



T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TEK DEĞİŞKENLİ VE ÇOK DEĞİŞKENLİ BAZI NORMALLİK TESTLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Halil İbrahim AKÇADAĞ

DOKTORA TEZİ

Zootekni Anabilim Dalı

Ocak-2013
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

DOKTORA TEZİ

TEK DEĞİŞKENLİ VE ÇOK DEĞİŞKENLİ BAZI NORMALLİK TESTLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Halil İbrahim AKÇADAĞ

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Zootekni Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Abdurrahman TOZLUCA

2013, 186 Sayfa

Jüri
Yrd. Doç. Dr. Abdurrahman TOZLUCA
Prof.Dr. Saim BOZTEPE
Prof.Dr. Aşır GENÇ
Prof.Dr. Ensar BAŞPINAR
Doç.Dr. İsmail KESKİN

Bu tez çalışmasında, tek değişkenli normallik testlerinden Eğrilik testi, Diklik testi, D'Agostino-Pearson'un DP testi, Jarque-Bera'nın J-B testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi, Zhang'in Z testi ile Zhang ve Wu'nun Z-H_A, Z-H_C ve Z-H_K testi incelenmiştir. Çok değişkenli normallik testlerinden Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Eğrilik*, Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) ve M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Royston'un Roy ve Roy* testi incelenmiştir. Bu testlerin I. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırılmaları yapılmıştır. Bu karşılaştırmalar simülasyon tekniği ile normal, simetrik ve simetrik olmayan dağılımlarda çeşitli örnek genişliklerinde yapılmıştır. Tek değişkenli normallik ile ilgili H_0 hipotezinin test edilmesinde Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi ile Zhang ve Wu'nun Z-H_C testi diğer testlerden daha yüksek güç performanslarına sahip olmuştur. Bu testleri Zhang'in Z testi ile Zhang ve Wu'nun Z-H_K testi izlemiştir. Bu testlere ilaveten özellikle simetrik olmayan dağılımlarda Eğrilik ve D'Agostino-Pearson'un DP testinin de güçlü testler olduğu sonucuna varılmıştır. Çok değişkenli normallik ile ilgili H_0 hipotezinin test edilmesinde ise bütün dağılımlar birlikte dikkate alındığında Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi diğer testlerden daha iyi sonuçlar vermiştir. Ayrıca Royston'un Roy* ve Roy testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik*, Eğrilik*, Diklik ve Eğrilik testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Mardia-Kent'in M-K testi ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* testi genelde yüksek güç değerlerine sahip olmuştur.

Anahtar Kelimeler: Tek değişkenli normallik testleri, Çok değişkenli normallik testleri, I. tip hata, testin gücü

ABSTRACT

Ph.D THESIS

COMPARISON OF SOME UNIVARIATE AND MULTIVARIATE NORMALITY TESTS

Halil İbrahim AKÇADAĞ

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELÇUK UNIVERSITY
THE DEGREE DOCTOR OF BIOMETRY
IN ANIMAL SCIENCE

Advisor: Asst.Prof.Dr. Abdurrahman TOZLUCA

2013, 186 Pages

Jury
Asst.Prof. Dr. Abdurrahman TOZLUCA
Prof.Dr. Saim BOZTEPE
Prof.Dr. Aşır GENÇ
Prof.Dr. Ensar BAŞPINAR
Assoc.Prof.Dr. İsmail KESKİN

In this study, univariate normality tests Skewness, Kurtosis, D'Agostino-Pearson's DP test, Jarque-Bera's J-B test, Shapiro-Wilk's S-W test, Zhang's Z test, Zhang and Wu's Z-H_A, Z-H_C and Z-H_K tests are examined. Multivariate normality tests Mardia's multivariate Skewnes, Skewnes*, Kurtosis and Kurtosis* tests, Mardia-Foster's M-F(C_w^2) and M-F(S_w^2) tests, Mardia-Kent's M-K test, Doornik-Hansen's D-H test, Srivastava's Sriv 1 and Sriv 2 tests, multivariate Jarque-Bera tests MJB, MJB* and MJB** tests, Srivastava-Hui's S-H test, Henze-Zirkler's H-Z test, Royston's Roy and Roy* tests are examined. These tests were compared in terms of type I error and power of test. This comparisons were made with simulation to normal, symetric and nonsymetric distributions for various sample sizes. On univariate normallity H_0 hypothesis testing Zhang and Wu's Z-H_A test, Shapiro-Wilk's S-W test, Zhang and Wu's Z-H_C test have had higher pover performance than the others. In addition to these tests, especially in the non-symetric distributionrs Skewness and D'Agostino-Pearson's DP test were concluded that powerful tests. H_0 hypothesis testing relative to the multivariate normallity, taken together with all distributions the Henze-Zirkler's H-Z test and Mardia-Foster's M-F(S_w^2) gave better results than other tests. In addition, Royston's Roy* and Roy tests, Doornik-Hansen's D-H test, Mardia's multivariate Kurtosis*, Skewnes*, Kurtosis and Skewnes tests, Srivastava-Hui's S-H test, Mardia-Kent's M-K test, multivariate Jarque-Bera tests MJB* test have generally been higher power values.

Keywords: Univariate normality tests, Multivariate normality tests, type I error, power of test

ÖNSÖZ

Çalışmalarımı sürekli destekleyen, her konuda bana yardımcı olan danışman hocam sayın Yrd.Doç.Dr. Abdurrahman TOZLUCA'ya, tezin hazırlanmasında önerileri ile yol gösteren ve yardımlarını esirgemeyen hocalarım Prof.Dr. Aşır GENÇ ve Prof.Dr. Saim BOZTEPE'ye, teze ait simülasyon çalışmalarımda yardımcı olan Dr. Ali BİLGEN'e teşekkür ederim. Her zaman maddi ve manevi destekleriyle benim yanımda olan Anne ve Babam'a, ayrıca tez çalışmalarım sırasında gösterdikleri sabır ve anlayıştan dolayı eşim ve kızlarıma teşekkür ederim.

Halil İbrahim AKÇADAĞ
KONYA-2013

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **v**

ÖNSÖZ ..... **vi**

İÇİNDEKİLER ..... **vii**

1. GİRİŞ **1**

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI **4**

2.1. Tek Değişkenli Normallik Testleri 4
2.2. Çok Değişkenli Normallik Testleri 7

3. MATERYAL VE YÖNTEM **14**

3.1. Verilerin Elde Edilmesi 14
3.1.1. Tek değişkenli verilerin elde edildiği dağılımlar 14
3.1.2. Çok değişkenli verilerin elde edildiği dağılımlar 15
3.1.2.1. Çok değişkenli normal dağılım 15
3.1.2.2. Karışık çok değişkenli normal dağılım 15
3.1.2.3. Çok değişkenli ki-kare dağılımı 16
3.1.2.4. Çok değişkenli lognormal dağılım 16
3.1.2.5. Khintchine dağılımı 17
3.1.2.6. Genelleştirilmiş üstel güç dağılımı 17
3.1.2.7. Pearson tip II dağılımı 17
3.1.2.8. Pearson tip VII dağılımı 18
3.2. Tek Değişkenli Normallik Testleri 19
3.2.1. Shapiro-Wilk testi 19
3.2.2. Eğrilik testi 20
3.2.3. Diklik testi 22
3.2.4. D'Agostino-Pearson testi 24
3.2.5. Jarque-Bera testi 25
3.2.6. Zhang testi 26
3.2.7. Zhang-Wu testi 29
3.3. Çok Değişkenli Normallik Testleri 30
3.3.1. Mardia'nın çok değişkenli eğrilik ve diklik testleri 30
3.3.2. Mardia-Foster testi 32
3.3.3. Mardia-Kent testi 35
3.3.4. Doornik-Hansen testi 36
3.3.5. Srivastava testi 38
3.3.6. Çok değişkenli Jarque-Bera testleri 42
3.3.7. Srivastava-Hui testi 44
3.3.8. Henze-Zirkler testi 46
3.3.9. Royston testi 49

4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA 55

4.1. Tek Değişkenli Veriler İçin I. Tip Hata Bakımından Testlerin Karşılaştırılması 55
4.2. Tek Değişkenli Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 56
4.3. Çok Değişkenli Normal Dağılımdan Elde Edilen Veriler İçin I. Tip Hata Bakımından Testlerin Karşılaştırılması 73
4.4. Çok Değişkenli Karışık Normal Dağılımlardan Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 77
4.5. Çok Değişkenli Ki-Kare (sd = 1) Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 121
4.6. Çok Değişkenli Lognormal Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 125
4.7. Knintchine Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 129
4.8. Genelleştirilmiş Üstel Güç Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 133
4.9. Pearson Tip II Dağılımı (m = -0.5, -0.25, 0, 0.5, 1, 2, 4 ve 10) İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 137
4.10. Çok Değişkenli Cauchy Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 161
4.11. Çok Değişkenli t (sd=10) Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması 164

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 169

5.1. Sonuçlar 169
5.2. Öneriler 178

KAYNAKLAR 181

ÖZGEÇMİŞ 185

1. GİRİŞ

Normal dağılım, parametre tahmininde ve test hipotezinin kontrol edilmesinde paramerik testlerin önemli bir varsayımıdır. Bunun için, bir araştırıcının üzerinde çalıştığı örneğe ait verilerin normal dağılım gösterip göstermediğini bilmesi gerekir.

İncelenen özelliğin dağılımıyla ilgili araştırıcılar genelde daha önce yapılan araştırmalardan söz konusu özelliğin dağılımı hakkında bilgi sahibidir. Bununla birlikte incelenen özelliğin geniş bir varyasyon göstermesi, örnek genişliğinin küçük olması ve gözlemler arasında aşırı sapan değerlerin bulunması gibi nedenlerle verilerin analizleri yapılmadan önce normallik testleri ile gözlem değerlerinin normal dağılıma uygunluğu kontrol edilmelidir.

Genel olarak ve özellikle normallik için dağılım varsayımlarını test etmek hem teorik hem de pratik istatistiksel araştırmanın önemli bir konusu olmuştur. Yapılan bir araştırmadan elde edilen tek değişkenli X_1, X_2,…,X_n gözlem değerlerinin dağılımının bilinmesi kullanılacak istatistik analiz yöntemlerinin belirlenmesinde önemlidir. Ancak birçok durumda gözlem değerlerinin dağılışı hakkında kesin bir bilgi olmadığından genellikle gözlem değerlerinin normal dağılım gösterdiği kabul edilir. Burada gözlem değerlerinin normal dağılım gösterip göstermediğinin kesin olarak bilinmeden normal dağılım gösterdiği varsayımının yapılmasının nedeni, geliştirilen istatistik tekniklerinin çoğu normal dağılım varsayımına dayanılarak türetilmiş olmasıdır (Shapiro ve Wilk 1965). Dolayısıyla, bu testlerden beklenen yararların sağlanabilmesi normallik varsayımının sağlanıp sağlanamamasıyla oldukça ilişkilidir.

Bir araştırmadan elde edilen verilere ait dağılımın normal olup olmadığı grafiksel veya normallik testleri kullanarak kontrol edilebilir. Örneğin bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin histogramı çizilerek normal dağılıma uygunluk gösterip göstermediği ile ilgili bir fikir sahibi olunabilir. Ancak grafiksel inceleme yaparak verilerin normal dağılım gösterdiğini kabul etmek yanıltıcı olabilir. Bu nedenle verilerin normal dağılıma uyum gösterip göstermediğinin belirlenmesinde verilerin normal dağılıma uygunluğunu test eden normallik testlerinin kullanılması gerekir.

Tek değişkenli verilerde olduğu gibi çok değişkenli verilerde de çok değişkenli normallik varsayımı, yaygın olarak kullanılan çok değişkenli istatistik yöntemlerin temelini oluşturur. Hopkins ve Clay (1963), Mardia (1975) ile Conover ve Iman (1980), belirttiği gibi çok değişkenli varyans analizi, diskriminant analizi, kanonik korelasyon analizi ve maksimum olasılık faktör analizi gibi çok değişkenli analizler, normallik

varsayımını gerektirir. Ayrıca yapılan benzetim (simülasyon) çalışmalarında, çok değişkenli analiz yöntemlerinin normal olmayan çok değişkenli verilerle kullanıldığında, bu yöntemlerin çoğunun performansının olumsuz yönde etkilendiği görülmüştür (Looney, 1995).

Tek değişkenli veriler için normallik varsayımını kontrol etme genel bir uygulamadır. Fakat çok değişkenli veriler için çok sayıda test olduğu halde normallik varsayımını kontrol etme genelde uygulanmamaktadır. Çok değişkenli normallik testleri içinde en çok bilinenler veya çok yaygın bir şekilde kullanılanlar eğrilik veya dikliği temel alan testlerin çok değişkenliye genişletilmiş hali, tek değişkenli Shapiro-Wilk W (1965) testinin çok değişkenli genişletilmiş hali ayrıca ki-kare çiziminin grafiksel genişletilmiş halidir (Naczk, 2004).

Çok değişkenli veriler için birçok uygulayıcı çok değişkenli normallik varsayımını test etmeye isteksizdir. Bu ilgisizliğin olası nedenleri aşağıda verilmiştir.

1) Uygulayıcı, çok değişkenli normallik testlerinin olduğunun farkında olmayabilir.

2) Verilen bir testte, test istatistiği ve/veya I. tip hata olasılığına dair yazılım çabucak bulunamayabilir.

3) Yazılım, test istatistiğini hesaplamak için mevcut olsa bile I. tip hata olasılığını hesaplamak için yazılım bulunmadığında güvenilir yüzde noktaların tablodaki yerinin belirlenmesinde hala zorluk olabilir.

4) Kullanıcı, büyüklük ve güç hakkında az bilgiye sahip olduğu bir testi kullanmaya isteksiz olabilir.

5) Kullanıcı, çok değişkenli normallik varsayımından bir sapma belirlerse bundan emin olmayabilir (Looney, 1995).

Hem tek değişkenli hem de çok değişkenli istatistik yöntemlerinin birçoğu normallik varsayımını esas alır. Araştırmalardan elde edilen verilerin analizlerinin yapılmadan önce normallik varsayımının da kontrol edilmesi gerekir. Normallik varsayımı sağlanmadan kullanılacak istatistik yöntemlerle elde edilecek sonuçlar gerçek durumu yansıtmayabilir. Başka bir ifade ile yöntemlerin performansı olumsuz yönde etkilenecektir. Bu yüzden araştırıcılar verilerini analiz etmeden önce mutlaka normallik varsayımı sağlayıp sağlamadığını kontrol etmesi gerekir. Eğer veriler normal dağılıma uygunluk göstermiyorsa uygun transformasyonlarla normallik sağlanmaya çalışılır veya parametrik olmayan yöntemler kullanılır.

Tek değişkenli ve çok değişkenli verilerin normal dağılıma uygunluğunu belirlemek için çok sayıda normallik testi geliştirilmiştir. Uygulamada araştırıcılar, elde edilen verilerin normal dağılım gösterip göstermediğini bulmak için en güçlü testi ya da testleri kullanması gerekir. Bunun için söz konusu testlerin normal dağılımda I. tip hata bakımından, normal olmayan çeşitli eğrilikteki ve diklikteki dağılımlarda ise testin gücü bakımından karşılaştırılması yapılarak testlerin performansları belirlenmelidir. Böylece farklı dağılımlarda bu testlerin birbirlerine karşı zayıf ve üstün olduğu durumlar ortaya çıkarılmış olur. İncelenen testlerde başlangıçta kararlaştırılan I. tip hatayı koruyan ve daha yüksek güce sahip olan test ya da testler tercih edilir.

Bu tez çalışmasında tek değişkenli normallik testlerinden Eğrilik testi, Diklik testi, D'Agostino-Pearson'un DP testi, Jarque-Bera'nın J-B testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi, Zhang'in Z testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_A, Z-H_C ve Z-H_K testi ile çok değişkenli normallik testlerinden Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Eğrilik*, Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) ve M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Royston'un Roy ve Roy* testi incelenmiştir. Burada Normal ve normal olmayan çeşitli dağılımlarda çeşitli örnek genişlikleri için ele alınan tek değişkenli ve çok değişkenli testlerin I. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırılması amaçlanmıştır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

2.1. Tek Değişkenli Normallik Testleri

Shapiro and Wilk (1965), tek değişkenli normalliği test etmek için yeni bir yöntem sunmuşlardır. Bu test istatistiğini, örnek sıra istatistiklerinin uygun bir lineer kombinasyonunun karesini varyansın klasik tahminine bölünmesiyle elde etmişlerdir. Test yöntemini ve onun bazı analitik özelliklerini tanımlamışlardır. Bu istatistiğin normallikle ilgili hipotezi test etmede uygun olduğunu bildirmişlerdir.

Royston (1982a), çalışmasında 3'den 50'ye kadar olan örnek büyüklüğü ile sınırlı olan Shapiro-Wilk'in (1965) *W* istatistiğini örnek büyüklüğü n=2000'e kadar genişletmiş ve bilgisayar uygulamasına uygun, bir normalleştirme transformasyonu vermiştir. Normallik için transforme edilen verilerde *W*'nin yeni bir uygulamasını önermiştir.

Royston (1982b), Shapiro-Wilk'in (1965) *W* istatistiği ile ilgili örnek genişliği 3 ile 2000 arasında *W*'nin hesaplanması ve *W*'nin önem seviyesinin belirlenmesi için bir algoritma (simülasyon yazılımı) sunmuştur.

Epps and Pulley (1983), normallikle ilgili geniş kapsamlı bir test önermişlerdir. Bu testi (α=0.7 ve 1.0 için $T^*(\alpha)$) Shapiro-Wilk (S-W*)* testi ve *R* testi ile karşılaştırmışlardır. Bu testin bazı hesaplama avantajları sunduğunu ve populasyon hakkında ön bilgi sağlayacağını bildirmişlerdir.

Baringhaus et al. (1989), tek değişkenli normallik için Anderson-Darling (AD) testi, Shapiro-Wilk (S-W) testi, Shapiro-Francia (SF) testi, Epps-Pulley (EP) testi ve D'Agostino-Pearson (DP) testinin güç performansını bir simülasyon çalışmasında belirlemişlerdir. Sayısal sonuçları, güç eğrileri (isodynes) ile göstermişlerdir. Bu testlerin güç performanslarını, farklı eğrilik $\sqrt{b_1}$ ve diklik b_2 değerlerinde Johnson-systemiyle (J) standardize edilen verilerin dağılımlarında (Johnson (1949)) ve belirli dağılımlarda çıkarmışlardır. Bu karşılaştırmalar sonucunda Anderson-Darling (AD) testi, Shapiro-Wilk (S-W) testi, Shapiro-Francia (SF) testi ve Epps-Pulley (EP) testinin iyi performans gösterdiğini ve dikkate alınan bütün alternatif dağılımlar için gücü yaklaşık olarak benzer olduğunu bildirmişlerdir. Bununla birlikte normalliği test etmek için uygun bir yöntem olarak Epps-Pulley (EP) testini hesaplamalardaki kolaylığı nedeniyle tavsiye etmişlerdir.

D'Agostino et al. (1990), bir populasyonun, normal dağıldığını test etmek için eğrilik, diklik ($\sqrt{b_1}$ ve b_2) ve bu iki testin birleşmesinden oluşan D'Agostino-Pearson'un DP testini incelemişlerdir. Bu çalışmada söz konusu testleri yeniden gözden geçirmişler, nasıl kullanılacağını göstermişler ve istatistik yazılım uygulaması yapmışlardır. Normal ve normallikten farklı şekillerde ayrılan verilerin normal olasılık eğrileri göstermişlerdir.

Zhang (1999), normalliği test etmek için yeni bir test istatistiği önermiştir.Test istatistiği *Q*'yu sıralanan tesadüfi gözlemlerin iki tane doğrusal kombinasyonunun birbirine oranlamasıyla elde etmiştir. Doğrusal kombinasyon katsayıları standart normal dağılımdan sıra istatistiklerinin beklenen değerlerini kullanarak elde edilir. Bu testin eğrilik ve diklikten kaynaklanan, normallikten sapmaları belirlemek için geniş kapsamlı bir test olduğunu bildirmiştir. *Q* istatistiğinin I. tip hata olasılığı ve güç özelliklerini değerlendirmek için ve Shapiro-Wilk'in *W* istatistiği, *W*'nin uygulamasını örnek büyüklüğü 3'den 2000'e kadar Royston (1982) tarafından genişletilen *W** istatistiği, D'Agostino (1971) *D* istatistiği ve Anderson-Darling (1952) A^2 istatistiği ile bir simülasyon çalışması yapmıştır. Bu karşılaştırmayı 1000 simülasyon tekrarlamasıyla örnek genişliği 10, 20, 50 ve 100 iken *W**, *Q*, A^2 ve *D* istatistiğinde, *W* istatistiğinde ise 10, 20 ve 50 örnek genişliklerinde gerçekleştirmiştir. Karşılaştırma sonucunda *Q* istatistiğinin A^2 ve *D* istatistiğinden daha güçlü olduğunu ancak alternatif dağılımların çoğunda *W** istatistiği ile benzer güç değerlerine sahip olduğunu bildirmiştir.

Seier (2002), tek değişkenli normallik testlerini I. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırmıştır. I. tip hata bakımından bu karşılaştırmayı Kolmogorov'un (1933) D, Anderson–Darling'in (1952) A^{2*}, D'agostino'nun (1972) *Y*, Shapiro-Wilk, (1965) *W*, Royston'un (1992) *z*, (Chen-Shapiro'nun, (1995) QH*, Zhang'in (1999) *Q*, D'agostino'nun (1990) K^2 istatistikleri ile G_w^2 ve G_w^{2*} test istatistiklerinde α=0.01, 0.05 ve 0.10 önem seviyesinde 100000 Monte Carlo örneği ile yapmıştır. Güç bakımından karşılaştırmaları simetrik normal olmayan dağılımlara karşı, ıskala karışık normal dağılımlara karşı, dengelenmiş karışık normal dağılımlara karşı ve eğri dağılımlara karşı yapmıştır.

Mendeş and Pala (2003), yaptıkları simülasyon çalışmasında Shapiro-Wilk, Lilliefors ve Kolmogorov-Smirnov testlerini I. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırmışlardır. Karşılaştırma sonunda söz konusu bu testlerin güç performanlarını

büyükten küçüğe sırasıyla Shapiro-Wilk testi, Lilliefors testi ve Kolmogorov-Smirnov testi şeklinde bildirmişlerdir.

Zhang and Wu (2005), olasılık oranını temel alan normallikle ilgili geniş kapsamlı testler önermişlerdir. Normalliğin test edilmesi için önerilen Z_A, Z_C ve Z_K istatistiğine ait tahmini yüzde noktalarını vermişlerdir. Z_A, Z_C ve Z_K test istatistiklerini Shapiro-Wilk istatistiği W, Anderson-Darling istatistiği A^2 ve D'Agostino'nun istatistiği D ile karşılaştırmışlardır. Bu karşılaştırmaları Monte Carlo yaklaşımıyla 10000 simülasyon denemesinde, çeşitli alternatif dağılım ailelerinde, çeşitli örnek genişliklerinde ve α=0.05 I. tip hata olasılıklarında yapmışlardır. Yaptıkları simülasyon çalışması sonunda test istatistiklerinin güç performanslarını $Z_A > Z_C >$ W $> Z_K > A^2 >$ D şeklinde sıralamışlardır.

Keskin (2006), yaptığı simülasyon çalışmasında Eğrilik, Diklik, D'Agostino-Pearson ve Shapiro-Wilk testlerini incelemiştir. Farklı örnek büyüklükleri için 100000 adet örnek üzerinde normal ve normalden sapan dağılımlarda α=0.05 I. tip hata olasılığında bu testlerin performanslarını belirlemiştir. Simülasyon çalışması sonunda Shapiro-Wilk testinin diğer testlerden daha yüksek güç performansına sahip olduğunu bildirmiştir.

Öztuna ve ark. (2006), Lilliefors düzeltmeli Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk, D'Agostino-Pearson ve Jarqua-Bera testlerinin I. tip hata ve güç açısından karşılaştırmasını yapmışlardır. Simülasyon çalışmalarında 23 farklı örnek büyüklüklüğünde her defasında 1000 adet örnek çekerek normal ve standart normal dağılımlarda testleri I. tip hata bakımından, Gamma (2,1), Exponential (1), t (30), Beta (2,5), Ki-kare (30) ve Uniform (40,60) dağılımlarında testleri güç bakımından karşılaştırmışlardır. Karşılaştırmalar sonunda normal ve standart normal dağılımlarda I. tip hata ile ilgili en iyi sonuçları Jarqua-Bera testinin verdiğini, normal olmayan dağılımlarda Shapiro-Wilk testinin en güçlü test olduğunu bildirmişlerdir.

Chaichatschwal and Budsaba (2007), tek değişkenli normalliğin test edilmesinde kullanılan Anderson-Darling istatistiği (A^2), Shapiro-Wilk istatistiği (W), Shapiro-Fransiva istatistiği (W □), Zhang-Wu'nun Z_A istatistiği, Z_C istatistiği ve Z_K istatistiğini karşılaştırmışlardır. Bu testlerin karşılaştırılmasını normal parametreler bilinmediğinde ve örnek büyüklüğü 10, 30, 50, 70 ve 100 ile α=0.05 I. tip hata olasılığında yapmışlardır. Yapılan 1000 Monte Carlo tekrarlaması ile bütün test istatistiklerinin I. tip hata olasılıklarının, çalışmalarındaki bütün örnek genişliklerinde kontrol edilebileceği

sonucuna varmışlardır. Örnek büyüklüklerinin ve dağılım tiplerinin testlerin gücünü etkilediğini bildirmişlerdir.

Özer ve Kocabaş (2007), tek değişkenli normallik testlerinden Eğrilik, Diklik, D'Agostino-Pearson, Jarque-Bera, Kolmogorov-Simirnov, Lilliefors, Ki-kare, Anderson-Darling ve Shapiro-Wilk testini I. tip hata ve güç performansları bakımından karşılaştırmışlardır. Çalışmalarını α=0.05 I. tip hata olasılığında, çeşitli örnek genişliklerinde, 100000 simülasyon denemesinde normal, simetrik ve çeşitli eğriliklerdeki dağılımlarda yapmışlardır. Karşılaştırmalar sonunda I. tip hata olasılığı bakımından Jarque-Bera testi en iyi sonuçları verirken testin gücü bakımından genellikle Shapiro-Wilk testinin diğer testlerden daha güçlü olduğunu bildirmişlerdir. Normal ve normal olmayan dağılımlar birlikte göz önünde tutulduğunda Shapiro-Wilk testinin diğer testlere göre en iyi sonuçları verdiğini belirtmişlerdir. Ayrıca Anderson-Darling, Eğrilik ve D'Agostino-Pearson testlerininde güçlü testler olduğu sonucuna varmışlardır.

Yıldırım ve Gökpınar (2012), yaptıkları çalışmada uyum iyiliği testlerinden Kolmogorov-Simirnov, Anderson-Darling, Jarque-Bera testleri ve Zhang (2002) ile Esteban ve ark. (2007) tarafından önerilen testleri tanıtmışlardır. Ayrıca bu testleri I. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırmasını yapmışlardır. Bu karşılaştırmaları α=0.01, 0.05 ve 0.10 I. tip hata olasılıklarında, 10, 20, 30, 50 ve 100 örnek genişliklerinde ve çeşitli dağılımlarda yapmışlardır. Karşılaştırma sonuçlarına göre I. tip hata olasılıkları bakımından bütün testlerin oldukça iyi sonuçlar verdiğini bildirmişlerdir. Güç bakımından gamma, üstel ve lognormal dağılımlar için (simetrik olmayan dağılımlar) Zhang'in Z_A testi ile Esteban ve ark.'nın $S'_{n,c}$ testi, $(-\infty,\infty)$ aralığında simetrik dağılımlarda Jarque-Bera JB testi ve Esteban ve ark.'nın $S'_{n,B}$ testi, $(-\infty,\infty)$ aralığında simetrik olmayan dağılımlarda Z_A testinin oldukça yüksek güç değerlerine sahip olduğunu bildirmişlerdir.

2.2. Çok Değişkenli Normallik Testleri

Mardia (1970), eğrilik ve diklik ölçümlerini incelemiştir. Çok değişkenli eğrilik ve diklik ölçümleri, t istatistiği için bazı güç çalışmalarının belli yönlerde genişletilmesiyle geliştirilmiştir. Çalışmasında, çok değişkenli normal bir populasyondan elde edilen örneklerde çok değişkenli eğrilik ve diklik ölçümlerinin

asimtotik dağılımlarını elde etmiş ve çok değişkenli normallikle ilgili bir test önermiştir. Hotelling's T^2 testinin büyüklüğü üzerine normal olmamanın etkisini, bu ölçümler yardımıyla ampirik olarak araştırmış ve Hotelling's T^2 testinin, eğrilik ölçüsüne diklik ölçüsünden daha hassas olduğunu belirtmiştir. Bu ölçümlerin uygulamalarını iki örnek üzerinde göstermiştir.

Mardia (1974), ilk olarak 1970 yılında çok değişkenli eğrilik ve diklikle ilgili bazı ölçümleri belirtmişti, bu çalışmasında ise önceki çalışmasına ilave olarak teorik araştırmalar ve uygulamalar için, bu ölçümlerin alternatif bir formunu elde etmiştir. Araştırıcı için bu formların bilgisayar programlamaya uygun olduğunu ve bu ölçümlerin değişmez özellikleri ile ilgili daha basit bir kanıt sağladığını bildirmiştir. Çok değişkenli normal dağılımların karışımlarını ele almıştır. Kovaryans matrisleri temel alan normal teori testlerine normal olmamanın etkisini incelemiştir. Burada bu testlerin dikliğe karşı çok hassas olduğunu belirtmiştir. Çok değişkenli normal bir populasyondan çekilen örneklerde çok değişkenli eğrilik ve diklik ölçümlerinin kesin momentlerini elde etmek için bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemin tek değişkenli durum için, Fisher (1930)'den ziyade Geary (1933)'nin yöntemine benzediği bildirmiştir. Monte Carlo çalışmaları ve bu yaklaşımlar çok değişkenli normallikle ilgili bir testin kritik değerlerini hesaplamak için kullanılmıştır. p>2 için eski ve yeni yaklaşımlar ile birlikte monte karlo çalışmalarıyla, $n \geq 50$ olduğunda $b_{1,p}$ ve $b_{2,p}$'nin sıfır dağılımlarının tahmininde hangi yaklaşımın kullanılacağına dair öneriler yapmıştır. Ayrıca küçük sayısal bir örnek vermiştir.

Mardia (1975), 1970 yılında Mardia tarafından elde edilen çok değişkenli eğrilik ve diklik ölçümlerinin Mahalanobis 'açıları' ve uzaklıkları ile nasıl ilişkili olduğunu göstermiştir. $b_{1,\mathrm{p}}$ ve $b_{2,\mathrm{p}}$ ile ilgili bazı ilave kritik değerleri de hesaplamıştır. İki değişkenli durum için Hotelling T^2'ye normal olmamanın etkisi üzerine farklı Monte Carlo çalışmalarını özetleyerek vermiştir. Bu çalışmalardan küçük örnekler için (i) Hotelling T^2 testinin güçlü olduğu (ii) Tek örnek Hotelling T^2 testinin $\beta_{1,\mathrm{p}}$'e karşı $\beta_{2,\mathrm{p}}$'den daha hassas olduğu (iii) $n_1 \neq n_2$ olursa Hotelling T^2 testinin $\beta_{1,\mathrm{p}}$'e karşı daha hassas olduğu sonuçlarını çıkarmıştır. Sayısal bir örnek üzerinde göze çarpan bazı problemleri incelemiştir.

Royston (1983), çok değişkenli normalliği belirlemek için Shapiro-Wilk'in (1965) W istatistiği temel alan yeni bir test sunmuştur. Ayrıca Healy'nin (1968)

yarıçapların karesini temel alan testini genişletmiştir. Bu testleri, üç örnek üzerinde ayrıntılı olarak açıklamıştır.

Mardia and Foster (1983), tek değişkenli veriler için normalliği belirlemede eğrilik ve diklik ölçümleri ile bu ölçümlerin bir kombinasyonunu temel alan birkaç geniş kapsamlı (omnibus) test yönteminde olduğu gibi aynı düşünce ile çok değişkenli normalliği test etmede Mardia (1970)'in çok değişkenli eğrilik ve diklik ölçümlerini temel alan birkaç geniş kapsamlı test yöntemini önermişlerdir. Çok değişkenli eğrilik ve diklik ölçümleri arasındaki korelasyonu belirlemişledir. Çalışmalarında geliştirilen yöntemlerin güçlerini, Monte Carlo çalışmasıyla karşılaştırmışlardır. Çok değişkenli normalliği belirlemede geliştirilen geniş kapsamlı testlerden S_W^2 ve C_W^2 testlerinin simetrik ve asimetrik dağılımlar için uygun olduğunu bildirmişlerdir. Bununla birlikte C_W^2 testinin biraz daha iyi olduğunu belirtmişlerdir.

Srivastava (1984), temel bileşenler metodunu kullanarak çok değişkenli populasyonlar için eğrilik (skewness) ve diklik (kurtosis) değerlerini hesaplamıştır. Bu değerlerin örnek istatistiklerini temel alan, çok değişkenli normallikle ilgili yeni testler önermiştir. Ayrıca çok değişkenli normalliğin test edilmesi için grafiksel bir yöntem bildirmiştir.

Srivastava and Hui (1987), çok değişkenli normalliği test etmek için biri temel bileşenlere dayanan diğeri ise Shapiro-Wilk istatistiğinin bir genellemesi olan iki tane test istatistiği önermişlerdir. Bu test istatistiklerinin asimtotik dağılımlarını vermişler ve Monte Carlo sonuçları ile kıyaslamışlardır. Sayısal bir örnekle yöntemleri göstermişlerdir. Test istatistikleri M_1 ve M_2'nin hesaplamalarının literatürde önerilen benzer istatistiklerden daha kolay olduğunu bildirmişlerdir.

Henze and Zirkler (1990), çok değişkenli normallik için değişmez tutarlı bir grup/sınıf (parametre β'ya bağımlı olan) testi önermiştir. $T_{n,\beta}$ test istatistiğinin (farklı örnek büyüklüğü ve parametre β değerleri) sıfır dağılımındaki (null distribution) tahmini üst yüzde noktalarını belirlemek için kapsamlı bir Monte Carlo denemesi yapmışlardır. Çok değişkenli normalliği test etmeye karşı β'nın bazı değerlerine göre $T_{n,\beta}$'yı temel alan yeni testlerin güç performanslarını belirlemek ve diğer testlerle karşılaştırmak için simülasyon denemesi yapmışlardır. Simülasyon çalışmasında çok değişkenli eğriliği temel alan Mardia'nın *MS* testi, çok değişkenli dikliği temel alan Mardia'nın *MK* testi, Malkovich ve Afifi'nin *MA* testi, Fattorini'nin *FA* testi ile yeni testler, β=0.5, β=1, β=3 ve örnek genişliği (n) ve değişken sayısı'na (p) bağımlı olan β

parametre değerleri için $T_{n,\beta}$'ı karşılaştırmışlardır. Bu karşılaştırmalarda büyük (heavy) kuyruklara sahip olan alternatif dağılımlara karşı seçilen β=0.5 parametre değerleri için test istatistiğinin güçlü bir test olduğunu bildirmişlerdir.

Mardia and Kent (1991) tarafından geliştirilen bu test, Rao'nun skor istatistiği ile ilgili bir uygulamada türetilmiştir. Rao'nun skor istatistiği düzgün üstel dağılım ailesinden ayrılmaları test etmek için kullanılır. Rao'nun skor istatistiğine dair tanımlama ve bu istatistiğin asimptotik dağılımını göstermişlerdir. Pratikte Rao'nun skor istatistiğini hesaplamak bazen çok karmaşık olabilir. Uygun grup yapıları olduğunda Rao'nun skor istatistiğinin hesaplanmasının çok kolay yapılabileceğini göstermişlerdir. Burada üçüncü ve dördüncü momentleri temel alan Rao'nun skor istatistiğini kullanarak çok değişkenli normallik ile ilgili geniş kapsamlı bir test geliştirmişlerdir.

Doornik and Hansen (1994), çok değişkenli normalliği belirlemek için eğrilik ve diklik değerlerini temel alan geniş kapsamlı bir test önermişlerdir. Bu test Shenton ve Bowman (1977) tarafından tek değişkenli verilerde normalliği test etmek için geliştirilen yöntemin çok değişkenli uyarlamasıdır. Çok değişkenli normallik için geliştirilen bu testi I. tip hata olasılıkları ve güç değerleri bakımından Royston'un (1983) testi, Small'ın (1980) testi, Mardia'nın (1970) testi ve Mudholkar, McDermott ve Srivastava'nın (1992) testi ile karşılaştırmışlardır. Bu karşılaştırmalarının sonucunda yeni test istatistiklerinin hem basit olduğunu hem de uygun büyüklükte ve iyi güç özelliklerine sahip olduğunu bildirmişlerdir.

Looney (1995), tek değişkenli normalliğe dair testleri temel alan bazı çok değişkenli normallik testlerini incelemiştir. Çalışmasında Shapiro-Wilk testinin çok değişkenliye genişletilmesi olan Royston'un (1983) *H* testini, tek değişkenli eğrilik ($\sqrt{b_1}$)ve dikliğin (b_2) çok değişkenli genişletilmesi olan Small'ın (1980) Q_1 ve Q_2 ile Q_3 testlerini, çok değişkenli eğrilik ve diklik ile ilgili Srivastava'nın (1974) b_{1p} ve b_{2p} testlerini ve Shapiro-Wilk testini temel alan Srivastava ve Hui'nin (1987) M_1 ve M_2 testlerini ayrıntılı olarak tanımlamış, pratik uygulamaları için öneriler sunmuş ve söz konusu testlerin yazılım programları ile ilgili bilgiler vermiştir. Bu testleri gerçek yaşam veri kümelerini kullanarak açıklamıştır.

Mudholkar et al. (1995), çok değişkenli normallik hipotezini test etme ile ilgili problemi, tek değişkenli normalliği test etmeye dair bağımsız ayrı ayrı problemler şeklinde ayrıştırmışlardır. Bu problemleri Shapiro-Wilk'in (1965) *W* istatistiğini

kullanarak çözmüşlerdir. Tek değişkenli problemlere uygulanan Shapiro-Wilk testi ile ilgili sonuçların p-değişkenli normalliği test etmek için W_T, W_F, W_N ve W_L istatistiklerinin elde edilmesinde nasıl birleştirileceğini göstermişlerdir. Bu testlerin asıl ayrıştırma yapılarını ve bunların basitleştirilmiş versiyonlarını sunmuşladır. Çalışmalarında W^*_T, W^*_F, W^*_N ve W^*_L asıl yöntemler sınıfı ile bunların basitleştirilmiş versiyonu olan W_T, W_F, W_N ve W_L yöntemlerininin I. tip hata olasılıkları ile güç fonksiyonlarını bir simülasyon denemesi ile karşılaştırmışlardır. Burada T, F, N ve L: Tippet, Fisher, Liptak ve Logit kombinasyon yöntemlerini ifade eder. Bu testlerin güç özeliklerini Mudholkar, McDermott ve Srivastava'nın (1992) Z_p istatistiği ve Mardia-Foster'un (1983) S^2_w istatistiğiyle deneysel olarak karşılaştırmışlardır. Karşılaştırma sonucunda yeni testlerin araştırmada dikkate alınan dağılımların büyük çoğunluğunda Z_p ve S^2_w testlerinden daha iyi güç özelliklerine sahip olduğunu bildirmişlerdir. Yeni kombinasyon testleri içerisinde Fisher'in kombinasyon testini önermişlerdir. S^2_w testinin Z_p testinden daha iyi güç özelliklerine sahip olduğunu ifade etmişlerdir.

Royston (1995), $3<n<5000$ arasında değişen örnek büyüklükleri için Royston (1992) ve Roston (1993) tarafından sunulan metotların kullanıldığı bir algoritma düzenlemiştir.

Mecklin and Mundfrom (2004), çok değişkenli normal dağılımda uyum iyiliğine dair bir veri kümesini test etmek için mevcut olan düzinelerce yöntemi yeniden incelemişlerdir. Yöntemleri incelerken belli kategorilere ayırmışlardır. Bu yöntemlerin çoğunun tek değişkenli normalliği test etmek için kullanılan yöntemlerin, çok değişkenli genişletilmiş şekli veya uyarlaması olduğunu belirtmişlerdir. Bazı güç çalışmalarının sonuçlarını özetlemişlerdir. Çok değişkenli normalliği test etme ile ilgili kapsamlı kaynakça literatürünü sunmuşlardır.

Farrell, P.J. et al.(2007), çalışmalarında Royston'un (1983), Henze ve Zikler'in (1990), Royston'un (1992) ve Doornik ve Hansen'in (1994) çok değişkenli normallik testlerini incelemişlerdir. Örnek genişliği 25,50,75,100, 250 ve değişken sayısı 2, 3, 4, 5, 10 olduğunda bu testlerin $\alpha=0.05$ iken 10000 örneğe dayanan I. tip hata olasılıklarını göstermişlerdir. Güç bakımından örnek genişliği 25,50,75,100, 250 ve değişken sayısı 2, 3, 4, 5, 10 olduğunda çeşitli dağılımlar için Henze ve Zikler'in (1990), Royston'un (1992) ve Doornik ve Hansen'in (1994) testlerinin güç değerlerini vermişlerdir. Daha önce yapılan simülasyon çalışmalarıyla kendi sonuçlarını karşılatırmışlardır. Simülasyon çalışması sonuçlarına göre özellikle $n\geq75$ olduğunda incelenen alternatif dağılımlara karşı Henze ve Zikler'in testinin diğer iki teste göre genelde daha iyi güç

değerleri verdiğini bildirmişlerdir. Küçük örnek genişlikleri n=25 civarında Royston'un (1992) testinin iyi güç değerleri verdiğini bilirtmişlerdir.

Koizumi et al. (2008), çok değişkenli eğrilik ve dikliğin örnek ölçümlerini temel alan çok değişkenli normallik için bazı testleri incelemişlerdir. Mardia (1970) ve Srivastava (1984) tarafından tanımlanan çok değişkenli eğrilik ve dikliğin örnek ölçümlerini ayrıntılı olarak göstermişlerdir. Mardia'nın ve Srivastava'nın momentlerini kullanan yeni çok değişkenli normallik testleri çıkarmışlardır. Çok değişkenli normalliği belirlemek için önerdikleri yeni test istatistikleri, tek değişkenli normalliği belirlemek için Jarque and Bera (1987) tarafından geliştirilen testin doğal genişletilmiş halidir. Çalışmalarında geliştirdikleri yeni testleri çok değişkenli Jarque-Bera testleri MJB_M, MJB_S, MJB^*_M ve MJB^*_S'nin beklenen değerleri, varyansları, frekans dağılımları ve üst yüzde noktalarını Monte Carlo simülasyon çalışmasıyla değerlendirmişlerdir.

Turkoğlu ve Özmen (2009), tek değişkenli eğrilik ve diklik katsayıları ile tek değişkenli W, R, Z ve C testlerini incelemişlerdir. Daha sonra bu tek değişkenli testlerin çok değişkenli uyarlamalarını incelemişlerdir. Çok değişkenli normal dağılım testleri içerisinde Z_p ve C_p testlerinin JAVA dilinde uygulamasını yapmışlardır. Bu amaçla bu iki test istatistiğinin dağılım yakınsamalarının doğruluğunu simülasyon ile test etmişlerdir. Simülasyon sonuçlarına göre geliştirilmiş olan yazılımın başarılı olduğu sonucuna varmışlardır. Geliştirdikleri proğramın paket proğramlarında bulunmayan çok değişkenli normal dağılım testini başarılı bir şekilde gerçekleştirdiklerini ifade etmişlerdir.

Villasenor-Alva and Gonzáles-Estrada (2009), çok değişkenli normallik için tek değişkenli normallik ile ilgili Shapiro-Wilk'in W istatistiği ve gözlemlerin ampirik standardizasyonunu temel alan bir uyum iyiliği testi önermişlerdir. Bu çalışmalarında, p=2 ile 5 için ve farklı örnek genişliklerinde 50000 benzetimli (simulated) tesadüfi örneklemesiyle W^*'nin sıfır dağılımı ile ilgili bazı dağılım (quantile) değerlerini sunmuşlardır. Bu testin kritik değerlerini herhangi bir boyutta ve örnek genişliği 12 ile 2000 arasında stadart normal dağılımı kullanarak elde edilebileceğini bildirmişlerdir. Çalışmalarında Mardia'nın (1970) MS ve MK testi, Henze ve Zirkler'in (1990) $T_{.5}$ testi, Mudholkar ve ark'nın (1995) W_F testi ile Srivastava ve Hui'nin (1987) M_1 testine karşı W^*'nin güç performansını belirlemek için bir Monte Carlo denemesi yapmışlardır. Monte Carlo simülasyonu ile elde edilen sonuçlara göre W^* testinin, incelenen çok sayıda alternatif dağılıma karşı Mardia, Henze-Zirkler ve Srivastava-Hui testlerinden daha güçlü olduğunu ifade etmişlerdir.

Enomoto ve ark. (2010), Srivastava (1984) tarafından tanımlanan çok değişkenli eğrilik ve diklik testleri ile ilgili örnek ölçümlerini temel alan çok değişkenli normallik testlerini incelemişlerdir. Bu çalışmalarında Srivastava (1984) tarafından tanımlanan çok değişkenli eğrilik ve dikliğin örnek ölçümlerini, tek değişkenli normallik için geliştirilen Jarque and Bera (1987) testini ve Koizumi, Okamoto and Sue (2009) tarafından önerilen çok değişkenli Jarque-Bera testleri *MJB* ve MJB^{*}'i göstermişlerdir. Ayrıca MJB^{*}'nin varyansını kullanarak yeni bir çok değişkenli Jarque-Bera testi önermişlerdir. Çok değişkenli Jarque-Bera test istatistikleri *MJB*, MJB^{*} ve MJB^{**}'nin varyansları, üst yüzde değerleri, I. tip hata ve güç değerlerini Monte Carlo simülasyon çalışmasıyla değerlendirmişlerdir. Karşılaştırma sonunda çok değişkenli normallik testi için çok değişkenli Jarque-Bera test istatistiği MJB^{**}'i önermişlerdir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Verilerin Elde Edilmesi

Bu araştırmanın materyalini, Microsoft Power Station Developer Studio ve IMSL Library yardımıyla üretilen tesadüf sayıları oluşturmaktadır. Test istatistikleri için gerekli olan hesaplamalar FORTRAN programlama dilinde yazılmış programlar vasıtasıyla gerçekleştirilmiştir.

Tek değişkenli durumda gözlem sayıları n = 10, 20, 25, 30, 40, 50, 70, 100 ve 150 olan örnekler dikkate alınmıştır. Çok değişkenli verilerde değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 için her değişkende gözlem sayıları n = 20, 25, 30, 40, 50, 75, 100, 150 ve 250 olan örnekler kullanılmıştır. Burada normal ve normal olmayan alternatif dağılımlardan farklı büyüklük ve boyutlar için her defasında 10000 adet örnek üretilmiştir. Test istatistikleri 10000 adet örneğin tamamında hesaplanmış ve kontrol (H_0) hipotezinin reddedilme sayıları her farklı test için sayılmıştır. Araştırmada kullanılan tek değişkenli ve çok değişkenli normallik testlerinin I. tip hata olasılığı başlangıçta α=0.05 olarak kararlaştırılmıştır.

3.1.1. Tek değişkenli verilerin elde edildiği dağılımlar

Tek değişkenli verilerde Eğrilik, Diklik, D'Agostino-Pearson'un DP testi, Jarque-Bera'nın J-B testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi, Zhang'in Z testi ile Zhang ve Wu'nun Z-H_A, Z-H_C ve Z-H_K testinin I. tip hata olasılıklarının karşılaştırılmasında Standart Normal Dağılımdan üretilen veriler kullanılmıştır. Söz konusu testlerin güç bakımından karşılaştırılmasında, χ^2, Beta, Uniform, Lognormal, t ve Weibull dağılımlarından veriler üretilmiştir.

Çok değişkenli verilerde çok değişkenli normallik testleri; Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Eğrilik*, Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) ve M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Royston'un Roy ve Roy* testi I. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırılmıştır. Burada en iyi performansa sahip olan çok değişkenli normallik testlerinin belirlenmesinde çok

değişkenli normal dağılımdan ayrılan alternatif dağılımlar dikkate alınmıştır. Bunun için çok değişkenli normalliklerle ilgili testlerin karşılaştırılmasında aşağıdaki çok değişkenli dağılımlar kullanılmıştır. Daha önceki çalışmalarda Mecklin (2000) ve Naczk (2004)'da bu dağılımları çok değişkenli normallik testlerinin karşılaştırılmasında kullanmıştır.

3.1.2. Çok değişkenli verilerin elde edildiği dağılımlar

3.1.2.1. Çok değişkenli normal dağılım

Testler normal dağılıma karşı iki nedenle kıyaslanır.

1) Test istatistiklerinin hesaplanmasına dair algoritmaların doğru bir şekilde programlandığından emin olmak için

2) Tanımlanan α seviyesinde, test istatistiklerinin normalliği reddettiğinden emin olmak için (Mecklin 2000).

Çok değişkenli normal veri kümeleri RNNOA ve RNMVN hazır fonksiyonları kullanarak FORTRAN yazılım programıyla üretilebilmektedir. Bu çalışmada veri setleri RNNOA hazır fonksiyonu kullanılarak tek değişkenli normal veri dizilerinden oluşturulmuştur.

3.1.2.2. Karışık çok değişkenli normal dağılım

Karışık çok değişkenli normal dağılımlar iki ayrı normal populasyondan gelen verilerin farklı oranlarda karışımları ile oluşturulmuştur. Çok değişkenli normal veri setlerinin karışımlarına ait genel yapı Johnson (1987) tarafından gösterilmiştir. Veri setleri RNMVN hazır fonksiyonu kullanılarak üretilmiştir. İki ayrı populasyonda üç karışım oranı dikkate alınmıştır. Bunlar (1) 0.90 ve 0.10 (2) 0.788675 ve 0.211325 (3) 0.50 ve 0.50 dir. Mardia ve ark. (1979) ve Horswell (1990) bu oranlara dair birinci seçim hafif karışım gösterirken eğri (skewed) ve yüksek pik yapma eğiliminde (leptokurtic), ikinci seçim orta derece karışım gösterirken eğri (skewed) ve normal basık (mesokurtic), üçüncü seçim ileri derecede karışım gösterirken eğri (skewed) ve normalden daha yayvan (platykurtic) olduğunu belirtmişlerdir (Mecklin 2000).

Toplam on beş farklı karışım dikkate alınmıştır. Bu karışımlarda populasyonlara ait parametreler: μ_1 tamamı sıfırdan oluşan bir ortalama vektörü, Σ_1 diagonal elemanları

bir ve bütün diagonal dışı elemanları ρ=0.20 olan korelasyon matrisi, μ_2 tamamı birden oluşan bir ortalama vektörü, Σ_2 diagonal elemanları bir ve bütün diagonal dışı elemanları ρ=0.50 olan korelasyon matrisini ifade eder. Her karışık dağılım için karışım seviyeleri, ortalamalar ve korelasyonlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Çizelge 3.1. Çok değişkenli normal dağılımların karışım oranları

	1. Bileşen			2. Bileşen		
Karışım	Karışım Oranı ($\tilde{\rho}$)	Ortalama	Varyans	Karışım Oranı ($\tilde{\rho}$)	Ortalama	Varyans
1	0.90	μ_1	Σ_1	0.10	μ_1	Σ_2
2	0.788675	μ_1	Σ_1	0.211325	μ_1	Σ_2
3	0.50	μ_1	Σ_1	0.50	μ_1	Σ_2
4	0.90	μ_1	Σ_1	0.10	μ_2	Σ_1
5	0.788675	μ_1	Σ_1	0.211325	μ_2	Σ_1
6	0.50	μ_1	Σ_1	0.50	μ_2	Σ_1
7	0.90	μ_1	Σ_2	0.10	μ_2	Σ_2
8	0.788675	μ_1	Σ_2	0.211325	μ_2	Σ_2
9	0.50	μ_1	Σ_2	0.50	μ_2	Σ_2
10	0.90	μ_1	Σ_1	0.10	μ_2	Σ_2
11	0.788675	μ_1	Σ_1	0.211325	μ_2	Σ_2
12	0.50	μ_1	Σ_1	0.50	μ_2	Σ_2
13	0.90	μ_1	Σ_2	0.10	μ_2	Σ_1
14	0.788675	μ_1	Σ_2	0.211325	μ_2	Σ_1
15	0.50	μ_1	Σ_2	0.50	μ_2	Σ_1

μ_1: Tamamı sıfır olan ortalama vektörü
μ_2: Tamamı bir olan ortalama vektörü
Σ_1: Bütün diagonal dışı elemanları ρ=0.20 olan korelasyon matrisi
Σ_2: Bütün diagonal dışı elemanları ρ=0.50 olan korelasyon matrisi

3.1.2.3. Çok değişkenli ki-kare dağılımı

1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından her bir değişkene ait veri setlerinin üretilmesinde FORTRAN programında RNCHI hazır fonksiyon komutu kullanılmıştır. Daha sonra çok değişkenli ki-kare dağılımını elde etmek için bu değişkenler X = (X_1, X_2,…, X_p) şeklinde bir araya getirilmiştir.

3.1.2.4. Çok değişkenli lognormal dağılım

Lognormal dağılımından her bir değişkene ait veri setlerinin üretilmesinde FORTRAN programında RNLNL hazır fonksiyon komutu kullanılmıştır. Daha sonra çok değişkenli Lognormal dağılımı elde etmek için söz konusu değişkenler bir araya getirilmiştir.

3.1.2.5. Khintchine dağılımı

Khintchine Dağılımı, marginal normalliğe sahip olmasına rağmen yani tek değişkenli normalliğe sahip olmasına rağmen değişkenler birlikte çok değişkenli normal bir yapı oluşturmayabilir.

Khintchine Dağılımında veri setleri, Johnson (1987)'e göre üretilmiştir. Veri setlerini üretmek için FORTRAN programında aşağıdaki fonksiyon yapısı kullanılmıştır.

$$X_1 = R(2U_1\text{-}1),\ X_2 = R(2U_2\text{-}1),\ldots,\ X_p = R(2U_p\text{-}1)$$

Burada, R *Gamma* (1.5,2) dağılımının karekökünü temsil eder (Mecklin, 2000) Bu da 3 serbestlik dereceli ki-kare (χ_3^2) dağılımın karekköküne eşittir (Johnson, 1987). U_i'ler ($i=1,2,\ldots,p$ için) bağımsız ve özdeş olarak *Uniform*[0,1] dağılır (Naczk, 2004).

3.1.2.6. Genelleştirilmiş üstel güç dağılımı

Genelleştirilmiş Üstel Güç Dağılım ailesi, çok değişkenli normalliğin eğrilik ve diklik değerlerine eşit olmasına karşın dağılımı çok değişkenli normal dağılıma benzer değildir.

Genelleştirilmiş Üstel Güç Dağılımında veri setleri Mecklin (2000)'e göre aşağıdaki gibi üretilmiştir.

$$X_1 = R_1U_1,\ X_2 = R_2U_2,\ldots,\ X_p = R_pU_p$$

Burada, her X_i ($i=1,2,\ldots,p$) ya + yada - tesadüfi bir işarete sahiptir. R_i'ler bağımsız ve özdeş olarak Gamma [*Gamma* (0.1663,1)]$^{0.125}$ dağılımı gösterir. U_i'ler bağımsız ve özdeş olarak *Uniform*[0,1] dağılır (Naczk, 2004).

3.1.2.7. Pearson tip II dağılımı

Eliptik eş yükseltili dağılımlar ailesine ait olan bir dağılımdır. Johnson (1987)'e göre eliptik eş yükseltili dağılımlar, çok değişkenli normal olmayan belli yapılar için istatistik yöntemlerin güçlerinin belirlenmesinde faydalı bir sınıflama sağlar. Bu dağılımları temel alan yöntemlerin tahmin edilen güçlerini dikkate alarak yorumlama yapılabilir. Bu dağılımlar simetrikliği nedeniyle normal dağılımla yakından ilişkilidir (Naczk, 2004).

Eliptik eş yükseltili dağılımlar ailesindeki bir grup, Pearson Tip II Dağılımıdır. Bu dağılım Johnson (1987)'e göre üretilmiştir.

Birinci bileşen X_1'in değerleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

1. X_1, $Beta(1/2, m + p/2 + 1/2)$ dağılımından üretilir.

2. $X_1 = \pm X_1^{1/2}$, burada $\pm$ tesadüfi işareti gösterir.

Daha sonra k bileşen X_1, X_2,…, X_k üretilir. Burada (k+1). bileşen aşağıdaki gibi oluşturulur.

1. X_{k+1} $Beta(1/2, m + p/2 + 1/2 - k/2)$ dağılımından veriler üretilir.

2. $X_{k+1} = \pm[X_{k+1}(1 - X_1^2 - ...X_k^2)]^{1/2}$ eşittir.

Pearson Tip II Dağılımından üretilen veri setleri parametre m = -0.5, -0.25, 0, 0.5, 1, 2, 4 ve 10 değerlerini kullanarak oluşturulmuştur. Burada özel bir durum, m = 0 olduğunda çok değişkenli Uniform dağılımından veriler üretilir (Naczk, 2004).

3.1.2.8. Pearson tip VII dağılımı

Eliptik eş yükseltili dağılımlar ailesine ait olan diğer bir dağılım Pearson Tip VII Dağılımıdır. Bu dağılımdan hem çok değişkenli t dağılımı hem de çok değişkenli Cauchy dağılımı oluşturulabilir. Çok değişkenli Cauchy dağılımı bu dağılımın özel bir halidir. Yani serbestlik derecesi 1 olduğunda Çok değişkenli Cauchy dağılımı elde edilir.

Johnson (1987) ve Mecklin (2000) çok değişkenli t dağılımı için aşağıdaki transformasyonun kullanılabileceğini belirtmişlerdir (Naczk, 2004).

$$X = \left(\sqrt{S}/\nu\right)^{-1} Z + \mu$$

Burada Z, $N_p(0,\Sigma)$ dir. S, ν serbestlik dereceli ki-kare (χ_ν^2) dağılımına sahip bağımsız tesadüfi değişkenidir. ν, 1 olduğunda dağılım çok değişkenli Cauchy dağılımıdır. Johnson (1987) ve Mecklin (2000) tarafından verilen formül yakından incelendiğinde t dağılımı tek değişkenli t dağılımına sadeleştirilemez. Bunun nedeni serbestlik derecesi ν'nin karekök altına alınmamasından dolayıdır. Bu formülü kullanarak üretilen çok değişkenli veriler grafiksel olarak incelendiğinde tek değişkenli t dağılımından ayrıldığı görülür. Ancak serbestlik derecesi ν'nin karekök'ü alınırsa tek değişkenli t dağılımıyla benzer olacaktır (Naczk, 2004).

3.2. Tek Değişkenli Normallik Testleri

3.2.1. Shapiro-Wilk testi

Shapiro ve Wilk (1965) tarafından önerilen bu test, örnek sıra istatistiklerinin uygun bir lineer bileşeninin karesinin örnek varyansına bölümüyle elde edilir.

Shapiro-Wilk testi için test istatistiği aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$W = \frac{(a'x)^2}{(n-1)S^2} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

Burada,

$$a' = (a_1, a_2, \ldots a_n) = \frac{m'V^{-1}}{(m'V^{-1}V^{-1}m)^{1/2}}$$

x_i' = (x_1, x_2, ... x_n) : küçükten büyüğe doğru sıralı gözlem değerleri,

$\bar{x}$: gözlemlerin aritmetik ortalaması,

m′= (m_1,m_2, ... m_n): standart normal dağılımda N (0, 1) n adet sıra istatistiğinin beklenen değerlerinin vektörü,

V = (V_{ij}) : nxn boyutlu varyans kovaryans matrisidir.

Shapiro ve Wilk, W test istatistiğinin hesaplanmasında 2'den, 50'ye kadar a' katsayı değerlerini tablo halinde vermişlerdir. Bu tabloda a' değerlerini kullanarak W test istatistiğinin hesaplanması için aşağıdaki adımlar izlenir.

(i) Gözlemler küçükten büyüğe doğru sıralanır. $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$

(ii) $\Sigma d_x^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$ hesaplanır.

(iii) Eğer n çift sayı ise (n=2k);

$$b = \sum_{i=1}^{k} a_{n-i+1}(x_{n-i+1} - x_i)$$

Eğer n tek sayı ise (n=2k+1), burada a_{k+1}=0'dır.

$b = a_n (x_n - x_1) + \ldots + a_{k+2} (x_{k+2} - x_k)$

Burada; x_{k+1} yani örnek medyanı b'nin hesaplanmasına katılmaz.

(iv) W istatistiği;

$W = \frac{b^2}{\Sigma d_x^2}$ eşitliği ile hesaplanır.

(v) hesaplanan W istatistiği $W_H < W_T$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir (Shapiro ve Wilk, 1965).

Örnek büyüklüğü arttığında ($3 \leq n \leq 2000$) W istatistiğinin hesaplanması Royston (1982a) tarafından gösterilmiştir.

3.2.2. Eğrilik testi

Eğrilik (Skewness), normal dağılışta simetrikliğin bozulma derecesidir. Dağılış sağa uzun kuyruklu ise pozitif eğri veya sağa eğri, dağılış sola uzun kuyruklu ise negatif eğri veya sola eğri olarak adlandırılır (Yıldız ve ark., 1999).

Eğrilik ölçüsü, bir dağılımın üçüncü momentini gösterir. Moment kelimesi, örnek büyüklüğüne göre ortalamadan sapmaların toplamını ifade etmede kullanılır. Ortalamaya göre üçüncü moment,

$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^3}{n}$ eşitliği ile gösterilir.

Eğrilik, bir dağılımın asimetrikliğinin derecesini yansıtan bir ölçüdür. Bir simetrik dağılım ortadan ikiye ayrıldığında iki özdeş görüntü ile sonuçlanacaktır.

Eğrilikle ilgili en hassas ölçü olarak ortalamaya göre üçüncü momentin tam değeri kullanılır. Eğrilik değeri için Cohen (1996) ve Zar (1999) m_3'le populasyon parametresinin sapmasız tahminini aşağıdaki eşitliklerin sağladığını bildirmiştir (Sheskin, 2000).

$$m_3 = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^3}{(n-1)(n-2)},$$

$$m_3 = \frac{n\sum_{i=1}^{n}X_i^{\,3} - 3\sum_{i=1}^{n}X_i \sum_{i=1}^{n}X_i^{\,2} + \frac{2(\sum_{i=1}^{n}X_i)^3}{n}}{(n-1)(n-2)}$$

Eğrilik değerini hesaplamak için, minimum örnek genişliği n=3 olmalıdır. n=3'den küçük değerler için yukarıdaki eşitlikler tanımsız olacaktır. m_3 için hesaplanan değer üçüncü dereceden birimli olması nedeniyle eğriliği belirtmek için genellikle birimsiz istatistik g_1 kullanılır. g_1 populasyon parametresi γ_1'in bir tahminidir. g_1 değeri;

$g_1 = \frac{m_3}{S^3}$ eşitliği ile hesaplanır.

Burada;

$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2}{n-1}}$ 'dir.

Bir dağılım ortalamaya göre simetrik olduğunda g_1'in değeri 0'a eşit olacaktır. g_1'in değeri 0'dan büyük olduğunda sağa eğri bir dağılım ya da g_1'in değeri 0'dan küçük olduğunda sola eğri bir dağılım olacaktır. Normal dağılım simetrik olmasına rağmen (g_1=0 ile) bütün simetrik dağılımlar normal değildir. Simetrik olan fakat normal olmayan dağılımlar için, t dağılımı ve π=0.5 olduğunda binomiyal dağılım örnek olarak verilebilir (Sheskin, 2000).

Zar (1999) populasyon parametresi $\sqrt{\beta_1}$ bazı kaynaklar tarafından (D'Agostino 1970, 1986 ve D'Agostino et al., 1990) eğriliği ifade etmek için kullanılır. $\sqrt{b_1}$, $\sqrt{\beta_1}$ değerini tahmin etmek için kullanılan örnek istatistiğidir. $\sqrt{b_1}$ 'in değeri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır (Sheskin, 2000).

$$\sqrt{b_1} = \frac{(n-2)g_1}{\sqrt{n(n-1)}}$$

Bir dağılım simetrik olduğunda $\sqrt{b_1}$ 'in değeri 0'a eşit olacaktır. $\sqrt{b_1}$ 'in değeri 0'dan büyük olduğunda sağa eğri bir dağılım ya da $\sqrt{b_1}$ 'in değeri 0'dan küçük olduğunda sola eğri bir dağılım olacaktır. Populasyon eğriliğinin değerlendirilmesi için tek örnekte, g_1 ve/veya $\sqrt{b_1}$ değerinin 0'dan önemli bir şekilde farklı olup olmadığı belirlenir (Sheskin, 2000). Burada $\sqrt{b_1}$ 'in dağılımı Johnson transformasyonuyla

ortalaması sıfır ve varyansı bir olan standart normal dağılıma dönüştürülür (D'Agostino, 1970). Bu transformasyon aşağıdaki şekilde yapılır.

$$Y = \sqrt{b_1}\sqrt{\frac{(n+1)(n+3)}{6(n-2)}},$$

$$\beta_2(\sqrt{b_1}) = \frac{3(n^2+27n-70)(n+1)(n+3)}{(n-2)(n+5)(n+7)(n+9)},$$

Burada; $\beta_2\sqrt{b_1}$, $\sqrt{b_1}$ 'in standardize edilmiş dördüncü momenti,

$$W^2 = -1 + \left\{2(\beta_2(\sqrt{b_1})-1)\right\}^{1/2},$$

$$\delta = 1/\sqrt{\ln W},$$

$$\alpha = \left\{2/\left(W^2-1\right)\right\}^{1/2},$$

$$Z\left(\sqrt{b_1}\right) = \delta \ln\left(Y/\alpha + \left\{(Y/\alpha)^2+1\right\}^{1/2}\right).$$

$Z\left(\sqrt{b_1}\right)$ istatistiği, Z dağılımı gösterir ve $Z_H > Z_T$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir. Zar (1999) $n \geq 9$ olduğunda $Z\left(\sqrt{b_1}\right)$ değeri, g_1'in örnekleme dağılımı için kesin olasılıklarla ilgili iyi bir tahmin sağladığını bildirmiştir (Sheskin, 2000).

3.2.3. Diklik testi

Normal dağılış eğrisinin sivrilik veya yayvanlık derecesi diklik olarak bilinir (Yıldız ve ark., 1999). Diklik (kurtosis), bir dağılımın sivrilik (peakedness) derecesini yansıtan bir ölçüdür. Bir dağılımın dikliği, ortalamaya göre dördüncü momenti ile ifade edilir. Ortalamaya göre dördüncü moment,

$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-\bar{X})^4}{n}$ eşitliği ile elde edilir (Sheskin, 2000).

Genel olarak diklik bir dağılımın sivrilik derecesini yansıtan bir ölçü olarak tanımlanır. Daha özel olarak diklik bir dağılımın standart sapma değerine göre dağılımın yüksekliği ile ilgili bilgi sağlar. Diklik ölçüsü, en çok verilerin normal olarak dağılan bir populasyondan çekilip çekilmediğini belirlemek için kullanılır. Diklik,

mesokurtic, leptokurtic ve platykurtic şeklinde üç genel katogoride belirtilir. Bir mesokurtic dağılım, bir normal dağılım ile temsil edilir. Bütün normal dağılımlar mesokurtictir. Bir leptokurtic dağılım sivrilik derecesinin daha yüksek olması ile karekterizedir. Veriler bir leptokurtic dağılımda, bir mesokurtic veya platykurtic dağılımın her ikisinden daha ziyade ortalama etrafında kümelenme eğilimindedir. Bir platykurtic dağılım sivrilik derecesinin daha düşük olması veya normal dağılımdan daha yayvan olması ile karekterizedir. Veriler bir platykurtic dağılımda, bir mesokurtic veya leptokurtic dağılımın her ikisinden daha ziyade ortalama etrafında genişleme eğilimindedir (Sheskin, 2000).

Diklik değeri için Cohen (1996) ve Zar (1999) m_4'le parametre tahmininde aşağıdaki eşitliklerin sapmasız tahmin sağladığını bildirmiştir (Sheskin, 2000).

$$m_4 = \frac{[[\sum (X - \overline{X})^4 (n)(n+1)]/(n-1)] - 3[\sum (X - \overline{X})^2]^2}{(n-2)(n-3)}$$

$$m_4 = \frac{(n^3 + n^2)\sum X^4 - 4(n^2 + n)\sum X^3 \sum X - 3(n^2 - n)(\sum X^2)^2 + 12n\sum X^2 (\sum X)^2 - 6(\sum X)^4}{n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

Diklik değerini hesaplamak için minimum örnek genişliği n= 4 olmalıdır. n=4'ten küçük değerler için yukardaki eşitlikler tanımsız olacaktır. m_4 için hesaplanan değer dördüncü dereceden birimli olması nedeniyle dikliği belirtmek için, genellikle birimsiz istatistik g_2 kullanılır. g_2 populasyon parametresi γ_2'in bir tahminidir. g_2 değeri;

$g_2 = \frac{m_4}{S^4}$ eşitliği ile hesaplanır.

Bir dağılım mesokurtic olduğunda g_2 değeri 0'a eşit olacaktır. g_2 değeri 0'dan büyük olursa dağılım leptokurtic olacaktır. g_2 değeri 0'dan küçük olursa dağılım platykurtic olacaktır.

Zar (1999) dikliği belirtmede bazı kaynakların (Anscombe ve Glynn (1983), D'Agostino (1986) ve D'Agostino ve ark. (1990)) populasyon parametresi β_2'yi kullandığını belirtmiştir. β_2 değerinin tahmin edilmesinde örnekten hesaplanan b_2 istatistiği,

$b_2 = \frac{(n-2)(n-3)g_2}{(n+1)(n-1)} + \frac{3(n-1)}{n+1}$ şekilde hesaplanır (Sheskin, 2000).

Populasyon dikliğinin değerlendirilmesi için tek örnek testinde g_2 ve/veya b_2 değerinin bir normal dağılımdan önemli derecede farklı olup olmadığı belirlenir. Normal dağılımda g_2=0'a, b_2=3'e eşit olacaktır.

Normal dağılım, g_2 ve b_2 istatistikleri için kesin olarak örnekleme dağılımının tahmininde kullanılır. Böylece diklik için hesaplanan test istatistiği bir z istatistiğidir. Burada Z (b_2) istatistiğini hesaplamak için aşağıdaki adımlar izlenir.

1. b_2'nin değeri hesaplanır.
2. b_2'nin ortalaması ve varyansı hesaplanır.

$$E(b_2) = \frac{3(n-1)}{n+1}, \qquad var(b_2) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)},$$

3. b_2'nin standardize edilmiş hali hesaplanır.

$$x = (b_2 - E(b_2)) / \sqrt{var(b_2)} = \frac{(n-2)(n-3)\,|\,g_2\,|}{(n+1)(n-1)\sqrt{var(b_2)}},$$

4. b_2'nin standardize edilmiş üçüncü momenti hesaplanır.

$$\sqrt{\beta_1(b_2)} = \frac{6(n^2-5n+2)}{(n+7)(n+9)}\sqrt{\frac{6(n+3)(n+5)}{n(n-2)(n-3)}},$$

5. $$A = 6 + \frac{8}{\sqrt{\beta_1(b_2)}}\left[\frac{2}{\sqrt{\beta_1(b_2)}} + \sqrt{1+\frac{4}{\beta_1(b_2)}}\right],$$

6. $$Z(b_2) = \left(\left(1-\frac{2}{9A}\right) - \left[\frac{1-2/A}{1+x\sqrt{2/(A-4)}}\right]^{1/3}\right) / \sqrt{2/(9A)}.$$

$Z(b_2)$ istatistiği, Z dağılımı gösterir ve $Z_H > Z_T$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir. Zar (1999), $n \geq 20$ olduğunda $Z(b_2)$ değeri b_2'nin örnekleme dağılımı için iyi bir tahmin sağladığını bildirmiştir (Sheskin, 2000).

3.2.4. D'Agostino-Pearson testi

D'Agostino-Pearson testi, D'Agostino ve Pearson (1973) tarafından önerilmiştir. D'Agostino-Pearson test istatistiği Eğrilik ve Diklik testi hesap değerlerinin karelerinin toplamına eşittir. D'Agostino-Pearson testinin normal dağılıma uyumu değerlendirmek

için çok etkili olduğunu D'Agostino (1973, 1986) ve Zar (1999) bildirmiştir (Sheskin, 2000).

D'Agostino-Pearson **t**est istatistiği;

$\chi^2 = Z^2\left(\sqrt{b_1}\right) + Z^2(b_2)$ eşitliği ile hesaplanır.

Burada,

Z ($\sqrt{b_1}$): eğrilik testine ait hesap değeri,

Z (b_2): diklik testine ait hesap değeri.

Test istatistiği, 2 serbestlik dereceli χ^2 dağılımı gösterir ve $\chi^2 > \chi^2_{\alpha,2}$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir.

3.2.5. Jarque-Bera testi

Jarque-Bera testi, tek değişkenli verilerde normalliği test etmek için 1980 yılında Jarque ve Bera tarafından önerilmiştir. $x_1, x_2, \ldots, x_N$ verileri, tek değişkenli bir populasyondan çekilen N büyüklüğünde örnekler olursa, örnek ortalaması $\bar{x} = N^{-1}\Sigma_{i=1}^{N} x_i$ ve örnek varyansı $s^2 = N^{-1}\Sigma_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$'ye eşittir. Tek değişkenli örneğe ait eğrilik değeri $\sqrt{b_1} = m_3 / m_2^{\frac{3}{2}}$ ve diklik değeri $b_2 = m_4 / m_2^2$ dir. Burada $m_j = N^{-1}\Sigma_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^j$ eşitliğiyle hesaplanır. Tek değişkenli verilerde, örneğe ait eğrilik ve diklik katsayılarını kullanarak hesaplanan Jarque-Bera test istatistiği,

$$JB = N\left[\frac{\left(\sqrt{b_1}\right)^2}{6} + \frac{(b_2 - 3)^2}{24}\right]$$ şeklindedir.

JB istatistiği, normallik altında iki serbestlik dereceli ki-kare χ_2^2 dağılımına asimptotik olarak sahiptir (Enomoto ve ark., 2010).

1996 yılında Urzua, Jarque-Bera testini aşağıdaki şekilde modifiye etmiştir. Modifiye edilmiş test istatistiği,

$UJB = N\left[\frac{\left(\sqrt{b_1}\right)^2}{c_1} + \frac{(b_2 - c_2)^2}{c_3}\right]$ şeklinde hesaplanır.

Burada c_1, c_2 ve c_3, eğrilik ve diklik değerlerinin beklenen değeri ve varyanslarıdır.

$$c_1 = \text{var}(\sqrt{b_1}) = \frac{6(N-2)}{(N+1)(N+3)},$$

$$c_2 = E(b_2) = \frac{3(N-1)}{(N+1)},$$

$$c_3 = \text{var}(b_2) = \frac{24N(N-2)(N-3)}{(N+1)^2(N+3)(N+5)}.$$

Modifiye edilmiş Jarque-Bera testi (*UJB*), Jarque-Bera testi (*JB*) gibi aynı asimtotik dağılıma sahiptir (Würtz ve Katzgraber, 2009).

3.2.6. Zhang testi

Zhang testi, 1999 yılında Zhang tarafından önerilmiştir. Zhang'in *Q* istatistiği, sıralanan tesadüf gözlemlerinin, iki lineer kombinasyonunun oranıyla hesaplanır. Bu lineer kombinasyon katsayıları standart normal dağılımda sıra istatistiklerinin beklenen değerlerinden elde edilir.

X' = (X_1, X_2, . . . , X_n) standart normal dağılımda sıra istatistiklerine ait bir vektörü göstermek üzere, m' = (m_1, m_2, . . . ,m_n) x'in beklenen değerleri vektörünü gösterir. V, x'in varyans-kovaryans matrisini gösterir.

y değişkeni y' = (y_1, y_2, . . . ,y_n), normal dağılıma sahip N(μ, σ^2) bir örneğin sıralanan gözlem değerleri olursa, o zaman;

$y_i = \mu + \sigma x_i$, i=1, 2, . . . ,n

$E(y_i) = \mu + \sigma m_i$, i=1, 2, . . . ,n

$Cov(y_i) = \sigma^2 V$ olur.

Normalliği test etmek için gerekli olan *Q* istatistiği y_i'nin iki lineer bileşeninden elde edilir. Bu lineer bileşenler σ'nın sapmasız tahminleridir. Bu nedenle lineer bileşenlerin oranı normallik hipotezini test etmek için kullanılabilir.

y_i'nin beklenen değerleri arasındaki uzaklıklar, standart normal dağılımda sıra istatistiklerinin beklenen değerlerine ve populasyon standart sapmasına bağlı olduğu

için yani $E(y_i-y_j) = \sigma\,(m_i-m_j)$, y_i'ye ait lineer katsayılar standart normal dağılımda sıra istatistiklerinin beklenen değerleri aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$g_i = (y_i - y_1) / (m_i - m_1)$, i = 2, 3, . . . ,n. olduğunda,

$q_1 = \sum_{i=2}^{n} \frac{1}{n-1} g_i = \sum_{i=1}^{n} a_i y_i$, burada q_1, σ'nın lineer sapmasız bir tahminidir.

$h_i = (y_i - y_{i+4}) / (m_i - m_{i+4})$, i = 1, 2, . . . ,n-4. olduğunda,

$q_2 = \sum_{i=1}^{n-4} \frac{1}{n-4} h_i = \sum_{i=1}^{n} b_i y_i$, burada q_2, σ'nın ikinci lineer sapmasız bir tahminidir.

a_i ve b_i lineer katsayıları, standart normal dağılımda sıra istatistiklerinin beklenen değerlerine dayanılarak elde edilir. Burada b_i katsayıları simetrik olmasına rağmen ($b_i = -b_{n-i+1}$) a_i katsayıları simetrik değildir.

$$a_i = \frac{1}{(m_i - m_1)(n-1)}, \quad i = 2, 3, \ldots, n, \qquad a_1 = -\sum a_i$$

$$b_1 = -b_n = \frac{1}{(m_1 - m_5)(n-4)}, \qquad b_2 = -b_{n-1} = \frac{1}{(m_2 - m_6)(n-4)}$$

$$b_3 = -b_{n-2} = \frac{1}{(m_3 - m_7)(n-4)}, \qquad b_4 = -b_{n-3} = \frac{1}{(m_4 - m_8)(n-4)}$$

$$b_i = \left(\frac{1}{m_i - m_{i+4}} - \frac{1}{m_{i-4} - m_i} \right) / (n-4), \quad i = 5, 6, \ldots, n-3, n-4.$$

Burada m_i'yi hesaplamak için Blom (1958) tarafından aşağıdaki formül önerilmiştir.

$m_i = \Phi^{-1}[(i - 3/8) / (n + 1/4)]$

Burada;

Φ^{-1} : standart normal eklemeli (kümülatif) dağılımın ters fonksiyonudur.

i = 1, 2, . . . , n.

Böylece a_i ve b_i terimleri kolayca hesaplanabilir. Q istatistiği;

$Q = \log(q_1 / q_2)$ eşitliği ile hesaplanır.

Q'nun daha doğru yüzde noktalarını elde etmek için, *Q*'yu sıfır dağılımına yaklaştırmada Cornish-Fisher genişletmesi (Fisher ve Cornish, 1960) kullanılmıştır. Bu genişletmede ilk dört moment kullanılır. *Q*'nun yüzde noktalarını,

$Q_p = E(Q) + C_p[Var(Q)]^{1/2}$ eşitliği ile hesaplanır.

Burada,

$$C_p = Z_p + \frac{b_1}{6}\left(Z_p^2 - 1\right) + \frac{b_2}{24}\left(Z_p^3 - 3Z_p\right) - \frac{b_1^2}{36}\left(2Z_p^3 - 5Z_p\right)$$

b_1 *Q*'nun eğrilik ve b_2 diklik ($\mu_4 / \mu_2^2 - 3$) değeridir. Z_p standart normal dağılımın yüzde noktasıdır.

En küçük kareler yöntemini kullanarak *Q*'nun ilk dört momenti aşağıdaki gibi n'in fonksiyonları ile tahmin edilir.

$$\mu = -0.00176 - \frac{1.06}{n} + \frac{6.03}{n^2}$$

$$\sigma^2 = 0.011 + \frac{2.9}{n} - \frac{73.8}{n^2} + \frac{1150.1}{n^3} - \frac{6022.5}{n^4}$$

$$b_1 = 0.255 + 0.00038n - 2.21\text{x}10^{-7} n^2 + 4.004\text{x}10^{-11} n^3$$

$$b_2 = -0.2 + 0.00097n - 9.3\text{x}10^{-7} n^2 + 4.4\text{x}10^{-10} n^3 - 6.1\text{x}10^{-14} n^4$$

Q istatistiği, sağa eğri dağılıma karşı güçlü olmasına rağmen sola eğri dağılım için daha az güçlüdür. Bunun için bir transformasyonla y_i'nin işareti değiştirilerek y_i yeniden düzenlenir. Böylece *Q* istatistiği sola eğri dağılımlar için daha güçlü olur. Bunun için tüm y_i'ler, -1'le çarpılarak y_i değerleri $y_i^* = -y_{n-i+1}$ şeklinde düzenlenir ve yeni istatistik Q^* aşağıdaki gibi elde edilir.

$$q_1^* = \sum a_i y_i^* \text{ ve } q_2^* = \sum b_i y_i^*$$

$$Q^* = \log(q_1^* / q_2^*)$$

Q istatistiği için Zhang aşağıdaki işlemlerin yapılmasını önermiştir.

1. *Q* ve Q^* tanımlandığı gibi hesaplanmalıdır.

2. Q ve Q^*'yu temel alan hipotez testi ayrı ayrı $\alpha/2$ seviyesinde hipotez kontrolü yapılmalıdır.
3. Normallik için kontrol hipotezi, Q ve Q^*'ın her ikisi de önemsiz olduğunda kabul edilmelidir. Burada hesaplanan Q ve Q^* istatistiği tablo değerinden küçük ise kontrol hipotezi kabul edilir (Zhang, 1999).

3.2.7. Zhang-Wu testi

Zhang ve Wu (2005) normalliği test etmek için Z_A, Z_C ve Z_K istatistiklerini önermişlerdir. Olasılık oranını temel alan bu istatistikler aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$Z_A = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\log F_0(X_{(i)})}{n-i+0.5} + \frac{\log[1-F_0(X_{(i)})]}{i-0.5}\right]$$

$$Z_C = \sum_{i=1}^{n}\left[\log\frac{F_0(X_{(i)})^{-1}-1}{(n-0.5)/(i-0.75)-1}\right]^2$$

$$Z_K = \max_{1\le i\le n}\left[(i-0.5)\log\frac{i-0.5}{nF_0(X_{(i)})} + (n-i+0.5)\log\frac{n-i+0.5}{n[1-F_0(X_{(i)})]}\right].$$

Burada populasyon parametreleri μ ve σ biliniyorsa, $F_0(x) = \Phi(x-\mu/\sigma)$ eşitliği ile hesaplanır. Ancak genelde populasyon parametreleri bilinmez. O zaman test istatistikleri $F_0(x)$ bilinmediği için hesaplanamaz. Bu durumda μ ve σ, örnek ortalaması $\overline{X} = \frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^{n}X_i$ ve örnek standart sapması $s = \sqrt{(1/(n-1))\Sigma_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}$ ile tahmin edilir.

Sıfır hipotezi, Z_A, Z_C ve Z_K istatistikleri, söz konusu istatistiklerin tablo değerinden büyük ise reddedilir (Zhang ve Wu, 2005).

Bu çalışmada, test istatistikleri Z_A, Z_C ve Z_K'nın hesaplanmasında, 1 ve 4 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gibi dağılımlardan veriler çekildiğinde bazı gözlem değerlerinde $F_0(X_{(i)}) = 1$'e eşit olduğu görülmüştür. Bu durumda test istatistikleri hesaplanamadığı için $F_0(X_{(i)})$ değerini 1'e çok yakın bir değer alınarak hesaplamalar yapılmıştır.

3.3. Çok Değişkenli Normallik Testleri

3.3.1. Mardia'nın çok değişkenli eğrilik ve diklik testleri

Mardia (1970) tarafından önerilen çok değişkenli eğrilik ve diklik testleri, tek değişkenli eğrilik (β_1) ve diklik (β_2) ölçümlerini içeren, t istatistiğinin gücünü genişletme çalışmaları ile geliştirilmiştir. Ortalama vektörü $\boldsymbol{\mu}$ ve kovaryans matrisi Σ olan p değişkenli bir populasyonda **X** için Mardia (1970, 1974, 1975) populasyona dair çok değişkenli eğrilik ve diklik ölçümlerini aşağıdaki şekilde göstermiştir.

$$\beta_{1,p} = E\left\{(X-\mu)'\Sigma^{-1}(Y-\mu)\right\}^3$$

$$\beta_{2,p} = E\left\{(X-\mu)'\Sigma^{-1}(X-\mu)\right\}^2$$

Burada X ve Y bağımsız olarak ve özdeş bir şekilde dağılır. $\{x_1, x_2,\ldots, x_n\}$veri kümesi lama vektörü $\boldsymbol{\mu}$ ve kovaryans matrisi Σ olan p değişkenli bir populasyondan rasgele alınan bir örnek olduğu kabul edilirse, örneğe ait çok değişkenli eğrilik ve diklik katsayıları,

$$b_{1,p} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left\{(x_i-\bar{x})'S^{-1}(x_j-\bar{x})\right\}^3$$

$$b_{2,p} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\{(x_i-\bar{x})'S^{-1}(x_i-\bar{x})\right\}^2$$

şeklinde hesaplanır. Burada, $S = \Sigma_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(x_i-\bar{x})'/n$ 'dir.

Çok değişkenli bir dağılımda, büyük örnek genişliği için çok değişkenli eğrilik değeri $\beta_{1,p}$ = 0 ve diklik değerleri $\beta_{2,p}$ = $p(p+2)$ eşittir. Normallik altında p = 1 olduğunda, eğrilik değeri $\beta_{1,1}$ = 0 diklik değeri $\beta_{2,1}$ = 3'e eşittir (Mardia, 1970).

Çok değişkenli eğrilik ve diklik katsayılarının beklenen değerleri ve varyansları aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$E(b_{1,p}) = \frac{p(p+2)}{(n+1)(n+3)}\left\{(n+1)(p+1)-6\right\},$$

$b_{1,p}$ 'nin varyansı bilinmiyor,

$E(b_{2,p}) = p(p+2)(n-1)/(n+1)$,

$\text{var}(b_{2,p}) = \frac{8p(p+2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}(n-p-1)(n-p+1)$ (Mardia, 1974).

Çok değişkenli bir veri kümesinde normalliği belirlemeye dair çok değişkenli eğrilik testi için test istatistiği,

$A = \frac{nb_{1,p}}{6} \sim \chi_f^2$ şeklindedir.

Burada, $f = \frac{1}{6}p(p+1)(p+2)$ 'dır. Ayrıca, çok değişkenli diklik testi için test istatistiği aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$B = \frac{b_{2,p} - p(p+2)}{\{8p(p+2)/n\}^{1/2}} \sim$ N(0, 1) (Mardia, 1970).

1974 yılında Mardia, $p > 2$ ve $n \geq 50$ olduğunda çok değişkenli eğrilik ve diklik testleri için aşağıdaki test istatistiklerini önermiştir.

$A' = \frac{n}{6}Kb_{1,p}$, $K = \frac{(p+1)(n+1)(n+3)}{n\{(n+1)(p+1)-6\}}$

A'nın yerine bu yaklaşım dikkate alınabilir. Böylece, bütün n'ler için $E(A') = f$ 'dir. A' istatistiği yaklaşık olarak, f serbestlik dereceli ki-kare (χ_f^2) dağılımına sahiptir. Benzer şekilde çok değişkenli diklik testi için test istatistiği,

$B' = \frac{\{(n+1)b_{2,p} - p(p+2)(n-1)\}\{(n+3)(n+5)\}^{1/2}}{\{8p(p+2)(n-3)(n-p-1)(n-p+1)\}^{1/2}}$ şeklinde hesaplanır.

Hesaplanan B' istatistiği, asimptotik olarak $N(0,1)$ dağılımına sahiptir. Hesaplanan test istatistiği standart normal dağılımda kritik değerle karşılaştırılır. Test

istatistiği değeri kritik tablo değerinden önemli derecede büyük yada küçük ise çok değişkenli normallikle ilgili test hipotezi reddedilir.

3.3.2. Mardia-Foster testi

Mardia - Foster testi, 1983 yılında Mardia ve Foster tarafından önerilmiştir. Bu test, tek değişkenli durum için önce D'Agostino ve Pearson (1973) tarafından önerilen daha sonra Bowman ve Shenton (1975) tarafından geliştirilen eğrilik ve dikliğe ait test istatistiklerinin birleşimine dayanan geniş kabsamlı test istatistiğinin, çok değişkenli durum için uyarlanmış şeklidir. Bowman ve Shenton (1975) test istatistiği,

$K^2 = X_s^2(\sqrt{b_1}) + X_s^2(b_2)$ şeklindedir.

Burada $X_s(.)$ Johnson'un S_u transformasyonu kullanılarak elde edilen normal bir değişkendir. Test istatistiği iki serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir.

Yukardaki eşitlikte olduğu gibi çok değişkenli normallik için geniş kapsamlı bir test oluşturulmak istenirse, $b_{1,p}$ ve $b_{2,p}$'nin standart normal değişkenlere dönüştürülmesi gerekir. Bunun için Mardia ve Foster aşağıdaki transformasyon yöntemlerini kullanmışlardır.

$$S_L^2 = L^2(b_{1,p}) + U^2(b_{2,p}),$$
$$S_N^2 = U^2(b_{1,p}) + U^2(b_{2,p}),$$
$$S_W^2 = W^2(b_{1,p}) + W^2(b_{2,p}),$$

Burada,

$L(b_{1,p}) = \gamma + \delta \log(b_{1,p} - \xi)$, Johnson'un transformasyon sisteminde logaritmik (lognormal) transformasyondur.

$U(b_{1,p}) = \{b_{1,p} - (6f/n)\}/\{6[2f/n^2]^{1/2}\}$, bir χ^2 değişkeni için normal yaklaşımdır.

$U(b_{2,p}) = \{b_{2,p} - p(p+2)(n-1)/(n+1)\}/\{8p(p+2)/n\}^{1/2}$, $b_{2,p}$'nin normal yaklaşımıdır.

$W(b_{1,p}) = \{2f\}^{-1/2}\{9([4nf^2 b_{1,p}/3])^{1/3} - 18f + 4\}/6$, bir χ^2 değişkenin Wilson-Hilferty transformasyonudur.

$$W(b_{2,p}) = 3(f_1/2)^{1/2}\left[1 - 2/(9f_1) - \left\{(1-(2/f_1))/\left[1 + x\{2/(f_1-4)\}^{1/2}\right]\right\}^{1/3}\right], \quad \text{bir}$$

χ^2 değişkeni için Wilson-Hilferty yaklaşımıdır. Burada,

$$f = p(p+1)(p+2)/6$$

$$f_1 = 6 + \{8p(p+2)/(p+8)^2\}^{1/2}$$

$$n^{1/2}\left[\{p(p+2)/2\}^{1/2}(p+8)^{-1}n^{1/2} + \{1 + (np(p+2)(p+8)^{-2})/2)\}^{1/2}\right]$$

$x = \{b_{2,p} - E[b_{2,p}]\}/\{Var[b_{2,p}]\}^{1/2}$'dır (Mardia ve Foster, 1983; Khattree ve Rao, 2003).

Yukarıda önerilen üç istatistik, çok değişkenli eğrilik ve diklik arasındaki kovaryansı açıklayamaz. Mardia ve Foster (1983) $b_{1,p}$ ve $b_{2,p}$ arasındaki kovaryansı elde etmiş ve C_N^2 ve C_W^2 istatistiklarini önermiştir. Mardia (1970) $b_{1,p}$ ve $b_{2,p}$'nin momentleri için beklenen değerleri ve varyansları aşağıdaki şekilde elde etmiştir.

$$E(b_{1,p}) = p(p+1)(p+2)/n$$

$$Var(b_{1,p}) = 12(p+1)(p+2)/n^2$$

$$E(b_{2,p}) = (n-1)p(p+2)/(n+1)$$

$$Var(b_{2,p}) = 8p(p+2)/n$$

Bu beklenen değerleri ve varyansları kullanarak, Mardia ve Foster çok değişkenli eğrilik ve diklik arasındaki kovaryansı ve korelasyonu,

$$Cov(b_{1,p}, b_{2,p}) = \frac{12p(8p^2 - 13p + 23)}{n^2}$$

$Corr(b_{1,p}, b_{2,p}) = \dfrac{3(8p^2 - 13p + 23)}{(p+2)\sqrt{6n(p+1)}}$ şeklinde elde etmiştir.

Mardia ve Foster (1983) elde edelen bu değerleri kullanarak çok değişkenli normalliği belirlemek için geniş kapsamlı C_N^2 ve C_W^2 istatistiklarini önermiştir.

C_N^2 test istatistiği,

$C_N^2 = b'V^{-1}b$ şeklinde hesaplanır.

Burada,

$$b' = \left[b_{1,p} - 6f / n, \qquad b_{2,p} - p(p+2)(n-1)/(n+1) \right]$$

$$V = \begin{bmatrix} 72fn^{-2} & 12p(8p^2 - 13p + 23)n^{-2} \\ 12p(8p^2 - 13p + 23)n^{-2} & 8p(p+2)n^{-1} \end{bmatrix}.$$

C_N^2 istatistiği, asimptotik olarak iki serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir.

C_W^2 test istatistiği,

$C_W^2 = [W(b_{1,p}), W(b_{2,p})]W^{-1}[W(b_{1,p}), W(b_{2,p})]'$ şeklinde hesaplanır.

Burada,

W, 2 x 2 boyutlu matristir. Diagonal elemanları 1'e eşittir. $W(b_{1,p})$ ve $W(b_{2,p})$ arasındaki kovaryansı,

$$Cov\left(W(b_{1,p}), W(b_{2,p})\right) = 3[f_1/2]^{1/2}\{72f_1\}^{-1/2}\left\{-\frac{40}{9}\left(1-\frac{2}{f_1}\right)\frac{1}{f_1-4} + \frac{n}{3\sigma}\left(1-\frac{2}{f_1}\right)^{1/3}\{2/(f_1-4)\}^{1/2}Cov(b_{1,p}, b_{2,p}) + \ldots\right\}$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada $\sigma^2 = Var(b_{2,p})$'dir. C_W^2 istatistiği iki serbestlik dereceli asimptotik bir ki-kare dağılımına sahiptir (Mardia ve Foster, 1983; Mecklin, 2000; Khattree ve Rao, 2003).

Mardia ve Foster (1983) çok değişkenli normalliğin belirlenmesinde S_W^2 veya C_W^2 istatistiklerinden herhangi birisinin kullanılabileceğini bildirmişlerdir. Bununla birlikte C_W^2 istatistiğinin biraz daha iyi olduğunu belirtmişlerdir. Çalızmamızda bizde S_W^2 ve C_W^2 istatistiğini kullanacağız.

3.3.3. Mardia-Kent testi

Çok değişkenli normalliği belirlemek için Mardia ve Kent (1991) tarafından önerilen bu test, Rao (1948)'nun skor istatistiğini temel alır. Düzgün üstel dağılım ailesi $\mathcal{M} = \{M(\theta):\theta\in\Theta\}$dikkate alındığında, burada $M(\theta)$'nin dağılımı, $v(dx)$ temel bir ölçüsüne ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$f(x;\theta) = c(\theta)\exp\{\theta^T u(x)\}, \quad x\in\mathcal{H}$ şeklindedir.

Burada doğal parametre θ ve yeterli istatistik $u(x)$, px1 boyutlu vektörlerdir. Θ, doğal parametre uzayını gösterir. Mardia ve Kent (1991) diğer qx1 boyutlu vektöre dayanarak $\mathcal{M}$'den ayrılanlar için Rao skor testini kullanmıştır. Rao'nun skor istatistiği, bir diğer vektöre dayanarak bir dağılımdan $f(x;\theta)$ ayrılanları test etmek için kullanılır. $f(x;\theta)$, düzgün üstel dağılım sınıfının bir üyesidir (Mecklin, 2000).

Mardia ve Kent (1991) çok değişkenli normal dağılımda, çok değişkenli veri kümesi ile ilgili uyum iyiliğini test etmek için üçüncü ve dördüncü momentlere dayanarak Rao tipi test istatistiğini elde etmiştir (Mecklin, 2000).

Rao skor test istatistiği,

$T = T_3 + T_4$'dir.

Burada, T_3 ve T_4 değeri,

$$T_3 = \frac{nb_{1,p}}{6}, \qquad T_4 = \frac{n\{b_{2,p}^* - 6b_{2,p} + 3p(p+2)\}}{24}$$ eşitlikleri ile hesaplanır.

Burada, $b_{1,p}$ ve $b_{2,p}$ Mardia'nın eğrilik ve diklik ölçüleridir. $b_{2,p}^*$,

$b_{2,p}^{*} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left\{(x_i - \bar{x})'S^{-1}(x_j - \bar{x})\right\}^4$ eşittir. $b_{1,p}$ ve $b_{2,p}$

$b_{1,p} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left\{(x_i - \bar{x})'S^{-1}(x_j - \bar{x})\right\}^3$

$b_{2,p} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\{(x_i - \bar{x})'S^{-1}(x_i - \bar{x})\right\}^2$ 'dir.

T_3 ve T_4 istatistikleri sırasıyla, $\binom{p+2}{p-1}$ ve $\binom{p+3}{p-1}$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir. T' nin iki bileşeni ki-kare tesadüfi değişkenleri bağımsız olarak dağıldığı için Rao skor istatistiği T, $\binom{p+2}{p-1}+\binom{p+3}{p-1}$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir. Hesaplanan Rao skor istatistiği, ki-kare kritik değerinden büyük olursa çok değişkenli normallik hipotezi reddedilir (Mardia ve Kent, 1991; Mecklin, 2000).

3.3.4. Doornik-Hansen testi

Doornik ve Hansen (1994) tarafından önerilen bu test, Bowman ve Shenton (1975) tarafından önerilen eğrilik ve diklik katsayılarını temel alan tek değişkenli test istatistiğinin çok değişkenli halidir. $X' = (X_1, X_2, ..., X_n)$ veri kümesi, p boyutlu bir vektörde n gözlemli pxn boyutlu bir matris olduğunda örnek ortlaması $\bar{X} = n^{-1}(X_1 + ... + X_n)$ ve kovaryans matrisi $S = n^{-1}\breve{X}'\breve{X}$ olmak üzere burada $\breve{X}$, $\breve{X} = (X_1 - \bar{X}, ..., X_n - \bar{X})$ eşittir.

Standart sapmaların tersleriyle köşegen (diyagonal) matris,

$V = diag(S_{11}^{-1/2}, ..., S_{pp}^{-1/2})$,

korelayon matrisi C=VSV şeklinde oluşturulur. Verilerin dönüştürülmesi (transforme edilmesi) ile ilgili pxn boyutlu matris,

$R' = H \wedge^{-1/2} H'V\breve{X}'$ şeklinde tanımlanır.

Burada $\wedge = diag(\lambda_1,...,\lambda_n)$, köşegen (diyagonal) elemanlarda *C*'nin özdeğerli matrisidir. *H*'nin sutunları özvektörlerdir. Öyle ki $H'H = I_p$ ve $\wedge = H'CH$ 'dir. *C* ve *V* için populasyon değerlerini kullanarak çok değişkenli normal dağılım, bağımsız standart normal dağılımlara transforme edilebilir. Örnek değerlerinin kullanılmasıyla yaklaşık olarak transforme edilebilir. Transforme edilen gözlem değerlerinden tek değişkenli eğrilik ve diklik katsayıları hesaplanabilir.

Doornik-Hansen (E_p) testi için test istatistiği,

$E_p = Z_1'Z_1 + Z_2'Z_2 \sim \chi^2_{(2p)}$ şeklindedir.

Burada $Z_1' = (z_{11},...,z_{1p})$ ve $Z_2' = (z_{21},...,z_{2p})$ değerlerinin elde edilmesi ve eğrilik değeri $\sqrt{b_1}$'in z_1 şekline transformasyonu D'Agostino (1970) tarafından belirtildiği gibi aşağıdaki şekilde yapılır.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \quad m_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^i, \quad \sqrt{b_1} = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}, \quad b_2 = \frac{m_4}{m_2^2},$$

$$B = \frac{3(n^2+27n-70)(n+1)(n+3)}{(n-2)(n+5)(n+7)(n+9)},$$

$$\omega^2 = -1 + \{2(B-1)\}^{1/2},$$

$$\delta = \frac{1}{\left\{\log\left(\sqrt{\omega^2}\right)\right\}^{1/2}},$$

$$y = \sqrt{b_1}\left\{\frac{\omega^2-1}{2}\frac{(n+1)(n+3)}{6(n-2)}\right\}^{1/2},$$

$$z_1 = \delta \log\left\{y + (y^2+1)^{1/2}\right\}.$$

Diklik değeri b_2, bir gama dağılımından χ^2 dağılımına tranforme edilir ve sonra Wilson-Hilferty küp kök transformasyonu kullanarak standart normal z_2 değerine aşağıdaki şekilde dönüştürülür.

$$\delta = (n-3)(n+1)(n^2+15n-4),$$

$$a = \frac{(n-2)(n+5)(n+7)(n^2+27n-70)}{6\delta},$$

$$c = \frac{(n-5)(n+5)(n+7)(n^2+2n-5)}{6\delta},$$

$$k = \frac{(n+5)(n+7)(n^3+37n^2+11n-313)}{12\delta},$$

$$\alpha = a + b_1 c,$$

$$\chi = (b_2 - 1 - b_1)2k,$$

$$z_2 = \left\{\left(\frac{\chi}{2\alpha}\right)^{1/3} - 1 + \frac{1}{9\alpha}\right\}(9\alpha)^{1/2}$$ (Doornik ve Hansen, 1994; Naczk, 2004).

3.3.5. Srivastava testi

Srivastava (1984) tarafından önerilen bu test, çok değişkenli normalliğin belirlenmesinde temel bileşenler metodunu kullanan çok değişkenli populasyonlar için eğrilik ve diklik ile ilgili bir yöntemdir.

Ortalama vektörü $\boldsymbol{\mu}$ ve kovaryans matrisi $\boldsymbol{\Sigma} = \Gamma D_\lambda \Gamma'$ ile $\boldsymbol{x}$, p boyutlu bir vektör olduğunda, burada $\Gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_p)$ bir ortogonal matris ($\boldsymbol{\Sigma}$'nın özvektörü) ve $D_\lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_1, \ldots, \lambda_p)$ olmak üzere $\lambda_1, \lambda_1, \ldots, \lambda_p$ değerleri $\boldsymbol{\Sigma}$'in özdeğerleridir.

Çok değişkenli eğrilik ve diklikle ilgili populasyon değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\beta_{1,p}^2 = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\left\{\frac{\mathrm{E}[(y_i - \theta_i)^3]}{\lambda_i^{\frac{3}{2}}}\right\}^2$$

$$\beta_{2,p} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\frac{\mathrm{E}[(y_i - \theta_i)^4]}{\lambda_i^2}.$$

Burada, $y_i = \gamma_i' \boldsymbol{x}$ ve $\theta_i = \gamma_i' \boldsymbol{\mu}$ dir. Çok değişkenli normal bir populasyonda $\beta_{1,p}^2 = 0$ ve $\beta_{2,p} = 3$'e eşittir.

$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_1, \ldots \boldsymbol{x}_N$ verileri çok değişkenli bir populasyondan N büyüklüğünde örnekler olduğunda $\bar{x}$ ve $S = HD_w H'$, örnek ortalama vektörü ve kovaryans matrisi,

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_j ,$$

$$S = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} (x_j - \bar{x})(x_j - \bar{x})' \text{ dir.}$$

Burada, $H = (h_1, h_2,\ldots, h_p)$ bir ortogonal matris ve D_w = diag ($w_1, w_2,\ldots, w_p$) olmak üzere $w_1, w_2,\ldots, w_p$ değerleri S'nin özdeğerleridir. Örneğe ait çok değişkenli eğrilik ve diklik katsayıları aşağıdaki eşitlikler yardımı ile hesaplanır.

$$b_{1,p}^2 = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\left\{\frac{1}{w_i^{\frac{3}{2}}}\sum_{j=1}^{N}\frac{(y_{ij} - \bar{y}_i)^3}{N}\right\}^2$$

$$b_{2,p} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\frac{1}{w_i^2}\sum_{j=1}^{N}\frac{(y_{ij} - \bar{y}_i)^4}{N}.$$

Burada,

$y_{ij} = h_i' x_j$, $i = 1,2,\ldots,p$ ve $j = 1,2,\ldots,N$.

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{n} y_{ij} \text{ , } i = 1,2,\ldots,p.$$

Srivastava (1984) $b_{1,p}^2$ ve $b_{2,p}$'nin asimptotik sıfır dağılımlarını aşağıdaki gibi vermiştir.

$$w_i = h_i' S h_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \; i = 1,2,\ldots,p.$$

Buradan $b_{1,p}^2$ ve $b_{2,p}$ eşitlikleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$b_{1,p}^2 = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\left\{\frac{m_{3i}}{m_{2i}^{\frac{3}{2}}}\right\}^2$$

$$b_{2,p} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\frac{m_{4i}}{m_{2i}^{2}}.$$

Burada, $m_{vi} = N^{-1}\Sigma_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y})^{v}$. $h_i \to \gamma_i$ dikkate alınır. Böylece çok değişkenli normallik hipotezi altında

$y_{ij} = h_i' x_j \sim N(\gamma_i'\mu, \lambda_i)$ eşitliği elde edilir.

Elde edlilen $y_{i1}, y_{i2},\ldots, y_{iN}$ değerleri asimtotik olarak bağımsız bir şekilde normal dağılır. Buradan büyük örnek genişlikleri için

$E(m_{vi}^{k} m_{2i}^{-vk/2}) E(m_{2i}^{vk/2}) = E(m_{vi}^{k})$ olur.

Böylece $b_{1,i}$ ve $b_{2,i}$'nin bütün momentleri populasyon parametrelerinden asimptotik olarak bağımsızdır. Bu momentler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathrm{E}\lfloor b_{1,(i)} \rfloor = 0, \qquad \mathrm{E}\lceil b_{2,(i)} \rceil = 3 - \frac{6}{(N+1)},$$

$$\mathrm{Var}\lceil b_{1,(i)} \rceil = \frac{6(N-2)}{(N+1)}(N+3) \qquad \mathrm{Var}\lceil b_{2,(i)} \rceil = \frac{24N(N-2)(N-3)}{(N+1)^{2}(N+3)(N+5)}.$$

Büyük örnek genişlikleri için $b_{1,i}$ ve $b_{2,i}$'nin momentleri,

$$\mathrm{E}\lfloor b_{1,p} \rfloor = 0, \qquad \mathrm{E}\lceil b_{1,p}^{2} \rceil = \frac{6}{Np},$$

$$\mathrm{E}\lfloor b_{2,p} \rfloor = 3, \qquad \mathrm{Var}\lfloor b_{2,p} \rfloor = 24Np \text{ eşittir.}$$

Beklenen değerler ve varyans'dan Srivastava (1984) aşağıdaki teoremi elde etmiştir.

Teorem 1. Büyük örnek genişliği için test istatistikleri,

$$\frac{Np}{6} b_{1,p}^2 \to \chi_p^2$$

$$\sqrt{\frac{Np}{24}}\,(b_{2,\,p} - 3) \;\to\; N(0,1)$$ eşitlikleri ile hesaplanır.

Eğriliği temel alan test istatistiği $\left(\frac{Np}{6}\right) b_{1,p}^2 \geq \chi_p^2$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir. Benzer şekilde dikliği temel alan test istatistiği $\sqrt{\frac{Np}{24}}(b_{2,p} - 3) \geq z_{\alpha/2}$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir (Srivastava, 1984; Enomoto ve ark., 2010).

Daha sonra, populasyon $N_p(\boldsymbol{\mu},\Sigma)$ olduğunda Seo ve Ariga (2006), çok değişkenli örnek dikliğinin beklenen değerini, Okamoto ve Soe (2008) asimptotik açılımı kullanmaksızın çok değişkenli örnek eğriliğinin beklenen değerini, Koizume ve ark. (2009) çok değişkenli örnek dikliğinin varyansını aşağıdaki şekilde elde etmiştir.

$$\mathrm{E}\left[b_{1,p}^2\right] = \frac{6(N-2)}{(N+1)(N+3)},$$

$$\mathrm{E}\left[b_{2,p}\right] = \frac{3(N-1)}{(N+1)},$$

$$\mathrm{Var}\left[b_{2,p}\right] = \frac{24N(N-2)(N-3)}{p(N+1)^2(N+3)(N+5)}.$$

Çok değişkenli normalliğin belirlenmesinde Okamoto ve Soe (2008) $b_{1,p}^2$ için ve Koizume ve ark. (2009) $b_{2,p}$ için test istatistiğini ve teoremi aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

Teorem 2. Büyük örnek genişliği için test istatistikleri,

$$\frac{(N+1)(N+3)}{6(N-2)} b_{1,p}^2 \to \chi_p^2$$

$$\frac{\sqrt{p(N+3)(N+5)}\left\{(N+1)b_{2,p} - 3(N-1)\right\}}{\sqrt{24N(N-2)(N-3)}} \to N(0,1)$$ dir (Enomoto ve ark., 2010).

Eğriliği temel alan test istatistiği $\frac{(N+1)(N+3)}{6(N-2)} b_{1,p}^2 \geq \chi_p^2$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir. Benzer şekilde dikliği temel alan test istatistiği $\frac{\sqrt{p(N+3)(N+5)}\left\{(N+1)b_{2,p}-3(N-1)\right\}}{\sqrt{24N(N-2)(N-3)}} \geq z_{\alpha/2}$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir.

3.3.6. Çok değişkenli Jarque-Bera testleri

Çok değikenli verilerde normalliği belirlemek için Jarque-Bera testini temel alan bu test, 2009 yılında Koizumi ve ark. tarafından önerilmiştir. Koizumi ve ark (2009), Teorem 1 ve Teorem 2'den yararlanarak çok değişkenli Jarque-Bera test istatistikleri aşağıdaki şekilde hesaplamıştır (Enomoto ve ark., 2010) .

$$MJB = Np\left[\frac{b_{1,p}^2}{6} + \frac{(b_{2,p}-3)^2}{24}\right] \rightarrow \chi_{p+1}^2 \qquad (N \rightarrow \infty),$$

$$MJB^* = \frac{pb_{1,p}^2}{E[b_{1,p}^2]} + \frac{(b_{2,p}-E[b_{2,p}])^2}{Var[b_{2,p}]} \rightarrow \chi_{p+1}^2 \quad (N \rightarrow \infty).$$

2010 yılında Enomoto ve ark. (2010), Koizumi ve ark. (2009) tarafından elde edilen test istatistiği *MJB**'i kullanarak yeni bir çok değişkenli Jarque-Bera test istatistiğini önermişlerdir. Bu test, Koizumi ve ark. (2009) tarafından elde edilemeyen varyansı Var[*MJB**] temel alır. Test istatistiğinin beklenen değeri ve varyansı,

E[*MJB**] = p+1 Var[*MJB**] = Var[T_1] + Var[T_2] +2Cov[T_1,T_2] dir.

Burada,

$$T_1 = \frac{pb_{1,p}^2}{E[b_{1,p}^2]}, \quad T_2 = \frac{(b_{2,p}-E[b_{2,p}])^2}{Var[b_{2,p}]} \text{ eşittir.}$$

$$\text{Var}[T_1] = \frac{p^2}{(E[b_{1,p}^2])^2} Var[b_{1,p}^2],$$

$$Var[T_2] = \frac{1}{(Var[b_{2,p}])^2}\left[E[b_{2,p}^4] - 4E[b_{2,p}]E[b_{2,p}^3] + E[b_{2,p}^2]\left\{8(E[b_{2,p}])^2 - E[b_{2,p}^2]\right\} - 4(E[b_{2,p}])^4\right],$$

$$\mathrm{Cov}[T_1,T_2] = \frac{p}{E[b_{1,p}^2]Var[b_{2,p}]}\left[Cov[b_{1,p}^2, b_{2,p}^2] - 2E[b_{2,p}]Cov[b_{1,p}^2, b_{2,p}]\right].$$

Burada,

$$Cov[b_{1,p}^2, b_{2,p}] = E[b_{1,p}^2, b_{2,p}] - E[b_{1,p}^2]E[b_{2,p}],$$

$Cov[b_{1,p}^2, b_{2,p}^2] = E[b_{1,p}^2, b_{2,p}^2] - E[b_{1,p}^2]E[b_{2,p}^2]$ eşit olur.

Bu eşitliklerden yararlanarak Enomoto ve ark. (2010), test istatistiğinin varyansını Var[*MJB**] aşağıdaki şekilde elde etmişlerdir.

$$Var[MJB^*] = \frac{2}{pN(N-2)(N-3)(N+5)(N+7)(N+9)(N+11)(N+13)}$$

$$\begin{aligned}
&\mathrm{x}\{p(p+1)N^8 + 2(29p^2+110p+135)N^7 + (859p^2+3055p+702)N^6 \\
&+ 2(1058p^2 - 217p - 7272)N^5 - (21665p^2+71105p+38844)N^4 \\
&- 2(13471p^2+10792p-96183)N^3 + 3(44759p^2+130587p+134898)N^2 \\
&+ 90(767p-6222)N + 81000\}, (N \neq 2,3).
\end{aligned}$$

Böylece test istatistiğinin varyansını Var[*MJB**] kullanarak Enomoto ve ark. (2010) tarafından yeni bir çok değişkenli Jarque-Bera test istatistiği geliştirilmiştir. Bu yeni Jarque-Bera test istatistiği,

*MJB*** = *c MJB** + (1-*c*)(*p*+1) eşitliği ile hesaplanır. Burada;

$$c = \left[\frac{Var[T_1] + Var[T_2] + 2Cov[T_1,T_2]}{2(p+1)}\right]^{-\frac{1}{2}} \text{ dir.}$$

*MJB*** test istatistiği asimptotik olarak χ^2_{p+1} p+1serbestlik dereceli ki kare dağılımına sahiptir. Yukardaki eşitlikte *c* bir sabittir. Eşitlikteki değerler yerine konulursa *c* değeri aşağıdaki şekilde tahmin edilir.

$$c^2 = p(p+1)N(N-2)(N-3)(N+5)(N+7)(N+9)(N+11)(N+13)$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{x}\{p(p+1)N^8+2(29p^2+110p+135)N^7+(859p^2+3055p+702)N^6\\&+2(1058p^2-217p-7272)N^5-(21665p^2+71105p+38844)N^4\\&-2(13471p^2+10792p-96183)N^3+3(44759p^2+130587p+134898)N^2\\&+90(767p-6222)N+81000\}^{-1},\end{aligned}$$

Burada c>0, $c \to 1$ $(N \to \infty)$ ve $N \neq 2,3$.

Var[*MJB**] = 2(p+1) + $O(N^{-1})$ olmasına karşılık *MJB*****'nin varyansı Var[*MJB*****] = 2(p+1) olarak ifade edilmiştir.

3.3.7. Srivastava-Hui testi

Srivastava ve Hui (1987) tarafından çok değişkenli normalliği test etmek için iki tane test önerilmiştir. Bu testlerden biri temel bileşenlere dayanır diğeri ise Shapiro-Wilk istatistiğinin bir genellemesi olarak ifade edilebilir.

x, ortalama vektörü $\boldsymbol{\mu}$ ve kovaryans matrisi $\boldsymbol{\Sigma}$ ile p boyutlu tesadüfi bir vektör olduğu kabul edilirse, burada $\Gamma = (\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_p)$ bir ortogonal matris ($\boldsymbol{\Sigma}$'nın özvektörü) ve $D_\lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_1,\ldots, \lambda_p)$'dir. Bu $\lambda_1, \lambda_1,\ldots, \lambda_p$ değerleri $\boldsymbol{\Sigma}$'in özdeğerleridir. $\gamma_1'x,\ldots,\gamma_p'x$ değerleri, ortalamaları $\gamma_1'\mu,\ldots,\gamma_p'\mu$ ve varyansları $\lambda_1, \lambda_1,\ldots, \lambda_p$ ile bağımsız olarak dağılan *p* tane temel bileşenler diye adlandırılır. Kovaryans matrisi $\boldsymbol{\Sigma}$ bilinmediğinde örnekten tahmin edilen değer kulllanılır. $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2,\ldots \boldsymbol{x}_N$ verileri çok değişkenli bir populasyondan N büyüklüğünde bir örnek olduğunda örnek ortalama vektörü ve kovaryans matrisi,

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_j,$$

$$S = \frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x})(x_j-\bar{x})'$$

$$= HD_wH'\text{'dir.}$$

Burada, $H = (h_1, h_2,\ldots, h_p)$ bir ortogonal matris ve $D_w = \mathrm{diag}\,(w_1, w_2,\ldots, w_p)$ eşittir. $w_1, w_2,\ldots, w_p$ değerleri S'nin özdeğerleridir.

Srivastava-Hui test istatistiğinin hesaplanması için önce y_{ij} değerleri hesaplanır.

$y_{ij} = h_i' x_j$, $i = 1,2,\ldots,p$ ve $j = 1,2,\ldots,N$.

Bu eşitlikte y_{ij}, j. örnek için i. temel bileşendir. Burada y_{ij} değerlerinden yararlanarak her bir değişken için ayrı ayrı Shapiro-Wilk istatistiği aşağıdaki şekilde heaplanır.

$$W(i) = \frac{1}{Nw_i}\left\{\sum_{j=1}^{N} a_j y_{i(j)}\right\}^2 , \; i = 1,\ldots,p.$$

Burada a_j', sabit değerlerdir. Bu değerler Shapiro ve Wilk (1965) tarafından tablo halinde verilmiştir. $y_{i(1)} \le y_{i(2)} \le \ldots \le y_{i(N)}$. N>50 için a_j' değerleri Shapiro ve Francia (1972) tarafından ve N=2000'e kadar Royston (1982) tarafından a_j' değerleri verilmiştir.

Elde edilen test istatistiği değerleri Shapiro ve Wilk (1968)'den yararlanarak, her i için $W(i)$ değeri, Johnson (1948)'in S_B sistemi ile dönüştürülür. Bu dönüştürme,

$$G(W(i)) = \gamma + \delta \log\left\{\frac{W(i) - \varepsilon}{1 - W(i)}\right\} \text{ şeklindedir.}$$

Burada, γ, δ ve ε değerleri N=50' ye kadar Shapiro ve Wilk (1968) tarafından tablo halinde verilmiştir. N>50 için γ, δ ve ε değerleri Shapiro ve Francia (1972) ve Royston (1982) tarafından verilen eşitlikler yardımıyla bulunabilir. $G(W(i))$ değerinden yararlanarak Srivastava-Hui test istatistiği,

$$M_1 = -2\sum_{i=1}^{p} \ln\{\phi(G(W(i)))\} \text{ eşitliği ile hesaplanır.}$$

Burada,

$\phi(x) = (2\pi)\int_{-\infty}^{x} \exp(-\frac{1}{2}t^2)dt$ standart normal kumülatif dağılım fornksiyonunun gösterir.

M_1 değeri, yaklaşık olarak χ^2_{2p} $2p$ sebestlik dereceli ki kare dağılımına sahiptir. Hesaplanan M_1 istatistiği, $M_1 > \chi^2_{2p}$ olduğunda ilgili test hipotezi reddedilir (Srivastava ve Hui 1987; Srivastava 2002).

İkinci test istatistiği olarak, $W(i)$ değerlerinin en küçüğü alınır.

Test istatistiği,

$M_2 = \min_{1 \le i \le p}\{W(i)\}$ şeklindedir.

M_2'nin dağılımı yaklaşık olarak,

$\Pr\{M_2 \le m\} = 1 - \{1 - \Phi(G(m))\}^p$ 'dir (Srivastava ve Hui, 1987).

Srivastava ve Hui (1987) çok değişkenli normalliğin test edilmesinde M_1 istatistiğini önermiştir. Çalışmamızda, bizde M_1 istatistiğini kullanacağız.

3.3.8. Henze-Zirkler testi

Henze-Zirkler testi, Epps ve Pulley (1983) tarafından tek değişkenli normalliğin belirlenmesi için önerilen testin çok değişkenli durum için genişletilmiş şeklidir. Ayrıca 1988 yılında Baringhaus ve Henze tarafından önerilen testin genelleştirilmiş halidir (Henze ve Zirkler, 1990).

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ verileri bir dağılım $F(x)$'dan alınan tesadüfi bir örnek olduğunda, ampirik katekteristik fonksiyonu $\phi_n(t) = n^{-1}\Sigma_j \exp(itX_j)$ 'na dayanılarak tek değişkenli normalliği belirlemek için Epps ve Pulley (1983) bir test önermiştir.

Epps-Pulley Test istatistiği,

$$T(\alpha) = n^{-2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\exp\left\{-\frac{1}{2}(X_j - X_k)/(\alpha^2 S^2)\right\}$$

$$-2n^{-1}(1+\alpha^{-2})^{-\frac{1}{2}}\sum_{j=1}^{n}\exp\left[-\frac{1}{2}(X_j - \bar{X})^2/\left\{S^2(1+\alpha^2)\right\}\right] + (1+2\alpha^{-2})^{-\frac{1}{2}}$$

şeklinde hesaplanır. Burada α > 0, (Epps ve Pulley (1983), α = 0.7 ve α = 1.0'de test istatistiği için ampirik olarak belirlenen kritik değerleri vermişlerdir.)

$\overline{\mathrm{X}} = n^{-1}\sum_{j=1}^{n} X_j$ ve $S^2 = n^{-1}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \overline{X})^2$ 'dir.

Epps ve Pulley (1983) test istatistiği olarak $T^*(\alpha) = -\log\{nT(\alpha)\}$ eşitliğinin daha uygun olduğunu bildirmiş ve simülasyon çalışmalarında bu eşitliği almıştır.

Baringhaus ve Henze (1988) tarafından önerilen test istatistiği, ampirik karekteristik fonksiyonunu ve Epps ve Pulley (1983)'in tek değişkenli test istatistiğinin çok değişkenli durum için genişletilmiş halini esas alır (Naczk, 2004).

Baringhaus-Henze test istatistiği,

$T_n = \frac{1}{n}\sum_{j,k=1}^{n}\exp(-\frac{1}{2}R_{jk}) - 2^{1-\frac{d}{2}}\sum_{j=1}^{n}\exp(-\frac{1}{4}R_j^2) + n3^{-\frac{d}{2}}$ şeklindedir. Burada,

$R_{jk} = (X_j - X_k)'S_n^{-1}(X_j - X_k) = \left|Y_j - Y_k\right|^2$

$R_j^2 = (X_j - \overline{X}_n)'S_n^{-1}(X_j - \overline{X}_n) = \left|Y_j\right|^2$, j,k = 1,2,…,n'dir (Naczk, 2004).

Çok değişkenli normalliği belirlemek için kullanılan Henze-Zirkler test istatistiği, düzleştirme parametresi β'nın bir fonksiyonudur. β değeri,

$\beta = \beta_p(n) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{2p+1}{4}\right)^{\frac{1}{p+4}} n^{\frac{1}{p+4}}$ olmak üzere,

Henze-Zirkler test istatistiği,

$$T_\beta(p) = n\left[\frac{1}{n^2}\sum_{j,k=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\left\|Y_j - Y_k\right\|^2\right) - 2(1+\beta^2)^{-\frac{p}{2}}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2(1+\beta^2)}\left\|Y_j\right\|^2\right) + (1+2\beta^2)^{-\frac{p}{2}}\right]$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada,

$\left\|Y_j - Y_k\right\|^2 = (X_j - X_k)'S_n^{-1}(X_j - X_k)$,

$\|Y_j\|^2 = (X_j - \overline{X}_n)' S_n^{-1} (X_j - \overline{X}_n)$ 'dir.

Henze-Zirkler test istatistiği, β = 1 olduğunda Baringhaus-Henze test istatistiğine indirgenir.

Henze-Zirkler test istatistiğinin asimptotik sıfır dağılımının değerlendirilmesinde test istatistiği $T_\beta(p)$'nin ilk iki momenti aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$E[T_\beta(p)] = 1 - (1+2\beta^2)^{-\frac{p}{2}} \left[1 + \frac{p\beta^2}{1+2\beta^2} + \frac{p(p+2)\beta^4}{2(1+2\beta^2)^2} \right]$$

$$Var[T_\beta(p)] = 2(1+4\beta^2)^{-\frac{p}{2}} + 2(1+2\beta^2)^{-p} \left[1 + \frac{2p\beta^4}{(1+2\beta^2)^2} + \frac{3p(p+2)\beta^8}{4(1+2\beta^2)^4} \right]$$

$$- 4w(\beta)^{-\frac{p}{2}} \left[1 + \frac{3p\beta^4}{2w(\beta)} + \frac{p(p+2)\beta^8}{2w(\beta)^2} \right],$$

Burada,

$w(\beta) = (1+\beta^2)(1+3\beta^2)$ 'dır.

Beklenen değer ve varyans lognormal dağılımla, aşağıdaki eşitlikte T_β (p)'nin dağılımına yaklaşır.

$$q_{\beta,p}(\rho) = \mu_{\beta,p} \left(1 + \frac{\sigma^2_{\beta,p}}{\mu^2_{\beta,p}} \right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\Phi^{-1}(p) \sqrt{\log\left(1 + \frac{\sigma^2_{\beta,p}}{\mu^2_{\beta,p}} \right)} \right)$$

Burada, $\mu_{\beta,p} = E[T_\beta(p)]$, $\sigma^2_{\beta,p} = Var[T_\beta(p)]$ ve $\Phi^{-1}(.)$ standart normal dağılım fonksiyonunun tersidir. Bu eşitlik, $T_\beta(p)$'nin yüzdelik değerine ($\rho - quantile$) yaklaşır (Henze ve Zirkler, 1990; Naczk, 2004) .

Simülasyon çalışmamızda, test istatistiğinin p (olasılık) değeri aşağıdaki şekilde elde edilmiştir. Burada lognormal H-Z testinin ortalaması, lognormal H-Z testinin varyansı ve H-Z tetinin P-değeri sırasıyla

$$p\mu_{\beta,p} = \log(sqrt[(\mu_{\beta,p})^4 / (\sigma^2_{\beta,p} + (\mu_{\beta,p})^2)])$$

$$p\sigma_{\beta,p} = sqrt(\log[(\sigma_{\beta,p}^2 + (\mu_{\beta,p})^2)/(\mu_{\beta,p})^2])$$

$$P = 1 - \Phi[(\log(T_\beta(p)) - p\mu_{\beta,p})/\, p\sigma_{\beta,p}]$$

şeklinde hesaplanır (Naczk, 2004; Trujillo-Ortiz, 2007).

3.3.9. Royston testi

Royston (1983) H testi, tek değişkenli normalliğin belirlenmesinde güçlü bir test olan Shapiro-Wilk testine dayanan çok değişkenli bir testtir.

$x_{(1)} \le x_{(2)} \le \ldots \le x_{(n)}$, n büyüklüğünde tesadüfi bir örneğin sıra istatistiklerini gösterdiği kabul edilirse, populasyonda normalliği test etmek için Shapiro-Wilk istatistiği W,

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$ eşitliği ile hesaplanır.

Burada,

$$a' = (a_1, a_2, ..., a_n) = m'V^{-1}/\left[(m'V^{-1})(V^{-1}m)\right]^{\frac{1}{2}}$$

$m' = (m_1, m_2, ..., m_n)$, standart normal sıra istatistiklerinin beklenen değerlerinin vektörünü gösterir. $V=(v_{ij})$ sıra istatistiklerinin kovaryans matrisidir. $a^* = m'V^{-1}$ olduğunda a^* için Shapiro ve Wilk aşağıdaki yaklaşımları önermiştir.

$$\hat{a}_i^* = \begin{cases} 2m_i & i = 2,3,...,n-1, \\ \left(\dfrac{\hat{a}_1^2}{1-2\hat{a}_1^2}\sum_{2}^{n-1}\hat{a}_i^{*2}\right)^{\frac{1}{2}}, & i = 1, i = n, \end{cases}$$

Burada,

$$\hat{a}_1^2 = \hat{a}_n^2 = \begin{cases} g(n-1), & n \le 20, \\ g(n), & n > 20 \end{cases}$$

$$g(n) = \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\sqrt{2}\Gamma(n/2+1)}$$ ’dir.

Stirling'in formülü kullanılarak $g(n)$,

$$g(n) = \left[\frac{6n+7}{6n+13}\right]\left(\frac{\exp(1)}{n+2}\left[\frac{n+1}{n+2}\right]^{n-2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

şeklinde kolayca hesaplanabilir (Royston, 1982a).

Royston (1982a) W'nin hesaplamalarını kolaylaştırmak için, $2 \leq n \leq 2000$ (n=2000'e kadar) Blom (1958)'un formülüne dayanarak m_i için yeni bir yaklaşım kullanmıştır. Burada yaklaşık olarak m_i değeri,

$m_i \cong \Phi^{-1}\left[\left(i-\frac{3}{8}\right)/\left(n+\frac{1}{4}\right)\right]$ eşitliği ile bulunur.

Burada Φ^{-1} standart normal kumulatif dağılım fonksiyonunun tersidir.

$\Phi(x) = (2\pi)^{-1/2}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt$ (Srivastava, 2002).

Kollia (1989), $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.1349$ ile Tukey-Lambda Family kullanarak $m_i = E(z_{(i)})$ için Royston (1982)'un yaklaşımına dair basitleştirilen bir yaklaşım önermiştir. Bu yaklaşım, $m_i = [-p_{i:n}^{0.1349} + (1-p_{i:n})^{0.1349}]/0.1975$ eşitliği ile hesaplanır.

Burada, $p_{i:n} = (i-0.375)/(n+0.25)$, i=1,2,…,n dir (Mudholkar ve ark. 1995). Simülasyon çalışmamızda, W değerinin hesaplanması için hazır komut fonksiyonu kullanılmıştır.

Royston (1982a) W testinin önem seviyesini elde etmek için yaklaşık normalleştirme transformasyonunu aşağıdaki şekilde göstermiştir.

$y = (1-W)^{\lambda}$ ve $z = (y-\mu_y)/\sigma_y$

Burada *z*, ortalaması μ_y ve standart sapması σ_y ile yaklaşık olarak standart normal bir değişkendir. Royston (1982a) λ, μ_y ve σ_y polinomiyal yaklaşımları aşağıdaki şekilde vermiştir.

$$\lambda = 0.118898 + 0.133414x + 0.327907x^2, \qquad 7 \le n \le 20$$

$$= 0.480385 + 0.318828x - 0.0241665x^3 + 0.00879701x^4 + 0.002989646x^5, \qquad 21 \le n \le 2000$$

$$\log \mu_y = -0.37542 - 0.492145x - 1.124332x^2 - 0.199422x^3, \qquad 7 \le n \le 20$$

$$= -1.91487 - 1.37888x - 0.04183209x^2 + 0.1066339x^3 - 0.03513666x^4 - 0.01504614x^5, \qquad 21 \le n \le 2000$$

$$\log \sigma_y = -3.15805 + 0.729399x + 3.01855x^2 + 1.558776x^3, \qquad 7 \le n \le 20$$

$$= -3.73538 - 1.015807x - 0.331885x^2 + 0.1773538x^3 - 0.01638782x^4 - 0.03215018x^5 + 0.003852646x^6, \qquad 21 \le n \le 2000$$

Burada *x* değeri, $n \le 20$ için x = (log(*n*)-3) ve $21 \le n \le 2000$ için x = (log(*n*)-5) dir.

Royston (1983) yukardaki eşitliklerden yararlanarak her değişken için ayrı ayrı transforme edilen *z* değerlerini elde etmiştir. Buradan k_i değerlerini,

$$k_i = \left\{ \Phi^{-1}[\tfrac{1}{2}\Phi(-z_i)] \right\}^2, \; i = 1,2,\ldots,p$$

eşitliği ile hesaplamıştır. Burada, $(\Phi(.)$,standart normal kumulatif dağılım fonksiyonunu gösterir (Farrell et al., 2007).

$$\Phi(x) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{x} \exp(-\tfrac{1}{2}t^2)dt \text{ dir.}$$

$c_{ij} = corr(k_i, k_j)$, k ile ilişkili korelasyon matrisi olduğunda G istatistiği,

$G = \sum_{1}^{p} k_i / p$ eşittir.

Burada tahmini c matrisi, örnek korelasyon matrisinden elde edilebilir. c,

$c = g(\rho,n)$ olmak üzere, pratikte tahmini c matrisi,

$\hat{c}_{ij} = \begin{Bmatrix} g \\ 1 \end{Bmatrix} (r_{ij}, n), \quad \begin{matrix} j \neq i \\ j = i \end{matrix}$, $i, j = 1,\ldots,p$ dir.

Burada $R = \{r_{ij}\}$, $\boldsymbol{X}$'in örnek korelasyon matrisidir. g fonksiyonu bütün n'ler için,

$g(0,n) = 0$
$g(1,n) = 1,$

diğer koşullarda uygun modeller,

$g(\rho, n) = \rho^{\lambda}\left[1 - \frac{\mu}{\nu}(1-\rho)^{\mu}\right]$, $\lambda,\mu,\nu > 0$, şeklindedir.

Burada λ, μ ve ν, n'nin fonksiyonlarıdır. $\lambda = 5$ ve $\mu = 0.715$ değerleri n (10'dan 2000'e kadar) değişim aralığında yeterli olduğu belirtilmiştir. ν'nin değerleri,

$\nu(n) = 0.21364 + 0.015124x^2 - 0.0018034x^3$ olmak üzere,
$x = \log_e(n)$ ile bir kübik gibi düzleştirilir.

Değişkenler birbirinden bağımsız ise yani aralarında ilişki yoksa, k_i değerleri de bağımsız olacaktır. Bu durumda G istatistiği, $G \sim \chi_p^2 / p$ dağılımına sahip olur ve G istatistiği, transforme edilen tek değişkenli W istatistiklerinin kombinasyonuna dayanan çok değişkenli bir normallik testi olur. k_i'ler bağımsız olmadığında G istatistiğinin

dağılımı $G \sim \chi_e^2 / e$ dir. Burada *e,* serbestlik derecesidir. *G*'nin ilk iki momentinden elde edilmiştir. *e* değeri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$e = \frac{p}{1+(p-1)\bar{c}}.$$

Burada, $\bar{c} = \Sigma\Sigma c_{ij} /(p^2 - p)$ ve $\{c_{ij}\}_{i \neq j}$, (p^2-p) tane elemana sahiptir. Son adım olarak, normallik için çok değişkenli test istatistiği hesaplanır.

Royston testi H için test istatistiği,

$H = eG = (e / p)\sum_{i=1}^{p} k_i$ eşitliği ile hesaplanır.

H istatistiği yaklaşık olarak *e* sebestlik dereceli χ_e^2 dağılımına sahiptir (Royston, 1983).

Royston (1992), Shapiro-Wilk istatistiği *W*'nin hesaplanmasında kullanılan $a' = (a_1, a_2, ..., a_n)$ katsayılarının elde edilmesinde yeni bir yöntem geliştirmiştir. Burada $a.a' = 1$, hem de terssimetrik; $a_1 = -a_n$ ve $a_2 = -a_{n-1}$. Royston (1992), özellikle *n*≥4 için yaklaşık *a* değerlerini aşağıdaki şekilde tanımlamıştır.

$$a_n = c_n + 0.221157u - 0.147981u^2 - 2.071190u^3 + 4.434685u^4 - 2.706056u^5$$

$$a_{n-1} = c_{n-1} + 0.042981u - 0.293762u^2 - 1.752461u^3 + 5.682633u^4 - 3.582633u^5$$

$a_i = \varepsilon^{-1/2} m_i$, ($n \leq 5$) için i = 2,…,*n*-1 ve ($n > 5$) için i = 3,…,*n*-2.

Burada,

$u = n^{-1/2}$,

$m_i = \Phi^{-1}\{(i - 3/8)/(n + 1/4)\}$, i = 1,…,*n*. Burada Φ^{-1} standart normal dağılım fonksiyonunun tersini gösterir.

$c = m/(m'm)^{1/2}$, $c' = (c_1, ..., c_n)$.

$$\varepsilon = \frac{m'm - 2m_n^2}{1 - 2a_n^2}, \qquad n \leq 5 \text{ olursa}$$

$$= \frac{m'm - 2m_n^2 - 2m_{n-1}^2}{1 - 2a_n^2 - 2a_{n-1}^2}, \qquad n > 5 \text{ olursa}$$

eşittir.

W istatistiğinin transformasyonu,

$z = \frac{w - \mu}{\sigma}$ eşitliği ile yapılır.

Burada, $4 \le n \le 11$ için

$w = -\log[\gamma - \log(1 - W)]$

$\gamma = -2.273 + 0.459n$

$\mu = 0.5440 - 0.39978n + 0.025054n^2 - 0.0006714n^3$

$\sigma = \exp(1.3822 - 0.77857n + 0.062767n^2 - 0.0020322n^3)$

$12 \le n \le 2000$ için

$x = \log(n)$

$w = \log(1 - W)$

$\mu = -1.5861 - 0.31082x - 0.083751x^2 + 0.0038915x^3$

$\sigma = \exp(-0.4803 - 0.082676x + 0.0030302x^2$ eşittir (Naczk, 2004; Güner ve Johnson, 2007).

Royston'un yeni test istatistiği hesaplanmasında her değişken için transforme edilen z_i değerlerinden yararlanarak k_i değerleri elde edilir. Sonra e serbestlik derecesi hesaplanır. Hesaplanan bu değerlerden yararlanarak Royston'un yeni test istatistiği

$H^* = (e / p) \sum_{i=1}^{p} k_i$ eşitliği ile hesaplanır.

H^* istatistiği yaklaşık olarak e sebestlik dereceli χ_e^2 dağılımına sahiptir.

4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

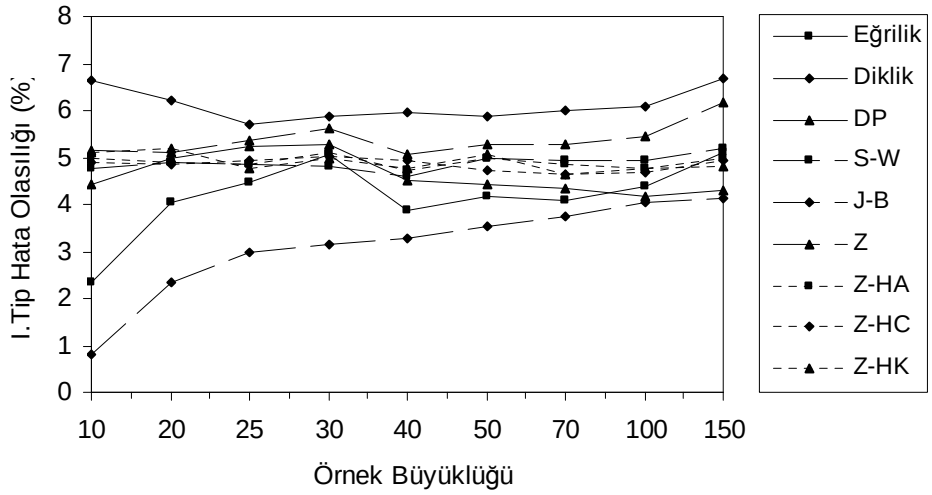
4.1. Tek Değişkenli Veriler İçin I. Tip Hata Bakımından Testlerin Karşılaştırılması

Tek değişkenli normal dağılıma karşı bu çalışmada incelenen 9 testin performansı 10, 20, 25, 30, 40, 50, 70, 100 ve 150 örnek genişliklerinde veri setlerinin 10.000 defa tekrarlaması (simulating) ile belirlenmiştir. Elde edilen I. tip hata olasılıkları Çizelge 4.1'de gösterilmiştir. Çizelge 4.1 incelendiğinde, genel olarak test istatistiklerinin I. tip hata olasılıkları %5'e yakın değerler almışlardır. Burada Jarque-Bera'nın J-B testine ait I. tip hata olasılıkları daima %5'in altında ve diğer testlere göre daha düşük bulunmuştur. J-B testinde örnek genişliğinin artmasıyla I. tip hata olasılığı da artmıştır. Eğrilik testi ile ilgili I. tip hata olasılığı örnek genişliğinin artmasıyla artarken n=40 için biraz azalma olmuş sonra tekrar örnek genişliğinin artmasıyla I. tip hata olasılığı hafiften artmıştır. Eğrilik testinde I. tip hata olasılığı örnek genişliği n=10 olduğunda %2.36 iken n=150 olduğunda %5.09 olarak tahmin edilmiştir. D'Agostino-Pearson'un DP testine ait I. tip hata olasılıkları %5'e yakın değerler aldığı gözlenmiş ve en yüksek I. tip hata olasılığı n=30 olduğunda %5.26 olarak bulunmuştur. Shapiro-Wilk'in S-W testi de %5'e yakın I. tip hata olasılıkları almış ve en yüksek I. tip hata olasılığı n=150 olduğunda %5.21 olarak tahmin edilmiştir. Zhang ve Wu'nun Z-H_A, Z-H_C ve Z-H_K testleri için de I. tip hata olasılıkları %5'e yakın değerler aldığı gözlenmiştir. Bu testler sırasıyla %4.73-%5.09, %4.62-%5.01 ve %4.64-%5.19 aralığında I. tip hata olasılıkları vermişlerdir. Zhang'in Z testi ve Diklik testine ait I. tip hata olasılıkları daima %5'in üzerinde bulunmuştur. Bu testlerin en yüksek I. tip hata olasılıkları n=150 olduğunda sırasıyla %6.18 ve %6.68 olarak tahmin edilmiştir.

Çizelge 4.1. Tek değişkenli normal dağılımda test istatistiklerinin I. tip hata olasılıkları (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	2.36	4.03	4.46	5.05	3.87	4.15	4.10	4.40	5.09
Diklik	6.64	6.22	5.71	5.88	5.94	5.88	5.98	6.10	6.68
DP	4.42	4.98	5.22	5.26	4.50	4.43	4.34	4.15	4.29
S-W	4.76	4.88	4.87	4.80	4.61	4.96	4.92	4.92	5.21
J-B	0.81	2.32	2.96	3.14	3.29	3.52	3.76	4.06	4.13
Z	5.13	5.10	5.36	5.61	5.08	5.27	5.29	5.44	6.18
Z-H_A	4.96	4.90	4.85	5.09	4.73	4.98	4.84	4.77	4.98
Z-H_C	4.91	4.84	4.95	5.01	4.93	4.74	4.62	4.69	4.94
Z-H_K	5.12	5.19	4.77	4.98	4.76	5.05	4.64	4.75	4.80

Tek değişkenli normal dağılımdan çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait I. tip hata olasılıklarının değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4.1. Tek değişkenli normal dağılımda örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait I. tip hata olasılıklarının değişimi

Tek değişkenli verilerde gerçekleşen I. tip hata olasılığı bakımından testler incelendiğinde J-B testi küçük örnek genişliklerinde %5'in altında değerler alırken örnek genişliğinin artmasıyla tahmin edilen I. tip hata olasılığı da %5'e yaklaşmıştır. Eğrilik testinde I. tip hata olasılığı genelde %5'in altında değerler almış ve örnek genişliğinin artmasıyla (n=40'ın dışında) hafiften artmıştır. DP testi, S-W testi, Z-H_A testi, Z-H_C testi ve Z-H_K testi, I. tip hata olasılığı bakımından tüm örnek genişliklerinde %5'e yakın değerler almışlardır. Z testinde elde edilen I. tip hata olasılıkları %5'in hemen üzerinde iken Diklik testinde gerçekleşen I. tip hata olasılıkları ise %5'in biraz üzerinde tahmin edilmiştir.

4.2. Tek Değişkenli Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

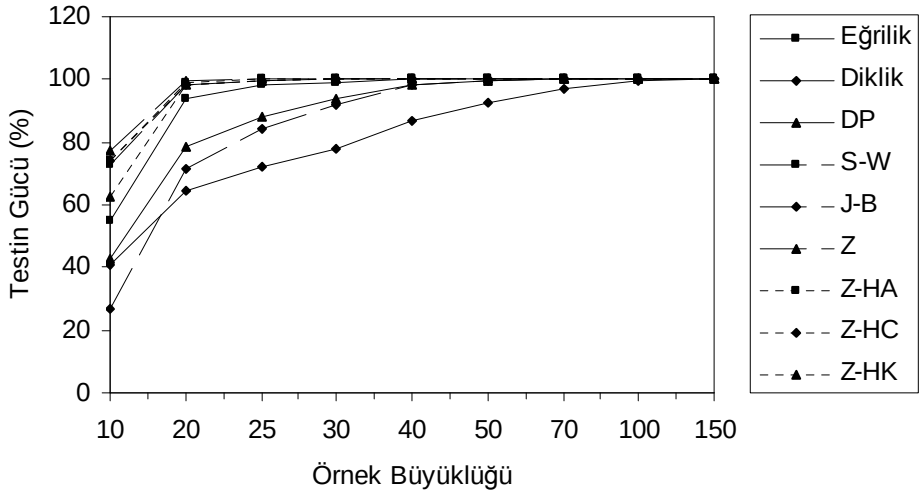
Tek değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.2'de verilmiştir. Çizelge 4.2 incelendiğinde bütün testlerin gücü örnek genişliğinin artmasıyla sürekli bir şekilde artarak %100'e çok yaklaşmış veya %100'e ulaşmıştır. Burada n=30 olduğunda Zhang'in Z testi ile Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi, n=40 olduğunda Shapiro-Wilk'in S-W testi ile Zhang ve Wu'nun

$Z\text{-}H_C$ ve $Z\text{-}H_K$ testleri, n=70 olduğunda Eğrilik testi, D'Agostino-Pearson'un DP testi ve Jarque-Bera'nın J-B testi %100 güce ulaşmıştır. Jarque-Bera'nın J-B testi n=10 olduğunda %26.49 ile en düşük güce sahip iken n=25 olduğunda %84.20 ve n=70 olduğunda %100 güç değerine ulaşmıştır.

Çizelge 4.2. 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	54.59	93.64	98.01	99.17	99.92	99.98	100.00	100.00	100.00
Diklik	40.58	64.30	72.21	78.01	86.72	92.44	97.10	99.52	99.96
DP	42.67	78.68	88.17	93.86	98.45	99.86	100.00	100.00	100.00
S-W	73.06	98.48	99.75	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
J-B	26.49	71.49	84.20	91.80	98.45	99.81	100.00	100.00	100.00
Z	77.03	99.43	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$Z\text{-}H_A$	74.29	99.04	99.90	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$Z\text{-}H_C$	73.74	98.50	99.77	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$Z\text{-}H_K$	62.67	98.28	99.87	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Tek değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2. 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistikleri güç bakımından karşılaştırıldıklarında örnek büyüklüğü n=20 ve daha büyük olduğunda genelde test istatistiklerinin güç performansları yüksektir. Güç değerleri bakımından test istatistikleri

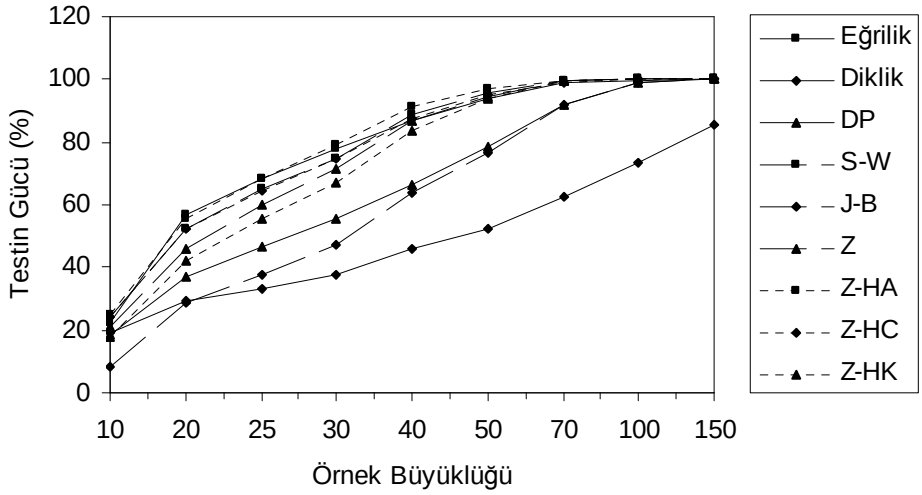
büyükten küçüğe sırasıyla Z testi, Z-H_A testi, Z-H_C testi S-W testi ve Z-H_K testi, Eğrilik testi, DP testi, J-B testi ve Diklik testi şeklindedir. Burada J-B testi ve Diklik testine ait güç değerleri diğer testlerin güç değerlerinden biraz daha zayıf olduğu görülmektedir.

Tek değişkenli 4 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.3'de verilmiştir. Burada elde edilen test istatistiklerinin sonuçları incelendiğinde bütün testlerin gücü örnek genişliğinin artmasıyla artmış ve Diklik testi haricinde n=150 olduğunda diğer testlerin gücü %100'e ulaşmıştır. n=10 ve n=20 olduğunda J-B testi en düşük güce (%8.20 ve %28.48) sahip iken n≥25'den itibaren Diklik testi en düşük güce (%33.11) sahip olmuştur. DP testi ve J-B testi n≥70'den itibaren yüksek güç (n=70 için %92.11 ve %92.16) değerlerine ulaşmışlardır. Diğer testler ise n≥40'dan itibaren yüksek güç değerlerine sahip olmuşlardır. Burada n=40 olduğunda en iyi güç değerlerine sahip olan ilk üç test istatistikleri sırasıyla Z-H_C testi %87.64, S-W testi %88.63 ve Z-H_A testi %91.27 güç değerine ulaşmıştır.

Çizelge 4.3. 4 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	22.46	56.61	68.14	77.89	86.82	94.02	98.73	99.89	100.00
Diklik	19.42	29.28	33.11	37.89	46.25	52.06	62.52	73.71	85.42
DP	18.36	37.28	46.53	55.24	66.16	78.58	92.11	99.16	100.00
S-W	24.50	52.49	65.37	74.93	88.63	95.81	99.40	99.96	100.00
J-B	8.20	28.48	37.73	47.30	64.05	76.83	92.16	99.16	100.00
Z	21.17	45.96	60.12	71.39	86.73	94.40	99.39	99.96	100.00
Z-H_A	25.10	55.46	68.42	79.40	91.27	97.14	99.74	99.99	100.00
Z-H_C	24.52	52.19	64.66	74.65	87.64	94.86	99.20	99.96	100.00
Z-H_K	17.75	42.26	55.46	66.82	83.62	93.96	99.35	99.97	100.00

Tek değişkenli 4 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.3'de verilmiştir.



Şekil 4.3. 4 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

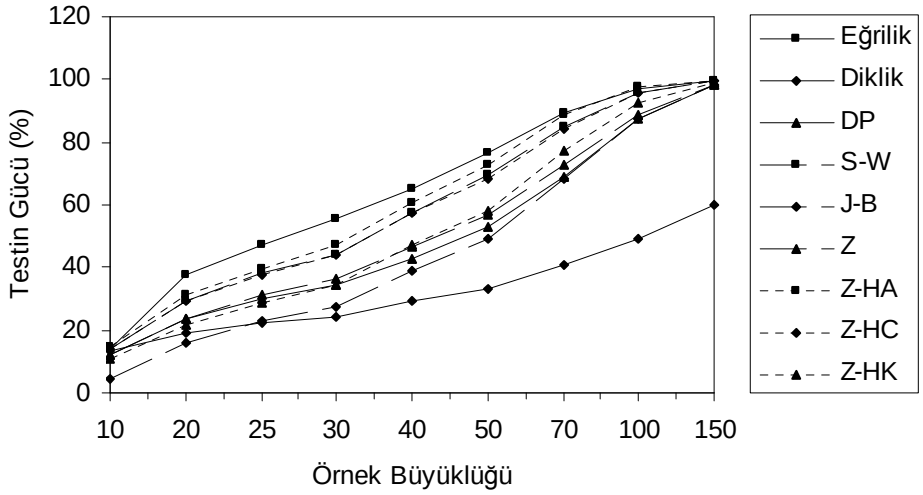
4 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistiklerinin güç performansları karşılaştırıldığında testlerin güç değerleri örnek genişliğinin artmasıyla artmıştır. n=40 olduğunda %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşan test istatistikleri büyükten küçüğe sırasıyla Z-H_A testi, S-W testi, Z-H_C testi, Eğrilik testi, Z testi, Z-H_K testi, DP testi, J-B testi ve Diklik testi şeklindedir. Söz konusu bu testlerden DP testi, J-B testi ve Diklik testi güç bakımından diğer testlere göre biraz daha zayıf bulunmuştur.

Tek değişkenli 8 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.4'de verilmiştir. Çizelge 4.4 incelendiğinde bütün testlerin gücü örnek genişliğinin artmasıyla artmıştır. Küçük örnek genişliklerinde J-B testi, Diklik testi, Z-H_K testi, DP testi ve Z testine ait tahmin edilen güç değerleri diğer testlerden daha düşük bulunmuştur. Z-H_C testi, S-W testi, Z-H_A testi ve Eğrilik testi $n \geq 70$'den itibaren yüksek güç değerlerine ulaşmışlardır. n=70 olduğunda söz konusu test istatistiklerinin güç değerleri sırasıyla %84.48, %85.00, %88.63 ve %89.40 olarak tahmin edilmiştir.

Çizelge 4.4. 8 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	13.91	37.48	47.33	55.47	64.80	76.41	89.40	96.93	99.64
Diklik	13.70	19.19	22.54	24.06	29.35	33.19	40.93	49.24	59.91
DP	11.83	23.78	30.10	34.63	42.88	52.73	69.04	87.14	98.08
S-W	14.10	29.59	38.10	44.25	57.41	69.35	85.00	96.02	99.47
J-B	4.33	16.27	22.95	27.37	39.13	49.21	68.21	87.22	98.02
Z	12.30	23.61	31.17	36.31	46.64	56.86	72.92	88.87	98.36
$Z\text{-}H_A$	14.40	31.17	39.30	47.14	60.83	72.82	88.63	97.56	99.86
$Z\text{-}H_C$	14.20	29.28	37.36	43.83	57.14	68.09	84.48	95.77	99.60
$Z\text{-}H_K$	11.04	21.90	28.53	34.43	47.12	57.90	77.26	92.40	99.10

Tek değişkenli 8 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.4'de gösterilmiştir.



Şekil 4.4. 8 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

8 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldığında testlerin performansları örnek genişliğinin artmasıyla artmıştır. Örnek genişliği n=70'den itibaren tahmini güç değerleri yüksek olan yani %80'in üzerinde güç değerlerine sahip olan test istatistikleri büyükten küçüğe doğru sırasıyla Eğrilik testi, $Z\text{-}H_A$ testi, S-W testi ve $Z\text{-}H_C$ testi şeklinde sıralanmaktadır. Burada Diklik testinin bütün örnek genişliklerinde zayıf bir test olduğu görülmektedir.

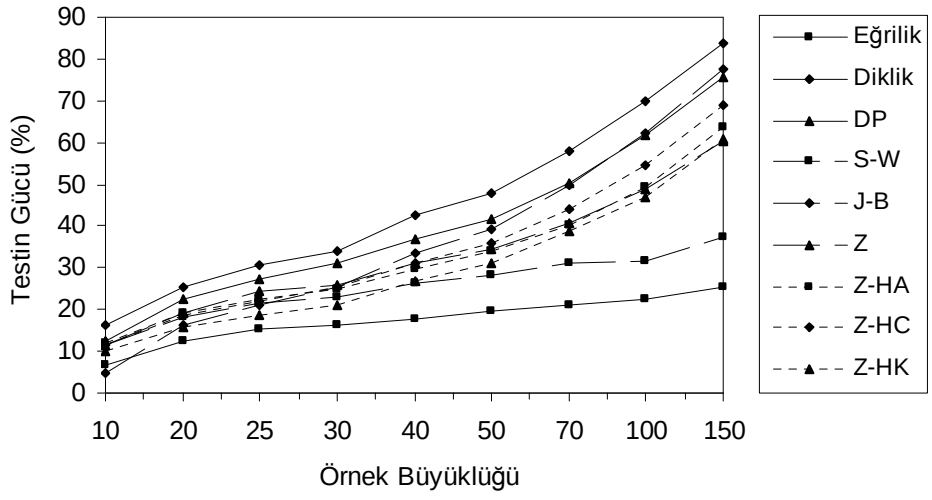
Tek değişkenli 5 serbestlik dereceli t-dağılımı eğrilik $\gamma_1=0$ ve diklik $\gamma_2>4.5$ değerleri ile simetrik ve dik bir dağılımdır. Bu dağılımdan elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.5'te verilmiştir. Çizelge 4.5'de görüldüğü üzere

örnek genişliği n≤100 olduğunda test istatistiklerinin tahmin edilen güç değerleri %70'in altında bulunmuştur. Burada Diklik testi bütün örnek genişliklerinde diğer testlerden daha büyük güç değerlerine sahip olmuştur. n=30 olduğunda en iyi güç değerlerine sahip olan test istatistikleri sırasıyla Diklik testi %33.85, D'Agostino-Pearson'un DP testi %30.90 ve Zhang'in Z testi %25.88 değerlerini almıştır. Örnek genişliği n=40 ile n=70 arasında ise sırasıyla Diklik testi, D'Agostino-Pearson'un DP testi ve Jarque-Bera'nın J-B testi en iyi güç değerlerine sahip olmuştur. n≥100 olduğunda ise en iyi güç performansını sırasıyla Diklik testi, Jarque-Bera'nın J-B testi ve D'Agostino-Pearson'un DP testi göstermiştir.

Çizelge 4.5. 5 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	6.63	12.63	15.14	16.12	17.51	19.63	21.05	22.73	25.40
Diklik	16.49	25.36	30.51	33.85	42.56	47.98	57.98	69.99	83.78
DP	12.39	22.27	27.14	30.90	36.78	41.82	50.37	61.56	75.83
S-W	11.43	18.12	21.50	22.93	26.15	28.29	30.88	31.73	37.26
J-B	4.63	16.34	21.15	25.34	33.70	39.38	49.61	62.28	77.53
Z	11.45	19.32	24.18	25.88	31.23	34.63	40.62	48.76	60.52
$Z\text{-}H_A$	12.04	19.31	22.38	24.81	29.63	33.82	40.42	49.44	63.88
$Z\text{-}H_C$	11.37	18.68	22.17	25.20	31.15	35.92	43.92	54.51	68.78
$Z\text{-}H_K$	9.83	15.67	18.86	21.28	26.68	30.90	38.74	46.91	60.78

Tek değişkenli 5 serbestlik dereceli t dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.5'de gösterilmiştir.



Şekil 4.5. 5 serbestlik dereceli t-dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

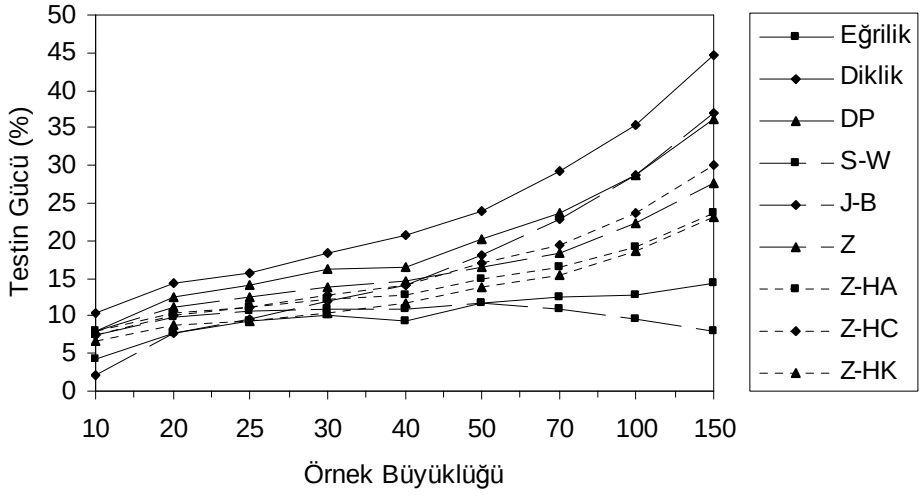
5 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldığında testlerin performansları genel olarak tüm örnek genişliklerinde zayıftır. Ancak Diklik testi, DP testi ve örnek genişliğinin artmasıyla J-B testi diğer testlere nazaran daha yüksek güç değerlerine sahip olmuştur. Bu dağılımda Eğrilik testi ile S-W testi ise güç bakımından diğer testlerden daha zayıftır.

Tek değişkenli 10 serbestlik dereceli t-dağılımı eğrilik $\gamma_1=0$ ve diklik $2.5\leq\gamma_2\leq4.5$ değerleri ile kabaca normale yakın bir dağılımdır. Söz konusu bu dağılımdan elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.6'te verilmiştir. Çizelge 4.6'daki sonuçlar incelendiğinde bütün testlerin güç değerlerinin çok düşük olduğu görülür. Bu çalışmada ele alınan yöntemler arasında Diklik testi bütün örnek genişliklerinde diğer testlerden daha yüksek güç değerleri tahmin etmiştir. Burada $n\leq40$ olduğunda en iyi güç performansına sahip test istatistikleri Diklik testi, DP testi ve Z testi şeklindedir. Örnek genişliği $50\leq n\leq100$ arasında ise sırasıyla Diklik testi, DP testi ve J-B testi en yüksek güç değerlerini elde etmişlerdir. n=150 olduğunda ise yine Diklik testi (%44.75) diğer testlerden daha güçlüdür. Bu testi sırasıyla J-B testi (%37.10) ve DP testi (%36.22) izlemiştir.

Çizelge 4.6. 10 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	4.20	7.62	9.38	10.10	9.44	11.64	12.47	12.75	14.39
Diklik	10.40	14.46	15.70	18.25	20.81	23.93	29.21	35.47	44.75
DP	7.90	12.61	14.09	16.19	16.58	20.27	23.58	28.74	36.22
S-W	7.45	9.86	10.76	10.93	10.99	11.75	10.83	9.50	8.11
J-B	2.17	7.71	9.70	12.07	14.20	18.12	22.79	28.60	37.10
Z	7.97	11.05	12.57	13.95	14.53	16.42	18.28	22.26	27.55
$Z\text{-}H_A$	7.89	10.28	11.17	12.18	12.69	15.02	16.60	19.14	23.54
$Z\text{-}H_C$	7.34	10.15	11.26	12.66	14.04	16.94	19.53	23.59	29.93
$Z\text{-}H_K$	6.60	8.84	9.34	10.35	11.60	13.77	15.40	18.71	23.14

Tek değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.6'da gösterilmiştir.



Şekil 4.6. 10 serbestlik dereceli t dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

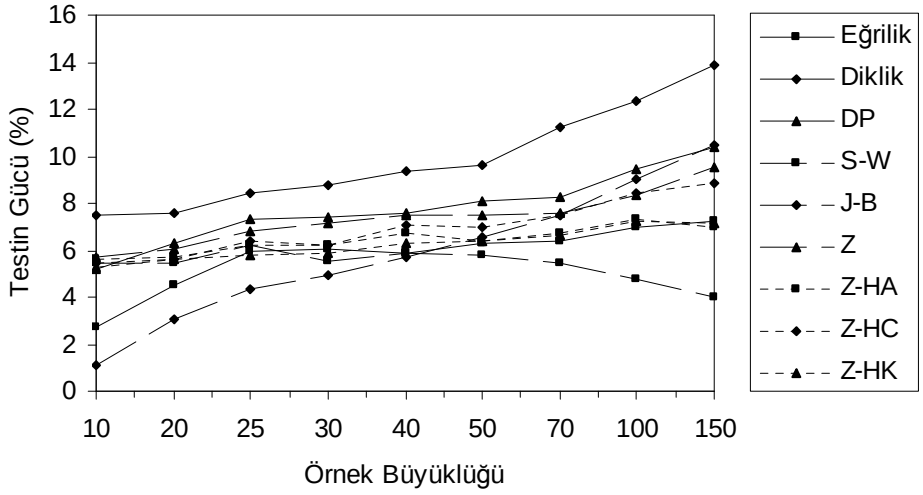
10 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldığında testlerin güç değerleri bütün örnek genişliklerinde çok düşük olarak tahmin edilmiştir. Burada test istatistikleri, 5 serbestlik dereceli t dağılımına göre çok düşük güç değerlerine sahip olmuşlardır.

Tek değişkenli 34 serbestlik dereceli t-dağılımı eğrilik $\gamma_1=0$ ve diklik $2.5\leq\gamma_2\leq4.5$ değerleri ile normale oldukça yakın bir dağılımdır. Söz konusu bu dağılımdan elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.7'de verilmiştir. Bu dağılımda elde edilen veriler normale yakın olduğundan dolayı tahmin edilen güç değerleri genelde %10'un altında ve oldukça düşük çıkmıştır. Burada yine bütün örnek genişliklerinde Diklik testi en yüksek güce sahip olmuştur. Örnek genişliği arttıkça Diklik testi, J-B testi ve DP testi diğer testlere nazaran daha yüksek güç değerlerine ulaşmıştır. n=150 olduğunda Diklik testinin tahmini gücü %13.84 olmuştur.

Çizelge 4.7. 34 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	2.69	4.53	5.97	6.02	5.85	6.26	6.39	6.95	7.24
Diklik	7.51	7.56	8.43	8.74	9.34	9.63	11.22	12.33	13.84
DP	5.22	6.27	7.28	7.41	7.58	8.11	8.26	9.42	10.40
S-W	5.44	5.47	6.21	5.55	5.90	5.77	5.44	4.74	4.02
J-B	1.14	3.05	4.32	4.90	5.67	6.55	7.49	9.04	10.49
Z	5.69	6.06	6.83	7.13	7.48	7.45	7.61	8.32	9.52
$Z\text{-}H_A$	5.61	5.70	6.25	6.21	6.75	6.37	6.70	7.28	6.94
$Z\text{-}H_C$	5.42	5.60	6.39	6.18	7.09	6.99	7.52	8.45	8.81
$Z\text{-}H_K$	5.27	5.63	5.76	5.89	6.30	6.36	6.61	7.21	7.15

Tek değişkenli 34 serbestlik dereceli t dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.7'de gösterilmiştir.



Şekil 4.7. 34 serbestlik dereceli t dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

34 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri bakımından aşırı derecede düşük olmasının nedeni verilerin normal dağılıma yakın olmasıyla ilgilidir. Bu dağılım için test istatistiklerininin güç değerleri genelde %10'nun altında tahmin edilmiştir. 5 ve 10 serbestlik dereceli t dağılımlarında olduğu gibi burada da Diklik testi ve DP testi ile örnek genişliğinin artmasıyla J-B testi diğer testlere nazaran daha yüksek güç performansları göstermiştir. Eğrilik testi ile S-W testi ise güç bakımından diğer testlerden daha düşük güç değerleri elde etmiştir.

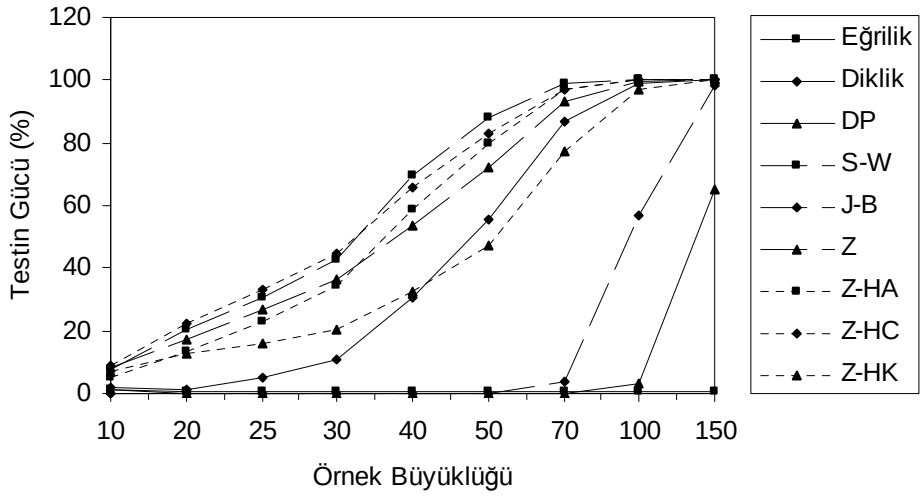
1 ve 1 parametreli Beta dağılımı eğrilik $\gamma_1=0$ ve diklik $\gamma_2<2.5$ değerleri ile simetrik ve yayvan bir dağılımdır. Söz konusu bu dağılımdan elde edilen veriler için test

istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.8'de verilmiştir. Çizelge 4.8 incelendiğinde örnek genişliği n≥40 olduğu durumlarda Shapiro-Wilk'in S-W testi en yüksek güç performansına sahip olmuştur. Ayrıca Zhang ve Wu'nun Z-H_C testi ile Z-H_A testi, Zhang'in Z testi , Diklik testi ve Zhang ve Wu'nun Z-H_K testi de yüksek güç performansları göstermişlerdir. Diğer testlerden Jarque-Bera'nın J-B testi ise örnek büyüklüğü n=100'e kadar düşük güç performansına sahip olmasına karşılık n=150 olduğunda tahmini gücü %98.43 ulaşmıştır.

Çizelge 4.8. Beta (1,1) dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	0.96	0.78	0.73	0.79	0.43	0.53	0.35	0.42	0.39
Diklik	1.64	1.55	4.85	11.02	30.58	55.44	86.91	98.78	100.00
DP	1.20	0.21	0.08	0.09	0.01	0.04	0.18	3.18	65.29
S-W	7.43	20.21	30.55	42.83	69.56	88.32	99.04	100.00	100.00
J-B	0.21	0.04	0.00	0.05	0.02	0.02	3.75	56.74	98.43
Z	8.56	17.25	26.76	36.30	53.76	71.97	93.03	99.64	100.00
Z-H_A	5.07	13.68	22.92	34.24	58.81	79.56	97.18	99.94	100.00
Z-H_C	8.76	22.12	33.25	44.48	65.65	82.77	97.32	99.93	100.00
Z-H_K	7.05	12.71	15.91	20.27	32.37	46.93	77.05	97.23	99.99

Parametre değerleri 1 ve 1 olduğunda Beta dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.8'de gösterilmiştir.



Şekil 4.8. Beta (1,1) dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Beta dağılımında parametre değerleri 1 ve 1 olduğu zaman test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldığında testlerin güç değerleri örnek genişliğinin artmasıyla artığı görülmektedir. Burada n=50 olduğunda S-W testi ile Z-H_C testi %80'in

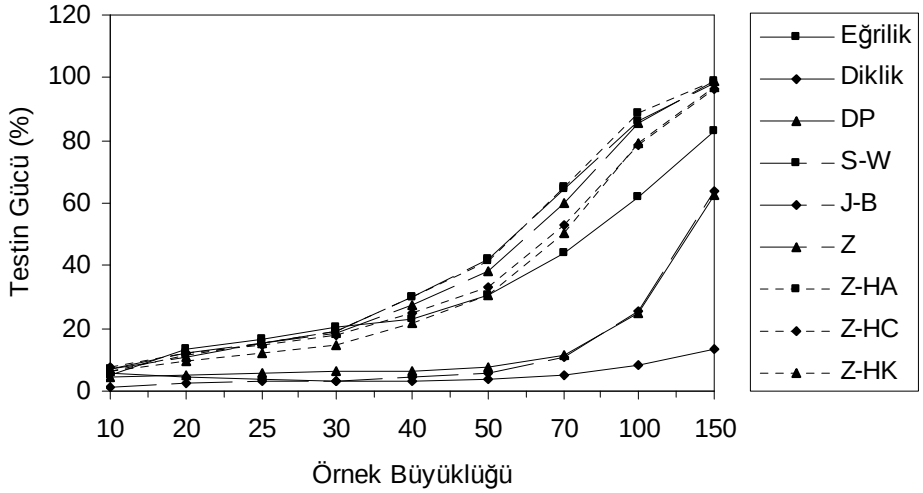
üzerinde güç değerlerine ulaşırken n=70 olduğunda Z-H_A testi, Z testi ve Diklik testi %80'in üzerinde güç değerleri elde etmiştir. Örnek genişliği n=100 olduğunda Z-H_K testi %97.23 güç değerine ulaşırken J-B testi ancak n=150 olduğunda yüksek güç performansı göstermiştir. Eğrilik testi ile DP testi ise bütün örnek genişliklerinde oldukça zayıf güç değerleri tahmin etmişlerdir.

2 ve 4 parametreli Beta dağılımı eğrilik $|\gamma_1|>0.3$ ve diklik $\gamma_2<3.0$ değerleri ile asimetrik ve yayvan bir dağılımdır. Söz konusu bu dağılımdan elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.9'da verilmiştir. Çizelge 4.9 incelendiğinde özellikle Diklik testi, J-B testi ve DP testinin güç performansları diğer testlere nazaran daha zayıf olduğu görülmektedir. Ancak S-W testi ile Z-H_A testi en iyi güç değerlerine sahip olan test istatistikleridir. Bu testleri sırasıyla Z testi, Z-H_C testi, Z-H_K testi ve Eğrilik testi izlemiştir.

Çizelge 4.9. Beta (2,4) dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	5.07	13.38	16.64	20.67	23.17	30.87	43.77	62.05	83.21
Diklik	5.48	4.21	3.58	3.29	3.46	3.71	5.39	8.09	13.16
DP	4.47	5.42	5.44	6.07	6.17	7.66	11.55	25.17	62.54
S-W	7.08	12.36	15.55	19.33	29.82	42.40	64.48	86.23	98.03
J-B	1.08	2.64	3.10	3.47	4.46	6.01	11.14	25.59	63.73
Z	6.79	10.92	15.21	18.54	27.35	38.12	60.31	85.75	98.67
Z-H_A	6.68	11.74	15.55	19.30	29.90	41.65	65.31	88.99	99.23
Z-H_C	7.44	12.08	14.50	17.77	25.03	33.41	53.00	78.31	96.42
Z-H_K	6.21	9.86	11.85	14.42	21.80	30.36	50.67	79.00	97.09

Parametre değerleri 2 ve 4 olduğunda Beta dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9. Beta (2,4) dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

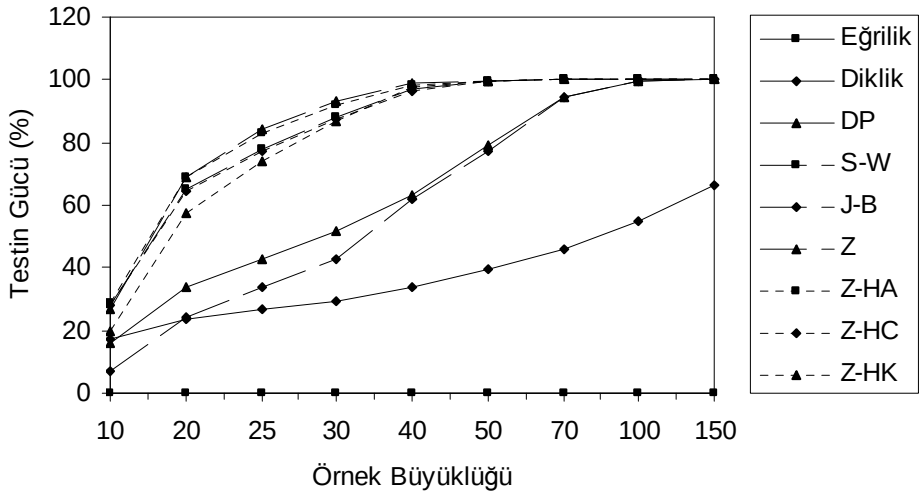
Beta dağılımında parametre değerleri 2 ve 4 olduğu zaman test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldığında örnek genişliği n=100 olduğunda %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşan test istatistikleri büyükten küçüğe sırasıyla Z-H_A testi, S-W testi ve Z testi şeklindedir. Örnek genişliği n=150 olduğunda ise Z-H_K testi, Z-H_C testi ve Eğrilik testide %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. Burada Diklik testi, DP testi ve J-B testinin güç performansları ise oldukça zayıftır.

5 ve 1 parametreli Beta dağılımı eğrilik $|\gamma_1|>0.3$ ve diklik $\gamma_2>3.0$ değerleri ile asimetrik ve dik bir dağılımdır. 5 ve 1 parametreli Beta dağılımından elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.10'da verilmiştir. Çizelge 4.10'daki sonuçlara göre Eğrilik testinin güç değerleri daima %0 bulunmuştur. Diklik testinin güç performansı da diğer testlere nazaran düşük çıkmıştır. Ancak Z-H_A testi, Z ve S-W testinin güç performansları oldukça yüksektir. Bunları sırasıyla Z-H_C testi, Z-H_K testi, DP testi ve J-B testi izlemektedir.

Çizelge 4.10. Beta (5,1) dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Diklik	16.98	23.34	26.85	29.19	33.97	39.34	46.24	54.79	66.61
DP	16.23	33.61	42.60	51.58	63.21	78.90	94.24	99.72	100.00
S-W	28.02	64.94	78.03	87.93	96.95	99.47	99.97	100.00	100.00
J-B	6.77	24.41	33.86	42.98	61.74	77.26	94.22	99.73	100.00
Z	27.03	68.84	83.98	93.15	98.82	99.88	100.00	100.00	100.00
$Z\text{-}H_A$	28.71	69.05	82.89	92.00	98.51	99.78	100.00	100.00	100.00
$Z\text{-}H_C$	28.39	64.75	77.44	87.44	96.57	99.28	99.97	100.00	100.00
$Z\text{-}H_K$	19.64	57.22	74.23	86.91	97.35	99.61	100.00	100.00	100.00

Parametre değerleri 5 ve 1 olduğunda Beta dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.10'da verilmiştir.



Şekil 4.10. Beta (5,1) dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Beta dağılımında parametre değerleri 5 ve 1 olduğu zaman test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldığında test istatistiklerinin çoğunda örnek genişliğinin artmasıyla güç değerleri de hızla artmıştır. Burada örnek genişliği n=30 olduğunda %85'in üzerinde güç değerlerine ulaşan test istatistikleri büyükten küçüğe sırasıyla Z testi, $Z\text{-}H_A$ testi, S-W testi, $Z\text{-}H_C$ testi ve $Z\text{-}H_K$ testi şeklinde sıralandığı görülmektedir. Ancak Eğrilik ve Diklik testi ile küçük örnek genişliklerinde J-B testi ve DP testi oldukça düşük güç değerleri tahmin etmiştir.

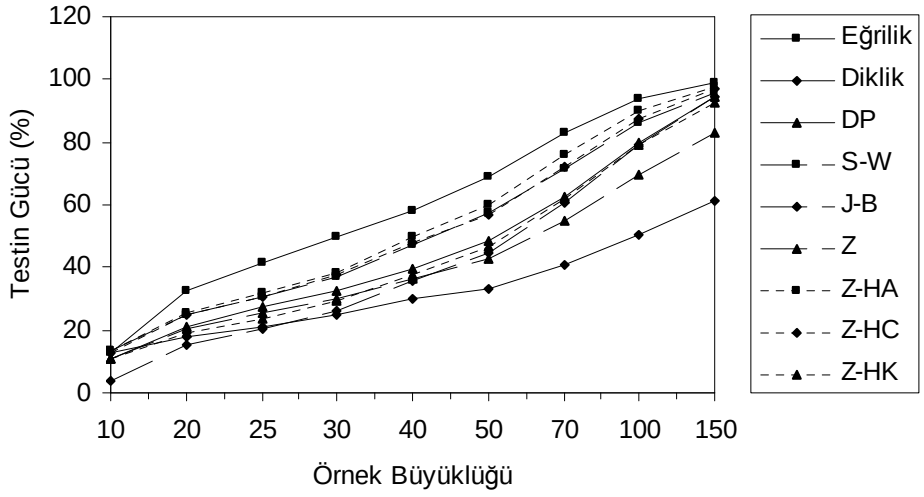
Lognormal (0, 0.3040) dağılımı eğrilik $\gamma_1>0.3$ ve diklik $\gamma_2>3.0$ değerleri ile asimetrik ve dik bir dağılımdır. Bu dağılımdan elde edilen veriler için test

istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.11'de verilmiştir. Çizelge 4.11'deki sonuçlara göre n=10 olduğunda Shapiro-Wilk'in S-W testi en yüksek güç performansına sahip iken n=20 ve daha büyük olduğunda Eğrilik testi en yüksek tahmini güç değerlerine sahip olmuştur. Burada Eğrilik testi yanında Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi ile Z-H_C testi ve Shapiro-Wilk'in S-W testi de diğer testlere nazaran güçlü testlerdir.

Çizelge 4.11. Lognormal (0, 0.3040) dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	12.74	32.43	41.54	50.02	58.31	69.12	82.67	93.91	99.02
Diklik	12.97	18.19	21.20	24.81	29.73	32.98	40.97	50.45	61.34
DP	11.17	21.38	27.35	32.74	39.77	48.20	62.41	79.65	94.69
S-W	13.39	25.04	30.85	36.85	47.13	57.21	71.47	85.98	95.53
J-B	4.09	15.40	20.33	26.21	35.77	44.42	60.72	79.30	94.36
Z	11.17	20.29	25.55	29.70	36.47	42.45	54.69	69.38	83.06
Z-H_A	13.27	25.73	31.77	38.58	49.90	59.89	75.68	89.71	97.84
Z-H_C	12.88	25.09	30.74	37.37	47.74	56.67	72.19	87.30	97.08
Z-H_K	10.57	19.20	23.47	29.12	37.66	46.62	62.07	79.41	92.86

Lognormal dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.11'de gösterilmiştir.



Şekil 4.11. Lognormal (0, 0.3040) dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Lognormal dağılımında test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldıkları zaman örnek genişliği n=70 için sadece Eğrilik testi yüksek güç değerine yani %80'nin üzerinde güç değerine ulaşırken n=100 olduğunda Z-H_A testi, Z-H_C testi ve S-W testi %85'in üzerinde güç performansı göstermiştir. Örnek genişliği

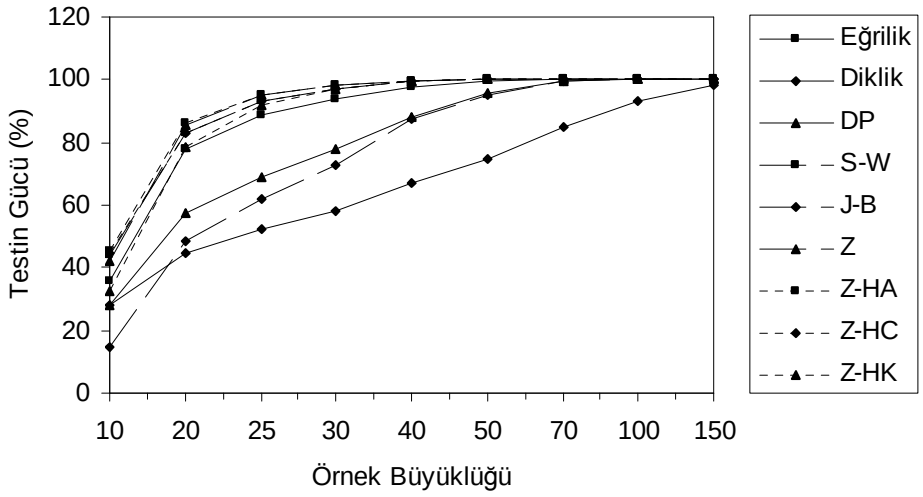
n=150 olduğunda ise yukarıdaki testlere ilaveten %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşan test istatistikleri büyükten küçüğe sırasıyla DP testi, J-B testi, Z-H_K testi ve Z testi şeklinde sıralanmıştır. Diklik testinin ise tüm örnek genişliklerinde güç değerleri oldukça düşük bulunmuştur.

Weibull (1) dağılımı eğrilik γ_1>0.3 ve diklik γ_2>3.0 değerleri ile asimetrik ve dik bir dağılımdır. Weibull dağılımından elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.12'de verilmiştir. Çizelge 4.12'deki sonuçlara göre örnek genişliği n=40 ve daha büyük olduğu durumlarda Diklik testi haricinde diğer testler %85'in üzerinde güç performanslarına sahiptir. Burada Diklik testi n=70 olduğu durumda güç değeri %85'in üzerine çıkmıştır. Bütün örnek genişliklerinde Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi, Zhang'in Z testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi ile Zhang ve Wu'nun Z-H_C testinin çok yüksek güç performanslarına sahip oldukları görülür. Bu testlerin gücü örnek genişliği n=50 olduğunda %100'e çıkmış veya %100'e çok yaklaşmıştır. Ayrıca diğer test istatistikleri de örnek genişliğinin artmasıyla çok yüksek güç değerlerine ulaşmışlardır.

Çizelge 4.12. Weibull (1) dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	36.00	78.04	88.83	93.83	97.86	99.48	100.00	100.00	100.00
Diklik	27.81	45.00	52.11	58.07	67.09	74.55	85.18	93.33	98.33
DP	27.89	57.30	68.89	77.99	87.81	95.68	99.77	99.99	100.00
S-W	44.31	82.98	93.23	97.09	99.61	99.98	100.00	100.00	100.00
J-B	14.87	48.32	61.79	72.61	87.61	95.19	99.74	99.99	100.00
Z	41.83	85.49	95.21	98.44	99.86	100.00	100.00	100.00	100.00
Z-H_A	45.35	86.25	95.19	98.33	99.85	100.00	100.00	100.00	100.00
Z-H_C	44.57	82.97	93.02	96.86	99.53	99.96	100.00	100.00	100.00
Z-H_K	32.74	78.77	91.64	96.85	99.66	100.00	100.00	100.00	100.00

Weibull dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.12'de gösterilmiştir.



Şekil 12. Weibull (1) dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

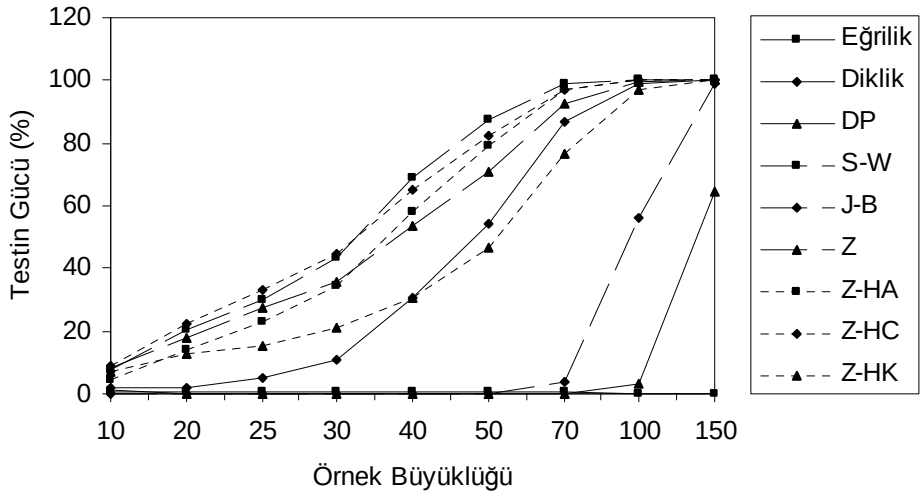
Weibull dağılımında örnek genişliğinin artmasıyla test istatistiklerinin güç değerleride hızla artmıştır. Bu dağılımda Z-H_A testi, Z testi, S-W testi ve Z-H_C testinin güç performansları diğer testlerden daha yüksektir. Ayrıca Z-H_K testi ve Eğrilik testi de yüksek güç değerlerine sahiptir. Diklik testi, J-B testi ve DP testinde ise özellikle küçük örnek genişliklerinde gerçekleşen testin gücü değerlerinin düşük olduğu görülmektedir.

Uniform dağılımdan elde edilen veriler simetrik bir dağılım gösterir. Uniform dağılımından elde edilen veriler için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.13'de verilmiştir. Çizelge 4.13 incelendiğinde örnek genişliği n=30 ve daha küçük olduğunda en yüksek güç değerini Zhang ve Wu'nun Z-H_C testi alırken bu testi Shapiro-Wilk'in S-W testi izlemiştir. $n \geq 40$ olduğu durumlarda ise en yüksek güç performansına Shapiro-Wilk'in S-W testi sahip olmuştur. Güç performansı bakımından Shapiro-Wilk'in S-W testini Zhang ve Wu'nun Z-H_C testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi ve Zhang'in Z testi izlemiştir. Ayrıca Diklik testi $n \geq 70$ olduğunda, Zhang ve Wu'nun Z-H_K testi $n \geq 100$ olduğunda, Jarque-Bera'nın J-B testi ise n=150 olduğunda yüksek güç değerlerine ulaşmışlardır.

Çizelge 4.13. Uniform dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=10	n=20	n=25	n=30	n=40	n=50	n=70	n=100	n=150
Eğrilik	0.94	0.83	0.72	0.65	0.34	0.36	0.36	0.28	0.29
Diklik	1.65	1.75	4.99	11.06	30.55	54.11	86.76	98.83	99.99
DP	1.26	0.16	0.11	0.06	0.01	0.02	0.18	3.37	64.30
S-W	7.54	20.71	30.14	43.14	69.00	87.51	98.92	99.99	100.00
J-B	0.18	0.07	0.03	0.02	0.01	0.01	3.68	56.22	98.67
Z	7.99	17.96	27.28	35.93	53.34	70.98	92.65	99.70	100.00
$Z\text{-}H_A$	4.71	13.82	22.75	34.40	58.26	78.99	96.92	99.93	100.00
$Z\text{-}H_C$	8.88	22.54	32.91	44.51	65.37	82.08	97.11	99.91	100.00
$Z\text{-}H_K$	6.97	12.61	15.59	20.76	30.94	46.48	76.56	97.22	100.00

Uniform dağılımından çekilen farklı büyüklükteki örnekler için testlere ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.13'de gösterilmiştir.



Şekil 4.13. Uniform dağılımında örnek büyüklüğüne göre test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Uniform dağılımında test istatistikleri güç değerleri bakımından karşılaştırıldıkları zaman S-W testi ile $Z\text{-}H_C$ testinin güç performansları diğer testlerden daha yüksektir. Ayrıca $Z\text{-}H_A$ testi ve Z testinin güç performansına bakıldığında örnek genişliğinin artmasıyla yüksek güç değerlerine ulaştığı görülmektedir. Eğrilik testi, DP testi, J-B testi ve Diklik testi ise $n \leq 50$ olduğunda güç performansları bakımından oldukça zayıf testler olarak ortaya çıkmaktadır. Bu testler içinde Eğrilik testi, DP testi ve J-B testinin n=100 olduğunda bile çok küçük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

U(0,1)=Beta(1,1) olması nedeniyle Uniform dağılımında ve parametre değerleri 1 ve 1 olduğunda Beta dağılımında gerçekleşen güç performanslarının birbirine eşit olduğu görülecektir.

4.3. Çok Değişkenli Normal Dağılımdan Elde Edilen Veriler İçin I. Tip Hata Bakımından Testlerin Karşılaştırılması

Çok değişkenli normal dağılıma karşı 17 testin performansı 36 farklı durumda çok değişkenli normal veri setlerinin 10.000 defa tekrarlaması (simulating) ile belirlenmiştir. Veriler çok değişkenli normal dağılım gösterdiğinde, normalliğin reddedilme sayıları yaklaşık olarak %5 civarında olmalıdır. Bu çalışmada incelenen çok değişkenli normallik testleri için deneysel I. tip hata olasılıkları Çizelge 4.14'de gösterilmiştir. Çizelge 4.14 incelendiğinde Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi, I. tip hata olasılığı bakımından %0'dan %64,69'e kadar değişim göstermesi ile güvenilir olmayan bir performansa sahiptir. Mardia-Kent'in M-K testi için maksimum I. tip hata olasılığı %10'un üzerinde bulunmuştur. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi, daima %5'in üzerinde I. tip hata olasılığına (maksimum %6,97) sahiptir. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Diklik* testleri, Srivastava'nın Sriv 2 testi ve çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* testi ile ilgili I. tip hata olasılıkları küçük örnek genişliklerinde %5'in altında örnek genişliği artıkça I. tip hata olasılıklarının %5'e yaklaştığı ve çok az %5'i geçtiği gözlenmiştir. Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Royston'un Roy ve Roy* testi %5'e yakın I. tip hata olasılığına sahip olmuştur. Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, Çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB ve MJB** testleri ile ilgili I. tip hata olasılıkları daima %5'in altında gerçekleşmiştir.

Çizelge 4.14. Çok değişkenli normal dağılımda test istatistiklerinin I. tip hata olasılıkları (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.73	1.95	1.42	0.85	3.23	2.77	2.25	1.80	3.43	3.34	2.86	2.37	3.93	3.86	3.54	3.16	4.58	4.36	4.08	3.60
Eğrilik*	6.12	5.70	6.12	5.84	6.14	6.43	6.40	6.53	5.93	6.54	6.69	6.80	5.96	6.45	6.72	6.89	5.98	6.49	6.68	6.97
Diklik	0.48	0.16	0.20	0.59	0.88	0.47	0.60	1.11	1.10	0.80	0.93	1.50	1.55	1.36	1.52	1.99	1.98	1.89	2.29	2.46
Diklik*	4.58	4.34	4.54	4.44	4.56	4.53	4.60	4.64	4.48	4.56	4.59	4.66	4.43	4.54	4.53	4.62	4.36	4.54	4.72	4.76
M-F(S_w^2)	3.30	4.22	4.56	4.72	3.92	4.67	5.01	5.50	4.14	4.86	5.38	5.53	4.57	5.29	5.61	5.82	4.99	5.29	6.17	5.94
M-F(C_w^2)	3.77	0.01	0.00	0.00	2.92	64.69	0.01	0.00	2.84	14.66	0.03	0.01	3.08	5.64	0.04	0.03	3.47	4.27	24.08	0.10
M-K	3.34	3.23	2.59	1.84	4.23	4.68	4.22	3.63	4.59	5.48	5.42	5.01	5.33	6.51	6.86	6.72	5.93	6.87	7.75	8.02
D-H	4.76	4.93	4.95	4.64	4.90	4.85	4.83	4.71	4.86	5.02	4.82	4.86	5.02	5.10	5.00	4.93	5.13	5.02	5.08	5.13
Sriv 1	1.54	1.49	1.32	1.04	2.18	1.93	1.68	1.58	2.53	2.37	2.18	2.08	2.99	2.91	2.70	2.61	3.41	3.17	3.24	2.86
Sriv 2	0.31	1.05	3.27	6.73	0.68	1.36	3.41	6.08	0.93	1.74	3.44	5.80	1.35	2.31	3.73	5.43	1.76	2.61	4.06	4.91
MJB	1.11	0.95	0.84	0.61	1.62	1.35	1.19	1.11	1.93	1.74	1.58	1.48	2.33	2.29	2.02	1.92	2.91	2.62	2.55	2.33
MJB*	3.74	3.44	3.32	3.19	3.98	3.86	3.65	3.67	4.17	4.16	4.05	3.97	4.32	4.36	4.23	4.31	4.63	4.21	4.57	4.38
MJB**	1.76	1.96	1.84	1.86	2.09	2.07	2.06	2.18	2.17	2.31	2.33	2.36	2.27	2.57	2.50	2.61	2.70	2.63	2.77	2.75
S-H	4.85	4.92	4.89	4.99	5.03	5.14	5.11	5.18	4.85	4.91	4.74	4.86	4.86	4.96	4.90	4.93	5.06	5.28	5.25	5.36
H-Z	4.40	4.59	4.34	4.73	4.74	4.50	4.60	4.76	4.70	4.65	4.76	4.85	4.79	4.85	5.01	4.90	5.31	5.03	4.96	4.83
Roy	4.98	5.15	5.13	4.87	5.09	5.13	5.23	5.30	4.74	4.87	4.83	4.80	4.89	5.00	4.96	5.08	5.25	5.05	5.55	5.29
Roy*	5.02	5.06	4.90	4.78	4.98	4.98	5.04	5.08	4.90	5.10	4.99	5.03	4.99	5.09	5.02	5.16	5.19	5.15	5.28	4.98

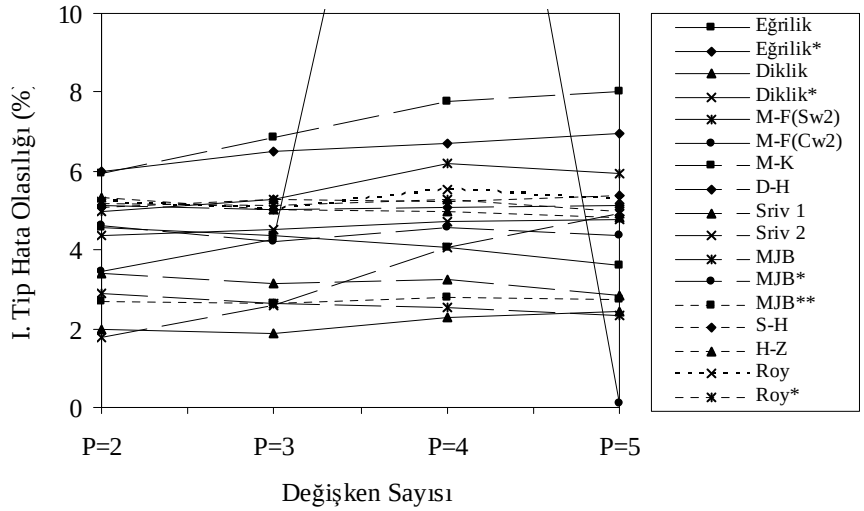
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.14.'ün devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	4.52	4.33	4.71	4.51	4.58	4.87	4.80	4.60	5.13	4.94	4.72	5.05	5.10	5.43	4.78	4.99
Eğrilik*	5.63	5.85	6.55	6.76	5.45	6.05	6.11	6.36	5.72	5.73	5.85	6.38	5.40	5.81	5.50	5.86
Diklik	2.55	2.14	2.80	3.48	2.64	3.11	3.62	3.76	3.28	3.81	3.76	4.04	4.31	3.96	4.06	4.34
Diklik*	4.55	4.18	4.56	5.21	4.10	4.71	5.32	4.97	4.54	4.84	4.83	5.01	4.86	4.64	4.67	4.68
M-F(S_w^2)	5.23	4.92	5.63	6.35	4.30	5.86	6.03	6.36	5.17	5.20	5.49	5.95	5.15	5.47	5.41	5.48
M-F(C_w^2)	3.94	3.51	5.77	34.17	3.67	4.16	4.55	9.23	4.51	4.14	4.19	4.95	4.75	4.87	4.36	4.41
M-K	6.20	7.61	8.97	9.35	6.06	8.29	9.50	10.23	6.57	8.05	8.99	10.97	6.33	8.16	9.22	10.21
D-H	5.35	4.97	5.16	5.13	4.83	5.41	5.23	5.45	5.55	5.36	5.07	5.63	5.32	5.52	5.14	5.25
Sriv 1	3.76	3.47	3.67	3.71	4.15	4.34	3.77	4.07	4.57	4.32	4.39	4.57	4.71	4.98	4.83	4.81
Sriv 2	2.39	2.96	4.13	5.08	2.56	3.82	4.54	5.21	3.43	4.10	4.55	5.02	3.95	4.20	4.91	5.08
MJB	3.15	2.73	3.03	3.05	3.08	3.55	3.21	3.56	4.23	3.92	3.62	3.85	4.30	4.40	4.61	4.43
MJB*	4.57	4.22	4.55	4.74	4.27	4.84	4.76	4.92	5.17	4.93	4.80	5.00	4.90	5.05	5.14	5.26
MJB**	2.62	2.57	2.97	3.19	2.47	3.24	3.11	3.61	3.36	3.48	3.39	3.81	3.58	3.99	4.27	4.31
S-H	5.55	5.18	5.38	5.13	5.06	5.18	5.35	5.31	5.23	5.53	5.49	5.57	5.06	6.00	5.64	5.84
H-Z	5.17	5.21	4.60	5.16	5.11	5.04	5.18	5.33	4.99	5.23	5.02	5.41	4.61	4.78	5.24	5.13
Roy	5.46	5.05	5.14	5.01	5.36	5.04	5.34	5.60	5.32	5.91	5.51	5.36	5.09	6.41	5.70	5.64
Roy*	5.72	4.65	4.41	4.77	4.99	5.05	4.91	4.92	5.01	5.19	4.82	5.06	4.87	5.28	4.90	5.24

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çok değişkenli normal dağılımdan çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait I. tip hata olasılıklarının değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.14'de verilmiştir.



Şekil 4.14. Çok değişkenli normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait I. tip hata olasılıklarının değişimi

Çok değişkenli normal dağılım gösteren verilerde n=50 örnek genişliği için gerçekleşen I. tip hata değerleri bakımından testler incelendiğinde Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Diklik ve Diklik* testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, Çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi %5'in altında değerler almıştır. Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Royston'un Roy ve Roy* testi I. tip hata bakımıdan %5'e yakın değerler almışlardır. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi ve Mardia-Kent'in M-K testi %5'in biraz üzerinde tahmin edilmiştir. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testinde ise %0.10 ile %24.08 arasında aşırı sapan değerler elde edilmiştir. Örnek genişliği n=50 olduğunda Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi ile Srivastava'nın Sriv 2 testinin I. tip hata olasılığı değişken sayısının artmasıyla hafiften artmıştır.

4.4. Çok Değişkenli Karışık Normal Dağılımlardan Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Çok değişkenli normallikten hafif sapmalara karşı 17 testin performansını belirlemek için toplam 15 farklı çok değişkenli normal karışımlar dikkate alınmıştır. Bu araştırmada ortalama ve varyansla ilgili parametrelerde/terimlerde 5 farklı tipte normal karışım dikkate alınmıştır. Söz konusu tiplerin her birinde 3 farklı karışım oranı (0.90-0.10, 0.788675-0.211325, 0.50-0.50) kullanılmıştır. Örneğin (%90-%10) karışma seviyesinde, verilerin %90'nı belli bir ortalama ve varyansla normal bir dağılım gösteren 1. bileşenden, arta kalan verilerin %10'uda yine belli bir ortalama ve varyansa sahip olan 2. bileşenden elde edilmiştir. Diğer iki karışımda da (%78.8675-%21.1325 ve %50-%50), birinci karışımda olduğu gibi her bir bileşen için aynı ortalama ve varyans kullanılmıştır. Ortalama ve varyans parametrelerinin aldığı değerlere göre kombinasyon yapıları Çizelge 4.15'de özetlenmiştir.

Çizelge 4.15. Çok değişkenli karışık normal dağılımlar için ortalama ve varyans parametreleri

	1. Bileşen		2. Bileşen	
Karışım Tipleri	Ortalama	Varyans	Ortalama	Varyans
1	μ_1	$\sum_1$	μ_1	$\sum_2$
2	μ_1	$\sum_1$	μ_2	$\sum_1$
3	μ_1	$\sum_2$	μ_2	$\sum_2$
4	μ_1	$\sum_1$	μ_2	$\sum_2$
5	μ_1	$\sum_2$	μ_2	$\sum_1$

μ_1: Tüm elemanları sıfırdan oluşan ortalama vektörü
μ_2: Tüm elemanları birden oluşan ortalama vektörü
Σ_1: Diagonal dışındaki tüm elemanlar için korelasyon matrisi ρ=0.2 eşittir.
Σ_2: Diagonal dışındaki tüm elemanlar için korelasyon matrisi ρ=0.5 eşittir.
Her bir durum (tip) için 3 farklı karışım oranı (0.90-0.10, 0.788675-0.211325, 0,50-0,50) kullanılmıştır.

Normal karışım tip 1 için sonuçlar Çizelge 4.16, 4.17 ve 4,18'de verilmiştir. Üç farklı karışım oranına (0.90-0.10, 0.788675-0.211325, 0.50-0.50) ait söz konusu çizelgeler incelendiğinde test istatistiklerinin gücü karışım 1'den karışım 3'e genellikle hafiften artış gösterdiği görülmektedir. Test istatistiklerinin güç değerleri incelendiğinde, Mardia-Kent'in M-K testine ait güç performansları karışım 1'den karışım 3'e artış göstermiştir. Söz konusu durumlarda gözlem sayısı ve değişken sayısının artmasıyla testin gücü artmıştır. M-K testine ait güç değerleri genelde diğer testlerden daha yüksek olup karışım 3'de maksimum güç değeri %29.01'e kadar çıkmıştır. Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB ve MJB** testi için tahmin edilen güç

değerleri küçük örnek genişlikleri için genelde %5'in altında bulunmuştur. Bu testlerin güç performansları bakımından, özellikle karışım 3'de örnek büyüklüğü ve değişken sayısı arttıkça güç değerlerindeki artış da biraz daha fazla olmuştur. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi karışım 1'den karışım 3'e örnek büyüklüğü ve değişken sayısı arttıkça güç değerleri hafiften artmış ve maksimum güç değerleri %11.02 ve %13.43 olarak bulunmuştur. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Diklik* testi ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* testine ait güç değerleri genelde %5'in üzerinde değerler almıştır. Karışım 1'den karışım 3'e örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla güç değerlerinde de artış görülmüştür. Bu testlerin maksimum güç değerleri %12.37, %17.50 ve %18.72 olarak gerçekleşmiştir. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi güç bakımından çok fazla değişim göstermiştir. Bu testin güç değerlerinin %0.0 ile %65.21 arasında değiştiği görülmüştür. Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Royston'un Roy ve Roy* testleri %5 civarında güç değerleri almıştır. Bu testlerden Srivastava-Hui'nin S-H testinde örnek büyüklüğü ve değişken sayısı arttıkça güç değeri biraz azalmış, Doornik-Hansen'nın D-H testinde ise güç değeri biraz artmıştır. Söz konusu güç değerleri minimum %2.3 ve maksimum %8.42 olarak gözlenmiştir.

Çizelge 4.16. Çok değişkenli karışık normal dağılım 1. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.48	2.07	1.71	0.82	3.17	3.07	2.74	2.15	3.65	3.19	2.99	2.60	4.45	4.04	4.20	3.69	4.53	4.35	4.67	4.57
Eğrilik*	6.34	6.01	6.70	5.99	6.00	6.85	6.81	7.03	6.30	6.49	7.01	7.52	6.59	6.63	7.46	7.71	6.07	6.52	7.92	7.89
Diklik	0.37	0.16	0.26	0.56	0.85	0.58	0.58	1.00	1.32	0.68	0.92	1.28	1.53	1.30	1.44	1.96	2.11	1.70	1.95	2.09
Diklik*	4.72	4.52	4.96	4.49	4.39	4.94	4.82	4.90	4.89	4.79	4.86	5.12	4.60	4.82	5.11	5.12	4.60	4.55	5.09	5.06
M-F(S_w^2)	3.27	3.76	4.40	4.54	3.73	5.05	4.88	5.20	4.00	4.66	5.32	5.56	4.99	5.07	5.43	5.68	4.97	5.44	5.52	5.65
M-F(C_w^2)	3.62	0.00	0.00	0.00	2.72	65.21	0.00	0.01	2.87	15.27	0.04	0.04	3.32	5.77	0.04	0.06	3.62	4.13	23.71	0.10
M-K	3.56	3.48	3.06	1.82	4.15	5.02	4.67	3.88	4.99	5.72	6.04	5.72	6.05	6.74	7.69	7.42	6.37	7.66	8.76	8.80
D-H	4.61	4.59	4.78	4.73	4.49	5.15	4.62	5.07	5.04	4.75	4.85	5.11	5.23	5.03	5.18	5.02	5.07	5.20	5.35	5.40
Sriv 1	1.74	1.49	1.40	1.08	2.40	2.22	2.08	1.57	2.57	2.54	2.33	2.18	3.52	3.25	3.52	3.43	3.46	3.52	3.77	3.66
Sriv 2	0.34	0.88	3.24	6.06	0.65	1.65	3.03	5.91	1.09	1.55	3.26	5.52	1.46	1.99	3.76	4.98	2.10	2.59	3.37	4.60
MJB	1.22	0.89	0.93	0.80	1.77	1.58	1.38	1.08	2.10	1.88	1.80	1.69	2.91	2.59	2.91	2.66	3.13	2.90	3.19	2.90
MJB*	4.05	3.56	3.61	3.55	4.22	4.22	4.20	3.84	4.34	4.45	4.26	4.51	5.03	4.70	5.51	5.31	4.89	5.05	5.48	5.35
MJB**	2.16	1.85	2.15	2.14	2.23	2.29	2.48	2.24	2.39	2.51	2.59	2.63	2.79	2.91	3.50	3.54	2.86	2.99	3.44	3.52
S-H	5.20	5.07	5.09	5.08	5.15	5.38	5.62	5.43	5.25	5.19	4.78	5.07	5.14	5.27	5.49	5.28	5.06	4.83	5.68	5.24
H-Z	4.19	4.10	4.66	4.72	4.81	4.71	4.54	4.53	4.94	4.88	4.33	4.86	4.75	4.86	4.87	5.22	5.21	5.09	5.19	5.55
Roy	4.73	4.96	5.36	5.08	4.99	5.38	4.96	5.01	4.85	4.62	4.51	4.93	5.21	4.96	4.75	4.74	5.12	5.09	5.12	5.38
Roy*	4.68	4.89	5.24	4.91	4.84	5.20	4.81	4.71	5.12	4.95	4.75	5.14	5.11	5.18	4.93	4.73	4.89	5.19	5.11	5.09

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.16.'nın devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	4.77	5.16	5.10	5.34	5.29	5.50	5.86	5.62	5.30	5.52	5.74	5.89	5.24	5.60	5.69	5.81
Eğrilik*	5.63	7.00	7.24	7.85	6.14	6.84	7.43	7.72	6.07	6.25	6.64	7.33	5.74	6.21	6.62	6.79
Diklik	2.68	2.93	2.67	2.91	3.37	3.50	3.42	3.40	3.96	3.70	3.82	4.07	4.33	4.88	4.56	4.60
Diklik*	4.62	5.47	5.41	5.83	5.01	5.48	5.55	5.79	5.12	5.25	5.66	6.35	5.21	6.10	6.05	6.48
M-F(S_w^2)	5.24	6.14	5.76	6.35	5.73	5.73	6.38	5.93	5.31	5.24	5.58	6.21	5.10	5.78	5.95	6.09
M-F(C_w^2)	3.98	4.72	5.54	34.82	4.58	4.39	5.21	9.41	4.75	4.43	4.31	5.33	4.79	5.15	5.07	5.06
M-K	6.46	9.11	10.45	11.54	7.08	9.79	10.68	12.33	7.35	9.04	11.36	13.12	6.92	9.72	11.57	13.92
D-H	4.74	5.67	5.41	4.78	4.83	5.35	5.86	5.43	5.34	5.19	5.71	6.31	5.30	5.19	5.47	5.66
Sriv 1	3.72	4.59	4.67	4.57	4.73	4.77	5.30	5.69	4.98	5.09	5.11	5.78	5.25	5.73	6.37	5.71
Sriv 2	2.63	3.54	4.19	4.15	3.43	3.58	4.14	4.52	3.54	4.14	4.45	4.87	4.33	4.86	5.29	5.26
MJB	3.18	4.23	4.25	4.24	4.27	4.40	4.61	5.36	4.61	4.97	4.92	5.49	4.98	6.03	6.66	6.43
MJB*	4.52	6.08	6.20	6.27	5.60	6.17	6.44	7.19	5.73	6.20	6.34	7.30	5.85	7.04	7.92	7.75
MJB**	2.77	4.04	4.41	4.55	3.67	4.12	4.52	5.47	3.94	4.75	4.81	5.76	4.43	5.70	6.63	6.59
S-H	5.17	5.19	5.34	5.86	4.86	4.65	4.73	5.47	4.89	5.17	4.44	4.25	4.69	4.59	4.34	3.97
H-Z	4.99	5.22	5.19	4.97	5.44	5.05	5.40	5.57	4.99	5.10	5.24	5.02	4.91	5.40	5.36	5.52
Roy	5.28	4.97	5.27	5.36	5.19	5.02	5.98	5.24	5.43	5.76	5.57	5.69	5.66	5.32	5.47	6.24
Roy*	4.68	4.75	4.94	4.80	4.86	4.79	5.23	5.03	5.16	4.79	5.01	4.85	4.93	4.81	4.72	4.90

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.17. Çok değişkenli karışık normal dağılım 2. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.66	2.40	1.80	1.18	3.13	3.28	2.46	2.25	3.69	3.65	3.57	3.16	4.26	4.53	4.61	4.53	4.99	5.15	5.05	4.68
Eğrilik*	6.16	7.18	6.99	6.95	6.17	7.19	6.99	7.60	6.40	7.22	7.89	8.56	6.35	7.38	8.30	9.12	6.83	7.72	8.05	8.59
Diklik	0.58	0.23	0.23	0.64	0.75	0.57	0.50	0.83	1.39	0.80	0.91	1.24	2.00	1.54	1.60	1.78	2.32	2.26	1.84	1.97
Diklik*	4.87	5.02	5.07	5.49	4.45	4.91	5.13	5.51	5.12	5.03	5.68	5.80	5.40	5.34	6.01	6.66	5.44	5.63	5.79	6.06
M-F(S_w^2)	3.43	4.10	4.44	4.54	3.79	4.67	4.55	5.02	4.31	4.84	5.52	5.73	4.74	5.35	6.20	6.12	4.89	5.54	5.79	5.63
M-F(C_w^2)	3.61	0.00	0.00	0.00	2.75	64.93	0.00	0.00	2.83	14.67	0.03	0.01	3.35	5.32	0.08	0.07	3.28	4.20	24.54	0.14
M-K	3.75	3.85	3.13	2.48	4.10	5.01	4.54	4.49	5.14	6.15	6.60	6.39	5.76	7.77	8.58	9.17	6.78	8.47	9.81	9.91
D-H	4.63	4.96	4.91	4.93	4.54	4.89	4.66	5.06	5.05	5.11	4.83	5.72	4.93	5.17	5.17	5.30	5.44	5.19	5.62	5.15
Sriv 1	1.87	1.67	1.40	1.21	2.34	1.94	2.17	2.18	3.10	2.67	2.78	2.81	3.24	3.74	4.03	3.58	4.37	3.85	4.62	4.62
Sriv 2	0.33	0.83	2.85	5.54	0.48	1.37	3.11	5.10	1.08	1.76	2.89	4.67	1.48	2.21	3.37	4.47	2.28	2.72	3.28	4.21
MJB	1.35	1.16	1.06	0.86	1.68	1.43	1.65	1.55	2.34	2.11	2.07	2.01	2.72	3.09	3.40	3.10	3.72	3.48	3.96	3.83
MJB*	3.93	3.98	3.88	3.80	4.26	4.13	4.55	4.63	4.96	4.79	4.98	5.43	5.06	5.55	6.16	6.12	6.01	5.64	6.74	6.84
MJB**	2.10	2.48	2.13	2.17	2.24	2.14	2.71	2.89	2.72	2.71	3.00	3.27	2.79	3.28	3.95	3.91	3.36	3.59	4.48	4.57
S-H	5.52	5.27	5.37	5.65	5.16	5.41	5.92	5.69	5.35	5.22	5.53	5.57	5.00	5.50	5.73	5.50	5.53	5.16	5.29	5.67
H-Z	4.77	4.90	4.50	4.35	4.60	4.48	5.21	4.89	4.69	5.05	4.72	5.10	5.25	4.93	4.83	5.04	5.48	4.88	5.28	5.38
Roy	4.90	4.97	5.37	5.75	5.21	5.12	5.28	5.33	4.98	4.89	4.62	5.10	4.61	4.95	4.56	5.29	5.68	5.05	5.76	5.07
Roy*	4.91	4.86	5.23	5.59	5.17	4.93	4.97	5.12	5.24	5.06	4.86	5.43	4.80	4.87	4.67	5.37	5.74	4.65	5.39	4.94

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.17.'nin devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	5.21	5.64	5.77	6.56	5.17	5.93	6.14	6.64	5.61	6.21	7.27	7.15	5.98	5.97	6.93	7.54
Eğrilik*	6.70	7.39	7.94	9.62	6.26	7.25	7.87	8.79	6.42	7.01	8.38	8.80	6.42	6.61	7.63	8.56
Diklik	3.00	2.85	3.11	3.11	3.28	3.40	3.54	3.27	4.13	4.33	4.32	4.46	4.88	5.18	5.47	5.88
Diklik*	5.11	5.26	6.31	7.03	5.14	5.91	6.41	7.16	5.84	6.54	7.58	8.24	6.22	7.18	8.12	9.13
M-F(S_w^2)	5.37	5.63	5.95	6.66	5.16	6.04	5.76	6.62	5.38	5.93	6.81	6.94	5.43	6.21	6.93	7.62
M-F(C_w^2)	4.14	4.07	6.05	35.06	4.11	4.67	4.81	10.18	4.89	4.87	5.48	6.13	5.09	5.51	5.89	6.69
M-K	7.37	9.26	11.40	13.47	7.50	10.26	12.65	14.26	8.08	11.08	13.83	15.70	8.28	11.28	14.42	17.64
D-H	5.01	5.31	5.73	5.98	5.04	5.36	5.63	5.70	4.96	5.58	6.47	6.28	5.75	5.79	5.70	6.60
Sriv 1	4.43	5.06	5.35	5.52	5.12	5.66	5.45	6.43	5.33	5.76	6.73	6.57	6.01	6.39	7.45	7.33
Sriv 2	2.72	3.38	4.12	4.83	3.29	3.88	4.05	4.68	4.20	4.84	5.55	5.74	4.93	6.33	6.92	7.98
MJB	3.95	4.47	4.91	5.12	4.70	5.62	5.52	6.39	5.07	6.35	7.15	7.08	6.17	7.20	8.83	8.87
MJB*	5.50	6.72	7.25	8.08	6.23	7.38	7.40	9.03	6.40	7.84	8.83	9.25	7.18	8.75	10.43	10.73
MJB**	3.40	4.29	5.08	5.84	3.91	5.40	5.58	6.90	4.31	6.04	7.20	7.58	5.50	6.81	9.03	9.49
S-H	4.77	5.36	5.44	5.46	4.52	4.46	4.51	4.58	4.81	4.48	4.12	3.84	4.53	4.32	3.22	3.29
H-Z	4.67	5.10	5.33	5.47	4.77	5.19	4.98	5.57	5.11	5.25	5.24	5.68	4.90	5.52	5.74	5.78
Roy	5.00	5.40	5.14	5.51	5.00	5.27	5.34	5.98	5.20	5.65	5.70	5.59	5.30	5.67	5.72	5.81
Roy*	4.73	5.00	4.49	5.38	4.55	4.56	4.61	4.99	4.90	4.99	5.41	5.10	5.13	5.27	4.98	5.15

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.18. Çok değişkenli karışık normal dağılım 3. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.92	2.56	1.92	1.68	3.80	3.53	2.95	2.65	4.08	4.29	4.30	3.83	5.20	4.86	5.52	5.40	5.35	5.62	6.47	6.64
Eğrilik*	7.08	7.24	7.75	8.13	6.85	7.73	8.30	8.59	6.84	7.85	9.06	10.19	7.29	7.96	9.78	10.45	7.16	8.17	10.20	11.16
Diklik	0.60	0.21	0.23	0.43	0.90	0.68	0.52	0.79	1.48	1.03	0.89	1.23	2.11	1.81	1.88	1.95	2.31	2.36	2.69	2.22
Diklik*	5.48	5.44	5.47	6.25	5.14	5.94	5.85	6.22	5.42	6.11	6.40	6.93	5.64	6.58	7.71	7.76	5.34	6.27	8.05	8.15
M-F(S_w^2)	3.47	4.06	4.48	4.46	4.08	4.87	4.81	5.04	4.33	5.21	5.42	5.32	5.40	5.70	6.26	6.36	5.22	5.85	6.79	6.71
M-F(C_w^2)	3.35	0.00	0.00	0.00	2.94	65.70	0.02	0.00	3.02	14.54	0.04	0.01	3.83	5.82	0.11	0.05	3.78	4.70	24.90	0.32
M-K	3.94	4.13	3.53	3.05	4.93	5.97	5.76	5.17	5.77	7.25	7.96	7.66	6.87	8.37	10.87	10.92	7.19	9.38	12.63	13.20
D-H	4.98	5.14	4.60	4.97	4.58	4.99	4.84	5.09	4.89	5.36	5.40	5.40	5.30	4.99	5.52	5.71	5.07	5.23	6.01	6.32
Sriv 1	1.96	1.82	1.84	1.54	2.53	2.93	2.61	2.47	3.14	2.97	3.43	3.70	3.78	4.44	4.82	4.30	4.32	4.74	5.49	5.33
Sriv 2	0.34	0.74	2.37	5.02	0.62	1.46	2.69	4.49	1.12	1.87	2.80	4.16	1.84	2.48	3.42	3.65	2.20	2.81	3.76	4.02
MJB	1.49	1.36	1.23	1.09	1.96	2.37	1.85	1.89	2.72	2.43	2.89	2.87	3.36	3.69	4.00	3.83	3.80	4.33	5.07	4.85
MJB*	4.51	4.41	4.70	4.58	4.75	5.41	5.26	5.64	5.08	5.36	6.34	6.90	5.64	6.65	7.54	7.51	5.81	7.05	8.56	8.28
MJB**	2.37	2.47	2.77	2.74	2.45	3.33	3.43	3.47	3.06	3.24	3.95	4.57	3.30	4.13	5.04	5.01	3.39	4.50	5.86	5.73
S-H	5.35	5.54	6.04	5.90	5.59	6.70	5.99	6.79	5.29	5.59	5.97	5.86	5.53	5.91	6.22	5.98	5.22	5.92	5.67	6.52
H-Z	4.58	4.40	4.41	4.79	4.92	4.74	4.91	5.36	4.84	4.88	5.28	4.94	4.99	5.31	5.28	5.41	5.01	4.77	5.37	5.91
Roy	5.10	4.74	5.61	5.16	5.26	5.14	5.04	5.35	4.62	4.95	5.00	5.28	5.12	4.84	4.80	5.03	5.42	4.75	5.52	5.30
Roy*	5.05	4.61	5.50	5.01	5.17	5.03	4.88	5.20	4.81	5.21	5.30	5.46	5.25	4.97	4.94	5.02	5.14	4.94	5.37	4.96

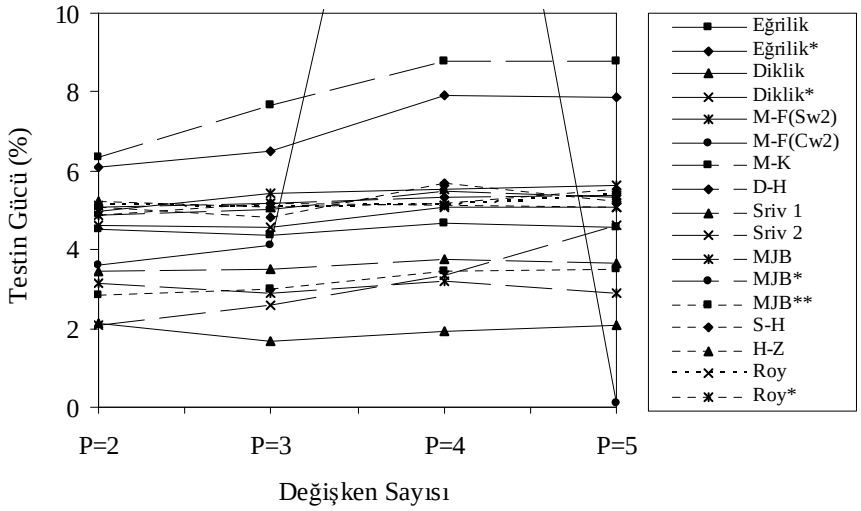
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.18.'in devamı (%)

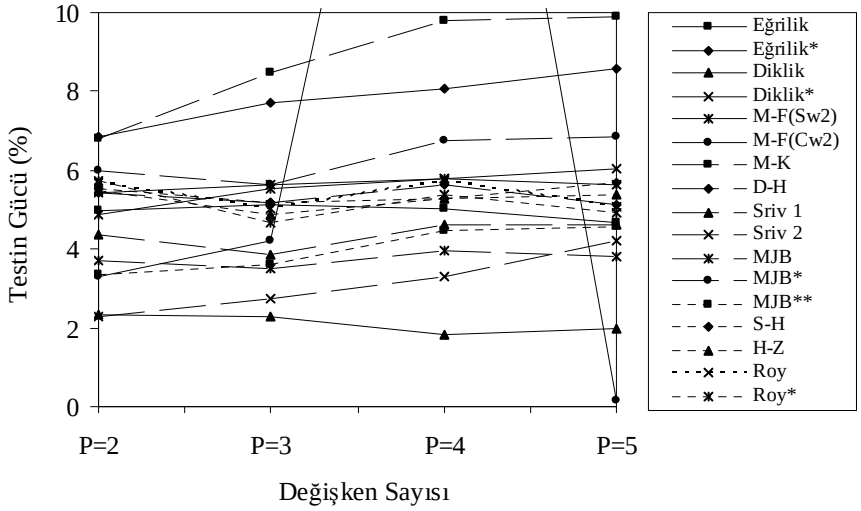
	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	5.44	6.65	7.18	8.13	5.99	7.07	8.46	9.71	6.60	7.36	9.22	10.16	6.12	7.61	9.09	11.02
Eğrilik*	6.67	8.47	9.89	11.55	7.13	8.54	10.29	12.59	7.22	8.40	10.62	12.29	6.50	8.32	9.81	12.37
Diklik	3.51	3.53	3.57	3.81	4.30	4.44	4.66	5.30	5.20	5.96	6.26	7.12	5.72	7.28	9.37	11.26
Diklik*	6.23	7.27	8.48	9.55	6.60	7.86	9.40	11.70	7.20	8.70	10.50	13.47	7.07	9.83	13.69	17.50
M-F(S_w^2)	5.59	6.42	7.11	7.90	6.06	6.72	7.87	9.37	6.23	7.41	8.41	10.15	5.81	7.90	10.25	13.43
M-F(C_w^2)	4.51	4.83	6.90	36.67	5.18	5.26	5.64	11.92	5.61	6.32	6.69	8.59	5.35	7.32	8.92	11.69
M-K	8.19	11.40	14.75	17.59	9.15	12.61	16.52	20.95	9.93	13.82	18.66	23.71	9.98	15.66	22.34	29.01
D-H	5.33	5.55	6.12	6.94	5.83	5.98	6.79	7.15	5.82	6.08	7.11	7.40	5.27	6.80	7.40	8.42
Sriv 1	5.16	6.09	6.67	6.82	5.79	6.58	7.96	7.86	6.46	7.28	8.37	9.17	6.78	7.77	9.38	10.96
Sriv 2	3.38	4.27	4.14	4.91	4.46	4.90	5.75	6.57	5.59	6.77	7.70	8.84	6.35	9.43	12.63	14.69
MJB	4.78	5.94	6.55	6.96	5.53	7.24	8.67	8.63	7.13	8.68	9.97	11.28	7.70	10.68	13.10	15.56
MJB*	6.66	8.46	9.73	10.14	7.44	9.45	11.41	12.26	8.59	10.63	12.49	14.23	9.04	12.48	15.52	18.72
MJB**	4.25	5.79	6.89	7.87	4.97	7.04	8.88	9.63	6.42	8.42	10.20	12.09	7.05	10.57	13.74	16.65
S-H	5.20	5.26	5.35	5.34	4.67	4.35	4.83	4.38	4.28	3.93	3.62	3.90	3.89	3.10	2.86	2.31
H-Z	4.96	5.16	5.30	5.32	5.17	5.10	6.00	5.91	5.24	5.54	5.97	6.45	5.59	6.17	6.16	6.92
Roy	5.10	5.51	5.24	5.43	5.44	5.33	5.25	5.88	5.09	5.33	5.67	5.85	5.65	5.51	5.94	5.90
Roy*	4.89	5.25	4.72	5.46	5.36	4.87	4.84	5.30	5.09	4.85	5.02	5.18	5.03	5.00	5.29	4.94

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

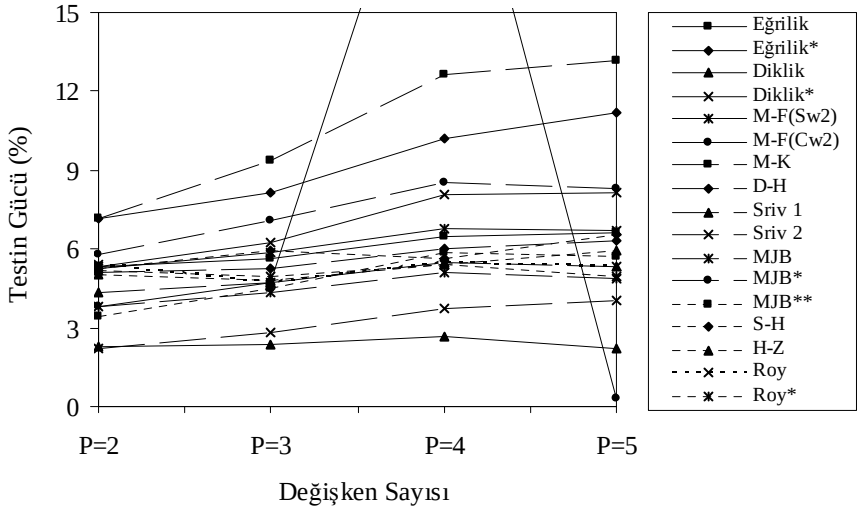
Çok değişkenli normal iki ayrı populasyondan alınan ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 olan birinci bileşen ile ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 olan ikinci bileşenden %90-%10, %78.8675-%21.1325 ve 0.50-0.50 üç farklı karışım oranında çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.15, 4.16 ve 4.17'de gösterilmiştir.



Şekil 4.15. Çok değişkenli verilerin %90'ı μ_1 ve Σ_1, %10'nu ise μ_1 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.16. Çok değişkenli verilerin %78.8675'i μ_1 ve Σ_1, %21.1325'i ise μ_1 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.17. Çok değişken verilerin %50'si μ_1 ve Σ_1, %50'si ise μ_1 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Ortalamaları aynı ancak varyans kovaryans matrisleri farklı çok değişkenli normal iki populasyondan çekilen örnekler (n=50) için birinci karışım oranında (0.90-0.10) gerçekleşen güç değerleri bakımından Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi ve Mardia-Kent'in M-K testi %5'in biraz üzerinde güç değerleri almıştır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi güç bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir. Geri kalan diğer testler ise %5'in altında veya %5'e yakın güç değerleri tahmin etmiştir. Burada Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava'nın Sriv 2 testi ve çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB** testinin güç değerleri değişken sayısının artmasıyla hafiften artmıştır.

Şekil 4.15, 4.16 ve 4.17 incelendiğinde Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Diklik*, Mardia-Kent'in M-K ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* test istatistiklerinin gücü karışım 1'den karışım 3'e hafiften artış gösterdiği ve %5'in biraz üzerinde değerler aldığı görülmüştür. Diğer testler ise %5'e yakın veya altında güç değerlerine sahip olmuştur.

Çok değişkenli karışık normal dağılımların 1. tipinde olduğu gibi diğer tip karışımlar için de testlerin güç performansları çıkarılmıştır. Ortalama vektörleri eşit olmayan ancak varyans kovaryans matrisleri eşit olan çok değişkenli normal karışım tip 2 için testlerin güç değerleri Çizelge 4.19, 4.20 ve 4.21'de verilmiştir. Burada test istatistiklerinin gücü karışım 1'den karışım 3'e genellikle hafiften azalmıştır. Karışım 1 için $n \leq 50$ olduğunda Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Diklik testi, Srivastava'nın

Sriv 1 ve Sriv 2 testi ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB ve MJB** testi %5'in altında çok küçük bir güce sahip olmuştur. Mardia'nın çok değişkenli Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi ve Henze-Zirkler'in H-Z testi için tahmin edilen güç performansları %5'e yakın veya hemen üstünde bulunmuştur. Srivastava-Hui'nin S-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testi ise %5'in hemen üstünde güç performansları elde etmiştir. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Mardia-Kent'in M-K testi için tahmin edilen güç değerleri %6.04-%8.19 ve %1.99-%8.77 arasında değişim göstermiştir. Mardia-Foster M-F(C_w^2) testi, %0.0'dan %64.41'e değişim göstererek yine tutarlı davranmamıştır. Örnek büyüklüğü ve değişken sayısı arttığı durumlarda bile Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi için güç performansları %5'in altında, Srivastava'nın Sriv 2 testinin güç performansları ise %5'e yakın veya hemen üstünde değerler almıştır. Mardia'nın çok değişkenli Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ve Royston'un Roy testi %5'in hemen üstünde güç değerlerine sahip olmuşlardır. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi, Royston'un Roy* testi ve Srivastava-Hui'nin S-H testi için tahmini güç değerleri %10'a yaklaşmıştır.

Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testleri göreceli olarak daha yüksek güç performansları göstermiştir. Söz konusu güç değerleri örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla %17'ye yakın değerler almıştır. Karışım 1'den ve Karışım 3'e test istatistiklerinin gücü genellikle hafiften azalmıştır. Ancak karışım 3'de örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla Srivastava'nın Sriv 2 testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi ve Royston'un Roy testinin gücü biraz artmıştır.

Çizelge 4.19. Çok değişkenli karışık normal dağılım 4. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.98	2.31	1.98	1.06	3.39	3.27	2.61	1.90	4.15	3.78	3.25	2.76	4.74	4.47	4.20	3.82	5.00	5.24	4.95	4.18
Eğrilik*	6.83	6.90	6.98	6.04	6.37	7.16	7.28	7.22	7.11	7.63	7.27	7.49	7.10	7.21	7.74	7.97	6.81	7.54	8.19	7.82
Diklik	0.68	0.24	0.29	0.52	0.87	0.45	0.53	1.05	1.32	0.96	0.99	1.01	1.67	1.36	1.36	1.97	2.27	1.89	1.96	2.38
Diklik*	5.00	5.03	5.07	4.67	4.85	4.85	5.28	4.81	5.02	5.30	5.12	4.79	5.07	4.65	5.05	5.43	4.97	5.18	5.37	5.10
M-F(S_w^2)	3.64	4.09	4.79	4.90	3.89	4.42	5.25	5.14	4.31	5.06	5.43	5.40	4.67	5.36	5.78	5.79	4.75	5.73	5.82	5.71
M-F(C_w^2)	3.76	0.01	0.00	0.00	3.21	64.41	0.01	0.00	2.84	14.17	0.06	0.00	3.09	5.48	0.05	0.04	3.45	4.29	23.58	0.11
M-K	3.78	3.82	3.30	1.99	4.47	4.80	5.08	4.09	5.31	6.45	5.87	5.49	6.22	6.89	7.91	7.55	6.64	8.10	8.77	8.66
D-H	4.82	4.76	4.41	4.67	4.88	4.58	4.95	4.83	5.15	5.13	5.23	4.82	5.27	4.92	4.62	5.64	5.47	5.14	5.04	4.76
Sriv 1	1.87	1.88	1.50	1.48	2.42	2.25	2.33	2.04	3.16	2.94	2.81	2.59	3.71	3.73	3.68	3.49	4.20	4.46	4.76	4.27
Sriv 2	0.43	0.96	2.84	5.74	0.68	1.26	2.88	5.39	0.91	1.92	3.16	4.91	1.56	2.19	3.42	4.67	2.10	2.41	3.51	4.29
MJB	1.29	1.17	1.10	0.89	1.91	1.72	1.79	1.50	2.19	2.23	2.16	1.96	2.92	2.87	2.99	2.55	3.55	3.59	3.78	3.43
MJB*	4.46	4.25	3.92	4.24	4.30	4.39	4.73	4.42	4.92	5.00	5.20	4.97	5.33	5.50	5.59	5.70	5.66	6.06	6.59	6.27
MJB**	2.23	2.39	2.29	2.64	2.24	2.49	2.68	2.66	2.45	2.87	3.13	2.99	2.85	3.26	3.45	3.40	3.28	3.64	4.18	4.17
S-H	5.62	5.37	5.59	5.71	5.49	5.93	6.20	6.04	5.33	5.61	5.85	6.10	5.46	5.68	5.52	5.89	5.54	6.20	6.06	5.91
H-Z	4.60	4.42	4.58	4.89	4.44	5.04	4.94	5.13	5.05	4.85	5.42	5.11	4.87	4.76	5.03	5.16	5.14	5.25	4.94	4.84
Roy	5.53	5.10	5.20	5.81	5.17	5.58	6.00	6.19	5.45	5.35	5.67	4.87	5.32	5.50	5.26	5.46	5.30	5.21	5.61	5.98
Roy*	5.51	5.04	5.21	5.68	5.10	5.40	5.74	5.86	5.76	5.67	5.91	5.14	5.57	5.69	5.68	5.80	5.57	5.23	5.50	5.98

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.19'un devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	5.97	6.23	5.92	5.50	6.64	6.55	6.58	6.34	7.22	7.53	8.00	7.69	8.77	10.07	9.67	9.88
Eğrilik*	7.29	8.16	8.31	8.22	7.64	7.91	8.53	8.86	8.14	8.72	9.43	9.22	9.31	10.93	10.61	10.94
Diklik	3.29	2.99	2.96	2.63	3.49	3.46	3.12	3.38	3.89	3.95	4.02	4.02	4.47	5.19	4.22	4.32
Diklik*	5.69	6.05	5.76	5.08	5.64	5.50	5.64	5.40	5.44	6.02	5.79	5.99	5.75	6.64	5.54	5.57
M-F(S_w^2)	5.35	6.04	6.28	5.96	5.95	5.99	6.10	6.06	5.51	6.16	6.52	6.37	6.34	7.56	6.88	7.17
M-F(C_w^2)	4.35	4.23	5.86	33.74	5.06	4.61	4.53	8.40	4.76	5.10	5.02	5.51	6.06	6.86	5.76	5.96
M-K	8.36	9.65	10.17	11.16	8.39	10.16	11.93	12.21	8.83	11.44	12.79	13.52	9.78	13.04	13.47	14.79
D-H	6.12	5.68	5.71	5.53	5.85	5.92	5.63	5.42	5.87	6.02	5.78	5.80	6.12	6.23	6.00	5.84
Sriv 1	5.70	6.14	6.67	6.14	6.39	6.91	7.68	8.30	7.59	9.00	9.97	10.86	9.60	13.16	15.36	17.55
Sriv 2	3.11	3.51	4.02	4.38	3.59	3.66	3.92	4.47	3.94	4.46	4.34	5.08	4.58	5.32	4.96	5.07
MJB	4.75	5.01	5.36	5.38	5.33	5.89	6.52	7.00	6.34	8.24	8.88	9.54	8.28	11.96	13.21	15.79
MJB*	6.80	7.19	7.87	7.53	6.99	7.70	8.77	9.20	7.80	9.68	10.73	11.79	9.26	13.32	14.87	17.14
MJB**	4.03	4.62	5.28	5.59	4.51	5.43	6.28	6.92	5.49	7.42	8.47	9.34	7.14	11.18	12.59	15.35
S-H	5.96	6.55	7.16	7.07	6.32	6.93	7.01	7.59	5.79	6.85	7.60	8.34	6.68	8.15	8.99	10.58
H-Z	5.30	5.31	5.76	5.51	6.33	5.69	5.88	5.89	5.65	6.03	5.79	6.36	6.14	6.74	7.04	6.73
Roy	5.36	5.38	5.77	5.84	5.82	5.77	5.64	5.72	5.36	5.77	6.14	5.39	5.80	6.00	6.25	5.91
Roy*	6.04	5.57	6.53	6.44	6.36	6.35	6.38	6.70	6.29	6.49	7.31	6.83	7.53	7.90	8.07	8.81

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.20. Çok değişkenli karışık normal dağılım 5. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.48	2.19	1.71	1.02	3.15	2.87	2.44	1.78	3.59	3.32	2.95	2.27	4.21	3.96	3.67	3.63	4.53	4.92	4.11	4.03
Eğrilik*	6.24	6.43	6.20	5.58	6.27	6.57	6.74	6.39	6.13	6.90	6.97	6.60	6.52	6.42	7.11	7.60	6.30	7.29	6.84	7.18
Diklik	0.55	0.16	0.26	0.71	0.93	0.58	0.51	1.20	1.10	0.77	0.81	1.47	1.60	1.43	1.61	2.05	1.61	1.96	2.01	2.22
Diklik*	4.44	4.72	4.64	4.49	4.34	4.51	4.55	4.95	4.37	4.54	4.74	4.47	4.30	4.72	4.72	4.80	3.83	4.90	4.56	4.54
M-F(S_w^2)	3.60	4.21	4.63	5.24	3.81	4.19	4.80	5.50	3.93	4.88	5.03	5.65	4.33	5.02	5.40	5.84	4.43	5.62	5.53	5.55
M-F(C_w^2)	3.61	0.01	0.01	0.00	2.88	64.78	0.01	0.00	2.95	14.54	0.01	0.00	2.85	5.07	0.07	0.11	3.25	4.54	22.29	0.02
M-K	3.46	3.53	2.86	1.89	4.15	4.76	4.49	3.80	4.71	5.58	5.69	4.76	5.68	6.26	7.12	7.19	5.72	7.72	7.62	7.97
D-H	4.64	4.90	4.77	4.45	4.67	5.15	4.95	4.81	5.06	4.63	4.96	4.71	4.83	4.75	4.82	5.47	4.98	4.91	5.30	5.13
Sriv 1	1.67	1.44	1.41	1.18	2.12	1.92	1.68	1.80	2.47	2.41	2.43	2.28	3.27	3.36	3.21	3.15	3.53	4.04	3.66	4.19
Sriv 2	0.43	0.93	3.31	6.69	0.62	1.41	3.45	6.38	0.90	1.56	3.65	5.44	1.40	2.32	3.72	5.13	1.67	2.48	3.82	5.14
MJB	1.31	0.94	0.91	0.68	1.51	1.30	1.12	1.21	1.75	1.88	1.76	1.69	2.60	2.48	2.56	2.26	2.71	3.10	2.72	3.18
MJB*	3.46	3.49	3.48	3.55	3.76	4.20	3.58	4.32	4.14	4.16	4.54	4.54	4.69	4.81	4.72	4.85	4.70	5.24	5.10	5.61
MJB**	1.90	1.94	2.08	2.03	1.93	2.06	2.04	2.43	1.96	2.32	2.65	2.59	2.52	2.89	3.03	2.90	2.47	3.09	3.06	3.60
S-H	5.34	5.37	5.12	5.55	5.25	5.59	5.63	6.11	4.98	5.14	5.49	5.43	5.38	5.65	5.96	6.19	5.98	6.50	6.78	7.12
H-Z	4.38	4.69	4.39	4.85	4.65	5.13	4.52	5.01	5.20	4.83	4.57	5.22	5.07	5.31	5.32	5.81	5.18	5.17	5.45	5.43
Roy	5.07	5.15	4.92	5.04	5.00	5.85	5.43	5.68	4.65	4.93	4.85	4.89	5.32	5.15	5.25	5.84	5.57	5.57	5.86	6.40
Roy*	5.02	5.04	4.88	4.91	4.81	5.59	5.21	5.48	5.04	5.30	5.02	5.15	5.42	5.18	5.34	5.82	5.27	5.08	5.74	6.09

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.20.'nin devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	5.22	5.75	5.33	5.29	5.85	6.07	5.52	5.75	7.52	7.02	6.67	6.65	8.83	9.34	9.13	8.42
Eğrilik*	6.49	7.41	7.36	7.62	6.72	7.40	7.28	7.79	8.31	8.01	7.93	8.32	9.49	10.17	10.23	9.77
Diklik	2.46	2.65	2.98	3.04	2.92	2.97	3.09	3.49	3.29	3.72	3.46	3.89	3.85	3.60	4.39	4.13
Diklik*	4.33	4.73	4.68	4.63	4.43	4.88	4.71	4.84	4.59	4.77	4.71	4.77	4.55	4.34	4.87	4.59
M-F(S_w^2)	4.83	5.82	5.82	6.02	5.10	5.62	5.66	5.95	5.61	5.77	5.39	6.08	5.80	6.07	6.22	5.66
M-F(C_w^2)	3.75	3.99	5.72	33.15	4.26	4.17	4.29	8.31	4.79	4.71	4.29	4.96	5.32	5.40	5.40	4.79
M-K	6.42	8.81	9.21	9.96	6.88	8.98	9.50	10.66	7.64	9.31	9.88	11.30	8.22	9.76	10.93	11.44
D-H	4.73	5.30	5.19	5.30	5.47	5.34	5.63	5.29	5.67	5.48	5.29	5.04	5.76	5.33	5.89	5.27
Sriv 1	5.31	5.04	5.78	5.44	5.15	6.06	7.10	7.17	8.12	8.75	9.51	10.84	10.34	13.01	15.28	16.75
Sriv 2	2.70	3.36	4.16	5.13	2.75	3.54	3.89	4.66	3.29	4.05	3.97	4.78	3.74	4.21	4.58	4.36
MJB	4.17	3.95	4.42	4.57	3.89	4.69	5.42	5.81	6.16	7.10	7.82	9.23	8.38	10.67	13.34	14.81
MJB*	5.72	5.75	6.61	6.58	5.35	6.39	7.10	7.69	7.37	8.27	9.48	10.83	9.23	11.65	14.40	16.09
MJB**	3.34	3.64	4.27	4.47	3.16	4.15	5.03	5.57	4.88	6.06	7.02	8.40	6.92	9.26	12.12	13.74
S-H	6.54	6.82	7.42	8.05	6.74	7.35	8.49	9.04	8.01	9.21	9.98	11.21	8.78	10.99	13.34	15.45
H-Z	5.68	5.82	5.79	6.09	5.52	6.13	5.98	6.34	6.40	7.01	6.63	6.97	7.35	7.71	8.57	7.55
Roy	5.66	6.13	6.11	6.61	5.96	6.15	6.96	6.52	6.44	6.62	7.41	7.76	7.24	7.59	8.78	8.75
Roy*	5.33	6.11	5.94	6.35	5.85	6.01	6.41	6.59	6.37	6.61	7.02	7.24	7.72	7.83	8.46	8.97

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.21. Çok değişkenli karışık normal dağılım 6. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.04	1.69	1.23	0.67	2.58	2.18	1.71	1.34	2.90	2.71	2.03	1.97	3.17	3.12	3.05	2.56	3.76	3.12	3.04	2.99
Eğrilik*	5.07	5.20	5.38	5.32	5.00	5.58	5.38	5.50	5.50	5.99	5.48	5.96	4.83	5.23	5.92	5.64	5.10	5.10	5.28	5.93
Diklik	0.34	0.09	0.19	0.78	0.59	0.37	0.58	1.38	0.85	0.57	1.01	1.70	1.06	1.26	1.66	2.49	1.34	1.38	2.21	2.84
Diklik*	3.81	3.66	3.82	3.90	3.53	3.54	3.89	3.74	3.56	3.81	3.76	4.13	3.51	3.65	3.88	4.09	3.26	3.38	3.74	4.22
M-F(S_w^2)	3.36	4.20	4.26	5.73	3.61	4.59	5.05	5.55	4.35	4.92	5.53	6.25	4.37	4.81	5.41	6.39	4.73	4.92	6.13	6.06
M-F(C_w^2)	3.63	0.01	0.00	0.00	2.81	64.67	0.00	0.00	2.84	14.43	0.02	0.01	2.63	4.99	0.08	0.02	3.19	3.83	23.31	0.09
M-K	2.89	2.84	2.50	1.57	3.34	3.79	3.63	2.80	3.79	4.81	4.51	4.43	4.14	5.23	5.90	5.55	4.72	5.68	6.45	6.96
D-H	4.53	4.89	4.76	4.52	4.66	4.91	4.76	4.66	4.82	4.55	4.70	4.72	4.43	4.61	4.71	4.43	4.35	4.64	4.64	5.05
Sriv 1	1.13	0.99	0.96	1.09	1.76	1.52	1.45	1.38	2.08	1.97	1.62	1.84	2.35	2.27	2.30	2.08	2.88	2.54	2.49	2.60
Sriv 2	0.24	1.11	3.91	8.29	0.45	1.66	4.53	7.80	0.68	2.21	4.25	7.43	1.37	2.77	5.12	7.20	1.72	3.18	5.16	6.90
MJB	0.81	0.70	0.68	0.67	1.16	0.99	1.02	0.97	1.34	1.47	1.13	1.27	1.68	1.58	1.54	1.44	2.06	1.87	1.93	2.09
MJB*	2.70	2.56	2.90	2.70	3.15	2.97	2.94	3.22	3.29	3.31	2.88	3.22	3.22	3.16	3.39	3.36	3.50	3.13	3.45	3.50
MJB**	1.28	1.36	1.65	1.55	1.51	1.57	1.69	1.90	1.57	1.87	1.59	1.95	1.57	1.73	1.90	2.01	1.79	1.67	2.10	2.36
S-H	4.36	4.47	5.03	4.96	4.77	4.98	4.66	5.06	4.43	4.74	4.66	4.65	4.67	4.92	4.84	5.17	5.73	5.42	5.69	6.05
H-Z	4.19	3.93	4.05	4.36	4.41	4.51	4.91	4.90	4.79	4.64	4.72	5.03	4.74	4.75	4.77	5.29	4.58	4.75	4.81	5.09
Roy	4.52	4.74	4.67	4.15	4.79	4.42	4.80	4.53	4.57	4.73	4.33	4.56	5.03	4.41	4.36	4.68	5.08	4.99	4.85	5.20
Roy*	4.50	4.64	4.59	3.97	4.58	4.26	4.55	4.26	4.65	4.93	4.40	4.54	4.69	4.22	4.05	4.21	4.38	4.21	4.03	4.42

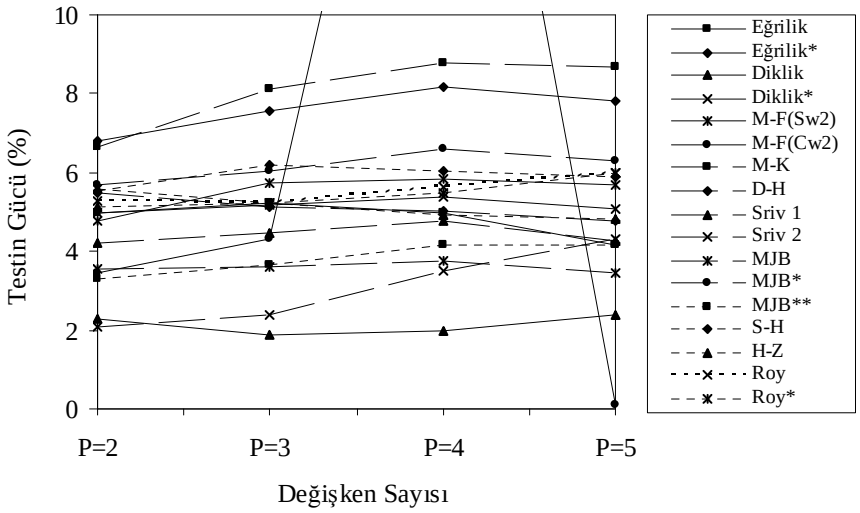
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.21.'in devamı (%)

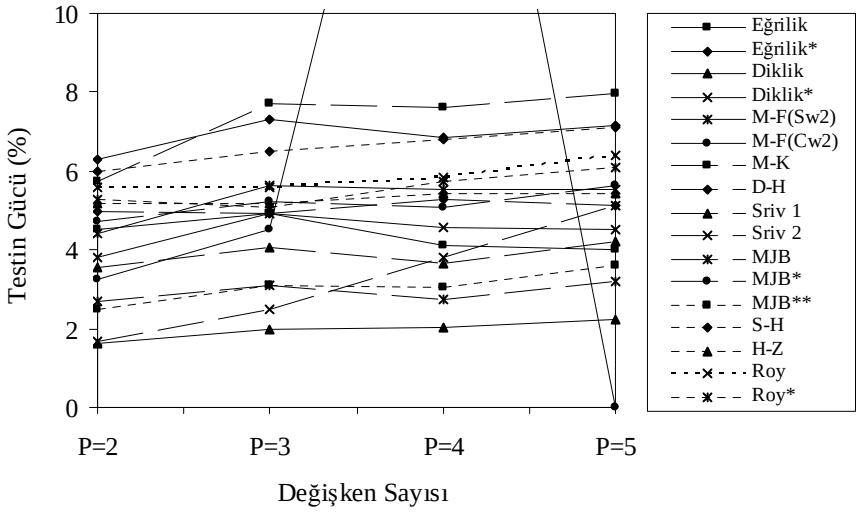
	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	3.37	3.69	3.29	3.12	3.81	3.97	3.45	3.52	4.05	4.01	3.92	3.79	3.93	3.73	3.73	3.81
Eğrilik*	4.34	4.89	4.80	5.17	4.74	4.93	4.69	5.31	4.49	4.66	4.80	4.88	4.27	4.15	4.07	4.60
Diklik	1.89	2.50	3.10	3.94	2.72	3.30	4.04	4.29	2.79	3.72	4.44	4.62	3.77	5.01	5.88	5.85
Diklik*	3.11	3.73	3.72	3.91	3.57	3.79	4.10	4.12	3.29	3.94	4.07	4.32	3.81	4.50	4.94	4.74
M-F(S_w^2)	4.73	5.56	6.09	6.57	4.93	5.89	6.03	6.50	5.01	5.65	6.02	6.25	5.31	5.99	6.25	6.03
M-F(C_w^2)	3.70	3.86	5.80	34.18	4.08	4.23	4.87	9.22	4.21	4.73	4.65	5.45	4.95	5.40	5.29	5.14
M-K	4.47	6.19	6.78	7.45	4.73	6.22	7.25	8.14	4.79	6.33	7.28	7.55	4.85	5.60	6.72	7.57
D-H	4.12	4.67	4.65	4.50	4.29	4.62	4.29	4.88	4.20	4.41	4.70	5.12	4.23	4.24	4.47	4.94
Sriv 1	2.76	3.24	2.82	3.14	3.40	3.17	3.25	3.14	3.55	3.44	3.09	3.58	3.58	3.26	3.44	3.75
Sriv 2	2.25	3.51	5.66	7.46	3.20	4.98	6.51	7.84	3.89	5.36	7.38	8.66	4.86	7.06	8.99	9.67
MJB	1.94	2.28	2.14	2.30	2.29	2.53	2.53	2.56	2.75	2.86	2.85	3.17	2.87	2.82	3.49	3.54
MJB*	2.96	3.58	3.19	3.64	3.17	3.51	3.59	3.53	3.31	3.55	3.37	3.74	3.12	3.12	3.68	3.76
MJB**	1.60	2.11	1.99	2.26	1.69	2.13	2.15	2.31	1.89	2.11	2.26	2.71	2.12	2.16	2.82	3.06
S-H	6.11	6.34	6.84	6.71	6.46	6.96	7.67	8.28	7.45	8.17	8.67	9.48	8.54	10.56	12.74	12.45
H-Z	5.46	4.91	4.93	5.41	5.38	5.48	5.43	5.76	5.22	5.78	5.18	5.58	5.60	5.78	6.53	5.90
Roy	5.43	5.94	6.01	6.31	6.10	5.87	6.50	6.62	6.41	7.25	7.47	8.20	8.15	8.86	9.46	10.13
Roy*	4.04	4.18	4.24	3.88	4.08	4.29	3.72	3.96	3.86	4.26	3.80	4.24	4.37	3.98	3.95	4.38

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

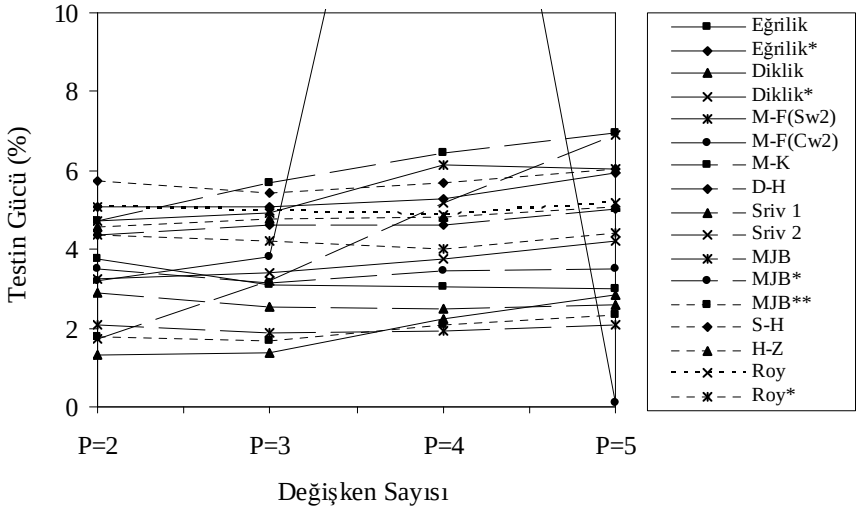
Çok değişkenli normal iki ayrı populasyondan alınan ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 olan birinci bileşen ile ortalaması μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 olan ikinci bileşenden %90-%10, %78.8675-%21.1325 ve 0.50-0.50 üç farklı karışım oranında çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.18, 4.19 ve 4.20'de gösterilmiştir.



Şekil 4.18. Çok değişkenli verilerin %90'ı μ_1 ve Σ_1, %10'nu ise μ_2 ve Σ_1 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.19. Çok değişkenli verilerin %78.8675'i μ_1 ve Σ_1, %21.1325'i ise μ_2 ve Σ_1 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.20. Çok değişkenli verilerin %50'si μ_1 ve Σ_1, %50'si ise μ_2 ve Σ_1 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Ortalamaları farklı ancak varyans kovaryans matrisleri aynı çok değişkenli normal iki populasyondan çekilen örnekler (n=50) için birinci karışım oranında (0.90-0.10) gerçekleşen güç değerleri bakımından tip 1'de olduğu gibi Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi ve Mardia-Kent'in M-K testi %5'in biraz üzerinde güç değerleri almıştır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi yine güç bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir. Geri kalan diğer testler ise %5'in altında veya %5'e yakın tahmini güç değerleri aldığı görülmüştür. Bu karışım oranı ile diğer karışım oranları birlikte incelendiğinde test istatistiklerinin gücü karışım 1'den karışım 3'e genellikle bir miktar azalmıştır.

Çok değişkenli normal karışım tip 3 de, varyansların eşitliği ve ortalamaların eşit olmaması nedeniyle tip 2'ye benzer ancak değişkenler arasındaki korelasyon daha yüksektir. Normal karışım tip 3 için gözlenen güç değerleri Çizelge 4.22, 4.23 ve 4.24'de verilmiştir. Söz konusu çizelgeler incelendiğinde Mardia'nın çok değişkenli Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) ve M-F(C_w^2) testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava'nın Sriv 2 testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Royston'un Roy ve Roy* testinin güç değerleri normal karışım tip 2 için elde edilen güç değerlerine genel olarak benzerdir. Ancak diğer testlerin gözlenen güç değerleri normal karışım tip 2'ye sadece karışım 3'de benzer iken karışım 1 ve karışım 2'de daha düşük güç performansları elde ettiği görülmektedir.

Çizelge 4.22. Çok değişkenli karışık normal dağılım 7. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.68	2.17	1.59	0.85	3.22	2.90	2.50	1.87	4.28	3.25	2.78	2.85	4.32	4.34	3.92	3.19	4.71	4.83	4.77	3.97
Eğrilik*	6.70	6.41	6.84	5.70	6.58	6.70	6.83	6.63	6.88	6.53	6.71	7.63	6.64	7.09	7.23	6.70	6.85	7.28	7.89	7.27
Diklik	0.57	0.18	0.21	0.64	0.77	0.61	0.49	0.89	1.11	0.77	1.03	1.54	1.71	1.23	1.58	1.92	2.25	1.82	2.18	2.44
Diklik*	5.03	4.78	4.87	4.30	4.58	4.66	4.89	4.79	5.05	4.76	4.48	5.25	4.71	5.13	5.04	4.35	5.02	4.85	5.41	4.87
M-F(S_w^2)	2.99	4.07	4.56	4.94	3.97	4.50	5.06	5.25	4.28	4.94	5.20	5.83	4.58	5.31	5.74	5.86	5.12	5.75	6.49	5.85
M-F(C_w^2)	3.54	0.00	0.00	0.00	3.13	65.19	0.00	0.00	2.58	14.58	0.03	0.02	2.86	5.80	0.03	0.06	3.60	4.38	23.63	0.08
M-K	3.77	3.74	3.07	1.78	4.16	4.78	4.42	3.96	5.05	5.88	5.46	5.63	6.02	7.05	7.25	6.41	6.88	7.74	8.58	8.06
D-H	4.91	4.47	4.79	4.75	4.80	4.57	4.69	4.24	5.37	4.92	5.20	4.86	5.25	5.17	5.12	4.78	5.62	4.97	5.12	4.98
Sriv 1	1.86	1.56	1.27	1.02	2.35	2.06	2.10	1.76	3.15	2.70	2.24	2.31	3.42	3.18	3.48	3.10	4.15	3.87	4.10	3.62
Sriv 2	0.32	0.89	2.90	6.10	0.70	1.41	3.10	5.99	0.89	1.84	3.43	5.54	1.56	2.14	3.70	4.99	2.15	2.45	3.59	5.00
MJB	1.39	1.04	0.92	0.58	1.74	1.49	1.39	1.31	2.32	1.93	1.74	1.69	2.91	2.47	2.59	2.45	3.57	3.10	3.45	2.81
MJB*	4.39	3.63	3.46	3.37	4.26	4.03	4.47	4.02	4.82	4.57	4.19	4.44	4.90	4.90	5.19	4.89	5.71	5.13	5.67	5.30
MJB**	2.11	1.97	2.12	1.98	2.21	2.23	2.46	2.42	2.53	2.50	2.46	2.85	2.82	2.75	3.08	3.05	3.19	3.10	3.79	3.29
S-H	5.36	5.38	5.19	5.31	5.51	5.25	5.28	5.50	5.60	5.38	4.94	4.95	5.49	5.16	5.34	5.50	5.67	5.91	5.68	5.41
H-Z	4.86	4.41	4.49	4.68	5.18	4.53	4.67	4.85	5.41	4.70	4.94	4.83	5.22	4.84	4.97	4.65	5.24	5.07	5.05	4.92
Roy	5.52	5.47	5.73	6.03	5.81	5.61	6.12	5.89	5.34	5.76	5.52	5.87	5.58	5.17	6.02	5.58	5.75	5.90	5.97	6.30
Roy*	5.49	5.44	5.61	5.91	5.73	5.47	5.92	5.70	5.56	5.97	6.02	6.25	5.67	5.65	6.12	5.99	6.09	5.89	6.68	6.35

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.22.'nin devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	5.12	5.17	5.07	4.97	5.72	5.61	5.52	5.14	6.73	6.06	5.53	5.44	7.35	6.38	6.68	6.16
Eğrilik*	6.42	6.74	6.92	7.29	6.90	6.94	7.22	7.04	7.55	6.97	6.69	6.94	7.88	6.99	7.57	7.04
Diklik	2.89	2.42	2.89	3.45	3.21	3.27	3.08	3.46	4.10	3.77	3.38	3.69	4.57	4.40	4.20	4.24
Diklik*	5.11	4.89	4.64	5.44	5.08	5.22	5.12	5.26	5.84	5.70	4.60	5.14	5.61	5.42	5.18	5.26
M-F(S_w^2)	5.15	5.17	5.71	6.80	5.06	5.84	5.87	6.01	6.03	5.73	5.39	6.10	5.68	5.90	5.74	5.59
M-F(C_w^2)	4.18	3.65	5.84	33.74	4.16	4.22	4.35	8.84	5.28	4.82	4.00	5.20	5.38	5.08	4.89	4.42
M-K	6.91	8.76	9.05	9.98	7.50	9.25	10.23	11.09	8.61	9.73	10.12	11.50	8.85	9.93	10.62	11.54
D-H	5.25	5.54	5.86	4.96	5.46	5.43	5.32	4.99	5.82	5.37	5.41	4.94	5.89	5.45	5.85	5.68
Sriv 1	4.63	4.76	4.67	4.52	5.45	5.96	5.25	5.75	6.87	6.42	6.05	6.16	7.32	7.44	7.67	7.76
Sriv 2	2.73	3.47	4.12	5.18	3.11	3.83	4.02	4.83	3.88	4.27	4.02	4.62	4.42	4.33	4.58	4.73
MJB	3.94	4.22	4.00	4.04	4.47	5.07	4.49	4.77	5.99	5.84	5.52	5.66	6.72	6.80	6.89	7.20
MJB*	5.64	5.94	5.90	5.76	6.21	6.88	6.24	6.55	7.18	7.27	6.84	6.91	7.59	7.65	7.88	8.14
MJB**	3.30	3.90	4.01	4.21	3.67	4.41	4.47	4.82	4.90	5.29	5.20	5.56	5.95	6.17	6.46	7.02
S-H	5.47	6.23	5.84	5.27	5.61	6.25	5.94	5.85	5.97	5.72	6.03	6.06	5.58	5.99	6.18	6.40
H-Z	5.39	5.40	5.55	5.43	5.56	5.35	5.52	4.97	5.53	5.45	5.29	5.50	5.73	5.76	5.38	5.38
Roy	5.62	5.86	6.72	6.41	5.68	5.87	6.12	6.46	5.88	6.14	6.08	6.15	5.70	6.08	6.69	6.83
Roy*	5.85	6.37	6.92	6.66	6.31	6.63	7.04	7.77	6.86	6.82	7.46	7.20	7.53	7.70	8.59	9.63

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.23. Çok değişkenli karışık normal dağılım 8. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.65	2.20	1.34	0.94	3.25	2.75	2.02	1.71	3.34	3.53	2.91	2.42	3.91	4.01	3.57	3.16	4.83	4.44	4.01	3.81
Eğrilik*	6.31	6.52	5.86	5.77	6.25	6.42	6.28	6.59	5.93	7.03	6.87	6.68	5.93	6.88	6.67	7.02	6.35	6.93	6.56	6.70
Diklik	0.58	0.26	0.31	0.62	0.74	0.54	0.56	1.32	1.24	0.86	0.88	1.64	1.41	1.23	1.53	2.05	1.81	1.91	1.73	2.46
Diklik*	4.68	4.60	4.32	4.30	4.63	4.95	4.25	4.81	4.39	4.68	4.59	4.90	4.23	4.62	4.40	4.40	4.23	4.82	4.32	4.87
M-F(S_w^2)	3.49	4.15	4.26	4.86	3.93	4.58	4.89	5.29	4.22	5.08	4.97	5.67	4.52	5.23	5.45	5.99	5.13	5.62	5.45	6.43
M-F(C_w^2)	3.79	0.01	0.00	0.00	2.62	64.84	0.00	0.00	2.86	14.87	0.00	0.00	3.24	5.52	0.01	0.05	3.45	4.38	23.78	0.07
M-K	3.67	3.71	2.63	1.86	4.19	4.62	4.02	3.49	4.68	5.80	5.73	5.21	5.26	6.44	6.52	6.58	6.01	7.30	7.46	8.20
D-H	4.78	4.86	4.59	4.57	4.99	4.62	4.73	4.64	4.90	4.75	4.68	4.70	5.19	5.26	4.99	5.11	5.04	5.38	4.98	5.11
Sriv 1	1.86	1.33	1.20	1.06	1.99	2.14	1.83	1.62	2.68	2.66	2.24	1.98	3.32	2.91	3.24	3.00	3.90	3.66	3.40	3.14
Sriv 2	0.38	1.17	3.27	6.05	0.55	1.44	3.28	5.96	0.84	2.17	3.40	5.52	1.51	2.17	3.63	5.41	1.58	2.28	3.91	5.10
MJB	1.28	0.92	0.77	0.65	1.50	1.63	1.33	1.19	1.97	1.94	1.60	1.45	2.51	2.11	2.46	2.21	2.94	2.90	2.48	2.51
MJB*	4.12	3.42	3.29	3.12	4.05	3.91	4.02	3.87	4.16	4.62	4.47	3.85	4.55	4.54	4.83	4.65	4.87	4.84	4.88	4.60
MJB**	2.07	2.01	1.82	1.76	1.94	2.35	2.29	2.29	2.24	2.64	2.43	2.34	2.43	2.41	2.89	2.89	2.55	2.95	2.67	3.05
S-H	5.38	4.91	5.05	5.15	5.24	5.35	5.20	5.66	4.99	5.13	5.13	5.01	5.15	5.33	5.35	5.59	5.78	5.60	5.35	5.48
H-Z	4.61	4.16	4.32	4.44	4.95	4.54	4.14	4.71	4.75	4.86	4.67	4.73	5.08	5.22	5.05	4.89	5.20	5.51	5.10	5.10
Roy	5.44	5.25	5.61	5.77	5.19	5.63	5.49	5.79	4.99	5.65	5.50	5.64	5.15	5.32	5.97	5.57	5.60	5.59	5.84	6.13
Roy*	5.46	5.17	5.49	5.67	5.00	5.50	5.27	5.54	5.41	5.76	5.76	5.86	5.25	5.40	5.92	5.91	5.48	5.76	5.72	5.74

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.23.'ün devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	4.91	5.41	4.75	4.67	5.41	5.50	5.33	4.95	6.07	6.12	5.69	5.23	7.12	6.43	6.42	6.14
Eğrilik*	6.36	7.15	6.77	7.23	6.30	6.80	6.90	6.76	6.87	7.09	6.91	6.53	7.63	7.16	6.92	7.10
Diklik	2.45	2.82	2.69	3.11	2.92	3.07	3.21	3.53	3.87	3.41	3.42	3.71	4.09	4.17	4.23	4.17
Diklik*	4.47	4.59	4.60	4.78	4.44	4.81	5.06	4.80	4.93	4.57	4.41	4.70	4.70	4.83	4.92	4.69
M-F(S_w^2)	5.06	5.82	5.60	6.27	5.23	5.79	6.04	6.10	5.50	5.31	5.39	5.44	5.65	5.57	5.52	5.65
M-F(C_w^2)	3.82	4.16	5.47	33.03	4.50	4.18	4.38	8.50	4.83	4.24	4.22	4.69	5.31	5.00	4.58	4.91
M-K	6.62	8.23	8.87	9.68	6.69	8.49	9.21	10.13	7.67	8.82	9.29	10.59	7.70	8.57	9.59	10.64
D-H	5.20	5.22	4.95	5.02	5.18	5.22	5.29	5.17	5.59	5.38	5.28	5.26	5.56	5.36	5.65	5.66
Sriv 1	4.75	4.65	4.35	4.51	5.35	5.09	5.41	5.15	6.32	6.00	6.34	5.97	7.96	7.60	8.00	8.40
Sriv 2	2.42	3.26	3.72	5.15	3.06	3.57	4.29	5.04	3.53	3.95	3.99	4.64	4.22	4.65	4.71	4.85
MJB	3.75	3.71	3.50	3.72	4.41	4.11	4.61	4.42	5.50	5.02	5.33	5.38	6.76	6.91	7.01	7.52
MJB*	5.34	5.42	5.23	5.66	5.81	5.58	5.92	6.16	6.63	6.08	6.53	6.49	7.52	7.67	8.04	8.50
MJB**	3.01	3.32	3.37	3.81	3.57	3.58	4.23	4.35	4.34	4.44	5.00	4.99	5.58	6.16	6.49	7.23
S-H	5.42	5.80	6.38	6.52	5.85	6.61	6.51	5.94	6.84	6.60	6.43	6.55	7.72	7.59	7.79	8.07
H-Z	5.36	5.22	5.51	5.35	5.51	5.71	5.39	5.21	5.69	5.86	5.45	5.40	5.97	6.17	5.70	5.91
Roy	5.74	6.31	6.84	7.04	5.73	6.55	7.06	6.90	6.38	7.01	7.74	8.11	7.70	8.08	9.04	9.21
Roy*	5.52	6.20	6.30	6.57	6.09	6.53	6.13	6.61	6.48	6.75	7.62	7.67	7.72	8.11	9.30	9.96

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.24. Çok değişkenli karışık normal dağılım 9. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.64	1.75	1.29	0.79	2.78	2.28	2.07	1.66	2.97	2.97	2.28	2.09	3.90	3.61	3.16	3.04	3.85	3.62	3.89	3.26
Eğrilik*	5.83	5.38	5.35	5.55	5.50	5.74	6.18	6.29	5.10	6.42	5.81	6.27	5.76	5.67	6.14	6.51	5.49	5.44	5.80	6.31
Diklik	0.44	0.13	0.27	0.67	0.65	0.32	0.77	1.21	0.85	0.72	0.87	1.50	1.14	1.22	1.47	2.14	1.57	1.35	2.12	2.77
Diklik*	4.38	3.90	4.25	4.17	3.82	3.95	4.45	4.40	3.96	4.05	3.77	4.39	3.67	3.89	3.98	4.25	3.71	3.31	4.01	4.23
M-F(S_w^2)	3.59	3.97	4.48	5.55	3.93	4.11	5.19	5.69	4.32	4.59	4.91	5.72	4.72	5.41	5.69	6.09	4.94	5.42	5.75	5.97
M-F(C_w^2)	3.87	0.00	0.00	0.00	2.75	64.43	0.00	0.00	2.48	14.03	0.07	0.00	3.09	5.63	0.05	0.03	3.41	4.31	23.32	0.09
M-K	3.18	3.09	2.72	1.77	3.70	3.87	3.85	3.54	4.06	4.92	4.64	4.43	4.98	5.72	6.29	6.55	5.18	6.07	7.26	7.14
D-H	4.96	4.83	5.31	4.80	4.70	4.65	4.62	4.44	4.62	4.91	4.96	4.44	4.65	4.65	5.37	5.21	4.73	4.48	4.86	4.70
Sriv 1	1.34	1.24	1.10	0.91	1.93	1.51	1.39	1.48	1.94	2.19	1.85	1.97	2.56	2.45	2.56	2.35	2.65	2.86	2.63	2.58
Sriv 2	0.20	1.03	3.39	7.64	0.47	1.43	4.01	6.68	0.80	2.04	3.77	6.61	1.13	2.34	4.20	6.17	1.73	2.92	4.91	6.29
MJB	0.86	0.80	0.76	0.54	1.42	1.09	0.90	0.96	1.35	1.53	1.27	1.42	1.97	1.73	1.72	1.69	2.18	2.12	2.19	2.04
MJB*	2.95	3.06	2.81	2.82	3.40	2.97	3.16	3.35	3.05	3.45	3.27	3.50	3.42	3.63	3.85	3.73	3.49	3.94	3.79	3.79
MJB**	1.50	1.57	1.68	1.65	1.79	1.60	1.81	2.01	1.51	1.98	1.70	2.23	1.86	1.99	2.17	2.17	1.92	2.05	2.37	2.35
S-H	4.42	4.62	4.62	4.54	4.85	4.61	4.59	4.88	4.22	4.65	4.43	4.64	4.56	4.94	5.13	4.70	4.94	5.11	5.55	5.35
H-Z	4.36	4.49	4.33	4.47	4.98	4.30	4.31	4.65	4.39	4.72	4.73	4.60	4.53	4.66	5.45	4.96	5.11	4.58	4.81	5.94
Roy	4.91	5.01	4.75	5.00	4.59	4.46	4.48	4.86	4.48	4.60	4.59	4.56	4.95	4.45	5.27	4.83	4.95	5.27	5.55	5.22
Roy*	4.85	4.90	4.65	4.84	4.54	4.34	4.24	4.60	4.53	4.61	4.65	4.72	4.61	4.33	4.97	4.51	4.30	4.45	4.72	4.38

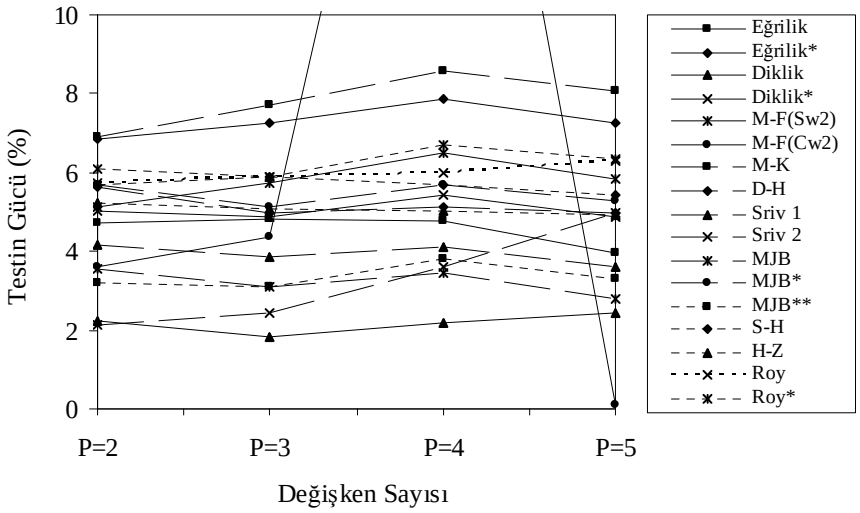
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.24.'ün devamı (%)

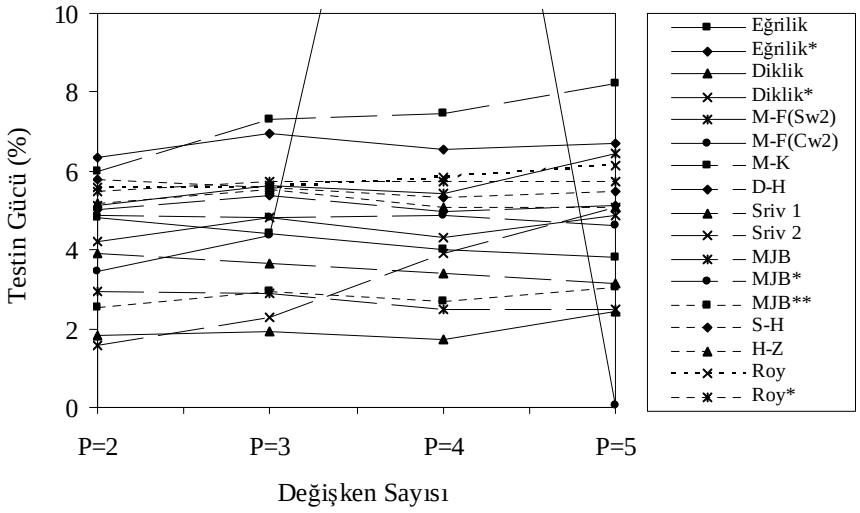
	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	4.14	4.04	3.99	3.97	4.07	4.02	4.29	4.06	3.76	4.01	4.40	4.29	4.38	4.15	4.21	4.21
Eğrilik*	4.94	5.42	5.77	6.27	4.96	5.20	5.70	5.53	4.31	4.68	5.31	5.39	4.79	4.57	4.83	5.02
Diklik	2.33	2.62	2.84	3.40	2.41	3.14	3.40	3.78	2.87	3.56	4.13	4.69	3.89	4.51	4.54	4.67
Diklik*	4.08	3.84	3.93	4.41	3.40	3.95	4.19	4.42	3.44	3.81	4.43	4.51	4.14	4.41	4.25	4.49
M-F(S_w^2)	4.85	5.52	5.86	6.10	4.83	5.49	5.58	6.12	4.84	5.17	5.90	5.80	5.34	5.39	5.32	5.87
M-F(C_w^2)	3.82	3.90	5.80	34.36	4.02	3.93	4.27	8.90	4.29	4.14	4.77	4.85	5.08	4.81	4.56	4.65
M-K	5.37	6.91	7.88	8.72	5.17	7.02	8.10	9.05	4.69	6.88	8.11	9.36	5.13	6.17	7.39	8.37
D-H	4.70	4.63	4.87	4.96	4.61	4.97	4.95	5.43	4.13	4.29	5.23	5.23	4.78	4.77	4.80	5.32
Sriv 1	3.21	3.38	3.30	2.97	3.61	3.42	3.38	3.65	3.57	3.61	3.53	3.80	4.03	4.01	4.06	3.75
Sriv 2	2.66	3.62	4.72	5.75	2.71	4.18	5.47	6.18	3.37	4.46	5.58	7.02	4.58	5.22	5.83	6.36
MJB	2.63	2.61	2.52	2.35	2.65	2.77	2.81	2.98	2.66	3.02	3.07	3.37	3.39	3.37	3.57	3.35
MJB*	3.90	3.83	4.17	3.88	3.56	3.71	3.87	4.25	3.35	3.65	3.83	4.18	3.84	3.86	4.03	3.79
MJB**	2.10	2.43	2.43	2.56	2.17	2.41	2.60	2.88	2.02	2.67	2.71	3.13	2.66	2.68	3.17	2.99
S-H	5.38	5.45	5.79	5.48	5.70	5.49	6.07	6.69	6.43	6.17	6.94	6.90	7.56	7.77	7.70	8.56
H-Z	4.43	4.90	5.03	5.21	5.17	4.85	5.41	5.49	4.84	4.72	5.39	5.64	5.02	5.30	4.99	5.18
Roy	5.70	5.97	6.12	6.79	6.32	6.43	6.94	6.79	6.71	7.50	8.41	8.87	7.84	8.81	9.86	10.28
Roy*	4.15	4.45	4.39	4.24	4.21	4.52	4.39	4.40	4.22	3.89	4.23	4.24	4.20	4.20	4.19	4.43

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

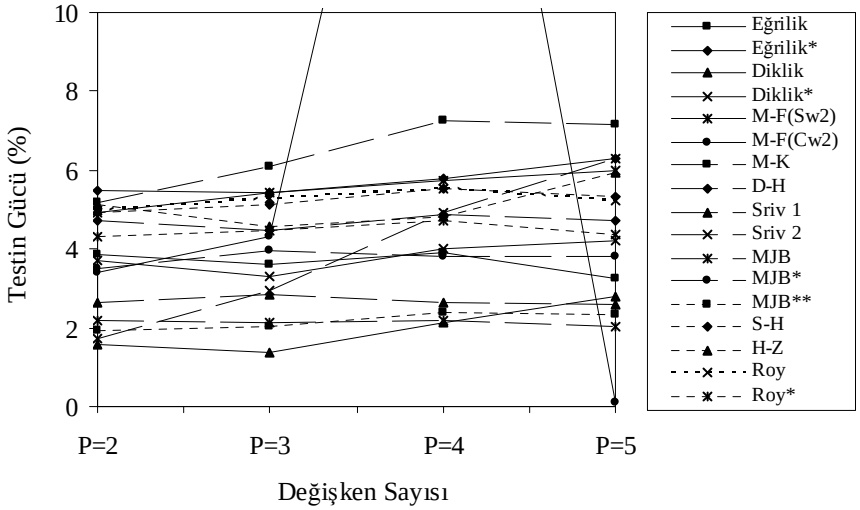
Çok değişkenli normal iki ayrı populasyondan alınan ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 olan birinci bileşen ile ortalaması μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 olan ikinci bileşenden %90-%10, %78.8675-%21.1325 ve 0.50-0.50 üç farklı karışım oranında çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.21, 4.22 ve 4.23'de gösterilmiştir.



Şekil 4.21. Çok değişkenli verilerin %90'ı μ_1 ve Σ_2, %10'nu ise μ_2 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.22. Çok değişkenli verilerin %78.8675'i μ_1 ve Σ_2, %21.1325'i ise μ_2 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.23. Çok değişkenli verilerin %50'si μ_1 ve Σ_2, %50'si ise μ_2 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Ortalamaları farklı ancak varyans kovaryans matrisleri aynı çok değişkenli normal iki populasyondan çekilen örnekler (n=50) için terstlerin güç performansları genel olarak tip 2'ye benzer olduğu görülmüştür. Tip 3 için birinci karışım oranında (0.90-0.10) gerçekleşen güç değerleri bakımından tip 1 ve tip 2'de olduğu gibi Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi ve Mardia-Kent'in M-K testi %5'in biraz üzerinde güç değerleri almıştır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi yine güç bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir. Geri kalan diğer testler ise %5'in altında veya %5'e yakın tahmini güç değerleri almıştır. Burada söz konusu karışım oranı ile diğer karışım oranları birlikte incelendiğinde test istatistiklerinin gücü karışım 1'den karışım 3'e genellikle bir miktar azalmıştır.

Çok değişkenli normal karışımların son iki tipinde, hem ortalama vektörlerine hem de varyans kovaryans matrislerine ait parametreler birbirinden farklıdır. Çok değişkenli normal karışım tip 4 için tahmini güç değerleri Çizelge 4.25, 4.26 ve 4,27'de verilmiştir. Çok değişkenli normal karışım tip 5'de ise, tip 4'e göre sadece kovaryansları değişmiştir. Normal karışım tip 5'in simülasyon sonuçları Çizelge 4.28, 4.29 ve 4.30'da gösterilmiştir.

Çok değişkenli normallik testlerinin ampirik gücü, tip 4 ve tip 5 için karışık dağılımların ilk üçünden genellikle daha yüksek bulunmuştur. Tip 4 ve tip 5'in sonuçları karışım 3 için genelde benzer olmasına rağmen karışım 1 ve karışım 2 de Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Eğrilik*, Diklik ve Diklik* testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera

testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi ve Srivastava-Hui'nin S-H testinde bariz farklılıklar bulunmuştur.

Çok değişkenli normal karışım tip 4 de, karışım 1'den karışım 3'e Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Eğrilik*, Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) ve M-F(C_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ve Royston'un Roy testinin gücü artış göstermiştir. Bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %41.82, %44.60, %8.83, %14.07, %27.84 %64.37, %38.34, %16.72, %13.57 ve %10.37 şeklinde bulunmuştur. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi güç bakımından çok fazla değişim göstermiştir. Royston'un Roy* testi, örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla karışım 1 ve karışım 2'de benzer güç değerleri (%9.16, %8.76) elde etmesine rağmen karışım 3'de testin gücü (%4.17) biraz azalmıştır. Srivastava'nın Sriv 2 testi için güç değerleri karışım 1'den karışım 3'e azalmıştır. Burada alınan maksimum güç değerleri sırasıyla %17.20, %14.71 ve %7.99 dir. Srivastava'nın Sriv 1 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi ve Srivastava-Hui'nin S-H testine ait güç değerleri karışım 1'den karışım 2'ye artış gösterirken karışım 3'de azalmıştır. Söz konusu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %64.41, %61.68, %64.58, %61.15 ve %36.59 olarak tahmin edilmiştir.

Çok değişkenli normal karışım tip 5 de, karışım 1'den karışım 3'e örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik*, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ve Royston'un Roy testinin güç değerleri artmıştır. Özellikle Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testinde karışım 2'den karışım 3'e güç değerindeki artış daha fazla olmuştur. Yukarıdaki testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %41.5, %44.10, %27.79, %26.02, %8.04, %24.98, %27.65, %24.61, %19.24, %13.72 ve 10.94 şeklinde tahmin edilmiştir. Mardia'nın çok değişkenli Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi ve Royston'un Roy* testinin güç değerleri örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla karışım 1'den karışım 2'ye artış gösterirken karışım 3'de azalmıştır. Bu testlerin karışım 2'de n=250 için maksimum güç değerleri %15.91, %23.05, %40.10, 21.25 ve %9,38 olarak bulunmuştur.

Çizelge 4.25. Çok değişkenli karışık normal dağılım 10. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	3.11	2.73	1.90	1.05	3.89	4.04	2.94	2.12	5.09	4.41	4.29	2.88	5.63	5.94	5.78	5.11	6.57	6.73	6.27	6.48
Eğrilik*	7.02	7.63	7.76	6.67	7.25	8.45	7.77	8.23	8.13	8.19	9.17	8.32	8.05	9.21	9.96	9.64	8.61	9.58	9.70	10.89
Diklik	0.67	0.34	0.25	0.57	1.10	0.70	0.61	0.97	1.45	1.06	1.09	1.43	2.03	2.01	1.81	1.95	2.78	2.48	2.33	2.39
Diklik*	5.40	5.58	5.68	4.93	5.15	5.84	5.36	5.48	5.90	5.54	5.84	5.67	5.64	6.39	6.23	6.31	6.20	6.26	6.01	6.17
M-F(S_w^2)	3.53	4.26	4.54	4.76	4.05	4.88	4.99	5.26	4.85	5.25	5.57	5.05	4.92	6.02	6.23	6.93	5.65	6.40	6.35	6.50
M-F(C_w^2)	3.69	0.00	0.00	0.00	2.96	64.37	0.02	0.00	3.10	14.63	0.10	0.02	3.16	5.59	0.14	0.11	4.07	4.89	22.75	0.12
M-K	4.12	4.33	3.79	2.13	5.15	6.13	5.27	4.64	6.29	6.79	6.96	6.34	7.09	9.27	9.25	9.29	8.27	10.22	10.70	11.31
D-H	4.39	4.21	4.56	4.47	4.58	4.64	4.78	4.35	4.91	4.57	4.49	4.20	4.88	4.52	4.49	4.43	4.65	4.69	3.90	4.70
Sriv 1	2.27	2.45	2.15	1.88	3.08	3.35	3.13	3.27	3.99	3.77	4.59	4.28	4.88	6.07	6.93	7.31	5.70	7.16	8.34	9.59
Sriv 2	0.51	0.89	2.64	5.28	0.78	1.34	3.04	4.87	1.23	1.91	2.97	4.27	1.72	3.06	3.75	4.58	2.67	3.73	4.04	4.62
MJB	1.74	1.85	1.53	1.46	2.24	2.62	2.35	2.35	3.19	3.09	3.34	3.41	3.87	5.21	5.81	6.03	4.72	6.08	7.30	8.42
MJB*	4.71	5.08	4.99	5.17	5.28	6.39	6.60	6.68	6.20	6.33	7.60	7.47	6.56	8.57	9.95	10.68	7.52	9.45	11.15	12.79
MJB**	2.49	2.91	3.12	3.12	2.77	3.77	4.04	4.19	3.46	3.91	4.82	4.94	3.64	5.67	6.57	7.48	4.29	6.33	7.98	9.50
S-H	5.69	6.49	6.67	6.20	6.09	6.90	7.45	7.60	6.20	6.34	7.41	7.69	5.95	7.26	8.65	9.30	6.53	7.86	9.04	9.92
H-Z	4.51	4.49	4.72	4.32	5.06	4.76	4.85	5.00	5.55	5.07	5.11	5.18	5.30	5.13	5.44	5.59	5.24	5.36	5.70	5.81
Roy	5.27	5.18	5.46	5.63	5.58	5.84	5.88	6.33	5.44	5.04	5.41	5.42	5.51	5.41	5.42	6.13	5.46	5.43	5.73	5.93
Roy*	5.20	5.09	5.38	5.57	5.46	5.69	5.71	6.11	5.81	5.24	5.75	5.78	5.91	5.65	5.89	6.75	5.45	5.46	5.95	5.84

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.25.'in devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	7.76	8.88	9.23	8.77	9.14	11.37	10.96	11.05	11.38	13.79	16.24	16.03	16.08	22.31	25.49	26.26
Eğrilik*	9.25	11.07	12.28	12.46	10.49	13.41	13.78	13.93	12.46	15.16	18.29	18.61	16.79	23.46	27.17	27.85
Diklik	3.49	3.64	3.04	3.25	4.52	4.30	3.95	3.60	5.54	5.24	4.90	4.58	6.83	6.86	6.20	5.50
Diklik*	6.01	6.79	6.50	6.75	6.97	7.36	7.09	6.82	7.50	7.81	7.93	7.59	8.53	9.14	8.82	8.42
M-F(S_w^2)	6.30	7.60	7.05	7.28	6.82	8.62	7.96	8.38	8.24	9.82	10.42	10.55	11.04	14.23	16.53	16.94
M-F(C_w^2)	5.23	5.51	6.20	33.80	5.84	6.54	6.23	10.10	7.51	8.30	8.67	8.82	10.68	13.23	14.68	14.62
M-K	9.57	12.29	14.29	14.84	10.92	15.19	16.28	16.49	13.23	18.56	21.45	22.41	17.75	24.73	29.00	30.68
D-H	4.57	4.77	4.38	4.72	4.91	4.86	4.33	4.59	5.00	4.70	4.54	4.56	4.80	4.69	4.96	4.60
Sriv 1	7.68	10.37	13.18	14.94	9.33	13.55	17.47	19.80	12.36	18.65	25.07	30.68	18.04	29.67	39.89	47.02
Sriv 2	4.01	4.89	5.47	5.43	5.00	5.79	7.29	7.01	6.80	8.19	9.23	10.14	8.87	11.88	14.98	17.20
MJB	6.77	9.30	11.79	13.59	8.51	12.54	16.05	18.36	11.63	17.96	23.75	28.92	17.46	28.72	39.33	46.67
MJB*	8.98	12.31	15.78	17.82	10.85	15.52	19.92	22.27	13.65	20.76	27.02	32.97	19.04	31.25	42.01	49.26
MJB**	5.90	9.02	12.04	14.18	7.31	11.95	16.04	18.64	10.23	17.24	23.42	29.18	15.93	27.76	38.79	46.68
S-H	7.25	8.74	10.20	11.72	6.65	8.85	10.78	13.48	7.03	9.39	12.87	15.28	7.33	11.50	16.05	20.21
H-Z	6.07	5.89	6.18	6.10	6.08	6.41	6.35	6.29	6.27	7.05	6.85	7.01	6.92	7.65	7.80	7.67
Roy	5.75	5.90	5.75	6.48	5.63	5.56	5.71	6.05	5.38	5.61	6.03	5.94	5.30	5.78	6.42	6.48
Roy*	6.18	6.15	6.39	6.95	6.29	6.42	6.34	6.90	6.40	7.08	6.75	7.67	7.02	7.58	8.83	9.16

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.26. Çok değişkenli karışık normal dağılım 11. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	3.39	3.03	1.99	1.23	4.02	3.72	3.21	2.24	4.60	5.13	4.04	3.48	5.71	6.33	5.83	4.99	6.82	7.24	7.05	6.73
Eğrilik*	7.15	8.38	7.44	7.31	7.27	8.03	8.57	8.37	8.12	8.91	8.95	9.03	8.56	10.16	10.92	10.40	9.15	10.38	11.25	11.80
Diklik	0.60	0.19	0.27	0.63	1.15	0.70	0.53	0.95	1.37	1.25	0.99	1.13	1.84	1.61	1.52	1.89	2.31	2.16	1.94	2.43
Diklik*	5.16	5.74	5.41	5.27	5.41	5.40	5.32	5.47	5.20	5.56	5.49	5.58	5.27	5.84	5.83	5.78	5.41	5.88	5.44	6.48
M-F(S_w^2)	3.61	4.06	4.04	4.89	4.48	4.20	4.63	4.69	4.90	5.40	4.93	5.12	5.06	6.05	5.66	5.22	5.75	6.18	5.59	6.52
M-F(C_w^2)	3.73	0.00	0.00	0.00	3.00	62.46	0.02	0.00	3.01	13.29	0.03	0.02	3.32	5.45	0.02	0.06	4.13	4.55	22.05	0.22
M-K	3.87	4.73	3.35	2.38	4.99	5.59	5.53	4.46	5.85	7.08	6.82	6.28	6.93	8.60	9.26	8.53	8.01	9.89	10.56	11.30
D-H	4.20	4.30	4.26	4.56	4.45	4.32	4.26	4.41	4.54	4.38	4.00	4.21	4.46	4.31	4.56	4.15	3.98	4.37	4.13	4.63
Sriv 1	2.21	2.55	2.18	2.29	3.36	3.37	3.56	3.39	3.92	4.61	4.98	4.94	5.25	6.58	7.35	7.83	6.50	8.89	9.95	10.95
Sriv 2	0.39	0.92	2.52	4.91	0.93	1.36	2.55	4.31	1.16	2.00	2.76	3.69	1.85	2.48	3.39	3.71	2.37	3.00	3.38	3.78
MJB	1.56	1.78	1.65	1.63	2.50	2.43	2.63	2.45	3.12	3.56	3.85	3.81	4.21	5.25	5.85	6.25	5.26	7.22	8.10	8.82
MJB*	4.77	5.56	5.52	5.65	5.53	6.24	6.72	7.09	5.99	7.25	8.50	8.45	7.21	9.10	10.67	11.32	8.03	11.02	12.48	14.42
MJB**	2.41	3.24	3.23	3.46	3.18	3.53	4.11	4.42	3.48	4.40	5.31	5.50	4.02	5.48	6.83	7.67	4.87	7.09	8.58	9.92
S-H	6.36	6.95	7.75	7.54	6.67	7.75	8.43	8.54	6.22	7.97	8.42	8.30	6.82	8.80	9.58	9.99	7.83	9.71	11.01	12.55
H-Z	5.05	5.12	4.89	4.92	5.24	4.75	5.30	5.36	5.37	5.76	5.40	4.98	5.59	5.42	5.85	5.68	5.85	5.85	5.75	5.97
Roy	4.99	5.54	5.44	5.65	5.36	5.29	5.71	5.67	5.15	5.52	5.24	5.41	5.62	5.22	5.61	5.62	5.16	5.94	6.06	6.30
Roy*	4.89	5.41	5.28	5.60	5.29	5.22	5.56	5.55	5.41	5.75	5.46	5.88	5.60	5.35	5.98	5.99	5.04	5.76	5.84	6.06

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.26.'nın devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	8.78	11.19	10.84	10.83	10.54	14.39	13.81	14.64	15.18	20.57	22.57	21.58	23.22	35.36	40.12	41.30
Eğrilik*	10.66	13.90	14.61	15.00	12.25	16.98	17.21	18.45	16.31	22.96	25.47	25.04	24.21	36.90	42.06	43.81
Diklik	3.41	3.32	3.28	2.97	3.59	3.85	3.82	3.15	4.25	4.63	4.33	4.15	5.31	5.37	5.11	5.15
Diklik*	6.02	6.50	6.18	6.43	5.73	6.72	6.58	6.66	6.10	7.01	6.93	6.97	6.68	7.23	7.36	8.08
M-F(S_w^2)	6.80	7.65	7.46	7.48	6.84	8.76	9.03	8.93	8.83	11.92	12.57	12.38	13.50	20.82	24.45	25.65
M-F(C_w^2)	5.42	5.39	6.52	34.32	5.79	6.97	7.17	11.14	8.22	10.39	10.85	11.36	13.05	19.67	23.28	24.30
M-K	9.93	12.70	14.30	15.01	10.77	15.46	16.52	18.12	13.62	19.25	21.87	22.56	19.20	29.38	33.92	35.10
D-H	4.60	4.55	4.84	4.79	4.27	4.98	4.75	5.30	4.15	4.42	4.67	5.25	4.58	4.63	5.24	5.90
Sriv 1	8.86	13.06	16.00	17.90	11.21	17.76	21.43	24.98	16.16	26.30	33.80	39.39	24.19	42.70	55.57	64.41
Sriv 2	3.56	4.38	4.84	5.00	4.56	5.87	5.86	5.99	5.47	7.52	8.28	8.67	7.11	11.11	13.46	14.71
MJB	7.51	10.87	13.47	15.76	9.42	15.66	19.12	22.53	13.53	23.77	30.94	36.68	21.08	38.85	52.86	61.68
MJB*	9.96	14.57	18.07	20.95	11.63	18.78	23.30	27.40	15.62	26.79	34.59	40.95	22.87	41.09	55.46	64.58
MJB**	6.28	9.98	13.37	16.18	7.85	14.43	18.44	22.50	11.62	22.29	29.71	36.39	18.81	37.33	52.03	61.15
S-H	7.76	10.91	13.82	15.61	8.69	12.93	15.15	17.87	9.32	15.26	20.43	23.82	11.79	20.07	29.48	36.59
H-Z	6.50	6.89	6.78	6.98	6.95	7.35	7.40	7.55	7.46	8.80	8.39	8.11	9.73	11.55	11.18	10.78
Roy	5.81	6.24	6.16	6.49	6.22	6.25	5.67	7.08	6.45	7.35	7.39	7.58	7.77	7.22	8.44	8.74
Roy*	5.49	6.17	5.92	6.19	5.79	6.28	5.81	6.89	6.37	6.81	6.72	7.24	8.09	7.98	9.15	8.76

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.27. Çok değişkenli karışık normal dağılım 12. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.80	2.59	2.27	1.11	3.78	3.82	3.31	3.07	4.02	4.45	4.27	4.06	5.15	5.38	5.85	6.37	5.90	7.02	7.65	7.68
Eğrilik*	6.45	7.18	7.97	7.42	7.03	8.52	8.53	9.71	6.60	8.40	9.46	10.08	7.50	9.04	10.51	12.31	8.04	10.27	12.03	13.25
Diklik	0.50	0.24	0.18	0.75	0.97	0.56	0.67	0.76	1.19	0.98	1.06	1.21	1.69	1.54	1.48	1.82	2.00	1.99	2.27	2.06
Diklik*	4.50	5.28	5.43	5.38	4.88	5.58	5.63	6.51	4.07	5.67	5.86	6.48	4.76	5.54	5.90	7.25	4.54	5.60	6.48	7.55
M-F(S_w^2)	3.33	4.40	3.98	4.41	4.43	4.57	4.74	5.08	4.42	5.40	5.40	5.42	4.82	5.58	5.89	6.04	5.36	6.01	6.57	6.78
M-F(C_w^2)	3.33	0.00	0.00	0.00	2.79	61.92	0.04	0.00	2.69	13.10	0.04	0.00	3.29	5.26	0.09	0.09	3.80	3.98	22.58	0.28
M-K	3.44	4.16	3.65	2.24	4.88	5.94	5.61	5.55	4.61	6.55	7.32	7.50	6.19	8.35	9.83	11.15	6.66	9.44	11.42	13.53
D-H	4.36	5.16	5.70	4.95	5.00	5.68	5.19	5.65	4.57	5.40	5.62	5.79	5.14	5.57	6.32	6.82	4.78	5.97	6.64	7.27
Sriv 1	1.71	1.67	1.69	1.74	2.59	2.48	2.32	2.42	2.74	2.92	2.91	3.16	3.83	4.49	4.20	4.73	4.22	4.94	5.71	5.77
Sriv 2	0.34	1.17	2.98	5.83	0.69	1.50	3.18	4.79	0.90	2.06	3.18	4.56	1.68	2.29	3.24	4.59	1.86	2.66	3.86	4.25
MJB	1.31	1.16	1.06	1.13	1.91	1.83	1.67	1.79	2.15	2.35	2.23	2.34	3.06	3.37	3.44	3.75	3.44	3.83	4.51	4.83
MJB*	3.51	4.21	4.20	4.34	4.63	4.84	4.99	5.53	4.31	5.12	5.66	5.84	5.27	6.13	6.54	6.92	5.18	6.66	7.62	8.45
MJB**	1.98	2.28	2.49	2.93	2.39	2.76	3.01	3.21	2.35	2.99	3.24	3.76	2.97	3.68	4.21	4.82	3.02	3.91	5.02	5.70
S-H	5.28	5.76	6.02	6.47	5.48	6.41	6.69	7.10	5.45	5.86	6.11	6.84	6.09	6.62	7.11	7.55	6.14	7.38	8.02	8.54
H-Z	4.72	4.68	4.86	4.71	4.56	5.79	5.62	5.91	5.19	5.10	5.68	5.77	5.04	5.96	5.66	6.71	5.31	5.81	6.80	6.55
Roy	4.77	4.65	4.97	4.87	4.58	4.92	4.57	5.07	4.13	4.17	4.60	4.53	4.86	4.93	4.75	4.86	5.37	4.98	5.30	5.70
Roy*	4.75	4.54	4.95	4.74	4.43	4.60	4.34	4.92	4.35	4.38	4.74	4.69	4.56	4.38	4.46	4.44	4.32	4.30	4.47	4.50

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.27.'nin devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	7.56	10.06	10.51	12.02	9.63	12.17	14.20	16.41	11.94	17.53	21.40	24.20	19.02	30.46	37.32	41.82
Eğrilik*	9.20	12.59	14.30	16.83	11.02	14.58	17.62	20.42	13.21	19.46	23.85	27.54	19.87	32.08	39.37	44.60
Diklik	2.64	3.21	3.26	3.32	3.02	3.43	4.08	4.91	3.81	4.56	5.07	6.28	4.37	5.46	7.11	8.83
Diklik*	4.63	5.95	6.58	9.05	4.54	5.82	7.62	10.47	5.12	6.51	8.57	11.32	5.11	7.14	10.10	14.07
M-F(S_w^2)	5.95	7.33	7.08	8.70	6.40	7.67	8.79	11.30	7.34	9.86	12.98	15.63	10.61	16.45	22.62	27.84
M-F(C_w^2)	4.77	5.05	5.79	33.77	5.32	5.73	7.13	11.75	6.77	8.52	10.28	12.02	10.15	15.75	20.32	23.95
M-K	8.23	12.12	14.75	18.20	9.35	13.68	17.59	22.25	10.65	17.20	22.63	27.90	15.54	24.10	32.56	38.34
D-H	5.07	6.78	7.38	8.16	5.35	7.06	8.40	9.86	5.67	8.58	10.27	11.95	7.30	11.19	14.62	16.72
Sriv 1	5.00	7.09	7.80	8.44	6.15	8.34	10.20	11.30	7.09	10.90	13.87	16.02	10.13	15.69	21.84	26.54
Sriv 2	2.63	3.58	3.95	4.59	3.29	4.28	5.18	5.63	4.13	4.96	5.36	6.33	4.63	5.94	7.06	7.99
MJB	4.04	5.89	6.31	7.30	4.87	7.40	9.36	10.29	5.94	9.57	12.64	15.15	8.35	14.48	20.22	25.27
MJB*	5.81	8.26	9.11	10.97	6.31	9.58	11.96	13.71	7.31	11.37	15.19	17.96	9.20	16.00	22.27	27.90
MJB**	3.41	5.51	6.35	7.93	4.02	6.63	9.10	10.60	4.87	8.53	12.13	14.78	7.16	13.43	19.67	25.12
S-H	6.69	7.91	8.83	9.88	7.04	8.78	9.70	11.14	7.89	9.87	12.08	13.83	8.99	13.52	16.25	19.77
H-Z	5.81	6.26	6.97	7.42	6.36	7.04	7.69	8.34	6.45	7.85	9.23	10.33	7.70	10.05	12.47	13.57
Roy	5.64	6.60	5.82	6.31	6.04	6.40	6.69	7.32	6.36	7.36	8.02	7.68	8.71	8.99	10.00	10.37
Roy*	4.30	4.56	4.02	4.17	4.44	4.12	4.46	4.70	4.01	4.36	4.27	3.90	4.63	4.05	4.30	4.17

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.28. Çok değişkenli karışık normal dağılım 13. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	3.08	2.38	2.02	1.41	3.87	3.96	3.13	2.84	4.27	4.04	3.89	3.75	5.07	5.54	5.73	5.34	5.70	6.42	6.31	6.77
Eğrilik*	6.77	7.02	7.08	6.97	7.00	8.33	8.07	8.99	7.17	7.90	8.64	9.86	7.21	8.62	9.71	10.42	7.48	9.23	9.93	10.78
Diklik	0.63	0.34	0.23	0.62	1.18	0.74	0.68	0.79	1.61	1.07	0.88	1.28	2.21	1.81	1.97	2.05	2.64	2.77	2.30	2.60
Diklik*	4.87	5.02	5.47	5.71	5.54	5.68	5.89	6.61	5.74	5.70	6.15	6.89	5.63	5.91	6.83	7.15	5.76	7.27	7.56	7.72
M-F(S_w^2)	3.39	4.13	4.39	5.21	4.14	5.18	5.26	5.66	4.71	5.27	5.53	5.48	5.06	6.03	6.21	6.51	5.37	6.51	6.45	7.03
M-F(C_w^2)	3.47	0.00	0.00	0.00	3.12	64.92	0.04	0.00	3.36	14.79	0.05	0.00	3.79	5.99	0.03	0.17	3.89	4.82	24.38	0.28
M-K	3.75	4.02	3.69	2.54	4.97	6.15	5.43	5.61	5.68	7.00	7.47	7.69	6.88	8.52	10.54	10.75	7.65	10.47	11.87	13.26
D-H	5.68	5.52	5.60	5.88	5.98	5.87	5.90	6.09	6.15	6.19	6.10	6.42	6.72	7.10	7.06	6.69	6.57	7.44	7.76	7.09
Sriv 1	1.74	1.61	1.12	0.95	2.28	2.26	2.06	1.78	2.87	2.51	2.21	2.28	3.42	3.32	3.27	3.05	4.04	4.01	3.76	3.60
Sriv 2	0.24	1.10	2.86	6.15	0.82	1.34	3.33	5.89	1.03	1.43	3.18	5.31	1.66	2.39	3.59	5.09	1.70	2.90	3.91	4.92
MJB	1.10	1.05	0.74	0.63	1.74	1.57	1.45	1.27	2.26	1.81	1.55	1.72	2.70	2.53	2.41	2.44	3.19	3.30	3.12	2.93
MJB*	4.10	3.95	3.46	3.11	4.15	4.38	4.26	4.12	4.78	4.49	4.35	4.40	4.95	4.77	5.06	5.04	5.35	5.38	5.31	5.29
MJB**	1.98	2.10	1.92	1.77	2.31	2.42	2.38	2.40	2.55	2.43	2.36	2.65	2.73	2.81	2.94	3.09	2.81	3.42	3.47	3.41
S-H	4.89	4.84	4.86	4.74	5.55	5.66	5.63	5.21	5.11	5.15	4.83	5.26	5.01	5.10	5.39	5.38	5.23	5.55	5.68	6.07
H-Z	4.69	4.58	4.68	4.77	5.20	4.74	4.65	5.23	4.99	5.23	5.48	5.28	5.10	5.01	5.04	5.27	5.60	5.32	5.14	5.33
Roy	4.92	5.34	5.71	5.80	5.59	5.89	5.93	6.15	5.50	5.46	5.31	5.39	5.24	5.73	6.13	5.70	5.65	5.50	5.75	5.79
Roy*	4.92	5.19	5.53	5.79	5.43	5.74	5.75	6.05	5.66	5.60	5.70	5.84	5.48	6.00	6.49	5.87	6.05	5.87	5.76	5.89

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.28.'in devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	6.50	7.34	8.61	8.37	6.75	8.07	9.23	10.19	7.76	9.11	10.35	12.36	8.89	11.14	13.30	15.33
Eğrilik*	7.96	9.30	11.13	11.88	7.84	9.92	11.25	13.12	8.68	10.14	12.04	14.68	9.37	11.94	14.28	16.81
Diklik	3.77	4.08	3.80	4.13	4.23	4.67	5.31	5.53	5.20	6.33	6.87	7.92	6.38	7.65	9.94	11.54
Diklik*	6.21	7.44	8.15	9.48	6.20	7.88	9.41	10.61	6.98	8.91	10.65	13.65	7.93	9.88	13.97	17.16
M-F(S_w^2)	6.24	7.40	7.88	8.21	6.47	7.48	9.04	9.41	7.05	8.08	9.75	11.78	7.35	9.31	12.66	14.83
M-F(C_w^2)	4.88	5.14	7.34	35.98	5.47	5.76	6.88	10.96	6.40	6.77	7.74	9.11	7.02	8.31	10.99	12.22
M-K	8.73	12.12	15.05	17.21	8.93	13.42	17.39	21.64	10.23	14.77	19.47	25.09	11.64	17.14	24.35	30.25
D-H	7.46	7.79	8.61	8.70	7.75	8.09	9.78	9.81	8.60	10.10	11.10	11.98	9.82	12.25	13.51	14.60
Sriv 1	4.62	4.79	4.66	4.86	4.98	4.79	5.57	5.40	5.33	5.84	5.40	5.93	6.15	6.04	6.42	6.82
Sriv 2	3.06	3.59	4.08	5.30	3.32	3.96	4.61	5.29	3.78	4.75	4.68	5.60	5.10	5.19	6.09	6.21
MJB	3.81	4.17	4.19	4.44	4.36	4.71	5.11	5.30	4.90	5.67	5.42	5.77	5.79	6.41	7.02	7.10
MJB*	5.56	6.25	6.09	6.49	5.96	6.21	6.74	7.02	6.12	6.94	6.57	7.55	6.65	7.52	8.24	8.31
MJB**	3.33	3.99	4.17	4.70	3.59	4.40	5.00	5.41	4.10	5.14	5.33	5.93	5.15	5.92	6.98	7.02
S-H	5.69	5.40	5.67	5.99	5.54	5.55	5.59	5.54	4.98	5.51	5.18	5.21	5.48	5.55	5.15	4.86
H-Z	5.43	5.26	5.90	5.36	5.44	5.86	5.65	6.34	5.42	5.45	6.46	6.28	5.56	6.55	6.68	6.79
Roy	5.80	5.92	6.14	6.17	5.35	6.12	5.83	6.10	5.52	6.24	6.61	6.69	5.46	6.19	6.30	6.57
Roy*	6.19	6.09	6.46	6.86	5.77	6.46	6.74	6.72	6.90	6.90	7.99	8.17	7.16	7.98	8.58	8.77

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.29. Çok değişkenli karışık normal dağılım 14. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	3.22	2.87	2.35	1.62	3.91	4.11	3.43	3.24	4.42	4.88	4.81	4.50	5.29	6.15	6.97	6.84	5.92	6.86	7.92	8.86
Eğrilik*	6.82	7.73	8.21	8.45	6.61	8.44	8.85	9.82	7.44	8.86	10.45	10.47	7.60	9.67	11.55	12.62	8.15	9.65	12.21	14.11
Diklik	0.69	0.37	0.38	0.46	1.15	0.87	0.75	0.88	1.42	1.07	0.93	1.10	2.05	2.18	1.87	1.96	2.77	2.67	2.97	3.41
Diklik*	5.22	5.78	6.30	6.40	5.27	6.17	6.25	6.92	5.39	6.25	6.95	7.30	5.77	6.68	7.99	8.81	6.01	6.81	8.32	10.30
M-F(S_w^2)	3.76	4.26	4.67	4.95	4.13	4.84	5.08	4.95	4.63	5.17	5.77	5.71	5.19	6.13	6.80	6.84	5.53	6.76	7.60	8.27
M-F(C_w^2)	3.73	0.03	0.00	0.00	3.26	63.98	0.05	0.01	3.00	13.74	0.05	0.01	3.76	5.52	0.08	0.18	3.87	4.86	24.95	0.56
M-K	4.17	4.50	4.20	3.18	4.92	6.43	6.42	5.83	5.61	7.67	8.78	8.53	6.79	9.51	11.99	12.75	7.73	10.14	13.80	15.76
D-H	6.08	6.07	6.05	6.07	6.19	6.39	5.95	6.37	6.34	6.85	7.19	6.89	6.64	7.25	8.04	8.27	6.80	7.70	8.40	8.88
Sriv 1	1.86	1.47	1.45	1.25	2.16	1.92	2.01	2.24	2.53	2.75	2.76	2.39	3.48	3.46	3.66	3.63	3.79	4.24	4.23	3.93
Sriv 2	0.40	1.13	3.31	6.54	0.60	1.46	3.17	5.89	0.94	1.95	3.38	5.39	1.80	2.33	3.99	5.22	2.08	2.95	3.93	4.80
MJB	1.40	1.03	0.98	0.92	1.59	1.52	1.43	1.71	2.06	2.08	2.00	1.82	2.78	2.71	2.93	2.86	3.25	3.47	3.46	3.45
MJB*	3.67	3.72	3.71	3.44	4.01	4.03	4.19	4.69	4.14	4.53	5.07	4.44	4.93	5.10	5.47	5.73	4.98	5.58	6.02	5.86
MJB**	2.07	1.94	2.15	2.09	2.05	2.38	2.49	2.94	2.34	2.65	2.79	2.89	2.81	2.96	3.49	3.74	2.86	3.51	3.85	4.01
S-H	5.00	5.13	5.13	4.90	5.15	5.54	5.46	6.05	5.26	5.43	5.16	5.06	5.41	5.58	5.74	5.73	5.35	5.82	6.10	5.45
H-Z	4.46	4.78	4.93	5.05	4.76	5.14	4.99	5.08	5.17	5.60	5.28	5.84	5.41	5.66	5.95	5.73	5.38	5.89	6.06	5.86
Roy	5.20	5.40	5.19	5.82	5.28	5.41	5.58	5.65	5.23	5.42	5.73	5.63	5.42	5.49	5.86	5.61	5.36	5.75	6.02	6.21
Roy*	5.16	5.29	4.97	5.63	5.13	5.33	5.47	5.48	5.35	5.73	6.04	5.85	5.37	5.58	5.88	5.69	5.13	5.60	5.98	5.87

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.29.'un devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	6.89	8.58	9.91	11.44	8.01	9.78	12.90	14.11	9.80	13.14	15.03	18.57	12.85	17.44	20.98	26.09
Eğrilik*	8.30	10.71	12.76	15.74	9.25	11.78	15.80	17.63	10.82	14.67	17.08	21.24	13.48	18.51	22.77	27.99
Diklik	3.46	4.12	4.27	4.91	4.13	4.98	5.88	6.32	5.20	6.68	8.36	10.14	6.21	9.05	11.98	15.91
Diklik*	6.14	7.64	9.52	12.14	6.28	8.21	11.05	13.16	6.67	10.05	13.52	17.42	7.66	11.56	16.79	23.05
M-F(S_w^2)	5.95	7.14	8.48	10.62	6.45	8.24	10.40	11.74	7.67	10.02	12.69	16.11	9.12	12.91	17.65	23.78
M-F(C_w^2)	4.91	4.87	7.29	35.89	5.46	6.24	7.80	11.71	6.88	8.32	9.97	12.39	8.66	11.56	14.92	19.43
M-K	8.70	13.06	17.01	22.07	10.01	14.85	21.65	25.50	11.73	18.66	24.98	30.84	14.77	22.83	31.39	40.10
D-H	7.38	9.11	9.79	10.53	8.28	9.50	11.59	12.05	9.43	12.20	13.94	15.81	12.56	15.97	19.74	21.25
Sriv 1	4.51	4.99	5.03	5.47	4.62	5.29	6.32	5.61	5.04	6.03	6.26	7.31	5.77	6.05	6.93	8.11
Sriv 2	2.94	3.98	4.66	5.59	3.23	4.28	5.33	5.23	4.25	5.23	5.17	6.43	5.28	6.12	6.70	6.98
MJB	3.82	4.29	4.49	5.01	4.28	4.80	5.95	5.65	4.86	5.80	6.23	7.64	5.97	6.78	7.88	9.15
MJB*	5.29	6.17	6.71	7.48	5.57	6.53	7.90	7.65	5.90	7.21	7.90	9.60	6.74	7.83	9.32	10.67
MJB**	3.29	4.13	4.68	5.43	3.64	4.40	5.90	5.90	4.10	5.44	6.04	7.93	5.30	6.43	7.89	9.51
S-H	5.45	6.12	5.72	6.31	5.48	5.92	6.32	5.85	5.38	5.76	5.73	5.22	5.76	5.68	5.34	5.36
H-Z	5.60	6.15	6.45	6.90	5.77	5.74	7.23	7.39	6.57	7.38	7.49	8.32	6.91	7.92	9.21	9.55
Roy	5.80	6.56	6.35	6.57	6.16	6.55	7.42	7.11	6.66	6.77	7.28	7.92	6.81	8.25	8.56	9.04
Roy*	5.82	6.16	6.00	6.16	6.18	6.08	6.92	6.81	6.46	7.03	6.72	7.73	7.96	8.39	9.56	9.38

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.30. Çok değişkenli karışık normal dağılım 15. durum için test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	2.76	2.53	2.07	1.20	3.71	3.50	3.37	2.44	4.25	4.29	4.05	4.11	4.86	5.72	6.33	6.55	6.08	6.71	7.45	8.06
Eğrilik*	6.29	7.08	8.15	7.58	6.88	7.77	8.81	8.97	6.91	8.24	9.27	10.26	7.47	9.08	10.77	12.16	8.37	10.00	11.56	13.33
Diklik	0.49	0.24	0.20	0.65	0.86	0.56	0.60	0.84	1.30	0.80	1.01	1.24	1.52	1.45	1.57	2.00	2.10	2.13	2.37	2.29
Diklik*	4.48	4.75	5.80	5.63	4.67	5.07	6.08	6.15	4.69	5.23	5.68	6.57	4.69	5.44	6.17	7.38	4.91	5.65	6.49	7.77
M-F(S_w^2)	3.31	4.06	4.12	4.10	3.99	4.53	4.76	3.92	4.36	5.01	5.07	5.55	4.34	5.61	5.76	6.44	5.09	5.97	6.38	6.87
M-F(C_w^2)	3.54	0.01	0.00	0.00	2.85	63.66	0.01	0.00	2.76	13.26	0.07	0.01	2.88	5.04	0.07	0.11	3.57	4.22	22.17	0.27
M-K	3.61	3.79	3.76	2.41	4.35	5.40	6.03	5.03	5.04	6.55	7.06	7.77	6.17	8.12	9.67	10.79	7.03	9.51	11.42	13.51
D-H	4.70	4.89	5.34	5.48	4.83	4.77	5.25	6.01	4.52	5.32	5.61	5.58	4.82	5.69	6.54	6.77	5.08	5.85	6.65	7.42
Sriv 1	1.76	1.67	1.76	1.48	2.39	2.57	2.68	2.45	2.64	3.02	3.17	3.05	3.58	4.14	4.84	4.94	4.39	5.23	5.41	6.14
Sriv 2	0.46	0.90	3.03	6.04	0.60	1.38	3.00	5.07	0.97	1.93	3.45	4.87	1.51	2.48	3.57	4.70	2.16	3.07	3.78	3.83
MJB	1.24	1.09	1.21	1.01	1.72	1.97	1.94	1.80	2.21	2.37	2.55	2.26	2.78	3.23	3.94	3.92	3.58	4.49	4.46	4.87
MJB*	3.82	3.92	4.26	4.16	4.28	4.77	5.04	5.56	4.42	5.04	5.76	5.70	4.93	5.76	7.28	7.66	5.69	6.88	7.34	8.63
MJB**	2.02	2.12	2.69	2.46	2.34	2.84	3.07	3.45	2.46	2.90	3.49	3.57	2.67	3.62	4.67	5.01	3.25	4.52	4.83	5.68
S-H	5.48	5.78	6.24	6.57	5.69	6.65	6.74	7.25	5.39	5.96	6.77	6.74	5.45	6.34	7.34	8.21	6.45	8.28	8.03	7.89
H-Z	4.94	4.47	4.71	5.05	5.11	5.12	5.43	5.43	5.12	5.25	5.42	5.54	5.34	5.60	5.70	5.95	5.95	5.49	6.33	6.45
Roy	4.70	4.56	4.95	4.30	4.82	4.49	4.93	4.83	4.42	4.53	4.75	4.46	4.40	4.67	4.67	4.70	4.99	5.12	5.38	5.25
Roy*	4.68	4.45	4.84	4.27	4.70	4.36	4.77	4.59	4.47	4.70	4.69	4.76	4.38	4.28	4.28	4.20	4.46	4.21	4.78	4.19

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

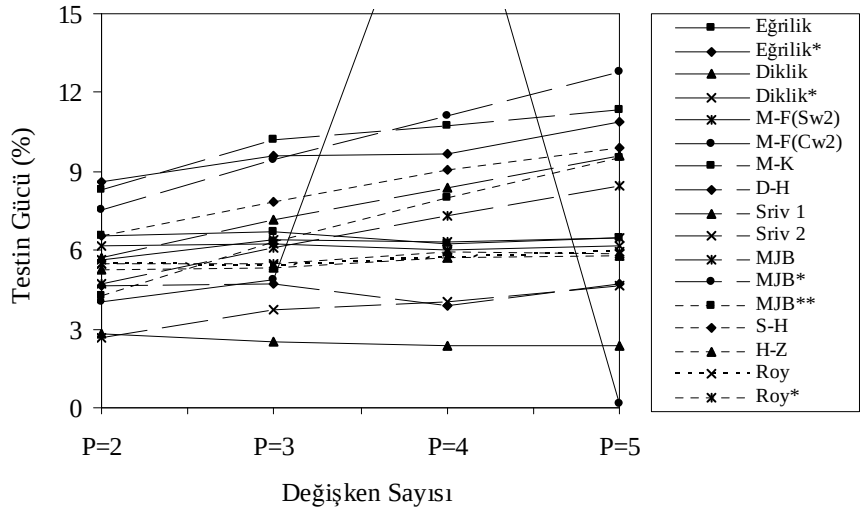
Çizelge 4.30.'un devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	7.51	9.10	10.76	11.99	8.94	12.80	14.18	15.73	11.14	17.40	20.73	23.85	19.09	29.97	36.94	41.50
Eğrilik*	9.05	11.81	14.32	16.33	10.44	15.27	17.34	19.72	12.38	19.43	23.55	27.58	20.08	31.65	39.28	44.10
Diklik	2.71	2.92	3.38	3.12	3.08	3.79	4.43	4.63	3.73	4.54	5.17	6.42	4.59	5.91	7.41	9.18
Diklik*	4.63	5.38	7.41	8.66	4.79	6.07	7.86	9.89	4.86	6.49	8.45	11.65	5.18	7.39	10.44	14.17
M-F(S_w^2)	5.84	6.33	7.51	8.19	6.23	8.27	9.26	10.82	7.15	10.07	12.54	15.44	10.49	16.44	22.85	27.79
M-F(C_w^2)	4.64	4.48	6.58	33.26	5.29	6.22	6.77	11.03	6.46	8.77	10.14	11.98	10.12	15.65	20.78	24.33
M-K	7.88	11.00	15.21	17.86	8.81	13.97	18.23	21.67	10.41	16.63	22.25	27.90	15.49	24.33	32.49	38.14
D-H	4.99	6.32	7.74	8.24	5.34	7.29	8.65	9.60	5.62	8.43	10.09	12.75	7.15	11.19	14.97	17.58
Sriv 1	4.85	6.88	7.93	8.88	5.51	8.34	9.85	11.02	6.99	11.04	13.46	16.25	9.85	16.56	22.14	26.02
Sriv 2	2.80	3.60	4.33	4.21	3.66	4.50	4.77	4.73	4.25	5.06	5.59	6.23	4.91	5.88	7.51	8.04
MJB	3.74	5.68	6.83	7.81	4.81	7.23	8.85	9.97	6.16	9.81	12.25	15.31	8.59	15.24	21.25	24.98
MJB*	5.68	8.10	9.90	11.02	6.23	9.22	11.75	13.36	7.29	11.43	14.65	18.11	9.65	16.88	23.46	27.65
MJB**	3.19	5.29	6.75	8.01	4.04	6.56	8.66	10.38	5.00	8.83	11.82	15.39	7.17	14.06	20.41	24.61
S-H	6.27	8.42	8.63	9.55	7.36	8.94	9.75	10.57	8.03	10.13	11.69	13.48	9.36	13.38	16.78	19.24
H-Z	5.74	6.05	6.62	6.97	5.90	6.75	8.13	8.41	6.38	7.96	8.49	9.73	7.62	9.81	12.28	13.72
Roy	5.76	5.89	6.06	6.39	6.14	6.55	6.80	6.65	6.91	7.85	7.61	8.09	8.32	8.98	10.08	10.94
Roy*	4.27	4.53	4.43	4.23	4.29	4.38	4.29	4.10	4.15	4.47	3.92	4.70	4.44	4.64	4.58	4.46

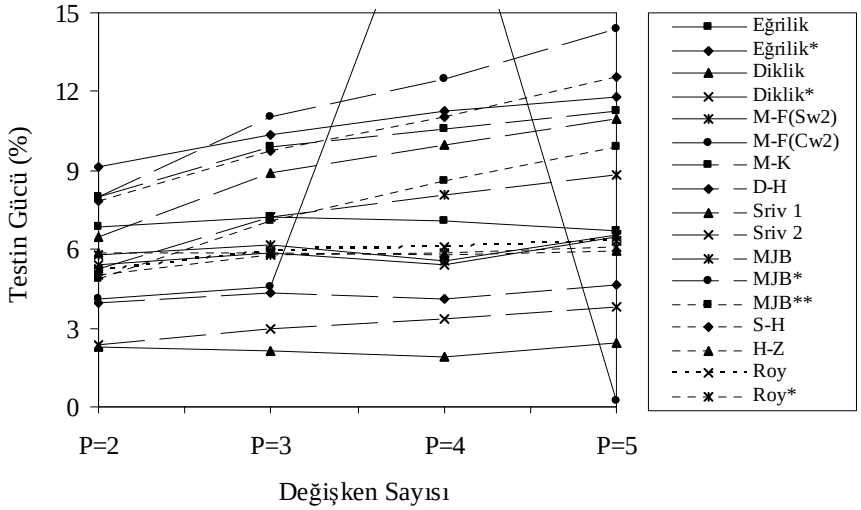
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çok değişkenli normal karışımların 4. ve 5. tipin de ortalama vektörleri ve varyans kovaryans matrisleri birbirinden farklıdır. Çok değişkenli normal karışım tip 4, çok değişkenli normal populasyonlardan alınan ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 olan birinci bileşen ile ortalaması μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 olan ikinci bileşenin çeşitli oranlarda karışımıyla elde edilmiştir. Burada birinci ve ikinci bileşenin %90-%10, %78.8675-%21.1325 ve 0.50-0.50 üç farklı karışım oranında çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafikler Şekil 4.24, 4.25 ve 4.26'da gösterilmiştir.

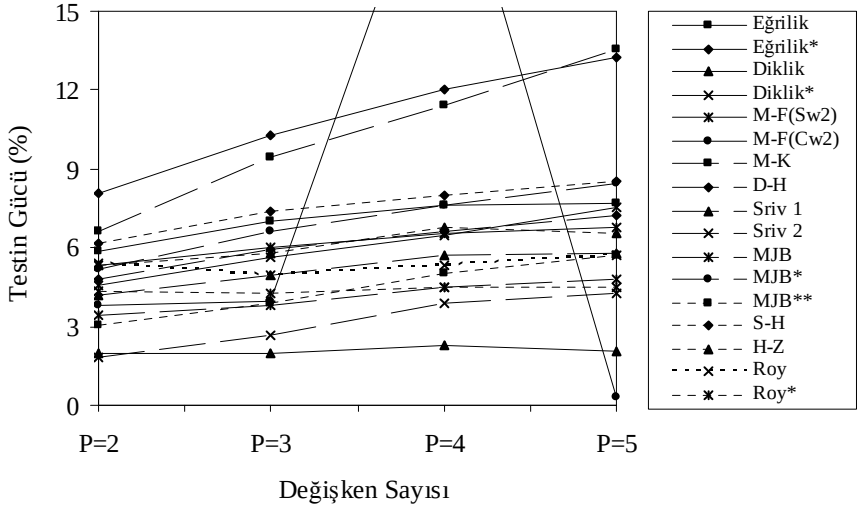
Çok değişkenli normal karışım tip 5 ise çok değişkenli normal populasyonlardan alınan ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 olan birinci bileşen ile ortalama vektörü μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 olan ikinci bileşenin yine aynı oranlarda karışımıyla elde edilmiştir. Aynı şekilde birinci ve ikinci bileşenin %90-%10, %78.8675-%21.1325 ve 0.50-0.50 üç farklı karışım oranında çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafikler Şekil 4.27, 4.28 ve 4.29'da verilmiştir.



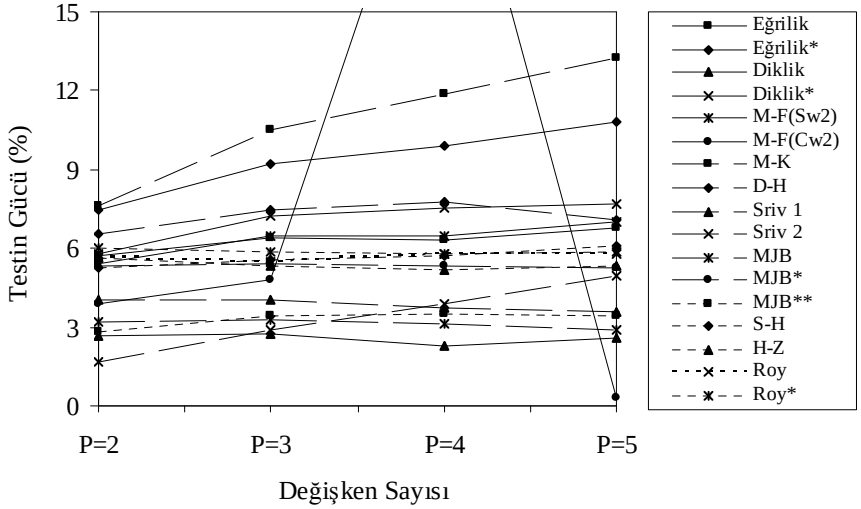
Şekil 4.24. Çok değişkenli verilerin %90'ı μ_1 ve Σ_1, %10'nu ise μ_2 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



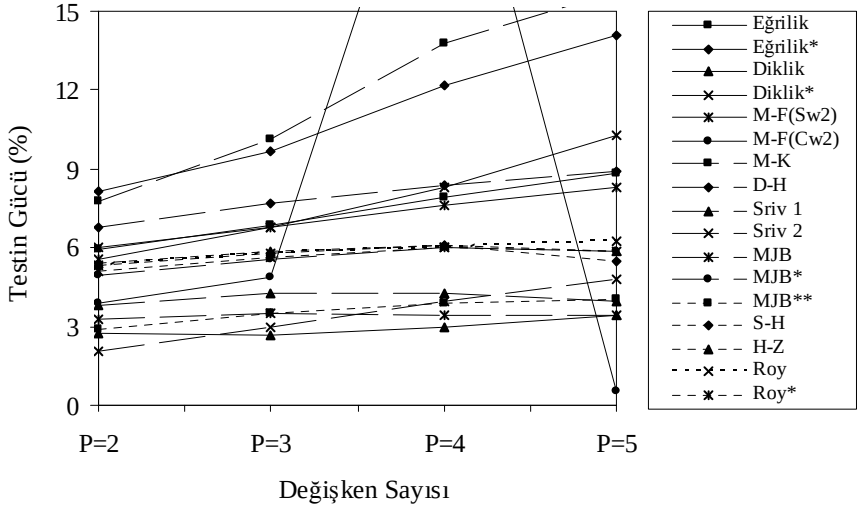
Şekil 4.25. Çok değişkenli verilerin %78.8675'i μ_1 ve Σ_1, %21.1325'i ise μ_2 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



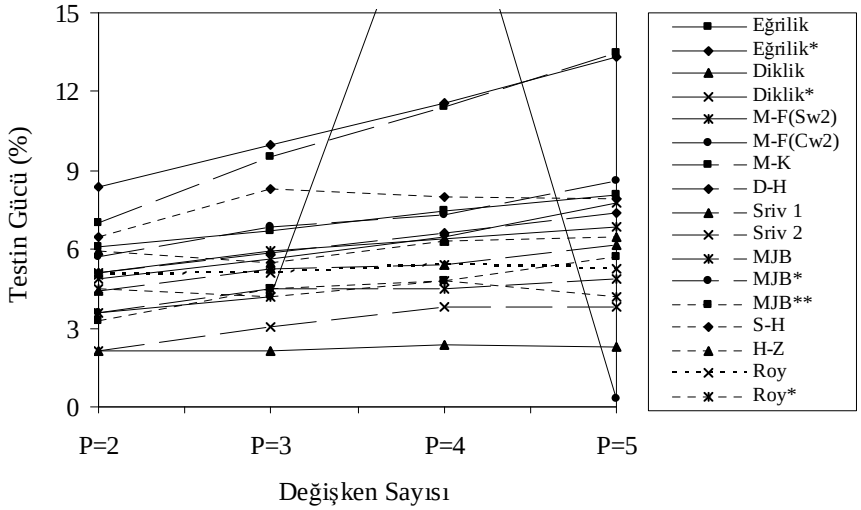
Şekil 4.26. Çok değişkenli verilerin %50'si μ_1 ve Σ_1, %50'si ise μ_2 ve Σ_2 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.27. Çok değişkenli verilerin %90'ı μ_1 ve Σ_2, %10'nu ise μ_2 ve Σ_1 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.28. Çok değişkenli verilerin %78.8675'i μ_1 ve Σ_2, %21.1325'i ise μ_2 ve Σ_1 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.29. Çok değişkenli verilerin %50'si μ_1 ve Σ_2, %50'si ise μ_2 ve Σ_1 parametreli populasyonlardan çekilen örneklerden oluşturulan çok değişkenli karışık normal dağılımda n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için test istatistiklerine ait güç değerlerinin değişimi

Çok değişkenli normal karışım tip 4 ve tip 5'de hem ortalama vektörleri hem de varyans kovaryans matrisleri farklı çok değişkenli iki normal populasyondan çekilen örnekler (n=50) için testlerin çoğunda tahmin edilen güç değerleri karışık dağılımların ilk üç tipinden genellikle bir miktar daha yüksek bulunmuştur.

Çok değişkenli normal karışım tip 4 için birinci karışım oranında (0.90-0.10) gerçekleşen güç değerleri bakımından Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi yine tutarsız sonuçlar göstermiştir. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi ile Srivastava-Hui'nin S-H testi %10'na yakın güç değerlerine ulaşmıştır. Geri kalan diğer testler ise %5'e yakın veya %5'in altında güç değerleri tahmin etmişlerdir. Burada Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi ile Henze-Zirkler'in H-Z testinin güç değerleri değişken sayısının artmasıyla bir miktar artmıştır.

Çok değişkenli normal karışım tip 4 de karışım 1'den karışım 3'e Eğrilik testi ve Eğrilik* testine ait tahmini güç değerleri genelde hafiften artmıştır. M-K testi karışım 1 ve karışım 2 de benzer tahmini güç değerleri gösterirken karışım 3 için değişken sayısı p=2 ve 3 olduğunda daha düşük güç değerleri elde etmiş ancak değişken sayısı p=4 ve 5 olduğunda daha yüksek güç değerlerine sahip olmuştur. Sriv 1 testi, MJB testi, MJB* testi, MJB** testi ve S-H testinin güç değerleri karışım 1'den karışım 2'ye artış

gösterirken karışım 3'de azalmıştır. Diğer testler ise %5'e yakın veya altında güç değerlerine sahip olmuştur.

Çok değişkenli normal karışım tip 5 de birinci karışım oranında (0.90-0.10) gerçekleşen güç değerleri bakımından Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi ve Mardia-Kent'in M-K testi sırasıyla %10.78 ve %13.26 güç değerlerine ulaşmıştır. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi ve Doornik-Hansen'nın D-H testi %5'in biraz üzerinde güç değerlerine sahip olmuştur. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi güç bakımından yine tutarsız sonuçlar göstermiştir. Geri kalan diğer testlerin tahmini güç değerleri ise %5'e yakın ve %5'in altında bulunmuştur. Burada Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Diklik testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 2 testi ile Srivastava-Hui'nin S-H testinin güç değerleri değişken sayısının artmasıyla hafiften artmıştır.

Çok değişkenli normal karışım tip 5 de karışım 1'den karışım 3'e MJB* testi ve S-H testine ait tahmini güç değerleri genelde hafiften artmıştır. Eğrilik testi, Eğrilik* testi, Diklik* testi, M-F(S_w^2) testi, M-K testi ve D-H testine ait güç değerleri karışım 1'den karışım 2'ye artış gösterirken karışım 3'de azalmıştır. Diğer testler ise %5'e yakın veya altında tahmini güç değerlerine sahip olmuştur.

Tahmini güç değerleri bakımından tip 4 ve tip 5'in sonuçları karışım 3 için genelde benzer olmasına rağmen karışım 1 ve karışım 2 de test istatistiklerinin çoğunda bariz farklılıklar görülmüştür.

4.5. Çok Değişkenli Ki-Kare (sd = 1) Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı eğri (skewed) bir dağılım olduğu için çok değişkenli normallikle ilgili bütün testlerin bu durumda çok yüksek reddetme oranına sahip olması beklenir. Bu dağılım için simülasyon sonuçları Çizelge 4.31'de verilmiştir. Burada Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi haricinde bütün testlerin gücü n ve p'nin artmasıyla sürekli bir şekilde artarak %100'e ulaşmıştır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testine ait güç değerlerinin güvenilir olmadığı görülmektedir. Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi ile Srivastava'nın Sriv 2 testinin güç performansı ise diğer testlerden daha düşük bulunmuştur. Söz konusu bu testlerin en düşük güç değerleri %42.45 ve%43.11 olarak tahmin edilmiştir. Mardia'nın çok değişkenli Diklik*

testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi n=20 olduğunda sırasıyla %76.58, %83.45, %84.40, %82.52, %75.85, %85.54, %77.48 güç değerlerini almışlardır. Kalan testlerin gücü %90'ın üzerinde bulunmuştur. Bu testlerden Henze-Zirkler'in H-Z testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testinin tahmini güç değerleri n= 20 olduğunda sırasıyla %98.73, %99.41, %99.97 ve %99.97 olarak bulunmuş ve örnek büyüklüğü ile değişken sayısının artmasıyla güç performansları hızlıca artarak %100'e ulaşmıştır.

Çizelge 4.31. Çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	91.99	94.08	94.01	92.55	97.78	99.08	99.33	99.30	99.56	99.89	99.96	99.90	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Eğrilik*	96.29	97.98	98.31	98.32	99.09	99.68	99.83	99.82	99.79	99.97	99.99	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik	55.90	55.87	51.37	42.45	69.81	74.50	74.97	72.04	79.71	84.63	86.85	87.23	91.99	95.25	96.53	97.44	96.28	98.55	99.24	99.41
Diklik*	76.58	83.01	86.61	88.26	83.85	90.19	93.56	94.74	89.67	94.27	96.59	97.49	95.79	98.22	99.11	99.63	98.22	99.52	99.79	99.90
M-F(S_w^2)	83.45	87.68	88.18	86.24	93.46	97.00	97.70	97.76	97.86	99.30	99.68	99.66	99.92	99.96	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	79.08	0.02	29.12	15.80	92.25	99.92	52.73	54.03	97.76	99.88	26.48	77.31	99.94	99.99	0.00	85.34	100.00	100.00	100.00	1.83
M-K	84.40	88.24	88.14	86.78	93.52	96.25	96.67	96.76	97.69	98.92	99.20	99.21	99.84	99.91	99.96	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
D-H	99.41	99.91	99.98	99.99	99.97	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 1	82.52	82.86	81.32	78.57	91.25	91.70	91.62	90.37	95.27	95.88	96.29	95.15	98.31	98.75	98.75	98.89	99.43	99.44	99.63	99.67
Sriv 2	46.72	47.56	46.22	43.11	61.36	65.52	65.24	63.66	73.26	76.81	78.22	77.59	86.74	90.49	91.00	92.22	93.18	95.54	96.47	97.50
MJB	75.85	78.23	77.48	75.18	88.00	89.74	89.82	88.87	93.71	94.83	95.35	94.45	97.74	98.56	98.65	98.84	99.14	99.43	99.64	99.68
MJB*	85.54	87.04	87.21	86.51	92.52	93.60	94.23	94.08	95.80	97.04	97.32	97.06	98.41	99.06	99.26	99.36	99.34	99.63	99.82	99.81
MJB**	77.48	81.88	82.67	81.89	87.49	90.78	91.56	91.58	92.95	95.13	96.04	95.71	97.45	98.59	98.73	99.10	98.91	99.43	99.66	99.74
S-H	94.69	94.18	93.10	91.83	97.50	97.08	97.26	96.37	98.73	98.75	98.63	98.24	99.70	99.73	99.58	99.61	100.00	99.94	99.89	99.90
H-Z	98.73	99.19	98.96	98.82	99.73	99.90	99.95	99.84	99.98	100.00	99.97	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

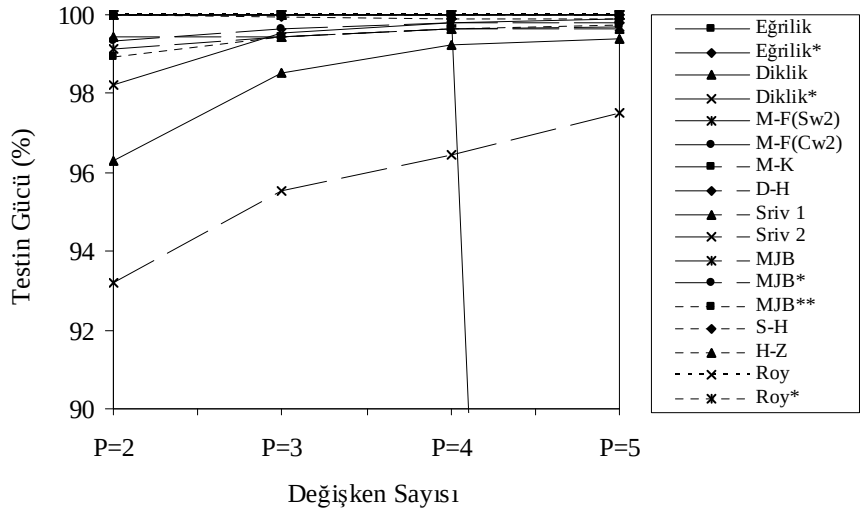
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.31.'in devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Eğrilik*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik	99.74	99.94	99.99	100.00	99.94	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	99.90	99.97	100.00	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
D-H	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 1	99.98	99.97	99.99	99.98	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 2	98.50	99.47	99.74	99.73	99.59	99.94	99.97	99.95	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB	99.89	99.98	99.99	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB*	99.95	99.99	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB**	99.88	99.98	99.99	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
S-H	100.00	99.99	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
H-Z	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.30'da verilmiştir.



Şekil 4.30. Çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi

Çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından elde edilen verilerde n=50 örnek genişliği için testlere ait tahmini güç değerleri incelendiğinde Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi dışında bütün testlerin gücü %90'nın üzerinde bulunmuştur. Testlerin bir kısmının tahmini gücü %100'dür. Burada M-F(C_w^2) testi haricinde bütün testlerin güç değerleri değişken sayısının artmasıyla hafiften artmıştır.

4.6. Çok Değişkenli Lognormal Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Çok değişkenli lognormal dağılım da eğri (skewed) bir dağılımdır. Çok değişkenli lognormal dağılım için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.32'de verilmiştir. Bu dağılımda bütün testler için tahmini güç değerleri çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından elde edilen güç değerlerine genel olarak benzerdir. Burada yine Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi tutarsız sonuçlar vermiş diğer testlerin gücü ise genelde çok yüksek bulunmuştur. Ancak örnek genişliği n=20 olduğunda Srivastava'nın Sriv 2 ve Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi yine düşük

güç değerlerine sahip olmuşlardır. Bu testlerin en düşük güç değerleri %56.84 ve %58.55 şeklinde tahmin edilmiştir. Lognormal dağılımda en güçlü testler sırasıyla Henze-Zirkler'in H-Z testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testleri şeklindedir. Söz konusu bu testlerde n=20 olduğunda en düşük güç değerleri sırasıyla %96.42, %98.38, %99.44 ve %99.46 olarak tahmin edilmiştir.

Çizelge 4.32. Çok değişkenli lognormal dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	91.69	94.42	95.07	95.09	97.51	98.89	99.40	99.40	99.32	99.78	99.93	99.98	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Eğrilik*	95.51	97.80	98.28	98.75	98.69	99.69	99.81	99.89	99.65	99.92	99.95	99.99	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik	63.71	66.79	64.75	58.55	77.47	82.96	85.62	84.54	86.48	91.54	93.60	94.63	95.48	98.09	98.99	99.35	98.23	99.50	99.79	99.92
Diklik*	80.49	87.54	90.66	93.03	88.08	93.33	96.31	97.44	92.53	96.91	98.36	98.90	97.67	99.35	99.79	99.94	99.13	99.85	99.98	100.00
M-F(S_w^2)	84.91	89.83	91.29	91.45	93.72	96.95	98.38	98.62	97.91	99.36	99.67	99.88	99.76	99.99	99.99	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	80.13	0.01	43.73	29.18	92.14	99.88	70.45	72.11	97.46	99.79	30.15	89.54	99.76	100.00	0.00	95.58	100.00	99.99	100.00	0.99
M-K	85.96	90.75	92.11	92.09	93.99	96.81	98.04	98.36	97.84	99.10	99.50	99.68	99.73	99.98	99.96	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00
D-H	98.38	99.65	99.95	99.98	99.76	99.97	100.00	100.00	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 1	84.50	87.30	87.27	87.98	93.04	94.68	95.38	95.27	96.04	97.61	97.95	98.14	98.91	99.40	99.58	99.73	99.72	99.80	99.87	99.91
Sriv 2	56.84	61.43	63.24	64.51	71.88	77.37	80.49	81.59	81.90	87.77	90.01	91.56	92.93	96.26	97.54	98.35	96.96	98.90	99.35	99.69
MJB	79.90	83.98	84.86	86.23	90.90	93.38	94.59	94.92	94.89	97.21	97.61	98.06	98.50	99.39	99.57	99.70	99.62	99.82	99.87	99.94
MJB*	86.95	90.82	91.66	92.81	93.81	95.91	96.94	97.24	96.55	98.17	98.77	98.92	98.91	99.64	99.78	99.85	99.76	99.88	99.93	99.95
MJB**	81.16	86.84	88.55	90.31	90.41	94.08	95.54	96.21	94.42	97.32	98.07	98.48	98.35	99.38	99.62	99.74	99.45	99.83	99.89	99.95
S-H	93.74	95.08	95.11	95.23	97.44	97.98	98.24	98.16	98.35	98.94	99.20	99.16	99.63	99.80	99.76	99.87	99.92	99.88	99.94	99.94
H-Z	96.42	98.07	98.31	98.06	98.97	99.62	99.70	99.71	99.75	99.95	99.96	99.97	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	99.44	99.97	100.00	100.00	99.92	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	99.46	99.97	100.00	100.00	99.92	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

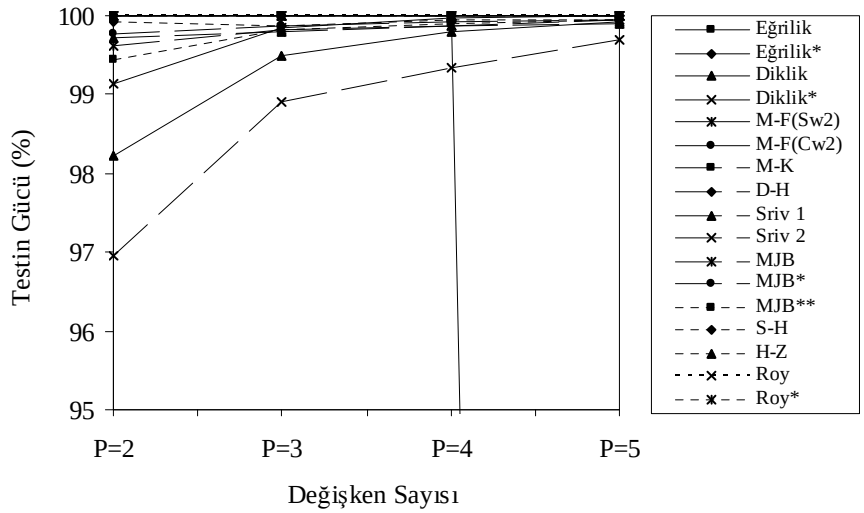
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.32.'nin devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Eğrilik*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik	99.90	100.00	100.00	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	99.96	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
D-H	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 1	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 2	99.57	99.97	99.99	100.00	99.90	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB*	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB**	99.95	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
S-H	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
H-Z	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çok değişkenli lognormal dağılımından çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.31'de verilmiştir.



Şekil 4.31. Çok değişkenli lognormal dağılımında n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi

Çok değişkenli lognormal dağılımından elde edilen verilerde n=50 örnek genişliği için testlere ait tahmini güç değerleri incelendiğinde genelde 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımından elde edilen güç değerlerine benzer veya bir miktar daha yüksektir.

4.7. Knintchine Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Knintchine dağılımı, her bir değişken marjinal tek değişkenli normal dağılım gösterdiği halde değişkenler birlikte çok değişkenli normal dağılım göstermemesiyle sıra dışı bir özelliğe sahiptir (Mecklin, 2000). Bu dağılım için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.33'de verilmiştir. Çizelge 4.33'de görüldüğü üzere Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi tutarsız sonuçlar vermiştir. Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testi %5'e yakın güç değerleri almışlardır. Srivastava'nın Sriv 1 testi ve Srivastava-Hui'nin S-H testinin de güç performansları düşük çıkmıştır. n=250 olduğunda bu testlerin maksimum güç değerleri %55.67 ve %41.55 olarak tahmin edilmiştir. Kalan testlerde gözlem sayısının ve özellikle değişken sayısının artmasıyla

güç değerlerindeki artış daha büyük olmuştur. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Eğrilik*, Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi ile Henze-Zirkler'in H-Z testine ait güç değerleri sırasıyla %20.04-%92.37, %20.74-%93.18, %55.04-%100.00, %60.76-%100.00, %44.79-%100.00, %88.17-%100.00, %56.05-%99.72, %51.77-%99.20, %54.72-%99.45, %51.71-%99.38, %60.02-100.00 aralığında bulunmuştur. Burada en yüksek güç performansına sahip olan Mardia'nın çok değişkenli Diklik*testi, Mardia-Kent'in M-K testi ve Henze-Zirkler'in H-Z testi %60 ile %100 aralığında değişen güç değerleri elde etmişlerdir.

Çizelge 4.33. Knintchine dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	8.11	12.93	19.06	22.76	9.85	18.00	27.42	37.33	11.45	21.11	33.86	47.00	13.12	26.66	42.26	60.50	14.97	30.00	49.88	68.43
Eğrilik*	15.14	24.01	37.17	46.33	15.38	28.12	42.50	57.47	16.16	29.88	47.22	63.36	16.82	33.50	52.33	71.03	18.14	36.16	57.45	75.98
Diklik	2.73	3.73	4.44	3.88	4.47	7.79	11.98	15.24	6.62	12.28	20.91	28.28	9.44	22.38	36.71	53.62	12.83	30.89	52.67	71.37
Diklik*	13.70	24.88	39.29	50.35	14.78	30.29	48.34	63.11	17.14	34.12	55.81	71.50	19.37	42.69	65.57	83.56	22.09	50.03	76.26	91.09
M-F(S_w^2)	6.41	10.89	15.98	19.82	8.62	15.54	24.60	34.77	10.09	19.52	32.63	46.15	12.07	26.82	44.45	64.66	14.49	32.76	56.29	76.45
M-F(C_w^2)	5.69	0.09	0.44	0.04	5.96	69.44	2.46	1.90	7.29	25.27	6.02	7.36	9.36	22.53	8.77	24.05	12.18	26.98	64.16	39.79
M-K	10.48	17.75	25.38	28.75	13.45	25.64	36.69	47.85	17.04	31.92	47.81	60.55	21.14	42.27	61.48	77.42	27.54	51.97	73.38	87.13
D-H	3.96	2.90	2.35	1.69	3.73	2.93	2.34	1.67	4.24	3.06	2.38	1.66	4.51	3.67	2.49	1.93	4.89	3.80	3.08	2.36
Sriv 1	6.09	7.72	10.15	11.59	7.31	11.33	14.13	17.00	8.64	12.95	17.40	22.45	10.59	17.25	22.74	28.26	12.60	19.94	27.54	33.85
Sriv 2	2.03	2.49	3.57	3.83	3.55	5.67	7.10	8.81	5.87	8.06	11.63	15.11	8.87	15.00	20.65	28.16	12.54	21.48	31.56	41.41
MJB	5.07	7.00	9.18	10.50	6.85	10.87	14.22	17.04	9.11	13.54	18.69	24.23	12.15	20.75	27.02	34.49	15.75	25.61	35.98	44.98
MJB*	11.78	16.15	20.68	23.59	13.55	20.85	26.24	31.09	15.27	23.28	31.29	37.72	18.31	30.30	39.45	48.77	21.55	34.72	48.06	57.28
MJB**	7.34	11.05	15.39	18.33	8.44	14.78	19.82	24.82	10.46	17.11	24.80	31.77	12.84	23.51	32.52	41.84	15.94	28.02	41.46	51.54
S-H	11.01	14.95	18.83	22.22	11.71	18.11	22.67	27.29	11.81	17.04	23.23	29.53	11.66	18.88	24.45	31.40	11.72	18.47	26.75	34.35
H-Z	8.03	13.33	20.83	27.78	8.87	16.56	26.77	37.71	9.96	19.53	33.82	46.39	11.55	26.87	44.83	62.54	13.09	32.44	56.56	76.05
Roy	5.35	5.15	5.31	5.62	5.14	5.39	5.43	5.63	4.96	4.84	5.26	4.93	5.08	5.34	5.50	5.02	5.54	5.37	5.62	5.57
Roy*	5.31	5.15	5.23	5.41	5.02	5.22	5.47	5.60	5.27	5.24	5.63	5.45	5.26	5.25	5.61	5.53	5.43	5.34	5.43	5.67

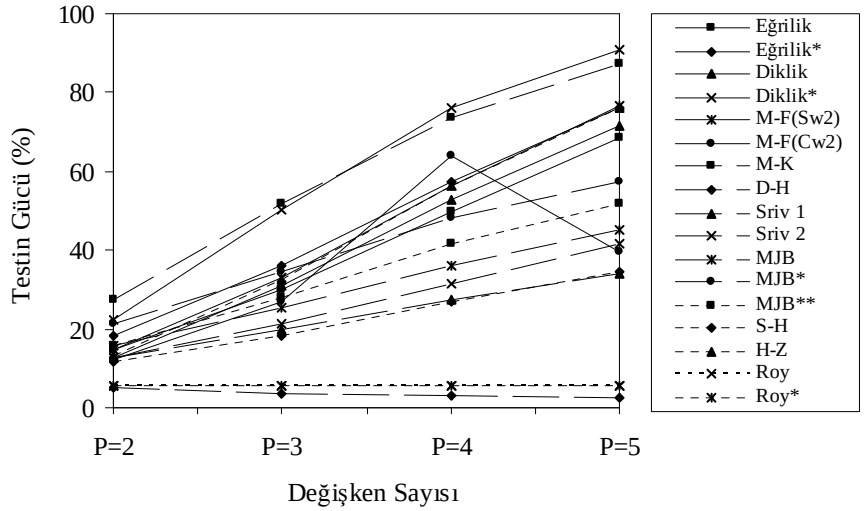
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.33.'ün devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	16.40	36.07	57.79	78.40	17.75	39.36	64.28	83.93	19.48	43.24	68.76	88.07	20.04	47.13	73.48	92.37
Eğrilik*	18.48	39.98	63.31	82.80	19.66	42.49	68.06	86.40	20.62	45.38	71.02	89.46	20.74	48.29	74.67	93.18
Diklik	19.47	50.76	78.17	92.84	25.78	65.41	90.93	98.39	37.53	84.30	98.55	99.95	55.04	97.46	99.98	100.00
Diklik*	27.88	65.27	89.62	97.79	34.64	76.64	96.19	99.63	44.40	89.37	99.46	99.97	60.76	98.32	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	17.86	46.84	75.76	92.33	22.42	59.19	88.04	97.97	30.30	77.66	97.39	99.90	44.79	94.92	99.97	100.00
M-F(C_w^2)	15.88	42.19	72.41	95.76	20.86	56.04	86.35	97.94	29.09	76.07	97.08	99.88	44.43	94.81	99.96	100.00
M-K	38.42	69.77	89.12	96.87	49.33	82.27	95.73	99.31	66.48	94.68	99.57	99.95	88.17	99.76	100.00	100.00
D-H	4.63	4.03	3.47	2.76	4.63	4.70	4.00	3.38	4.84	4.81	4.75	3.75	4.94	4.90	4.83	4.46
Sriv 1	14.06	24.51	32.54	41.02	15.98	26.60	36.25	45.72	17.09	29.70	40.92	50.71	18.17	32.77	44.98	55.67
Sriv 2	19.90	37.69	54.28	68.51	28.38	50.91	71.89	84.53	39.29	70.06	88.55	96.44	56.05	88.31	97.88	99.72
MJB	21.61	38.76	52.38	64.29	28.55	48.80	66.71	78.99	37.40	64.64	83.21	92.93	51.77	83.55	95.93	99.20
MJB*	27.23	46.86	62.05	73.65	33.50	56.16	74.24	85.12	41.46	70.03	87.21	95.19	54.72	86.03	96.90	99.45
MJB**	21.15	40.66	56.65	69.58	27.95	50.85	70.35	82.41	36.96	66.27	85.12	94.41	51.71	84.48	96.41	99.38
S-H	10.56	19.01	25.76	34.60	10.54	18.11	25.85	35.62	9.40	17.22	26.27	36.31	9.29	17.50	28.18	41.55
H-Z	18.08	48.99	78.95	93.38	23.58	65.36	91.85	98.66	35.77	85.64	99.08	99.94	60.02	98.75	100.00	100.00
Roy	5.12	5.98	6.22	5.60	5.17	5.68	5.85	6.03	5.36	5.74	6.54	6.50	5.82	5.50	6.71	6.76
Roy*	5.07	5.48	5.48	5.02	4.73	5.36	5.61	5.14	4.81	5.28	5.58	4.90	4.94	5.50	5.24	5.22

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Knintchine dağılımından çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.32'de gösterilmiştir.



Şekil 4.32. Knintchine dağılımında n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi

Knintchine dağılımından elde edilen verilerde n=50 örnek genişliği için testlere ait tahmini güç değerleri incelendiğinde Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi Mardia-Kent'in M-K testi ve Mardia'nın çok değişkenli Diklik* testi sırasıyla %75.98, %76.45, %76.05, %87.13 ve %91.09 güç değerlerine ulaşmışlardır. Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testi %5'e yakın güç değerleri almışlardır. Geri kalan testler ise değişken sayısının artmasıyla %33 ile %71 arasında değişen güç değerleri elde etmişlerdir. Burada Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testi ile Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi dışında diğer testlerin güç değerleri değişken sayısının artmasıyla artmıştır.

4.8. Genelleştirilmiş Üstel Güç Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Genelleştirilmiş üstel güç ailesinin eğrilik ve diklik değerleri, çok değişkenli normal dağılımın eğrilik ve diklik değerlerine eşdeğer olmasına karşılık çok değişkenli üstel güç ailesine ait dağılımlar, çok değişkenli normal dağılım göstermezler (Mecling,

2000; Naczk, 2004). Söz konusu dağılımın bu özelliğinden dolayı eğrilik ve diklik değerlerini temel alan test istatistiklerinin güç performansları diğer testlere nazaran düşük çıkması beklenir. Bu dağılıma karşı test istatistiklerinin güç sonuçları Çizelge 4.34'de verilmiştir. Çizelge 4.34 incelendiğinde Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi %0.0 dan %100'e inip çıkan güç değerlerine sahip olduğu için tutarsız bir testtir. Srivastava'nın Sriv 2 testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik ve Diklik* testi, diğer testlerden oldukça düşük güç değerleri tahmin etmiştir. Bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %9.00, %10.01 ve %13.39 olarak elde edilmiştir. Ayrıca örnek genişliği $n \leq 50$ olduğu durumlarda Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi ve Srivastava-Hui'nin S-H testinin güç performansları düşük çıkmıştır. Ancak Henze-Zirkler'in H-Z testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testi diğer testlere nazaran oldukça yüksek güç performansı göstermiştir.

Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi ve Henze-Zirkler'in H-Z testi için genelde gözlem sayısının artmasıyla güç performansları da artarak %100 veya %100'e yaklaşmıştır. Fakat değişken sayısının artmasıyla bu testlerin güç performansı genelde azalmıştır.

Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testi $n=20$ ve $p=2$ için sırasıyla %57.54, %78.26 ve %78.17 güç değerleriyle diğer testlere nazaran daha iyi bir güç performansı göstermişlerdir. Bu testler örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla tahmini güç değerleri hızla artmış ve $n=50$ olduğunda güç değerleri %100'e ulaşmıştır.

Çizelge 4.34. Genelleştirilmiş üstel güç dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	18.92	13.42	8.94	5.01	28.24	22.74	17.22	11.78	40.92	35.98	27.89	20.65	62.63	60.56	52.55	44.58	80.10	79.57	75.91	69.29
Eğrilik*	31.44	28.40	24.37	19.75	42.00	38.59	34.69	28.39	53.30	50.47	44.81	39.60	71.44	71.63	66.77	61.62	85.35	85.97	84.02	80.99
Diklik	2.29	0.85	0.44	0.73	2.85	1.73	1.18	1.35	3.47	2.66	1.75	1.57	4.48	3.65	2.81	2.36	5.50	4.69	3.57	3.19
Diklik*	10.45	9.48	8.82	8.23	9.70	9.26	9.66	8.87	9.95	10.62	9.46	8.76	10.64	10.35	9.87	9.10	10.62	10.71	10.17	9.60
M-F(S_w^2)	10.47	7.23	5.04	3.22	14.34	11.43	9.17	6.45	20.69	18.42	13.96	10.65	35.15	33.71	28.49	22.89	52.90	53.31	49.50	41.74
M-F(C_w^2)	5.87	0.01	0.00	0.00	9.92	74.16	0.14	0.02	16.62	40.77	0.10	0.08	35.32	50.82	0.00	0.28	57.19	71.09	94.34	0.20
M-K	14.16	12.03	9.31	5.91	18.03	16.24	14.50	10.94	24.28	22.57	18.68	15.71	36.96	33.48	28.46	24.07	51.73	46.29	39.73	34.10
D-H	57.54	67.05	72.18	75.32	73.47	84.52	89.10	91.69	86.29	93.93	96.74	98.16	96.94	99.40	99.83	99.92	99.42	99.97	99.99	100.00
Sriv 1	12.74	8.73	6.01	4.46	20.85	14.60	11.22	7.90	29.80	22.27	16.42	12.85	47.12	37.26	29.46	23.06	60.70	51.84	42.90	35.11
Sriv 2	1.41	1.39	3.14	6.59	2.09	1.96	3.32	5.88	2.51	2.90	3.88	5.45	3.81	3.65	4.08	5.69	4.66	4.33	4.58	5.25
MJB	7.62	5.22	3.82	2.90	12.32	9.49	7.62	5.15	19.20	15.29	11.68	9.27	36.90	29.70	23.68	18.77	53.22	44.89	37.90	30.47
MJB*	15.85	13.67	10.85	9.34	21.89	18.50	16.21	12.89	29.32	25.41	20.46	17.57	46.11	38.59	32.47	26.92	59.24	52.00	45.03	37.98
MJB**	8.96	7.46	6.63	5.74	11.75	10.41	9.77	7.82	15.74	14.64	12.68	11.14	27.46	25.35	22.05	18.59	41.32	38.18	33.55	28.25
S-H	41.31	31.64	23.74	18.73	51.68	39.51	31.47	25.19	59.50	47.37	37.71	30.68	72.68	62.05	51.70	42.89	79.91	73.53	63.22	53.25
H-Z	50.99	47.61	42.32	36.93	64.06	62.41	58.08	51.29	75.58	75.39	71.05	64.88	90.15	90.31	87.76	84.29	96.47	96.79	95.95	93.98
Roy	78.26	90.19	95.62	98.24	90.73	97.39	99.32	99.90	96.58	99.50	99.95	99.98	99.72	99.99	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00
Roy*	78.17	90.11	95.59	98.23	90.38	97.23	99.29	99.88	96.19	99.39	99.92	99.98	99.62	99.99	100.00	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00

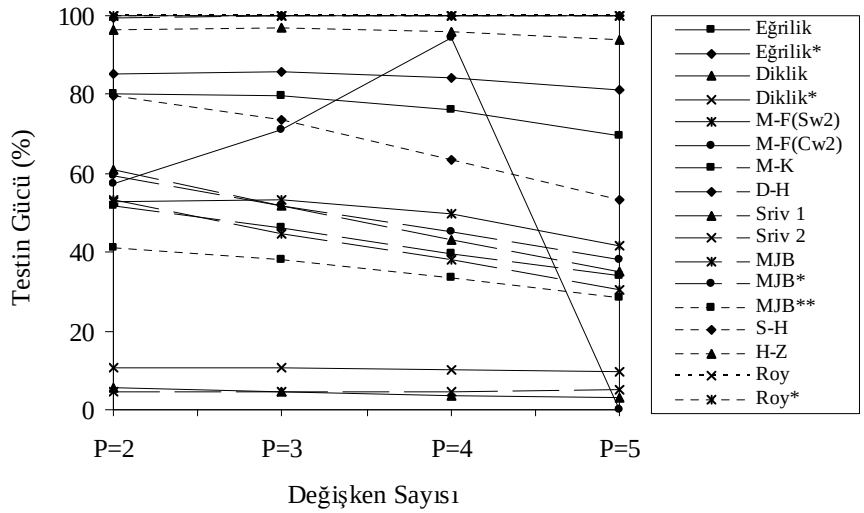
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.34.'ün devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	97.57	98.07	98.01	97.47	99.86	99.94	99.99	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Eğrilik*	98.28	98.75	98.91	98.59	99.91	99.97	99.99	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik	6.77	6.10	4.90	4.34	7.91	6.42	5.78	5.13	8.84	7.80	7.53	6.58	10.01	10.00	9.09	8.34
Diklik*	11.26	11.04	10.63	10.13	11.40	10.89	10.87	11.23	11.78	11.69	11.84	11.53	12.52	13.39	13.11	13.23
M-F(S_w^2)	90.45	92.81	91.93	89.73	99.46	99.73	99.80	99.69	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	93.70	97.05	98.79	99.99	99.69	99.96	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	85.49	77.87	69.29	60.56	98.86	96.14	90.49	82.91	100.00	100.00	99.92	99.35	100.00	100.00	100.00	100.00
D-H	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 1	79.29	74.99	67.86	59.81	87.52	85.38	81.61	75.92	95.67	95.35	93.87	90.98	99.54	99.23	98.81	98.54
Sriv 2	5.91	5.38	4.78	5.48	6.80	6.01	5.04	5.09	8.09	6.68	5.96	5.77	9.00	8.13	7.01	6.27
MJB	74.85	71.16	63.92	57.40	84.25	83.48	79.90	74.18	94.34	94.31	92.91	90.54	99.54	99.09	98.65	98.33
MJB*	77.19	74.40	67.99	61.50	85.49	84.81	81.47	76.55	94.69	94.58	93.32	91.14	99.54	99.09	98.71	98.43
MJB**	67.82	64.62	58.94	53.40	79.38	79.21	75.98	70.71	91.95	92.85	91.44	88.95	99.25	98.83	98.42	98.05
S-H	91.44	87.24	80.15	72.74	96.57	93.43	88.55	82.81	99.57	98.02	95.89	92.50	100.00	99.78	99.08	98.12
H-Z	99.84	99.91	99.81	99.70	99.98	100.00	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Genelleştirilmiş Üstel Güç dağılımından çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.33'de gösterilmiştir.



Şekil 4.33. Genelleştirilmiş Üstel Güç dağılımında n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi

Genelleştirilmiş Üstel Güç dağılımından elde edilen verilerde n=50 örnek genişliği için Şekil 4.33'de görüldüğü üzere büyükten küçüğe sırasıyla Royston'un Roy ve Roy* testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi ve Henze-Zirkler'in H-Z testi çok yüksek güç performanslarına ulaşmışlardır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi güç bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir. Doornik-Hansen'nın D-H testi ile Royston'un Roy ve Roy* testine ait güç değerleri değişken sayısının artmasıyla artarken geri kalan testler de güç performansları genelde değişken sayısının artmasıyla azalmıştır.

4.9. Pearson Tip II Dağılımı (*m* = -0.5, -0.25, 0, 0.5, 1, 2, 4 ve 10) İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Bu çalışmada Pearson Tip II dağılımı ile ilgili 8 farklı durum dikkate alınmıştır. Burada parametre *m*=0 değeri için Pearson Tip II dağılımı, çok değişkenli uniform dağılımını gösterir. Pearson Tip II dağılımınlarına karşı test istatistiklerinin güç performansları Çizelgeler 4.35-4.42'de verilmiştir. Söz konusu çizelgeler incelendiğinde dağılıma ait parametre m'nin değerinin artmasıyla Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi ile Srivastava'nın Sriv 1 testine ait güç değerleri değişmezken geri kalan

diğer test istatistiklerinin güç performanları azalmıştır. Genel olarak bu testler incelendiğinde Doornik-Hansen'nın D-H testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Royston'un Roy ve Roy* testinde değişken sayısının artmasyla güç performansları azalmıştır. Ancak Mardia'nın çok değişkenli Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi ve Srivastava'nın Sriv 2 testinde ise değişken sayısının artmasyla güç performanslarında artış gözlenmiştir. Mardia-Kent'in M-K testinin tahmini güç değerleri genelde sıfır veya sıfıra çok yakın değerler alırken, örnek genişliği n≥100 ve değişken sayısı az olduğunda güç değerlerinin yüksek olmasına karşılık dağılım parametresinin ve değişken sayısının artmasıyla güç performansları azalmıştır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testinde ise n≤50 olduğunda tahmini güç değerleri bakımından tutarsız sonuçlar elde edilmiştir.

Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi ile Srivastava'nın Sriv 1 testi, Pearson Tip II dağılımının dikkate alınan bütün parametre *m* değerlerinde örnek genişliği ve değişken sayısı ne olursa olsun sıfır ya da sıfıra çok yakın güç değerleri elde ettiği görülmüştür.

Mardia-Kent'in M-K testinin tahmini güç değerleri, parametre *m*=-0.50 değeri ile Pearson Tip II dağılımında örnek genişliği n=100'e kadar sıfır veya sıfıra çok yakın değerler alırken, örnek genişliği n=100'den itibaren örnek genişliğinin artmasıyla tahmini güç değerleride artmıştır. Ancak değişken sayısının artmasyıla güç performansı azalmıştır. Örneğin n=150 olduğunda p=2 için tahmini güç değeri %100 iken, p=3 için %13.17, p=4 ve p=5 için ise %0.0 bulunmuştur. Dağılım parametresi *m*=-0.25 ve örnek genişliği n≤100 olduğunda Mardia-Kent'in M-K testinin tahmini güç değerleri sıfır ya da sıfıra çok yakındır. Örnek genişliği n=150 ve değişken sayısı p=2 olduğunda testin güç performansı oldukça yüksek iken değişken sayısı p=3, p=4 ve p=5 olduğunda ise sıfır ya da sıfıra çok yakın değerler aldığı görülür. Örnek genişliği n=250 olduğunda ise değişken sayısı p=2 ve p=3 için yüksek güç değerleri alırken değişken sayısı p=4 ve p=5 olduğunda %3.22 ve %0.0 güç değerlerini almıştır. Parametre *m*=0, *m*=0.50, *m*=1 ve *m*=2 değeri ile Pearson Tip II dağılımında örnek genişliği n≤100 olduğunda tahmini güç değerleri yine sıfır ya da sıfıra çok yakın değerler almıştır. Burada örnek genişliği n≥150 olduğunda parametre m değerinin ve değişken sayısının artmasıyla Mardia-Kent'in M-K testinin güç performansları azalmıştır. Parametre *m*=4 ve *m*=10 olduğunda Pearson Tip II dağılımı için bütün örnek genişliklerinde testin tahmini güç değerlerinin sıfır ya da sıfıra yakın değerler aldığı görülmektedir.

Çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testinin tahmini güç değerleri bu çalışmada incelenen Pearson Tip II dağılımlarında genelde örnek genişliğinin artmasıyla artarken değişken sayısının artmasıyla azalmıştır. Örnek genişliği n=100'e kadar MJB* testi, diğer Jarque-Bera testlerinden genelde daha yüksek güç performanslarına sahip iken örnek genişliği n≥100'den itibaren ise MJB testi, diğer Jarque-Bera testlerinden daha yüksek güç değerlerine sahip olmuştur. Parametre *m*=-0.5 olduğunda örnek genişliğ n≤50 için testlerin güç değerleri genelde sıfıra yakın ya da çok küçük olmasına karşılık n≥75'den itibaren yüksek güç değerlerine ulaşmıştır. Burada parametre *m* değerlerinin artmasıyla testlerin güç performansları azalmıştır. Yani parametre m değerlerinin artmasıyla test istatistiklerinin yüksek derecede güce ulaşması için daha büyük örnek genişliğine sahip olması gerekir. Ayrıca parametre *m*≥2'den itibaren bütün örnek genişliklerinde testlerin güç performanslarının zayıf olduğu görülmektedir.

Pearson Tip II dağılımında incelenen dağılım parametre *m* değerleri için Doornik-Hansen'nın D-H testinin güç performansları genelde örnek genişliğinin artmasıyla artarken değişken sayısının artmasıyla azalmıştır. Ayrıca Pearson Tip II dağılımlarında parametre *m* değerlerinin artmasıyla da test istatistiğine ait güç değerlerinin azaldığı görülmüştür. Örnek olarak parametre *m*=-0,5 değeri için p=2 ve n=75, 100 ve 150 olduğunda D-H test istatistiğinin tahmini güç değerleri sırasıyla %97.45, %99.96, %100 olmasına karşılık, parametre *m*=2, 4 ve 10 değerleri için maksimum güç değerleri %54.46, %13.42 ve %3.19 şeklinde tahmin edilmiştir.

Bu çalışmada araştırılan Pearson Tip II dağılımında Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Royston'un Roy ve Roy* testi için parametre *m* değerlerinin artmasıyla da test istatistiklerine ait güç değerleri azalmıştır. Burada değişken sayısının artmasıyla test istatistiklerinin güç değerleri genelde azalmıştır. Ancak parametre *m*=0.0 ve daha büyük olduğunda H-Z testinin güç performansı değişken sayısının artmasıyla artmaya başlamış ayrıca *m*=4 ve 10 olduğunda S-H testi ve Roy testinin güç performansı da değişken sayısının artmasıyla artmıştır. Örnek genişliği n≤50 olduğunda yukarıda sözü edilen bu testlerin güç performansları büyükten küçüğe H-Z testi, S-H testi, Roy testi ve Roy* testi şeklinde sıralanmıştır. Bu dağılımda Parametre m=-0.5 ve örnek genişliği n=75 olduğunda değişken sayısı p=2 için testlerin güç değerleri büyükten küçüğe S-H testi, Roy testi, H-Z testi ve Roy* testi şeklinde sıralanırken değişken sayısının artmasıyla H-Z testi diğer testlerden daha yüksek güce sahip olmuştur. Burada parametre değeri m'nin ve örnek genişliğinin artmasıyla S-H

testi ve Roy testinin, H-Z testinden daha iyi güç performansına sahip olduğu görülür. Örneğin *m*=10 ve örnek genişliği n=250 için test istatistiklerinin güç performansları büyükten küçüğe doğru S-H testi, Roy testi, H-Z testi ve Roy* testi şeklinde sıralanmıştır. Dağılım parametre değeri $m \leq 2$ ve örnek genişliği $n \geq 75$ olduğunda genelde S-H testi, H-Z testi ve Roy testinin güç performansları yüksektir. Ancak Roy* testinin güç performansları ise söz konusu testlere göre zayıftır.

Mardia'nın çok değişkenli Diklik ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi ile Srivastava'nın Sriv 2 testi için, Pearson Tip II dağılımlarında dağılım parametresi m'nin artmasıyla incelenen diğer test istatistiklerinde olduğu gibi tahmini güç değerleri azalmıştır. Diklik testi, Diklik* testi, M-F(S_w^2) testi ile Sriv 2 testinde, örnek genişliği ve değişken sayısının artmasyla testlerin güç performanslarında artış görülmüştür. Pearson Tip II dağılımlarında söz konusu bu testlerin bütün örnek genişliklerinde diğer test istatistiklerinden genelde daha güçlü olduğu görülmektedir. Genel olarak söz konusu bu test istatistiklerinin güç değerleri birbirine yakındır. Burada küçük örnek genişliklerinde M-F(S_w^2) testi, diğer test istatistiklerinden daha yüksek güç değerleri alırken örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla Diklik testi ve Diklik* testinin güç değerleri M-F(S_w^2) testine ait güç değerlerinden daha yüksek bulunmuştur. Dağılım parametresi m'nin artmasıyla M-F(S_w^2) testinin güç performansı diğer testlere nazaran daha iyi sonuçlar vermiştir. Örneğin dağılım parametresi *m*=-0.50, $n \leq 25$ ve $p \leq 4$ olduğunda M-F(S_w^2) testi diğer testlerden daha yüksek güce sahiptir. Bunu Diklik testi, Diklik* testi ve Sriv 2 testi izlemektedir. *m*=10, $n \leq 75$ ve $p \leq 4$ olduğunda da benzer güç performanslarına ulaşılırken *m*=10, n=75 ve p=5 olduğunda, güç bakımından Diklik testini, M-F(S_w^2) testi, Diklik* testi ve Sriv 2 testi izlemiştir. Dağılım parametresi *m*= 10, n=250 ve $p \geq 4$ olduğunda ise güç değerleri bakımından büyükten küçüğe doğru testler sırasıyla Diklik testi, Diklik* testi, M-F(S_w^2) testi ve Sriv 2 testi şeklindedir.

Çizelge 4.35. Pearson Tip II dağılımında (*m*=-0.5) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.04	0.01	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.16	0.06	0.01	0.01	0.05	0.01	0.01	0.00	0.05	0.01	0.01	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00
Diklik	3.28	22.57	38.38	47.88	27.61	61.69	76.62	82.61	60.81	86.91	93.57	95.81	94.47	98.91	99.74	99.93	99.43	99.99	100.00	100.00
Diklik*	31.84	47.38	50.39	46.98	56.92	73.17	77.87	77.17	77.21	89.71	92.39	92.84	96.30	98.87	99.62	99.76	99.54	99.98	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	43.69	51.36	55.05	55.78	68.57	75.60	78.62	78.92	85.40	90.69	91.70	91.56	97.95	98.92	99.42	99.46	99.78	99.97	99.99	99.99
M-F(C_w^2)	27.90	3.73	0.19	0.00	60.94	87.32	8.49	0.74	83.04	87.87	28.34	13.66	98.14	98.80	15.22	54.10	99.88	99.97	99.98	46.60
M-K	0.03	0.04	0.02	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
D-H	10.11	2.47	1.15	0.89	15.18	3.58	1.34	0.97	23.74	4.87	1.78	0.71	46.28	11.89	3.74	1.36	69.93	23.47	6.82	2.61
Sriv 1	0.05	0.04	0.09	0.07	0.05	0.04	0.04	0.05	0.04	0.04	0.03	0.05	0.03	0.03	0.00	0.01	0.05	0.00	0.02	0.00
Sriv 2	7.69	24.70	34.40	41.82	26.74	42.84	49.39	52.22	49.91	61.11	62.45	62.79	85.22	85.83	83.15	79.99	97.05	96.34	94.05	90.79
MJB	0.01	0.02	0.06	0.04	0.02	0.01	0.02	0.01	0.02	0.03	0.05	0.02	0.86	1.08	0.73	0.31	17.82	10.28	5.55	3.06
MJB*	0.10	0.12	0.25	0.32	0.16	0.26	0.30	0.34	1.03	1.06	0.51	0.47	11.07	6.40	3.07	1.58	40.95	21.28	10.82	5.67
MJB**	0.01	0.02	0.07	0.09	0.01	0.00	0.03	0.04	0.00	0.02	0.04	0.04	0.00	0.18	0.19	0.15	1.52	2.00	1.56	1.04
S-H	33.23	15.77	10.06	7.56	50.86	23.94	13.59	10.18	72.20	38.04	21.49	14.36	96.36	72.62	46.20	32.20	99.81	93.92	73.86	54.28
H-Z	46.14	30.56	20.52	15.26	65.60	52.61	37.53	28.20	80.17	70.36	57.74	46.26	94.32	90.62	84.30	76.26	98.74	97.64	94.92	91.89
Roy	28.03	10.99	6.49	4.13	44.72	17.62	9.30	6.07	67.36	28.96	15.03	9.58	94.71	62.07	35.97	22.52	99.67	89.46	61.59	42.63
Roy*	27.25	10.53	6.27	3.78	42.43	16.13	8.52	5.37	60.30	23.54	11.88	7.02	85.42	42.29	20.66	11.86	96.88	64.58	32.54	17.89

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.35.'in devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Diklik	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	0.11	0.00	0.00	0.00	47.49	0.00	0.00	0.00	100.00	13.17	0.00	0.00	100.00	100.00	40.91	0.00
D-H	97.45	68.98	29.23	11.02	99.96	95.10	64.90	31.90	100.00	100.00	98.48	84.59	100.00	100.00	100.00	99.97
Sriv 1	0.03	0.00	0.01	0.02	0.03	0.01	0.00	0.01	0.02	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.01	0.00
Sriv 2	99.95	99.93	99.86	99.28	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB	93.33	76.06	50.88	31.89	99.92	98.67	90.14	72.33	100.00	100.00	99.98	99.24	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB*	96.20	80.72	54.28	33.65	99.97	98.77	89.78	70.64	100.00	100.00	99.95	98.88	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB**	64.57	47.84	29.01	16.48	98.84	93.56	77.05	54.66	100.00	99.99	99.84	97.59	100.00	100.00	100.00	100.00
S-H	100.00	99.99	99.10	93.23	100.00	100.00	100.00	99.69	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
H-Z	99.98	100.00	99.88	99.74	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	100.00	99.98	97.33	85.63	100.00	100.00	99.98	98.71	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	99.99	96.17	68.60	41.39	100.00	99.94	92.39	67.89	100.00	100.00	99.98	96.73	100.00	100.00	100.00	100.00

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.36. Pearson Tip II dağılımında (*m*=-0.25) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.03	0.00	0.01	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.15	0.06	0.03	0.03	0.08	0.01	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
Diklik	0.78	10.90	25.91	38.21	10.20	40.79	61.00	71.16	33.68	68.70	84.03	90.46	78.13	95.70	98.50	99.45	95.68	99.62	99.90	99.97
Diklik*	15.57	30.10	36.51	37.42	31.89	53.90	62.64	64.00	53.05	73.71	81.84	84.64	83.67	95.46	97.60	98.59	96.28	99.47	99.87	99.94
M-F(S_w^2)	28.98	39.57	45.68	49.40	50.51	61.72	67.12	69.90	70.27	78.67	83.71	85.11	91.13	96.15	97.35	98.26	98.19	99.56	99.78	99.92
M-F(C_w^2)	14.93	1.53	0.05	0.00	37.93	79.66	4.30	0.21	62.03	72.01	17.30	7.48	89.82	94.22	18.85	43.33	98.07	99.39	99.78	47.00
M-K	0.06	0.04	0.01	0.02	0.02	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
D-H	5.19	2.09	1.12	1.08	6.90	2.24	1.02	0.78	11.18	3.22	1.20	0.97	21.67	6.04	2.21	1.13	37.71	12.45	3.90	1.69
Sriv 1	0.07	0.08	0.06	0.08	0.04	0.01	0.04	0.07	0.03	0.05	0.06	0.07	0.01	0.02	0.01	0.06	0.01	0.01	0.01	0.04
Sriv 2	3.35	17.60	29.75	37.66	13.93	31.76	41.22	46.73	30.09	46.22	53.72	56.67	64.63	73.80	74.07	72.55	87.09	89.75	87.95	85.25
MJB	0.02	0.04	0.02	0.06	0.01	0.00	0.00	0.06	0.01	0.00	0.03	0.02	0.12	0.33	0.27	0.29	4.47	4.19	2.69	1.65
MJB*	0.11	0.17	0.19	0.38	0.05	0.09	0.26	0.17	0.30	0.38	0.29	0.36	2.93	2.28	1.60	1.12	14.79	9.69	5.90	3.57
MJB**	0.04	0.05	0.08	0.13	0.01	0.00	0.02	0.06	0.00	0.00	0.01	0.03	0.00	0.04	0.04	0.10	0.19	0.62	0.60	0.47
S-H	17.52	11.10	7.60	6.76	27.52	15.37	10.37	8.39	43.89	23.47	15.71	11.26	76.45	51.89	34.09	24.45	94.08	77.29	58.70	44.22
H-Z	26.20	19.17	14.00	11.86	40.01	33.03	25.32	21.10	54.78	47.65	39.17	33.27	75.76	72.47	66.15	58.96	88.08	86.57	83.44	79.67
Roy	15.73	8.36	4.68	4.04	23.04	11.92	7.17	5.03	38.30	19.25	10.69	7.91	72.16	42.04	25.45	17.65	92.23	69.13	46.53	32.39
Roy*	15.12	7.82	4.49	3.81	21.69	10.85	6.39	4.42	32.29	15.37	7.96	5.84	54.91	25.51	13.73	8.89	74.65	41.02	22.04	13.04

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.36.'nın devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Diklik	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	0.02	0.00	0.00	0.00	4.60	0.00	0.00	0.00	98.13	0.53	0.00	0.00	100.00	100.00	3.22	0.00
D-H	81.12	42.63	17.21	6.94	97.33	77.55	44.64	21.17	100.00	99.33	91.43	69.48	100.00	100.00	99.99	99.62
Sriv 1	0.05	0.03	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.03	0.01	0.00	0.00	0.02	0.02	0.00	0.00	0.00
Sriv 2	99.54	99.40	98.93	97.91	100.00	99.99	99.92	99.85	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB	65.20	47.61	32.24	21.12	97.22	89.64	74.07	57.48	99.99	99.95	99.34	95.91	100.00	100.00	100.00	99.99
MJB*	73.52	53.43	35.36	22.30	97.78	90.22	73.49	55.67	99.99	99.94	99.13	94.96	100.00	100.00	100.00	99.99
MJB**	24.21	22.07	15.22	9.52	83.05	72.82	54.87	39.14	99.99	99.64	97.91	91.00	100.00	100.00	100.00	99.99
S-H	100.00	99.28	94.21	83.38	100.00	100.00	99.77	97.91	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
H-Z	98.94	98.95	98.46	97.87	99.94	99.93	99.87	99.91	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	99.96	98.59	89.13	74.11	100.00	99.98	99.47	95.18	100.00	100.00	100.00	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	98.08	78.85	49.17	29.57	99.94	96.52	77.32	53.07	100.00	99.98	98.80	89.07	100.00	100.00	100.00	99.99

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.37. Çok değişkenli uniform dağılımında (Pearson Tip II dağılımında, *m*=0) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.05	0.01	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.26	0.09	0.05	0.04	0.13	0.03	0.02	0.00	0.04	0.00	0.01	0.00	0.02	0.01	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
Diklik	0.21	6.27	17.31	29.39	4.06	25.19	46.60	60.25	16.46	51.51	72.59	82.38	55.81	87.29	95.40	97.98	84.20	97.73	99.57	99.84
Diklik*	8.15	19.85	26.07	28.80	18.23	38.01	48.65	52.37	31.44	57.66	69.62	73.45	64.09	86.65	93.18	95.56	86.15	97.22	99.21	99.54
M-F(S_w^2)	21.22	31.03	37.67	41.98	36.33	49.65	57.44	61.49	52.51	67.81	74.87	77.32	79.08	90.07	93.36	95.40	93.12	97.76	99.10	99.37
M-F(C_w^2)	9.46	0.79	0.01	0.00	23.57	73.75	2.17	0.18	41.98	56.69	11.61	4.28	75.00	85.08	18.45	32.69	91.97	96.62	98.87	43.93
M-K	0.06	0.02	0.04	0.02	0.01	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
D-H	3.30	1.78	1.21	1.05	4.19	1.57	0.93	0.76	5.92	1.94	0.98	0.77	10.84	3.63	1.41	0.76	19.91	7.07	2.78	1.44
Sriv 1	0.09	0.06	0.12	0.15	0.04	0.07	0.07	0.17	0.04	0.02	0.07	0.08	0.03	0.05	0.04	0.11	0.00	0.04	0.02	0.01
Sriv 2	2.17	13.59	24.68	34.41	8.01	24.15	36.42	42.68	18.04	36.32	46.61	50.70	45.56	60.76	65.64	66.55	70.72	79.28	80.38	79.50
MJB	0.01	0.03	0.06	0.11	0.00	0.01	0.03	0.11	0.00	0.01	0.02	0.05	0.05	0.12	0.14	0.26	1.29	1.77	1.38	1.05
MJB*	0.13	0.19	0.37	0.47	0.07	0.12	0.26	0.34	0.08	0.27	0.24	0.40	0.93	1.11	0.95	0.90	5.52	5.08	3.34	2.20
MJB**	0.03	0.04	0.16	0.18	0.00	0.01	0.04	0.16	0.00	0.00	0.03	0.07	0.00	0.01	0.04	0.11	0.01	0.28	0.28	0.28
S-H	12.05	7.77	6.76	5.78	17.36	10.81	8.25	6.72	25.72	15.93	12.02	10.04	52.33	35.33	25.66	19.43	77.51	60.01	44.84	34.78
H-Z	16.90	13.36	10.66	9.94	26.46	21.96	19.18	16.70	36.00	32.65	28.62	25.46	55.15	52.95	49.78	45.82	69.39	70.61	69.02	66.14
Roy	10.02	5.98	4.14	3.38	14.92	8.18	5.95	4.19	22.68	12.21	8.54	6.51	47.95	29.31	20.03	14.33	73.49	51.32	35.79	26.39
Roy*	9.69	5.65	3.96	3.09	13.78	7.43	5.16	3.76	18.44	9.46	6.38	4.71	32.21	17.12	10.17	7.01	49.16	26.77	15.64	9.71

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.37.'nin devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Diklik	99.65	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	99.61	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	99.83	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	99.88	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	0.00	0.00	0.00	0.00	0.51	0.00	0.00	0.00	69.30	0.07	0.00	0.00	100.00	96.13	0.18	0.00
D-H	54.09	25.44	11.00	4.79	84.35	55.52	28.82	13.05	99.58	94.96	77.42	52.80	100.00	99.99	99.88	97.94
Sriv 1	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.03	0.02	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00	0.03	0.02	0.00	0.00
Sriv 2	96.99	97.40	96.84	95.23	99.83	99.86	99.72	99.33	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB	35.02	29.55	20.57	14.31	82.63	71.95	57.70	42.76	99.71	99.17	96.16	89.46	100.00	100.00	100.00	99.97
MJB*	44.31	34.49	23.24	15.20	84.72	72.89	57.16	40.96	99.71	99.04	95.40	87.29	100.00	100.00	100.00	99.97
MJB**	7.27	10.63	8.43	5.84	50.59	48.26	37.45	26.28	98.50	96.91	91.10	80.31	100.00	100.00	100.00	99.93
S-H	98.99	94.64	85.44	73.13	99.99	99.84	98.25	93.81	100.00	100.00	100.00	99.90	100.00	100.00	100.00	100.00
H-Z	91.39	93.35	92.72	92.53	98.34	98.80	99.05	98.95	99.95	100.00	99.99	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	98.33	91.06	78.07	63.34	100.00	99.41	96.22	88.18	100.00	100.00	99.98	99.65	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	84.32	57.66	35.66	21.77	97.60	83.58	59.77	38.57	100.00	99.41	92.60	76.96	100.00	100.00	100.00	99.39

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.38. Pearson Tip II dağılımında (m=0.5) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.03	0.05	0.00	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00	0.05	0.01	0.01	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00
Eğrilik*	0.28	0.14	0.05	0.11	0.17	0.03	0.05	0.02	0.09	0.03	0.02	0.00	0.06	0.01	0.01	0.00	0.07	0.02	0.00	0.00
Diklik	0.01	2.32	9.23	18.14	0.89	11.36	26.36	41.56	4.63	25.82	47.79	64.56	23.31	61.26	81.49	90.75	50.28	84.83	95.58	98.32
Diklik*	2.67	9.82	14.92	17.64	6.34	19.54	27.78	33.56	12.29	31.11	44.83	53.23	30.65	60.38	75.33	83.25	53.37	82.26	92.34	95.86
M-F(S_w^2)	12.81	21.62	27.86	32.12	20.67	33.86	40.61	46.63	30.78	46.67	55.74	62.73	54.56	71.39	79.87	85.55	73.01	87.86	93.04	95.79
M-F(C_w^2)	5.52	0.22	0.00	0.00	10.86	68.70	0.74	0.04	20.57	36.37	4.23	1.30	46.14	59.45	12.58	17.19	68.27	81.57	91.68	32.70
M-K	0.05	0.08	0.03	0.01	0.02	0.03	0.03	0.00	0.03	0.02	0.00	0.01	0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
D-H	1.97	1.03	1.10	1.33	2.15	1.32	0.90	0.82	2.72	1.34	1.01	0.74	3.83	1.92	1.01	0.71	7.15	3.08	1.40	0.99
Sriv 1	0.03	0.06	0.08	0.17	0.04	0.06	0.15	0.14	0.05	0.11	0.08	0.21	0.09	0.04	0.10	0.17	0.05	0.06	0.06	0.09
Sriv 2	0.80	8.79	19.09	29.03	3.37	15.65	26.42	35.15	8.03	23.17	34.73	41.02	22.44	41.39	50.45	54.65	41.25	58.93	64.80	66.66
MJB	0.00	0.02	0.06	0.10	0.00	0.00	0.06	0.08	0.02	0.03	0.02	0.10	0.02	0.05	0.10	0.14	0.18	0.50	0.60	0.65
MJB*	0.09	0.14	0.31	0.55	0.05	0.17	0.27	0.29	0.08	0.16	0.22	0.44	0.23	0.47	0.54	0.51	1.05	1.54	1.61	1.17
MJB**	0.02	0.04	0.12	0.28	0.00	0.01	0.10	0.13	0.02	0.03	0.02	0.20	0.02	0.01	0.05	0.11	0.01	0.08	0.12	0.17
S-H	6.72	5.89	5.18	4.92	9.21	6.85	6.06	5.56	12.44	9.59	7.94	7.24	25.94	20.10	16.82	13.29	43.43	35.12	28.53	23.67
H-Z	9.35	8.08	7.60	7.27	13.62	12.87	11.50	11.53	17.81	17.62	17.50	16.33	27.59	29.43	29.68	29.63	39.01	42.15	43.32	43.54
Roy	5.60	3.85	3.53	2.93	7.85	5.39	4.36	3.47	10.77	7.54	6.25	4.51	23.15	16.25	12.60	9.83	39.77	30.51	22.74	18.48
Roy*	5.36	3.70	3.36	2.77	7.32	4.88	3.90	3.11	8.53	5.87	4.75	3.50	13.96	8.84	6.20	4.75	21.32	13.32	8.56	6.14

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.38.'in devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Diklik	90.88	99.38	99.95	99.98	99.12	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	89.89	98.89	99.87	99.98	98.87	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	94.98	99.13	99.79	99.97	99.38	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	94.23	98.64	99.75	99.95	99.36	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	8.88	0.01	0.00	0.00	97.77	26.90	0.01	0.00
D-H	19.98	9.58	4.67	2.59	42.92	24.13	12.90	7.17	84.33	67.49	46.38	29.19	99.88	99.14	95.89	86.88
Sriv 1	0.03	0.02	0.03	0.01	0.01	0.03	0.02	0.01	0.01	0.00	0.02	0.01	0.02	0.01	0.03	0.03
Sriv 2	77.82	86.66	88.95	88.46	94.75	97.11	96.98	96.12	99.84	99.92	99.90	99.83	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB	8.79	9.86	8.89	6.90	37.64	37.33	30.67	24.33	89.13	86.37	79.99	70.54	99.98	99.96	99.73	99.16
MJB*	12.86	12.40	10.19	7.59	40.90	38.22	30.29	23.04	88.85	85.05	77.29	66.55	99.98	99.94	99.59	98.77
MJB**	0.91	2.43	2.92	2.73	11.90	18.16	15.70	12.74	71.38	73.08	66.06	56.01	99.94	99.83	99.36	98.27
S-H	81.43	72.81	63.44	56.13	96.86	92.93	86.92	78.96	99.98	99.88	99.46	98.36	100.00	100.00	100.00	100.00
H-Z	61.57	68.19	70.81	74.07	78.83	84.98	89.09	89.56	95.20	97.94	98.57	99.23	99.87	100.00	100.00	100.00
Roy	77.92	65.67	54.42	45.62	95.58	89.57	80.51	71.94	99.99	99.75	98.68	96.13	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	44.12	28.29	18.76	12.96	68.96	49.53	33.37	23.64	95.28	84.53	68.12	51.19	99.98	99.84	98.33	92.71

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.39. Pearson Tip II dağılımında (*m*=1) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.17	0.06	0.03	0.01	0.08	0.05	0.00	0.00	0.08	0.02	0.01	0.00	0.05	0.01	0.00	0.01	0.01	0.02	0.00	0.00
Eğrilik*	0.56	0.32	0.19	0.16	0.28	0.16	0.09	0.11	0.17	0.08	0.03	0.03	0.08	0.01	0.01	0.03	0.09	0.03	0.01	0.00
Diklik	0.01	1.12	5.23	12.32	0.29	5.43	16.10	29.94	1.42	13.65	31.54	49.22	9.66	38.65	62.40	77.83	24.99	63.34	84.44	93.39
Diklik*	1.52	5.80	9.81	12.06	3.00	10.07	17.43	23.38	4.93	17.35	28.68	36.98	13.64	37.73	54.31	65.09	27.56	59.21	76.70	86.47
M-F(S_w^2)	8.99	16.41	22.17	26.56	13.57	23.15	30.88	37.88	19.83	32.73	41.92	50.33	33.57	52.88	64.59	72.14	50.06	70.27	81.46	87.92
M-F(C_w^2)	4.70	0.08	0.00	0.00	6.68	66.30	0.28	0.01	11.17	25.55	1.95	0.53	25.11	38.20	7.51	8.18	42.95	59.27	78.51	22.49
M-K	0.17	0.15	0.08	0.06	0.07	0.07	0.02	0.02	0.04	0.05	0.02	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
D-H	1.54	1.41	1.31	1.35	1.43	1.28	0.99	0.95	1.57	1.10	0.77	0.67	2.58	1.47	0.93	0.70	2.93	2.10	1.20	0.80
Sriv 1	0.16	0.16	0.14	0.12	0.10	0.19	0.11	0.20	0.07	0.12	0.16	0.13	0.06	0.05	0.10	0.15	0.06	0.05	0.08	0.10
Sriv 2	0.49	6.25	15.72	24.58	2.14	10.53	20.95	29.58	4.08	16.03	26.70	34.82	11.74	28.91	39.26	45.52	22.90	41.39	51.26	56.52
MJB	0.12	0.05	0.07	0.07	0.04	0.10	0.02	0.08	0.02	0.05	0.08	0.05	0.02	0.02	0.05	0.11	0.08	0.22	0.37	0.38
MJB*	0.25	0.44	0.33	0.47	0.13	0.23	0.31	0.48	0.07	0.18	0.23	0.22	0.03	0.15	0.35	0.51	0.42	0.66	0.82	0.76
MJB**	0.14	0.17	0.15	0.22	0.03	0.13	0.09	0.22	0.02	0.04	0.08	0.11	0.00	0.02	0.02	0.06	0.00	0.02	0.08	0.12
S-H	4.86	4.52	4.32	4.29	6.00	5.30	5.06	4.86	7.57	6.45	6.00	5.95	15.08	13.30	11.33	10.01	25.56	22.65	20.20	18.01
H-Z	6.17	6.23	6.05	6.13	8.54	8.72	8.76	8.50	10.65	11.11	11.55	12.06	16.71	18.93	18.72	19.44	22.88	26.28	28.70	29.09
Roy	4.02	3.62	3.10	2.70	5.21	4.31	3.31	3.07	6.49	5.53	4.74	4.09	13.60	10.93	9.28	8.03	23.72	19.31	17.07	14.72
Roy*	3.87	3.45	2.94	2.55	4.72	3.79	2.82	2.72	5.24	4.36	3.48	3.19	8.10	5.80	4.79	4.06	11.06	8.03	6.45	5.06

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.39.'un devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.02	0.01	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00
Eğrilik*	0.05	0.02	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00
Diklik	68.24	94.87	99.25	99.83	91.33	99.56	99.98	100.00	99.73	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	66.31	92.19	98.31	99.46	89.77	99.14	99.91	99.97	99.56	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	79.80	94.05	98.30	99.32	94.19	99.23	99.94	99.96	99.66	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	76.98	92.04	96.98	99.30	93.64	99.08	99.83	99.94	99.63	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.92	0.00	0.00	0.00	63.60	2.74	0.00	0.00
D-H	8.34	5.17	2.86	1.63	19.46	11.92	6.53	4.21	51.69	38.36	25.00	16.15	95.03	90.10	80.72	67.21
Sriv 1	0.06	0.06	0.08	0.03	0.02	0.07	0.01	0.07	0.05	0.03	0.03	0.02	0.04	0.03	0.04	0.03
Sriv 2	54.51	70.95	76.18	78.47	79.19	88.38	90.69	91.10	96.83	98.85	98.92	99.11	99.98	100.00	100.00	100.00
MJB	2.22	4.12	4.21	3.95	14.44	17.52	15.93	14.10	59.22	60.90	56.84	50.16	98.14	97.93	96.95	94.77
MJB*	3.82	5.25	5.05	4.33	16.02	18.15	15.58	13.33	58.50	58.79	53.48	46.22	97.82	97.37	95.89	93.04
MJB**	0.13	0.81	0.96	1.08	2.84	6.50	6.77	6.44	34.48	41.98	40.52	35.54	94.62	95.38	94.08	90.71
S-H	55.37	51.10	45.48	41.11	79.68	76.04	70.05	64.52	97.83	97.11	94.96	92.01	100.00	99.99	99.97	99.96
H-Z	38.03	46.01	51.15	54.43	52.65	63.22	68.99	73.63	75.22	86.59	90.77	93.88	95.89	98.86	99.56	99.81
Roy	51.92	45.54	40.17	33.68	76.28	70.86	63.32	56.67	97.23	95.36	92.01	87.07	99.99	100.00	99.93	99.67
Roy*	22.36	16.05	12.27	8.33	38.52	27.81	20.08	14.95	69.53	56.49	43.41	33.35	97.92	94.00	87.13	76.75

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.40. Pearson Tip II dağılımında (*m*=2) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.20	0.12	0.06	0.03	0.13	0.06	0.02	0.02	0.15	0.07	0.02	0.01	0.14	0.04	0.01	0.00	0.08	0.09	0.01	0.01
Eğrilik*	0.88	0.70	0.45	0.38	0.55	0.29	0.32	0.22	0.49	0.23	0.08	0.14	0.29	0.15	0.04	0.03	0.18	0.17	0.06	0.02
Diklik	0.02	0.48	2.35	7.18	0.09	2.06	7.89	15.74	0.53	5.14	14.96	28.13	2.66	15.66	34.43	52.52	7.72	30.54	53.90	72.86
Diklik*	0.89	2.93	4.81	7.03	0.95	4.34	8.66	11.52	1.85	7.38	13.24	19.05	4.18	15.08	27.03	37.74	8.87	26.82	43.23	58.14
M-F(S_w^2)	5.88	10.67	14.63	20.40	8.52	14.68	20.69	25.63	10.92	18.60	26.70	33.46	16.80	29.71	40.50	49.67	25.09	41.70	55.04	66.84
M-F(C_w^2)	4.10	0.05	0.00	0.00	4.12	65.76	0.06	0.00	5.99	18.87	0.65	0.10	11.13	18.59	2.47	2.20	19.01	29.14	53.45	9.17
M-K	0.28	0.24	0.18	0.09	0.17	0.12	0.14	0.09	0.12	0.14	0.05	0.03	0.07	0.02	0.02	0.00	0.04	0.03	0.03	0.01
D-H	1.72	1.75	1.59	2.01	1.38	1.22	1.27	1.35	1.45	1.27	1.04	0.78	1.48	1.30	0.84	0.84	1.74	1.35	0.88	0.70
Sriv 1	0.19	0.19	0.25	0.25	0.15	0.24	0.21	0.24	0.23	0.23	0.15	0.28	0.20	0.18	0.14	0.21	0.18	0.19	0.28	0.16
Sriv 2	0.28	4.02	11.20	19.92	0.97	6.61	14.89	22.94	2.01	9.48	18.22	27.11	4.96	16.43	26.32	33.51	9.77	23.88	33.03	41.31
MJB	0.10	0.08	0.14	0.14	0.07	0.07	0.14	0.13	0.05	0.08	0.08	0.16	0.07	0.09	0.11	0.14	0.04	0.13	0.22	0.23
MJB*	0.52	0.63	0.75	0.79	0.31	0.42	0.54	0.71	0.23	0.36	0.36	0.52	0.18	0.29	0.22	0.44	0.16	0.38	0.50	0.46
MJB**	0.17	0.20	0.30	0.36	0.08	0.15	0.21	0.28	0.06	0.07	0.12	0.22	0.03	0.05	0.08	0.11	0.00	0.05	0.09	0.11
S-H	3.90	4.23	4.02	4.13	4.21	4.46	4.08	3.93	5.07	4.74	4.48	4.63	8.35	8.23	7.71	7.04	13.12	12.14	12.07	11.73
H-Z	4.26	4.91	4.73	4.77	5.77	5.78	5.95	6.31	6.82	7.46	7.64	8.21	9.02	10.18	10.92	12.11	11.08	13.62	14.93	16.91
Roy	3.76	3.16	2.94	2.74	3.96	3.17	3.23	2.92	4.32	4.05	3.40	3.57	7.54	7.22	6.78	5.82	11.85	10.90	10.40	9.89
Roy*	3.53	2.97	2.74	2.66	3.72	2.95	2.93	2.62	3.65	3.17	2.72	2.76	4.45	4.10	3.62	2.86	5.57	4.63	3.74	3.49

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.40.'ın devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.08	0.02	0.00	0.00	0.07	0.01	0.01	0.00	0.12	0.03	0.01	0.00	0.05	0.04	0.01	0.00
Eğrilik*	0.12	0.04	0.00	0.00	0.08	0.02	0.01	0.01	0.12	0.03	0.01	0.00	0.08	0.04	0.02	0.00
Diklik	28.88	66.54	88.06	96.03	53.80	87.79	97.70	99.63	86.35	99.04	100.00	100.00	99.58	100.00	100.00	100.00
Diklik*	27.34	59.58	80.72	91.01	50.06	83.41	95.42	98.73	83.78	98.41	99.91	100.00	99.39	99.99	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	45.70	69.05	83.06	91.64	64.67	86.78	95.35	98.36	87.93	98.47	99.90	99.99	99.45	99.99	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	40.91	61.17	75.70	92.57	61.37	83.73	93.47	97.65	87.04	98.18	99.80	100.00	99.42	99.99	100.00	100.00
M-K	0.03	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.08	0.01	0.00	0.00	7.62	0.14	0.00	0.00
D-H	2.98	2.24	1.50	1.03	6.04	3.97	3.03	1.85	17.01	12.59	8.84	6.70	54.46	48.79	40.01	31.29
Sriv 1	0.12	0.07	0.13	0.19	0.11	0.11	0.13	0.17	0.09	0.09	0.11	0.10	0.11	0.07	0.13	0.07
Sriv 2	25.63	44.18	55.08	59.77	42.64	62.14	70.44	74.40	73.02	86.29	90.16	91.86	96.68	98.90	99.45	99.50
MJB	0.49	1.09	1.67	1.62	2.85	5.52	5.49	5.52	18.49	24.39	24.72	23.64	66.93	73.80	73.34	71.45
MJB*	0.83	1.51	1.88	1.87	3.40	5.71	5.35	5.12	18.20	22.83	22.40	20.88	64.71	70.73	69.93	67.08
MJB**	0.02	0.16	0.50	0.48	0.37	1.43	1.94	2.07	6.97	12.28	13.97	14.33	50.54	62.06	63.29	61.21
S-H	27.71	28.17	26.90	26.36	43.05	45.55	43.48	41.81	72.47	74.36	73.13	71.77	97.06	97.25	96.99	96.29
H-Z	17.63	22.29	27.09	29.98	24.20	32.04	38.31	44.50	38.57	50.81	61.01	68.62	63.06	78.56	88.15	93.31
Roy	25.84	24.24	24.25	22.62	41.17	40.96	38.62	36.84	69.25	69.03	68.30	65.08	96.18	96.04	95.44	93.78
Roy*	8.77	7.46	5.89	5.30	14.04	10.98	9.60	7.81	28.74	24.49	19.70	15.84	63.11	57.64	49.99	42.18

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.41. Pearson Tip II dağılımında (*m*=4) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.54	0.30	0.20	0.07	0.58	0.26	0.21	0.10	0.39	0.24	0.13	0.03	0.44	0.15	0.06	0.08	0.44	0.17	0.08	0.03
Eğrilik*	1.73	1.38	1.39	0.88	1.29	0.90	0.82	0.63	1.00	0.79	0.63	0.52	0.82	0.48	0.22	0.28	0.80	0.36	0.20	0.12
Diklik	0.04	0.16	0.99	3.70	0.05	0.65	3.26	7.61	0.16	1.82	5.70	12.01	0.79	5.14	14.10	24.30	2.25	9.93	22.47	37.77
Diklik*	1.03	1.84	2.66	3.94	0.93	1.90	3.91	5.39	0.82	3.00	4.78	7.58	1.32	4.89	10.21	14.93	2.58	8.14	16.02	24.37
M-F(S_w^2)	3.73	6.85	9.24	13.25	4.47	8.56	12.35	16.88	5.89	10.18	15.16	19.64	7.66	14.71	20.81	28.21	11.09	19.12	27.19	36.23
M-F(C_w^2)	3.53	0.01	0.00	0.00	2.71	64.95	0.04	0.00	3.18	16.09	0.11	0.00	4.60	9.49	0.67	0.42	7.67	11.61	34.11	2.07
M-K	0.78	0.66	0.50	0.19	0.74	0.40	0.44	0.36	0.39	0.45	0.37	0.34	0.36	0.27	0.14	0.15	0.18	0.10	0.10	0.05
D-H	2.26	2.38	2.32	2.51	1.86	1.63	1.80	1.72	1.62	1.41	1.41	1.70	1.35	1.34	1.32	1.04	1.33	1.18	1.08	1.03
Sriv 1	0.46	0.39	0.41	0.36	0.47	0.35	0.40	0.44	0.33	0.38	0.39	0.53	0.47	0.42	0.43	0.50	0.46	0.34	0.43	0.37
Sriv 2	0.14	2.28	7.99	14.76	0.38	3.81	9.74	16.28	0.74	5.21	10.81	18.06	2.12	7.89	15.70	22.11	3.99	10.87	18.95	25.26
MJB	0.28	0.21	0.27	0.22	0.27	0.19	0.24	0.30	0.10	0.18	0.27	0.32	0.15	0.19	0.24	0.29	0.16	0.22	0.23	0.30
MJB*	0.96	0.95	1.08	1.22	0.77	0.67	0.85	0.95	0.51	0.62	0.70	0.93	0.48	0.45	0.59	0.74	0.34	0.39	0.56	0.63
MJB**	0.44	0.48	0.57	0.57	0.36	0.35	0.40	0.48	0.13	0.26	0.33	0.48	0.14	0.17	0.28	0.31	0.11	0.17	0.14	0.18
S-H	3.47	3.77	3.72	4.02	3.63	3.31	3.51	3.61	3.70	3.73	3.36	4.24	5.06	5.06	5.31	5.48	7.33	7.70	7.85	7.59
H-Z	3.88	3.75	4.02	4.23	4.67	4.72	4.56	5.07	5.02	5.44	5.33	6.06	5.99	6.71	7.03	6.82	7.00	7.32	8.51	9.06
Roy	3.43	3.09	3.22	2.81	3.54	3.01	3.29	2.71	3.60	3.39	3.15	3.27	4.80	4.72	4.58	4.52	6.71	7.02	7.04	6.24
Roy*	3.37	2.97	3.01	2.71	3.29	2.73	3.01	2.45	3.11	2.97	2.73	2.94	3.21	3.18	2.97	2.96	3.33	3.39	3.12	2.61

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.41.'in devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	0.28	0.18	0.05	0.02	0.29	0.16	0.04	0.02	0.24	0.12	0.07	0.01	0.26	0.12	0.01	0.01
Eğrilik*	0.43	0.28	0.11	0.05	0.44	0.18	0.09	0.03	0.36	0.17	0.08	0.02	0.28	0.13	0.03	0.01
Diklik	7.96	25.43	48.34	67.60	16.07	43.85	68.83	85.56	38.01	72.06	91.88	98.16	73.23	96.23	99.73	99.98
Diklik*	7.34	19.88	37.25	52.65	14.09	36.37	57.86	75.42	33.80	65.27	86.78	95.96	69.37	94.61	99.49	99.97
M-F(S_w^2)	18.31	31.28	46.51	58.95	26.26	45.49	61.64	76.33	42.98	68.38	86.52	94.95	72.18	93.80	99.11	99.91
M-F(C_w^2)	15.00	23.53	34.60	66.03	23.17	38.87	53.46	69.72	40.97	65.15	83.15	92.85	71.29	93.21	98.96	99.85
M-K	0.09	0.04	0.00	0.00	0.12	0.03	0.01	0.01	0.05	0.02	0.00	0.00	0.47	0.04	0.00	0.00
D-H	1.69	1.35	1.10	0.94	2.44	1.78	1.45	0.93	4.38	3.34	2.80	2.26	13.42	12.13	10.88	9.12
Sriv 1	0.41	0.39	0.33	0.33	0.52	0.34	0.33	0.27	0.34	0.32	0.23	0.42	0.30	0.21	0.18	0.24
Sriv 2	9.25	19.37	29.10	37.59	15.23	29.66	39.64	47.39	30.63	47.35	59.06	65.63	58.56	76.99	85.20	89.19
MJB	0.34	0.44	0.62	0.80	0.77	1.38	1.89	1.86	3.44	5.30	6.64	7.41	17.03	23.59	27.08	28.50
MJB*	0.48	0.64	0.71	1.02	0.89	1.47	1.90	1.76	3.35	4.79	5.76	6.32	15.65	21.07	23.97	24.85
MJB**	0.08	0.09	0.17	0.25	0.10	0.32	0.49	0.76	0.68	2.04	3.09	3.65	8.83	14.38	18.51	20.37
S-H	13.22	13.60	14.14	14.99	19.82	21.05	22.51	22.07	33.68	37.07	39.74	39.74	58.34	65.09	68.98	70.18
H-Z	9.42	10.28	12.18	14.11	11.09	14.33	16.48	20.03	15.37	20.19	25.99	30.93	23.74	33.82	44.91	54.33
Roy	11.64	12.89	12.78	13.13	18.90	19.47	20.27	19.82	31.58	33.82	35.59	36.30	56.02	61.95	64.61	65.27
Roy*	4.54	3.91	3.40	3.39	5.90	4.82	4.64	3.87	8.52	7.69	6.91	6.63	18.36	17.47	16.42	15.02

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.42. Pearson Tip II dağılımında (*m*=10) test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	1.14	0.77	0.55	0.28	1.29	0.84	0.62	0.50	1.31	0.87	0.68	0.38	1.38	1.00	0.76	0.46	1.39	0.89	0.63	0.42
Eğrilik*	3.43	3.08	2.80	2.17	3.01	2.66	2.51	2.15	2.65	2.29	2.08	1.54	2.43	1.91	1.84	1.40	2.05	1.80	1.32	1.11
Diklik	0.12	0.07	0.49	1.80	0.23	0.39	1.11	2.92	0.25	0.66	2.02	4.80	0.37	1.47	4.06	8.06	0.86	2.65	5.51	11.30
Diklik*	2.07	2.43	2.28	3.01	1.72	1.82	2.29	2.66	1.51	1.84	2.25	3.22	1.48	1.95	3.10	4.42	1.51	2.39	3.53	6.07
M-F(S_w^2)	2.71	4.73	6.28	8.40	3.42	5.43	7.17	8.93	3.84	5.96	8.10	10.81	4.81	6.69	9.36	12.06	5.15	7.82	10.13	14.19
M-F(C_w^2)	3.36	0.00	0.00	0.00	2.64	65.16	0.00	0.00	2.52	14.97	0.00	0.00	3.07	6.03	0.18	0.07	3.46	5.06	24.69	0.30
M-K	1.43	1.37	1.10	0.57	1.59	1.47	1.39	1.06	1.59	1.60	1.46	1.02	1.56	1.59	1.49	0.92	1.56	1.22	1.03	1.06
D-H	2.85	3.10	3.23	3.54	2.78	2.94	2.54	2.80	2.42	2.43	2.24	2.40	2.61	2.26	2.16	2.08	2.12	1.88	1.67	1.83
Sriv 1	0.74	0.56	0.61	0.48	0.99	0.78	0.83	0.69	0.93	0.98	0.79	0.83	1.21	1.00	1.19	0.87	1.13	1.18	1.24	1.08
Sriv 2	0.08	1.03	5.44	10.42	0.25	2.24	5.50	10.49	0.57	2.59	5.83	10.81	1.03	3.62	7.41	12.15	1.63	4.91	7.98	12.40
MJB	0.39	0.40	0.40	0.22	0.51	0.50	0.55	0.44	0.63	0.56	0.53	0.53	0.68	0.61	0.84	0.63	0.60	0.65	0.63	0.75
MJB*	1.81	1.63	1.61	1.74	1.69	1.52	1.73	1.53	1.50	1.69	1.59	1.64	1.38	1.37	1.72	1.46	1.22	1.35	1.50	1.45
MJB**	0.79	0.86	0.90	0.94	0.71	0.74	0.91	0.89	0.62	0.77	0.83	0.85	0.61	0.67	0.94	0.73	0.51	0.60	0.66	0.75
S-H	3.77	3.59	3.91	4.21	4.06	3.70	3.76	4.05	4.19	3.76	3.68	3.61	4.46	4.23	4.69	4.32	5.14	5.39	4.97	5.53
H-Z	3.73	3.88	4.13	3.98	4.10	4.07	4.58	4.20	4.58	4.28	4.54	4.64	4.74	4.83	5.11	5.34	5.16	5.32	5.54	6.26
Roy	3.61	3.84	3.42	3.99	3.69	3.88	3.39	3.32	3.81	3.46	3.25	3.30	4.41	3.99	4.11	4.07	5.04	4.93	4.79	4.97
Roy*	3.48	3.67	3.25	3.81	3.53	3.70	3.24	3.15	3.63	3.37	3.18	2.99	3.53	3.31	3.10	3.01	3.39	2.97	2.83	3.04

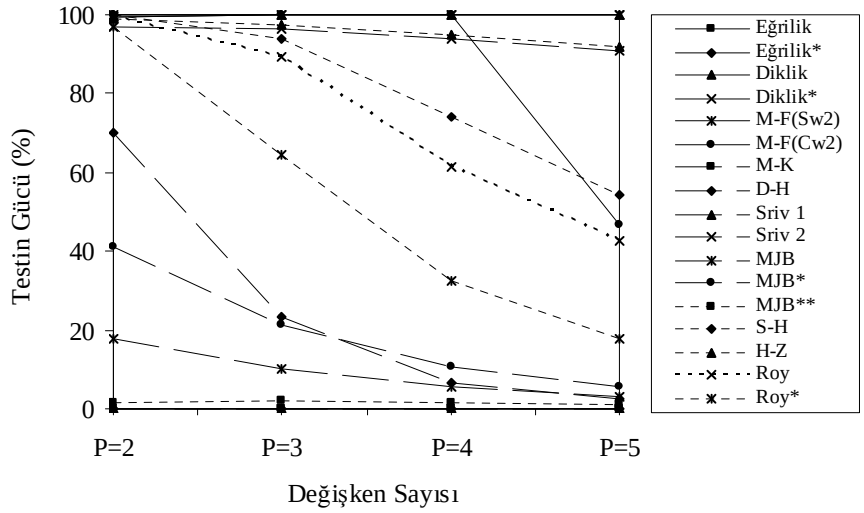
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.42.'nin devamı (%)

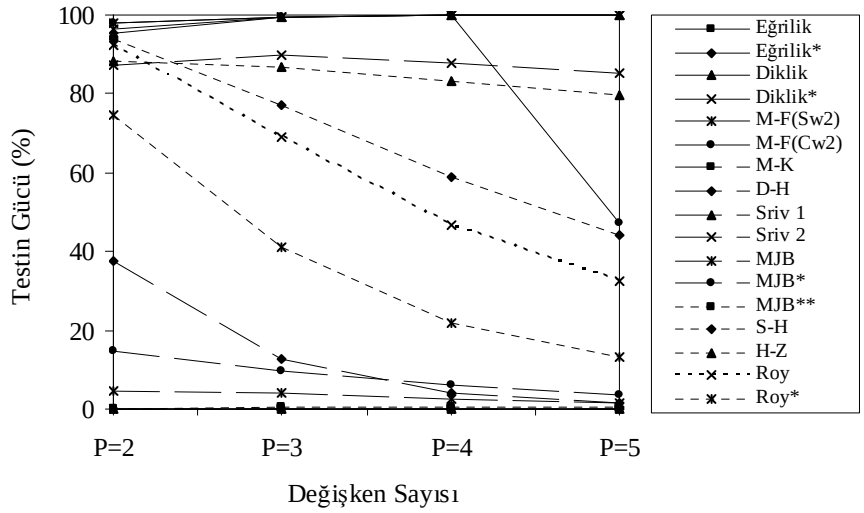
	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	1.42	0.98	0.49	0.24	1.24	0.98	0.51	0.31	1.27	0.73	0.55	0.37	1.24	0.74	0.49	0.24
Eğrilik*	2.00	1.39	1.06	0.51	1.59	1.29	0.83	0.48	1.49	0.95	0.77	0.57	1.35	0.89	0.56	0.27
Diklik	1.85	6.23	12.11	20.52	3.70	9.38	18.43	29.27	7.05	16.59	31.43	47.06	15.76	34.44	56.77	75.65
Diklik*	1.92	4.63	7.57	11.35	3.12	6.88	11.97	18.34	5.87	12.83	23.54	34.65	13.50	28.90	48.39	66.71
M-F(S_w^2)	6.65	10.50	14.35	19.45	8.17	12.67	18.33	25.11	11.14	17.87	27.89	37.47	17.63	31.02	47.56	63.84
M-F(C_w^2)	5.03	7.19	10.05	39.98	6.90	9.66	12.94	20.57	10.03	14.96	22.73	30.38	16.77	29.16	44.26	59.53
M-K	1.10	0.94	0.59	0.35	0.74	0.69	0.26	0.18	0.61	0.37	0.16	0.11	0.54	0.28	0.05	0.00
D-H	2.08	1.76	1.52	1.32	1.73	1.73	1.50	1.36	1.93	1.88	1.54	1.53	3.19	2.90	2.54	2.18
Sriv 1	1.06	1.15	0.94	0.88	1.29	1.16	0.95	0.95	1.40	1.20	1.14	1.21	1.27	1.34	1.07	1.21
Sriv 2	3.34	6.81	11.53	15.60	4.39	9.08	14.67	18.59	7.39	13.75	19.77	25.53	13.98	23.18	32.00	39.44
MJB	0.62	0.64	0.63	0.77	0.68	0.76	1.04	1.13	1.20	1.50	2.07	2.20	2.97	3.93	4.17	5.25
MJB*	0.99	1.07	0.97	1.20	0.89	1.06	1.26	1.26	1.30	1.53	2.01	2.03	2.79	3.58	3.53	4.48
MJB**	0.42	0.39	0.43	0.60	0.29	0.42	0.52	0.64	0.43	0.67	1.08	1.19	1.22	2.13	2.46	3.19
S-H	6.75	7.01	7.58	7.75	8.51	9.24	9.96	10.70	12.28	13.57	14.45	16.36	18.22	21.77	24.42	26.97
H-Z	5.41	6.08	5.98	6.69	5.83	6.63	7.49	7.78	6.49	7.96	8.27	9.83	7.78	9.59	12.07	14.52
Roy	7.19	7.44	7.34	7.38	8.54	8.50	9.40	10.02	11.64	13.31	13.98	15.34	18.14	20.96	23.52	24.26
Roy*	3.57	3.25	3.16	2.81	3.21	3.06	3.18	3.05	3.82	3.80	3.25	3.33	4.70	4.78	4.70	4.51

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

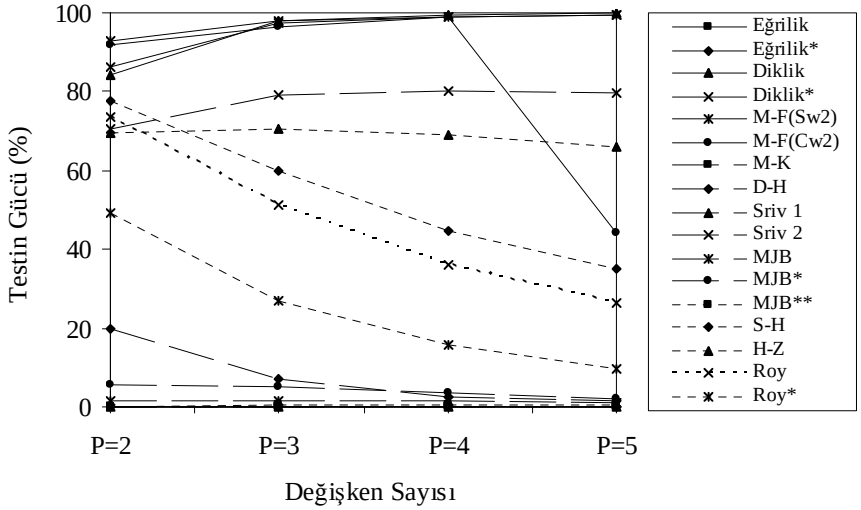
Parametre *m* = -0.5, -0.25, 0, 0.5, 1, 2, 4 ve 10 değerleri için Pearson Tip II dağılımından çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.34-4.41'de gösterilmiştir.



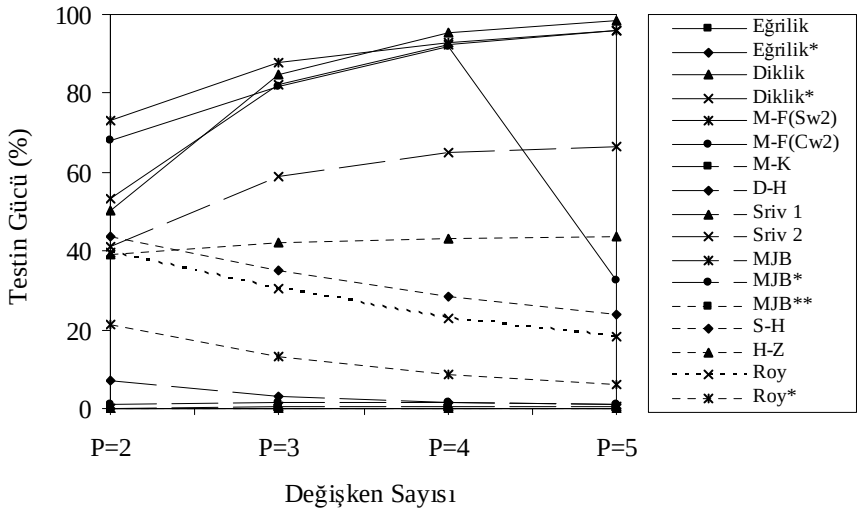
Şekil 4.34. Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=-0.5 ve n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi



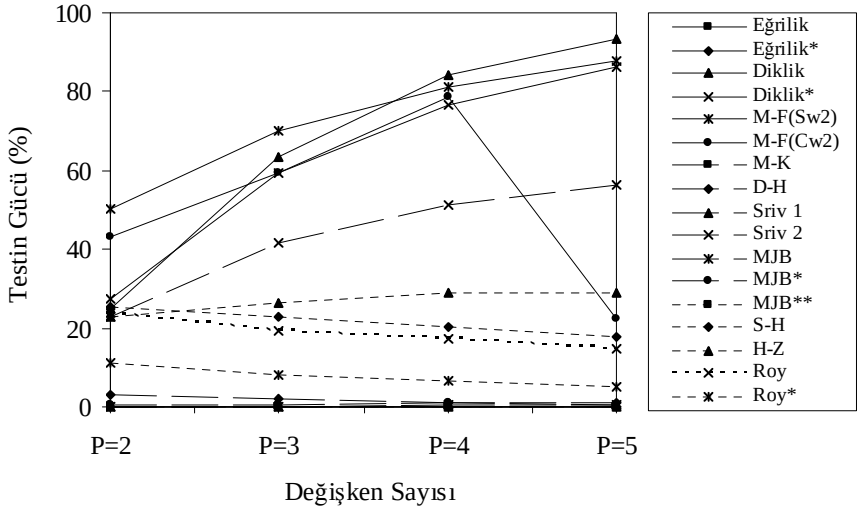
Şekil 4.35. Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=-0.25 ve n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi



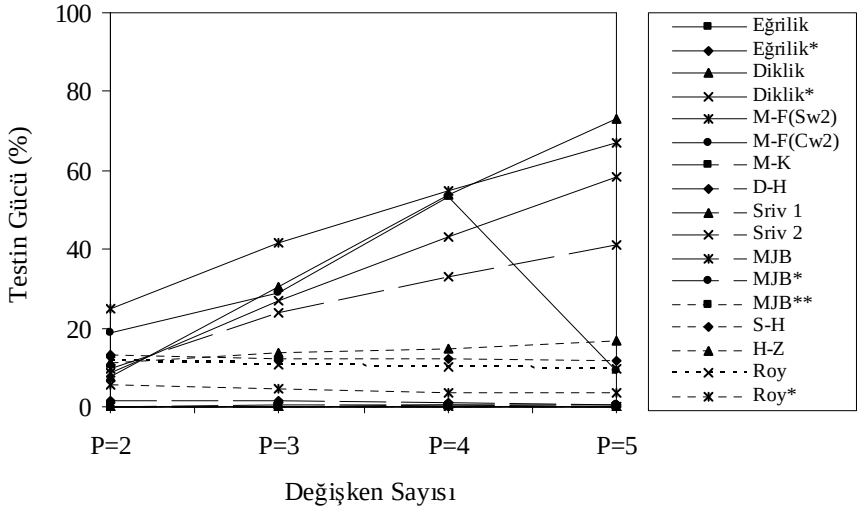
Şekil 4.36. Çok değişkenli Uniform dağılımında (Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=0 olduğunda) n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi



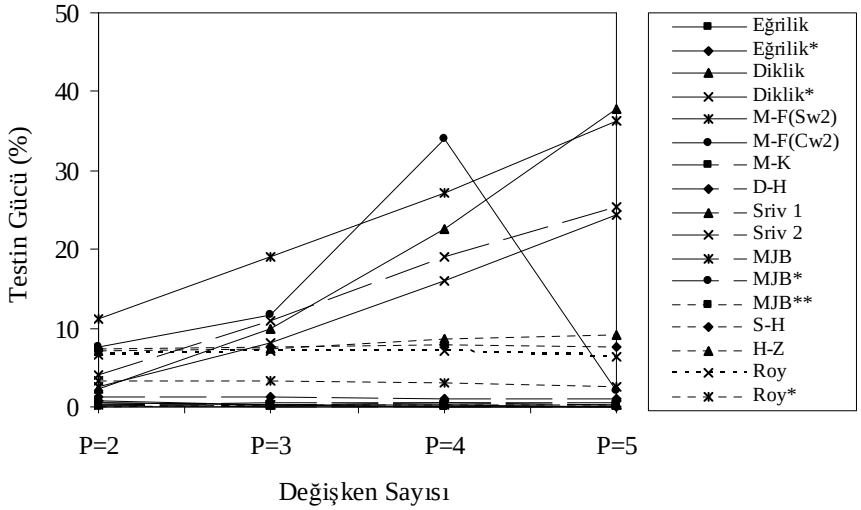
Şekil 4.37. Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=0.5 ve n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi



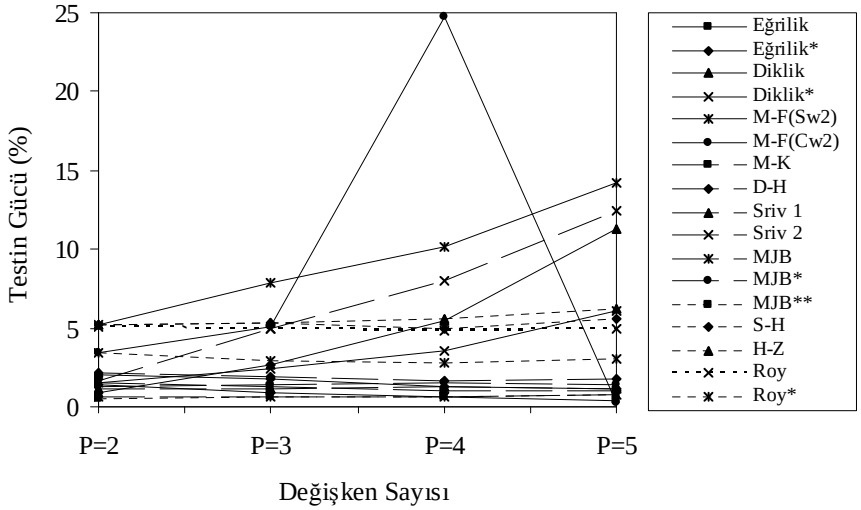
Şekil 4.38. Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=1 ve n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.39. Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=2 ve n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.40. Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=4 ve n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi



Şekil 4.41. Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*=10 ve n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi

Parametre değeri *m* = -0.5 olduğunda Pearson Tip II dağılımından n=50 örnek genişliği için Şekil 4.34'de görüldüğü üzere Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi ve çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB** testinin güç değerleri sıfır ya da sıfıra çok yakın bulunmuştur. Bu testlere ilaveten Jarque-Bera testlerinden MJB ve MJB* testi ile Doornik-Hansen'nın D-H testi de zayıf güç değerleri elde etmiştir. Geri kalan diğer testler ise özellikle değişken sayısı p=2 olduğunda oldukça yüksek güç değerlerine sahip olmuşlardır. Söz konusu bu testlerden Mardia'nın çok değişkenli Diklik ve Diklik* testi

ile Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testinin güç performansı değişken sayısı artmasıyla artarken Srivastava'nın Sriv 2 testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Royston'un Roy ve Roy* testi değişken sayısının artmasıyla azalmıştır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi ise değişken sayısı p=2, 3 ve 4 için oldukça yüksek güç performanslarına sahip iken p=5 olduğunda güç değeri %46.60'a düşmüştür.

Pearson Tip II dağılımında incelenen 8 farklı parametre değeri ile ilgili, Şekil 4.34-4.41'de görüldüğü üzere parametre değeri *m*=-0.5'den *m*=10'a Eğrilik testi, Eğrilik* testi ve Sriv 1 testine ait güç değerleri sıfır ya da sıfıra çok yakın olarak bulunmuştur. Söz konusu dağılımda parametre değerinin artmasıyla geri kalan diğer testlerin güç performansları azalmıştır. Burada genelde D-H testi, MJB testi, MJB* testi, MJB** testi, S-H testi, H-Z testi, Roy testi ve Roy* testinde değişken sayısının artmasyla güç performansları azalırken, Diklik testi, Diklik* testi, M-F(S_w^2) testi ve Sriv 2 testinde ise değişken sayısının artmasıyla güç performanslarında artış görülmüştür.

4.10. Çok Değişkenli Cauchy Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Bu çalışmada Pearson Tip VII dağılımı ile ilgili 1 serbestlik dereceli çok değişkenli t dağılımı veya çok değişkenli cauchy dağılımı ile 10 serbestlik dereceli çok değişkenli t dağılımı dikkate alınmıştır. Çok değişkenli cauchy dağılımına ait sonuçlar Çizelge 3.21'de verilmiştir. Çizelge 3.21 incelendiğinde 1 serbestlik dereceli çok değişkenli ki-kare dağılımında olduğu gibi Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi haricinde bütün testlerin gücü n ve p'nin artmasıyla sürekli bir şekilde artarak %100'e ulaşmıştır. Burada Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi tutarsız sonuçlar vermiştir. Ancak diğer testler bu dağılıma karşı oldukça büyük güç değerlerine sahip olmuşlardır. Örneğin n=20 ve p=2 olduğu durumda bile en düşük güç değerine sahip olan Srivastava'nın Sriv 1 testinin güç performansı %88.29 çıkmıştır. Ayrıca n=20 ve p=2 olduğu durumda en iyi güç değerlerine sahip olan test istatistikleri sırasıyla Henze-Zirkler'in H-Z testi %95.99, Mardia'nın çok değişkenli Diklik* testi %97.00, Royston'un Roy testi %97.84, Royston'un Roy* testi %97.86 ve Doornik-Hansen'nın D-H testi %97.89 güç değerini almıştır.

Çizelge 4.43. Çok değişkenli cauchy dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri (%)

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	91.30	96.20	97.96	98.78	94.65	98.40	99.49	99.84	96.48	99.13	99.81	99.95	98.15	99.54	99.96	99.99	98.88	99.89	99.99	100.00
Eğrilik*	93.80	97.90	99.13	99.52	95.91	98.91	99.70	99.91	97.21	99.33	99.90	99.98	98.46	99.65	99.99	99.99	98.99	99.92	99.99	100.00
Diklik	91.09	95.02	95.67	95.80	97.05	98.93	99.44	99.70	98.92	99.88	99.95	99.99	99.90	99.99	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00
Diklik*	97.00	99.16	99.54	99.73	99.10	99.77	99.97	99.98	99.66	100.00	99.99	100.00	99.95	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	92.35	96.74	98.07	98.82	97.12	99.10	99.65	99.87	98.65	99.85	99.95	100.00	99.78	99.99	100.00	100.00	99.96	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	89.60	8.62	87.77	81.78	95.97	99.46	97.48	97.82	98.30	99.83	45.84	99.65	99.76	99.98	2.19	80.10	99.96	100.00	100.00	7.24
M-K	95.13	98.44	98.97	99.41	98.42	99.66	99.94	99.97	99.47	99.99	99.99	100.00	99.96	99.99	100.00	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00
D-H	97.89	99.59	99.86	99.96	99.37	99.92	100.00	100.00	99.77	100.00	99.99	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 1	88.29	94.18	96.18	97.61	92.73	96.93	98.68	99.23	95.20	98.37	99.31	99.73	97.55	99.24	99.77	99.95	98.52	99.75	99.97	99.98
Sriv 2	88.40	94.00	96.02	97.45	95.84	98.44	99.22	99.59	98.36	99.66	99.80	99.94	99.72	99.96	99.98	100.00	99.97	100.00	100.00	100.00
MJB	91.31	96.05	97.31	98.46	96.82	98.70	99.36	99.69	98.57	99.70	99.79	99.95	99.73	99.98	99.98	100.00	99.94	100.00	100.00	100.00
MJB*	95.36	98.23	98.87	99.41	98.28	99.42	99.80	99.93	99.20	99.87	99.91	99.98	99.89	99.99	99.99	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00
MJB**	93.67	97.73	98.52	99.20	97.48	99.25	99.68	99.88	98.92	99.84	99.86	99.98	99.79	99.98	99.98	100.00	99.95	100.00	100.00	100.00
S-H	95.55	98.44	99.01	99.46	98.55	99.43	99.76	99.91	99.24	99.86	99.88	99.98	99.79	99.97	100.00	100.00	99.95	100.00	100.00	100.00
H-Z	95.99	98.33	98.88	99.09	98.93	99.68	99.86	99.89	99.56	99.98	99.98	100.00	99.94	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00
Roy	97.84	99.61	99.90	99.96	99.48	99.95	100.00	100.00	99.73	100.00	100.00	100.00	99.97	100.00	100.00	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00
Roy*	97.86	99.60	99.92	99.96	99.49	99.95	100.00	100.00	99.77	100.00	100.00	100.00	99.98	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00

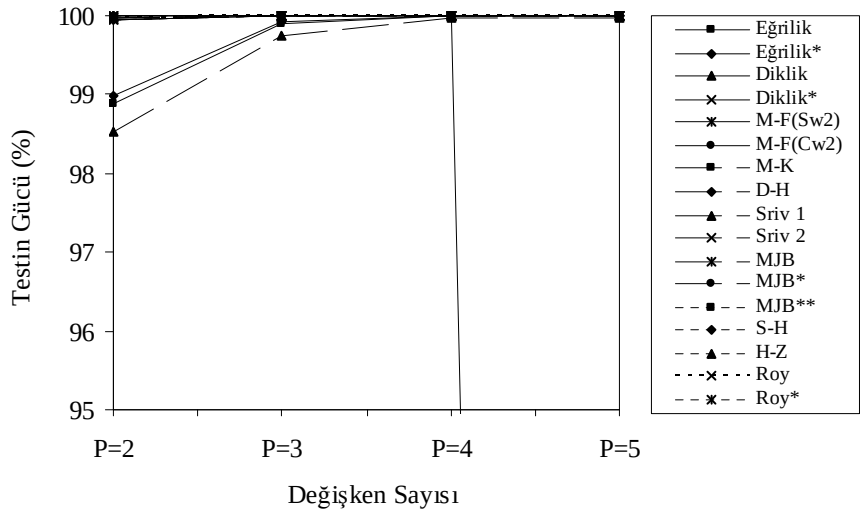
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.43.'ün devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	99.63	99.97	100.00	100.00	99.76	99.99	100.00	100.00	99.90	100.00	100.00	100.00	99.96	100.00	100.00	100.00
Eğrilik*	99.65	99.98	100.00	100.00	99.78	99.99	100.00	100.00	99.90	100.00	100.00	100.00	99.96	100.00	100.00	100.00
Diklik	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Diklik*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(S_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-F(C_w^2)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
M-K	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
D-H	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Sriv 1	99.52	99.94	99.99	100.00	99.67	99.98	100.00	100.00	99.85	100.00	100.00	100.00	99.95	100.00	100.00	100.00
Sriv 2	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MJB**	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
S-H	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
H-Z	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Roy*	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çok değişkenli cauchy dağılımdan çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.42'de verilmiştir.



Şekil 4.42. Çok değişkenli cauchy dağılımında n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi

Çok değişkenli Cauchy dağılımdan elde edilen verilerde n=50 örnek genişliği için testlere ait tahmini güç değerleri incelendiğinde Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi değişken sayısı p=2, 3 ve 4 olduğunda %100 tahmini güce sahip iken p=5 olduğunda %7.24 güç değeri ile yine tutarsız sonuçlar vermiştir. Diğer testlerin tamamı ise n=50 örnek genişliğinde %98'in üzerinde güç değerlerine ulaşmışlardır. Ayrıca bu testlerin güç değerleri değişken sayısının artmasıyla hafiften artmıştır.

4.11. Çok Değişkenli t (sd=10) Dağılımından Elde Edilen Veriler İçin Testin Gücü Bakımından Yöntemlerin Karşılaştırılması

Pearson Tip VII dağılımında incelenen ikinci dağılım 10 serbestlik dereceli çok değişkenli t dağılımıdır. Çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımı, cauchy dağılımına göre normalliğe daha yakındır. Bu nedenle cauchy dağılımına göre testlerin güç performanslarının düşük çıkması beklenir. Bu dağılım için test istatistiklerinin güç değerleri Çizelge 4.44'te verilmiştir. Çizelge 4.44'te görüldüğü üzere testlerin güç performansları genelde düşük çıkmıştır. Burada yine Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi tutarsız sonuçlar vermiştir. Srivastava-Hui'nin S-H testi, Royston'un Roy testi, Henze-

Zirkler'in H-Z testi ve Srivastava'nın Sriv 1 testi oldukça düşük güç performansları tahmin etmişlerdir. Bu testlerden Srivastava-Hui'nin S-H testi ve Royston'un Roy testi büyük örnek genişliklerinde ve örnek büyüklüğünün artmasıyla güç performansları azalmıştır.

Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi ve Srivastava'nın Sriv 2 testi maksimum %55'e yakın güç değerleri tahmin etmişlerdir. Geri kalan Doornik-Hansen'nın D-H testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik*testi, Royston'un Roy* testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi ve Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi diğer testlere nazaran daha yüksek güç performanslarına sahip olmuşlardır. Söz konusu bu testlerin örnek genişliği n=250 ve değişken sayısı p=5 olduğunda maksimum güç değerleri sırasıyla %94.32, %90.08, %86.87, %86.39, %81.02 ve %79.16 olarak tahmin edilmiştir.

Çizelge 4.44. Çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistiklerinin güç değerleri

	n=20				n=25				n=30				n=40				n=50			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	8.39	7.57	5.92	4.25	11.00	11.06	9.97	8.21	13.49	13.71	12.81	12.54	16.36	17.27	18.61	18.86	18.60	20.78	22.78	23.28
Eğrilik*	14.64	15.90	15.56	15.51	16.72	18.16	19.20	18.88	18.26	20.37	21.25	22.63	20.18	22.61	26.14	27.94	21.97	25.45	28.94	30.80
Diklik	3.15	1.70	0.76	0.43	5.54	3.75	1.94	1.21	8.26	6.25	3.95	2.61	12.31	10.56	9.13	7.70	17.04	15.84	14.32	11.97
Diklik*	13.43	13.72	12.80	12.49	15.74	16.49	15.56	15.81	18.05	18.96	18.82	19.31	21.87	23.27	24.67	25.63	26.02	27.96	30.13	30.56
M-F(S_w^2)	7.52	6.96	6.14	5.16	9.77	9.91	9.08	7.83	12.16	12.24	11.52	10.84	15.11	16.10	16.89	16.91	18.03	19.96	21.61	21.77
M-F(C_w^2)	6.15	0.07	0.06	0.00	7.00	65.49	0.30	0.07	8.75	18.30	0.74	0.43	11.63	13.05	0.95	2.42	15.21	15.44	35.24	4.44
M-K	10.74	10.78	9.34	7.09	14.37	16.13	15.72	13.87	17.21	20.64	20.68	19.98	22.19	26.41	29.52	30.59	27.11	32.51	36.06	37.46
D-H	13.84	15.64	16.58	17.89	16.42	19.27	21.06	23.09	19.52	23.18	24.55	27.24	23.35	27.35	32.67	35.59	27.63	32.67	38.21	41.91
Sriv 1	5.96	5.37	4.62	3.80	7.99	7.73	7.02	6.28	9.78	9.70	9.16	8.44	12.21	12.04	11.84	11.56	14.70	13.88	13.76	13.71
Sriv 2	1.98	1.70	2.51	4.10	3.90	3.33	3.49	4.15	5.92	4.87	4.64	4.69	9.35	8.04	7.18	7.04	13.16	11.75	10.60	9.21
MJB	5.13	4.57	3.84	3.14	7.42	6.60	6.09	5.36	9.58	8.94	8.07	7.35	12.88	12.33	11.63	11.28	16.26	15.77	14.85	13.76
MJB*	10.72	9.97	9.35	8.30	13.01	12.82	11.81	11.67	15.16	15.21	14.30	13.61	18.25	18.12	18.11	17.23	22.24	21.57	20.98	19.82
MJB**	7.17	6.98	6.39	6.02	8.81	8.76	8.64	8.28	10.72	10.99	10.38	10.16	13.31	13.55	13.50	13.67	16.34	16.93	16.92	15.92
S-H	10.07	10.32	9.74	9.35	11.52	11.67	11.23	11.49	12.05	11.62	11.37	10.73	12.11	11.86	12.10	11.73	12.60	11.78	12.02	11.85
H-Z	7.06	6.88	6.08	6.72	8.46	8.19	7.42	7.25	9.04	8.55	7.92	7.41	9.80	9.05	8.96	8.53	10.34	10.03	10.44	9.16
Roy	11.78	13.88	14.66	17.05	14.08	16.15	18.08	20.06	14.46	17.19	17.92	20.60	15.34	17.22	20.30	23.28	15.36	17.90	20.74	23.35
Roy*	11.94	13.87	14.63	17.07	14.20	16.35	18.08	20.18	15.95	18.98	20.37	23.14	19.06	21.89	25.67	28.96	20.82	25.04	29.72	32.97

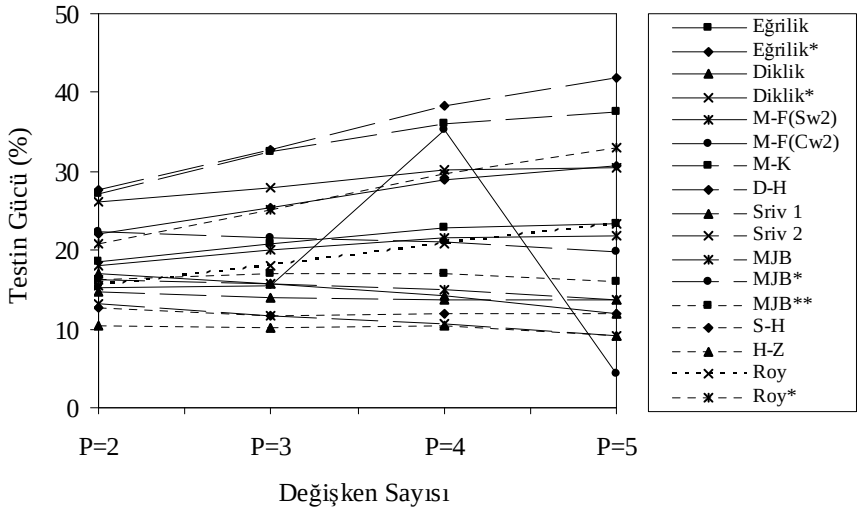
Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çizelge 4.44.'ün devamı (%)

	n=75				n=100				n=150				n=250			
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5	p=2	p=3	p=4	p=5
Eğrilik	22.48	26.57	29.06	31.71	25.94	29.45	33.53	35.68	28.16	34.01	39.03	42.66	31.99	38.49	44.73	50.06
Eğrilik*	24.69	29.79	33.49	37.90	28.30	32.14	37.24	40.45	29.24	36.11	41.92	46.24	32.92	39.74	46.33	52.01
Diklik	25.77	27.18	26.08	26.15	34.12	35.86	37.88	37.04	46.91	52.07	55.16	56.11	67.04	74.31	78.44	81.02
Diklik*	33.89	37.97	39.81	43.54	41.51	46.77	50.41	52.18	53.00	61.05	64.83	67.83	70.70	79.25	83.92	86.87
M-F(S_w^2)	24.19	28.44	30.61	33.20	31.42	35.11	39.58	41.25	41.03	48.50	53.60	57.02	59.00	68.30	74.69	79.16
M-F(C_w^2)	21.58	24.14	26.10	53.20	29.18	30.87	34.04	39.41	39.69	45.91	49.49	52.42	58.47	67.18	72.90	76.97
M-K	35.28	43.79	48.30	53.50	43.10	50.94	58.40	62.00	53.30	64.37	71.15	76.06	68.92	79.20	86.32	90.08
D-H	35.42	43.86	50.31	57.01	42.76	52.21	60.64	66.60	54.35	65.97	75.35	81.22	71.06	83.11	90.30	94.32
Sriv 1	18.39	18.14	18.40	18.13	20.83	21.48	20.66	20.32	23.04	24.15	24.19	23.29	26.76	26.94	27.00	27.48
Sriv 2	20.21	19.31	17.25	16.05	28.20	26.75	24.94	21.80	38.71	39.01	37.87	35.10	57.35	58.39	57.96	56.90
MJB	23.23	22.95	22.19	21.16	30.23	29.71	27.91	25.75	39.10	39.31	37.87	34.97	54.81	54.42	53.35	51.65
MJB*	28.21	28.18	27.65	27.04	34.42	34.92	33.09	31.45	42.94	43.98	42.97	40.26	58.07	57.98	57.46	55.94
MJB**	22.66	23.72	23.85	23.14	29.54	30.29	29.18	27.88	38.42	40.11	39.53	37.29	54.57	55.35	55.32	53.83
S-H	11.76	11.53	10.60	11.06	10.98	10.52	9.92	8.79	8.53	7.75	7.01	6.87	5.92	4.57	4.33	3.91
H-Z	12.05	12.60	11.58	11.53	14.21	14.78	14.95	13.89	17.82	18.77	18.25	18.07	25.28	26.85	28.69	27.22
Roy	14.58	17.62	19.70	22.53	14.05	16.06	18.78	19.24	11.65	13.53	14.98	16.42	8.54	9.24	11.65	12.09
Roy*	26.82	33.42	38.85	44.33	33.32	40.22	47.59	52.07	43.10	52.67	61.34	67.39	58.50	70.60	80.70	86.39

Eğrilik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli eğrilik testi
Eğrilik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli eğrilik testi
Diklik : Mardia'nın (1970) çok değişkenli diklik testi
Diklik* : Mardia'nın (1974) çok değişkenli diklik testi
M-F(S_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-F(C_w^2): Mardia-Foster (1983) testi
M-K : Mardia-Kent (1991) testi
D-H : Doornik-Hansen (1994) testi
Sriv 1 : Srivastava'nın (1984) testi
Sriv 2 : Srivastava'nın (1984) testi
MJB : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB* : Çok değişkenli Jarque-Bera (2009) testi
MJB** : Çok değişkenli Jarque-Bera (2010) testi
S-H : Srivastava-Hui (1987) testi
H-Z : Henze-Zirkler (1990) testi
Roy : Royston'un (1983) testi
Roy* : Royston'un (1992) testi

Çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımından çekilen örneklerde, örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p = 2, 3, 4 ve 5 olduğunda çok değişkenli normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimiyle ilgili grafik Şekil 4.43'de verilmiştir.



Şekil 4.43. Çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımında n=50 örnek genişliğinde p = 2, 3, 4 ve 5 değişken için normallik testlerine ait güç değerlerinin değişimi

Çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımından elde edilen verilerde n=50 örnek genişliği için testlere ait tahmini güç değerleri Şekil 4.43'de görüldüğü üzere Doornik-Hansen'nın D-H testinin güç performansı %41.91'e ulaşmıştır. Bu testi Mardia-Kent'in M-K testi, Royston'un Roy* testi, Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Diklik* testi izlemiştir. Söz konusu bu testlerin güç performansları %30'un üzerine çıkmıştır. Burada değişken sayısının artmasıyla Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik, Eğrilik* ve Diklik* testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi ile Royston'un Roy ve Roy* testine ait güç performansları artmıştır. Ancak Srivastava'nın Sriv 1 ve Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB, MJB* ve MJB** testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi ile Henze-Zirkler'in H-Z testinin güç değerleri değişken sayısının artmasıyla genelde azalmıştır. Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi, yine güç bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

Tek değişkenli veriler normal dağılım gösteren bir populasyondan çekildiğinde gerçekleşen I. tip hata olasılığı bakımından Jarque-Bera'nın J-B testi, kararlaştırılan I. tip hata olasılığının (α=0.05) altında değerler almış ve örnek genişliğinin artmasıyla I. tip hata olasılığı %5'e yaklaşmıştır. Bütün örnek genişliklerinde en düşük hata değerine sahip olan Jarque-Bera'nın J-B testi küçük örnek genişliklerinde başlangıçta kararlaştırılan hata değerinden uzaklaşmakta ve n=10 için hata oranı %0.81'e inmektedir. Eğrilik testinde I. tip hata olasılığı genelde %5'in altında ya da %5'e çok yakın bulunmuştur. D'Agostino-Pearson'un DP testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_A, Z-H_C ve Z-H_K testi bütün örnek genişliklerinde I. tip hata olasılığı başlangıçta kararlaştırılan hata olasılığına yakın değerler almıştır. Zhang'in Z testinde bütün örnek genişlikleri için gerçekleşen I. tip hata olasılıkları %5'in üstünde iken Diklik testinde gerçekleşen I. tip hata olasılıklarının da %5'den bir miktar büyük olduğu görülmektedir.

1, 4 ve 8 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında örnek genişliği arttıkça test istatistiklerine ait güç performansları artarken serbestlik derecesi artıkça verilerin dağılımı normale yaklaştığı için testlerin güç değerleri bir miktar azalmıştır.

1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında örnek genişliği n=20 olduğunda Z testi, Z-H_A testi, Z-H_C testi S-W testi ve Z-H_K testi ve Eğrilik testi yüksek güç değerlerine ulaşmıştır. Bu testlerin gücü sırasıyla %99.43, %99.04, %98.50, %98.48, %98.28 ve %93.64 şeklindedir. J-B testi ve Diklik testinin güç performansları ise diğer testlere nazaran düşüktür.

4 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistikleri yüksek güç performanslarına (%80'nin üzerinde) n=40 olduğunda ulaşmaya başlamıştır. Örnek genişliği n=40 olduğunda Z-H_A testi, S-W testi, Z-H_C testi, Eğrilik testi, Z testi ve Z-H_K testine ait güç değerleri sırasıyla %91.27, %88.63, %87.67, %86.82, %86.73 ve %83.62 şeklinde bulunmuştur. Bu dağılımda DP testi, J-B testi ve Diklik testine ait güç değerleri diğer testlere göre biraz daha düşüktür.

8 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında test istatistiklerinin güç performansları karşılaştırıldıklarında örnek genişliği n=70 olduğunda %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşan test istatistikleri büyükten küçüğe sırasıyla Eğrilik testi, Z-H_A testi, S-W testi ve

$Z\text{-}H_C$ testi şeklindedir. Bu testlerin gerçekleşen güç değerleri %89.40, %88.63, %85.00 ve %84.48'dir. Burada Diklik testi ise bütün örnek genişliklerinde düşük güç değerlerine sahip olmuştur.

5, 10 ve 34 serbestlik dereceli t dağılımında test istatistiklerine ait güç performansları serbestlik derecesi artıkça verilerin dağılımı normale yaklaştığı için azalış göstermiştir. Bu dağılımlarda Diklik testi, DP testi ve örnek genişliğinin artmasıyla J-B testi diğer testlere nazaran daha yüksek güç performanslarına sahip olmuştur.

1 ve 1 parametreli Beta dağılımında S-W testi örnek genişliği $n\geq40$ olduğunda diğer testlerden daha yüksek güç performansı göstermiştir. Burada n=50 olduğunda S-W testi ile $Z\text{-}H_C$ testinin güç değerleri %88.32 ve %82.77 olmaktadır. Örnek genişliği n=70 olduğunda $Z\text{-}H_A$ testi, Z testi ve Diklik testi de yüksek güç değerlerine ulaşmaktadır. Örnek genişliği n=70 için S-W testi, $Z\text{-}H_C$, $Z\text{-}H_A$ testi, Z testi ve Diklik testinin güç değerleri sırasıyla %99.04, %97.32, %97.18, %93.03 ve %86.91 şeklinde elde edilmiştir. Örnek genişliği n=100 olduğunda $Z\text{-}H_K$ testi ve n=150 olduğunda ise J-B testi yüksek güç değerlerine ulaşmışlardır. Ancak Eğrilik testinin ve DP testinin tahmini güç değerleri düşük bulunmuştur.

2 ve 4 parametreli Beta dağılımında $Z\text{-}H_A$ testi, S-W testi ve Z testi %80'nin üzerinde güç performanslarına n=100 olduğunda ulaşırken $Z\text{-}H_K$ testi, $Z\text{-}H_C$ testi ve Eğrilik testi ise örnek genişliği n=150 olduğunda ancak yüksek güç performansları göstermiştir. Bu dağılımda testin gücü bakımından Diklik testi, DP testi ve J-B testi için gerçekleşen güç değerlerinin düşük olduğu görülmektedir.

5 ve 1 parametreli Beta dağılımında örnek genişliği n=25 olduğunda Z testi %83.98 ve $Z\text{-}H_A$ testi ise %82.89 güç değerlerine ulaşmıştır. n=30 olduğunda ise sırasıyla Z testi, $Z\text{-}H_A$ testi, S-W testi, $Z\text{-}H_C$ testi ve $Z\text{-}H_K$ testi için güç değerleri %93.15, %92.00, %87.93, %87.44 ve %86.91 şeklindedir. Bu dağılımda Eğrilik testi %0.00 ve %0.04, Diklik testi ise %16.98 ile %66.61 arasında güç değerleri elde etmiştir.

Lognormal dağılımda örnek genişliği n=70 olduğunda yalnızca Eğrilik testi %82.67 güç değeri ile diğer testlerden daha büyük güç değeri aldığı görülmektedir. n=100 olduğunda ise sırasıyla Eğrilik testi, $Z\text{-}H_A$ testi, $Z\text{-}H_C$ testi ve S-W testi %85'in üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. DP testi, J-B testi ve Z testi n=150 olduğunda yüksek güç değerlerine ulaşırken Diklik testi ise bütün örnek genişliklerinde düşük güç değerlerine sahip olmuştur.

Weibull dağılımında örnek genişliğinin artmasıyla test istatistiklerinin güç performanslarıda hızlı bir şekilde artış göstermiştir. Örnek genişliği n=20 olduğunda sırasıyla Z-H_A testi, Z testi, S-W testi ve Z-H_C testi %80'nin üzerinde güç değerlerine sahip olmuştur. n=30 olduğunda sırasıyla Z testi, Z-H_A testi, S-W testi ve Z-H_C testi, Z-H_K testi ve Eğrilik testi yüksek güç performanslarına sahip olup sırasıyla %95.21, %95.19, %93.23, %93.02, %91.64 ve%88.83 değerlerini aldıkları gözlemlenmiştir. DP testi ve J-B testi n=40 olduğunda yüksek güç performanslarına ulaşırken Diklik testi ise ancak n=70 olduğu durumda %85'in üzerinde güç değerine ulaştığı görülmektedir.

Uniform dağılımında S-W testi ve Z-H_C testinin güç performansları diğer testlerden daha yüksektir. Bu testler örnek genişliği n=50 olduğunda %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaştığı görülmektedir. n=70 olduğunda ise sırasıyla S-W testi, Z-H_C testi, Z-H_A testi, Z testi ve Diklik testi yüksek güç performansları vermiştir. Bu testlere ilaveten n=100 olduğunda Z-H_K testi ve n=150 olduğunda ise J-B testi yüksek güç değerlerine sahip olmuştur. Ancak bu dağılımda Eğrilik testi ve DP testinde gerçekleşen güç değerlerinin oldukça düşük olduğu görülmektedir.

Çok değişkenli normal dağılım gösteren populasyondan çekilen örneklerde testlerin I. tip hata olasılıkları incelendiğinde Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi, özellikle $n \leq 50$ olduğunda tutarsız sonuçlar vermiştir. Mardia-Kent'in M-K testi ise örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla I. tip hata olasılığı %10'un üzerine çıkmıştır. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi bütün örnek genişliklerinde %5'in bir miktar üzerinde I. tip hata olasılığına sahip olmuştur. Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Diklik* testleri, Srivastava'nın Sriv 2 testi ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* testinde, küçük örnek genişlikleri için I. tip hata olasılığı %5'in altında iken örnek genişliğinin artmasıyla hata olasılığı da artarak %5'i çok az geçmiştir. Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Royston'un Roy ve Roy* testi I. tip hata olasılığı'na (α=0.05) yakın değerler almıştır. Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi, Çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB ve MJB** testleri daima %5'in altında I. tip hata olasılıklarına sahip olmuşlardır.

Eğrilik testi, Diklik* testi, M-K testi, Sriv 1 testi, Sriv 2 testi, MJB testi, MJB* testi ile MJB** testinde örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla genelde I. tip hata olasılığı da artmıştır.

Çok değişkenli karışık normal dağılımın 1. tipinde ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 ile ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2

olduğunda çekilen örneklerden elde edilen sonuçlara göre, karışım 1'den karışım 3'e testlerin güç performansları genellikle artış göstermiştir. Burada test istatistikleri güç bakımından karşılaştırıldıkları zaman M-K testi diğer testlerden daha yüksek güç performanslarına sahip olmuştur. Eğrilik* testi, Diklik* testi ve MJB* testinin güç değerleri genelde %5'in üzerinde gerçekleşmiştir. Söz konusu bu testlere ait güç performansları karışım 1'den karışım 3'e örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla artış göstermiştir. Bu testlerin maksimum güç değerleri %12.37, %17.50 ve %18.72 şeklinde tahmin edilmiştir. Bunlara ilaveten Eğrilik ve M-F(S_w^2) testine ait güç değerleri de karışım 1'den karışım 3'e örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla artarak tahmini en yüksek güç değerleri %11.02 ve %13.43 olarak bulunmuştur. M-F(C_w^2) testi ise yine tutarsız sonuçlar göstermiştir.

Diklik testi, Sriv 1 testi, Sriv 2 testi, MJB testi ve MJB** testinde küçük örnek genişliklerinde gerçekleşen testin gücü değerlerinin genelde %5'in altında olduğu görülmektedir. Bu testlerin güç değerleri bakımından özellikle karışım 3'de örnek büyüklüğü ve değişken sayısının artmasıyla tahmini güç değerlerindeki artış daha belirgin olmuştur. Burada maksimum güç değerleri sırasıyla %11.26, %10.96, %14.69, %15.56 ve %16.65 şeklindedir.

Çok değişkenli karışık normal dağılımın 2. tipinde ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 ile ortalama vektörü μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 olduğunda üç farklı karışım oranında, karışım 1'den karışım 3'e testlerin güç performansları 1. tipin aksine genellikle azalış göstermiştir.

Karışım 1'de testlerin güç performansları bakımından incelendiğinde örnek genişliği $n\leq40$ olduğunda Eğrilik* testi en yüksek güç değerlerine sahip iken örnek genişliği $50\leq n\leq150$ olduğu durumda M-K testi en yüksek güç değerlerine sahip olmuştur. Örnek genişliği n=250 olduğu durumda ise Sriv 1 testi ile MJB* testi diğer testlerden daha iyi güç performansı göstermiştir. Bu testlerin maksimum güç değerleri %17.55 ve %17.14 şeklindedir. Ayrıca MJB testi ile MJB** testinin güç değerleri de %15'e ulaşmıştır. Eğrilik testi, S-H testi ile Roy* testi ise %10'a yakın güç değerleri elde etmiştir.

Karışık normal dağılımların 2. tipinde M-K testi, Sriv 1 testi, MJB testi, MJB* testi ve MJB** testi örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla daha yüksek güç değerlerine sahip olmuşlardır. Karışım 1'den karışım 3'e test istatistiklerinin gücü genelde azalış gösterirken karışım 3'de Sriv 2 testi, S-H testi ile Roy testinin güç değerlerinde artış gözlenmiştir.

Çok değişkenli karışık normal dağılımın 3. tipinde ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 ile ortalama vektörü μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 olduğunda testlerin güç performansları bakımından 1. karışımda M-K testi, Roy* testi ile MJB* testi diğer testlerden daha yüksek güç değerlerine ulaşmıştır. Bu testlerin maksimum güç değerleri %11.54, %9.63 ve %8.14 olarak bulunmuştur. 2. karışımda M-K testi, Roy* testi, Roy testi, MJB* testi ile Sriv 1 testinin güç performansları diğer testlerden genelde daha yüksektir. Bu testlerin maksimum güç değerleri %10.64, %9.96, %9.21, %8.50 ve %8.40 şeklinde tahmin edilmiştir. 3. karışımda ise Roy testi, S-H testi ve M-K testi en yüksek güç değerlerine ulaşmış olup %10.28, %8.56 ve %8.37 değerlerini almışlardır.

Çok değişkenli karışık normal dağılımın 4. tipinde ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 ile ortalama vektörü μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 olduğunda testlerin çoğunda, test istatistiklerinin güç performansları karışım 1'den karışım 2'ye artış gösterirken karışım 3'de azalış göstermiştir. Bu dağılım tipinde 1. karışımda testlerin güç değerleri bakımından büyükten küçüğe sırasıyla MJB* testi, Sriv 1 testi, MJB** testi, MJB testi, M-K testi, Eğrilik testi, Eğrilik* testi, S-H testi, Sriv 2 testi, M-F(S_w^2) testi ile M-F(C_w^2) testi %10'un üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. Bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %49.26, %47.02, %46.68, %46.67, %30.68, %27.85, %26.26, %20.21, %17.20, %16.94 ve %14.62 şeklindedir. Söz konusu bu testlerin güç performansları, genelde karışım 1'den karışım 2'ye artış göstermiştir. 2. karışım da bu testlerin güç değerleri diğer testlere ait güç değerlerinden daha yüksek bulunmuştur. Burada %10'un üzerinde güç değerlerine ulaşan test istatistikleri büyükten küçüğe sırasıyla MJB* testi, Sriv 1 testi, MJB testi, MJB** testi, Eğrilik* testi, Eğrilik testi, S-H testi, M-K testi, M-F(S_w^2) testi, M-F(C_w^2) testi, Sriv 2 testi ile H-Z testi şeklindedir. Bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %64.58, %64.41, %61.68, %61.15, %43.81, %41.30, %36.59, %35.10, %25.65, %24.30, %14.71 ve %10.78 olarak tahmin edilmiştir. 2. karışımda, 1. karışıma göre testlerin güç performansları bakımından Eğrilik* testi, Eğrilik testi ile S-H testi örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla M-K testinden daha iyi sonuçlar vermiştir. Sriv 2 testinin güç performansı ise azalmıştır. Bu durumda M-F(S_w^2) testi ile M-F(C_w^2) testinin güç değerleri Sriv 2 testinin önüne geçmiştir. 3. karışımda ise, Eğrilik* testi, Eğrilik testi, M-K testi, MJB* testi, M-F(S_w^2) testi, Sriv 1 testi, MJB testi, MJB** testi, M-F(C_w^2) testi, S-H testi, D-H testi, Diklik*testi, H-Z testi ile Roy testinin güç değerleri %10'a yakın bulunmuştur. Bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %44.60, %41.82, %38.34, %27.90, %27.84,

%26.54, %25.27, %25.12, %23.95, %19.77, %16.72, %14.07, %13.57 ve %10.37 olarak bulunmuştur. Örnek genişliği n≤50 olduğunda M-F(C_w^2) testi yine güç değerleri bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir.

Çok değişkenli karışık normal dağılımın 5. tipinde ortalama vektörü μ_1 ve varyans kovaryans matrisi Σ_2 ile ortalama vektörü μ_2 ve varyans kovaryans matrisi Σ_1 olduğunda testlerin güç performansları bakımından Çizelge 4.28, 4.29 ve 4.30'da görüldüğü üzere testlerin çoğunun güç değerleri karışım 1'den karışım 3'e artış göstermiştir. Bu dağılım tipinde 1. karışımda %30.25 güç değeri ile M-K testi en yüksek güç değerine ulaşmıştır. M-K testini Diklik* testi, Eğrilik* testi, Eğrilik testi, M-F(S_w^2) testi, D-H testi, M-F(C_w^2) testi ile Diklik testi izlemiştir. Bu testler %10'nun üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. 2. karışımda M-K testi, Eğrilik* testi, Eğrilik testi, M-F(S_w^2) testi, Diklik* testi, D-H testi, M-F(C_w^2) testi, Diklik testi ile MJB testinin maksimum güç değerleri %10'un üzerine çıkmış olup sırasıyla %40.10, %27.99, %26.06, %23.78, %23.05, %21.25, %19.43, %15.91 ve 10.67 değerlerini aldıkları gözlenmiştir. 3. karışımda ise Eğrilik* testi genelde en yüksek güç değerlerine sahiptir. Bunu M-K testi izlemiştir. Ancak örnek genişliği n=250 olduğunda Eğrilik testi güç değerleri bakımından M-K testinin önüne geçmiştir. Bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla Eğrilik* testi %44.10, Eğrilik testi %41.50 ve M-K testi %38.14 şeklindedir. Söz konusu bu testlerden sonra M-F(S_w^2) testi, MJB* testi, Sriv 1 testi, MJB testi, MJB** testi, M-F(C_w^2) testi, S-H testi, D-H testi, Diklik* testi, H-Z testi ile Roy testi %10'un üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. Bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %27.79, %27.65, %26.02, %24.98, %24.61, %24.33, %19.24, %17.58, %14.17, %13.72 ve %10.94 olarak tahmin edilmiştir. Burada örnek genişliği n≤50 olduğunda M-F(C_w^2) testi yine güç değerleri bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir.

Bu çalışmada incelenen çok değişkenli karışık dağılımlar çok değişkenli normal dağılıma yakın olduğu için testlerin güç değerleri zayıf bulunmuştur. Ayrıca testlerin güç değerleri bakımından birbirine karşı üstünlükleri bariz olarak görülememiştir.

Çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösteren populasyondan çekilen örneklerde testlerin güç performansları Çizelge 4.31'de görüldüğü üzere örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla bütün testlerin güç performansları artarak %100 güç değerlerine ulaşmıştır. Bu dağılımda örnek genişliği n=20 ve değişken sayısı p=2 olduğunda Roy testi, Roy* testi, D-H testi, H-Z testi, Eğrilik* testi, S-H testi, Eğrilik testi, MJB* testi, M-K testi, M-F(S_w^2) testi ile Sriv 1 testi %80'nin üzerinde güç performansı göstermiştir. Söz konusu bu testlerin güç değerleri sırasıyla %99.97,

%99.97, %99.41, %98.73, %96.29, %94.69, %91.99, %85.54, %84.40, %83.45, %82.52 olarak tahmin edilmiştir. Burada örnek genişliği n=40 olduğunda ise bütün testlerin güç performansları %90'nın üzerine çıkmıştır. Ancak örnek genişliği n≤50 olduğunda M-F(C_w^2) testi güç değerleri bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir.

Çok değişkenli lognormal dağılım gösteren populasyondan çekilen örneklerde testlerin güç performansları bakımından örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla bütün testlerin tahmini güç değerleri hızlıca artarak %100'e ulaşmıştır. Çok değişkenli lognormal dağılımda, örnek genişliği n=20 ve değişken sayısı p=2 olduğunda %80'nin üzerinde güç değerlerine sahip olan testler sırasıyla Roy* testi, Roy testi, D-H testi, H-Z testi, Eğrilik* testi, S-H testi, Eğrilik testi, MJB* testi, M-K testi, M-F(S_w^2) testi ile Sriv 1 testi, MJB** testi, Diklik* testi ile M-F(C_w^2) testi şeklindedir. Bu testler 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında olduğu gibi benzer güç performansları göstermiştir.

Knintchine dağılımında D-H testi, Roy testi ile Roy* testi haricindeki diğer testlerin tahmini güç değerleri örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla artmıştır. Bu dağılımda örnek genişliği n=50 ve değişken sayısı p=5 olduğunda Diklik* testi ile M-K testi %91.09 ve %87.13 güç değerleri ile %80'nin üzerinde güç performanslarına ulaşmışlardır. Örnek genişliği n=75 olduğunda bu testlere ilave olarak sırasıyla M-F(C_w^2) testi, H-Z testi, Diklik testi, M-F(S_w^2) testi ile Eğrilik* testi %80'nin üzerinde güç değerlerine sahip olmuştur. Örnek genişliği n=100 olduğu durumda ise sırasıyla Sriv 2 testi, Eğrilik testi, MJB* testi ve MJB** testide %80'nin üzerinde güç performansı göstermiştir. MJB testi ise ancak örnek genişliği n=150 olduğunda %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. Burada örnek genişliği n≤50 olduğunda M-F(C_w^2) testi yine güç değerleri bakımından tutarsız sonuçlar göstermiştir.

Genelleştirilmiş üstel güç dağılımında ise Diklik testi, Diklik* testi ile Sriv 2 testi haricindeki diğer test istatistiklerinin güç performansları örnek genişliği ve değişken sayısının artmasıyla artarak %100'e çok yakın değerlere veya %100'e ulaşmıştır. Bu dağılımda örnek genişliği n≥20 ve değişken sayısı p≥3 olduğunda sadece Roy testi ile Roy* testi %90'nın üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. Örnek genişliği n≥25 ve değişken sayısı p≥3 olduğu durumda D-H testide %80'nin üzerinde güç değerlerine sahip olmuştur. Örnek genişliği n≥40 olduğunda H-Z testide %80'nin üzerinde güç değerleri göstermiştir. Örnek genişliği n≥50 olduğu durumda ise Eğrilik* testi ile Eğrilik testide %80'nin üzerinde güç değerleri göstermeye başlamıştır. Örnek genişliği n≥75 olduğu durumda ise yukarıdaki testlere ilaveten M-F(C_w^2) testi, S-H testi,

M-F(S_w^2) testi ile M-K testi %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. Örnek genişliği n≥100 olduğunda ise Sriv 1 testi, MJB testi ile MJB* testi 80'nin üzerinde güç değerleri göstermiştir. MJB** testi ise ancak örnek genişliği n≥150 olduğu durumda %80 üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. M-F(C_w^2) testi örnek genişliği n≤50 olduğunda güç değerleri bakımından yine tutarsız sonuçlar vermiştir. Genelleştirilmiş üstel güç dağılımında, değişken sayısı arttıkça D-H testi, Roy testi ile Roy* testinin güç performansları artarken diğer testlerin güç performansları genelde azalmıştır.

Pearson Tip II dağılımında dikkate alınan 8 farklı parametre değeri için çekilen örneklerde testlerin güç performansları Çizelge 4.35-4.42'deki sonuçlara göre Eğrilik testi, Eğrilik* testi ile Sriv 1 testinin güç değerleri sıfır yada sıfıra çok yakındır. Bu dağılımda parametre değeri *m*'nin artmasıyla Eğrilik testi, Eğrilik* testi ile Sriv 1 testinin güç değerleri değişmezken, diğer testlerin güç değerleri azalmıştır. Burada örnek genişliğinin artmasıyla testlerin çoğunun güç değerleri artmıştır. Değişken sayısı artıkça ise genelde D-H testi, MJB testi, MJB* testi, MJB** testi, S-H testi, Roy testi ve Roy* testinde güç performansları azalırken, Diklik testi, Diklik* testi, M-F(S_w^2) testi ve Sriv 2 testinde güç performansları artmıştır. H-Z testinde ise parametre değeri $m \leq -0.25$ olduğunda değişken sayısının artmasıyla H-Z testinin güç değerleri genelde azalış gösterirken parametre değeri $m \geq 0.0$ olduğu durumda genelde artış göstermiştir.

Parametre değeri $m=-0.5$ olduğunda Pearson Tip II dağılımında örnek genişliği arttıkça Eğrilik testi, Eğrilik* testi, Sriv 1 testi ve M-K testi haricindeki diğer testlerin güç değerleri artarak %100'e kadar çıkmıştır. Burada örnek genişliği n≥30'dan itibaren M-F(S_w^2) testi, Diklik* testi, Diklik testi ile H-Z testi %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşmıştır. Örnek genişliği n≥40 olduğunda Sriv 2 testi, S-H testi, Roy testi ile Roy* testide %80'nin üzerinde güç değerleri göstermeye başlamıştır. Örnek genişliği n≥75'dan itibaren ise yukarıda belirtilen testlere ilaveten D-H testi, MJB* testi ile MJB testide %80'nin üzerinde güç performansı göstermiştir. MJB** testi ise ancak örnek genişliği n=100 ve daha büyük olduğunda %80'nin üzerinde güç değerleri vermiştir. Burada M-F(C_w^2) testi örnek genişliği n≤50 olduğu durumda tutarsız sonuçlar vermiştir. M-K testi ise örnek genişliği n≤75 olduğunda sıfır yada sıfıra çok yakın güç değerler alırken örnek genişliği n=150 ve p=2 olduğunda güç değeri %100 iken değişken sayısı p≥3 olduğunda güç değerleri oldukça küçük yada sıfırdır. M-K testi örnek genişliği n=250 ve p≤3 olduğunda güç değeri %100 iken değişken sayısı p≥4 olduğunda ise %40.91 ve %0.0 güç değerlerini almıştır.

Pearson Tip II dağılımında parametre değeri *m*'nin artmasıyla Diklik testi, Diklik* testi, M-F(S_w^2) testi, M-F(C_w^2) testi, D-H testi, Sriv 2 testi, MJB testi, MJB* testi, MJB** testi, S-H testi, H-Z testi, Roy testi ve Roy* testinin tahmini güç değerleri azalmıştır. Bu dağılımda, testlerin güç performansları bakımından, büyükten küçüğe sırasıyla M-F(S_w^2) testi, Diklik testi, Diklik* testi, Sriv 2 testi, S-H testi, H-Z testi ile Roy testi diğer testlerden daha iyi sonuçlar vermiştir. Ayrıca parametre değeri $m \leq 1$ olduğunda sırasıyla Roy* testi, D-H testi, MJB* testi, MJB testi ile MJB** testide %80'nin üzerinde güç değerlerine örnek genişliğinin artmasıyla ulaşmıştır.

Çok değişkenli Cauchy dağılımından çekilen örneklerde testlerin güç değerleri %87'nin üzerinde olup, örnek genişliği ve değişken sayısı arttıkça bütün testlerin tahmini güç değerleri hızlıca artarak %100'e çıkmıştır. Bu dağılımda, Roy* testi, Roy testi, D-H testi ve Diklik* testi diğer testlerden daha yüksek güç performansı göstermiştir. Söz konusu bu testlere ait en düşük güç değerleri sırasıyla %97.86, %97.84, %97.89 ve %97.00 şeklinde bulunmuştur. Güç değerleri bakımından, bu testleri H-Z testi, M-K testi, S-H testi, MJB* testi, M-F(S_w^2) testi, MJB** testi, Eğrilik* testi, Diklik testi, MJB testi, Eğrilik testi, M-F(C_w^2) testi, Sriv 1 testi ile Sriv 2 testi izlemiştir. Burada M-F(C_w^2) testi örnek genişliği $n \leq 50$ olduğunda güç değerleri bakımından yine tutarsız sonuçlar vermiştir.

Çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımından çekilen örneklerde testlerin güç performansları genelde düşük çıkmıştır. Bu dağılımda D-H testi, Diklik*testi, Roy* testi ile Diklik testi haricindeki diğer testlerin güç değerleri bütün örnek genişliklerinde %80'nin altında çıkmıştır. Yukarıda belirtilen bu testlerin maksimum güç değerleri sırasıyla %94.32, %90.08, %86.87, %86.39 ve %81.02 olarak bulunmuştur.

Çok değişkenli normallikle ilgili elde edilen sonuçlar Mecklin'in (2000) çalışmasında Mardia'nın çok değişkenli eğrilik testi, Mardia'nın çok değişkenli diklik testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ve Royston'un Roy testi için çok değişkenli normal dağılım, çok değişkenli karışık normal dağılım, çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı ve çok değişkenli lognormal dağılımında elde edilen sonuçlarla genelde benzerlik göstermiştir. Fakat Knintchine dağılımı, genelleştirilmiş üstel güç dağılımı, çok değişkenli Cauchy dağılımı, çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımı ve Pearson Tip II dağılımı (m=0, 0.5 ve 10) için elde edilen sonuçlarla genelde farklılık görülmüştür. Bu benzetim (simulasyon) çalışması, Naczk'ın (2004) çalışması ile karşılaştırıldığında ise incelenen dağılımlarda Royston'un Roy testi

haricinde, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Royston'un Roy* testi ve Doornik-Hansen'nın D-H testi için elde edilen sonuçlarla benzerdir.

5.2. Öneriler

Bu çalışmada incelenen ki-kare, Beta (2,4), Lognormal ve Weibull gibi simetrik olmayan dağılımlarda Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_C testi, Zhang'in Z testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_K testi ve Eğrilik testinin güç değerleri diğer testlerden daha yüksektir. Dağılımlar $t_{(5)}$ ve $t_{(10)}$ gibi simetrik ve dik olduğu durumlarda ise Diklik testi, D'Agostino-Pearson'un DP testi, Jarque-Bera'nın J-B testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_C ile Z-H_A testi ve Zhang'in Z testi diğer testlerden daha güçlüdür. Örneklerin çekildiği dağılımın, Beta (5,1) gibi asimetrik ve dik olduğu durumda , Zhang'in Z testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_C ile Z-H_K testi güçlü testlerdir. Beta (1,1) ve Uniform dağılımında ise test istatistiklerinin büyükten küçüğe sıralaması Shapiro-Wilk'in S-W testi, Zhang ve Wu'nun Z-H_C ile Z-H_A testi, Zhang'in Z testi, Diklik testi ve Zhang ve Wu'nun Z-H_K testi şeklinde olmaktadır.

Tek değişkenli veriler için bu çalışmada incelenen bütün dağılımlar birlikte dikkate alındığında Zhang ve Wu'nun Z-H_A testi, Shapiro-Wilk'in S-W testi ve Zhang ve Wu'nun Z-H_C testinin diğer testlerden daha yüksek güç performanslarına sahip olduğunu bu testleri Zhang'in Z testi ve Zhang ve Wu'nun Z-H_K testinin izlediği bu testlere ilaveten özellikle simetrik olmayan dağılımlarda Eğrilik ve D'Agostino-Pearson'un DP testinin de güçlü testler olduğu sonucuna varılmıştır. İncelenen dağılımlarda yüksek güç performansına sahip olan bu testler tek başına veya birlikte tek değişkenli normallik varsayımının kontrolünde kullanılabilir.

Çok değişkenli normallik testlerinin, güç performansları bakımından çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare ile çok değişkenli lognormal dağılımlarında bütün örnek genişliklerinde testlerin güç değerleri %80'nin üzerinde bulunmuştur. Bununla birlikte en yüksek güç değerlerine sahip ilk beş test sırasıyla Royston'un Roy* ve Roy testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ve Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* testi şeklindedir. Burada Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testi örnek genişliği $n \leq 50$ olduğunda tutarsız sonuçlar vermiştir. Knintchine dağılımında Mardia-Kent'in M-K testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik* testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi ve Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi en iyi güç

değerlerine sahip olmuştur. Bu dağılımda örnek genişliği n≥100 ve değişken sayısı artıkça yukarıda belirtilen testlere ilaveten sırasıyla çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* testi, Srivastava'nın Sriv 2 testi, çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB** testi, Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Eğrilik testi ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB testide güçlü testler olarak ortaya çıkmaktadır. Genelleştirilmiş üstel güç dağılımında büyükten küçüğe sırasıyla Royston'un Roy* ve Roy testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik* ve Eğrilik testinin güç performansları diğer testlerden daha yüksektir. Bu testlere ilaveten örnek genişliğinin artmasıyla güç değerleri bakımından sırasıyla Srivastava-Hui'nin S-H testi, Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Jarque-Bera testlerinden MJB* ve MJB testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi ile Jarque-Bera testlerinden MJB** testininde yüksek güç değerleri aldığı görülmüştür. Pearson Tip II dağılımında Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik ve Diklik* testi, Srivastava'nın Sriv 2 testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Royston'un Roy testinin güç performansları diğer testlerden daha yüksektir. Bu testleri güç performansları bakımından Royston'un Roy* testi testi izlemiştir. Daha sonra ise çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* ve MJB testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB** testide özellikle örnek genişliğinin artmasıyla yüksek güç değerlerine ulaşmıştır. Çok değişkenli Cauchy dağılımında ise en küçük örnek genişliğinde bile bütün testlerin güç performansları %85'in üzerindedir. Burada en küçük örnek genişliği n=20 ve değişken sayısı p=2 olduğunda %95'in üzerinde güç değerlerine sahip olan testler büyükten küçüğe sırasıyla Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy* ve Roy testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik* testi, Henze-Zirkler'in H-Z testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi ve Mardia-Kent'in M-K testi şeklindedir. Çok değişkenli 10 serbestlik dereceli t dağılımında testler güç performansları bakımından karşılaştırıldığında Doornik-Hansen'nın D-H testi, Mardia-Kent'in M-K testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik* testi, Royston'un Roy* testi, Mardia'nın çok değişkenli Diklik testi ile Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testi diğer testlerden daha iyi sonuçlar göstermiştir.

Çok değişkenli veriler için bütün dağılımlarda Mardia-Foster'un M-F(C_w^2) testinin örnek genişliği n≤50 olduğunda tutarsız sonuçlar verdiği söylenebilir. Knintchine dağılımında Doornik-Hansen'nın D-H testi, Royston'un Roy ve Roy* testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi ve Srivastava'nın Sriv 1 testi için oldukça zayıf güç değerleri gözlenmiştir. Genelleştirilmiş üstel güç dağılımında Mardia'nın çok değişkenli

Diklik ve Diklik* testi ile Srivastava'nın Sriv 2 testi zayıf güç değerleri vermiştir. Pearson Tip II dağılımında Mardia'nın çok değişkenli Eğrilik ve Eğrilik* testi, Srivastava'nın Sriv 1 testi ve Mardia-Kent'in M-K testinin oldukça zayıf güç değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Çok değişkenli 1 serbestlik dereceli ki-kare, çok değişkenli lognormal ve çok değişkenli Cauchy dağılımı gibi normallikten aşırı sapan dağılımlarda ise bütün testler yüksek güç değerlerine sahip olmuştur.

Çok değişkenli normalikle ilgili bütün dağılımlar dikkate alındığında Henze-Zirkler'in H-Z testi ile Mardia-Foster'un M-F(S_w^2) testinin diğer testlerden daha iyi sonuçlar verdiği söylenebilir. Bu testlere ilaveten Royston'un Roy* ve Roy testi, Doornik-Hansen'nın D-H testi ayrıca Mardia'nın çok değişkenli Diklik*, Eğrilik*, Diklik ve Eğrilik testi, Srivastava-Hui'nin S-H testi, Mardia-Kent'in M-K testi ile çok değişkenli Jarque-Bera testlerinden MJB* testinin genelde yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Çok değişkenli dağılımlarda yüksek güç değerlerine sahip olan bu testler tek başına veya birlikte çok değişkenli normallik varsayımının kontrolünde kullanılabilir.

Normallik testleri ile ilgili gelecekte yapılacak güç karşılaştırmaları için bütün dağılımlarda yüksek güç değerlerine sahip testler ile diğer çalışmalarda önerilen testlerin birlikte ele alındığı simülasyon çalışmaları yapılabilir.

KAYNAKLAR

Baringhaus, L., Danschke, R. and Henze, N., 1989, Recent and classical tests for normality – a comparative study, *Commun. Statist. –Simula.*, 18(1), 363-379.

Chaichatschwal, R. and Budsaba, K., 2007, A power comparison of goodness-of-fit tests for normality based on the likelihood ratio and the non-likelihood ratio, *Thailand Statistician*, 5, 57-68.

D'Agostino, R.B., (1970), Transformation to normality of the null distribution of g_1, Biometrika, 57 (3), 679-681.

D'Agostino, R.B., Belanger, A. and D'Agostino, R.B.JR., 1990, A suggestion for using powerful and informative tests of normality, *The American Statistician*, 44(4), 316-321.

Doornik, J.A. and Hansen, D. 1994, An omnibus test for univariate and multivariate normality, Working Paper, Nuffield College, Oxford.

Enomoto, R., Okamoto, N. and Seo, T., 2010, On the distribution of test statistic using Srivastava's skewness and kurtosis, http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/stat/TR/TR10/TR10-07.pdf, [Ziyaret tarihi: 05 Şubat 2011]

Epps, T.W. and Pulley, Lavrence B., 1983, A test for normality based on the empirical characteristic function, *Biometrica*, 70, 3, 723-726.

Farrell P.J., Salibian-Barrera, M. and Naczk, K., 2007, On tests for multivariate normality and associated simulation studies, *Journal of Computation and Simulation*, 77(12), 1065-1080.

Güner, B. and Johnson, J.T., 2007, Comparison of Shapiro-Wilk and Kurtosis tests for the detection of pulsed sinusoidal radio frequency interference, http://esl.eng.ohio-state.edu/~rstheory/iip/shapiro.pdf, [Ziyaret tarihi: 11 Aralık 2011].

Henze, N. and Zirkler, B., 1990, A class of invariant consistent tests for multivariate normality, *Commun. Statist. –Theory Meth.*, 19(10), 3595-3617.

Johnson, M.E., 1987, Multivariate statistical simulation, *New York: John Wiley & Sons.*

Keskin, S., 2006, Comparison of several univariate normality tests regarding type I error rate and power of the test in simulation based small samples, *Journal of Applied Science Research*, 2(5), 296-300.

Khattree, R., and Rao C.R. eds., 2003, Handbook of statistics, Vol. 22, *Elsevier Science B.V. All right reserved*, 869-906.

Koizumi, K., Okamoto, N. and Seo, T., 2008, On Jarque-Bera tests for assessing multivariate normality, http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/stat/TR/TR08/TR08-14.PDF, [Ziyaret tarihi: 14 Nisan 2009]

Looney, S.W., 1995, How to use tests for univariate normality to assess multivariate normality, *The American Statistician*, 49(1), 64-70.

Mardia, K.V., 1970, Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications, *Biometrica*, 54(3), 519-530.

Mardia, K.V., 1974, Applications of some measures of multivariate skewness and kurtosis in testing normality and robustness studies, *Sankhya B*, 36, 115-128.

Mardia, K.V., 1975, Assessment of multinormality and the robustness of Hotelling's T^2 test, *Applied Statistics*, 24(2), 163-171.

Mardia, K.V. and Foster, K., 1983, Omnibus tests of multinormality based on skewness and kurtosis, *Communications in Statistics*., 12, 207-221.

Mardia, K.V. and Kent, J.T., 1991, Rao score tests for goodness of fit and independence, *Biometrica*, 78, 355-363.

Mecklin, C.J., 2000, A comparison of the power of classical and newer tests of multivariate normality, Doctoral Dissertation, *College of Education, Department of Applied Statistics and Research Methods*, University of Northern Colorado,

Mecklin, C.J. and Mundfrom, D.J., 2004, An appraisal and bibliography of tests for multivariate normality, *İnternational Statistical Review*, 72(1), 123-138.

Mendes, M. and Pala, A., 2003, Type I error rate and power of three normality tests, *Pak. J. Inform. Technol*., 2, 135-139.

Mudholkar, G.S., Srivastava, D.K and Lin, C.T., 1995, Some p-variate adaptations of the Shapiro-Wilk test of normality, *Commun. Statist. –Theory Meth.*, 24(4) 953-985.

Naczk, K., 2004, Assessing tests for multivariate normality, MSc Thesis, Carleton University, *Ottawa-Carleton Institute for Mathematics and Statistics*, Ottawa, Ontario, Canada.

Özer, A. ve Kocabaş, Z., 2007 Normallik testlerinin karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, 1-45.

Öztuna, A, Elhan, A.H. and Tüccar, E., 2006, Investigation of four different normality tests in terms of type 1 error rate and power under different distributions, *Turk J Med Sci*, 36(3), 171-176.

Royston, J.P., 1982a, Algorithm As 181: The W test for normality, *Applied Statistics*, 31(2), 176-180.

Royston, J.P., 1982b, An extension of Shapiro and Wilk's W test for normality to large samples, *Appl. Statist*., 31(2), 115-124.

Royston, J.P., 1983, Some Techniques for assessing multivarate normality based on the Shapiro-Wilk W, *Appl. Statist.*, 32(2), 121-133.

Royston, P., 1992, Approximating the Shapiro-Wilk W-test for non-normality, *Statistics and Computing*, 2, 117-119.

Royston, P., 1993, A toolkit for testing for non-normality in complete and censored samples, *The Statistician*, 42(1), 37-43.

Royston, P., 1995, Remark As R94: A remark on algorithm as 181: The W-test for normality, *Applied Statistics*, 44(4), 547-551.

Seier, E., 2002, Comparison of tests for univariate normality, http://interstat.statjournals.net/YEAR/2002/articles/0201001.pdf, [Ziyaret tarihi: 10 Ocak 2012]

Shapiro, S.S. and Wilk, M.B., 1965, An analysis of variance test for normality (complete samples), *Biometrika*, 52(3/4), 591-611.

Sheskin, D.J., 2000, Hand of book parametrik and nonparametrik statistical procedures, Second Edition, Chapman&Hall/Crc, Boca Raton London New York Washington, D.C.

Srivastava, M.S., 1984, A measure of skewness and kurtosis and a graphical methot for assessing multivariate normality, *Statistics & Probability Letters*, 2, 263-267.

Srivastava, M.S., 2002, Methods of multivariate statistics, *John Wiley & Sons, Inc.*, New York, 57-88.

Srivastava, M.S. and Hui, T.K., 1987, On assessing multivariate normality based on Shapiro-Wilk W statistic, *Statistics & Probability Letters*, 5, 15-18.

Trujillo-Ortiz, A., 2007, Henze-Zirkler's Multivariate Normality Test [online], Matlab Central, http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/17931-hzmvntest/content/HZmvntest/HZmvntest.m, [Ziyaret Tarihi: 22 Ocak 2011]

Türkoğlu, B.Ö. ve Özmen, İ. 2009, Çok değişkenli normallik testlerinden Z_p ve C_p için bir JAVA programı ve uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, *Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*,

Villasenor-Alva, J.A. and González-Estrada, E., 2009, A generalization of Shapiro-Wilk's test for multivariate normality, *Communications in Statistics–Theory and Methods*, 38, 1870-1883.

Würtz, D. and Katzgraber, H.G., 2009, Precise finite-sample quantiles of the Jarque-Bera adjusted Langrance multiplier test, http://mpra.ub.uni-muenchen.de/19155/1/MPRA_paper_19155.pdf, [Ziyaret tarihi: 22 Kasım 2011]

Yıldız, N., Bircan, H. ve Akbulut, Ö., 1999, İstatistiğe giriş, *Aktif Yayınevi*, Erzurum, 33-47.

Zar, J.H., 1999, Biostatistical Analysis, Fourth Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458.

Zhang, P., 1999, Omnibus test of normality using the *Q* statistic, *Journal of Applied Statistics*, 26(4), 519-528.

Zhang, J. and Wu Y., 2005, Likelihood-ratio tests for normality, *Computational Statistics & Data Analysis*, 49, 709-721.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	**:**	Halil İbrahim AKÇADAĞ
Uyruğu	**:**	T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi	**:**	Büyüktoraman 01.10.1973
Telefon	**:**	0 (352) 338 21 44
Faks	**:**	0 (352) 338 07 71
e-mail	**:**	akcadaghi@gmail.com

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	Kayseri Lisesi	1991
Üniversite	:	Gaziosmanpaşa Üniversitesi	1997
Yüksek Lisans	:	Süleyman Demirel Üniversitesi	2000
Doktora	:	Selçuk Üniversitesi	2013

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görevi**
1997-1999	Gaziosmanpaşa Üniversitesi	Araş. Gör.
1999-2000	Süleyman Demirel Üniversitesi	Araş. Gör.
2001-2005	Ankara Üniversitesi	Araş. Gör.
2006-2011	Lalahan Hayvancılık Merkez Araştırma Enst.	Mühendis
2011-	Kayseri İl Gıda Tarım ve Hayvancılık Müdürlüğü	Mühendis

UZMANLIK ALANI

Biyometri, Deneme Planlaması

YABANCI DİLLER

İngilizce

BELİRTMEK İSTEĞİNİZ DİĞER ÖZELLİKLER

YAYINLAR

Orhan, H., Akçadağ, H.İ., Özsoy, A.N., 2000, Regresyon Analizinde Eksik Gözlem Çözümlemeleri Üzerine Bir Araştırma. İstatistik Araştırma Sempozyumu. 27-29 Kasım 2000. Ankara. S:38-46.

Kaşıkçı, D., Erensayın, C., Aktan, S., Akçadağ, H.İ., 2001. Bıldırcınlarda yem formunun besi performansı ve kesim sonuçları üzerine etkileri. SDÜ Fen Bil. Ens. Dergisi, 5(3), 148-153.

Erensayın, C., Aktan, S., Akçadağ, H.İ., Koşkan, Ö., Özsoy, A.N., 2002, Bıldırcınlarda Ebeveyn Yaşının Kuluçkalık Yumurta Ağırlığı, Civciv Ağırlığı ve Kuluçka Sonuçları Üzerine Etkileri. SDÜ Fen Bil. Ens. Dergisi, 6(1), 74-80.

Erensayın, C., Akçadağ, H.İ., Özsoy, A.N., Koşkan, Ö., Aktan, S., 2002. Japon Bıldırcınlarında (Coturnix coturnix japonica) Ebeveyn Yaşının Verim Özelliklerine Etkisi. SDÜ Fen Bil. Ens. Dergisi. ISPARTA

Aktan, S., Koşkan, Ö., Özsoy, A.N., Akçadağ, H.İ., 2004. Some egg production characteristics and phenotypic correlations in Japanese quails. Hayvancılık Araştırma Enstitüsü Dergisi, 13 (1-2): 57-59.

Bucak, M.N., Sarıözkan, S., Tuncer, P.B., Ulutaş, P.A., Akçadağ, H.İ., 2009, Effect of antioxidants on microscopic semen parameters, lipid peroxidation and antioxidant activities in Angora goat semen following cryopreservation, Small ruminant research, 81 (2-3) 90-95.

Erol, H., Akçadağ, H.İ., 2009, Halk Elinde Yetiştirilen Karagül Koyun Sürülerinde Bazı Verim Özellikleri, Lalahan Hay. Araşt. Enst. Derg., 49 (2) 91-104.

Erol, H., Akçadağ, H.İ., Ünal, N., Akçapınar, H., 2012 Ankara keçilerinde süt verimi ve oğlaklarda büyümeye etkisi, Ankara Üniv Vet Fak derg, 59, 129-134.