



T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ (SKÖ) KULLANILARAK BAZI SÜREKLİ DAĞILIMLAR İÇİN PARAMETRE TAHMİNİ

Muhammet ÇAVDAR

DOKTORA TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

Haziran - 2021

KONYA

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Muhammet ÇAVDAR

28.06.2021

ÖZET

DOKTORA TEZİ

SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ (SKÖ) KULLANILARAK BAZI SÜREKLİ DAĞILIMLAR İÇİN PARAMETRE TAHMİNİ

Muhammet ÇAVDAR

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Buğra SARAÇOĞLU

2021, 58 Sayfa

Jüri
Prof. Dr. Aşır GENÇ
Prof. Dr. Buğra SARAÇOĞLU
Doç. Dr. Neslihan İYİT
Dr. Öğr. Üyesi Aydın KARAKOCA
Dr. Öğr. Üyesi Yunus AKDOĞAN

İstatistik literatüründe örnekleme yöntemi önemli bir maliyet sorunu içermektedir. Son yıllarda bu sorunu aşmak için geçmişte sıklıkla kullanılan yöntemlerden biri olan Basit Rasgele Örnekleme (BRÖ) yöntemi yerine Sıralı Küme Örnekleme (SKÖ) yöntemi geliştirilmiştir. Sıralı Küme Örnekleme yönteminin temel konusunu oluşturduğu bu çalışmada, SKÖ şablonu kullanılarak geliştirilen Rekor Sıralı Küme Örnekleme (RSKÖ) yöntemi de ele alınmaktadır. Bu tez, temel olarak BRÖ, SKÖ ve RSKÖ altında Chen ve Üstel-Logaritmik dağılımların bilinmeyen parametre tahmini problemini incelemektedir. Bu doğrultuda BRÖ, SKÖ ve RSKÖ altında Chen ve Üstel-Logaritmik dağılımların bilinmeyen parametrelerinin En Çok Olabilirlik (EÇO) ve Bayes tahmin edicileri elde edilmiştir. Daha sonra, Tierney-Kadane yaklaşımı kullanılarak karesel kayıp fonksiyonu altında Bayes tahmin edicilere ulaşılmıştır. Sonraki bölümlerde BRÖ, SKÖ ve RSKÖ altında EÇO ve Bayes tahmin edicilerini karşılaştırmak için Monte Carlo simülasyon çalışması uygulanmıştır. Aynı zamanda hata kareler ortalaması (HKO) ve yanlar bakımından EÇO ve Bayes tahmin edicileri karşılaştırılmıştır. Son olarak, BRÖ, SKÖ ve RSKÖ baz alınarak göreli etkinlikler (GE) de karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sıralı Küme Örneklemesi, Rekor Sıralı Küme Örneklemesi, Chen Dağılımı, Üstel-Logaritmik Dağılım, En Çok Olabilirlik Tahmini, Bayes Tahmini

ABSTRACT

Ph.D THESIS

PARAMETER ESTIMATION FOR SOME CONTINUOUS DISTRIBUTIONS BY USING RANKED SET SAMPLING (RSS)

Muhammet ÇAVDAR

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELÇUK UNIVERSITY
THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY
IN STATISTICS

Advisor: Prof. Dr. Buğra SARAÇOĞLU

2021, 58 Pages

Jury
Prof. Dr. Aşır GENÇ
Prof. Dr. Buğra SARAÇOĞLU
Assoc. Prof. Dr. Neslihan İYİT
Assist. Prof. Dr. Aydın KARAKOCA
Assist. Prof. Dr. Yunus AKDOĞAN

Sampling method involves an important cost problem in the statistics literature. In order to overcome this problem, Ranked Set Sampling (RSS) method has recently been developed instead of Simple Random Sampling (SRS) method. The latter used to be one of the most frequently used methods in the past. Ranked Set Sampling method is the main subject of this thesis. Likewise, this study is also goes into a discussion of Record Ranked Set Sampling (RRSS) method, which was created using RSS template. This thesis examines the problem of point estimation for the unknown parameters of Chen and Exponential-Logarithmic distributions under SRS, RSS and RRSS. Meanwhile, Maximum Likelihood (ML) and Bayes estimators for unknown parameters of Chen and Exponential-Logarithmic distributions under SRS, RSS and RRSS are obtained. Then, Bayes estimators under squared error loss function are obtained by using Tierney-Kadane approximation. A Monte-Carlo simulation study is performed to compare ML and Bayes estimators under SRS, RSS and RRSS. Moreover, ML and Bayes estimators are compared in terms of mean squared error (MSE) and bias. Finally, this thesis compares relative efficiencies (REs) based on SRS, RSS and RRSS.

Keywords: Ranked Set Sampling, Record Ranked Set Sampling, Chen Distribution, Exponential-Logarithmic Disstribution, Maximum Likelihood Estimation, Bayes Estimation

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasının her aşamasında katkısını esirgemeyen danışmanım Sayın Prof. Dr. Buğra SARAÇOĞLU'na, bilgi birikimi ve tecrübesiyle her zaman yol gösterici olan Sayın Prof. Dr. Aşır GENÇ'e, yorumlarıyla tezime yön veren tez izleme komitesi üyeleri Sayın Doç. Dr. Neslihan İYİT ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Aydın KARAKOCA'ya, ayrıca desteklerinden dolayı Sayın Dr. Öğr. Üyesi Yunus Akdoğan ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Kadir KARAKAYA'ya saygılarımı arz eder, teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca var olmaları dilediğim ve manevi desteklerini hiç esirgemeyen eşim Şule ÇAVDAR, kızım Ayşe Zelal ÇAVDAR, babam Abdilkadir ÇAVDAR, annem Sultan ÇAVDAR ve ağabeyim Mustafa ÇAVDAR'a teşekkür ediyorum.

Her zaman yanımda olan dostlarım; Doç. Dr. Metin YÜKSEL, Dr. S. Türkay NEFES, Atilla BAYAT, Harun ALDAN, H. Avni AYGEN ve Ayşe ULUDAĞ KILIÇ'a minnet borçluyum.

Muhammet ÇAVDAR
Konya - 2021

İÇİNDEKİLER

ÖZET ii

ABSTRACT iii

ÖNSÖZ iv

İÇİNDEKİLER v

ÇİZELGELER DİZİNİ vii

ŞEKİLLER DİZİNİ viii

SİMGELER VE KISALTMALAR ix

1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI 1

1.1. Giriş 1

1.2. Kaynak Araştırması 2

2. TEMEL KAVRAMLAR 6

2.1. Basit Rasgele Örnekleme Yöntemi (BRÖ) 6

2.2. Sıra İstatistikleri 6

2.3. Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) 8

2.4. Rekor Değerler (RD) 12

2.5. Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (RSKÖ) 14

2.6.1. Yan ve Hata Kareler Ortalaması (HKO) 16

2.6.2. Göreli Etkinlik (Relative Efficiency) 16

2.6.3. En Çok Olabilirlik (EÇO) Tahmin Yöntemi 17

2.6.3.1. En Çok Olabilirlik (EÇO) Tahmin Edicilerinin Özellikleri 17

2.6.4. Bayes Tahmin Yöntemi 18

2.6.4.1. Tierney-Kadane Yaklaşımı 19

3. BAZI SÜREKLİ DAĞILIMLAR İÇİN BRÖ, SKÖ VE RSKÖ ALTINDA PARAMETRE TAHMİNİ 21

3.1. Chen Dağılımı 21

3.1.1. Chen Dağılımı İçin BRÖ Altında EÇO Tahmini 21

3.1.2. Chen Dağılımı İçin Üst Rekor Değerlere (RD) Dayalı EÇO Tahmini 22

3.1.3. Chen Dağılımı İçin SKÖ Altında EÇO Tahmini 22

3.1.4. Chen Dağılımı İçin RSKÖ Altında EÇO Tahmini..... 23

3.1.5. Chen Dağılımı İçin BRÖ, SKÖ, RDBRÖ ve RSKÖ Altında Yaklaşık Bayes Tahmini 24

3.2. Üstel-Logaritmik Dağılım..... 25

3.2.1. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin BRÖ Altında EÇO Tahmini 25

3.2.2. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin Üst Rekor Değerlere Dayalı EÇO Tahmini 26

3.2.3. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin SKÖ Altında EÇO Tahmini 27

3.2.4. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin RSKÖ Altında EÇO Tahmini 28

3.2.5. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin BRÖ, SKÖ, RDBRÖ ve RSKÖ Altında Yaklaşık Bayes Tahmini 29

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI..... 30

4.1. Chen Dağılımı İçin BRÖ ve SKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması..... 30

4.2 Chen Dağılımı İçin RDBRÖ ve RSKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması 34

4.3. Üstel-Logaritmik Dağılım BRÖ ve SKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması..... 40

4.4. Üstel-Logaritmik Dağılımın RDBRÖ ve RSKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması 46

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER..... 53

5.1. Sonuçlar 53

5.2. Öneriler 53

KAYNAKLAR 54

ÖZGEÇMİŞ 57

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1: Chen$(\lambda = 0.8, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 31

Çizelge 4.2: Chen$(\lambda = 0.4, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 32

Çizelge 4.3: Chen$(\lambda = 1.5, \beta = 2)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 33

Çizelge 4.4: Chen$(\lambda = 1.5, \beta = 0.7)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 36

Çizelge 4.5: Chen$(\lambda = 0.8, \beta = 1.5)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 38

Çizelge 4.6: $\ddot{U}L(p = 0.2, \beta = 0.1)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 42

Çizelge 4.7: $\ddot{U}L(p = 0.2, \beta = 0.5)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 44

Çizelge 4.8: $\ddot{U}L(p = 0.6, \beta = 0.3)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 48

Çizelge 4.9: $\ddot{U}L(p = 0.7, \beta = 0.9)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları 50

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1: Sıralı küme örneklemesi (m=3, r=3) 10

Şekil 2.2: Rekor sıralı küme örneklemesi 14

Şekil 4.1: Chen$(\lambda = 0.8, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 31

Şekil 4.2: Chen$(\lambda = 0.4, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 32

Şekil 4.3: Chen$(\lambda = 1.5, \beta = 2)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 33

Şekil 4.4: Chen$(\lambda = 1.5, \beta = 0.7)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 37

Şekil 4.5: Chen$(\lambda = 0.8, \beta = 1.5)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 39

Şekil 4.6: $\ddot{U}L(p = 0.2, \beta = 0.1)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 43

Şekil 4.7: $\ddot{U}L(p = 0.2, \beta = 0.5)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 45

Şekil 4.8: $\ddot{U}L(p = 0.6, \beta = 0.3)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 49

Şekil 4.9: $\ddot{U}L(p = 0.7\beta = 0.9)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler 51

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

μ	: Popülasyon Ortalaması
σ	: Standart Sapma
$\bar{X}$	: Ortalama
Var	: Varyans
$\pi(\theta)$	: Önsel (Prior) Dağılım
$\pi(\underline{\theta})$	: Ortak Önsel Yoğunluk Fonksiyonu
$f\left(x\middle\vert\theta\right)$	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
Θ	: Parametre Uzayı

Kısaltmalar

BRÖ	: Basit Rasgele Örnekleme
df	: Dağılım Fonksiyonu
EÇO	: En Çok Olabilirlik
GE	: Göreli Etkinlik
HKO	: Hata Kareler Ortalaması
ML	: Maximum Likelihood
MLE	: Maximum Likelihood Estimation
oyf	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
RE	: Relative Efficiency (Göreli Etkinlik)
RDBRÖ	: Rekor Değerlere Dayalı Basit Rasgele Örnekleme
RSKÖ	: Rekor Sıralı Küme Örneklemesi
SKÖ	: Sıralı Küme Örneklemesi
ÜRSKÖ	: Üst Rekorlara Dayalı Sıralı Küme Örneklemesi

1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

1.1. Giriş

Bilimsel araştırma, istatistiksel literatürde genel olarak, bir problemin belirlenmesi, bir hipotezin tanımlanması, verinin toplanması, verinin işlenmesi, verinin analiz edilmesi, ulaşılan sonuçların yorumlanması ve dağıtılması aşamalarından oluşmaktadır (TÜİK, 2019). Bilimsel araştırmalarda temin edilen sonuçların geçerliliği veya güvenirliliği, söz konusu süreçte doğru metodolojinin kullanımına bağlıdır.

Bir araştırmanın sonuçlarını genellemek istediğimiz belli özelliklere sahip birimler topluluğu olarak tanımlanan popülasyondan belirlenen yöntemlerle örneklem seçim sürecine örnekleme denir. Örnekleme, popülasyonun tamamını incelemeden, popülasyon hakkında temsili bir fotoğraf elde etmeyi amaçlar. Örneklemin popülasyonu temsil etmesinde, popülasyondan çekilen örneklem büyüklüğünün ve kullanılacak örnekleme tekniğinin belirlenmesi önemlidir (McMillan, 1996). Ne var ki, günümüzde pek çok araştırma emek, kısıtlı bütçe ve zaman gibi etkenlerden dolayı büyük örneklemlerle gerçekleştirilememektedir (Barabesi ve El-Sharaawi, 2001).

Uygulamalarda yaygın bir şekilde kullanılan örnekleme yöntemlerinden biri Basit Rasgele Örnekleme (BRÖ) yöntemidir. Bu yöntem ile popülasyondan örneklem seçme süreci genellikle çok zaman almakta ve yüksek maliyet gerektirmektedir. Bu yüksek maliyet ve fazla zamandan tasarruf etmek amacıyla McIntyre (1952), Avustralya'daki bir meranın ortalama ürün hasılat miktarını tahmin etmek için Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) (Ranked Set Sampling) isimli yeni bir yöntem tanıtmıştır. Literatürde bu yöntem kullanılarak popülasyona ilişkin ortalama, varyans ve oran tahminleri üzerine birçok çalışma mevcuttur. Son yıllarda çeşitli dağılımların bilinmeyen parametrelerini tahmin etmek için BRÖ ve SKÖ altında elde edilen En Çok Olabilirlik (EÇO) ve Bayes tahmin edicilerinin performanslarının karşılaştırıldığı çalışmalar yapılmaktadır.

Bu tez çalışmasında, özellikle emek, zaman ve maliyet kısıtından dolayı geliştirilen SKÖ'nün tarihsel süreçte istatistiksel literatürdeki teorik alt yapısı, avantajları, dezavantajları ve kullanım alanları incelenmiştir. Diğer taraftan, istatistiksel literatürde yaygın bir şekilde çalışılan SKÖ şeması kullanılarak Salehi ve Ahmadi

(2014) tarafından üst rekorlara dayalı sıralı küme örneklemesi (ÜRSKÖ) adı altında oluşturulan yeni şema temel alınarak bazı sürekli dağılımlar için parametre tahmini konusu ele alınmıştır.

Çalışmanın ilerleyen aşamalarında, Sıralı Küme Örneklemesine dayalı olarak Chen ve Üstel-Logaritmik Dağılımların bilinmeyen parametrelerinin tahmini probleminin araştırılması için En Çok Olabilirlik ve Bayes tahmin yöntemleri kullanılmıştır. BRÖ ve SKÖ altında iki parametreli Chen ve Üstel-Logaritmik Dağılımların bilinmeyen parametrelerinin en çok olabilirlik ve karesel kayıp fonksiyonu altında Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicilerinin, hata kareler ortalaması (HKO) ve yan bakımından performanslarını araştırmak için Monte Carlo simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Ayrıca simülasyon çalışmalarında, göreli etkinliklere de yer verilmiştir.

Tez çalışmasının son bölümlerinde ise, SKÖ şeması kullanılarak oluşturulan üst rekor değerlere dayalı SKÖ (ÜRSKÖ) altında iki parametreli Chen ve Üstel-Logaritmik Dağılımların bilinmeyen parametrelerinin önceki bölümlerde uygulanan yöntemler doğrultusunda yeni Monte Carlo simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Ayrıca bu simülasyon çalışmalarında BRÖ altında üst rekor değerlerine dayalı EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performansları da eş zamanlı olarak gözlenmiş olup sonuçlar ÜRSKÖ altında elde edilen tahminlerin performansları ile karşılaştırılmıştır. Son olarak simülasyon çalışmasında, göreli etkinliklere de yer verilmiştir.

1.2. Kaynak Araştırması

İstatistik literatüründe özellikle Sıralı Küme Örnekleme Yöntemi konulu çalışmalarda, bu yöntemin basit rasgele örnekleme yöntemine göre etkinliği ve tercih edilebilirliği tartışılmaktadır. Bu konu üzerinde yapılan çalışmalar aşağıda özetlenmiştir.

Avustralya'da mera verimini etkili bir şekilde tahmin etmek için McIntyre (1952), Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) olarak isimlendirilen yeni bir örnekleme yöntemini önermiştir. Takahasi ve Wakimoto (1968), SKÖ yöntemi kullanılarak bulunan popülasyon ortalaması tahmin edicisinin yansız ve bu tahmin edicinin varyansının, BRÖ ile elde edilen tahmin edicinin varyansından daha küçük olduğunu

göstermişlerdir. Aynı şekilde, Dell ve Clutter (1972) teorik araştırmalarında, sıralama hatalarından bağımsız olarak, bir popülasyon ortalaması için SKÖ yöntemi ile elde edilen tahmin edicinin yansız olduğunu ve BRÖ ile elde edilen tahmin ediciye göre daha etkin olduğunu göstermişlerdir. Stokes (1977), görsel karşılaştırma ve sıralama yerine yardımcı değişken aracılığıyla sıralama yapılmasını önermiştir. Yine, Stokes (1995), McIntyre'nin önerdiği sıralı küme örnekleme yönteminin avantajını araştırmış, popülasyon ortalaması μ ve popülasyon standart sapması σ hakkında aynı sayıdaki gözlemlerden oluşan BRÖ yönteminden daha fazla bilgi ürettiğini ortaya koymuştur. Aynı dönemde, (Patil, 1995), sıralı küme örneklemesinin BRÖ'ye göre deneysel ve teorik olarak daha etkin yığın ortalama tahmin edicilerini elde etmiştir. Barabesi ve El-Sharaawi (2001), çevresel ve ekolojik çalışmalarda, ölçümlerin pahalı ve zaman alıcı olması nedeniyle örnek birimleri için gerçek ölçümlerin elde edilmesinin zor olduğu durumlarda, örnek birimlerini görsel olarak sıralamanın kolay olabilmesi nedeniyle BRÖ yerine SKÖ yönteminin kullanılması gerektiğini önermişlerdir. Wolfe (2010), SKÖ'deki değişkenlerin BRÖ'ye göre, tüm popülasyon değerleri aralığının temsil edildiğine dair daha fazla güvence sağlayacak şekilde tasarlandığını vurgulamıştır.

Sıralı küme örneklemesinin yaygın kullanım alanları ile ilgili olarak Hussian (2014a) çevre uygulamaları, güvenilirlik ve kalite kontrol deneylerini işaret etmektedir. Aynı şekilde, Zamanzade ve Al-Omari (2016) çalışmalarında SKÖ'nün özellikle ana odak noktasının ekonomik ve etkin örnekleme stratejileri üzerinde olduğu çevresel ve ekolojik çalışmalar gibi birçok bilimsel alanda geniş şekilde uygulandığını vurgulamışlardır.

Diğer taraftan, SKÖ tekniği kullanılarak bazı sürekli dağılımlar için parametre tahmin edicilerinin varlığını araştıran çalışmalar da mevcuttur. Bunlardan Adatia (2000) yarı-lojistik dağılımlarda konum ve ölçek parametreleri için BRÖ ve SKÖ ile elde edilen tahmin ediciler önererek bunların karşılaştırılmalarını yapmıştır. Benzer bir çalışma da Abu-Dayyeh ve ark. (2004) tarafından özellikle güvenirlik alanında lojistik dağılım kullanılarak yapılmıştır.

Bu çalışmalara paralel olarak, SKÖ altında parametrelerin EÇO ve karesel kayıp fonksiyonu altında Bayes tahmin edicilerinin etkinliklerini araştıran ve bunun için simülasyon yöntemlerini kullanan çalışmaların varlığı da önem arz etmektedir. Bu

doğrultuda Hassan (2013), çalışmasında üstelleştirilmiş üstel dağılımını kullanmıştır. Sadek ve Alharbi (2014), SKÖ altında Weibull dağılımının bilinmeyen parametreleri için Bayes tahmini problemini incelemişlerdir. Dolayısıyla çalışmada karesel kayıp fonksiyonu ve LINEX kayıp fonksiyonu altında adı geçen dağılımın parametreleri için Bayes tahmin edicileri elde edilmiş ve bu tahmin ediciler simülasyon çalışmalarıyla karşılaştırılmıştır. Yine, Hussian (2014a), SKÖ altında genelleştirilmiş ters üstel dağılım için ölçek parametrelerinin bilinmesi durumunda, stres-dayanıklılık güvenilirliğinin EÇO tahmin edicilerinin performanslarını incelerken, Akgül ve Şenoğlu (2016), SKÖ altında Weibull dağılımının bilinmeyen parametreleri için uyarlanmış EÇO tahmin edicilerinin performanslarını incelemişlerdir. Hussian (2014b) çalışmasında ise Kumaraswamy dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahmini problemi, hem basit rasgele örnekleme hem de sıralı küme örnekleme teknikleri açısından incelenmiştir. Her iki yöntemle elde edilen EÇO ve Bayes tahmin edicilerinin performanslarının yanlılık ve hata kareler ortalaması bakımından karşılaştırılmasına yönelik bir simülasyon çalışması yapmıştır.

Ayrıca, BRÖ altında rekor değerlerine dayanan EÇO ve Bayes tahmin edicileri bulmaya yönelik de literatürde bazı çalışmalar mevcuttur. Soliman ve ark. (2006), iki parametreli Weibull dağılımının bilinmeyen parametreleri için rekor değerlere dayanan EÇO ve Bayes tahmin edicilerini türetmişlerdir. Aynı şekilde Baklizi (2008) çalışmasında, genelleştirilmiş üstel dağılımı kullanarak stres-dayanıklılık güvenirliliğinin Bayes tahmin edicilerine dayalı tam ve yaklaşık güven aralıklarını elde etmiştir. Yine, Soliman ve Al-Aboud (2008), Rayleigh dağılımının bilinmeyen parametrelerini tahmin etmek için Bayesci ve Bayesci olmayan yaklaşımlar kullanmışlardır. Benzer şekilde, Nasiri ve Hosseini (2012) çalışmalarında, Lomax dağılımını kullanarak rekorlara dayalı EÇO tahminini elde etmişlerdir. El-Sagheer (2014) yukarıdaki çalışmalara benzer metotla genelleştirilmiş lojistik dağılımın parametrelerinin tahminlerini elde etmiştir.

Bunlara paralel olarak Salehi ve Ahmadi (2014) çalışmalarında rekor değerleri üzerine yeni bir örnekleme tasarımı olan Üst Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (ÜRSKÖ)'yü tanıtmışlardır. Benzer şekilde, Salehi ve ark. (2016), rekor kırma verilerine dayalı bir örnekleme planını üst rekor sıralı küme örneklemesi olarak ele almışlardır. Bunun için tek parametreli üstel dağılımı kullanmışlardır. Yine, Salehi ve

Ahmadi (2015) çalışmalarında tek parametreli üstel dağılım kullanarak üst rekor sıralı küme örneklemesine dayanan stres-dayanıklılık güvenirliğinin nokta ve aralık tahminlerini ele almışlardır. Ayrıca bu çalışmada, ÜRSKÖ altında stres-dayanıklılık parametresi için bazı güven aralıkları oluşturularak bu güven aralıklarına ilişkin performanslar bir simülasyon çalışması ile karşılaştırılmıştır. Benzer şekilde, MirMostafaee ve Aminzadeh (2015) çalışmalarında, ÜRSKÖ altında Rayleigh dağılımı için Bayescil tahmin problemini incelemişlerdir. Farklı kayıp fonksiyonlarına göre bu dağılımın bilinmeyen parametreleri için Bayes tahmin ediciler ve bu tahmin edicilere dayalı Bayescil güven aralıklarını elde etmişlerdir. Khoshkhoo Amiri ve MirMostafaee (2016) çalışmalarında ise üst rekor sıralı küme örneklemesine dayalı olarak üstel dağılımın şekil parametresi için EÇO ve Bayes tahmin edicilerini elde etmişlerdir.

Son yıllara gelindiğinde, Hassan ve ark. (2018a) çalışmalarında genelleştirilmiş ters üstel dağılımının bilinmeyen parametreleri için karesel hata ve LINEX kayıp fonksiyonlarına göre Bayes tahmin edicilerini, üst rekor değerlere dayalı BRÖ ve üst rekor sıralı küme örneklemesine dayalı olarak incelemişlerdir. Aynı yazarlar; Hassan ve ark. (2018b) diğer çalışmalarında, ortak ölçek parametre ve farklı şekil parametreli genelleştirilmiş ters üstel dağılımlı X ve Y rasgele değişkenleri için R=P(Y<X)'nin tahmini problemini araştırmışlardır. Bunun için R'nin EÇO ve Lindley yaklaşımlı Bayes tahmin edicileri üst rekor verileri ve üst rekor sıralı küme örneklemesi temel alınarak elde edilmiştir.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde tez çalışmasında ihtiyaç duyulan Basit rasgele örnekleme, sıra istatistikleri, sıralı küme örneklemesi, rekor değerler ve parametre tahmini konuları incelenecektir.

2.1. Basit Rasgele Örnekleme Yöntemi (BRÖ)

Basit Rasgele Örnekleme yöntemi, sonlu elemanlı bir popülasyondan her bir birime eşit seçilme olasılığı verilerek iadeli veya iadesiz olarak *n* tane birimin seçilmesi ve bu birimlerin tek tek ölçülmesi sürecidir. Çıngı (1994), Wolfe (2010) ve Hussian (2014a) çalışmalarında bilinmeyen özellikleri olan popülasyondan çıkarım yapmak için en yaygın örnekleme yaklaşımının BRÖ olduğunu savunmuşlardır. Ne var ki, bu yöntem ile özellikle büyük popülasyonu olan araştırmalarda, örneklem seçme süreci genellikle çok zaman alıcı ve yüksek maliyet gerektirmektedir. Basit Rasgele Örnekleme (BRÖ) yöntemi ile herhangi bir problemin üstesinden gelmenin tek yolu örneklem büyüklüğünü arttırmaktır (Patil, 1995). Popülasyondaki birim sayısının çok büyük olduğu durumda, BRÖ yönteminde, popülasyon ortalamasının yansız tahmin edicisi ve varyansı,

$$\bar{X}_{BR\ddot{O}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{2.1}$$

$$Var\left(\bar{X}_{BR\ddot{O}}\right) = \frac{\sigma^2}{n} \tag{2.2}$$

biçiminde olup popülasyon varyansı için yansız tahmin edici,

$$S^2{}_{BR\ddot{O}} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}_{BR\ddot{O}}\right)^2 \tag{2.3}$$

şeklindedir.

2.2. Sıra İstatistikleri

Sıra istatistikleri, istatistiksel literatürde deprem ölçümleri, doğal afet tahminleri ve sigortacılık gibi alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır.

$X_1, X_2, ..., X_n$, F dağılımından alınan n -birimlik bir örneklem olsun. Bu örneklemin sıraya dizilmesiyle oluşturulan sıra istatistikleri $X_{(1)} \le X_{(2)} \le .... \le X_{(n)}$ biçiminde gösterilir. Burada X_i'lerin en küçüğü; $X_{(1)}$ ile gösterilen birinci sıra istatistiğini, X_i'lerin ikinci en küçüğü; $X_{(2)}$ ile gösterilen ikinci sıra istatistiğini ve X_i'lerin en büyüğünü; $X_{(n)}$ ile gösterilen *n'*inci sıra istatistiğini ifade eder (Arnold ve ark., 1998). Birinci ve *n'*inci sıra istatistiği matematiksel olarak $X_{(1)} = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ ve $X_{(n)} = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$ biçiminde gösterilir. 1. sıra istatistiğinin dağılım fonksiyonu;

$$F_{X_{(1)}}(x) = 1 - (1 - F(x))^n \tag{2.4}$$

biçiminde olup F sürekli ise 1. sıra istatistiğinin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_{X_{(1)}}(x) = n(1 - F(x))^{n-1} f(x) \tag{2.5}$$

şeklinde elde edilir. *n*'inci sıra istatistiğinin dağılım fonksiyonu

$$F_{X_{(n)}}(x) = (F(x))^n \tag{2.6}$$

şeklinde olup F 'in sürekli olması durumunda *n'*inci sıra istatistiğinin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_{X_{(n)}}(x) = n(F(x))^{n-1} f(x) \tag{2.7}$$

biçimindedir. $X_1, X_2, ..., X_n$ kesikli veya sürekli olan F dağılımına sahip bir örneklem ve $1 \le r \le n$ olmak üzere *r'*ninci sıra istatistiğinin dağılım fonksiyonu;

$$F_{X_{(r)}}(x) = P\left\{X_{(r)} \le x\right\} = \sum_{i=r}^{n} \binom{n}{i} (F(x))^i (1 - F(x))^{n-i} \tag{2.8}$$

şeklindedir. Diğer taraftan $X_1, X_2, ..., X_n$ sürekli bir F dağılımına sahip bir örneklem olmak üzere $X_{(r)}$'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f_r(x) = \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!} (F(x))^{r-1} (1 - F(x))^{n-r} f(x) \tag{2.9}$$

biçimindedir. $X_{(r)}$ ve $X_{(s)}$ sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde verilir;

$$f_{X_{(r)}}, f_{X_{(s)}}(x,y) = \frac{n!}{(r-1)!(s-r-1)!(n-s)!}(F(x))^{r-1}(F(y)-F(x))^{s-r-1}(1-F(y))^{n-s} f(x) f(y) \tag{2.10}$$

Burada x < y ve r < s'dir. Sonuç olarak, $X_{(r_1)} \le X_{(r_2)} \le .... \le X_{(r_k)}$ sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir;

$$f_{r_1,r_2,....,r_k}(x_1,x_2,...,x_k) = \frac{n!}{(n-r_k)!}\left[1-F(x_k)\right]^{n-r_k}\prod_{i=1}^{k}\frac{1}{(r_i-r_{i-1}-1)!}\left[F(x_i)-F(x_{i-1})\right]^{r_i-r_{i-1}-1} f(x_i) \tag{2.11}$$

burada $F(x_0)=0, r_0=0$ (Arnold ve ark., 1998).

2.3. Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ)

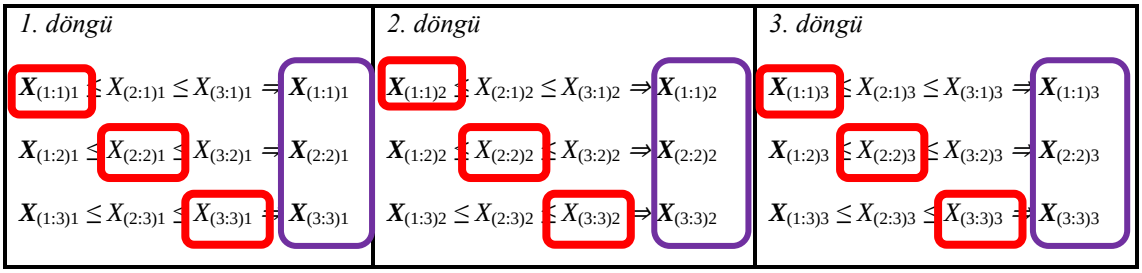
İstatistiksel çıkarımlarda, bir tahmin veya test problemiyle karşı karşıya kalındığında tipik olarak, bütçe kısıtlamalı verilerden elde edilen bilgi miktarı maksimize edilmeye çalışılır. Bu bağlamda, bilgi içeriğini yüksek tutan ve örnekleme maliyetini azaltan bir örnekleme tasarımı arzu edilir (Chen ve ark., 2004). Söz konusu örnekleme tasarımları, toplanan örnek verilerinin gerçekte popülasyonun iyi bir temsil olasılığını sağlamayı amaçlar. Veri toplama aşamalarının çoğunda ikincil amaç, verilerin elde edilmesiyle ilişkili maliyetlerin en aza indirilmesidir (Wolfe, 2010). Uygulamalarda yaygın bir şekilde kullanılan örnekleme yöntemlerinden biri olan Basit Rasgele Örnekleme (BRÖ) yöntemi ile popülasyondan örneklem seçme süreci genellikle çok zaman almakta ve yüksek maliyet gerektirmektedir. Bu yüksek maliyet ve fazla zamandan tasarruf etmek amacıyla McIntyre (1952), Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) (Ranked Set Sampling) isimli yeni bir yöntem tanıtmıştır. SKÖ yöntemi uygulamacılar tarafından BRÖ'ye göre daha çok tercih edilmektedir. SKÖ yönteminin daha çok tercih edilmesi, gözle görülür avantajların varlığına bağlıdır. Bu doğrultuda, Deshpande (2013) sıralı küme örneklemesi yönteminin, önemli ölçüde gözlem sayısını fazlalaştırmadan tahmin ve güven aralıkları gibi tekniklerin verimliliğini artırabilen bir

yöntem olduğunu savunmaktadır. Uygulamalı istatistikte araştırmacılar, genellikle örneklem gözlemlerinin gerçek ölçümlerinin emek, maliyet, zaman ve diğer faktörler nedeniyle doğrudan ölçülemediği, ancak nispeten kolay bir şekilde sıralanabildiği durumlar ile karşılaşırlar (Adatia, 2000). Bu tip durumlarda SKÖ yöntemi tercih edilebilir. SKÖ veri toplama sürecine daha fazla katkı sağlamak için popülasyondan ek bilgi kullanır ve temsili olan bir örneklemin seçilmesi olasılığını artırır. Bu durum, popülasyon parametre tahmin edicilerinin verimliliğini de artırır. Ayrıca, SKÖ çıkarımlarda istenen hassasiyeti elde etmek için ölçülen gözlem sayısını en aza indirecek şekilde tasarlanmıştır (Wolfe, 2010; Hussian, 2014a). Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) yöntemi aşağıdaki gibi tarif edilebilir:

Basit Rasgele Örnekleme Yöntemi ile sonsuz elemanlı bir popülasyondan m^2 büyüklüğünde örneklem seçilir ve örneklem birimleri her birinde m birim olacak şekilde m kümeye ayrılır. Her kümedeki birimler ilgilenilen değişkene göre ölçüm yapılmaksızın görsel olarak sıralanır. Daha sonra, birinci kümenin birinci sıradaki birimi, ikinci kümenin ikinci sıradaki birimi ve bu işlem m'inci kümenin m'inci sıradaki birimi seçilinceye kadar devam eder. Seçilen m birim ölçülerek popülasyondan örneklem seçim süreci tamamlanır. Bütün bu işlemler bir *döngü* olarak tanımlanır. Döngünün, r kere tekrarlanması ile mr büyüklüğünde sıralı küme örneklemi elde edilir (Chen ve ark., 2004).

Sonlu elemanlı bir popülasyondan sıralı küme örneklemesi ile örneklem seçme süreci ise aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

N elemanlı sonlu bir popülasyondan iadesiz olarak m tane birim BRÖ yöntemi ile seçilir. Seçim işlemi bağımsız bir şekilde m kez tekrarlanır. Dolayısıyla m birimli m tane küme elde edilir. Her bir örneklem (küme) içindeki elemanlar, iadesiz seçim ile elde edildiği için farklıdır. Fakat, farklı örneklemler (kümeler) popülasyondan bağımsız bir şekilde seçildiğinden bir kümedeki bir eleman diğer kümede bulunabilir. Diğer adımlar sonsuz elemanlı bir popülasyondan SKÖ elde etme süreci ile aynıdır (Patil ve ark., 1995; Kowalczyk, 2005). SKÖ yönteminde kümedeki birim sayısının 3, 4, 5 veya 6 gözlemden oluşması önerilir. $m = 3$ ve $r = 3$ olması durumunda SKÖ döngüleri aşağıdaki şekilde gösterildiği gibidir.



Şekil 2.1: Sıralı küme örneklemesi (m=3, r=3)

Şekil 2.1. incelendiğinde $m = 3$ ve $r = 3$ olması durumunda elde edilen $mr = 9$ birimlik sıralı küme örneklemi $\left(X_{(1:1)1}, X_{(2:2)1}, X_{(3:3)1}, X_{(1:1)2}, X_{(2:2)2}, X_{(3:3)2}, X_{(1:1)3}, X_{(2:2)3}, X_{(3:3)3}\right)$ biçiminde elde edilir. Burada $X_{(i:m)j}$: j. döngüde m boyutlu i. kümenin i. sıradaki birimin değerini ifade etmektedir ($i = 1,...,m$; $j = 1,...,r$). BRÖ ile SKÖ aşağıdaki örnek ile açıklanabilir;

Selçuk Üniversitesi Fen Fakültesinde okuyan öğrencilerin ortalama ağırlıkları tahmin edilmek istensin. Bunun için de fakülteden 10 öğrenci BRÖ ile seçilsin ve bu 10 öğrenciye ağırlıkları sorulsun. Bu öğrencilerin ağırlıklarının ortalaması, fakültedeki öğrencilerin ortalama ağırlıklarının tahminini verir. Bu rasgele seçilen 10 öğrenciden hepsi aşırı kilolu öğrencilerden oluşabilir. Bu durumda elde edilen tahmin güvenilir olmayacaktır ve bu durumda daha güvenilir sonuçlara ulaşmak için BRÖ ile seçilen öğrenci sayısının arttırılması gerekir. Bu da zaman ve maliyetin artmasına neden olacaktır. Bu örnek SKÖ'ne uyarlanırsa, ilk olarak fakülteden 10 öğrenci BRÖ ile seçilir, seçilen bu öğrenciler ağırlıklarına göre görsel olarak sıraya dizilir ve en düşük ağırlığa sahip öğrenci örnekleme alınır. Daha sonra fakülteden BRÖ ile 10 öğrenci seçilip görsel olarak sıraya dizildikten sonra ikinci en küçük olan örnekleme alınır. Bu şekilde devam edilerek onuncu BRÖ ile seçimdeki 10 öğrenci görsel olarak sıraya dizilerek onuncu öğrencinin örnekleme alınması ile fakülteden 10 öğrenci seçilmiş olur. Böylece sadece örnekleme alınan öğrencilere ağırlıkları sorulur. Bu seçilen öğrencilerin ağırlıkları ortalaması, fakültedeki öğrencilerin ortalama ağırlığının tahminini verir. Bu durumda, yani SKÖ yöntemi kullanıldığında zaman ve maliyet açısından tasarrufa gidilmiş olur. Ayrıca SKÖ ile elde edilen örneklemin, BRÖ yöntemine göre popülasyonu daha iyi temsil ettiği açıktır.

SKÖ yöntemiyle elde edilen popülasyon ortalamasının yansız tahmin edicisi

$$\bar{X}_{SKÖ} = \frac{1}{mr}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} X_{(i:m)j} \tag{2.12}$$

biçiminde olup $j = 1$ olması durumunda bu tahmin edicinin varyansı;

$$Var\left(\bar{X}_{SKÖ}\right) = \frac{\sigma^2}{m} - \frac{1}{m^2}\sum_{i=1}^{m}\left(\mu_{[i:m]} - \mu\right)^2 \tag{2.13}$$

şeklindedir (McIntyre, 1952; Zamanzade ve Al-Omari, 2016).

Burada

$$\mu_{[i:m]} = \int_{-\infty}^{\infty} x_{(i:m)} f_{X_{(i:m)}}\left(x_{(i:m)}\right) dx_{(i:m)} \tag{2.14}$$

$$f_{X_{(i:m)}}(x) = \frac{m!}{(i-1)!(m-i)!}\left(F\left(x_{(i:m)}\right)\right)^{i-1}\left(1-F\left(x_{(i:m)}\right)\right)^{m-i} f(x_{(i:m)}) \tag{2.15}$$

biçimindedir. Burada $x_{(i:m)}$: m boyutlu örnekleme ilişkin *i*'ninci sıra istatistiğinin aldığı değeri göstermektedir. (McIntyre, 1952; Zamanzade ve Al-Omari, 2016). SKÖ yöntemine göre elde edilen popülasyon varyansının yansız tahmin edicisi ise;

$$S^2{}_{stokes} = \frac{1}{rm-1}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}\left(X_{(i:m)j} - \bar{X}_{SKÖ}\right)^2 \tag{2.16}$$

şeklindedir (Stokes, 1980).

Varyansı küçük olan istatistiğin varyansı büyük olan istatistiğe göre daha etkin olduğu ilkesine dayanan Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)(GE) kavramı dikkate alındığında BRÖ ve SKÖ altında elde edilen ortalama tahmin edicilerinin göreli etkinliği;

$$1 \le GE = \frac{Var(\bar{X}_{BRÖ})}{Var(\bar{X}_{SKÖ})} \le \frac{m+1}{2} \tag{2.17}$$

şeklinde gösterilen sınırlar içerisindedir (Takahasi ve Wakimoto, 1968). Burada sıralı küme örneklemesi ve basit rasgele örneklemenin boyutlarının aynı olduğu varsayılmıştır.

2.4. Rekor Değerler (RD)

Chandler (1952) rekor değerlerini tanıtmış ve özellikleri hakkında temel bilgiler vermiştir. Arnold ve ark. (1998) çeşitli istatistiksel dağılımlar için rekor değerlerinin dağılımları ile ilgili detaylı bilgiler vermiş ve rekor değerleri temel alan istatistiksel çıkarımlar sağlamışlardır. Rekor değerler, gözlemlerin ortaya çıkma sırası ve değeri ile, belirlenen bir örneklem büyüklüğünde elde edilen sıra istatistikleri olarak görülebilir. Bazı olguların rekor değerleri, şimdiye kadar yapılmış en büyük veya en küçük değerlerden oluşan gözlemlerdir. Rekor değerler, alt ve üst rekor değerler olmak üzere ikiye ayrılır. Eğer bir gözlemin değeri önceki tüm gözlemlerden daha büyükse buna "üst" rekor değer denir. Şayet bir gözlemin değeri kendinden önceki gözlemlerden daha küçük ise, bu değer "alt" rekor değer olarak adlandırılır (Arnold ve ark., 1998; Baklizi, 2008). Rekorlar, endüstriyel stres testi, meteoroloji, spor, hidroloji ve ekonomi gibi bir çok alanda kullanılmaktadır. Örneğin; yağmur ve kar yağışları üzerine yapılan bir araştırmada, günümüze kadar gözlemlenen en yüksek ve en düşük yağış miktarlarını ifade eden rekor değerler gelecekteki yağmur ve kar yağışlarının tahmininin yapılabilmesinde önemli rol oynar (Ahmadi ve Doostparast, 2006). Ayrıca, müzayede faaliyetlerinde satış boyunca belirlenen taban fiyatından sonra, bir öncekinden daha fazla fiyat verme ritüeli, rekor istatistikleri için iyi bir örnek oluşturmaktadır. Rekor zamanları ve rekor değerler matematiksel olarak aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$X_1, X_2, ..., X_n, ...$ birbirinden bağımsız ve aynı sürekli F dağılımına sahip rasgele değişkenler dizisi olsun. $U(1) = 1$ olmak üzere $\{U(n), n \geq 1\}$ ile gösterilen üst rekorların görülme zamanları dizisinin genel terimi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$U(n) = \min\left\{i : i > U(n-1), X_i > X_{U(n-1)}\right\} \tag{2.18}$$

Burada $U(1), U(2), ..., U(n), ...$ üst rekor zamanlarını ve $X_{U(1)}, X_{U(2)}, ..., X_{U(n)}, ...$ ise üst rekor değerlerini ifade etmektedir. Birinci üst rekor değer olarak gösterilen $X_{U(1)}$'in dağılım fonksiyonu;

$$F_{X_{U(1)}}(x) = P\left\{X_{U(1)} \leq x\right\} = F(x) \tag{2.19}$$

biçiminde olup n'inci üst rekor değerin dağılım fonksiyonu ise

$$F_{X_{U(n)}}(x) = P\left\{X_{U(n)} \le x\right\} = \int_{-\infty}^{x} \frac{(R(u))^{n-1}}{(n-1)!} dF(u) \ , \ -\infty < x < \infty \tag{2.20}$$

şeklinde gösterilir. Burada $R(u) = -\ln(1-F(u))$'dur. n'inci üst rekor değerin olasılık yoğunluk fonksiyonu ise;

$$f_{X_{U(n)}}(x) = \frac{(R(x))^{n-1}}{(n-1)!} f(x) \tag{2.21}$$

biçimindedir. i'ninci ve j'ninci üst rekor değerlerin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu ise aşağıdaki gibi gösterilir;

$$f_{X_{U(i)},X_{U(j)}}(x_{u(i)}, x_{u(j)}) = \frac{(R(x_{u(i)}))^{i-1}}{(i-1)!} r(x_{u(i)}) \frac{\left\{R(x_{u(j)}) - R(x_{u(i)})\right\}^{j-i-1}}{(j-i-1)!} f(x_{u(j)}), \tag{2.22}$$

burada $-\infty < x_{u(i)} < x_{u(j)} < +\infty$ ve

$$r(x_{u(i)}) = \frac{f(x_{u(i)};\theta)}{1-F(x_{u(i)};\theta)} \tag{2.23}$$

biçimindedir.

$X_{\underline{U}} = \left(X_{U(1)}, X_{U(2)}, ..., X_{U(n)}\right)$ ile gösterilen ilk n adet üst rekor değerden oluşan rasgele vektörün gözlenen değerleri $x_{\underline{u}} = \left(x_{u(1)}, x_{u(2)}, ..., x_{u(n)}\right)$ olmak üzere $X_{\underline{U}}$'nun olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$f_{X_{\underline{U}}}(x_{u(1)}, x_{u(2)}, ..., x_{u(n)};\theta) = f(x_{u(n)};\theta) \prod_{i=1}^{n-1} r(x_{u(i)}), \tag{2.24}$$

biçimindedir. Burada $-\infty < x_{u(1)} < x_{u(2)} < ... < x_{u(n)} < +\infty$'dir (Arnold ve ark., 1998). $X_{U(1)}, X_{U(2)}, ..., X_{U(n)}$ ile gösterilen üst rekor değerler literatürde genelde $R_1, R_2, ..., R_n$ biçiminde gösterilir. Bu tez çalışması boyunca bu gösterim kullanılacaktır.

Teorem 2.1 $R_1, R_2, ..., R_n$ herhangi bir sürekli F dağılımından elde edilmiş üst rekor değerler olmak üzere $W_i = F\left(R_i\right)$ rasgele değişkeni *Düzgün*(0,1) dağılımdan elde

edilmiş i'ninci üst rekor olup $Y_i = -\ln(1-W_i)$ rasgele değişkeni ise standart üstel dağılımdan elde edilmiş i'ninci üst rekordur. Burada $W_1 < W_2 < ... < W_n$ ve $Y_1 < Y_2 < ... < Y_n$ şeklinde sıralıdırlar. Bu durumda

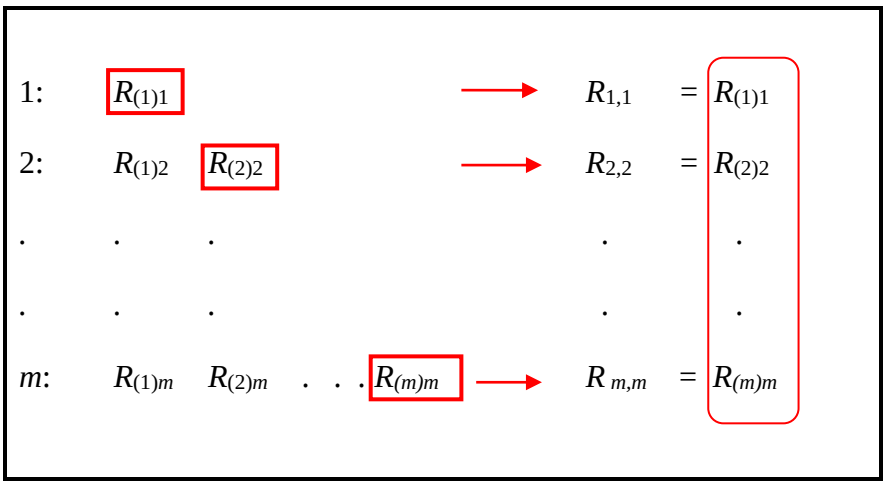
$$\begin{aligned} X_1 &= Y_1 \\ X_2 &= Y_2 - Y_1 \\ &... \\ X_n &= Y_n - Y_{n-1} \end{aligned} \qquad (2.25)$$

biçiminde gösterilen $X_1, X_2, ..., X_n$ rasgele değişkenleri bağımsız ve standart üstel dağılıma sahip rasgele değişkenlerdir. Ayrıca Y_i, $X_1 + X_2 + ... + X_i = Y_i$ şeklinde yazılabilir. (Arnold ve ark., 1998; Abdi ve Asgharzadeh, 2017).

2.5. Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (RSKÖ)

Salehi ve Ahmadi (2014) çalışmalarında SKÖ'nün mantığına dayanan rekor sıralı küme örneklemesini (RSKÖ) şu şekilde tanımlamaktadırlar:

Sürekli rasgele değişkenlerden oluşan m tane bağımsız diziler ele alınsın. Burada i'ninci dizi örneklemesi, i'ninci büyük gözlem (i'ninci rekor) görüldüğünde sonlandırılır. Analiz için mevcut olan tek gözlem, her dizideki son rekor değeridir. Bu tasarım, Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (RSKÖ) olarak tanımlanır. Aslında bu örnekleme şeması, genel bir SKÖ'ye dayanmaktadır. $R = (R_{1,1}, R_{2,2}, ..., R_{m,m})$ şemalı m boyutunda bir RSKÖ için aşağıda şekildeki prosedür kullanılır:



Şekil 2.2: Rekor sıralı küme örneklemesi

Burada $R_{(i),j}$, j'ninci dizideki i'ninci olağan rekordur. $R_{i,i}$ ler bağımsız rasgele değişkenler olup sıralı olmak zorunda değildir. $R_{i,i}$ üst rekor değerine ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu ve $R_{1,1}, R_{2,2}, ..., R_{m,m}$ üst rekor değerlere ilişkin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu sırasıyla (2.21) ve (2.24) eşitlikleri yardımıyla kolayca elde edilebilir.

RSKÖ'ne dayalı prosedür, bir örnek ile açıklanabilir. Ortak F yaşam dağılımına sahip bağımsız çalışan ve n tane özdeş bileşenden oluşan bir sistem düşünülsün. Bu sistem, tamir edilebilir paralel bağlı ve minimum olarak tamir etme mantığı ile çalışsın. Burada minimum tamir, sistemin arıza oluşmadan hemen önceki durumuna getirildiği anlamına gelmektedir. Dolayısıyla sistemin yaşı tamir etme eylemi yüzünden değişmemektedir. Burada i'ninci parça $(i = 1, 2, ..., n)$, $(m_i - 1)$ $(m_i \geq 1)$ kere tamir edilebilir olsun. Yani, m_i'ninci arızadan sonra tamir edilemez olsun. Bu durumda $\left(\sum_{i=1}^{n} m_i \right)$'ninci arıza sistem için ölümcüldür ve sistemin yaşam süresi $\max\{T_1, ..., T_n\}$ şeklinde verilebilir. Burada T_i, i'ninci bileşenin yaşam süresini göstermektedir. Diğer taraftan minimum tamir işlemli sistemin yaşam süresi olan $\max\{T_1, ..., T_n\}$ ile bağımsız ve aynı F dağılımdan türetilen üst rekor değerleri ile oluşturulan $\max\{R_{m_1,m_1}, ..., R_{m_n,m_n}\}$ ile aynı dağılıma sahiptir. Sonuç olarak, T_i rasgele değişkeninin dağılımı ile R_{m_i,m_i}'nin dağılımı aynıdır. Bütün sistemin yaşam süresini elde etmek için her R_{m_i,m_i}'yi bilmek yeterli olacaktır. Bu tez çalışmasında $m_i = i$ olarak alınmıştır.

2.6. Parametre Tahmini

Popülasyon (kitle) özellikleri hakkında bilgi sahibi olunabilmesi için popülasyon parametrelerin tahmin edilmesi gerekir. Bu parametrelerin tahmin edilmesi için olasılık (yoğunluk) fonksiyonu $f(x|\boldsymbol{\theta})$ olan bir kitleden çekilen rasgele örneklem kullanılır. Popülasyonun bilinmeyen parametreleri için en çok olabilirlik, Bayes gibi tahmin edici elde etme yöntemleri kullanılarak birçok tahmin edici bulunabilir. Bu tahmin edicilerin performanslarını ölçmek için kullanılan kriterlerden en yaygını Hata Kareler Ortalaması (HKO) ve yan kriterleridir. Bir tahmin edici ile bilinmeyen parametre arasındaki

ortalama karesel fark HKO ile, tahmin edicinin beklenen değeri ile bilinmeyen parametre arasındaki fark ise yan ile ölçülür (Casella ve Berger, 2002).

2.6.1. Yan ve Hata Kareler Ortalaması (HKO)

$X_1, X_2, ..., X_n$, $f(x|\theta), \theta \in \Theta$ olasılık (yoğunluk) fonksiyonuna sahip n-birimlik örneklem, $\tau(\theta)$, θ'nın gerçek değerli bir fonksiyonu ve $T = T(X_1, ..., X_n)$, $\tau(\theta)$'nın bir tahmin edicisi olsun. $\tau(\theta)$ için $T = T(X_1, ..., X_n)$ tahmin edicisinin yanı;

$$Yan_{\tau(\theta)}(T) = E_\theta(T) - \tau(\theta) \tag{2.26}$$

biçiminde tanımlanır. $\tau(\theta)$ için $T = T(X_1, ..., X_n)$ tahmin edicisinin HKO'sı;

$$\begin{aligned} HKO_{\tau(\theta)}(T) &= E_\theta\left(T - \tau(\theta)\right)^2 \\ &= Var_\theta(T) + \left[Yan_{\tau(\theta)}(T)\right]^2 \end{aligned} \tag{2.27}$$

şeklinde tanımlanır. Şayet, $\forall \theta \in \Theta$ için $E_\theta(T) = \tau(\theta)$ ise $T = T(X_1, ..., X_n)$'ye $\tau(\theta)$'nın yansız tahmin edicisi adı verilir. (2.27) eşitliği incelenirse yansız bir tahmin edicinin HKO'sı bu tahmin edicinin varyansına eşittir (Olive, 2014). Tahmin probleminde, $\tau(\theta)$ için birçok tahmin edici olduğundan bu tahmin edicilerden HKO'sı küçük olan tahmin edicinin seçilmesi tercih edilebilir. $\forall \theta \in \Theta$ için mevcut olan iki tahmin ediciden hangisinin tercih edilebileceği göreli etkinlik (relative efficiency) kavramı ile de belirlenebilir.

2.6.2. Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)

T ve T^*, $\tau(\theta)$ için iki tahmin edici olmak üzere T'nin T^*'a göre göreli etkinliği;

$$RE_\theta(T, T^*) = \frac{HKO_{\tau(\theta)}(T^*)}{HKO_{\tau(\theta)}(T)}, \quad \forall \theta \in \Theta \tag{2.28}$$

biçiminde tanımlanır. $\forall \theta \in \Theta$ için $RE_\theta(T, T^*) \geq 1$ ise T göreli olarak T^*'dan daha etkindir denir. Burada T^* tahmin edicisine kabul edilemez (inadmissible) tahmin edici denir (Mittelhammer ve Mittelhammer, 2013).

Tahmin edici elde etme yöntemlerinden en çok olabilirlik ve Bayes tahmin yöntemleri aşağıdaki alt bölümlerde incelenmiştir.

2.6.3. En Çok Olabilirlik (EÇO) Tahmin Yöntemi

En çok olabilirlik tahmin yöntemi literatürde en çok kullanılan parametre tahmin yöntemlerindendir. Popülasyondan alınan örneklem değerlerinin gerçekleşme olabilirliğini en büyük yapan popülasyon parametrelerini belirleme ilkesine dayanan bu yöntem aşağıdaki şekilde özetlenebilir;

$\mathbf{X} = \left(X_1, X_2, ..., X_n \right) \sim f\left(\mathbf{x} \middle| \boldsymbol{\theta} = \left(\theta_1, ..., \theta_k \right) \right), \boldsymbol{\theta} \in \Theta \subset \Re^k$ ortak olasılık (yoğunluk) fonksiyonuna sahip bir rasgele vektör olmak üzere $\boldsymbol{\theta}$'nın bir fonksiyonu olarak düşünülen ve $L\left(\boldsymbol{\theta} \middle| \mathbf{x} \right) = f\left(\mathbf{x} \middle| \boldsymbol{\theta} \right) = f\left(x_1, ..., x_n \middle| \boldsymbol{\theta} \right)$ biçiminde tanımlanan $L\left(\boldsymbol{\theta} \middle| \mathbf{x} \right)$ fonksiyonuna olabilirlik fonksiyonu denir. Burada Θ parametre uzayını göstermektedir. Eğer, $X_1, X_2, ..., X_n$ bağımsız ve aynı dağılımlı rasgele değişkenler ise olabilirlik fonksiyonu;

$$L\left(\boldsymbol{\theta} \middle| \mathbf{x} \right) = f\left(\mathbf{x} \middle| \boldsymbol{\theta} \right) = f\left(x_1 \middle| \boldsymbol{\theta} \right) ... f\left(x_n \middle| \boldsymbol{\theta} \right) \tag{2.29}$$

şeklinde yazılabilir (Rohatgi ve Saleh, 2001). Olabilirlik fonksiyonunu en büyük yaparak elde edilen ve $\hat{\boldsymbol{\theta}}\left(\mathbf{X} \right)$ ile gösterilen $\boldsymbol{\theta}$'nın EÇO tahmin edicisi;

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}\left(\mathbf{X} \right) = \arg\max_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta} L\left(\boldsymbol{\theta} \middle| \mathbf{x} \right) \tag{2.30}$$

şeklinde tanımlanır. e tabanlı logaritmik bir fonksiyon (ln) ciddi monoton artan olduğundan olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapan $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ tahmini ile olabilirlik fonksiyonunun logaritmasını (ln) maksimum yapan $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ tahmini aynıdır. Yani (2.30) eşitliği;

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}\left(\mathbf{X} \right) = \arg\max_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta} L\left(\boldsymbol{\theta} \middle| \mathbf{x} \right) = \arg\max_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta} \ln L\left(\boldsymbol{\theta} \middle| \mathbf{x} \right) \tag{2.31}$$

şeklinde de ifade edilebilir (Mittelhammer ve Mittelhammer, 2013).

2.6.3.1. En Çok Olabilirlik (EÇO) Tahmin Edicilerinin Özellikleri

a- Bilinmeyen parametreler için EÇO tahmini tek olmayabilir (Rohatgi ve Saleh, 2001).

b- Bilinmeyen parametreler için EÇO tahmini mevcut olmayabilir (Rohatgi ve Saleh, 2001).

c- EÇO tahmin edicisi yeterli istatistiklerin fonksiyonlarıdır (Rohatgi ve Saleh, 2001).

d- Eğer $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\boldsymbol{\theta}$ için EÇO tahmin edicisi ise $\tau(\boldsymbol{\theta})$ için EÇO tahmin edicisi $\tau\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)$' dır. (EÇO edicisinin değişmezlik özelliği) (Casella ve Berger, 2002).

e- EÇO tahmin edicileri bazı düzgünlük koşulları altında asimptotik normal, asimptotik etkin ve tutarlı tahmin edicilerdir (Casella ve Berger, 2002; Mittelhammer ve Mittelhammer, 2013).

2.6.4. Bayes Tahmin Yöntemi

Bayes yaklaşımında, $X_1, X_2, ..., X_n$ örneklemi θ rasgele değişkeni ile koşullandırılmış bir $f(x|\theta)$ olasılık (yoğunluk) fonksiyonuna sahip bir dağılımdan alındığı düşünülür. Bu yaklaşımda, θ'nın olasılık dağılımına prior (önsel) dağılım adı verilir. $\pi(\theta)$ ile gösterilen prior (önsel) dağılım daha önce yapılan çalışmalara göre araştırmacı tarafından belirlenir. Bu örneklem bilgisi ile güncellenen prior dağılıma ise posterior (sonsal) dağılım adı verilir. Bu güncelleme işlemi Bayes kuralına göre yapılır. Buna göre örneklemin $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ gözlenen değerleri verildiğinde θ rasgele değişkenin koşullu dağılımı yani posterior dağılım;

$$\pi(\theta|\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x},\theta)}{f(\mathbf{x})} = \frac{f(\mathbf{x}|\theta)\pi(\theta)}{\int\limits_{\theta\in\Theta} f(\mathbf{x}|\theta)\pi(\theta)} \tag{2.32}$$

biçiminde elde edilir. Bayes yaklaşımında, gerçek parametre ile tahmini arasındaki kaybı gösteren fonksiyona kayıp fonksiyonu denir. Kayıp fonksiyonunun beklenen değerini minimum yapan tahmin ediciye ilgili kayıp fonksiyonu altında elde edilen Bayes tahmin edicisi denir. Literatürde birçok kayıp fonksiyonu çeşidi vardır. Bu fonksiyonlardan en yaygın kullanılanı gerçek parametre ile tahmini arasındaki farkın karesini ifade eden karesel kayıp fonksiyonudur. Karesel kayıp fonksiyonunun beklenen değerini minimum yapan tahmin edici sonsal dağılımın beklenen değeri olup bu tahmin ediciye karesel kayıp fonksiyonu altında Bayes tahmin edicisi adı verilir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\hat{\theta}_{bayes} = E\left(\theta|\mathbf{X}\right) = \int_{\theta\in\Theta} \theta\pi\left(\theta|\mathbf{x}\right)d\theta$$
$$= \frac{\int_{\theta\in\Theta} \theta f\left(\mathbf{x}|\theta\right)\pi\left(\theta\right)d\theta}{\int_{\theta\in\Theta} f\left(\mathbf{x}|\theta\right)\pi\left(\theta\right)d\theta} = \frac{\int_{\theta\in\Theta} \theta L\left(\theta|\mathbf{x}\right)\pi\left(\theta\right)d\theta}{\int_{\theta\in\Theta} L\left(\theta|\mathbf{x}\right)\pi\left(\theta\right)d\theta} \tag{2.33}$$

Burada $L\left(\theta|\mathbf{x}\right)$, olabilirlik fonksiyonunu göstermektedir (Casella ve Berger, 2002; Öztürk ve ark., 2006). Şayet, $\boldsymbol{\theta} = \left(\theta_1,...,\theta_k\right)$ biçiminde birden çok parametre olması durumunda $\boldsymbol{\theta}$'nın herhangi bir fonksiyonu olan $u\left(\boldsymbol{\theta}\right)$'nın Bayes tahmin edicisi ise;

$$\hat{u}_{bayes} = E\left(u\left(\boldsymbol{\theta}\right)\middle|\mathbf{x}\right) = \frac{\int_{\boldsymbol{\theta}\in\Theta} u\left(\boldsymbol{\theta}\right)L\left(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}\right)\pi\left(\boldsymbol{\theta}\right)d\boldsymbol{\theta}}{\int_{\boldsymbol{\theta}\in\Theta} L\left(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}\right)\pi\left(\boldsymbol{\theta}\right)d\boldsymbol{\theta}}$$
$$= \frac{\int_{\boldsymbol{\theta}\in\Theta} u\left(\boldsymbol{\theta}\right)e^{\ell\left(\boldsymbol{\theta}\right)+\rho\left(\boldsymbol{\theta}\right)}d\boldsymbol{\theta}}{\int_{\boldsymbol{\theta}\in\Theta} e^{\ell\left(\boldsymbol{\theta}\right)+\rho\left(\boldsymbol{\theta}\right)}d\boldsymbol{\theta}} \tag{2.34}$$

şeklinde elde edilir. Burada $\ell\left(\boldsymbol{\theta}\right)$, log-olabilirlik fonksiyonu ve $\rho\left(\boldsymbol{\theta}\right)$ ise ortak önsel dağılımın doğal e tabanlı logaritmasıdır. Yukarıdaki eşitlikte $\theta_1,...,\theta_k$'nın bağımsız olduğu varsayılır. Özet olarak Bayes yaklaşımı, eski bilgilerin yeni bilgi ile güncellenmesi olarak düşünülebilir. Bayes yaklaşımında, parametrelerin alabileceği değerler dikkate alınarak uygun istatistiksel dağılımlar önsel dağılım olarak seçilebilir.

(2.33) ve (2.34) eşitliklerindeki integrallerin hesaplanması her zaman mümkün olamamaktadır. Bu tip durumlarda Bayes tahmin edicilerinin elde edilmesi için yaklaşık yöntemlere ihtiyaç duyulur. En çok kullanılan yöntemlerden biri Tierney-Kadane yaklaşımıdır.

2.6.4.1. Tierney-Kadane Yaklaşımı

Tierney ve Kadane (1986), (2.34) eşitliğindeki integrallerin oranının hesaplanabilmesi için alternatif bir metot önermişlerdir. Bu metotta kullanılan formüller aşağıdaki gibidir.

$$K(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{n}\left\{\rho(\boldsymbol{\theta}) + \mathrm{l}(\boldsymbol{\theta})\right\} \tag{2.35}$$

$$K^*(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{n}\left\{\log u(\boldsymbol{\theta}) + \mathrm{l}(\boldsymbol{\theta})\right\} \tag{2.36}$$

$u(\boldsymbol{\theta})$'nın Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicisi;

$$\hat{u}_{BTK} = E\left(u(\boldsymbol{\theta}) \mid \underline{x}\right) = \frac{\int\limits_{\boldsymbol{\theta}\in\Theta} e^{nK^*(\boldsymbol{\theta})} d\boldsymbol{\theta}}{\int\limits_{\boldsymbol{\theta}\in\Theta} e^{nK(\boldsymbol{\theta})} d\boldsymbol{\theta}} \tag{2.37}$$

şeklinde elde edilir. Bu integralin yaklaşık formu;

$$\hat{u}_{BTK}(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{\det \sum^*}{\det \sum}\right) \exp\left\{n\left(K^*\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*\right) - K\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right)\right\} \tag{2.38}$$

biçiminde yazılabilir. Burada $\hat{\boldsymbol{\theta}}^*$ ve $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, sırasıyla $K^*\left(\boldsymbol{\theta}\right)$ ve $K\left(\boldsymbol{\theta}\right)$ fonksiyonlarını en büyük yapan $\boldsymbol{\theta}$ değerleridir. $\sum^*$ ve $\sum$ matrisleri bulunurken önce sırasıyla $K^*\left(\boldsymbol{\theta}\right)$ ve $K\left(\boldsymbol{\theta}\right)$ fonksiyonlarının $\boldsymbol{\theta}$'ya göre ikinci türevleri alınarak oluşturulan yeni matrisler elde edilir. Elde edilen bu yeni matrislerde $\boldsymbol{\theta}$ yerine sırasıyla $\hat{\boldsymbol{\theta}}^*$ ve $\hat{\boldsymbol{\theta}}$'nın yazılması ile elde edilen bu matrislerin terslerinin negatifleri sırası ile $\sum^*$ ve $\sum$ matrislerini oluşturur. (Ahmad ve Jaheen, 1995).

3. BAZI SÜREKLİ DAĞILIMLAR İÇİN BRÖ, SKÖ VE RSKÖ ALTINDA PARAMETRE TAHMİNİ

3.1. Chen Dağılımı

Chen dağılımı, küvet şeklinde veya artan bozulma oranına sahip yaşam zamanı verileri için kullanılabilen ve Chen (2000) tarafından önerilen iki-parametreli bir yaşam zamanı dağılımıdır. (λ, β) parametreli Chen dağılımına sahip bir X rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonu (df) ve olasılık yoğunluk fonksiyonu (oyf) aşağıdaki şekilde verilmiştir;

$$F(x) = 1 - \exp(\lambda(1 - e^{x^{\beta}})) \tag{3.1}$$

$$f(x) = \lambda x^{\beta-1} \beta \exp(x^{\beta}) \exp(\lambda(1 - e^{x^{\beta}})), \qquad x > 0, \lambda > 0, \ \beta > 0 \tag{3.2}$$

3.1.1. Chen Dağılımı İçin BRÖ Altında EÇO Tahmini

$X_1, X_2, ..., X_n$ bağımsız ve aynı $Chen(\lambda, \beta)$ dağılımından alınan *n*-birimlik bir örneklem olmak üzere bu örnekleme ilişkin olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla

$$\begin{aligned} L(\lambda, \beta | \mathbf{x}) &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i \mid \lambda, \beta) \\ &= \prod_{i=1}^{n} \lambda x_i^{\beta-1} \beta \exp(x_i^{\beta}) \exp(\lambda(1 - e^{x_i^{\beta}})) \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned} \ell(\lambda, \beta | \mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{n} \log\left(\lambda x_i^{\beta-1} \beta \exp(x_i^{\beta}) \exp\left(\lambda(1 - e^{x_i^{\beta}})\right)\right) \\ &= n \ln \lambda + n \ln \beta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^{n} \ln x_i + \sum_{i=1}^{n} x_i^{\beta} + \sum_{i=1}^{n} \lambda\left(1 - e^{x_i^{\beta}}\right) \end{aligned} \tag{3.4}$$

şeklindedir. λ ve β'nın en çok olabilirlik tahmin edicileri, $\frac{d \ln L(\lambda, \beta | \mathbf{x})}{d\lambda} = 0$ ve $\frac{d \ln L(\lambda, \beta | \mathbf{x})}{d\beta} = 0$ eşitlikleri sonucunda elde edilen lineer olmayan denklemlerin sayısal analiz yöntemleri ile çözümünden bulunur.

3.1.2. Chen Dağılımı İçin Üst Rekor Değerlere (RD) Dayalı EÇO Tahmini

$X_{\underline{U}} = \left(X_{U(1)}, X_{U(2)}, ..., X_{U(n)} \right)$, $Chen(\lambda, \beta)$ dağılımından alınan n büyüklüğünde üst rekor değerler dizisi ve $X_{\underline{U}}$'nun gözlenen değerleri $x_{\underline{u}} = \left(x_{u(1)}, x_{u(2)}, ..., x_{u(n)} \right)$ olmak üzere üst rekor değerlere dayanan olabilirlik fonksiyonu ve log-olabilirlik fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} L(\lambda, \beta | x_{\underline{u}}) &= f(x_{u(n)} | \lambda, \beta) \prod_{i=1}^{n-1} \frac{f(x_{u(i)} | \lambda, \beta)}{1 - F(x_{u(i)} | \lambda, \beta)} \\ &= \lambda x_{u(n)}^{\beta-1} \beta e^{x_{u(n)}^{\beta}} \exp(\lambda(1 - e^{x_{u(n)}^{\beta}})) \prod_{i=1}^{n-1} \lambda x_{u(i)}^{\beta-1} \beta e^{x_{u(i)}^{\beta}} \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\ell(\lambda, \beta | x_{\underline{u}}) = n \ln \lambda + n \ln \beta + \lambda(1 - e^{x_{u(n)}^{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} (\beta - 1) \ln x_{u(i)} + \sum_{i=1}^{n} x_{u(i)}^{\beta} \tag{3.6}$$

biçimindedir. λ ve β için en çok olabilirlik tahmin edicileri log-olabilirlik fonksiyonlarını en büyük yapan parametre değerleri elde edilerek bulunur (Faizan ve Sana, 2018).

3.1.3. Chen Dağılımı İçin SKÖ Altında EÇO Tahmini

$X_{(i:m)j}$, j'ninci döngüde $Chen(\lambda, \beta)$ dağılımından alınan m boyutlu i'ninci kümedeki i'ninci sıra istatistiği olsun. Burada $i = 1, ..., m$ ve $j = 1, ..., r$'dir. m; küme büyüklüğü, r; döngü sayısı olmak üzere $\mathbf{X}_{(i:m)j} = \left(X_{(i:m)j}, i = 1, ..., m; j = 1, ..., r \right)$, $Chen(\lambda, \beta)$ dağılımından alınan $n = mr$ büyüklüğünde sıralı küme örneklemini oluşturur. $X_{(i:m)j}$'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu sıra istatistikleri göz önüne alınarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$f_{X_{(i:m)j}}(x_{(i:m)j}) = \frac{m!}{(i-1)!(m-i)!} \left[F(x_{(i:m)j}) \right]^{i-1} \left[1 - F(x_{(i:m)j}) \right]^{m-i} f(x_{(i:m)j}) \tag{3.7}$$

SKÖ'ye dayanan olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir:

$$L(\lambda,\beta\left|\mathbf{x}_{(i:m)\,j}\right.)=\prod_{j=1}^{r}\prod_{i=1}^{m}f_{X_{(i:m)\,j}}(x_{(i:m)\,j})$$
$$=\prod_{j=1}^{r}\prod_{i=1}^{m}C\left[1-\exp\left(\lambda(1-e^{x_{(i:m)\,j}^{\beta}})\right)\right]^{i-1}\left[\exp\left(\lambda(1-e^{x_{(i:m)\,j}^{\beta}}\right)\right]^{m-i} \tag{3.8}$$
$$\times\lambda x_{(i:m)\,j}^{\beta-1}\beta e^{x_{(i:m)\,j}^{\beta}}\exp\left(\lambda(1-e^{x_{(i:m)\,j}^{\beta}})\right)$$

Burada $C=\dfrac{m!}{(i-1)(m-i)!}$ biçimindedir. Bu durumda log-olabilirlik fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\ell(\lambda,\beta\left|\mathbf{x}_{(i:m)\,j}\right.)=mr\ln C+\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}(i-1)\ln\left[1-\exp\left(\lambda(1-e^{x_{(i:m)\,j}^{\beta}})\right)\right]$$
$$+\sum_{p=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}(m-i)\lambda(1-e^{x_{(i:m)\,j}^{\beta}}) \tag{3.9}$$
$$+\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}\left(\ln\lambda+(\beta-1)\ln x_{(i:m)\,j}+\ln\beta+x_{(i:m)\,j}^{\beta}+\lambda(1-e^{x_{(i:m)\,j}^{\beta}})\right)$$

λ ve β parametreleri için en çok olabilirlik tahmin edicileri, $\dfrac{d\ell(\lambda,\beta\left|\mathbf{x}_{(i:m)\,j}\right.)}{d\lambda}=0$ ve $\dfrac{d\ell(\lambda,\beta\left|\mathbf{x}_{(i:m)\,j}\right.)}{d\beta}=0$ eşitlikleri sonucunda elde edilen lineer olmayan denklemlerin sayısal analiz yöntemler ile çözümünden elde edilir.

3.1.4. Chen Dağılımı İçin RSKÖ Altında EÇO Tahmini

$R_{i,i(j)}$, j'ninci döngüde $Chen(\lambda,\beta)$ dağılımından alınan i'ninci kümedeki i'ninci olağan rekor istatistiği olsun. Burada $i=1,....,m$ ve $j=1,....,k$'dir. m; küme büyüklüğü, k; döngü sayısı olmak üzere $\mathbf{R}=\left(R_{i,i(j)},i=1,....,m;\,j=1,....,k\right)$, j'ninci döngüde $Chen(\lambda,\beta)$ dağılımından alınan $n=mk$ büyüklüğünde rekor sıralı küme örneklemini oluşturur. Burada $R_{i,i(j)}$'ler bağımsız rasgele değişkenler olup sıralı olmak zorunda değildir. $\mathbf{R}$'nin gözlenen vektörü $\mathbf{r}=\left(r_{i,i(j)},i=1,....,m;\,j=1,....,k\right)$ olmak üzere Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (RSKÖ)'ne ilişkin olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir:

$$L(\lambda,\beta|\mathbf{r}) = \prod_{j=1}^{k}\prod_{i=1}^{m} \frac{\left(-\log(1-F(r_{i,i(j)})\right)^{i-1}}{(i-1)!} f(r_{i,i(j)})$$
$$= \prod_{j=1}^{k}\prod_{i=1}^{m} \left[\frac{\left(-\lambda\left(1-\exp(r_{i,i(j)}^{\beta})\right)\right)^{i-1}}{(i-1)!} \lambda r_{i,i(j)}^{\beta-1} \beta \, e^{r_{i,i(j)}^{\beta}} \exp(\lambda(1-e^{r_{i,i(j)}^{\beta}})) \right] \quad (3.10)$$

Log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\ell(\lambda,\beta|\mathbf{r}) = mk\ln\lambda + mk\ln\beta + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{m}(i-1)\ln\left(-\lambda\left(1-\exp(r_{i,i(j)}^{\beta})\right)\right)$$
$$+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{m}\left[(\beta-1)\ln(r_{i,i(j)}) + r_{i,i(j)}^{\beta} + \lambda(1-e^{r_{i,i(j)}^{\beta}}) - \ln((i-1)!)\right] \quad (3.11)$$

şeklindedir. λ ve β'nın en çok olabilirlik tahmin edicileri, (3.11) eşitliğinin sırasıyla λ ve β'ya göre türevlerinin 0'a eşitlenmesi sonucunda oluşan lineer olmayan denklem sistemlerinin sayısal analiz yöntemleri ile çözümünden bulunur.

3.1.5. Chen Dağılımı İçin BRÖ, SKÖ, RDBRÖ ve RSKÖ Altında Yaklaşık Bayes Tahmini

Bayes tahmininde $Chen(\lambda,\beta)$ dağılımının λ ve β parametreleri birer rasgele değişken olarak düşünülür. λ ve β, birbirinden bağımsız ve sırasıyla (d_1,e_1) ve (d_2,e_2) parametreli Gamma dağılımına sahip rasgele değişkenler olarak düşünüldüğünde ilgili rasgele değişkenlere ilişkin önsel (prior) dağılımlar aşağıda gibi yazılabilir.

$$\pi_1(\lambda) = \frac{\lambda^{d_1-1} e_1^{d_1} \exp(e_1\lambda)}{\Gamma(d_1)} \quad (3.12)$$

$$\pi_2(\beta) = \frac{\beta^{d_2-1} e_2^{d_2} \exp(e_2\beta)}{\Gamma(d_2)} \quad (3.13)$$

λ ve β için ortak önsel (prior) dağılım ve logaritması ise sırasıyla;

$$\pi(\lambda,\beta) = \frac{e_1^{d_1} e_2^{d_2}}{\Gamma(d_1)\Gamma(d_2)} \lambda^{d_1-1}\exp(e_1\lambda)\beta^{d_2-1}\exp(e_2\beta) \quad (3.14)$$

$$\rho = \ln(\pi(\lambda,\beta)) = \ln\left(\frac{e_1^{d_1} e_2^{d_2}}{\Gamma(d_1)\Gamma(d_2)} \lambda^{d_1-1}\exp(e_1\lambda)\beta^{d_2-1}\exp(e_2\beta)\right) \quad (3.15)$$

şeklinde elde edilir. Bu durumda λ ve β parametreli Chen dağılımının bilinmeyen parametreleri için BRÖ, SKÖ, RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı log-olabilirlik fonksiyonları kullanılarak Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicileri (2.38) eşitliği yardımıyla hesaplanabilir.

3.2. Üstel-Logaritmik Dağılım

Tahmasbi ve Rezaei (2008) tarafından ortaya konulan Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım azalan bozulma oranına sahip bir yaşam zamanı dağılımıdır. Bu dağılım özellikle biyolojik ve mühendislik bilimlerinde organizmaların, cihazların, malzemelerin ömürlerine ilişkin gerçek verileri modellemek amacı ile önerilmiştir. Tahmasbi ve Rezaei (2008), ÜL Dağılımın, Gamma Dağılımı gibi azalan bozulma oranına sahip bazı dağılımlar için alternatif bir dağılım olarak kullanılabileceğini belirtmiştir. Moala ve Garcia (2013), bu dağılımın bilinmeyen parametreleri için Bayes tahmini problemini incelemişlerdir.

(p, β) parametreli Üstel-Logaritmik (ÜL) dağılıma sahip bir X rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonu (df) ve olasılık yoğunluk fonksiyonu (oyf) aşağıdaki şekilde verilmiştir;

$$F(x) = 1 - \frac{\ln(1-(1-p)e^{-\beta x})}{\ln p} \tag{3.16}$$

$$f(x) = -\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta x}}{1-(1-p)e^{-\beta x}} \tag{3.17}$$

Burada $x > 0, p \in (0,1), \beta > 0$'dır. (Tahmasbi ve Rezaei, 2008).

3.2.1. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin BRÖ Altında EÇO Tahmini

$X_1, X_2, ..., X_n$ bağımsız ve aynı $ÜL(p, \beta)$ dağılımından alınan *n*-birimlik bir örneklem olmak üzere bu örnekleme ilişkin olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla;

$$\begin{aligned} L(p, \beta|\mathbf{x}) &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i \mid p, \beta) \\ &= \prod_{i=1}^{n}\left(-\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta x_i}}{1-(1-p)e^{-\beta x_i}}\right) \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\ell(\lambda,\beta|\mathbf{x}) = -n\ln(-\ln p) + n\ln\beta + n\ln(1-p) - \beta\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n}\ln\left[1-(1-p)e^{-\beta x_i}\right] \tag{3.19}$$

şeklindedir. p ve β'nın en çok olabilirlik tahmin edicileri, $\frac{d\ln L(p,\beta|\mathbf{x})}{dp}=0$ ve $\frac{d\ln L(p,\beta|\mathbf{x})}{d\beta}=0$ eşitlikleri sonucunda elde edilen lineer olmayan denklemlerin sayısal analiz yöntemleri ile çözümünden bulunur. (Tahmasbi ve Rezaei, 2008).

3.2.2. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin Üst Rekor Değerlere Dayalı EÇO Tahmini

$X_{\underline{U}} = \left(X_{U(1)}, X_{U(2)}, ..., X_{U(n)}\right)$, $\ddot{U}L(p,\beta)$ dağılımdan alınan n büyüklüğünde üst rekor değerler dizisi ve $X_{\underline{U}}$'nun gözlenen değerleri $x_{\underline{u}} = \left(x_{u(1)}, x_{u(2)}, ..., x_{u(n)}\right)$ olmak üzere rekor değerlere dayanan olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L(p,\beta|x_{\underline{u}}) &= f(x_{u(n)}|p,\beta)\prod_{i=1}^{n-1}\frac{f(x_{u(i)}|p,\beta)}{1-F(x_{u(i)}|p,\beta)} \\ &= -\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta x_{u(n)}}}{1-(1-p)e^{-\beta x_{u(n)}}} \\ &\times\prod_{i=1}^{n-1}\frac{-\beta(1-p)e^{-\beta x_{u(i)}}}{\left(1-(1-p)e^{-\beta x_{u(i)}}\right)\left(\ln(1-(1-p)e^{-\beta x_{u(i)}})\right)} \end{aligned} \tag{3.20}$$

şeklinde olup log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\begin{aligned} \ell(\lambda,\beta|x_{\underline{u}}) &= \ln\left(-\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta x_{u(n)}}}{1-(1-p)e^{-\beta x_{u(n)}}}\right) \\ &+\sum_{i=1}^{n-1}\ln\left(\frac{-\beta(1-p)e^{-\beta x_{u(i)}}}{\left(1-(1-p)e^{-\beta x_{u(i)}}\right)\left(\ln(1-(1-p)e^{-\beta x_{u(i)}})\right)}\right) \end{aligned} \tag{3.21}$$

biçiminde elde edilir. p ve β için en çok olabilirlik tahmin edicileri, log-olabilirlik fonksiyonlarını en büyük yapan parametre değerleri sayısal analiz yöntemleri ile elde edilerek bulunur.

3.2.3. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin SKÖ Altında EÇO Tahmini

$X_{(i:m)j}$, j'ninci döngüde $ÜL(p,\beta)$ dağılımdan alınan m boyutlu i'ninci kümedeki i'ninci sıra istatistiği olsun. Burada $i=1,....,m$ ve $j=1,....,r$'dir. m; küme büyüklüğü, r; döngü sayısı olmak üzere $\mathbf{X}_{(i:m)j}=\left(X_{(i:m)j}, i=1,....,m; j=1,....,r\right)$, $ÜL(p,\beta)$ dağılımından alınan $n=mr$ büyüklüğünde sıralı küme örneklemini oluşturur. $X_{(i:m)j}$'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu sıra istatistikleri dikkate alınarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$f_{X_{(i:m)j}}(x_{(i:m)j})=\frac{m!}{(i-1)!(m-i)!}\left[F(x_{(i:m)j})\right]^{i-1}\left[1-F(x_{(i:m)j})\right]^{m-i} f(x_{(i:m)j}) \tag{3.22}$$

O halde SKÖ'ne dayalı olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L(p,\beta\left|\mathbf{x}_{(i:m)j}\right.)=\prod_{j=1}^{r}\prod_{i=1}^{m}\Bigg[& C\left(1-\frac{\ln(1-(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}})}{\ln p}\right)^{i-1} \\ & \times\left(\frac{\ln(1-(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}})}{\ln p}\right)^{m-i} \\ & \times\left(-\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}}}{1-(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}}}\right)\Bigg] \end{aligned} \tag{3.23}$$

biçiminde olup burada $C=\dfrac{m!}{(i-1)(m-i)!}$ şeklindedir. Bu durumda log-olabilirlik fonksiyonu ise

$$\begin{aligned} \ell(\lambda,\beta\left|\mathbf{x}_{(i:m)j}\right.)= & mr\ln C+\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}(i-1)\ln\left(1-\frac{\ln(1-(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}})}{\ln p}\right) \\ & +\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}(m-i)\ln\left(\frac{\ln(1-(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}})}{\ln p}\right) \\ & +\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}\ln\left(-\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}}}{1-(1-p)e^{-\beta x_{(i:m)j}}}\right) \end{aligned} \tag{3.24}$$

p ve β parametreleri için en çok olabilirlik tahmin edicileri, $\frac{d\ell(p,\beta|\mathbf{x}_{(i:m)j})}{dp}=0$ ve $\frac{d\ell(p,\beta|\mathbf{x}_{(i:m)j})}{d\beta}=0$ eşitlikleri sonucunda elde edilen lineer olmayan denklemlerin sayısal analiz yöntemler ile çözümünden elde edilir.

3.2.4. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin RSKÖ Altında EÇO Tahmini

$R_{i,i(j)}$, j'ninci döngüde $\ddot{U}L(p,\beta)$ dağılımından alınan i'ninci kümedeki i'ninci olağan rekor istatistiği olsun. Burada $i=1,....,m$ ve $j=1,....,k$'dir. m; küme büyüklüğü, k; döngü sayısı olmak üzere $\mathbf{R}=\left(R_{i,i(j)}, i=1,....,m; j=1,....,k\right)$, j'ninci döngüde $\ddot{U}L(p,\beta)$ dağılımından alınan $n=mk$ büyüklüğünde rekor sıralı küme örneklemini oluşturur. Burada $R_{i,i(j)}$'ler bağımsız rasgele değişkenler olup sıralı olmak zorunda değildir. $\mathbf{R}$'nin gözlenen vektörü $\mathbf{r}=\left(r_{i,i(j)}, i=1,....,m; j=1,....,k\right)$ olmak üzere Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (RSKÖ)'ne ilişkin olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned} L\left(p,\beta|\mathbf{r}\right) &= \prod_{j=1}^{k}\prod_{i=1}^{m}\frac{\left(-\log(1-F(r_{i,i(j)}))\right)^{i-1}}{(i-1)!}f(r_{i,i(j)}) \\ &= \prod_{j=1}^{k}\prod_{i=1}^{m}\left[\frac{\left(-\ln\left(\frac{\ln(1-(1-p)e^{-\beta r_{i,i(j)}}}{\ln p}\right)\right)^{i-1}}{(i-1)!}\right. \\ &\qquad \left.\times\left(-\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta r_{i,i(j)}}}{1-(1-p)e^{-\beta r_{i,i(j)}}}\right)\right] \end{aligned} \tag{3.25}$$

RSKÖ'ye ilişkin log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\begin{aligned} \ell(p,\beta|\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{m}\Bigg[&(i-1)\log\left(-\log\left(\frac{\ln(1-(1-p)e^{-\beta r_{i,i(j)}}}{\ln p}\right)\right)\\ &+\log\left(-\left(\frac{1}{\ln p}\right)\frac{\beta(1-p)e^{-\beta r_{i,i(j)}}}{1-(1-p)e^{-\beta r_{i,i(j)}}}\right)-\log((i-1)!)\Bigg] \end{aligned} \tag{3.26}$$

şeklindedir. p ve β'nın en çok olabilirlik tahmin edicileri, (3.26) eşitliğinin sırasıyla p ve β'ya göre türevlerinin 0'a eşitlenmesi sonucunda oluşan lineer olmayan denklem sisteminin sayısal analiz yöntemleri ile çözümünden bulunur.

3.2.5. Üstel-Logaritmik (ÜL) Dağılım İçin BRÖ, SKÖ, RDBRÖ ve RSKÖ Altında Yaklaşık Bayes Tahmini

Bayes tahmininde $ÜL(p,\beta)$ dağılımının p ve β parametreleri birer rasgele değişken olmak üzere p ve β, birbirinden bağımsız ve sırasıyla (d_1, e_1) parametreli *Beta* ve (d_2, e_2) parametreli *Gamma* dağılımlarına sahip rasgele değişkenler olarak düşünüldüğünde ilgili rasgele değişkenlere ilişkin önsel (prior) dağılımlar aşağıda gibi yazılabilir.

$$\pi_1(p) = \frac{\Gamma(d_1+e_1)\,p^{d_1-1}(1-p)^{e_1-1}}{\Gamma(d_1)\Gamma(e_1)} \tag{3.27}$$

$$\pi_2(\beta) = \frac{\beta^{d_2-1}e_2{}^{d_2}\exp(e_2\beta)}{\Gamma(d_2)} \tag{3.28}$$

p ve β için ortak önsel (prior) dağılım ve logaritması ise sırasıyla;

$$\pi(p,\beta) = \frac{\Gamma(d_1+e_1)e_2{}^{d_2}}{\Gamma(d_1)\Gamma(d_2)\Gamma(e_1)}\,p^{d_1-1}(1-p)^{e_1-1}\beta^{d_2-1}\exp(-e_2\beta) \tag{3.29}$$

$$\rho = \ln\big(\pi(p,\beta)\big) = \ln\left(\frac{\Gamma(d_1+e_1)e_2{}^{d_2}}{\Gamma(d_1)\Gamma(d_2)\Gamma(e_1)}\,p^{d_1-1}(1-p)^{e_1-1}\beta^{d_2-1}\exp(-e_2\beta)\right) \tag{3.30}$$

şeklinde elde edilir. Bu durumda p ve β parametreli ÜL dağılımının bilinmeyen parametreleri için BRÖ, SKÖ, RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı log-olabilirlik fonksiyonları kullanılarak Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicileri (2.37) eşitliği yardımıyla hesaplanabilir.

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI

4.1. Chen Dağılımı İçin BRÖ ve SKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması

BRÖ ve SKÖ'ye dayalı olarak Chen(λ,β) dağılımının bilinmeyen parametrelerinin EÇO ve Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicilerinin hata kareler ortalaması (HKO) ve yanları bakımından performanslarını araştırmak için bir Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. *m*; küme sayısı, *r*; döngü sayısı olmak üzere 10.000 tekrara dayalı yapılan simülasyon çalışmasında parametre değerleri $(\lambda,\beta)=(0.8,0.5),(0.4,0.5),(1.5,2)$, λ ve β için önsel (prior) dağılımlar olarak aşağıdaki iki durum dikkate alınarak sırasıyla $Gamma(d_1,e_1)$ ve $Gamma(d_2,e_2)$ dağılımları kullanılmıştır.

Prior1= $(d_1=0.00001,\ d_2=0.00001,\ e_1=0.00001,\ e_2=0.00001)$

Prior2= $(d_1=2,\ d_2=1.5,\ e_1=1.5,\ e_2=2)$

BRÖ ve SKÖ altında λ ve β için en çok olabilirlik tahmin edicilerinin performanslarının karşılaştırılmasının yanı sıra Prior1 (P1) ve Prior2 (P2) durumlarından her biri için, λ ve β'nın Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes (TKB) tahmin edicileri, BRÖ ve SKÖ'ne dayalı olarak ayrı ayrı elde edilmiştir. Ayrıca BRÖ ve SKÖ altında λ ve β için elde edilen tüm tahmin edicilere ilişkin göreli etkinlikler (RE);

$$RE_1 = RE_{EÇO} = \frac{HKO_{BRÖ}(\hat{\theta}_{EÇ})}{HKO_{SKÖ}(\hat{\theta}_{EÇ})} \tag{4.1}$$

$$RE_2 = RE_{TKBP1} = \frac{HKO_{BRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})}{HKO_{SKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})} \tag{4.2}$$

$$RE_3 = RE_{TKBP2} = \frac{HKO_{BRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP2})}{HKO_{SKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP2})} \tag{4.3}$$

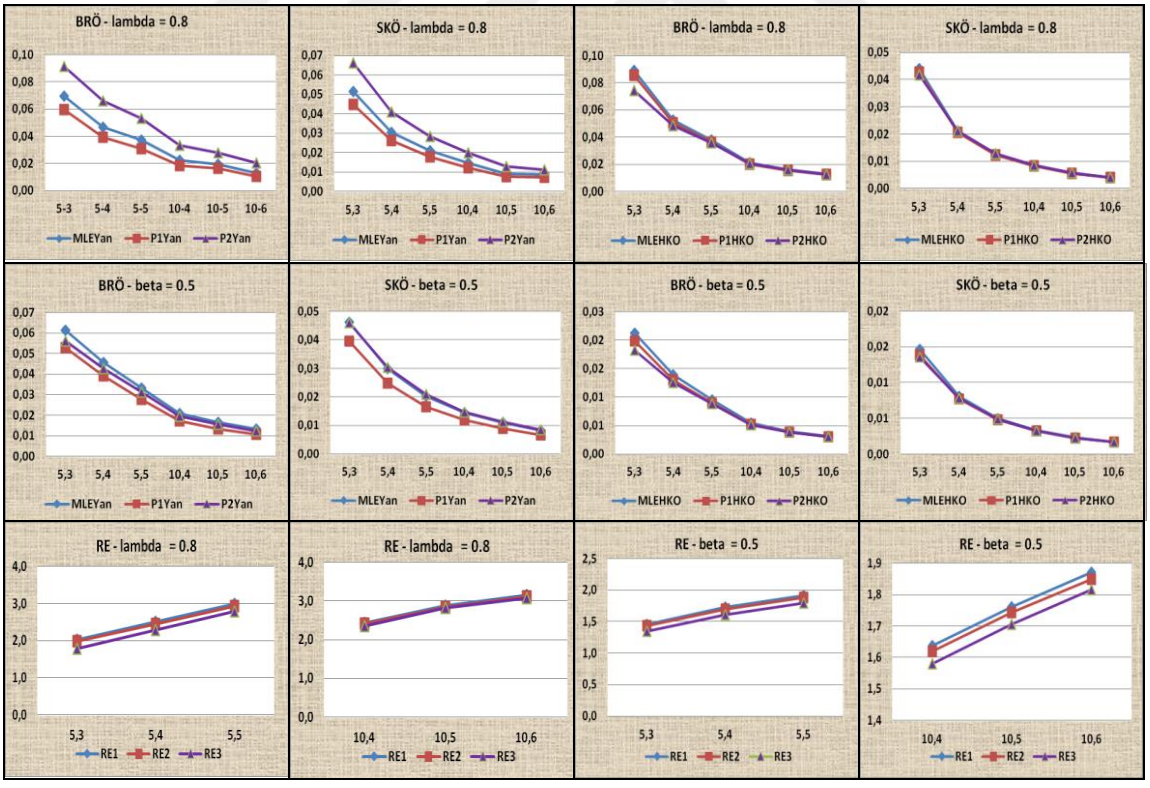
denklemleri kullanılarak elde edilmiştir. Burada $\hat{\theta}$; $\hat{\lambda}$ veya $\hat{\beta}$ tahmin edicilerini temsil etmektedir. BRÖ ve SKÖ altında λ ve β için elde edilen tüm tahmin edicilerin

performanslarına yönelik sonuçlar Çizelge 4.1, Çizelge 4.2 ve Çizelge 4.3'te verilmiş olup ilgili tablolara ilişkin grafikler Şekil 4.1, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.1: Chen $(\lambda = 0.8, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	BRÖ		λ = 0.8				SKÖ		λ = 0.8				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
5,3	0,0695	0,0888	0,0597	0,0854	0,0911	0,0743	0,0514	0,0439	0,0450	0,0428	0,0663	0,0416	2,0223	1,9946	1,7847
5,4	0,0468	0,0527	0,0391	0,0504	0,0658	0,0485	0,0305	0,0211	0,0261	0,0205	0,0408	0,0212	2,5016	2,4576	2,2859
5,5	0,0371	0,0376	0,0308	0,0361	0,0531	0,0357	0,0211	0,0126	0,0179	0,0123	0,0284	0,0128	2,9873	2,9282	2,7872
10,4	0,0225	0,0208	0,0185	0,0202	0,0331	0,0204	0,0146	0,0085	0,0123	0,0084	0,0199	0,0086	2,4389	2,4059	2,3621
10,5	0,0194	0,0161	0,0163	0,0157	0,0280	0,0159	0,0091	0,0056	0,0075	0,0055	0,0128	0,0056	2,8812	2,8389	2,8163
10,6	0,0131	0,0127	0,0105	0,0124	0,0204	0,0126	0,0086	0,0040	0,0074	0,0040	0,0113	0,0041	3,1464	3,1077	3,0708

	BRÖ		β = 0.5				SKÖ		β = 0.5				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
5,3	0,0613	0,0213	0,0528	0,0198	0,0561	0,0182	0,0463	0,0146	0,0394	0,0138	0,0459	0,0136	1,4567	1,4359	1,3436
5,4	0,0457	0,0139	0,0389	0,0130	0,0426	0,0125	0,0298	0,0080	0,0249	0,0077	0,0304	0,0078	1,7269	1,6995	1,6063
5,5	0,0333	0,0096	0,0278	0,0090	0,0312	0,0088	0,0202	0,0050	0,0166	0,0048	0,0209	0,0049	1,9134	1,8799	1,7975
10,4	0,0208	0,0054	0,0171	0,0052	0,0196	0,0052	0,0145	0,0033	0,0119	0,0032	0,0148	0,0033	1,6369	1,6208	1,5795
10,5	0,0164	0,0040	0,0134	0,0039	0,0154	0,0039	0,0109	0,0023	0,0089	0,0022	0,0112	0,0023	1,7619	1,7428	1,7055
10,6	0,0133	0,0032	0,0107	0,0031	0,0124	0,0030	0,0082	0,0017	0,0067	0,0017	0,0085	0,0017	1,8716	1,8497	1,8151

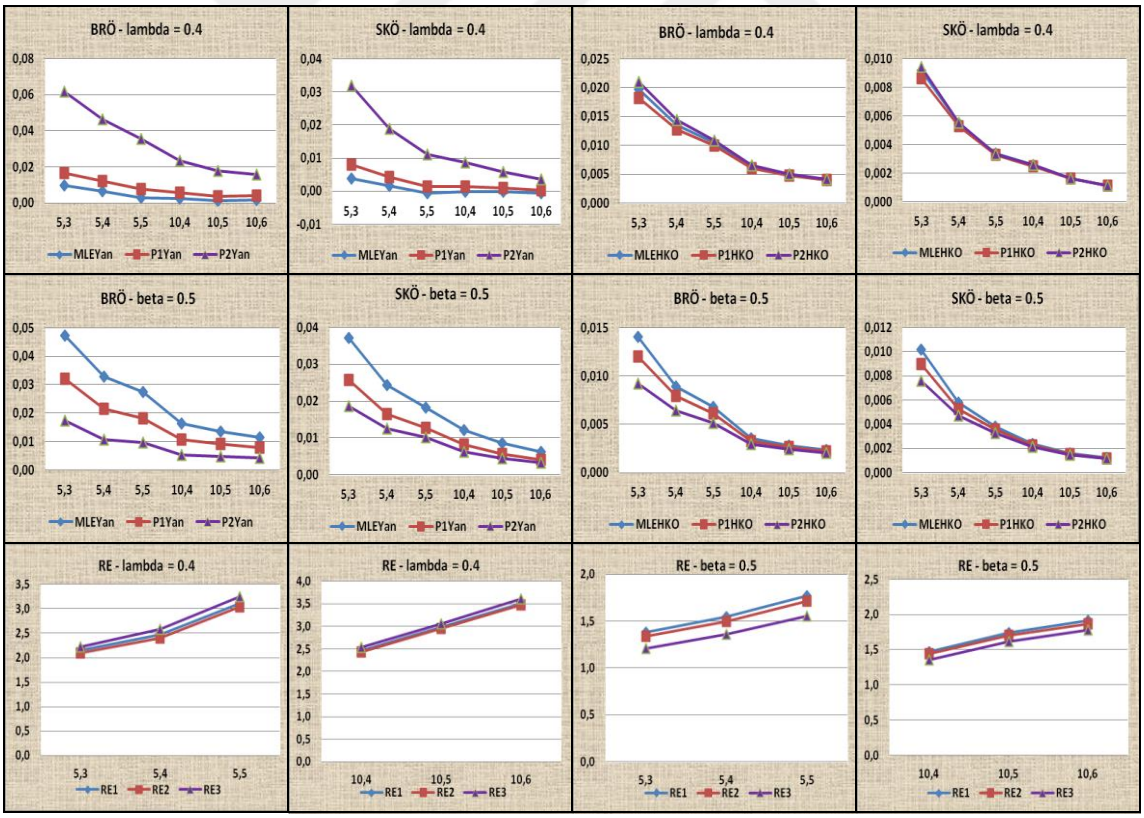


Şekil 4.1: Chen $(\lambda = 0.8, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.2: Chen $(\lambda = 0.4, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	BRÖ		λ = 0.4				SKÖ		λ = 0.4				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
5,3	0,0095	0,0198	0,0167	0,0181	0,0618	0,0210	0,0037	0,0092	0,0079	0,0086	0,0320	0,0094	2,1535	2,0994	2,2282
5,4	0,0063	0,0136	0,0120	0,0127	0,0464	0,0143	0,0016	0,0055	0,0043	0,0053	0,0189	0,0055	2,4686	2,4082	2,5899
5,5	0,0030	0,0104	0,0077	0,0099	0,0356	0,0109	-0,0006	0,0034	0,0013	0,0033	0,0111	0,0033	3,1111	3,0400	3,2511
10,4	0,0026	0,0063	0,0057	0,0061	0,0234	0,0065	-0,0001	0,0026	0,0014	0,0025	0,0087	0,0026	2,4578	2,4302	2,5424
10,5	0,0011	0,0049	0,0037	0,0048	0,0179	0,0050	-0,0002	0,0016	0,0009	0,0016	0,0057	0,0016	2,9893	2,9552	3,0624
10,6	0,0018	0,0040	0,0039	0,0039	0,0158	0,0041	-0,0005	0,0011	0,0002	0,0011	0,0037	0,0011	3,5080	3,4754	3,6153

	BRÖ		β = 0.5				SKÖ		β = 0.5				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
5,3	0,0472	0,0140	0,0320	0,0120	0,0173	0,0092	0,0372	0,0102	0,0257	0,0090	0,0186	0,0076	1,3804	1,3355	1,2055
5,4	0,0327	0,0089	0,0215	0,0079	0,0107	0,0064	0,0243	0,0058	0,0165	0,0053	0,0126	0,0047	1,5490	1,5005	1,3602
5,5	0,0273	0,0068	0,0182	0,0061	0,0095	0,0051	0,0183	0,0038	0,0127	0,0036	0,0102	0,0033	1,7713	1,7124	1,5520
10,4	0,0164	0,0035	0,0107	0,0033	0,0054	0,0029	0,0121	0,0024	0,0082	0,0023	0,0063	0,0022	1,4676	1,4376	1,3582
10,5	0,0136	0,0028	0,0090	0,0026	0,0047	0,0024	0,0086	0,0016	0,0057	0,0015	0,0046	0,0015	1,7381	1,7011	1,6118
10,6	0,0115	0,0023	0,0077	0,0022	0,0042	0,0021	0,0062	0,0012	0,0041	0,0012	0,0033	0,0012	1,9128	1,8707	1,7799

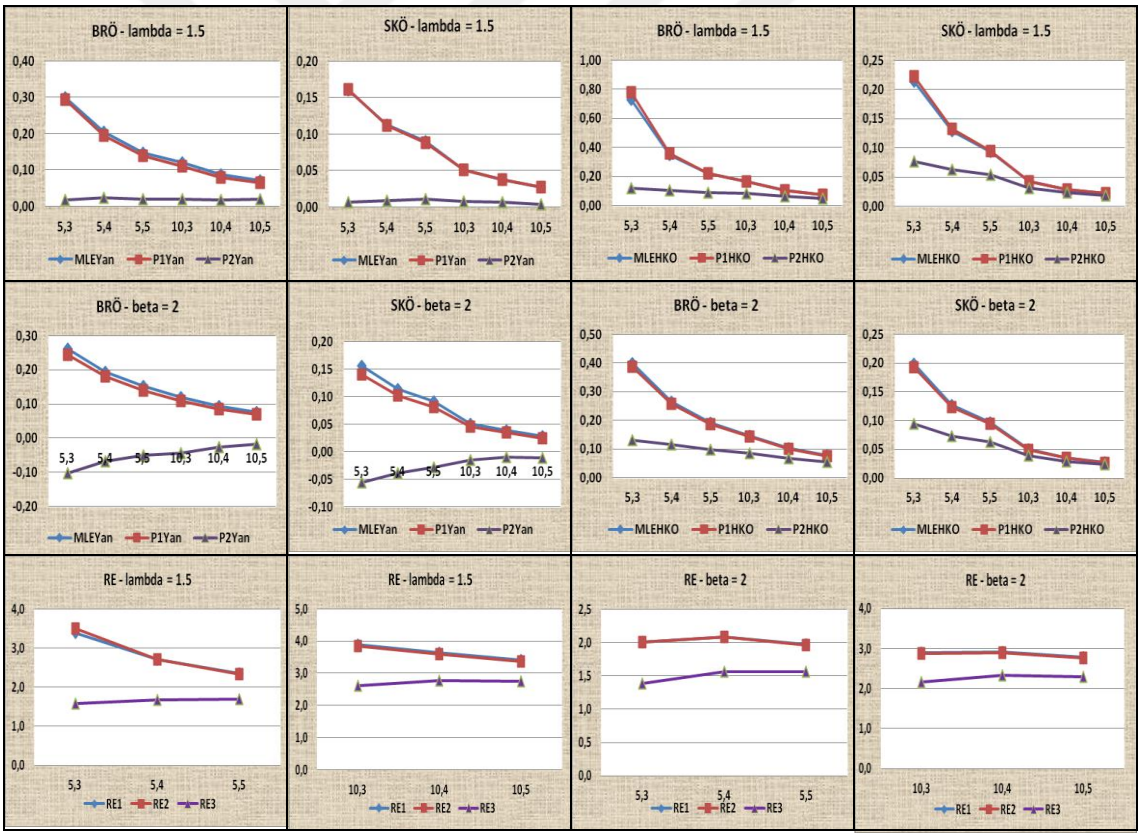


Şekil 4.2: Chen $(\lambda = 0.4, \beta = 0.5)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.3: Chen $(\lambda = 1.5, \beta = 2)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	BRÖ		λ = 1.5				SKÖ		λ = 1.5				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(m,r)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
5,3	0,3000	0,7256	0,2942	0,7800	0,0173	0,1218	0,1607	0,2139	0,1613	0,2229	0,0070	0,0772	3,3920	3,4995	1,5774
5,4	0,2040	0,3488	0,1946	0,3577	0,0235	0,1052	0,1131	0,1291	0,1121	0,1324	0,0083	0,0631	2,7014	2,7021	1,6682
5,5	0,1478	0,2185	0,1382	0,2202	0,0193	0,0901	0,0899	0,0927	0,0883	0,0941	0,0104	0,0534	2,3570	2,3391	1,6857
10,3	0,1195	0,1643	0,1106	0,1644	0,0192	0,0813	0,0507	0,0422	0,0505	0,0427	0,0077	0,0311	3,8903	3,8518	2,6138
10,4	0,0868	0,1042	0,0793	0,1036	0,0177	0,0636	0,0380	0,0287	0,0376	0,0289	0,0068	0,0230	3,6305	3,5845	2,7683
10,5	0,0709	0,0741	0,0646	0,0735	0,0185	0,0506	0,0273	0,0218	0,0269	0,0219	0,0031	0,0184	3,4023	3,3582	2,7492

	BRÖ		β = 2				SKÖ		β = 2				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(m,r)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
5,3	0,2610	0,3991	0,2432	0,3856	-0,1027	0,1305	0,1557	0,1989	0,1409	0,1925	-0,0559	0,0943	2,0059	2,0031	1,3839
5,4	0,1950	0,2657	0,1803	0,2578	-0,0674	0,1144	0,1144	0,1275	0,1028	0,1240	-0,0386	0,0729	2,0839	2,0789	1,5639
5,5	0,1520	0,1913	0,1394	0,1861	-0,0504	0,0975	0,0914	0,0970	0,0817	0,0947	-0,0284	0,0624	1,9718	1,9652	1,5627
10,3	0,1198	0,1458	0,1089	0,1423	-0,0442	0,0845	0,0509	0,0502	0,0453	0,0495	-0,0155	0,0390	2,9011	2,8739	2,1668
10,4	0,0933	0,1025	0,0845	0,1003	-0,0268	0,0675	0,0396	0,0351	0,0353	0,0347	-0,0095	0,0289	2,9178	2,8931	2,3334
10,5	0,0766	0,0763	0,0693	0,0749	-0,0178	0,0547	0,0279	0,0274	0,0245	0,0271	-0,0108	0,0237	2,7876	2,7610	2,3029



Şekil 4.3: Chen $(\lambda = 1.5, \beta = 2)$ için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.1-4.3 ve Şekil 4.1-4.3 incelendiğinde, Chen dağılımının parametreleri $(\lambda,\beta)=(0.8,0.5),(0.4,0.5),(1.5,2)$ olarak alındığında r ile gösterilen döngü sayısı sabit tutulup m ile gösterilen küme sayısı arttırıldığında tüm tahmin edicilerin mutlak değerce yan ve HKO'larında beklendiği gibi sıfır değerine doğru bir azalma görülmüştür. Ayrıca, bütün RE değerlerinin 1'den büyük olması SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin BRÖ'ye göre daha etkin olduğunu göstermektedir. Son olarak SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin mutlak değerce yan ve HKO'larının ise BRÖ'ye göre genelde daha küçük çıktığı gözlenmiştir. Dolayısıyla, Çizelge 4.1-4.3 ve Şekil 4.1-4.3'den SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin performanslarının BRÖ'ye göre daha iyi olduğu söylenebilir. Ayrıca bütün çizelge ve şekiller incelendiğinde, yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının, genelde EÇO tahmin edicilerinin performanslarına göre daha iyi olduğu açıkça görülmektedir.

4.2 Chen Dağılımı İçin RDBRÖ ve RSKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması

Basit Rasgele Örneklemeye dayalı üst rekor değerler kullanılarak oluşturulan örneklem (RDBRÖ) ve Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (RSKÖ) altında Chen(λ,β) dağılımının λ ve β parametrelerinin en çok olabilirlik ve Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicileri temel alınarak hata kareler ortalaması (HKO) ve yanları bakımından performanslarını araştırmak için bir Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Teorem 2.1'den yararlanılarak sürekli bir dağılım fonksiyonu olan $F(.)$'den $R_1,R_2,....,R_m$ üst rekor örnekleminin üretilebilmesi için aşağıdaki algoritma adımları kullanılabilir:

1. adım: Standart üstel dağılımdan m tane bağımsız $x_1,x_2,....,x_m$ gözlemleri üretilir.

2. adım: $i=1,2,....,m$ için $S_i=x_1+x_2+....+x_i$ gözlemleri belirlenir.

3. adım: $i=1,2,....,m$ için $W_i=1-e^{-S_i}$ gözlemleri belirlenerek Düzgün(0,1) dağılımdan elde edilen üst rekor değerlerine ilişkin $W_1,W_2,...,W_m$ örneklemi elde edilir.

4. adım: Son olarak, $i=1,2,....,m$ için $R_i=F^{-1}(W_i)$ belirlenerek herhangi bir $F(.)$ dağılımından $R_1,R_2,....,R_m$ üst rekor örneklemi elde edilmiş olur (Abdi ve Asgharzadeh, 2017).

m; küme sayısı, *r*; döngü sayısı olmak üzere 10.000 tekrara dayalı yapılan simülasyon çalışmasında parametre değerleri $(\lambda,\beta)=(1.5,0.7)$ ve $(0.8,1.5)$ şeklinde olup λ ve β için önsel (prior) dağılımlar olarak sırasıyla $Gamma(d_1,e_1)$ ve $Gamma(d_2,e_2)$ dağılımları kullanılmıştır. Bu prior dağılımlara ilişkin parametreler için aşağıdaki iki durum ele alınmıştır.

Prior1= $\left(d_1=0.00001,\, d_2=0.00001, e_1=0.00001,\, e_2=0.00001\right)$

Prior2= $\left(d_1=1.4,\, d_2=1.2, e_1=1.3,\, e_2=1.5\right)$

Simülasyon çalışmasında, RDBRÖ ve RSKÖ altında λ ve β için EÇO tahmin edicilerinin performanslarının karşılaştırılmasının yanı sıra Prior1 (P1) ve Prior2 (P2) durumlarından her biri için, λ ve β'nın Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes (TKB) tahmin edicilerinin RDBRÖ ve RSKÖ'ne dayalı performanslarının karşılaştırılması da incelenmiştir. Ayrıca BRÖ ve SKÖ altında λ ve β için elde edilen her bir tahmin ediciye ilişkin göreli etkinlikler (RE);

$$RE_1 = RE_{EÇO} = \frac{HKO_{RDBRÖ}(\hat{\theta}_{EÇ})}{HKO_{RSKÖ}(\hat{\theta}_{EÇ})} \tag{4.4}$$

$$RE_2 = RE_{TKBP1} = \frac{HKO_{RDBRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})}{HKO_{RSKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})} \tag{4.5}$$

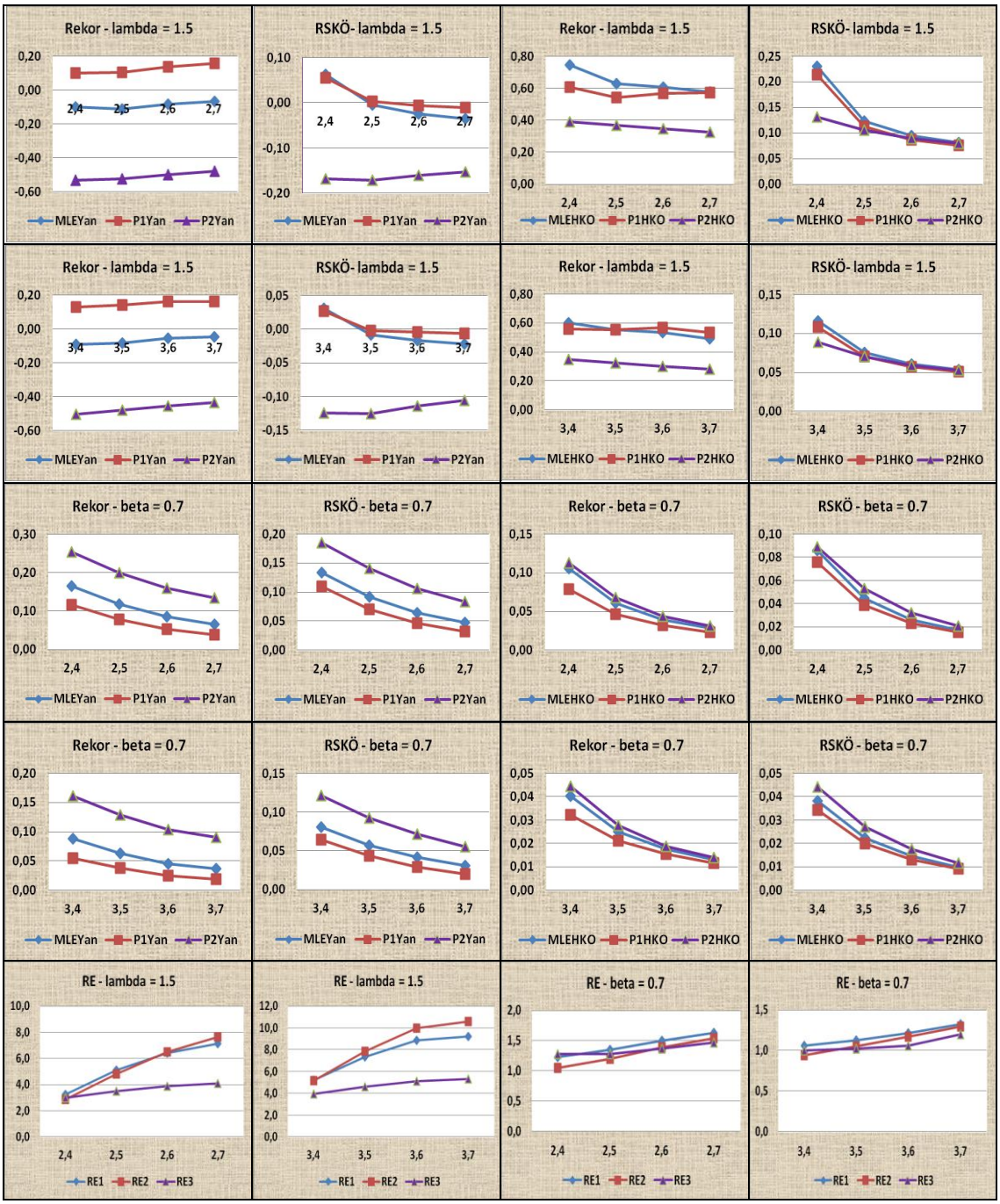
$$RE_3 = RE_{TKBP2} = \frac{HKO_{RDBRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP2})}{HKO_{RSKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP2})} \tag{4.6}$$

formülleri kullanılarak hesaplanmıştır. Burada $\hat{\theta}$; $\hat{\lambda}$ veya $\hat{\beta}$ tahmin edicilerini temsil etmektedir. RDBRÖ ve RSKÖ altında λ ve β için elde edilen tüm tahmin edicilerin performanslarına yönelik simülasyon sonuçları Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5'de verilmiş olup ilgili tablolara ilişkin grafikler ise Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.4: Chen $(\lambda = 1.5, \beta = 0.7)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	Rekor		λ 1.5				RSKÖ		λ 1.5				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,4	-0,0978	0,7460	0,1001	0,6073	-0,5325	0,3880	0,0625	0,2298	0,0557	0,2134	-0,1681	0,1308	3,2463	2,8453	2,9654
2,5	-0,1116	0,6299	0,1029	0,5411	-0,5231	0,3696	-0,0050	0,1236	0,0036	0,1127	-0,1704	0,1056	5,0975	4,7996	3,5009
2,6	-0,0841	0,6082	0,1358	0,5677	-0,4997	0,3466	-0,0245	0,0950	-0,0060	0,0873	-0,1606	0,0897	6,4012	6,5059	3,8651
2,7	-0,0651	0,5779	0,1559	0,5741	-0,4795	0,3262	-0,0354	0,0813	-0,0109	0,0753	-0,1525	0,0798	7,1072	7,6236	4,0893
3,4	-0,0931	0,6006	0,1271	0,5578	-0,5033	0,3487	0,0312	0,1157	0,0268	0,1082	-0,1243	0,0886	5,1897	5,1560	3,9373
3,5	-0,0819	0,5516	0,1394	0,5528	-0,4801	0,3243	-0,0084	0,0752	-0,0021	0,0705	-0,1250	0,0706	7,3321	7,8438	4,5963
3,6	-0,0540	0,5364	0,1621	0,5697	-0,4520	0,3014	-0,0173	0,0606	-0,0047	0,0572	-0,1141	0,0593	8,8548	9,9564	5,0843
3,7	-0,0467	0,4896	0,1626	0,5367	-0,4328	0,2813	-0,0224	0,0533	-0,0060	0,0507	-0,1058	0,0529	9,1911	10,5906	5,3173

	Rekor		β 0.7				RSKÖ		β 0.7				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,4	0,1658	0,1055	0,1163	0,0791	0,2545	0,1132	0,1337	0,0858	0,1096	0,0758	0,1847	0,0887	1,2295	1,0439	1,2760
2,5	0,1186	0,0604	0,0788	0,0466	0,1998	0,0679	0,0916	0,0450	0,0699	0,0390	0,1407	0,0533	1,3429	1,1941	1,2746
2,6	0,0856	0,0396	0,0532	0,0318	0,1604	0,0439	0,0645	0,0264	0,0459	0,0230	0,1064	0,0322	1,5016	1,3845	1,3627
2,7	0,0654	0,0281	0,0382	0,0233	0,1344	0,0308	0,0481	0,0172	0,0323	0,0152	0,0838	0,0209	1,6302	1,5378	1,4694
3,4	0,0877	0,0403	0,0551	0,0322	0,1617	0,0443	0,0807	0,0381	0,0645	0,0343	0,1217	0,0442	1,0558	0,9391	1,0023
3,5	0,0635	0,0252	0,0381	0,0210	0,1284	0,0277	0,0576	0,0224	0,0432	0,0200	0,0928	0,0271	1,1234	1,0494	1,0202
3,6	0,0452	0,0177	0,0246	0,0154	0,1040	0,0186	0,0418	0,0146	0,0296	0,0132	0,0714	0,0175	1,2109	1,1683	1,0621
3,7	0,0367	0,0132	0,0194	0,0117	0,0903	0,0140	0,0307	0,0099	0,0202	0,0091	0,0557	0,0117	1,3257	1,2921	1,1960

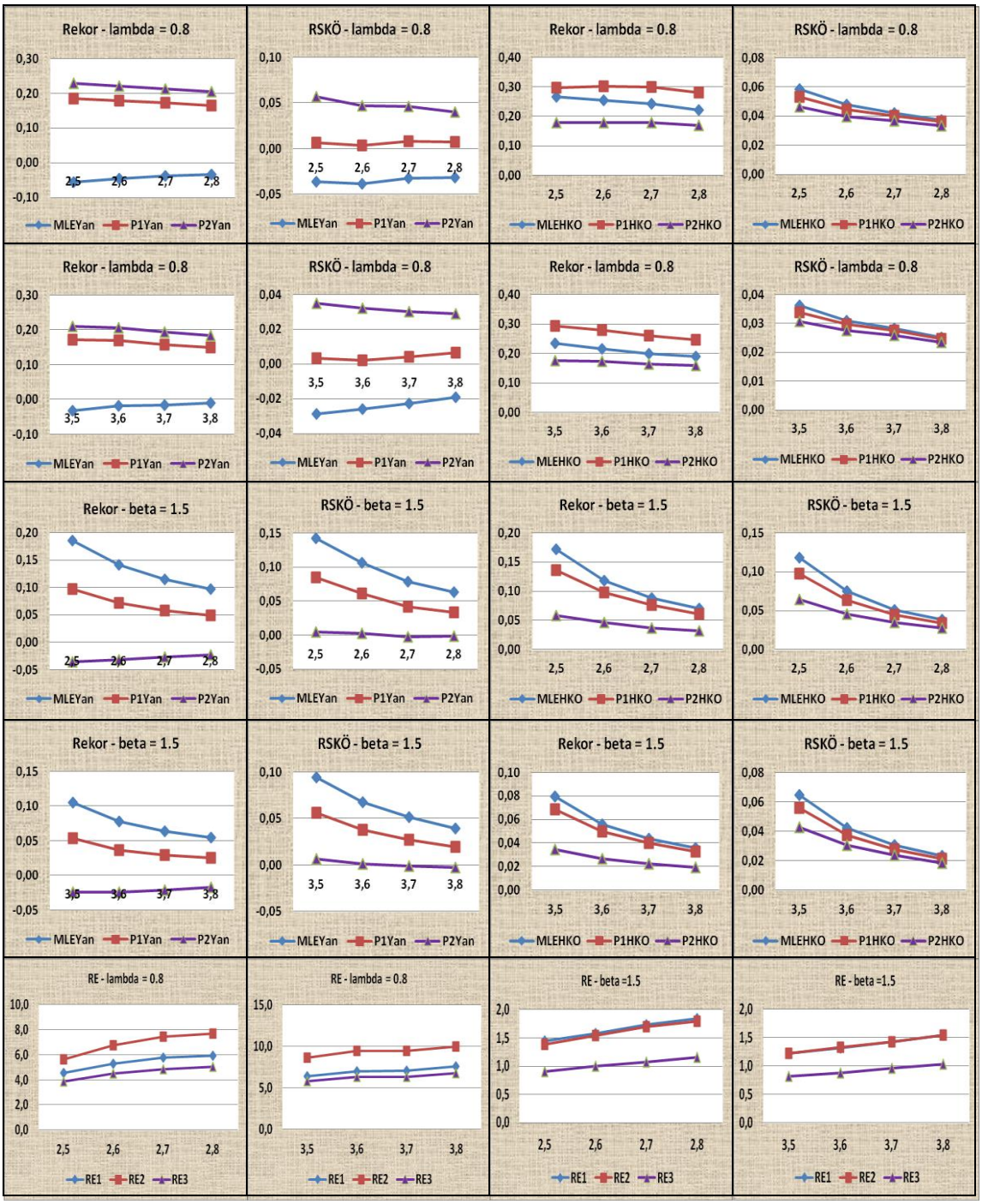


Şekil 4.4: Chen $(\lambda = 1.5, \beta = 0.7)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.5: Chen $(\lambda = 0.8, \beta = 1.5)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	Rekor		λ 0.8				RSKÖ		λ 0.8				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,5	-0,0554	0,2671	0,1844	0,2978	0,2287	0,1776	-0,0364	0,0585	0,0064	0,0530	0,0569	0,0462	4,5676	5,6245	3,8412
2,6	-0,0450	0,2543	0,1792	0,3015	0,2216	0,1787	-0,0389	0,0481	0,0035	0,0447	0,0471	0,0399	5,2897	6,7439	4,4792
2,7	-0,0371	0,2420	0,1724	0,2983	0,2128	0,1785	-0,0323	0,0419	0,0083	0,0402	0,0460	0,0368	5,7735	7,4210	4,8493
2,8	-0,0335	0,2216	0,1640	0,2795	0,2044	0,1699	-0,0314	0,0374	0,0068	0,0363	0,0401	0,0336	5,9236	7,6917	5,0514
3,5	-0,0319	0,2334	0,1715	0,2927	0,2108	0,1768	-0,0286	0,0363	0,0000	0,0338	0,0351	0,0307	6,4277	8,6478	5,7607
3,6	-0,0178	0,2164	0,1691	0,2794	0,2049	0,1728	-0,0259	0,0310	0,0022	0,0296	0,0320	0,0275	6,9707	9,4320	6,2938
3,7	-0,0155	0,2003	0,1570	0,2593	0,1930	0,1634	-0,0226	0,0283	0,0043	0,0275	0,0301	0,0258	7,0851	9,4410	6,3271
3,8	-0,0106	0,1909	0,1492	0,2472	0,1842	0,1595	-0,0190	0,0251	0,0063	0,0247	0,0289	0,0235	7,6171	10,0102	6,7800

	Rekor		β 1.5				RSKÖ		β 1.5				Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,5	0,1852	0,1712	0,0974	0,1355	-0,0352	0,0582	0,1420	0,1181	0,0843	0,0975	0,0044	0,0640	1,4495	1,3888	0,9099
2,6	0,1408	0,1180	0,0716	0,0977	-0,0318	0,0461	0,1065	0,0747	0,0611	0,0635	0,0031	0,0458	1,5787	1,5373	1,0059
2,7	0,1150	0,0885	0,0582	0,0757	-0,0267	0,0372	0,0781	0,0509	0,0415	0,0446	-0,0024	0,0345	1,7369	1,6953	1,0777
2,8	0,0967	0,0699	0,0486	0,0611	-0,0231	0,0317	0,0634	0,0380	0,0332	0,0340	-0,0017	0,0274	1,8396	1,7994	1,1584
3,5	0,1053	0,0793	0,0532	0,0687	-0,0244	0,0347	0,0940	0,0647	0,0562	0,0561	0,0061	0,0426	1,2258	1,2259	0,8134
3,6	0,0775	0,0556	0,0361	0,0498	-0,0246	0,0269	0,0677	0,0422	0,0378	0,0376	0,0013	0,0305	1,3182	1,3267	0,8813
3,7	0,0638	0,0436	0,0295	0,0398	-0,0210	0,0226	0,0511	0,0306	0,0268	0,0278	-0,0014	0,0235	1,4278	1,4323	0,9588
3,8	0,0547	0,0356	0,0256	0,0329	-0,0177	0,0191	0,0394	0,0230	0,0193	0,0213	-0,0031	0,0186	1,5491	1,5466	1,0299



Şekil 4.5: Chen $(\lambda = 0.8, \beta = 1.5)$ için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.4-4.5 ve Şekil 4.4-4.5 incelendiğinde, Chen dağılımının parametreleri $(\lambda, \beta) = (1.5, 0.7), (0.8, 1.5)$ olarak alındığında r döngü sayısı sabit tutulup m küme

sayısı arttırıldığında tüm tahmin edicilerin mutlak değerce yan ve HKO'larında beklendiği gibi sıfır değerine doğru genelde azalma görülmüştür. Ayrıca, RE_3'lerin Çizelge 4.5'in bazı seçeneklerde 1 değerine yaklaşık değerler alması dışında, yukarıdaki bütün RE değerlerinin genelde 1'den büyük olması RSKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin RDBRÖ'ye göre daha etkin olduğunu göstermektedir. RSKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin mutlak değerce yan ve HKO'larının ise RDBRÖ'ye göre genelde daha küçük çıktığı gözlenmiştir. Dolayısıyla, Çizelge 4.4-4.5 ve Şekil 4.4-4.5'den RSKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin performanslarının genelde RDBRÖ'ye göre daha etkin olduğu söylenebilir. Ayrıca bütün çizelge ve şekiller incelendiğinde, yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının, genelde EÇO tahmin edicilerinin performanslarına göre daha iyi olduğu açıkça görülmektedir. Örnek sayısı arttıkça EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının birbirlerine yaklaştığı görülmüştür.

Sonuç olarak, bu bölümdeki çizelge ve şekiller incelendiğinde, RSKÖ altında elde edilen EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının RDBRÖ'ye göre genelde daha iyi olduğu gözlenmiştir. Yine, yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının, EÇO tahmin edicilerinin performanslarına göre genelde daha iyi olduğu açıkça görülmektedir. Son olarak bütün durumlarda ön bilginin olması durumunda elde edilen yaklaşık Bayes tahmin edicilerin diğer tahmin edicilere göre performanslarının genelde çok iyi olduğu da gözlenmiştir.

4.3. Üstel-Logaritmik Dağılım BRÖ ve SKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması

p ve β parametreli Üstel-Logaritmik Dağılımın bilinmeyen parametrelerinin en çok olabilirlik ve Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicileri BRÖ ve SKÖ altında elde edilerek bu tahmin edicilerin HKO ve yan bakımından performanslarının her iki örnekleme yöntemine göre karşılaştırılmasına dayalı bir Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. 5.000 tekrara dayalı yapılan bu simülasyon çalışmasında, *m*; küme sayısını ve *r*; döngü sayısını göstermek üzere parametre değerleri olarak $(p,\beta)=(0.2,0.1)-(0.2,0.5)$, p ve β için önsel (prior) dağılımlar olarak da sırasıyla $Beta(d_1,e_1)$ ve $Gamma(d_2,e_2)$ dağılımları kullanılmıştır. Önsel prior dağılımlara ilişkin parametreler için

Prior (P) = $\left(d_1 = 2, d_2 = 3, e_1 = 3, e_2 = 2\right)$

şeklindeki durum dikkate alınmıştır. Ayrıca BRÖ ve SKÖ altında p ve β için elde edilen tüm tahmin edicilere ilişkin göreli etkinlikler (RE) ise;

$$RE_1 = RE_{EÇO} = \frac{HKO_{BRÖ}(\hat{\theta}_{EÇO})}{HKO_{SKÖ}(\hat{\theta}_{EÇO})} \tag{4.7}$$

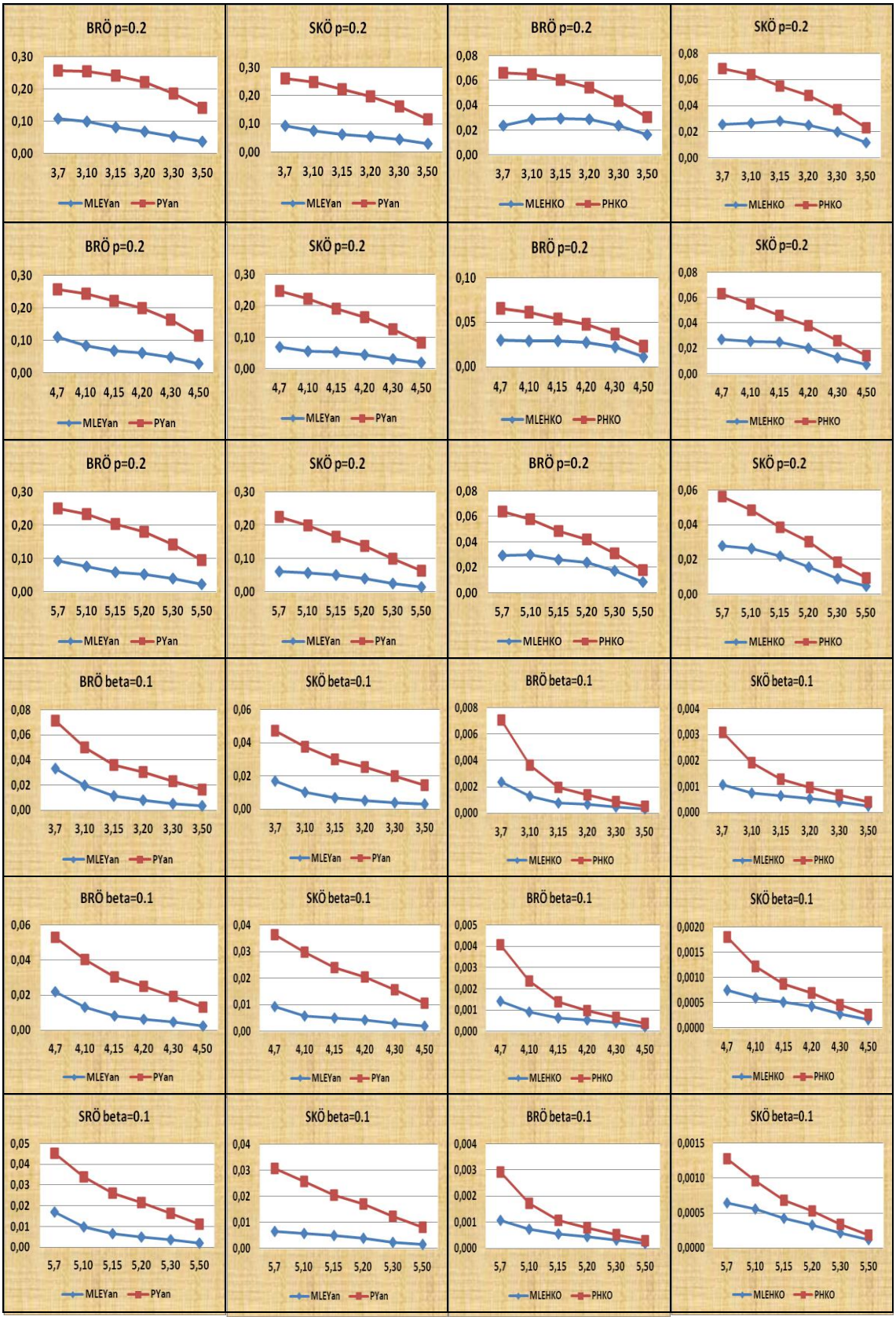
$$RE_2 = RE_{TKBP1} = \frac{HKO_{BRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})}{HKO_{SKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})} \tag{4.8}$$

formülleri ile hesaplanmıştır. Burada $\hat{\theta}$; $\hat{p}$ veya $\hat{\beta}$ tahmin edicilerini göstermektedir. BRÖ ve SKÖ altında p ve β için elde edilen tüm tahmin edicilerin performanslarına yönelik sonuçlar Çizelge 4.6 ve Çizelge 4.7'de gösterilmiş olup bu sonuçlara ilişkin grafikler ise Şekil 4.6 ve Şekil 4.7'de verilmiştir.

Çizelge 4.6: $\ddot{U}L(p=0.2,\beta=0.1)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	BRÖ p=0.2				**SKÖ p=0.2**				**Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)**	
	MLE		**Bayes Prior**		**MLE**		**Bayes Prior**			
(m,r)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*RE 1*	*RE 2*
3,7	0,1070	0,0237	0,2566	0,0662	0,0938	0,0256	0,2602	0,0685	0,9257	0,9660
3,10	0,0990	0,0286	0,2531	0,0649	0,0741	0,0269	0,2482	0,0637	1,0611	1,0191
3,15	0,0801	0,0293	0,2400	0,0602	0,0630	0,0283	0,2219	0,0549	1,0330	1,0967
3,20	0,0679	0,0288	0,2213	0,0539	0,0539	0,0252	0,1978	0,0477	1,1387	1,1315
3,30	0,0519	0,0239	0,1858	0,0435	0,0434	0,0197	0,1618	0,0370	1,2105	1,1737
3,50	0,0374	0,0162	0,1399	0,0305	0,0294	0,0117	0,1157	0,0233	1,3897	1,3133
4,7	0,1089	0,0300	0,2554	0,0659	0,0701	0,0269	0,2467	0,0633	1,1139	1,0407
4,10	0,0829	0,0293	0,2442	0,0615	0,0569	0,0256	0,2219	0,0548	1,1455	1,1236
4,15	0,0683	0,0289	0,2214	0,0540	0,0533	0,0247	0,1901	0,0458	1,1665	1,1792
4,20	0,0613	0,0274	0,1992	0,0475	0,0441	0,0204	0,1628	0,0377	1,3455	1,2602
4,30	0,0483	0,0221	0,1622	0,0371	0,0314	0,0127	0,1256	0,0261	1,7387	1,4204
4,50	0,0286	0,0115	0,1139	0,0228	0,0205	0,0071	0,0838	0,0145	1,6222	1,5779
5,7	0,0930	0,0291	0,2500	0,0638	0,0602	0,0276	0,2245	0,0560	1,0528	1,1385
5,10	0,0750	0,0297	0,2332	0,0577	0,0562	0,0264	0,1979	0,0482	1,1243	1,1979
5,15	0,0587	0,0261	0,2030	0,0484	0,0495	0,0219	0,1645	0,0385	1,1926	1,2577
5,20	0,0525	0,0236	0,1789	0,0416	0,0387	0,0158	0,1372	0,0301	1,4961	1,3832
5,30	0,0390	0,0169	0,1410	0,0309	0,0238	0,0088	0,0984	0,0185	1,9352	1,6651
5,50	0,0230	0,0087	0,0952	0,0176	0,0147	0,0045	0,0623	0,0091	1,9166	1,9295

	BRÖ β =0.1				**SKÖ β =0.1**				**Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)**	
	MLE		**Bayes Prior**		**MLE**		**Bayes Prior**			
(m,r)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*RE 1*	*RE 2*
3,7	0,0329	0,0023	0,0714	0,0070	0,0171	0,0011	0,0473	0,0031	2,2301	2,2897
3,10	0,0198	0,0013	0,0501	0,0036	0,0101	0,0008	0,0374	0,0019	1,7132	1,8955
3,15	0,0111	0,0008	0,0363	0,0019	0,0068	0,0006	0,0300	0,0013	1,2643	1,5275
3,20	0,0081	0,0007	0,0302	0,0014	0,0051	0,0005	0,0252	0,0010	1,2615	1,4640
3,30	0,0054	0,0005	0,0232	0,0009	0,0040	0,0004	0,0199	0,0007	1,2041	1,3200
3,50	0,0036	0,0003	0,0165	0,0005	0,0029	0,0002	0,0142	0,0004	1,2698	1,2855
4,7	0,0221	0,0014	0,0529	0,0041	0,0092	0,0007	0,0364	0,0018	1,9112	2,2521
4,10	0,0133	0,0009	0,0402	0,0024	0,0058	0,0006	0,0296	0,0012	1,5379	1,9397
4,15	0,0082	0,0006	0,0303	0,0014	0,0050	0,0005	0,0241	0,0009	1,2467	1,5856
4,20	0,0063	0,0005	0,0250	0,0010	0,0043	0,0004	0,0205	0,0007	1,2340	1,4177
4,30	0,0046	0,0004	0,0193	0,0007	0,0030	0,0003	0,0155	0,0005	1,4230	1,4392
4,50	0,0025	0,0002	0,0130	0,0004	0,0021	0,0002	0,0106	0,0003	1,3423	1,3782
5,7	0,0169	0,0011	0,0451	0,0029	0,0064	0,0006	0,0305	0,0013	1,6805	2,2921
5,10	0,0098	0,0007	0,0340	0,0017	0,0056	0,0006	0,0256	0,0010	1,3170	1,7862
5,15	0,0064	0,0005	0,0262	0,0011	0,0048	0,0004	0,0205	0,0007	1,2712	1,5594
5,20	0,0050	0,0004	0,0216	0,0008	0,0038	0,0003	0,0171	0,0005	1,3414	1,4819
5,30	0,0036	0,0003	0,0164	0,0005	0,0024	0,0002	0,0124	0,0003	1,5346	1,5442
5,50	0,0022	0,0002	0,0110	0,0003	0,0015	0,0001	0,0081	0,0002	1,5281	1,5856

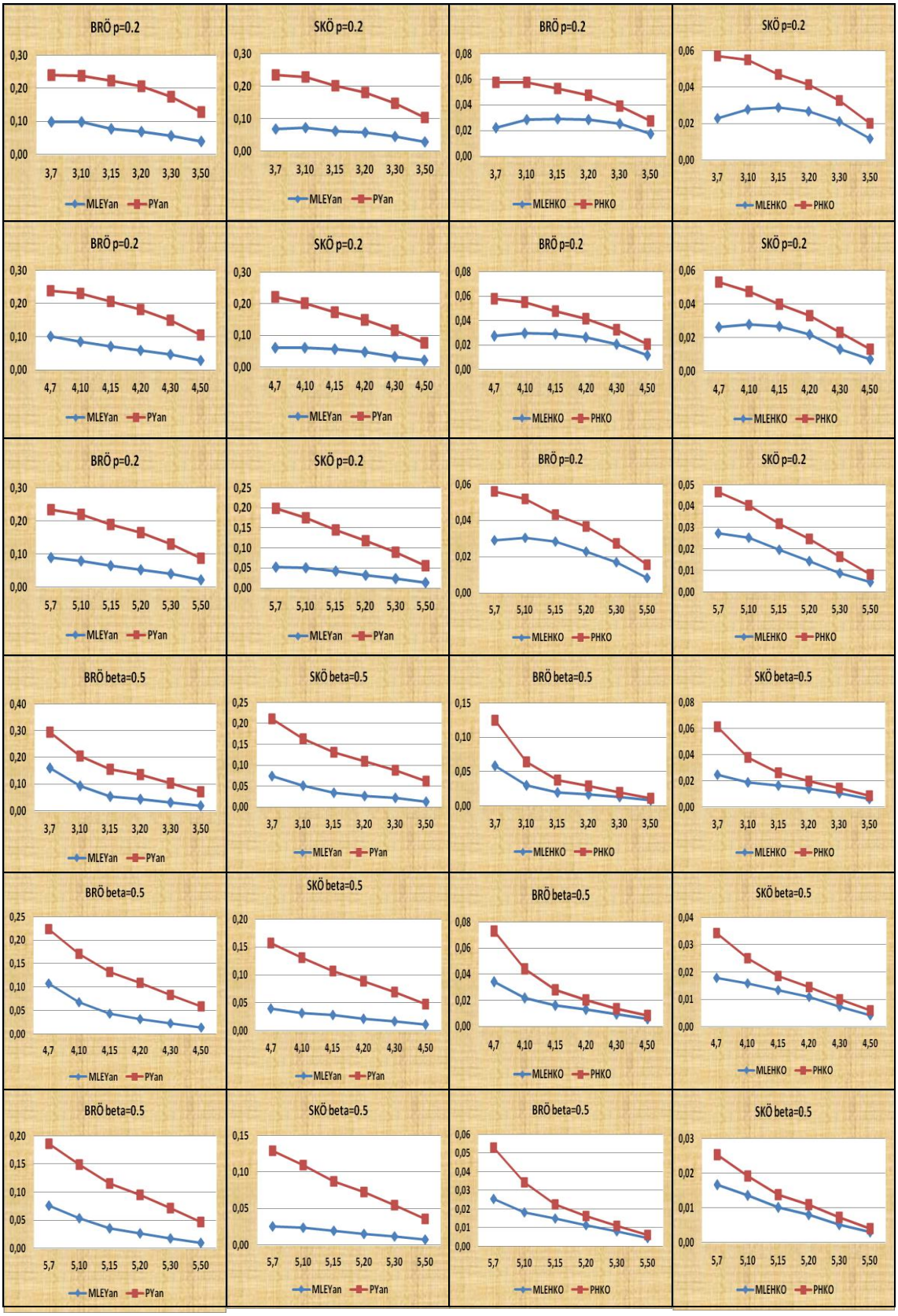


Şekil 4.6: $\ddot{U}L(p=0.2, \beta=0.1)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.7: $\ddot{U}L(p=0.2,\beta=0.5)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	BRÖ p=0.2				**SKÖ p=0.2**				**Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)**	
	MLE		**Bayes Prior**		**MLE**		**Bayes Prior**			
(m,r)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*RE 1*	*RE 2*
3,7	0,0980	0,0222	0,2394	0,0578	0,0677	0,0228	0,2348	0,0568	0,9720	1,0162
3,10	0,0984	0,0288	0,2382	0,0577	0,0719	0,0276	0,2280	0,0549	1,0407	1,0523
3,15	0,0777	0,0293	0,2229	0,0526	0,0616	0,0287	0,2018	0,0470	1,0193	1,1202
3,20	0,0687	0,0285	0,2062	0,0476	0,0564	0,0267	0,1796	0,0413	1,0661	1,1508
3,30	0,0568	0,0252	0,1736	0,0390	0,0452	0,0210	0,1467	0,0325	1,1975	1,2018
3,50	0,0398	0,0174	0,1291	0,0276	0,0270	0,0116	0,1021	0,0199	1,5069	1,3845
4,7	0,1005	0,0275	0,2392	0,0580	0,0610	0,0264	0,2221	0,0530	1,0434	1,0941
4,10	0,0854	0,0296	0,2296	0,0548	0,0602	0,0278	0,2025	0,0474	1,0657	1,1563
4,15	0,0699	0,0291	0,2059	0,0477	0,0565	0,0266	0,1732	0,0399	1,0919	1,1942
4,20	0,0584	0,0262	0,1819	0,0412	0,0475	0,0220	0,1486	0,0331	1,1917	1,2458
4,30	0,0472	0,0209	0,1487	0,0326	0,0328	0,0130	0,1149	0,0232	1,6011	1,4062
4,50	0,0290	0,0117	0,1045	0,0205	0,0208	0,0070	0,0766	0,0129	1,6672	1,5837
5,7	0,0886	0,0289	0,2335	0,0561	0,0529	0,0272	0,1982	0,0465	1,0606	1,2065
5,10	0,0792	0,0305	0,2200	0,0518	0,0505	0,0252	0,1750	0,0402	1,2105	1,2893
5,15	0,0650	0,0283	0,1897	0,0434	0,0429	0,0198	0,1442	0,0318	1,4337	1,3637
5,20	0,0529	0,0230	0,1647	0,0368	0,0323	0,0143	0,1186	0,0246	1,6120	1,4930
5,30	0,0391	0,0169	0,1290	0,0273	0,0239	0,0088	0,0891	0,0163	1,9345	1,6728
5,50	0,0215	0,0083	0,0860	0,0154	0,0139	0,0045	0,0558	0,0081	1,8355	1,9073

	BRÖ β =0.5				**SKÖ β =0.5**				**Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)**	
	MLE		**Bayes Prior**		**MLE**		**Bayes Prior**			
(m,r)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*RE 1*	*RE 2*
3,7	0,1597	0,0584	0,2942	0,1249	0,0740	0,0245	0,2100	0,0611	2,3788	2,0438
3,10	0,0922	0,0294	0,2051	0,0637	0,0502	0,0189	0,1637	0,0380	1,5545	1,6768
3,15	0,0547	0,0193	0,1562	0,0377	0,0344	0,0166	0,1312	0,0260	1,1624	1,4500
3,20	0,0447	0,0164	0,1349	0,0286	0,0270	0,0141	0,1100	0,0198	1,1693	1,4446
3,30	0,0315	0,0130	0,1043	0,0192	0,0212	0,0104	0,0877	0,0143	1,2405	1,3392
3,50	0,0185	0,0082	0,0719	0,0112	0,0129	0,0063	0,0611	0,0087	1,2961	1,2835
4,7	0,1077	0,0342	0,2232	0,0732	0,0394	0,0179	0,1566	0,0342	1,9160	2,1399
4,10	0,0669	0,0220	0,1711	0,0442	0,0321	0,0158	0,1310	0,0252	1,3963	1,7560
4,15	0,0427	0,0163	0,1322	0,0279	0,0281	0,0133	0,1071	0,0186	1,2248	1,5008
4,20	0,0309	0,0132	0,1088	0,0201	0,0217	0,0109	0,0887	0,0145	1,2082	1,3906
4,30	0,0219	0,0096	0,0833	0,0136	0,0162	0,0073	0,0691	0,0101	1,3300	1,3391
4,50	0,0139	0,0060	0,0583	0,0083	0,0108	0,0043	0,0471	0,0059	1,3973	1,3887
5,7	0,0764	0,0255	0,1860	0,0528	0,0256	0,0167	0,1292	0,0252	1,5210	2,0907
5,10	0,0532	0,0183	0,1489	0,0341	0,0234	0,0137	0,1091	0,0192	1,3361	1,7793
5,15	0,0356	0,0149	0,1148	0,0224	0,0196	0,0101	0,0872	0,0139	1,4704	1,6170
5,20	0,0263	0,0111	0,0948	0,0164	0,0151	0,0080	0,0720	0,0110	1,3901	1,4942
5,30	0,0180	0,0081	0,0716	0,0110	0,0118	0,0052	0,0546	0,0073	1,5339	1,5009
5,50	0,0093	0,0044	0,0471	0,0061	0,0070	0,0030	0,0353	0,0041	1,4706	1,5093



Şekil 4.7: **:** $\ddot{U}L(p=0.2,\beta=0.5)$ dağılımı için BRÖ ve SKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.6-4.7 ile Şekil 4.6-4.7 incelendiğinde, ÜL dağılımının parametreleri $(p,\beta)=(0.2,0.1),(0.2,0.5)$ olarak alındığında küme sayısı sabit tutulup döngü sayısı arttırıldığında tüm tahmin edicilerin mutlak değerce yan ve HKO'larında sürekli bir azalma söz konusudur. Ayrıca, bütün RE değerlerinin 1'den büyük olması SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin BRÖ'ye göre daha etkin olduğunu gösterir. Son olarak SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin yan ve HKO'larının ise BRÖ'ye göre genelde daha küçük çıktığı gözlenmiştir. Dolayısıyla, Çizelge 4.6-4.7 ile Şekil 4.6-4.7'den SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin performanslarının BRÖ'ye göre daha iyi olduğu söylenebilir. Ayrıca bütün çizelge ve şekiller incelendiğinde, yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının, genelde EÇO tahmin edicilerinin performanslarına göre daha iyi olduğu görülmektedir.

4.4. Üstel-Logaritmik Dağılımın RDBRÖ ve RSKÖ'ye Dayalı Simülasyon Çalışması

Basit Rasgele Örneklemeye dayalı üst rekor değerler kullanılarak oluşturulan örneklem (RDBRÖ) ile RSKÖ altında p ve β parametreli Üstel-Logaritmik Dağılımın bilinmeyen parametrelerinin en çok olabilirlik ve Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes tahmin edicilerinin HKO ve yan bakımından performanslarını araştırmak için 5.000 tekrara dayalı bir Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Sürekli bir dağılım fonksiyonu olan $F(.)$'den $R_1,R_2,....,R_m$ üst rekor örnekleminin üretilebilmesi için Teorem 2.1 ve Bölüm 4.2'deki algoritma kullanılmıştır. Bu simülasyon çalışmasında *m*; küme sayısı, *r*; döngü sayısı ve parametre değerleri $(p,\beta)=(0.6,0.3),(0.7,0.9)$ olmak üzere p ve β için önsel (prior) dağılımlar olarak sırasıyla $Beta(d_1,e_1)$ ve $Gamma(d_2,e_2)$ dağılımları kullanılmıştır. Ayrıca simülasyon çalışmasında Prior dağılımlara ilişkin parametreler;

Prior1(P1)= $(d_1=3,\ d_2=1,e_1=3,\ e_2=2)$

Prior2(P2)= $(d_1=4,\ d_2=3,e_1=4,\ e_2=3)$

Prior3(P3)= $(d_1=3,\ d_2=2,e_1=3,\ e_2=2)$

şeklinde kullanılmıştır. Burada $(p,\beta)=(0.6,0.3)$ için P1 ve P2, $(p,\beta)=(0.7,0.9)$ parametresi için de P2 ve P3 durumları geçerlidir. Bu simülasyon çalışmasında, RDBRÖ ve RSKÖ altında p ve β için EÇO tahmin edicilerinin performanslarının karşılaştırılmasının yanında p ve β'nın Tierney-Kadane yaklaşımlı Bayes (TKB) tahmin edicilerinin RDBRÖ ve RSKÖ'ne dayalı performanslarının karşılaştırılması da incelenmiştir. Son olarak RDBRÖ ve RSKÖ altında p ve β için elde edilen her bir tahmin ediciye ilişkin göreli etkinlikler (RE) ise

$$RE_1 = RE_{EÇO} = \frac{HKO_{RDBRÖ}(\hat{\theta}_{EÇO})}{HKO_{RSKÖ}(\hat{\theta}_{EÇO})} \tag{4.9}$$

$$RE_2 = RE_{TKBP1} = \frac{HKO_{RDBRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})}{HKO_{RSKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP1})} \tag{4.10}$$

$$RE_3 = RE_{TKBP2} = \frac{HKO_{RDBRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP2})}{HKO_{RSKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP2})} \tag{4.11}$$

şeklinde bulunabilir. Burada $\hat{\theta}$; $\hat{p}$ veya $\hat{\beta}$ tahmin edicilerini göstermektedir. RDBRÖ ve RSKÖ altında p ve β için elde edilen tüm tahmin edicilerin performanslarına yönelik simülasyon sonuçları Çizelge 4.8 ve Çizelge 4.9'da verilmiş olup ilgili tablolara ilişkin grafikler ise Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de gösterilmiştir. $(p,\beta)=(0.7,0.9)$ için hesaplanacak göreli etkinlikler;

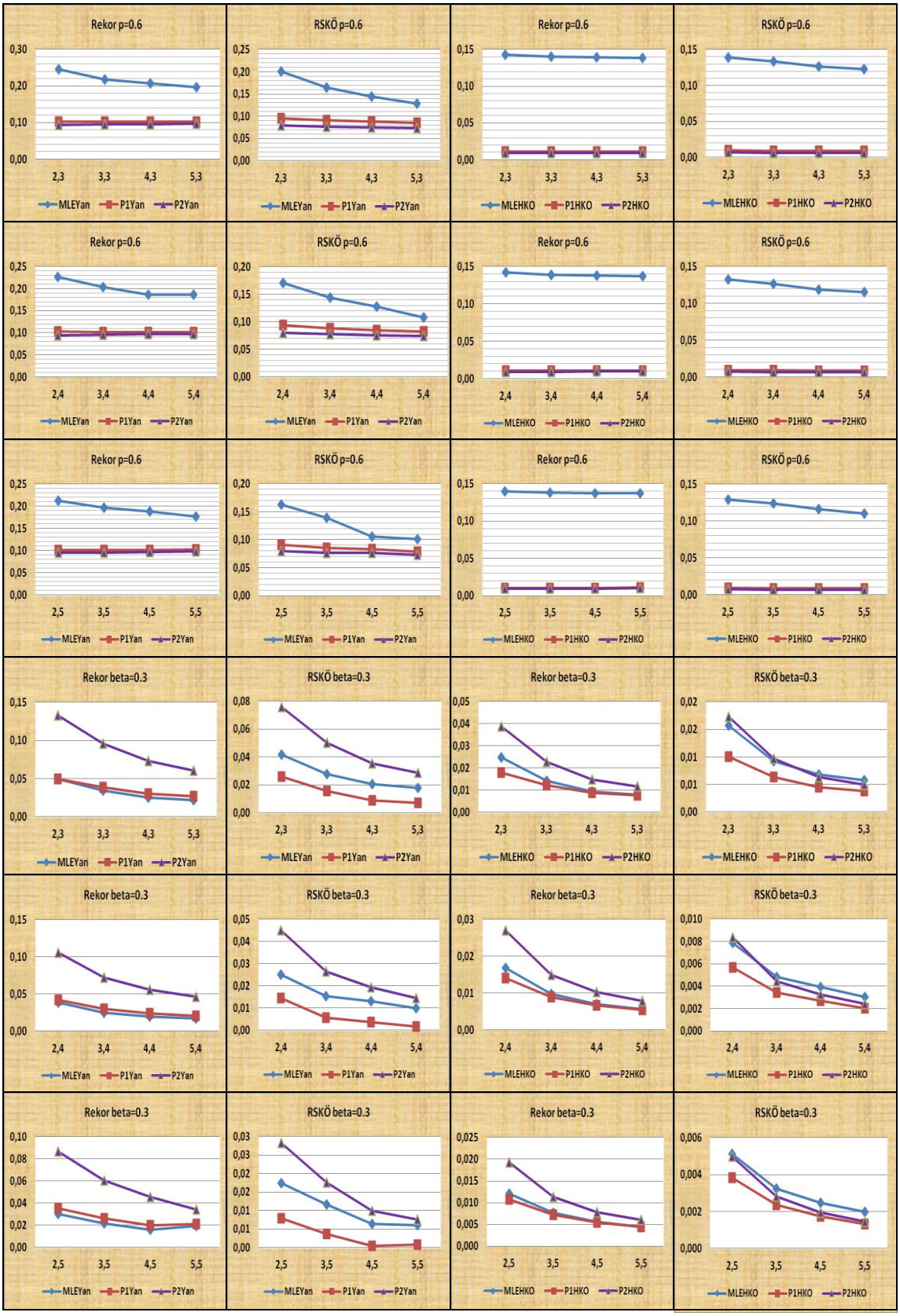
$$RE_2 = RE_{TKBP3} = \frac{HKO_{RDBRÖ}(\hat{\theta}_{TKBP3})}{HKO_{RSKÖ}(\hat{\theta}_{TKBP3})} \tag{4.12}$$

ve (4.11) eşitliğindeki formüller kullanılır.

Çizelge 4.8: $\ddot{U}L(p=0.6,\beta=0.3)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	REKOR p=0.6						RSKÖ p=0.6						Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,3	0,2448	0,1427	0,1028	0,0107	0,0941	0,0089	0,2004	0,1389	0,0954	0,0095	0,0798	0,0067	1,0278	1,1212	1,3406
3,3	0,2184	0,1406	0,1022	0,0106	0,0953	0,0092	0,1639	0,1338	0,0915	0,0091	0,0770	0,0064	1,0508	1,1679	1,4293
4,3	0,2075	0,1393	0,1020	0,0106	0,0959	0,0093	0,1445	0,1267	0,0877	0,0087	0,0747	0,0062	1,0991	1,2212	1,4956
5,3	0,1959	0,1385	0,1018	0,0106	0,0962	0,0094	0,1282	0,1225	0,0851	0,0085	0,0733	0,0062	1,1303	1,2471	1,5112
2,4	0,2264	0,1418	0,1022	0,0106	0,0949	0,0091	0,1707	0,1330	0,0936	0,0094	0,0805	0,0069	1,0667	1,1294	1,3206
3,4	0,2038	0,1390	0,1020	0,0106	0,0959	0,0093	0,1438	0,1262	0,0886	0,0088	0,0773	0,0066	1,1017	1,2060	1,4132
4,4	0,1869	0,1380	0,1020	0,0106	0,0965	0,0094	0,1273	0,1190	0,0842	0,0083	0,0748	0,0064	1,1603	1,2699	1,4629
5,4	0,1870	0,1374	0,1017	0,0105	0,0967	0,0095	0,1082	0,1154	0,0819	0,0082	0,0739	0,0065	1,1906	1,2798	1,4512
2,5	0,2131	0,1397	0,1019	0,0105	0,0953	0,0092	0,1630	0,1289	0,0905	0,0090	0,0799	0,0069	1,0834	1,1765	1,3345
3,5	0,1969	0,1381	0,1018	0,0106	0,0962	0,0094	0,1396	0,1239	0,0851	0,0084	0,0767	0,0067	1,1141	1,2521	1,4041
4,5	0,1884	0,1373	0,1018	0,0106	0,0968	0,0095	0,1061	0,1158	0,0828	0,0084	0,0760	0,0068	1,1863	1,2627	1,3905
5,5	0,1771	0,1374	0,1030	0,0109	0,0987	0,0103	0,1017	0,1102	0,0782	0,0079	0,0733	0,0066	1,2459	1,3799	1,5428

	REKOR β =0.3						RSKÖ β =0.3						Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 1		Prior 2				Prior 1		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,3	0,0493	0,0247	0,0493	0,0180	0,1328	0,0389	0,0416	0,0157	0,0260	0,0100	0,0759	0,0174	1,5745	1,8004	2,2405
3,3	0,0340	0,0140	0,0388	0,0123	0,0958	0,0228	0,0276	0,0092	0,0156	0,0064	0,0500	0,0097	1,5273	1,9320	2,3448
4,3	0,0252	0,0094	0,0298	0,0087	0,0727	0,0147	0,0205	0,0068	0,0090	0,0045	0,0353	0,0063	1,3911	1,9256	2,3348
5,3	0,0220	0,0079	0,0263	0,0075	0,0608	0,0116	0,0180	0,0058	0,0071	0,0038	0,0285	0,0049	1,3576	1,9962	2,3587
2,4	0,0384	0,0168	0,0421	0,0140	0,1059	0,0270	0,0251	0,0078	0,0145	0,0057	0,0451	0,0084	2,1415	2,4688	3,2248
3,4	0,0249	0,0097	0,0297	0,0089	0,0725	0,0149	0,0155	0,0048	0,0058	0,0034	0,0266	0,0045	2,0037	2,6141	3,3448
4,4	0,0194	0,0070	0,0237	0,0067	0,0560	0,0102	0,0130	0,0039	0,0037	0,0027	0,0195	0,0033	1,7829	2,5057	3,1343
5,4	0,0169	0,0056	0,0204	0,0055	0,0462	0,0078	0,0099	0,0030	0,0018	0,0020	0,0145	0,0024	1,8508	2,6649	3,2679
2,5	0,0305	0,0120	0,0352	0,0108	0,0866	0,0193	0,0174	0,0051	0,0079	0,0038	0,0283	0,0050	2,3498	2,8133	3,8816
3,5	0,0217	0,0076	0,0261	0,0073	0,0605	0,0113	0,0117	0,0032	0,0036	0,0024	0,0175	0,0028	2,3505	3,0824	4,0153
4,5	0,0162	0,0056	0,0198	0,0054	0,0456	0,0078	0,0064	0,0025	0,0004	0,0017	0,0100	0,0019	2,2621	3,1111	3,9968
5,5	0,0195	0,0044	0,0213	0,0044	0,0342	0,0061	0,0060	0,0020	0,0008	0,0013	0,0075	0,0014	2,2187	3,2885	4,2055

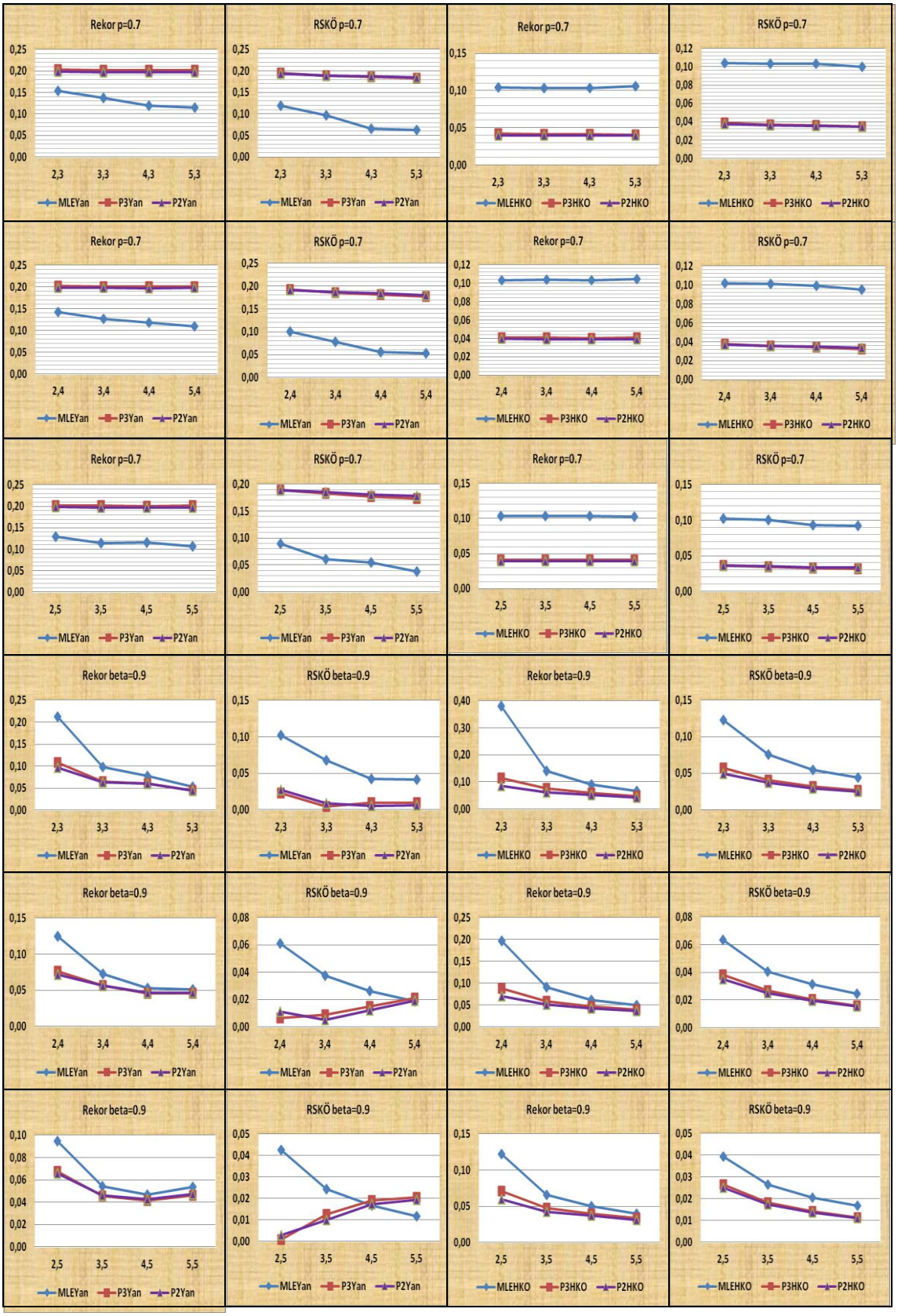


Şekil 4.8: $\ddot{U}L(p=0.6,\beta=0.3)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.9: $\ddot{U}L(p=0.7,\beta=0.9)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçları

	REKOR p=0.7						RSKÖ p=0.7						Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 3		Prior 2				Prior 3		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,3	0,1534	0,1046	0,2037	0,0417	0,1993	0,0399	0,1185	0,1043	0,1955	0,0387	0,1931	0,0376	1,0021	1,0778	1,0598
3,3	0,1376	0,1033	0,2019	0,0409	0,1980	0,0393	0,0962	0,1034	0,1897	0,0367	0,1891	0,0362	0,9998	1,1154	1,0851
4,3	0,1198	0,1036	0,2017	0,0409	0,1980	0,0393	0,0662	0,1035	0,1866	0,0358	0,1872	0,0357	1,0010	1,1426	1,1015
5,3	0,1145	0,1057	0,2014	0,0407	0,1978	0,0392	0,0629	0,1002	0,1825	0,0344	0,1845	0,0348	1,0541	1,1836	1,1263
2,4	0,1422	0,1033	0,2020	0,0410	0,1981	0,0394	0,1002	0,1021	0,1920	0,0375	0,1908	0,0368	1,0115	1,0941	1,0694
3,4	0,1261	0,1039	0,2015	0,0408	0,1978	0,0392	0,0779	0,1010	0,1857	0,0354	0,1866	0,0354	1,0289	1,1512	1,1071
4,4	0,1184	0,1031	0,2010	0,0406	0,1975	0,0391	0,0564	0,0995	0,1816	0,0342	0,1840	0,0347	1,0358	1,1875	1,1277
5,4	0,1094	0,1045	0,2011	0,0406	0,1976	0,0392	0,0529	0,0953	0,1764	0,0326	0,1805	0,0336	1,0963	1,2469	1,1655
2,5	0,1288	0,1032	0,2017	0,0409	0,1980	0,0393	0,0890	0,1018	0,1895	0,0366	0,1892	0,0363	1,0136	1,1156	1,0829
3,5	0,1140	0,1035	0,2014	0,0407	0,1978	0,0392	0,0612	0,1001	0,1834	0,0347	0,1853	0,0351	1,0338	1,1722	1,1176
4,5	0,1157	0,1036	0,2009	0,0405	0,1975	0,0391	0,0553	0,0928	0,1771	0,0327	0,1810	0,0337	1,1154	1,2387	1,1596
5,5	0,1059	0,1030	0,2015	0,0409	0,1979	0,0394	0,0383	0,0924	0,1736	0,0318	0,1789	0,0332	1,1146	1,2871	1,1874

	REKOR β=0.9						RSKÖ β=0.9						Göreli Etkinlik (Relative Efficiency)		
	MLE		Bayes				MLE		Bayes						
			Prior 3		Prior 2				Prior 3		Prior 2				
(r,m)	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	*Yan*	*HKO*	RE_1	RE_2	RE_3
2,3	0,2116	0,3794	0,1076	0,1152	0,0972	0,0848	0,1020	0,1229	0,0227	0,0576	0,0268	0,0495	3,0885	2,0017	1,7133
3,3	0,0982	0,1415	0,0650	0,0751	0,0629	0,0616	0,0682	0,0759	0,0043	0,0410	0,0089	0,0368	1,8627	1,8338	1,6735
4,3	0,0778	0,0904	0,0611	0,0595	0,0606	0,0514	0,0421	0,0543	0,0096	0,0321	0,0053	0,0296	1,6643	1,8495	1,7357
5,3	0,0528	0,0655	0,0442	0,0476	0,0451	0,0425	0,0413	0,0441	0,0096	0,0263	0,0062	0,0246	1,4830	1,8087	1,7276
2,4	0,1249	0,1967	0,0762	0,0886	0,0721	0,0700	0,0612	0,0636	0,0067	0,0383	0,0110	0,0349	3,0922	2,3168	2,0051
3,4	0,0726	0,0904	0,0562	0,0590	0,0559	0,0511	0,0374	0,0407	0,0089	0,0266	0,0052	0,0249	2,2177	2,2172	2,0484
4,4	0,0531	0,0619	0,0452	0,0465	0,0461	0,0418	0,0261	0,0313	0,0151	0,0203	0,0123	0,0192	1,9798	2,2921	2,1728
5,4	0,0507	0,0497	0,0455	0,0396	0,0464	0,0364	0,0187	0,0247	0,0212	0,0159	0,0191	0,0152	2,0161	2,4872	2,3915
2,5	0,0945	0,1218	0,0678	0,0710	0,0660	0,0593	0,0425	0,0394	0,0008	0,0265	0,0028	0,0249	3,0895	2,6770	2,3803
3,5	0,0545	0,0661	0,0454	0,0478	0,0462	0,0426	0,0245	0,0265	0,0125	0,0182	0,0099	0,0174	2,4945	2,6287	2,4497
4,5	0,0467	0,0506	0,0415	0,0401	0,0426	0,0368	0,0168	0,0206	0,0190	0,0142	0,0173	0,0136	2,4611	2,8316	2,6963
5,5	0,0536	0,0397	0,0465	0,0336	0,0475	0,0310	0,0117	0,0168	0,0205	0,0114	0,0194	0,0110	2,3715	2,9523	2,8154



Şekil 4.9: $\ddot{U}L(p=0.7\beta=0.9)$ dağılımı için RDBRÖ ve RSKÖ'ye dayalı parametre tahmin sonuçlarına ilişkin grafikler

Çizelge 4.8-4.9 ile Şekil 4.8-4.9 incelendiğinde, ÜL dağılımının parametreleri $(p,\beta)=(0.7,0.9),(0.6,0.3)$ olarak alındığında küme sayısı sabit tutulup döngü sayısı arttırıldığında tüm tahmin edicilerin mutlak değerce yan ve HKO'larında genelde bir azalma söz konusudur. Ayrıca, bütün RE değerlerinin genelde 1'den büyük olması SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin BRÖ'ye göre daha etkin olduğunu gösterir. Son olarak SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin yan ve HKO'larının ise BRÖ'ye göre genelde daha küçük çıktığı gözlenmiştir. Dolayısıyla, Çizelge 4.8-4.9 ile Şekil 4.8-4.9'dan SKÖ altında elde edilen tüm tahmin edicilerin performanslarının BRÖ'ye göre daha iyi olduğu söylenebilir. Ayrıca bütün çizelge ve şekiller incelendiğinde, yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının, genelde EÇO tahmin edicilerinin performanslarına göre daha iyi olduğu görülmektedir.

Özet olarak, bütün çizelge ve şekiller incelendiğinde m; küme sayısı sabit tutulup, r; döngü sayısı artırıldığında tahmin edicilerin yan ve HKO'larda genel olarak sıfır değerine doğru azalma söz konusudur. Ayrıca çeşitli parametre değerleri için oluşturulan tüm çizelge ve şekillerde RE; göreli etkinliklerin genelde 1 değerinden büyük olması SKÖ'nün BRÖ'ye ve RSKÖ'nün RDBRÖ'ye göre daha etkin olduğunu göstermiştir. Bütün çizelge ve şekillerde bahsedilen şartların bir bütünlük içinde sağlanmış olması tahmin edicilerin performanslarının çok iyi olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, SKÖ altında elde edilen EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının BRÖ'ye göre daha iyi olduğu gözlenmiştir. Aynı şekilde, RSKÖ altında elde edilen EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının RDBRÖ'ye göre daha iyi olduğu gözlenmiştir. Ayrıca bütün çizelgeler incelendiğinde, yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının, EÇO tahmin edicilerinin performanslarına göre daha iyi olduğu açıkça görülmektedir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

Bu tez çalışmasında BRÖ, SKÖ ve RSKÖ'nün teorik alt yapısı verilmeye çalışılmıştır. Daha sonra, temel olarak BRÖ, SKÖ ve RSKÖ altında Chen ve ÜL dağılımların bilinmeyen parametre tahminleri problemi üzerinde durulmuştur. Bu problemin çözümü, söz konusu bilinmeyen parametreler En Çok Olabilirlik (EÇO) ve Bayes tahmin edicileri elde edilmesiyle sağlanmıştır. Aynı zamanda, Tierney-Kadane yaklaşımı kullanılarak karesel kayıp fonksiyonu altında Bayes tahmin edicilere ulaşılmıştır. Sonraki bölümlerde BRÖ, SKÖ ve RSKÖ altında EÇO ve Bayes tahmin edicilerini karşılaştırmak için Monte Carlo simülasyon çalışması uygulanmıştır. En son, hata kareler ortalaması (HKO) ve yanlar bakımından EÇO ve Bayes tahmin edicilerin karşılaştırılması sağlanmıştır. Ayrıca BRÖ, SKÖ ve RSKÖ baz alınarak göreli etkinlikler de karşılaştırılmıştır.

Sonuç olarak, SKÖ altında elde edilen, Chen Dağılımının EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının BRÖ'ye göre daha iyi olduğu gözlenmiştir. Aynı paralellikte, RSKÖ altında elde edilen, Chen Dağılımının EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının RDBRÖ'ye göre genelde daha iyi olduğu tespit edilmiştir. SKÖ altında elde edilen, ÜL Dağılımın EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının BRÖ'ye göre daha iyi olduğu gözlenmiştir. Aynı şekilde, RSKÖ altında elde edilen, ÜL Dağılımın EÇO ve yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının RDBRÖ'ye göre genelde daha iyi olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, yaklaşık Bayes tahmin edicilerinin performanslarının, EÇO tahmin edicilerinin performanslarına göre genelde daha iyi olduğu açıkça görülmüştür. Son olarak bütün durumlarda ön bilginin olması durumunda elde edilen yaklaşık Bayes tahmin edicilerin diğer tahmin edicilere göre performanslarının çok iyi olduğu da gözlenmiştir.

5.2. Öneriler

Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) ve Rekor Sıralı Küme Örneklemesi (RSKÖ)'ye dayalı gerçek veri analizleri yapılabilir. Gerçek veriler kullanılarak SKÖ ve RSKÖ yöntemleri altında farklı dağılımların bilinmeyen parametreleri için nokta ve aralık tahminleri yapılabilir.

KAYNAKLAR

Abdi, M. ve Asgharzadeh, A., 2017, Rayleigh confidence regions based on record data, *Journal of Statistical Research of Iran JSRI*, 14 (2), 171-188.

Abu-Dayyeh, W. A., Al-Subh, S. A. ve Muttlak, H. A., 2004, Logistic parameters estimation using simple random sampling and ranked set sampling data, *Applied mathematics and computation*, 150 (2), 543-554.

Adatia, A., 2000, Estimation of parameters of the half-logistic distribution using generalized ranked set sampling, *Computational statistics & data analysis*, 33 (1), 1-13.

Ahmad, K. ve Jaheen, Z., 1995, Approximate Bayes estimators applied to the inverse Gaussian lifetime model, *Computers & Mathematics with Applications*, 29 (12), 39-47.

Ahmadi, J. ve Doostparast, M., 2006, Bayesian estimation and prediction for some life distributions based on record values, *Statistical Papers*, 47 (3), 373-392.

Akgül, F. G. ve Şenoğlu, B., 2016, Estimation of P (X< Y) using ranked set sampling for the Weibull distribution, *Quality Technology & Quantitative Management*, 14 (3), 296-309.

Arnold, B. C., Balakrishnan, N. ve Nagaraja, H. N., 1998, Records, John Wiley & Sons, p.

Baklizi, A., 2008, Likelihood and Bayesian estimation of Pr (X< Y) using lower record values from the generalized exponential distribution, *Computational statistics & data analysis*, 52 (7), 3468-3473.

Barabesi, L. ve El-Sharaawi, A., 2001, The efficiency of ranked set sampling for parameter estimation, *Statistics & probability letters*, 53 (2), 189-199.

Casella, G. ve Berger, R. L., 2002, Statistical Inference, *Pacific Grove, CA*.

Chandler, K., 1952, The distribution and frequency of record values, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 14 (2), 220-228.

Chen, Z., 2000, A new two-parameter lifetime distribution with bathtub shape or increasing failure rate function, *Statistics & probability letters*, 49 (2), 155-161.

Chen, Z., Bai, Z. ve Sinha, B., 2004, Ranked set sampling: theory and applications, Springer Science & Business Media, p.

Çıngı, H., 1994, Örnekleme kuramı, *Ankara: Hacettepe Üniversitesi Basımevi*.

Dell, T. ve Clutter, J., 1972, Ranked set sampling theory with order statistics background, *Biometrics* (28), 545-555.

Deshpande, J. V., 2013, Ranked set sampling for environmental studies, *Indian Institute of Science Education and Research*, 4-6.

El-Sagheer, R. M., 2014, Inferences for the generalized logistic distribution based on record statistics, *Intelligent Information Management*, 6 (4), 171-182.

Faizan, M. ve Sana, M. S., 2018, Bayesian estimation and prediction for Chen distribution based on upper record values, *Journal of Mathematics and Statistical Science*, 1 (6), 235-243.

Hassan, A. S., 2013, Maximum likelihood and Bayes estimators of the unknown parameters for exponentiated exponential distribution using ranked set sampling, *International Journal of Engineering Research and Applications*, 3 (1), 720-725.

Hassan, A. S., Abd-Allah, M. ve Nagy, H. F., 2018a, Bayesian analysis of record statistics based on generalized inverted exponential model, *Int J Adv Sci Eng Inform Technol*, 8 (2), 323-335.

Hassan, A. S., Marwa, A. ve Nagy, H. F., 2018b, Estimation of P (Y<X) using record values from the generalized inverted exponential distribution, *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 14 (3), 645-660.

Hussian, M., 2014a, Estimation of stress-strength model for generalized inverted exponential distribution using ranked set sampling, *International Journal of Advances in Engineering & Technology*, 6 (6), 2354-2362.

Hussian, M. A., 2014b, Bayesian and maximum likelihood estimation for Kumaraswamy distribution based on ranked set sampling, *American Journal of Mathematics and Statistics*, 4 (1), 30-37.

Khoshkhoo Amiri, Z. ve MirMostafaee, S., 2016, Estimation of the Shape Parameter of the Weighted Exponential Distribution Under the Record Ranked Set Sampling Plan, *Reliability Theory and its Applications*, 115-118.

Kowalczyk, B., 2005, On different estimators of a population mean based on ranked sets, *Badania Operacyjne i Decyzje* (3-4), 23-34.

McIntyre, G., 1952, A method for unbiased selective sampling, using ranked sets, *Australian journal of agricultural research*, 3 (4), 385-390.

McMillan, J. H., 1996, Educational research: Fundamentals for the consumer, ERIC, p.

MirMostafaee, S. ve Aminzadeh, M., 2015, Bayesian Inference for the Rayleigh Distribution Based on Record Ranked Set Samples, *Reliability Theory and its Applications*, 95-98.

Mittelhammer, R. ve Mittelhammer, R. C., 2013, Mathematical statistics for economics and business, Springer, p.

Moala, F. A. ve Garcia, L. M., 2013, A Bayesian analysis for the parameters of the exponential-logarithmic distribution, *Quality Engineering*, 25 (3), 282-291.

Nasiri, P. ve Hosseini, S., 2012, Statistical inferences for Lomax distribution based on record values (Bayesian and classical), *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 11 (1), 179-189.

Olive, D. J., 2014, Statistical theory and inference, *New York*, Springer, p.

Öztürk, F., Akdi, Y., Aydoğdu, H. ve Karabulut, İ., 2006, Parametre Tahmini ve Hipotez Testi.

Patil, G., 1995, Editorial: Ranked set sampling, *Environmental and Ecological Statistics*, 2 (4), 271-285.

Patil, G., Sinha, A. ve Taillie, C., 1995, Finite population corrections for ranked set sampling, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 47 (4), 621-636.

Rohatgi, V. K. ve Saleh, A. M. E., 2001, An introduction to probability and statistics, John Wiley & Sons, p.

Sadek, A. ve Alharbi, F., 2014, Weibull-Bayesian analysis based on ranked set sampling, *International Journal of Advanced Statistics and Probability*, 2 (2), 114-123.

Salehi, M. ve Ahmadi, J., 2014, Record ranked set sampling scheme, *Metron*, 72 (3), 351-365.

Salehi, M. ve Ahmadi, J., 2015, Estimation of stress-strength reliability using record ranked set sampling scheme from the exponential distribution, *Filomat*, 29 (5), 1149-1162.

Salehi, M., Ahmadi, J. ve Dey, S., 2016, Comparison of two sampling schemes for generating record-breaking data from the proportional hazard rate models, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 45 (13), 3721-3733.

Soliman, A. A., Abd Ellah, A. H. ve Sultan, K. S., 2006, Comparison of estimates using record statistics from Weibull model: Bayesian and non-Bayesian approaches, *Computational statistics & data analysis*, 51 (3), 2065-2077.

Soliman, A. A. ve Al-Aboud, F. M., 2008, Bayesian inference using record values from Rayleigh model with application, *European Journal of Operational Research*, 185 (2), 659-672.

Stokes, L., 1995, Parametric ranked set sampling, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 47 (3), 465-482.

Stokes, S. L., 1977, Ranked set sampling with concomitant variables, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 6 (12), 1207-1211.

Stokes, S. L., 1980, Estimation of variance using judgment ordered ranked set samples, *Biometrics*, 36, 35-42.

Tahmasbi, R. ve Rezaei, S., 2008, A two-parameter lifetime distribution with decreasing failure rate, *Computational statistics & data analysis*, 52 (8), 3889-3901.

Takahasi, K. ve Wakimoto, K., 1968, On unbiased estimates of the population mean based on the sample stratified by means of ordering, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 20 (1), 1-31.

Tierney, L. ve Kadane, J. B., 1986, Accurate approximations for posterior moments and marginal densities, *Journal of the american statistical association*, 81 (393), 82-86.

TÜİK, 2019, www.tuik.gov.tr.

Wolfe, D. A., 2010, Ranked set sampling, *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2 (4), 460-466.

Zamanzade, E. ve Al-Omari, A. I., 2016, New ranked set sampling for estimating the population mean and variance, *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 45 (6), 1891-1905.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Muhammet ÇAVDAR
Uyruğu : TC
Doğum Yeri ve Tarihi :
Telefon :
e-posta :

Eğitim

2013—2021 : Doktora, Selçuk Üniversitesi, İstatistik Anabilim Dalı
2007—2010 : Yüksek Lisans, Selçuk Üniversitesi, İktisat Anabilim Dalı
1998—2005 : Lisans, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, İktisat Bölümü

İş Deneyimi

Uzman, TÜİK Konya Bölge Müdürlüğü
2020—Devam ediyor : Kısa Dönemli Sosyal Araştırmalar Takım Sorumlusu
2018—2020 : Tarım İstatistikleri Takım Sorumlusu
2011—2018 : Tarım ve Çevre İstatistikleri Takım Sorumlusu
2010—2011 : Tarım ve Çevre İstatistikleri İş Sorumlusu
Uzman Yardımcısı, TÜİK Konya Bölge Müdürlüğü
2006—2010 : Tarım ve Çevre İstatistikleri İş Sorumlusu

Proje

TÜİK Konya Bölge Müdürlüğü, TR52 (Konya-Karaman)
2012—2020 : İstatistik Bilgi Sistemi (İBS) Bölge Sorumluluğu
2016 : Tarım İşletme Yapı Araştırması Bölge Sorumluluğu
2011 : Nüfus ve Konut Araştırması Karaman İl ve İlçe Sorumluluğu
2008 : Çiftlik Yapı Araştırması Bölge Sorumluluğu
2007 : Adrese Dayalı Nüfus Kayıt Sistemi İlçe Sorumluluğu, (Kulu, Cihanbeyli, Altınekin)
2006 : Tarımsal İşletme Listesi Araştırması Bölge Sorumluluğu
Konya Ovası Projesi (KOP) Bölge Kalkınma İdaresi, Konya
2012—2013 : Çekirdek Komisyon Üyeliği, Tarımsal ve Kırsal Kesim Veri Derleme, Değerlendirme Projesi

Yurtdışı Staj ve Çalıştay

06.07.2009 — 27.11.2009: Çiftlik Yapı Araştırması 2010, Macaristan (142 Gün)
26.03.2008 — 28.03.2008: Bağcılık ve Meyvecilik İstatistikleri, Macaristan (3 Gün)

Akademik Çalışmalar

Uzmanlık Tezi
Çavdar, M., (2010), *TR52 (Konya-Karaman) Bölgesi Çiftçi Kayıt Sisteminin Kapsam Hatalarının Simülasyon Yöntemi ile Tespiti*, Konya: TÜİK.

Makale
Karaibrahimoğlu, A. ve Çavdar, M., (2018), *Tarımsal Ürün Verimliliği ve Panel Veri Analizi*, Fen Bilimleri ve Matematik Alanında Akademik Çalışmalar, Ankara: Gece Akademisi, 9-23.

Sözlü Tebliğ
Çavdar, M. ve Saraçoğlu, B., (2020), *Point Estimation for Chen Distribution Based on Ranked Set Sampling*, ISC 2019 Proceedings, 1009-1015.

Yabancı Dil
İngilizce: 72 (YDS, Sonbahar 2006)