



T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇEVRESEL OLARAK YARISI SABİT YÜZEY SICAKLIĞI İLE ISITILMIŞ KALIN CİDARLI BİR BORUDA GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİ

Ş. Ulaş ATMACA

DOKTORA TEZİ

Ocak-2013
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

DOKTORA TEZİ

ÇEVRESEL OLARAK YARISI SABİT YÜZEY SICAKLIĞI İLE ISITILMIŞ KALIN CİDARLI BİR BORUDA GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİ

Ş. Ulaş ATMACA

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof.Dr. Şefik BİLİR

2013, 149 Sayfa

Jüri
Prof. Dr. Şefik BİLİR
Prof. Dr. Saim KOÇAK
Prof. Dr. Mahmut Dursun MAT
Yrd.Doç.Dr. Ali ATEŞ
Yrd.Doç.Dr. Selçuk DARICI

Çevresel olarak yarısı ısıtılan kalın cidarlı borularda, laminer akış ısıl gelişme bölgesi geçici rejim birleşik ısı transferi problemi, üç boyutlu cidar eksenel iletimi ve eksenel akışkan iletimi göz önüne alınarak incelenmiştir. Problem, başlangıçta eş sıcaklıklı, sonsuz uzunlukta, iki bölgeli, üst akış bölgesi tamamen, alt akış bölgesinin ise çevresel olarak yarısı yalıtılmış bir boruda, alt akış bölgesinin diğer çevresel yarısında dış yüzey sıcaklığında meydana gelen ani sıcaklık artışı sınır şartı ile ele alınmıştır. Çözüm bir sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak yapılmış, akışkan tarafı diferansiyel denklemi bir kesin çözüm profili ile ayrıklaştırılmıştır. Problemi tanımlayan dört boyutsuz parametrenin, Peclet sayısı, cidar kalınlık oranı, cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı, ısı transferi karakteristikleri üzerine etkilerini görmek için parametrik bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, gerek cidar ve gerekse akışkan tarafında, akışa ters yöndeki eksenel iletimin yanı sıra, açısal iletim ile borunun ısıtılan çevresel bölümünden ısıtılmayan bölümüne büyük miktarda ısı transfer edildiğini göstermektedir. Akışkana transfer edilen toplam ısının önemi bir yüzdesi cidarın ısıtılmayan çevresel bölümünden gerçekleşmektedir. Sonuçların parametre değerlerinden büyük ölçüde etkilendiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Birleşik ısı transferi, Borularda laminer akış ısı transferi, Çevresel olarak yarısı ısıtılmış borular, Geçici rejimde ısı transferi, Sayısal çözüm.

ABSTRACT

Ph.D THESIS

TRANSIENT CONJUGATED HEAT TRANSFER IN A THICK WALLED PIPE CIRCUMFERENTIALLY HALF HEATED WITH CONSTANT SURFACE TEMPERATURE

Ş. Ulaş ATMACA

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELCUK UNIVERSITY
THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY IN MECHANICAL ENGINEERING

Advisor: Prof. Dr. Şefik BİLİR

2013, 149 Pages

Jury
Prof. Dr. Şefik BİLİR
Prof. Dr. Saim KOÇAK
Prof. Dr. Mahmut Dursun MAT
Assist. Prof. Ali ATEŞ
Assist. Prof. Selçuk DARICI

Transient conjugated heat transfer in circumferentially half heated thick walled pipes for thermally developing laminar flows is investigated, involving three dimensional wall conduction and fluid axial conduction. The problem is handled for an initially isothermal, two-regional infinite pipe, for which the upstream region is completely insulated and the downstream region is circumferentally half insulated by considering an instant increase in the outer wall temperature of the other circumferential part in the downstream region. Solution is made numerically by a finite-difference method and the fluid side differential equation is discretized by an exact profile. A parametric study is done to anayze the effects of four defining parameters, namely the Peclet number, wall-to-fluid thermal conductivity ratio, wall-to-fluid thermal diffusivity ratio and the wall thickness ratio, on heat transfer characteristics. The results show that, both in the wall and in the fluid sides, besides backward heat transfer due to axial conduction, becuse of angular conduction a large amount of heat is transferred from the circumferentially heated to the unheated part of the pipe. An important percentage of the total heat transfer to the fluid is realized from the unheated circumferential part of the pipe. The results are seen to be much affected by the parameter values.

Keywords: Circumferential half heated pipes, Conjugate heat transfer, Laminar flow heat transfer in pipes, Numerical solution, Transient heat transfer.

TEŞEKKÜR

Öğrenimim süresince desteğini esirgemeyen danışmanım Prof.Dr. Şefik BİLİR'e ve katkılarından dolayı Yrd.Doç.Dr. Ali ATEŞ'e sonsuz teşekkür ederim.

Ş.Ulaş ATMACA
KONYA–2013

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **v**

TEŞEKKÜR ..... **vi**

İÇİNDEKİLER ..... **vii**

SİMGELER VE KISALTMALAR ..... **viii**

1. GİRİŞ **1**

1.1 Birleşik Isı Transferi 1

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI **2**

2.1 Problemin Tanımı 4

3. TEORİK ESASLAR **5**

3.1 Temel Denklemler 5
3.1.1 Momentum denklemleri 5
3.1.2 Enerji denklemi 6
3.2. Başlangıç ve Sınır Şartları 7
3.2.1 Cidar tarafı 7
3.2.2 Akışkan tarafı 7
3.3 Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması 10
3.3.1 Boyutsuz parametreler 10
3.3.2 Boyutsuz enerji denklemleri 11
3.3.3 Boyutsuz başlangıç ve sınır şartları 16

4.SAYISAL ÇÖZÜMLEME **23**

4.1 Ağ Sistemi ve Düğüm Noktası Sayısı 23
4.2. Ayrıklaştırma 25
4.2.1. Cidar tarafı enerji denkleminin ayrıklaştırılması 25
4.2.2 Akışkan tarafı enerji denkleminin ayrıklaştırılması 28
4.2.3. Başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması 35
4.4. Çözüm 63

5. AĞDAN BAĞIMSIZLIK (GCI) ANALİZİ **66**

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA **71**

7. SONUÇ **130**

KAYNAKLAR **132**

EKLER **136**
ÖZGEÇMİŞ **139**

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simge		Açıklama
A	:	alan
a	:	ayrıklaştırılmış denklemlerde katsayı
b	:	ayrıklaştırılmış denklemlerde kaynak terimi
c_p	:	sabit basınçta özgül ısı
d	:	cidar kalınlığı
D_1, D_2	:	integral sabitleri (Denklem 4.17, 4.18)
f	:	kütlesel kuvvet, ağırlık faktörü, sonuç değeri (Denklem 5.4)
Fo	:	Fourier sayısı
Gz	:	Graetz sayısı
h	:	ısı taşınım katsayısı, düğümler arası mesafe (Denklem 5.1)
J	:	ısı akısı (Denklem 4.10)
k	:	ısı iletkenlik katsayısı
K	:	$Pe^2 (1-r'^2)$ (Denklem 4.14)
L	:	uzunluk
m	:	integral sabiti (Denklem 4.16)
Nu	:	Nusselt sayısı
p	:	basınç, yakınsamanın seviyesi (Denklem 5.3)
Pe	:	Peclet sayısı
Pr	:	Prandtl sayısı
q	:	ısı akısı
Q	:	toplam ısı transferi
r	:	yarıçap, radyal koordinat, düğüm noktaları arası mesafenin oranı (Denklem 5.1)
Re	:	Reynolds sayısı
t	:	zaman
T	:	sıcaklık
T_o	:	başlangıç sıcaklığı
T_1	:	ısıtılan bölge yüzey sıcaklığı
u	:	eksenel hız
v	:	radyal hız
w	:	açısal hız
x:	:	eksenel koordinat
α	:	ısıl yayılım katsayısı
δr	:	radyal konum farkı
δx	:	eksenel konum farkı
$\delta\theta$	:	açısal konum farkı
Δr	:	radyal basamak uzunluğu
Δx	:	eksenel basamak uzunluğu
$\Delta\theta$	:	açısal basamak uzunluğu
Δt	:	zaman aralığı
ε	:	değer farkı (Denklem 5.2)
$\in$	:	değer oranı (Denklem 5.6)
Φ	:	viskoz sönüm faktörü
ρ	:	yoğunluk
θ	:	açısal koordinat

ν	:	kinematik viskozite
μ	:	dinamik viskozite

Alt İndisler

alt	:	borunun çevresel olarak yalıtılmış açısal konumları
b	:	yığık
E,W,N,S,T,B,P	:	E,W,N,S,T,B,P düğüm noktasında
e,w,n,s,t,b:		e,w,n,s,t,b,p kontrol hacim yüzeylerinde
f	:	akışkan
fd	:	tam gelişmiş akış
i	:	iç yüzey
i	:	i inci düğüm noktasında
i+1	:	i+1 inci düğüm noktasında
küm	:	kümülatif
L	:	L mesafesinde
m	:	ortalama
nb	:	komşu
o	:	dış yüzey
orta	:	orta yoğunlukta ağ
r	:	radyal
seyrek	:	seyrek ağ
top	:	toplam
üst	:	borunun çevresel olarak ısıtılan açısal konumlar
w	:	cidar
wo	:	cidar dış yüzeyi
wf	:	cidar akışkan oranı
wi	:	cidar akışkan ara yüzeyi
x	:	eksenel
yogun	:	yoğun ağ
θ	:	açısal

Üst İndisler

'	:	boyutsuz
0	:	önceki zaman adımında
1	:	şimdiki zaman adımında

1. GİRİŞ

1.1 Birleşik Isı Transferi

Boru içi akışlarda birleşik ısı transferi, cidardaki iletimi ve akışkan bölgedeki taşınımı birlikte ele alan problemdir. Çok ince cidarlı borularda cidar-akışkan ara yüzeyindeki sınır şartının cidar dış yüzeyindeki ile aynı olduğu kabul edilebilir. Bu kabul kalın cidarlı veya cidar malzemesinin ısı iletkenlik katsayısının küçük olduğu borular için gerçekçi değildir ve birleşik ısı transferi analizi yapılması gerekir. Birleşik ısı transferi ses üstü-ses altı akışlar, yanma teorisi, nükleer reaktörler, güneş enerjisi ile çalışan sistemler, ısı değiştiricileri, elektronik parçaların soğutulması ve kompakt ısı değiştiricileri gibi birçok alanda karşılaşılan bir problemdir (Busedra ve Soliman 1999). Birleşik ısı transferi problemleri ile ilgili çalışmalar 1960'ların sonunda başlamış ve farklı yöntemler kullanılarak ele alınmıştır (Dorfman, 2010). Bu çalışmada borularda laminer akış geçici rejim birleşik ısı transferi problemi, çevresel olarak yarısı yalıtılmış, diğer yarısından sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı ile ısıtılan bir boru için incelenmiştir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Boru ve kanallarda, laminer akış geçici rejim ısı transferi problemi farklı sınır şartları için birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. İnce cidarlı kabul edilen problemlerde enerji denklemi sadece akışkan bölgesi için çözülür. Birleşik olarak adlandırılan problemlerde ise enerji denklemleri hem cidar hem de akışkan bölgesi için çözülür. Literatürde dairesel olmayan kanal kesitleri için de çözümler bulmak olanaklıdır. Akışın hem hidrodinamik olarak hem de ısıl olarak geliştiği problemlere eş zamanlı gelişen ısı transferi problemi adı verilir. Problemin yapısına göre akış laminer ya da türbülanslı olabilir.

Laminer akışta zorlanmış taşınım ile ilgili geniş bir kaynak araştırması Shah ve London (1978) tarafından yapılmıştır. Bu monografik kitapta farklı kesitli borularda laminer akışlı zorlanmış taşınım problemleri ve bunların çözümleri verilmiştir.

Benzer olarak birleşik ısı transferi problemleri ile ilgili geniş bir kaynak araştırması Dorfman (2010) tarafından sunulmuştur. Dorfman kitabında çeşitli birleşik ısı transferi problemlerini çözümleri ile beraber vermiştir. Her ne kadar dairesel kesitli laminer akışlı birleşik ısı transferi problemleri birçok araştırmacı tarafından ele alınsa da, çevresel olarak düzgün olmayan ısıtma problemlerine literatürde pek rastlanılamamıştır.

Literatürdeki çalışmalar daha çok cidarda üniform sıcaklık ya da ısı akısı uygulaması biçimindedir. Özellikle akışkan ve cidar eksenel iletimlerini göz önüne alan birleşik problemler az sayıda araştırmacı tarafından incelenmiştir. Bu konuda detaylı bir kaynak araştırması da Bilir (1992)'de sunulmuştur.

Geçmişte yapılan çalışmalardan bu çalışmaya en çok benzerlik göstereninin Ouzzane ve Galanis (1999)'un olduğu görülmüştür. Çalışmada araştırmacılar problemi karışık (zorlanmış+doğal) taşınım problemi olarak ele almışlardır. Sabit ısı akısı uygulanan bir borunun üst yarısından, yalıtılmış olan alt tarafa açısal iletimden dolayı önemli oranda ısı geçişi olduğu belirlenmiştir. Farklı cidar malzemeleri için cidarın dış yarı yüzeyinden uygulanan ısının hangi oranda borunun alt kısmından akışkana geçtiği belirlenmiştir.

Problem geometrisi açısından Choi ve Choi (1992, 1994)'nin çalışmaları da bu çalışmaya benzerlik göstermektedir. Fakat bu iki çalışmada da karışık taşınım problemi ele alınmıştır.

Geçmişte yapılan çalışmalarda cidar ve akışkan eksenel iletimlerini göz önüne alan, hidrodinamik olarak gelişmiş fakat ısıl olarak gelişmekte olan boru akışlarının sayısal çözümleri de bulunmaktadır. Bilir (1995,2002) tarafından yapılan çalışmalarda üst akış bölgesi başlangıç sıcaklığında tutulurken alt akış bölgesinde cidar dış yüzeyinin aniden başka bir T_1 sıcaklığına yükselmesi durumu ele alınmıştır. Bilir ve Ateş (2003)' te yaptıkları çalışmada, yine üst akış bölgesi sabit bir sıcaklıkta tutulurken alt akış bölgesinde cidar dış yüzeyinde taşınım sınır şartı ile problemi çözmüşlerdir. Benzer olarak Ateş ve ark. (2010) üst akış bölgesinde cidar dış yüzeyi yalıtılmış, alt akış bölgesinde ise sabit ısı akısı uygulaması durumunda problemi ele almışlardır. Bu çalışmalarda ısı transferi karakteristikleri sayısal olarak belirlenmiştir.

Boru cidarından çevresel olarak düzgün olmayan ısıtma problemleri ile ilgili ilk çalışma Siegel ve ark. (1958), tarafından yapılmıştır. Sikka ve Iqbal (1970) problemi dairesel bir borunun dış yüzeyinin bir tarafına ısı ışınımı sınır şartı uygulayarak ele almışlardır. Dairesel kesitli boruların çevresinden değişken ısıtma problemi, Reynolds (1960), Bhattacharyya ve Roy (1970), Rapier (1972), Faghri ve Welty (1978) ve Chou (1989) gibi çalışmalarda görülmektedir. Reynolds (1960) ve Faghri ve Welty (1978), çalışmalarında değişken ısı akısı sınır şartını ele almışlar; diğer araştırmacılar ise değişken yüzey sıcaklığı sınır şartı ile problemlerini çözmüşlerdir. Faghri ve Welty (1978) analitik olarak çözdükleri problemde akışkan eksenel iletimini de göz önüne almışlardır.

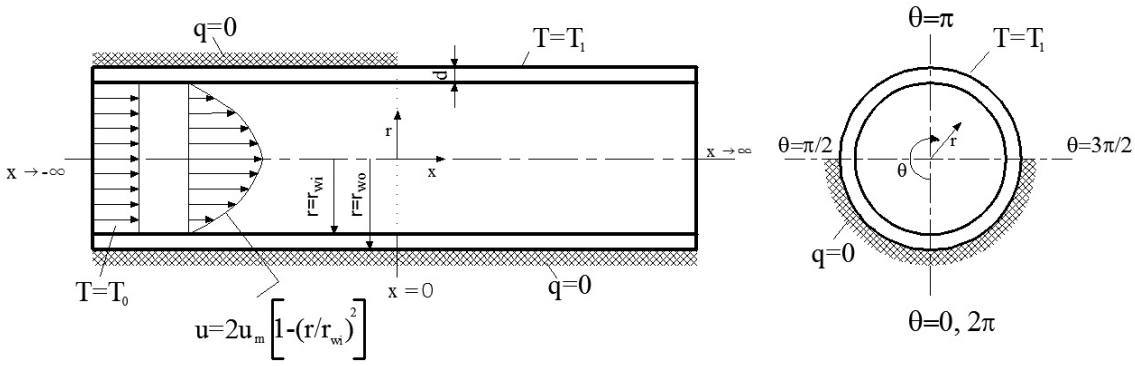
Dairesel kesitli olmayan kanallarda Law ve ark. (1987), Manglik ve Bergles (1988), Lei ve Trupp (1991), Özsunar ve ark. (2002), Zhang ve Dutta (1998), Sturgis ve Mudavar (1999), Busedra ve Soliman (1999), Morini (2000), Male ve ark. (2004) ve Dalal ve Das (2005) gibi çalışmalar görülmektedir.

Düşey silindirik borularda da çevresel olarak düzgün olmayan ısıtma şartları ile ilgili çalışmalar bulunmaktadır. Ivancic ve ark (1999), Chung ve ark. (2000), Pulicani ve ark. (1992), Boyd (1994), Hernandez ve Zamora (2005) gibi çalışmalar bunlara örnek olarak gösterilebilir.

Çevresel değişken yüzey sıcaklığı uygulanan kalın cidarlı borularda gelişmiş laminer akışta, geçici rejim birleşik ısı transferi problemi ile ilgili çalışmaya literatürde rastlanılmamıştır. Fakat bu çalışma Ateş ve ark. (2010) ile Bilir (2002)'nin geometrilerinin birleşimi gibidir. Alt akış bölgesinde cidar dış yüzeyinin sadece üst yarısından sabit sıcaklık uygulandığı, alt yarısının yalıtıldığı kabul edilmiştir.

2.1 Problemin Tanımı

Çalışmada, kalın cidarlı, iki bölgeli bir boruda, laminer akış ısıl gelişme bölgesi, geçici rejim birleşik ısı transferi problemi incelenmiştir. Cidarda üç boyutlu, radyal, eksenel ve çevresel iletim ile düşük Peclet sayılı akışlar için akışkan eksenel iletimi dikkate alınmıştır. Problemin şematik diyagramı ve koordinat sistemi Şekil 1.1'de verilmiştir.



Şekil 1.1 Problemin şematik resmi ve koordinat sistemi

Akış iki bölgelidir ve boru her iki yönde sonsuz uzunluktadır. Üst akış bölgesinin uzağında (x=-∞) akışkan üniform bir T_o sıcaklığı ile boruya girmektedir ki bu tüm sistemin başlangıç sıcaklığıdır. Üst akış bölgesinde boru cidarı tümüyle, alt akış bölgesinde ise çevresel olarak yarısı yalıtılmıştır. Borunun yalıtılmayan kısmında cidar dış yüzeyi $t=0$'da aniden, sabit bir T_1 sıcaklığına yükseltilerek ısıtılmaktadır. Akış hidrodinamik olarak gelişmiştir. Akışkanın ve cidarın tüm fiziksel özellikleri sabittir ve viskoz sönüm ihmal edilmiştir.

3. TEORİK ESASLAR

3.1 Temel Denklemler

3.1.1 Momentum denklemleri

Boru içi akışta, silindirik koordinat sisteminde *r*, *θ* ve *x* yönlerindeki hız bileşenleri sırasıyla *v*, *w* ve *u* olarak tanımlanırsa; sıkıştırılamaz ve sabit viskoziteli bir akışkan için hareket denklemleri şu şekilde ifade edilir.

r- yönünde

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \theta}-\frac{w^2}{r}+u\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial x}=f_r-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial r} +\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{v})\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial x^2}\right] \tag{3.1}$$

θ - yönünde

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\mathrm{v}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{\mathrm{v}\cdot w}{r}+u\frac{\partial w}{\partial x}=f_\theta-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial \theta} +\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rw)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right] \tag{3.2}$$

x - yönünde

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\mathrm{v}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}+\frac{\mathrm{v}\cdot w}{r}+u\frac{\partial u}{\partial x}=f_x-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial x} +\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right] \tag{3.3}$$

Sürekli, hidrodinamik olarak gelişmiş, eksenel simetrik ve kütlesel kuvvetlerin olmadığı bir akışta (3.1) ve (3.2) denklemleri düşer; eksenel yöndeki hız profili ise şu şekilde elde edilir.

$$u=2\cdot u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right] \tag{3.4}$$

(3.4) ifadesi borularda hidrodinamik olarak gelişmiş akışlarda Hagen-Poiuselle hız profili olarak adlandırılır.

3.1.2 Enerji denklemi

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}+v\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+u\frac{\partial T}{\partial x}\right)=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right]+\Phi \tag{3.5}$$

Bu denklemdeki son terim viskoz sönüm terimidir ve şu şekilde ifade edilir (Kakaç 1995).

$$\begin{aligned}\Phi = 2\mu&\left\{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{1}{r}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta}+v\right)\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\right\}\\ &+\mu\left\{\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r}\right)\right)^2\right\}\end{aligned} \tag{3.6}$$

Laminer, hidrodinamik olarak gelişmiş akışta, viskoz sönüm ihmal edilerek enerji denklemi şu hale gelir.

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}\right)=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] \tag{3.7}$$

Birleşik problemlerde enerji denklemi hem cidar hem de akışkan tarafı için ayrı ayrı ifade edilir ve birlikte çözülür.

Cidar tarafı enerji denklemi

$$\rho_w c_{pw}\frac{\partial T_w}{\partial t}=k_w\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_w}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_w}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2}\right] \tag{3.8}$$

Akışkan tarafı enerji denklemi

$$\rho_f c_{pf}\left(\frac{\partial T_f}{\partial t}+u\frac{\partial T_f}{\partial x}\right)=k_f\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_f}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2}\right] \tag{3.9}$$

Hagen-Poiuselle hız profili (3.4) bu denkleme taşınırsa,

$$\rho_f c_{pf}\left(\frac{\partial T_f}{\partial t}+2u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right]\frac{\partial T_f}{\partial x}\right)=k_f\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_f}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2}\right] \tag{3.10}$$

elde edilir.

3.2. Başlangıç ve Sınır Şartları

3.2.1 Cidar tarafı

1. Zamanın başlangıcında (*t=0*)

$$T_w = T_o \tag{3.11.a}$$

2. Üst akış bölgesinin uzağında (*x*=-∞)

$$T_w = T_o \tag{3.11.b}$$

3. Alt akış bölgesinin uzağında (*x*=∞)

$$\frac{\partial T_w}{\partial x} = 0 \tag{3.11.c}$$

4. Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$)

$$T_f = T_w \quad \text{ve} \quad k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \tag{3.11.d,e}$$

5. Dış Yüzeyde ($r=r_{wi}+d$)

- $$\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{3\pi}{2} \quad 'de \quad T_w = T_1 \tag{3.11.f}$$
- $$\frac{3\pi}{2} \le \theta < \frac{\pi}{2} \quad 'de \quad \frac{\partial T_w}{\partial r} = 0 \tag{3.11.g}$$

6. Simetri düzleminde $(\theta = 0, \pi)$

$$\frac{\partial T_w}{\partial \theta} = 0 \tag{3.11.h}$$

3.2.2 Akışkan tarafı

1. Zamanın başlangıcında (*t=0*)

$$T_f = T_o \tag{3.12.a}$$

2. Üst akış bölgesinin uzağında (*x*=-∞)

$$T_f = T_o \tag{3.12.b}$$

3. Alt akış bölgesinin uzağında ($x=\infty$)

$$\frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \tag{3.12.c}$$

4. Simetri düzleminde $(\theta = 0, \pi)$

$$\frac{\partial T_f}{\partial \theta} = 0 \tag{3.12.d}$$

5. Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$)

$$T_f = T_w \qquad \text{ve} \qquad k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \tag{3.12.e,f}$$

6. Yatay düzlemde ($\theta = \pi/2 , 3\pi/2$) ve eksende ($r=0$)

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \tag{3.12.g}$$

Enerji denklemleri başlangıç ve sınır şartları ile çözülerek hem cidar hem de akışkan bölgesi için sıcaklık dağılımı belirlenir. Akışkan yığık sıcaklığı, T_b, ara yüzey ısı akısı, q_{wi} ve ara yüzeydeki Nusselt sayısı, Nu_i, aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$T_b = \frac{\int_A u T_f dA}{\int_A u dA}$$

$$T_b = \frac{1}{A\, u_m} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{wi}} u T_f r dr d\theta \tag{3.13}$$

$A = \pi r_{wi}^2$ ve denklem (3.4) ile

$$T_b = \frac{1}{\pi r_{wi}^2 u_m} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{wi}} 2u_m \left[1 - \left(\frac{r}{r_{wi}} \right)^2 \right] T_f r dr d\theta$$

$$T_b = \frac{2}{\pi r_{wi}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{wi}} r \left[1 - \left(\frac{r}{r_{wi}} \right)^2 \right] T_f dr d\theta \tag{3.14}$$

$$q_{wi} = -k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}} \tag{3.15}$$

$q_{wi} = h_i (T_{wi} - T_b)$ ve $Nu_i = \dfrac{2 r_{wi} h_i}{k_f}$ ile

$$Nu_i = \frac{-2 r_{wi} \left(\dfrac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}}{(T_{wi} - T_b)} \tag{3.16}$$

Tüm ısıl gelişme bölgesinde, ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısı ve geçici rejimin herhangi bir t anına kadar transfer edilen kümülatif toplam ısı şu şekilde bulunabilir;

$$Q_{top} = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} r_{wi} q_{wi} \, dx d\theta \tag{3.17}$$

$$Q_{top,küm} = \int_0^t \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} r_{wi} q_{wi} \, dx d\theta dt \tag{3.18}$$

3.3 Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması

3.3.1 Boyutsuz parametreler

Problemin boyutsuz parametreleri şu şekilde tanımlanmıştır.

Boyutsuz sıcaklık,

$$T' = \frac{T - T_o}{T_1 - T_o} \tag{3.19}$$

Boyutsuz ara yüzey ısı akısı

$$q'_{wi} = \frac{q_{wi}}{k_f \dfrac{T_1 - T_o}{r_{wi}}} \tag{3.20}$$

Boyutsuz eksenel koordinat,

$$x' = \frac{x}{r_{wi} Pe} = \frac{2}{Gz} \tag{3.21}$$

Boyutsuz radyal koordinat,

$$r' = \frac{r}{r_{wi}} \tag{3.22}$$

Açısal koordinat

$$\theta' = \theta \tag{3.23}$$

Boyutsuz cidar kalınlığı,

$$d' = \frac{d}{r_{wi}} \tag{3.24}$$

Cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı,

$$k_{wf} = \frac{k_w}{k_f} \tag{3.25}$$

Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı,

$$\alpha_{wf} = \frac{\alpha_w}{\alpha_f} \tag{3.26}$$

Boyutsuz zaman,

$$t' = \frac{t\alpha_f}{r_{wi}^2} = Fo \tag{3.27}$$

Peclet sayısı,

$$Pe = \mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr} = \frac{2r_{wi}u_m\rho_f c_{pf}}{k_f} \tag{3.28}$$

3.3.2 Boyutsuz enerji denklemleri

Tanımlanan boyutsuz parametreler ile (3.8) ve (3.10) denklemleri yeniden düzenlenerek boyutsuz enerji denklemleri elde edilir.

3.3.2.1 Cidar tarafı enerji denklemi

(3.8) denkleminde,

$$\frac{\partial T_w'}{\partial t'} = \frac{\partial\left(\frac{T_w - T_o}{T_1 - T_o}\right)}{\partial\left(\frac{t\alpha_f}{r_{wi}^2}\right)} = \frac{r_{wi}^2}{\alpha_f\left(T_1 - T_o\right)}\frac{\partial T_w}{\partial t} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{\alpha_f\left(T_1 - T_o\right)}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_w'}{\partial t'} \tag{3.29}$$

$$\frac{\partial T_w'}{\partial r'} = \frac{\partial\left(\frac{T_w - T_o}{T_1 - T_o}\right)}{\partial\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)} = \frac{r_{wi}}{T_1 - T_o}\frac{\partial T_w}{\partial r} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial r} = \frac{T_1 - T_o}{r_{wi}}\frac{\partial T_w'}{\partial r'} \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial T_w'}{\partial x'} = \frac{\partial\left(\frac{T_w - T_o}{T_1 - T_o}\right)}{\partial\left(\frac{x}{r_{wi}Pe}\right)} = \frac{r_{wi}Pe}{T_1 - T_o}\frac{\partial T_w}{\partial x} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{T_1 - T_o}{r_{wi}Pe}\frac{\partial T_w'}{\partial x'} \tag{3.31}$$

$$\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2} = \frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial T_w'}{\partial x'}\right) = \frac{\partial}{\partial\left(\frac{x}{r_{wi}Pe}\right)}\left[\frac{r_{wi}Pe}{T_1 - T_o}\frac{\partial T_w}{\partial x}\right] = \frac{r_{wi}^2 Pe^2}{T_1 - T_o}\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} = \frac{T_1 - T_o}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2} \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial T_w'}{\partial \theta'} = \frac{\partial\left(\frac{T_w - T_o}{T_1 - T_o}\right)}{\partial\theta} = \frac{1}{T_1 - T_o}\frac{\partial T_w}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial^2 T_w'}{\partial \theta'^2} = \frac{\partial}{\partial \theta'}\left(\frac{\partial T_w'}{\partial \theta'}\right) = \frac{\partial}{\partial \theta}\left[\frac{1}{T_1 - T_o}\frac{\partial T_w}{\partial \theta}\right] = \frac{1}{T_1 - T_o}\frac{\partial^2 T_w}{\partial \theta^2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 T_w}{\partial \theta^2} = \left(T_1 - T_o\right)\left(\frac{\partial^2 T_w'}{\partial \theta'^2}\right) \tag{3.33}$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} = \frac{\partial}{\partial\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)} = r_{wi}\frac{\partial}{\partial r} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial r}=\frac{1}{r_{wi}}\frac{\partial}{\partial r'} \tag{3.34}$$

(3.29)- (3.34) denklemleri (3.8) denklemine taşınarak;

(3.8) denkleminin sol tarafındaki terim

$$\rho_w c_{pw}\frac{\alpha_f}{r_{wi}^2}\left(T_1-T_o\right)\frac{\partial T_w'}{\partial t'}$$

sağ tarafındaki birinci terim

$$\frac{1}{r'r_{wi}}\frac{\partial}{\partial\left(r'r_{wi}\right)}\left(r'r_{wi}\frac{\left(T_1-T_o\right)}{r_{wi}}\frac{\partial T_w{}'}{\partial r'}\right)=\frac{\left(T_1-T_o\right)}{r_{wi}^2}\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_w{}'}{\partial r'}\right)$$

ikinci terim

$$\frac{\left(T_1-T_o\right)}{\left(r'r_{wi}\right)^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial\theta'^2}=\frac{\left(T_1-T_o\right)}{r_{wi}^2}\frac{1}{r'^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial\theta'^2}$$

üçüncü terim

$$\frac{\left(T_1-T_o\right)}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2}$$

şeklinde elde edilir.

$\alpha_w=\dfrac{k_w}{\rho_w c_{pw}}$; $\dfrac{\alpha_f}{\alpha_w}=\dfrac{1}{\alpha_{wf}}$ ile ve gerekli sadeleştirmeler ile boyutsuz cidar tarafı enerji denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{1}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T_w'}{\partial t'}=\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_w{}'}{\partial r'}\right)+\frac{1}{r'^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial\theta'^2}+\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2} \tag{3.35}$$

3.3.2.2 Akışkan tarafı enerji denklemi

(3.10) denkleminde;

$$\frac{\partial T_f'}{\partial t'} = \frac{\partial\left(\frac{T_f - T_o}{(T_1 - T_o)}\right)}{\partial\left(\frac{t\alpha_f}{r_{wi}^2}\right)} = \frac{r_{wi}^2}{\alpha_f (T_1 - T_o)} \frac{\partial T_f}{\partial t} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{\alpha_f (T_1 - T_o)}{r_{wi}^2} \frac{\partial T_f'}{\partial t'} \tag{3.36}$$

$$\frac{\partial T_f'}{\partial r'} = \frac{\partial\left(\frac{T_f - T_o}{(T_1 - T_o)}\right)}{\partial\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)} = \frac{r_{wi}}{(T_1 - T_o)} \frac{\partial T_f}{\partial r} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = \frac{(T_1 - T_o)}{r_{wi}} \frac{\partial T_f'}{\partial r'} \tag{3.37}$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} = \frac{\partial}{\partial\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)} = r_{wi} \frac{\partial}{\partial r} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial}{\partial r'} \tag{3.38}$$

$$\frac{\partial T_f'}{\partial x'} = \frac{\partial\left(\frac{T_f - T_o}{T_1 - T_o}\right)}{\partial\left(\frac{x}{r_{wi} Pe}\right)} = \frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_o} \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial x} = \frac{T_1 - T_o}{r_{wi} Pe} \frac{\partial T_f'}{\partial x'} \tag{3.39}$$

$$\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2} = \frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right) = \frac{\partial}{\partial\left(\frac{x}{r_{wi} Pe}\right)}\left[\frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_o} \frac{\partial T_f}{\partial x}\right] = \frac{r_{wi}^2 Pe^2}{T_1 - T_o} \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial {T_f}^2}{\partial x^2} = \frac{T_1 - T_o}{Pe^2 r_{wi}^2} \frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2} \tag{3.40}$$

$$\frac{\partial T_f'}{\partial \theta'} = \frac{\partial\left(\frac{T_f - T_o}{T_1 - T_o}\right)}{\partial \theta} = \frac{1}{T_1 - T_o}\frac{\partial T_f}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial^2 T_f'}{\partial \theta'^2} = \frac{\partial}{\partial \theta'}\left(\frac{\partial T_f'}{\partial \theta'}\right) = \frac{\partial}{\partial \theta}\left[\frac{1}{T_1 - T_o}\frac{\partial T_f}{\partial \theta}\right] = \frac{1}{T_1 - T_o}\frac{\partial^2 T_f}{\partial \theta^2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial \theta^2} = \left(T_1 - T_o\right)\left(\frac{\partial^2 T_f{}'}{\partial \theta'^2}\right) \tag{3.41}$$

(3.36)-(3.41) denklemleri (3.10) denklemine taşınarak;

(3.10) denkleminin sol tarafı:

$$\rho_f c_{pf}\left[\frac{\alpha_f}{r_{wi}^2}\left(T_1 - T_o\right)\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + 2\cdot u_m\left(1 - r'^2\right)\frac{\left(T_1 - T_o\right)}{r_{wi}\,Pe}\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right]$$

(3.10) denkleminin sağ tarafı:

$$k_f\left[\frac{1}{r'\cdot r_{wi}}\frac{\partial}{\partial\left(r_{wi}\cdot r'\right)}\left(\left(r_{wi}\cdot r'\right)\frac{\left(T_1 - T_o\right)}{r_{wi}}\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{T_1 - T_o}{\left(r_{wi}\cdot r'\right)^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial \theta'^2} + \frac{T_1 - T_o}{Pe^2\cdot r_{wi}^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2}\right]$$

$$\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + \frac{\left(1 - r'^2\right)2\cdot u_m\cdot r_{wi}}{\alpha_f\,Pe}\frac{\partial T_f'}{\partial x'} = \frac{1}{r_{wi}}\left[\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{1}{r'^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial \theta'^2} + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2}\right]$$

şeklinde elde edilir ve sadeleştirilerek akışkan tarafı boyutsuz enerji denklemi şu şekilde elde edilir.

$$\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + \left(1 - r'^2\right)\frac{\partial T_f'}{\partial x'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{1}{r'^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial \theta'^2} + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2} \tag{3.42}$$

3.3.3 Boyutsuz başlangıç ve sınır şartları

Başlangıç ve sınır şartları aşağıdaki gibi boyutsuz hale getirebilir

3.3.3.1 Cidar tarafı

1. Zamanın başlangıcında ($t = 0$)

$t = 0$ için $t' = 0$ ve $T_w = T_o$ için $T'_w = 0$ olur. Böylece

$$t' = 0 \text{ da } T'_w = 0 \tag{3.43.a}$$

2. Üst akış bölgesinin uzağında ($x = -\infty$)

$x = -\infty$ için $x' = -\infty$, $T_w = T_o$ için $T'_w = 0$ olur. Böylece

$$x' = -\infty \text{ da } T'_w = 0 \tag{3.43.b}$$

3. Alt akış bölgesinin uzağında ($x = \infty$)

$$\frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{T_1 - T_o}{r_{wi} Pe} \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$$

$$\frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \tag{3.43.c}$$

4. Ara yüzeyde ($r = r_{wi}$)

$r = r_{wi}$ için $r' = 1$, $T_w = T_f$ için $T'_w = T'_f$

$$k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \quad \text{için} \quad k_w \frac{\partial \left(T'_w (T_1 - T_0) + T_o \right)}{\partial (r_{wi} \cdot r')} = k_f \frac{\partial \left(T'_f (T_1 - T_0) + T_o \right)}{\partial (r_{wi} \cdot r')}$$

$k_{wf} = \frac{k_w}{k_f}$ ile

$$\frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}$$

$r' = 1$ de $T'_w = T'_f$ ve $\dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = \dfrac{1}{k_{wf}} \dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}$ (3.43.d,e)

5. Dış yüzeyde ($r = r_{wi} + d$)

$r = r_{wi} + d$ için $r' = 1 + d'$ ve

$\dfrac{\pi}{2} \le \theta \le \dfrac{3\pi}{2}$ *de* $T_w = T_1$ için

$T'_w = 1$ (3.43.f)

- $\dfrac{3\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ *de* $-k_w \dfrac{\partial T_w}{\partial r} = 0$

$$-k_w \frac{\partial\left(T'_w \dfrac{q_{wo} r_{wi}}{k_f} + T_o \right)}{\partial\left(r' \cdot r_{wi}\right)} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$-k_w \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_f} \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0 \qquad (3.43.g)$$

6. Simetri düzleminde ($\theta=0, \pi$)

θ için θ'; $\theta=0$ için $\theta'=0$ ve $\theta=\pi$ için $\theta'=\pi$

$$\frac{\partial T_w}{\partial \theta} = 0$$
$$\frac{\partial\left((T_1 - T_0) T'_w + T_o\right)}{\partial \theta'} = 0$$
$$\frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0 \qquad (3.43.h)$$

3.3.3.2 Akışkan tarafı enerji denklemi için boyutsuz sınır şartları

1. Zamanın başlangıcında ($t = 0$)

$t = 0$ için $t' = 0$, $T_f = T_o$ için $T_f' = 0$ olur. (3.44.a)

2. Üst akış bölgesinin uzağında ($x = -\infty$)

x=0 için $x' = 0$, $T_f = T_o$ için $T_f' = 0$ olur. (3.44.b)

3. Alt akış bölgesinin uzağında ($x = \infty$)

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

(3.43.c)'ye benzer şekilde

$$\frac{\partial T_f'}{\partial x'} = 0 \qquad (3.44.c)$$

4. Simetri düzleminde ($\theta=0, \pi$)

$$\frac{\partial T_f}{\partial \theta} = 0$$

(3.43.h)'ye benzer şekilde

$$\frac{\partial T_f'}{\partial \theta'} = 0 \qquad (3.44.d)$$

5. Ara yüzeyde ($r = r_{wi}$)

(3.43.d,e)'ye benzer şekilde

$r' = 1$ de $T_w' = T_f'$ ve $\frac{\partial T_f'}{\partial r'} = k_{wf} \frac{\partial T_w'}{\partial r'}$ (3.44.e,f)

7. Yatay düzlemde ($\theta=\pi/2, 3\pi/2$) ve boru ekseninde ($r=0$)'da

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

(3.43.g)'ye benzer şekilde

$$\frac{\partial T'}{\partial r'} = 0 \qquad (3.44.g)$$

Problem boyutsuz formda yeniden şu şekilde ifade edilebilir.

Cidar için diferansiyel denklem;

$$\frac{1}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'_w}{\partial t'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'_w}{\partial r'}\right) + \frac{1}{r'^2}\frac{\partial^2 T'_w}{\partial \theta'^2} + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} \tag{3.45}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$t' = 0$ da $T'_w = 0$ (3.46.a)

$x' = -\infty$ da $T'_w = 0$ (3.46.b)

$x' = \infty$ da $\frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$ (3.46.c)

$r' = 1$ de $T'_w = T'_f$ ve $\frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}}\frac{\partial T'_f}{\partial r'}$ (3.46.d,e)

$r' = 1 + d'$ de $x' < 0$ için $\frac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0$ (3.46.f)

$r' = 1 + d'$ de $x' > 0$ ve $\frac{\pi}{2} \le \theta' \le \frac{3\pi}{2}$ için $T'_w = 1$ (3.46.g)

$r' = 1 + d'$ de $x' > 0$ ve $\frac{3\pi}{2} < \theta' \le \frac{\pi}{2}$ için $\frac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0$ (3.46.h)

$\theta' = 0$ ve $\theta' = \pi$ de $\frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$ (3.46.i)

Akışkan bölgesi için diferansiyel denklem;

$$\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + \left(1 - r'^2\right)\frac{\partial T_f'}{\partial x'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{1}{r'^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial \theta'^2} + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2} \tag{3.47}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$$t' = 0 \text{ da } \quad \mathrm{T}_f' = 0 \tag{3.48.a}$$

$$x' = -\infty \text{ da } \quad T_f' = 0 \tag{3.48.b}$$

$$x' = \infty \text{ da } \frac{\partial T_f'}{\partial x'} = 0 \tag{3.48.c}$$

$$\theta' = 0 \quad \text{ve} \quad \theta' = \pi \quad \text{de} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial \theta'} = 0 \tag{3.48.d}$$

$$r' = 1 \text{ de } T_w' = T_f' \quad \text{ve} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial r'} = k_{wf}\frac{\partial T_w'}{\partial r'} \tag{3.48.e,f}$$

$$\theta' = \pi/2, 3\pi/2 \quad \text{ve} \quad r' = 0 \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial r'} = 0 \tag{3.48.g}$$

Boyutsuz yığık sıcaklık, boyutsuz ara yüzey ısı akısı ve Nusselt sayısı ise aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Denklem (3.19)'dan boyutsuz yığık sıcaklık şu şekilde tanımlanabilir;

$$T_b' = \frac{T_b - T_o}{T_1 - T_o} \tag{3.49}$$

denklem (3.14)'den

$$T_b' = \frac{\frac{2}{\pi}\left[\int_0^{2\pi}\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)\left[\left(T_f{}'\left(T_1-T_o\right)+T_0\right)\right]dr'd\theta' - T_0\right]}{T_1-T_o} \Rightarrow$$

$$= \frac{\left(T_1-T_o\right)\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)T_f{}'\,dr'd\theta' + T_0\left(\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)dr'd\theta' - 1\right)}{T_1-T_o}$$

ve $\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)dr'd\theta' = 1$ olduğu için

$$T_b' = \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)T_f{}'\,dr'd\theta' \tag{3.50}$$

Boyutsuz ara yüzey ısı akısı, denklem (3.15)'den

$$q_{wi}' = \frac{q_{wi}}{k_f\left(T_1-T_o\right)/r_{wi}}$$

şeklinde tanımlanırsa, denklem (3.15)'den

$$= \frac{-k_f\frac{T_1-T_o}{r_{wi}}\left(\frac{\partial T_f{}'}{\partial r'}\right)_{r'=1}}{k_f\left(T_1-T_0\right)/r_{wi}} \Rightarrow$$

$$q_{wi}' = -\left(\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1} \tag{3.51}$$

denklem (3.16)'dan

$$Nu_i = \frac{-2r_{wi}\left(\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)_{r=r_{wi}}}{\left(T_{wi}-T_b\right)} \Rightarrow$$

$$= \frac{-2r_{wi}\frac{T_1-T_o}{r_{wi}}\left(\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1}}{\left(T_1-T_o\right)T_{wi}' + T_o - \left(T_1-T_o\right)T_b' - T_o} \Rightarrow$$

$$Nu_i = \frac{-2\left(\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1}}{T_{wi}'-T_b'} \tag{3.52}$$

Isıl gelişme bölgesinde ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısı, boyutsuz olarak şöyle hesaplanabilir. Denklem (3.17)'den

$$Q'_{top}\frac{k_f\left(T_1-T_0\right)}{r_{wi}}=\frac{\int_0^{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} r_{wi}\left(q'_{wi}\frac{k_f\left(T_1-T_0\right)}{r_{wi}}\right)\left(r_{wi}Pe\right)dx'd\theta'}{2\pi r_{wi}L'}$$

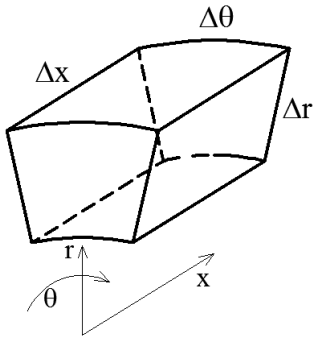
$$Q'_{top}=\frac{\int_0^{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} q'_{wi}r_{wi}dx'd\theta'}{2\pi r_{wi}L'} \tag{3.53}$$

Denklem (3.18)'den, (3.53)'e benzer şekilde

$$Q'_{top,küm}=\frac{\int_0^{t'}\int_0^{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} q'_{wi}r_{wi}dx'd\theta'dt'}{2\pi r_{wi}L'} \tag{3.54}$$

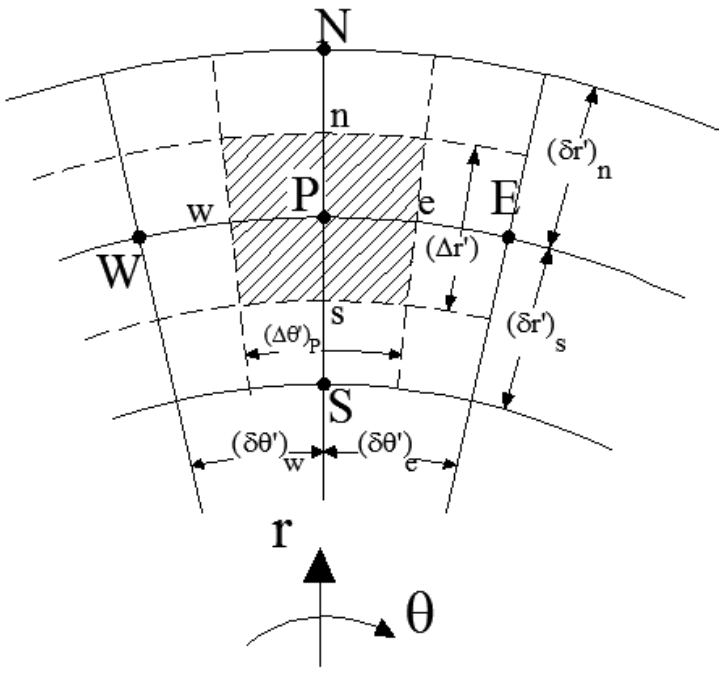
4.SAYISAL ÇÖZÜMLEME

4.1 Ağ Sistemi ve Düğüm Noktası Sayısı

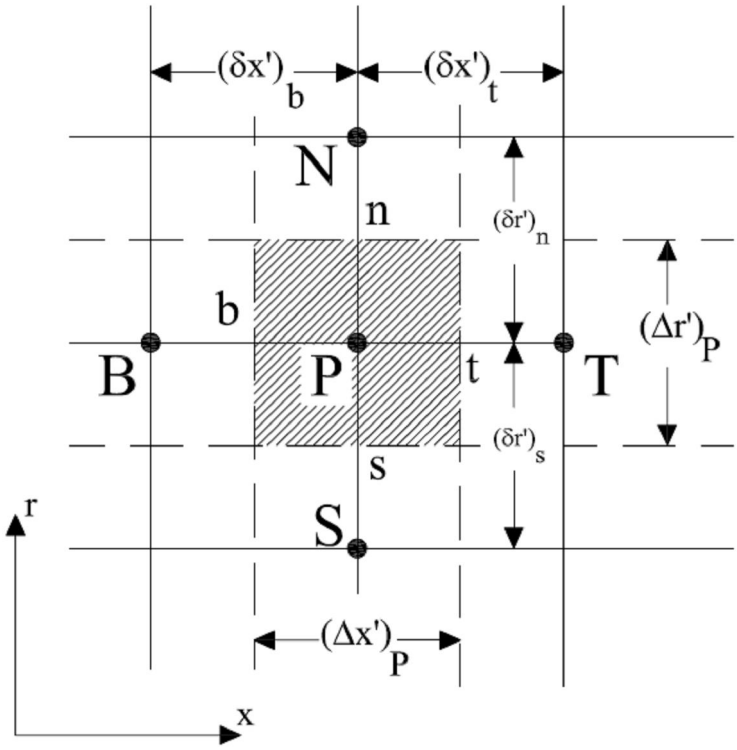


Şekil 4.1 Üç boyutlu kontrol hacmi

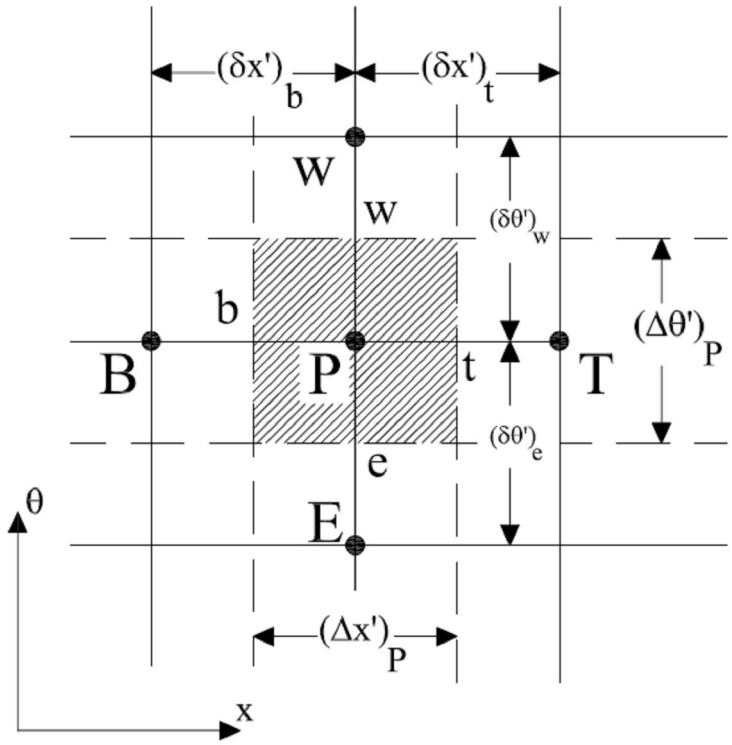
Tüm akış alanı ve cidar Şekil 4.1'de görülen kontrol hacimlerine bölünmüştür. Kontrol hacimlerinin merkezi P noktası, komşu kontrol hacimlerinin merkezleri ise N, W, S, E, T ve B noktaları olarak tanımlanmıştır. Kontrol hacimlerinin yüzeyleri de buna uygun olarak n, w, s, e, t ve b sınırları olarak tanımlanmıştır. Tanımlanan ağ sistemi, kontrol hacimlerinin r-θ, x-r ve x-θ düzlemlerinde Şekil 4.2-4.4'de verilen iki boyutlu resimlerinde ayrıntılı olarak görülmektedir.



Şekil 4.2 r-θ yönü kontrol hacmi bileşenleri



Şekil 4.3 x-r yönü kontrol hacmi bileşenleri



Şekil 4.4 x- θ yönü kontrol hacmi bileşenleri

4.2. Ayrıklaştırma

4.2.1. Cidar tarafı enerji denkleminin ayrıklaştırılması

Cidar tarafı boyutsuz enerji denkleminin denklem (3.45) her iki tarafı r' ile çarpılıp T'_w yerine T' yazılarak;

$$\frac{r'}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'}{\partial t'}=\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)+\frac{1}{r'}\frac{\partial^2 T'}{\partial \theta'^2}+\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \tag{4.1}$$

Bu denklem P noktası civarında kontrol hacminde ve t' ile $t'+\Delta t'$ zaman aralığında integre edilirse;

$$\underset{(1)}{\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\int_{b}^{t}\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\frac{r'}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'}{\partial t'}dt'dx'dr'd\theta'}=\underset{(2)}{\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)dr'dx'd\theta'dt'}$$
$$+\underset{(3)}{\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\int_{w}^{e}\left(\frac{1}{r'}\frac{\partial^2 T'}{\partial \theta'^2}\right)d\theta'dr'dx'dt'}+\underset{(4)}{\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\int_{b}^{t}\left(\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}\right)dx'dr'd\theta'dt'} \tag{4.2}$$

(1) terimi:

$$\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\int_{b}^{t}\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\frac{r'}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'}{\partial t'}dt'dx'dr'd\theta'=\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}\left(T'^{1}_P-T'^{0}_P\right)\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P$$

(2) terimi:

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)dr'dx'd\theta'dt'=\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{b}^{t}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\bigg|_{n}-r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\bigg|_{s}\right)dx'd\theta'dt'$$

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\left(r'_n\frac{T'_N-T'_P}{\left(\delta r'\right)_n}-r'_s\frac{T'_P-T'_S}{\left(\delta r'\right)_s}\right)\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P dt'$$

$$=\left\{f\left[r'_n\frac{T'^{1}_N-T'^{1}_P}{\left(\delta r'\right)_n}-r'_s\frac{T'^{1}_P-T'^{1}_S}{\left(\delta r'\right)_s}\right]-\left(1-f\right)\left[r'_n\frac{T'^{0}_N-T'^{0}_P}{\left(\delta r'\right)_n}-r'_s\frac{T'^{0}_P-T'^{0}_S}{\left(\delta r'\right)_s}\right]\right\}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P\left(\Delta t'\right)$$

Tam implicit yöntemde ağırlık faktörü *f*=1alınır ve

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)dr'dx'd\theta'dt'=\left[r'_n\frac{T'^{1}_{N}-T'^{1}_{P}}{(\delta r')_n}-r'_s\frac{T'^{1}_{P}-T'^{1}_{S}}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

(3) terimi:

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\int_{w}^{e}\left(\frac{1}{r'}\frac{\partial^2 T'}{\partial\theta'^2}\right)d\theta'dr'dx'dt'=\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\frac{1}{r'_P}\left(\left.\frac{\partial T'}{\partial\theta'}\right|_e-\left.\frac{\partial T'}{\partial\theta'}\right|_w\right)dr'dx'dt'$$

$$\Rightarrow\quad=\frac{1}{r'_P}\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\left(\frac{T'_E-T'_P}{(\delta\theta')_e}-\frac{T'_P-T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)dr'dx'dt'$$

$$\Rightarrow\quad=\frac{1}{r'_P}\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\left[\left(\frac{T'_E-T'_P}{(\delta\theta')_e}-\frac{T'_P-T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P\right]dt'$$

f=1 alınarak

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{b}^{t}\int_{s}^{n}\int_{w}^{e}\left(\frac{1}{r'}\frac{\partial^2 T'}{\partial\theta'^2}\right)d\theta'dr'dx'dt'=\frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'^{1}_{E}-T'^{1}_{P}}{(\delta\theta')_e}-\frac{T'^{1}_{P}-T'^{1}_{W}}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P(\Delta t')$$

(4)terimi:

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\int_{b}^{t}\left(\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}\right)dx'dr'd\theta'dt'=\frac{r'_P}{Pe^2}\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\left(\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_t-\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_b\right)dr'd\theta'dt'$$

$$\Rightarrow=\frac{r'_P}{Pe^2}\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\left[\left(\frac{T'_T-T'_P}{(\delta x')_t}-\frac{T'_P-T'_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P\right]dt'$$

$$=\frac{r'_P}{Pe^2}\left\{f\left[\frac{T'^{1}_{T}-T'^{1}_{P}}{(\delta x')_t}-\frac{T'^{1}_{P}-T'^{1}_{B}}{(\delta x')_b}\right]-(1-f)\left[\frac{T'^{0}_{T}-T'^{0}_{P}}{(\delta x')_t}-\frac{T'^{0}_{P}-T'^{0}_{B}}{(\delta x')_b}\right]\right\}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

f=1 alınarak

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\int_{b}^{t}\left(\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}\right)dx'dr'd\theta'dt'=\frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'^{1}_{T}-T'^{1}_{P}}{(\delta x')_t}-\frac{T'^{1}_{P}-T'^{1}_{B}}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

Terimler yerlerine yazılırsa,

$$\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}\left(T'^{1}_P - T'^{0}_P\right)(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P = \left[r'_n\frac{T'^{1}_N - T'^{1}_P}{(\delta r')_n} - r'_s\frac{T'^{1}_P - T'^{1}_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$
$$+\frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'^{1}_E - T'^{1}_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'^{1}_P - T'^{1}_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P(\Delta t') \qquad (4.3)$$
$$+\frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'^{1}_T - T'^{1}_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'^{1}_P - T'^{1}_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

Denklemin her iki tarafı $(\Delta t')$ ile bölünür ve 1 üst indisleri kaldırılırsa;

$$\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}\left(T'_P - T'^{0}_P\right)\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} = \left[r'_n\frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s\frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P$$
$$+\frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P \qquad (4.4)$$
$$+\frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P$$

Bu denklem yeniden şu şekilde düzenlenebilir.

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a^0_P T'^{0}_P \qquad (4.5)$$

$$a_N = r'_n\frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.6.a)$$

$$a_S = r'_s\frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.6.b)$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_t}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.6.c)$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.6.d)$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \qquad (4.6.e)$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \qquad (4.6.f)$$

$$a^0_P = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}}\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \qquad (4.6.g)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a^0_P \qquad (4.6.h)$$

4.2.2 Akışkan tarafı enerji denkleminin ayrıklaştırılması

(3.47) denklemin her iki tarafı r' ile çarpılıp T'_f yerine T' yazılırsa;

$$r'\frac{\partial T'_f}{\partial t'}+\left(r'-r'^3\right)\frac{\partial T'_f}{\partial x'}=\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)+\frac{1}{r'}\frac{\partial^2 T'_f}{\partial \theta'^2}+\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \tag{4.7}$$

elde edilir. Bu denklem şu şekilde düzenlenebilir;

$$r'\frac{\partial T'_f}{\partial t'}+\frac{\partial}{\partial x'}\left[\left(r'-r'^3\right)T'_f-\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'_f}{\partial x'}\right]=\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)+\frac{1}{r'}\frac{\partial^2 T'_f}{\partial \theta'^2} \tag{4.8}$$

Terimler denklemin bir tarafına toplanarak;

$$r'\frac{\partial T'}{\partial t'}+\frac{\partial}{\partial x'}\left[\left(r'-r'^3\right)T'-\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'}\right]+\frac{\partial}{\partial r'}\left(-r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)+\frac{\partial}{\partial \theta'}\left(-\frac{1}{r'}\frac{\partial T'_f}{\partial \theta'}\right)=0 \tag{4.9}$$

elde edilir. (4.9) denklemi şu şekilde de gösterilebilir,

$$r'\frac{\partial T'}{\partial t'}+\frac{\partial J'_x}{\partial x'}+\frac{\partial J'_r}{\partial r'}+\frac{\partial J'_\theta}{\partial \theta'}=0 \tag{4.10}$$

Burada;

$$J'_x=\left(r'-r'^3\right)T'-\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'} \tag{4.11}$$

x-yönündeki toplam (taşınım+iletim) ısı akısı,

$$J'_r=-r'\frac{\partial T'}{\partial r'} \tag{4.12}$$

r-yönündeki toplam (iletim) ısı akısı,

$$J'_{\theta} = -\frac{1}{r'}\frac{\partial T'}{\partial \theta'} \tag{4.13}$$

θ yönündeki toplam (iletim) ısı akısı olarak tanımlanabilir.

Taşınım problemlerinin sonlu farklar yöntemi ile çözümünde yakınsama için merkezi fark formülleri çok düşük Peclet sayılı (*Pe<2*) akışlar için güvenle kullanılabilir. Bu tarz problemlerde bir alternatif olan üst akış (upwind) formülü ise ısı iletimi etkisini tümüyle yok saydığı için ancak *Pe>50* olan akışlar için uygundur. Bu çalışmada göz önüne alınan akışkan eksenel iletimi genelde *Pe<50* olan akışlar için söz konusudur. Bu nedenle burada bu akış şartları için geliştirilen (Bilir, 1992) bir ayrıklaştırma formülü kullanılacaktır. Problemin sürekli rejimde tek boyutlu halinin kesin çözümüne dayalı olarak geliştirilen formül, Patankar'ın (Patankar, 1980) kesin çözüm olarak adlandırılan genel profilinin iki boyutlu silindirik koordinat sistemleri için bir versiyonu olarak nitelendirilebilir.

Problemin x-yönünde bir boyutlu ve sürekli hali için diferansiyel denklem,

$$\frac{dJ'_x}{dx} = 0$$

veya

$$\frac{d}{dx}\left[\left(r' - r'^3\right)\cdot T' - \frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'}\right] = 0 \tag{4.14}$$

olur. Herhangi bir radyal konum için $r' = sb$ ve $K = Pe^2(1 - r'^2)$ alınarak denklem (4.14)

$$\frac{d^2T'}{dx'^2} - K\frac{dT'}{dx'} = 0 \tag{4.15}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ikinci dereceden tek bilinmeyenli, sabit katsayılı doğrusal ve homojen diferansiyel denklemin genel çözümü aşağıda gösterilmiştir.

$T'' - KT'' = 0$ $T' = m$ alınarak,

$m^2 - Km^2 = 0 \Rightarrow m = 0$ veya $m = K'$ dır

Genel çözüm

$$T'(x) = D_1 + D_2 e^{Kx} \tag{4.16}$$

ve $0 \le x \le L$ gibi bir çözüm aralığında ve aşağıdaki gibi sınır şartlarında

$x = 0$ da $T = T_0$

$x = L$ de $T = T_L$

denklemin kökleri

$$D_1 = T_0' - \frac{T_0' - T_L'}{1 - e^{KL}} \tag{4.17}$$

ve

$$D_2 = \frac{T_0' - T_L'}{1 - e^{KL}} \tag{4.18}$$

şeklinde elde edilir. Bunlar genel çözümde yerlerine yazılarak,

$$\frac{T' - T_0'}{T_L - T_0'} = \frac{\exp\left[Pe^2(1 - r_t'^2)x'\right] - 1}{\exp\left[Pe^2(1 - r_t'^2)L'\right] - 1} \tag{4.19}$$

elde edilir. Şekil 4.3'teki kontrol hacminde *t* noktasına denklem (4.19) şu şekilde uygulanabilir.

$T' = T_t'$, $T_0' = T_P'$, $T_L' = T_T'$, $L = (\delta x')_t$ alınarak;

$$\frac{T_t' - T_P'}{T_T' - T_P'} = \frac{\exp\left[Pe^2(1 - r_t'^2)x_t'\right] - 1}{\exp\left[Pe^2(1 - r_t'^2)(\delta x')_t\right] - 1} \tag{4.20}$$

veya

$$T_t' = T_P' + \left(T_T' - T_P'\right)\left\{\frac{\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)x_t'\right]-1}{\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)(\delta x')_t\right]-1}\right\} \tag{4.21}$$

elde edilir. Buradan sıcaklığın x-yönündeki türevi için

$$\left.\frac{dT'}{dx'}\right)_t = \left(T_T' - T_P'\right)\left\{\frac{\left[Pe^2(1-r_t'^2)\right]\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)x_t'\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)(\delta x')_t\right]-1}\right\} \tag{4.22}$$

elde edilir. Denklem (4.11) *t* noktası için düzenlenirse

$$J_t' = \left(r_t' - r_t'^3\right)\cdot T_t' - \frac{r_P'}{Pe^2}\left(\frac{\partial T'}{\partial x'}\right)_t \tag{4.23}$$

ve denklemler (4.21) ve (4.22) bu denkleme taşınırsa *t* noktasında x- yönündeki toplam ısı akısı için

$$\begin{aligned} J_t = \left(r_t' - r_t'^3\right)&\left[T_P' + \left(T_T - T_P'\right)\left\{\frac{\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)x_t'\right]-1}{\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)(\delta x')_t\right]-1}\right\}\right] \\ &- \frac{r_P'}{Pe^2}\left(T_T - T_P'\right)\left\{\frac{\left[Pe^2(1-r_t'^2)\right]\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)x_t'\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)(\delta x')_t\right]-1}\right\} \end{aligned} \tag{4.24}$$

yazılabilir ve gerekli sadeleştirmeler ile,

$$J_t' = \left(r_t' - r_t'^3\right)\left\{T_P' + \frac{\left(T_P' - T_T'\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r_t'^2)(\delta x')_t\right]-1}\right\} \tag{4.25}$$

elde edilir.

Benzer şekilde Şekil 4.3'teki *b* noktası için

$$J_b = \left(r_b' - r_b'^3\right)\left\{T_B' + \frac{\left(T_B' - T_P'\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r_b'^2)(\delta x')_b\right]-1}\right\} \tag{4.26}$$

elde edilebilir. $J'_t - J'_b$ yazılarak da denklem (4.10)'un sol tarafındaki ikinci terim ayrıklaştırılmış olur. Isı akısının tüm $\Delta r'$ ara yüzeyi boyunca ve $\Delta t'$ zaman süresince geçerli olduğu varsayılarak

$$J'_t - J'_b = \left(r'_P - r'^3_P\right)\left\{\left[T'_P + \frac{\left(T'_P - T'_T\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_t\right] - 1}\right] - \left[T'_B + \frac{\left(T'_B - T'_P\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right] - 1}\right]\right\}(\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P \tag{4.27}$$

elde edilir. Denklem (4.10)'un sol tarafındaki birinci terim tam implict yöntem ile üçüncü ver dördüncü terimler de merkezi fark formülü ile ayrıklaştırılabilir. Buna göre sol taraftaki birinci terim;

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{t'}^{t'+\Delta t'} r' \frac{\partial T'}{\partial t'} dt'dx'dr'd\theta' = r'_P\left(T'^1_P - T'^0_P\right)(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.28}$$

olur. Üçüncü terim,

$$\frac{\partial J_r}{\partial r'} = 0 \tag{4.29}$$

$$\frac{d}{dr}\left(-r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right) = 0$$

$$\frac{\partial J_r}{\partial r'} = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_b^t \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right) dr'd\theta'dx'dt' = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_b^t \int_w^e \left[\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_n - \left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_s\right] d\theta'dx'dt'$$

$$= \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P dt'$$

$$= f\left[r'_n \frac{T'^1_N - T'^1_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'^1_P - T'^1_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t') - (1-f)\left[r'_n \frac{T'^0_N - T'^0_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'^0_P - T'^0_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t') \tag{4.30}$$

f=1 alınarak ve 1 üst indisi kaldırılarak bu terim şöyle yazılabilir.

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P (\Delta\theta')_P (\Delta t') \tag{4.31}$$

θ yönündeki ısı akısı için,

$$\frac{\partial J'_\theta}{\partial \theta'} = 0 \tag{4.32}$$

veya $\dfrac{d}{d\theta'}\left(-\dfrac{1}{r'} \dfrac{\partial T'}{\partial \theta'} \right) = 0$ yazılabilir. Bu denklem integre edilirse;

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_b^t \int_s^n \int_w^e \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial^2 T'}{\partial \theta'^2} \right) d\theta' dr' dx' dt' = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_b^t \int_s^n \frac{1}{r'_P} \left(\left.\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right|_e - \left.\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right|_w \right) dr' dx' dt'$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{1}{r'_P} \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_b^t \int_s^n \left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w} \right) dr' dx' dt'$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{1}{r'_P} \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \left[\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w} \right) (\Delta r')_P (\Delta x')_P \right] dt'$$

olur ve f=1 alınarak

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_b^t \int_s^n \int_w^e \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial^2 T'}{\partial \theta'^2} \right) d\theta' dr' dx' dt' = \frac{1}{r'_P} \left(\frac{T'^1_E - T'^1_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'^1_P - T'^1_W}{(\delta\theta')_w} \right) (\Delta r')_P (\Delta x')_P (\Delta t') \tag{4.33}$$

$$J_w - J_e = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_b^t \int_s^n \int_e^w \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial^2 T'}{\partial \theta'^2} \right) d\theta' dr' dx' dt'$$

$$= \frac{1}{r'_P} \left[\left(\frac{T'^1_E - T'^1_P}{(\delta\theta')_e} \right) - \left(\frac{T'^1_P - T'^1_W}{(\delta\theta')_w} \right) \right] (\Delta x')_P (\Delta r')_p (\Delta t') \tag{4.34}$$

elde edilir.

Akışkan tarafı için ayrıklaştırılmış enerji denklemi;

$$r' \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial r'} J'_r + \frac{\partial}{\partial \theta'} J'_\theta + \frac{\partial}{\partial x'} J'_x = 0$$

$$r'_P \left(T'^1_P - T'^0_P \right) (\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta\theta')_P + \left(J'_e - J'_w \right) + \left(J'_n - J'_s \right) + \left(J'_t - J'_b \right) = 0$$

$$\Rightarrow r'_P\left(T'_P - T'^{0}_P\right)\frac{\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P}{\Delta t'}$$

$$+\left(r'_P - r'^{3}_P\right)\left\{\left[T'_P + \frac{\left(T'_P - T'_T\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^{2}_p)\left(\delta x'\right)_t\right]-1}\right]\right.$$

$$\left.-\left[T'_B + \frac{\left(T'_B - T'_P\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^{2}_p)\left(\delta x'\right)_b\right]-1}\right]\right\}\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.35}$$

$$-\left[r'_n\frac{T'_N - T'_P}{\left(\delta r'\right)_n} - r'_s\frac{T'_P - T'_S}{\left(\delta r'\right)_s}\right]\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P$$

$$-\frac{1}{r'_P}\left[\left(\frac{T'_E - T'_P}{\left(\delta\theta'\right)_e}\right) - \left(\frac{T'_P - T'_W}{\left(\delta\theta'\right)_w}\right)\right]\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_p = 0$$

şeklinde elde edilir. Bu denklem şu şekilde de ifade edilebilir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_B T'_B + a_T T'_T + a^0_P T'^{0}_P \tag{4.36}$$

$$a_T = \frac{\left(r'_P - r'^{3}_P\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^{2}_p)\left(\delta x'\right)_t\right]-1}\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.37.a}$$

$$a_B = \left(r'_P - r'^{3}_P\right)\frac{\exp\left[Pe^2(1-r'^{2}_p)\left(\delta x'\right)_b\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r'^{2}_p)\left(\delta x'\right)_b\right]-1}\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.37.b}$$

$$a_N = r'_n\frac{1}{\left(\delta r'\right)_n}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.37.c}$$

$$a_S = r'_s\frac{1}{\left(\delta r'\right)_s}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.37.d}$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{\left(\delta\theta'\right)_w}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P \tag{4.37.e}$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{\left(\delta\theta'\right)_e}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P \tag{4.37.f}$$

$$a^0_P = r'_P\frac{\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P}{\Delta t'} \tag{4.37.g}$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a^0_P \tag{4.37.h}$$

4.2.3. Başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması

Başlangıç ve sınır şartı olarak sıcaklığın belirtildiği durumlar dışında düğüm noktaları için yeni ayrıklaştırılmış denklemlerin yazılması gerekir.

4.2.3.1. Cidar Tarafı:

- **Alt akış bölgesinin uzağında** (3.43.c);

$$x' = +\infty \quad \text{da} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial T'_w}{\partial x'}\right)_P = \frac{T'_T - T'_B}{(\delta x')_t + (\delta x')_b} = 0 \Rightarrow \quad T'_T = T'_B \qquad \text{olur. } (\delta x')_t = (\delta x')_b$$

alınarak, denklem (4.4)' ün sağ tarafındaki üçüncü terim

$$\Rightarrow \frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_B - T'_P}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir.

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.38}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.39.a}$$

$$a_S = r'_s \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.39.b}$$

$$a_T = 0 \tag{4.39.c}$$

$$a_B = \frac{2r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.39.d}$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.39.e}$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.39.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}}\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.39.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.39.h}$$

- **Simetri düzleminde** (3.43.h);

i. **Alt bölümde**;

$$\theta' = 0 \qquad \text{da} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2\left(T'_E - T'_P\right)}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir.

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.40}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.41.a}$$

$$a_S = r'_s \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.41.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_t}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.41.c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.41.d}$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.41.e}$$

$$a_W = 0 \tag{4.41.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}}\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.41.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.41.h}$$

ii. Üst Bölümde;

$$\theta' = \pi \qquad \text{de} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2\left(T'_W - T'_P\right)}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir.

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.42}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.43.a}$$

$$a_S = r'_s \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.43.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_t}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.43.c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.43.d}$$

$$a_E = 0 \tag{4.43.e}$$

$$a_W = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.43.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}}\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.43.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.43.h}$$

- **Alt Akış Bölgesi ve Dış Yüzeyde** (3.43.g);

$$r' = 1 + d' \quad \text{de} \qquad 0 \le x' \qquad \text{ve} \qquad \frac{3\pi}{2} \le \theta' < \frac{\pi}{2} \qquad \text{için} \quad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \qquad \Rightarrow \quad T'_N = T'_S$$

$(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak (4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim

$$\Rightarrow \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \left[\left(\frac{r'_n + r'_s}{(\delta r')_s} \right) (T'_S - T'_P) \right] (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.44}$$

$$a_N = 0 \tag{4.45.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s + r'_n}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \frac{2 r'_P}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.45.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_t} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.45.c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.45.d}$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_e} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.45.e}$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_w} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.45.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.45.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.45.h}$$

- **Üst akış bölgesi ve dış yüzeyde;**

$r' = 1 + d'$ de $x' < 0$ için $\dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \qquad \Rightarrow \quad T'_N = T'_S$$

$(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak (4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim;

$$\Rightarrow \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \left[\left(\frac{r'_n + r'_s}{(\delta r')_s} \right) (T'_S - T'_P) \right] (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.46}$$

$$a_N = 0 \tag{4.47.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s + r'_n}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \frac{2 r'_P}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.47.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_t} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.47.c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.47.d}$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_e} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.47.e}$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_w} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.47.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.47.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.47.h}$$

- **Ara yüzeyde** (3.43.e) veya (3.44.f);

$$r' = 1 \qquad de \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}$$

(4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim,

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.48}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.49.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{1}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.49.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_t} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.49c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.49.d}$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_e} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.49.e}$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_w} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.49.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.49.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.49.h}$$

- **Alt akış bölgesinin uzağında ve simetri düzleminde** (3.43.c) ve (3.43.h);

i. Alt Bölümde

$$x' = \infty \qquad da \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak, denklem (4.4)'ün sağ tarafındaki üçüncü terim,

$$\Rightarrow \frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_B - T'_P}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

haline gelir.

(3.43.h)'den

$$\theta' = 0 \qquad \text{da} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2\left(T'_E - T'_P\right)}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \qquad (4.50)$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.51.a)$$

$$a_S = r'_s \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.51.b)$$

$$a_T = 0 \qquad (4.51.c)$$

$$a_B = \frac{2r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.51.d)$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \qquad (4.51.e)$$

$$a_W = 0 \qquad (4.51.f)$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.51.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.51.h}$$

ii. Üst Bölümde

(3.43.c)'den

$$x' = \infty \qquad da \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak, denklem (4.4)'ün sağ tarafındaki üçüncü terim,

$$\Rightarrow \frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_B - T'_P}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t')$$

haline gelir.

(3.43.h)'den;

$$\theta' = \pi \qquad \text{de} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki ikinci terim

$$\frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P (\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2(T'_W - T'_P)}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P (\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.52}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.53.a}$$

$$a_S = r'_s \frac{1}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.53.b}$$

$$a_T = 0 \tag{4.53.c}$$

$$a_B = \frac{2r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.53.d}$$

$$a_E = 0 \tag{4.53.e}$$

$$a_W = \frac{2}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_w} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.53.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.53.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.53.h}$$

- **Ara yüzeyde ve simetri düzleminde** (3.43.e) ve (3.43.h);

i. Üst Bölümde

(3.43.e)'den;

$r' = 1 \qquad de \qquad \dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = \dfrac{1}{k_{wf}} \dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}$

(4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim,

$$\Rightarrow \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p$$

(3.43.h)'den

$\theta' = \pi \qquad$ de $\qquad \dfrac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'} \right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta \theta')_e + (\delta \theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta \theta')_w = (\delta \theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2\left(T'_W - T'_P\right)}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.54}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.55.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.55.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_t}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.55.c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.55.d}$$

$$a_E = 0 \tag{4.55.e}$$

$$a_W = \frac{2}{r'_P} \frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.55.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.55.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.55.h}$$

ii. Alt Bölümde

(3.43.e)'den;

$r' = 1 \qquad de \qquad \dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = \dfrac{1}{k_{wf}} \dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}$

(4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim,

$$\Rightarrow \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right](\Delta x')_p(\Delta\theta')_p = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right](\Delta x')_p(\Delta\theta')_p$$

(3.43.h)'den

$\theta' = 0$ da $\dfrac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$

$\left(\dfrac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \quad \Rightarrow \quad T'_W = T'_E$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2\left(T'_E - T'_P\right)}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.56}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.57.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.57.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_t}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.57.c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.57.d}$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P} \frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.57.e}$$

$$a_W = 0 \tag{4.57.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_P}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.57.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.57.h}$$

- **Ara yüzeyde ve alt akış bölgesinin uzağında** (3.43.e) ve (3.43.c);

(3.43.e)'den

$r' = 1 \quad de \quad \dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = \dfrac{1}{k_{wf}} \dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}$

(4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim,

$$\left[r_n' \frac{T_N' - T_P'}{(\delta r')_n} - r_s' \frac{T_P' - T_S'}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p = \left[r_n' \frac{T_N' - T_P'}{(\delta r')_n} - \frac{r_s'}{k_{wf}} \frac{T_P' - T_S'}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p$$

(3.43.c)'den

$$x' = \infty \qquad da \qquad \frac{\partial T_w'}{\partial x'} = 0$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak, denklem (4.4)'ün sağ tarafındaki üçüncü terim,

$$\Rightarrow \frac{r_P'}{Pe^2} \left(\frac{T_T' - T_P'}{(\delta x')_t} - \frac{T_P' - T_B'}{(\delta x')_b} \right) (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t') = \frac{2r_P'}{Pe^2} \left(\frac{T_B' - T_P'}{(\delta x')_b} \right) (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t')$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T_P' = a_N T_N' + a_S T_S' + a_E T_E' + a_W T_W' + a_T T_T' + a_B T_B' + a_P^0 T_P'^0 \tag{4.58}$$

$$a_N = r_n' \frac{1}{(\delta r')_n} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.59.a}$$

$$a_S = \frac{r_s'}{k_{wf}} \frac{1}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.59.b}$$

$$a_T = 0 \tag{4.59.c}$$

$$a_B = \frac{2r_p'}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.59.d}$$

$$a_E = \frac{1}{r_P'} \frac{1}{(\delta \theta')_e} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.59.e}$$

$$a_W = \frac{1}{r_P'} \frac{1}{(\delta \theta')_w} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.59.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r_p'}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.59.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.59.h}$$

•**Ara yüzeyde, alt akış bölgesinin uzağında ve simetri düzleminde** (3.43.e), (3.43.c) ve (3.43.h);

i.Üst Bölüm

(3.43.e)'den;

$$r' = 1 \qquad de \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}$$

(4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim,

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p$$

(3.43.c)'den

$$x' = \infty \qquad da \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak, denklem (4.4)'ün sağ tarafındaki üçüncü terim,

$$\Rightarrow \frac{r'_P}{Pe^2} \left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b} \right) (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2} \left(\frac{T'_B - T'_P}{(\delta x')_b} \right) (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t')$$

(3.43.h)'den;

$$\theta' = \pi \qquad \text{de} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'} \right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta \theta')_e + (\delta \theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta \theta')_w = (\delta \theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P} \left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta \theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta \theta')_w} \right) (\Delta r')_P (\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P} \left(\frac{2(T'_W - T'_P)}{(\delta \theta')_w} \right) (\Delta r')_P (\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.60}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.61.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{1}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.61.b}$$

$$a_T = 0 \tag{4.61.c}$$

$$a_B = \frac{2r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.61.d}$$

$$a_E = 0 \tag{4.61.e}$$

$$a_W = \frac{2}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_w} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.61.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.61.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.61.h}$$

ii. Alt Bölümde

(3.43.e)'den;

$$r' = 1 \qquad de \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}$$

(4.4) denkleminin sağ tarafındaki birinci terim,

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p (\Delta \theta')_p$$

(3.43.c)'den

$$x' = \infty \qquad da \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak, denklem (4.4)'ün sağ tarafındaki üçüncü terim,

$$\Rightarrow \frac{r'_P}{Pe^2} \left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b} \right) (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2} \left(\frac{T'_B - T'_P}{(\delta x')_b} \right) (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t')$$

(3.43.h)'den

$$\theta' = 0 \qquad \text{da} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2\left(T'_E - T'_P\right)}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.62}$$

$$a_N = r'_n \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.63.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.63.b}$$

$$a_T = 0 \tag{4.63.c}$$

$$a_B = \frac{2r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.63.d}$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P} \frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.63.e}$$

$$a_W = 0 \tag{4.63.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.63.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.63.h}$$

- **Simetri düzlemi ve cidarın dış yüzeyi** (3.43.g) ve (3.43.h);

(3.43.h)'den

$$\theta' = 0 \qquad \text{da} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2\left(T'_E - T'_P\right)}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

(3.43.g)'den;

$r' = 1 + d'$ de $\quad x' > 0 \quad$ ve $\quad \frac{3\pi}{2} < \theta' \le \frac{\pi}{2} \quad$ için $\quad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \qquad \Rightarrow \quad T'_N = T'_S$$

$(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki birinci terim

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P = \left[\left(\frac{r'_n + r'_s}{(\delta r')_s}\right)\left(T'_s - T'_P\right)\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.64}$$

$$a_N = 0 \tag{4.65.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s + r'_n}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P = \frac{2r'_p}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.65.b}$$

$$a_T = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_t}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.65.c}$$

$$a_B = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.65.d}$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \tag{4.65.e}$$

$$a_W = 0 \tag{4.65.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.65.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.65.h}$$

- **Alt akış bölgesinin uzağında ve dış yüzeyde** (3.43.c) ve (3.43.g);

(3.43.c)'den

$x' = \infty \qquad da \qquad \dfrac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak, denklem (4.4)'ün sağ tarafındaki üçüncü terim,

$$\Rightarrow \frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_B - T'_P}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P (\Delta \theta')_P (\Delta t')$$

(3.43.g)'den

$r' = 1 + d' \quad$ de $\qquad x' > 0 \qquad$ ve $\qquad \dfrac{3\pi}{2} < \theta' \le \dfrac{\pi}{2} \qquad$ için $\quad \dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \qquad \Rightarrow \quad T'_N = T'_S$$

$(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki birinci terim

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \left[\left(\frac{r'_n + r'_s}{(\delta r')_s}\right)(T'_s - T'_P)\right](\Delta x')_P (\Delta \theta')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.66}$$

$$a_N = 0 \tag{4.67.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s + r'_n}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \frac{2r'_P}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.67.b}$$

$$a_T = 0 \tag{4.67.c}$$

$$a_B = \frac{2r'_p}{Pe^2}\frac{1}{(\delta x')_b}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.67.d)$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \qquad (4.67.e)$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta r')_P(\Delta x')_P \qquad (4.67.f)$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}}\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{(\Delta t')} \qquad (4.67.g)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \qquad (4.67.h)$$

- **Alt akış bölgesinin uzağı, simetri düzlemi ve cidarın dış yüzeyi** (3.43.c), (3.43.g) ve (3.43.h);

(3.43.c)'den

$x' = \infty \qquad da \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak, denklem (4.4)'ün sağ tarafındaki üçüncü terim,

$$\Rightarrow \frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_T - T'_P}{(\delta x')_t} - \frac{T'_P - T'_B}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_B - T'_P}{(\delta x')_b}\right)(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

(3.43.h)'den

$\theta' = 0 \qquad$ da $\qquad \frac{\partial T'_w}{\partial \theta'} = 0$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$(\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki ikinci terim

$$\Rightarrow \frac{1}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P = \frac{1}{r'_P}\left(\frac{2(T'_E - T'_P)}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta r')_P(\Delta x')_P$$

(3.43.g)'den;

$r' = 1 + d'$ de $x' > 0$ ve $\frac{3\pi}{2} < \theta' \le \frac{\pi}{2}$ için $\frac{\partial T'_w}{\partial r'} = 0$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \qquad \Rightarrow \quad T'_N = T'_S$$

$(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak (4.4) denkleminde sağ taraftaki birinci terim

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \left[\left(\frac{r'_n + r'_s}{(\delta r')_s} \right) (T'_s - T'_P) \right] (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_N T'_N + a_S T'_S + a_E T'_E + a_W T'_W + a_T T'_T + a_B T'_B + a_P^0 T'^0_P \tag{4.68}$$

$$a_N = 0 \tag{4.69.a}$$

$$a_S = \frac{r'_s + r'_n}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P = \frac{2r'_p}{(\delta r')_s} (\Delta x')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.69.b}$$

$$a_T = 0 \tag{4.69.c}$$

$$a_B = \frac{2r'_p}{Pe^2} \frac{1}{(\delta x')_b} (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P \tag{4.69.d}$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P} \frac{1}{(\delta \theta')_e} (\Delta r')_P (\Delta x')_P \tag{4.69.e}$$

$$a_W = 0 \tag{4.69.f}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P (\Delta \theta')_P}{(\Delta t')} \tag{4.69.g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.69.h}$$

4.2.3.2 Akışkan Tarafı

- **Alt Akış Bölgesinin Uzağında** (3.44.c);

(3.44.c)'den;

$$x' = \infty \qquad \text{da} \qquad \frac{\partial T_f'}{\partial x'} = 0$$

$$\left.\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right)_P = \frac{T_T' - T_B'}{(\delta x')_t + (\delta x')_b} = 0 \quad \Rightarrow T_T' = T_B'$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak; ve T_T' değeri yerine T_B' yazılarak denklem (4.35)'nin sol tarafındaki ikinci terim;

$$J_t' - J_b' = \left(r_P' - r_P'^3\right)\left\{\left[T_P' + \frac{(T_P' - T_T')}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_t\right] - 1}\right] - \left[T_B' + \frac{(T_B' - T_P')}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_b\right] - 1}\right]\right\}(\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P$$

ve sadeleştirilerek

$$\Rightarrow \left(r_P' - r_P'^3\right)\left[T_P' - T_B' + \frac{2(T_P' - T_B')}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_b\right] - 1}\right](\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_B T_B' + a_T T_T' + a_P^0 T_P'^0 \tag{4.70}$$

$$a_T = 0 \tag{4.71.a}$$

$$a_B = \left(r_P' - r_P'^3\right)\frac{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_b\right] + 1}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_b\right] - 1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.71.b}$$

$$a_N = r_n' \frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.71.c}$$

$$a_S = r_s' \frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.71.d}$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \qquad (4.71.e)$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \qquad (4.71.f)$$

$$a_P^0 = r'_P\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{\Delta t'} \qquad (4.71.g)$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a_P^0 \qquad (4.71.h)$$

- **Simetri düzleminde;**

i. Üst Bölümde (3.44.d);

(3.44.d)'den

$$\theta' = \pi \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial T'_f}{\partial\theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial\theta'}\right)_P = \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$r'_w = r'_e$; $\quad (\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak

denklem (4.35)'nin sol tarafındaki dördüncü terimi;

$$J'_\theta = (J'_w - J'_e) = \frac{2}{r'_P}\left(\frac{T'_W - T'_P}{(\delta\theta')_w}\right)(\Delta x')_P(\Delta r')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_B T'_B + a_T T'_T + a_P^0 T'^0_P \qquad (4.72)$$

$$a_T = \frac{\left(r'_P - r'^3_P\right)}{\exp\left[Pe^2(1 - r'^2_p)(\delta x')_t\right] - 1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \qquad (4.73.a)$$

$$a_B = \left(r'_P - r'^3_P\right)\frac{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]-1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.73.b}$$

$$a_N = r'_n\frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.73.c}$$

$$a_S = r'_s\frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.73.d}$$

$$a_W = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \tag{4.73.e}$$

$$a_E = 0 \tag{4.73.f}$$

$$a_P^0 = r'_P\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{\Delta t'} \tag{4.73.g}$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.73.h}$$

ii. Alt Bölümde;

(3.44.d)'den

$$\theta' = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial T'_f}{\partial\theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial\theta'}\right)_P = \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$r'_w = r'_e$; $\quad (\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak

denklem (4.35)'nin sol tarafındaki dördüncü terimi;

$$J'_\theta = \left(J'_w - J'_e\right) = \frac{2}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta x')_P(\Delta r')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_B T'_B + a_T T'_T + a_P^0 T'^0_P \tag{4.74}$$

$$a_T = \frac{\left(r'_P - r'^3_P\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_t\right]-1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.75.a}$$

$$a_B = \left(r'_P - r'^3_P\right)\frac{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]-1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.75.b}$$

$$a_N = r'_n\frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.75.c}$$

$$a_S = r'_s\frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.75.d}$$

$$a_W = 0 \tag{4.75.e}$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \tag{4.75.f}$$

$$a_P^0 = r'_P\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{\Delta t'} \tag{4.75.g}$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a_P^0 \tag{4.75.h}$$

• **Alt akış Bölgesinin Uzağında ve Simetri Düzleminde** (3.44.c) ve (3.44.d);

i. Üst Bölümde;

(3.44.c)'den;

$$x' = \infty \qquad \text{da} \qquad \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0$$

$$\left.\frac{\partial T'_f}{\partial x'}\right)_P = \frac{T'_T - T'_B}{(\delta x')_t + (\delta x')_b} = 0 \quad \Rightarrow T'_T = T'_B$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak; ve T'_T değeri yerine T'_B yazılarak denklem (4.35)'nin sol tarafındaki ikinci terimi;

$$J'_t - J'_b = \left(r'_P - r'^3_P\right)\left\{\left[T'_P + \frac{\left(T'_P - T'_T\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_t\right]-1}\right]\right.$$
$$\left. - \left[T'_B + \frac{\left(T'_B - T'_P\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]-1}\right]\right\}(\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P$$

ve sadeleştirilerek

$$\Rightarrow \left(r'_P - r'^3_P\right)\left[T'_P - T'_B + \frac{2\left(T'_P - T'_B\right)}{\exp\left[Pe^2\left(1-r'^2_p\right)\left(\delta x'\right)_b\right]-1}\right]\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta t'\right)\left(\Delta\theta'\right)_P$$

haline gelir,

(3.44.d)'den

$$\theta' = \pi \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial T'_f}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = \frac{T'_E - T'_W}{\left(\delta\theta'\right)_e + \left(\delta\theta'\right)_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$r'_w = r'_e$; $\left(\delta\theta'\right)_w = \left(\delta\theta'\right)_e$ alınarak

denklem (4.35)'nin sol tarafındaki dördüncü terimi;

$$J'_\theta = \left(J'_w - J'_e\right) = \frac{2}{r'_P}\left(\frac{T'_W - T'_P}{\left(\delta\theta'\right)_w}\right)\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_B T'_B + a_T T'_T + a^0_P T'^0_P \tag{4.76}$$

$$a_T = 0 \tag{4.77.a}$$

$$a_B = \left(r'_P - r'^3_P\right)\frac{\exp\left[Pe^2\left(1-r'^2_p\right)\left(\delta x'\right)_b\right]+1}{\exp\left[Pe^2\left(1-r'^2_p\right)\left(\delta x'\right)_b\right]-1}\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.77.b}$$

$$a_N = r'_n\frac{1}{\left(\delta r'\right)_n}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.77.c}$$

$$a_S = r'_s\frac{1}{\left(\delta r'\right)_s}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P \tag{4.77.d}$$

$$a_W = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{\left(\delta\theta'\right)_w}\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P \tag{4.77.e}$$

$$a_E = 0 \tag{4.77.f}$$

$$a^0_P = r'_P\frac{\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta\theta'\right)_P}{\Delta t'} \tag{4.77.g}$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a^0_P \tag{4.77.h}$$

ii. Alt Bölümde;

(3.44.c)'den;

$$x' = \infty \qquad \text{da} \qquad \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0$$

$$\left.\frac{\partial T'_f}{\partial x'}\right)_P = \frac{T'_T - T'_B}{(\delta x')_t + (\delta x')_b} = 0 \quad \Rightarrow T'_T = T'_B$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak; ve T'_T değeri yerine T'_B yazılarak denklem (4.35)'nin sol tarafındaki ikinci terimi;

$$J'_t - J'_b = \left(r'_P - r'^3_P\right)\left\{\left[T'_P + \frac{(T'_P - T'_T)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_t\right] - 1}\right]\right.$$
$$\left. - \left[T'_B + \frac{(T'_B - T'_P)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right] - 1}\right]\right\}(\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P$$

ve sadeleştirilerek

$$\Rightarrow \left(r'_P - r'^3_P\right)\left[T'_P - T'_B + \frac{2(T'_P - T'_B)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right] - 1}\right](\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P$$

olur. (3.44.d)'den

$$\theta' = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial T'_f}{\partial \theta'} = 0$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial \theta'}\right)_P = \frac{T'_E - T'_W}{(\delta\theta')_e + (\delta\theta')_w} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T'_W = T'_E$$

$r'_w = r'_e$; $\quad (\delta\theta')_w = (\delta\theta')_e$ alınarak denklem (4.35)'nin sol tarafındaki dördüncü terimi;

$$J'_\theta = (J'_w - J'_e) = \frac{2}{r'_P}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta\theta')_e}\right)(\Delta x')_P(\Delta r')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_B T'_B + a_T T'_T + a^0_P T'^0_P \qquad (4.78)$$

$$a_T = 0 \qquad (4.79.a)$$

$$a_B = \left(r'_P - r'^3_P\right)\frac{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]+1}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]-1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \quad (4.79.b)$$

$$a_N = r'_n\frac{1}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \quad (4.79.c)$$

$$a_S = r'_s\frac{1}{(\delta r')_s}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \quad (4.79.d)$$

$$a_W = 0 \quad (4.79.e)$$

$$a_E = \frac{2}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \quad (4.79.f)$$

$$a_P^0 = r'_P\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{\Delta t'} \quad (4.79.g)$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a_P^0 \quad (4.79.h)$$

- **Yatay düzlemde ve boru ekseninde** (3.44.g);

(3.44.g)'den;

$\theta'=\pi/2$ ve $r'=0$'da $\dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}=0$

$$\left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \quad \Rightarrow T'_N = T'_S$$

$(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak ve $r'_s = r'_n$ olduğu için (4.35)'nin sol tarafındaki üçüncü terim;

$$\left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)_P = \left[r'_n\frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s\frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P\Delta t' = \frac{2\cdot r'_n}{(\delta r')_n}(T'_N - T'_P)(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_B T'_B + a_T T'_T + a_P^0 T'^0_P + b \quad (4.80)$$

$$a_T = \frac{\left(r'_P - r'^3_P\right)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_t\right]-1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \quad (4.81.a)$$

$$a_B = \left(r'_P - r'^3_P\right)\frac{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]-1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \quad (4.81.b)$$

$$a_N = 2\frac{r'_n}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \quad (4.81.c)$$

$$a_S = 0 \quad (4.81.d)$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \quad (4.81.e)$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \quad (4.81.f)$$

$$a_P^0 = r'_P\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{\Delta t'} \quad (4.81.g)$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a_P^0 \quad (4.81.h)$$

- **Yatay düzlemde, boru ekseninde ve alt akış bölgesinin uzağında** (3.44.c) ve (3.44.g);

(3.44.g)'den;

$\theta'=\pi/2$ ve $r'=0$'da $\dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}=0$

$$\left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \quad \Rightarrow T'_N = T'_S$$

$(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak ve $r'_s = r'_n$ olduğu için (4.35)'nin sol tarafındaki üçüncü terim;

$$\left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)_P = \left[r'_n\frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s\frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta\theta')_P\Delta t' = \frac{2\cdot r'_n}{(\delta r')_n}(T'_N - T'_P)(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P(\Delta t')$$

(3.44.c)'den;

$x' = \infty$ da $\dfrac{\partial T'_f}{\partial x'}=0$

$$\left.\frac{\partial T'_f}{\partial x'}\right)_P = \frac{T'_T - T'_B}{(\delta x')_t + (\delta x')_b} = 0 \quad \Rightarrow T'_T = T'_B$$

$(\delta x')_t = (\delta x')_b$ alınarak; ve T'_T değeri yerine T'_B yazılarak denklem (4.35)'nin sol tarafındaki ikinci terimi;

$$J'_t - J'_b = \left(r'_P - r'^3_P\right)\left\{\left[T'_P + \frac{(T'_P - T'_T)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_t\right] - 1}\right] - \left[T'_B + \frac{(T'_B - T'_P)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right] - 1}\right]\right\}(\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P$$

ve sadeleştirilerek

$$\Rightarrow \left(r'_P - r'^3_P\right)\left[T'_P - T'_B + \frac{2(T'_P - T'_B)}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right]-1}\right](\Delta r')_P(\Delta t')(\Delta\theta')_P$$

olur ve ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_B T'_B + a_T T'_T + a^0_P T'^0_P \tag{4.82}$$

$$a_T = 0 \tag{4.83.a}$$

$$a_B = \left(r'_P - r'^3_P\right)\frac{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right] + 1}{\exp\left[Pe^2(1-r'^2_p)(\delta x')_b\right] - 1}(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.83.b}$$

$$a_N = 2\frac{r'_n}{(\delta r')_n}(\Delta x')_P(\Delta\theta')_P \tag{4.83.c}$$

$$a_S = 0 \tag{4.83.d}$$

$$a_W = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_w}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \tag{4.83.e}$$

$$a_E = \frac{1}{r'_P}\frac{1}{(\delta\theta')_e}(\Delta x')_P(\Delta r')_P \tag{4.83.f}$$

$$a^0_P = r'_P\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P(\Delta\theta')_P}{\Delta t'} \tag{4.83.g}$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_T + a_B + a^0_P \tag{4.83.h}$$

4.4. Çözüm

Enerji denklemlerinden hareketle sıcaklık dağılımı, ayrıklaştırılmış denklemler kullanılarak Gauss-Siedel iterasyon yöntemi ile belirlenmiştir. Hesaplama bölgesi olarak eksenel yönde hem üst hem alt akış bölgelerinde yeterli uzunluklar, radyal yönde cidar dış yüzeyleri ile sınırlı alan ve açısal yönde simetri düzleminin bir tarafındaki seçilmiştir. Eksenel yöndeki sınırlar benzer bir çalışma (Bilir, 1994) sonuçlarından tahmin edilerek belirlenmiştir. Bu sınırlar ve seyrek ağ sistemleri ile de denenerek $x'=-\infty$ ve $x'=\infty$'daki sınır şartlarının sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmiştir.

Düğüm noktaları hem cidar hem de akışkan bölgelerine dağıtılmıştır. Yapılan denemeler ile radyal yönde 28 adet kontrol hacim hem programın çalışma süresi hem de elde edilen sonuçlar açısından tatminkâr olmuştur.

28 kontrol hacminin 8'i cidar bölgesine 20'si de akışkan bölgesine yerleştirilmiştir. Cidar tarafında radyal basamak uzunlukları eşit ve *d'/8* kadardır. Aynı şekilde akışkan bölgesindeki radyal basamak uzunlukları da birbirlerine eşit ve 1/20'dir.

Eksenel yönde borunun ısıtılmaya başlandığı kesit civarında ($x'=0$) düğüm noktaları sıklaştırılarak bu bölgede hassasiyetin arttırılması sağlanmıştır. Bu kesitin her iki yönünde (alt akış ve üst akış) ilk basmak uzunluğu 0,001 olarak belirlenmiş ve her iki tarafa doğru basamak uzunlukları bir öncekinin 1,32 katı oranında arttırılarak eksenel yönde doğrusal olarak gerdirilmiştir. Akış yönündeki toplam düğüm noktası sayısı, hesaplama bölgesinin uzunluğunu da belirlemektedir. Eksenel hesaplama uzunluğu parametre değerlerine bağlı olarak değişmekte ve özellikle üst akış bölgesinde düşük *Pe* ve büyük k_{wf} değerlerinde artmaktadır. Ancak uç parametre değerleri dışında alt ve üst akış bölgeleri için 28'er düğüm noktası tatminkâr sonuçlar vermiştir.

Açısal yönde 20 düğüm noktası simetri düzleminin bir tarafı için eşit açılarda yerleştirilmiştir. Böylece tüm hesaplama bölgesi genellikle (28+28) x 28 x 20'lik düğüm noktası ile karakterize edilmiştir.

Zaman adımı için de çözüm doğruluğunu ya da hassasiyetini arttırmak amacıyla eşit olmayan aralıklar seçilmiştir. İlk zaman adımı 0,0001 olarak alınmış ve takip eden her zaman adımında bir öncekinin %10'u kadar arttırılmıştır. Böylece, başlangıçta ısı transferi karakteristiklerinin değişimi hızlı olduğu için zaman aralıkları küçük alınmış, sürekli rejime yaklaştıkça değişim hızı yavaşladığı için ve hesaplama süresini çok arttırmamak amacıyla zaman adımları gittikçe büyütülmüştür.

Oluşturulan ağ sistemi için kapsamlı bir ağdan bağımsızlık (GCI) analizi yapılmış ve bir sonraki bölümde verilmiştir.

Her bir zaman adımındaki sıcaklık dağılımı Patankar'ın (Patankar, 1980) nokta-nokta (point-by-point) yöntemiyle belirlenmiştir. Bir deneme sırasında hesaplama bölgesindeki noktaların hangi sıra ile ziyaret edileceği, yakınsamanın hızlandırılması ve çözüme çabuk ulaşma açısından önemlidir. Araştırmalar, noktalar taranırken öncelikle sınır şartlarının verildiği bölgelerden içlere doğru ve taşınım problemlerinde akış doğrultusunda hareket etmenin çözümü hızlandıracağını ortaya koymuştur (Patankar, 1980). Bu nedenle denemeler sırasında düğüm noktaları; açısal yönde ısıtılan bölümden ısıtılmayan bölüme doğru, radyal yönde dış cidardan eksene doğru taranmış ve akış doğrultusunda $-\infty$'dan $+\infty$'a doğru süpürülmüştür. Ara yüzeydeki sınır şartları ayrıklaştırılırken Patankar'ın (Patankar, 1980) harmonik ortalama yaklaşımı kullanılmıştır. Cidar ve akışkan arasındaki bilgi geçişi ara yüzeyde çakışan sınır şartları ile sağlanmıştır. Herhangi bir deneme sırasında bir önceki denemede elde edilen ara yüzey sıcaklıkları akışkan tarafı için sınır şartı olarak kullanılmıştır. Denemeye cidar tarafında devam edilirken ise ara yüzey ısı akıları akışkan tarafından cidar tarafına bilgi aktarmak için kullanılmıştır.

Çözümlerde hassasiyet limiti 10^{-7} olarak alınmış ve bir zaman dilimindeki denemelerde tüm noktalar için kontrol hacim enerji denklemlerindeki uyumsuzluk kalanlarının en büyüğü bu değerin altına düşünceye kadar devam edilmiştir. Bir zaman dilimi için toplam deneme sayısı 2'nin altına düştüğü anda da sistem sürekli rejime ulaşmış kabul edilmiş ve denemelere son verilmiştir.

Geçici rejimin başlangıcında birkaç denemede çözüme ulaşılırken ilerleyen zaman adımlarında deneme sayısının arttığı, sürekli rejime yaklaştıkça da tekrar ve hızla azaldığı görülmüştür. Deneme sayısı ve zaman adımı sayısı parametre değerlerine bağlı olmakla beraber genellikle bir zaman adımı için ortalama 3000-3500 deneme ve toplam olarak ortalama 400000 denemede sonuçlara ulaşılmıştır.

Yığık sıcaklık (3.50), ara yüzey ısı akısı, ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısı (3.53) ve Nusselt sayılarının hesaplanmasında kullanılan denklem (3.52)'deki sayısal integral iki katlı integrallerde Simpson metodu ile denklem (3.52)' deki türev Newton-Gregory fark formülleri ile hesaplanmıştır. Bu yöntemlerin detayları Ek 1 ve Ek2'de verilmiştir.

Sıcaklık dağılımını, önceki kısımlarda anlatılan iteratif yöntemle belirleyen ve diğer ısı transferi karakteristiklerini hesaplayan bir bilgisayar programı yazılmıştır. Aynı

program içinde yer alan bir grafik çözümleme alt programı ile sonuçlar doğrudan grafik tarzında alınabilmektedir. Karakteristik eğrilerin çiziminde hesaplanan çözüm noktalarının arası Langrange integrasyon formülü kullanılarak belirlenen ara değerler ile doldurulmuştur. Bu yönteminin detayları Ek 3'de verilmiştir.

5. AĞDAN BAĞIMSIZLIK (GCI) ANALİZİ

Sayısal çözümlerde kesin sonuçlar bilinemediği için bilinen değerlerden hareketle bir belirsizlik tahmini geliştirilir. Ağdan bağımsızlık analizi, sonlu elemanlar, sonlu hacimler ve sonlu farklar gibi yöntemlere uygulanabilen belirsizlik tahminleri için geliştirilmiş en güvenilir ve en yaygın olarak tercih edilen yöntemdir (Minkowycz ve ark.,2006). Bunun için yoğun, orta ve seyrek sıklıkta ağlar çözüm alanına yerleştirilir ve aynı konum ve zaman anında herhangi bir sonuç değeri için belirsizlik belirlenebilir.

Ağdan bağımsızlık analizi için öncelikle denklem (5.1)'den farklı yoğunlukta ağ sistemleri için düğüm noktaları arası mesafelerin (kontrol hacim basamak uzunlukları) oranı belirlenir.

$$r = \frac{h_2}{h_1} \tag{5.1}$$

Düğüm noktaları arasındaki mesafe oranı kolaylık açısından genellikle iki katı alınır fakat üç boyutlu problemlerde daha küçük değerlerin alınması uygundur. Literatürde r için farklı değerler önerilmiştir. r değerinin (Roache,1994) en az 1,1 olması gerektiğini belirtirken (Çelik ve ark. 2008) en az 1,3 olarak belirtmişlerdir

ε her bir ağ sistemi için aynı noktada elde edilen değerlerin farkıdır ve denklem (5.2)'den belirlenir.

$$\varepsilon_{2,1} = f_2 - f_1 \tag{5.2}$$

Analizin seviyesi, p, denklem (5.3)'den hesaplanır.

$$p = \frac{\left|\ln\left|\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}\right|\right|}{\ln\left(r_{21}\right)} \tag{5.3}$$

Ağ sistemi için kesin değer yaklaşık olarak denklem (5.4)'ten belirlenir.

$$f\left[\text{kesin deger}\right] \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{\left(r^p - 1\right)} \tag{5.4}$$

GCI değeri denklem (5.5)'den hesaplanır.

$$GCI_{12} = \frac{F_s \cdot \left|\in_{12}\right|}{r^p - 1} \cdot 100 \tag{5.5}$$

GCI değeri iki sistemin yüzde olarak ne kadar yakın olduğu hakkında bilgi verir.

(5.5) denklemindeki $\in$ terimi denklem (5.6)'den bulunur.

$$\in_{12} = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \tag{5.6}$$

Denklem (5.5)'teki F_s değeri bir güvenlik faktörüdür. Üç veya daha fazla ağ sisteminin karşılaştırılması durumunda F_s değerinin 1,25 olarak alınması tavsiye edilir. (Slater, 2011) İki veya daha fazla sistem için yapılan analiz sonuçlarının karşılaştırılması için (5.7) denkleminden faydalanılır (Roache, 1994).

$$GCI_{23} = r^p \cdot GCI_{12} \tag{5.7}$$

Bu denklemin sol tarafındaki değer sağ tarafına ne kadar yakın ise yaklaşım o oranda başarılıdır.

Ağdan bağımsızlık analizi, ısıtmanın başladığı kesitte, sürekli rejimde, yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısı için yoğun, orta ve seyrek ağ sistemleri ile elde edilen değerler ile yapılmıştır. Ayrıca zaman ağından bağımsızlık analizi için zaman adımları değiştirilerek, aynı konum ve sürekli rejim yığık sıcaklık değerleri incelenmiştir.

Ayrıntılı hesaplama örneği aşağıda verilmiştir. Analiz için yoğun, orta ve seyrek ağ sistemleri belirlenirken, düğüm noktaları arası mesafe oranları 1,4 olarak seçilmiştir. Buna göre çözüm alanına uygulanan yoğun, orta ve seyrek ağ sistemleri değerleri Çizelge 5.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.1. Farklı sıklıktaki ağ sistemlerinde düğüm noktalarının dağılımı

	Eksenel yönde düğüm noktası sayısı		Radyal yön düğüm noktası sayısı	Açısal yön düğüm noktası sayısı
	Üst akış bölgesi	Alt akış bölgesi		
Yoğun ağ	40	40	40	30
Orta sıklıkta ağ	28	28	28	20
Seyrek ağ	20	20	20	14

Peclet sayısının 5, cidar kalınlık oranının 0.1, ısı iletkenlik katsayısı oranının 10 ve ısıl yayılım katsayısı oranının 1 olduğu (ortalama) parametrik değerler için sürekli

rejimde ve ısıtılmaya başlanılan kesitte *(x′=0)* çeşitli ağ sistemleri için elde edilen yığık sıcaklıklar ve üç farklı açısal konum için *(θ′=0, π/2,π)* ara yüzey ısı akısı değerleri Çizelge 5.2' de verilmiştir.

Çizelge 5.2'den yığık sıcaklık değerlerinin karşılaştırma sonucu, Denklem (5.7) ile;

$$\frac{1{,}28499}{1{,}4^{5{,}6953677}\cdot 0{,}19075}=0{,}991$$

θ′=0 için *x′=0*'da ara yüzey ısı akısı değerleri için karşılaştırma sonucu:

$$\frac{1{,}347}{1{,}4^{6{,}2596632}\cdot 0{,}1655}=0{,}99$$

Açısal konum *θ′= π/2* ve *x′=0*'da ara yüzey ısı akısı değerleri için karşılaştırma sonucu:

$$\frac{2{,}092}{1{,}4^{4{,}48}\cdot 0{,}47}=0{,}9858$$

Açısal konum *θ′= π* ve *x′=0* için ara yüzey ısı akısı değerleri için karşılaştırma sonucu:

$$\frac{2{,}569772}{1{,}4^{3{,}6449}\cdot 0{,}74302}=1{,}01454$$

Elde edilen sonuçların tümü 1'e yakın olduğundan uygulanan ağ sistemlerinin sonuçları tatminkardır. Yani çalışmanın sonuçları ağ sisteminden bağımsızdır denilebilir.

Çözümün zaman ağından bağımsızlığı

Zaman adımı artırımı çözümlerde %10 yerine önce %5 daha sonra %20 alınarak çözümler tekrarlanmıştır. Borunun ısıtılmaya başlandığı kesitte *(x′=0)*, elde edilen yığık sıcaklık değerleri Çizelge 5.3'te verilmiştir. Bu değerler; Peclet sayısının 5, cidar kalınlık oranının 0.1, ısı iletim katsayısı oranının 10 ve ısıl yayılım katsayısı oranının, 1 olduğu (ortalama) parametrik değerler ile yapılan çözümden elde edilen ve sürekli rejimdeki sonuçlardır.

Çizelge 5.2. x′=0'da sürekli rejimde yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısının farklı ağ sistemlerine göre değerleri

	Yoğun ağ	**Orta sıklıkta ağ**	**Seyrek ağ**	**r**	**p**	**Kesin Değer**	**$GCI_{yoğun\text{-}orta}$ %**	**$GCI_{orta\text{-}seyrek}$ %**
Yığık sıcaklık ($T'b_i$)	0,62070	0,62619	0,58888	1,4	5,6953677	0,619728	0,19075	0,19075
Ara yüzey ısı akısı $(q'_{wi})_{\theta'=0}$	0,22188	0,22400	0,24124	1,4	6,2596632	0,2215862	0,1655	1,347
Ara yüzey ısı akısı $(q'_{wi})_{\theta'=\pi/2}$	0,99023	1,00524	1,07301	1,4	0,9859596	0,9859596	0,47	2,092
Ara yüzey ısı akısı $(q'_{wi})_{\theta'=\pi}$	0,89809	0,88523	0,92907	1,4	0,9034284	0,9034284	0,74302	2,56772

Çizelge 5.3 Farklı zaman adımı artış oranları ile elde edilen yığık sıcaklık değerleri

Zaman Adımı Artırım Oranı (%)	Yığık Sıcaklık Değerleri (T'_{bi})
5	0,62619
10	0,62619
20	0,62620

Ayrıca aynı çözümler ile $x'=0$'da farklı açısal konumlar için elde ara yüzey ısı akısı değerleri Çizelge 5.4'te verilmiştir. Sonuçlar çözümün zaman ağından da bağımsız olduğunu göstermektedir.

Çizelge 5.4. Farklı zaman adım artış oranlarına göre elde edilen ara yüzey ısı akısı değerleri

Açısal Konum θ'	Ara Yüzey Isı Akısı (q'_{wi})		
	%5 zaman adımı artırımı	%10 zaman adımı artırımı	%20 zaman adımı artırımı
π	0,88525	0,88523	0,88521
$38\pi/40$	0,88581	0,88580	0,88577
$36\pi/40$	0,88869	0,88867	0,88865
$34\pi/40$	0,89417	0,89416	0,89413
$32\pi/40$	0,90286	0,90284	0,90282
$3\pi/4$	0,91579	0,91578	0,91575
$28\pi/40$	0,93472	0,93470	0,93468
$26\pi/40$	0,96223	0,96221	0,96218
$24\pi/40$	1,00043	1,00042	1,00039
$22\pi/40$	1,03995	1,03993	1,03991
$\pi/2$	1,00525	1,00524	1,00521
$18\pi/40$	0,64966	0,64965	0,64963
$16\pi/40$	0,45721	0,45720	0,45719
$14\pi/40$	0,36225	0,36224	0,36223
$12\pi/40$	0,30900	0,30899	0,30898
$\pi/4$	0,27565	0,27564	0,27564
$8\pi/40$	0,25361	0,25361	0,25360
$6\pi/40$	0,23898	0,23898	0,23897
$4\pi/40$	0,22978	0,22977	0,22977
$2\pi/40$	0,22495	0,22495	0,22494
0	0,22400	0,22400	0,22399

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Ele alınan problem dört parametreye bağlıdır. Bunlar Peclet sayısı, Pe, cidar kalınlık oranı, d', cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, k_{wf} ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı, α_{wf}, dir. Çözümler bu parametrelerin değişik kombinasyonları için yapılmıştır. Pe=1, 5 ve 20; d'=0.02, 0.1 ve 0.3; k_{wf}=0.1, 1, 10 ve 100; α_{wf}=0.1, 1, 10 ve 100. Bu değerler cidar ve akışkan eksenel iletimi gibi öngörülen koşulların etkisinin hissedilebileceği ve mühendislik uygulamalarında karşılaşılabilecek değerler arasından seçilmiştir.

Üç boyutlu ve zamana bağlı bu problemin sonuçları ortalama parametre değerlerinden, Pe=5, d'=0.1, k_{wf}=10 ve α_{wf}=1 oluşturulan bir kombinasyon için çeşitli ısı transferi karakteristikleri için verilmiştir. Parametre değerlerinin probleme etkisi ise boyutsuz ara yüzey ısı akısı, q'_{wi}, sonuçları ile ifade edilmiştir.

Şekiller 6.1-6.5' de yukarıda verilen ortalama parametre değerleri için, beş farklı açısal konumda, θ'=π, 3π/4, π/2, π/4 ve 0, borunun dış yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimleri verilmiştir. $\pi/2 \le \theta' \le \pi$ arası borunun çevresel olarak ısıtılan bölümü, $0 \le \theta' < \pi/2$ arası ise ısıtılmayan bölümüdür. Şekiller 6.6-6.10'da aynı parametre değerleri ve sırasıyla aynı açısal konumlarda ara yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimleri görülmektedir. Şekil 6.11'de ise yine aynı parametre değerleri için akışkan yığık sıcaklığının eksenel dağılımı değişik zaman adımları için verilmiştir.

Bu şekillerin tümü birlikte incelendiğinde gerek cidar ve gerekse akışkan eksenel iletimi nedeniyle üst akış bölgesine önemli ölçüde ısı transfer edildiği görülmektedir. Zaman ilerledikçe ısının akış yönünün tersine daha fazla yayılması ile bu ön ısıtma mesafesi de artmakta ve sürekli rejime ulaşıldığında yaklaşık beş çap uzunluğunda bir eksenel konuma ulaşmaktadır. Aynı şekilde hem cidar hem de akışkan tarafındaki açısal iletim nedeniyle, borunun çevresel olarak ısıtılan bölümünden ısıtılmayan bölümüne hızlı bir şekilde ısı transfer edildiği görülmektedir. Açısal iletim, zamanın ilk adımlarından itibaren hem cidar hem de akışkan tarafında, gerek üst akış ve gerekse alt akış bölgesinde ısıtılan çevresel bölüme en uzak açısal konumlar da dahil olmak üzere sıcaklıkları yükseltmektedir. Alt akış bölgesinde ısıl gelişmenin yaklaşık 3 çap mesafede sağlandığı ve her üç sıcaklığın bu bölgede sürekli rejimde asimptotik değer olan 1'e ulaştığı görülmektedir.

Şekiller 6.12-6.16'da tam simetri düzleminde ($\theta'=\pi-0$)sıcaklıkların radyal dağılımlarının zamana göre değişimleri verilmiştir. Bu şekillerden ilk ikisi (6.12 ve 6.13) üst akış bölgesinde ($x'<0$) iki farklı eksenel konum, üçüncüsü (6.14) ısıtmanın başladığı eksenel konum ($x'=0$) ve sonuncusu ısıl gelişmenin sağlandığı eksenel konum olmak üzere alt akış bölgesinde ($x'>0$) iki farklı eksenel konum içindir. Şekillerde sıcaklık dağılımları hem cidar hem de akışkan tarafını içerecek şekilde göstermektedir. Zamanın ilk adımlarından itibaren gerek üst akış gerekse alt akış bölgesinde sıcaklık profillerinin oluşmaya başladığı ve zamanla belirginleştiği görülmektedir. İlk ve ara zaman adımlarında, sıcaklıkların borunun ısıtılan çevresel bölümünde daha yüksek olduğu görülmektedir. Aynı şekilde sürekli rejimde ısıl gelişme öncesinde de sıcaklıklar borunun ısıtılan çevresel bölümünde daha yüksektir. Ancak, tam gelişmiş bölgede sürekli rejimde tüm kesit boyunca, gerek cidar ve gerekse akışkan tarafında sıcaklık asimptotik değer olan 1'e ulaşmaktadır.

Radyal sıcaklık dağılımı eğrilerinin boru ekseninde bir minimum değere ulaştıkları görülmektedir. Isıtılan açısal konumlarda olduğu gibi, eksenden borunun ısıtılmayan cidar tarafına gidildikçe de sıcaklıklar artmaktadır. Bu durum cidarda gerçekleşen hızlı açısal iletim ile açıklanabilir. Açısal iletim ile cidarın ısıtılmayan bölümlerine geçen ısı cidara yakın bölgelerdeki akışkan sıcaklığını arttırmaktadır. Ancak, özellikle alt akış bölgesinde, borunun ısıtılan açısal bölümünden uzaklaştıkça sıcaklıklar tekrar azalmaktadır. Cidarda açısal iletimin nispeten yavaş olduğu durumlarda (küçük d' ve k_{wf}, büyük Pe) borunun ısıtılan bölümüne en uzak açısal konumlarında ($\theta'=0$) sıcaklıklar eksen sıcaklığının altına inebilmektedir.

Şekiller 6.17-6.19'da üç farklı eksenel konumda ara yüzey sıcaklığının çevresel dağılımının zamana göre değişimleri verilmiştir. Bu eksenel konumlardan birincisi, üst akış bölgesinde, ikincisi borunun ısıtılmaya başlandığı kesitte ($x'=0$), üçüncüsü ise alt akış bölgesinde ısıl gelişmenin sağlandığı bölgededir. Bu şekillerden de görüldüğü gibi, gerek cidar gerekse akışkan eksenel iletimi nedeniyle üst akış bölgesine transfer edilen ısı sıcaklıkların borunun ısıtılmaya başladığı kesitin öncesinde ve zamanın ilk adımlarından itibaren yükselmeye başlamaktadır. Sıcaklık dağılımı eğrileri ilk oluştuğu eksenel konumlarda büyük ölçüde doğrusaldır ve borunun ısıtılmayan bölümüne gidildikçe hafifçe azalmaktadır. Ara yüzey sıcaklığının borunun ısıtılan bölüme en uzak çevresel konumda ($\theta'=0$) minimum olduğu görülmektedir. Ara yüzey sıcaklıkları, ısıtılan çevresel bölümde daha hızlı olmak üzere, zaman ilerledikçe yükselmekte ve

sürekli rejime ulaşıldığında da tüm çevre boyunca asimptotik değer olan 1'e ulaşmaktadır.

Şekiller 6.20-6.24'de ara yüzey ısı akısı eksenel dağılımının zamana göre değişimi beş farklı açısal konum için verilmiştir. Bu şekillerden de gerek cidar gerekse akışkan eksenel iletimi ile ısıtılmayan üst akış bölgesine, akışa ters yönde önemli ölçüde ısı transfer edildiği ve bu ön ısıtma mesafesinin zamanla arttığı görülmektedir. Alt akış bölgesinde borunun ısıtılmaya başlandığı kesitin hemen yakınlarında, hızlı cidar eksenel iletimi nedeniyle zamanın ilk adımlarında ısı akısı değerlerinin hızla yükseldiği, bir maksimum değere ulaştıktan sonra azalarak sabit kaldığı görülmektedir. Taşınımın etkisini arttırmasıyla ısı akısı değerleri hem zamanla hem de alt akış bölgesine doğru gittikçe azalmaktadır. Isıl gelişme bölgesinde sistem sürekli rejime ulaştığında ise ısı akısı asimptotik değer olan sıfıra düşmektedir.

Borunun ısıtılmayan açısal konumlarında ara yüzey ısı akısı değerleri ısıtılan bölümdekilere kıyasla bir hayli azalmaktadır. Borunun ısıtılan bölümüne en uzak açısal konumlarda, ($\theta'=0$), alt akış bölgesinde negatif ısı akısı değerleri görülmektedir. Bu bazı anlarda ve konumlarda akışkan sıcaklığının cidar sıcaklığından daha yüksek olması sonucudur. Bu açısal konumdaki negatif ısı akısı değerleri zamanın başlangıcında daha yüksek olmakta ve daha sonra azalmakla beraber sürekli rejime kadar devam etmektedir. Yine, borunun ısıtılan bölümüne en uzak açısal konumlara doğru gidildikçe, ısı akısı eğrilerindeki maksimum değere ulaşılan eksenel konumun geriye doğru ve üst akış bölgesine kaydığı görülmektedir.

Şekil 6.25'te ortalama ara yüzey ısı akısı eksenel dağılımın zamana göre değişimi verilmiştir. Buradaki değerler, herhangi bir kesitte yerel ısı akısı değerlerinin çevresel ortalamasıdır. Ortalama ara yüzey ısı akısı değerlerinin hem eksenel dağılımının hem de zaman içerisindeki değişiminin açısal yerel ısı akısı eğrilerine benzediği söylenebilir.

Şekil 6.26'da alt akış bölgesi için yerel Nusselt sayısının çevresel ortalamasının eksenel dağılımının zamana göre değişimi görülmektedir. Nusselt eğrilerinin zamanla ve akış yönünde azaldığı ve ısıl gelişme bölgesinde sürekli rejimde, sabit yüzey sıcaklığı ile tam çevresel olarak ısıtılan borular için asimptotik değer olan 3,66'ya ulaştığı görülmektedir.

Bu bölümde problemi tanımlayan parametrelerin etkileri incelenecektir. Problemin üç boyutlu ve zamana bağlı olması değişken sayısını bir hayli arttırmaktadır. Aynı zamanda gerek parametre sayısı ve gerekse incelenebilecek ısı transferi

karakteristiği sayısı da fazladır. Dolayısıyla, sunulan sonuçların hem olabildiğince aydınlatıcı hem de makul sayıda tutulması gerekir. Bu nedenle parametre değerlerinin etkisi ısı transferi karakteristikleri içerisinde birleşik problemler için en anlamlı ve en fazla bilgi içeren ara yüzey ısı akısı değerleri için incelenecektir (Faghri ve Sparrow, 1980). Öte yandan, bu problemde ara yüzey ısı akısı açısal yönde de değişmektedir. Ancak, borunun ısıtılan çevresel bölümü için parametre değerlerinin ara yüzey ısı akısı üzerine etkileri incelendiğinde, burada elde edilen sonuçların alt akış bölgesinde çevresel olarak borunun tamamında sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı uygulanan benzer bir çalışmanın (Bilir, 2002) sonuçlarına benzediği görülmektedir. Aynı durum ortalama ara yüzey ısı akısı sonuçları için de geçerlidir. Bu nedenle parametre değerlerindeki değişimin birleşik ısı transferine etkileri, cidar ve akışkan tarafında açısal iletimin en fazla etkilediği borunun ısıtılmayan bölümünde, ısıtılan bölüme en uzak açısal konum, ($\theta'=0$), için incelenmiştir.

Şekiller 6.27-6.29'da zamanın üç farklı adımında, üç farklı cidar kalınlık oranı, d', için, $\theta'=0$'da ara yüzey ısı akısının eksenel dağılımı görülmektedir. Bu zaman adımlarından birincisi geçici rejimin bir hayli başlangıcında, ikincisi ortalarında sonuncusu ise her cidar kalınlık oranı için farklı olmak üzere sürekli rejimdedir.

Cidar tarafında eksenel iletim ile geriye doğru giden, açısal iletim ile de ısıtılmayan çevresel bölüme geçen ısı, ince cidarlı borularda radyal yöndeki ısıl direnç ve ısıl kapasite küçük olduğu için, kolayca ara yüzeye iletilmekte ve üst akış bölgesinde ara yüzey sıcaklıklarını hızlı bir şekilde yükseltmektedir. Bu nedenle, ince cidarlı borularda geçici rejimin başlangıcında, üst akış bölgesindeki ısı akısı değerleri ve ısıtılan kesit civarında görülen maksimum değerler daha yüksek olmaktadır. Buna karşılık, kalın cidarlı borularda artan cidar eksenel iletimi üst akış bölgesindeki ön ısıtma mesafesini arttırmakta ve akışkan daha erken ısınmaya başlamaktadır. Bu da kalın cidarlı borularda alt akış bölgesinde akışkan sıcaklıklarının cidar sıcaklıklarından daha yüksek olmasına ve daha uzun sürmesine neden olmaktadır. Bu iki etki birbirine bir anlamda tezattır ve artan taşınım etkisi ile bu tezatlık artmaktadır. Bu nedenledir ki, zamanın belli bir safhasından sonra üst akış bölgesinde artan kalınlık ile ara yüzey ısı akısı değerleri hem ortalama hem de maksimum değer itibari ile önce artmakta daha sonra azalmaktadır. Öte yandan, cidar kalınlık oranı arttıkça sistemin sürekli rejime ulaşma süresinin önemli ölçüde arttığı ancak ısıl gelişme bölgesi mesafesinin değişmediği görülmektedir.

Cidar-akışkan ısı iletim katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi Şekiller 6.30-6.32'de yine $\theta'=0$'da ve üç farklı zaman adımı için verilmiştir. Şekillerden, cidar iletkenliğindeki artışın üst akış bölgesindeki ısı akısı değerlerini ortalama olarak ve maksimum değerler itibarıyla yükselttiği görülmektedir. Yine alt akış bölgesinde akışkan sıcaklıkları büyük k_{wf} değerleri için daha hızlı artmakta ve zamanın başlangıç adımlarında görülen negatif ısı akısı değerleri daha büyük olmaktadır. Öte yandan, büyük k_{wf} değerleri için artan açısal cidar iletimi nedeniyle, ilerleyen zaman adımlarında cidar sıcaklıkları daha hızlı yükselmekte ve bunun sonucunda alt akış bölgesinde görülen negatif ısı akısının kaybolarak ısının tekrar cidar tarafından akışkan tarafına transfer edilmesi daha erken zaman adımlarında başlamaktadır. Sürekli rejimde ise borunun tamamında pozitif ısı akısı değerleri görülmektedir. Sürekli rejime yaklaşıldıkça, borunun ısıtılmaya başladığı kesit civarında görülen maksimum ısı akısı değerlerinin artan k_{wf} değerleri ile önce arttığı daha sonra tekrar azaldığı görülmektedir. Buna karşılık büyük k_{wf} değerleri için ısının üst akış bölgesinde akışa ters yönde ilerleme mesafesinin bir hayli arttığı söylenebilir. Yine artan k_{wf} değerleri ile sürekli rejime ulaşma süresi önemli ölçüde artmakta, ancak ısıl gelişme mesafesi değişmemektedir. Cidar iletkenliğinin çok küçük olduğu durumlarda (k_{wf}=0.1) borunun ısıtılan bölümüne en uzak olduğu bu açısal konumlarda, boru boyunca yerel ara yüzey ısı akısı değerlerinin hemen hemen sıfır olduğu, ayrıca sürekli rejime ulaşma süresinin yeniden arttığı görülmektedir.

Şekiller 6.33-6.35'de cidar-akışkan ısı yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi görülmektedir. Küçük α_{wf} değerleri için cidardaki artan ısıl atalet, geçici rejimde ısı akısı değerlerini arttırmakta ve zamanın başlangıç safhalarında negatif ısı akılarına neden olmaktadır. Çok küçük α_{wf} değerleri için bu akışkandan cidara doğru olan ısı geçişi, daha uzun sürmekte ve üst akış bölgesine doğru da kaymaktadır. Borunun sürekli rejime ulaşma süresi artan α_{wf} değerleri için, dolayısıyla ısıl ataletin azalması ile düşmektedir. Isı akısı eğrilerinin son şekli ise beklenildiği gibi, tüm α_{wf} değerleri için aynıdır.

Şekiller 6.36-6.38 Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisini göstermek için verilmiştir. Tüm Peclet sayıları için zamanın başlangıç safhalarında alt akış bölgesinde negatif ısı akısı görülmektedir. Bununla birlikte, düşük Peclet sayıları için akışkan eksenel iletiminin daha büyük olması, ısının akışa ters yönde daha fazla geçmesi ve üst akış bölgesinde akışkan sıcaklığının daha çok yükselmesi nedeniyle, negatif ısı akısı

değerleri üst akış bölgesinden itibaren görülmektedir. Büyük Peclet sayılarında taşınım etkisinin daha fazla hissedilmesi, negatif ısı akısının daha uzun sürmesine neden olmaktadır. Isı akısı ortalama olarak ve maksimum değer itibarıyla artan Peclet sayısı ile artmaktadır. *Pe* sayısı azaldıkça ısının üst akış bölgesine yayılma mesafesi ve alt akış bölgesinde ısıl gelişme mesafesi önemli ölçüde artmaktadır. Yine azalan *Pe* sayısı sürekli rejime ulaşma süresini de arttırmaktadır.

Bu çalışmada elde edilen sonuçların kıyaslanması ve aynı zamanda gerek metodolojinin ve gerekse sonuçların doğruluğunu test etmek amacıyla aynı program ile problem iki uç durum için yeniden çözülmüştür. Bu çözümlerden birincisi aynı sınır şartlarında ve aynı koşullarda çevresel olarak tamamı ısıtılan bir boru öngörülerek yapılmıştır. Ortalama parametre değerleri (Pe=5, d'=0.1, k_{wf}=10 ve α_{wf}=1) ile yapılan çözümden elde edilen akışkan yığık sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimini veren eğriler Şekil 6.39'da görülmektedir. Şekil 6.11'deki eğriler ile kıyaslandığında, çevresel olarak yarısı ya da tamamı ısıtılmış kalın cidarlı bir boruda akışkana ısı transferinin, hem akış doğrultusunda konumsal olarak gelişimi hem de geçici rejimde zamansal olarak gelişimi büyük benzerlik göstermektedir. Tamamı ısıtılan boruda sıcaklık profilleri daha hızlı oluşmakta ve ısıl gelişme daha kısa mesafede (yaklaşık 2 çap) sağlanmaktadır. Ancak her iki durum için de, ısının eksenel iletimi ile üst akış bölgesinde akışa ters yönde ilerleme mesafesi ve sürekli rejime ulaşma süresi aynıdır.

İkinci çözüm çevresel olarak yarısı yalıtılmış çok ince cidarlı (cidar kalınlığı sıfır) bir boru için yapılmıştır. Pe=5 için yapılan bu çözümden elde edilen yığık sıcaklık eğrileri Şekil 6.40'ta verilmiştir. Yine Şekil 6.11'deki eğriler ile kıyaslandığında, ince cidarlı boruda cidar ve akışkandaki ataletin yok sayılması nedeniyle sıcaklık profilleri biraz daha hızlı oluşmakta ve sürekli rejime ulaşma süresi bir miktar kısalmaktadır. Aynı şekilde cidar eksenel iletiminin olmaması ısının üst akış bölgesine yayılma mesafesini bir hayli küçültmektedir. Ancak ince cidarlı boruda, alt akış bölgesinde ısıl gelişme mesafesi bir miktar büyümüştür. Yine aynı şekil üzerinde, sürekli rejimde, ince cidarlı, üst akış bölgesi yalıtılmış alt akış bölgesine ise tam çevresel sabit yüzey sıcaklığı uygulanan literatürdeki benzer bir problemin (Bilir, 1994) yığık sıcaklık değerleri gösterilmiştir. Buradaki yığık sıcaklık değerleri doğal olarak çevresel olarak yarısı ısıtılmış durumdan daha yüksektir.

Bu çalışmada elde edilen bulgulardan çıkarılabilecek önemli bir sonuç da, öngörülen koşullarda çevresel olarak yarısı ısıtılan bir boruda akışkana transfer edilen

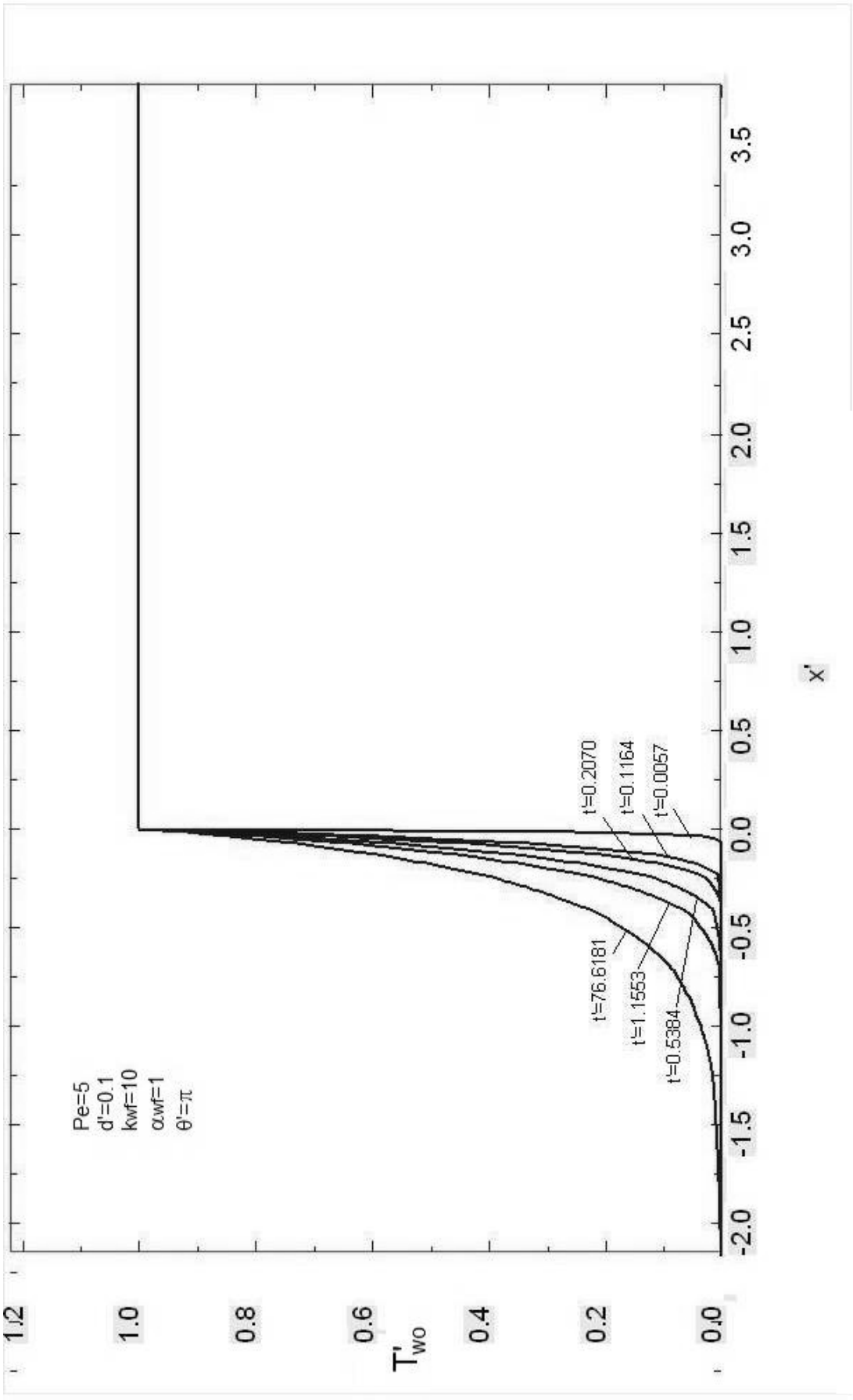
toplam ısının ne kadarının boru cidarının ısıtılan çevresel bölümünden ne kadarının ısıtılmayan bölümünden gerçekleştiğidir. Şekiller 6.41-6.51 bu amaçla hazırlanmıştır. Şekillerde, üst akış bölgesindeki ön ısıtma mesafesi de dahil olmak üzere, ısıl gelişme bölgesinde ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının, Q'_{top}, tüm geçici rejim süresince, yani zamanın başlangıcından sürekli rejime ulaşıncaya kadarki, zamanla değişimi görülmektedir. Şekiller ara yüzeyin tamamından ve ayrıca borunun ısıtılan ve ısıtılmayan çevresel bölümlerinden geçekleşen ısı transferini, (Şekil 1.1'e göre borunun üst ve alt yarısından), $Q'_{top,üst}$ ve $Q'_{top,alt}$ içerecek şekilde verilmiştir. Şekil 6.41 ortalama parametre değerleri için, (Pe=5, d'=0.1, k_{wf}=10 ve α_{wf}=1), elde edilen sonuçları göstermektedir. Parametre değerlerinin etkilerini görmek amacıyla ise, iki farklı cidar kalınlığı, üç farklı cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, üç farklı cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı ve iki farklı Peclet sayısı için Şekiller 6.42-6.51 hazırlanmıştır.

Şekillerin incelenmesinden çıkarılabilecek ilk sonuç akışkana transfer edilen toplam ısının önemli bir kısmının borunun ısıtılmayan çevresel bölümünden geçtiğidir. Borunun ısıtılmayan çevresel bölümünden akışkana transfer edilen ısının toplam ısı transferine oranı, bu çalışmada öngörülen parametre değerleri sınırları için %3 ila %46 arasında değişmektedir. Bu oran, çevresel cidar iletiminin daha etkin olduğu durumlar için (büyük d′ ve büyük k_{wf}) artmaktadır.

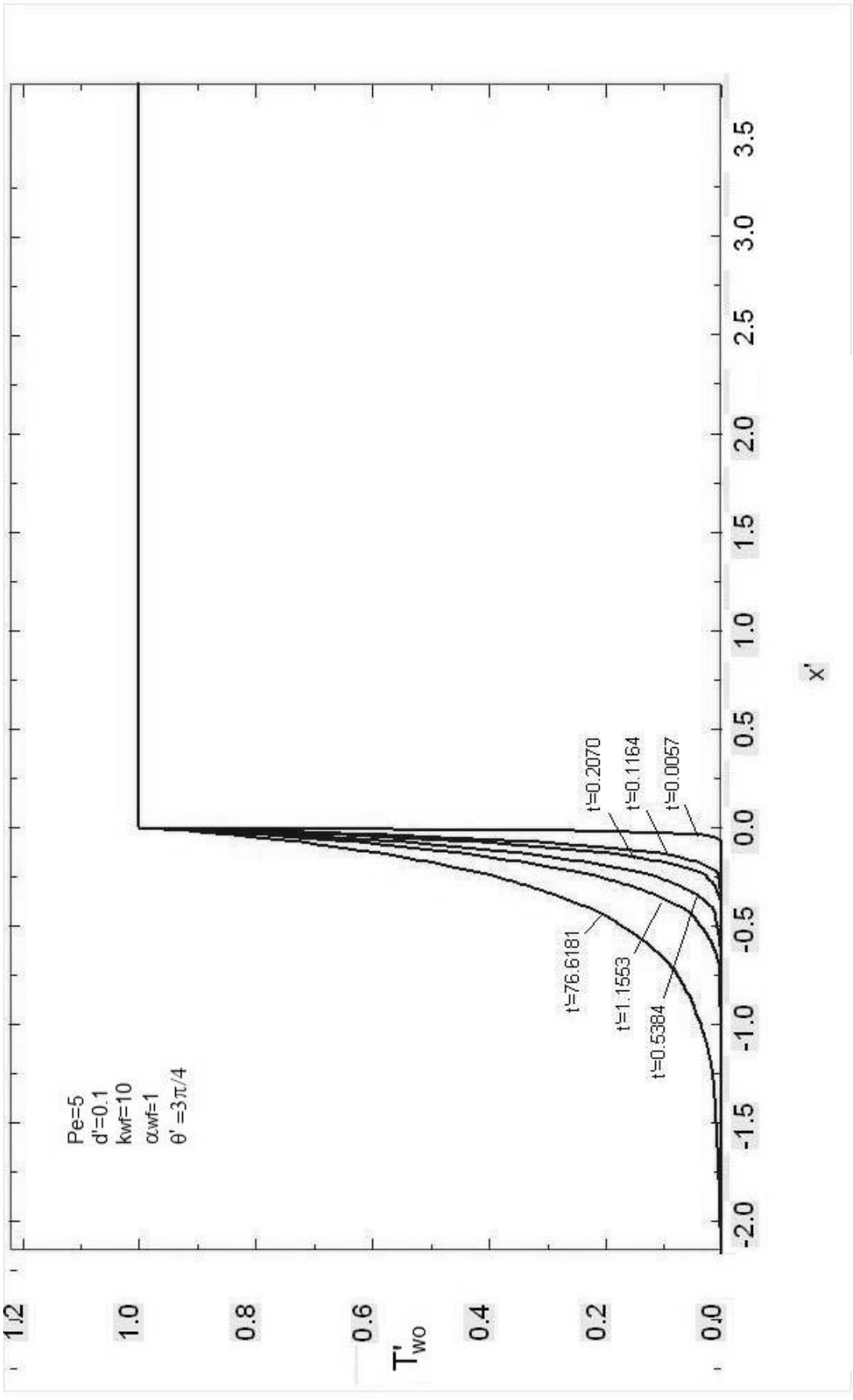
Şekiller, akışkana transfer edilen toplam ısının, hem ısıtılan çevresel bölümde hem de ısıtılmayan çevresel bölümde, zamanın başlangıcında önce hızla arttığı daha sonra ise azaldığını göstermektedir. Bu belli bir zaman süresince, gerek üst akış bölgesinde ve gerekse borunun ısıtılmayan çevresel bölümünde akışkandan cidara doğru gerçekleşen (negatif) ısı transferinin daha baskın olduğunu göstermektedir. Zamanla cidar sıcaklığındaki artış toplam ısı transferi eğrilerinin yeniden, sürekli rejime ulaşıncaya kadar ve doğrusal olarak artmasına neden olmaktadır. Bu eğrilerin, sürekli rejime ulaşılan zaman adımında ulaştığı Q'_{top} değeri, geçici rejim süresince transfer edilen kümülatif toplam ısıyı göstermektedir.

Elde edilen sonuçlar daha önce ısıl gelişme mesafesinin ve sürekli rejime ulaşma süresinin parametre değerlerine bağlı olarak değiştiğini göstermişti. Buna paralel olarak, buradaki eğrilerin incelenmesinden çıkarılabilecek önemli bir sonuç da, akışkana ısıl gelişme bölgesi uzunluğunca sürekli rejime ulaşıncaya kadar transfer edilen kümülatif toplam ısının, parametre değerlerine bağlı olarak önemli ölçüde değiştiğidir. Kümülatif toplam ısı transferi miktarı, ısıl gelişme mesafesi ve sürekli rejime ulaşma süresiyle

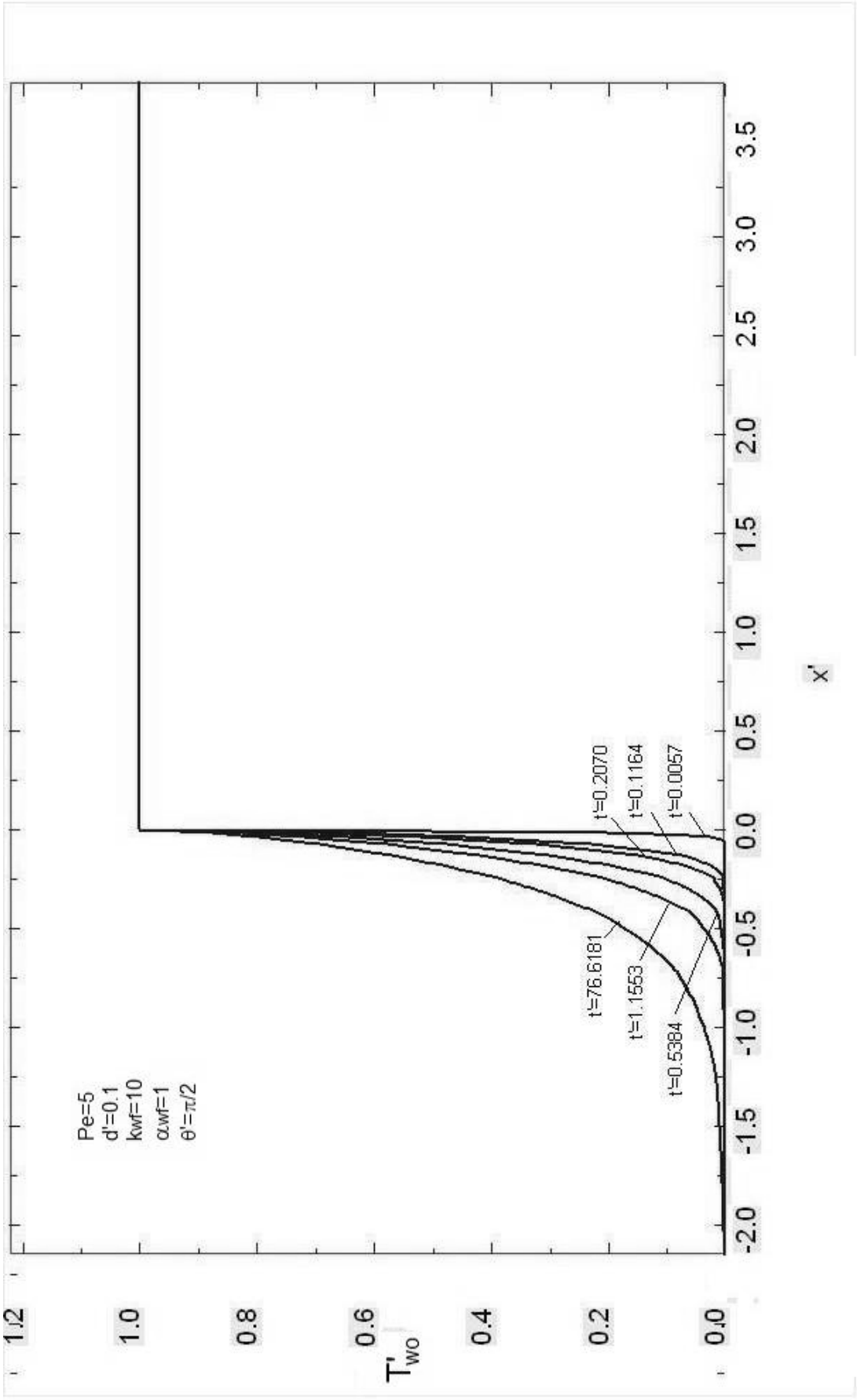
genel olarak artmakla birlikte, ara yüzey ısı akısının geçici rejim süresince ortalama değerine bağlı olarak değişmektedir. Sistemin ısıl ataletinin bir hayli büyük olduğu durumlar için (çok büyük d', çok küçük α_{wf}) ya da cidar ve akışkan eksenel iletimi nedeniyle ısının akışa ters yönde üst akış bölgesinde çok gerilere kadar yayıldığı durumlarda (çok büyük k_{wf}, çok küçük Pe) kümülatif toplam ısı transferi miktarı önemli ölçüde artmaktadır.



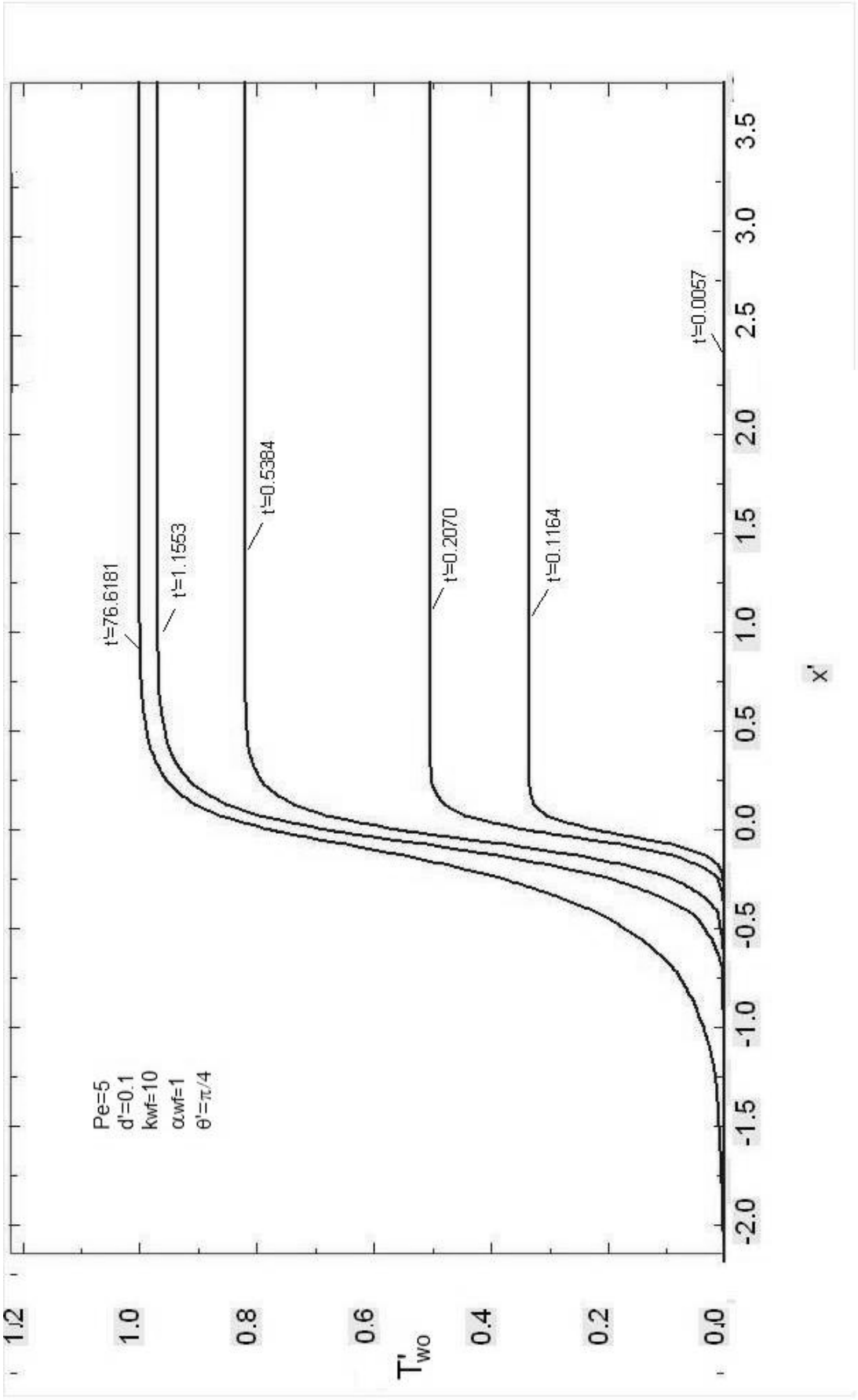
Şekil 6.1. Dış yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi$)



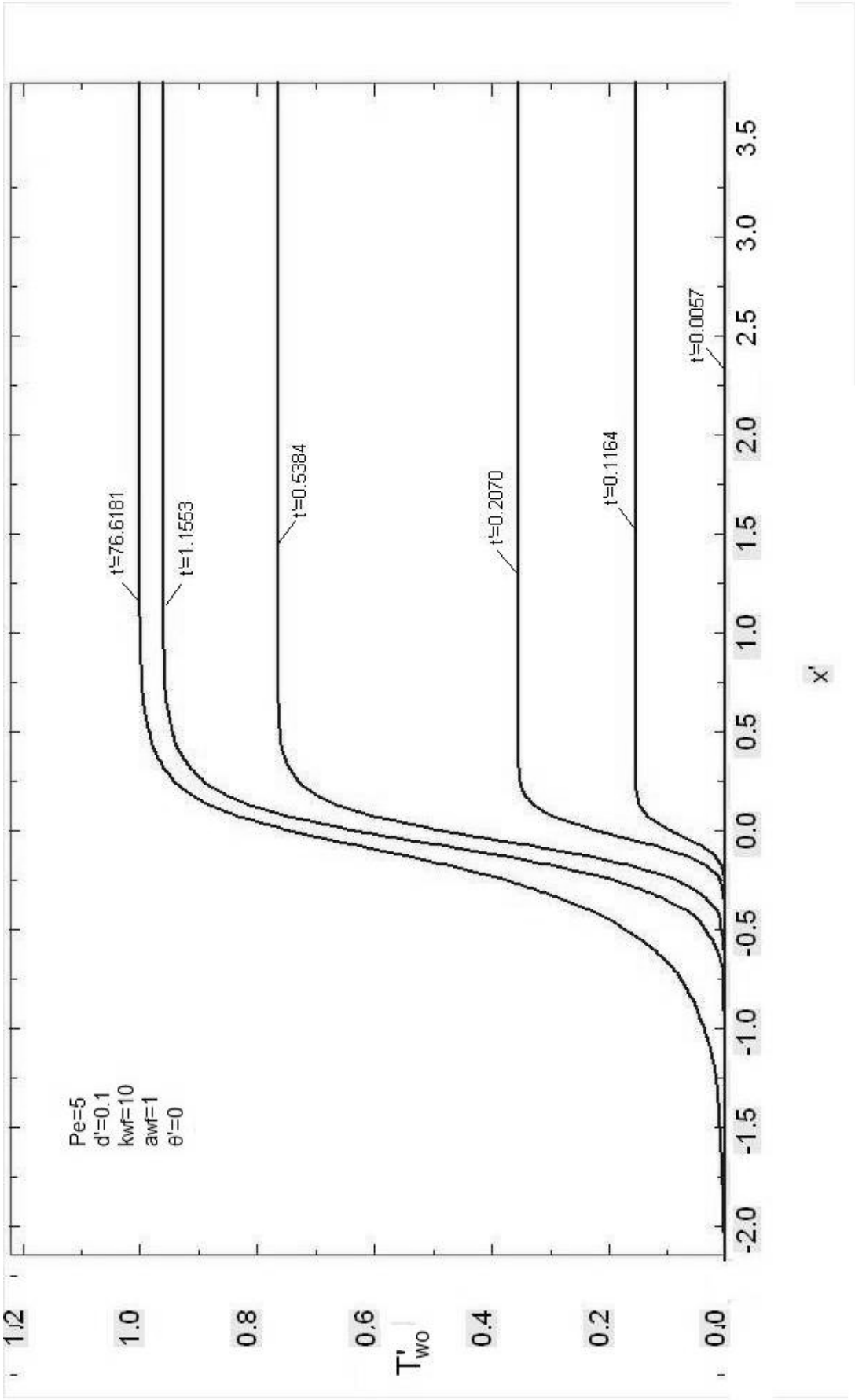
Şekil 6.2. Dış yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=3\pi/4$)



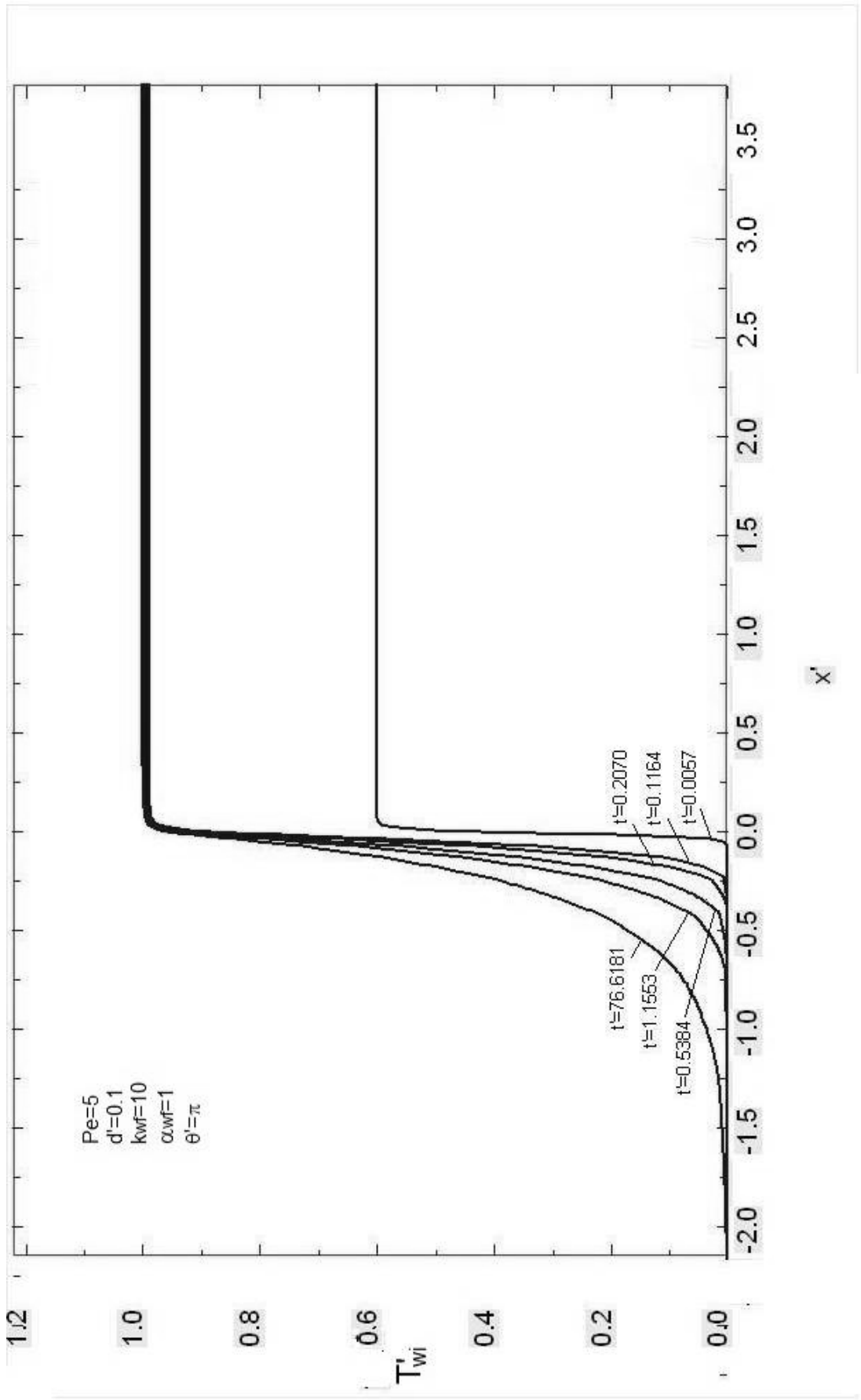
Şekil 6.3. Dış yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi/2$)



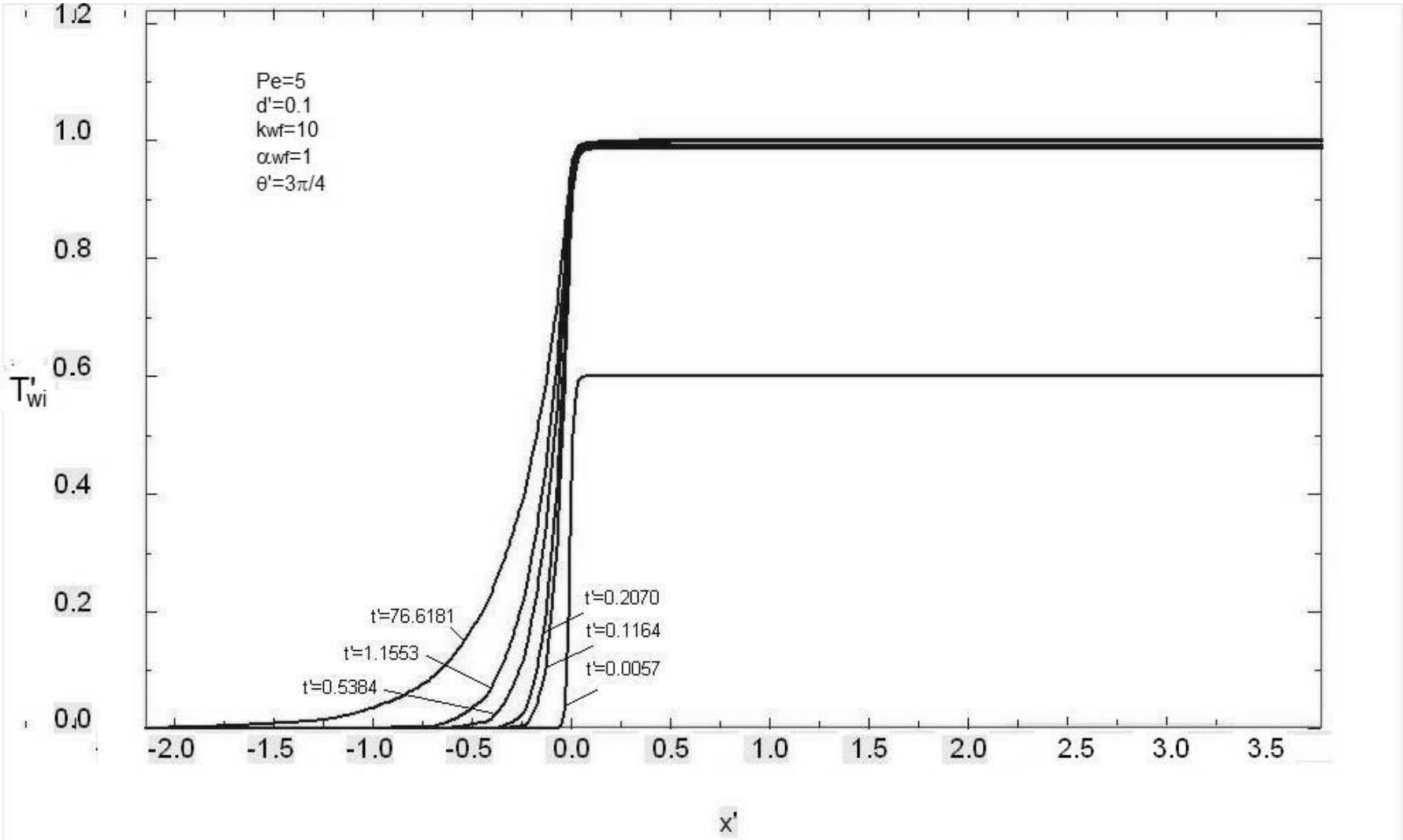
Şekil 6.4. Dış yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi/4$)



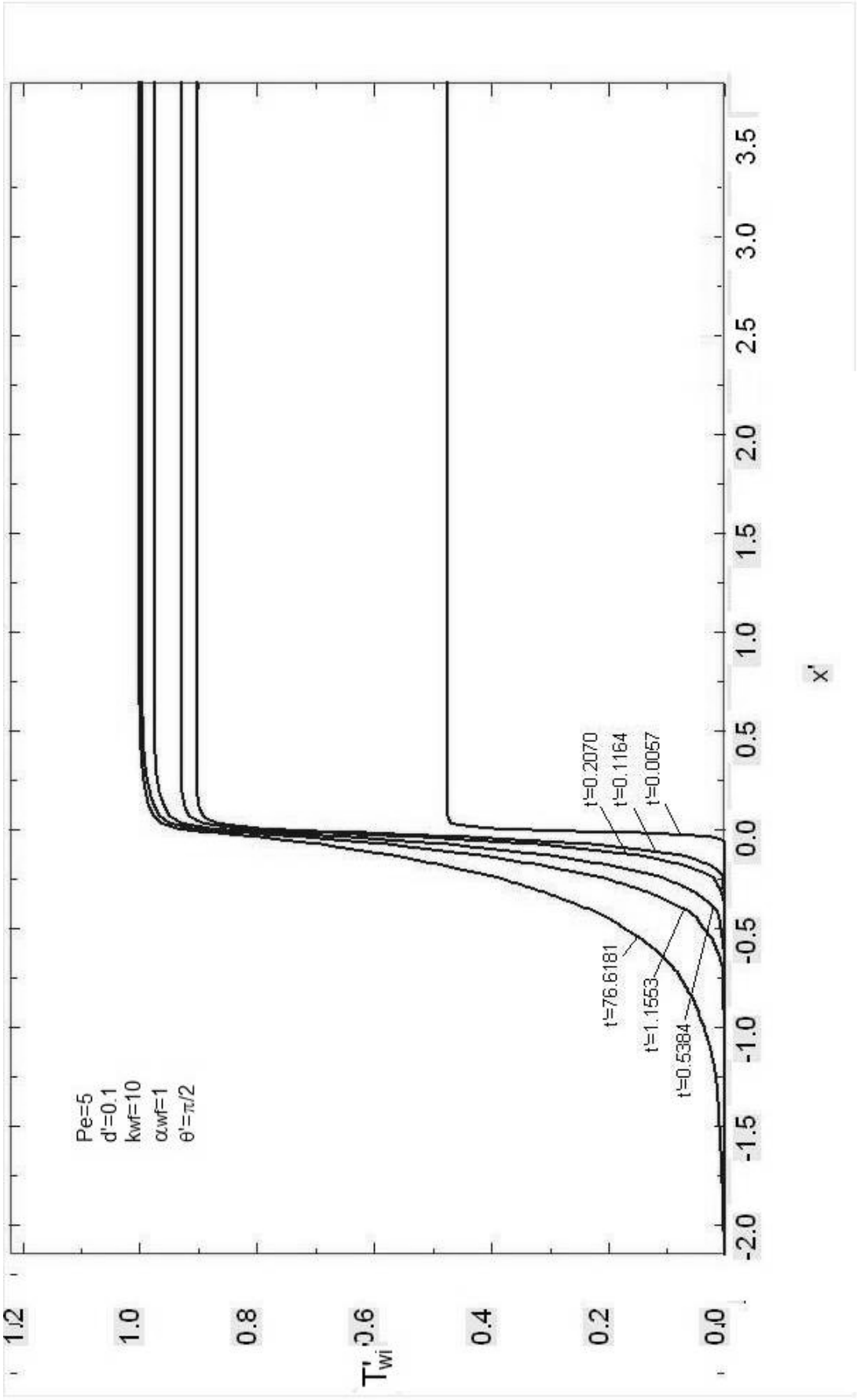
Şekil 6.5. Dış yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi (*θ'=0*)



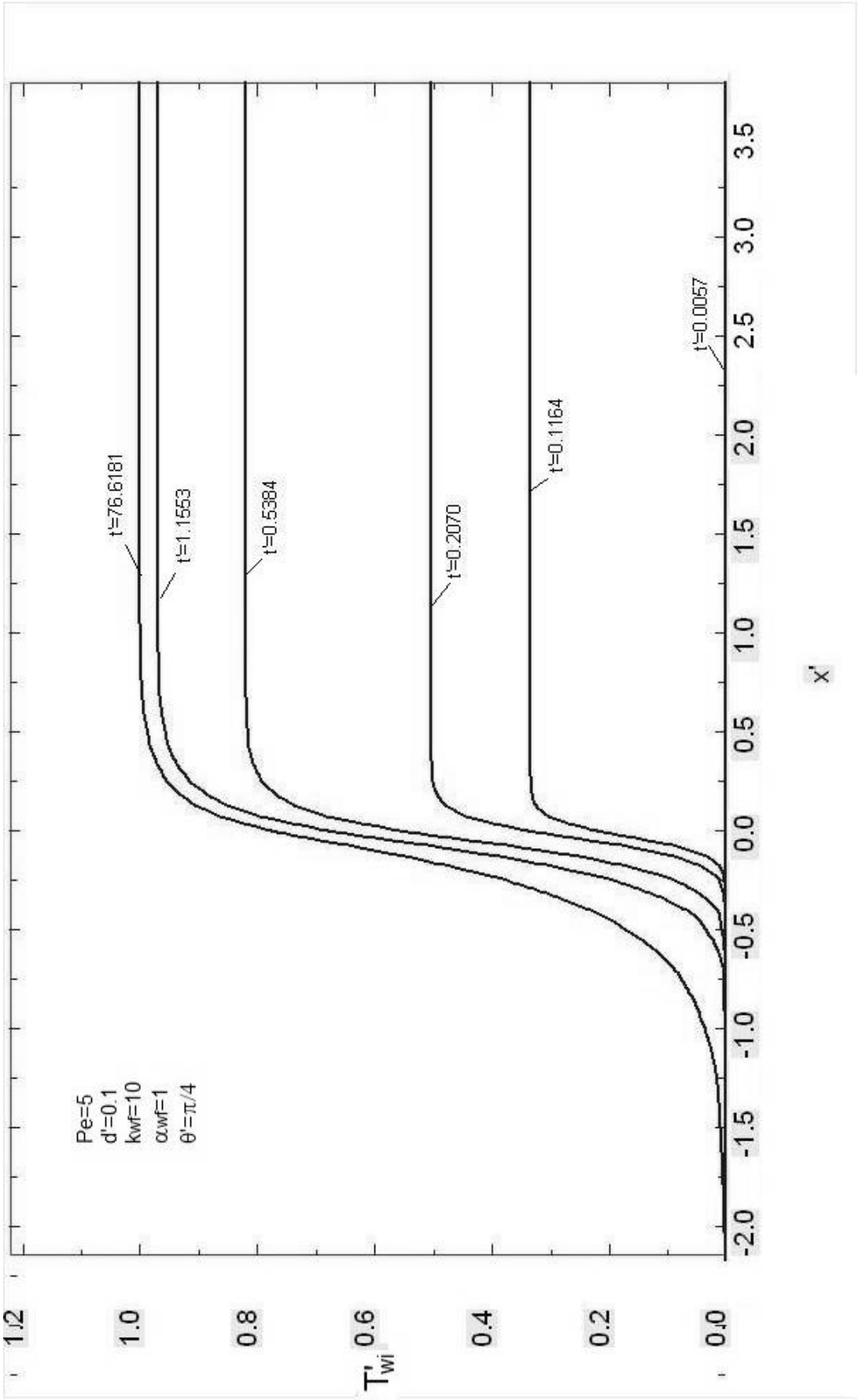
Şekil 6.6. Ara yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi$)



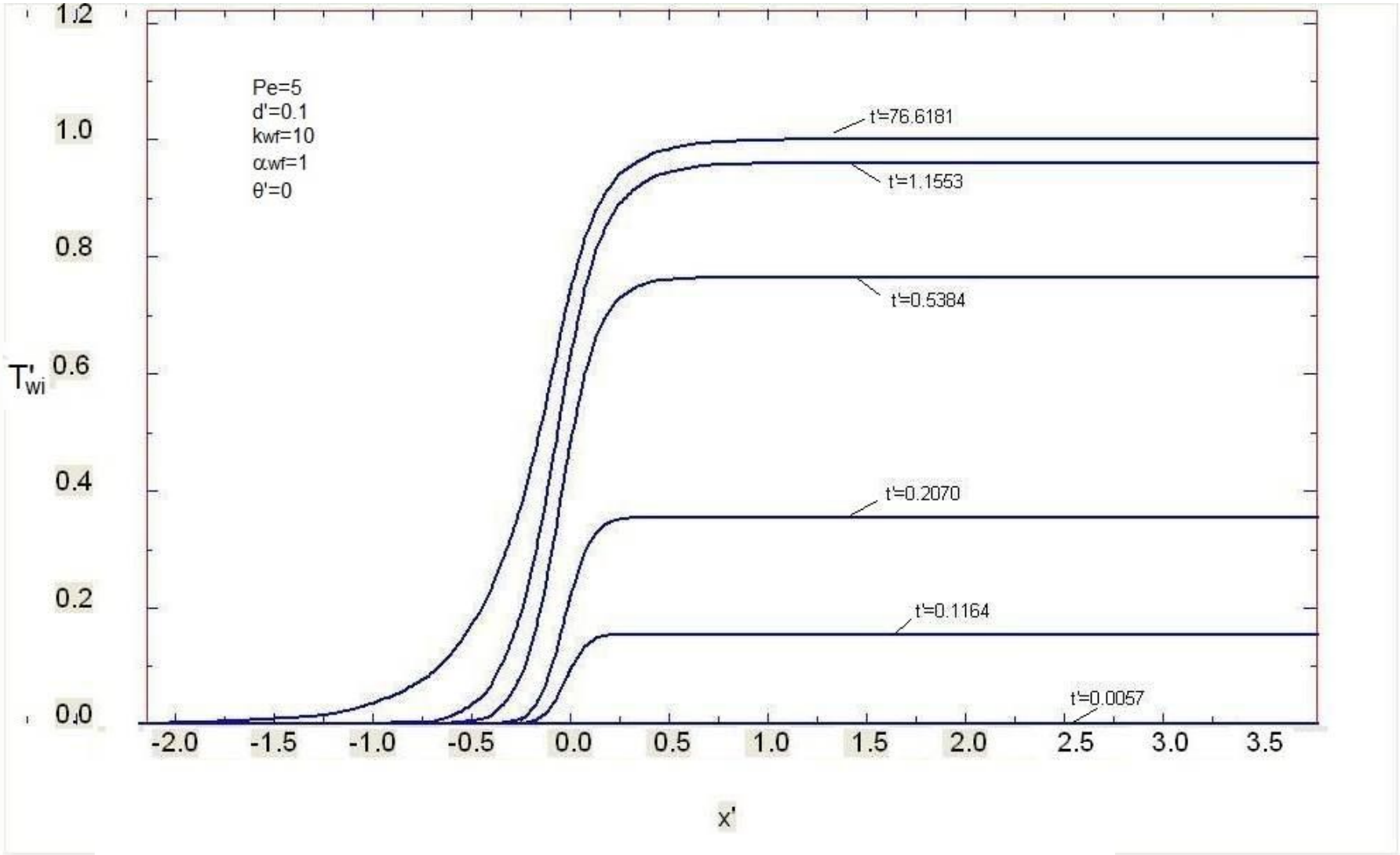
Şekil 6.7. Ara yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=3\pi/4$)



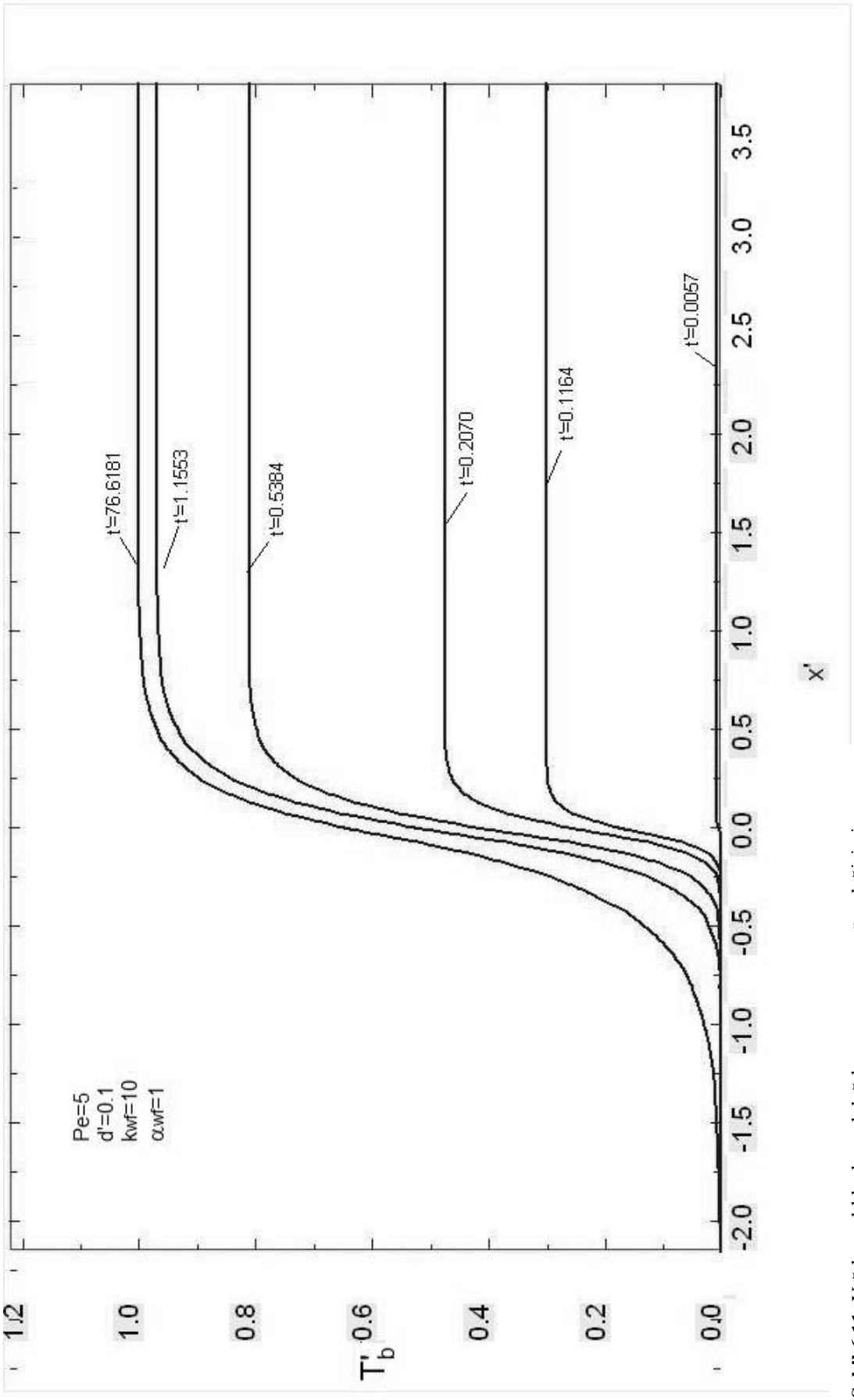
Şekil 6.8. Ara yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi/2$)



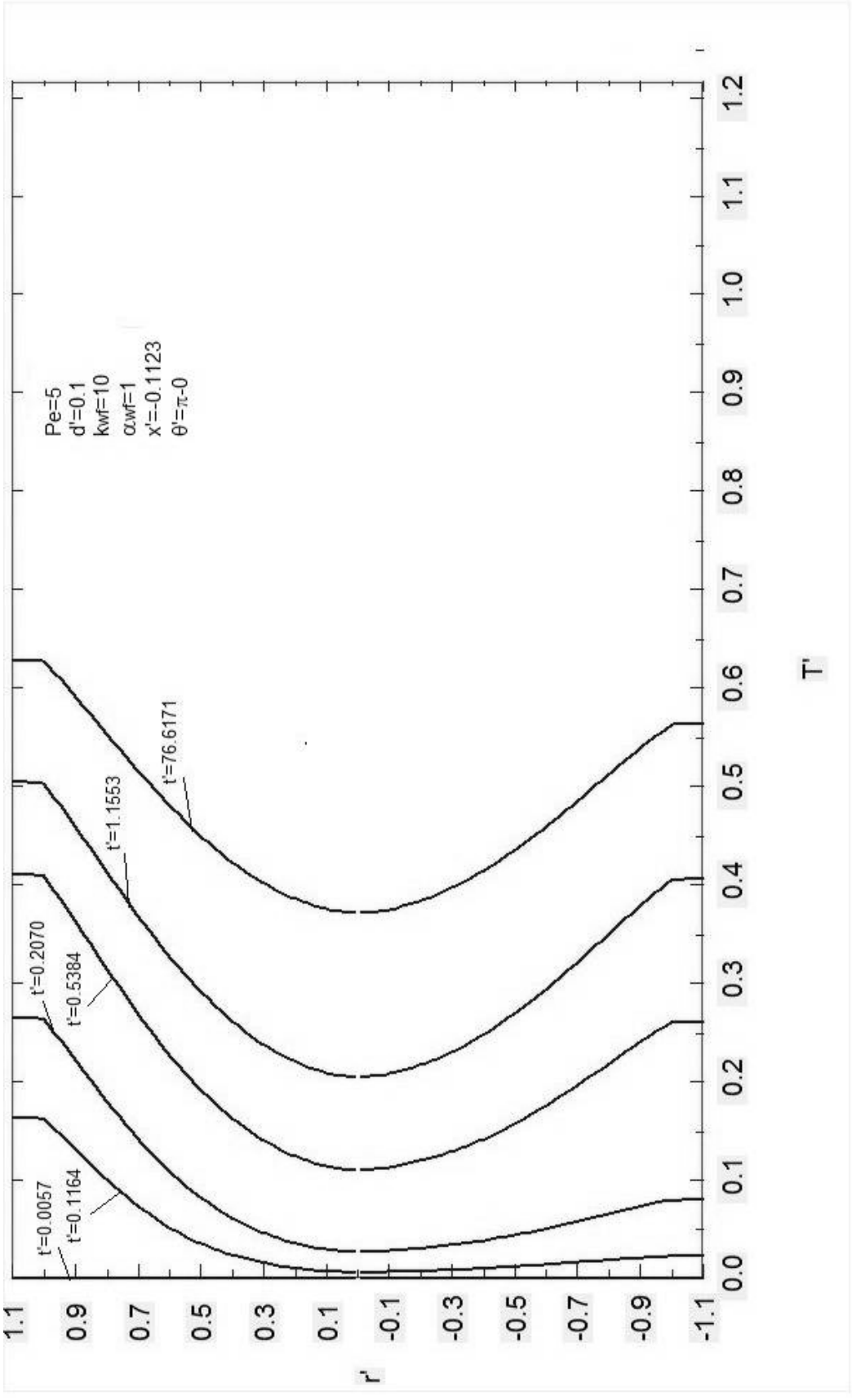
Şekil 6.9. Ara yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi/4$)



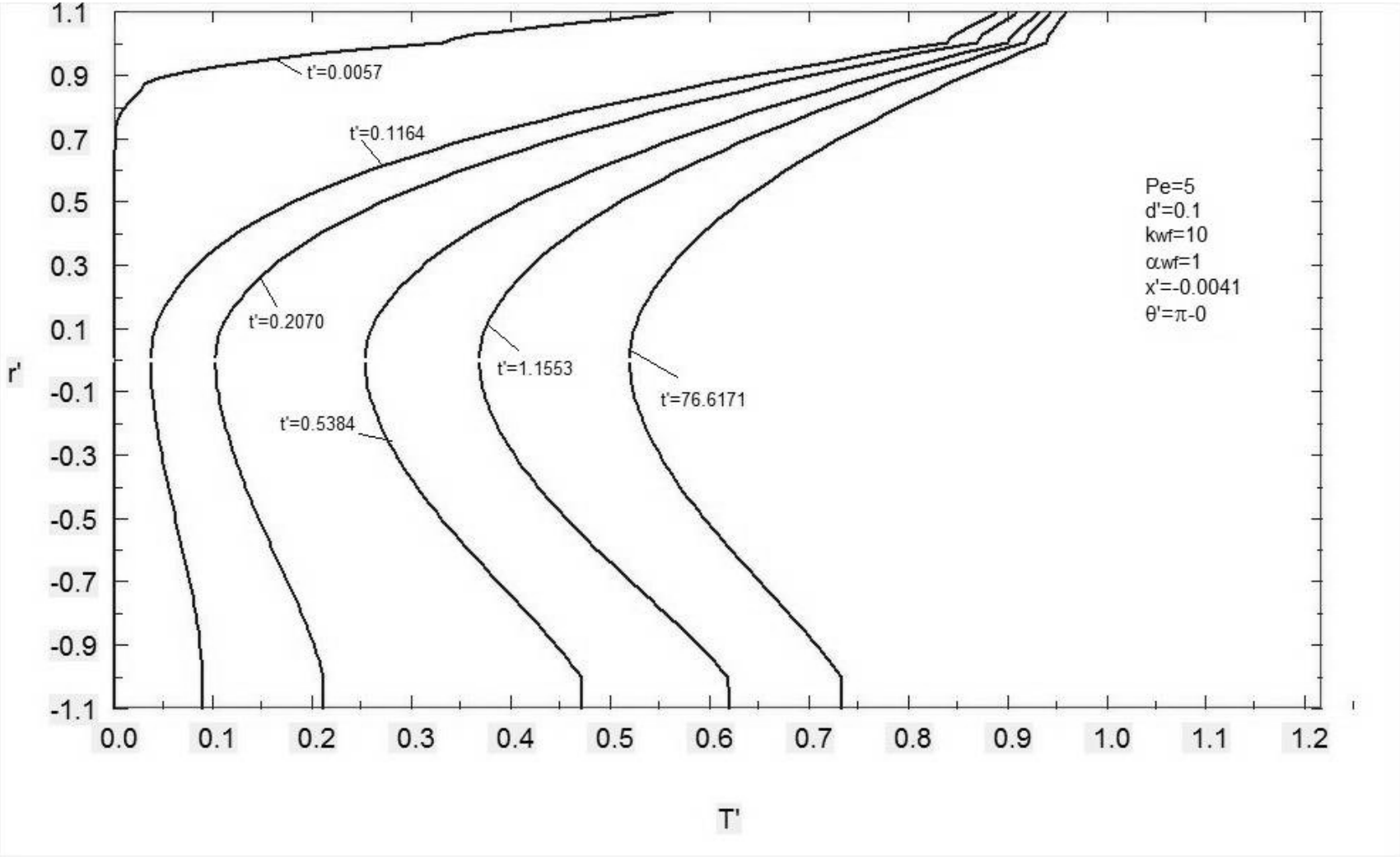
Şekil 6.10. Ara yüzey sıcaklığının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=0$)



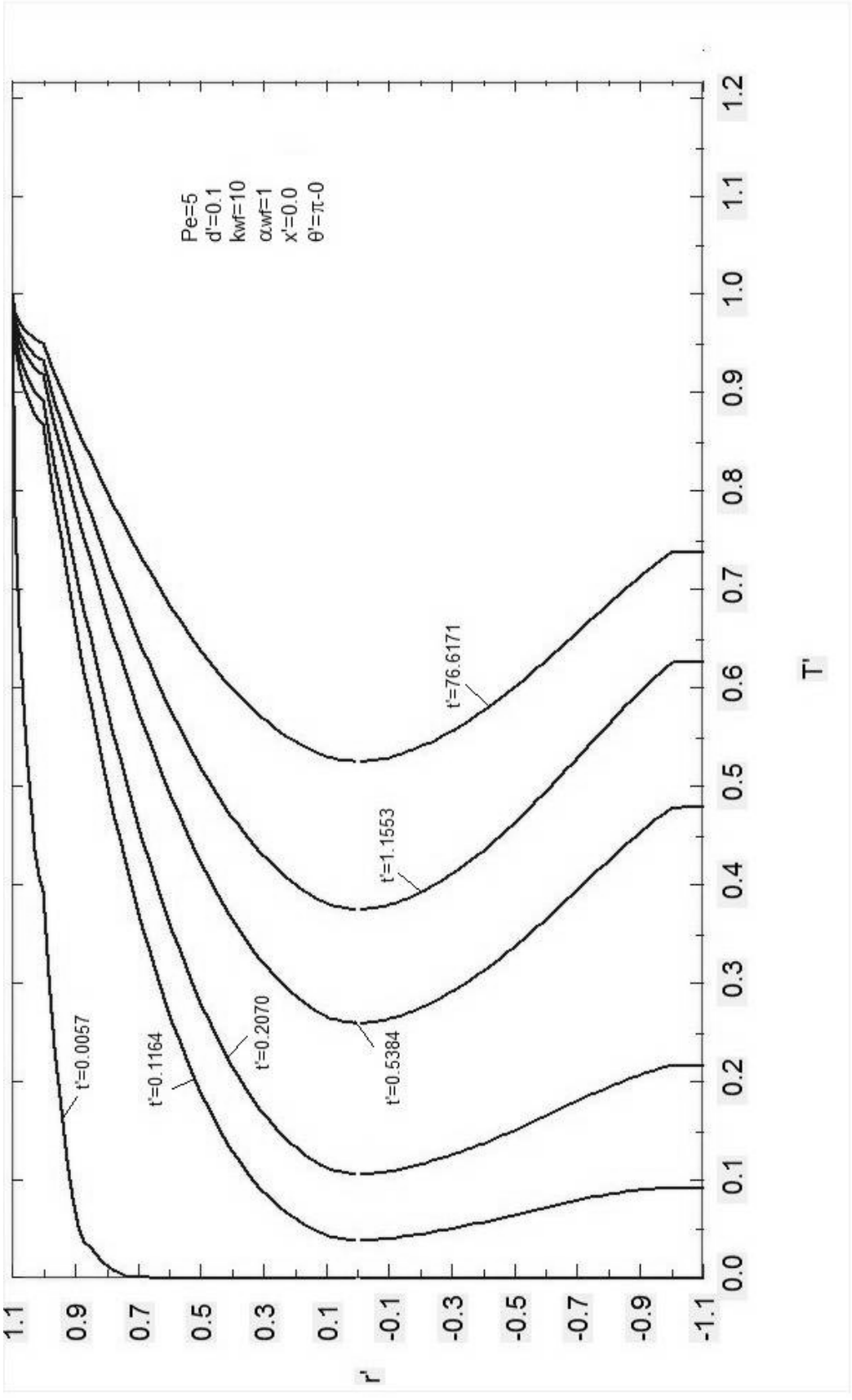
Şekil 6.11. Yığık sıcaklık eksenel dağılımının zamana göre değişimi



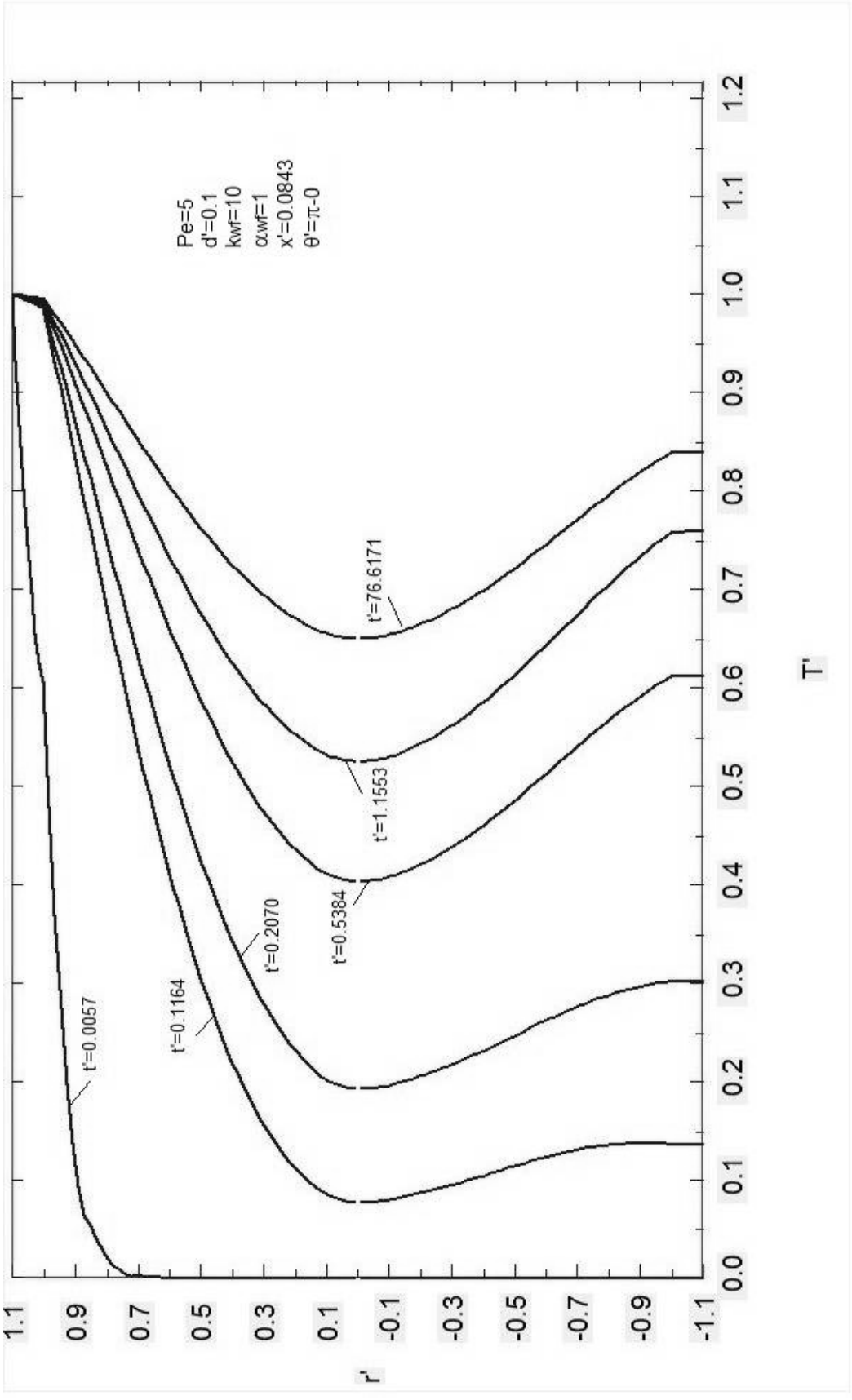
Şekil 6.12. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi-0$; $x'=-0,1123$)



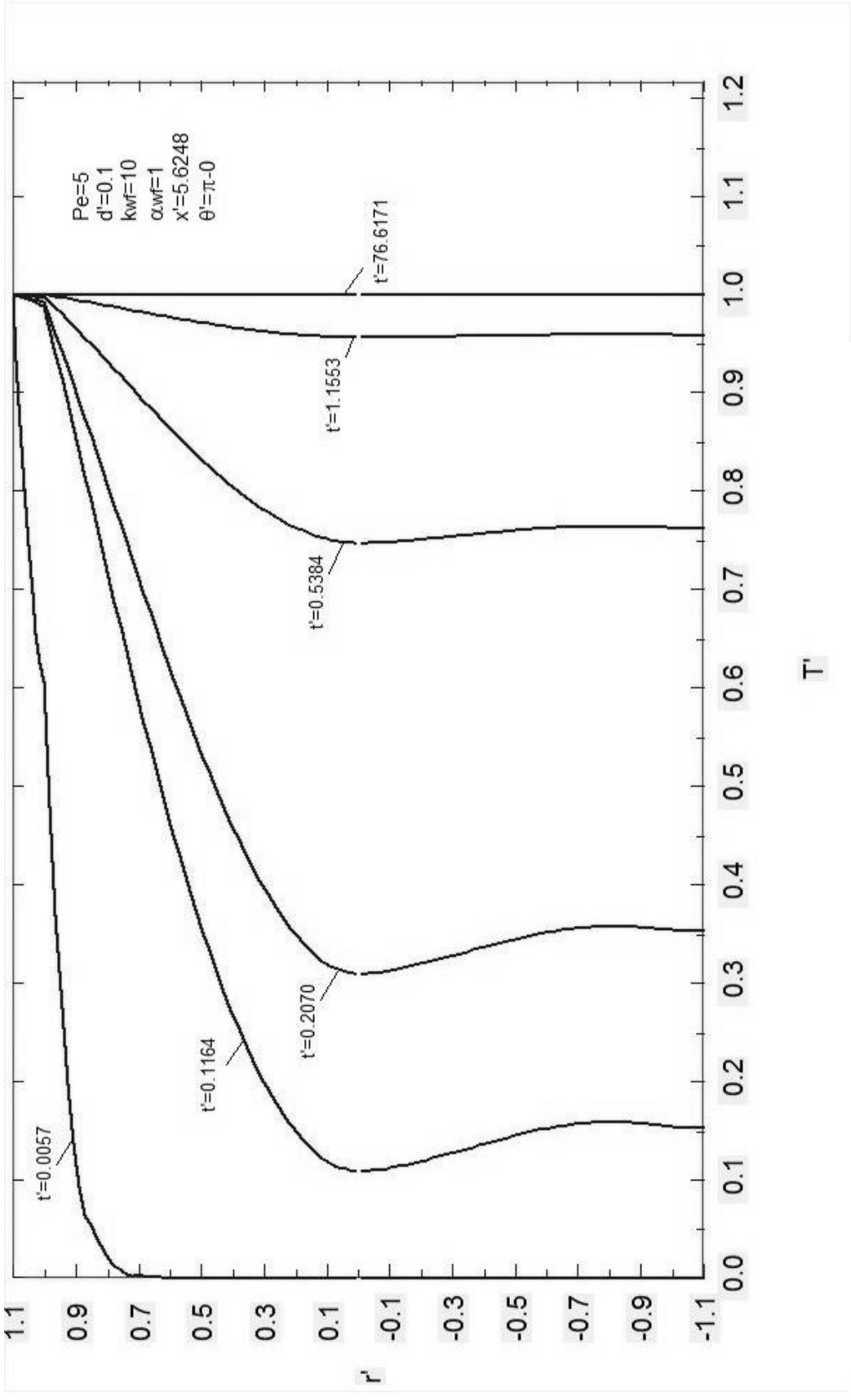
Şekil 6.13. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi-0;\ x'$=-0,0041)



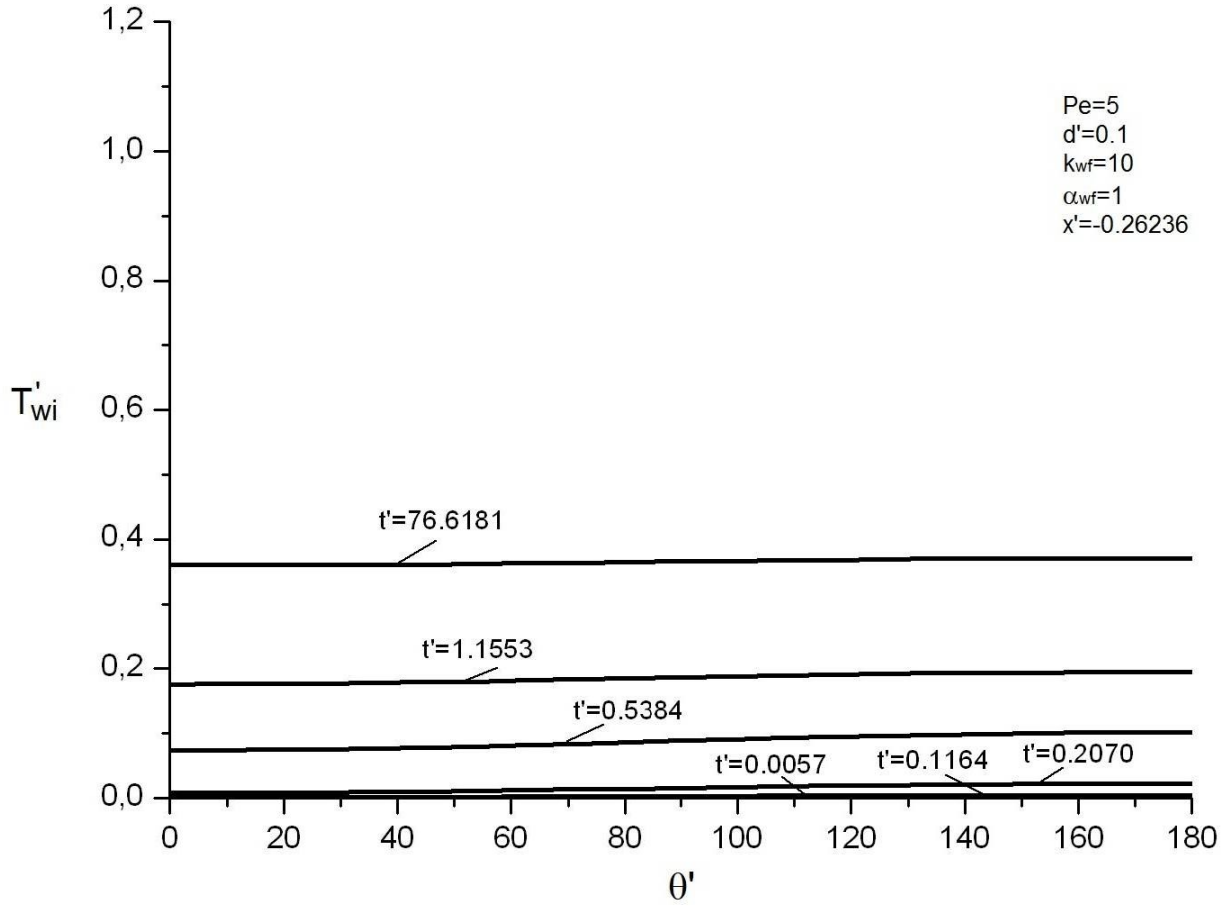
Şekil 6.14. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi-0$; $x'=0,0$)



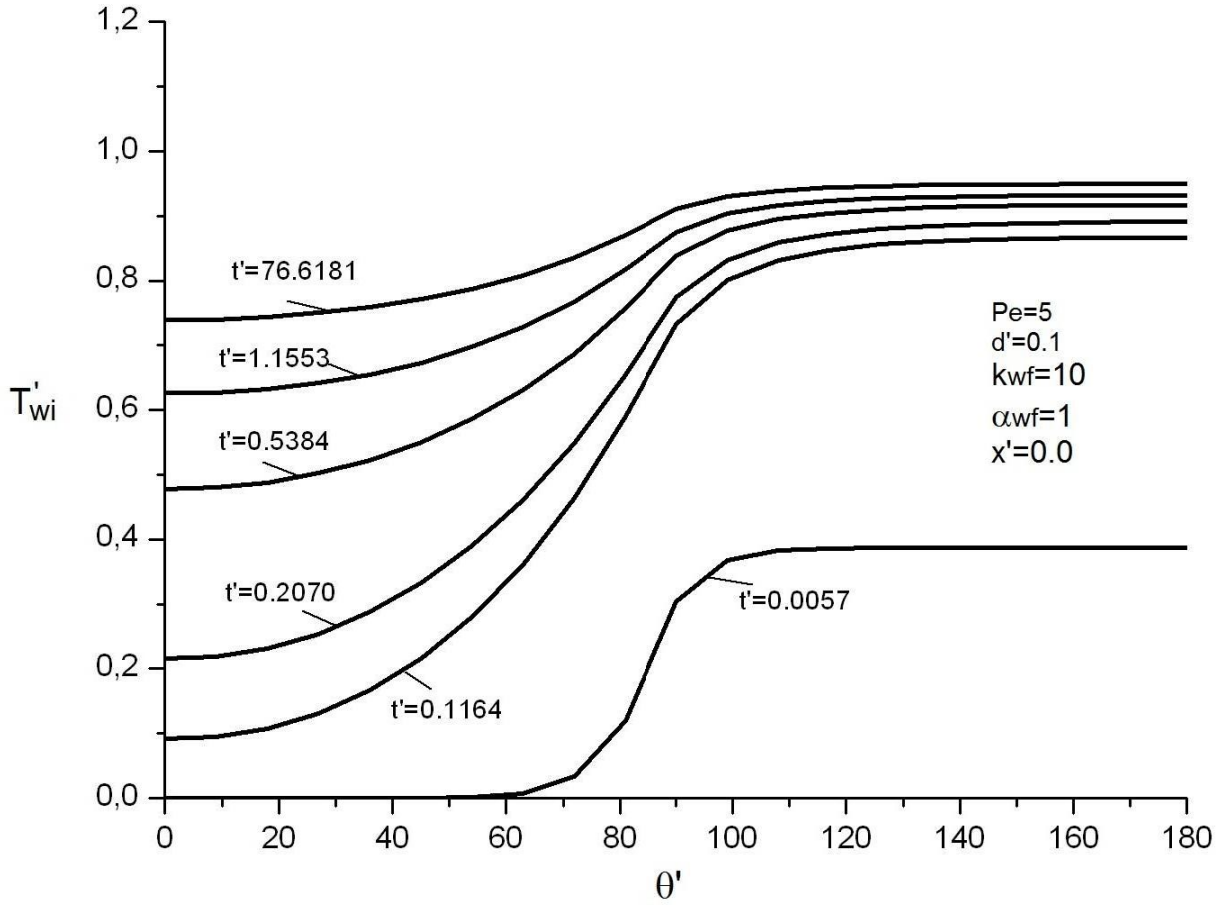
Şekil 6.15. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi-0$; $x'=0,0843$)



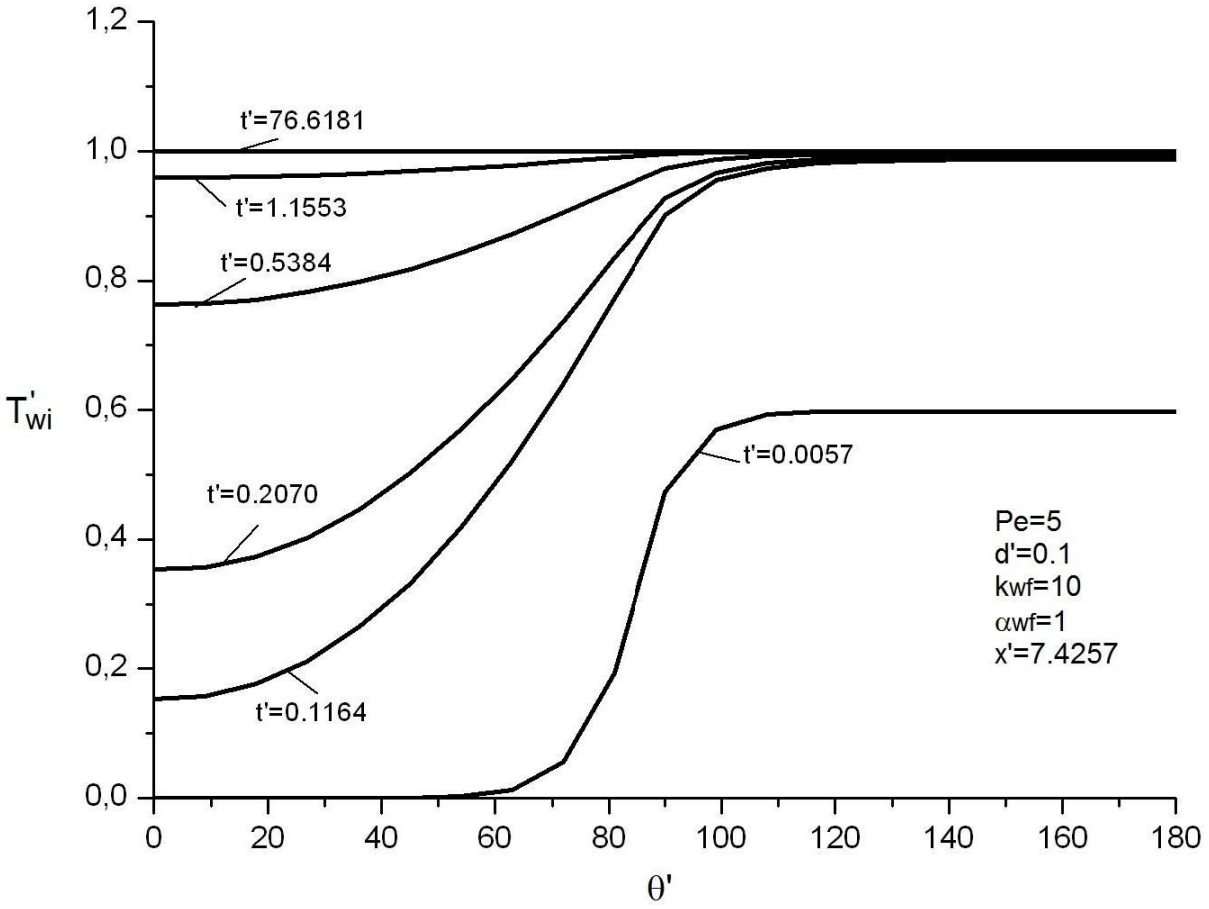
Şekil 6.16. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi$-0; $x'=5{,}6248$)



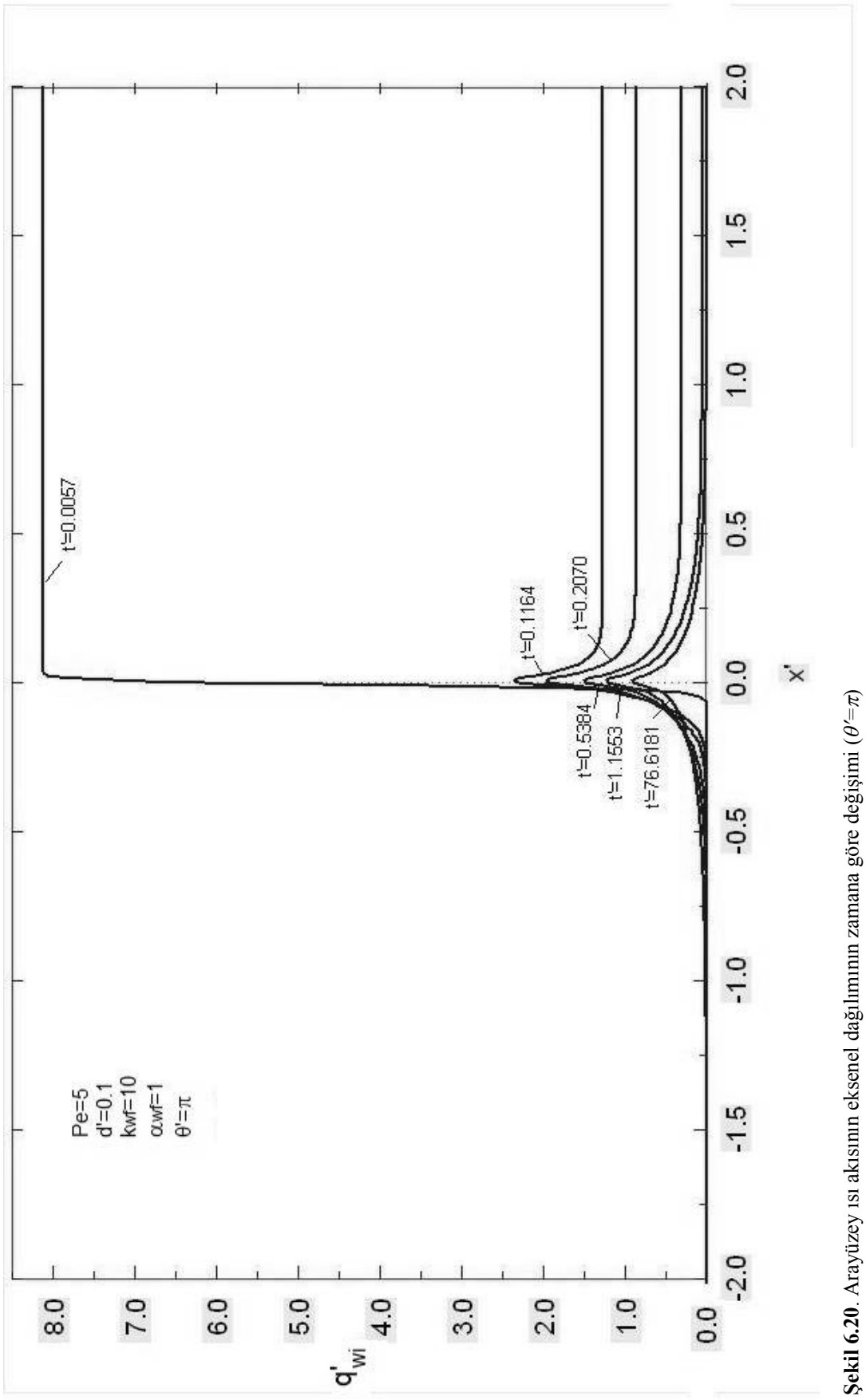
Şekil 6.17. Ara yüzey sıcaklığının açısal dağılımının zamana göre değişimi(x'=-0,26236)



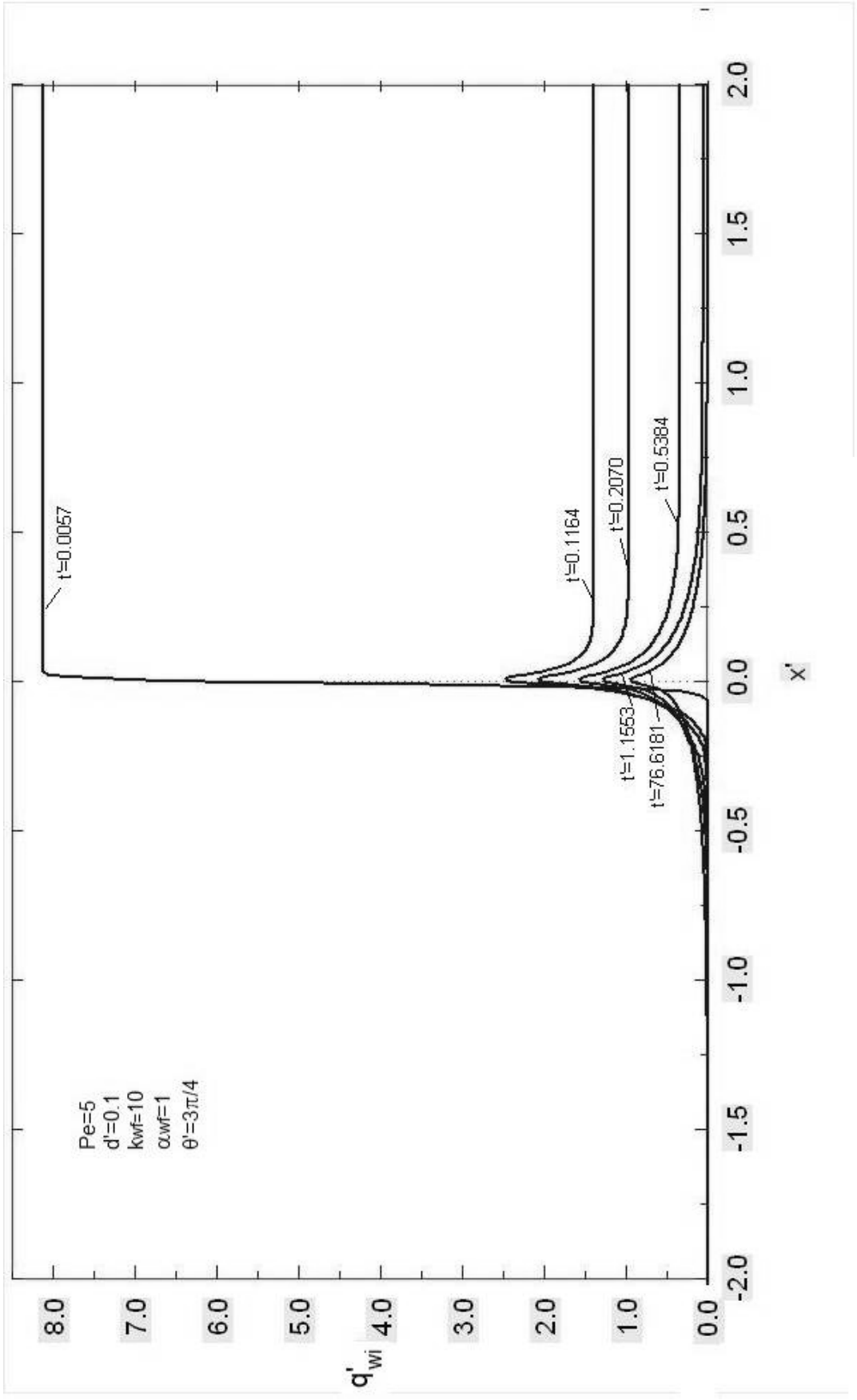
Şekil 6.18. Ara yüzey sıcaklığının açısal dağılımının zamana göre değişimi(x=0,0)



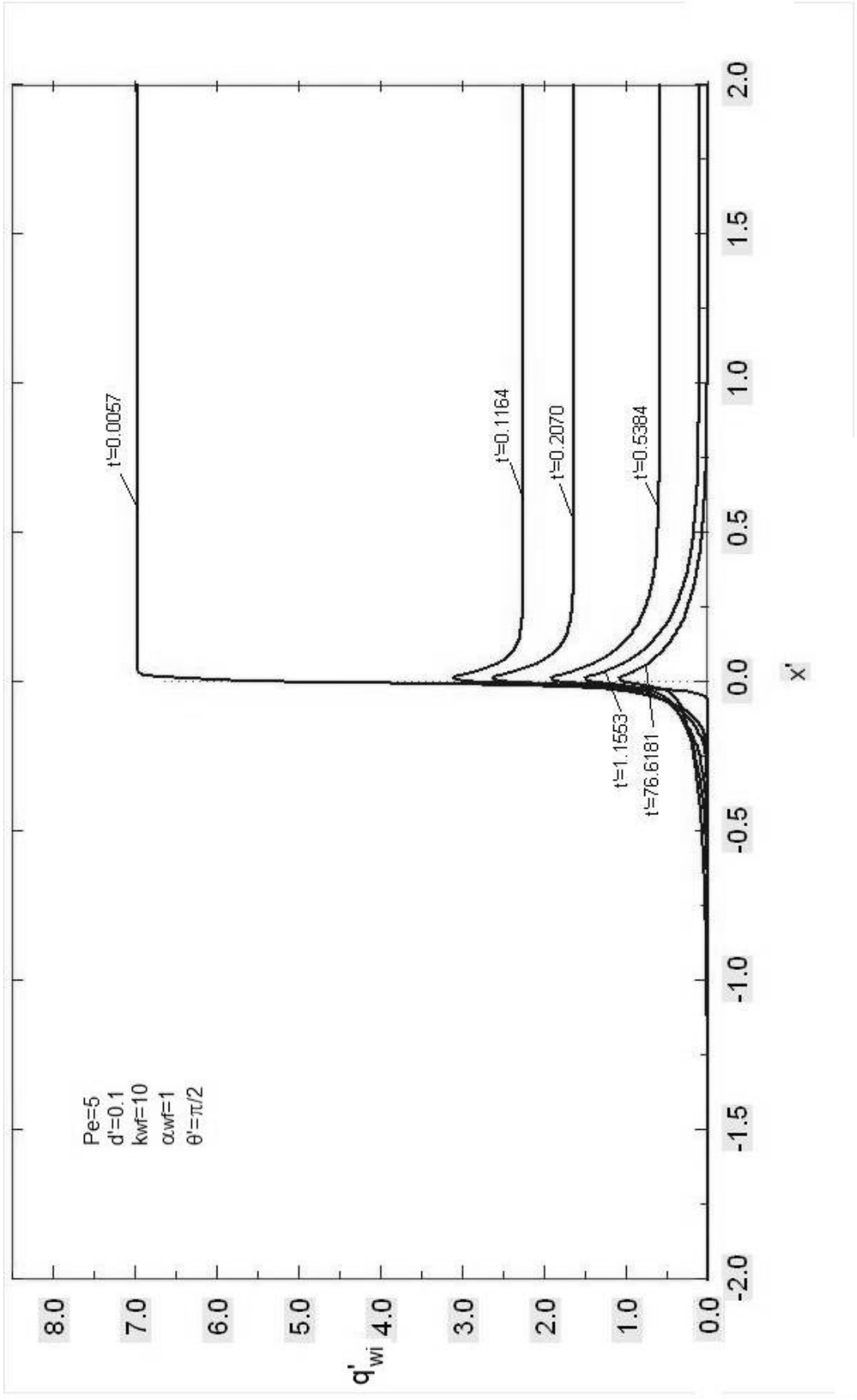
Şekil 6.19. Ara yüzey sıcaklığının açısal dağılımının zamana göre değişimi(x =7,4257)



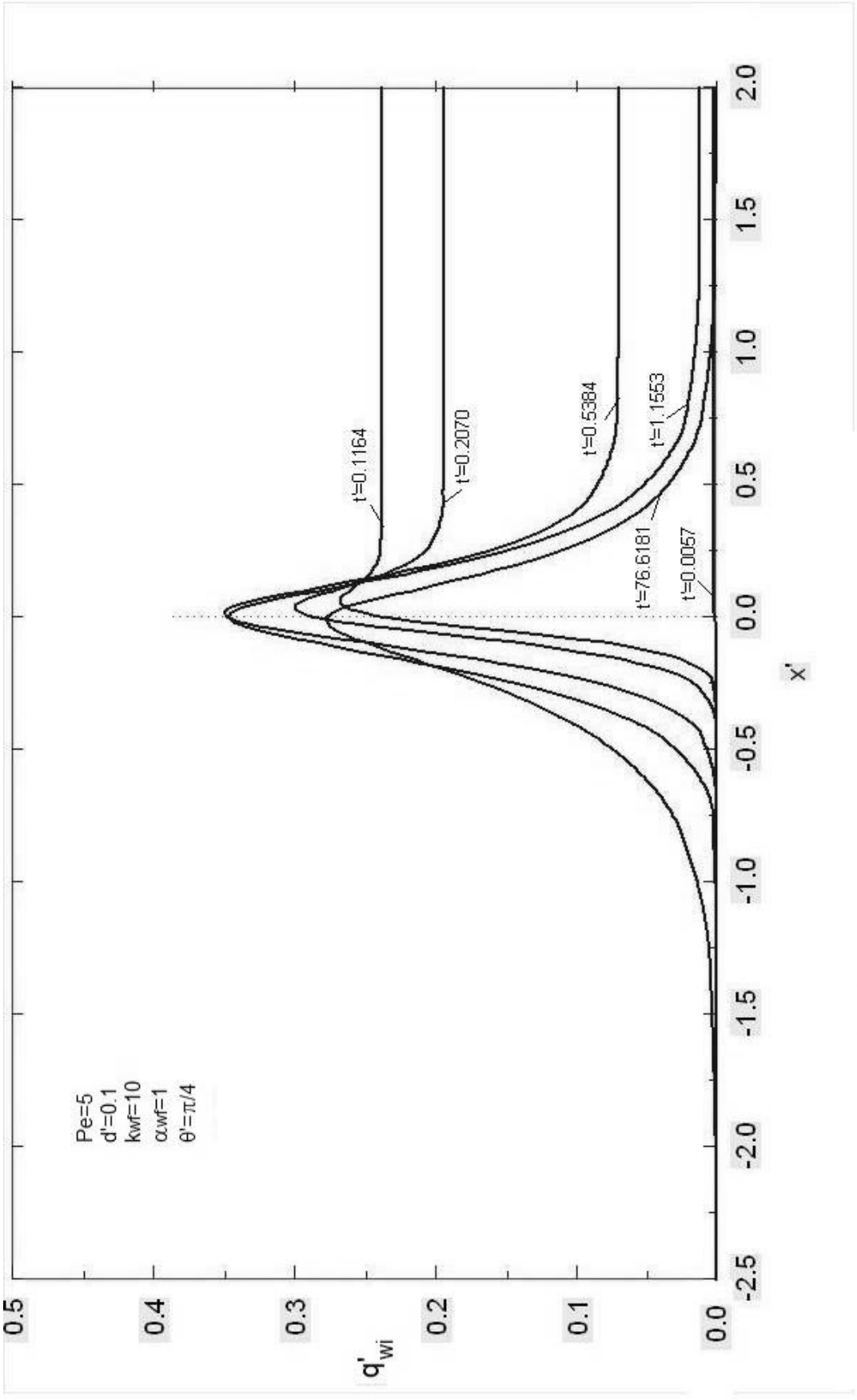
Şekil 6.20. Arayüzey ısı akısının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi$)



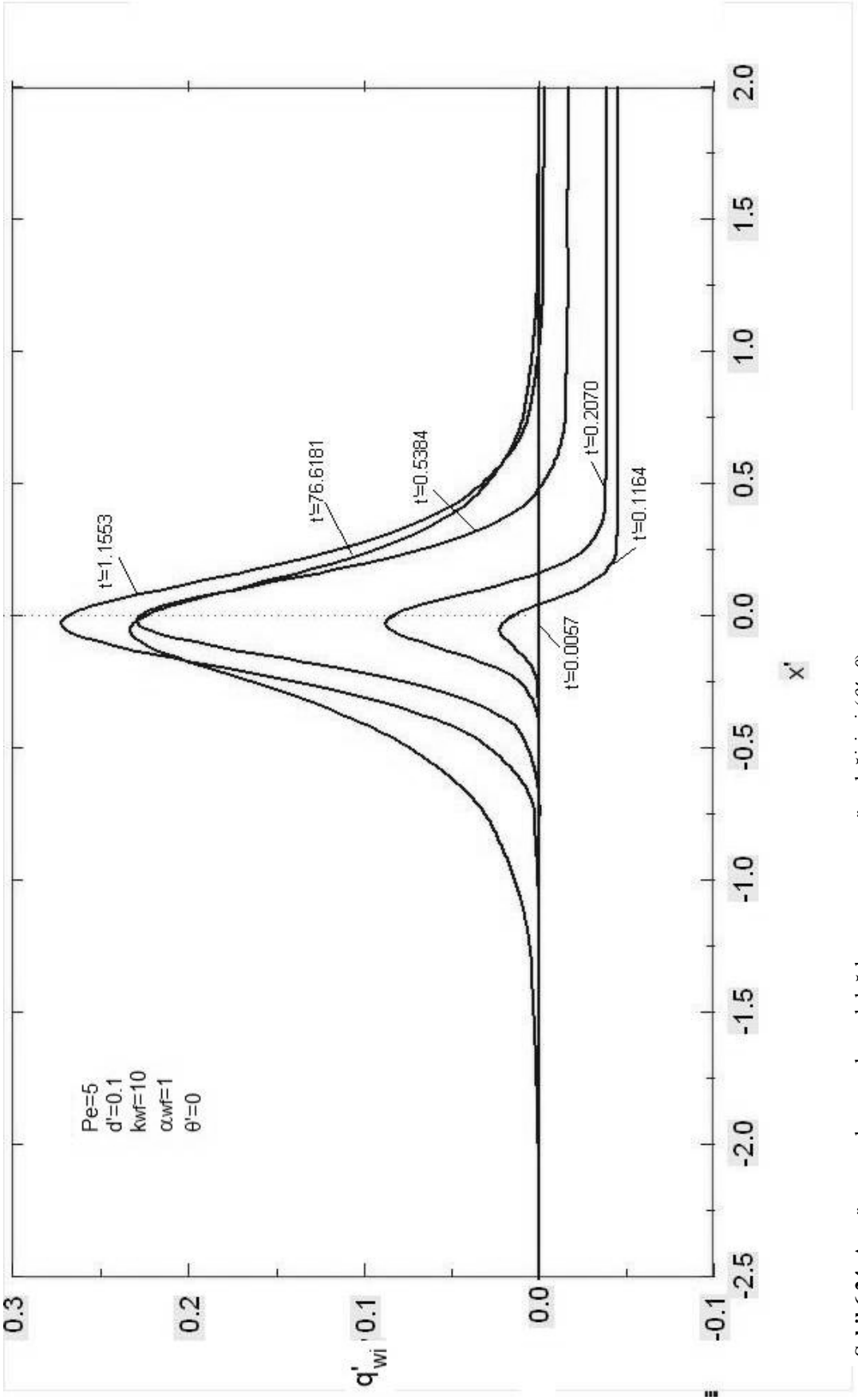
Şekil 6.21. Arayüzey ısı akısının eksenel dağılmının zamana göre değişimi ($\theta'=3\pi/4$)



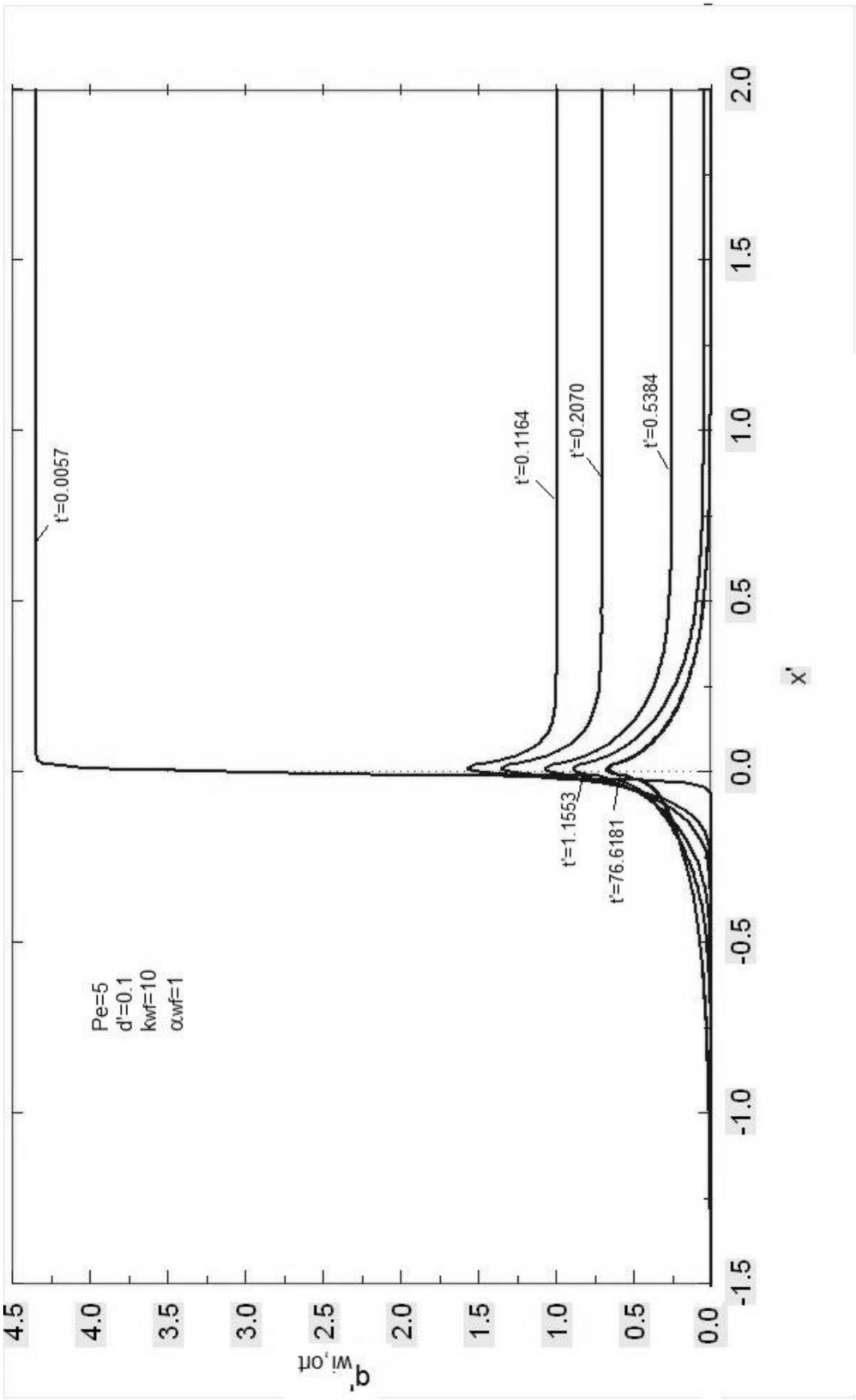
Şekil 6.22. Arayüzey ısı akısının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi/2$)



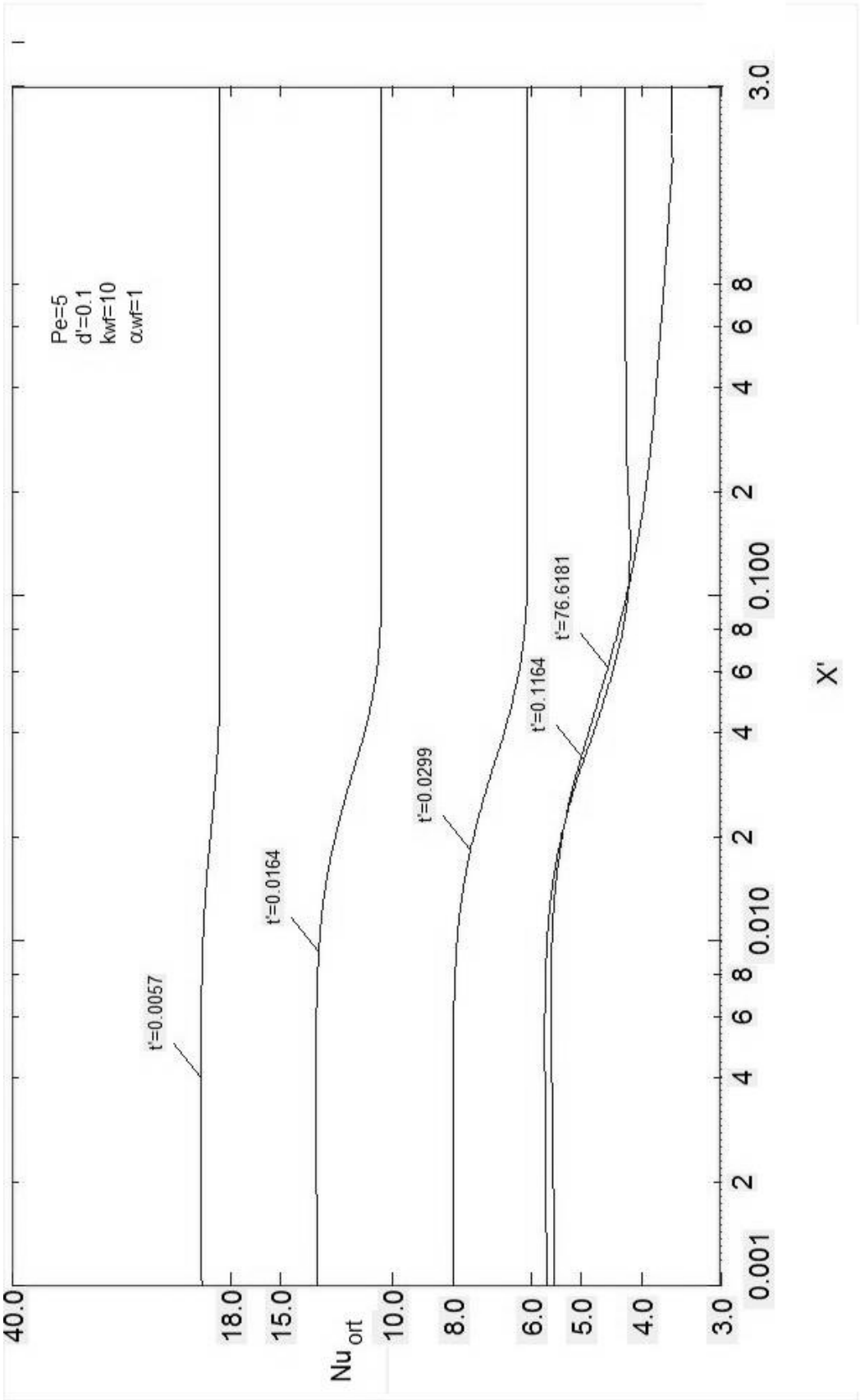
Şekil 6.23. Arayüzey ısı akısının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=\pi/4$)



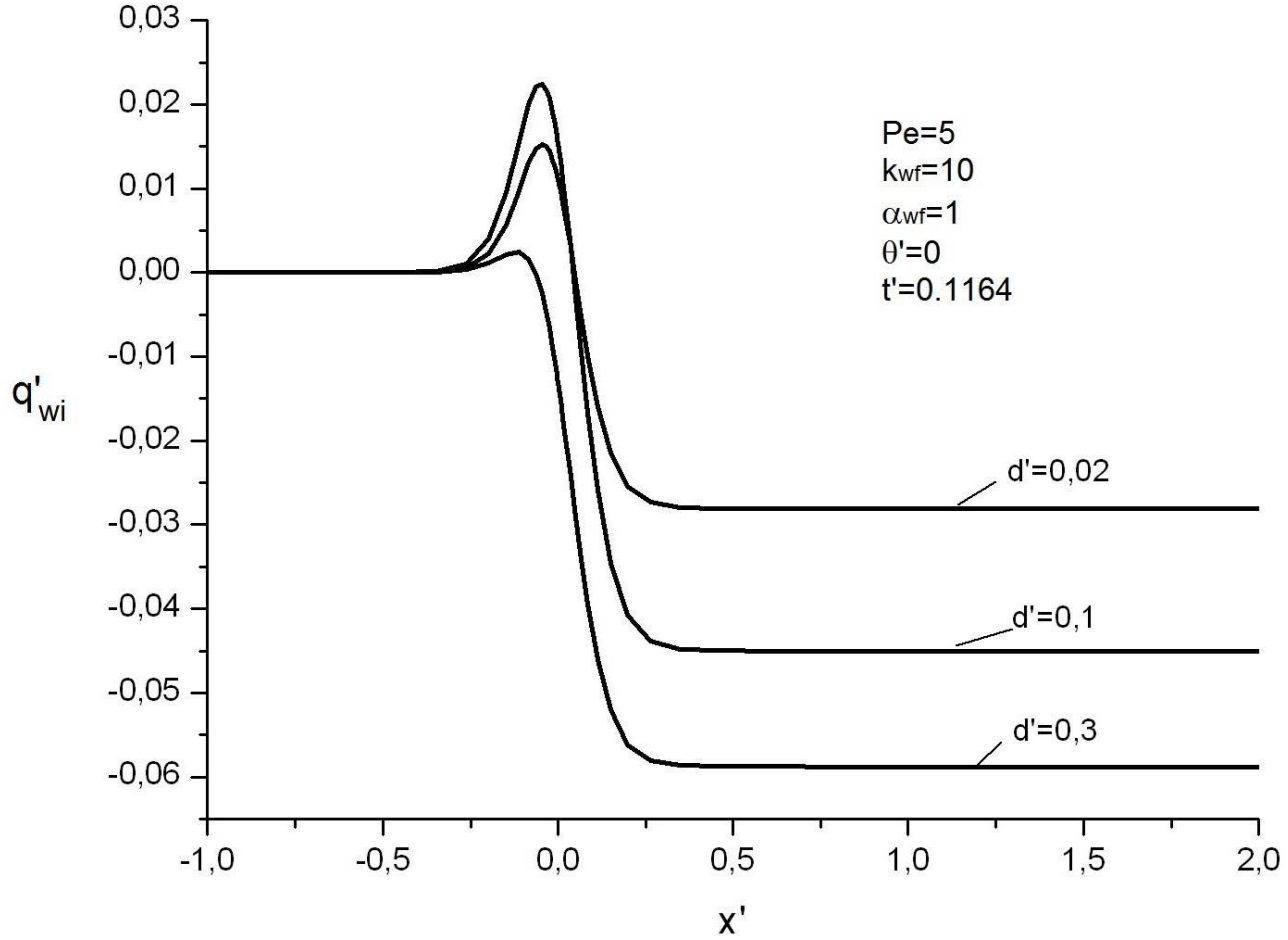
Şekil 6.24. Arayüzey ısı akısının eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\theta'=0$)



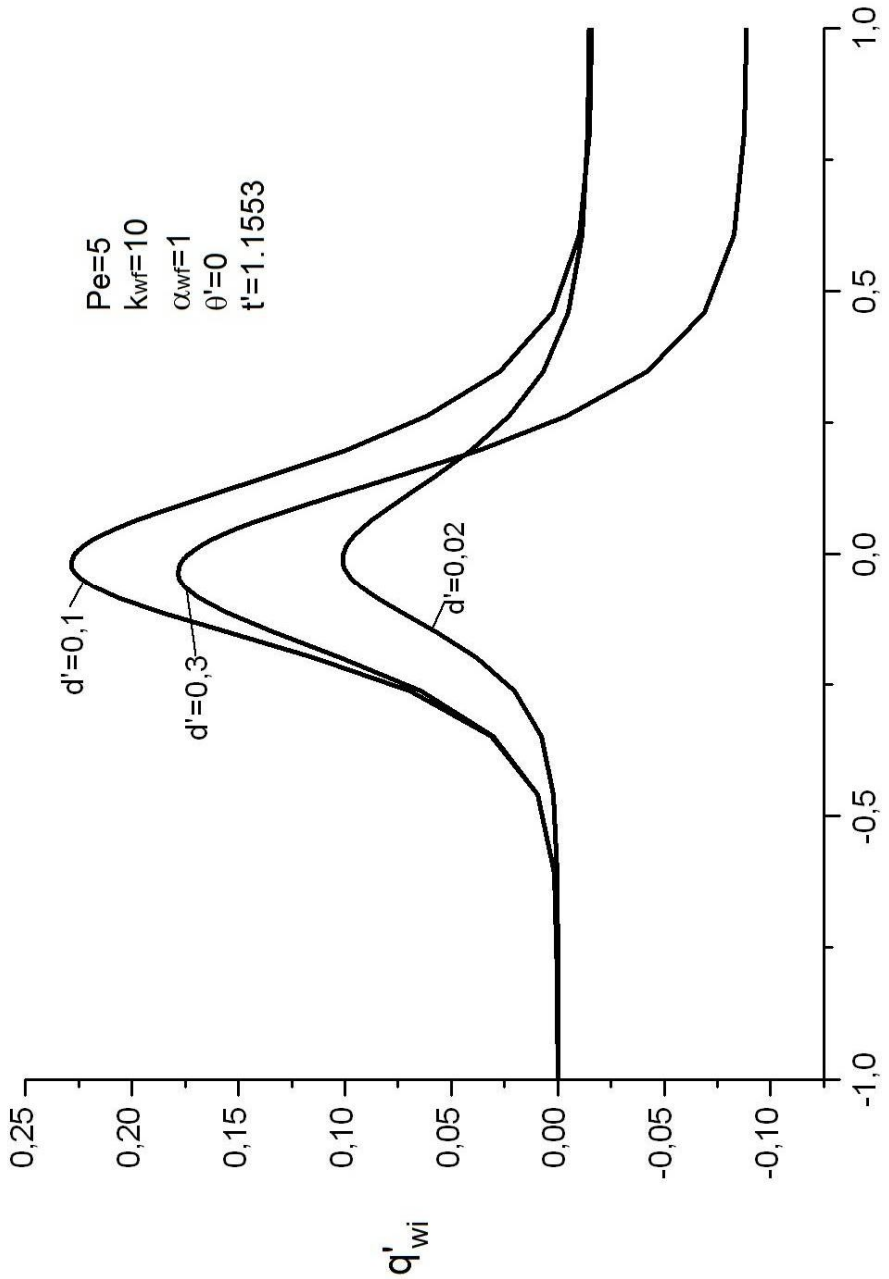
Şekil 6.25. Ortalama ara yüzey ısı akısının eksenel dağılımının zamana göre değişimi



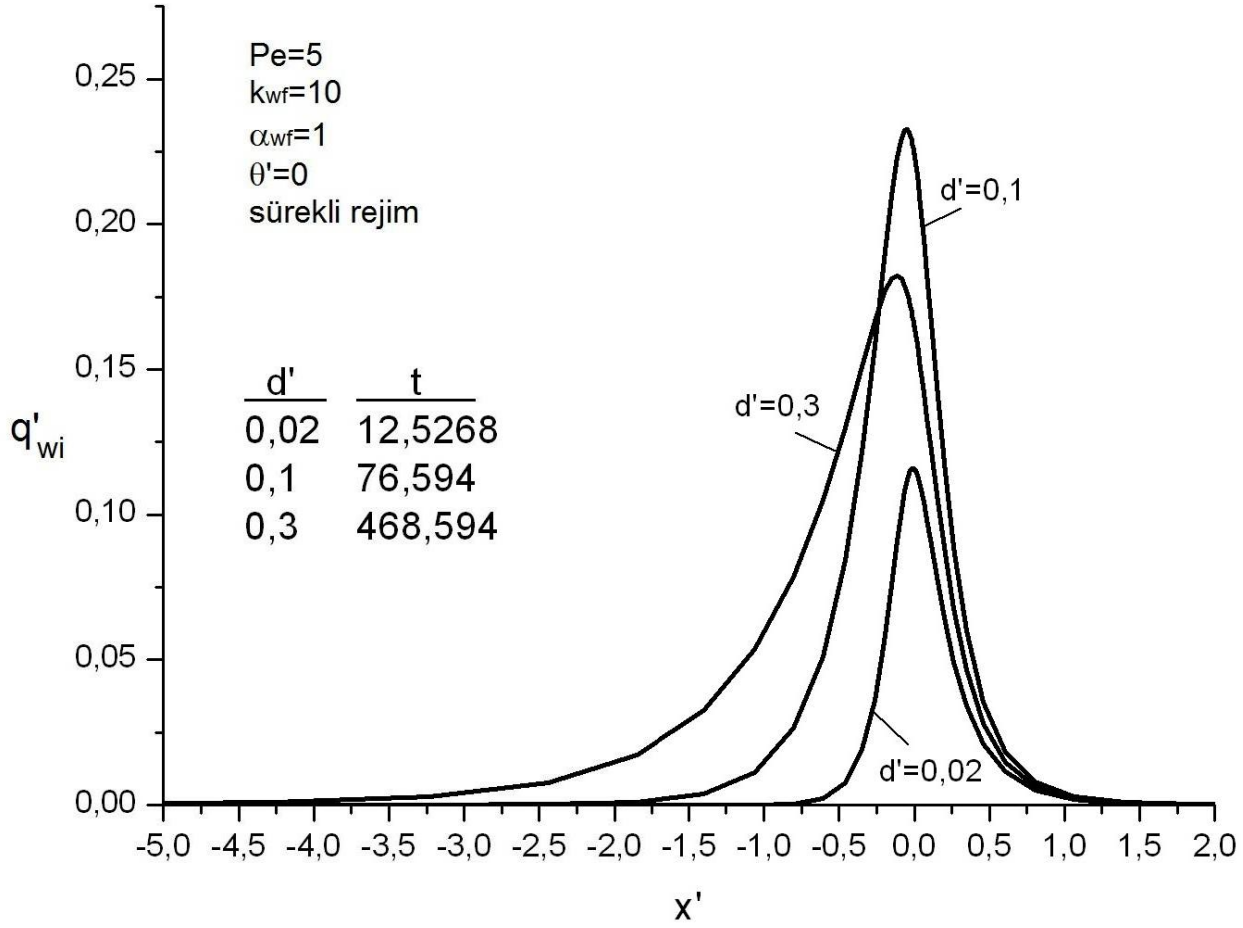
Şekil 6.26. Çevresel ortalama Nusselt sayısının eksenel dağılımının zamana göre değişimi



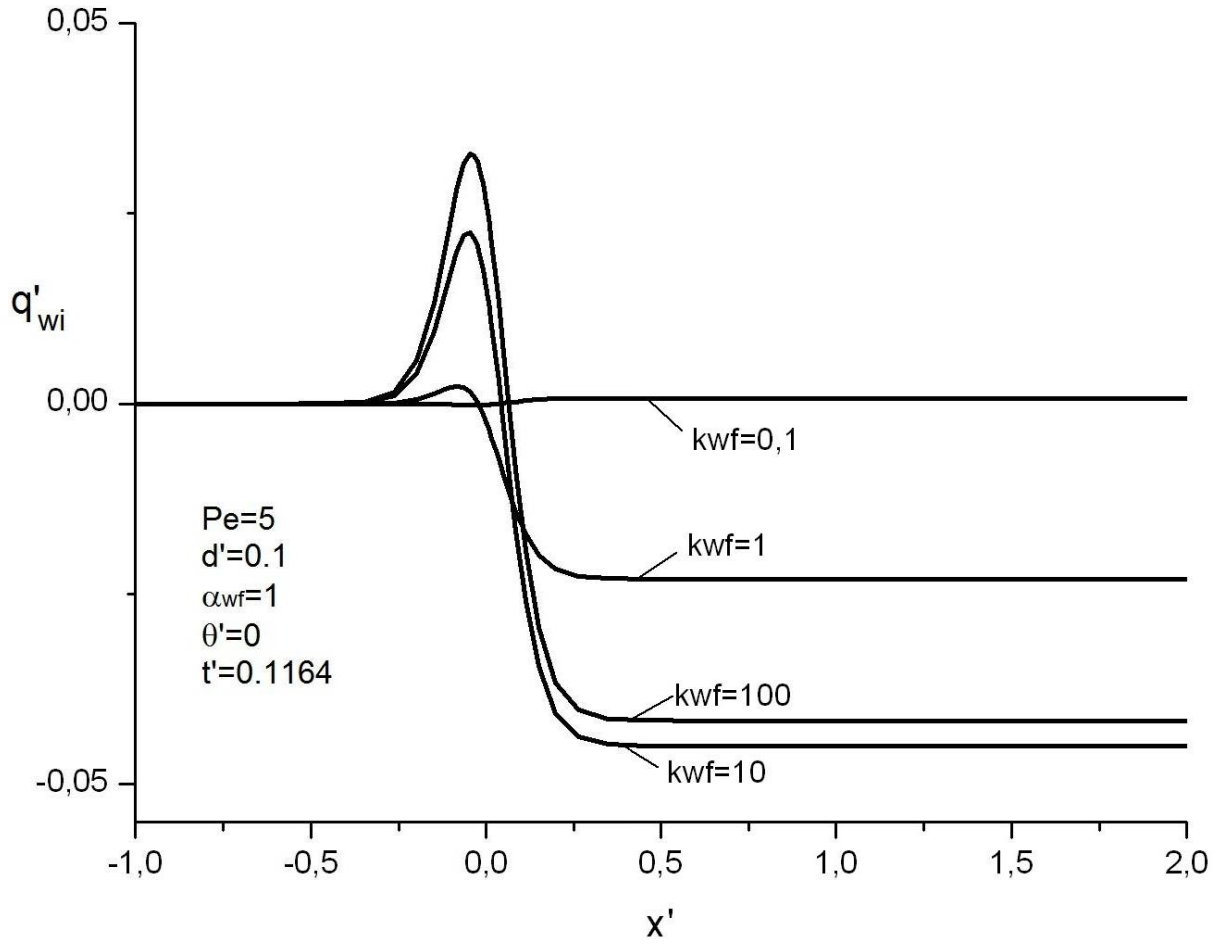
Şekil 6.27 Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (*θ′=0; t′*=0,1164)



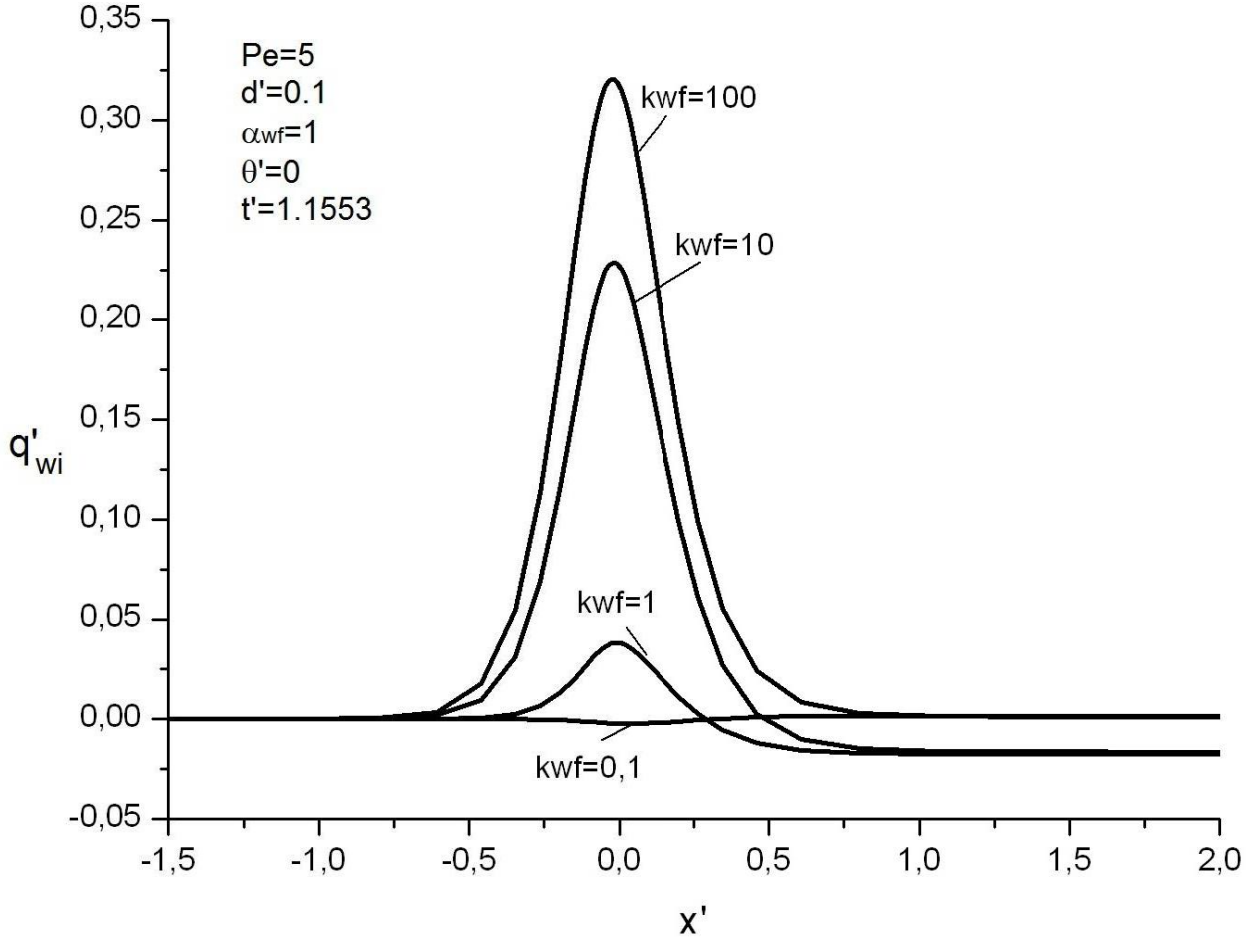
Şekil 6.28. Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi ($\theta'=0;\ t'=1,1553$)



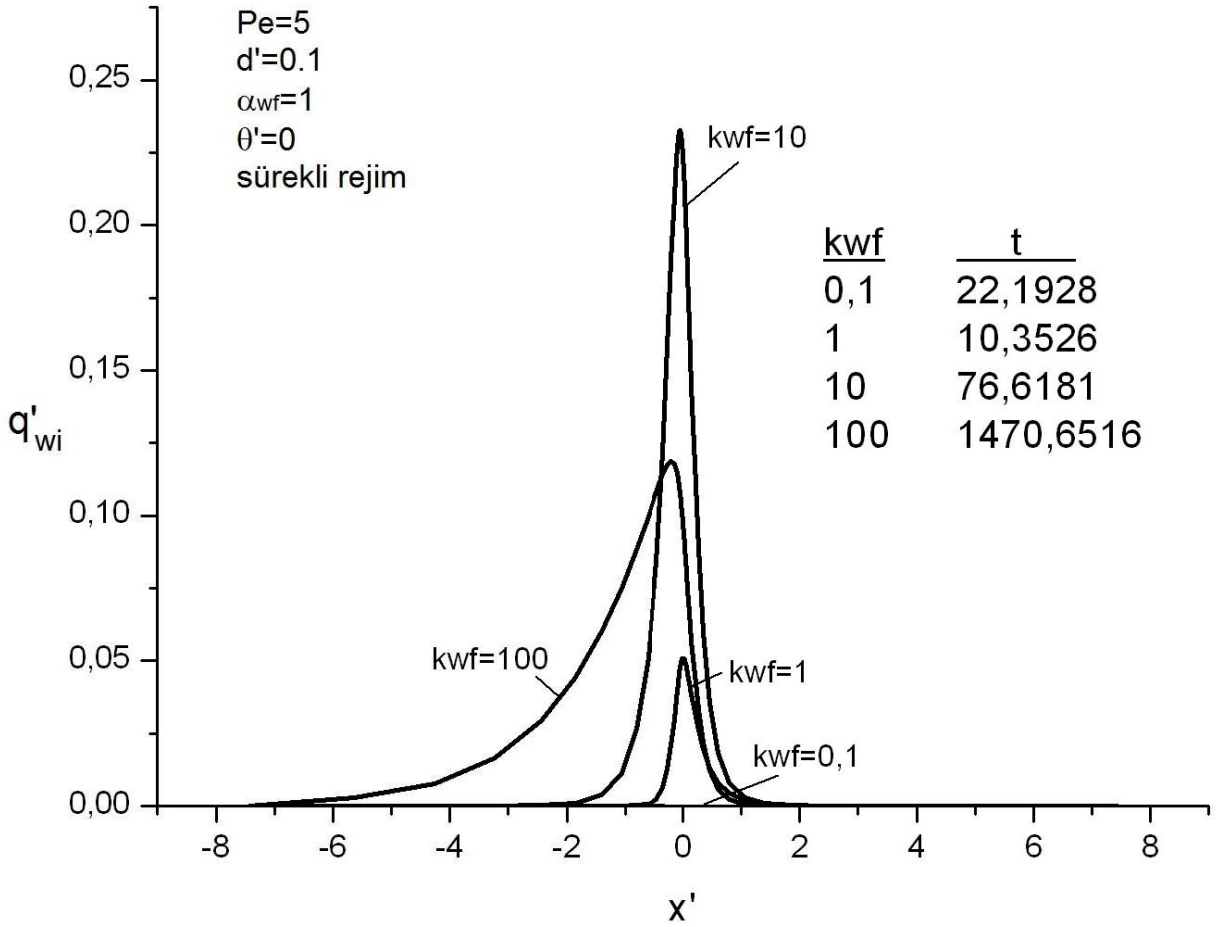
Şekil 6.29. Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (*θ′=0;* sürekli rejim)



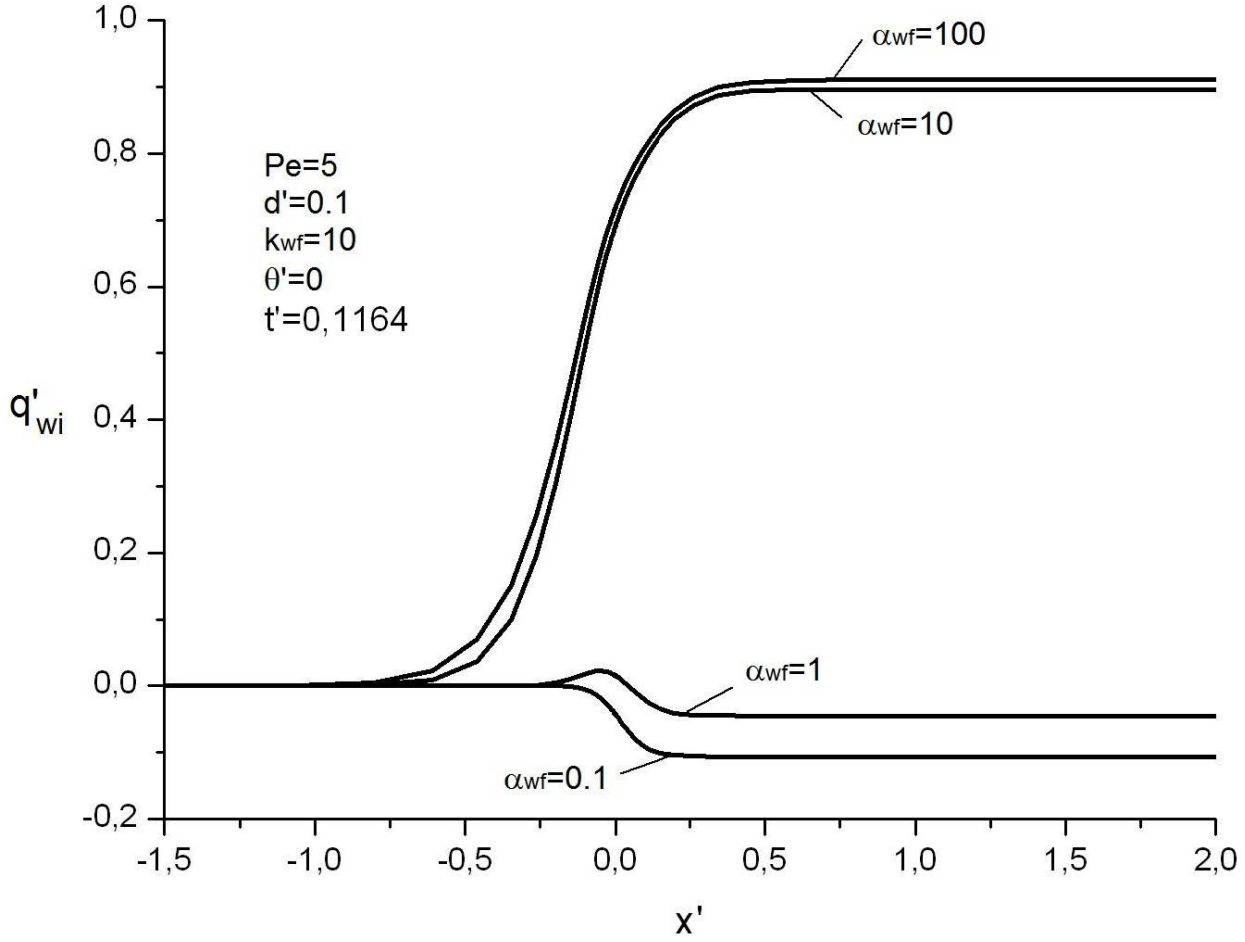
Şekil 6.30. Cidar akışkan ısı iletim katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi *(θ′=0; t'*=0,1164)



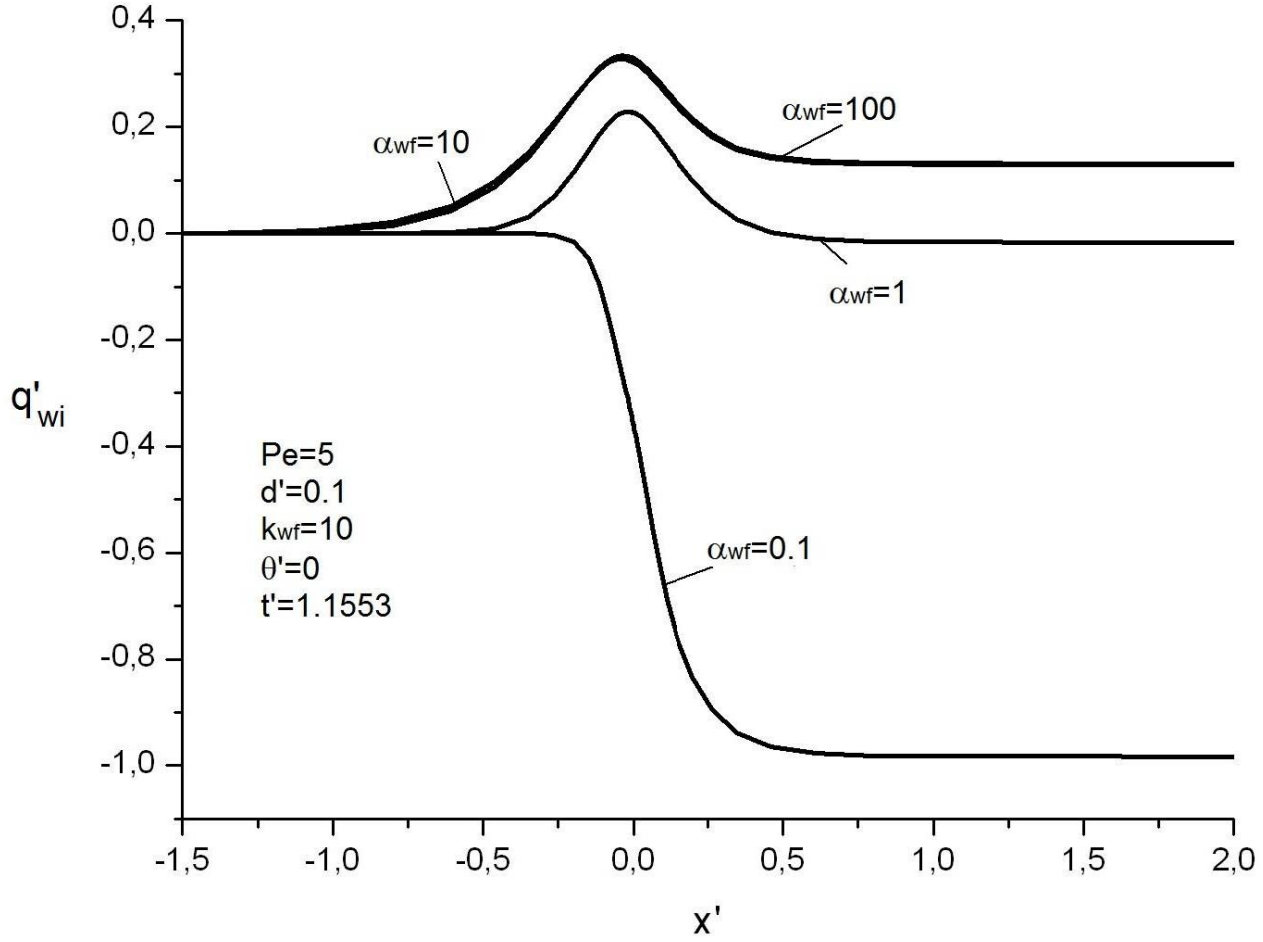
Şekil 6.31. Cidar akışkan ısı iletim katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi ($\theta'=0;\ t'$=1,1553)



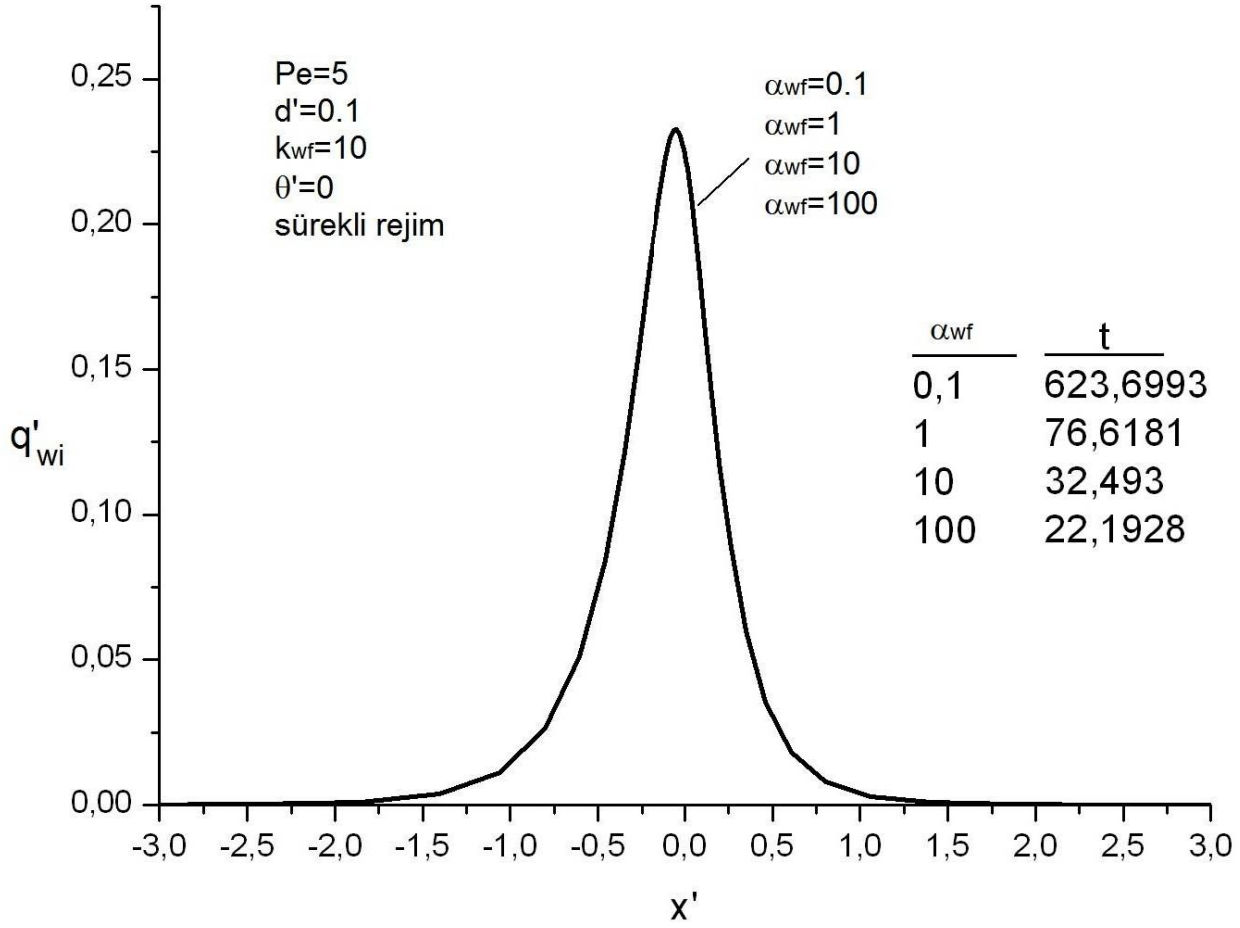
Şekil 6.32. Cidar akışkan ısı iletim katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi (*θ′=0*; süreklirejim)



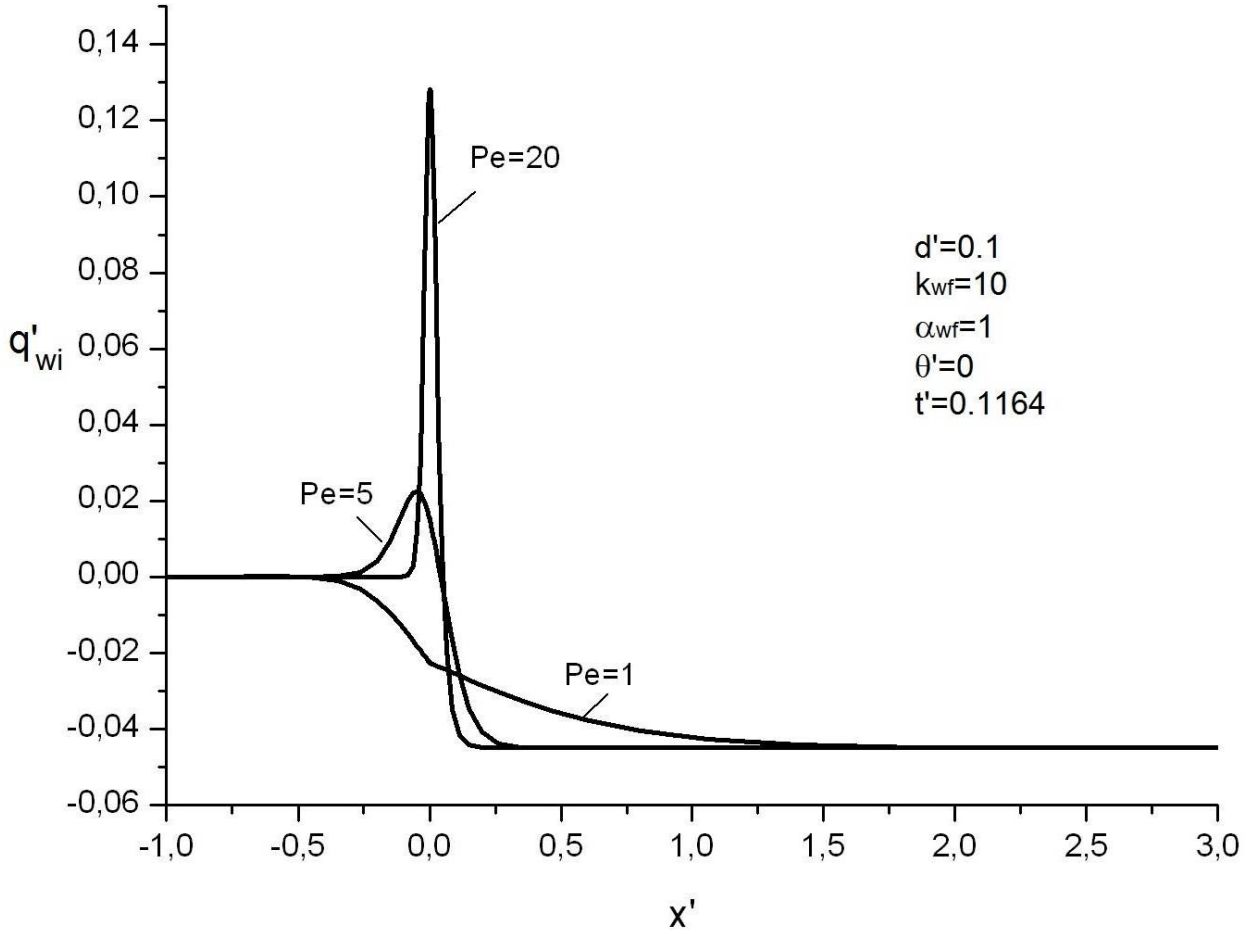
Şekil 6.33. Cidar akışkan ısı yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi (*θ′=0; t'*=0,1164)



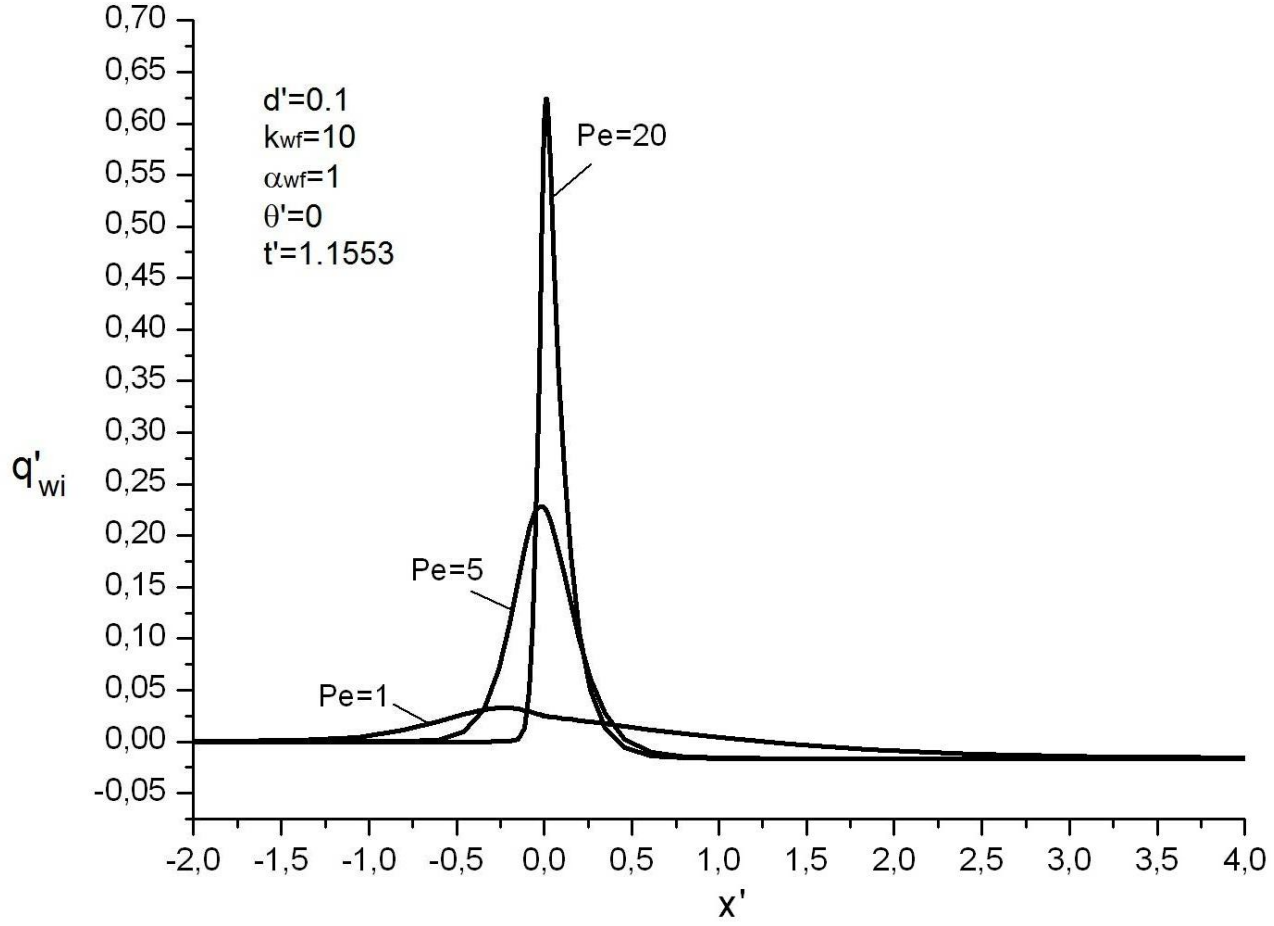
Şekil 6.34. Cidar akışkan ısı yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi (*θ'=0; t'*=1,1553)



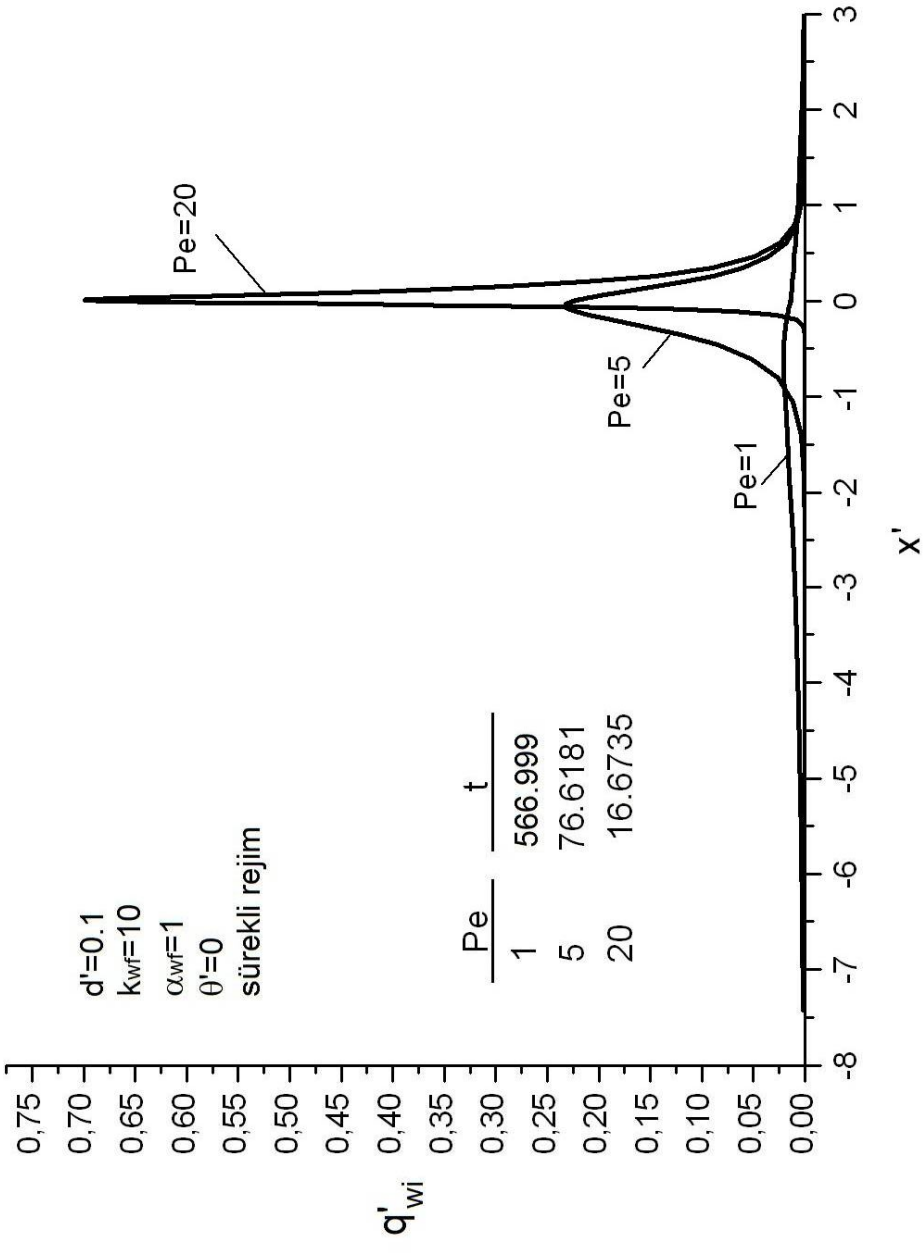
Şekil 6.35. Cidar akışkan ısı yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi (*θ′=0*; sürekli rejim)



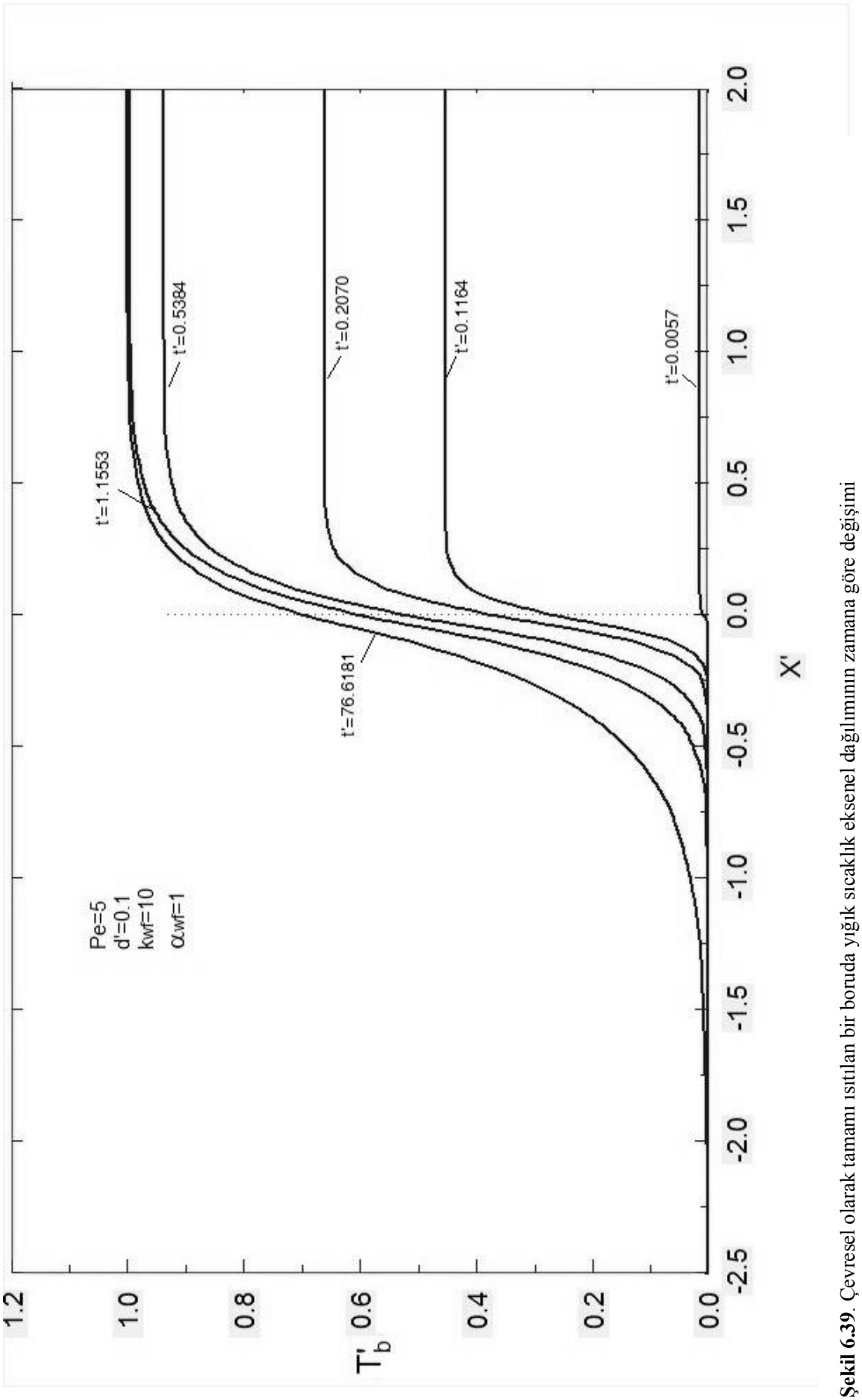
Şekil 6.36. Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi *(θ'=0; t'*=0,1164)



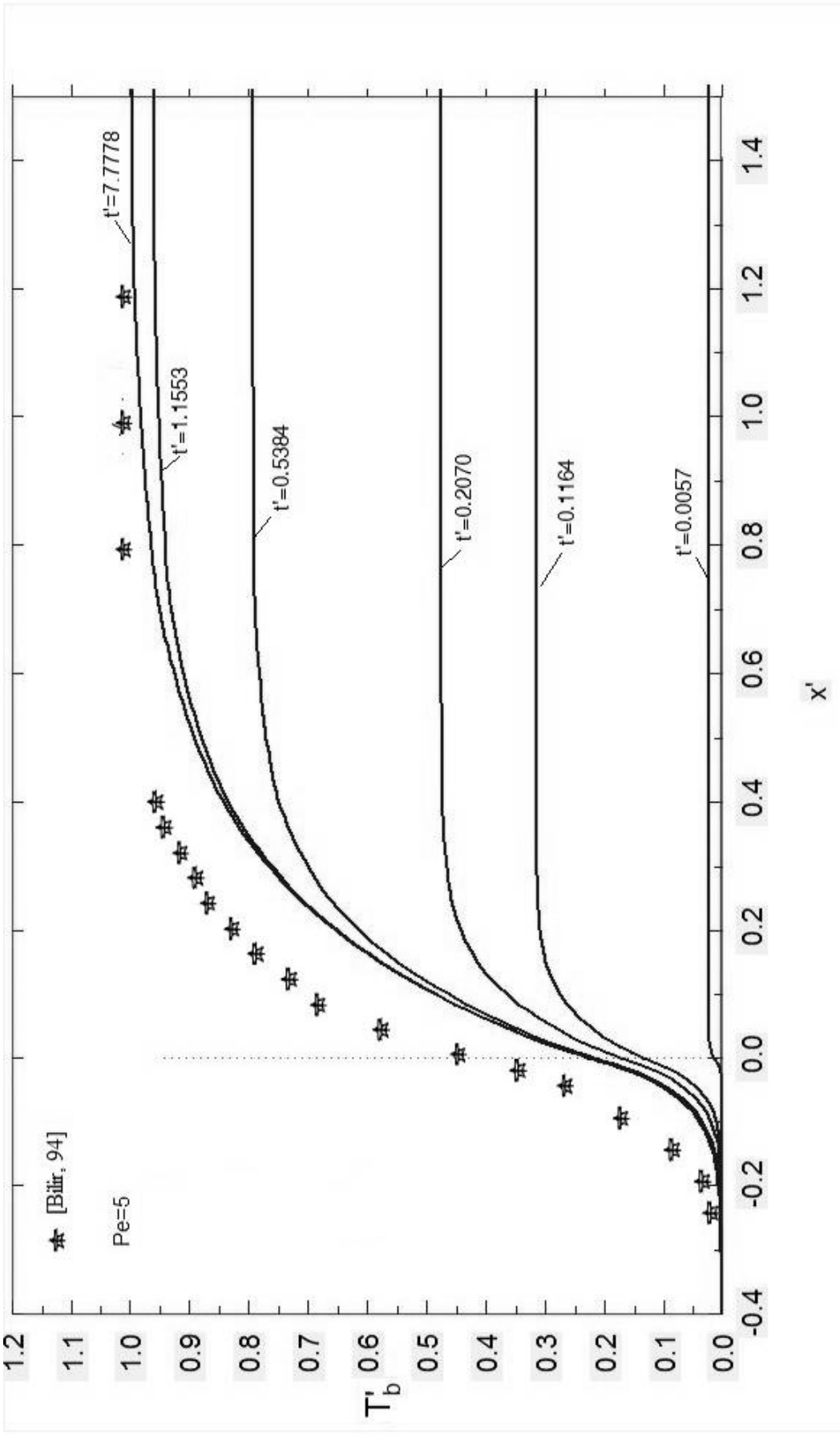
Şekil 6.37. Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi ($\theta'=0;\ t'=1{,}1553$)



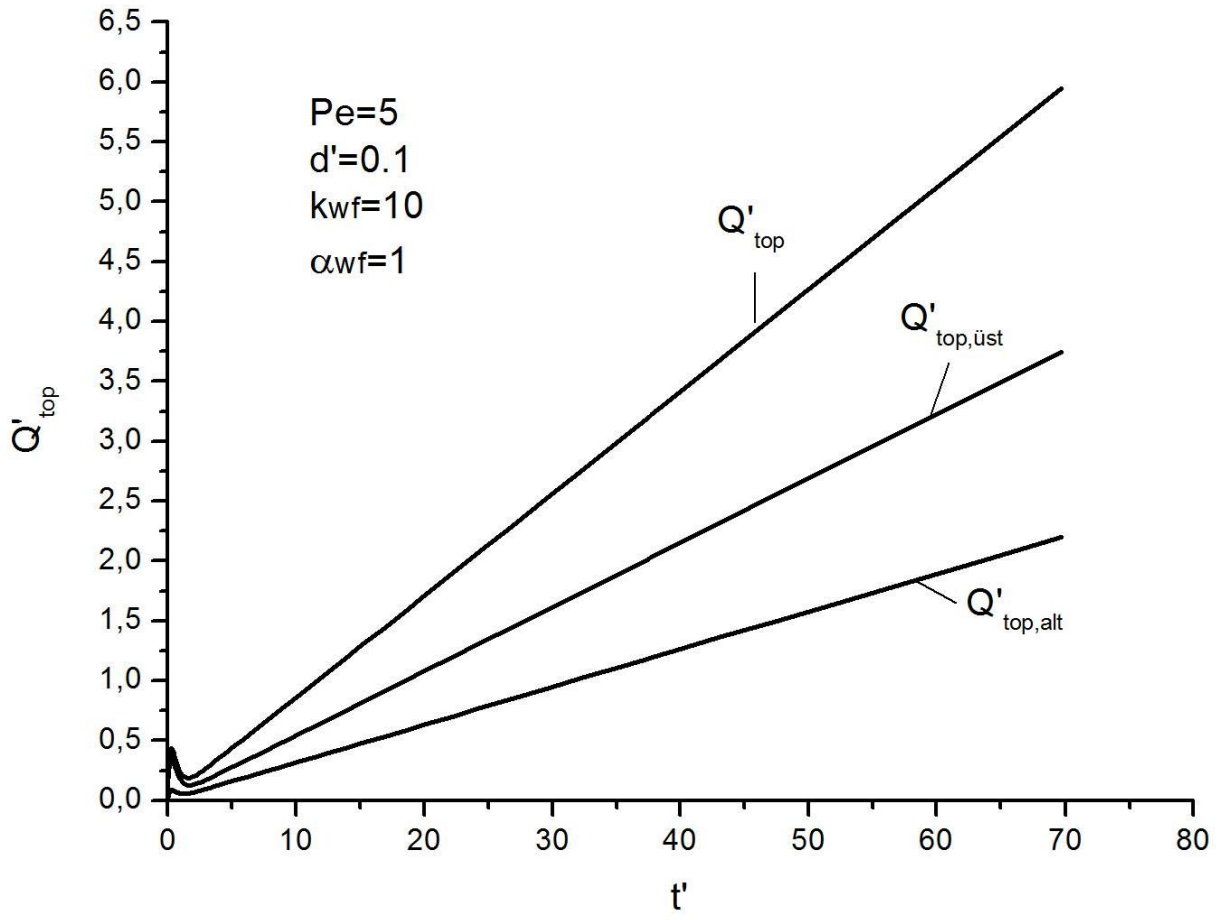
Şekil 6.38. Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi ($\theta'=0$; sürekli rejim)



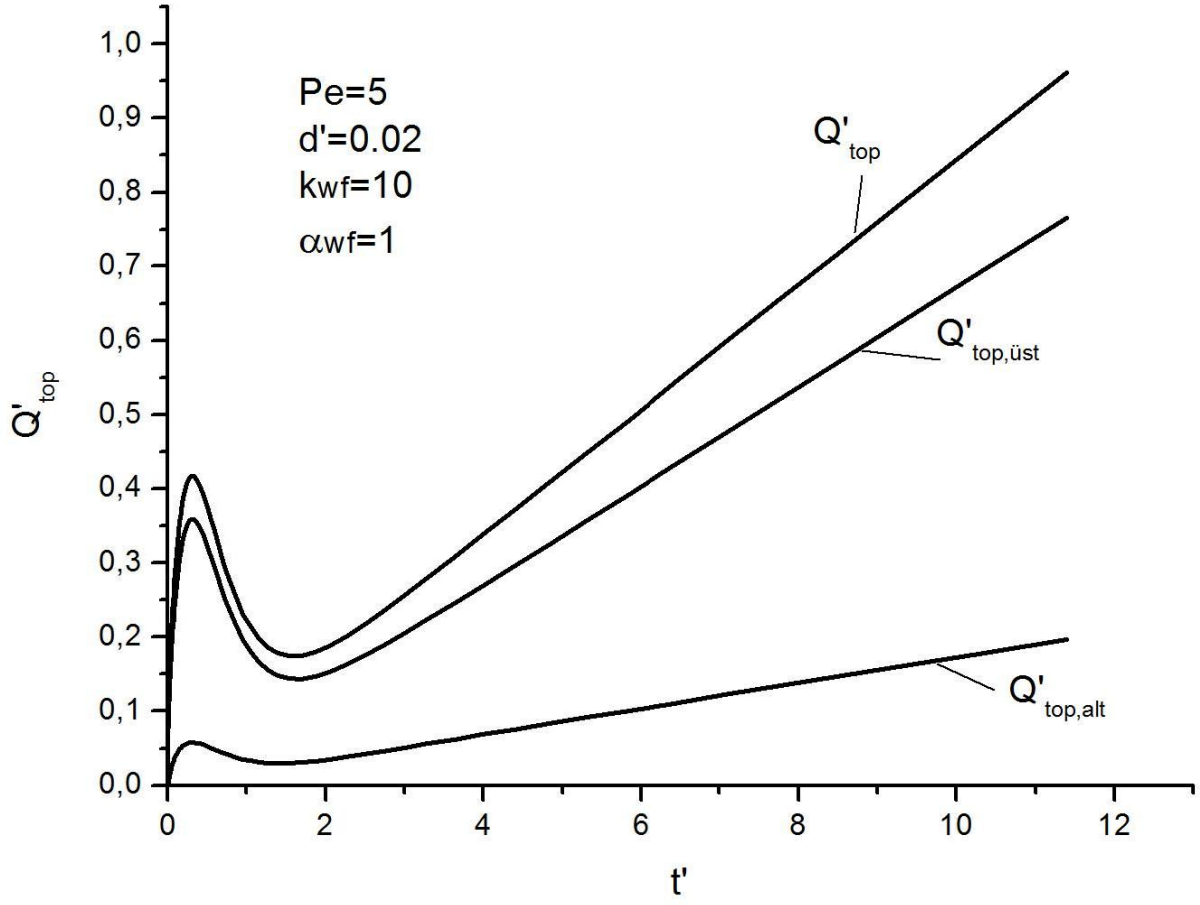
Şekil 6.39. Çevresel olarak tamamı ısıtılan bir boruda yığık sıcaklık eksenel dağılımının zamana göre değişimi



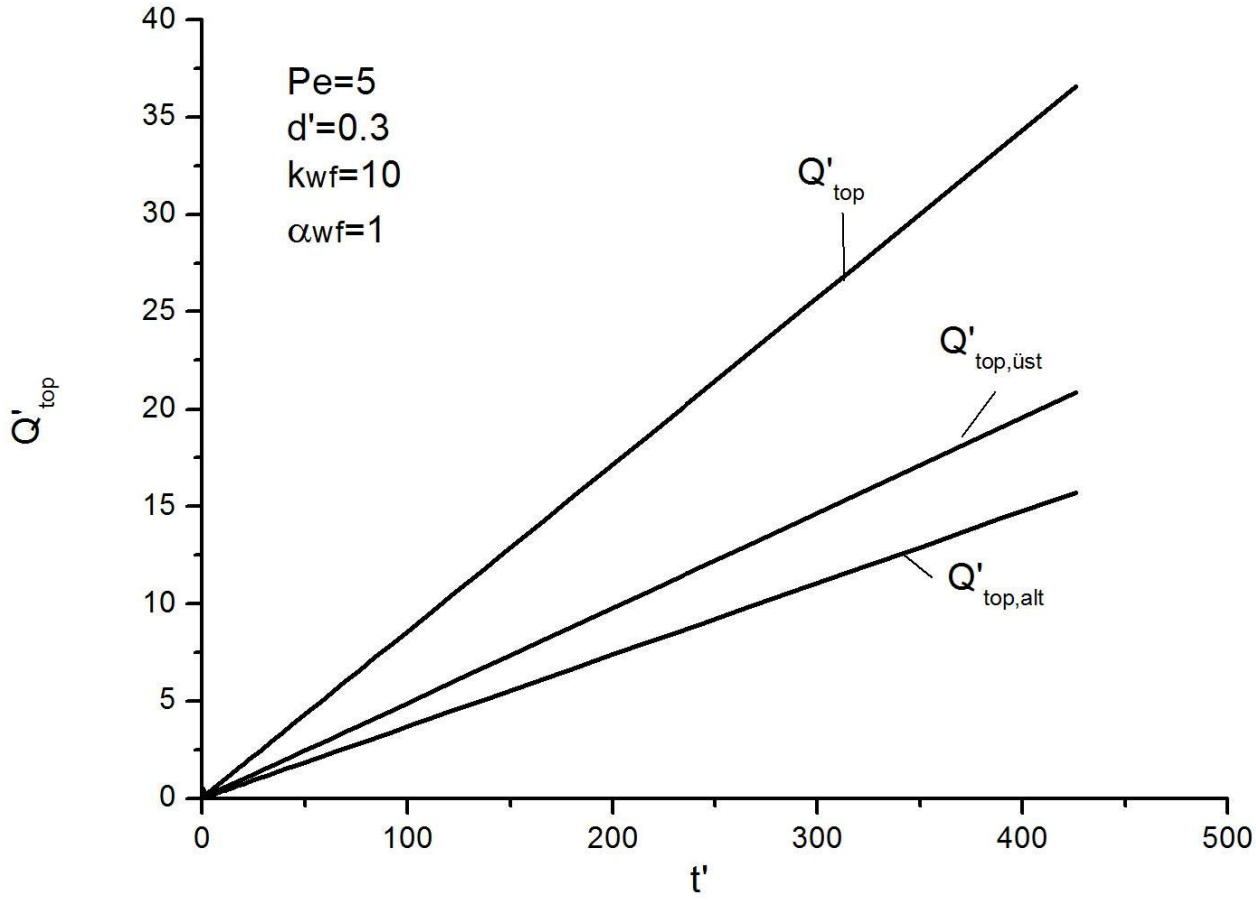
Şekil 6.40. Çevresel olarak yarısı ısıtılan ince cidarlı bir boruda yığık sıcaklık eksenel dağılımının zaman göre değişimi



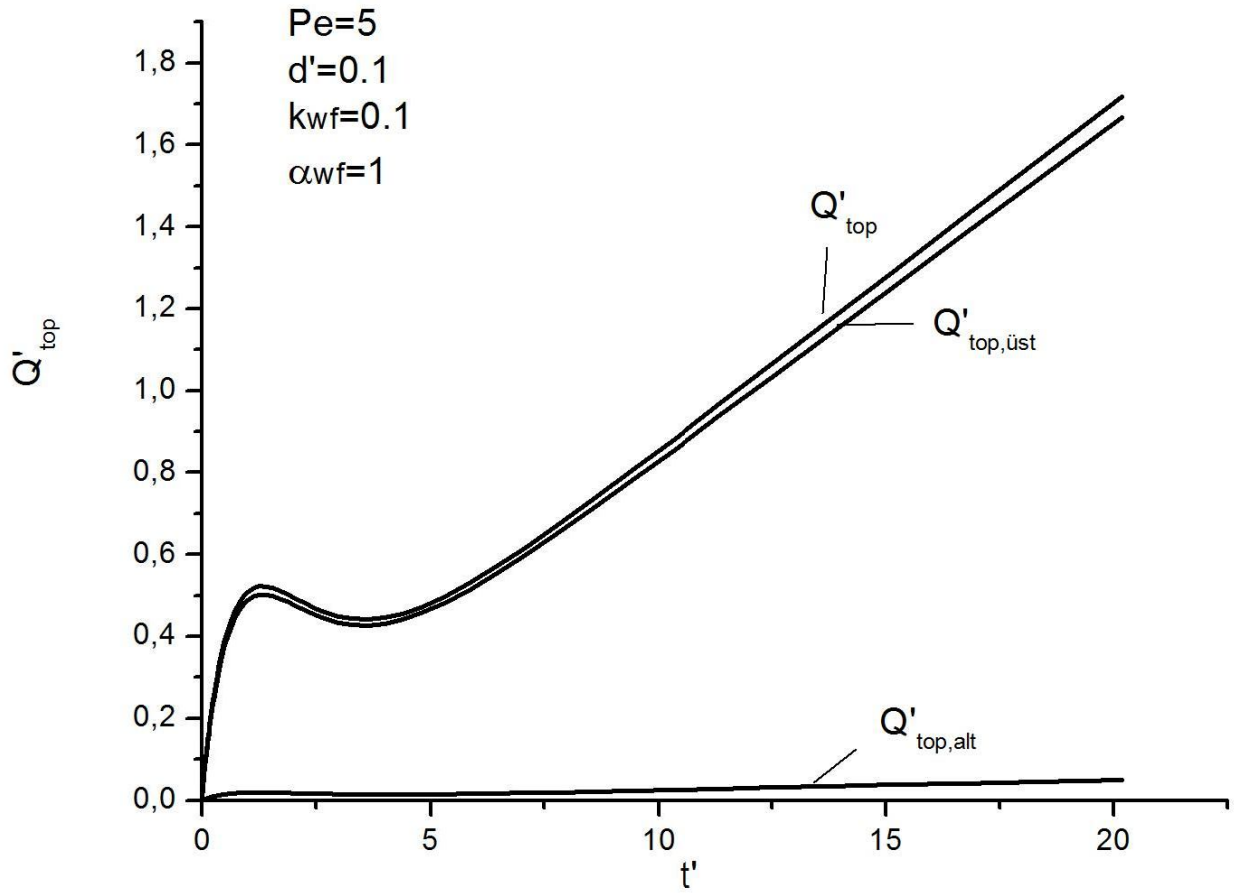
Şekil 6.41 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



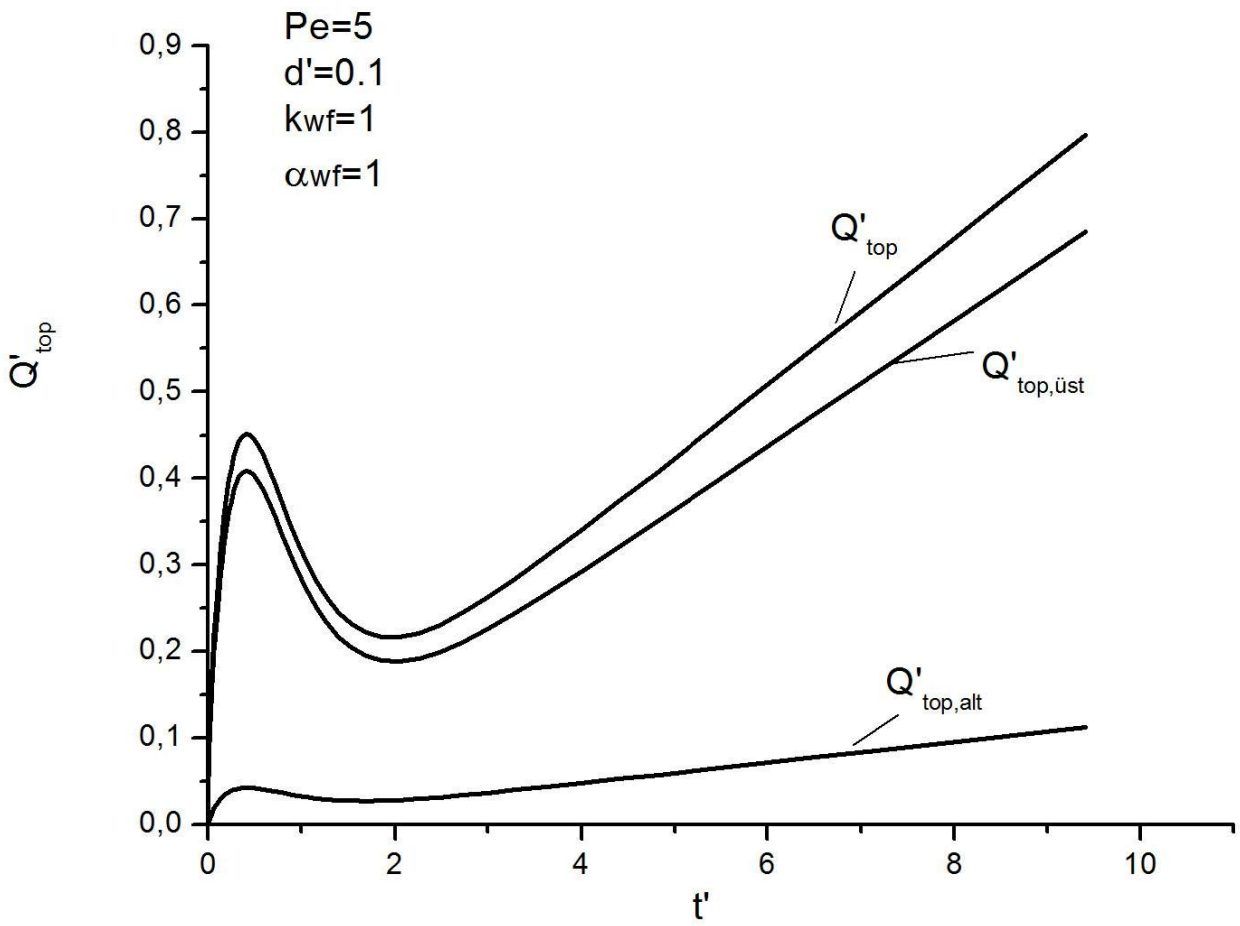
Şekil 6.42 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



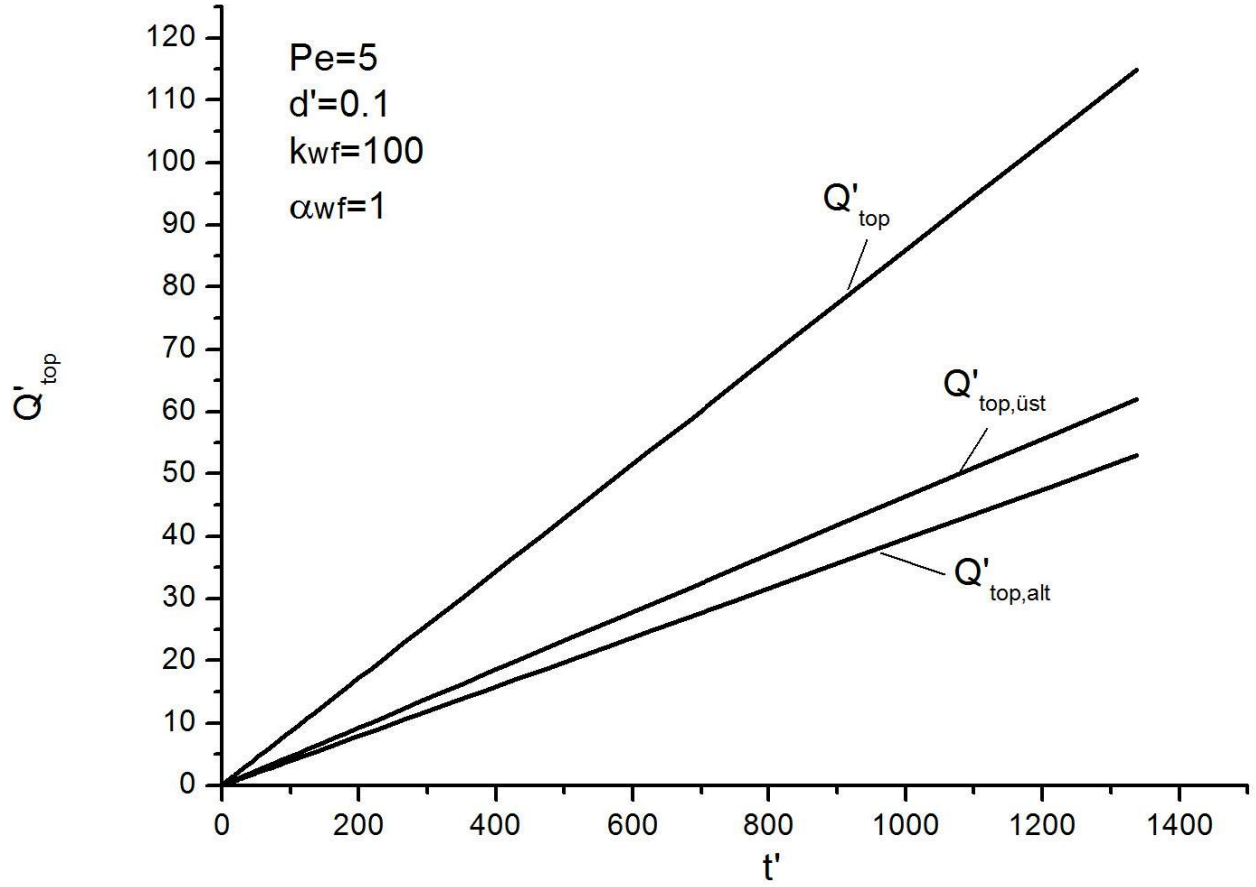
Şekil 6.43 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



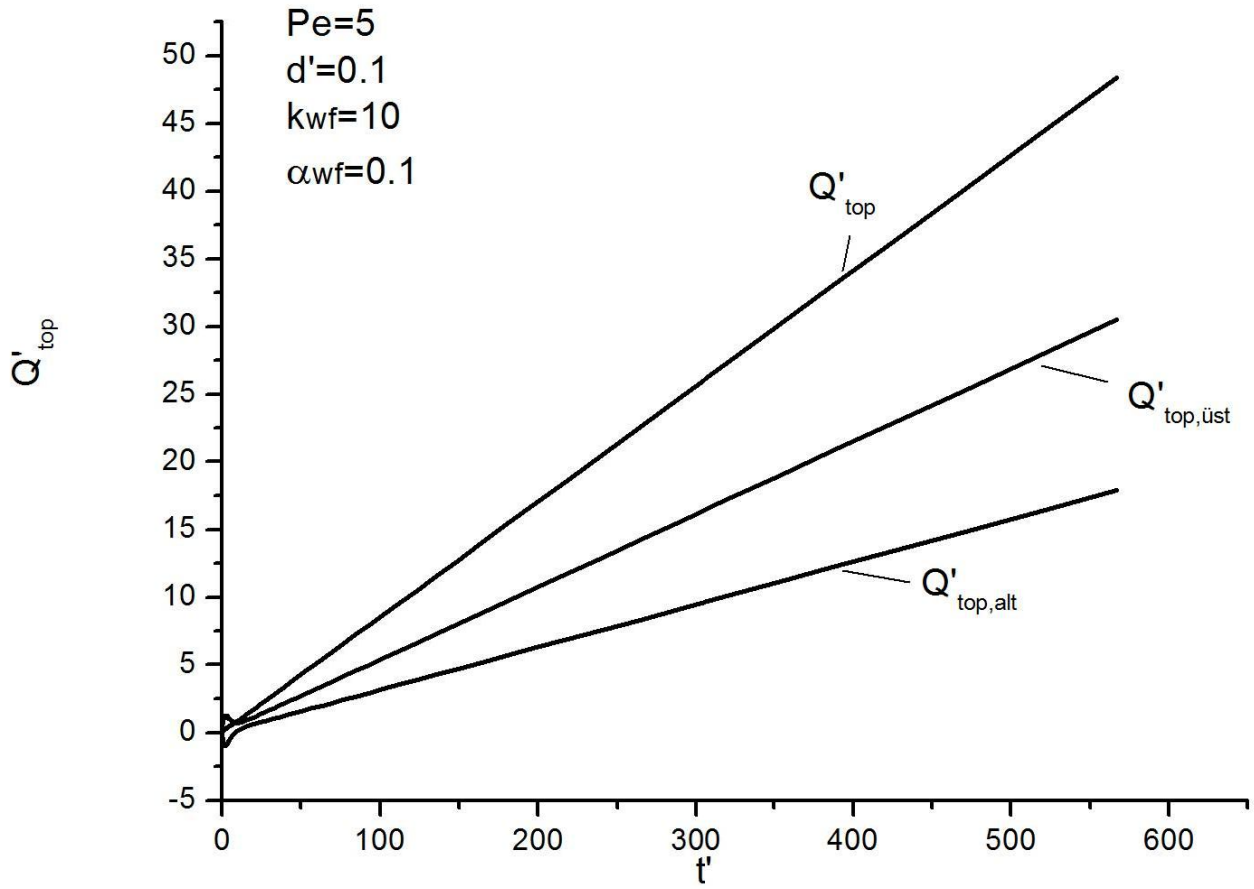
Şekil 6.44 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



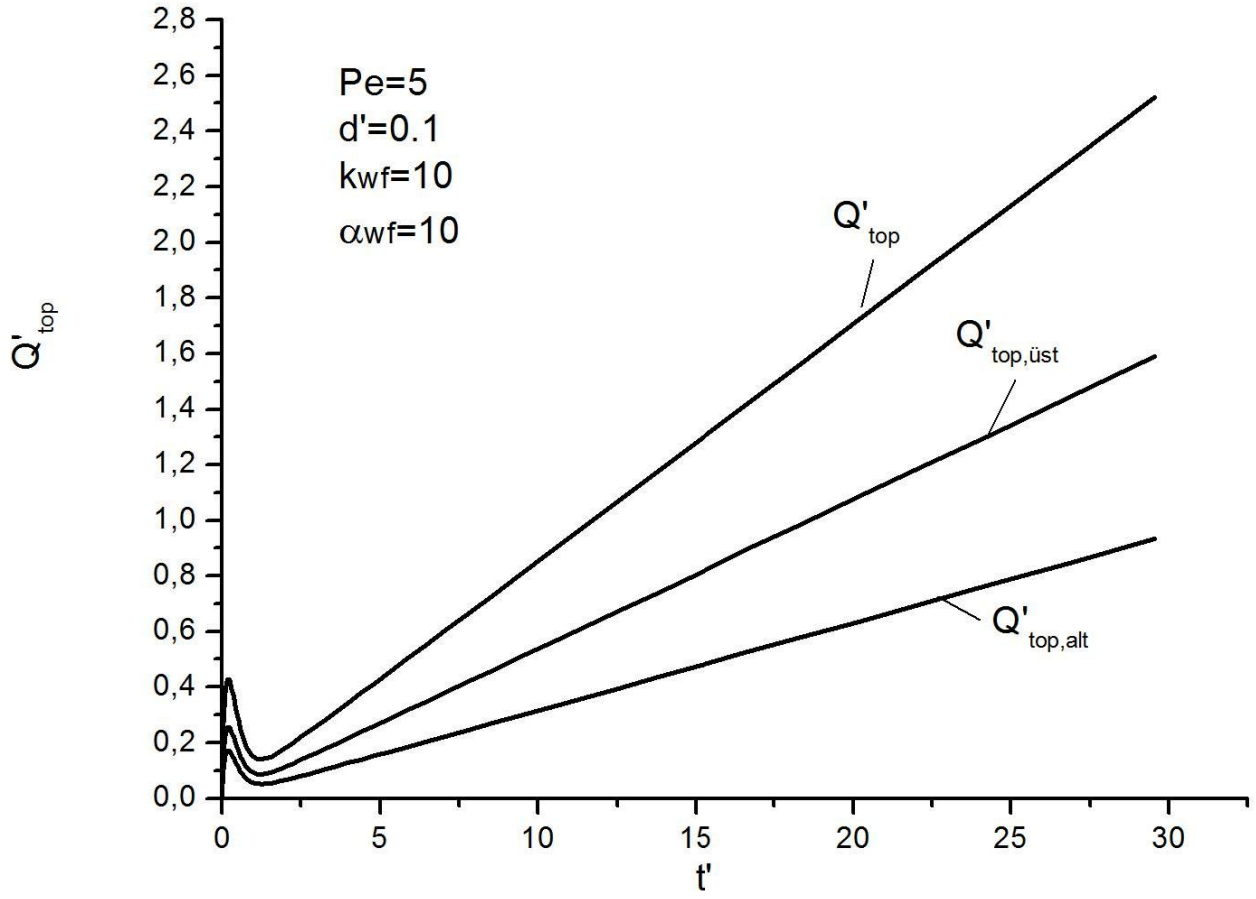
Şekil 6.45 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



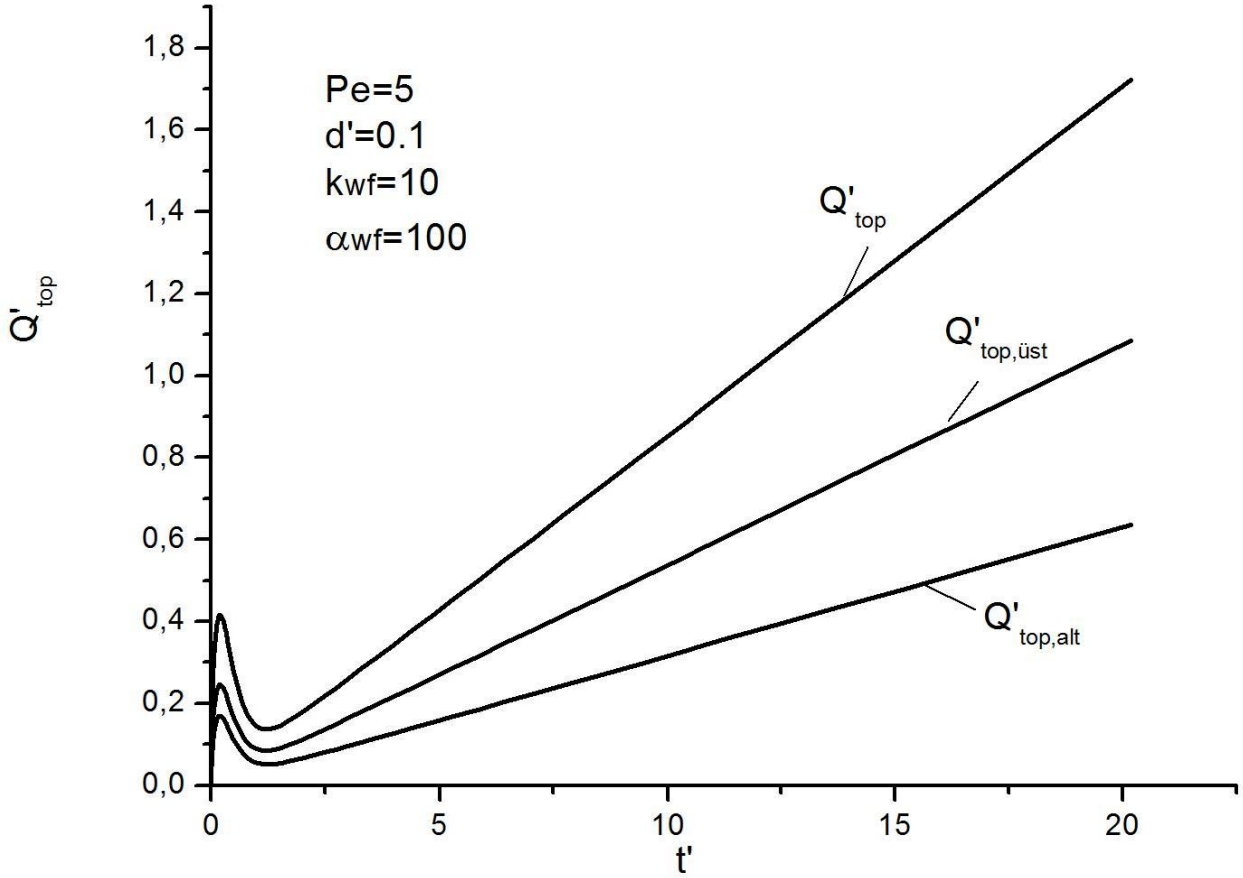
Şekil 6.46 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



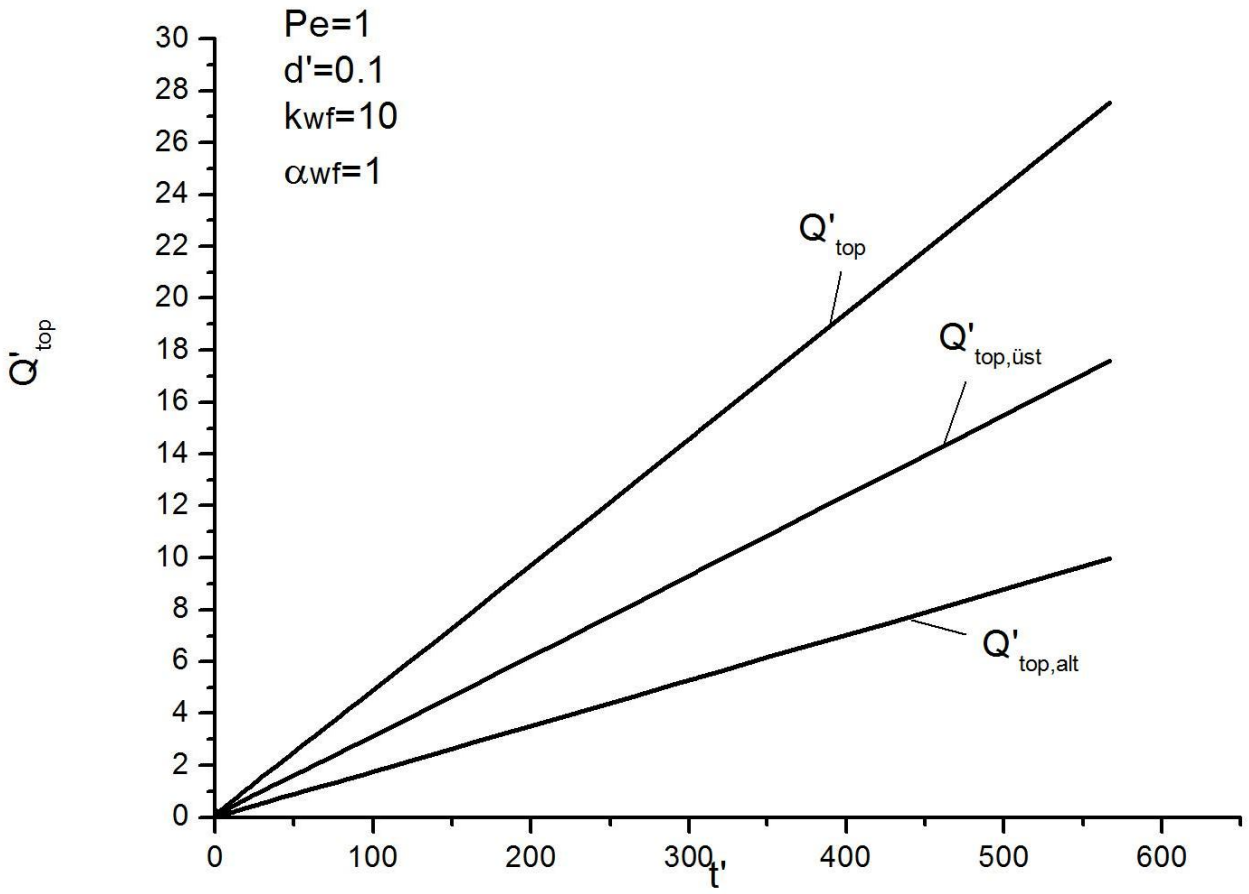
Şekil 6.47 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



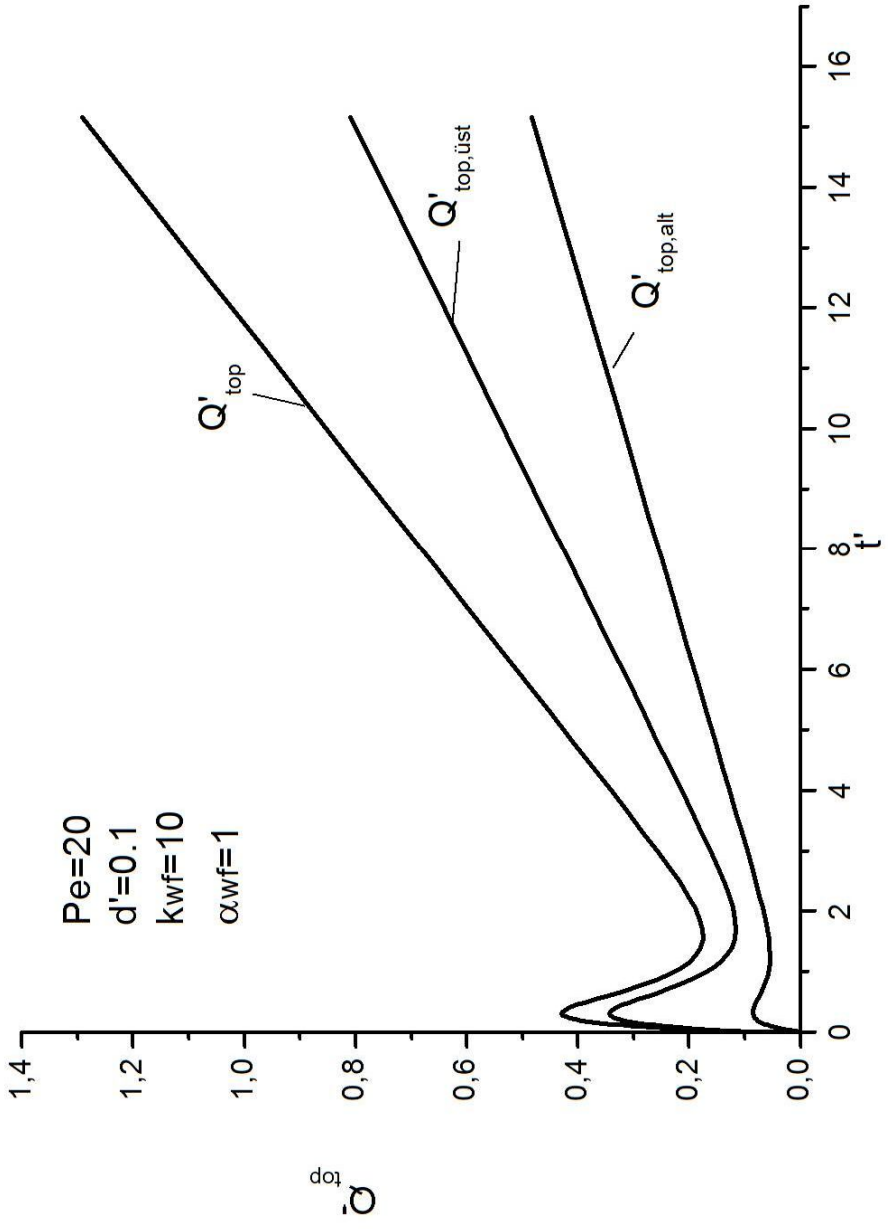
Şekil 6.48 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



Şekil 6.49 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



Şekil 6.50 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi



Şekil 6.51 Ara yüzeyden akışkana transfer edilen toplam ısının zamanla değişimi

7. SONUÇ

Bu çalışmada çevresel olarak yarısı sabit yüzey sıcaklığı ile ısıtılan kalın cidarlı bir boruda, geçici rejim birleşik ısı transferi problemi, üç boyutlu cidar ve akışkan eksenel iletimi de göz önüne alınarak incelenmiştir. Problem, her iki yönde sonsuz uzunlukta iki bölgeli, üst akış bölgesi tamamen, alt akış bölgesinin ise çevresel olarak yarısı yalıtılmış bir boruda, alt akış bölgesinin çevresel diğer yarısında yüzey sıcaklığında meydana gelen ani sıcaklık artışı sınır şartı ile ele alınmıştır. Hidrodinamik olarak gelişmiş akış için, çözüm bir sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak yapılmıştır. Problemi tanımlayan dört boyutsuz parametrenin, Pe, d', k_{wf}, α_{wf}, ısı transferi karakteristikleri üzerine etkilerini görmek için parametrik bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar şu şekilde özetlenebilir.

1. Gerek cidar ve gerekse akışkan eksenel iletimi nedeniyle üst akış bölgesine, akışa ters yönde, önemli ölçüde ısı transfer edilmekte ve sıcaklık profilleri borunun ısıtılmaya başlandığı kesit öncesinde oluşmaya başlamaktadır. Aynı şekilde hem cidar hem de akışkan tarafındaki açısal iletim nedeniyle, borunun çevresel olarak ısıtılan bölümünden ısıtılmayan bölümüne hızlı bir şekilde ısı transfer edilmekte ve ısıtılan çevresel bölüme en uzak konumlar da dahil olmak üzere sıcaklıkların zamanla yükseldiği görülmektedir.

2. Pe sayısı küçüldükçe, d', k_{wf} ve α_{wf} büyüdükçe hem eksenel iletimin hem de açısal iletimin ısı transferi karakteristikleri üzerine etkileri artmaktadır. Isıl gelişme mesafesi uzunluğu ve sürekli rejime ulaşma süresi de parametre değerlerine bağlı olarak değişmektedir.

3. İlk ve ara zaman adımlarında, sıcaklıklar borunun ısıtılan çevresel bölümünde daha yüksek olmaktadır. Aynı şekilde sürekli rejimde ısıl gelişme öncesinde de sıcaklıklar borunun ısıtılan çevresel bölümünde daha yüksek olmakta, ancak tam gelişmiş bölgede tüm kesit boyunca, gerek cidar ve gerekse akışkan tarafında bütün sıcaklıklar asimptotik değer olan 1'e ulaşmaktadır.

4. Ara yüzey sıcaklığının borunun ısıtılan bölümüne en uzak çevresel konumunda, akışkan sıcaklının ise boru ekseninde bir minimum değere ulaştığı görülmektedir. Cidarda açısal iletimin nispeten yavaş olduğu durumlarda (küçük d' ve k_{wf}, büyük Pe) borunun ısıtılan bölümüne uzak açısal konumlarda sıcaklıklar eksen sıcaklığının altına inmektedir.

5. Borunun ısıtılmayan açısal konumlarında ara yüzey ısı akısı değerleri ısıtılan bölümdekilere kıyasla bir hayli azalmaktadır. Borunun ısıtılan bölümüne uzak açısal konumlarda alt akış bölgesinde negatif ısı akısı değerleri görülmektedir. Bu bazı anlarda ve konumlarda akışkan sıcaklığının cidar sıcaklığından daha yüksek olması sonucudur.

6. Akışkana transfer edilen toplam ısının önemli bir kısmı borunun ısıtılmayan çevresel bölümünden gerçekleşmektedir. Bu bölümden akışkana transfer edilen ısının toplam ısı transferine oranı, bu çalışmada öngörülen parametre değerleri sınırları için %3 ila %46 arasında değişmektedir ve çevresel cidar iletiminin daha etkin olduğu durumlar için (büyük d' ve büyük k_{wf}) büyümektedir.

7. Akışkana ısıl gelişme bölgesi uzunluğunca sürekli rejime ulaşıncaya kadar transfer edilen kümülatif toplam ısı, parametre değerlerine bağlı olarak önemli ölçüde değişmektedir. Kümülatif toplam ısı transferi miktarı, ısıl gelişme mesafesi, sürekli rejime ulaşma süresi ve ara yüzey ısı akısının geçici rejim süresince ortalama değerlerine bağlı olarak değişmektedir. Sistemin ısıl ataletinin büyük olduğu ve gerek cidar gerekse akışkan eksenel iletiminin çok etkin olduğu durumlarda, kümülatif toplam ısı transferi miktarı artmaktadır.

KAYNAKLAR

Ateş, A., Darıcı, S. and Bilir, Ş.,2010, Unsteady conjugated heat transfer in thick walled pipes involving two-dimensional wall and axial fluid conduction with uniform heat flux boundary condition, , *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53 (23-24): 5058-5064.

Bhattacharyya, T.K., and Roy, D.N., 1970, Laminar heat transfer in a round tube with variable circumferential or arbitrary wall heat flux, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 13(6): 1057-1060.

Bilir, Ş., 1992, Numerical solution of Graetz problem with axial conduction, Numerical Heat Transfer, Part A, 21:493-500

Bilir, Ş., 1994, Effects of fluid axial conduction on laminar flow heat transfer in circular pipes, *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi* 16(3/4):15-20.

Bilir Ş., 1995, Laminar flow heat transfer in pipes including two dimensional wall and fluid axial conduction*, International Journal of Heat and Mass Transfer* 38(9): 1619-1625.

Bilir,Ş., 2002, Transient conjugated heat transfer in pipes involving two dimensional wall and axial fluid conduction, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (8): 1781-1788.

Bilir, Ş. and Ateş, A., 2003, Transient conjugated heat transfer in thick walled pipes with convective boundary conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46 (14): 2701-2709.

Boyd, R.D.,1994, Similarities and differences between single side and uniform heating for fusion applications-I uniform heating, Fusion Tech. 25: July.

Burden, R. L., Faires, J. D., 2000,.Numerical Analysis, Seventh Edition, , Publisher: Brooks Cole,

Busedra, A.A., and, Soliman, H.M., 1999, Analysis of laminar mixed convection in inclined semicircular ducts under buoyancy-assisted and opposed- condition, *Numerical Heat Transfer, Part A,* (36): 527-544.

Celik, I. B., Ghia, U., Roache, P.J., Freitas, C.J., Coleman, H., Raad, P.E., 2008, Procedure for estimation and reporting on uncertainty due to discritization in CFD applications, *Transactions of ASME Journal of Fluid Engineering*, 130 (July), 078001-1-078001-4.

Choi, D.K. and Choi, D.H., 1992, Dual solution for mixed convection in a horizontal tube under circumferentially non uniform heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 35(8): 2053-2056.

Choi, D.K., Choi, D.H., 1994, Developing Mixed Convection Flow in a Horizontal Tube Under Circumferentially Non-uniform Heating Conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 37(13): 1899-1913.

Chou, F.C.,1989, Effect of nonuniform heating on laminar mixed convection in the entrance region of horizontal duct, Computers and Fluids 17(3):487-496.

Chung, K.,H., Hyun, J., M.and Ozoe, H.,2000, Buoyant convection in a vertical cylinder with azimuthhally varying sidewall temperature, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43(13): 2289-2301.

Dalal, A. and Das, M., K., 2005, Laminar natural convection in an inclined complicated cavity with spatially variable wall temperature, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (13): 2986-3007.

Dorfman, A.S., 2010, Conjugate problems in convective heat transfer, CRC Press.

Faghri, M. and Welty, J.R., 1978, Analysis of heat transfer, including axial fluid conduction, for laminar tube flow with arbitrary circumferential wall heat flux variation, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 21(3): 317-323.

Faghri, M., Sparrow, E.M., 1980, Simultaneous wall and flud conduction in laminar pipe flow heat transfer, *Transactions of ASME, Journal of Heat Transfer* 102:58-63.

Hernandez, J.and Zamora, B. 2005, Effects of variable properties and non-uniform heating on natural convection flows in a vertical channels, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (3-4): 793-807.

Ivancic, A., Oliva, A., Segarra, C.D.P. and Costa, M., 1999, Heat transfer simulation in vertical cylindrical enclosures for supercritical Rayleigh number and arbitrary side wall conductivity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42(2): 323-343.

Kakaç, S. and Yener, Y., 1995, Convective heat transfer, Second Edition, CRC Press. Inc.

Law,H.S., Masliyah,J.H., Nandakumar, K.,1987, Effect of Nonuniform Heating on Laminar Mixed Convection in Ducts *Journal of Heat Transfer Transactions of ASME* 109 : 131-137.

Lei, Q. M. and Trupp, A.C., 1991, Experimental study of laminar mixed convection in the entrance region of a horizontal semicircular duct, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 34(9): 2361-2372.

Male, P., Croon,M.,H.,J.,M., Tiggelaar, R.,M., Berg,A. and Schouten, J.,C., 2004, Heat transfer in a square microchannel with asymmetric heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (1): 87-99.

Manglik, R.M. and Bergles, A.E., (1988), Laminar flow heat transfer in a semi-circular tube with uniform wall temperature, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 31(3): 625-636.

Minkowycz, W.J., Sparrow, E.M., Murthy J.Y., 2006, Handbook of Numerical Heat Transfer, Second Edition, , John Wiley and Sons, Inc.

Morini, G.,L.,2000, Analytical determination of the temperature distribution and Nusselt numbers in a rectangular duct with constant axial heat flux*, International Journal of Heat and Mass Transfer* 43(5): 741-755.

Ouzzane, M. and Galanis, N., 1999, Developing mixed convection flow in an inclined tube with circumferentially nonuniform heating at its outer surface, *Numerical Heat Transfer, Part A*, (35): 609-628.

Özsunar, A, Başkaya, S. and Sivrioğlu, M., 2002, Experimental investigation of mixed convection heat transfer in a horizontal and inclined rectangular channel, *Heat and Mass Transfer* 38: 271-278.

Patankar, S.V., 1980, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw Hill Book Comp.

Pulicani, J.P., Krukowski, S., Alexander, I. D., Ouazzanni, J. and Rosenberger, F. ,1992, Convection in an asymmetrically heated cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 35(9): 2119-2130.

Rapier A.C., 1972, Forced convection heat transfer in a circular tube with nonuniform heat flux around the circumference, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15(3): 527-537.

Reynolds, W.C., 1960, Heat transfer to fully developed laminar flow in a circular tube with arbitrary circumferential heat flux, *Journal of Heat Transfer Transactions of ASME*, May, 108-112.

Roache, P.J., 1994, Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies, *Transactions of ASME Journal of Fluid Engineering*, 116 (Sept), 405-413.

Shah, R.K.and London, A.L., 1978, Laminar flow forced convection in ducts, Academic Press.

Siegel, R., Sparrow, E.M. and Hallman, T.M., 1958, Steady Laminar Heat Transfer in a Circular Tube with Prescribed Wall Heat Flux, *Appl. Sci.Res.* 7(A): 386-392.

Sikka, S., and Iqbal, M., 1970, Laminar heat transfer in a circular tube under solar radiation in space, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 13(6): 975-983.

Slater, J.W., 2011, Examining Spatial (Grid) Convergence [online], http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html, [Ziyaret Tarihi: 12.Haziran.2011].

Sturgis, J.C.and Mudawar, I.,1999, Critical heat flux in a long, rectangular channel subjected to one sided heating 1 flow visulation, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42(10): 1835-1847.

Zhang, X. and Dutta, S., 1998, Heat transfer analysis of bouyancy assisted mixed convection with asymmetric heating conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 41(21): 3255-3264.

EKLER

Ek 1-İki Katlı İntegrallerde Simpson Kuralı

İki katlı integrallerde Simpson kuralı şu şekilde uygulanır (Burden ve Faires, 2000).

$$\int_a^b \int_c^d f(x,y)dydx \approx \frac{hk}{9}\left\{\left[f(x_0,y_0) + 2\sum_{i=1}^{(n/2)-1} f(x_{2i},y_0) + 4\sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1},y_0) + f(x_n,y_0) \right]\right.$$
$$+ 2\left[\sum_{j=1}^{(m/2)-1} f(x_0,y_{2j}) + 2\sum_{j=1}^{(m/2)-1}\sum_{i=1}^{(n/2)-1} f(x_{2i},y_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{(m/2)-1}\sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1},y_{2j}) + \sum_{j=1}^{(m/2)-1} f(x_n,y_{2j}) \right]$$
$$+ 4\left[\sum_{j=1}^{m/2} f(x_0,y_{2j-1}) + 2\sum_{j=1}^{m/2}\sum_{i=1}^{(n/2)-1} f(x_{2i},y_{2j-1}) + 4\sum_{j=1}^{m/2}\sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1},y_{2j-1}) + \sum_{j=1}^{m/2} f(x_n,y_{2j-1}) \right]$$
$$\left. + \left[f(x_0,y_m) + 2\sum_{i=1}^{(n/2)-1} f(x_{2i},y_m) + 4\sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1},y_m) + f(x_n,y_m) \right] \right\}$$

Ek 2-Newton Gregory türev formülü

Newton-Gregory formülüne göre bir fonksiyonun herhangi bir *k* noktasındaki türevi, fonksiyonun bu noktadaki ve bu noktadan önce eşit aralıklarla dizilmiş üç noktadaki değerlerine göre şu şekilde hesaplanabilir (Burden ve Faires, 2000).

$$f'(k) = \frac{1}{h}\left[\nabla f(k) + \frac{1}{2}\nabla^2 f(k) + \frac{1}{3}\nabla^3 f(k)\right]$$

Burada h, noktalar arasındaki mesafedir. $\nabla f(k)$, $\nabla^2 f(k)$, $\nabla^3 f(k)$ ifadeleri ise şu şekilde tanımlanabilir.

$$\nabla f(k) = f(k) - f(k-h)$$

$$\nabla^2 f(k) = \left[f(k) - f(k-h)\right] - \left[f(k-h) - f(k-2h)\right]$$

$$\nabla^3 f(k) = \left[\left[f(k) - f(k-h)\right] - \left[f(k-h) - f(k-2h)\right]\right] - \left[\left[f(k-h) - f(k-2h)\right] - \left[f(k-2h) - f(k-3h)\right]\right]$$

Ek 3-Langrange İnterpolasyonu

Bir f(x) fonksiyonunun n+1 tane ayrı noktada değeri biliniyorsa ara değerleri Langrange interpolasyonu ile bulunabilir (Burden ve Faires, 2000).

$$F(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) f_i$$

$$L_i(x) = \frac{(x-x_o)(x-x_1)\cdots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\cdots(x-x_n)}{(x_k-x_o)(x_k-x_1)\cdots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\cdots(x_k-x_n)} = \prod_{i=0}^{n} \frac{(x-x_i)}{(x_k-x_i)}$$

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Ş. Ulaş ATMACA
Uyruğu : T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi : Akşehir / 18.06.1978
Telefon : 0 332 223 27 35
Faks : 0 332 241 06 51
e-mail : uatmaca@selcuk.edu.tr

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	Karatay Anadolu Lisesi, KONYA	1996
Üniversite	:	Selçuk Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, KONYA	2000
Yüksek Lisans	:	Selçuk Üniversitesi, KONYA	2003

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görevi**
2000-	Selçuk Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

UZMANLIK ALANI: Borularda laminer akış ısı transferi, taşınım ile ısı transferi

YABANCI DİL: İngilizce

YAYINLAR:

Ulaş ATMACA, Suna KARGICI, ŞefikBİLİR, Mustafa TINKIR, Aziz Hakan ALTUN, "Modelling the effects ofelbows at the entrance of pipes on turbulent heat transfer by Neuro-Fuzzy approach", *1.International Symposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE),Kuşadası, AYDIN, 3-5 Haziran 2010*. (Yüksek Lisans Tezinden Yapılmıştır).

Aziz Hakan ALTUN, Şefik BİLİR, Mustafa TINKIR, **UlaşATMACA**, Saim KOÇAK, "Investigation of Elbow Turn Effects on Pressure Drop in Turbulent Pipe Flow By Adaptive Neuro-Fuzzy Approach", *1. InternationalSymposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE), Kuşadası, AYDIN,3-5 Haziran 2010*.

Aziz Hakan ALTUN, Şefik BİLİR, Mustafa TINKIR, **UlaşATMACA**, Saim KOÇAK, "Investigation of The BlockageEffects on Pressure Drop in Turbulent Pipe Flow By Adaptive Neuro-Fuzzy Approach",*1. International Symposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE),Kuşadası, AYDIN, 3-5 Haziran 2010*.

A.H. Altun, **U. Atmaca**, Ş. Bilir, S. Kargıcı, "The effects of elbows at theınlet of pıpes on heat transfer and pressure loss ın turbulent heat transfer",*Mechanisms, Mechanics of the Machines,Machinebuilding and Energetic Technologies, National Conference with International Participation, Countryside Bacadjika, Bulgaristan, 25-27 June,2010*. (Yüksek Lisans Tezinden Yapılmıştır).

Aziz Hakan Altun, Şefik Bilir, **Şükrü Ulaş Atmaca**, "Borularda türbülanslı akışta dirsek ve tıkama elemanlarının basınç kaybına etkileri", *16. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, Kayseri,30 Mayıs-2 Haziran 2007*.

Ali Ateş, **Ulaş Atmaca**, "Değişken çevre koşullarında ısıl konfor", *16. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, Kayseri,30 Mayıs-2 Haziran 2007*.

Ş. Ulaş Atmaca, Suna Kargıcı, "Konya'da kış aylarında yapı malzemelerinde oluşan buhar geçişinin örnekle incelenmesi", *Mühendis ve Makine Dergisi , Sayı 553, sayfa: 55-62 , Şubat 2006.*

Suna Kargıcı, **Ulaş Atmaca**, Şefik Bilir, Selçuk Darıcı, "Borularda türbülanslı akışta dirseklerin ısı transferine etkileri", *14. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, Isparta,3-5 Eylül 2003*. (Yüksek Lisans Tezinden Yapılmıştır).