T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ-CERRAHPAŞA
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**DOKTORA TEZİ**

# PİEZOELEKTRİK ORTAMLARDA ELASTİK ve ELEKTROMANYETİK DALGALARIN YAYILMASI

**Aydın ÖZBEY**

**DANIŞMAN**
**Prof. Dr. Erol UZAL**

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Makine Mühendisliği Programı**

**Ocak, 2023**

# TEZ KABUL VE ONAYI

**Aydın ÖZBEY** tarafından, **Prof. Dr. Erol UZAL** danışmanlığında hazırlanan **" PİEZOELEKTRİK ORTAMLARDA ELASTİK ve ELEKTROMANYETİK DALGALARIN YAYILMASI "** başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından **03/01/2023** tarihinde yapılan sınav sonucunda **oy birliği** ile başarılı bulunarak **Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

**Tez Jürisi**

| | | İmza | Sonuç |
|---|---|---|---|
| **DANIŞMAN** | Prof. Dr. Erol UZAL<br>İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa<br>Makine Mühendisliği Anabilim Dalı | | ☒ Kabul<br>☐ Ret |
| **ÜYE** | Prof. Dr. Nurkan YAĞIZ<br>İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa<br>Makine Mühendisliği Anabilim Dalı | | ☒ Kabul<br>☐ Ret |
| **ÜYE** | Prof. Dr. İbrahim ÖZKOL<br>İstanbul Teknik Üniversitesi<br>Uçak Mühendisliği Anabilim Dalı | | ☒ Kabul<br>☐ Ret |
| **ÜYE** | Prof. Dr. Metin Orhan KAYA<br>İstanbul Teknik Üniversitesi<br>Uçak Mühendisliği Anabilim Dalı | | ☒ Kabul<br>☐ Ret |
| **ÜYE** | Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Şirin DEMİR<br>İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa<br>Makine Mühendisliği Anabilim Dalı | | ☒ Kabul<br>☐ Ret |

# BEYAN

Bu tez çalışmasının kendi çalışmam olduğunu, tezin planlanmasından yazımına kadar bütün aşamalarda etik dışı davranışımın olmadığını, bu tezdeki bütün bilgileri akademik ve bilimsel etik kuralları içinde elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara kaynak gösterdiğimi ve bu kaynakları da kaynaklar listesine aldığımı, yine bu tezin çalışılması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını ve her türlü hukuki sorumluluğu aldığımı kabul ederim.

Aydın ÖZBEY

(İmza)

Biricik kızım Şirin'e ithaf ediyorum…

# BÜTÇE DESTEKLERİ

**PİEZOELEKTRİK ORTAMLARDA ELASTİK ve ELEKTROMANYETİK DALGALARIN YAYILMASI**

Bu tez çalışması için herhangi bir kurumdan bütçe desteği alınmamıştır.

# TEŞEKKÜR

Yüksek öğrenim hayatım boyunca örnek aldığım, bilgi ve birikimine her daim saygı duyduğum ve desteğini her daim bana hissettirmiş olan değerli hocam ve danışmanım Prof. Dr. Erol UZAL'a saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Bana inanıp destekleyen ailem ve tüm sevdiklerime gösterdikleri sabır ve anlayıştan dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

Ocak 2023 Aydın ÖZBEY

# İÇİNDEKİLER

**Sayfa No**

**1. GİRİŞ ..... 1**
**2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE ..... 2**
**3. YÖNTEM ..... 4**
3.1. PİEZOELEKTRİK MALZEMELER ..... 4
3.1.1. Kısa Tarihçe: ..... 4
3.1.2. Piezoelektrik Malzemelerin Çeşitleri: ..... 8
3.1.3. Piezoelektrik Bünye Denklemleri: ..... 8
3.2. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER ..... 9
3.3. NAVİER DENKLEMLERİ ..... 10
3.4. AKUSTİK DALGALAR ..... 12
3.4.1. Yığın akustik dalgalar: ..... 12
3.4.2. Yüzey dalgaları: ..... 13
3.5. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK ALT KATMAN ÜZERİNDE BİR ADET DİELEKTRİK KATMANIN BULUNDUĞU YAPI 14
3.5.1. Sınır Şartlarının Belirlenmesi ..... 17
3.5.2. Sınır Şartlarının Uygulanması: ..... 27
3.6. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK ALT KATMAN ÜZERİNDE İKİ ADET DİELEKTRİK KATMANIN BULUNDUĞU YAPI . 29
3.6.1. Sınır Şartlarının Belirlenmesi ..... 32
3.6.2. Sınır Şartlarının Uygulanması: ..... 42
3.7. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK ALT KATMAN ÜZERİNDE ÜÇ ADET DİELEKTRİK KATMANIN BULUNDUĞU YAPI . 43
3.7.1. Sınır Şartlarının Belirlenmesi ..... 47
3.7.2. Sınır Şartlarının Uygulanması ..... 57
**4. BULGULAR ..... 60**
4.1. TEK DİELEKTRİK KATMANLI YAPININ SONUÇLARI ..... 60
4.2. İKİ DİELEKTRİK KATMANLI YAPININ SONUÇLARI ..... 68
4.3. ÜÇ DİELEKTRİK KATMANLI YAPININ SONUÇLARI ..... 73
**5. TARTIŞMA VE SONUÇ ..... 82**

**6. SONUÇ VE ÖNERİLER ..... 84**
**KAYNAKLAR ..... 85**
**İNTİHAL RAPORU İLK SAYFASI ..... 88**
**ETİK KURUL İZİN YAZISI ..... 89**
**KURUM İZNİ YAZILARI ..... 90**
**ÖZGEÇMİŞ ..... 91**

# ŞEKİL LİSTESİ

**Sayfa No**

**Şekil 3.1:** Basma çekme gerilmeleri altında piezoelektrik etki ..... 4

**Şekil 3.2:** Ters piezoelektrik etki ..... 6

**Şekil 3.3**: Yüzey akustik dalgası cihazı temel yapısı ..... 14

**Şekil 3.4:** Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik alt katman üzerinde tek dielektrik katmanın bulunduğu yapı ve yapının koordinat sistemi ..... 15

**Şekil 3.5:** Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzay üzerinde iki dielektrik katmanın bulunduğu yapı ve yapının koordinat sistemi ..... 29

**Şekil 3.6:** Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzay üzerinde üç dielektrik katmanın bulunduğu yapı ve yapının koordinat sistemi ..... 44

**Şekil 4.1:** Farklı üstel derecelendirme sabiti için dispersiyon eğrileri ..... 62

**Şekil 4.2:** Dalga boyuna bağlı olarak farklı üstel derecelendirme sabitleri için yüzey dalgası hızları ..... 63

**Şekil 4.3:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) gerilme katsayıları için dispersiyon eğrileri ..... 63

**Şekil 4.4:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) elastik sabitleri için dispersiyon eğrileri ..... 64

**Şekil 4.5:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) dielektrik sabitleri için dispersiyon eğrileri ..... 64

**Şekil 4.6:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) yoğunlukları için dispersiyon eğrileri 65

**Şekil 4.7:** Dielektrik katmanın farklı kalınlıkları için dispersiyon eğrileri ..... 66

**Şekil 4.8:** Dielektrik katmanın farklı elastik sabitleri için dispersiyon eğrileri ..... 66

**Şekil 4.9:** Dielektrik katmanın farklı dielektrik sabitleri için dispersiyon eğrileri ..... 67

**Şekil 4.10:** Dielektrik katmanın farklı yoğunlukları için dispersiyon eğrileri ..... 67

**Şekil 4.11:** Tek dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman ile piezoelektrik yarı uzayın sınır özelliklerinin aynı seçildiği özel durum için dispersiyon eğrileri. ..... 68

**Şekil 4.12:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....70

**Şekil 4.13:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....70

**Şekil 4.14:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....71

**Şekil 4.15:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....72

**Şekil 4.16:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....73

**Şekil 4.17:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....74

**Şekil 4.18:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....75

**Şekil 4.19:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup I). .....76

**Şekil 4.20:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup II). .....76

**Şekil 4.21:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....77

**Şekil 4.22:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup I). .....78

**Şekil 4.23:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup II). .....78

**Şekil 4.24:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.....79

**Şekil 4.25:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri. ..... 80

**Şekil 4.26:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup I). ..... 81

**Şekil 4.27:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup II). ..... 81

# TABLO LİSTESİ

**Sayfa No**

**Tablo 4.1:** $SiO_2$ ve ZnO malzeme parametreleri ..... 61

**Tablo 4.2:** Tek dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman ile piezoelektrik yarı uzayın sınır özelliklerinin aynı seçildiği özel durum için verilen değerler ..... 68

**Tablo 4.3:** İki dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin etkisini incelemek için verilen değerler ..... 69

**Tablo 4.4:** İki dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin farklı katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 69

**Tablo 4.5:** İki dielektrik katmanlı yapıda dielektrik sabitin eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 71

**Tablo 4.6:** İki dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 72

**Tablo 4.7:** İki dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun farklı katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 72

**Tablo 4.8:** Üç dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 74

**Tablo 4.9:** Üç dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin farklı katman kalınıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 75

**Tablo 4.10:** Üç dielektrik katmanlı yapıda dielektrik sabitin eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 77

**Tablo 4.11:** Üç dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 79

**Tablo 4.12:** Üç dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun farklı katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler ..... 80

# SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

| Simgeler | Açıklama |
|---|---|
| **μ** | **:** Kesme modülü |
| **σ** | **:** Gerilme tansörü |
| **S** | **:** Gerinme tansörü |
| **D** | **:** Elektrik yer değiştirme alanı |
| **E** | **:** Elektrik alan yoğunluğu |
| **d** | **:** Piezoelektrik sabit |
| **c** | **:** Elastik sabit |
| **e** | **:** Piezoelektrik sabit |
| **ε** | **:** Dielektrik sabit |
| **ks** | **:** Dalga Numarası |
| **ui** | **:** Mekanik yer değiştirme bileşeni |
| **u** | **:** x doğrultusundaki yer değiştirme bileşeni/mekanik yer değiştirme bileşeni |
| **v** | **:** y doğrultusundaki yer değiştirme bileşeni |
| **w** | **:** z doğrultusundaki yer değiştirme bileşeni |
| **φ** | **:** Elektrik potansiyel |
| **ci** | **:** Yığın kesme dalga hızı (i=1,2,3) |
| **ρ** | **:** Yoğunluk |
| **α** | **:** x ekseni boyunca pozitif yönde değişen malzeme profilinin değişiminin üstel katsayısı |
| **k** | **:** Dalga sayısı |
| **λ** | **:** Dalga boyu |
| **ϕ** | **:** Elektrik potansiyel fonksiyonu |

| Kısaltmalar | Açıklama |
|---|---|
| **PZT** | : Kurşun Zirkonat Titanat |
| **PMN** | : Kurşun Magnezyum Niobat |
| **PZN** | : Kuşun Zirkonat Niobat |
| **IF** | : Ara Frekans |

**CATV** : Topluluk Anten Televizyonu

**VCR** : Video Kaset Kaydedici

**PEM** : Piezoelektrik malzemeler

# ÖZET

## DOKTORA TEZİ

### PİEZOELEKTRİK ORTAMLARDA ELASTİK VE ELEKTROMANYETİK DALGALARIN YAYILMASI

**Aydın ÖZBEY**

**İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa**

**Lisansüstü Eğitim Enstitüsü**

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Makine Mühendisliği Programı**

**Danışman : Prof. Dr. Erol UZAL**

Yüzey dalgalarının oluşumu, davranışı ve bu dalgaların bağlı olduğu parametrelerin incelenmesi ve irdelenmesi mühendislik açısından önemli bir çalışma konusudur. Bu tez çalışmasında, üzerine çeşitli sayılarda ve farklı özelliklerde dielektrik katmanlardan ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzaydan oluşan bir yapıda elektrik alan nedeni ile meydana gelen enine yüzey dalgalarının varlığı ve davranışı analitik olarak incelenmiştir. Faz hızının varlığına bağlı olarak elektriksel olarak açık devre durumu için dispersiyon ifadeleri elde edilerek piezoelektrik yarı uzayın derecelendirme katsayısı yanında dielektrik katmanların ve piezoelektrik yarı uzayın malzeme özelliklerinin dispersiyona etkisi incelenmiştir

Tez çalışması altı bölümden oluşmaktadır:

İlk bölümde yüzey dalgaları ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerin incelenmesinin gerekliliğine vurgu yapılmıştır.

İkinci bölümde araştırma konusunun gelişim sürecine katkıda bulunan araştırmalardan bahsedilmiştir.

Üçüncü bölümde tez çalışmasında incelenecek yapının kısıt ve kabulleri belirtilerek iki boyutta Navier denklemleri verilmiştir. Sonuçları sonradan irdelenecek olan üç farklı problemin dispersiyon ifadesini elde etmek için gerekli işlemler yapılmıştır. Bu üç problemde, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik alt katmanın üzerine bir, iki ve üç dielektrik katman yerleştirilmiş yapılar incelenmiştir. İncelenen yapılardaki elektriksel ve mekanik başlangıç,

sınır ve atlama şartlarının ışığında diferansiyel denklemlerin çözülmesiyle denklem sistemleri elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde, bir önceki bölümde her bir problem için elde edilen denklem sistemlerinin katsayılar matrisinin yardımı ile oluşturulan dispersiyon ifadelerindeki çeşitli parametrelere farklı sayısal değerler verilerek grafikler elde edilmiştir.

Beşinci bölümde, bir önceki bölümde elde edilen grafiklerin literatürde bulunan çalışmalarla uyumlu olduğu görülmüş ve bu grafiklerin ışığında problem parametrelerinin, yüzey dalgası oluşumunu ve davranışını nasıl etkilediği değerlendirilmiştir.

Altıncı bölümde çalışmanın sonuçları irdelenmiş ve bu çalışmayı ileriye taşıyacak kişiler için önerilere yer verilmiştir.

Ocak 2023 , 112 sayfa.

**Anahtar kelimeler:** enine yüzey dalgaları, piezoelektrik malzemeler, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler

# ABSTRACT

## Ph.D. THESIS

### ELASTIC AND ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION IN PIEZOELECTRIC MEDIA

**Aydın ÖZBEY**

**İstanbul University-Cerrahpaşa**

**Institute of Graduate Studies**

**Department of Mechanical Engineering**

**Mechanical Engineering Programme**

**Supervisor : Prof. Dr. Erol UZAL**

The formation and behavior of surface waves and the investigation and analysis of the parameters that these waves depend on is an important study in terms of engineering. In this thesis, the existence and behavior of transverse surface waves that occur due to electric field in a structure consisting of dielectric layers with various numbers and different properties and a functionally graded piezoelectric half-space were analyzed analytically. Depending on the presence of the phase velocity, the dispersion expressions for the electrically open circuit state were obtained, and the effect of the material properties of the dielectric layers and the piezoelectric half-space on the dispersion, as well as the grading coefficient of the piezoelectric half-space, were investigated.

The thesis work consists of five parts:

In the first chapter, the necessity of examining surface waves and functionally graded materials is emphasized.

In the second part, researches that contributed to the development process of the research subject were mentioned.

In the third chapter, the constraints and assumptions of the structure to be examined in the thesis study and the Navier equations in two dimensions are given. Necessary operations were performed to obtain the dispersion expression of three different problems that the results of which will be discussed later. In these three problems, structures with one, two and three dielectric layers placed on top of the functionally graded piezoelectric substrate are

investigated. Equation systems were obtained by solving differential equations in the light of electrical and mechanical initial, boundary and jump conditions in the studied structures.

In the fourth chapter, graphs are obtained by giving different numerical values to various parameters in the dispersion expressions created with the help of the coefficients matrix of the systems of equations obtained for each problem in the previous chapter.

In the fifth chapter, it has been seen that the graphs obtained in the previous chapter are compatible with the studies in the literature, and in the light of these graphs, it is evaluated how the problem parameters affect the surface wave formation and behavior.

In the sixth chapter, the results of the study are examined and suggestions are given for those who will carry this study forward.

January 2023, 112 pages.

**Keywords:** transverse surface waves, piezoelectric materials, functionally graded materials

# 1. GİRİŞ

Piezoelektrik malzemeler, çok kararlı elektronik osilatörler ve mikrodalga geciktirme hatlarından son derece hassas (nanometreye kadar) hareket kontrol cihazlarına ve enerji toplama uygulamalarına kadar çok çeşitli uygulamalarda kullanılmaktadır. Bu malzemelerin temel özelliği, mekanik hareket veya stres ile elektrik voltajı arasındaki çift yönlü bağlantıdır, yani mekanik zorlamaya maruz kaldığında malzeme ve elektrik alanı üretir ve bir elektrik potansiyeli uygulandığında mekanik hareket üretilir. Üretilen bu mekanik hareket çok hassastır, örneğin kurşun zirkonat titanat (PZT) malzemesi için bağlantı katsayısı 0,67'dir [1]. Bu malzemeden yapılmış bir aktüatör ile 0-100 voltluk bir voltaj aralığında (ki bu kolayca yeniden üretilebilir) 0-0,01 mm aralığında küçük bir yer değiştirmenin kontrolü bir biçimde oluşturulabileceği anlamına gelir [2].

Piezoelektrik uygulamanın çoğu, malzemeyi periyodik zorlama (elektrik veya mekanik) altında kullanır. Bu nedenle, malzeme içinde oluşturulan elektriksel ve mekanik dalgaların davranışını ve eşleşmesini anlamak temel bir problemdir.

Son yıllarda, kademeli özellik varyasyonlarına sahip malzemeler hem deneysel hem de teorik açıdan aktif olarak incelenmektedir [3-6]. Bunun başlıca nedenlerinden biri, iki farklı malzeme arasındaki ara yüzde kaçınılmaz olarak ortaya çıkacak olan gerilme yoğunlaşmalarıdır. Bunu önlemek için, malzeme özelliklerinde ani bir değişiklik yerine, iki ortam arasında kademeli bir değişiklik tercih edilir, çünkü bu olası gerilme yoğunlaşmalarını ortadan kaldıracaktır.

Teorik olarak, katmanlı yapıların davranışı, yüzeyi çeşitli katmanlı yapılar tarafından değiştirilen belirli bir malzemenin sonsuz bir yarı uzayı dikkate alınarak anlaşılabilir. Çeşitli modifikasyon türlerini içeren bir dizi yeni çalışma vardır: Termoeleastik etkileşimler [7], kayma modülü karakterizasyonu [8], anti-düzlem deformasyonu [9] vb.

Bu tezin temel amacı, malzemelerin fiziksel parametrelerinin yüzey dalgası oluşumundaki etkilerinin irdelenmesi ile her türlü yüzey modifikasyonu içeren problemlerin çözümüne yol açacak bir formülasyon geliştirmektir.

# 2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde piezoelektrik malzemelerin titreşim uygulamalarında kullanılmasının gelişimi ve uygulamaya yönelik dikkate değer çalışmalardan bahsedildikten sonra piezoelektrik malzemelerin fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme olarak üretimi ve kullanımı ile ilgili çalışmalara değinilecektir.

Piezoelektrik malzemeler üzerinde yapılan uzun çalışmalar sonucunda Japon araştırmacıların kurşun zirkonat titanat (PZT) yapılara dair bulgularını [10,11], 1954 yılında Amerikalı araştırmacı Bernard Jaffe'nin bu yapıların üstün piezoelektrik özelliklerini ortaya çıkarması ve patentlendirmesi takip etmiştir. Daha önce berilyum titanat malzemelerde de benzeri yaşanan bu olay neticesinde, Japon elektroseramik endüstrisinin geliştirme çalışmalarındaki stretejilerini değiştirdiği söylenebilir. Önce baryum titanat sonrasında da PZT'nin buunması ile 1950'li yıllar boyunca piezoelektrik malzemelerin sentetik üretimive araştırılmasına ağırlık verilmiştir. Bu da örneğin Rus araştırma ekiplerinin üzerinde büyük katkısının bulunduğu PMN [12] ve PZN [13] temelli seramiklerin önünü açmıştır. PMN temelli seramikler, 1980'lere kadar yüksek dielektrik sabitli kapasitörlerin ana malzemesi olarak kullanılmıştır.

1990'lardaki ekonomik durgunluk ve yaşlanan demografi Japonya'da medikal teknolojilere ve medikal akustik alanında yüksek birleşme faktörlü piezoelektrik materyallere önem vermesine neden olmuştur. Toshiba firmasının 1980'lerdeki çalışmaları seneler sonra doğrulanmış ve PZN-PT tekli kristali medikal akustik uygulamalar için geliştirilmiştir [14].

Aynı zamanda piezoelektrik malzemelerin uygulama alanları genişlik kazanmaya devam etmiştir. Filtre ve osilatör gibi mekanik titreşim cihazları, ultrasonik görüntülemede kullanılan ultrasonik eko alanı tabanlı [15,16] ya da sonokimya (ultrasonik dalgalarla reaksiyon oluşturma) çalışmalarında kullanılan dönüştürücüler, yüzey akustik dalgası cihazları bunlara örnek olarak verilebilir.

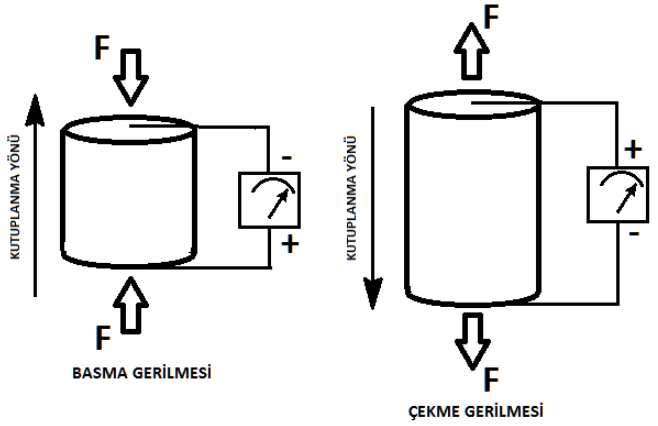
Piezoelektrik malzemelere fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme özelliği kazandırılması çalışmaları ile piezoelektrik malzemelerin değişken algılama ve hareket ettirme özelliklerine sahipken stres konsantrasyonunu ortadan kaldırmak amaçlanmıştır. [17-19].

# 3. YÖNTEM

## 3.1. PİEZOELEKTRİK MALZEMELER

### 3.1.1. Kısa Tarihçe:

Carolus Linnaeus ve Franz Aepinus, 18.yy'ın ortalarında kistal ve bazı seramik çeşitleri gibi malzemelerin sıcaklık değişimi esnasında elektirk yükü ürettiğini gözlemlediler. Daha sonra hem René Just Haüy hem de Antoine César Becquerel bu fenomeni inceleme girişiminde bulunsalar da başarılı olmadılar. Jacques Curie (1856–1941) ve Pierre Curie (1859–1906) isimli kardeşlerin yaptıkları çalışmalarla [20,21] piezoelektrik bir araştırma alanı oldu. Turmalin, kuartz, toaz, şekerkamışı şekeri, Rochelle tuzu gibi bazı belirli kristal yapılı minerallerde çekme ya da basma kuvvetleri nedeni uygulanması neticesinde ters yönde ve uygulanan kuvvetle orantılı şekilde voltaj üretildiğini ortaya çıkardılar (Şekil 3.1). Henkel [22] tarafından piezoelektrik etki olarak adlandırıldı. Basınç nedeni ile elektriklenme anlamına gelen kelime, Yunanca bastırmak anlamına gelen piezo kelimesinden türetilmişti. Direkt piezoelektrik etki olarak nitelendirilecek bu keşfi takip eden sene Lippman [23] temel termodinamik prensipler üzerinden tersine bir etkinin de var olmasını gerektiğini öngördü. 1881 yılı sona ermeden de Curie kardeşler deneysel olarak ters piezoelektrik etkinin varlığını, voltaj üreten kristal yapıların bir elektrik alan etkisinde kaldıklarında kutuplama yönüne bağlı olarak uzayıp kısaldıklarını göstererek, doğruladılar (Şekil 3.2).

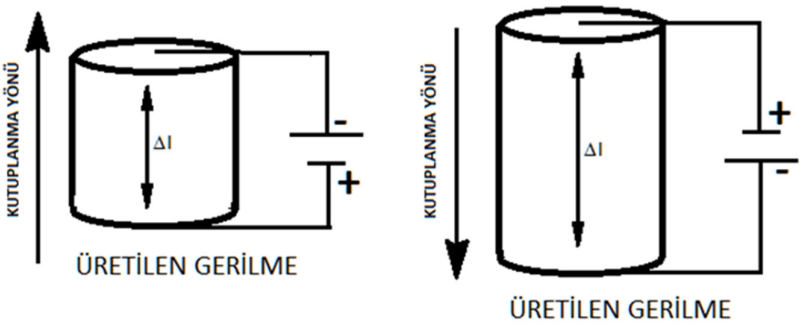



**Şekil 3.1:** Basma çekme gerilmeleri altında piezoelektrik etki

1. Dünya savaşı yıllarına kadar da piezoelektrik üzerine yapılan çalışmalar laboratuvar temelli çalışmalar olarak kalmaya devam etti. Bu esnada Voigt [24], yazdığı kitapta piezoelekrik kapasitesine sahip 20 tane doğal kristal sınıfını ve tansör analizi kullanarak bunların piezoelektrik katsayılarını tanımladı. 1. Dünya savaşında SONAR'lardaki ultrason kaynaklarında rezonatör olarak kuartz kullanılmasıyla Piezoelektrik malzemeler yaygınlaşmaya başladı.

Piezoelektrik malzemeler ve özellikle de modern mühendislik uygulamaları konusundaki araştırmaların çok önemli bir evresi Ferroelektrik olgusunun Valasek [25] tarafından bulunması ile gerçekleşti. Ferroelektrik malzemeler bir veya daha fazla faz sergilemekte ve tekil polarizasyonun uygulanan bir elektrik alanı ile değiştirilebileceği alan yapısına sahiptir. Bilinen ilk ferroelektrik malzeme Rochelle tuzudur. Maalesef, Rochelle tuzu bileşimi biraz değişirse ferroelektrik özelliklerini kaybettiğinden endüstriyel uygulamalar uygun değildir. Bu sebeple de ferroelektriklik esas olarak ilginç bir fiziksel etki olarak kabul edildi.

II. Dünya Savaşı sırasında Birleşik Devletler, Japonya ve Sovyetler Birliği'nde, gelişmiş kondansatör malzemeleri üzerinde çalışan birbirinden bağımsız araştırma grupları, bazı seramik materyallerin (metal oksit tozlarının sinterlenmesi ile hazırlanan), ortak kesme kristallerinden 100 kat daha yüksek dielektrik sabitine sahip olduğunu gösterdi. Ayrıca, aynı sınıf malzeme (ferroelektrik olarak da bilinir) piezoelektrik özelliklerinde benzer iyileştirmeler sergilemek için yapılmıştır. Bu da, piezoelektrik ve dielektrik özellikleri, doğal piezoelektrik malzemelerin özelliklerinin yaklaşık 100 katı kadar olduğu sentetik malzemelerin üretimine yol açtı. Kolayca üretilen piezoelektrik seramiklerin şaşırtıcı performans özellikleriyle keşfi, doğal olarak piezoelektrik aygıtların yoğun araştırma ve geliştirmesinin önünü açtı.




**Şekil 3.2:** Ters piezoelektrik etki

Karma oksit bileşiği baryum titanat (BaTiO3)'ın, düşük fiyata kolayca üretilip şekillendirilebilen bir malzeme olduğu ve bir elektrik kutuplama işlemi ile doğal malzemelere kıyasla daha yüksek değerlere ulaşabilen bir ferroelektrik olduğu fark edilince, 1945 yılında piyasaya sürülmüştür. Bu malzeme, temel kristal kafes yapılarından birisi olan dengeli perovskite tipindedir. Bu keşif, perovskite türü malzemeleri araştırmaların odağı haline getirdi. Çok geçmeden de diğer ferroelektrik özelliklere sahip perovskitler keşfedildi ve böylece endüstriyel uygulama yolları açıldı. Buna, piezoelektrik seramik ve çağdaş piezoelektrik tarihinin başlangıcı denilebilir. 1940-1965 döneminde elde edilen başarılı sonuçlar aşağıdaki özetlenebilir.

- Baryum titanat ve kurşun zirkonat titanat [26] ailesi geliştirilmesi.

- Elektro-mekanik aktivite ile perovskit kristal yapısının uyumunun anlaşılması;

- Dielektrik sabitler, sertlik, piezoelektrik bağlanma katsayıları, kutuplanma kolaylığı gibi istenen özelliklerin elde edilmesi için bu iki malzeme ailesinin sahip olması gereken metalik safsızlığın ne olması gerektiğinin bulunması.

Kristal fiziğinin bir dalı olan piezoelektrik şimdi aşağıda verilen modern mühendislik uygulamalarına zemin oluşturdu:

- Frekans kontrolü ve işaret işleme. Örneğin mekanik frekans filtreleri, yüzey akustik dalga cihazları.

- Ses ve ultrason mikrofon ve ses çıkışları, ultrasonik görüntüleme, hidrofonlar vb.

- Ters piezoelektrik etki temelli aktüatör ve motorlar. Malzemeye bir elektrik alan uygulandığında öngörülebilir şekilde şekil değiştirecektir. Örneğin bir piezoelektrik materyal bir piston gibi ekseni boyunda şekil değiştirecek şekilde çubuk gibi üretilebilir. Şekil değiştirmenin miktarı malzemeye uygulanacak elektrik alan ile kontrol edilebilir. Şekilde değiştirmeler genellikle mikrometre mertebesinde küçük olsa da çok küçük şekil değiştirmelere ihtiyaç duyulan uygulamalar için mükemmeldirler. Mesela bu mikroskopların lenslerinin ayarlanmasında kullanıma çok elverişlidir. Aynı şekilde mürekkep püskürtmeli yazıcılarda, minyatür motorlarda, iki kristalli (bimorf) aktüatörlerde, hassas optik konumlama için çok katmanlı aktüatörlerde, otomotiv endüstrisinde yakıt enjeksiyon sistemlerinde kullanılmaktadır.

Sese bağlı basınç değişiminin ölçülmesi en yaygın sensör uygulamasıdır. Örneğin piezoeletrik mikrofonlar ve elektrogitarlarda kullanılan manyetikler. Bir piezo sensör cihaz ya da yapının gövdesine iliştirilir (temas mikrofonu) ve deformasyon hakkında bilgi toplanabilir. Bu tüm gerinme, kütle, akış ve basınç sensörlerinin anlık izlenmesi için bir zemin oluşturur. Şekil değiştirmenin sürekli görüntülenmesi ile sensörler çalışma yükleri kaydedilebilir, mekanik yorulmayı hesaplanabilir ve kalan parça ömrünü tahmin edilebilir.

Gaz ve sıvı yakıt enjeksiyon sistemi uygulamalarında jeneratör olarak kullanılmaktadır. Piezoelektrik malzemeler akım çok düşükken çok yüksek voltaj değerleri üretebilir. Bir piezoelektrik malzemeyi 0,05mm şekil değiştirtecek bir etki yaklaşık 100.000 volt elektrik üretebilir. Bu miktar bir fırını ya da çakmağı ateşleyebilecek kıvılcım için yeterlidir.

Bir yapının tepkisini kontrol etmek için ayrık piezoelektrik yamaları kullanan akıllı yapılar. Günümüz yazılımlarının gelişimi ile birleştirilmiş termo-mekanik-elektrik sistemlerini tam olarak modellemeyi ve piezoelektrik aktüatör voltajları ile sistem tepkisi arasında karşılıklı ilişkiler kurmak mümkün hale geldi. Bu modellerin kapalı döngü kontrol sistemleri ile entegre olarak kullanılması ile vibrasyon, gürültü, şekil, deformasyon ve basınç benzeri bileşenleri oldukça verimli bir şekilde kontrol etmek mümkündür. Yapısal paneller gölümü sensör ve aktüatörlerle inşaat, endüstri ve havacılık alanlarında kullanılabilmektedir. Bu paneller yapısal bütünlüğü aktif olarak görüntüleyip, hataları henüz başında fark edilmesine böylelikle de yapısal hatalar ve ömür tahmini konusunda değerli bilgiler sağlarlar.

Geniş alanlarda çok sayıda insanın hareket etmesi ile yere gömülü olan piezoelektrik malzeme kullanan karoların elektrik üretmesi konusunda çalışmalar mevcuttur [27].

### 3.1.2. Piezoelektrik Malzemelerin Çeşitleri:

Piezoelektrik malzemeler doğal ya da insan yapısı olabilirler. Doğal olan Piezoelektrik malzemelere (PEM) kuartz ($SiO_2$), Rochelle tuzu, Topaz, Turmalin grubu mineraller gibi kristal malzemeler, ipek, tahta, mine, diş kemiği, kemik, saç, kauçuk gibi organik maddeler örnek verilebilir.

İnsan yapımı PEM'ler ise kuartz benzeri kristaller, seramikler, polimerler ve kompozitlerdir.

Yedi grup altında toplanmış 32 kristal sınıfı vardır. Bu gruplar, üç eksenli (triclinic), tek eksenli (monoclinic), ortomorfik, dörtgensel (tetragonal), üçgensel (trigonal), hegzagonal ve kübiktir. Bu gruplar aynı zamanda elastik yapı ile de ilişkilidir. Mesela üç eksenli (tricilinic) anizotropik malzemeleri, ortomorfik olanlar ortotropik malzemeleri kübik olanlarsa çoğunlukla izotropik malzemeleri temsil eder. 32 sınıfın sadece 20 tanesi piezoelektrik özelliklere izin verir. Bunlardan 10 tanesi kutupsaldır ve birim hücreleriyle ilişkili, kaybolmayan bir elektrik dipol momentinden ötürü mekanik stres olmadan kendiliğinden kutuplaşma gösterirler. Kalan 10 tanesi ise kutupsal değildir ve kutuplaşma sadece mekanik yük uygulandıktan sonra ortaya çıkar.

### 3.1.3. Piezoelektrik Bünye Denklemleri:

Burada piezoelektrik malzemelerin elektromekanik özelliklerini ifade eden denklemlere değinilecektir. IEEE standartlarını temel alan gösterim yaygın olarak kullanılmaktadır. IEEE standartlarında piezoelektrik malzemeler doğrusal olarak kabul edilmiştir. Çünkü düşük elektrik alan ve düşük gerilmelerde piezoelektrik malzemeler lineer bir davranış sergilerler. Ancak bu değerlerin yüksek olması durumunda fark edilebilir düzeyde doğrusal olmayan davranışta bulunurlar. Ayrıca bazı tek kristalli malzemelerdeki çok yüksek piezoelektrik ve elektromekanik bağlaşım katsayıları nedeni ile malzemelerin karakterizasyonunda geleneksel yöntemler çok başarılı değildir. [28] Bu çalışmadan malzemelerin doğrusal davrandıkları kabulü yapılmıştır.

Lineer piezoelektrik malzemenin elektromanyetik denklemleri şu şekilde yazılabilir.

$$\varepsilon_i = S_{ij}^E \, \sigma_j + d_{mi} \, E_m \tag{3.1}$$

$$D_m = d_{mi}\sigma_i + \xi_{ik}^{\sigma} \, E_k \tag{3.2}$$

## 3.2. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER

Adından da anlaşılacağı gibi, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler (Functionally graded materials), malzemeden istenen fonksiyonelliğe göre uyarlanmış malzemelerdir. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler ilk olarak 1980'lerde Japonya'da bir uzay projesinde (roket motoru) kullanılmak üzere önerildi [29]. Araştırmacılar, yüksek sıcaklık farkına dayanabilecek bir malzeme geliştirme sorunuyla karşı karşıya kaldılar. Bu proje için denenen geleneksel kompozit malzemeler, kullanılan metal ve seramik malzemelerin delaminasyonu nedeniyle başarısız olmaya devam etti. Başarısızlık, malzemeler arasında keskin bir farklı ara yüzün varlığına bağlandı. Araştırmacılar, laminat kompozitin malzemeleri arasındaki keskin ara yüz ortadan kaldırılabilirse, kompozit arızasının önlenebileceğini düşündüler. İşte o zaman araştırmacılar, iki farklı materyali birleştirmek yerine, materyallerin kademeli olarak birbirine tanıtılması gerektiği fikrini ortaya attı. Geleneksel laminat kompozit malzemeler, iki malzeme arasındaki ara yüzün bir seferde bir malzemeden diğerine geçişin olduğu iki farklı malzemenin birleştirilmesini içerir ve ara yüz, yüksek konsantrasyon faktörlü bir bölgedir ve genellikle arızanın başladığı yerdir. Buna neden olarak iki malzemenin birbirini farklı malzemeler olarak tanıması ve aşırı çalışma koşullarına maruz kaldığında iki malzemenin kolayca ayrılması gösterilebilir. Bir malzemenin başka bir malzemeye, birinci veya temel malzemenin ikinci malzemeyi içine dağılmış bir safsızlık olarak göreceği şekilde, kademeli olarak eklendiğini düşünelim. Böyle bir ana malzeme zorlu çalışma koşullarına tabi tutulursa, ikinci malzemeyi birincisinden ayırmak zor olacaktır. Japon araştırmacılar, bir laminat kompozit malzemedeki iki malzeme arasındaki keskin belirgin ara yüzü kademeli veya dereceli bir ara yüzle değiştirerek, kompozit malzemedeki delaminasyon sorununun çözüleceğini keşfettiler. İkinci malzemeyi kademeli olarak temel malzemeye ekleyerek yeni bir kompozit malzeme geliştirdiler, öyle ki ikinci malzeme, temel malzeme içindeki yüzdesi kademeli olarak %0'dan %100'e yükseltildi. Bu sayede keskin ara yüz ortadan kaldırılmış ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme adı verilen yeni bir malzeme geliştirilmiştir. [30].

Kemik, diş, ahşap ve bambu gibi fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler doğada mevcuttur [31]. Bu malzemelerin her birini inceleyerek, doğanın onları neden bu şekilde yarattığı ortaya çıkar. Dişler çok sert bir malzemeden yapılmış bir dış parçadan oluşurken, çekirdek yumuşak ve sert bir malzemeden yapılmıştır. Bu iki malzeme birbirinden farklı özelliklere sahiptir ve birbiriyle çelişen özellikleri ile doğanın kendisinden istediği işlevi yerine getirebilmektedir. Mine, kalsiyum fosfattan yapılmış bir dişin beyaz ve en sert dış kısmıdır. Dentin, minenin altında bulunan mikroskobik tüplerden oluşan sert bir dokudur. Pulpa, sementin altında kan damarlarının ve sinirlerin geçtiği daha yumuşak bir dokudur. Sement, dişlerin köklerini diş etlerine ve çene kemiğine sıkıca bağlayan bir bağ dokusu tabakasıdır. Doğa, uyumsuz iki malzeme eklemek istediğinde, genellikle bu tür malzemelerin ara yüzünde veya geçiş bölgesinde bir fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme vardır. Bunun bir başka örneği de kemik ile kıkırdak arasındaki geçiş bölgesidir. Kemik sert bir malzeme iken kıkırdak yumuşak bir malzemedir; kemik ve kıkırdak arasında fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme olan bir geçiş bölgesidir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, otomobil alanından yapısal elemanlara kadar çeşitli mühendislik problemlerini çözmek için de kullanılmıştır [31].

### 3.3. NAVİER DENKLEMLERİ

İzotropik lineer elastik katılar için üç boyutlu Hooke yasası indis notasyonu ile şu şekilde gösterilebilir

$$\sigma_{ij} = \lambda\, \delta_{ij} \varepsilon_{k,k} + 2\, \mu\, \varepsilon_{i,j} \tag{3.3}$$

Burada μ kesme modülü olmak üzere

$$\lambda = \frac{E\, v}{(1+v)(1-2v)} \tag{3.4}$$

ve

$$\mu = \frac{E}{2(1+v)} \tag{3.5}$$

Lamé sabitleridir.

Burada (3.4) ve (3.5) ifadeleri yardımı ile (3.3) ifadesi

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2\mu}\,\sigma_{ij} - \frac{\lambda}{2\mu(2\lambda+2\mu)}\,\delta_{i,j}\sigma_{kk} \tag{3.6}$$

halini alır. Bu Hooke yasasının genelleştirilmiş halidir.

Gerilme cinsinden hareket denklemi

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i = \rho a_i \tag{3.7}$$

şeklinde yazılabilir. Burada "toplam Kuralı" kabul edilmiştir; yani tekrarlanan indis (j) üzerinde toplam alınacağı farz edilmiştir. Burada, lineer elastisite yaklaşımında ivme

$$a_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

ve ilave olarak

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{3.8}$$

gerinme yer değiştirme bağıntısı, hep birlikte elastisitenin temel denklemlerini oluştururlar.

(3.8) ifadesini (3.3) ifadesinde yerine yazıp sonucu da (3.7) ifadesinde yerine yazarsak,

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial\, x_i} + b_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \tag{3.9}$$

ifadesi ile gösterilen üç boyutlu Navier denklemi elde edilir.

Burada $u_3 = 0$ ve $u_{1,2} = u_{1,2}(x_1, x_2, t)$ olarak alındığında iki boyutta Navier denklemine aşağıdaki gibi indirgenir.

$$\frac{E}{2\,(1+v)(1-2v)}\left\{2\,(1-v)\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + (1-2v)\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}\right\} b_1 = \rho\,\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}$$

$$\frac{E}{2\,(1+v)(1-2v)}\left\{2\,(1-v)\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + (1-2v)\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}\right\} b_2 = \rho\,\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}$$

(3.10)

## 3.4. AKUSTİK DALGALAR

Elastisite, katıların üzerlerine uygulanan dış kuvvetlerin ortadan kalkmasından sonra şekillerini ve hacimlerini korumaları konusunda en önemli özelliktir. Sıvı ve gazlarda ise sadece hacim korunur. Bu nedenle tipik özelliği elastiklik olan ortamlar "elastik ortam" olarak anılırlar. Buna göre elastik titreşimler, mekanik sistemlerin, elastik ortamların veya bunların bir kısımlarının mekanik etkiler altında kalmasıyla ortaya çıkarlar. Elastik veya akustik dalgalar, elastik bir ortamda üretilen mekanik bozunmalardır. Akustik dalgaların bir kısmı insan tarafından duyulabilen sestir. Akustik kelimesi Yunanca işitsel kelimesine karşılık gelen "akustikos" kelimesinden türetilmiştir. Geniş anlamda akustik, elastik dalgaları içerirken, dar manada ortaya çıkan ses aralığını tanımlamak için kullanılmıştır.

Elastik titreşimler ve akustik dalgalar çeşitli mühendislik teçhizatlarında, malzeme ve ürünlerin teknik inceleme ve tahribatsız muayenelerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Elastik titreşimler ve dalgalar, hacme zarar veren ve katıların kırılmalarını başlaması ve yayılması olaylarının araştırılması için çok önemlidir.

### 3.4.1. Yığın akustik dalgalar:

Yığın akustik dalgalar, tüm malzemeyi kesen dalga cephesi düzleminde meydana gelen parçacık titreşimi şeklinde katı bir malzemenin iç kısmı boyunca yayılır. Bu dalgalar, izotropilerine (izotropik veya anizotropik) veya peizoelektrikliğine (piezoelektrik veya piezoelektrik olmayan) bakılmaksızın herhangi bir yönde ve herhangi bir malzemede meydana gelebilir.

#### *3.4.1.1. P dalgası:*

Birincil dalgalar (P dalgaları), uzunlamasına olan sıkıştırma dalgalarıdır. P dalgaları diğer dalgalardan daha hızlı hareket eden basınç dalgalarıdır, bu nedenle "Birincil" adı verilmiştir. Bu dalgalar, sıvılar da dahil olmak üzere her tür materyalden geçebilir ve S dalgalarından yaklaşık 1,7 kat daha hızlı hareket edebilir.

#### *3.4.1.2. S dalgası:*

S dalgası (ikincil/secondary) ya da kesme dalgaları olarak da ifade edilirler.

Bu dalgalar yayılırken tanecikler yayılma doğrultusuna dik (aşağı-yukarı veya sağa-sola) titreşirler. Kesme kuvvetlerine direnci olmayan sıvı ve gazlarda gözlenmezler.

### 3.4.2. Yüzey dalgaları:

#### *3.4.2.1. Rayleigh yüzey dalgaları:*

Bu dalgalar katı yüzey boyunca yayılan belirli bir tipte dalgalardır. Bu dalgaları, x ekseni boyunca ilerleyen, yüzeyden itibaren derinliğine bağlı olarak şiddeti değişen, enine ve boyuna dalgaların bir bileşimi olarak düşünebiliriz. Bu nedenle, dalga numarası $k_s = \omega/c_s$ iken, boyuna titreşimlerin yayılma hızları aynı ve $c_s$'ye eşit olmalıdır.

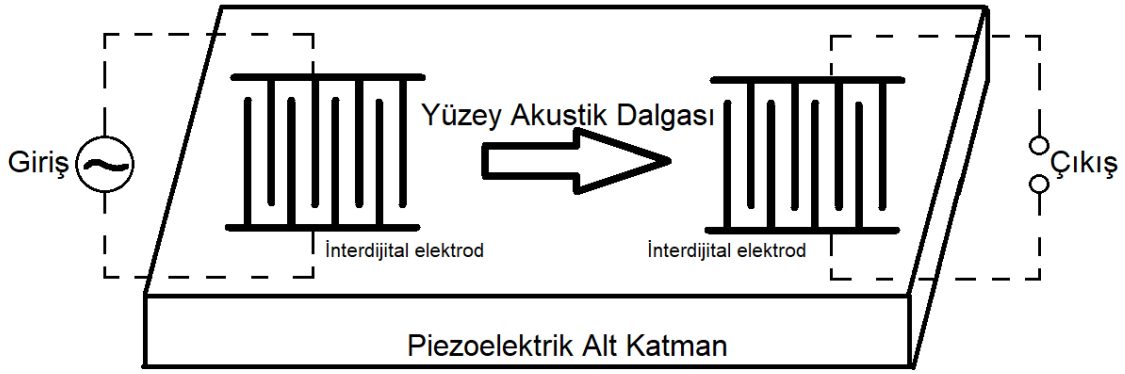
#### *3.4.2.2. Love Dalgaları:*

Kalın bir katmana (veya alt tabakaya) bağlı ince bir katmanda hareket eden dalgalar, Love dalgaları olarak bilinir. Love dalgalarının bu kadar ince bir katmanda üretilmesi ve hapsedilmesi, katman ve alt tabaka için seçilen malzemelerin, alt tabakada üretilen toplu TH (enine ve yatay) dalgasının ince katmandaki toplu TH dalgasından daha hızlı hareket etmesi koşulunu karşılamasını gerektirir.

Bir yüzey akustik dalgası, esasen uzunlamasına ve kayma dalgaları arasındaki bir bağlantıdır. Yüzey akustik dalgası tarafından taşınan enerji yüzeye yakın bir yerde tutulur. Bir dönüştürücü aracılığıyla elektro-akustik birleşmeye izin veren bir piezoelektrik alt tabaka üzerinde bir yüzey akustik dalgası için ilişkili bir elektrostatik dalga mevcuttur. Yüzey akustik dalgası teknolojisinin avantajları şunlardır [32,33]:

- Dalgaya elektro-akustik olarak erişilebilir ve alt tabaka yüzeyinde tutulabilir ve hızı bir elektromanyetik dalgadan yaklaşık $10^4$ kat daha yavaştır.
- Yüzey akustik dalgası dalga boyu, fotolitografi tarafından üretilen çizgi boyutlarıyla aynı büyüklüktedir ve hem kısa hem de uzun gecikmeler için uzunluklar, makul boyuttaki alt tabakalarda elde edilebilir.

Front-end (ön uç) ve IF (ara frekans) filtreleri, CATV (topluluk anten televizyonu) ve VCR (video kaset kaydedici) bileşenleri, sentezleyicileri ve analizörleri içeren çok geniş bir ticari sistem uygulamaları yelpazesi vardır. Yüzey akustik dalgası transdüserlerinde, parmak (dijitaller arası) elektrotlar dalgayı örnekleme veya yakalama yeteneği sağlar ve elektrot aralığı göreceli gecikmeyi verir. Bir yüzey akustik dalgası filtresi en az iki dönüştürücüden oluşur. Basit bir yüzey akustik dalgası çift yönlü filtresinin şeması Şekil 3.3'te gösterilmektedir. Çift yönlü dönüştürücü, dönüştürücünün her bir tarafından eşit olarak enerji yayar.




**Şekil 3.3**: Yüzey akustik dalgası cihazı temel yapısı

## 3.5. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK ALT KATMAN ÜZERİNDE BİR ADET DİELEKTRİK KATMANIN BULUNDUĞU YAPI

Çalışmanın bu noktasından itibaren indis notasyonu yerine kartezyen notasyon kullanılacaktır. x,y,z, doğrultularındaki yer değiştirme bileşenleri u,v,w olarak gösterilecektir.

Bu kısımda fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik sonsuz bir yarı uzay üzerinde h kalınlığında dielektrik bir katmandan oluşan bir yapıda ilerleyen dalgalar göz önüne alınacaktır.

Sırasıyla 0 numaralı katman hava ya da vakum, 1 numaralı katman düzgün h kalınlığına sahip homojen ve dielektrik katman ve 2 numaralı katman ise fonksiyonel olarak derecelenmiş ve yarı uzayı kaplayan piezoelektrik alt katmanı temsil etmektedir (Şekil 3.4).

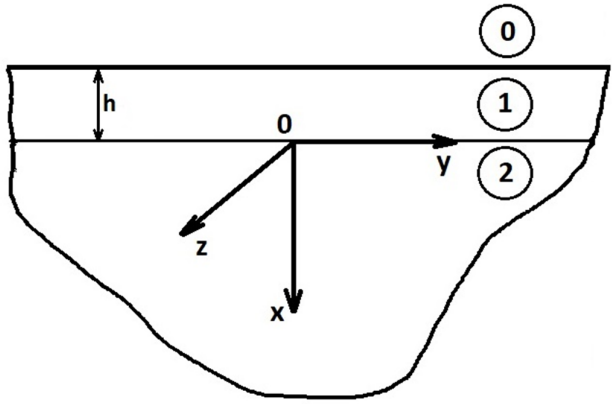
Dieletrik katman ile piezoelektrik alt katmanın sınırına yerleştirilmiş olan kartezyen eksen takımının y-z düzlemi bu sınır üzerinde iken x ekseni piezoelektrik malzeme yönündedir.

Burada yapılan diğer kabuller ise şu şekildedir.

$x < -h$ Vakum ya da havadır.

$x = -h$ mekanik olarak sürtünmesizdir.

$x > 0$ olan piezoelektrik katmanda x ekseni boyunca malzeme özellikleri fonksiyonel olarak derecelidir.




**Şekil 3.4:** Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik alt katman üzerinde tek dielektrik katmanın bulunduğu yapı ve yapının koordinat sistemi

Dalga yayılımı +y yönündedir.

u, ν ve w yer değiştirme bileşenleri ve ϕ elektrik potansiyel fonksiyonu olmak üzere hareket

$$\left.\begin{array}{l} u = v = 0, w = w(x,y,t), -h \le x \le \infty \\ \varphi = \varphi(x,y,t), -\infty \le x \le \infty \end{array}\right\} \quad (3.11)$$

Şeklinde bir anti-düzlem (düzlem üzerinde yer değiştirmelerin sıfır olduğu durum) problemi olarak tanımlanabilir.

Elektromanyetik dalgalar elastik dalgalardan çok daha hızlı olduğu için problem formülasyonunda elektromanyetik alan statik kabul edilebilir.

Di-elektrik katman için;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$c_1 = yığın\ kesme\ dalga\ hızı$$

olmak üzere;

$$\left.\begin{array}{c}\nabla^2 w_1 = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \varphi_1 = 0\end{array}\right\} \quad (j=1,2) \tag{3.12}$$

Katman, alt katmanla aynı anizotropiye sahip anizotroik malzemelerden ya da herhangi bir izotropik malzemeden seçilebilir. [1]

Piezoelektrik bir ortamın bünye denklemi σ, S, D, E, c, e ve ε sırasıyla gerilme tansörü, gerinme tansörü, elektrik yer değiştirme alanı, elektrik alan yoğunluğu, elastik sabit, piezoelektrik sabit ve di-elektrik sabit olmak üzere şu şekilde yazılır:

$$\left.\begin{array}{c}\sigma_{ij} = c_{ijkl}\, S_{kl} - e_{lij} E_l \\ D_i = e_{ikl}\, S_{kl} - \varepsilon_{il} E_k\end{array}\right\} \tag{3.13}$$

şeklindedir.

Piezoelektrik ortamda hareketin genel formunun diferansiyel denklemleri u, φ ve ρ sırasıyla mekanik yer değiştirme bileşeni, elektriksel potansiyel ve öz kütle olmak üzere yarı statik yaklaşımla

$$\left.\begin{array}{c}c_{ijkl}\, u_{ljk} + e_{kij}\varphi_{,jk} = \rho\, \ddot{u}_l \\ e_{ikl}\, u_{ljk} - \varepsilon_{jk}\, \varphi_{,jk} = 0\end{array}\right\} \tag{3.14}$$

ifade edilebilir.

(3.13) ve (3.14) ifadelerinden x>0 bölgesi için enine yüzey dalgası şu şekilde edilir.

$$\left.\begin{array}{c}c_{44}^{(2)}\left(\alpha\frac{\partial w_2}{\partial x} + \nabla^2 w_2\right) + e_{15}^{(2)}\left(\alpha\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + \nabla^2 \varphi_2\right) = \rho^{(2)}\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \\ \varepsilon_{11}^{(2)}\left(\alpha\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + \nabla^2 \varphi_2\right) - e_{15}^{(2)}\left(\alpha\frac{\partial w_2}{\partial x} + \nabla^2 w_2\right) = 0\end{array}\right\} \tag{3.15}$$

Aşağıda, “0” ile gösterilen edilen üst indis, piezoelektrik alt katman için ilgili özelliğin x=0’daki ilgili değerini ifade etmektedir. α ise üs x ekseni boyunca pozitif yönde değişen malzeme profilinin değişiminin üstel katsayısını ifade etmektedir. Burada tüm malzeme özelliklerinin değişiminin aynı üstel fonksiyonla temsil edildiği kabulü yapılmıştır. (3.12)’ye göre bu ifade

$$c_{44}^{0} = c_{44}^{(2)}(0)$$
$$e_{15}^{0} = e_{15}^{(2)}(0)$$
$$\varepsilon_{11}^{0} = \varepsilon_{11}^{(2)}(0)$$
$$\rho^{0} = \rho^{(2)}(0)$$

olarak kabul edildiğinde

$$\left.\begin{aligned} c_{44}^{(2)}(x) &= c_{44}^{0} e^{\alpha x} \\ e_{15}^{(2)}(x) &= e_{15}^{0} e^{\alpha x} \\ \varepsilon_{11}^{(2)}(x) &= \varepsilon_{11}^{0} e^{\alpha x} \\ \rho^{(2)}(x) &= \rho^{0} e^{\alpha x} \end{aligned}\right\} \tag{3.16}$$

şeklindedir.

Havanın dielektrik sabiti katmanınkine oranla çok küçük olduğundan vakum gibi davranılabilir. Bu durumda x<-h bölgesi için

$$\nabla^2 \varphi_0 = 0 \tag{3.17}$$

halini alır.

### 3.5.1. Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Yüzeyler arasında aşağıdaki süreklilik ve sınır şatlarının sağlanması gerekir;

1) x=-h için serbest yüzey sınır şartı

$$\sigma_{xz}^{(1)}(-h, y) = 0 \tag{3.18}$$

2) x=-h için elektriksel sınır şartı

   a. Elektriksel olarak açık durum için

$$\begin{aligned} \varphi_0(-h, y) &= \varphi_1(-h, y) \\ D_x^{(0)}(-h, y) &= D_x^{(1)}(-h, y) \end{aligned} \tag{3.19}$$

   b. Kısa devre durumu için,

$$\varphi_1(-h, y) = 0$$

(3.20)

3) x=0'da, gerilme, mekanik yer değiştirme, elektrik potansiyel fonksiyonu ve elektriksel yer değiştirmenin normal bileşenleri sürekli olduğundan, süreklilik şartı;

$$\left.\begin{aligned} w_1(-0, y) &= w_2(-0, y) \\ \sigma_{xz}^{(1)}(-0, y) &= \sigma_{xz}^{(2)}(-0, y) \\ \varphi_1(-0, y) &= \varphi_2(-0, y) \\ D_x^{(1)}(-0, y) &= D_x^{(2)}(-0, y) \end{aligned}\right\}$$

(3.21)

4) x→±∞ için zayıflama şartından

$$\left.\begin{aligned} w_2, \varphi_2 &\to 0 \ (x \to +\infty) \\ \varphi_0 &\to 0 \ (x \to -\infty) \end{aligned}\right\}$$

(3.22)

Burada mekanik ve elektriksel potansiyel fonksiyonu için aşağıdaki ifade önerilmiştir.

j=1,2 olmak üzere

$$\left.\begin{aligned} w_j(x, y, t) &= W_j(x) \exp[i\, k\, (y - c\, t)] \\ \varphi_j(x, y, t) &= \Phi_j(x) \exp[i\, k\, (y - c\, t)] \end{aligned}\right\}$$

(3.23)

Bunlar y yönünde c hızı ile ilerleyen dalgaları temsil eder. Burada k dalga sayısı olup dalga boyu $\lambda$ ile arasında

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda}$$

bağıntısı vardır.

Buradan hareketle

$$\nabla^2 w_j = \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_j + \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_j \qquad (3.24)$$

olduğundan

$$\nabla^2 w_j = \left(W_j'' - k^2 W_j\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.25}$$

ve benzer şekilde

$$\nabla^2 \varphi_j = \left(\Phi_j'' - k^2 \Phi_j\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.26}$$

ayrıca

$$\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} = -k^2\, c^2\, W_j \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.27}$$

olmak üzere

j=1 için (Dielektrik katmanlar)

$$\nabla^2 w_1 = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \tag{3.28}$$

şeklindedir.

(3.24) ve (3.25) ifadelerini (3.28) ifadesinde yerine koyarsak

$$(W_1'' - k^2 W_1) \exp[i\, k\, (y - c\, t)] = \frac{-k^2\, c^2}{c_1^2}\ W_1 \exp[i\, k(y - c\, t)]$$

ve

$$\exp[i\, k(y - c\, t)] \neq 0$$

olduğundan. Sadeleştirip düzenlersek.

$$W_1'' - k^2 \left(1 - \frac{c^2}{c_1^2}\right) W_1 = 0 \tag{3.29}$$

ikinci dereceden, tek değişkenli, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadenin genel çözümü

$$b_1 = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{c}{c_1}\right)^2\right)} \tag{3.30}$$

olarak gösterilmek üzere

$$W_1(x) = A\, e^{k\, b_1\, x} + B\, e^{-k\, b_1\, x} \tag{3.31}$$

olarak elde edilir. Bu durumda (3.23) ve (3.31) ifadesinden

$$w_1(x,y,t) = (A\, e^{k\, b_1\, x} + B\, e^{-k\, b_1\, x}) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.32}$$

ifadesi elde edilir.

Benzer biçimde.

$$\nabla^2 \varphi_1 = 0$$

olduğundan (3.26) ifadesi

$$(\Phi_1'' - k^2 \Phi_1) \exp[i\, k(y - c\, t)] = 0$$

halini alır.

$$\exp[i\, k(y - c\, t)] \neq 0$$

olduğundan. Sadeleştirip düzenlersek.

$$(\Phi_1'' - k^2 \Phi_1) = 0 \tag{3.33}$$

ikinci dereceden, tek değişkenli, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir.

Bu ifadenin genel çözümü

$$\Phi_1(x) = M\, e^{k\, x} + N e^{-k\, x} \tag{3.34}$$

olarak elde edilir. Bu durumda (3.24) ve (3.25) ifadesinden

$$\varphi_1(x,y,t) = (M\, e^{k\, x} + N\, e^{-k\, x}) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.35}$$

elde edilir.

2. katman için (j=2) (3.15) ifadelerinde (3.13) ifadelerini yazarsak ve

$$\exp[i\, k(y - c\, t)] \neq 0$$

olmak üzere sadeleştirirsek ifadeler

$$c_{44}^{(2)}(\alpha\, W_2' + W_2'' - k^2\, W_2) + e_{15}^{(2)}(\alpha\, \Phi_2' + \Phi_2'' - k^2\, \Phi_2) = -k^2\, c^2\, W_2\, \rho^{(2)} \tag{3.36}$$

ve

$$\varepsilon_{11}^{(2)}(\alpha\, \Phi_2' + \Phi_2'' - k^2\, \Phi_2) - e_{15}^{(2)}(\alpha\, W_2' + W_2'' - k^2\, W_2) = 0 \tag{3.37}$$

şeklini alır.

(3.37) ifadesini

$$(\alpha\, \Phi_2' + \Phi_2'' - k^2\, \Phi_2) = \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}(\alpha\, W_2' + W_2'' - k^2\, W_2) \tag{3.38}$$

şeklinde düzenleyip (3.36) ifadesi içesinde yazarsak ifade

$$c_{44}^{(2)}(\alpha\, W_2' + W_2'' - k^2\, W_2) + \frac{\left(e_{15}^{(2)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(2)}}(\alpha\, W_2' + W_2'' - k^2\, W_2) = -k^2\, c^2\, W_2\, \rho^{(2)} \tag{3.39}$$

şeklini alır.

(3.39) ifadesini düzenlersek

$$\left(c_{44}^{(2)} + \frac{\left(e_{15}^{(2)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\right) W_2'' + \alpha \left(c_{44}^{(2)} + \frac{\left(e_{15}^{(2)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\right) W_2' - k^2 \left(c_{44}^{(2)} + \frac{\left(e_{15}^{(2)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(2)}} - c^2 \rho^{(2)}\right) W_2 = 0$$

ve bu ifadede

$$\left(c_{44}^{(2)} + \frac{\left(e_{15}^{(2)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\right) \frac{1}{\rho^{(2)}} = c_2^2 \tag{3.40}$$

dersek ve düzenlersek

$$W_2'' + \alpha\, W_2' - k^2 \left(1 - \frac{c^2}{c_2^2}\right) W_2 = 0 \tag{3.41}$$

elde edilir. Burada

$$\left(1-\frac{c^2}{c_2^2}\right)=b_2^2$$

şeklinde gösterdiğimizde (3.41) ifadesi

$$W_2''+\alpha\, W_2'-b_2^2\, k^2\, W_2=0 \tag{3.42}$$

ikinci dereceden sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel denklem haline gelir.

Bu diferansiyel denklemi çözdüğümüzde

$$r=-\left(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{\frac{\alpha^2}{4}+b_2^2\, k^2}\right)$$

olmak üzere

$$W_2(x)=T_1\, e^{r\,x} \tag{3.43}$$

ifadesi elde edilir. (3.43) ifadesi (3.86) ifadesinde yerine koyulduğunda

$$w_2(x,y,t)=T_1\ e^{r\,x}\ \exp[i\,k\,(y-c\,t)] \tag{3.44}$$

şeklini alır.

(3.43) ifadesinin birinci ve ikinci türevlerini alıp,

$$W_2'(x)=T_1\, r\, e^{r\,x}$$

$$W_2''(x)=T_1\, r^2\, e^{r\,x}$$

(3.38) ifadesinde yerine koyup düzenlersek

$$(\Phi_2''+\alpha\,\Phi_2'-k^2\,\Phi_2)=\frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}(r^2+\alpha\, r-k^2)\, T_1\, e^{r\,x} \tag{3.45}$$

homojen olmayan ikinci dereceden sabit katsayılı adi diferansiyel denklemi elde edilir.

Bu ifadenin homojen kısmının çözümü

$$s = -\left(\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + k^2}\right)$$

olmak üzere

$$\Phi_{2(homojen)}(x) = T_2\, e^{s\,x} \tag{3.46}$$

şeklinde elde edilir.

(3.45) ifadesinin özel çözümü için

$$\Phi_{2(özel)}(x) = T_3\, e^{r\,x}$$

diyelim. Bu ifadenin birinci ve ikinci türevleri

$$\Phi'_{2(özel)}(x) = T_3\, r\, e^{r\,x}$$

ve

$$\Phi''_{2(özel)}(x) = T_3\, r^2 e^{r\,x}$$

olarak elde edilir. Bu ifadeler(3.45) ifadesinde yerine yazılıp

$$e^{r\,x} \neq 0$$

ve

$$r^2 + \alpha\, r\ \ - k^2 \neq 0$$

olmak üzere düzenlendiğinde

$$T_3 = \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\, T_1$$

ifadesine ulaşılır.

Bu durumda (3.45) ifadesinin özel çözümü

$$\Phi_{2(özel)}(x) = \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\, T_1\, e^{r\,x} \tag{3.47}$$

şeklini alır.

(3.46) ve (3.47) ifadelerinden (3.45) ifadesinin genel çözümü

$$\Phi_2(x) = \Phi_{2(homojen)}(x) + \Phi_{2(\text{özel})}(x)$$

olduğundan

$$\Phi_2(x) = T_2\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\, T_1 \tag{3.48}$$

olarak elde edilir.

Bu durumda (3.23) ifadesinden

$$\varphi_2(x,y,t) = \left(T_2\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\, T_1\right) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.49}$$

ifadesine ulaşılır.

(3.17) ifadesinden

$$\nabla^2 \varphi_0 = 0$$

şeklinde idi.

$$\varphi_0(x,y,t) = \Phi_0(x) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.50}$$

olarak kabul edersek (3.17) ifadesi

$$\nabla^2 \varphi_0 = (\Phi_0'' - k^2\,\Phi_0) \exp[i\,k(y - c\,t)] = 0$$

halini alır.

$$\exp[i\,k(y - c\,t)] \neq 0$$

olduğundan

$$\Phi_0'' - k^2\,\Phi_0 = 0 \tag{3.51}$$

ikinci dereceden sabit katsayılı homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadeyi çözdüğümüzde,

$$\Phi_0(x) = A_0\, e^{k\,x} + Z_2\, e^{-k\,x} \tag{3.52}$$

ve dolayısıyla (3.50)'den

$$\varphi_0(x,y,t) = (A_0\, e^{k\,x} + Z_2\, e^{-k\,x}) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.53}$$

elde edilir.

(3.16)'da verilen zayıflama şartına göre

$$\varphi_0(-\infty,y,t) = (A_0\, e^{k\,x} + Z_2\, e^{-k\,x}) \exp[i\,k(y - c\,t)] = 0$$

olması gerektiğinden

$$Z_2 = 0$$

olmalıdır.

Bu durumda

$$\varphi_0(x,y,t) = A_0\, e^{k\,x} \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.54}$$

olarak elde edilir.

$j = 1{,}2$ için

$$E_x^{(j)} = -\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.55}$$

ve

$$S_{zx}^{(j)} = \frac{\partial u_j}{\partial z} + \frac{\partial \omega_j}{\partial x} \tag{3.56}$$

olmak üzere

$$\sigma_{zx}^{(j)} = c_{44}^{(j)}\, S_{zx}^{(j)} - e_{15}^{(j)}\, E_x^{(j)} \tag{3.57}$$

olacağından ve

$$\frac{\partial u_j}{\partial z} = 0$$

olduğundan (3.57) ifadesi (3.55) ve (3.56) ile birlikte ele alındığında

$$\sigma_{zx}^{(j)}(x,y) = c_{44}^{(j)} \frac{\partial \omega_j}{\partial x} - e_{15}^{(j)} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.58}$$

olarak kısaltılabilir.

$j = 1$ için

$$e_{15}^{(1)} = 0$$

olduğundan (3.58) ifadesi (3.32)'den faydalanarak

$$\sigma_{zx}^{(1)}(x,y) = c_{44}^{(1)}\, k\, b_1 (A\ e^{k\, b_1\, x} - B\ e^{-k\, b_1\, x}) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.59}$$

şekline getirilir.

$j = 2$ için ise (3.44) ve (3.49) ifadesinden faydalanarak

$$\sigma_{zx}^{(2)}(x,y) = \left( c_{44}^{(2)}\, T_1\, r\, e^{r\, x} + e_{15}^{(2)} \left( T_2\, s\, e^{s\, x} + \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\, T_1\, r\, e^{r\, x} \right) \right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.60}$$

haline gelir.

$j = 0,1,2$ için

$$D_x^{(j)}(x,y) = e_{15}^{(j)}\, S_{zx}^{(j)} + \varepsilon_{11}^{(j)}\, E_x^{(j)} \tag{3.61}$$

şeklindeydi. (3.55) ve (3.56) ifadelerini yerine yazdığımızda bu ifade

$$\frac{\partial u_j}{\partial z} = 0$$

olduğundan

$$D_x^{(j)}(x,y) = e_{15}^{(j)} \frac{\partial \omega_j}{\partial x} - \varepsilon_{11}^{(j)} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.62}$$

halini alır.

(3.62) ifadesi j=0 için

$$e_{15}^{(0)} = 0$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial x} = 0$$

$$\varepsilon_{11}^{(0)} = \varepsilon_0$$

olduğu için

$$D_x^{(0)}(x,y) = -\varepsilon_0 \, A_0 \, k \, e^{k\,x} \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.63}$$

olarak ifade edilebilir.

Benzer şekilde (3.62) ifadesi $j = 1$ için $e_{15}^{(1)} = 0$ olduğundan

$$D_x^{(1)}(x,y) = -\varepsilon_{11}^{(1)} \, k \, (M \, e^{k\,x} - N e^{-k\,x}) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.64}$$

olarak gösterilebilir.

Son olarak j=2 için (3.62) ifadesi

$$D_x^{(2)}(x,y) = \left( e_{15}^{(2)} \, T_1 \, r \, e^{r\,x} - \varepsilon_{11}^{(2)} \left( T_2 \, s \, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}} \, T_1 r \, e^{r\,x} \right) \right) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.65}$$

şeklinde gösterilebilir.

### 3.5.2. Sınır Şartlarının Uygulanması:

x=-h için:

(3.18) ve (3.59) ifadesinden

$$A \, e^{-k\,b_1\,h} - B \, e^{k\,b_1\,h} = 0 \tag{3.66}$$

(3.19), (3.35) ve (3.54) ifadelerinden elektriksel olarak açık durum için

$$(A_0 - M)\, e^{-k\,h} - N\, e^{k\,h} = 0 \tag{3.67}$$

ve (3.19), (3.63) ve (3.64)'den

$$\varepsilon_0\, A_0\, e^{-k\,h} - \varepsilon_{11}^{(1)}(M\, e^{-k\,h} - N\, e^{k\,h}) = 0 \tag{3.68}$$

(3.20) ve (3.64)'den elektriksel kapalı durum için

$$M\, e^{-k\,h} - N\, e^{k\,h} = 0 \tag{3.69}$$

ifadeleri elde edilir.

x=0 için ise:

(3.21), (3.32) ve (3.44) ifadelerinden

$$A + B = T_1 \tag{3.70}$$

(3.21), (3.59) ve (3.60) ifadelerinden

$$c_{44}^{(1)} k\, b_1 (A - B) - c_{44}^{(2)}\, T_1\, r - e_{15}^{(2)} \left( T_2\, s + \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\, T_1 r \right) = 0 \tag{3.71}$$

(3.21), (3.35) ve (3.49) ifadelerinden

$$M + N - T_2 - \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}\, T_1 = 0 \tag{3.72}$$

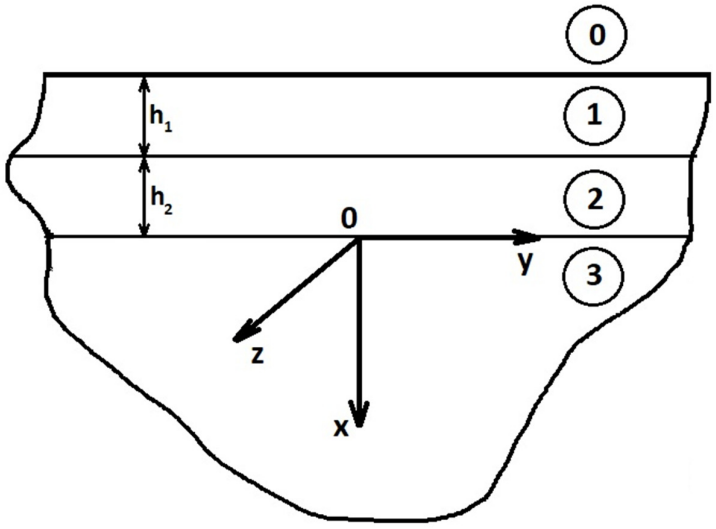
ve son olarak da (3.21), (3.64) ve (3.65) ifadelerinden

$$\varepsilon_{11}^{(1)}\, k\, (M - N) - \varepsilon_{11}^{(2)}\, T_2\, s = 0 \tag{3.73}$$

ifadesi elde edilir.

## 3.6. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK ALT KATMAN ÜZERİNDE İKİ ADET DİELEKTRİK KATMANIN BULUNDUĞU YAPI

Sırasıyla 0 numaralı katman hava ya da vakum, 1-2 numaralı katmanlar düzgün $h_1$ ve $h_2$ kalınlığına sahip homojen ve dielektrik katmanlar ve 3 numaralı katman ise fonksiyonel olarak derecelenmiş ve yarı uzayı kaplayan piezoelektrik alt katmanı temsil etmektedir (Şekil 3.5).




**Şekil 3.5:** Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzay üzerinde iki dielektrik katmanın bulunduğu yapı ve yapının koordinat sistemi

Son dielektrik katman ile piezoelektrik alt katmanın sınırına yerleştirilmiş olan kartezyen eksen takımının y-z düzlemi bu sınır üzerinde iken x ekseni piezoelektrik malzeme yönündedir.

İlerleyen adımlarda temsil kolaylığı olması bakımından katmanların sınır yüzeylerinin x ekseninden olan uzaklıkları katman kalınlıkları cinsinden

$$h = h_1 + h_2$$

şeklinde gösterilecektir.

Burada yapılan diğer kabuller ise şu şekildedir.

$x < -h$ Vakum ya da havadır.

$x = -h$ mekanik olarak sürtünmesizdir.

$x > 0$ olan piezoelektrik katmanda x ekseni boyunca malzeme özellikleri fonksiyonel olarak derecelidir.

Dalga yayılımı +y yönündedir.

u, ν ve w yer değiştirme bileşenleri ve ϕ elektrik potansiyel fonksiyonu olmak üzere hareket

$$\left.\begin{array}{c} u = v = 0, w = w(x,y,t), -h \le x \le \infty \\ \varphi = \varphi(x,y,t), -\infty \le x \le \infty \end{array}\right\} \quad (3.74)$$

şeklinde bir anti-düzlem (düzlem üzerinde yer değiştirmelerin sıfır olduğu durum) problemi olarak tanımlanabilir.

Dielektrik katmanlar için;

$c_j = yığın\ kesme\ dalga\ hızı\ \ (j = 1,2)$

olmak üzere;

$$\left.\begin{array}{c} \nabla^2 w_j = \frac{1}{c_j^2}\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \varphi_j = 0 \end{array}\right\} \quad \text{(j=1,2)} \quad (3.75)$$

Katmanlar, alt katmanla aynı anizotropiye sahip anizotroik malzemelerden ya da herhangi bir izotropik malzemeden seçilebilir. [1]

Piezoelektrik bir ortamın bünye denklemi σ, S, D, E, c, e ve ε sırasıyla gerilme tansörü, gerinme tansörü, elektrik yer değiştirme alanı, elektrik alan yoğunluğu, elastik sabit, piezoelektrik sabit ve di-elektrik sabit olmak üzere şu şekilde yazılır:

$$\left.\begin{array}{c} \sigma_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} - e_{lij} E_l \\ D_i = e_{ikl} S_{kl} - \varepsilon_{il} E_k \end{array}\right\} \quad (3.76)$$

şeklindedir.

Piezoelektrik ortamda hareketin genel formunun diferansiyel denklemleri u, φ ve ρ sırasıyla mekanik yer değiştirme bileşeni, elektriksel potansiyel ve öz kütle olmak üzere yarı statik yaklaşımla

$$\left.\begin{aligned} c_{ijkl}\, u_{ljk} + e_{kij}\varphi_{,jk} &= \rho\, \ddot{u}_{\iota} \\ e_{ikl}\, u_{ljk} - \varepsilon_{jk}\, \varphi_{,jk} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{3.77}$$

ifade edilebilir.

(3.76) ve (3.77) ifadelerinden x>0 bölgesi için enine yüzey dalgası şu şekilde edilir.

$$\left.\begin{aligned} c_{44}^{(3)}\left(\alpha\frac{\partial w_3}{\partial x} + \nabla^2 w_3\right) + e_{15}^{(3)}\left(\alpha\frac{\partial \varphi_3}{\partial x} + \nabla^2\varphi_3\right) &= \rho^{(3)}\frac{\partial^2 w_3}{\partial t^2} \\ \varepsilon_{11}^{(3)}\left(\alpha\frac{\partial \varphi_3}{\partial x} + \nabla^2\varphi_3\right) - e_{15}^{(3)}\left(\alpha\frac{\partial w_3}{\partial x} + \nabla^2 w_3\right) &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{3.78}$$

Aşağıda, “0” ile gösterilen edilen üst indis, piezoelektrik alt katman için ilgili özelliğin x=0’daki ilgili değerini ifade etmektedir. α ise üs x ekseni boyunca pozitif yönde değişen malzeme profilinin değişiminin üstel katsayısını ifade etmektedir. Burada tüm malzeme özelliklerinin değişiminin aynı üstel fonksiyonla temsil edildiği kabulü yapılmıştır. (3.75)’e göre bu ifade

$$\begin{aligned} c_{44}^{0} &= c_{44}^{(3)}(0) \\ e_{15}^{0} &= e_{15}^{(3)}(0) \\ \varepsilon_{11}^{0} &= \varepsilon_{11}^{(3)}(0) \\ \rho^{0} &= \rho^{(3)}(0) \end{aligned}$$

olarak kabul edildiğinde

$$\left.\begin{aligned} c_{44}^{(3)}(x) &= c_{44}^{0}e^{\alpha\, x} \\ e_{15}^{(3)}(x) &= e_{15}^{0}e^{\alpha\, x} \\ \varepsilon_{11}^{(3)}(x) &= \varepsilon_{11}^{0}e^{\alpha\, x} \\ \rho^{(3)}(x) &= \rho^{0}e^{\alpha\, x} \end{aligned}\right\} \tag{3.79}$$

şeklindedir.

Havanın dielektrik sabiti katmanınkine oranla çok küçük olduğundan vakum gibi davranılabilir. Bu durumda x<-h bölgesi için

$$\nabla^2 \varphi_0 = 0 \tag{3.80}$$

halini alır.

### 3.6.1. Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Yüzeyler arasında aşağıdaki süreklilik ve sınır şatlarının sağlanması gerekir;

1) x=-h için serbest yüzey sınır şartı

$$\sigma_{xz}^{(1)}(-h, y) = 0 \tag{3.81}$$

2) x=-h için elektriksel sınır şartı

   a. Elektriksel olarak açık durum için

$$\begin{aligned} \varphi_0(-h, y) &= \varphi_1(-h, y) \\ D_x^{(0)}(-h, y) &= D_x^{(1)}(-h, y) \end{aligned} \tag{3.82}$$

   b. Kısa devre durumu için,

$$\varphi_1(-h, y) = 0 \tag{3.83}$$

3) x=-$h_2$'de, gerilme, mekanik yer değiştirme, elektrik potansiyel fonksiyonu ve elektriksel yer değiştirmenin normal bileşenleri sürekli olduğundan, süreklilik şartı;

$$\left.\begin{aligned} w_1(-h_2, y) &= w_2(-h, y) \\ \sigma_{xz}^{(1)}(-h_2, y) &= \sigma_{xz}^{(2)}(-h_2, y) \\ \varphi_1(-h_2, y) &= \varphi_2(-h_2, y) \\ D_x^{(1)}(-h_2, y) &= D_x^{(2)}(-h_2, y) \end{aligned}\right\} \tag{3.84}$$

4) x=0'da, gerilme, mekanik yer değiştirme, elektrik potansiyel fonksiyonu ve elektriksel yer değiştirmenin normal bileşenleri sürekli olduğundan, süreklilik şartı;

$$\left.\begin{aligned} w_2(-0, y) &= w_3(-0, y) \\ \sigma_{xz}^{(2)}(-0, y) &= \sigma_{xz}^{(3)}(-0, y) \\ \varphi_2(-0, y) &= \varphi_3(-0, y) \\ D_x^{(2)}(-0, y) &= D_x^{(3)}(-0, y) \end{aligned}\right\} \tag{3.85}$$

5) x→±∞ için zayıflama şartından

$$\left.\begin{array}{l} w_3, \varphi_3 \to 0 \ (x \to +\infty) \\ \varphi_0 \to 0 \ (x \to -\infty) \end{array}\right\} \tag{3.86}$$

Burada mekanik ve elektriksel potansiyel fonksiyonu için aşağıdaki ifade önerilmiştir.

j=1,2,3 olmak üzere

$$\left.\begin{array}{l} w_j(x,y,t) = W_j(x) \exp[i\,k\,(y - c\,t)] \\ \varphi_j(x,y,t) = \Phi_j(x) \exp[i\,k\,(y - c\,t)] \end{array}\right\} \tag{3.87}$$

Buradan hareketle

$$\nabla^2 w_j = \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_j + \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_j \tag{3.88}$$

olduğundan

$$\nabla^2 w_j = \left(W_j'' - k^2 W_j\right) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.89}$$

ve benzer şekilde

$$\nabla^2 \varphi_j = \left(\Phi_j'' - k^2 \Phi_j\right) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.90}$$

ve ayrıca

$$\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} = -k^2\,c^2\,W_j \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.91}$$

olmak üzere

j=1,2 için (Dielektrik katmanlar)

$$\nabla^2 w_j = \frac{1}{c_j^2} \frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} \tag{3.92}$$

şeklindedir.

(3.89) ve (3.91) ifadelerini (3.92) ifadesinde yerine koyarsak

$$\left(W_j'' - k^2 W_j\right) \exp[i\,k\,(y - c\,t)] = \frac{-k^2\,c^2}{c_j^2}\ W_j \exp[i\,k(y - c\,t)]$$

ve

$$\exp[i\,k(y - c\,t)] \neq 0$$

olduğundan. Sadeleştirip düzenlersek

$$W_j'' - k^2\left(1 - \frac{c^2}{c_j^2}\right) W_j = 0 \tag{3.93}$$

ikinci dereceden, tek değişkenli, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadenin genel çözümü

$$b_j = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{c}{c_j}\right)^2\right)} \tag{3.94}$$

olarak gösterilmek üzere

$$W_j(x) = A_j\, e^{k\, b_j\, x} + B_j\, e^{-k\, b_j\, x} \tag{3.95}$$

olarak elde edilir. Bu durumda (3.87) ve (3.95) ifadesinden

$$w_j(x, y, t) = \left(A_j\, e^{k\, b_j\, x} + B_j\, e^{-k\, b_j\, x}\right) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.96}$$

ifadesi elde edilir.

Benzer biçimde.

$$\nabla^2 \varphi_j = 0$$

olduğundan (3.90) ifadesi

$$\left(\Phi_j'' - k^2 \Phi_j\right) \exp[i\,k(y - c\,t)] = 0$$

halini alır.

$$\exp[i\,k(y - c\,t)] \neq 0$$

olduğundan. Sadeleştirip düzenlersek.

$$\left(\Phi_j'' - k^2 \Phi_j\right) = 0 \tag{3.97}$$

ikinci dereceden, tek değişkenli, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadenin genel çözümü

$$\Phi_j(x) = M_j\, e^{k\,x} + N_j\, e^{-k\,x} \tag{3.98}$$

olarak elde edilir. Bu durumda (3.87) ve (3.98) ifadesinden

$$\varphi_j(x,y,t) = \left(M_j\, e^{k\,x} + N_j\, e^{-k\,x}\right) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.99}$$

elde edilir.

3. katman için (j=3) (3.78) ifadelerinde (3.87) ifadelerini yazarsak ve

$$\exp[i\,k(y - c\,t)] \neq 0$$

olmak üzere sadeleştirirsek ifadeler

$$c_{44}^{(3)}(\alpha\, W_3' + W_3'' - k^2\, W_3) + e_{15}^{(3)}(\alpha\, \Phi_3' + \Phi_3'' - k^2\, \Phi_3) = -k^2\, c^2\, W_3\, \rho^{(3)} \tag{3.100}$$

ve

$$\varepsilon_{11}^{(3)}(\alpha\Phi_3' + \Phi_3'' - k^2\, \Phi_3) - e_{15}^{(3)}(\alpha\, W_3' + W_3'' - k^2\, W_3) = 0 \tag{3.101}$$

şeklini alır.

(3.101) ifadesini

$$(\alpha\Phi_3' + \Phi_3'' - k^2\, \Phi_3) = \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}(\alpha\, W_3' + W_3'' - k^2\, W_3) \tag{3.102}$$

şeklinde düzenleyip (3.100) ifadesi içesinde yazarsak ifade

$$c_{44}^{(3)}(\alpha\, W_3' + W_3'' - k^2\, W_3) + \frac{\left(e_{15}^{(3)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(3)}}(\alpha\, W_3' + W_3'' - k^2\, W_3) = -k^2\, c^2\, W_3\, \rho^{(3)} \tag{3.103}$$

şeklini alır.

(3.103) ifadesini düzenlersek

$$\left(c_{44}^{(3)}+\frac{\left(e_{15}^{(3)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\right)W_3''+\alpha\left(c_{44}^{(3)}+\frac{\left(e_{15}^{(3)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\right)W_3'-k^2\left(c_{44}^{(3)}+\frac{\left(e_{15}^{(3)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(3)}}-c^2\rho^{(3)}\right)W_3 = 0$$

ve

$$\left(c_{44}^{(3)}+\frac{\left(e_{15}^{(3)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\right)\frac{1}{\rho^{(3)}}=c_3^2 \tag{3.104}$$

dersek ve düzenlersek

$$W_3''+\alpha\,W_3'-k^2\,\left(1-\frac{c^2}{c_3^2}\right)W_3=0 \tag{3.105}$$

elde edilir. Burada

$$\left(1-\frac{c^2}{c_3^2}\right)=b_3^2$$

şeklinde gösterdiğimizde (3.105) ifadesi

$$W_3''+\alpha\,W_3'-b_3^2\,k^2\,W_3=0 \tag{3.106}$$

ikinci dereceden, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel denklem haline gelir.

Bu diferansiyel denklemi çözdüğümüzde

$$r=-\left(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{\frac{\alpha^2}{4}+b_3^2\,k^2}\right)$$

olmak üzere

$$W_3(x)=T_1\,e^{r\,x} \tag{3.107}$$

ifadesi elde edilir. (3.107) ifadesi (3.87) ifadesinde yerine koyulduğunda

$$w_3(x,y,t)=T_1\;\;e^{r\,x}\;\exp[i\,k\,(y-c\,t)] \tag{3.108}$$

şeklini alır.

(3.107) ifadesinin birinci ve ikinci türevlerini alıp,

$$W_3'(x) = T_1\, r\, e^{r\,x}$$

$$W_3''(x) = T_1\, r^2\, e^{r\,x}$$

(3.102) ifadesinde yerine koyup düzenlersek

$$(\Phi_3'' + \alpha\Phi_3' - k^2\,\Phi_3) = \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}(r^2 + \alpha\, r\ \ - k^2\,)\, T_1\, e^{r\,x} \tag{3.109}$$

homojen olmayan ikinci dereceden sabit katsayılı adi diferansiyel denklemi elde edilir.

Bu ifadenin homojen kısmının çözümü

$$s = -\left(\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + k^2}\right)$$

olmak üzere

$$\Phi_{3(homojen)}(x) = T_2\, e^{s\,x} \tag{3.110}$$

şeklinde elde edilir.

(3.109) ifadesinin özel çözümü için

$$\Phi_{3(\ddot{o}zel)}(x) = T_3\, e^{r\,x}$$

diyelim. Bu ifadenin birinci ve ikinci türevleri

$$\Phi'_{3(\ddot{o}zel)}(x) = T_3\, r\, e^{r\,x}$$

ve

$$\Phi''_{3(\ddot{o}zel)}(x) = T_3\, r^2 e^{r\,x}$$

olarak elde edilir. Bu ifadeler(3.109) ifadesinde yerine yazılıp

$$e^{r\,x} \neq 0$$

ve

$$r^2 + \alpha\, r \ - k^2 \neq 0$$

olmak üzere düzenlendiğinde

$$T_3 = \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1$$

ifadesine ulaşılır.

Bu durumda (3.109) ifadesinin özel çözümü

$$\Phi_{3(\ddot{o}zel)}(x) = \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1\, e^{r\,x} \tag{3.110}$$

şeklini alır.

(3.110) ve (3.111) ifadelerinden (3.109) ifadesinin genel çözümü

$$\Phi_3(x) = \Phi_{3(homojen)}(x) + \Phi_{3(\ddot{o}zel)}(x)$$

olduğundan

$$\Phi_3(x) = T_2\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1 \tag{3.112}$$

olarak elde edilir.

Bu durumda (3.87) ifadesinden

$$\varphi_3(x,y,t) = \left(T_2\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.113}$$

ifadesine ulaşılır.

(3.80) ifadesinden

$$\nabla^2 \varphi_0 = 0$$

şeklinde idi. Bu durumda

$$\varphi_0(x,y,t) = \Phi_0(x)\,\exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.114}$$

olarak kabul edersek (3.80) ifadesi

$$\nabla^2\varphi_0 = (\Phi_0'' - k^2\,\Phi_0)\,\exp[i\,k(y - c\,t)] = 0$$

halini alır.

$$\exp[i\,k(y - c\,t)] \neq 0$$

olduğundan

$$\Phi_0'' - k^2\,\Phi_0 = 0 \tag{3.115}$$

ikinci dereceden sabir katsayılı homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadeyi çözdüğümüzde,

$$\Phi_0(x) = A_0\,e^{k\,x} + Z_2\,e^{-k\,x} \tag{3.116}$$

ve dolayısıyla (3.114)'den

$$\varphi_0(x,y,t) = (A_0\,e^{k\,x} + Z_2\,e^{-k\,x})\,\exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.117}$$

elde edilir.

(3.79)'da verilen zayıflama şartına göre

$$\varphi_0(-\infty,y,t) = (A_0\,e^{k\,x} + Z_2\,e^{-k\,x})\,\exp[i\,k(y - c\,t)] = 0$$

olması gerektiğinden

$$Z_2 = 0$$

olmalıdır.

Bu durumda

$$\varphi_0(x,y,t) = A_0\,e^{k\,x}\,\exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.118}$$

olarak elde edilir.

$j = 1,2,3$ için

$$E_x^{(j)} = -\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.119}$$

ve

$$S_{zx}^{(j)} = \frac{\partial u_j}{\partial z} + \frac{\partial \omega_j}{\partial x} \tag{3.120}$$

olmak üzere

$$\sigma_{zx}^{(j)} = c_{44}^{(j)}\, S_{zx}^{(j)} - e_{15}^{(j)}\, E_x^{(j)} \tag{3.121}$$

olacağından ve

$$\frac{\partial u_j}{\partial z} = 0$$

olduğundan (3.121) ifadesi (3.119) ve (3.120) ifadeleriyle birlikte ele alındığında

$$\sigma_{zx}^{(j)}(x,y) = c_{44}^{(j)}\, \frac{\partial \omega_j}{\partial x} - e_{15}^{(j)}\, \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.122}$$

olarak kısaltılabilir.

$j = 1,2$ için

$$e_{15}^{(j)} = 0$$

olduğundan (3.122) ifadesi (3.96)'den faydalanarak

$$\sigma_{zx}^{(j)}(x,y) = c_{44}^{(j)}\, k\, b_j \left(A_j\ e^{k\, b_j\, x} - B_j\ e^{-k\, b_j\, x}\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.123}$$

şekline, $j = 3$ için ise (3.108) ve (3.113) ifadesinden faydalanarak

$$\sigma_{zx}^{(3)}(x,y) = \left( c_{44}^{(3)}\, T_1\, r\, e^{r\, x} + e_{15}^{(3)} \left( T_2\, s\, e^{s\, x} + \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1\, r\, e^{r\, x} \right) \right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.124}$$

haline gelir.

$j = 0,1,2,3$ için

$$D_x^{(j)}(x,y) = e_{15}^{(j)}\, S_{zx}^{(j)} + \varepsilon_{11}^{(j)}\, E_x^{(j)} \tag{3.125}$$

şeklindeydi. (3.119) ve (3.120) ifadelerini yerine yazdığımızda bu ifade

$$\frac{\partial u_j}{\partial z} = 0$$

olduğundan

$$D_x^{(j)}(x,y) = e_{15}^{(j)}\, \frac{\partial \omega_j}{\partial x} - \varepsilon_{11}^{(j)}\, \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.126}$$

halini alır.

(3.194) ifadesi j=0 için

$$e_{15}^{(0)} = 0$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial x} = 0$$

$$\varepsilon_{11}^{(0)} = \varepsilon_0$$

olduğundan,

$$D_x^{(0)}(x,y) = -\varepsilon_0\, A_0\, k\, e^{k\,x} \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.127}$$

olarak ifade edilebilir.

Benzer şekilde (3.126) ifadesi $j = 1,2$ için

$$e_{15}^{(j)} = 0$$

olduğundan

$$D_x^{(j)}(x,y) = -\varepsilon_{11}^{(j)}\, k\, \left(M_j\, e^{k\,x} - N_j e^{-k\,x}\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.128}$$

olarak gösterilebilir.

Son olarak j=3 için (3.126) ifadesi

$$D_x^{(3)}(x,y) = \left( e_{15}^{(3)}\, T_1\, r\, e^{r\,x} - \varepsilon_{11}^{(3)} \left( T_2\, s\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1 r\, e^{r\,x} \right) \right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.129}$$

şeklinde gösterilebilir.

### 3.6.2. Sınır Şartlarının Uygulanması:

x=-h için:

(3.81) ve (3.123) ifadesinden

$$A_1 e^{-k\, b_1\, h} - B_1 e^{k\, b_1\, h} = 0 \tag{3.130}$$

(3.82), (3.99) ve (3.118) ifadelerinden elektriksel olarak açık durum için

$$(A_0 - M_1)\, e^{-k\, h} - N_1\, e^{k\, h} = 0 \tag{3.131}$$

(3.82), (3.127) ve (3.128)'den

$$\varepsilon_0\, A_0\, e^{-k\, H_1} - \varepsilon_{11}^{(1)} (M_1\, e^{-k\, H_1} - N_1\, e^{k\, H_1}) = 0 \tag{3.132}$$

(3.83) ve (3.128)'den elektriksel kapalı durum için

$$M_1\, e^{-k\, H_1} - N_1\, e^{k\, H_1} = 0 \tag{3.133}$$

ifadeleri elde edilir.

x=-$h_2$ için:

(3.84) ve (3.96) ifadelerinden

$$A_1\, e^{-k\, b_1\, h_2} + B_1\, e^{k\, b_1\, h_2} - A_2\, e^{-k\, b_2\, h_2} - B_2\, e^{k\, b_2\, h_2} = 0 \tag{3.134}$$

(3.84) ve (3.123) ifadelerinden

$$c_{44}^{(1)} b_1 (A_1\, e^{-k\, b_1\, h_2} - B_1\, e^{k\, b_1\, h_2}) - c_{44}^{(2)} b_2 (A_2\, e^{-k\, b_2\, h_2} - B_2\, e^{k\, b_2\, h_2}) = 0 \tag{3.135}$$

(3.84) ve (3.99) ifadelerinden

$$(M_1 - M_2)\, e^{-k\, h_2} + (N_1 - N_2)\, e^{k\, h_2} = 0 \tag{3.136}$$

(3.84) ve (3.128) ifadelerinden

$$\varepsilon_{11}^{(1)}(M_1\, e^{-k\, h_2} - N_1\, e^{k\, h_2}) - \varepsilon_{11}^{(2)}(M_2\, e^{-k\, h_2} - N_2\, e^{k\, h_2}) = 0 \tag{3.137}$$

ifadelerine ulaşılır.

x=0 için ise:

(3.85), (3.96) ve (3.108) ifadelerinden

$$A_2 + B_2 = T_1 \tag{3.138}$$

(3.85), (3.123) ve (3.124) ifadelerinden

$$c_{44}^{(2)} k\, b_2(A_2 - B_2) - c_{44}^{(3)}\, T_1\, r - e_{15}^{(3)} \left(T_2\, s + \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1 r\right) = 0 \tag{3.139}$$

(3.85), (3.99) ve(3.113) ifadelerinden

$$M_2 + N_2 - T_2 - \frac{e_{15}^{(3)}}{\varepsilon_{11}^{(3)}}\, T_1 = 0 \tag{3.140}$$

ve son olarak da (3.85), (3.128) ve (3.129) ifadelerinden

$$\varepsilon_{11}^{(2)}\, k\, (M_2 - N_2) - \varepsilon_{11}^{(3)}\, T_2\, s = 0 \tag{3.141}$$

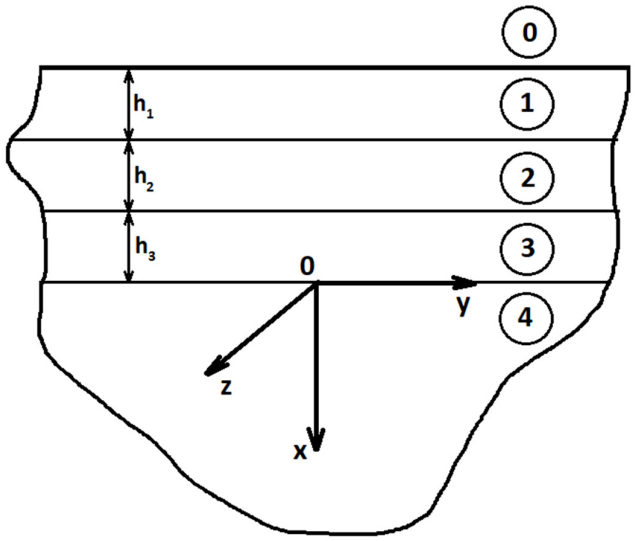
ifadesi elde edilir.

## 3.7. FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK ALT KATMAN ÜZERİNDE ÜÇ ADET DİELEKTRİK KATMANIN BULUNDUĞU YAPI

Bu kısımda ele alınan problemdeki yapı Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Sırasıyla 0 numaralı katman hava ya da vakum, 1-2-3 numaralı katmanlar düzgün $h_1$, $h_2$ ve $h_3$ kalınlığına sahip

homojen ve dielektrik katmanlar ve 4 numaralı katman ise fonksiyonel olarak derecelenmiş ve yarı uzayı kaplayan piezoelektrik alt katmanı temsil etmektedir.

Son dielektrik katman ile piezoelektrik alt katmanın sınırına yerleştirilmiş olan kartezyen eksen takımının y-z düzlemi bu sınır üzerinde iken x ekseni piezoelektrik malzeme yönündedir.




**Şekil 3.6:** Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzay üzerinde üç dielektrik katmanın bulunduğu yapı ve yapının koordinat sistemi

İlerleyen adımlarda temsil kolaylığı olması bakımından katmanların sınır yüzeylerinin x ekseninden olan uzaklıkları katman kalınlıkları cinsinden

$$H_1 = h_1 + h_2 + h_3$$

$$H_2 = h_2 + h_3$$

$$H_3 = h_3$$

şeklinde gösterilecektir.

Burada yapılan diğer kabuller ise şu şekildedir.

$x < -H_1$ Vakum ya da havadır.

$x = -H_1$ mekanik olarak sürtünmesizdir.

$x > 0$ olan piezoelektrik katmanda x ekseni boyunca malzeme özellikleri fonksiyonel olarak derecelidir.

Dalga yayılımı +y yönündedir.

u, ν ve w yer değiştirme bileşenleri ve ϕ elektrik potansiyel fonksiyonu olmak üzere hareket

$$\left.\begin{array}{c} u = v = 0, w = w(x,y,t), -H_1 \le x \le \infty \\ \varphi = \varphi(x,y,t), -\infty \le x \le \infty \end{array}\right\} \quad (3.142)$$

şeklinde bir anti-düzlem (düzlem üzerinde yer değiştirmelerin sıfır olduğu durum) problemi olarak tanımlanabilir.

Dielektrik katmanlar için;

$$c_j = yığın\ kesme\ dalga\ hızı\ \ (j = 1,2,3)$$

Olmak üzere;

$$\left.\begin{array}{c} \nabla^2 w_j = \frac{1}{c_j^2}\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \varphi_j = 0 \end{array}\right\} \quad \text{(j=1,2,3)} \quad (3.143)$$

şeklindedir.

Katmanlar, alt katmanla aynı anizotropiye sahip anizotroik malzemelerden ya da herhangi bir izotropik malzemeden seçilebilir.

Piezoelektrik bir ortamın bünye denklemi σ, S, D, E, c, e ve ε sırasıyla gerilme tansörü, gerinme tansörü, elektrik yer değiştirme alanı, elektrik alan yoğunluğu, elastik sabit, piezoelektrik sabit ve di-elektrik sabit olmak üzere şu şekilde yazılır:

$$\left.\begin{array}{c} \sigma_{ij} = c_{ijkl}\, S_{kl} - e_{lij} E_l \\ D_i = e_{ikl}\, S_{kl} - \varepsilon_{il} E_k \end{array}\right\} \quad (3.144)$$

Piezoelektrik ortamda hareketin genel formunun diferansiyel denklemleri u, φ ve ρ sırasıyla mekanik yer değiştirme bileşeni, elektriksel potansiyel ve öz kütle olmak üzere yarı statik yaklaşımla

$$\left.\begin{aligned} c_{ijkl}\, u_{ljk} + e_{kij}\varphi_{,jk} &= \rho\, \ddot{u}_{\iota} \\ e_{ikl}\, u_{ljk} - \varepsilon_{jk}\, \varphi_{,jk} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{3.145}$$

ifade edilebilir.

(3.144) ve (3.145) ifadelerinden x>0 bölgesi için enine yüzey dalgası şu şekilde edilir.

$$\left.\begin{aligned} c_{44}^{(4)}\left(\alpha\frac{\partial w_4}{\partial x} + \nabla^2 w_4\right) + e_{15}^{(4)}\left(\alpha\frac{\partial \varphi_4}{\partial x} + \nabla^2 \varphi_4\right) &= \rho^{(4)}\frac{\partial^2 w_4}{\partial t^2} \\ \varepsilon_{11}^{(4)}\left(\alpha\frac{\partial \varphi_4}{\partial x} + \nabla^2 \varphi_4\right) - e_{15}^{(4)}\left(\alpha\frac{\partial w_4}{\partial x} + \nabla^2 w_4\right) &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{3.146}$$

Aşağıda, “0” ile gösterilen edilen üst indis, piezoelektrik alt katman için ilgili özelliğin x=0’daki ilgili değerini ifade etmektedir. α ise üs x ekseni boyunca pozitif yönde değişen malzeme profilinin değişiminin üstel katsayısını ifade etmektedir. Burada tüm malzeme özelliklerinin değişiminin aynı üstel fonksiyonla temsil edildiği kabulü yapılmıştır. (3.143)’e göre bu ifade

$$\begin{aligned} c_{44}^{0} &= c_{44}^{(4)}(0) \\ e_{15}^{0} &= e_{15}^{(4)}(0) \\ \varepsilon_{11}^{0} &= \varepsilon_{11}^{(4)}(0) \\ \rho^{0} &= \rho^{(4)}(0) \end{aligned}$$

olarak kabul edildiğinde

$$\left.\begin{aligned} c_{44}^{(4)}(x) &= c_{44}^{0} e^{\alpha\, x} \\ e_{15}^{(4)}(x) &= e_{15}^{0} e^{\alpha\, x} \\ \varepsilon_{11}^{(4)}(x) &= \varepsilon_{11}^{0} e^{\alpha\, x} \\ \rho^{(4)}(x) &= \rho^{0} e^{\alpha\, x} \end{aligned}\right\} \tag{3.147}$$

şeklindedir.

Havanın dielektrik sabiti katmanınkine oranla çok küçük olduğundan vakum gibi davranılabilir. Bu durumda $x<-H_1$ bölgesi için

$$\nabla^2 \varphi_0 = 0 \tag{3.148}$$

halini alır.

### 3.7.1. Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Yüzeyler arasında aşağıdaki süreklilik ve sınır şatlarının sağlanması gerekir;

1) x=-$H_1$ için serbest yüzey sınır şartı

$$\sigma_{xz}^{(1)}(-H_1, y) = 0 \tag{3.149}$$

2) x=- $H_1$ için elektriksel sınır şartı

   a. Elektriksel olarak açık durum için

$$\begin{aligned} \varphi_0(-H_1, y) &= \varphi_1(-H_1, y) \\ D_x^{(0)}(-H_1, y) &= D_x^{(1)}(-H_1, y) \end{aligned} \tag{3.150}$$

   b. Kısa devre durumu için,

$$\varphi_1(-H_1, y) = 0 \tag{3.151}$$

3) x=-$H_2$'de, gerilme, mekanik yer değiştirme, elektrik potansiyel fonksiyonu ve elektriksel yer değiştirmenin normal bileşenleri sürekli olduğundan, süreklilik şartı;

$$\left.\begin{aligned} w_1(-H_2, y) &= w_2(-H_2, y) \\ \sigma_{xz}^{(1)}(-H_2, y) &= \sigma_{xz}^{(2)}(-H_2, y) \\ \varphi_1(-H_2, y) &= \varphi_2(-H_2, y) \\ D_x^{(1)}(-H_2, y) &= D_x^{(2)}(-H_2, y) \end{aligned}\right\} \tag{3.152}$$

4) Benzer şekilde x=-$H_3$'de süreklilik şartından

$$\left.\begin{aligned} w_2(-H_2, y) &= w_3(-H_3, y) \\ \sigma_{xz}^{(2)}(-H_2, y) &= \sigma_{xz}^{(3)}(-H_3, y) \\ \varphi_2(-H_2, y) &= \varphi_3(-H_3, y) \\ D_x^{(2)}(-H_2, y) &= D_x^{(3)}(-H_3, y) \end{aligned}\right\} \tag{3.153}$$

5) x=0'da, gerilme, mekanik yer değiştirme, elektrik potansiyel fonksiyonu ve elektriksel yer değiştirmenin normal bileşenleri sürekli olduğundan, süreklilik şartı;

$$\left.\begin{array}{l} w_3(0,y) = w_4(0,y) \\ \sigma_{xz}^{(3)}(0,y) = \sigma_{xz}^{(4)}(0,y) \\ \varphi_3(0,y) = \varphi_4(0,y) \\ D_x^{(3)}(0,y) = D_x^{(4)}(0,y) \end{array}\right\} \tag{3.154}$$

6) x→±∞ için zayıflama şartından

$$\left.\begin{array}{l} w_4, \varphi_4 \to 0 \ (x \to +\infty) \\ \varphi_0 \to 0 \ (x \to -\infty) \end{array}\right\} \tag{3.155}$$

Burada mekanik ve elektriksel potansiyel fonksiyonu için aşağıdaki ifade önerilmiştir.

j=1,2,3,4 olmak üzere

$$\left.\begin{array}{l} w_j(x,y,t) = W_j(x)\exp[i\,k\,(y - c\,t)] \\ \varphi_j(x,y,t) = \Phi_j(x)\exp[i\,k\,(y - c\,t)] \end{array}\right\} \tag{3.156}$$

Buradan hareketle

$$\nabla^2 w_j = \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_j + \frac{\partial^2}{\partial y^2} w_j \tag{3.157}$$

olduğundan

$$\nabla^2 w_j = \left(W_j'' - k^2 W_j\right)\exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.158}$$

ve benzer şekilde

$$\nabla^2 \varphi_j = \left(\Phi_j'' - k^2 \Phi_j\right)\exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.159}$$

ve ayrıca

$$\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} = -k^2\,c^2\,W_j \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.160}$$

olmak üzere, j=1,2,3 için (Dielektrik katmanlar)

$$\nabla^2 w_j = \frac{1}{c_j^2}\,\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} \tag{3.161}$$

şeklindedir.

(3.158) ve (3.160) ifadelerini (3.161) ifadesinde yerine koyarsak

$$\left(W_j'' - k^2 W_j\right) \exp[i\ k\ (y - c\ t)] = \frac{-k^2\ c^2}{c_j^2}\ W_j \exp[i\ k(y - c\ t)]$$

ve

$$\exp[i\ k(y - c\ t)] \neq 0$$

olduğundan. Sadeleştirip düzenlersek.

$$W_j'' - k^2 \left(1 - \frac{c^2}{c_j^2}\right) W_j = 0 \tag{3.162}$$

ikinci dereceden, tek değişkenli, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadenin genel çözümü

$$b_j = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{c}{c_j}\right)^2\right)} \tag{3.163}$$

olarak gösterilmek üzere

$$W_j(x) = A_j\ e^{k\ b_j\ x} + B_j\ e^{-k\ b_j\ x} \tag{3.164}$$

olarak elde edilir. Bu durumda (3.156) ve (3.164) ifadesinden

$$w_j(x, y, t) = \left(A_j\ e^{k\ b_j\ x} + B_j\ e^{-k\ b_j\ x}\right) \exp[i\ k(y - c\ t)] \tag{3.165}$$

ifadesi elde edilir.

Benzer biçimde,

$$\nabla^2 \varphi_j = 0$$

olduğundan (3.159) ifadesi

$$\left(\Phi_j'' - k^2 \Phi_j\right) \exp[i\ k(y - c\ t)] = 0$$

halini alır. Burada

$$\exp[i\,k(y - c\,t)] \neq 0$$

olduğundan. Sadeleştirip düzenlersek.

$$\left(\Phi_j'' - k^2\Phi_j\right) = 0 \tag{3.166}$$

ikinci dereceden, tek değişkenli, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadenin genel çözümü

$$\Phi_j(x) = M_j\, e^{k\,x} + N_j\, e^{-k\,x} \tag{3.167}$$

olarak elde edilir. Bu durumda (3.156) ve (3.167) ifadesinden

$$\varphi_j(x, y, t) = \left(M_j\, e^{k\,x} + N_j\, e^{-k\,x}\right) \exp[i\,k(y - c\,t)] \tag{3.168}$$

elde edilir.

4. katman için (j=4) (3.146) ifadelerinde (3.156) ifadelerini yazarsak ve

$$\exp[i\,k(y - c\,t)] \neq 0$$

olmak üzere sadeleştirirsek ifadeler

$$c_{44}^{(4)}(\alpha\, W_4' + W_4'' - k^2\, W_4) + e_{15}^{(4)}(\alpha\, \Phi_4' + \Phi_4'' - k^2\, \Phi_4) = -k^2\, c^2\, W_4\, \rho^{(4)} \tag{3.169}$$

ve

$$\varepsilon_{11}^{(4)}(\alpha\Phi_4' + \Phi_4'' - k^2\, \Phi_4) - e_{15}^{(4)}(\alpha\, W_4' + W_4'' - k^2\, W_4) = 0 \tag{3.170}$$

şeklini alır.

(3.170) ifadesini

$$(\alpha\Phi_4' + \Phi_4'' - k^2\, \Phi_4) = \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}(\alpha\, W_4' + W_4'' - k^2\, W_4) \tag{3.171}$$

şeklinde düzenleyip (3.169) ifadesi içesinde yazarsak ifade

$$c_{44}^{(4)}(\alpha\, W_4' + W_4'' - k^2\, W_4) + \frac{\left(e_{15}^{(4)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(4)}}(\alpha\, W_4' + W_4'' - k^2\, W_4) = -k^2\, c^2\, W_4\, \rho^{(4)} \tag{3.172}$$

şeklini alır.

(3.172) ifadesini düzenlersek

$$\left(c_{44}^{(4)} + \frac{\left(e_{15}^{(4)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\right) W_4'' + \alpha \left(c_{44}^{(4)} + \frac{\left(e_{15}^{(4)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\right) W_4' - k^2 \left(c_{44}^{(4)} + \frac{\left(e_{15}^{(4)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(4)}} - c^2 \rho^{(4)}\right) W_4 = 0$$

ve

$$\left(c_{44}^{(4)} + \frac{\left(e_{15}^{(4)}\right)^2}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\right) \frac{1}{\rho^{(4)}} = c_4^2 \tag{3.173}$$

dersek ve düzenlersek

$$W_4'' + \alpha\, W_4' - k^2 \left(1 - \frac{c^2}{c_4^2}\right) W_4 = 0 \tag{3.174}$$

elde edilir. Burada

$$\left(1 - \frac{c^2}{c_4^2}\right) = b_4^2$$

şeklinde gösterdiğimizde (3.174) ifadesi

$$W_4'' + \alpha\, W_4' - b_4^2\, k^2\, W_4 = 0 \tag{3.175}$$

ikinci dereceden, tek değişkenli, sabit katsayılı bir homojen adi diferansiyel denklem haline gelir. Bu diferansiyel denklemi çözdüğümüzde

$$r = -\left(\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + b_4^2\, k^2}\right)$$

olmak üzere

$$W_4(x) = T_1\, e^{r\,x} \tag{3.176}$$

ifadesi elde edilir. (3.176) ifadesi (3.156) ifadesinde yerine koyulduğunda

$$w_4(x,y,t) = T_1\ \ e^{r\,x}\ \exp[i\,k\,(y - c\,t)] \tag{3.177}$$

şeklini alır.

(3.176) ifadesinin birinci ve ikinci türevlerini alıp,

$$W_4'(x) = T_1\, r\, e^{r\,x}$$

$$W_4''(x) = T_1\, r^2\, e^{r\,x}$$

(3.171) ifadesinde yerine koyup düzenlersek

$$(\Phi_4'' + \alpha\Phi_4' - k^2\,\Phi_4) = \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}(r^2 + \alpha\, r\ \ - k^2\,)\, T_1\, e^{r\,x} \tag{3.178}$$

homojen olmayan ikinci dereceden sabit katsayılı adi diferansiyel denklemi elde edilir.

Bu ifadenin homojen kısmının çözümü

$$s = -\left(\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + k^2}\right)$$

olmak üzere

$$\Phi_{4(homojen)}(x) = T_2\, e^{s\,x} \tag{3.179}$$

şeklinde elde edilir.

(3.178) ifadesinin özel çözümü için

$$\Phi_{4(\text{özel})}(x) = T_3\, e^{r\,x}$$

diyelim. Bu ifadenin birinci ve ikinci türevleri

$$\Phi_{4(\text{özel})}'(x) = T_3\, r\, e^{r\,x}$$

ve

$$\Phi''_{4(\ddot{o}zel)}(x) = T_3\, r^2 e^{r\,x}$$

olarak elde edilir. Bu ifadeler(3.178) ifadesinde yerine yazılıp

$$e^{r\,x} \neq 0$$

ve

$$r^2 + \alpha\, r\ \ - k^2 \neq 0$$

olmak üzere düzenlendiğinde

$$T_3 = \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1$$

ifadesine ulaşılır.

Bu durumda (3.178) ifadesinin özel çözümü

$$\Phi_{4(\ddot{o}zel)}(x) = \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1\, e^{r\,x} \tag{3.180}$$

şeklini alır.

(3.179) ve (3.180) ifadelerinden (3.178) ifadesinin genel çözümü

$$\Phi_4(x) = \Phi_{4(homojen)}(x) + \Phi_{4(\ddot{o}zel)}(x)$$

olduğundan

$$\Phi_4(x) = T_2\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1 \tag{3.181}$$

olarak elde edilir.

Bu durumda (3.156) ifadesinden

$$\varphi_4(x,y,t) = \left(T_2\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1\right) \exp[i\, k(y - c\, t)]$$

(3.182)

ifadesine ulaşılır.

(3.148) ifadesinden

$$\nabla^2 \varphi_0 = 0$$

şeklinde idi.

$$\varphi_0(x,y,t) = \Phi_0(x) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.183}$$

olarak kabul edersek (3.148) ifadesi

$$\nabla^2 \varphi_0 = (\Phi_0'' - k^2\, \Phi_0) \exp[i\, k(y - c\, t)] = 0$$

halini alır.

$$\exp[i\, k(y - c\, t)] \neq 0$$

olduğundan

$$\Phi_0'' - k^2\, \Phi_0 = 0 \tag{3.184}$$

ikinci dereceden sabit katsayılı homojen adi diferansiyel ifadesi elde edilir. Bu ifadeyi çözdüğümüzde,

$$\Phi_0(x) = A_0\, e^{k\,x} + Z_2\, e^{-k\,x} \tag{3.185}$$

ve dolayısıyla (3.183)'den

$$\varphi_0(x,y,t) = (A_0\, e^{k\,x} + Z_2\, e^{-k\,x}) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.186}$$

elde edilir.

(3.147)'da verilen zayıflama şartına göre

$$\varphi_0(-\infty,y,t) = (A_0\, e^{k\,x} + Z_2\, e^{-k\,x}) \exp[i\, k(y - c\, t)] = 0$$

olması gerektiğinden

$$Z_2 = 0$$

olmalıdır.

Bu durumda

$$\varphi_0(x, y, t) = A_0\, e^{k\,x} \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.187}$$

olarak elde edilir.

$j = 1,2,3,4$ için

$$E_x^{(j)} = -\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.188}$$

ve

$$S_{zx}^{(j)} = \frac{\partial u_j}{\partial z} + \frac{\partial \omega_j}{\partial x} \tag{3.189}$$

olmak üzere

$$\sigma_{zx}^{(j)} = c_{44}^{(j)}\, S_{zx}^{(j)} - e_{15}^{(j)}\, E_x^{(j)} \tag{3.190}$$

olacağından ve

$$\frac{\partial u_j}{\partial z} = 0$$

olduğundan (3.190) ifadesi (3.188) ve (3.189) ile birlikte ele alındığında

$$\sigma_{zx}^{(j)}(x, y) = c_{44}^{(j)}\, \frac{\partial \omega_j}{\partial x} - e_{15}^{(j)}\, \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.191}$$

olarak kısaltılabilir.

$j = 1,2,3$ için $e_{15}^{(j)} = 0$ olduğundan (3.191) ifadesi (3.165)'den faydalanarak

$$\sigma_{zx}^{(j)}(x, y) = c_{44}^{(j)}\, k\, b_j \left(A_j\; e^{k\, b_j\, x} - B_j\; e^{-k\, b_j\, x}\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.192}$$

şekline,

$j = 4$ için ise (3.177) ve (3.182) ifadesinden faydalanarak

$$\sigma_{zx}^{(4)}(x,y) = \left( c_{44}^{(4)}\, T_1\, r\, e^{r\,x} + e_{15}^{(4)} \left( T_2\, s\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1\, r\, e^{r\,x} \right) \right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.193}$$

haline gelir.

$j = 0,1,2,3,4$ için

$$D_x^{(j)}(x,y) = e_{15}^{(j)}\, S_{zx}^{(j)} + \varepsilon_{11}^{(j)}\, E_x^{(j)} \tag{3.194}$$

şeklindeydi. (3.188) ve (3.189) ifadelerini yerine yazdığımızda bu ifade

$$\frac{\partial u_j}{\partial z} = 0$$

olduğundan

$$D_x^{(j)}(x,y) = e_{15}^{(j)}\, \frac{\partial \omega_j}{\partial x} - \varepsilon_{11}^{(j)}\, \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \tag{3.195}$$

halini alır.

(3.195) ifadesi j=0 için

$$e_{15}^{(0)} = 0$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial x} = 0$$

$$\varepsilon_{11}^{(0)} = \varepsilon_0$$

olduğu için

$$D_x^{(0)}(x,y) = -\varepsilon_0\, A_0\, k\, e^{k\,x} \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.196}$$

olarak ifade edilebilir.

Benzer şekilde (3.195) ifadesi $j = 1,2,3$ için

$$e_{15}^{(j)} = 0$$

olduğundan

$$D_x^{(j)}(x,y) = -\varepsilon_{11}^{(j)}\, k\, \left(M_j\, e^{k\,x} - N_j e^{-k\,x}\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.197}$$

olarak gösterilebilir.

Son olarak j=4 için (3.195) ifadesi

$$D_x^{(4)}(x,y) = \left(e_{15}^{(4)}\, T_1\, r\, e^{r\,x} - \varepsilon_{11}^{(4)} \left(T_2\, s\, e^{s\,x} + \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1 r\, e^{r\,x}\right)\right) \exp[i\, k(y - c\, t)] \tag{3.198}$$

şeklinde gösterilebilir.

### 3.7.2. Sınır Şartlarının Uygulanması

x=-$H_1$ için:

(3.149) ve (3.192) ifadesinden

$$A_1 e^{-k\, b_1\, H_1} - B_1 e^{k\, b_1\, H_1} = 0 \tag{3.199}$$

(3.150), (3.168) ve (3.187) ifadelerinden elektriksel olarak açık durum için

$$(A_0 - M_1)\, e^{-k\, H_1} - N_1\, e^{k\, H_1} = 0 \tag{3.200}$$

(3.150), (3.196) ve (3.197)'dan

$$\varepsilon_0\, A_0\, e^{-k\, H_1} - \varepsilon_{11}^{(1)}(M_1\, e^{-k\, H_1} - N_1\, e^{k\, H_1}) = 0 \tag{3.201}$$

(3.151) ve (3.197)'dan elektriksel kapalı durum için

$$M_1\, e^{-k\, H_1} - N_1\, e^{k\, H_1} = 0 \tag{3.202}$$

ifadeleri elde edilir.

x=-$H_2$ için:

(3.152) ve (3.165) ifadelerinden

$$A_1\, e^{-k\, b_1\, H_2} + B_1\, e^{k\, b_1\, H_2} - A_2\, e^{-k\, b_2\, H_2} - B_2\, e^{k\, b_2\, H_2} = 0 \qquad (3.203)$$

(3.152) ve (3.192) ifadelerinden

$$c_{44}^{(1)} b_1 (A_1\, e^{-k\, b_1\, H_2} - B_1\, e^{k\, b_1\, H_2}) - c_{44}^{(2)} b_2 (A_2\, e^{-k\, b_2\, H_2} - B_2\, e^{k\, b_2\, H_2}) = 0 \qquad (3.204)$$

(3.152) ve (3.168) ifadelerinden

$$(M_1 - M_2)\, e^{-k\, H_2} + (N_1 - N_2)\, e^{k\, H_2} = 0 \qquad (3.205)$$

(3.152) ve (3.197) ifadelerinden

$$\varepsilon_{11}^{(1)} (M_1\, e^{-k\, H_2} - N_1\, e^{k\, H_2}) - \varepsilon_{11}^{(2)} (M_2\, e^{-k\, H_2} - N_2\, e^{k\, H_2}) = 0 \qquad (3.206)$$

ifadelerine ulaşılır.

x=-$H_3$ için de benzer şekilde:

(3.153) ve (3.165) ifadelerinden

$$A_2\, e^{-k\, b_2\, H_3} + B_2\, e^{k\, b_2\, H_3} - A_3\, e^{-k\, b_3\, H_3} - B_3\, e^{k\, b_3\, H_3} = 0 \qquad (3.207)$$

(3.153) ve (3.192) ifadelerinden

$$c_{44}^{(2)} b_1 (A_2\, e^{-k\, b_2\, H_3} - B_2\, e^{k\, b_2\, H_3}) - c_{44}^{(3)} b_3 (A_3\, e^{-k\, b_3\, H_3} - B_3\, e^{k\, b_3\, H_3}) = 0 \qquad (3.208)$$

(3.153) ve (3.168) ifadelerinden

$$(M_2 - M_3)\, e^{-k\, H_3} + (N_2 - N_3)\, e^{k\, H_3} = 0 \qquad (3.209)$$

(3.153) ve (3.197) ifadelerinden

$$\varepsilon_{11}^{(2)} (M_2\, e^{-k\, H_3} - N_2\, e^{k\, H_3}) - \varepsilon_{11}^{(3)} (M_3\, e^{-k\, H_3} - N_3\, e^{k\, H_3}) = 0 \qquad (3.210)$$

ifadelerine ulaşılır.

x=0 için ise:

(3.154), (3.165) ve (3.177) ifadelerinden

$$A_3 + B_3 = T_1 \tag{3.211}$$

(3.154), (3.192) ve (3.193) ifadelerinden

$$c_{44}^{(3)} k\, b_3 (A_3 - B_3) - c_{44}^{(4)}\, T_1\, r - e_{15}^{(4)} \left( T_2\, s + \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1 r \right) = 0 \tag{3.212}$$

(3.154), (3.168) ve(3.182) ifadelerinden

$$M_3 + N_3 - T_2 - \frac{e_{15}^{(4)}}{\varepsilon_{11}^{(4)}}\, T_1 = 0 \tag{3.213}$$

ve son olarak da (3.154), (3.197) ve (3.198) ifadelerinden

$$\varepsilon_{11}^{(3)}\, k\, (M_3 - N_3) - \varepsilon_{11}^{(4)}\, T_2\, s = 0 \tag{3.214}$$

ifadesi elde edilir.

# 4. BULGULAR

Bu bölümde, bir önceki bölümde incelenen yapıların farklı değerler için verdikleri analitik sonuçlar elde edilecektir. İfadelerin çözülmesinde ve görselleştirilmesinde Wolfram firmasının Mathematica isimli yazılımın 11 numaralı sürümü kullanılmıştır. Grafiklerin elde edilmesi esnasında kullanılan ifadeler kapalı formda bulunduğu için sonuçların görselleştirilmesinde değişkenlerin belirli aralıkta dispersiyon ifadesini sağlayan değerlerini kullanan contourplot komutundan faydalanılmıştır.

Tüm inceleme boyunca katmanlara ait yığın kesme hızlarının piezoelektrik yarı uzaya ait yığın kesme hızından daha yüksek olduğu kabulü yapılmıştır [34] ve değerler Kısım 4.1'de incelenen özel durum haricinde buna göre seçilmiştir.

Ayrıca tüm inceleme boyunca yığın dalga kesme hızları;

Dielektrik katmanlar için

$$c_i = \sqrt{\frac{c_{44}^{(i)}}{\rho_i}} \tag{4.1}$$

Piezoelektrik katmanlar için

$$c_{piezoelektrik} = \sqrt{\frac{c_{44}^0(0)+\frac{e_{15}^0}{\epsilon_{11}^0}}{\rho_0}} \tag{4.2}$$

ifadeleri ile hesaplanmıştır.

## 4.1. TEK DİELEKTRİK KATMANLI YAPININ SONUÇLARI

Bölüm 3.5'te elde edilen elektriksel olarak açık durum için (3.66), (3.67), (3.68), (3.70), (3.71), (3.72) ve (3.73) ifadeleri için bir katsayılar matrisi oluşturulduğunda

$$\begin{bmatrix} 0 & e^{-h\,k\,b_1} & -e^{h\,k\,b_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{-h\,k} & 0 & 0 & -e^{-h\,k} & -e^{h\,k} & 0 & 0 \\ e^{-h\,k}\epsilon_0 & 0 & 0 & -e^{-h\,k}\epsilon_{11}^{(1)} & e^{h\,k}\epsilon_{11}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & k\,b_1\,c_{44}^{(1)} & -k\,b_1\,c_{44}^{(1)} & 0 & 0 & -rc_{44}^{(2)} - \dfrac{r\left(e_{15}^{(2)}\right)^2}{\epsilon_{11}^{(2)}} & -se_{15}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -\dfrac{e_{15}^{(2)}}{\epsilon_{11}^{(2)}} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & k\,\epsilon_{11}^{(1)} & -k\,\epsilon_{11}^{(1)} & 0 & -s\,\epsilon_{11}^{(2)} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

ve elde edilen bu katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşitlenip düzenlendiğinde elde edilen dispersiyon denklemi

$$\begin{aligned} \frac{1}{\epsilon_{11}^{(2)}} 4e^{-hk}\Bigg( & \mathrm{Cosh}[h\,k\,b_1]e_{15}^{(2)}\left(-k(r-s)\epsilon_{11}^{(1)}\left(\mathrm{Cosh}[h\,k]\epsilon_0 + \mathrm{Sinh}[h\,k]\epsilon_{11}^{(1)}\right)\right. \\ & + rs\left(\mathrm{Sinh}[h\,k]\epsilon_0 + \mathrm{Cosh}[hk]\epsilon_{11}^{(1)}\right)\epsilon_{11}^{(2)}\Big) \\ & + \Big(k\,\mathrm{Sinh}[h\,k\,b_1]b_1 c_{44}^{(1)} \\ & - r\mathrm{Cosh}[hkb_1]c_{44}^{(2)}\Big)\epsilon_{11}^{(2)}\Big(\mathrm{Cosh}[hk]\epsilon_{11}\left(k\epsilon_0 - s\epsilon_{11}^{(2)}\right) \\ & + \mathrm{Sinh}[hk]\left(k\left(\epsilon_{11}^{(1)}\right)^2 - s\,\epsilon_0\,\epsilon_{11}^{(2)}\right)\Big)\Bigg) = 0 \end{aligned} \tag{4.4}$$

şeklindedir. Bu ifade görüldüğü üzere kapalı bir ifadedir ve çözümün görselleştirilmesi yardımı ile irdelenecektir.

İncelenen yapıda dielektrik katman için $SiO_2$ cam ve piezoelektrik alt katman için ZnO malzemesi kullanıldığı ve boşluğun dielektrik sabiti $\varepsilon_0$=8,85×10$^{-12}$ F/m varsayılarak **(Tablo 4.1)**'deki değerler kullanılmıştır. [34]

Ayrıca tüm çalışma boyunca aksi belirtilmedikçe dielektrik katmanın toplam kalınlığı 6×10$^{-6}$ metre olarak kabul edilmiştir.

**Tablo 4.1:** $SiO_2$ ve ZnO malzeme parametreleri

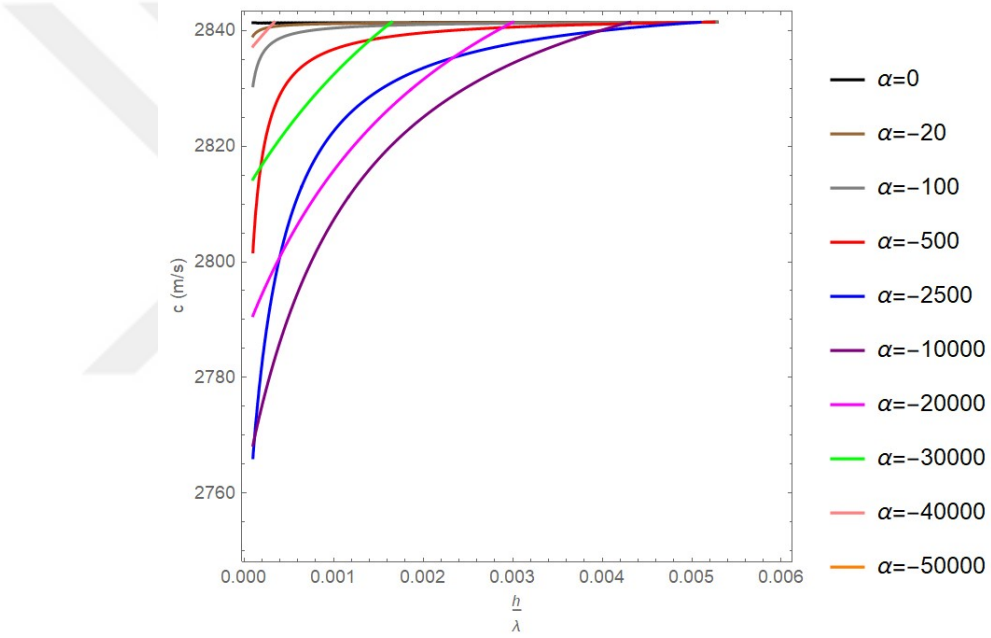
| **Malzeme** | $c_{44}\,(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}\,(F/m)$ | $\rho\,(kg/m^3)$ | $e_{15}(C/m^2)$ |
|---|---|---|---|---|
| $SiO_2$ | 3,12×10$^{10}$ | 4,1356×$\varepsilon_0$ | 2,2×10$^3$ | - |
| ZnO (x=0'da) | 4,23×10$^{10}$ | 7,57×$\varepsilon_0$ | 5,665×10$^3$ | -0,48 |

Bu değerleri kullanarak farklı derecelendirme sabitleri için (4.2) ifadesinin verdiği sonuçlar Şekil 4.1'de gösterilmiştir.

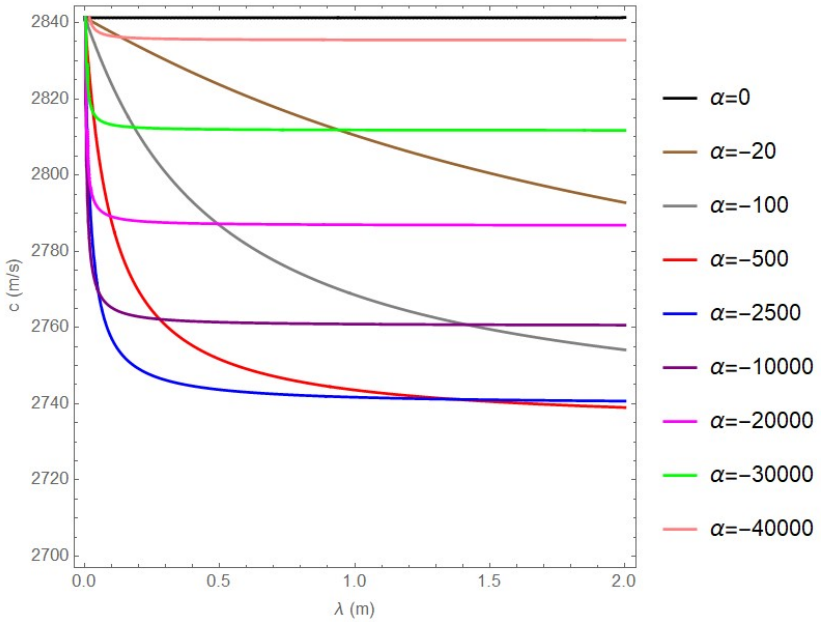
Aynı şekilde farklı derecelendirme sabitleri için dalga boyuna bağlı dalga hızını veren ifade (4.4) ifadesinde

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda}$$

yazılmak suretiyle alınan sonuçlar Şekil 4.2'de görülmektedir.

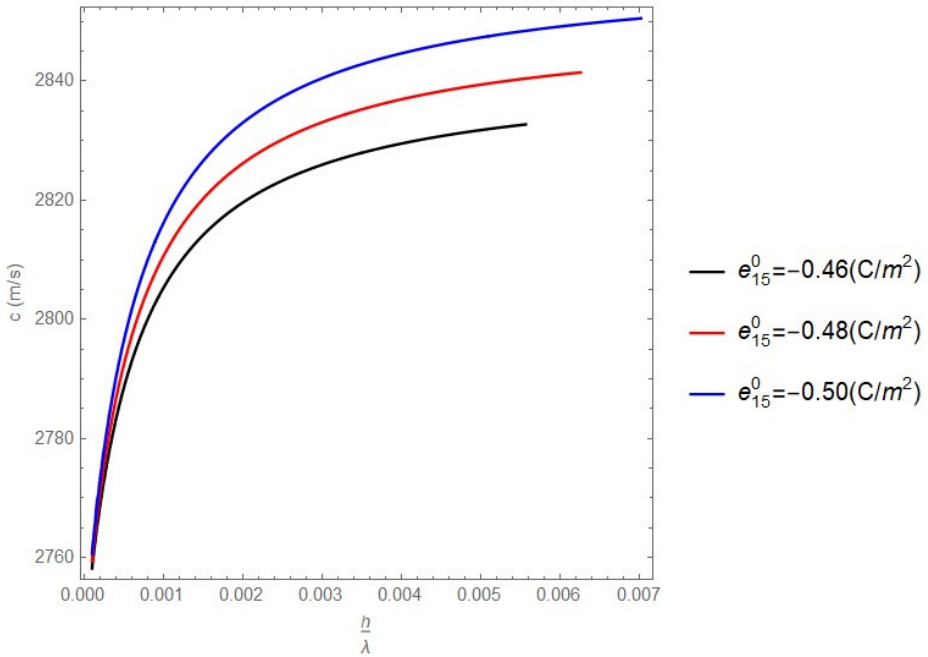



**Şekil 4.1:** Farklı üstel derecelendirme sabiti için dispersiyon eğrileri

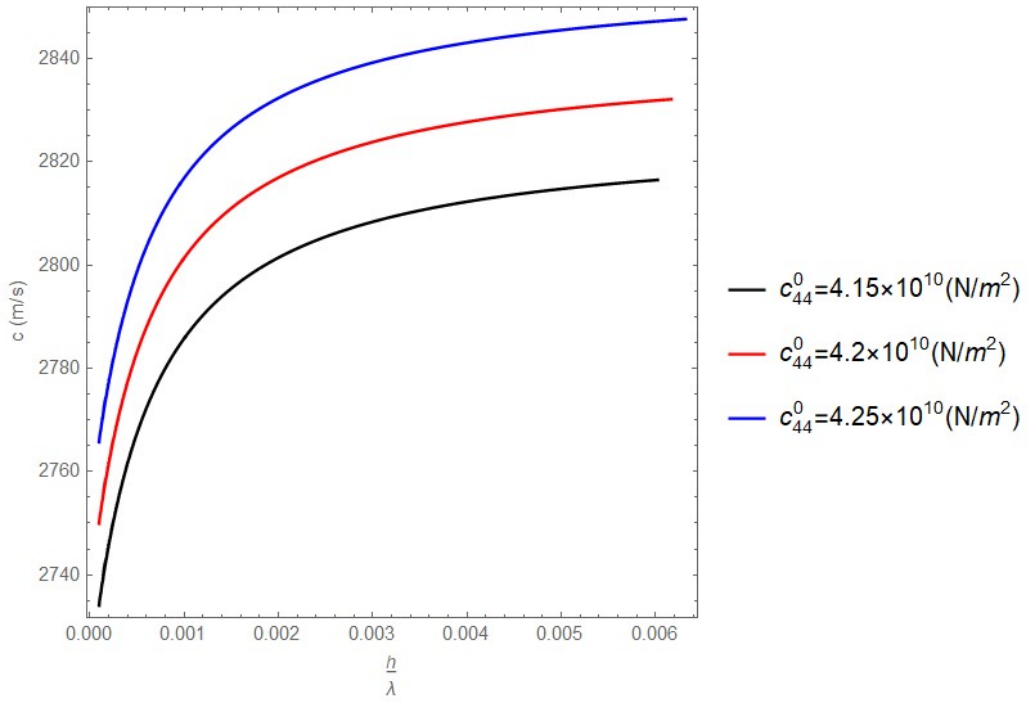



**Şekil 4.2:** Dalga boyuna bağlı olarak farklı üstel derecelendirme sabitleri için yüzey dalgası hızları

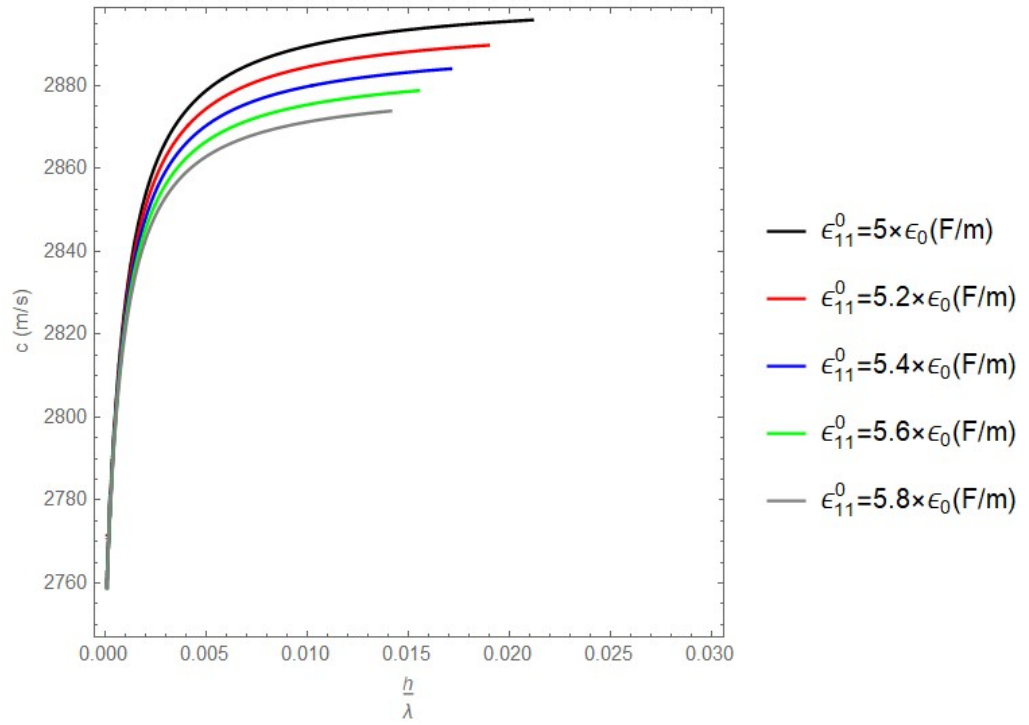
Piezoelektrik malzemenin ve dielektrik katmanın diğer tüm özellikleri daha önceden Tablo 4.1'de verildiği şekilde kalmak kaydıyla ve derecelendirme üstel katsayısı α=-5000 olmak üzere sınırdaki (x=0) farklı; gerilme katsayısı (Şekil 4.3), elastik sabit (Şekil 4.4), dielektrik sabit (Şekil 4.5) ve yoğunluklar (Şekil 4.6) için elde edilen grafikler elde edilmiştir.



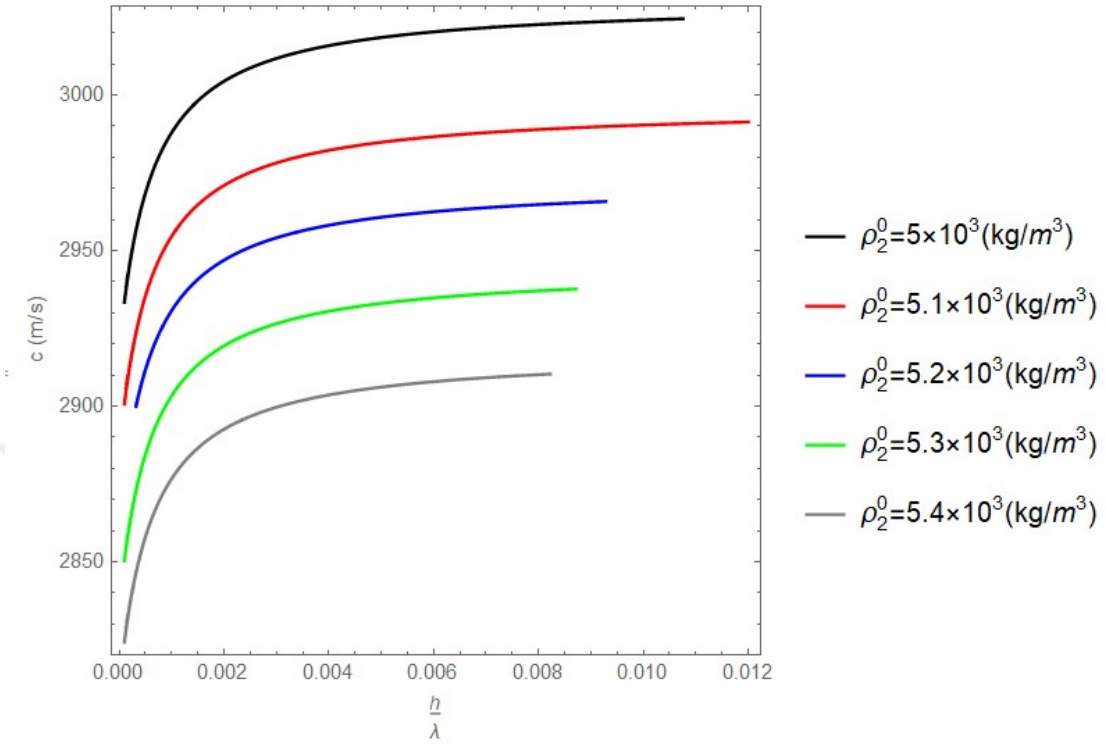

**Şekil 4.3:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) gerilme katsayıları için dispersiyon eğrileri




**Şekil 4.4:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) elastik sabitleri için dispersiyon eğrileri

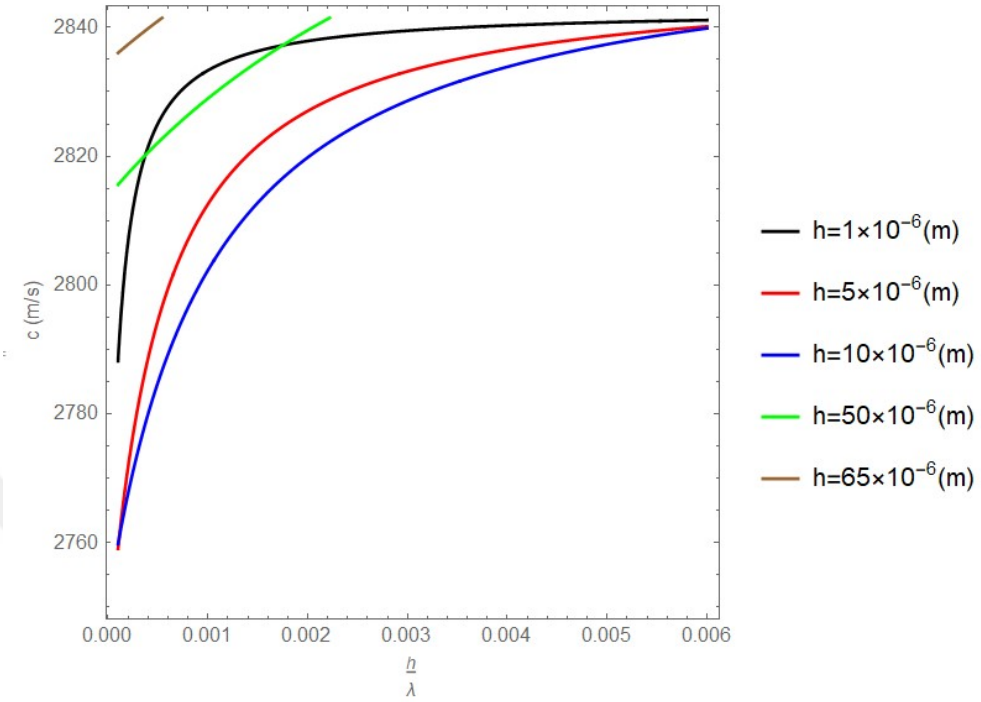



**Şekil 4.5:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) dielektrik sabitleri için dispersiyon eğrileri

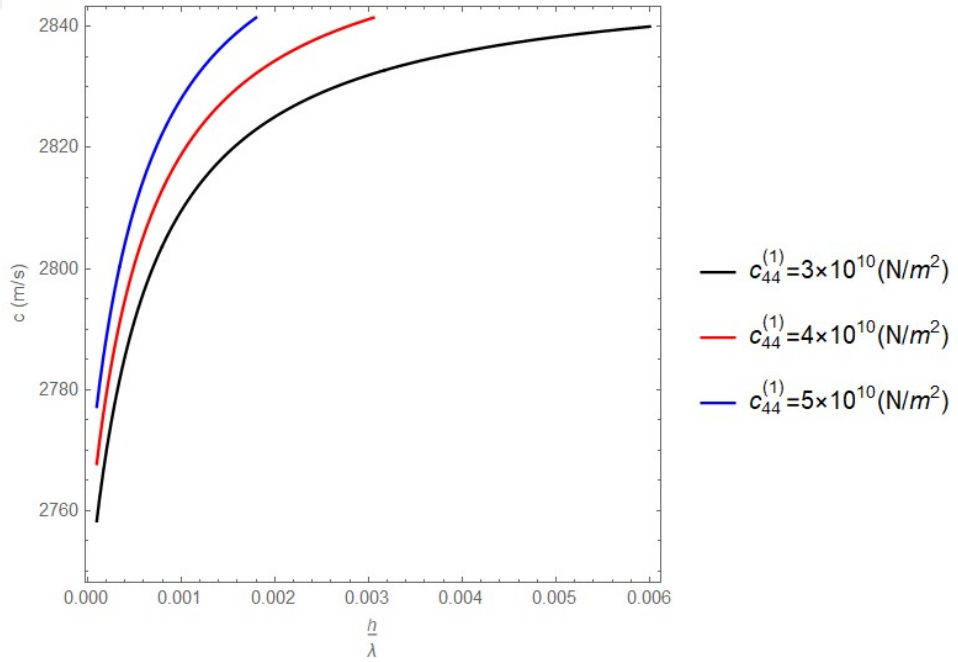



**Şekil 4.6:** Piezoelektrik alt katmanın farklı sınır (x=0) yoğunlukları için dispersiyon eğrileri

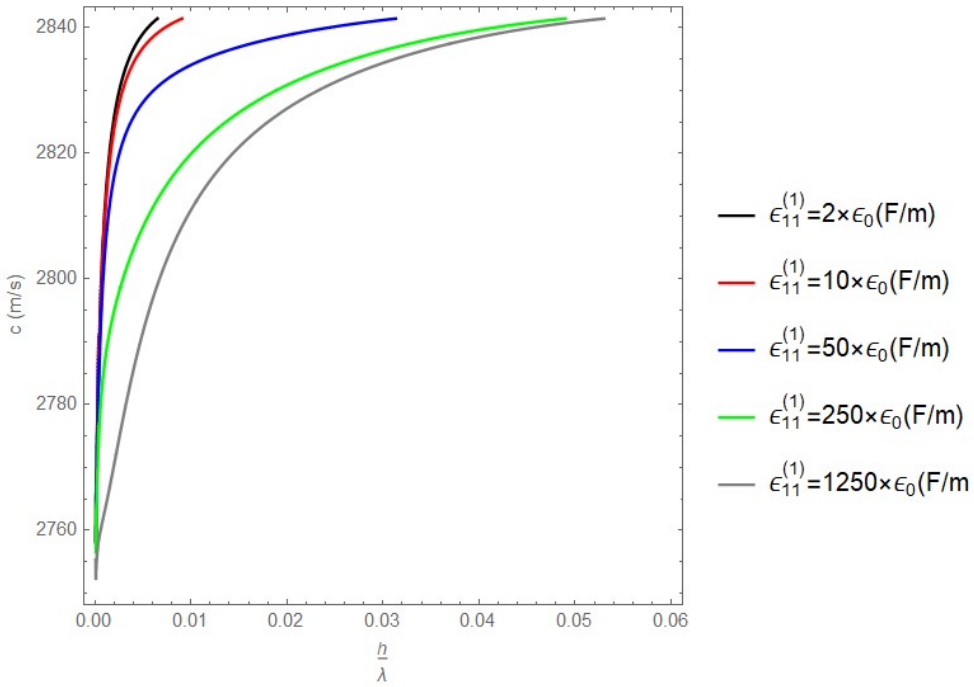
Piezoelektrik malzemenin ve dielektrik katmanın özellikleri daha önce Tablo 4.1'de verildiği şekilde kabul edilerek sadece ilgili değişkenin sonuca etkisini gözlemleyebilmek adına sırasıyla dielektrik katmanın farklı; kalınlığı (Şekil 4.7), elastik sabiti (Şekil 4.8), dielektrik sabiti (Şekil 4.9) ve yoğunluğu (Şekil 4.10) için sonuçlar elde edilmiştir.



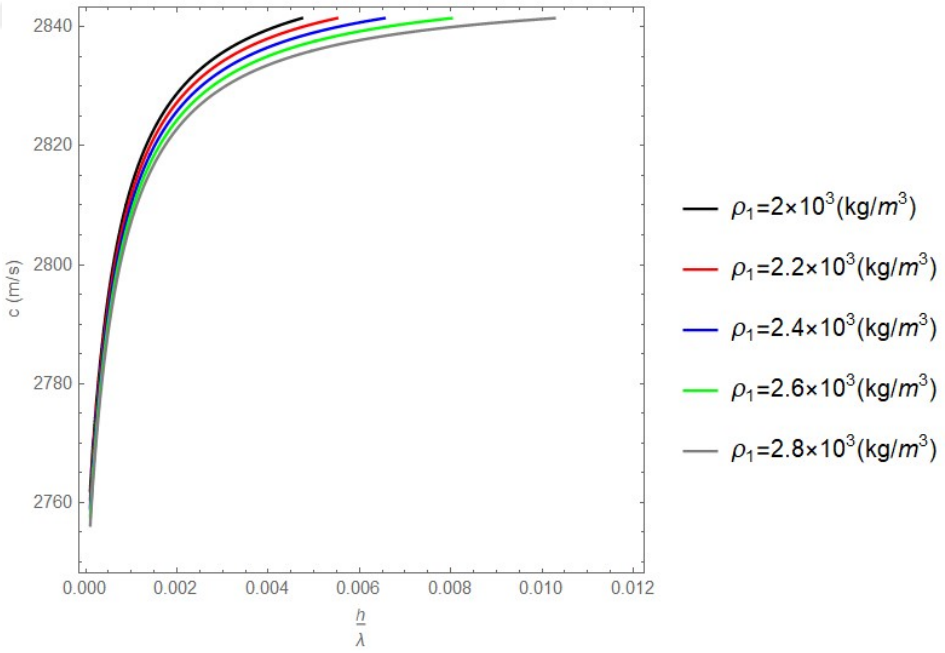

**Şekil 4.7:** Dielektrik katmanın farklı kalınlıkları için dispersiyon eğrileri




**Şekil 4.8:** Dielektrik katmanın farklı elastik sabitleri için dispersiyon eğrileri




**Şekil 4.9:** Dielektrik katmanın farklı dielektrik sabitleri için dispersiyon eğrileri



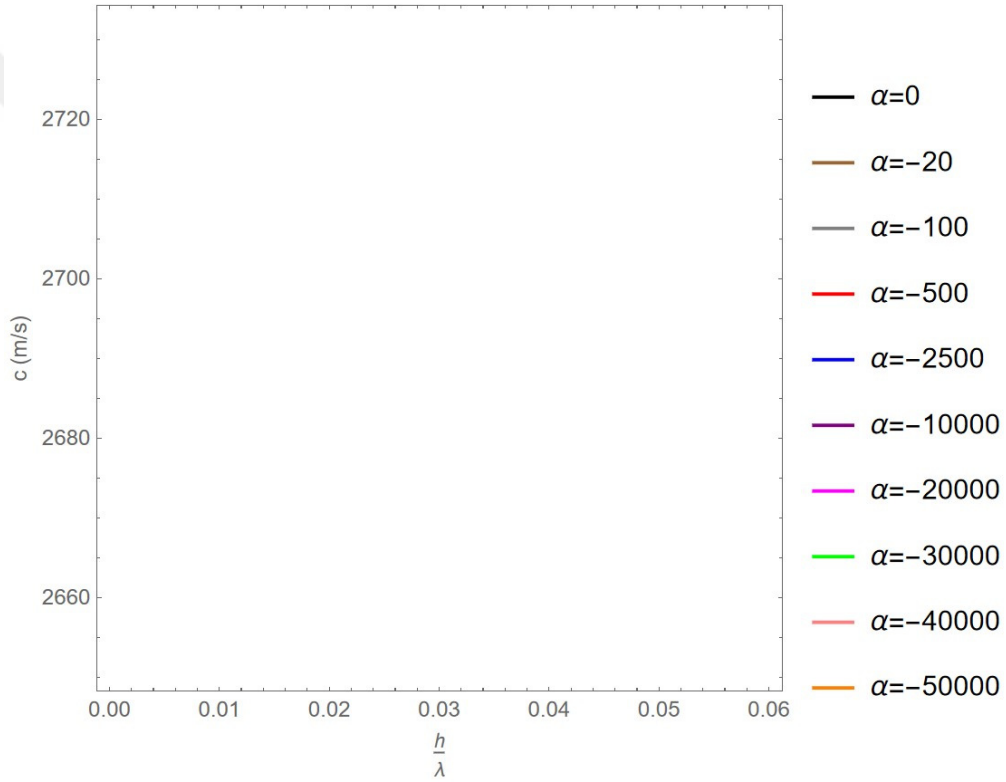

**Şekil 4.10:** Dielektrik katmanın farklı yoğunlukları için dispersiyon eğrileri

Son olarak dielektrik katman ile fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzayın piezoelektrik malzemeye has özellikler haricinde x=0'da aynı olduğu bir durumu inceleyelim. Bu şekilde alt ve üst katman arasındaki geçişin herhangi bir sınır oluşturmadığı bir durum oraya çıkacağı için incelemeye değer olduğu düşünülmüştür. Bu özel durumun malzeme

özellikleri Tablo 4.2'de verildiği şekliyle seçildiğinde çıkan sonuçlar Şekil 4.11'de gösterilmiştir.

**Tablo 4.2:** Tek dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman ile piezoelektrik yarı uzayın sınır özelliklerinin aynı seçildiği özel durum için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}\ (N/m^2)$ | $\epsilon_{11}\ (F/m)$ | $\rho\ (kg/m^3)$ | $e_{15}(C/m^2)$ |
|---|---|---|---|---|
| Üst Katman | $4{,}23\times10^{10}$ | $7{,}57\times\varepsilon_0$ | $5{,}665\times10^3$ | - |
| Yarı uzay | $4{,}23\times10^{10}$ | $7{,}57\times\varepsilon_0$ | $5{,}665\times10^3$ | -0,48 |




**Şekil 4.11:** Tek dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman ile piezoelektrik yarı uzayın sınır özelliklerinin aynı seçildiği özel durum için dispersiyon eğrileri.

## 4.2. İKİ DİELEKTRİK KATMANLI YAPININ SONUÇLARI

Bölüm 4.1'de yapılan işlemler benzer şekilde Bölüm 3.6'daki problem için uygulanıp elektriksel olarak açık durum için (3.130), (3.131), (3.132), (3.134), (3.135), (3.135), (3.137), (3.138), (3.139), (3.140) ve (3.141) ifadeleri için bir katsayılar matrisi oluşturulduğunda elde edilen katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşitlenerek dispersiyon ifadesi elde edilir. Bu ifade de Tablo 4.1'de x=0'da fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik alt katman için

verilen değerler aynı kalmak üzere dielektrik katmanlara farklı değerler vererek sonuçlar elde edilmiştir. Bu kısımda ve takip eden üç dielektrik katmanlı yapının incelenmesinde, dielektrik katmanların birbirlerine göre fiziksel özelliklerinin dispersiyon ifadesini ne şekilde etkilediğini gösteren sonuçlar elde edilmeye çalışılmıştır.

Tablo 4.3'te verilen ve sadece dielektrik katmanların farklı elastik sabitler için dispersiyon ifadesinin sonucu Şekil 4.12'de görülmektedir.

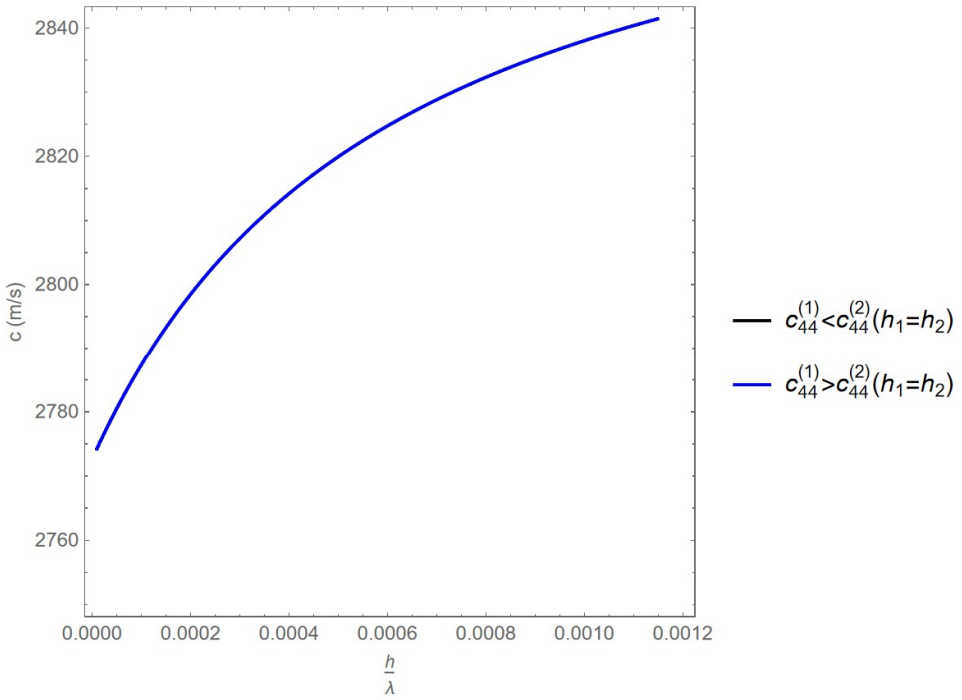
**Tablo 4.3:** İki dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}$ $(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}$ $(F/m)$ | $\rho$ $(kg/m^3)$ | $h$ (m) |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $2\times10^{10}$ (I. durum)<br>$10\times10^{10}$ (II. durum) | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2{,}4\times10^{3}$ | $3\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.4\times10^{3}$ | $3\times10^{-6}$ |

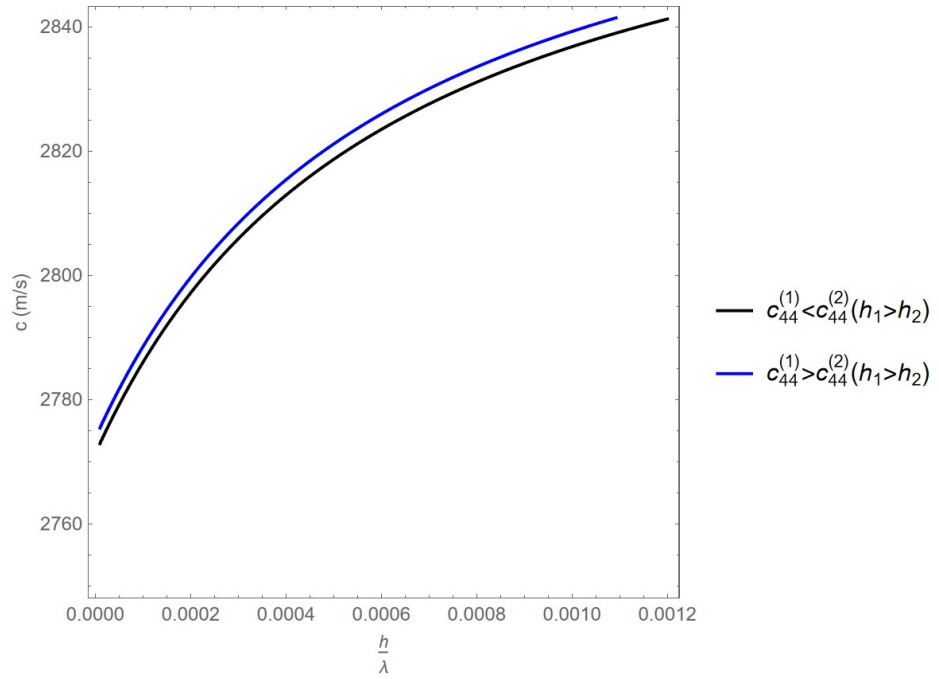
Şekil 4.13'te ise Tablo 4.4'te verilen dielektrik katmanların farklı elastik sabitleri ve farklı kalınlıkları için dispersiyon ifadesinin sonucu görülmektedir.

**Tablo 4.4:** İki dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin farklı katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}$ $(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}$ $(F/m)$ | $\rho$ $(kg/m^3)$ | $h$ (m) |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $2\times10^{10}$ (I. durum) | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2{,}4\times10^{3}$ | $3{,}1\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $10\times10^{10}$ (II. durum) | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.4\times10^{3}$ | $2{,}9\times10^{-6}$ |




**Şekil 4.12:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

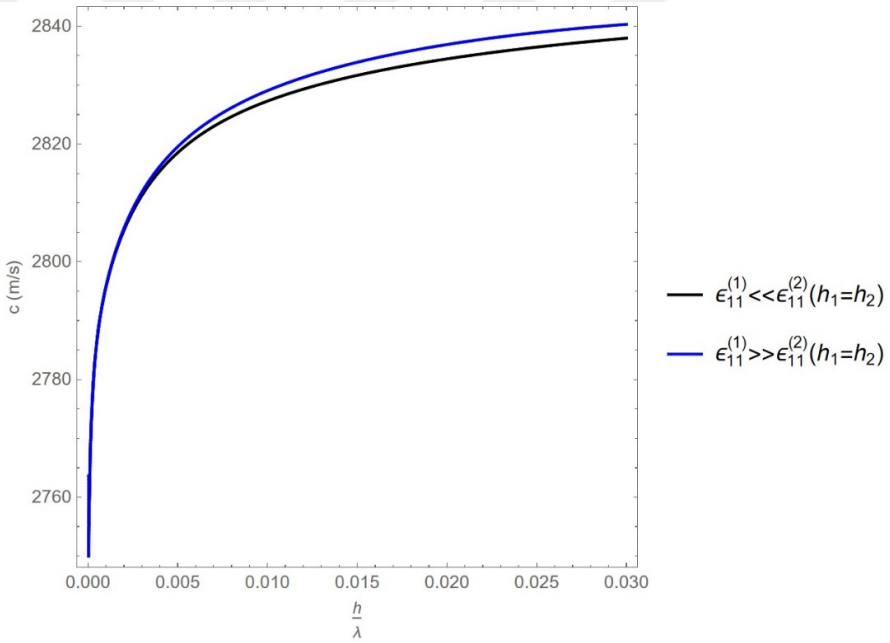



**Şekil 4.13:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Tablo 4.5'te verilen ve sadece dielektrik katmanların farklı dielektrik sabitleri için dispersiyon ifadesinin sonucu Şekil 4.14'te görülmektedir. Grafiğin yorumlanabilir olması adına bu farklılık yüksek seviyede tutulmuştur.

**Tablo 4.5:** İki dielektrik katmanlı yapıda dielektrik sabitin eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}\ (N/m^2)$ | $\epsilon_{11}\ (F/m)$ | $\rho\ (kg/m^3)$ | $h$ **(m)** |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $3\times10^{10}$ | $2\times\varepsilon_0$ (I. durum) | $2{,}5\times10^{3}$ | $3\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ | $1000\times\varepsilon_0$ (II. durum) | $2.5\times10^{3}$ | $3\times10^{-6}$ |

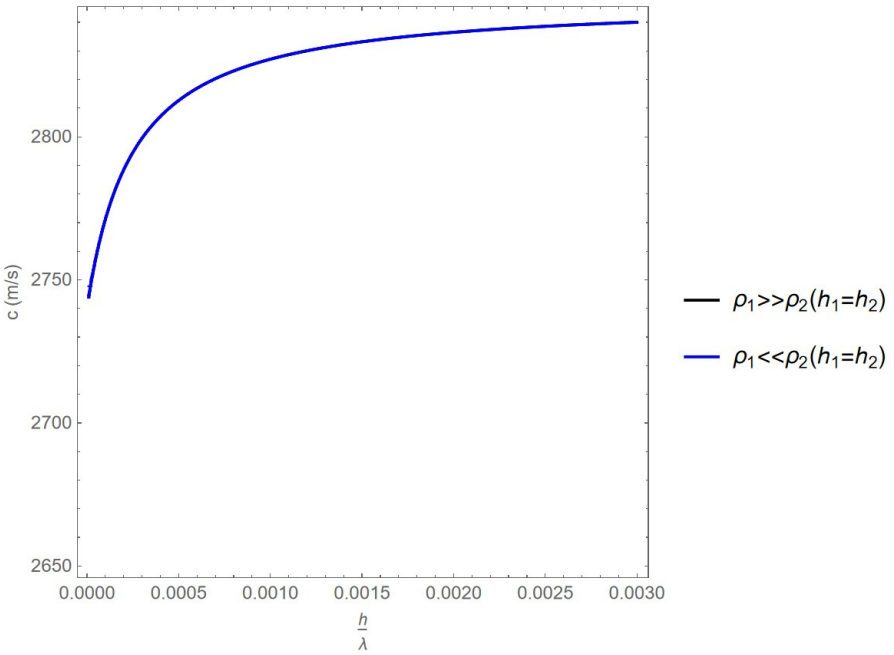



**Şekil 4.14:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Tablo 4.6'da verilen ve sadece dielektrik katmanların farklı yoğunlukları için dispersiyon ifadesinin sonucu Şekil 4.15'te görülmektedir. Grafiğin yorumlanabilir olması adına bu farklılık yüksek seviyede tutulmuştur.

**Tablo 4.6:** İki dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}\ (N/m^2)$ | $\epsilon_{11}\ (F/m)$ | $\rho\ (kg/m^3)$ | $h$ **(m)** |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $3\times10^3$ (I. durum) | $3\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $0.006\times10^3$ (II. durum) | $3\times10^{-6}$ |

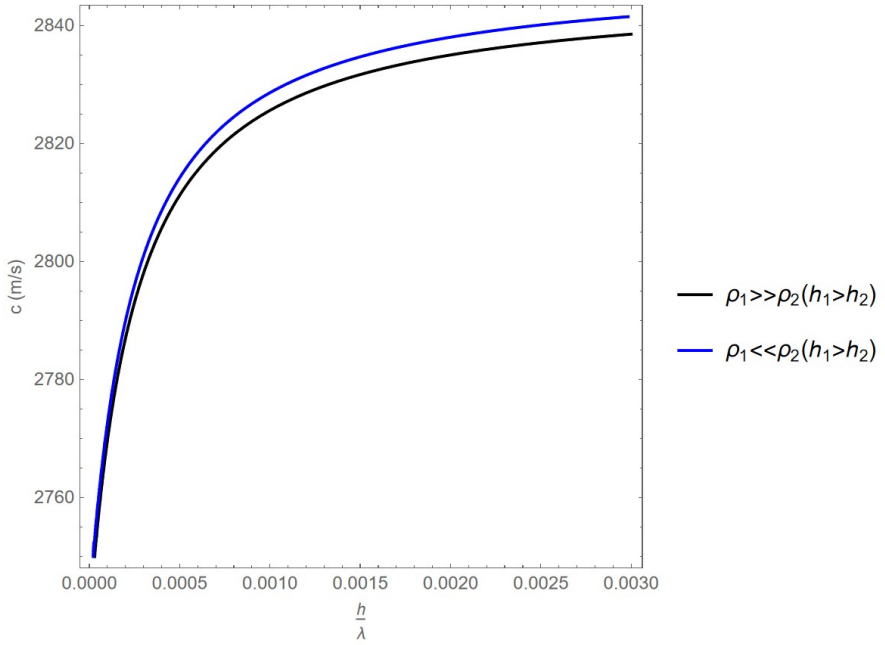



**Şekil 4.15:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Şekilde 4.16'da ise Tablo 4.7'de verilen dielektrik katmanların farklı yoğunlukları ve farklı kalınlıkları için dispersiyon ifadesinin sonucu görülmektedir.

**Tablo 4.7:** İki dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun farklı katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}\ (N/m^2)$ | $\epsilon_{11}\ (F/m)$ | $\rho\ (kg/m^3)$ | $h$ **(m)** |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $3\times10^3$ (I. durum) | $4\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $0.006\times10^3$ (II. durum) | $2\times10^{-6}$ |




**Şekil 4.16:** İki dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

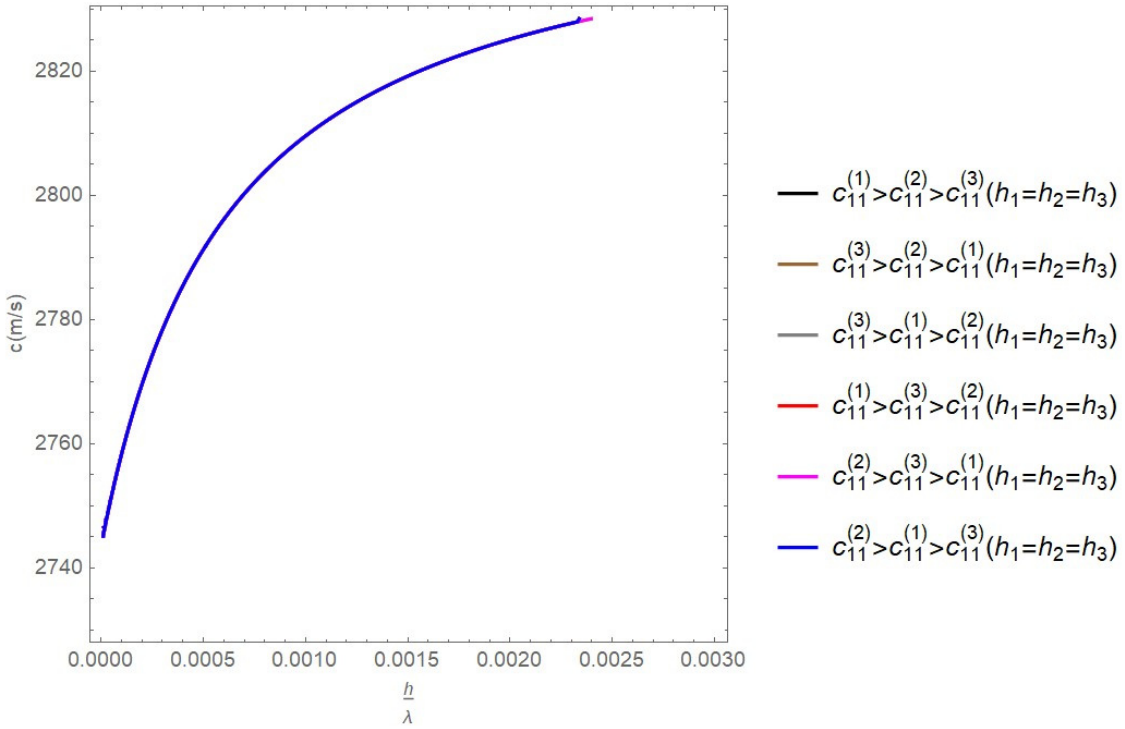
## 4.3. ÜÇ DİELEKTRİK KATMANLI YAPININ SONUÇLARI

Bölüm 4.1 ve 4.2'de yapılan işlemler benzer şekilde Bölüm 3.7'deki problem için uygulanıp elektriksel olarak açık durum için (3.199), (3.200), (3.201), (3.203), (3.204), (3.205), (3.206), (3.206), (3.208), (3.209), (3.210), (3.211), (3.212), (3.213) ve (3.214) ifadeleri için bir katsayılar matrisi oluşturulup elde edilen katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşitlenerek dispersiyon ifadesi elde edilir. Bu ifade de Tablo 4.1'de fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik alt katman için verilen değerler aynı kalmak üzere dielektrik katmanlara farklı değerler vererek sonuçlar elde edilmiştir. Bu kısımda dielektrik katmanların birbirlerine göre fiziksel özelliklerinin dispersiyon ifadesini ne şekilde etkilediğini gösteren sonuçlar üç dielektrik katmanlı yapı için elde edilmeye çalışılmıştır.

Tablo 4.8'de verilen ve sadece dielektrik katmanların farklı elastik sabitler için dispersiyon ifadesinin sonucu Şekil 4.17'de görülmektedir.

**Tablo 4.8:** Üç dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}$ $(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}$ $(F/m)$ | $\rho$ $(kg/m^3)$ | $h$ (m) |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $2\times10^{10}$ (I. durum) | $4{,}3\times\varepsilon_0$ | $2{,}5\times10^3$ | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ (II. durum) | $4{,}3\times\varepsilon_0$ | $2.5\times10^3$ | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 3 | $4\times10^{10}$ (III. durum) | $4{,}3\times\varepsilon_0$ | $2{,}5\times10^3$ | $2\times10^{-6}$ |

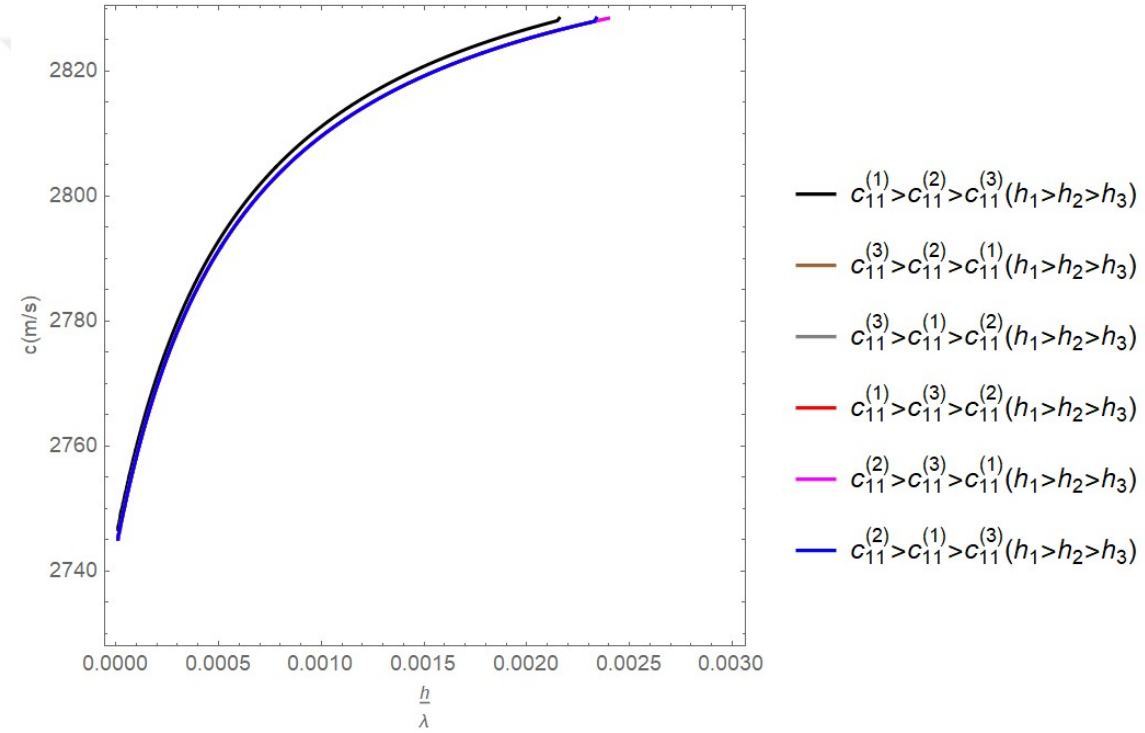



**Şekil 4.17:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Şekilde 4.18'de ise Tablo 4.9'da verilen dielektrik katmanların farklı elastik sabitleri ve farklı kalınlıkları için dispersiyon ifadesinin sonucu görülmektedir.

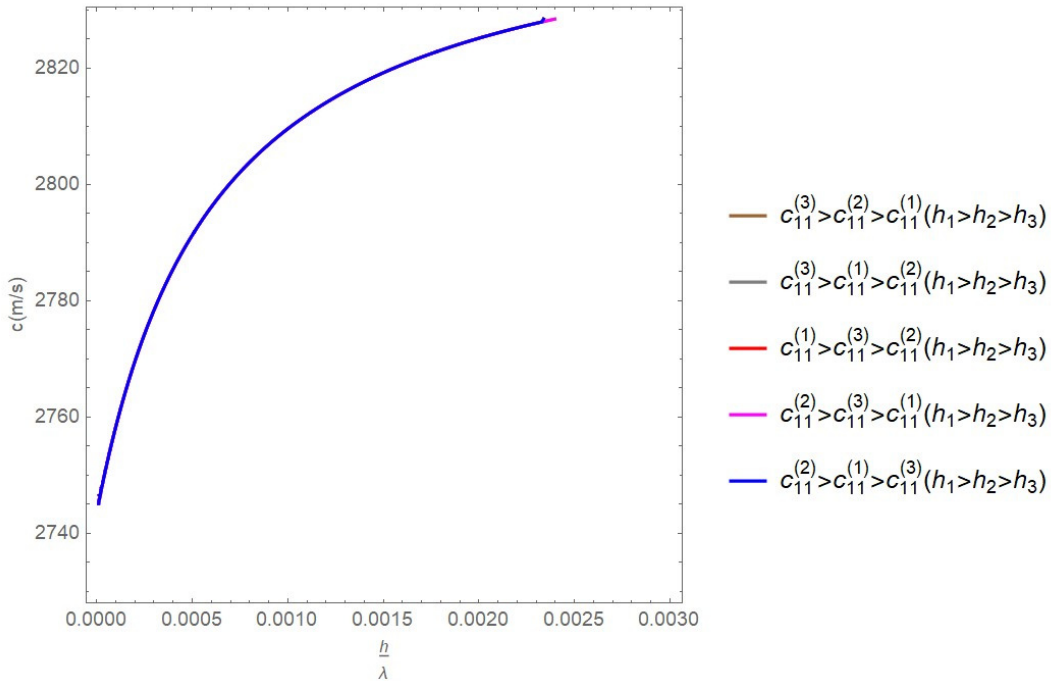
**Tablo 4.9:** Üç dielektrik katmanlı yapıda elastik sabitin farklı katman kalınıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}$ $(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}$ $(F/m)$ | $\rho$ $(kg/m^3)$ | $h$ (m) |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $2\times10^{10}$ (I. durum) | $4{,}3\times\varepsilon_0$ | $2{,}5\times10^{3}$ | $2{,}5\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ (II. durum) | $4{,}3\times\varepsilon_0$ | $2.5\times10^{3}$ | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 3 | $4\times10^{10}$ (III. durum) | $4{,}3\times\varepsilon_0$ | $2{,}5\times10^{3}$ | $1{,}5\times10^{-6}$ |

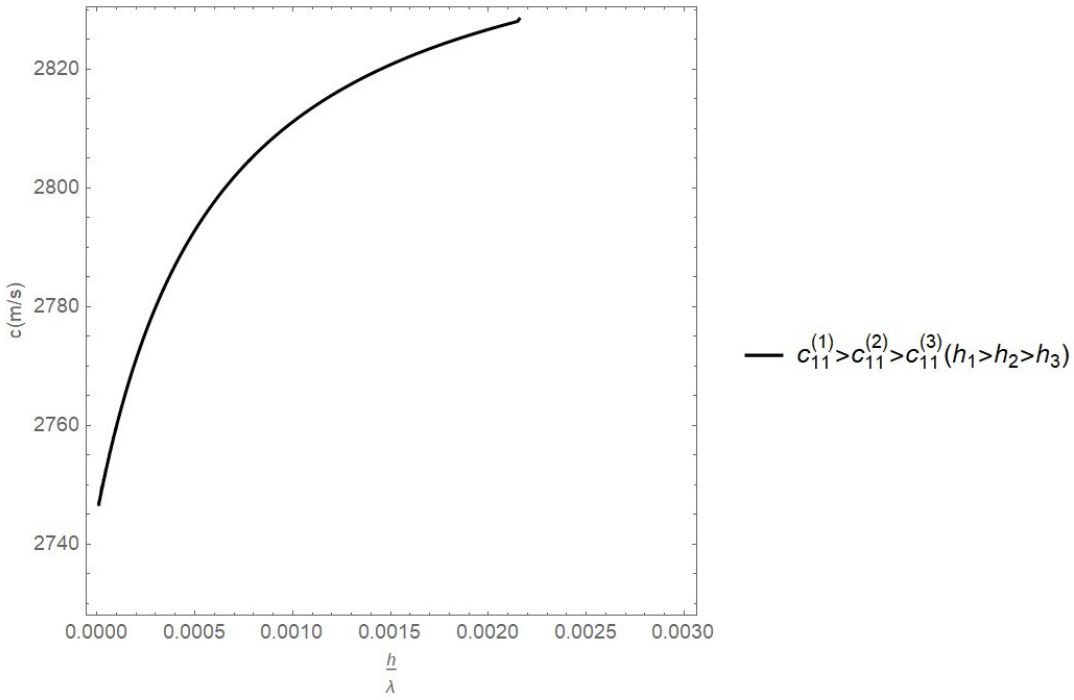



**Şekil 4.18:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Şekil 4.18'deki eğriler genel itibariyle iki dispersiyon eğrisi gibi davrandığı için Şekil 4.19 ve Şekil 4.20'de bu eğrileri veren değerlerin hangi durumlarda oluştuğu daha detaylı olacak şekilde iki grupta yeniden elde edilmiştir.




**Şekil 4.19:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup I).

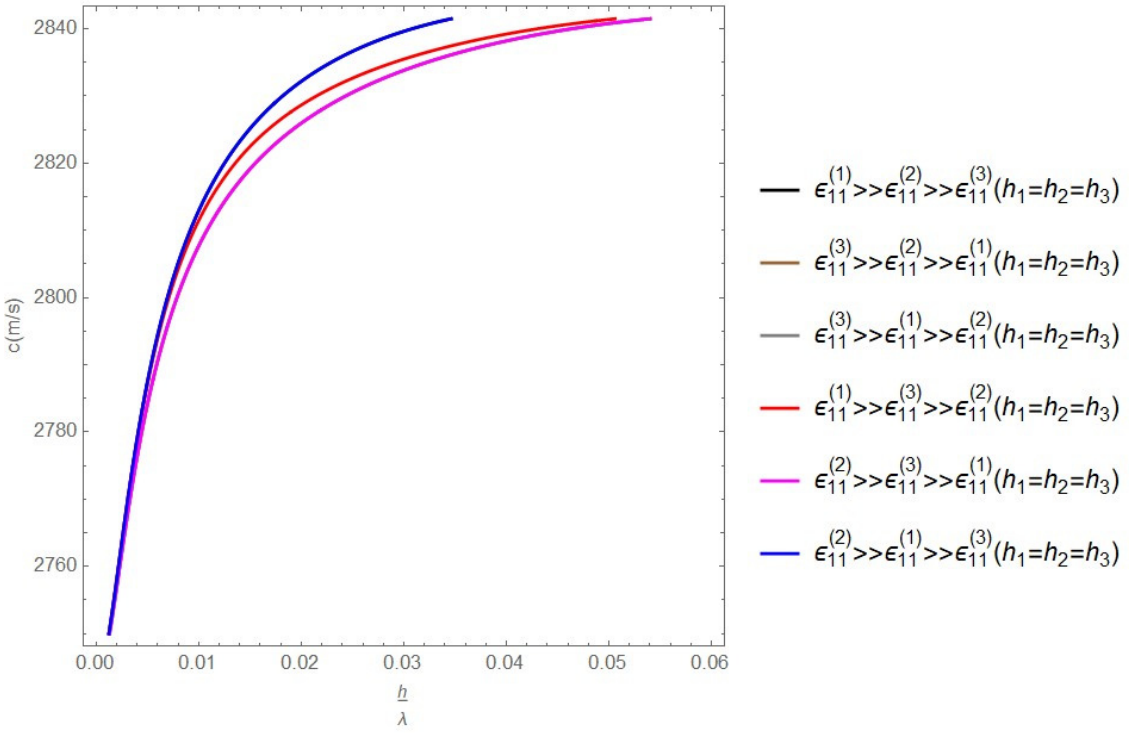



**Şekil 4.20:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların elastik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup II).

Tablo 4.10'da verilen ve sadece dielektrik katmanların farklı dielektrik sabitleri için dispersiyon ifadesinin sonucu Şekil 4.21'de görülmektedir. Grafiğin yorumlanabilir olması adına bu farklılık yüksek seviyede tutulmuştur.

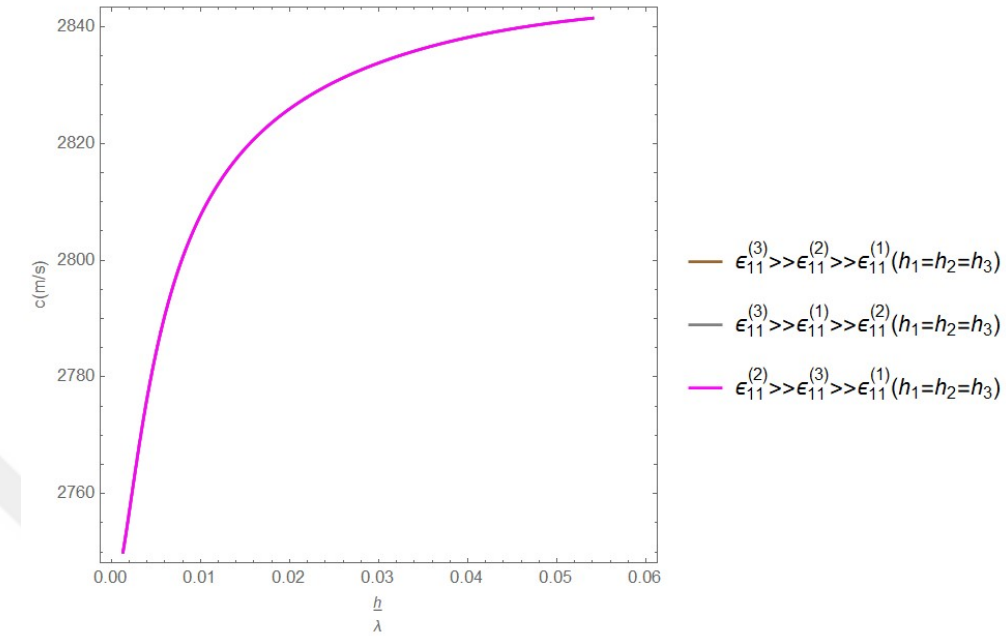
**Tablo 4.10:** Üç dielektrik katmanlı yapıda dielektrik sabitin eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}$ $(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}$ $(F/m)$ | $\rho$ $(kg/m^3)$ | $h$ (m) |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $3\times10^{10}$ | $1\times\varepsilon_0$ (I. durum) | $2{,}5\times10^{3}$ | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ | $10^{3}\times\varepsilon_0$ (II. durum) | $2.5\times10^{3}$ | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 3 | $3\times10^{10}$ | $10^{6}\times\varepsilon_0$ (II. durum) | $2.5\times10^{3}$ | $2\times10^{-6}$ |

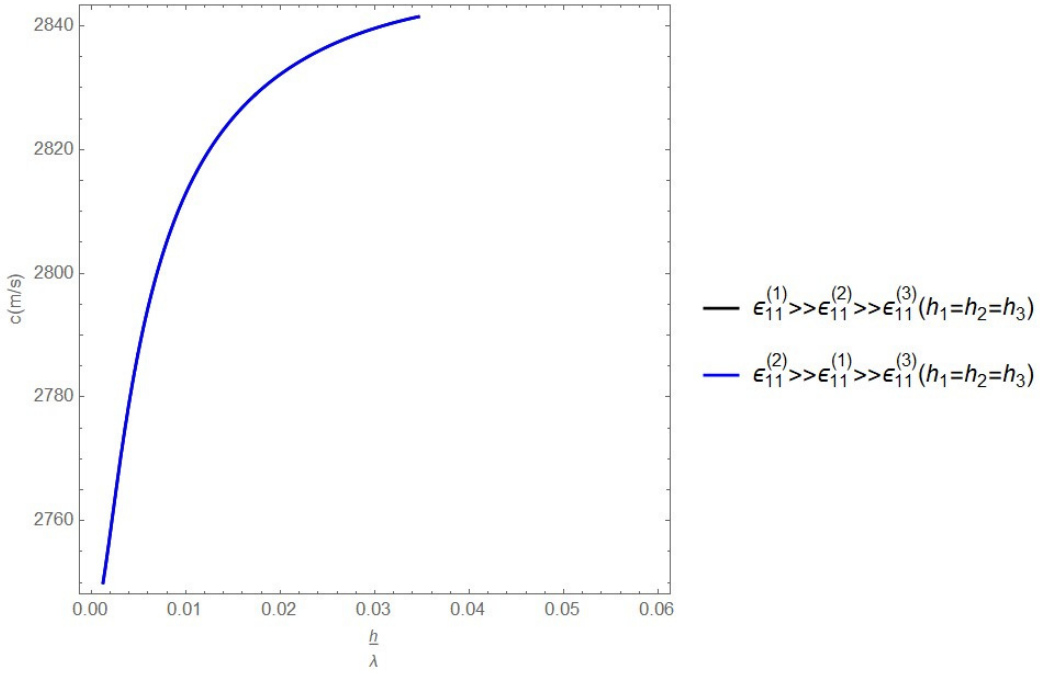



**Şekil 4.21:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Şekil 4.21'deki eğriler genel itibariyle üç dispersiyon eğrisi gibi davrandığı için Şekil 4.22 ve Şekil 4.23'te bu eğrileri veren ve grafikte üst üste çıkan değerlerin hangi durumlarda oluştuğu daha detaylı olacak şekilde iki grupta yeniden elde edilmiştir.




**Şekil 4.22:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup I).

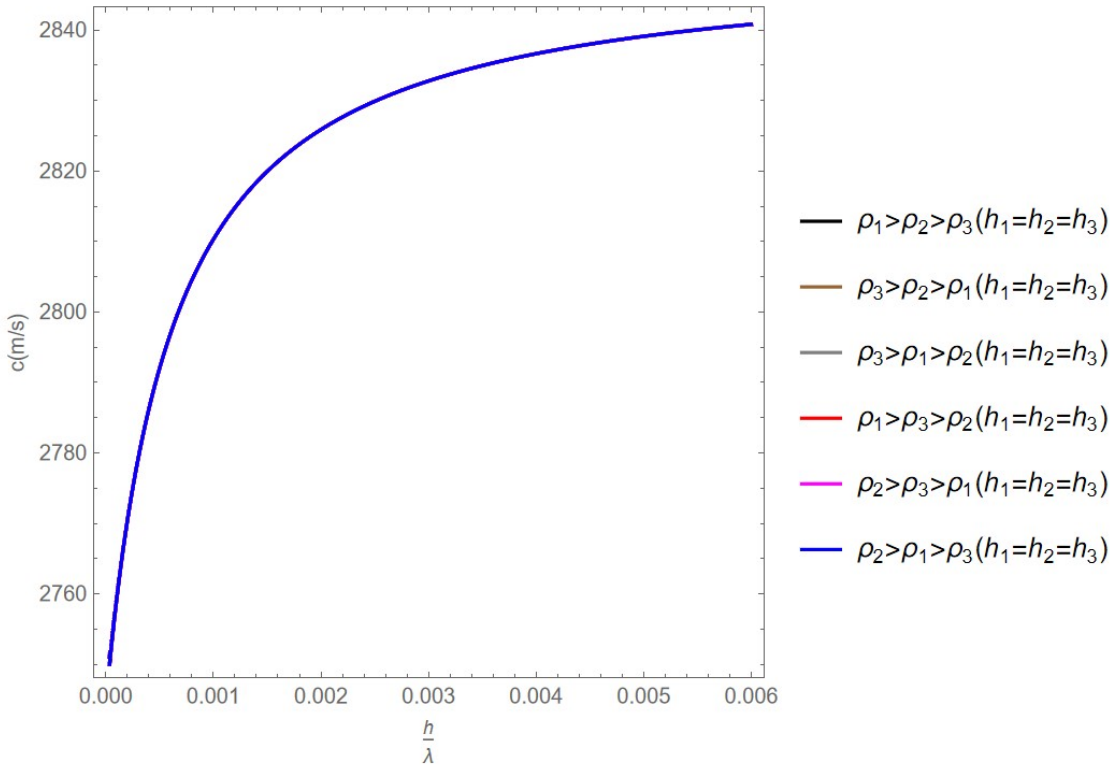



**Şekil 4.23:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların dielektrik sabitin birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup II).

Tablo 4.11'de verilen ve sadece dielektrik katmanların farklı yoğunlukları için dispersiyon ifadesinin sonucu Şekil 4.24'te görülmektedir.

**Tablo 4.11:** Üç dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun eşit katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}$ $(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}$ $(F/m)$ | $\rho$ $(kg/m^3)$ | $h$ (m) |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.2\times10^3$ (I. durum) | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.4\times10^3$ (II. durum) | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 3 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.6\times10^3$ (III. durum) | $2\times10^{-6}$ |

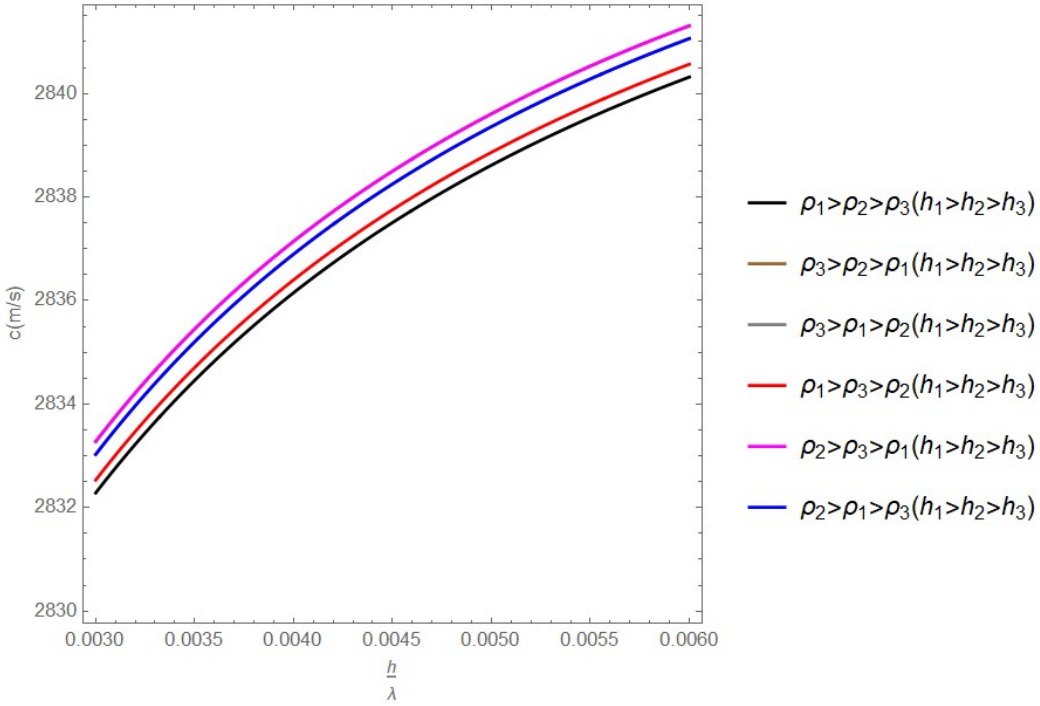



**Şekil 4.24:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının eşit olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Şekil 4.25'de ise Tablo 4.12'de verilen dielektrik katmanların farklı yoğunlukları ve farklı kalınlıkları için dispersiyon ifadesinin sonucu görülmektedir.

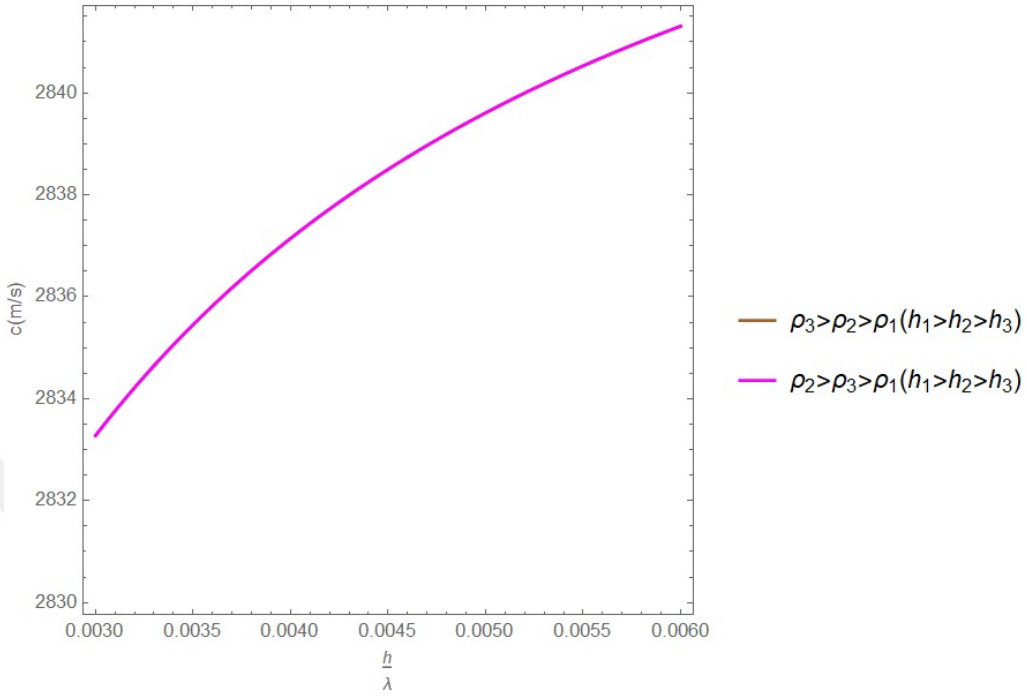
**Tablo 4.12:** Üç dielektrik katmanlı yapıda yoğunluğun farklı katman kalınlıklarındaki etkisini incelemek için verilen değerler

| **Malzeme** | $c_{44}$ $(N/m^2)$ | $\epsilon_{11}$ $(F/m)$ | $\rho$ $(kg/m^3)$ | $h$ (m) |
|---|---|---|---|---|
| Katman 1 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.2\times10^3$ (I. durum) | $3\times10^{-6}$ |
| Katman 2 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.4\times10^3$ (II. durum) | $2\times10^{-6}$ |
| Katman 3 | $3\times10^{10}$ | $4{,}5\times\varepsilon_0$ | $2.6\times10^3$ (III. durum) | $1\times10^{-6}$ |

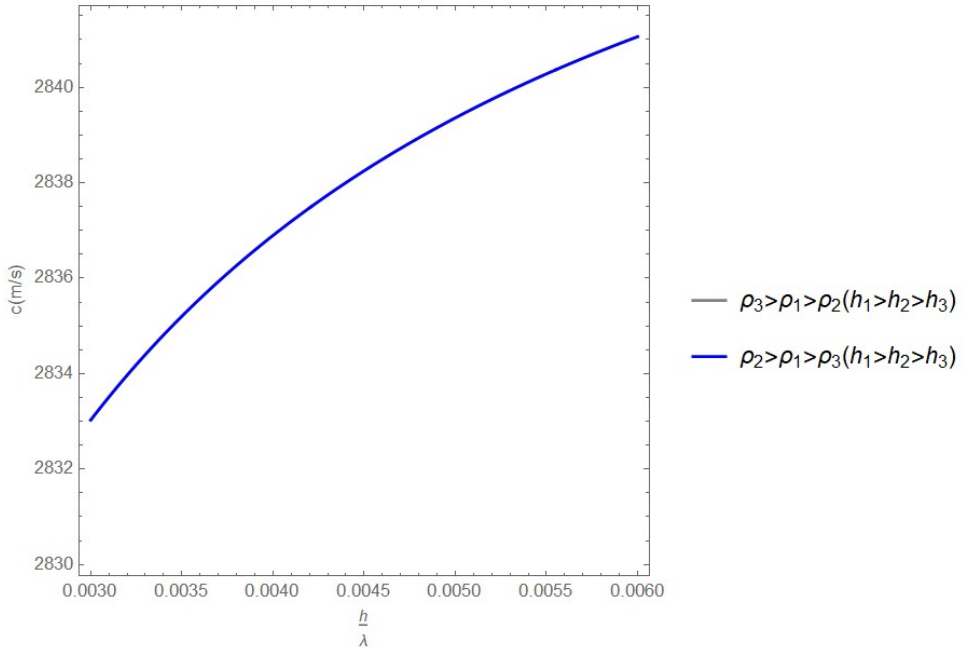



**Şekil 4.25:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri.

Şekil 4.25'deki eğriler genel itibariyle dört dispersiyon eğrisi gibi davrandığı için Şekil 4.26 ve Şekil 4.27'de bu eğrileri veren ve grafikte üst üste çıkan değerlerin hangi durumlarda oluştuğu daha detaylı olacak şekilde iki grupta yeniden elde edilmiştir.




**Şekil 4.26:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup I).




**Şekil 4.27:** Üç dielektrik katmanlı yapı için dielektrik katman kalınlıklarının farklı olduğu durumda dielektrik katmanların yoğunluklarının birbirine göre durumları için dispersiyon eğrileri (Grup II).

# 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

3. Bölümde ortaya çıkarılan bilgiler ışığında elde edilen ve 4. Bölümde bulguları ifadelerin ışığında şu çıkarımlara varılabilir.

- Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş Piezoelektrik alt katmanın üstel derecelendirme katsayısının büyüklüğü yüzey dalgasının varlığını ve hızını etkilemektedir. Bu etki üstel derecelendirme katsayının negatif büyük değerleri için, bu değer ne kadar büyükse piezoelektrik malzemenin özelliklerine ait değerler derinlikle ters orantılı olarak değişeceğinden, bir noktadan sonra yüzey dalgası oluşumunu olumsuz etkilediği anlaşılmaktadır. (Şekil 4.1).

- Bu sonucun bir başka şekilde ifadesini gösteren (Şekil 4.2)'ye dayanarak da sabit kalınlık için Piezoelektrik alt katmanın üstel derecelendirme katsayısının büyüklüğü dalga oluşuma izin veren ve hızını etkileyen dalga boyu değerini de etkilemektedir. Aynı üst katman kalınlığı için belirli dalga hızları için dalga boyu değeri üstel derecelendirme katsayısı ile ortaya çıkmakta ancak yine bir noktadan sonra dalga oluşumunu etkilemektedir.

- $\alpha=0$ durumu, yani Piezoelektrik malzemenin fonksiyonel olarak derecelendirilmediği durumda dalga varlığı katman kalınlığı-dalga boyu oranına bağlı iken, dalga hızı katman kalınlığı-dalga boyu oranından bağımsız davranmaktadır. Buradan kolaylıkla fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik malzeme kullanıldığında dalga hızına, dalga boyunun değiştirilmesi ile müdahale etme olanağının bulunduğu çıkarımı yapılabilir.

- Dalga oluşumu ve hızına piezoelektrik malzemenin $x=0$'daki tüm sınır değerlerinin etkisinin olduğu (Şekil 4.3), (Şekil 4.4), (Şekil 4.5) ve (Şekil 4.6)'dan yola çıkılarak söylenebilir. Gerilme katsayısı ve elastik sabitin değeri ile dalga hızının değeri doğru orantılıyken, yoğunluk ve dielektrik katsayının değeri ile ters orantılıdır. Bu (4.2) ile verilen dispersiyon ifadesi ile uyumlu bir sonuçtur. Burada unutulmaması gereken, yığın dalga hızlarına etki eden bu parametrelerin dalga hızını daha önceden belirtildiği üzere bir noktaya kadar etki edebileceğidir. Çünkü dalga hızı herhangi bir katman ya da doğrudan alt katmanın yığın dalga hızından daha yüksek bir değere sahip olamamaktadır.

- Benzer biçimde dielektrik katmanın kalınlığı ve dielektrik katmanın malzeme özelliklerinin dalga oluşumu ve hızına etki ettiği (Şekil 4.1), (Şekil 4.7), (Şekil 4.8), (Şekil 4.9) ve (Şekil 4.10)'a bakılarak görülebilir. Bu etkiler bir önceki maddede ifade edilenlerde aynı sebeplerle ve aynı şekildedir.

- Şekil 4.11'de gösterilen özel duruma bakıldığında dielektrik katman özelliklerinin piezoelektrik yarı uzayın sınır değerleri ile aynı olması durumunda herhangi bir dalga oluşumu gözlenmemiştir. Buradan katmanlar arasındaki sürekli bir geçişin olduğu durumda dalga oluşumunun gerçekleşmediği çıkarımı yapılabilir. Bu matematiksel olarak da (4.1) ve (4.2) ifadelerinden kolaylıkla görülebilmektedir. Bu iki ifadeden de anlaşılacağı üzere değerlerin aynı kabul edilmesi durumunda piezoelektrik yarı uzayın yığın kesme hızı her durumda dielektrik katmanın yığın kesme faz hızından yüksek çıkacaktır ve 4. Bölüm'ün bu durumun incelendiği açıkça belirtilmiştir.

- Katman sayısının artması durumunda her ne kadar diğer parametreler dalga oluşumunu ve davranışını etkiliyorsa da en çok etkileyen durumun katmanlar arası kalınlığın olduğu söylenebilir. Bu (Şekil 4.13) ve Şekil (4.16)'dan kolaylıkla anlaşılabilmektedir.

- Katman kalınlıklarının yanında belirli özellikleri farklı olan katmanların hangi sıra ile dizilmiş olduklarının da katman kalınlıkları kadar olmasa da dalga oluşumu ve davranışına etki ettiği (Şekil 4.19) ve (Şekil 4.25)'in incelenmesi ile ortaya atılabilir.

# 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Tartışılan bulgular neticesince, sonuç olarak fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik alt katmanın kullanımının ve katmanların, en başta ve en etkili şekilde kalınlıkları olmak üzere, dalga boyu ile diğer malzeme özelliklerinin de yüzey dalgası oluşumunu ve davranışını etkilediği görülmektedir.

Piezoelektrik malzemenin üstel derecelendirme katsayının değeri dalga oluşumunu ve davranışını, katsayının değerinin mutlak değeri ile ters orantılıdır.

Dielektrik katmanın malzeme özellikleri ile piezoelektrik yarı uzayın malzeme özellikleri yüzey dalgası oluşumuna doğrudan etki etmektedir. Dielektrik katman malzemesinin özelliklerine bağlı oluşan yığın dalga hızı fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzayın malzemesinin x=0'daki değerlerine bağlı oluşan yığın dalga hızından büyük olduğu durumda yüzey dalgası oluşmamaktadır. Bu dielektrik katmanın malzeme özellikleri ile fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik yarı uzayın malzeme özelliklerinin x=0'da aynı olması durumunda da geçerlidir.

Çalışmanın kapsamına girmemiş olan şu durumların, bu çalışmayı daha ileriye taşıyacak kişiler tarafından incelenmesi faydalı olabilir:

- Elektriksel açık durumun incelenmesi ve elektriksel kapalı durumla karşılaştırılarak bağlanma faktörünün incelenmesi.

- Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş dielektrik katman kullanımının dalga oluşumu ve davranışına etkisinin incelenmesi.

- n adet dielektrik katmanın kullanıldığı durumun genelleştirilmesi ve bu durumda malzeme özelliklerinin parçalı şekilde de olsa fonsiyonel olarak derecelendirilmiş yapıya yaklaştırılması sonucu elde edilecek sonuçların incelenmesi.

- Farklı fonksiyonel derecelendirme ifadeleri için çalışmalar yapılması.

# KAYNAKLAR

[1] Fan, H. Ve Kim, H.E., 2002, Perovskite stabilization and electromechanical properties of polycrystalline lead zinc niobate–lead zirconate titanate, Journal of Applied Physıcs, 91(1), 317-322.

[2] Tzen, J.J., Jeng, S.L. and Chieng W.H., 2003, Modeling of piezoelectric actuator for compensation and controller design, Precision Engineering, 27 (1), 70-86.

[3] Ezzin, D., Wang, B., and Qian, Z., 2020, Propagation behavior of ultrasonic love waves in functionally graded piezoelectric-piezomagnetic materials with exponential variation, Mechanics of Materials, 148.

[4]. Silva, E.C.N., Walters, M.C. and Paulino, G.H.,2006, Modeling bamboo as a functionally graded material: Lessons for the analysis of affordable materials., Journal of Materials Science, 41, 6991–7004.

[5]. Sadowski, T., Boniecki, M., Librant, Z. and Nakonieczny, K., 2007, Theoretical prediction and experimental verification of temperature distribution in FGM cylindrical plates subjected to thermal shock, International Journal of Heat and Mass Transfer, 50, 4461–4467.

[6]. Muller, E., Drasar, C., Schilz, J. ve Kaysser, W.A. 2003, Functionally graded materials for sensor and energy applications, Materials Science and Engineering: Part A, 362, 17–39.

[7] Sur, A. and Kanoria, M., 2014. Thermoelastic interaction in a viscoelastic functionally graded half-space under three-phase-lag model, European Journal of Computational Mechanics, 23(5-6), 179-198.

[8] Zelentsov, V.B., Lapina, P.A., Mitrin, B.I. and Eremeyev, V.A., 2020. Characterization of the functionally graded shear modulus of a half-space, Mathematics, 8(4), 640.

[9] Zelentsov, V.B., Lapina, P.A., Mitrin, B.I. and Kudish, I.I., 2019. An antiplane deformation of a functionally graded half-space, Continuum Mechanics and Thermodynamics, 1-12.

[10] Sawaguchi, E., Shirane, G., Takagi, Y., 1951, Phase transition in lead zirconate, J Phys Soc Jpn, 6, 333–9.

[11] Sawaguchi, E., 1953, Ferroelectricity versus antiferroelectricity in the solid solutions of PbZrO3 and PbTiO3, J Phys Soc Jpn, 8, 615–29.

[12] Smolenskii, G.A. and Agranovskaya, A.I., 1960. Dielectric polarization of complicated composites, Sov. Phys. Solid State, 1, 1429-1432.

[13] Bokov, V.A. and Mylnikova, I.E., 1961, Ferroelectric properties of monocrystals of new perovskite compounds, Soviet Physics-Solid State, 2(11), 2428-2432.

[14] Park,S.E., Shrout, T.R., 1997, Relaxor based ferroelectric single crystals for electro-mechanical actuators, Mater Res Innov,1,20.

[15] Kino, G.S., 1987. Acoustic waves: devices, imaging, and analog signal processing (Vol. 107). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-hall.

[16] Desilets, C.S., Fraser, J.D. and Kino, G.S., 1978, The design of efficient broad-band piezoelectric transducers, IEEE Transactions on sonics and ultrasonics, 25(3), 115-125.

[17] Zhu, X., Wang, Q., and Meng, Z., 1995, A Functionally Gradient Piezoelectric Actuator Prepared by Power Metallurgical Process in PNN-PZ-PT System, J. Mater. Sci. Lett., 14, 516–518.

[18] Wu, C.C., Kahn, M. and Moy, W., 1996, Piezoelectric ceramics with functional gradients: a new application in material design, Journal of the American Ceramic Society, 79(3), 809-812.

[19] Chen, W.Q. and Ding, H.J., 2002, On free vibration of a functionally graded piezoelectric rectangular plate, Acta Mechanica, 153(3), 207-216.

[20] Curie, J., Curie, P.,1880, Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémièdres faces inclinées, C R Acad Sci, 91, 294–295.

[21] Curie J, Curie P, 1880, Sur l'électricité polaire dans les cristaux hémièdres faces inclinées, C R Acad Sci, 91,383–386

[22] Hankel, W.G., 1881, Uber die aktinound piezoelektrischen eigen schaften des bergkrystalles und ihre beziehung zi den thermoelektrischen, Abh Sachs, 12, 457.

[23] Lippman, G., 1881, Principe de la conservation de l'électricité, Ann Chimie Phys, 24, 145

[24] Voigt, W., 1910, Lehrbuch der Kristallphysik, Teubner , Leipzig

[25] Valasek, J., 1920, Piezoelectric and allied phenomena in Rochelle salt, Phys Rev, 15, 537

[26] Jaffe, B., Roth, R.S., Marzullo, S., 1954, Piezoelectric properties of lead zirconate-lead titanate solid-solution ceramic ware, J Appl Phys, 25, 809–810

[27] Nia, E.M., Zawawi, N.A.W.A. and Singh, B.S.M., 2017, A review of walking energy harvesting using piezoelectric materials. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 291 (1), 012026). IOP Publishing.

[28] Wenhua Jiang et. al., 2003, Characterization of piezoelectric materials with large piezoelectric and electromechanical coupling coefficients, Ultrasonics, 41, 55–63

[29] Hirai, T., Chen, L., 1999 Recent and prospective development of functionally graded materials Japan, Materials Science Forum, 308–311: 509–514.

[30] Mahamood, R.M., Akinlabi, E.T, 2017, Functionally Graded Materials, 2017. Springer, Cham. ISBN: 978-3-319-53756-6

[31] Naebe, M., Shirvanimoghaddam, K. Functionally graded materials: A review of fabrication and properties, Applied Materials Today, 2016. 5: 223–245.

[32] Campbell, C., 1989, Surface acoustic wave devices and their signal processing applications, Academic Press, San Diego, CA, ISBN: 9780323148665.

[33] Matthews, H., 1977, Surface wave filters, Wiley Interscience, New York, NY, 1977.

[34] Qian, Z.H., Jin, F., Lu, T. and Kishimoto, K., 2009, Transverse surface waves in a layered structure with a functionally graded piezoelectric substrate and a hard dielectric layer, *Ultrasonics*, 49(3), 293-297.

# İNTİHAL RAPORU İLK SAYFASI

2602060016-Aydın ÖZBEY

ORİJİNALLİK RAPORU

| %6 | %4 | %3 | %2 |
|---|---|---|---|
| BENZERLİK ENDEKSİ | İNTERNET KAYNAKLARI | YAYINLAR | ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ |

BİRİNCİL KAYNAKLAR

| | | |
|---|---|---|
| 1 | acikbilim.yok.gov.tr<br>İnternet Kaynağı | %2 |
| 2 | J. Zhu, W.Q. Chen, G.R. Ye, J.Z. Fu. "Waves in fluid-filled functionally graded piezoelectric hollow cylinders: A restudy based on the reverberation-ray matrix formulation", Wave Motion, 2013<br>Yayın | %1 |
| 3 | C. R. Natoli, M. Benfatto, S. Della Longa, K. Hatada. "X-ray absorption spectroscopy: state-of-the-art analysis", Journal of Synchrotron Radiation, 2002<br>Yayın | %1 |
| 4 | Submitted to Athens University of Economics and Business<br>Öğrenci Ödevi | <%1 |
| 5 | Submitted to The Scientific & Technological Research Council of Turkey (TUBITAK)<br>Öğrenci Ödevi | <%1 |
| 6 | Submitted to TechKnowledge<br>Öğrenci Ödevi | <%1 |

# ETİK KURUL İZİN YAZISI

**Uyarı:** Canlı denekler üzerinde yapılan tüm araştırmalar için Etik Kurul Belgesi alınması zorunludur.

☐ **Etik Kurul izni gerekmektedir.**

☒ **Etik Kurul izni gerekmemektedir.**

Aydın ÖZBEY
(İmza)

# KURUM İZNİ YAZILARI

**Uyarı:** Canlı ve cansız deneklerle yapılan tüm çalışmalar için kurum izin belgelerinin eklenmesi zorunludur. Gizlilik ve mahremiyet içeren durumlarda kurum adı kapatılmalıdır.

☐ **Kurum izni gerekmektedir.**

☒ **Kurum izni gerekmemektedir.**

Aydın ÖZBEY
(İmza)