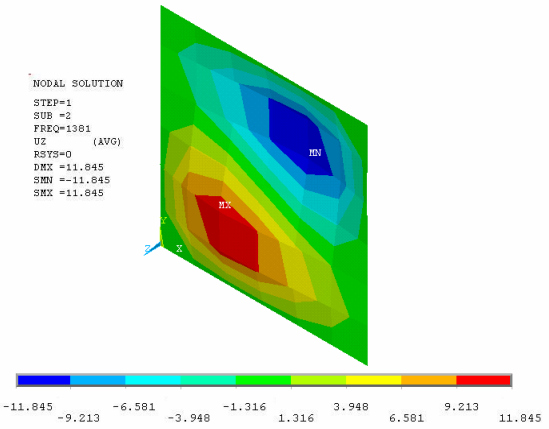


i) Mod (3,3)

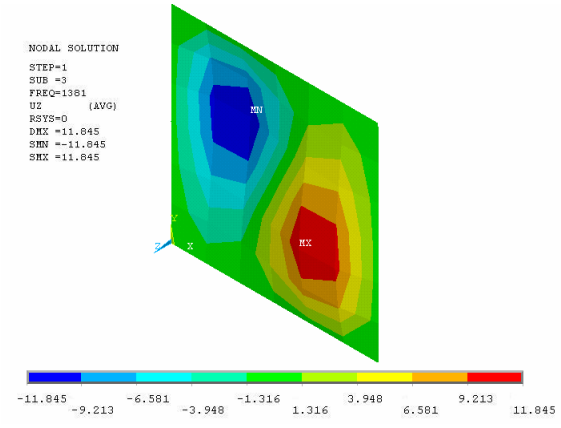
Şekil 6.18c Düzlem içi yer değiştirmeleri (v) veren mod şekilleri (Mod 9)



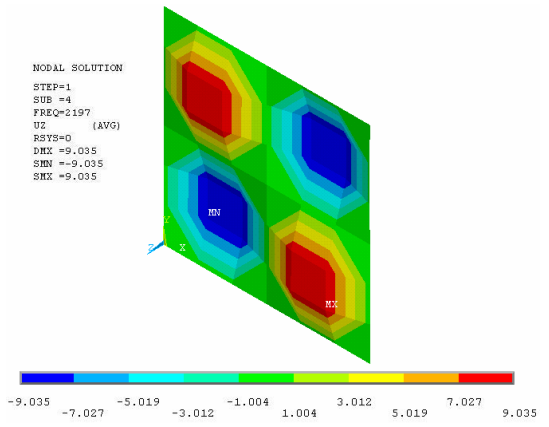
a) Mod (1,1)



b) Mod (1,2)

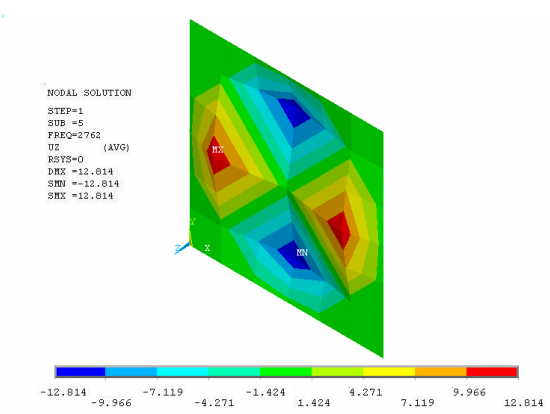


c) Mod (2,1)

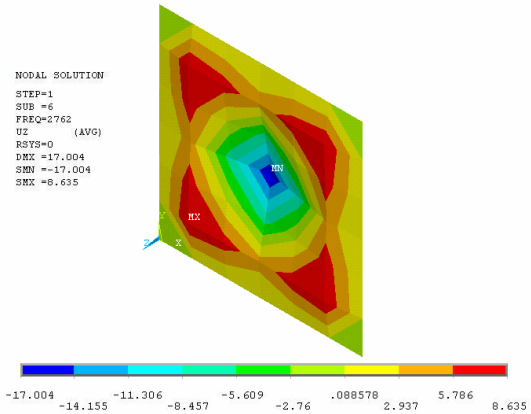


d) Mod (2,2)

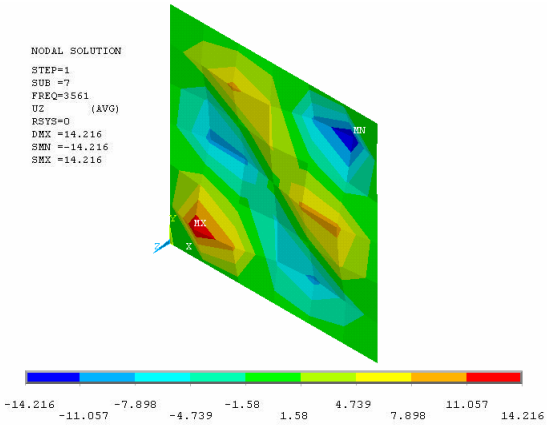
Şekil 6.19a Düzlem dışı yer değiştirmeleri (w) veren mod şekilleri (Mod 1–4)



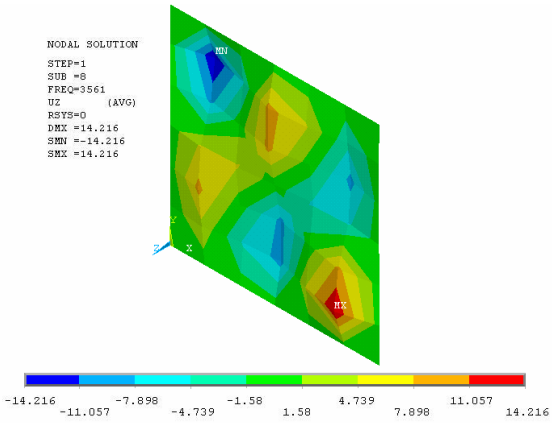
e) Mod (1,3)



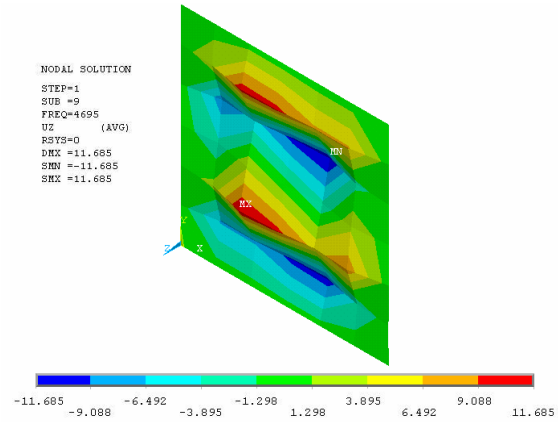
f) Mod (3,1)



g) Mod (2,3)



h) Mod (3,2)



i) Mod (3,3)

Şekil 6.19b Düzlem dışı yer değiştirmeleri (w) veren mod şekilleri (Mod 5-9)

BÖLÜM 7

SONUÇLAR

Bu çalışmada kısa elyaf (inklüzyon) takviyeli dik katmanlı kompozit kare plakların serbest titreşim analizi yapılmıştır. Kısa elyaf takviyeli kompozit malzemelerin elastik sabitleri Mori-Tanaka ortalama alan teorisi kullanılarak ve yönlenme etkileri dikkate alınarak özelde ortotropik dikeyde izotropik ve izotropik durumda farklı inklüzyon boyut oranları ve hacim oranları için bulunmuştur. Elastik sabitler cam elyaf takviyeli epoxy kompozitler (CTP) ve SiC takviyeli Al matrisli kompozitler (Al/SiC) için elde edilmiştir. Bulunan sonuçlar mikromekanik modellerden karışımlar kuralı, birim hücre modelleri ve Hashin Shtrikman sınırlarıyla karşılaştırılmıştır. Mori-Tanaka ortalama alan teorisinin geçerliliği ortaya konulmuştur.

Dik katmanlı plaklar için serbest titreşim durumundaki hareket denklemleri elde edilmiştir. Kompozit plak titreşimleri Klasik Plak Teorisi ve Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi kullanılarak incelenmişlerdir. Plak denklemleri oluşturulurken indirgenmiş elastik sabitlerle Mori-Tanaka yöntemiyle bulduğumuz elastik sabitler arasında bir ilişki tanımlanmıştır. Denklemler basit destekli durum için Navier ve Ritz yöntemiyle, farklı sınır şartları için Ritz yöntemiyle çözülmüştür. Simetrik dik katmanlı plaklar için katmanlar arası süreklilik koşulları sağlanmıştır. Analizler farklı kenar kalınlık oranları için bulunmuştur. Analiz sonuçları ANSYS sonlu elemanlar programıyla bulunan frekans sonuçlarıyla karşılaştırılmış basit destekli plaklarda a=40 boyut oranları için Ritz sonuçlarına yakın değerler elde edilmiştir. Mod şekilleri basit destekli durumda simetrik ve antisimetrik dik katmanlı plaklar için bulunmuş Ansys sonuçlarıyla uyum gözlenmiştir. Boyut oranı arttırıldıkça inklüzyon takviyeli kompozitlerin sürekli elyaf yaklaşımı yaptığı gözlenmektedir. Analiz sonuçları serbest titreşim frekanslarının inklüzyon hacim oranlarından, inklüzyon boyut oranlarından, plak kenar kalınlık oranlarından, ortotropi oranından, plak deformasyon teorilerinden, süreklilik koşullarından etkilendiklerini göstermektedirler. İnklüzyon hacim oranı ve plak kenar kalınlık oranı arttıça frekanslar yükselmektedir. İnklüzyon boyut oranı düştükçe elyaf takviyeli kompozitlerin titreşim frekansları azalmaktadır. Ortotropi oranı arttıkça boyut oranına bağlı olarak frekans parametresinin değişimi

geniş bir aralıkta gerçekleşmektedir. Süreklilik koşulları sağlanarak bulunan frenkans parametresi değerleri ile süreklilik sağlanmamış frekans parametresi değerleri arasındaki fark boyut oranı arttıkça artmaktadır. Kenar kalınlık oranı arttıkça sürekli ve süreksiz frekans parameterleri arasındaki fark azalmaktadır. Bu sonuçlar kısa elyaf takviyeli kompozit yapıların optimizasyonunda ve dizaynında dikkate alınmalıdır.

Bu çalışma elyaf yönlenme etkileri gözönüne alınarak, farklı mikromekanik modeller kullanılarak genişletilebilir. Plak teorileri kapsamında ortotropik özeliklerde farklı kayma deformasyon teorileri uygulanabilir. Kompozit üretiminde uygulanan gelişmelere parallel olarak istatiksel analiz kullanılarak farklı boyut oranlarında, farklı takviyeler içeren ve takviye uzunluk dağılımını içerecek şekilde elastik özellikler belirlenebilir.

KAYNAKLAR

Aydogdu M,. and Taşkın, V., 2007, "Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges", Materials and Design, 28, 1651-1656.

Aydogdu, M. and Tımarcı, T**.,** 2003, "Vibration analysis of cross-ply laminated square plates with general boundary conditions", Composite Science and Tech., 63, 1061-1070.

Aydogdu, M., 2005, "Vibration analysis of cross-ply laminated beams with general boundary conditions by Ritz Method",International Journal of Mech. Sci., 47, 1740-1755.

Baharlou, B.and Leissa, A.W., 1987, "Vibration and buckling of generally laminated composite plates with arbitrary edge conditions", International Journal of Solids and Structures, 29(8), 545–555.

Calister, W.D., 2007, "Materials science and engineering: an introduction 7th edition", Wiley .

Christensen, R.M.and Lo, K.H., 1979, "Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models", J. Mech. Phys. Solids, 27, 315–330.

Cox HL., 1952, "The elasticity and strength of paper and other fibrous materials ",Br J. Appl Phys.,3,72-79.

Christensen, RM, Malls, WF., 1972, "Effective stiffness of randomly oriented fiber composites", J Comp Mater.6, 518-532.

Chou, P.C. and Carleone, J., 1973, "Transverse shear in laminated plate theories", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 11, 1333–1336.

Chang, C.Y.,Chang, M.Y.,Huang, J.H., 2004, "Vibration analysis of rotating composite shafts containing randomly oriented reinforcements ",Comp.Struct.,63,21-32.

Clyne, T.W., 1989, "A simple devolopement of the shear-lag theory appropiate for composites with relatively small modulus mismatch", Mater.Sci.Engng.A122, 183-192.

Çalışıcı M., 2003, "Kompozit malzemenin elasto-plastik davranışının Mori Tanaka modeli kullanılarak tahmini", Mustafa Kemal Üniversitesi Fen bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.

Di Sciuva, M., 1986, " Bending, Vibration and buckling of simply supported thick multilayered orthotropic plates an evaluation of a new displacement model", Journal of Sound and Vibration, 105, 425–442.

Dickinson, S.M. and Blasio, A. Di, 1986, "On the use of orthogonal polynomials in the rayleigh-ritz method for the study of the flexural vibration and buckling of isotropic and orthotropic rectangular plates ", Journal of Sound and Vibration, 108 (1), 51–62.

Eruslu, S.Ö. and Aydoğdu M.,2008, "Vibration analysis of inclusion reinforced composite square plates under various boundary conditions", Journal of Reinforced Plastics and Composites. (baskıda)

Eshelby, JD., 1957, "The determination of the elastic field of an elipsoidal inclusion and related problems", Proceedings of Royal Soc.,A241,376-396.

Funaki, K., Takago, S., Fujii, K., Sasaki, T., Kitagawa, K., Hirose, Y., Ellingson, W.A., 2005, "Internal stress behavior of the short ceramic fiber reinforced aluminum alloy under tensile deformation", Scince and Technology of Advanced Materials, 6, 902-909.

Gibson, R. F., 1994, "Principles of Composite Materials Mechanics", McGraw-Hill International Editions.

Gusev, A.A., 2001, "Numerical identification of the potential of whisker and platlet filled polymers", Macromolecules, 34, 3081-3093.

Hashin, Z, Shtrikman, S.,1963, "A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials ",J. Mech.Phys.Solids, 11,127-140.

Halpin, JC,Jerine, K,Whitney, JM., 1971, " The laminate analogy for two and three-dimensional composite materials",J. Comp. Mater., 5, 36-49.

Huang, J.H., 2000, "Vibration response of laminated plates containing spheroidal inclusions" ,Comp.Struct.,50,269-277.

Hine, P.J., Lusti, H.R., Gusev A.A., 2002, "Numerical simulation of the effects of volume fraction, aspect ratio and fibre length distribution on the elastic and thermoelastic properties of short fibre composites", Comp.Science and Tech., 62, 1445-1453.

Huang, J.H., 2001, "Some closed-form solutions for effective module of composites containing randomly oriented short fibers", Materials Science and Engineering, A315,11-20.

Huang, J.H.,Shukla, K.K., 2005, "Post-buckling of cross-ply laminated rectangular plates containing short random fibers", Comp.Struct.,68,255-265.

Jones, R.M., 1973, " Buckling and vibration of unsymmetrically laminated cross-ply rectangular plates ", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 11(12), 1626–1632.

Jones, R.M., 1998, “Mechanics of composite materials 2th edition”, Taylor and Francis Inc.

Jensen, D.W., Crawley, E.F., 1984, “ Frequency determination techniques for cantilevered plates with bending- torsion coupling ”, American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 22(3),415–420.

Kiriş A.ve Esin İ., 2005, “Mikrogermeli malzemelerde homojenleştirme problemi”, XIV.Ulusal Mekanik Kongresi.

Kröner, E., 1958, “Berechnung der Elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls”, Z. Phys., 151, 504–518.

Kumlutaş, D.,Tavman İ.H.,2006 , “A numerical and experimental study on thermal conductivity of particle filled polymer composites”, Journal of Thermoplastic Comp. Mat.,19 ,441

Langhaar, H. L., 1962, “ Energy methods in applied mechanics”, John Wiley and Sons.

Lee, S., Liaw, P.K., Liu, C.T., Chou, Y.T., 1999, “Thermal stresses due to spheroidal inclusions”, Materials Chemistry and Physics, 61, 207-213.

Leissa, A.W. and Narita, Y., 1989, “ Vibration studies for simply supported symmetrically laminated rectangular plates ”, Composite Structures, 12, 113-132.

Liu P.F., Zheng J.Y., 2006, “A Monte Carlo finite element simulation of damage and failure in SiC/Ti-Al composites” ,Mat.Science and Eng., A 425,260-267

Mori T., Tanaka K., 1973, “Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions”, Acta Metallurgica, 21, 571-574.

Mura T., 1987, ”Micromechanics of defects in solids 2nd ed.”,Martinus Nijhoff Publishers.

Narita, Y., 1995, “ Buckling and postbuckling of composite plates”, (eds. G.J. Turvey and I.H. Marshall), Chapman and Hall London, 33–57.

Phan, N.D. and Reddy, J.N**.**, 1985, “ Analysis of laminated composite plates using a higher order shear deformation theory”, Internatinal Journal for Numerical Methods In Engineering, 21, 2201–2219.

Pettermann HE,Bohm HJ,Rammerstorfer FG., 1997, “Some direction dependent properties of matrix-inclusion type composites with given reinforcement orientation distributions” , Comp. Part B, 28, 253–265.

Reddy, J.N., 1984, “ A simple higher-order theory for laminated composite plates” Journal of Applied Mechanics, 51, 745–752.

Ronald F.Gibson,1994, “Principles of composite material mechanics”,McGraw-Hill.

Soldatos, K.P. and Tımarcı, T., 1993, “A unified formulation of laminated composite, shear deformable, five-degrees-of-freedom cylindirical shell theories”, Composite Structures, 25, 165–171.

Shukla K.K.,Chen J.M.,Huang J.H.,2004,“Nonlinear dynamic analysis of composite laminated plates containing spatially oriented short fibers”,Int.J.Solids and Struct.41,365-384.

Tandom G.P.,Weng G.J.,1984, “The effect of aspect ratio of inclusions on the elastic properties of undirectionally aligned composites”,Polymer Composites,5,327-333

Tımarcı, T. and Soldatos, K.P., 1995, “ Comparative dynamic studies for symmetric cross-ply circular cylindirical shells on the basis of a unified shear deformable shell theory”, Journal of Sound and Vibration, 187, 4, 609–624.

Ürkmez N., 2004, “AlMg3/SiCp Kompozitlerin üretimi ve mekanik özelliklerinin değişimi” Yıldız teknik Üniversitesi Fen bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi.

Walpole, L.J.,1966,"On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous systems ", J. Mech. Phys. Sol., 14, 289-301.

Weng GJ., 1990, “The theoretical connection between Mori Tanaka’s theory and the Hashin Shtrikman Walpole bounds”,Int.Journal of Eng.Sci.,28(11),1111-1120.

Whitney, J.M. and Leissa, A.W., 1969, “Analysis of heterogeneous anisotropic plates”, Journal of Applied Mechanics, 36, 261–266.

Whitney J.M. and Pagano N.J., 1970, “Shear deformation in heteregenous anisotropic plates”, Asme Journal of Applied Mechanics, 37, 1031-1036.

Whitney, J.M., 1987, “Structural analysis of laminated plates”, Lancaster, Pennsylvania: Technomic.

Zheng, Q.S., Du, D.X., 2001, “An explicit and universally applicable estimate for the effective properties of multiphase composites which accounts for inclusion distribution.”, J. Mech. Phys. Solids, 49, 2765–2788.

ÖZGEÇMİŞ

1977 yılında Malatyada doğdu. İlköğretimini Turgutlu Namık Kemal İlkokulu'nda, orta öğretimini Manisa Anadolu Teknik Lisesi'nde tamamladı. 1999 yılında Süleyman Demirel Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesinin Makine Mühendisliği bölümünden mezun oldu. 2001 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Konstrüksiyon-İmalat Anabilim Dalından yüksek lisans derecesini aldı. Halen Namık Kemal Üniversitesi Makine Mühendisliği Mühendislik Mimarlık Fakültesi Mekanik Anabilim dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.