T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

GEOGEBRA DESTEKLİ ACODESA METODU İLE 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NAZLI AKSU

DİYARBAKIR
HAZİRAN, 2022

T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

GEOGEBRA DESTEKLİ ACODESA METODU İLE 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN
NAZLI AKSU

DANIŞMAN
DOÇ. DR. YILMAZ ZENGİN

DİYARBAKIR
HAZİRAN, 2022

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

T.C

DİCLE UNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

DİYARBAKIR

Nazlı AKSU tarafından yapılan "GeoGebra Destekli ACODESA Metodu ile 7. Sınıf Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Matematiksel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi" konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir

Jüri Üyesinin

Ünvanı Adı Soyadı

Başkan : Prof. Dr. Kemal ÖZGEN

Üye : Doç. Dr. Emrullah ERDEM

Üye : Doç. Dr. Yılmaz ZENGİN

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 30.06.2022

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

.../...../22

Prof. Dr. Bahar BURTAN DOĞAN

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

(MÜHÜR)

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçların özgün olduğunu herhangi bir yerden almadığımı ve bu tezi Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içinde yer alan bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanıp, çalışmada kullanılan tüm kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Nazlı AKSU

30 / 06 / 2022

ÖNSÖZ

Yüksek lisansa başladığım andan itibaren yardımını ve desteğini hiç esirgemeyen, tecrübelerini her zaman benimle paylaşan, her daim bana yol gösteren değerli danışmanım Doç. Dr. Yılmaz ZENGİN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana fikirleri ve eleştirileriyle katkı sağlayan ve tez jürisinde değerli görüş ve önerilerini benimle paylaşan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Kemal ÖZGEN ve Doç. Dr. Mehmet AYDIN'a şükranlarımı sunarım. Tez jürisinde tez çalışmama yönelik görüş ve önerileri ile katkı sağlayan sayın hocam Doç. Dr. Emrullah ERDEM'e çok teşekkür ederim.

Tez çalışmam boyunca bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, bana destek olan çok kıymetli hocam Arş. Gör. Dr. Selin URHAN'a, gece gündüz demeden her zaman yardımıma koşan, birlikte çalışmaktan çok memnun olduğum, yüksek lisans arkadaşlarım Mehmet DEMİR, Şule ÖZCAN ve Eylül KAYA'ya çok teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında en büyük destekçim canım annem Nalan URGANCI ve canım babam Mehmet URGANCI'ya her zaman her koşulda yanımda oldukları ve beni hep destekledikleri için minnettarım. Tez sürecimde sabır ve hoşgörüsüyle bana destek olan canım eşim Burak AKSU'ya, yüksek lisans sürecimin başından itibaren her türlü desteği sağlayan canım abim Umut URGANCI ve ablam gibi olan canım yengem Ayşe AY URGANCI'ya çok teşekkür ederim. Tez çalışmam boyunca desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, ikinci ailem Reyhan AKSU ve Mustafa AKSU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Nazlı AKSU

İÇİNDEKİLER

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI ..... **i**

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ ..... **ii**

ÖNSÖZ ..... **iii**

İÇİNDEKİLER ..... **iii**

ÖZET ..... **vi**

ABSTRACT ..... **viii**

TABLOLAR LİSTESİ ..... **x**

ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xii**

1. GİRİŞ 1

1.1. PROBLEM DURUMU 1
1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI 5
1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ 6
1.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI 8
1.5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI 8
1.6. KISALTMALAR VE TANIMLAR 8

2. KURAMSAL ÇERÇEVE 10

2.1. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTME MODELİ 10
2.1.1. Matematiksel Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutu 11
2.1.2. Matematiksel Akıl Yürütmenin Süreç Boyutu 13
2.2. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTME VE SÖYLEM 14
2.3. TOULMİN MODELİ 15
2.4. AKIL YÜRÜTMEDE GEOGEBRA'NIN ÖNEMİ 17
2.5. ACODESA METODU 19
2.6. ÇOKGENLER 20
2.7. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR 21

3. YÖNTEM 29

3.1. ARAŞTIRMANIN MODELİ 29
3.2. KATILIMCILAR 29

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI 30
3.3.1. Matematiksel Etkinliklerin Tasarımı 31
3.3.2. Video ve Ses Kayıtları 36
3.3.3. GeoGebra Dosyaları 36
3.3.4. Araştırmacı Notları 36
3.4. PİLOT UYGULAMA 36
3.5. UYGULAMA SÜRECİ 38
3.6. VERİLERİN ANALİZİ 39
3.7. ÇALIŞMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ 42

4. BULGULAR 45

4.1. DÜZGÜN ÇOKGENLERİN ÖZELLİKLERİ 45
4.1.1. Bireysel Çalışma 46
4.1.2. Takım Çalışması 47
4.1.3. Sınıf Tartışması 53
4.1.4. Öz Yansıtma 54
4.1.5. Kurumsallaştırma 55
4.2. ÇOKGENLERİN İÇ VE DIŞ AÇILARI 57
4.2.1. Bireysel Çalışma 57
4.2.2. Takım Çalışması 58
4.2.3. Sınıf Tartışması 67
4.2.4. Öz Yansıtma 69
4.2.5. Kurumsallaştırma 70
4.3. DÖRTGENLERİN ÖZELLİKLERİ 72
4.3.1. Bireysel Çalışma 72
4.3.2. Takım Çalışması 74
4.3.3. Sınıf Tartışması 81
4.3.4. Öz Yansıtma 82
4.3.5. Kurumsallaştırma 84
4.4. EŞKENAR DÖRTGEN VE YAMUĞUN ALANI 85
4.4.1. Bireysel Çalışma 86
4.4.2. Takım Çalışması 88
4.4.3. Sınıf Tartışması 98
4.4.4. Öz Yansıtma 100
4.4.5. Kurumsallaştırma 101
4.5. ALAN PROBLEMLERİ 103
4.5.1. Bireysel Çalışma 103

4.5.2. Takım Çalışması *103*
4.5.3. Sınıf Tartışması *110*
4.5.4. Öz Yansıtma *111*
4.5.5. Kurumsallaştırma *111*

5. TARTIŞMA 114

6. SONUÇ VE ÖNERİLER 121

7. KAYNAKLAR 125

8. EKLER 133

9. ÖZGEÇMİŞ ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**

ÖZET

GeoGebra Destekli ACODESA Metodu ile 7. Sınıf Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Matematiksel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi

Bu araştırmanın amacı, GeoGebra destekli ACODESA metodu ile desteklenen bir öğrenme ortamında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesidir. Nitel araştırma yöntemlerinden etnografik durum çalışması benimsenerek gerçekleştirilen bu çalışmanın katılımcılarını ortaokul yedinci sınıfta öğrenim gören 9 öğrenci oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak yedinci sınıf çokgenler konusuna yönelik hazırlanan matematiksel etkinlikler, ekran ve ses kayıtları, GeoGebra dosyaları, araştırmacının notları kullanılmıştır. Uygulama öncesinde öğrencilere 5 haftalık GeoGebra eğitimi verilmiş ve matematiksel etkinliklerin haftada bir kez olacak şekilde kullanılmasıyla uygulama süreci 6 hafta boyunca sürmüştür. Matematiksel etkinlikler dinamik matematik yazılımı ve sosyal etkileşim-iletişim ile desteklenen bir öğrenme ortamında ACODESA metodu aşamalarına göre (bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve kurumsallaştırma) uygulanmıştır. Ses ve video kayıtları transkript edilerek öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin analizinde diyalojik yaklaşım ve Toulmin'in argümantasyon modeli benimsenmiştir. Verilerin analizinde matematiksel akıl yürütme çerçevesi olarak Jeannotte ve Kieran tarafından geliştirilen okul matematiği için matematiksel akıl yürütme kavramsal modeli kullanılmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgularda öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinde tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal yapıları ile karşılaştırma, sınıflandırma, genelleme ve gerekçelendirme süreçleri sıklıkla ortaya çıkmıştır. Ancak Jeannotte ve Kieran'ın matematiksel akıl yürütme modeline göre analiz edilen bu çalışmada ispat ve formel ispat süreçleri ortaya çıkmamıştır. Öğrenciler bireysel olarak çalışarak takım çalışması ve sınıf tartışmalarında sundukları iddialar ve gerekçelerle iş birliği ortamında takımın veya sınıfın ortaklaşa akıl yürütmelerine katkıda bulunmuşlardır. GeoGebra ve ACODESA metodu ile desteklenen öğrenme ortamının, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin hem yapısal hem de süreç boyutlarının ortaya çıkmasını desteklediği görülmüştür. Öğrencilerin akıl

yürütmelerinin gözlemlenmesi ve gelişimi için öğrenme ortamlarında GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımı kullanılması önerilebilir.

Anahtar Kelimeler: ACODESA, çokgenler, GeoGebra, matematiksel akıl yürütme, diyalojik yaklaşım, Toulmin modeli

ABSTRACT

Investigation of Seventh Grade Students' Mathematical Reasoning on Polygons Through GeoGebra Enhanced ACODESA Method

The object of this study is to examine 7th grade secondary school students' mathematical reasoning on polygons in an environment supported by GeoGebra enhanced ACODESA method. Nine 7th grade secondary school students form the participants of this study that is conducted adopting ethnographic case study which is one of qualitative research methods. As data collection tools, mathematical tasks that are designed for 7th grade polygon concept, video and audio recordings, GeoGebra files, researcher's notes are used. Before implementation of this study, 5 weeks GeoGebra lectures were given to students and the implementation process was lasted during 6 weeks by using mathematical tasks once in a week. Mathematical tasks are implemented using ACODESA method's stages (individual work, teamwork, debate, self-reflection and institutionalization) in a learning environment supported by social interaction and dynamic mathematics software. Students mathematical reasoning are analyzed through dialogic approach and Toulmin's scheme of argumentation by transcribed video and audio recordings. As mathematical reasoning framework in data analysis, a conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics improved by Jeannotte and Kieran is adopted. On the results obtained from this study, structural aspects of students mathematical reasoning are characterized by deductive, inductive and abductive structures. As for the process aspect of students mathematical reasoning process; comparing, classifying, generalizing and justifying processes come out. Nevertheless, in this study, which was analyzed according to the conceptual model of mathematical reasoning improved by Jeannotte and Kieran, proof and formal proof processes did not emerge. In collaborative environment, students' performance created in both individual and collaborative stages, and their claims and warrants inferred in teamwork and scientific debate contribute team's or class's collective reasoning. The learning environment supported by GeoGebra and ACODESA method reinforces coming out students' mathematical reasoning both structural and process aspects. It can be recommended to use dynamic mathematics software such as GeoGebra in learning environments for the observation and development of students' reasoning.

Keywords: ACODESA, Dialogical approach, GeoGebra, Mathematical reasoning, Polygons, Toulmin's model

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Toulmin Modeli'ne (2003) Göre Akıl Yürütme Yapılarının Şemaları 17
Tablo 2. Matematik Eğitimine Akıl Yürütme Bağlamında Okul Öncesi ve İlkokul Öğrencileriyle Yapılan Bazı Araştırmalar 23
Tablo 3. Matematik Eğitimine Akıl Yürütme Bağlamında Ortaokul Öğrencileriyle Yapılan Bazı Araştırmalar 24
Tablo 4. Matematik Eğitimine Akıl Yürütme Bağlamında Lise Öğrencileri, Üniversite Öğrencileri ve Öğretmenlerle Yapılan Bazı Araştırmalar 26
Tablo 5. Yedinci Sınıf Matematik Dersi Çokgenler Alt Öğrenme Alanı Kazanımları ve Araştırmada Kullanılan Etkinliklerle İlişkisi 31
Tablo 6. Örnek Diyalog ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 40
Tablo 7. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliğinin Sağlanması için Alınan Önlemler 43
Tablo 8. Öğrencilerin Etkinlik-1 Hakkındaki Birinci Diyalogları 47
Tablo 9. Öğrencilerin Etkinlik-1 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 48
Tablo 10. Öğrencilerin Etkinlik-1 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 52
Tablo 11. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Birinci Diyalogları 59
Tablo 12. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 60
Tablo 13. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 62
Tablo 14. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Dördüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 63
Tablo 15. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Beşinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 65
Tablo 16. Öğrencilerin Etkinlik-3 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 74
Tablo 17. Öğrencilerin Etkinlik-3 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Toulmin Analizi 77

Tablo 18. Öğrencilerin Etkinlik-3 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 79
Tablo 19. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 88
Tablo 20. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 91
Tablo 21. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 93
Tablo 22. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Dördüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 95
Tablo 23. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Beşinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 97
Tablo 24. Öğrencilerin Etkinlik-5 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 103
Tablo 25. Öğrencilerin Etkinlik-5 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 105
Tablo 26. Öğrencilerin Etkinlik-6 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi 109
Tablo 27. Etkinliklere Göre Öğrencilerin Akıl Yürütme Yapıları ve Süreçleri 123

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Matematiksel Akıl Yürütmenin Yapısal ve Süreç Boyutu (Jeannotte ve Kieran, 2017) 11
Şekil 2. Toulmin Modeli (2003) Temel Bileşenleri ve Peirce Modeli (1956) 15
Şekil 3. Toulmin Modeli'nin (2003) Temel (_____) ve Yardımcı (_ _ _ _) Bileşenleri 16
Şekil 4. GeoGebra Entegre Edilmiş (Zengin, 2018b; Zengin, 2022; Aksu ve Zengin, 2022) ACODESA Metodu Aşamaları (Hitt ve González-Martín, 2015, sayfa 207; Hitt ve diğ., 2017, sayfa 61'den uyarlanmıştır) 19
Şekil 5. Veri Toplama Araçları 31
Şekil 6. Etkinlik Tasarımı 1 34
Şekil 7. Etkinlik Tasarımı 2 35
Şekil 8. Pilot Uygulamada ACODESA Aşamalarına Göre Kullanılan Kalemler 37
Şekil 9. Uygulama Süreci 38
Şekil 10. Nil'in Takım Çalışmasına Ait Etkinlik Kağıdı 42
Şekil 11. Etkinlik-1'de İlk Sorunun GeoGebra Materyaline Ait Ekran Resmi 45
Şekil 12. Naz'ın Etkinlik-1'e Ait Bireysel Çalışması 46
Şekil 13. Ada'nın Etkinlik-1'e Ait Bireysel Çalışması 47
Şekil 14. Etkinlik-1 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan Şekil 50
Şekil 15. Etkinlik-1 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan Sürgüye Bağlı Düzgün Çokgen 51
Şekil 16. Etkinlik-1 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan Düzgün Çokgen 53
Şekil 17. Cem'in Etkinlik-1'e Ait Öz Yansıtma Çalışması 55
Şekil 18. Etkinlik-1 için Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturduğu Şekil 56
Şekil 19. Etkinlik-1 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan GeoGebra Materyali 57
Şekil 20. Ada'nın Etkinlik-2'ye Ait Bireysel ve Öz Yansıtma Çalışması 58
Şekil 21. Etkinlik-2 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan İlk Çokgen 60
Şekil 22. Etkinlik-2 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da oluşturulan Bütün Çokgenler 65

Şekil 23. Etkinlik-2 Hakkında Sınıf Tartışmasında Öğrencilerin Ekrana Yazdıkları 68
Şekil 24. Eda'nın Etkinlik-2'ye Ait Öz Yansıtma Çalışması 1 69
Şekil 25. Eda'nın Etkinlik-2'ye Ait Öz Yansıtma Çalışması 2 70
Şekil 26. Etkinlik-2 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan GeoGebra Materyali 71
Şekil 27. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Bireysel (Altı Çizili) ve Takım Çalışması 1 73
Şekil 28. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Bireysel (sol) ve Takım Çalışması (sağ) 2 73
Şekil 29. Öğrencilerin Etkinlik-3'e Ait Takım Çalışmaları 1 77
Şekil 30. Öğrencilerin Etkinlik-3'e Ait Takım Çalışması 2 80
Şekil 31. Öğrencilerin Etkinlik-3'e Ait Takım Çalışmaları 3 81
Şekil 32. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Öz Yansıtma Çalışması 83
Şekil 33. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Öz Yansıtmasındaki GeoGebra Çalışması 84
Şekil 34. Etkinlik-3 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 1 84
Şekil 35. Etkinlik-3 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 2 85
Şekil 36. Elif'in Etkinlik-4'e Ait Bireysel Çalışması 1 86
Şekil 37. Elif'in Etkinlik-4'e Ait Bireysel Çalışması 2 87
Şekil 38. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 1 (a, Hatalı Yapılan Eşkenar Dörtgen; b, Doğru Yapılan İlk Eşkenar Dörtgen) 90
Şekil 39. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 2 90
Şekil 40. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 3 92
Şekil 41. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 4 95
Şekil 42. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 5 96
Şekil 43. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 6 98
Şekil 44. Etkinlik-4 Hakkında Sınıf Tartışmasında Öğrencilerin Ekrana Yazdıkları 99
Şekil 45. Etkinlik-4 Hakkında Sınıf Tartışmasında Naz'ın GeoGebra Çalışması 100
Şekil 46. Eda'nın Etkinlik-4'e Ait Öz Yansıtma Çalışması 1 100
Şekil 47. Eda'nın Etkinlik-4'e Ait Öz Yansıtma Çalışması 2 101
Şekil 48. Etkinlik-4 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 1 102
Şekil 49. Etkinlik-4 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 2 102
Şekil 50. Öğrencilerin Etkinlik-5'e Ait Takım Çalışmaları 1 105
Şekil 51. Öğrencilerin Etkinlik-5'e Ait Takım Çalışmaları 2 107
Şekil 52. Öğrencilerin Etkinlik-5'e Ait Takım Çalışmaları 3 108
Şekil 53. Öğrencilerin Etkinlik-6'ya Ait Takım Çalışmaları 1 108

Şekil 54. Öğrencilerin Etkinlik-6'ya Ait Takım Çalışmaları 2 110
Şekil 55. Etkinlik-5 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan Şekil 112
Şekil 56. Etkinlik-6 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan Dikdörtgenler 113

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, amacına, önemine, sınırlılıklarına, varsayımlarına ve araştırmada kullanılan kısaltma ve tanımlara yer verilmiştir.

1.1. PROBLEM DURUMU

Öğrenciler okul yaşamına başlamadan önce, doğal sosyokültürel çevrelerinde, günlük hayat deneyimleriyle birlikte matematiksel düşünceler oluştururlar (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Matematik eğitiminin en önemli yapı taşlarından olan matematiksel düşünme (Umay, 1996), temelinde matematiksel akıl yürütmeyi barındırmaktadır (Ross, 1998). Matematiksel akıl yürütme, sadece matematiksel düşünmenin değil matematiği öğrenmenin ve öğretmenin temelinde yer alan unsurlardan biridir (Jeannotte ve Kieran, 2017). NCTM'in (2000) süreç standartları arasında da problem çözme, ilişkilendirme, iletişim ve temsilin yanında akıl yürütme ve ispata da yer verilmiştir.

Matematik öğrenmede ve öğretmede önemli bir unsur olan akıl yürütmenin literatürde farklı tanımları bulunmaktadır. Duval (1998) akıl yürütmeyi var olan bilgilerden yeni bir bilgi elde etme süreci olarak tanımlamaktadır. Erdem'e (2011) göre akıl yürütme, mantıklı bir şekilde düşünerek karar verme veya bir durum hakkındaki "neden", "nasıl" sorularına cevap bulmak için yapılan bir üst düzey düşünme eylemidir. Buna ek olarak akıl yürütme, gerekçeli çıkarımlar yaparak verilen bilgilerdeki unsurların bir araya getirilmesi, bu unsurların birleştirilerek yeni sonuçlara ulaşılması olarak da tanımlanabilir (Mata-Pereira ve Ponte, 2017). Akıl yürütmede iddia üretmek ve sonuca ulaşmak için bir düşünme yolu benimsenir (Lithner, 2003). Bu düşünmenin gerçekleştiği öğrenme ortamı, öğrencilerin yeterliği ve düşünme süreci akıl yürütmeyi etkileyerek, akıl yürütmenin farklı çeşitlerde ortaya çıkmasını sağlayabilir (Lithner, 2008). Jeannotte ve Kieran (2017, s. 7) tüm bu tanımlara ek olarak akıl yürütmenin sosyal etkileşimden ve iletişimden de etkilendiğini vurgulayarak "*matematiksel akıl yürütme, bireyin kendisiyle veya başkalarıyla bir matematiksel ifadeyi diğer matematiksel ifadelerden elde edebildiği bir iletişim sürecidir*" tanımını yapmıştır. Jeannotte ve Kieran (2017) bu tanımla akıl yürütmenin bireyin tek başına düşünmesi sonucu veya başkalarıyla sosyal etkileşim-iletişim halinde olarak matematiksel ifadelere ve sonuçlara ulaştığı veya var olan matematiksel ifadeyi açıkladığı, gerekçelendirdiği ve doğruladığı bir süreçtir.

Matematiksel akıl yürütme sürecinde oluşturulan matematiksel ifadeler her zaman yeni matematiksel nesneler olmak zorunda değildir. Var olan matematiksel ifadeleri diğerleriyle ilişkilendirmek, açıklamak, gerekçelendirmek ve doğrulamaya çalışmak da akıl yürütmedir (Jeannote ve Kieran, 2017). Dolayısıyla öğrencilerin birbirleri ve öğretmenleri ile gerçekleştireceği iletişim, matematiksel düşünmeyi ve akıl yürütmeyi öğrenmede büyük önem taşımaktadır (Brodie, 2010). Öğrenciler okulda kendilerine öğretmenleri tarafından yaşatılan deneyimlerle öğrenmelerini gerçekleştirir ve akıl yürütme becerileri, kendilerini ifade etmedeki güvenleri ve matematiğe tutumları öğrenme ortamındaki yaşantı süreciyle şekillenir (NCTM, 2000). Bu doğrultuda öğrencilerin;

- İlişkilendirme yapabileceği,
- Problem çözebileceği,
- Matematiksel tartışmalar yapabileceği,
- İş birlikli olarak çalışabileceği,
- Argümanlar oluşturabileceği,
- Fikirlerini doğrulayabileceği öğrenme ortamları oluşturulmalıdır (NCTM, 2000).

Matematiksel akıl yürütme becerisinin gelişimi ezberci öğretimin bulunduğu öğrenme ortamlarında pek sağlanamaz (Lithner, 2008). Bunun yerine öğrenme ortamlarında öğrencilerde merak uyandıran, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini ortaya çıkaran, ön öğrenmelerini kullanıp tartışma yapmalarını gerektiren iyi tasarlanmış matematiksel etkinlikler kullanılmalıdır (Hitt, Saboya ve Zavala, 2017). Öğrenme ortamında kullanılan matematiksel etkinliklerin nasıl düzenlenip uygulanacağı, öğrencilerin çalışmalarını nasıl gerçekleştireceği, öğrencilerin etkinliğin amacından uzaklaşmadan düşünme süreçlerine nasıl katkı sağlayacağı, bu sırada öğretmenin nasıl bir rol üstleneceği de çok önemlidir (NCTM, 2000). Matematiksel akıl yürütme sürecinin gelişimi için öğretmenin öğrencileri teşvik edeceği görevlere, öğretmen öğrenci arasındaki etkileşime ve matematik öğretim süreci boyunca öğretmenin rehber rolüne ihtiyaç vardır (Brodie, 2010).

Akıl yürütme, öğrencilerin düşüncelerini açıkladığı, birbirlerinin fikirlerini tartışarak değerlendirdiği zengin ortamlarda geliştirilebilir (NCTM, 2000). Matematiksel kavramların yapılandırılmasında sosyal etkileşim ve iletişim önemli unsurlardır (Hitt ve González-Martín, 2015). Bu kapsamda ACODESA metodu (Hitt, 2011), öğretmenin rehber rolünde olduğu, öğrencilerin iş birliği ve etkileşim içinde çalıştığı bir öğrenme ortamının oluşturulmasında kullanılabilecek yöntemlerden biridir. Bu metotta öğrenciler öncelikle

bireysel olarak çalıştıkları durumu küçük bir grup şeklindeki takımlar içerisinde tartışıp, bilimsel bir sınıf tartışması ortamında fikirlerini paylaşarak tartışmalarını geliştirirler. Öğrenciler diğer aşamalarda elde edilen fikirleri, bilgileri veya sonuçları tekrar bireysel olarak yansıtarak yeniden yapılandırma sürecine girerler. Tüm bu aşamalardan sonra rehber rolündeki öğretmen, öğrencilerin yaptığı veya yapamadığı her şeyi gözden geçirerek öğrenilmesi bekleneni kendisi anlatır (Hitt, 2011). Öğretmen, uygulamanın ilk aşaması olan bireysel çalışmada öğrencileri daha çok çeşitli düşünmeye, sonraki aşamalarda ise amaca doğru düşünmeye yönlendirir ve öğretmen kurumsallaştırma dışındaki tüm aşamalarda rehber rolündedir (Hitt ve González-Martín, 2015). ACODESA metodunun kullanıldığı öğrenme ortamlarında öğrencilerin tartışma becerilerinin gelişimi de teşvik edilir. Böylece sosyokültürel öğrenme ortamında öğrenciler varsayımlar oluşturarak ve doğrulama yaparak, daha önceden üretmiş oldukları argümanları geliştirebilirler (Hitt ve González-Martín, 2015). Öğrenme ortamlarında kullanılan etkinliklerdeki yönergelerle ve öğrencilere verilen görevlerle, öğrencilerin tartışma becerilerinin gelişimi teşvik edildiğinde akıl yürütmeleri daha belirgin olarak ortaya çıkabilir (Aksu ve Zengin, 2022; Zengin, 2022). Bu doğrultuda ACODESA metodu kullanılarak tasarlanan öğrenme ortamının ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerini incelemeye fırsat sağlayacağı düşünülmektedir.

Duval'e (1998) göre akıl yürütme, tümdengelimsel bir söylem etkinliğidir ve tanım, teorem, önermeler içeren adlandırma ile açıklama veya tartışma içeren konuşmalardır. Matematiksel akıl yürütmenin gözlemlenmesi ve gelişimi sosyal etkileşim-iletişim içinde olunan ortamlarda gerçekleşir (Brodie, 2010). ACODESA metodunun kullanıldığı sosyokültürel bir sınıf ortamında öğrencilerin özellikle cebirsel ve geometrik temsiller (Radford, 2003) arasında ilişki kurmaları GeoGebra ile sağlanabilir (Zengin, 2022). Matematik öğretiminde kâğıt kalem ortamında gerçekleşen öğrenmelerin desteklenmesi için dinamik bir teknoloji ortamına ihtiyaç duyulur (Zengin, 2022).

Öğrencilerin akıl yürütme ve argümantasyon becerilerini geliştirebilecekleri uygun öğrenme alanlarından biri geometridir (NCTM, 2000). Ancak geometri öğretimi, matematiğin diğer konularına göre daha karmaşık ve genellikle daha başarısız olunan kısmıdır (Duval, 1998). Duval'e (1998) göre geometri temel olarak birbirleriyle bağlantılı olan üç bilişsel süreç içermektedir: Görselleştirme, inşa etme ve akıl yürütme. Bu süreçler birbirinden bağımsız olarak gerçekleşebilir. İnşa olmadan da görselleştirme yapılabilir. İnşaların sonucunda görselleştirme ortaya çıkabilir. Ancak inşa süreci, matematiksel

özelliklerin ve araçların kullanımları arasındaki bağlantıya bağlıdır. Ayrıca Duval (1998) geometri yeterliliği açısından bu süreçlerin birbirleriyle aralarındaki uyumun bilişsel olarak gerekli olduğunu vurgulamıştır. Öğrencilerin akıl yürütme ve görsel temsil becerilerini geliştirmekte ve bu tamamen farklı süreçlerin uyumlu olmasını desteklemekte geometri eğitiminin önemi büyüktür (Duval, 1998).

Dinamik matematik yazılımları öğrencilerin kağıt kalem ile yaptıklarını dinamik bir hale getirerek, varsayım oluşturma, doğrulama, ilişkilendirme gibi imkanları sağlar (Hitt ve diğ., 2017). Dinamik matematik yazılımlarının sağladığı özellikler ile öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve argümantasyon süreçleri incelenebilir. Dinamik bir matematik yazılımı olan GeoGebra, matematiksel kavramların dinamik bir ortamda inşa edilerek test etme yoluyla öğrenilmesini desteklemektedir (Zengin, 2018a). GeoGebra, zengin öğrenme ortamlarının oluşmasına katkı sağlar ve iş birlikli öğrenmeye uygun olduğu için öğrencilerin bireysel olarak öğrenemediği bilgileri küçük gruplar halinde keşfetme imkanı sunar (Dikovic, 2009). Zengin (2018b) çalışmasında öğrenme ortamında kullanılan dinamik matematik yazılımı GeoGebra'nın, sosyokültürel bir iletişim ortamının oluşmasına katkı sağladığını belirtmektedir. Öğrencilerin matematiksel kavramları bireysel olarak yapılandırarak geliştirmelerinde sosyal etkileşim ve iletişimin önemi (Hitt ve González-Martín, 2015) düşünüldüğünde GeoGebra ile desteklenen ACODESA metodunun kullanıldığı bu sosyokültürel iletişim ortamı sınıfa taşınabilir (Zengin, 2018b).

Yapılan araştırmalarda öğrencilerin anlamada zorluk yaşadığı ve kavram yanılgılarının oluştuğu konular arasında düzgün çokgenler konusunun yer aldığı görülmektedir (Ay ve Başbay, 2017; Türnüklü ve Berkün, 2013). Bazı araştırmalarda ise öğrencilerin özellikle dörtgenleri sınıflandırmada güçlük çektiği görülmüştür (Ayaz, 2016; Ergün, 2010; Fujita ve Jones, 2007). Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntıları için genelde ezbere yapılan öğrenmelerin kalıcılığı olmamaktadır. GeoGebra ile desteklenmiş öğrenme ortamları sayesinde öğrencilerde oluşabilecek kavram yanılgıları engellenerek kavramsal olarak anlamaları sağlanabilir (Akyüz, 2016). Öğrencilerin ezber yaparak öğrenmeye çalışmaları yerine iş birliği ve etkileşim içinde olarak kuralları, formülleri, kavramları kendileri gerekçelendirerek yapılandırmaları önem arz etmektedir (NCTM, 2000). Öğrenciler iş birliği içerisinde gerekçelerini sunarak kendisinin veya karşısındakinin düşüncelerini argümantasyon süreciyle değiştirebilir (Krummheuer, 1995). Argümantasyon süreci öğrencilerin her zaman bir iddianın doğruluğunun sorgulanmasını içermek zorunda

değildir ve bir etkinlik çözümü ya da sınıf içindeki sıradan bir akıl yürütme süreci içerisinde de öğrenciler argüman oluşturabilirler (Krummheuer, 1995).

Bu doğrultuda öğrencilerin çokgenler konusunu öğrenirken nasıl akıl yürüttüklerinin belirlenmesine ihtiyaç vardır. Clements ve Battista (1990), tartışma ortamının oluşturulduğu öğrenme ortamlarında uygun etkinliklerin kullanılmasıyla öğrencilerin çokgenler hakkındaki matematiksel düşünmelerinin geometrik düşünmeye daha kolay geçebileceğini vurgulamışlardır. İş birliği içinde çalışan öğrencilerin birbirleriyle olan konuşmaları akıl yürütmelerini daha belirgin olarak ortaya çıkarır (Mercer, Wegerif ve Dawes, 1999). Dinamik matematik yazılımı ve sosyal etkileşim-iletişim ile desteklenen bir öğrenme ortamı, öğrencilerin matematiksel kavramları dinamik ilişkiler kurarak anlamlandırmalarını sağlar (Zengin, 2018b; Zengin, 2022; Aksu ve Zengin, 2022). Yedinci sınıf matematik öğretim programında düzgün çokgenlerin özellikleri, dörtgenlerin sınıflandırılması ve özellikleri ile eşkenar dörtgen ve yamuğun alanı kazanımları çokgenler alt öğrenme alanı içerisindedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bu kapsamda dinamik matematik yazılımının entegre edildiği sosyal etkileşim-iletişim ile desteklenen bir öğrenme metodu kullanılarak öğrencilerin çokgenler konusunda argümanlar üretmesinin destekleneceği düşünülmektedir.

1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Çalışma kapsamında teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamının özellikle sosyal etkileşim-iletişim bağlamı vurgulanmış ve bu ortam GeoGebra destekli ACODESA metodu ile sağlanmıştır. GeoGebra destekli ACODESA metodu, teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamında öğrencilerin sosyal etkileşim-iletişim süreçlerini desteklemekte ve öğrencilere argümantasyon, akıl yürütme ve üretken tartışma ortamlarında matematiksel kavramları yapılandırmalarını sağlamaktadır (Zengin, 2018b, 2022). Böylece araştırmanın amacı, GeoGebra destekli ACODESA metodu ile desteklenen teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda çalışmada aşağıdaki araştırma problemine ve alt problemlere yanıt aranmıştır:

GeoGebra destekli ACODESA metodu ile desteklenen bir öğrenme ortamında yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmeleri nasıldır?

1. Jeannotte ve Kieran'ın (2017) akıl yürütme çerçevesinin yapısal boyutu bakımından, GeoGebra destekli ACODESA metodu ile tasarlanan bir öğrenme

ortamında, yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmeleri nasıldır?

2. Jeannotte ve Kieran'ın (2017) akıl yürütme çerçevesinin süreç boyutu bakımından, GeoGebra destekli ACODESA metodu ile tasarlanan bir öğrenme ortamında, yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmeleri nasıldır?

1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

İş birlikli öğrenmenin öğrencinin motivasyonunu, derse olan ilgisini, akademik başarısını olumlu yönde etkilediği yadsınamaz bir gerçektir. İnsan sosyal bir varlıktır ve doğal olarak sosyal etkileşim-iletişimde bulunarak daha kalıcı öğrenmeler gerçekleştirir (Hiebert ve Grouws, 2007). Bilgi ve iletişim teknolojileri ile desteklenen öğrenme ortamlarında öğrenciler öğrenme sürecinde aktif bir şekilde rol alırlar (NCTM, 2000). Öğrencilerin daha aktif bir şekilde öğrenme gerçekleştirebileceği iş birlikli öğrenme ortamını sunan dinamik matematik yazılımı ile desteklenen öğrenme ortamında öğrenciler, sosyal etkileşim-iletişim halinde olarak kavramsal öğrenme gerçekleştirebilirler (Aksu ve Zengin, 2022; Zengin, 2018b).

Zengin (2022) çalışmasında GeoGebra destekli ile ACODESA metodunun lisans düzeyindeki öğrencilerin parametrik denklemler konusunu anlamaları ve akıl yürütme süreçlerinin ortaya çıkmasında etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde odağında akıl yürütmenin yer aldığı çalışmalar çoğunlukla öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005; Duran ve Ekici, 2020; İlhan ve Aslaner, 2020; Öz ve Işık, 2018). Dolayısıyla GeoGebra destekli ACODESA metodunun kullanıldığı bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencileri ile yapılan çalışmaların sınırlı kaldığı görülmektedir. Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusunu öğrenmede ve öğrenilenlerin kalıcılığının sağlanmasında zorluk yaşanması (Korucu, 2009; Yıldırım ve Yavuzsoy-Köse, 2018) nedeniyle teknoloji destekli bir öğrenme ortamında nasıl akıl yürüttüklerinin belirlenmesine ihtiyaç vardır. Bu çalışmanın da öğrencilerin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerine katkı sunması beklenmektedir.

Literatür incelendiğinde dinamik matematik yazılımı ve sosyal etkileşim ile desteklenen teknoloji destekli iş birlikli öğrenme ortamlarına yönelik yapılan çalışmaların (Aksu ve Zengin, 2022; Zengin, 2018b, 2022) öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin

incelenmesi açısından sınırlı kaldığı görülmektedir. Bu yönüyle çalışmanın literatürde önemli bir yer edineceği düşünülmektedir.

Matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerisi öğrencilerin tümdengelimsel argümanlar oluşturması, çıkarımlar yapması, yeni anlayışlar geliştirmesi ve sonrasında çalışmaya devam etmesini teşvik etmek açısından önemlidir (NCTM, 2000). NCTM, öğrencilerin matematiksel argümanlar oluşturmaları ve diğer öğrencilerin argümanlarını reddetmeleri veya savunmaları, açıklamalarını gerekçelendirmeleri için uygun sınıf ortamları oluşturulması gerektiğini vurgulamaktadır. Öğrencilerin açıklamalarını gerekçe ile destekleyerek sundukları bu süreç argümantasyon süreci olarak ele alınmaktadır (Yackel, 2004). Öğrenme ortamlarında öğrencilere verilecek olan görevlerin argümantasyon sürecini destekleyecek şekilde olması gerektiği belirtilmektedir (NCTM, 2000). Ortaklaşa gerçekleşen argümantasyon öğrencilerin akıl yürütmelerinin incelenebilmesine olanak sağlamaktadır (Conner, Singletary, Smith, Wagner ve Francisco, 2014). Bu çalışmada da öğrencilerin çokgenler konusundaki ortaklaşa argümantasyonları incelenecektir. Ülkemizde ortaklaşa argümantasyon alanında yapılan çalışmalar hala eksiktir (Tekin-Dede, 2018). Dolayısıyla bu çalışmanın ortaklaşa argümantasyon alanındaki çalışmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Geometri, matematiğin diğer alanlarına oranla daha fazla, farklı düşünme yollarını keşfetmek ve geliştirmek için kullanılmalı ve bu, geometri öğretimi için temel bir hedef olmalıdır (Duval, 1998). Öğrenciler geometrik kavramları, teoremleri, kuralları öğretmenin rehber rolü üstlendiği matematiksel etkinliklerin ve uygun teknolojik araçların kullanılmasıyla akıl yürüterek keşfedebilirler (NCTM, 2000). Öğrencilerin bu teknolojik araçları kullanarak iddialar üreteceği ve iddiaları için veri toplamalarını sağlayan, akıl yürütmelerinin açık bir şekilde gözlemlenebileceği etkinlikler tasarlanmalıdır (Hitt ve González-Martín, 2015; Smith, 2010).

Geometri kavramlarının öğretimine yönelik hazırlanan etkinlikler argümantasyon sürecinin oluşmasını sağlayacak şekilde tasarlanmalıdır (Stouraitis, Potari ve Skott, 2017). Etkinliklerde matematiksel nesneler, tanımlar, argümanlar, ispatlar ve iddialar arasındaki bağlantılara açıkça dikkat edilmesi kavramsal öğrenmeye katkı sağlamaktadır (Hiebert ve Grows, 2007). Bu etkinlikler her zaman gerçek hayat durumları içermek zorunda değildir, bu etkinliklerle sadece matematiksel olarak verilen bir durum üzerinde öğrencilerin tartışmaları da sağlanabilir (NCTM, 2000). Bu etkinliklerde dinamik özelliğe sahip

matematik yazılımlarından yani teknoloji ortamında öğrencilerin oluşturmaları gereken geometrik yapıların hareket ettirilmesiyle meydana gelen değişimlerin gözlemlenebildiği yazılımlardan GeoGebra kullanılabilir (Hohenwarter, 2002). GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımları, öğrencilerin oluşturulan yapılar hakkında iddia üretmelerini ve bu iddiaları doğrulayarak genelleyebilmesini sağlamaktadır (Özdemir-Erdoğan, Erdoğan, Dur ve Akkurt-Denizli, 2020).

Dolayısıyla bu çalışmada teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı kullanılmıştır. Dinamik geometri yazılımlarının sağladığı özellikler ile öğrencilerin argümantasyon süreçleri dolayısıyla matematiksel akıl yürütmeleri incelenebilir. Bu doğrultuda GeoGebra yazılımının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin farklı yapı ve süreç yönlerini olumlu yönde etkileyeceği, geliştireceği düşünülmektedir. Ayrıca ACODESA bağlamına uygun ve GeoGebra destekli hazırlanan matematiksel etkinliklerin matematik öğretmenlerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI

- Araştırma, yedinci sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan çokgenler alt öğrenme alanının düzgün çokgenlerin özellikleri, iç ve dış açı ölçüleri toplamı, dörtgenlerin özellikleri, eşkenar dörtgen ve yamuğun alanı ile alan problemleri kazanımlarına yönelik hazırlanan matematiksel etkinliklerle sınırlıdır.
- Araştırmanın pilot uygulamasında ve esas uygulamasında farklı katılımcılar bulunmaktadır.
- Araştırma teknolojik araç kullanımını gerektiren sınıf ortamı ile sınırlıdır.

1.5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI

- Araştırmadaki katılımcıların verilerin toplanmasında kendi oluşturdukları, keşfettikleri çıkarımlarla matematiksel etkinlikleri tamamladıkları ve gerçek düşüncelerini paylaştıkları düşünülmektedir.

1.6. KISALTMALAR VE TANIMLAR

ACODESA: İş birlikli öğrenme, bilimsel tartışma, öz yansıtma (Apprentissage Collaboratif, Débat Scientifique, Auto-réflexion)

D: Veri (Data)

W: Gerekçe (Warrant)

C: İddia (Claim)

Matematiksel akıl yürütme: Bireyin kendisiyle veya başkalarıyla, bir matematiksel ifadeyi diğer matematiksel ifadelerden elde edebildiği bir iletişim sürecidir (Jeannotte ve Kieran, 2017).

Etkinlik: Derslerde öğrenme amacına yönelik, öğrencinin çevresi ile etkileşime girebileceği bir öğrenme eylemi (Uğurel ve Bukova-Güzel), öğrencileri tartışmaya, düşünmeye, akıl yürütmeye teşvik eden öğrenme aracıdır (Hitt ve González-Martín, 2015).

Matematiksel Etkinlik: Matematik öğrenme sürecinde öğrencilerin zihinsel veya fiziksel olarak aktif katıldığı ve çaba içinde olduğu öğrenme-öğretme durumlarıdır (Özgen, 2017).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesi detaylı olarak ele alınmış ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

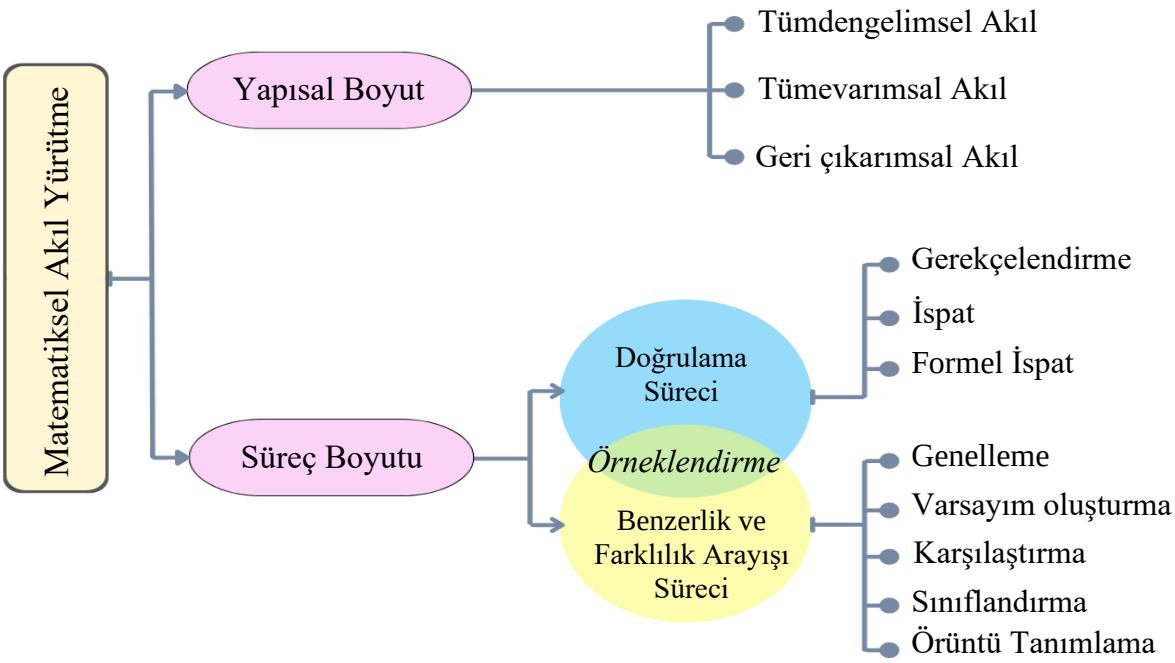
2.1. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTME MODELİ

Dünya genelindeki matematik öğretim programlarının önemli hedeflerinden biri, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini teşvik etmektir (MEB, 2018; NCTM, 2000; Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2019). Matematiksel akıl yürütme modeli (Jeanotte ve Kieran, 2017), öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmek için tasarlanan sınıf etkinlikleri veya pratik tavsiyeler içermemektedir. Matematiksel akıl yürütme modelinin amacı matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım çerçevesine (Sfard, 2008) uygun olarak, aynı bağlantıda ama anlamsal olarak birbirinden farklı kavramları bir araya getiren, iletişimi geliştirmek için kavramsal bir araçtır (Jeanotte ve Kieran, 2017).

Matematiksel akıl yürütme modelinin oluşturulmasında yöntemsel olarak döngüsel bir süreç benimsenmiş, 145 İngilizce ve Fransızca çalışmadan yararlanılmış, bu çalışmalar içerik ve kavramsal olarak analiz edilmiştir (Jeanotte ve Kieran, 2017). Bu süreçte matematiksel akıl yürütme öğelerini sınıflandırırken yapılan okumalarda üç kod kullanılmıştır: Bilginin niteliğine bağlı tanımlayıcılar, içeriğine bağlı tanımlayıcılar, matematiksel akıl yürütmenin ortaya çıkan özelliklerine bağlı tanımlayıcılar. Özellikle üçüncü kodlama düzeyi matematiksel akıl yürütme modelinin oluşturulmasında daha etkili olmuştur. Jeannotte ve Kieran (2017) matematiksel akıl yürütmenin betimlenmesi amacıyla bu çalışmaları matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım çerçevesiyle birlikte sentezlemiştir. Bilişe iletişimsel yaklaşım çerçevesi (Sfard, 2008), matematik eğitimi araştırma literatüründeki matematiksel akıl yürütme ile ilgili boşlukların ve benzerliklerin ayırt edilebilmesi için teorik araçlar sağlamıştır. Jeannotte ve Kieran (2017), matematiksel akıl yürütme modelinin tutarlılığının, yöntemsel olarak benimsenen analiz ve sentez süreciyle birlikte, matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım çerçevesiyle oluşturulduğunu ve bunun üzerine modeli kavramsallaştırdıklarını vurgulamışlardır.

Matematiksel akıl yürütme modeli, okul matematiği açısından matematiksel akıl yürütmenin tam olarak anlaşılmasını sağlamak ve ortak bir kelime dağarcığı sağlayan bir

iletişim aracı olması amacıyla tasarlanmıştır. Jeannotte ve Kieran (2017) bu modelle, sınıftaki matematiksel akıl yürütmenin geliştirilmesi için ihtiyaç duyulan matematiksel akıl yürütmenin ne olduğunu ve nasıl ortaya çıktığını açıklayabileceğimizi ortaya koymuşlardır. Bu modelde matematiksel akıl yürütme iki boyutta ele alınmıştır: yapı boyutu ve süreç boyutu (Şekil 1).



Şekil 1. Matematiksel Akıl Yürütmenin Yapısal ve Süreç Boyutu (Jeannotte ve Kieran, 2017)

Matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutu, bilişe iletişim yaklaşım çerçevesi açısından (Sfard, 2008) matematiksel söylemin bileşenlerini ve bunların nasıl bir araya geldiğini vurgular. Ayrıca yapısal boyut ile sonucun niteliği ve doğruluk değeri ön plana çıkmaktadır. Matematiksel akıl yürütme daha çok yapı olarak yani düşüncenin ifade ediliş şekli olarak tanımlanır, süreç boyutu ise daha çok keşif aşamasındadır. Matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutundaki her bir öge süreç boyutunun da birer parçasıdır, aynı zamanda matematiksel akıl yürütmenin süreçleri, yapısal boyutun oluşmasına da katkı sağlamaktadır (Jeannotte ve Kieran, 2017).

2.1.1. Matematiksel Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutu

Matematiksel akıl yürütmeyi oluşturan söylemdeki unsurlar, ilişkiler ve doğruluk değerleri yapısal boyut ile sabit bir şekilde açığa çıkarılmaktadır. Yapısal boyut akıl yürütmede mantıksal olarak nasıl bir düşünme yolu izlendiğini ve mantığın ifade edilme

şeklini ortaya koymaktadır. Matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutu üç farklı şekilde ortaya çıkmaktadır (Jeannotte ve Kieran, 2017).

Tümdengelimsel (Dedüktif) Akıl Yürütme: Veri ve gerekçelerden bir iddia oluşturmaktır (Jeannotte ve Kieran, 2017). Tümdengelimsel akıl yürütmede veri ve gerekçeler bir sonuçla nitelenir. Yani tümdengelimsel akıl yürütme genel bir kural ile bir durumdan sonuç elde edilmesidir (Peirce, 1956). Örneğin, öğrenciye herhangi üç doğru parçası ile bir üçgen oluşturulup oluşturulamayacağı sorulduğunda üçgen eşitsizliği kavramını kullanarak bir iddia ortaya atması o öğrencinin tümdengelimsel akıl yürüttüğünü gösterir. Verilen bu örnekteki kenar uzunlukları veridir, üçgen eşitsizliği ise gerekçedir. Öğrencinin iddiası, verilen duruma göre ortaya çıkarmış olduğu bir sonuçtur. Öğrenci üçgen eşitsizliğini matematiksel bir kural olarak gerekçelendirdiği için tümdengelimsel akıl yürütmüştür.

Tümevarımsal (İndüktif) Akıl Yürütme: Gözlem yapılan veri ve karşılaştırılan gerekçe hakkında bir iddia ortaya atmaktır (Jeannotte ve Kieran, 2017). Bu yönüyle tümevarımsal akıl yürütme ile tümdengelimsel akıl yürütmenin karışması muhtemeldir. Ancak tümevarımsal akıl yürütmede çoğunlukla özel durumlardan genel bir kural elde edilmesidir. Yani bir veya birkaç durumdan oluşan sonuçlar ile bir genelleme yapılarak kural oluşturmaya çalışılır (Peirce, 1956). Örneğin, öğrenciye herhangi üç doğru parçası ile bir üçgen oluşturulup oluşturulamayacağı sorulduğunda kenar uzunluklarını ölçerek üçgen oluşturmayı deniyor, farklı değerlerle karşılaştırma yapıp sonra bu değerlerden elde ettiği sonuçları genelleme yapıyorsa tümevarımsal akıl yürütmüştür. Burada öğrencinin elde ettiği sonuçlar verileridir, bu sonuçları karşılaştırması ve genelleme yapması ise gerekçedir. Ortaya attığı iddia ise bir kuraldır. Dolayısıyla öğrencinin buradaki akıl yürütme yapısı tümevarımsaldır.

Geri Çıkarımsal (Abdüktif) Akıl Yürütme: Varsayım, iddia veya hipotezlerden yola çıkarak gerekçelerden bir veri bulmak veya veri ve gerekçelerden bir iddia ortaya atmaktır. Bu ikinci tanım dolayısıyla tümevarımsal akıl yürütme ile benzerlik göstermektedir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Ancak geri çıkarımsal akıl yürütme genel bir kuralın bulunduğu durumları ortaya çıkaracak iddialar üretmektir. Başka bir deyişle geri çıkarımsal akıl yürütme var olan bilgileri kullanarak yeniden bir çıkarım yapma, yeniden bir hipotez oluşturma şekli olduğu söylenebilir (Peirce, 1956). Örneğin, öğrenciye herhangi üç doğru parçası ile bir üçgen oluşturulup oluşturulamayacağı sorulduğunda direkt bir iddia ortaya

atması ve sonra bu iddiaya uygun veri araması o öğrencinin geri çıkarımsal akıl yürüttüğünü gösterir. Burada öğrenci bazen sezgisel olarak hareket edebilir yani "bence öyle görünüyor" gibi ifadeler de kullanabilir. Öğrenci geri çıkarımsal akıl yürüttüğünde iddiasını gerekçelendirirken bazen bir kural bazen de elde ettiği sonuçları kullanabilir.

Ancak yapısal boyut, matematiksel akıl yürütmenin zamansal olmasının ve aksiyolojik özelliklerinin yani geçici olmasının ve değerin niteliğinin üzerinde durmamaktadır. Bu nedenle okul matematiğinin öğretimi ve öğrenimi açısından matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutunu incelemek tek başına yetersizdir. Dolayısıyla bu boşluğun doldurulması için matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutu da incelenmelidir (Jeannotte ve Kieran, 2017).

2.1.2. Matematiksel Akıl Yürütmenin Süreç Boyutu

Matematiksel akıl yürütme süreçleri, nesneler arasındaki ilişkiyi keşfedip, bu ilişkiler hakkında anlatılar oluşturan ve birbirini tamamlayan bilişe iletişimsel yaklaşan süreçlerdir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutunda nesneler arasındaki ilişkiyi keşfederek nesneler veya ilişkileri gösteren ve birbirini tamamlayan 9 süreç bulunmaktadır. Bu süreçler kendi aralarında iki grupla ifade edilir: benzerlik ve farklılık arayışı süreci, doğrulama süreci.

Benzerlik ve farklılık arayışına ilişkin süreçler genelleme, varsayım oluşturma, örüntü tanımlama, karşılaştırma ve sınıflandırmadır (Jeannotte ve Kieran, 2017). *Genelleme,* nesnelerin bir alt kümesinden daha geniş veya yeni bir kümeye taşındığı (Stylianides, 2008), nesneler arasındaki ilişkinin ortaya çıkarıldığı bir süreçtir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Genelleme süreci çoğunlukla tümevarımsal akıl yürütmede görülür. *Varsayım oluşturma,* benzerlik ve farklılık arayışına dayanarak muhtemel anlatıların oluşturulmasıdır. *Örüntü tanımlama,* matematiksel nesneler hakkında özdeş bir ilişki bulmaktır. *Karşılaştırma,* matematiksel nesnelerin, ilişkilerin benzerlik ve farklılıklarını ortaya koymaktır. *Sınıflandırma* ise, matematiksel nesneler arasında özelliklere veya tanımlara dayalı olarak farklı gruplar oluşturmaktır. Karşılaştırma ve genelleme süreçleri yakından ilişkilidir (Jeannotte ve Kieran, 2017).

Doğrulama süreci, akıl yürütmenin doğruluğunun belirlenmeye çalışıldığı süreçtir (Selden ve Selden, 2003). Yani iddiaların onaylandığı, kanıt oluşturulduğu, tanım ve teoremlerin kullanıldığı ve yorumlandığı bir süreçtir (Selden ve Selden, 2003). Doğrulamaya

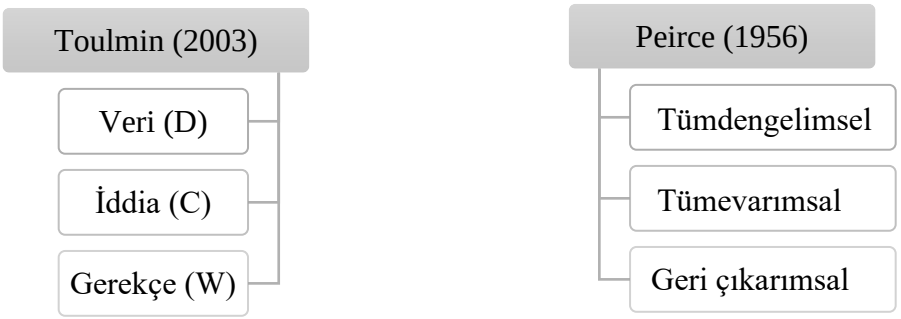
ilişkin süreçler gerekçelendirme, ispat ve formel ispattır (Jeannotte ve Kieran, 2017). *Gerekçelendirme,* oluşturulan bir iddianın doğruluk değerinin değiştirildiği bir akıl yürütme sürecidir (Jeannotte ve Kieran, 2017). *İspat,* veri, gerekçe ve destek için bir anlatının doğruluk değerinin büyük olasılıkla doğru olarak değiştirilmesidir. İspat genellikle tümdengelimsel bir yapı gerektirir (Jeannotte ve Kieran, 2017). İspat süreci için görselleştirme sezgisel olarak gerekli olabilir (Duval, 1998), bu durumda öğrencilerin sezgisel bir yol izlemesi geri çıkarımsal akıl yürütmelerine yol açabilir. *Formel ispat,* ispat sürecinden farklı olarak matematikte resmen kabul edilen aksiyomlar, teoremler kullanılarak yapılır.

Benzerlik ve farklılık arayış süreçleri ile doğrulama süreçlerinin tamamında görülebilen diğer bir süreç de örneklendirmedir. *Örneklendirme,* bir problem veya bir durum hakkında veri elde edilmesidir. Özellikle varsayım oluşturma ve genelleme süreçlerinde daha sık görülebilir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Dolayısıyla matematiksel akıl yürütmenin tüm süreçleri birbirleriyle ilişkilidir (Jeannotte ve Kieran, 2017).

2.2. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTME VE SÖYLEM

Jeannotte ve Kieran (2017) matematiksel akıl yürütmeyi bireyin kendisiyle veya başkalarıyla iletişim süreci olarak tanımlamıştır. İletişim süreciyle birlikte, öğrenme ortamlarında ortaya atılan fikirler anlamlı hale gelir ve daha kalıcı olurlar (NCTM, 2000). İletişim sürecinde öğrencilerin matematiksel söylemlerinin gelişimi sosyokültürel çevresine göre şekillenmektedir (Sfard, 2008; 2012). Sfard'a (2008) göre matematik bir söylemdir ve söylem bireyin kendisiyle veya başkalarıyla gerçekleştirdiği özel bir iletişim şeklidir. Matematiksel söylem, matematiksel düşünceleri veya işlemleri ifade etme (Blanke, 2009), matematiksel etkinlikleri gerçekleştirirken kullanılan temsil, konuşma ve düşünme yolları (NCTM, 2000), matematiksel kavramları anlamayı sağlayan tartışmaları içerir (Maguire ve Neill, 2006). Duval (1998), akıl yürütmenin doğal bir söylemsel süreç olduğunu belirtmiştir. Sosyokültürel bir bakış açısından da akıl yürütmenin söylemsel bir aktivite olduğu söylenebilir (Sfard, 2008). Öğrencilerin söylemlerinde, söyleme tarzları, söylerken ne yaptıkları, kullandıkları temsil ve çizimler, bunları kullanma şekilleri, tonlama ve jestleri de akıl yürütme biçimlerine dahildir. Tüm bunlar öğrencilerin akıl yürütmelerini incelerken dikkate alınmalıdır. Bir söylemi incelerken matematiksel akıl yürütmenin hem yapısal hem süreç boyutunu vurgulamak önemlidir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Matematiksel akıl yürütmenin yapısı, süreç boyutunun bir parçasıdır. Ayrıca matematiksel akıl yürütmenin

süreç boyutu yapı boyutunun ortaya çıkmasına katkı sağlar. Söylemsel öğelerin birbirleriyle ilişkilerini, belirli bir düzenle bir araya gelme şeklini matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutu ile açıklayabiliriz. Yapısal boyutta Toulmin (2003) ve Peirce'ın (1956) sınıflandırmaları daha çok ön plana çıkmaktadır (Şekil 2).



Şekil 2. Toulmin Modeli (2003) Temel Bileşenleri ve Peirce Modeli (1956)

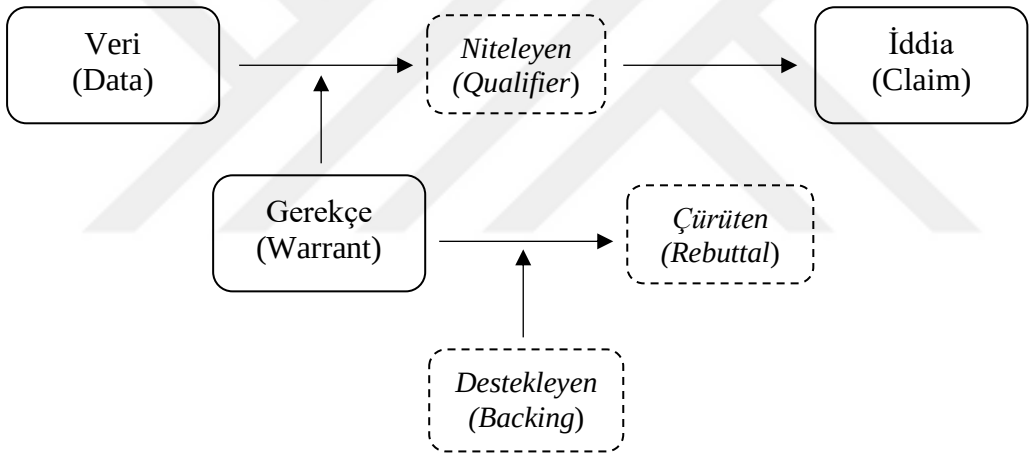
Toulmin (2003) modelinde veri, iddia, gerekçeden oluşan temel unsurların yanında niteleyici, çürütücü ve destek unsurları da bulunmaktadır. Tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal akıl yürütmenin her biri en az düzeyde de olsa veri, iddia ve gerekçeden oluşmaktadır (Jeannotte ve Kieran, 2017). Conner ve diğerleri (2014) Toulmin modeli ile Peirce modelini ilişkilendirmişlerdir. Bu çalışmada da Toulmin modeli ile Peirce modeli arasındaki ilişkiden yola çıkılarak matematiksel akıl yürütmenin yapısı (Jeannotte ve Kieran, 2017) bir sonraki bölümde daha detaylı olarak ele alınmıştır.

2.3. TOULMİN MODELİ

Akıl yürütmenin sosyal ve iletişimsel bir süreci olan argümantasyonda bireyin amacı kendini veya başkasını ikna etmeye çalışmaktır (Lithner, 2003). GeoGebra ve ACODESA metodunun kullanıldığı öğrenme ortamlarında öğrencilerin ürettiği argümanların analizinde Toulmin modeli alternatif bir çerçeve olarak kullanılabilir (Zengin, 2018b). Toulmin modeli argümantasyon süreci içerisinde bir söylemdeki argümanın bileşenlerini şematize eder (Toulmin, 2003). Veri, iddia ve gerekçe Toulmin modelinin temel bileşenleridir, niteleyen, destekleyen ve çürüten bileşenleri ise Toulmin modelinin yardımcı bileşenleridir (Toulmin, 2003). *İddia,* bilimsel bir tartışmanın başlangıç noktası olarak ele alınır ve başkalarını ikna etmek için kullanılır. İddianın ortaya atılmasından önce veya sonra iddiayı destekleyen *veri*ler elde edilir. Verilerin elde edilmesi ve iddianın ortaya atılmasının önceliğine göre akıl yürütmenin yapısı değişiklik göstermektedir. *Gerekçe* ise iddianın ortaya çıkmasını sağlayan verilerin uygunluğunu ve geçerliliğini gösteren, veriler arasında bir bağlantı kurulmasını

sağlayan bileşendir. Gerekçe kimi zaman varsayımsal, sezgisel olabildiği gibi kimi zaman açıklayıcı ifadeler veya kurallar da olabilir. Gerekçe bileşeni akıl yürütmenin yapısının belirlenmesinde önemli bir bileşendir. Bireyin akıl yürütme türüne göre gerekçeler, iddialardaki belirsizliği azaltmak veya tamamen ortadan kaldırmak için kullanılır (Conner ve diğ., 2014)

Yardımcı bileşenlerden iddianın kesinlik derecesini belirten, niteleyen bileşenidir (Toulmin, 2003). Öğrencilerin söylemlerinde kullandıkları "muhtemelen, belki, kesinlikle, mutlaka" gibi zarflar niteleyici olarak ele alınır. Destek bileşeni, gerekçenin güvenirliğinin neye dayandığını ortaya koyar ve gerekçenin gücünü arttırır (Conner ve diğ., 2014). Çürüten bileşeni ise gerekçeyi zayıflatarak iddianın geçerli olmadığı durumların ortaya konulmasıyla birlikte iddiayı çürütebilir (Toulmin, 2003). Toulmin modelinin altı bileşeninin de yer aldığı şema Şekil 3'te verilmiştir.

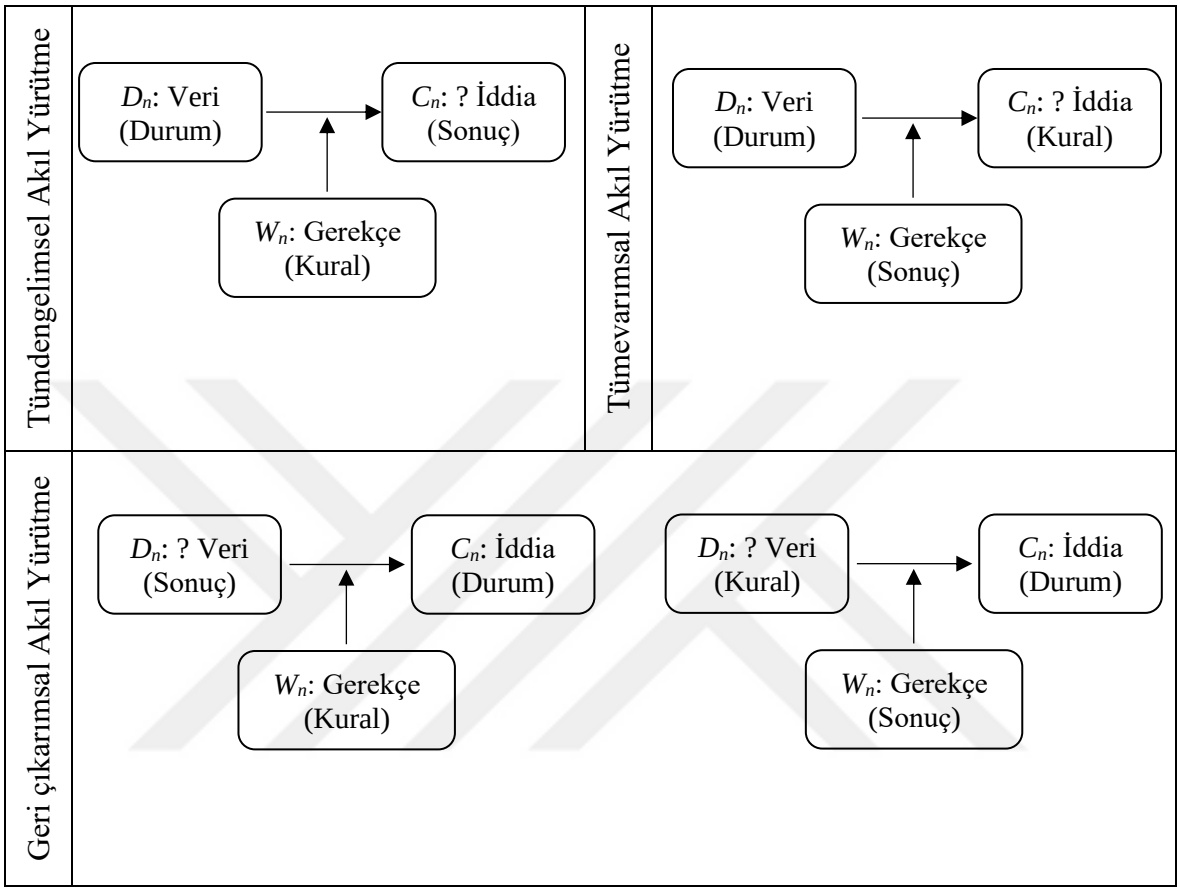


Şekil 3. Toulmin Modeli'nin (2003) Temel (_____) ve Yardımcı (_ _ _ _ _) Bileşenleri

Bu çalışmanın bulgularında Toulmin modelinin yardımcı bileşenlerinin oldukça az gözlenmesi ve çalışmanın bulgularının analizinde bütünlük oluşturması amacıyla öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısı Toulmin modelinin sadece temel bileşenleri ile şematize edilmiştir. Conner ve diğerleri (2014) Toulmin modelinin temel bileşenlerinin öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyutunun incelenmesinde yeterli olacağını belirtmişlerdir. Dolayısıyla bu çalışmanın bulgularında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyutu Toulmin modelinin (2003) temel bileşenlerine göre Tablo 1'deki gibi yer verilecektir. Tabloda veri anlamına gelen "Data" için D, gerekçe için "Warrant" yerine W ve iddia için "Claim" yerine C harfi kısaltma

olarak kullanılmıştır. Alt indis olarak yazılan n harfi ise öğrencilerin diyaloglarındaki akıl yürütme yapısının analiz sırasını vermektedir.

Tablo 1. Toulmin Modeli'ne (2003) Göre Akıl Yürütme Yapılarının Şemaları



Tablo 1'de verilen Toulmin modelinin (2003) temel bileşenleriyle oluşturulan şemaya göre veriden (durum) bir iddia (sonuç) ortaya atılıyor ve gerekçe olarak bir kural kullanılıyorsa tümdengelimsel, veriden (durum) bir iddia (kural) ortaya atılıyor ve gerekçe olarak sonuçlar kullanılıyorsa tümevarımsal akıl yürütüldüğü söylenebilir. Bir veri arayışı olmadan direkt bir iddia (durum) ortaya atıldığında ise geri çıkarımsal akıl yürütmeden söz edilebilir. Geri çıkarımsal akıl yürütme gözlemlendiğinde, iddia ortaya atıldıktan sonra veri arayışına çıkılır ve bazen açıklayıcı gerekçeler yerine varsayımsal, sezgisel gerekçeler kullanılabilir. Bu akıl yürütme yapısında veri bazen bir kural bazen de bir sonuç olabilir (Jeanotte ve Kieran, 2017).

2.4. AKIL YÜRÜTMEDE GEOGEBRA'NIN ÖNEMİ

Teknoloji, matematik öğrenimini olumlu yönde etkileyip, öğrencinin öğrenmesini kolaylaştırdığı için matematik öğreniminde ve öğretiminde temel araçtır (NCTM, 2000). Bu

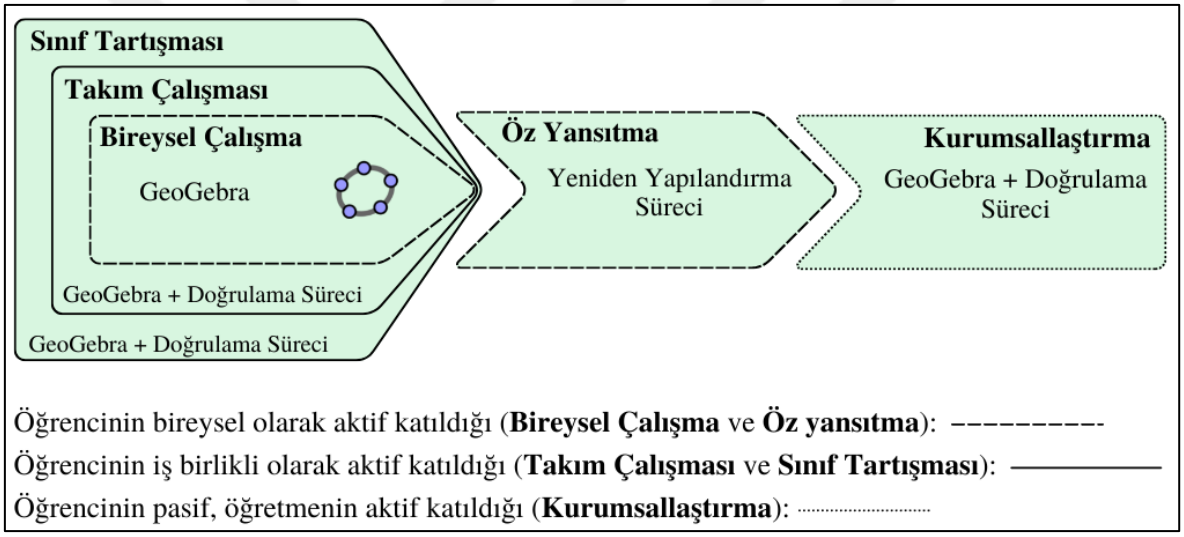
programlardan biri dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra yazılımıdır (Hohenwarter, 2002). GeoGebra, Marcus Hohenwarter tarafından 2001 yılında yüksek lisans tezi kapsamında proje olarak hazırlanmıştır (Hohenwarter ve Fuchs, 2004). GeoGebra, bilgisayar cebir sistemleri, dinamik geometri yazılımları, grafik çizim yazılımları ve elektronik tablo özelliklerini içeren, Türkçe de dahil olmak üzere birçok dilin desteğini barındıran, açık kaynak kodlu, ücretsiz bir dinamik matematik yazılımıdır (Dikovic, 2009; Hohenwarter ve Preiner, 2007). GeoGebra hem dinamik matematik yazılımı hem de bilgisayar cebiri sistemlerini birlikte barındırması nedeniyle çoklu temsillere olanak sağlar (Hohenwarter, 2004). GeoGebra, öğrencilerin iş birlikli öğrenme ortamında görsel ve sembolik temsiller arasında ilişki kurmasına yardımcı olur (Dikovic, 2009).

GeoGebra, oluşturulan yapıların sonradan değiştirilebileceği dinamik ve etkileşimli bir geometri yazılımıdır (J. Hohenwarter ve M. Hohenwarter, 2013). Cebir penceresinde yapılan bir değişikliği grafik penceresinde ya da grafik penceresinde yapılan değişikliği cebir penceresinde de anında görülmesini sağlar. Burada cebir penceresindeki cebirsel ifadelerin karşılığı olan nesneler grafik penceresinde aynı anda görünür ve böylece öğrencilere birbiriyle bağlantılı olan farklı durumları karşılaştırma imkanı sunar (Hohenwarter, 2004). Dolayısıyla kağıt kalem ortamında yapılamayacak değişiklikleri kolayca yapma imkanı sunar (Hitt, 2011). GeoGebra yazılımı matematiksel kavramların görselleştirilmesini sağlamanın yanında öğrencilerin derse olan ilgisini arttırır ve etkileşimli bir öğrenme ortamı sağlar (Zengin, 2017, 2018a).

Belirli bir konuyla ilgili ve mantıksal bağlılığı olan söylemler içeren ifadelere argüman adı verilir (Douek, 1998). Öğrenme ortamındaki söylemlerin bir kısmı bu ortamda kullanılan araçlardan etkilenir (Smith, 2010). Teknolojik araçların, dinamik yazılımların kullandığı öğrenme ortamlarında öğrencilerin daha çok argüman ürettikleri, bu argümanların içerdikleri gerekçelerin açıklığının ise kullanılan etkinliğe bağlı olarak değişebileceği ifade edilmektedir (Healy ve Hoyles, 2001; Smith, 2010). Öğrencilere genelleme yapma fırsatı sunan etkinliklerde, öğrencilerin teknolojiyi daha aktif bir şekilde kullanarak daha çok veri toplayıp açık gerekçeler oluşturabilecekleri düşünülmektedir (Smith, 2010). Öğrencilerin dinamik yazılımlar kullanarak daha çok varsayım oluşturmalarını ve bu varsayımları doğrulamalarını sağlar (Healy ve Hoyles, 2001). Dolayısıyla GeoGebra yazılımının kullanıldığı öğrenme ortamlarında öğrencilerin akıl yürütmeleri daha belirgin bir şekilde gözlemlenebilir (Aksu ve Zengin, 2022; Zengin, 2018b).

2.5. ACODESA METODU

Öğrencilerin sosyal etkileşim ve etkileşimin ön planda olduğu ACODESA yöntemi, *iş birlikli öğrenme, bilimsel tartışma ve öz yansıtma* anlamına gelen "Apprentissage coopératif, Débat scientifique et Auto – réflexion" Fransızca kelimelerin kısaltılmış halidir (Hitt ve González-Martín, 2015). Bu yöntem öğrencilerin hem bireysel olarak hem de iş birlikli öğrenme ortamlarında argümantasyon süreçleri ile akıl yürütmenin süreç boyutundan varsayım oluşturma ve doğrulama süreçlerini destekler (Hitt, 2011). Matematik öğreniminde sadece kağıt ve kalem kullanımının olduğu geleneksel sınıf ortamlarını teknoloji ile dengelenerek iş birlikli öğrenme ortamı haline ACODESA metoduyla getirmek, öğrenme sürecinde daha kalıcı etkiler bırakabilir (Hitt, 2011). Bu metot bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması ve kurumsallaştırma olmak üzere beş aşamadan oluşur (Şekil 4).



Şekil 4. GeoGebra Entegre Edilmiş (Aksu ve Zengin, 2022; Zengin, 2018b; Zengin, 2022) ACODESA Metodu Aşamaları (Hitt ve González-Martín, 2015, sayfa 207; Hitt ve diğ., 2017, sayfa 61'den uyarlanmıştır)

ACODESA metodu (Şekil 4) beş aşamadan oluşur: Bireysel çalışma, takım çaılşması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve kurumsallaştırma. Şekil 4 incelendiğinde GeoGebra ile desteklenen bir öğrenme ortamında bireysel çalışmasını tamamlayan öğrenciler, bireysel çalışmalarına takım çalışmasıyla küçük bir grup olarak devam ederler. Sonra aynı öğrenciler, takımlar arasında bir tartışmaya yani sınıf tartışması aşamasına geçerler. Bir sonraki aşamada yine öğrencinin aktif olduğu öz yansıtma aşamasıdır. Şekil 4'ten de anlaşılacağı gibi, ilk üç aşamada elde edilen çalışmalar doğrultusunda öz yansıtma çalışmaları ortaya çıkar. Son aşama ise öğretmenin aktif olduğu kurumsallaştırma aşamasıdır. Bu aşamalar detaylı olarak aşağıda açıklanmıştır.

Bireysel çalışma: Bu aşamada öğrenci bireysel olarak etkinliği çözümler ve dinamik yazılımı kullanır. Bireysel çalışma, takım çalışmasında anlamlı iletişim kurulabilmesi için bir hazırlık aşamasıdır. Öğrenciler bu aşamada verilen görevdeki amacı anlamaya, tahminler oluşturmaya ve kendiliğinden temsiller geliştirmeye çalışır. Öğretmen bu aşamada rehber rolündedir.

Takım çalışması: Küçük grup tartışması şeklinde olan bu aşamada öğrenciler iki veya üç kişilik takımlar halinde, bireysel çalışmada kullanılan aynı etkinlik üzerinde tartışırlar. Bu aşamada bireysel çalışmadaki temsiller iyileştirilir, iddialar doğrulanır, takım olarak matematiksel kavramların farklı temsilleri dinamik yazılımla birlikte oluşturulur. Öğretmenin bu aşamadaki rolü öğrencilere rehber olmak, onları tartışmaya teşvik etmektir.

Sınıf tartışması: Bu aşamada tüm sınıf etkinlikle ilgili çözümlerini bilimsel olarak tartışır ve dinamik yazılımdaki çalışmalarını paylaşırlar. Sınıf tartışmasında temsiller arasında ortak bir fikre ulaşmak hedeflenir, karşı örnekler üretilir, hipotezler test edilir ve doğrulama sürecine girilir. Öğrenciler takım çalışmasında elde ettikleri farklı temsillerle, yaptıkları doğrulama süreçleriyle, dinamik ürünlerle birbirlerini ikna etmeye çalışırlar. Öğretmenin rolü bu aşamada da rehber niteliğindedir.

Öz yansıtma: Öğretmen öğrencilerin ilk üç aşamadaki çalışmalarını, etkinlik kağıtlarını, GeoGebra dosyalarını alır. Öğrencilere aynı etkinlik kağıdının boş hali tekrar dağıtılır. Öğrenciler bireysel olarak etkinliğe döner ve diğer aşamadan elde edilen temsilleri, sonuçları, dinamik ürünleri yeniden yapılandırırlar. Bu aşamada, diğer aşamalardan öğrenilen bilginin güçlendirilmesi teşvik edilir.

Kurumsallaştırma: Öğretmenin aktif olduğu, bilgiyi geliştirdiği, kurumsal temsiller kullandığı ve öğrencilerin yaptıklarını değerlendirdiği aşamadır.

2.6. ÇOKGENLER

En az üç tane doğru parçasının birbirini kesmeyecek şekilde uç uca eklenmesiyle oluşturulan ve kapalı bir bölgeye sahip olan geometrik şekillere çokgen adı verilir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014). Yedinci sınıf çokgenler konusunda sadece konveks (dışbükey) çokgenlere yer verilir (MEB, 2018). Bu doğrultuda çalışmada kullanılan matematiksel etkinlikler çokgenler bağlamında aşağıdaki konuları içermektedir:

- Düzgün çokgenlerin özellikleri,

- Çokgenlerin iç ve dış açı toplamları,
- Dörtgenlerin özellikleri,
- Eşkenar dörtgen ve yamuğun alanı.

Pedemonte (2007) lise öğrencileriyle yaptığı çalışmasında, öğrenciler çokgenlerin iç açı ölçülerinin toplamları ile ilgili genellemeye ulaşmak ve bunu ispatlamaya çalışmaktadırlar. Öğrenciler iç açı ölçüleri toplamlarını bir tablo ile göstererek karşılaştırmış ve tümevarımsal akıl yürütmeyle genellemeye ulaşmışlardır ancak ispat sürecinde sorun yaşamışlardır. Mevcut çalışmada öğrencilerin çokgenlerin iç ve dış açı ölçülerini keşfetmeleri için kullanılan etkinlikte (EK-4) tablo verilmiş ve GeoGebra'dan elde ettikleri verileri tabloya yazmaları istenmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin Pedemonte'nin (2007) çalışmasında olduğu gibi tümevarımsal akıl yürütmeleri muhtemeldir.

Dörtgenlerin özellikleri konusunda öğrencilerin dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni birbirinden ayırabilmesi, karenin özel bir dikdörtgen ve özel bir eşkenar dörtgen olduğunun vurgulanması ile yamuğun bu sınıflandırmadaki en genel dörtgen olduğunu belirtmek gerekmektedir (MEB, 2018). Sınıflandırma süreci, verilen şekiller arasında benzerlik ve farklılık arayış sürecidir ve şekillerin sınıflandırılmasında neye göre bir sınıf oluşturduğunu açıklamakla ilgilidir (Walcott, Mohr ve Kastberg, 2009). Bu sınıflandırmayı yapılırken geometrik şekillerin sadece sezgisel olarak değil özelliklerine göre de ayrımı ortaya konulmalıdır (Clements ve Battista, 1992). Örneğin yamuğun özelliklerinde sadece bir çift paralel kenara sahip olduğunu söylemek yerine, en az bir çift paralel kenarı olduğunu vurgulamak diğer dörtgenleri de kapsayan bir açıklama olur (Bernabeu, Moreno ve Llinares, 2021).

2.7. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde akıl yürütme ile ilgili bazı çalışmaların detaylarına, bazı çalışmaların amaçlarına ve sonuçlarına da tablolarda yer verilmiştir. Okul öncesi ve ilkokul öğrencileri ile yapılan çalışmalar birlikte bir tabloda, lise, üniversite öğrencileri ve öğretmenlerle yapılan çalışmalar birlikte başka bir tabloda verilmiştir. Bu çalışma ortaokul öğrencileri ile yapıldığı için ortaokul öğrencileri ile yapılan diğer çalışmalar ayrı bir tabloda verilmiştir.

Carlsen (2018) lise öğrencileriyle yaptığı çalışmasında, öğrencilerin sinüs eğrisi şeklindeki bir fonksiyon hakkında yaptıkları küçük bir takım çalışmasındaki akıl yürütmelerini incelemiştir. Öğrenciler bu fonksiyonu incelerken GeoGebra yazılımını

kullanmışlardır ancak çalışmanın sonucunda öğrencilerin GeoGebra yazılımını dinamik olarak kullanamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin akıl yürütmelerinin kullandıkları jest, vurguladıkları sözcükler ve ders kitabı gibi göstergebilimsel araçlarla karakterize edildiğini vurgulamıştır. Bunun yanında öğrenci akıl yürütmelerin karakterize edilmesinde sosyokültürel bir ortamda iş birliği içinde etkinlik çözümü hedefi üzerine çalışmalarının da katkısı olmuştur.

Mata-Pereira ve Ponte (2017) çalışmalarında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmek amacıyla öğretmenlerin süreçteki eylemlerini incelemişlerdir. Yedinci sınıf öğrencilerinin sınıftaki tartışmaları sırasındaki öğretmen eylemleri kayıt altına alınmıştır. Kayıtlardan elde edilen verilerin analizi sonucunda öğretmenlerin öğrencileri tartışmaya teşvik ettiği, bilgilendirme yaptığı ve öğrencilerin bilgi düzeylerini yükseltmek için onları zorladığı eylem dizisi öğrencilerin genelleme ve gerekçelendirme süreçlerinin gelişimi üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Santos, Mata-Pereira, Ponte ve Oliveira (2022) mesleki gelişim kursundaki öğretmenlerin matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutundan sadece genelleme ve gerekçelendirme süreçlerine ilişkin anlayışlarının gelişimini incelemişlerdir. Nitel yöntemin benimsendiği araştırmanın verilerinin analizinde Ellis (2007) ile Jeannotte ve Kieran'ın (2017) çerçevelerinin senteziyle oluşturulan birleşik bir çerçeve kullanılmıştır. Araştırmaya katılan öğretmenlerin, öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmenin genelleme ve gerekçelendirme süreçlerini anlamalarını derinleştirmelerine katkı sağladığı görülmüştür (Santos ve diğ., 2022).

Erdem (2016) sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerileri ile okuduğunu anlama becerileri arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasında kendisinin geliştirmiş olduğu Matematiksel Muhakeme Testi ve Okuduğunu Anlama Testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerileri ile okuduğunu anlama becerileri arasında olumlu yönde anlamlı bir ilişki bulunmuştur. İki becerinin de benzer zihinsel süreçler kullanılarak sonuca ulaşıldığı belirtilmiştir.

Literatürdeki akıl yürütme bağlamında yapılan bazı çalışmalardan okul öncesi ve ilkokul öğrencilerinin akıl yürütmelerinin incelendiği araştırmalar Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2 incelendiğinde okul öncesi ve ortaokul öğrencilerinin katılımcı olarak çalışıldığı araştırmalarda genellikle nicel yöntem benimsendiği (Çırakoğlu, 2020; Göncü, 2020; Somuncu, 2021; Yayla, 2022) görülmektedir. Çalışmaların bazılarında farklı değişkenlerin

akıl yürütme becerisine etkisinin incelendiği (Göncü, 2020; Gülay, 2020; Somuncu, 2021) bazılarında ise akıl yürütmenin başka değişkenlere etkisinin incelendiği (Çırakoğlu, 2022; Yayla, 2022) görülmüştür.

Tablo 2. Matematik Eğitimine Akıl Yürütme Bağlamında Okul Öncesi ve İlkokul Öğrencileriyle Yapılan Bazı Araştırmalar

Yazar/Yöntem	Amaç	Sonuç
Göncü (2020) - Nicel - Yarı deneysel	Bu çalışmanın amacı, tahmin becerilerinin geliştirilmesinin 60-72 aylık çocukların akıl yürütmelerine etkisini ve sezgisel matematik yeteneklerine etkisini incelemektir.	Tahmin becerilerini geliştirmeyi hedefleyen etkinliklerin deney grubundaki öğrencilerin akıl yürütmeleri ve sezgisel matematik yetenekleri üzerinde olumlu bir etki yarattığı görülmüştür. Öğrencilerin cinsiyetlerine göre, akıl yürütme ve sezgisel matematik yeteneklerinin farklılaşmadığı sonucuna ulaşılmıştır.
Somuncu (2021) - Nicel - Yarı deneysel	Bu çalışma, okul öncesi öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerilerine kodlama eğitiminin etkisini incelemeyi amaçlamıştır.	Kodlama eğitiminin okul öncesi öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerileri üzerinde olumlu bir etkisi olduğu görülmüştür.
Yayla (2022) - Nicel - İlişkisel tarama ve nedensel karşılaştırma	Bu çalışmada amaç, okul öncesi eğitime devam eden öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerileri ile örüntü becerileri arasındaki ilişkiyi incelemektir. Bunun yanına cinsiyeti, yaşı, anne baba öğrenim durumu, toplam okul öncesi eğitim alma süresi ve örüntü etkinliği sıklığının etkisinin incelenmesi de amaçlanmıştır.	Matematiksel akıl yürütme becerisinin örüntü becerisini yordadığı belirlenmiştir. Kullanılan veri toplama aracına göre kız çocuklarının akıl yürütmelerinde anlamlı farklılık olduğu, örüntü becerilerinde ise farklılık olmadığı görülmüştür. Okul öncesi eğitimin ikinci yılında olanlarda, yaşça daha büyük olanlarda ve örüntü becerileri etkinliklerine daha çok katılanların örüntü becerilerinde anlamlı farklılık gösterirken akıl yürütme becerilerinde farklılık bulunmamıştır. Anne ve babalarının eğitim düzeyi daha yüksek olanların örüntü becerilerinde anlamlı farklılık bulunmamış ancak akıl yürütme becerilerinde bulunmuştur.
Çırakoğlu (2020) - Nicel - Zayıf deneysel	Bu çalışmanın amacı, toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılgılarına ve hatalarına cebirsel akıl yürütme uygulamalarının etkisini incelemektir.	Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının, öğrencilerin kavram yanılgılarının ortadan kaldırılmasında etkili olduğu görülmüştür. Araştırmada kullanılan araç gereçler, uygulanan etkinlikler ve olumlu sınıf ortamının araştırmanın sonucunu olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Gülay (2020) - Nitel - Durum	Bu çalışmanın amacı, dördüncü sınıfa devam eden öğrencilerin uzunluk ölçme konusundaki farklı problem çeşitlerine yönelik akıl yürütme tiplerini incelemektir.	Öğrencilerle yapılan görüşmeler ve problemlerdeki çözümlerinin incelenmesi sonucunda öğretmenlerin derslerinde genellikle müfredata bağlı ve rutin problemler kullandıkları, üst düzey akıl yürütmeler gerektiren problemlere yer vermedikleri görülmüştür. Araştırmaya katılan iki öğretmenin de konu anlatımları ve farklı problem çözümleri için ders sürelerinin yetmediği düşünülmektedir. Bunun dışında günlük hayat problemleri, rutin olmayan ve müfredattan bağımsız problemlerin ise derslerde kullanılmadığı görülmüştür.

Literatürdeki akıl yürütme bağlamında yapılan bazı çalışmalardan ortaokul öğrencilerinin akıl yürütmelerinin incelendiği araştırmalar Tablo 3'te verilmiştir. Bu çalışmalarda öğrencilerin akıl yürütme düzeyleri (Erdem ve Gürbüz, 2015), çeşitli değişkenlerle, öğrenme yöntemleriyle öğrencilerin akıl yürütmelerinin gelişimi (Ayan-Civak, 2020; Gergin, 2022; Gündoğdu, 2021), akıl yürütme problemlerindeki başarı durumları ve problemlerin çözümü içi kullanılan yöntemler (Özen-Yılmaz, 2020), bazı değişkenlerin ve kullanılan öğretim materyalinin öğrencilerin akıl yürütmelerine etkisi veya bu süreçteki akıl yürütmelerinin nasıl ortaya çıktığı (Hançer, 2021; Palinussa, Molle ve Gaspersz, 2021; Tokgöz, 2022; Yılmaz, 2019) incelenmiştir.

Tablo 3. Matematik Eğitimine Akıl Yürütme Bağlamında Ortaokul Öğrencileriyle Yapılan Bazı Araştırmalar

Yazar/Yöntem	**Amaç**	**Sonuç**
Erdem ve Gürbüz (2015) - Betimsel araştırma	Bu çalışmada, yedinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin matematiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.	Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel akıl yürütme düzeylerinin ağırlıklı olarak orta ve düşük düzeyde olduğu görülmüştür.
Sumarsih, Budiyono ve Indriati (2018) - Karma	Bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerilerindeki zayıflıklarını incelenmesidir.	Verilerin analizi sonucunda matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin orta ve düşük kategorideki öğrencilere göre daha iyi olduğu görülmüştür. Öğrencilerin birçoğu fikirlerini ifade etmede ve mantıksal argümanlar geliştirmede zorluk yaşamıştır.
Yılmaz (2019) - Karma - Tek gruplu deneysel	Bu çalışmanın amacı, yedinci sınıf öğrencilerinin akıl yürütmelerine ve matematiksel tutumlarına, akıl ve zekâ oyunlarının etkisini incelemektir.	Akıl ve zekâ oyunlarının kullanılmasının öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin gelişmesini sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinde de gelişme görülmüş ancak istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık ortaya çıkmamıştır.

Ayan-Civak (2020) - Tasarı tabanlı araştırma	Bu çalışma, yedinci sınıf öğrencilerine orantısal akıl yürütmenin öğretilmesi için etkinlik dizisinin geliştirilmesi ve öğrencilerin akıl yürütmelerinin Gerçekçi Matematik Eğitimi çerçevesi doğrultusunda gelişiminin incelenmesini amaçlamıştır.	Araştırmada geliştirilen etkinlik dizisi, bir sınıfın orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişmesini sağlamıştır. Resimler ve oran tabloları ile birlikte orantısal durumların anlamlandırılmasını ve bu durumun süreç içerisinde oran ve orantının sembolik gösterimleriyle öğrencilerin akıl yürütmelerinin gelişimini sağladığı görülmüştür.
Özen-Yılmaz (2021) - Karma	Bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerindeki başarılarını ve bu problemlerin çözümü için kullandıkları stratejilerini incelemektir.	Öğrencilerin orantısal akıl yürütme başarılarının sınıf seviyesine bağlı olarak artış gösterdiği ve problem çeşitlerine göre değişiklik gösterdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin belli başlı çözüm stratejilerini sık sık kullandıkları ve bu stratejilerin sınıf seviyelerine göre farklılık gösterdiği görülmüştür. Formel olarak öğretilmediği halde öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisine sahip olduğu görülmüştür.
Hançer (2021) - Nicel - Nedensel karşılaştırma	Bu çalışmada amaç, ortaokul öğrencilerinin orantısal olan durumlarla orantısal olmayan durumları ayırt edebilme becerileri ile toplamsal ve çarpımsal akıl yürütme eğilimlerini bazı değişkenler açısından incelenmesi ve orantısal olan ve orantısal olmayan problem durumlarındaki öğrenci performanslarının bu eğilimler açısından incelenmesidir.	Öğrencilerin orantısal olan ve orantısal olmayan durumları ayırt etme performanslarının yüksek olduğu ve bu performanslarının sınıf seviyesine göre artış gösterdiği görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin büyük çoğunluğunun toplamsal akıl yürütme eğilimine sahip olduğu ancak çarpımsal akıl yürütme eğilimine sahip olan öğrenci sayısının daha az olduğu belirlenmiştir. Herhangi bir eğilim gösterenler ve göstermeyenler arasında anlamlı farklılık olduğu bulunmuştur.
Gündoğdu (2021) - Nitel - Durum	Bu çalışmanın amacı, 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini FeTeMM etkinlikleriyle birlikte gelişimini incelenmesidir.	Öğrencilerin nitel ve nicel karşılaştırma gerektiren sorularda doğru çözüm yöntemlerini kullandıkları ve doğru cevap sayılarının uygulama öncesine göre artış gösterdiği görülmüştür. Orantısız ilişki içeren sorularda ise öğrencilerin çoğunun toplamsal ilişkileri kullanarak doğru cevaplar verdikleri belirlenmiştir.
Palinussa, Molle ve Gaspersz (2021) -Yarı deneysel desen	Bu çalışmanın amacı Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımının kırsal bir bölgede bulunan öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve iletişim becerileri üzerindeki etkisinin incelenmesidir.	Araştırma sonucunda Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımının öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve iletişim becerileri üzerinde önemli bir etkisi olduğu görülmüştür.

Gergin (2022) - Nitel - Örnek olay çalışması	Bu araştırmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirde stratejik akıl yürütme süreçlerinin incelenmesidir.	Öğrencilerin açık uçlu problemlerdeki bağlamı anlamlandırma süreçlerinde farklı çözüm stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Kavramsal veya teorik bilgileri yeterli düzeyde olan öğrencilerin nicelikler arasındaki ilişkileri belirtirken cebirsel temsiller kullandıkları görülmüştür. Akademik başarısı orta ve düşük düzeyde olan öğrencilerin ikna edici açıklamalar ve doğru çözüm stratejileri uyguladıkları belirlenmiştir.
Tokgöz (2022) - Nitel - Durum	Bu çalışmanın amacı bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerle birlikte 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesidir.	Çalışmada uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirdiği gözlemlenmiştir. Öğrencilerin metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama, göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme, miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanma, becerilerinde gelişim gösterdikleri belirlenmiştir. Bunun yanında hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçlarını kontrol etme ile son olarak ikna edici açıklamalar yapma becerilerinde de gelişim gösterdikleri görülmüştür.

Literatürdeki akıl yürütme bağlamında yapılan bazı çalışmalardan lise ve üniversite öğrencileri ile öğretmenlerle yapılan akıl yürütmelerin incelendiği araştırmalar Tablo 4'te verilmiştir. Bu çalışmalarda öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri (Boyacı, 2019; Öz, 2020) daha çok incelenirken, bazısında verilen problem durumlarına göre öğrencilerin sadece tümevarımsal akıl yürütmeleri (Demirtaş, 2020) incelenmiştir. Başka bir çalışmada ise öğretmen ve öğretmen adaylarının akıl yürütmelerinin farklı değişkenlerle ilişkisi (Sidenvall, Lithner ve Jäder, 2015; Yakıt, 2022), akıl yürütme becerisi ile başka becerilerin karşılaştırılması (Poon ve Leung, 2016; Zambak ve Magiera, 2020) araştırılmıştır.

Tablo 4. Matematik Eğitimine Akıl Yürütme Bağlamında Lise Öğrencileri, Üniversite Öğrencileri ve Öğretmenlerle Yapılan Bazı Araştırmalar

Yazar/Yöntem	**Amaç**	**Sonuç**
Sidenvall, Lithner ve Jäder (2015)	Bu çalışmada lise öğrencilerinin ders kitabında bulunan görevleri çözerken matematiksel akıl yürütme türleri ile etkinliği doğru çözme oranları arasındaki ilişki incelenmiştir.	Araştırma sonucunda öğrencilerin görevlerin %80'ini taklitçi akıl yürütme yoluyla ve doğru çözdüğü, yaratıcı akıl yürütmeyle sınırlı ilgilendikleri veya hiç ilgilenmedikleri görülmüştür.

Poon ve Leung (2016)	Bu çalışmanın amacı, Hong Kong'da bulunan lise öğrencilerinin geometride yaşadığı güçlükleri belirlemeyi ve geometrideki performansları ile akıl yürütme becerilerinin karşılaştırılmasıdır.	Araştırma sonucunda akademik başarısı yüksek okullardaki öğrencilerin geometri testinden daha yüksek puanlar aldığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin geometrideki başarıları ile mantıksal akıl yürütme becerileri arasında ise güçlü bir ilişkinin olduğu görülmüştür.
Öz (2020) - Nitel - Öğretim deneyi	Bu çalışmanın amacı, ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesidir.	Çalışmada hazırlanan öğretim deneyi, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimini sağlamıştır. Çalışmada ulaşılan sonuca göre bu gelişimin sağlanabilmesi için ilk olarak iki çokluk arasında bağlantı kurulması, çarpımsal karşılaştırmaya geçiş yapılması, farklı çarpımsal karşılaştırma stratejilerinin kullanımına geçilmesi ve sonsuz sayıda eşdeğer oran oluşturmaya geçilmesi sağlanmalıdır.
Boyacı (2019) - Karma - Yarı deneysel	Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesidir.	Öğrencilerin doğru ve ters orantıdaki çarpımsal ilişkiyi anlamlandırma, orantısal ilişkilerde değişen ve değişmeyen yapıları fark etme ve kavrama, alternatif çözümleri değerlendirme ile oran ve orantı kavramlarına yönelik dili doğru kullanma gibi noktalarda zorlandıkları görülmüştür. Ölçekten yüksek puan alan öğretmen adaylarının çapraz çarpım algoritmasını sadece ters orantı içeren durumlarda yanlış kullandıkları, ölçekten ortalama ve en düşük puanları alan öğretmen adaylarının hem ters orantılı hem de orantısal olmayan durumlar için bu algoritmayı kullanma eğiliminde oldukları belirlenmiştir.
Zambak ve Magiera (2020) - Öğretim deneyi	Bu çalışmanın amacı, öğretmen adaylarının problem çözerken akıl yürütme ve matematiksel argümanları analiz etme yeteneklerinin geliştirilmesidir.	Verilerin analizi sonucunda öğretmen adaylarının kendi argümanlarını değerlendirmeyi öğrenmelerinin argümantasyon ve akıl yürütme becerilerini geliştirdiği görülmüştür. Öğretmen adayların büyük çoğunluğu desteklenmeyen iddialar sunmaktan, tümdengelim benzeri yapılar oluşturmaya yönelmiştir.
Demirtaş (2022) - Nitel - Durum	Bu çalışmanın amacı, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının tümevarımsal akıl yürütme süreçlerinin incelenmesidir.	Tümevarımsal akıl yürütme süreçleri en yüksek doğrusu bulunan kademenin üçüncü sınıf kademesi olduğu belirlenmiştir. Matematik öğretmeni adaylarının, aritmetik problem türlerinde daha fazla doğru cevap verdikleri gözlemlenmiştir.

Yakıt (2022) - Nicel - Tarama modeli	Bu çalışmada, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının akıl yürütme yollarının belirlenmesi ile sosyal sorun çözme, akılcı ve sezgisel karar verme becerilerinin düzeylerinin belirlenmesi ve bu özelliklerin bazı demografik değişkenler açısından ve aynı zamanda bu üç değişken arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır.	Akıl yürütme yolları ile sosyal sorun çözme becerilerinin iyi, akılcı karar verme becerilerinin çok iyi, sezgisel karar verme becerilerinin ise orta düzeyde oldukları gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının akıl yürütme yollarının, sosyal sorun çözme ile akılcı ve sezgisel karar verme becerileri açısından genelde benzerlik gösterdikleri kimi zaman farklılık gösterdikleri belirlenmiştir.

Matematik eğitimi literatüründeki çalışmalar incelendiğinde daha çok nicel çalışmaların (Danacı ve Şahin, 2021; Erdem, 2011; Göncü, 2020; Hançer, 2021) yapıldığı, görülmektedir. Nitel veya karma çalışmalarda ise öğrencilerin akıl yürütmelerini tüm boyutlarıyla detaylı bir şekilde ele alan bir çerçeve kullanılan çalışmaların (Aksu ve Zengin, 2022; Carlsen, 2018; Zengin, 2021) sınırlı kaldığı görülmüştür. Dolayısıyla bu boşluğun doldurulması için bu araştırmanın etkili olacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcılar, veri toplama araçları, uygulama süreci ve verilerin analizi açıklanmıştır.

3.1. ARAŞTIRMANIN MODELİ

Bu araştırma dinamik bir ortamda öğrencilerin akıl yürütmelerini incelemek amacıyla yapılan nitel bir araştırmadır. Araştırmada öğrencilerin akıl yürütmelerini kendi sosyokültürel ortamlarında daha derinlemesine incelemek için etnografik durum çalışması modeli benimsenmiştir. Durum çalışması, gerçek yaşam alanı içinde çalışılan, içinde bulunulan durumun net sınırlarının olmadığı, birden fazla veri kaynağının bulunduğu durumlarda kullanılan görgül yani yaşantı ve deneyim ile bilgi edinilen bir araştırma yöntemidir (Yin, 2003). Durum çalışması daha derinlemesine inceleme fırsatı sağlar (Bassey, 1999; Merriam, 1998). Etnografik yaklaşım ise araştırmanın yapıldığı iş birlikli ortamda katılımcıların birbirleriyle iletişim kurma şeklinin ortaya çıkmasını sağlar (Carlsen, 2018). Bu araştırmada durum, dinamik ve iş birlikli bir öğrenme ortamında öğrencilerin çokgenler konusundaki akıl yürütmelerini matematiksel akıl yürütme modeli (Jeannotte ve Kieran, 2017) ve Toulmin modeli (Toulmin, 2003) bağlamında incelenmesidir.

3.2. KATILIMCILAR

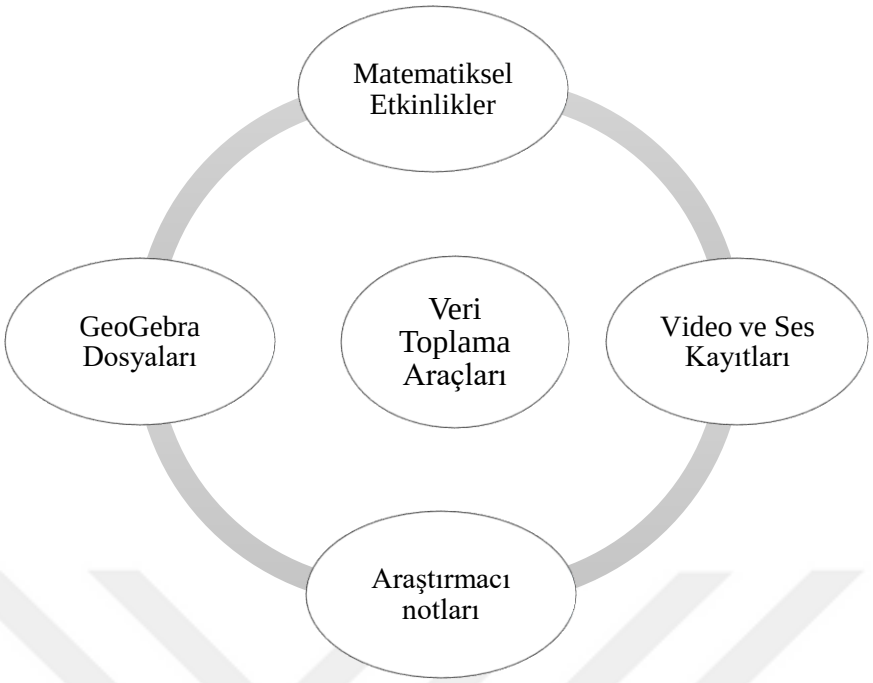
Araştırmanın aktarılabilirliğini artırmak, var olan durumların özelliklerini ortaya çıkarmak amacıyla, bu araştırmanın katılımcılarını amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesi yöntemiyle (McMillan ve Schumacher, 2010) seçilmiş, ortaokul yedinci sınıfta öğrenim gören 12 öğrenci oluşturmaktadır. Matematik dersi başarı durumları açısından heterojen bir grup olacak şekilde öğrenciler seçilmiştir. Bu öğrenciler seçilirken öncelikle birbirleriyle iletişimi ve sosyal etkileşimi olan aynı sınıfta bulunan öğrenciler olmasına dikkat edilmiştir. Çünkü araştırmamızda matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım çerçevesi (Sfard, 2008) benimsenmiş dolayısıyla öğrencilerin iletişim kurma becerilerinin iyi olması ve birbirleriyle sosyal etkileşimde bulunmaları akıl yürütmelerini ortaya çıkarmaları açısından önemlidir. Öğrencilerin birbiriyle olan iletişim ve sosyal etkileşim becerilerinin yüksek olduğunun belirlenmesinde sınıf öğretmeninden ve derslerine giren branş öğretmenlerinden bilgi alınmıştır. Bunun yanında öğrencilerin temel düzeyde

bilgisayar kullanabiliyor olmalarına dikkat edilmiştir. Araştırmada kullanılan GeoGebra programının kullanımı için bilgisayarın temel düzeyde bilinmesi yeterlidir. Öğrenciler uygulama öncesinde sadece öğretmenin kullanımıyla derslerde GeoGebra yazılımıyla tanışmışlar ancak kendileri hiç kullanmamışlardır. GeoGebra programının kullanımı için öğrencilere ayrıca eğitim verilmiş ve bunun detayları Uygulama Süreci başlığı altında paylaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin gönüllüğü esas alınmış ve katılmak isteyen öğrencilerin yaşları dolayısıyla velilerinden katılım sağlamalarına yönelik onayı alınmıştır.

Araştırmada kullanılan sosyokültürel kurama dayalı olan ACODESA metodunun takım çalışması aşamasında öğrencilerin takımlara ayrılması gerekmektedir. Bu nedenle öğrenciler her takımda 3 kişi olacak şekilde takımlara ayrılmışlardır. Takımlar öğrenciler arasında kura çekilerek rastgele belirlenmiştir. Uygulama sürecinde ilerleyen haftalarda 3 öğrenci ayrılma talebinde bulunmuş ve dolayısıyla araştırmaya 9 öğrenci ile devam edilmiştir. Ancak uygulama sürecinde de anlatıldığı gibi araştırmanın verileri uzaktan eğitim sürecinde toplandığı için teknik sorunlar yaşayan öğrenciler olmuş ve 6 öğrenci düzenli olarak uygulamaya katılım gösterebilmiştir. Bu öğrencilerden üç tanesi özellikle takım çalışmalarına daha istikrarlı olarak katılım sağlamış ve uygulama boyunca aktif olarak sosyal etkileşimde ve iletişimde daha çok ön plana çıkmıştır. Bu nedenle ACODESA metodunun takım çalışması aşamasında sadece bu gruptaki öğrencilerin bulgularına yer verilmiştir. Bu öğrencilerin gerçek isimleri yerine takma isimler kullanılmıştır: Naz, Asu, Eda, Cem, Ada ve Elif.

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Durum çalışmalarında araştırmanın geçerliğini artırmak amacıyla birden fazla veri toplama yöntemi kullanmak tavsiye edilir (Miles ve Huberman, 1994). Dolayısıyla bu araştırmanın veri toplama araçları aşağıdaki Şekil 5'te belirtilmiştir. Veri toplama araçları detaylı olarak alt başlıklarda açıklanmıştır.



Şekil 5. Veri Toplama Araçları

3.3.1. Matematiksel Etkinliklerin Tasarımı

Öğrencilerin derste uygulanan etkinliklerde kullandıkları söylemler, temsiller, çizimler ve bunları yaparken ki tonlama ve jestleri akıl yürütme biçimlerinin belirlenmesi açısından önemlidir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Öğrencilerde akıl yürütme türlerinin görülebilmesi için, derslerde farklı stratejiler kullanabilecekleri problem durumları içeren etkinlikler kullanılmalıdır (Lithner, 2000). Hazırlanan etkinliklerin sadece kâğıt kalem kullanımını değil, teknoloji kullanımını da desteklemesine, bu dengenin iyi bir şekilde sağlanmasına dikkat edilmiştir (Hitt, 2011). Araştırmanın yöntemi belirlendikten sonra akıl yürütme bağlamında kullanılacak olan kazanımlar seçilmiştir. Yedinci sınıf çokgenler konusunun Tablo 5'te verilen kazanımlara uygun etkinlikler tasarlanmıştır. Etkinliklerin tasarımında öncelikle matematiksel akıl yürütmelerini ortaya çıkarabilecek olmasına ve ACODESA metodunun aşamalarına uygun olmasına dikkat edilmiştir (Hitt ve diğ., 2017).

Tablo 5. Yedinci Sınıf Matematik Dersi Çokgenler Alt Öğrenme Alanı Kazanımları ve Araştırmada Kullanılan Etkinliklerle İlişkisi

Kazanım	**Etkinlik**
M.7.3.2.1. Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar.	Etkinlik 1

M.7.3.2.2. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.	Etkinlik 2
M.7.3.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler.	Etkinlik 3
M.7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.	Etkinlik 4
M.7.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer. a) Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir.	Etkinlik 5
b) Dikdörtgenin çevre uzunluğuyla alanını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara yer verilir. Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin alanları incelenir	Etkinlik 6

Bireysel çalışmada öğrenci matematiksel etkinlikteki çeşitli düşünme gerektiren problem durumuyla ilgili hazırlık çalışmalarını yapar. Bu aşamada öğrenciden kalem, kağıt ve teknoloji kullanarak bireysel olarak genellikle kurumsal olmayan temsiller kullanması, kendine özgü yöntemler bulması, varsayımlar oluşturması beklenir.

Takım çalışmasında öğrenciler aynı etkinlik üzerinde sosyokültürel bir bakış açısıyla tartışırlar. Bireysel çalışmalarında oluşturdukları varsayımlarını, genellemelerini, gerekçelendirmelerini takım arkadaşlarıyla paylaşarak karşılaştırırlar ve bu aşamada öğrencilerin birbirlerini doğrulama yaparak ikna etmeleri beklenmektedir.

Sınıf tartışmasında yine aynı etkinlik üzerinde bu kez takımların birbirini ikna etme süreci başlar. Takım çalışmalarında elde edilen genellemeler, gerekçeler sosyal iletişim ve etkileşim içinde birbirleriyle paylaşılır. Bu aşamada öğrencilerden zıt fikirleri tartışarak ortak bir fikre ulaşmaları beklenir.

Öz yansıtma aşamasında öğrenci aynı etkinliği son olarak tekrar bireysel olarak çözümler. Bu aşamada öğrencinin takım çalışmasında ve sınıf tartışmasında ulaştıkları ortak sonuçları yeniden yapılandırması beklenir.

Kurumsallaştırma aşamasında bu kez öğretmen diğer aşamalardaki rehber rolünden çıkar, öğrencilerin elde ettikleri sonuçları dikkate alarak ve kurumsal temsiller kullanarak bir anlatıcı görevi üstlenir.

Bunun yanında etkinlik tasarımında dikkat edilen özellikler aşağıda verilmiştir (Hitt, 2011; Özgen, 2017; Uğurel ve Bukova-Güzel; 2010):

- Dikkat çekici olması,
- Günlük yaşamla ilişkili olması,
- Matematiksel düşünmeye yönlendirmesi,
- Matematiksel nesneleri ve özellikleri kullanmayı gerektirmesi,
- Konunun amacına uygun olması,
- Tartışma ortamı oluşturması,
- Açık ve anlaşılır olması,
- Matematiksel akıl yürütmenin yapı ve süreç boyutlarını ortaya çıkaracak şekilde olması.

Bu kriterler ve çokgenler konusu bağlamında 10 tane aday etkinlik tasarlanmıştır. Uzmanlardan alınan görüşler sonrasında Şekil 6'da da belirtildiği gibi bu etkinliklerden birinci, dördüncü ve onuncu etkinlik iptal edilmiştir. Aday etkinlik olarak hazırlanan ilk etkinlik EK-1'de verilmiştir. İkinci etkinlik düzenlenerek Etkinlik 1 olarak kullanılmış ve pilot uygulamada da kullanılan bu etkinlik EK-2'de verilmiştir. Etkinlik 2, 4 ve 8 için yeni etkinlikler tasarlanmıştır. Üçüncü etkinlikte herhangi bir değişiklik yapılmamış ve Etkinlik 3 olarak kullanılmıştır. Beşinci etkinlikte de günlük hayat durumu içermemesi sebebiyle konu bağlamı aynı kalacak şekilde gerekli düzenlemeler yapılmış, alt sorularında da yapılan değişiklikler sonucunda Etkinlik 5 olarak kullanılmıştır. Altıncı, yedinci ve sekizinci etkinlikler kazanım bütünlüğünün bozulmaması adına birleştirilerek tek bir etkinlik olarak yani Etkinlik 6 olarak kullanılmıştır. Dokuzuncu etkinliğin alt problemlerinin yetersiz olmasıyla öncelikle bunlar tamamlanmıştır. Ancak sonrasında etkinliğin yeterince anlaşılır olmaması sebebiyle örnek görseller eklenmiş ve alt problemlerde tekrar düzenlemeler yapılarak Etkinlik 7 olarak kullanılmıştır.



Şekil 6. Etkinlik Tasarımı 1

Alınan görüşler doğrultusunda yapılan değişiklerle son olarak 8 etkinlikle pilot uygulama yapılmasına karar verilmiştir. Pilot uygulama çalışmasının sonuçlarına göre öğrencilerin bazı etkinlikleri anlamakta zorlandıkları, bazı etkinliklerde zaman sorunu yaşadıkları, verilen soruları cevaplamaları için planlanan süreden daha fazla zamana ihtiyaç duydukları görülmüştür. Pilot uygulama sonrasında yine uzman görüşleri alınarak bazı düzenlemeler yapılmıştır (Şekil 7).

Pilot Uygulamada	Esas Uygulamada	Yapılan Değişiklikler
Etkinlik-1	Etkinlik-1	1 ve 2 numaralı etkinlikler birleştirilmiştir
Etkinlik-2		
Etkinlik-3	Etkinlik-2	Günlük hayat durumu eklenmiş ve alt sorular düzenlenmiştir
Etkinlik-4 ✗	Etkinlik-3	Günlük hayat durumu içeren yeni bir etkinlik eklenmiştir
Etkinlik-5	Etkinlik-4	5 ve 6 numaralı etkinlikler birleştirilmiştir
Etkinlik-6		
Etkinlik-7 ✗	Etkinlik-5	Günlük hayat durumu içeren yeni bir etkinlik eklenmiştir
Etkinlik-8 ✗	Etkinlik-6	Günlük hayat durumu içeren yeni bir etkinlik eklenmiştir

Şekil 7. Etkinlik Tasarımı 2

Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin gözlemlenmesinde özellikle Etkinlik 4 ve Etkinlik 7'nin yeterince etkisi olmadığı görülmüş ve bu iki etkinlik tamamen çıkarılmıştır. Diğer etkinliklerden Etkinlik 1 ve Etkinlik 2'nin birleştirilmesine karar verilmiştir. Etkinlik 3'e günlük hayat durumu eklemiş ve yönergelerinde açıklayıcı ve akıl yürütmeyi ortaya çıkarabileceği düşünülen değişiklikler yapılmıştır. Etkinlik 5 ve 6 birleştirilmiş ve yönergelerinde düzenlemeler yapılmıştır. Etkinlik 8'in günlük hayat durumu tamamen değiştirilmiş ve bunun yerine yönergeleri benzer olan yeni bir etkinlik eklenmiştir. Yapılan değişiklikler ve düzenlemeler sonunda etkinlik sayısı altıya ulaşmıştır. Bu düzenlemeler tamamlandığında uzman görüşlerine tekrar başvurulmuş ve öneriler dikkate alınarak birkaç düzeltme yapılmıştır. Uzman görüşü için etkinliklerin değerlendirilmesi amacıyla bir form hazırlanmıştır. EK-9'da verilen değerlendirme formuyla birlikte 5 uzman, 2 yüksek lisans öğrencisi ve 1 matematik öğretmeninin görüşüne sunulmuş ve alınan dönütlerle gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Tasarlanan matematiksel etkinliklerin son hali Ekler bölümünde (EK-3, 4, 5, 6, 7 ve 8) verilmiştir.

3.3.2. Video ve Ses Kayıtları

Söylem, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme yapıp yapmadıklarını ortaya koymak açısından oldukça önemlidir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Dolayısıyla araştırmanın verileri ses kayıtları ile zenginleştirilmiştir. Tezin temel verilerini öğrencilerin ses kayıtları ve bu kayıtları transkriptleri oluşturmaktadır. Öğrencilerin çalışmaları boyunca ekran kaydedici programlar kullanılmış ve öğrencilerin sesleri de kayıt altına alınmıştır. Ses ve görüntü kaydı için öğrencilerin yaşları dolayısıyla velilerinden gerekli izinler alınmıştır.

3.3.3. GeoGebra Dosyaları

Araştırmada kullanılan matematiksel etkinlikler GeoGebra uygulamasının kullanımını gerektirmektedir. Öğrencilerin uygulama süreci boyunca yaptıkları çalışmalar hem ekran kaydedici programlar aracılığıyla hem de öğrencilerin oluşturduğu GeoGebra dosyaları bilgisayarlara kaydedilmiştir. Uygulama sonrasında öğrencilerin oluşturduğu GeoGebra çalışmaları çevrimiçi ortamdan öğrencilerden alınmıştır.

3.3.4. Araştırmacı Notları

Araştırmacı, uygulamaya öğretmen rolüyle dahil olmuştur. Çalışmaya katılan öğrencilerin matematik derslerini yaklaşık 1 yıl kendisi vermiştir. Uygulama öncesinde ilk gözlemleri ve uygulama boyunca yaşananları not almış, informel gözlemlerini tarafsız olarak yazmıştır. Öğrencilerin etkinliklere aktif katılım gösterip göstermediklerini, birbirleriyle olan sosyal etkileşim-iletişimlerini, GeoGebra'yı kullanırken ve etkinlikleri çözümlerken yaşanan güçlükleri not almıştır.

3.4. PİLOT UYGULAMA

Araştırma problemi belirlendikten sonra etkinlik tasarımına başlanmıştır. Aday etkinlikler tasarlandıktan sonra uzman görüşleri alınarak önerilere göre düzenlenen 8 matematiksel etkinlikle pilot uygulama çalışmasına başlanmıştır. Pilot uygulamaya amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesi yöntemiyle seçilmiş (McMillan ve Schumacher, 2010) yedinci sınıfta öğrenim görmekte olan 6 öğrenci katılmıştır. Bu öğrenciler, bilgisayar kullanmayı orta düzeyde bilen, matematiğe ilgileri yüksek ve başarılı, kendini iyi bir şekilde ifade edebilen öğrenciler olduğu için tercih edilmiştir. Öğrencilerin gerçek isimleri yerine Ela, Ali, Ece, Efe, Can ve Nur şeklinde takma isimler kullanılmıştır. Araştırmada öğrencilerin çalışmaları video ve ses kayıt araçlarıyla

kaydedilmiş, uygulama sonrasında bu kayıtlar transkript edilmiştir. Öğrencilerin GeoGebra dosyaları ve araştırmacının uygulama sürecinde aldığı saha notları da veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Verilerin analizinde söylem analizi kullanılmış ve diyalojik yaklaşım benimsenmiştir (Linell, 1998). Öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutları Jeannotte ve Kieran'ın (2017) matematiksel akıl yürütme modeline göre analiz edilmiştir. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin bir kısmı raporlaştırılarak uluslararası bir dergide yayımlanmıştır (Aksu ve Zengin, 2022).



Şekil 8. Pilot Uygulamada ACODESA Aşamalarına Göre Kullanılan Kalemler

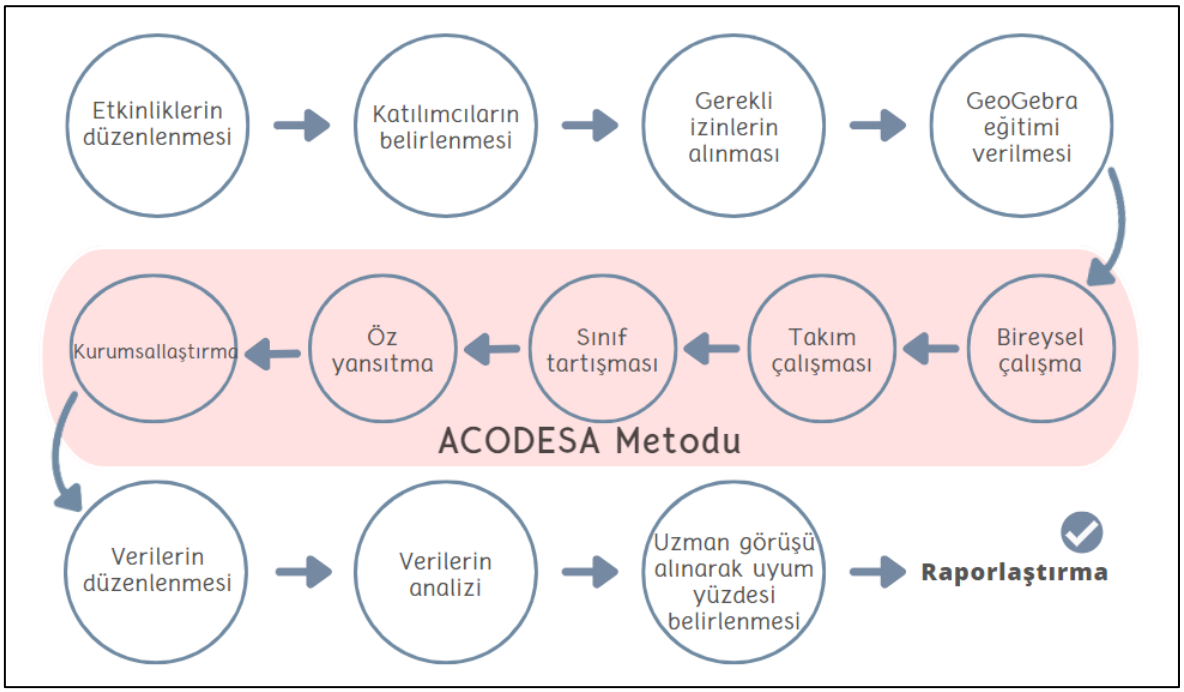
Pilot uygulamada öğrenciler ilk etkinlik üzerinde bireysel olarak çalıştıktan sonra kura çekilerek hangi öğrencinin hangi takımda yer alacağı belirlenmiştir. Çalışmada farklı aşamaları etkinlik kâğıtlarında ayırt etmek ve uygulama aşamalarındaki öğrenci çalışmalarını karşılaştırırken kolaylık sağlaması için öğrencilere farklı renklerde kalemler verilmiştir (Şekil 8). Öğrenciler, bireysel çalışmada siyah, takım çalışmasında kırmızı, sınıf tartışmasında ise mavi renk kalemler kullanmıştır. Bu aşamaların hepsinde aynı etkinlik üzerinde çalışmışlardır. Öz yansıtma çalışmasında ise öğrencilere yeni bir etkinlik kağıdı verilmiş ve aynı soruları ev ödevi olarak cevaplaması istenmiştir. Son olarak kurumsallaştırma aşamasında öğretmen, öğrencilerin diğer aşamalardaki çalışmalarını, elde ettiği sonuçları, oluşturdukları argümanları değerlendirmiş ve konuyu müfredata uygun bir şekilde kendisi anlatmıştır.

Pilot uygulamadaki verilerden öğrencilerin düzgün çokgenlerin özellikleri ve çokgenlerin iç ve dış açı toplamlarına yönelik akıl yürütmeleri Aksu ve Zengin'in (2022) çalışmasında detaylı olarak incelenmiştir. Araştırmanın verilerinin analizine göre öğrencilerin çeşitli şekillerde akıl yürütme sürecine katıldıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çokgenler konusundaki akıl yürütmeleri incelendiğinde Jeannotte ve Kieran'ın (2017) akıl yürütme modeline göre yapısal olarak daha çok tümdengelimsel akıl yürüttükleri görülmüştür. Akıl yürütmenin süreç boyutunda ise varsayım oluşturma, örneklendirme, genelleme ve gerekçelendirme süreçleri öne çıkmıştır. Bununla birlikte katılımcıların çokgenler konusundaki akıl yürütmelerinin vurgulu sözcüklerle, tekrarlayan sorularla,

jestlerle ve ders kitabı gibi göstergelerle karakterize edildiği (Radford, 2003) belirlenmiştir. Pilot uygulamadan elde edilen sonuçlarla öğrenme ortamında kullanılan GeoGebra yazılımı için öğrencilere daha uzun süre eğitim verilmesi gerektiği fark edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin takım çalışmasındaki bir takımın ses ve video kayıtlarında ses düzeyinin yeterli olmadığı ve esas uygulamada kullanılacak olan araçların önceden test edilmesi gerektiğine karar verilmiştir. Uygulama sürecinde haftada iki etkinlik uygulamanın öğrencileri çok yorduğu bu nedenle akıl yürütme sürecinde hızlı olmaya çalıştıkları için hata yapma eğiliminde oldukları düşünülmektedir. Bu nedenle esas uygulamada haftada bir etkinlik uygulanmasına karar verilmiştir.

3.5. UYGULAMA SÜRECİ

Uygulama süreci öncesinde pilot uygulama çalışmasından elde edilen sonuçlara göre uygulama süreci (Şekil 9) planlanmıştır. Pilot uygulamadan elde edilen sonuçlara göre matematiksel etkinliklerde tekrar düzenlemeler yapılmış, uzman görüşü alınmış ve önerilere göre son düzenlemeler yapılmıştır. Pilot uygulamadan sonra esas uygulamaya geçildiğinde küresel Covid-19 salgını nedeniyle uygulama yarım kalmış ve bir sonraki yıl yeni katılımcılarla Etik Kurul İzni (EK-10) ve Araştırma Uygulama İzni (EK-11) alınarak uygulamaya başlanmıştır.



Şekil 9. Uygulama Süreci

Öncelikle öğrencilere araştırmacı tarafından haftada iki ders olacak şekilde 5 haftalık bir GeoGebra eğitimi verilmiştir. Bu eğitimde öncelikle temel matematik kavramlarını oluşturabilecekleri araçlar (nokta, doğru, doğru parçası vb.) tanıtılmış, bu araçlarla örnek çalışmalar yapılmış, farklı geometrik şekiller oluşturulmuş ve öğrencilerin de uygulamalı olarak GeoGebra yazılımını kullanması sağlanmıştır. Eğitim tamamlandıktan sonra etkinliklerin uygulanma sürecine geçilmiştir. 6 etkinlik, her hafta 1 tanesi uygulanacak şekilde çalışma planlanmıştır.

Uygulama süreci (Şekil 9) ACODESA metodunun sırasıyla bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve kurumsallaştırma aşamalarına göre yapılmıştır. Öğrenciler tüm aşamalarda tamamen aynı etkinlik üzerinde çalışmışlardır. Uzaktan eğitim sürecinde uygulama yapıldığı için öğrencilerle video konferans programı üzerinden iletişim kurulmuştur. Her etkinlik önce öğrencilere çevrim içi ortamda gönderilmiş ve bireysel çalışmayı yapmaları için 30 dakika süre verilmiştir. Takım çalışması için çevrim içi görüşme programının ara oda oluşturma özelliği kullanılmış ve öğrenciler görüşme sırasında takımlara ayrılarak çalışmalarını yürütmüşlerdir. Takım çalışması için öğrencilere 40 dakika süre verilmiştir. Ancak uzaktan eğitim sürecinde yapıldığı için bazı teknik sorunlar yaşandığı zamanlarda öğrencilere ek süre tanınmıştır. Takım çalışması sırasında öğretmen farklı bilgisayarlardan her takımda video ve ses kayıtları almıştır. Bu sırada takımlara rehberlik etmiş, GeoGebra ve etkinlikler hakkındaki soruları cevaplandırmış ve etkinliklerin yönergelerine uygun olarak çalışmaları tamamlamalarını sağlamıştır. Sınıf tartışması aşamasına gelindiğinde tüm takımlar ana görüşme odasına alınmış ve 20 dakika içerisinde bu aşamanın tamamlanması sağlanmıştır. Öz yansıtma aşaması için her öğrencinin aynı etkinliği bireysel olarak ev ödevi gibi çalışmaları sağlanmıştır. Son olarak kurumsallaştırma aşaması için başka bir gün çevrim içi ortamda tekrar görüşme yapılmış ve öğretmen diğer aşamalarda yapılanları değerlendirerek konuyu öğrencilere anlatmıştır. Böylece ACODESA metodunun tüm aşamaları tamamlanmıştır. Altı etkinlik için altı hafta boyunca bu aşamalar tekrar edilmiştir. Uygulama süreci sonrasında öğrencilerin oluşturdukları GeoGebra dosyaları çevrim içi ortamda alınmış ve incelenmiş, video ve ses kayıt dosyaları transkript edilmiş, öğrencilerin etkinlik kağıtları incelenmiş ve veri analizine başlanmıştır.

3.6. VERİLERİN ANALİZİ

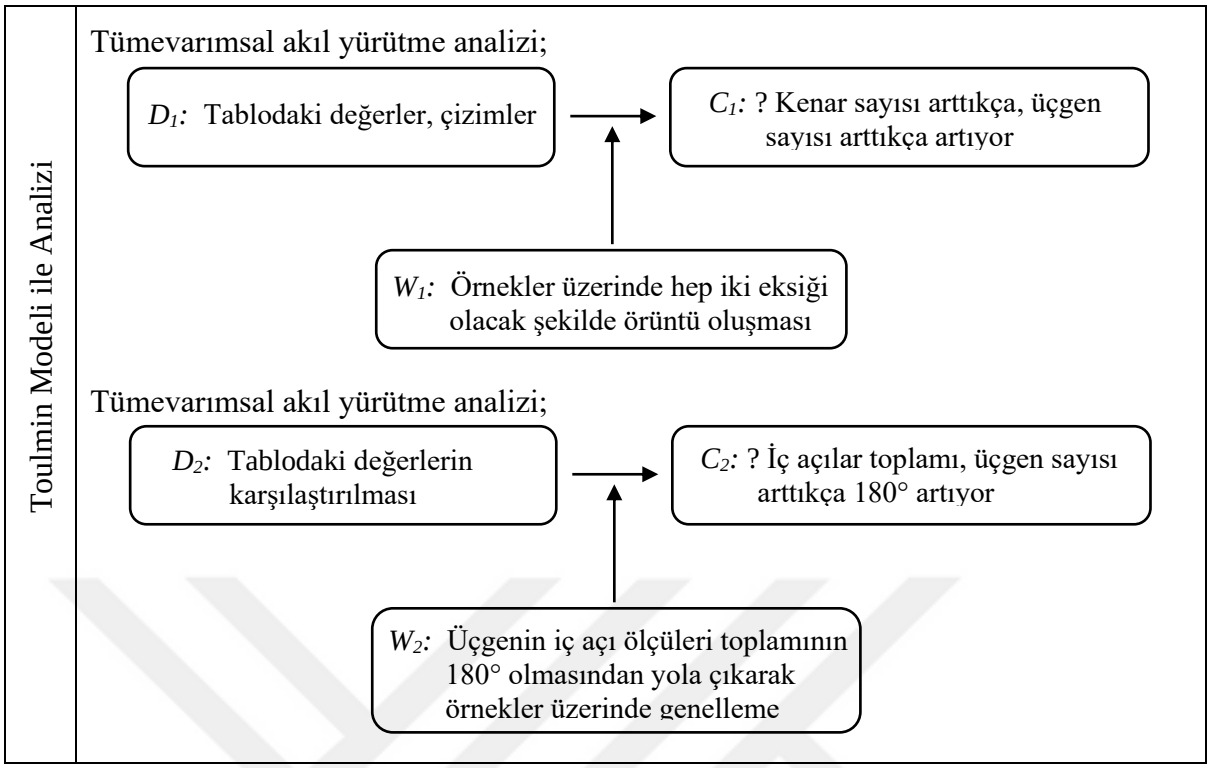
Verilerin analizinde kuramsal çerçevede ayrıntılı olarak ele alınan Jeannotte ve Kieran (2017) tarafından oluşturulan okul matematiği için akıl yürütmenin kavramsal yapısı

ile Toulmin modeli (Toulmin, 2003) dikkate alınmıştır. Katılımcıların ve velilerinin izniyle alınan ses kayıtları transkript edilmiş ve diyalojik yaklaşım (Linell, 1998) benimsenmiştir. Matematiksel akıl yürütmenin hem yapısal hem de süreç boyutunu incelemek söylemi analiz etmenin iki farklı yolu olması açısından önemlidir (Jeannotte ve Kieran, 2017). Araştırmada etkinliklerden elde edilen veriler, çokgenler konusundaki kazanımlara göre bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve kurumsallaştırma (Hitt, 2011) bölümleri olarak ayrı ayrı incelenmiştir.

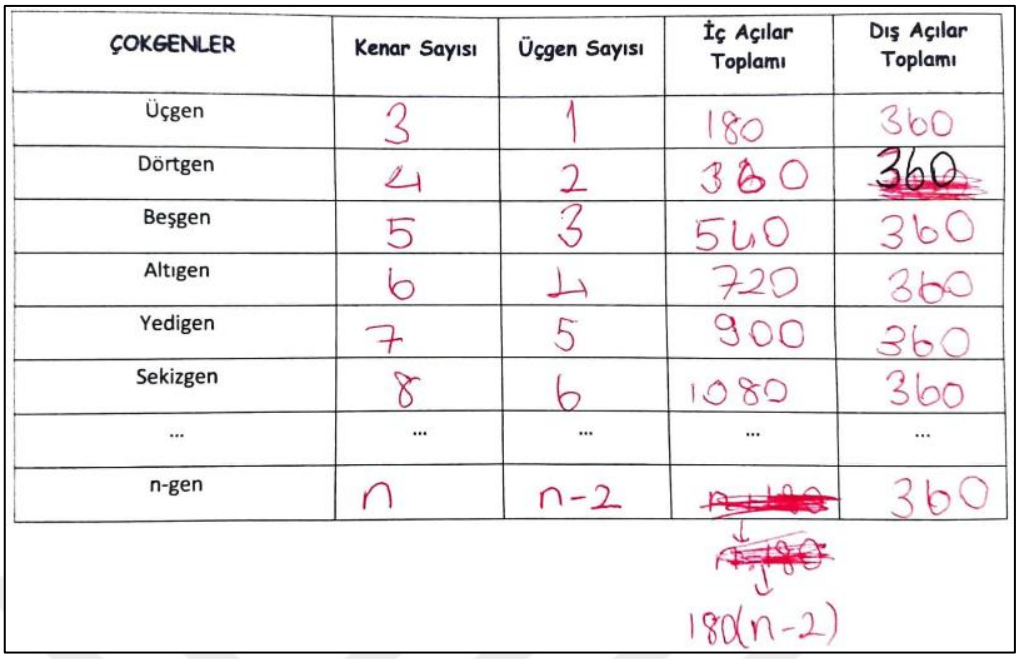
Veri analizinin geçerlik ve güvenirliği için ham verilerin tamamı iki uzmanla paylaşılmıştır. Bu uzmanların analizleri ile araştırmacının analizleri öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutu açısından karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada yapısal boyutta veri, gerekçe ve iddia bileşenleri de tek tek hesaplamaya eklendiğinde birinci uzman ile %93, ikinci uzman ile %97 oranında bir uyum ortaya çıkmıştır (Miles, Huberman ve Saldana, 2014). İki uzmanla da yapılan karşılaştırmalar sonucunda, akıl yürütme yapılarının tamamı aynı olarak belirlenmiştir. Birinci uzman ile ortaya çıkan farklılıklar veri, gerekçe ve iddia bileşenlerinin açıklamalarından kaynaklıdır. Bu farklılıklar uzmanla birkaç defa yapılan görüşmeler sonucunda ortak kodlar üzerinde anlaşılarak giderilmiştir. İkinci uzman ile ortaya çıkan farklılıklar akıl yürütmenin süreç boyutundan kaynaklıdır. Bu farklılıklar da uzman ile yapılan görüşmeler sonucunda ortak fikirde anlaşılarak giderilmiştir. Aşağıdaki tabloda pilot uygulamaya ait örnek bir veri analizi verilmiştir:

Tablo 6. Örnek Diyalog ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**1. Nil:** Şimdi iç açılar toplamı, her üçgen sayısı arttığında artıyor. **2. Ege:** Bir üçgen eşittir 180. Artık ne kadar varsa 180 derece artıyor. **3. Nil:** Kenar sayısı arttığında üçgen sayısı artıyor. Üç kenara bir üçgen, dört kenara iki üçgen... Kenar sayısı ne kadar artarsa üçgen sayısı o kadar artıyor. **4. Can:** Hep iki eksiği…	**5. Nil:** Doğru evet doğru! Tebrik ederim. **6. Ege:** Üçgen sayısı yazalım. **7. Nil:** İç açılar toplamı üçgen sayısına göre değişiyor, artıyor. **8. Ege:** Bak ben böyle yazdım. Üçgen sayısı bir artıyor ve bir üçgen 180'e eşittir ve hep böyle artıyor. İki olunca 360 oluyor. **9. Can:** İkişer ikişer artıyor.



Nil'in (3) kenar sayısının artmasıyla birlikte üçgen sayısının da arttığını ifade etmesi onun yapısal olarak tümevarımsal akıl yürüttüğünü göstermektedir. Can (4) da Nil'in bu iddiasını, yaptığı hesaplamalar sonucunda kenar sayısı ve üçgen sayısı arasındaki farkın hep 2 olduğunu ileri sürerek desteklemektedir. Nil (5) takım arkadaşının bu desteğiyle beraber akıl yürütmesi sonucuyla ortaya çıkardığı iddiasının doğruluğundan emin oluyor. Ege (2) de tümevarımsal bir yol izleyerek üçgenlerin iç açı ölçüleri toplamından yola çıkarak çokgenlerin iç açı ölçüleri toplamı hakkında bir genelleme yapmaya çalışıyor. Daha sonra tablodaki (Şekil 10) değerleri karşılaştırarak bu düşünme şeklini devam ettiriyor (8) ve iddiasını örneklendirme yaparak gerekçelendirmeye çalışıyor. Bu sırada Can (9) tekrar, kenar sayısı ile üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi vurguluyor. Ancak hala genel bir ifadeye ulaşamıyorlar ve tekrar örneklendirmeler yaparak genel ifadeye ulaşmaya çalışıyorlar.



ÇOKGENLER	Kenar Sayısı	Üçgen Sayısı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı
Üçgen	3	1	180	360
Dörtgen	4	2	360	360
Beşgen	5	3	540	360
Altıgen	6	4	720	360
Yedigen	7	5	900	360
Sekizgen	8	6	1080	360
...	...	...	...	...
n-gen	n	n-2	180(n-2)	360

Şekil 10. Nil'in Takım Çalışmasına Ait Etkinlik Kağıdı

Öğrencilerin bu diyaloğunda matematiksel akıl yürütmenin hem yapısal hem de süreç boyutlarının ortaya çıktığı (Jeannotte ve Kieran, 2017), kullandıkları vurgulu kelimeler gibi göstergebilimsel nesnelleştirme araçlarıyla da matematiksel akıl yürütmenin nitelendirildiği görülmektedir (Radford, 2003).

3.7. ÇALIŞMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ

Bilimsel araştırmalarda sonuçların inandırıcılığı önemlidir ve bu hususta geçerlik-güvenirlik yaygın olarak kullanılan ölçütlerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Çalışmanın türüne göre geçerlik ve güvenirliğin nasıl ele alındığı farklılık göstermektedir (Cohen, Manion ve Morrisson, 2007). Durum çalışmalarında, araştırmanın sonuçları istatistiksel olarak genellenebilir değildir ancak analitik olarak genelleme yapılabilir, yani bir kuram oluşturulur veya bir kurama dair önermelerde bulunulabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Nitel araştırmalarda araştırılan durumun olduğu gibi, tamamen tarafsız olarak gözlemlenip, yorumlanması önemlidir (Miles ve Huberman, 1994). Başka bir ifadeyle araştırılan durumun varlığı ve anlamı yani niteliği ön plana çıkmaktadır (Kirk ve Miller, 1986). Ayrıca nitel araştırmalardan elde edilen sonuçların araştırmadaki katılımcıların sosyal ortamlarına göre değişiklik göstermesiyle, benzer katılımcılarla aynı sonuçlara ulaşmak pek mümkün değildir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Dolayısıyla nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramları yerine daha çok inandırıcılık kavramı öne çıkmaktadır. Çalışmanın niteliğinin

arttırılabilmesi için Lincoln ve Guba (1985, aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2018) tarafından aşağıdaki bazı yöntemler tavsiye edilmiştir: İnandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık, onaylanabilirlik. Araştırmada geçerlik ve güvenirliği tehdit eden unsurlar tamamen kaldırılamaz ancak gerekli tedbirler alınarak en aza indirgenebilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Bu doğrultuda yapılan araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini artırmak amacıyla bazı önlemler alınmış ve bunlar Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 7. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliğinin Sağlanması için Alınan Önlemler

Ölçüt	Strateji	Kullanılan Yöntem
Araştırma sonuçlarının gerçek durumu yansıtması	İnandırıcılık	Araştırmacı aynı zamanda katılımcıların matematik derslerini veren öğretmendir ve uygulamayı kendisi öğrencilerin sosyal çevresi içerisinde yapmıştır. Veriler toplanırken, birbirlerini destekleyici ve doğrulayıcı veriler elde etmek amacıyla birden fazla veri toplama aracı kullanılmıştır. Veri toplama araçlarından matematiksel etkinliklerin hazırlanmasında uzman görüşleri alınmıştır. Ayrıca tüm veriler iki uzmanla paylaşılmış ve görüşleri alınmıştır. Tasarlanan etkinlikler pilot uygulama yapılmış ve raporlaştırılmıştır (Aksu ve Zengin, 2022). Pilot uygulama sonrasında etkinliklerde ve uygulama süreci hakkında uzman görüşleri alınarak gerekli düzenlemeler yapılmıştır.
Araştırma sonuçlarının uygulanması	Aktarılabilirlik	Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş ve katılımcıların özellikleri ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Elde edilen veriler öznel yorumlar eklenmeden, olduğu gibi verilmiştir. Bulgular kuramsal çerçevede benimsenen matematiksel akıl yürütme modeline (Jeannotte ve Kieran, 2017) ve Toulmin modeline (2003) göre detaylı olarak açıklanarak düzenlenmiştir. Sonuçlar detaylı bir şekilde verilmiş ve raporlaştırılmıştır.
Araştırma verilerin ve sonuçlarla ilişkili olmasının, tutarlılığın sağlanması	Güvenilebilirlik	Elde edilen verilerin tamamı başka uzmanlarla paylaşılmış ve analizler bu uzmanlar tarafından da yapılmıştır. Analizlerde hemfikir olunmayan kısımlar tekrar incelenerek ortak bir noktada anlaşılmış ve bu konuda uyum yüzdesi paylaşılmıştır.

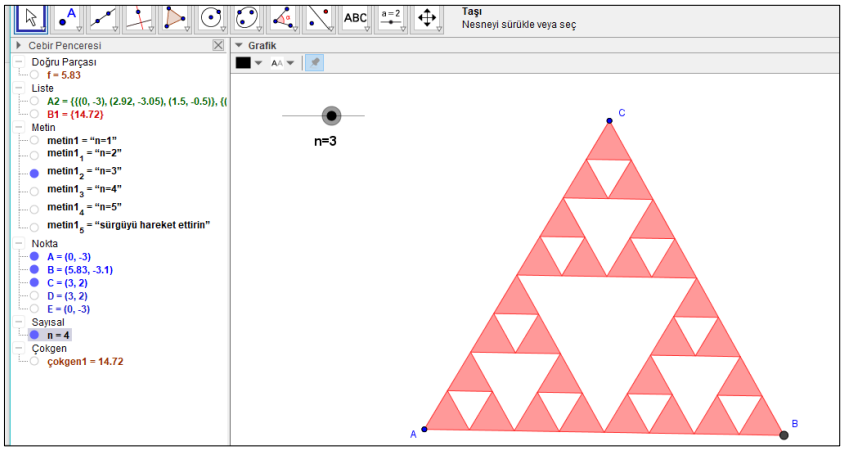
Nesnel, tarafsız olma	Onaylanabilirlik	Araştırmacı rolü, katılımcılar, araştırma ortamı net bir şekilde açıklanmıştır. Bulgularda öğrencilerin diyalogları konuyla alakasız yerleri kesilerek olduğu gibi verilmiştir. Verilerin analizi uzun bir sürece yayılmış ve doğruluğundan emin olana kadar tekrar tekrar incelenmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın uygulama sürecinde ortaya çıkan bulgularına yer verilmiştir. Bulgulara, araştırmada kullanılan öğretim yöntemi ACODESA metodunun aşamalarına ve çokgenler konusunun kazanımlarına göre başlıklar halinde yer verilmiştir. Her bir kazanımın bulguları ayrı başlıklarda ele alınmıştır. Kazanımlara yönelik hazırlanan matematiksel etkinliklerin uygulama sürecinde de bahsedildiği gibi ACODESA metodunun aşamalarına göre bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve kurumsallaştırma aşamalarına göre ayrı ayrı sunulmuştur.

4.1. DÜZGÜN ÇOKGENLERİN ÖZELLİKLERİ

Yalnızca dışbükey çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklamaya (MEB, 2018) yönelik hazırlanan Etkinlik-1'in ilk bölümünde öncelikle sürgüye bağlı olarak adım adım değişimlerin gözlenebileceği Spierspinki üçgen modeli bulunan GeoGebra dosyası öğrencilerle paylaşılmıştır (Şekil 11). Verilen görselden ve materyalden yola çıkarak kullanılan geometrik şekillerin özelliklerini keşfetmeleri, birbirleriyle ilişkilerini açıklamaları beklenmiştir. Bu bölümde soruların bu materyal üzerinde tartışılması istenmiştir.



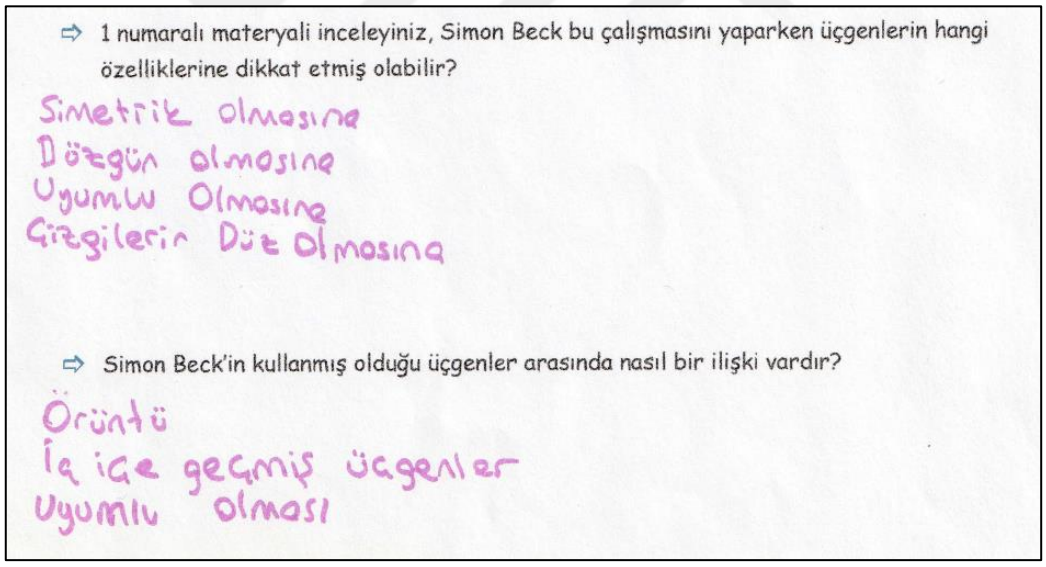
Şekil 11. Etkinlik-1'de İlk Sorunun GeoGebra Materyaline Ait Ekran Resmi

İkinci bölümde ise öğrencilerin düzgün çokgen oluşturmasını gerektirecek bir günlük yaşam durumu bulunmakta ve yönergelerle birlikte düzgün çokgen oluşturmaları beklenmektedir. Daha sonra oluşturdukları düzgün çokgenin sürgü kullanılarak kenar

sayısının değişimiyle birlikte kenar uzunlukları ve açı ölçüleri hakkında incelemeler yapılması ve karşılaştırması istenmiştir.

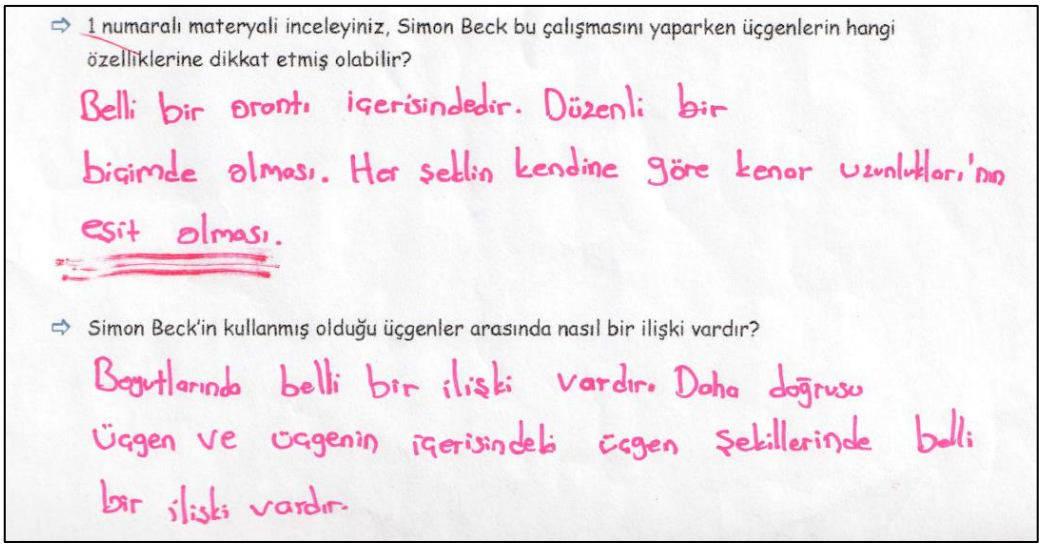
4.1.1. Bireysel Çalışma

Uygulama süreci Etkinlik-1'in bireysel olarak evde öğrencilerin kendi çalışmalarını yapmasıyla birlikte başlamıştır. Öğrencilerin etkinlik kağıtlarındaki notları incelendiğinde bir kısmının bu etkinlikte bulunan görseldeki incelemeleri sonucunda kenar uzunluklarını karşılaştırarak üçgenlerin ikizkenar olduklarına vurgu yaptıkları görülmüştür. Sadece Naz isimli öğrenci üçgenler arasında bir simetri olduğuna değinmiştir. Hatta Naz'ın "düzgün" kelimesini kullanarak üçgenlerin düzgün çokgen özelliğini keşfettiği görülmektedir (Şekil 12), ancak "düzgün çokgen" kavramını hiçbir öğrenci kullanamamıştır. Tüm öğrenciler buradaki üçgenlerin belirli bir düzen içinde olduğunu, düz çizgilerle yani doğru parçaları kullanılarak oluşturulduğunu belirterek aslında düzgün çokgen kavramının farkına varmışlardır.



Şekil 12. Naz'ın Etkinlik-1'e Ait Bireysel Çalışması

Üçgenlerin kendi içinde kenar uzunlukları arasında bir ilişki olduğunu iki öğrenci ifade etmiş ancak nasıl bir ilişki olduğu hakkında herhangi bir açıklama yapmamışlardır. Öğrencilerin bireysel çalışmalarında üçgenlerin kenar uzunluklarını karşılaştırdıkları büyüklüklerine göre iki sınıflandırma yaptıkları ve bu sınıflandırmadaki üçgenlerin kendi aralarında "eşit" olduklarını belirtmişlerdir. Ada'nın bireysel çalışmasında (Şekil 13) da üçgenlerin kenar uzunlukları arasında bir karşılaştırma yaptığı görülmektedir.



Şekil 13. Ada'nın Etkinlik-1'e Ait Bireysel Çalışması

Etkinliğin ikinci bölümünde öğrencilerden ikisi sadece bir çember çizerek üzerine noktalar eklemiş ve topun izleyeceği yolu doğru parçası ile göstermesi beklenirken çember yayı ile göstermişlerdir. Ayrıca bu bölümde öğrencilerin GeoGebra'da çalışmaları istenmesine rağmen onlar kullanmamayı tercih etmişlerdir. Bir sonraki aşamada öğrencilerin birinci haftadaki takım çalışmalarına ait bulgulara yer verilmiştir.

4.1.2. Takım Çalışması

Tablo 8. Öğrencilerin Etkinlik-1 Hakkındaki Birinci Diyalogları

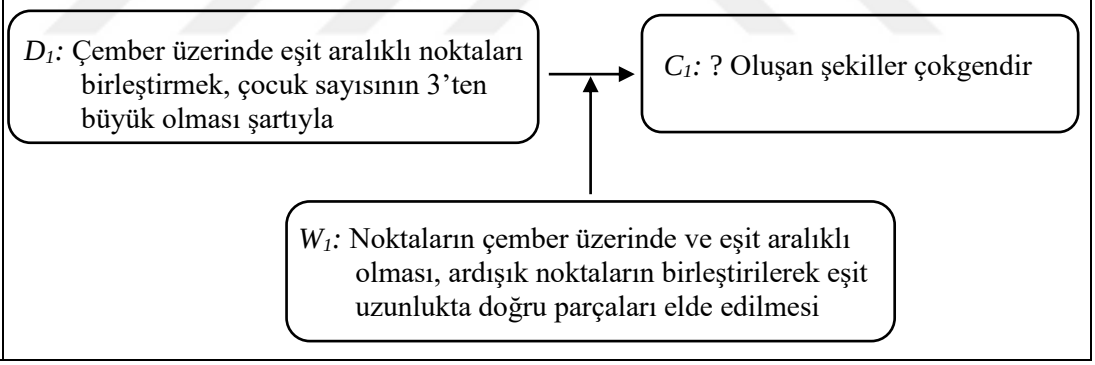
Öğrencilerin Diyalogları	**1. Naz:** Simetri olmasına? **2. Eda:** O da olabilir, pürüzsüz olmasına? Düzgün-pürüzsüz aynı şey gibi. **3. Naz:** Pürüzsüz, evet aynı şey. Diğer şekillerle eşit boyda olmasına da olabilir. **4. Eda:** Hayır. Eşit boyda değil hepsi. **5. Naz:** Örüntü gibi ya bu bazıları aynı. **6. Eda:** Ama bazıları küçük bazıları büyük hepsi eşit değil. **7. Naz:** Uyumlu olmasına? **8. Asu:** Başka fikri olan var mı? Bu üçgenler neden ters?	**9. Eda:** Yani başka bir şey buradan bulunamaz ki. **10. Naz:** Evet. O zaman yazalım. **11. Asu:** Miniklerin oluşturduğu şey de üçgen oluyor bence. Mesela bir tane büyük üçgen de bir sürü üçgenlerden oluşmuş üçgen gibi. **12. Naz:** Evet üçgenin içinde üçgen işte. İç içe geçmiş oluyor. **13. Asu:** Aaa! doğru. **14. Naz:** Aslında cevapları hepsi yakın. **15. Eda:** Evet yani farklı bir şey yok. **16. Naz:** Birbirleriyle uyumlu, örüntü halinde.

Takım çalışmasında Etkinlik-1'in ilk sorusunu Asu'nun okumasıyla birlikte takım çalışması başlamıştır. Naz (1) bireysel çalışmasında da olduğu gibi (Tablo 7) öncelikle karşılaştırma sonucunda üçgenlerin simetrik olduklarını ifade ederken, Eda (2) buna ek olarak üçgenlerin görüntüsüne odaklanarak düzgün olduklarını belirtmiştir. Naz (3) önce karşılaştırma yaparak üçgenler arasındaki ilişkiyi eşit olduklarını iddia ederek ortaya koymuş, ancak Eda (4) bu iddiayı reddetmiştir. Daha sonra Naz (5) onu ikna etmeyi denemiş ancak Eda (6) farklı boyutlardaki üçgenlere odaklandığı için Naz'ın açıklamalarını kabul etmemiştir. Bu sırada Asu (8) sürgü değerini değiştirirken bir yandan da kendi kendine konuşarak bazı üçgenlerin neden ters durduğunu sorgulamıştır. Takım arkadaşları birbirini ikna etmekle uğraştıkları için Asu'nun bu sorusu cevapsız kalmıştır. Tartışmanın devamında öğrencilerin bir öneri öne sürmekten öteye gidemedikleri görülmektedir. Öğrenciler ifadelerini birbirleriyle paylaşmış ancak gerekçelendirme sürecine girmemişlerdir. Son olarak Asu'nun (11) da katkısıyla büyük üçgenlerden daha küçük üçgenlere doğru gidildiğine karar vererek, Naz (12) bu üçgenlerin iç içe geçtiğini ve (16) birbirleriyle bu uyumunun bir örüntü oluşturduğuna hemfikir olmuşlardır.

Öğrencilerden GeoGebra'nın dinamik özelliklerini ve diğer araçlarını kullanmaları beklenirken gözlemlerine dayalı tartışmalar gerçekleştirdikleri bu yüzden akıl yürütmede zorlandıkları anlaşılmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapısal boyutu etkinliğin ilk kısmındaki diyalogları için belirlenememiştir. Tartışma, akıl yürütmenin süreç boyutuna göre incelendiğinde öğrencilerin karşılaştırma ve örüntü tanımlama süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Etkinlik-1'in ikinci kısmında öğrencilerden günlük hayat durumuna göre GeoGebra'da çember oluşturup üzerinde eşit aralıklı noktalar belirlemeleri ve ardışık olan noktaları doğru parçaları ile birleştirmeleri istenmiştir. Bu şekille ilgili yönergeler aşağıdaki gibidir:

- Antrenmana gelen öğrenci sayısını değiştirerek topun izleyebileceği farklı durumları GeoGebra'da sürgü kullanarak oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz materyalde, çemberin ortadan kaldırılması durumunda geriye kalan şeklin özellikleri nelerdir? Ortaya çıkan geometrik şekillerin kenar uzunluklarını ve bu kenarları arasında oluşan açıları GeoGebra'da inceleyerek karşılaştırınız.

Tablo 9. Öğrencilerin Etkinlik-1 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

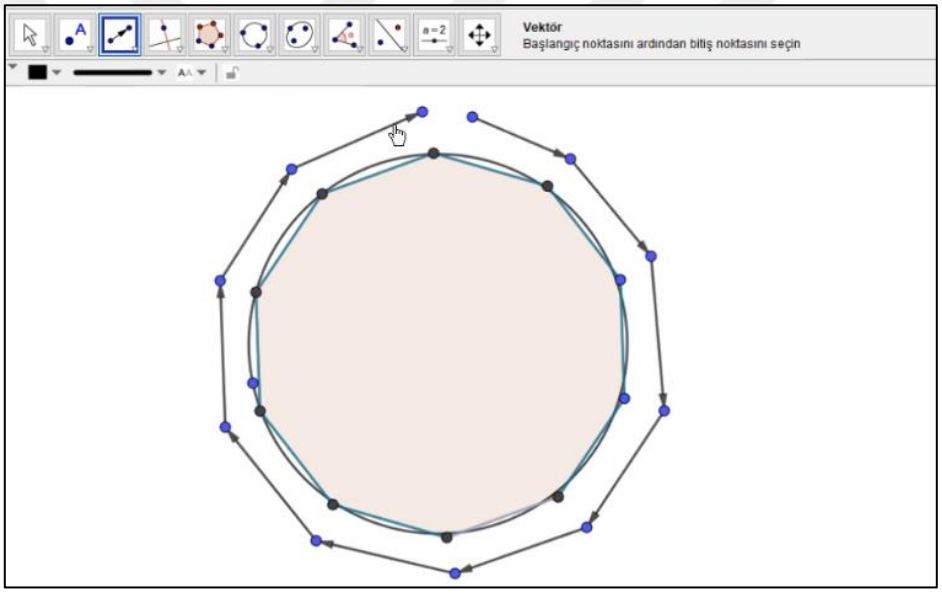
<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>
17. Naz: Bu noktalara futbolcular geçiyor ve paslaşıyorlar yani şöyle yani noldu dokuzgen mi ongen mi?
18. Öğretmen: Nasıl çizdiniz bu şekli?
19. Asu: Çokgen çizdik, dışına da o noktalardan geçen çember çizdik.
20. Naz: Aaa! Düzgün çokgen aracıyla yapabilirdik aslında!
21. Asu: EVET! Aynısı olacak zaten.
22. Naz: Tamam sonra da dışına çember çizeriz. Bak noktalarıyla beraber oluştu.
23. Asu: Bak siyah olarak vermiş bunları, bunlar mavi.
24. Naz: Bir şey olmaz ya ne fark eder.
25. Eda: Şimdi burada ongen oluşuyor yani birinci öğrenciden tekrar buraya gelene kadar.
</td>
<td>
26. Naz: Evet ongen oluyor tekrar oklarla çizelim.
27. Eda: Hımm yani sayıyı bir azaltacağız.
28. Naz: Aynen sayıyı noktaları azaltacağız.
29. Eda: O zaman gittikçe dokuzgen, sekizgen…
30. Naz: Evet şimdi 8’den başlasak öğrenci sayılarını azaltarak gitsek. Şimdi sürgü…
31. Naz: Artışı 1 yapmamız lazım.
32. Eda: Maksimum değeri 10 olması gerekir çünkü 10’dan küçülteceğiz.
33. Naz: 3 yaptım en az, çünkü 2 kenarlı çokgen oluşmaz yani.
34. Eda: Evet tabi.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">
Tümdengelimsel akıl yürütme analizi;


</td>
</tr>
</table>

Etkinliğin ikinci kısmına geçtiklerinde öncelikle Eda kullanılan çevrimiçi uzaktan eğitim programının kalem özelliği ile bir çember çizmiş ve bu çember üzerine on tane nokta eklemiştir. Eda verileri toplayarak bir sonuca ulaşmaya çalışmış ve takım arkadaşlarının iddia ortaya atmaları için örneklendirme yapmıştır. Eda’nın bir sonuca ulaşmak için veri toplamaya yönelmesi akıl yürütme yapısının tümdengelimsel bir adımla başladığını göstermektedir. Eda henüz çizimlerini silmeden, diğer takım arkadaşları da ekran paylaşımı sayesinde aynı çizimleri görebildiği için Naz (17) bu noktaları GeoGebra’da doğru parçaları ile birleştirmiştir. Daha sonra öğretmenin ekrandaki şeklin nasıl çizildiğini sorgulaması ile birlikte takım olarak yaptıklarını Asu (19) açıklamaya başlamış ancak Asu takım çalışmasında yapılanlarla tutarlı olmayan açıklamalar yapmıştır. Çünkü önce çember

oluşturup sonrasında üzerinde noktalar işaretleyerek doğru parçaları ile çokgeni oluşturdular. Bu durumda Asu'nun takım arkadaşlarının ne yaptıklarını takip edemediği söylenebilir. Asu'nun bu ifadesi Naz'ın (20) işe bir düzgün çokgen çizerek başlanabileceğini ifade etmesine neden olmuştur.

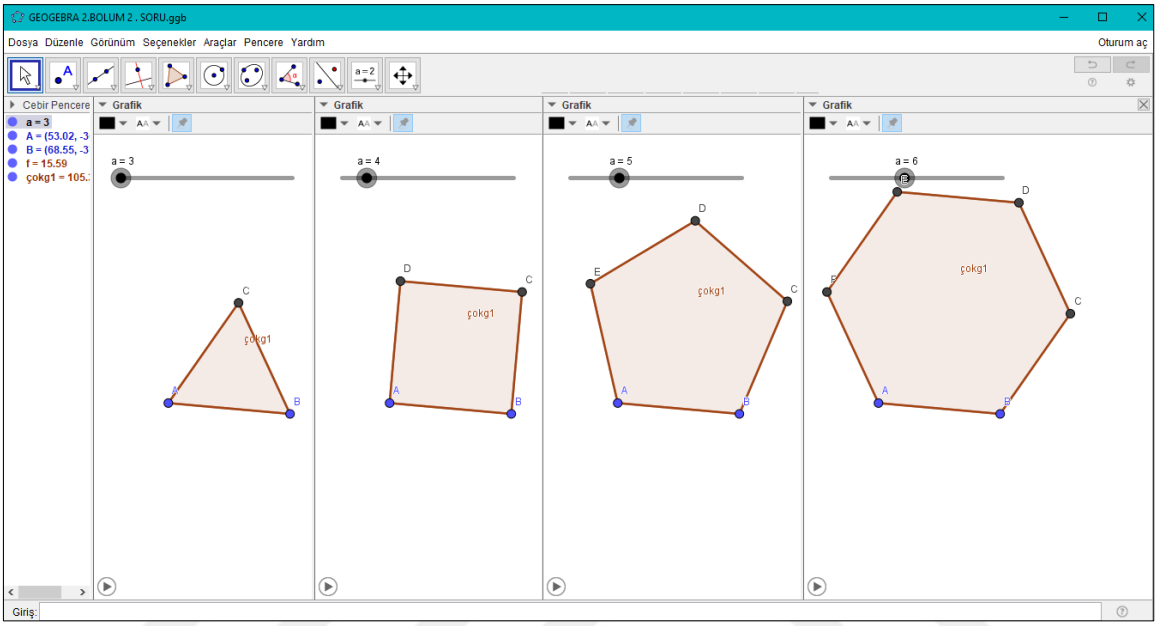
Asu'nun söyleminden yola çıkarak ve oluşacak olan şeklin bir düzgün çokgen olması gerektiğini fark ederek heyecanla "düzgün çokgen" aracıyla yapabileceklerini söylemiştir. Asu (21) da bu kez takım arkadaşına dikkatini vermiş bir şekilde aniden yüksek sesle onun söylediklerini onaylamıştır. Burada Asu'nun "Aynısı olacak zaten" iddiasını önceki oluşturdukları şekil üzerinde Naz'ın bahsettiği şekli karşılaştırmasıyla elde ettiği ve soruların içerisinde geçen yönergede öğrencilerin eşit aralıklarda durması ifadesiyle tümdengelimsel akıl yürüttüğü görülmektedir.



Şekil 14. Etkinlik-1 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan Şekil

Etkinlikteki sorunun devamında öğrenci sayısının yani aslında çokgenin köşe sayısının değiştirilerek diğer çokgenlerin oluşturulması istendiği için Eda (27) ve Naz (28) oluşturmaları gereken şekil hakkında konuşmuşlardır. Eda (29) devamında oluşacak olan şeklin hala düzgün çokgen olduğunu belirtmiştir. Sürgü ile yapılacak kısımda ise Naz (30) 8 öğrenci ile başlayıp azaltarak gitmeyi teklif etmiş ve bir yandan da sürgü aracı ile oluşturmaya başlamıştır. Burada ekran kayıtları incelendiğinde Naz'ın önce çokgeni ve çemberi oluşturup sonrasında sürgü eklemeye çalıştığı görülmüştür. Bu şekilde yapamadıklarını anlayınca öğretmenden yardım istemişlerdir. Bu kısımdaki bazı konuşmalar veri içermediği için bulgulara eklenmemiştir. Öğretmen sürgü aracının nasıl çalıştığını

anlattıktan sonra Naz (31), sürgünün özelliklerini belirlerken Eda (32) da soruda istenenleri hatırlatmıştır. Naz (33) çokgenlerle ilgili ön bilgilerinden yola çıkarak minimum değerin 3 olmasını gerekçeli bir şekilde ifade ederek doğru bir sürgü oluşturulmasında önemli katkıda bulunmuştur. Eda'nın (34) da onaylamasıyla birlikte sürgüyü oluşturup sonrasında düzgün çokgenin kenar sayısını sürgüye bağlı olarak ayarlamışlardır (Şekil 15).

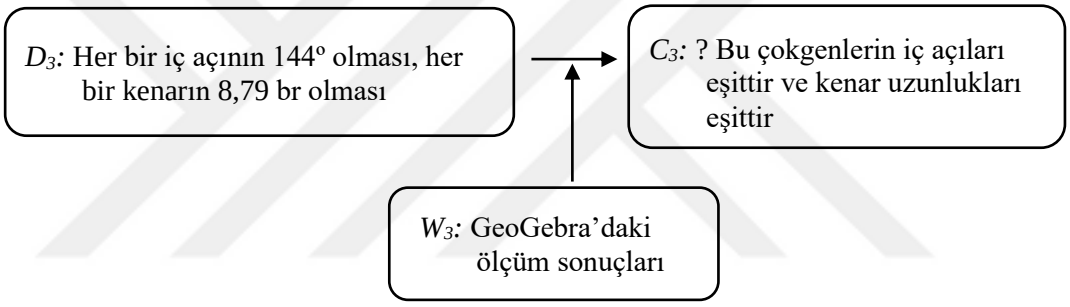


Şekil 15. Etkinlik-1 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan Sürgüye Bağlı Düzgün Çokgen

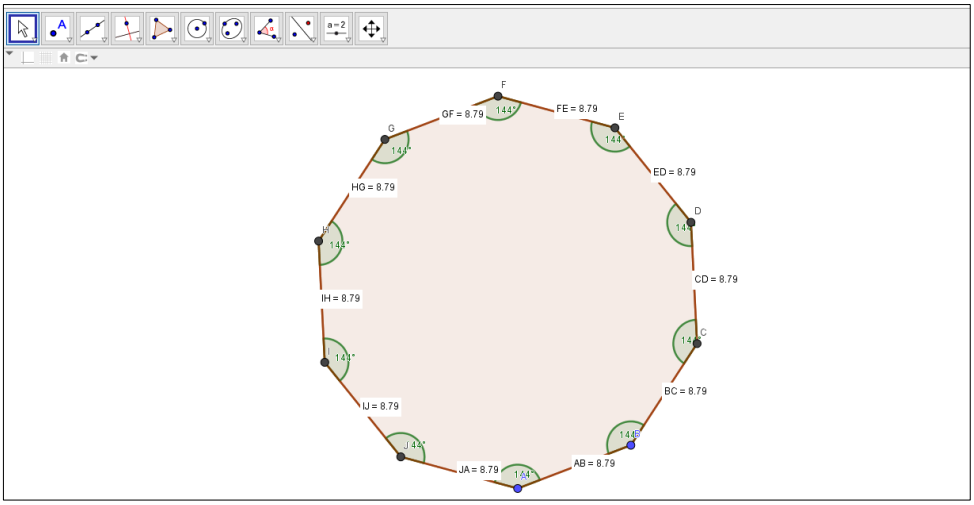
Öğrencilerin takım çalışmasındaki bu (Tablo 9) diyaloglarına göre öğrenciler verilen görevi anlamak ve çözmek için veri toplamaya başlamıştır. Öğrencilerin gerekçeyi kullanarak (22) verilerine dayanak oluşturduğu ve bunun sonucunda da iddiaya ulaştıkları (22, 25) görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri tümdengelimsel yapıdadır. Öğrencilerin bu diyaloglarına bakıldığında hem Asu'nun (23) bağımlı bağımsız nokta özelliklerini hatırlamadığı ve sürgüyü hatalı kullandıkları görülmüştür.

Etkinliğin son kısmında Naz'ın (35) yönergelerle birlikte oluşturdukları verilerden bir sonuca ulaşmaya başladığı görülmüştür. Sorunun devamında istenenleri bulmaya başlamışlardır. Burada Naz (37) GeoGebra'yı iyi öğrendiğini düşünerek çokgenin kenarlarını ve açılarını kolayca bulabileceğini belirtmiştir. Eda (38) da kendi bilgileriyle Naz'ı onaylamış ve daha önceki diyaloglarından da Eda'nın GeoGebra'daki görünüm özelliklerini öğrendiği ve kullanabildiği görülmüştür. Ancak Naz (40), Eda'nın söylediklerini dikkate almadan kendisi ölçmeyi tercih etmiştir.

Tablo 10. Öğrencilerin Etkinlik-1 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>35. Naz: Çember gidince ongen kalıyor, çokgen yani. Kenar uzunlukları ve açılar diyor.
36. Eda: Evet.
37. Naz: Şimdi bunun açılarını, kenarlarını ölçmek çok kolay zaten.
38. Eda: Evet. Şimdi Cebir penceresinden bakalım kenar uzunluklarına.
39. Asu: 144 hepsi o zaman.</td>
<td>40. Naz: Şimdi uzaklık veya uzunluğu seçtim.
41. Asu: Hepsi aynı olduğu için…
42. Eda: Yani bir tanesini ölçsen yeterli.
43. Naz: Olsun.
44. Asu: Bir tanesi 8,79 çıkıyor o zaman.
45. Naz: Karşılaştırın diyor hepsi aynı zaten.</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">Tümdengelimsel akıl yürütme analizi;

</td>
</tr>
</table>

Bir tane iç açısını ölçtükten sonra Asu (39) diğer tüm açıların da aynı olacağını düzgün çokgen özellikleri gerekçesiyle (41) iddia etmiştir. Asu hepsini ölçmeye gerek olmadığını vurgulamış yine de Naz tüm açıların ölçüsünü bulmuştur. Asu (41) da Eda (42) da iddialarını tekrar ederek, tüm açı ölçülerinin ve kenar uzunluklarının aynı olması gerekçesiyle bir tanesini ölçmenin yeterli olacağını dile getirmişlerdir. Yine de Naz (43) bireysel olarak hareket etmiş ve ikna olduğu halde doğrulamak için ölçüm yapmak istemiştir. Asu (44) buldukları veriyi söylemiş ve Naz (45) takım arkadaşlarından karşılaştırma yapmalarını istemiştir. Naz da takım arkadaşları gibi diğer tüm kenar uzunluklarının aynı olacağını iddia ederek tartışmayı sonlandırmıştır. Öğrenciler bu diyaloglarında etkinliğin son yönergesi için yaptıkları Şekil 16'da verilen GeoGebra çalışması hakkında konuşmuşlardır.



Şekil 16. Etkinlik-1 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan Düzgün Çokgen

Dolayısıyla Eda'nın ölçümlere dayalı Asu ve Naz'ın ise matematiksel kurallara dayalı çıkarımlar yaptığı anlaşılmaktadır. Bu etkinlikte öğrenciler GeoGebra araçlarını kullanarak elde ettikleri verilerden yola çıkmıştır. Önceden sahip oldukları matematiksel gerçekleri ve kuralları kullanarak verilerinden hareketle çıkarımlarda bulunmuşlardır. Dolayısıyla öğrencilerin Etkinlik-1'e ait son tartışmalarında kullandıkları matematiksel akıl yürütmeleri tümdengelimsel yapıdadır (Tablo 10).

4.1.3. Sınıf Tartışması

Takım 1'deki öğrencilerden Naz kendi yaptıkları GeoGebra çalışmasının aşamalarını sırasıyla anlatmıştır. Önce çokgeni oluşturup sonra çember oluşturduklarını, çünkü çemberi kaldırınca ortaya çokgen çıkacağını ifade etmiştir. Diğer Takım 2'den Can isimli öğrenci *"Biz ilk soruyu Naz'ın takımının yaptığı gibi yapmıştık."* ifadesini kullanıp sonrasında ikinci soru için ekran paylaşımı yapmıştır. Bu takımdaki öğrenciler etkinlikte bahsedilen günlük yaşam durumundaki öğrencilerin paslaşmalarını karışık göstermişlerdir. Burada öğrenciler sorunun yönergelerindeki noktaların birbirine eşit mesafede olması ve en yakındaki nokta ile birleştirilmesi ifadelerine dikkat etmeden oluşturdukları için çokgen elde edememişlerdir.

Naz kendi takımının ikinci soruya ait çalışmasını göstererek sürgü değerinin değişimiyle çokgenin kenar sayısının da değişimini diğer öğrencilere göstermiştir. Can, kendi takımlarının oluşturduğu çalışmadan farklı bir örnek gördüğü için *"Burada topun izleyeceği durumlar nasıl?"* şeklinde bir soru yöneltmiştir. Bu soruya Takım 1'in sözcüsü

denilebilecek öğrenci Naz cevap vermiştir *"Düz çizgi olur yani doğru parçası ve bunlar çokgen oluştururlar"*.

Üçüncü soruda yine Naz ekran paylaşımı yaparak kendi takım çalışmalarını göstermiştir (Şekil 16). Açıların ve kenar uzunluklarının hepsini fazladan ölçtüklerini belirtmiştir. Takım çalışmasında elde ettikleri sonucu diğer öğrencilerle de paylaşmaları için öğretmen bir soru sormuş ve bunun üzerine şu şekilde bir konuşma gerçekleşmiştir:

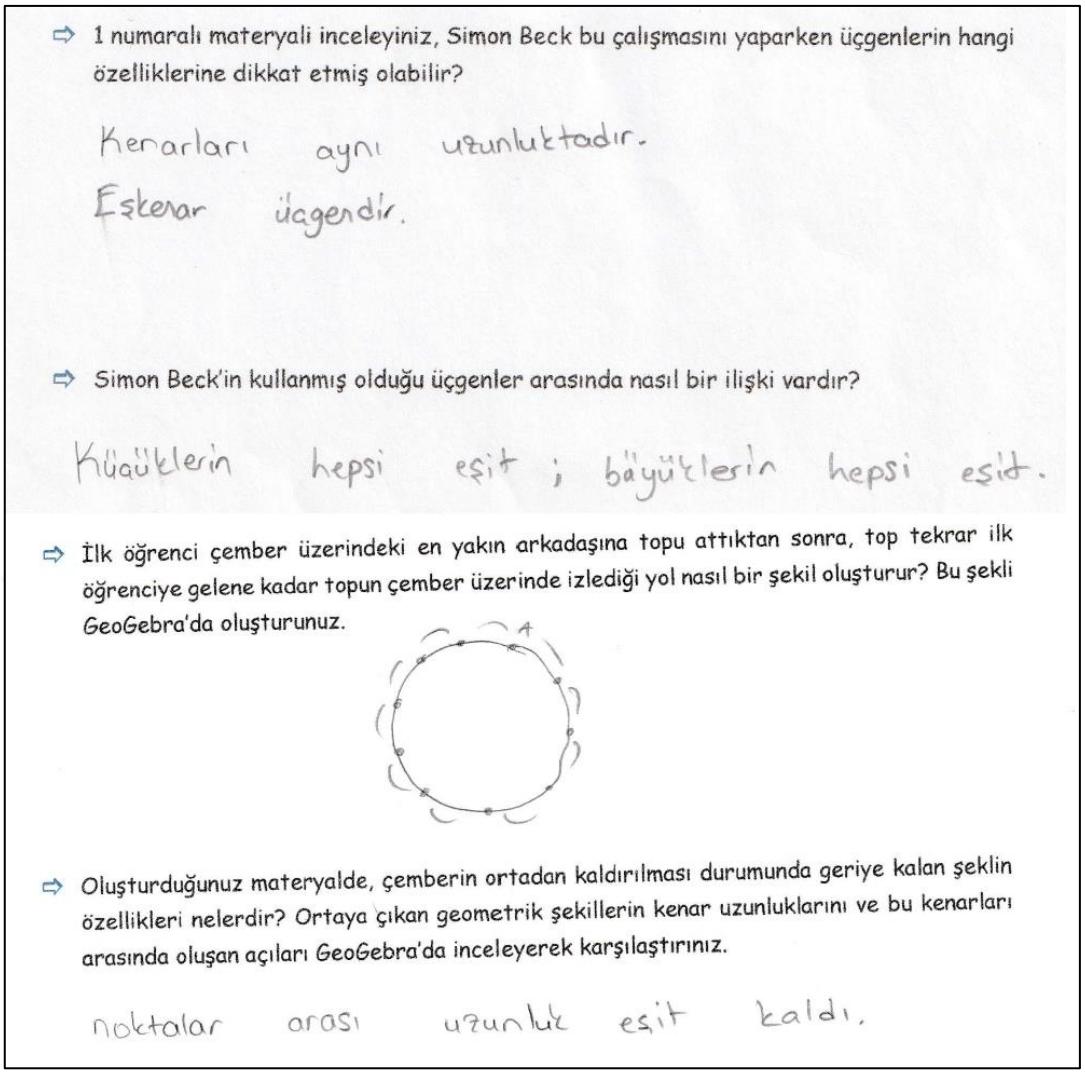
Öğretmen: Siz bu örnekte 10 öğrenci olması durumunu incelemişsiniz. Peki öğrenci sayısı değiştiğinde oluşan geometrik şekil ve bu şeklin özellikleri nasıldır?

Naz: Yine bir çokgen oluşur. Zaten az önce yapmıştık sürgüye bağlı olarak, iç açıları ve kenar uzunlukları aynı oluyor yine.

Sınıf tartışması aşamasında öğrencilerde tam anlamıyla bir tartışma anlayışı oluşmadığı, takımlardan sadece birinin daha baskın bir şekilde kendi çalışmalarını paylaştığı görülmektedir. Bu paylaşımlarda öğretmenin sorularla öğrencileri yönlendirmesine rağmen diğer takımlardaki öğrenciler sessiz kalmayı tercih etmişlerdir. Takım 1'in bulgularının tekrarı niteliğinde olmuştur. Bu nedenle sınıf tartışması tam anlamıyla amacına ulaşamamıştır.

4.1.4. Öz Yansıtma

Bireysel çalışma, takım çalışması ve sınıf tartışmasının ardından öğrencilerin öğrendikleri bilgileri yeniden yapılandırdığı, öğrenilenlerin ne kadar kalıcı olduğu öz yansıtma aşamasında görülmektedir. Naz, Eda ve Asu takım çalışmalarında elde ettikleri sonuçları öz yansıtmada aynen belirtmişlerdir. Ancak Cem, takım çalışmasında ulaşmadıkları, sınıf tartışmasıyla birlikte diğer öğrencilerden öğrendiklerini öz yansıtma çalışmasında gösterebilmiştir. Burada (Şekil 17) Cem'in öğrendiği bilgiyi yeniden yapılandırabildiği söylenebilir.

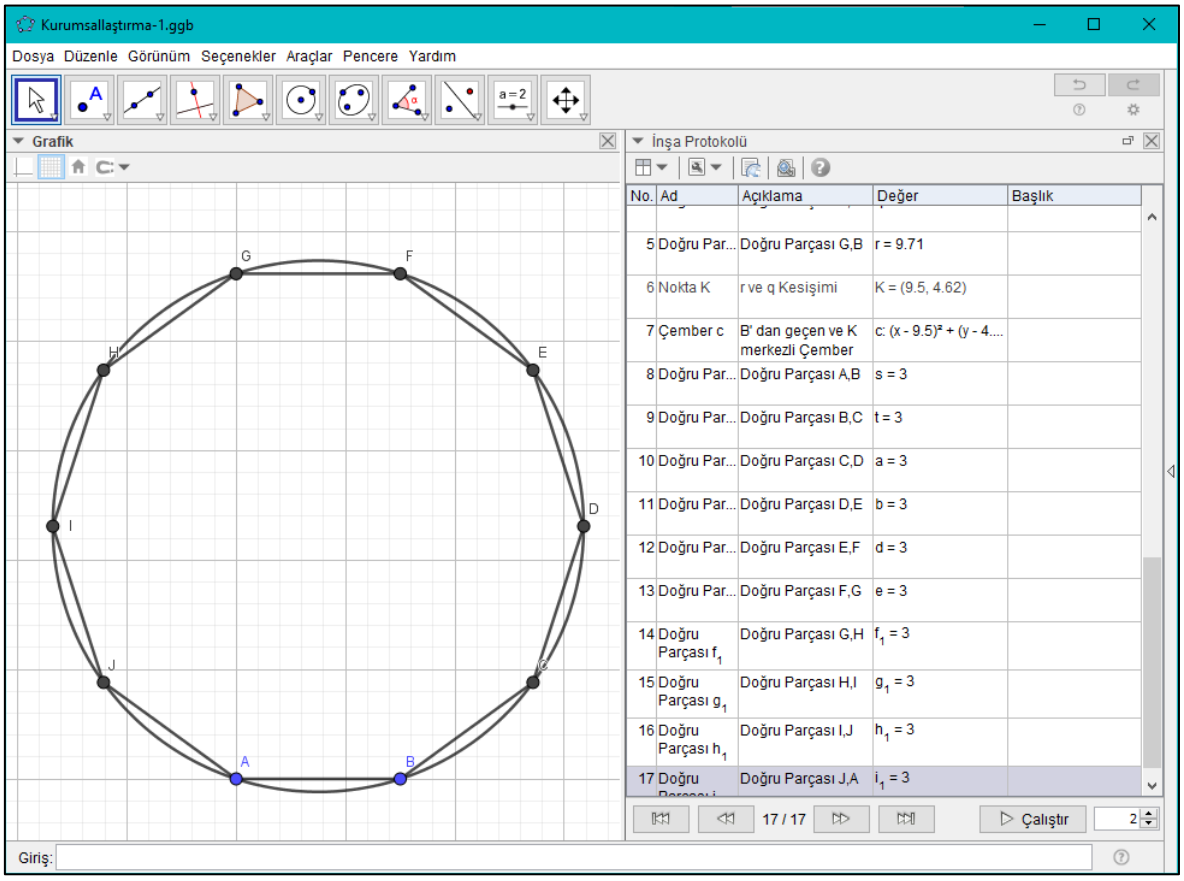


Şekil 17. Cem'in Etkinlik-1'e Ait Öz Yansıtma Çalışması

4.1.5. Kurumsallaştırma

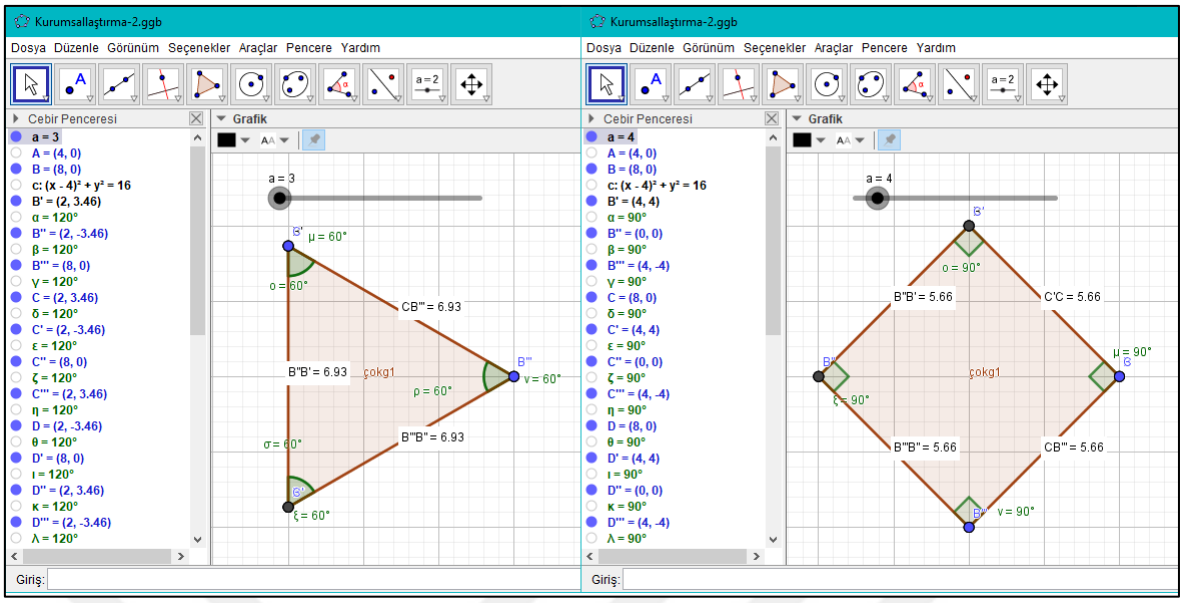
Takım çalışmasındaki yapılan hatalar ve sınıf tartışmasında öğrencilerin fazla çekingen davranarak yeterince tartışmamaları üzerine öğretmenin kurumsallaştırma aşamasında tüm konuyu tamamen kendisinin anlatması gerekmiştir. Bu aşamada öğretmen öncelikle GeoGebra'da yapılan hatalar üzerinde durmuştur. Bu hatalar; dış açının yanlış oluşturulması, sürgü aracı ile açı aracının yanlış kullanımıdır. Öğretmen, öğrencilerin yaptıkları hataları dile getirdikten sonra etkinliği kendisi yaparak öğrencilere bu etkinlikle kazandırılması amaçlanan düzgün çokgenlerin özelliklerini anlatmıştır. Etkinliğin ilk kısmında verilen GeoGebra materyali (Şekil 11) üzerinde öğrencilerin üçgenler arasında buldukları ilişkileri gerekçelendirerek göstermiştir. İkinci kısmında ise yönergeleri sırasıyla kendisi uygulamış ve Şekil 20'yi oluşturmuştur. Bu şekil üzerinde öğrencilerin doğru

buldukları kenar uzunluklarının eşit olması, iç açı ölçülerinin aynı olması özellikleri tekrar konuşulmuştur. Bu ölçümleri yaparken Naz kendi takım çalışmalarında buldukları sonuçları tekrar etmiştir.



Şekil 18. Etkinlik-1 için Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturduğu Şekil

Şekil 18'deki çemberin üzerinde bulunan nokta sayısının yani soruda bahsedilen günlük yaşam durumundaki öğrenci sayısının değişmesi ile oluşacak geometrik şekil için öğretmen yeni bir GeoGebra dosyası açmıştır. Burada bir sürgü oluşturup, sürgüye bağlı olacak şekilde çemberin üzerinde eşit aralıklı noktalar belirlemiştir. Bu noktaların sayısı, sürgünün değerine göre değişmektedir. Bu kısımda öğretmen GeoGebra'da oluşturduğu materyalin inşasını öğrencilerle birlikte yapmıştır ve nasıl yapılması gerektiğini tek tek açıklamıştır. Sonrasında çemberi ortadan kaldırınca geriye kalan şeklin bir düzgün çokgen olduğu ve düzgün çokgenin özelliklerinin neler olduğu öğrencilerle birlikte GeoGebra'da incelenmiş, sürgünün değeri değiştirilerek (Şekil 19) üzerine konuşulmuştur.



Şekil 19. Etkinlik-1 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan GeoGebra Materyali

4.2. ÇOKGENLERİN İÇ VE DIŞ AÇILARI

Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirleyerek, iç ve dış açıları toplamını keşfetmeye (MEB, 2018) yönelik hazırlanan Etkinlik-2'de günlük yaşam durumu üzerinden öğrencilerden üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen, yedigen ve sekizgen oluşturmaları beklenmektedir. Öğrencilerden çokgenleri oluşturduktan sonra tabloyu doldururken dikkat etmeleri istenen yönergeler aşağıda verilmiştir:

- Kenar sayısını belirleyiniz.
- Çokgenin bir köşesinden çizilebilecek tüm köşegenleri çiziniz.
- Çizdiğiniz köşegenler sonucunda çokgenin iç bölgesinde oluşan üçgen sayısını belirleyiniz.
- Kenarları doğrusal olarak uzatınız ve dış açılarını oluşturunuz.
- Her bir çokgen için iç açı ve dış açı toplamlarını hesaplayınız.

Bu etkinlikte öğrencilerin, çokgenlerin özelliklerini karşılaştırarak iç ve dış açı ölçüleri toplamını elde etmeye yönelik bir genellemeye ulaşmaları amaçlanmıştır.

4.2.1. Bireysel Çalışma

İkinci etkinlik fotoğraf makinesinin diyafram açıklığının çokgenlerle ilişkilendirilmesi ile başlamıştır. Burada öğrencilerin verilen görseldeki çokgenleri incelemesi istenmiştir. Yönergelerde ise öncelikle tablodaki değerlerin doldurulabilmesi için

çokgenler oluşturmaları gerekmektedir. Bu çokgenlerin kenar sayısı dışında bir köşesinden çizilebilen tüm köşegenleri çizerek çokgenin içinde oluşan üçgen sayısının bulunması beklenmektedir. Üçgen sayılarından yararlanarak da çokgenlerin iç açı ölçüleri toplamına ulaşılması beklenmektedir. Bu kısımda öğrenciler isterse GeoGebra'daki açı ölçme aracını da kullanabilirler. Nasıl yaptıkları öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapısı ve süreçleri hakkında fikir verecektir.

ÇOKGENLER	Kenar Sayısı	Üçgen Sayısı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı
Üçgen	3	1 1	179,99 180	900,01 360
Dörtgen	4	8 2	360 180	353,77 360
Beşgen	5	12 3	540 180	360 360
Altıgen	6	11 4	720 180	405 360
Yedigen	7	5	180 1	360
Sekizgen	8	6	180	360
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n - gen	n	n-2	180	360

Şekil 20. Ada'nın Etkinlik-2'ye Ait Bireysel ve Öz Yansıtma Çalışması

Öğrencilerin büyük çoğunluğu bu etkinlikte bireysel çalışmasını tamamlamamıştır. Ada isimli öğrenci ise bireysel çalışmasının bir kısmını yapıp sonrasında sınıf tartışmasından öğrendiklerini de öz yansıtma aşaması için farklı bir renkte kalemle eklemiştir. Ada'nın (Şekil 20) kağıdı incelendiğinde GeoGebra'da çokgenlerden dört tanesini oluşturarak ölçümler yaptığı görülmektedir. Ancak Ada, GeoGebra dosyasını kaydetmediği için sadece kağıt üzerindeki notları üzerinden analiz yapılmıştır. Üçgen sayılarını neye göre yazdığı sorulduğunda belirli bir şeye dikkat etmeden yazdığı yani rastgele yaptığı belirlenmiştir. İç açılar toplamında üçgeni kendisi oluşturmuş ancak açılarını ölçerken hata yapmış ve bu nedenle farklı bir sonuç bulmuştur. Diğer çokgenleri de düzgün çokgen aracıyla yaptığı için iç açıları toplamlarını doğru bir şekilde yapmıştır. Ada bu çalışmada verilerini elde etmiş herhangi bir gerekçe ve iddia eklememiştir.

4.2.2. Takım Çalışması

Öğrencilerin çokgenlerin iç ve dış açıları toplamını elde etmeye yönelik genellemeye ulaşmaları amacıyla hazırlanan Etkinlik-2'deki tabloyu dolduran öğrencilere tablodaki

değerlerin karşılaştırılması amacıyla bazı yönergeler verilmiştir. Öğrenciler takım çalışmalarında aşağıda verilen bu yönergeler üzerinde tartışmalarını gerçekleştirmiştir:

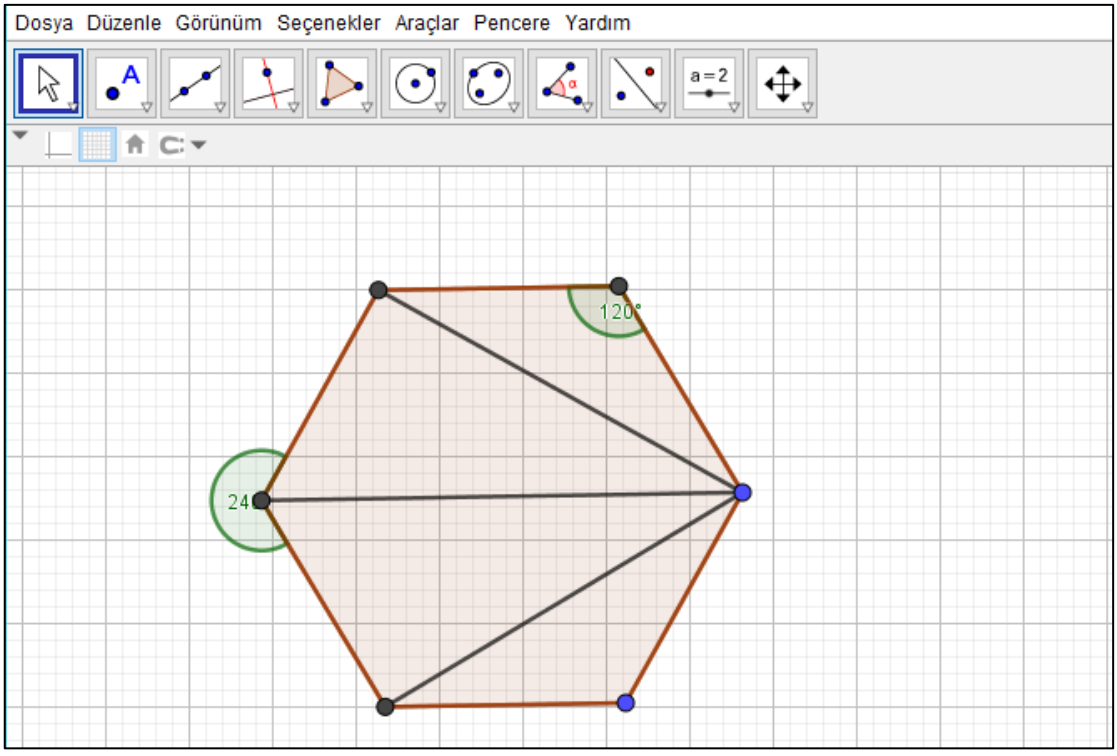
- Tabloda elde ettiğiniz bilgileri her bir çokgen için karşılaştırınız. Bu çokgenlerin, kenar sayısı ve köşegenlerle oluşan üçgen sayısı ile iç açıları toplamı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
- Elde ettiğiniz sonuçları dikkate alarak, herhangi bir çokgenin iç açıları toplamı ve dış açıları toplamının elde edilebileceği matematiksel bir ifade oluşturunuz. Bu ifadeyi nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.
- Herhangi bir düzgün çokgenin bir iç açısı ve bir dış açısının ölçüsünün bulunabileceği matematiksel bir ifade oluşturunuz. Bu ifadeyi nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.

Tablo 11. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Birinci Diyalogları

Öğrencilerin Diyalogları	**1. Naz:** Kenarların sayısına göre çokgen yapmıştık geçen. Öyle düzgün çokgen yapalım. Kaç köşesi olsun? **2. Eda:** Çok köşesi olsun. **3. Asu:** Bence, üçgen dörtgen beşgen falan diyor ya en başta. **4. Naz:** Tıkla ekrana şimdi sayısını gir, tekrar tıkla kanka tıkla bir yere. Şimdi sayısını gir. **5. Asu:** Kaç gireyim? **6. Naz:** Hocam köşegen ne? **7. Asu:** Aynen ben de bilmiyorum. **8. Öğretmen:** Köşegenin tanımını hatırlatayım o halde. Bir çokgenin	bir köşesi ile ona komşu olmayan diğer köşesini birleştirdiğimiz doğru parçasıdır köşegen. **9. Naz:** Bu mu? **10. Asu:** Şu gibi mi? **11. Naz:** Böyle mi hocam? **12. Öğretmen:** Kalemle değil GeoGebra'daki araçlarla oluşturalım. **13. Asu:** Evet o zaman şuradan şuraya. **14. Naz:** 1, 2, 3, 4 oldu (Şekil 22). Buradan bir şey çıkmaz ki. **15. Eda:** Evet dörde böldü. **16. Asu:** Şurada bir tane üçgen var şurada bir tane…

Etkinlik-2'deki günlük yaşam durumuyla birlikte öğrencilerden istenen çokgenleri oluşturmak için Naz (1) tartışmayı ilk etkinlikte yaptıklarını hatırlatarak başlatmıştır. Kenar sayısı üzerinde tartışmaya başlamışlar, Asu (3) etkinlikte verilen tablodaki çokgenleri oluşturmaları gerektiğini vurgulamıştır. GeoGebra'yı Asu kullanmış, Naz (4) da onu yönlendirmiştir. Bu sırada Asu düzgün çokgen aracını seçip kenar sayısı olarak 6 değerini girmiştir. Yönergelerde ilk istenenler arasında bir köşesinden çizilebilecek tüm köşegenlerin çizilmesi istemiştir. Ancak Naz (6) köşegenin ne olduğunu hatırlayamadığı için öğretmene

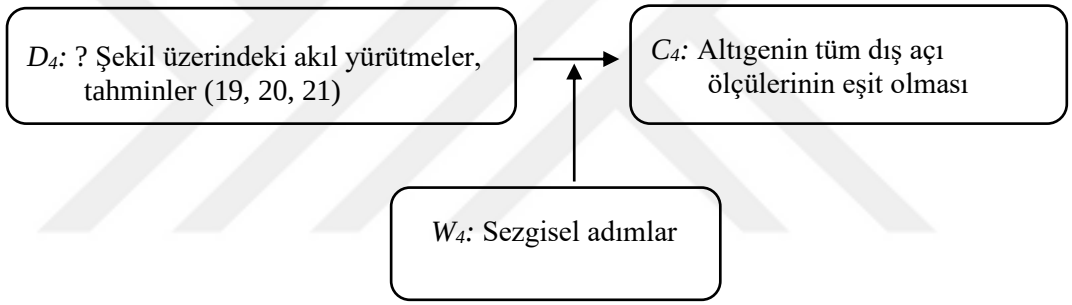
danışmak istemiştir. Bunun üzerine öğretmen (8) köşegeni hatırlatmıştır. Uzaktan eğitim döneminde uygulama yapıldığından kullanılan çevrimiçi görüşme programında parmakla ekranı göstermek yerine Naz (9) kalem aracını kullanmış ve Asu (10) fareyle iki köşeyi birleştiriyor gibi yapmıştır. Öğretmen (12) akıl yürütmelerini teknoloji odağına çekmek için öğrencilere hatırlatmada bulunmuştur. Naz (14) çevrimiçi görüşme programının kalemiyle üçgenlere numara vererek verileri toplamaya başlamıştır. Ancak tamamını yapmadan, Eda (15) takım arkadaşının yaptığını onaylayan bir ifadede bulunmuştur. Asu (16) ise bu verileri tekrar ederek iddiaya ya da gerekçeye gitmeye çalışmıştır. Ancak öğrencilerin bu diyaloğu sonuçsuz kalmıştır.



Şekil 21. Etkinlik-2 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da Oluşturulan İlk Çokgen

Etkinliğin ilk kısmındaki tartışmalarında öğrenciler henüz bir sonuca ulaşamamış, akıl yürütmenin yapısal boyutu henüz gözlemlenmemiştir. Bu diyaloglarında öğrencilerin uzaktan eğitim dolayısıyla kullandıkları kalemle işaretleme, fareyle gösterme gibi yaptıkları ise uzaktan eğitimdeki göstergebilimsel nesnelleştirme araçları olarak gösterilebilir (Radford, 2003).

Tablo 12. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>
17. Naz: Yani doğrusal oluyor ya kanka şöyle yani öyle yapma da sen ışınla yap en iyisi şurada ışın olması lazım.
18. Eda: Işınla olmazdı çünkü açıyla olur çünkü açıyı belirleyeceksin.
19. Asu: Bakalım. Büyük olmadı mı?
20. Naz: Doğrusal olarak uzatınız diyor ama şimdi uzatmaya gerek olmadan yaptık biz herhalde.
21. Eda: Hepsi sonuçta eşit yani.
22. Asu: Aynen bence de aynı olacak hepsi hiç ölçmeye gerek yok.
</td>
<td>
23. Naz: Evet aynı bir tanesini ölçsek yeter zaten aynı dur yazayım 24 diye. Kaç kolu var? 6 tane köşesi var. 6 ile 24'ü çarpacağız ben size çarpayım 144 kanka dış açıları toplamı. 24 ile 6'yı çarptık ama bence biz yanlış yaptık.
24. Eda: Bence de.
25. Asu: Acaba sıfır… Kankalar bir şey söyleyeceğim şurada (Şekil 22) bir tane daha sıfır var burada siz görmüyorsunuz.
26. Naz: O zaman 1440 olur sadece sıfır ekleyin yanına 144 yazdık ya sıfır ekleyin yanına sadece.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">
Geri çıkarımsal akıl yürütme analizi;


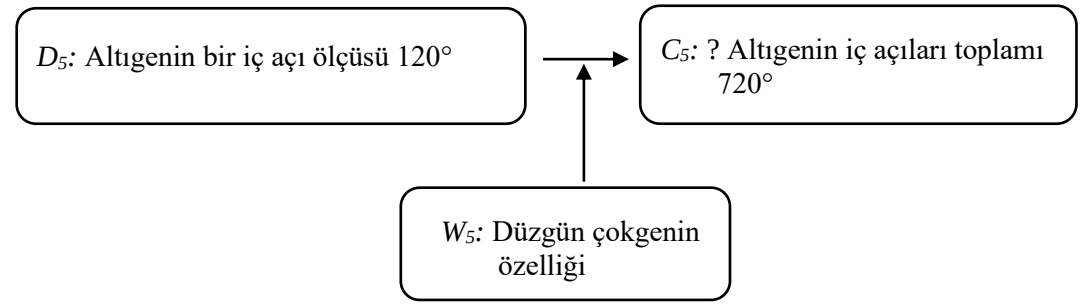
</td>
</tr>
</table>

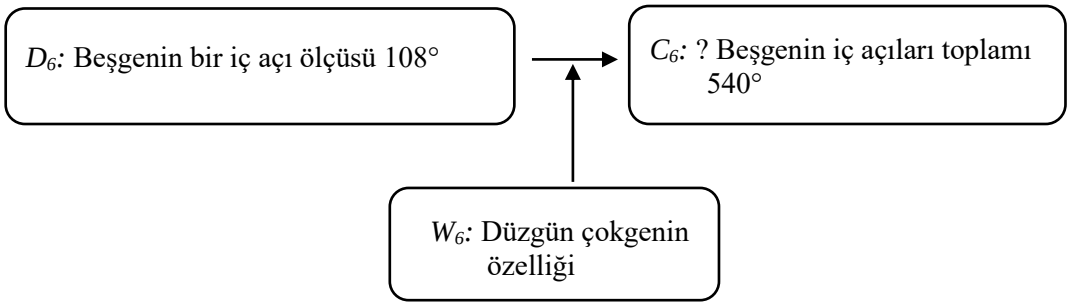
Öğrenciler aynı etkinlik üzerinde bu kez çokgenlerin dış açı ölçülerini hesaplamaya geçtiklerinde Naz (17) dış açıların doğrusal olarak oluşması gerektiğini sondaki yönergelerden yola çıkarak söylemiştir. Bu doğrusallığı ışın aracı ile oluşturabileceklerini iddia ederek Eda'yı yönlendirmeye çalışmıştır. Ancak Eda (18) bu duruma itiraz etmiş, direkt olarak dış açının ölçülebileceğini düşünmüştür. Yanlış yaptıkları için Naz (20) yönergelerin gereksiz olduğu düşüncesine kapılmıştır. Eda (21) tüm veriler elde edilmeden iddia ortaya atmış ve Asu (22) da varsayımıyla bu iddiayı desteklemiştir. Bu iddialara göre Naz (23) verileri toplamaya başlamıştır. Düzgün altıgen oluşturarak veri toplamaya başladıkları gerekçesiyle 6 tane açının hepsinin aynı olacağı iddiasında bulunarak hesaplamalarını yapmışlardır. Tam da bu sırada Asu (25) ekranda arkadaşlarının bir rakamı görmediklerini bu nedenle de yanlış bulduklarını belirterek elde edilen veriyi Naz'ın (26) da onayıyla birlikte düzenlemişlerdir.

Bu tartışmanın en başında Naz isimli öğrenci aslında dış açıların doğrusal olarak oluşması gerektiğini belirten bir ifade kullanmasına rağmen, GeoGebra'da bu bilgisini

kullanmamıştır ya da doğru bir şekilde kullandığını sanarak çalışmayı yapmıştır. Öğrenciler bu kısımda verileri elde etmeden düzgün çokgenin özellikleri gerekçesiyle iddia ortaya atmışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin burada geri çıkarımsal akıl yürüttükleri açıkça görülmektedir. İddialarını tamamen destekleyemeseler de verilerin bir kısmını oluşturup sonrasında iddialarından yola çıkarak genelleme yaptıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin bu tartışmalarında da ön bilgilerinde eksiklik olması, yanlış veriler toplamalarına sebep olmuştur.

Tablo 13. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>
27. Asu: 120 çıktı.
28. Naz: 120 ile 6’yı çarpıyoruz 720 iç açılar toplamı.
29. Asu: Bir şey diyeceğim üçgen sayısı? Üçgene bir tane mi yazacağız?
30. Eda: Hayır hiç yok ki bunda çokgenin.
31. Naz: Yok ki.
32. Eda: Hiç yok.
</td>
<td>
33. Naz: Bir tanesini yapsak yeter anlaşılıyor. Kanka sen bir tanesinin açısını bul beşle çarpalım.
34. Asu: 108 ile 5’i çarpıyoruz. Tamam ben çarparım.
35. Naz: 540.
36. Asu: 540 tamam dış açılarını topladınız mı?
37. Naz: Evet hesap makinesinden bakabilecek var mı? 252 ile 5’i çarp.
38. Asu: 1260. Eh maşallah.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">
Tümdengelimsel akıl yürütme analizi;


Tümdengelimsel akıl yürütme analizi;


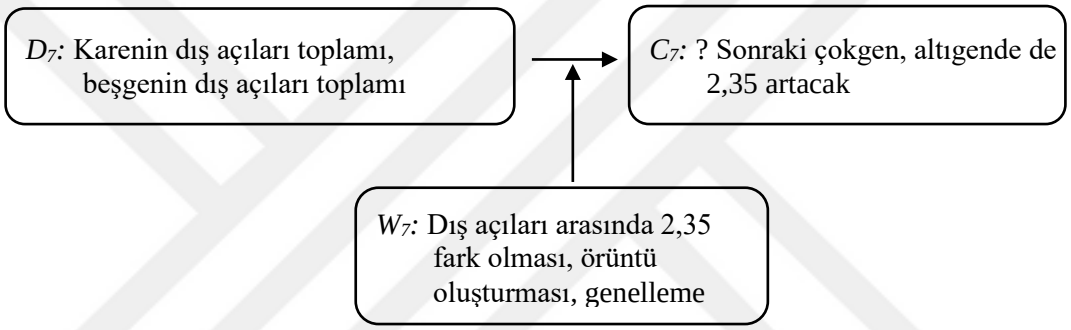
</td>
</tr>
</table>

Altıgenin dış açıları toplamını bulduktan sonra öğrenciler tekrar iç açıları hesaplamaya dönmüşlerdir. Önceki tartışmalarında, çokgenin içinde oluşan üçgenlerden bir sonuç elde edememişlerdi. Bu nedenle Asu (27) altıgenin iç açılarından bir tanesini ölçmüş ve Naz (28) da yine düzgün çokgen özelliğiyle tümdengelimsel bir akıl yürütme yaparak altıgenin iç açıları toplamını hesaplamıştır. Bir köşesinden çizilen köşegenlerle oluşan üçgen sayıları hakkında Asu (29) bir fikri olmadığı için takım arkadaşlarına danışmıştır. Ancak onlar köşegenleri oluşturmadıkları için hiç üçgen olmadığına Naz (31) ve Eda'nın (32) kendinden emin ifadeleriyle ikna olmuş, diğer çokgenlerin açılarına devam etmişlerdir. Bu sırada Asu düzgün beşgen oluşturmuş ve Naz (33) yine bir tane iç açısını bulup sonrasında düzgün çokgenin özelliğini kullanarak iç açı ölçüleri toplamını tümdengelimsel bir akıl yürütmeyle hesaplayabileceklerini hatırlatmıştır. Bunun üzerine Asu (34) bir iç açısını ölçerek toplamını da hesaplamış ve Naz (35) da onaylamıştır. Aynı şekilde dış açı ölçülerini de hesaplamışlardır.

Öğrenciler dış açı ölçüleri toplamı için sadece bir örnek yaptıktan sonra tekrar iç açılara dönerek altıgenin iç açılarını belirlemişlerdir sonrasında beşgen için de aynı ölçümleri yapmışlardır. Öğrencilerin tümdengelimsel akıl yürütmelerle yaptıkları bu etkinlikte yönergelere tam anlamıyla uymadıkları için iç açı ölçüleri toplamı hakkında bir genellemeye ulaşamadıkları görülmektedir.

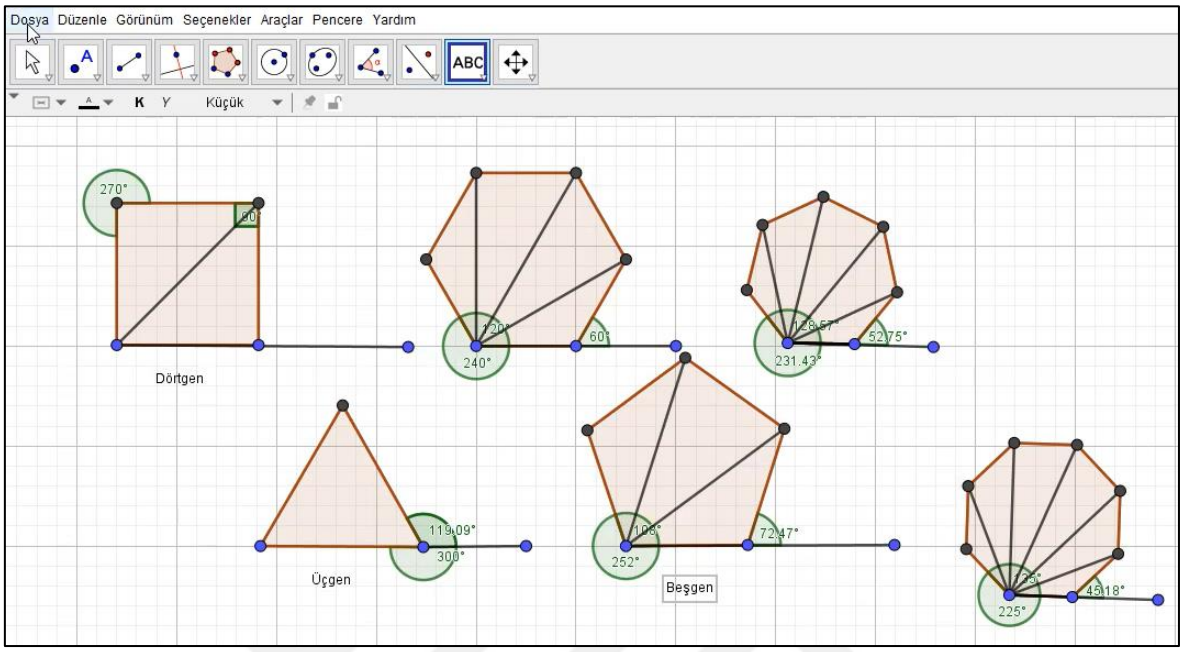
Tablo 14. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Dördüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**39. Eda:** Üçgenin dış açıları toplamı 360 değil mi? **40. Naz:** İç açılar toplamı 180. Kanka ne 360'ı 360 kare. **41. Eda:** Ama ona bakıyorsan şey… … **42. Naz:** Ama dış açılar toplamını bulacağız işte şimdi 3'le çarpacağız. **43. Eda:** Evet hemen 3'le çarpalım. **44. Eda:** Üçgeni yaptık onda takılmayalım şimdi. Şimdi ise kareye bakalım hemen. Belki de yine bir orantısı vardır bunun. Ona göre bulsak direkt yani olmaz mı?	**51. Asu:** İç dış aynı mı olacak? **52. Eda:** Evet bu beşgen değil mi? **53. Asu:** Beşgen evet. Şöyle yok yanlış kurduk dur bekle. **54. Eda:** Bir yandan da yazıyorsunuz değil mi? **55. Naz:** Evet bulunca yazıyoruz. **56. Asu:** Tamam bunu şimdi çarpacağız. (72.47 * 5) **57. Eda:** 362,35. **58. Naz:** Kanka buldum.

	45. Naz: Aaa! Bu çokgenlerin orantısı vardı ne güzel bulmuştuk şeyini. Yanlış ama işte. **46. Eda:** Naz sen iç açıları bulmanın yolunu buldun ya dış açıları da bulmanın yolunu bulsana. **47. Asu:** 90'ı 4'le çarpsak 360. **48. Eda:** Aaa! Evet burası 90 olmaz mı? **49. Asu:** Aaa! Evet. **50. Naz:** 360 olur. 360 olur içiyle aynı oldu.	**59. Asu:** Ne buldun? **60. Naz:** Hepsinde 2,35 artıyor bak diğeri 357,69'du 2,35 artmıştı galiba. Yani pek emin değilim ama burada 2,35 artmış. Yani olabilir. **61. Eda:** 362,7 olur o zaman şu an altıgen. **62. Naz:** Yaa! Ben de buldum sanıyorum ya.
Toulmin Modeli ile Analizi	Tümevarımsal akıl yürütme analizi; 	

Bir süre sonra öğretmen takım çalışmalarını inceleyince öğrencilerin dış açı ile ilgili yanlış bilgileri hakkında onları uyarmıştır. Ayrıca öğrenciler yönergelerde istenen köşegenleri oluşturmadıkları için öğretmenin hatırlatmasıyla sonradan onları da eklemişlerdir (Şekil 22). Öğrenciler bu hatalarını düzeltmeye çalışmışlardır. İlk olarak Eda (39), üçgenin dış açıları toplamı hakkında bir iddia ortaya atmıştır. Ancak Naz (40) bu iddiayı hemen çürüterek kendi iddiasıyla karşılık vermiştir. Ancak Naz'ın (40) bu iddiadaki 360°' den kastettiği karenin iç açıları toplamıdır. Çünkü üçgenin iç açıları toplamının 180° olduğunu söyleyerek konuşmasına başlamıştır. Eda (41) yine de şansını denemiş, aslında doğru bir şeyler yakalamıştır ancak takım arkadaşları onu dikkatle dinlemeyip kendi ölçümlerine odaklandıkları için Eda yanlış bulduğuna ikna olmuştur. Elde edilen ölçümlerde ondalık sayılar çıkması Asu'ya yanlış yaptıklarını hissettirmiş ama herhangi bir öneride bulunmamıştır. Naz (42) pes etmediğini belirten bir şekilde dış açıları hesaplamaya devam etmiştir. Eda (44) üçgenle ilgili tabloda doldurulması gerekenleri bitirdiklerini düşünerek kareye geçmiştir. Naz'dan bir orantı bulmasını istemiştir, aslında iddiası orantı değil aralarında bir ilişki barındırıyordu. Birden Naz (45) da Eda'nın (44) bahsettiğini

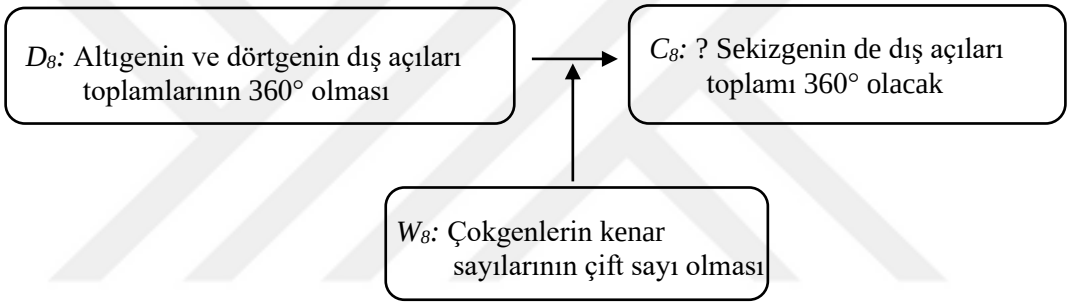
hatırlamıştır. Eda (46) tekrar bu isteğini dile getirmiş ancak kendisi iddia ortaya atmaya çalışmamıştır.

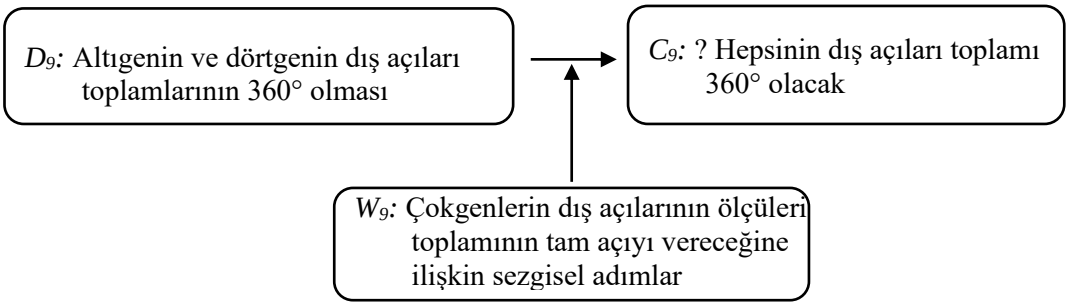


Şekil 22. Etkinlik-2 Hakkında Takım Çalışmasında GeoGebra'da oluşturulan Bütün Çokgenler

Eda (48) ve Asu (49) buldukları sonuç karşısında heyecanlanmışlardır. Naz (50) da iç açıları toplamıyla, dış açıları toplamının karede 360° olduğu sonucunu dile getirmiştir. Asu (51) sonuçlardan yola çıkarak soru şeklinde bir iddia oluşturmuştur. Bir an için Eda (52) bu iddiayı onaylamıştır. Fakat Asu (53), aynı karede elde ettikleri bu sonucun beşgende görülmediğini fark edip kendi iddiasını çürütmüştür. Bu sırada beşgenin bir dış açısını ölçüp aynı diğer çokgenlerde yaptıkları gibi Asu (56) kenar sayısıyla çarpmıştır. Naz (58) şimdiye kadar elde ettikleri verilerde bir kural bulduğunu fark etmiştir. Çokgenlerin dış açı ölçüleri toplamının tablodaki değerlerini karşılaştırarak bir örüntü keşfettiğini düşünmüştür. Naz (60) bu verilerle genelleme yaparak bir önceki çokgenin dış açı ölçüleri toplamına 2,35 eklenmesi gerektiğini tümevarımsal bir akıl yürütme iddia etmiştir. Ancak kendisi de bu ortaya attığı iddiasından pek emin olamamıştır. Eda (61) da hemen bu iddiayı doğrulayarak altıgenin dış açılarında bir örneklendirme yapmıştır. Ancak bulduğu sonuç, GeoGebra'daki ölçümleriyle uyuşmayınca Naz'ın iddiasını çürütmüştür.

Tablo 15. Öğrencilerin Etkinlik-2 Hakkındaki Beşinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>
63. Asu: 60 oldu, aaa! 60 oldu.
64. Eda: 60, 360.
65. Naz: Ama dörtgen de 360 çıktı.
66. Eda: Ama bence sekizgen de 360 çıkacak.
67. Naz: Hocam hepsi 360 çıkacak çünkü bir şeyin etrafı 360 oluyor.
68. Eda: Kızlar ben bir şey buldum. Bu çift sayı mesela altıgen de çift sayı 360 çıktı. Ama sekizgen de bir çift sayı olduğu için o da 360 çıkacak.
</td>
<td>
69. Asu: Bakacağız.
70. Naz: Bence her cismin dışı 360 derece olur.
71. Eda: Her cismin dışı eşit değil ki.
72. Asu: Hayır öyle olmayacak galiba bakalım. 52,75 çarpı 8 bu yedigen 369,25.
73. Naz: Bir kontrol edelim. Ortasından geçirdiğinde görünüyor yamuk oldu hep bazıları 360 çıkar yoksa bak burada da hep yamukluklar var doğru parçasını seçecektin şöyle çekecektin hocanın dediği gibi.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">
Tümevarımsal akıl yürütme analizi;


Tümevarımsal akıl yürütme analizi;


</td>
</tr>
</table>

Öğrenciler, öğretmenle bir süre konuşup hata yaptıklarını anlayınca dış açıları tekrar oluşturup ölçmüşlerdir. Altıgenin dış açısını 60 bulmuşlar ve Asu (63) bu veriye şaşkınlığını saklayamamıştır. Eda (64) hemen dış açıları toplamını hesaplamıştır. Naz (65) da dörtgenin dış açı ölçüler toplamıyla karşılaştırmıştır. Naz'ın "ama" kelimesini kullanması onun bu sonucu beklemediğini göstermektedir. Ardından Eda (66) hemen bir iddia ortaya atmış ve sekizgenin de dış açıları toplamının aynı olacağını tümevarımsal akıl yürütmeyle ifade etmiştir. Aynı anda Naz (67) da yine tümevarımsal bir akıl yürütme ile gerekçesini de

ekleyerek bütün çokgenlerde aynı ölçüye ulaşacaklarını iddia etmiştir. Eda (68) kendi iddiasını tamamlamaya çalışmıştır. Kare ve altıgenin kenar sayısını ve dış açı ölçüleri toplamı arasındaki yaptığı karşılaştırma sonucunda ikisinin de çift sayıda kenarı olduğunu ve sekizgenin de çift sayıda kenarı olduğu gerekçesiyle yine dış açıları toplamının 360° çıkacağını iddia etmiştir. Eda'nın (68) bu iddiası tam anlamıyla bir genelleme değil sadece sekizgenin dış açı ölçüleri toplamını bulmak için oluşturduğu bir iddiadır. Bu nedenle Naz'ın (70) iddiasına karşı gelmiştir (71). Bu kez Asu (72) da tartışmaya katkıda bulunarak Eda'ya hak vermiştir. Gerekçe olarak da ölçümden elde ettiği verileri göstermiştir. Naz (73) makul bir sesle kontrol etmeyi teklif etmiştir. Yaptığı incelemeler sonunda Asu'nun oluşturduğu dış açıda hata olduğunu fark etmiştir. Böylece Naz'ın iddiası kabul görmüştür.

4.2.3. Sınıf Tartışması

Naz ve Eda takım çalışmalarındaki iddialarını aynı şekilde sürdürerek diğer öğrencilerle paylaşmışlardır. Naz ondalık sayı olarak elde ettikleri sonuçların hatalı olabileceğini, hepsinin 360° olması gerektiğini belirtmiştir. Burada Naz, takım çalışmalarında olduğu gibi tümevarımsal akıl yürütmeye devam etmiştir. Çünkü Eda da dörtgen ve altıgenin 360° olduğunu, aynı şekilde sekizgenin de 360° olması gerektiğini söylerken Naz hepsinin aynı dış açı ölçüleri toplamına sahip olması gerektiğini iddia etmiştir.

Can kendi çalışmalarından hareketle "Etkinlikteki GeoGebra materyalinde sürgüyü değiştirince kenar uzunlukları da küçülüyor, gittikçe yuvarlaklaşıyor. Bir yuvarlağın da 360 olduğu için hocam hepsinin dış açıları 360'tır" açıklamasını yapmıştır. Burada Can'ın verilen materyaldeki çokgen örnekleri üzerinden, tam açıyı fark edip bunu gerekçe olarak kullanmasıyla bir genellemeye ulaştığı yani tümevarımsal akıl yürütme yaptığı görülmektedir. Naz ve Asu kendi gerekçelerinden farklı bir şekilde ortaya atılan bu iddiayı mantıklı bulduklarını dile getirmişlerdir. İç açı ölçüleri toplamlarını da konuşmaları için öğretmen tartışmalarını istemiştir. Böylece Naz kendi buldukları sonuçları okumaya başlamıştır:

Naz: Üçgen 180, dörtgen 360, beşgen 540, altıgen 720, yedigen nedense ondalık çıktı 899,99, sekizgen 1080 çıktı.

Can: Hocam ben yedigeni 900 buldum yanlış mı?

Naz: Bizde neden 899,99 çıktı ki?

Öğretmen: Bu konuda bir fikri olan var mı?

Can: Hocam bence yanlış ölçmüş olabilirler. Ama hocam çok yakın yani.

Naz: Biz önce bir açısını ölçtük, sonra her köşesi öyle olduğu için çarptık.

Genelleme veya hepsini içeren bir iddiada bulunmadıkları için öğretmen sorunun devamını hatırlatmıştır. Naz takım çalışmasında yaptıklarından daha farklı bir iddiayla gelmiştir. Aşağıdaki konuşmalar gerçekleşirken Can ve Naz birlikte tabloyu ekranda doldurmuşlardır (Şekil 23).

Naz: Bir üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğu için her üçgen gelişinde 180° artacak.

Öğretmen: Yani bir örüntü var mı demek istiyorsun?

Naz: Evet hocam hep 180 artarak gitmiş. Örneğin 180, 180 daha 360 oluyor. 360, 180 daha 540 oluyor.

Can: O zaman doğru orantılıdır, örüntü gibidir diyebiliriz.

Öğretmen: Tam olarak hangi çokluklar arasında bir doğru orantı var?

Can: Üçgen sayısı, kenar sayısı arttıkça iç açılar toplamı da artıyor burada doğru orantılıdır.

ÇOKGENLER	Kenar Sayısı	Üçgen Sayısı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı
Üçgen				
Dörtgen				
Beşgen				
Altıgen				
Yedigen				
Sekizgen				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n - gen				

Şekil 23. Etkinlik-2 Hakkında Sınıf Tartışmasında Öğrencilerin Ekrana Yazdıkları

Öğrencilerin tabloya yazdıkları değerler ve konuşmalarında verileri karşılaştırarak bir genelleme yapmaları tümevarımsal akıl yürüttüklerini göstermektedir. Ancak öğrenciler iç açı ölçüleri toplamı ile ilgili olan bu genelleme için matematiksel bir ifade yazamamışlardır. Sadece sözel olarak açıklamalarda bulunmuşlardır.

4.2.4. Öz Yansıtma

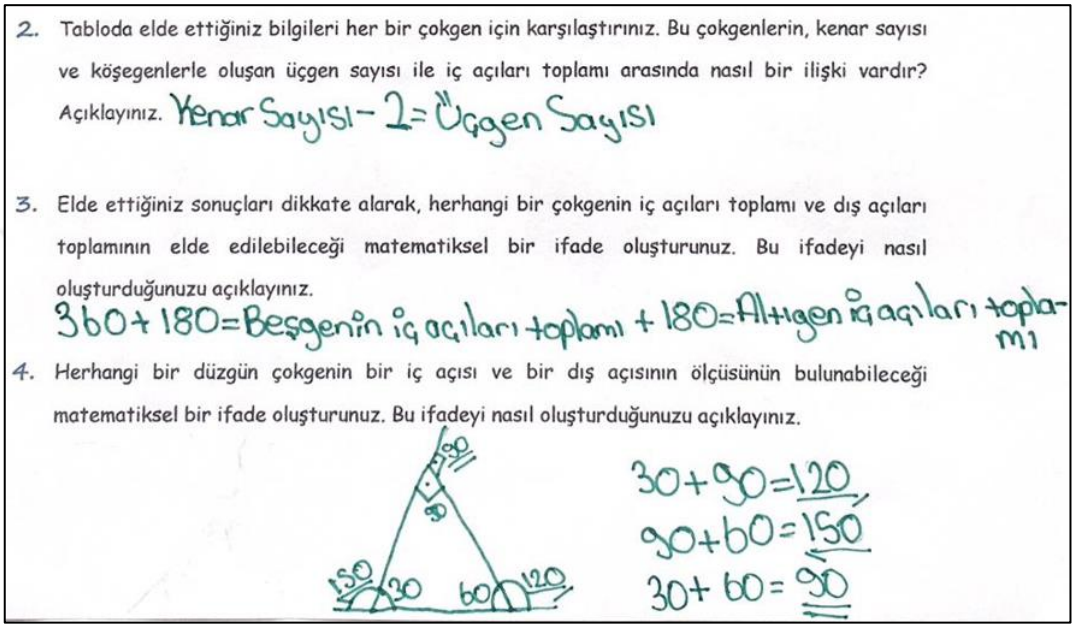
Takım çalışmasında elde edilen verilerin ve sonuçların bazılarında sınıf tartışmasıyla birlikte değişiklikler olmuştur. Bu değişim Eda'nın öz yansıtma çalışmasında (Şekil 25) açık bir şekilde görülmektedir. Özellikle dış açı ölçüleri toplamıyla ilgili ölçme hatalarından kaynaklanan yanlış sonuçlar, sınıf tartışmasında gerekçelendirerek düzeltilmiştir. İç açı ölçüleri toplamlarında sadece yedigenin değerinde farklılık olduğu üzerine bir tartışma gerçekleşmişti. Eda bunu sınıf tartışmasındaki konuşmalar sonucunda değiştirmiştir. Ayrıca Eda'nın öz yansıtma çalışması incelendiğinde ve sınıf tartışmasında öğrencilerin ekrana yazdıkları değerler (Şekil 23) karşılaştırıldığında üçgen sayısı sütunundaki ilk değeri Eda farklı yazmıştır (Şekil 24). Burada sınıf tartışmasında "örüntü" olduğu konuşulması üzerine ilk değerin 0'dan değil 1'den başlaması gerektiğini kendisi düşünerek, Eda'nın öğrendiği bilgiyi yeniden yapılandırdığı görülmektedir.

ÇOKGENLER	Kenar Sayısı	Üçgen Sayısı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı
Üçgen	3	1	180	360
Dörtgen	4	2	360	360
Beşgen	5	3	540	360
Altıgen	6	4	720	360
Yedigen	7	5	900	360
Sekizgen	8	6	1080	360
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n - gen				

Şekil 24. Eda'nın Etkinlik-2'ye Ait Öz Yansıtma Çalışması 1

Etkinliğin devamındaki sorulara Eda'nın yazdığı açıklamalar Şekil 25'te verilmiştir. Burada Eda'nın matematiksel ifadelerden çok sözel olarak ilişkiyi yazmaya çalıştığı görülmektedir. Takım çalışmasında kenar sayısı ve üçgen sayısıyla ilgili herhangi bir sonuç elde etmemelerine rağmen öz yansıtma çalışmasında Eda'nın bu ilişkiyi çok net bir şekilde açıklayabildiği görülmüştür. Eda bu gelişimi sınıf tartışmasında yapılan karşılaştırmalarla elde edilen sonuçla öğrenerek yapmıştır. Yani diğer öğrencilerle birlikte oluşturulan stratejiyi öz yansıtma çalışmasında da göstermiştir. Ayrıca yine sınıf tartışmasında Naz'ın bahsettiği 180° artarak diğer çokgenin iç açıları toplamının bulunabileceği iddiasını da Eda hem matematiksel hem de sözel ifadeleri birleştirerek açıklamıştır. Genelleme anlamında

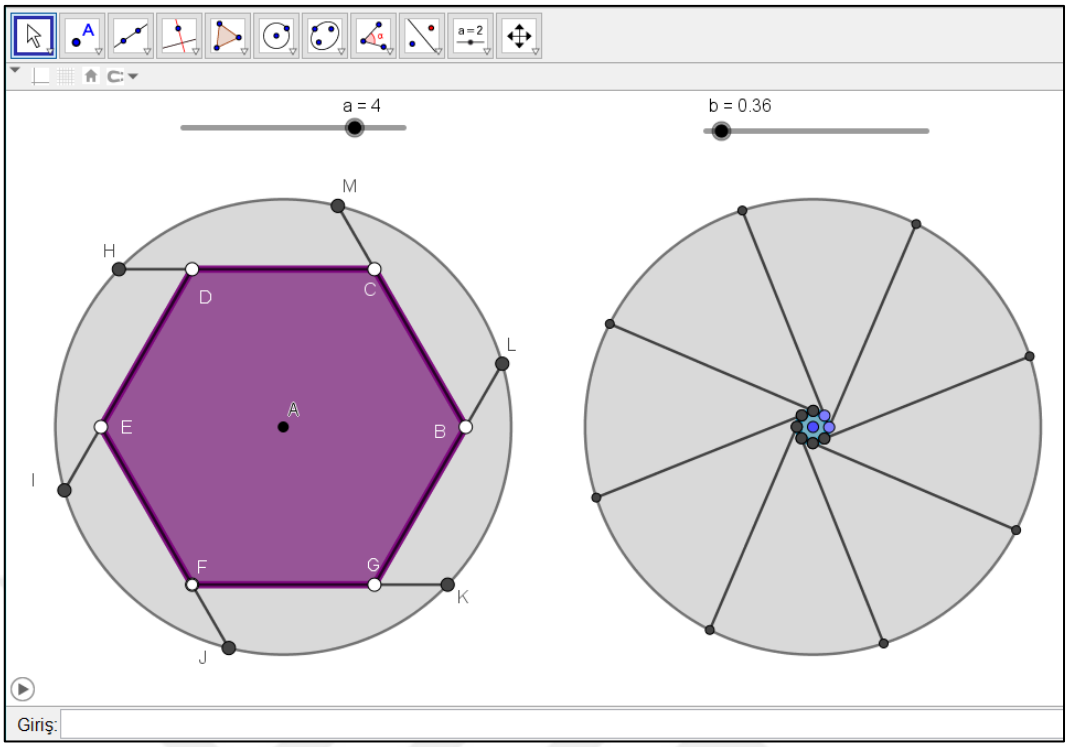
herhangi bir kural, formül oluşturmadığı görülmektedir. Son soruda ise daha önceki öğrenmelerine ait bir örneklendirme yaptığı görülmektedir (Şekil 25). Bu örnek daha önce takım çalışmasında veya sınıf tartışmasında konuşulmamıştır. Eda sadece öz yansıtma çalışmasında bu şekilde bir örnek kullanmıştır. Yazdığı örnekteki ifadeleri doğru olmasına rağmen Eda'nın bu örnekte soruda istenen "düzgün çokgen" özelliğini dikkate almadığı görülmektedir.



Şekil 25. Eda'nın Etkinlik-2'ye Ait Öz Yansıtma Çalışması 2

4.2.5. Kurumsallaştırma

Etkinlik-2'de verilen GeoGebra materyali üzerinde öğretmen, öğrencilerin takım çalışmasında ve sınıf tartışmasında elde ettiği sonuçları karşılaştırarak kurumsallaştırma aşamasını başlatmıştır. Burada öğrencilerin özellikle takım çalışmasında üçgen sayılarını dikkate almamalarının geçerli bir iddiaya ulaşmalarını daha güç hale getirdiğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin GeoGebra kullanımının daha iyi düzeyde olduğunu ama hala bazı basit hatalar yaptıklarını ve bunların doğrusunun nasıl olması gerektiği hakkında bilgilendirme yapmıştır. Bu kısımda özellikle sınıf tartışmasında öğrencilerin genel bir kural bulmaya çok yaklaştıklarını söyleyerek onları sonraki etkinlikler için cesaretlendirmiştir.



Şekil 26. Etkinlik-2 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan GeoGebra Materyali

Öğretmen takım çalışmasında öğrencilerin oluşturduğu Şekil 23'teki çokgenler üzerinde önce tablodaki üçgen sayıları için yazılması gereken değerleri açıklamıştır. Sonrasında sınıf tartışmasındaki konuşmalarda geçen "üçgen sayısı arttıkça iç açılar toplamının da doğru orantılı olarak artması" iddiasına yönelik açıklamalarda bulunmuştur. Kenar sayısı bilinmeyen bir çokgen için de n-gen ifadesinin kullanılabileceğini ve buna yönelik olarak iç açılar toplamına ait genel kurala üçgen sayıları üzerinden ulaşılabileceğini belirtmiştir. Öğrencilerin ulaşamadığı düzgün çokgenin iç açılar toplamıyla ilgili kuralı da matematiksel olarak yazmıştır. Buradan hareketle öğrencilere bir düzgün çokgenin bir iç açı ölçüsünün nasıl bulunabileceğini sormuş ve bununla birlikte elde edilebilecek matematiksel ifadeyi de öğrencilerden gelen cevaplar doğrultusunda ekrana yazmıştır.

Dış açı ölçüleri toplamına gelindiğinde öncelikle dış açının nasıl oluşturulması gerektiğini göstermiş ve öğrencilerin bu konudaki hatalarını fark etmelerini sağlamıştır. Öğretmen ölçümlerle birlikte öğrencilerin kendilerinin takım çalışmasında ve özellikle sınıf tartışmasında ulaşmış olduğu sonuçları doğrulamıştır. Şekil 26'daki sürgülerin değişimi ile birlikte de çokgenler üzerinde herhangi bir açı ölçümü yapmadan dış açıların nasıl 360° olabileceğini tekrar göstermiştir. Bu kısımda Can'ın sınıf tartışmasındaki iddiasını da

doğrulamıştır. Son olarak bir düzgün çokgenin bir dış açı ölçüsünün nasıl bulunabileceğini öğrencilerle tartışarak bunu da matematiksel olarak yazmıştır.

4.3. DÖRTGENLERİN ÖZELLİKLERİ

Etkinlik-3, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgenin tanıyıp kenar ve açı özelliklerini incelemeye (MEB, 2018) yönelik hazırlanmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerden güncel hayat durumu üzerinden öncelikle verilen görseldeki dörtgenleri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplamaları istenmiştir:

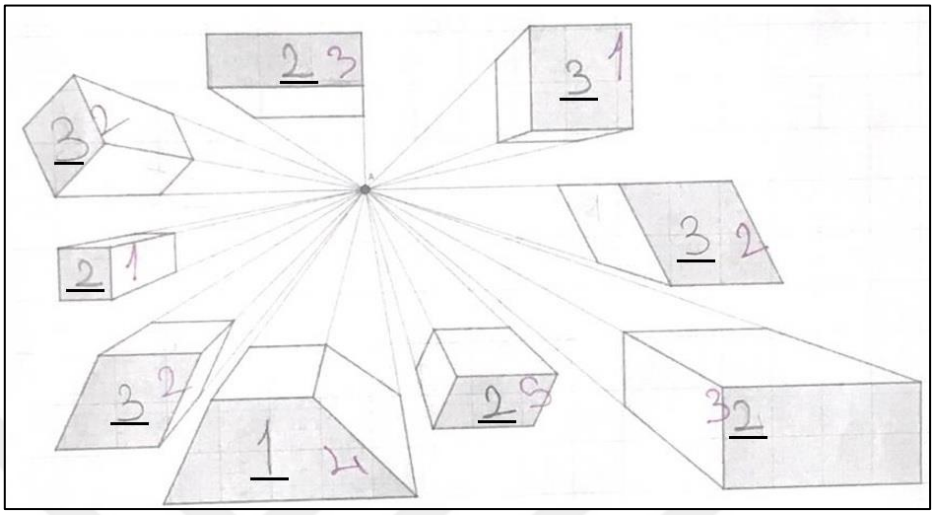
- Görseldeki perspektif çiziminde hangi dörtgenlerden yararlanılmış olabilir?
- Aynı özelliklere sahip olduğunu düşündüğünüz dörtgenlere aynı sayıları vererek numaralandırınız. Yaptığınız numaralandırmada dörtgenlerin hangi özelliklerini dikkate aldığınızı belirtiniz.

Görsel üzerinde yapılan incelemelerin sonrasında GeoGebra'da da yapılarak karşılaştırılması istenmiştir. GeoGebra materyalinde kullanılan dörtgenlerin neler olduğu ve bu dörtgenlerin sınıflandırılmasıdır. Bu sınıflandırmada öğrencilerin neye dikkat ettiklerini açıklamaları, dörtgenlerin isimlerini belirterek ön bilgilerinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Devamında bu dörtgenlerin paralellik durumlarının, kenar uzunluklarının, iç açılarının, köşegen uzunluklarının ve köşegenler arasında oluşan açıların incelenmesi istenmiştir. Buradaki elde edilen bilgilerle varsa benzer özelliklere sahip olan dörtgenlerin belirtilmesi ve özelliklerin karşılaştırılması beklenmektedir. Son olarak öğrencilerden bu dörtgenleri GeoGebra'daki hazır araçları kullanmak yerine dörtgenlerin özelliklerinden yola çıkarak kendilerinin inşa etmeleri istenmiştir.

4.3.1. Bireysel Çalışma

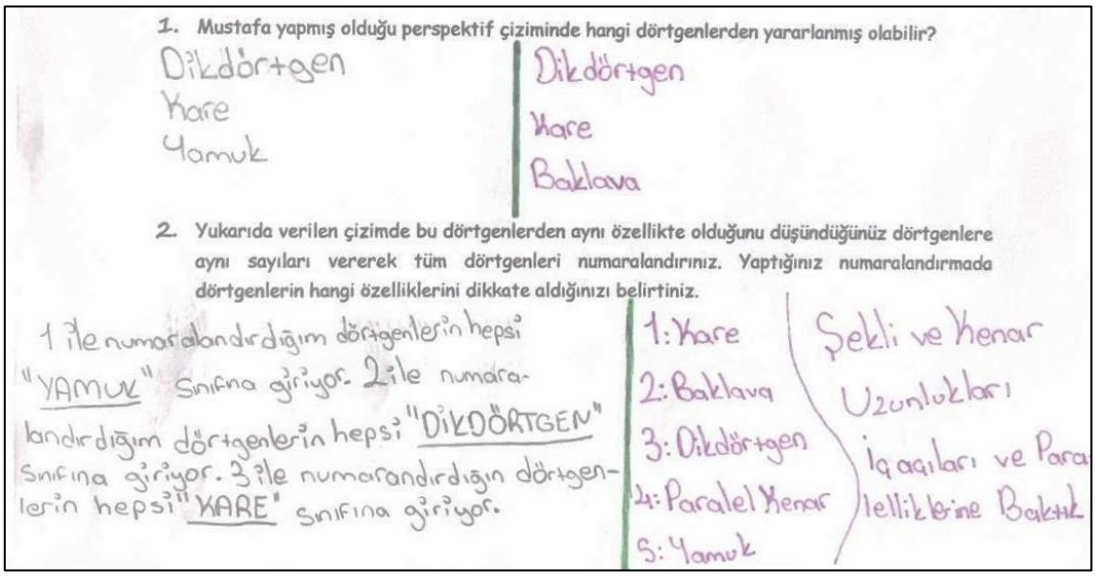
Dörtgenlerin özelliklerinin incelendiği ve öğrencilerin önceki öğrenmelerinin ortaya çıkarıldığı üçüncü etkinlikte, Eda bireysel çalışmasını yaptığı kağıt üzerinde takım çalışmasında yapılan değişiklikleri farklı bir renkte kalemle göstermiştir. Ancak etkinlik kağıdının taranmasıyla bu renklerin belli olmaması sebebiyle bireysel çalışmada yazdığı değerler altı çizili olarak gösterilmiştir (Şekil 27). Bu numaralandırmalar incelendiğinde Eda'nın bireysel çalışmada dörtgenleri 3 farklı sınıflandırmayla ele aldığı görülmektedir. Bu dörtgenlerin isimlerini de Şekil 28'de "dikdörtgen, kare ve yamuk" olarak belirtmiştir. Yaptığı açıklama incelendiğinde Eda'nın bu sınıflandırmayı yaparken açılarını değil sadece

kenar uzunluklarını dikkate aldığı görülmektedir. Eda bireysel çalışmasını ve takım çalışmasını aynı kağıt üzerinde yazdığı için takım çalışmasında yaptığı değişiklikler de bir sonraki paragrafta ele alınmıştır.



Şekil 27. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Bireysel (Altı Çizili) ve Takım Çalışması 1

Eda bireysel çalışmasında 3 farklı dörtgen olduğunu düşünürken, takım çalışmasıyla birlikte dörtgen çeşidini 5 olarak değiştirmiştir (Şekil 28). Bu sınıflandırmada bireysel çalışmasında sadece kenar uzunluğuna dikkat ettiği, takım çalışmasında ise şeklin görüntüsü, kenar uzunluğunun yanında iç açıları ile paralelliklerini de karşılaştırdıkları ve buna göre benzerlik olanları aynı sınıflandırmaya aldıkları görülmektedir.



Şekil 28. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Bireysel (sol) ve Takım Çalışması (sağ) 2

4.3.2. Takım Çalışması

Öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini karşılaştırarak sınıflandırma yaptıkları bu etkinlikte görsel üzerindeki incelemelerinden sonra GeoGebra'da da inceleme yaparak aşağıdaki sorular üzerinde tartışmaları istenmiştir:

- GeoGebra'da yaptığınız incelemeler sonunda, ilk yaptığınız numaralandırmalarda bir değişiklik olması gerekir mi?
- Kullanılan dörtgenlerin isimleri, özellikleri nelerdir?
- Dörtgenlerden benzer özellikleri olanlar var mıdır? Varsa hangi dörtgenlerin hangi özellikleri benzemektedir? Bu özellikleri karşılaştırdığınızda ulaşabileceğiniz sonuçlar nelerdir?

Naz (1) arkadaşlarının fikrini sorarak diyaloğu başlatmıştır. Burada Naz herhangi bir fikri olmadığı için değil önce onların fikirlerini duymak istediği için arkadaşlarına sormuştur. Çünkü arkadaşlarının fikirlerinin hemen ardından kendi yaptığı sınıflandırmayı paylaşmıştır (3). Eda (2) bireysel çalışmasından en emin olduğu dörtgen çeşidiyle "dikdörtgen" sınıflandırmasıyla başlamıştır. Naz (3) da kareyi de eklemiştir, ancak "prizma" kelimesini kullanması etkinlikte verilen yönergelerin dışına çıkarak tüm şekli gözden geçirdiğini göstermektedir. Zaten Eda (4) da hemen bu fikre itiraz etmiştir.

Tablo 16. Öğrencilerin Etkinlik-3 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**1. Naz:** Sizce hangi dörtgenler var? **2. Eda:** Dikdörtgen falan herhalde. **3. Naz:** Kare, dikdörtgen ve prizma. **4. Eda:** Yok. **5. Naz:** Baklava şekli de var. **6. Asu:** Evet kare, dikdörtgen. **7. Naz:** Yazıyorum ben baklava, kare, dikdörtgen. **8. Eda:** Yamuk da var aslında bak. **9. Naz:** O yamukların adı aslında baklava oluyor. Ama bir şey söyleyeceğim şöyle bir şey de var. Bu baklava gibi de değil baksana paralelkenar bu.	**16. Eda:** Bence bu yam.. Baklava, yamuk (şeklin yamuk olduğunda bahsediyorlar düz durmadığından) yani. **17. Naz:** Yok yamuk olanların hepsi baklava olmuyor. **18. Eda:** Çünkü bunlar böyle paralel gelmiyor, kesişiyor. **19. Naz:** 5'e yamuk mu yazacağız? 4 paralelkenar oluyor galiba? Yanlış hatırlamıyorsam. **20. Asu:** 4 paralelkenar. **21. Eda:** Bir şey diyeceğim 4 paralelkenarsa bu da öyle bu da öyle.

10. Eda: Evet bu paralelkenar.

11. Naz: Bu zaten hiçbir şey değil bu bir çokgen.

12. Asu: Burada bir tane daha var. Burada mesela her yeri dikdörtgen.

13. Naz: Şimdi buna 1dersek, buna 2.

14. Eda: Şimdi bu 2'ler kare mi?

15. Naz: Yok 2'ler baklava… dikdörtgenlere 3 dedik, bu paralelkenar buna 4 desek, bu da 5 bu bir çokgen yani.

22. Naz: Ama onun bir istisnası var. Onun böyle iki tane üçgeni birleşmiş gibi olması lazım. Bu öyle değil bak. Eş üçgen birleşmiş gibi olması lazım. Hepsi farklı, baklava yerken zaten böyle yemiyor musunuz?

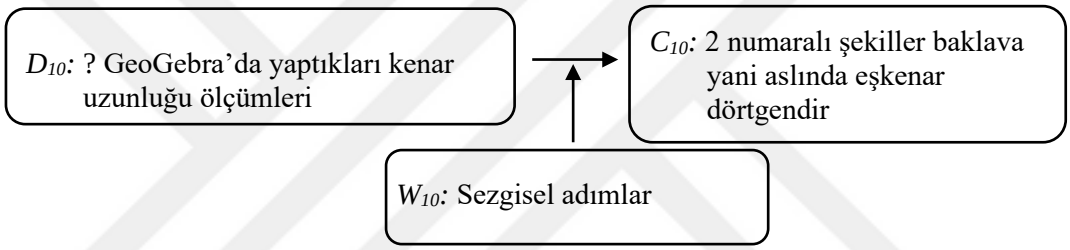
23. Naz: 4'e ben paralelkenar dedim bak tüm kenarları paralel.

24. Eda: Ama ona baktığın zaman şey de şöyle…

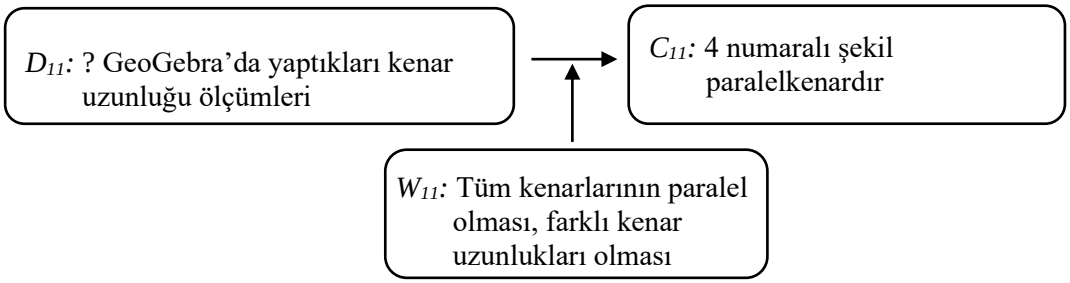
25. Naz: Tamam ama onun her kenarının uzunluğu aynı fark ettiysen. Bak burası aynı, burası aynı... İstersen ölç. Bunun farklı kenar uzunlukları.

Toulmin Modeli ile Analizi

Geri çıkarımsal akıl yürütme analizi;



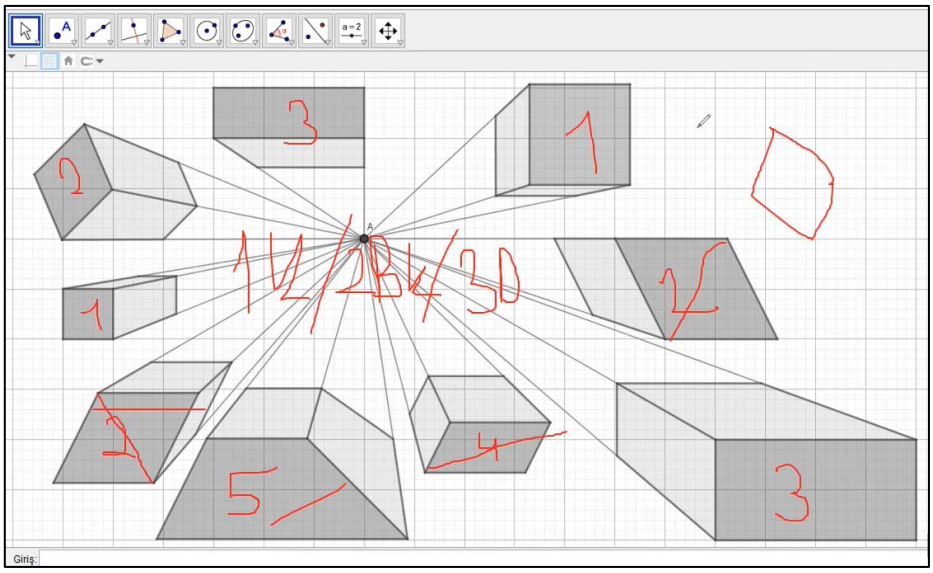
Geri çıkarımsal akıl yürütme analizi;



Naz (5) "baklava" kelimesiyle eşkenar dörtgenin günlük yaşamla çoğunlukla ilişkilendirilen durumunu dile getirmiştir. Asu (6) da ekranda şekilleri fare ile göstererek arkadaşlarının fikirlerini onaylamıştır. Bir önceki yıl geometri öğrenme alanı konularında eşkenar dörtgen de olmasına rağmen takımdaki hiçbir öğrenci bu ismi hatırlamamaktadır. Onun yerine benzetmeyle isim vermek onların kolayına gelmektedir. Eda bireysel çalışmasında kullandığı bir sınıflandırmayı daha kullanmıştır (8), bu sırada ekran üzerinde kalemle işaretleme yaparak arkadaşlarına göstermiş ancak Naz (9) bu şekillerin isminin "baklava" olduğunu söylerken tam da emin olamamıştır. Paralelkenara da benzediğini düşünmüştür. Burada aslında paralelkenar ile eşkenar dörtgen arasındaki benzerliği görüntü olarak fark ettiği söylenebilir. Ayrıca Naz'ın (9) yamuk kelimesi aslında dörtgen çeşidi olan

yamuk değildir. Çünkü daha sonra (11) geometrik şekillerden aslında "yamuk" olan dörtgeni, diğer dörtgen sınıflarından biriyle benzerliğini bulamadığı için onun sadece bir çokgen olduğunu belirtmiştir. Eda (10) da bu şeklin paralelkenar olduğu konusunda arkadaşına katılmıştır. Son olarak Asu (12) bir dikdörtgen daha olduğunu ekranda şeklin üzerine işaretleme yaparak göstermiştir.

Naz (13) Şekil 29'daki dörtgenlerin üzerinde 1 numara yazdıkları şekillere "kare", 2 numara yazdığı eşkenar dörtgenlere ise "baklava" adını vermiştir. 3 numara yazdıklarına "dikdörtgen", 4 numara olana "paralelkenar", 5 numaradaki son geometrik şekle ise özel bir isim bulamamış ve "çokgen" kelimesini kullanmıştır (5). Naz'ın bu cümlesinde "bu da bir çokgen yani" ifadesini kullanması onun da mecburen bir sınıflandırmaya eklenmesi gerektiğinin farkında olduğunu ama diğerleriyle hiçbir benzerlik bulamadığı ve yeni bir isimde bulamadığı için en genel ismiyle çokgen olduğunu belirtip geçmiştir. Ancak Eda'nın aklı bireysel çalışmada yazdığı (Şekil 28) dörtgen isimlerinde kalmış ve Naz'ın "yamuk" kavramını kullanmaması onun kafasını karıştırmıştır (16). Naz'ın açıklaması (17) tekrar Eda'nın kafasını karıştırmış ve Eda, Naz'ın yamuk derken aslında şeklin görüntüsünün düz olmamasını kastettiğini anlamamıştır. Buna rağmen Eda (18) yamuğun özelliğini paralel olmayan kenarlarını uzatıp birleştirerek açıklamaya çalışmıştır. Böylece biraz da olsa Naz'ı ikna etmeye başlamıştır ancak Naz (19) yine de emin olamamıştır. Eda (21) 2 ve 4 numaralar arasında karşılaştırma yaparak onların da benzerlikleri olduğunu bazılarının aynı zamanda paralelkenar olduklarını dile getirmiştir. Naz (22) ise onların eşkenar dörtgen özelliğini taşıdığının farkında olarak o şekillerin farklı olduğunu gerekçelendirmeye çalışmıştır. Ekrandaki dörtgenlerin bir tane köşegenlerini çizerken bir yandan da 2 numaraların yine baklava şeklinde olduğu konusunda ısrarını sürdürmektedir (22). Diyaloğun sonunda Eda ve Naz ortak bir fikre varamamışlardır. Son olarak Naz (25), Eda'nın iddiasını çürütmeyi hedeflediği için kenar uzunluklarını ölçerse hepsinin aynı çıkacağını iddia etmektedir.



Şekil 29. Öğrencilerin Etkinlik-3'e Ait Takım Çalışmaları 1

Numaralandırma kısmına geçtiklerinde Eda'nın bireysel çalışmasında oluşturduğu (Şekil 28) numaralardan daha farklı bir şekilde yapmışlardır. Takım olarak yaptıkları sınıflandırmada sonucunda oluşturdukları numaralandırmada (Şekil 29) 3 tane baklava, 2 tane kare, 2 tane dikdörtgen, 1 tane paralelkenar ve 1 tane de çokgen vardır. Kare ve dikdörtgen konusunda öğrencilerin ortak bir fikirde oldukları ancak eşkenar dörtgen ve yamukla ilgili farklı fikirlerde oldukları görülmektedir. Farklı fikre sahip iki öğrenci diyaloğun sonlarında birbirlerini ikna etmek için fazlasıyla uğraşmışlar ancak ikisi de kendi iddiasından vazgeçmemiştir. Burada öğrenciler eşkenar dörtgenin aslında özel bir paralelkenar olduğunu hatırlayamadıkları ancak özellikle Eda isimli öğrencinin bu iki dörtgen arasındaki benzerliğin farkında olduğu görülmektedir. Naz isimli öğrenci ise takım çalışmalarında daha baskın bir rol oynadığının ve kendi bulduğu sonuçların daha doğru farkında olarak bu tartışmada da yine aynı fikre kapılmış ve Eda'nın iddiasını çürütmeye çalışmıştır. Asu ise arkadaşlarının bu tartışmalarına pek dahil olmamayı tercih etmiştir. Naz özellikle diyaloğun sonlarına doğru eşkenar dörtgenlerin kenar uzunluklarına dair herhangi bir verileri olmamalarına rağmen Eda'yı ikna etmek için kenar uzunluklarının aynı çıkacağını iddia etmektedir. Gerekçesi de aslında eşkenar dörtgenin kenar özellikleridir. Öğrencilerin bu diyalogdaki akıl yürütmeleri, herhangi bir veri olmadan gerekçelerle bir iddia ürettikleri için geri çıkarımsaldır.

Tablo 17. Öğrencilerin Etkinlik-3 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Toulmin Analizi

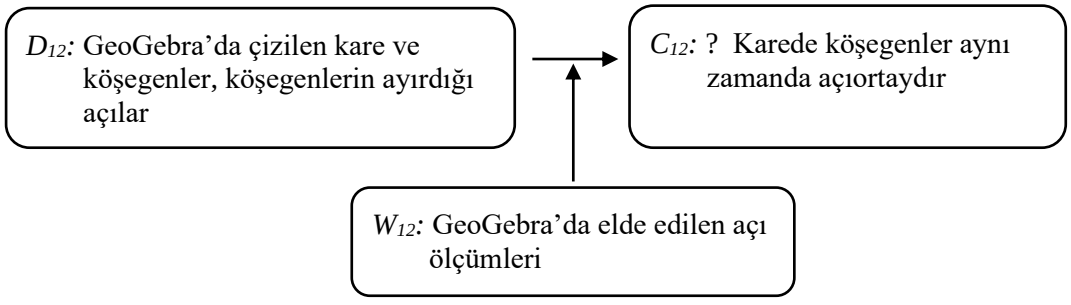
Öğrencilerin Diyalogları	**26. Naz:** Kenar uzunlukları. Mesela paralellikleri. **27. Eda:** Direkt şeklini desek olmaz mı hepsinin şekli farklı sonuçta. **28. Naz:** Iıı ııı, bazıları aynı ya. **29. Eda:** Ama şimdi kareyle dikdörtgeni neye göre ayırdık şekline göre ayırdık. **30. Asu:** Yanii… ama işte... ben şekli ve kenar uzunlukları diye yazdım. **31. Eda:** Ben de öyle yazacağım. **32. Naz:** Ölçüm yaptım mesela, örneğin 4,47, 4,47, 4,47 … bu 8 bu 4 cm, 2 cm 2 cm. Şuraları da ölçelim buralar 6 cm. Bak şimdi sen bunu mu sormuştun? **33. Eda:** Hıı hıı.	**34. Naz:** Burası 4 cm burası 2,24 cm anladın mı? **35. Eda:** Hım hımm. **36. Naz:** O yüzden. Şimdi soruda ne diyor okuyayım, özelliklerine baktık 2. soruya verdiğiniz cevapta bir değişiklik olması gerekir mi diyor? Hayır bence, çünkü biz zaten burada açılarına baktık, uzunluklarına baktık değişmez değil mi? **37. Asu:** Evet bence de değişmez. **38. Naz:** Bu değişiklikler nelerdir diyor değişmediği için bir şey de olmayacak. Değişmez yazalım. **39. Eda:** Evet, hayır diyelim o zaman. **40. Naz:** Ben değişmez yazdım. **41. Asu:** Ben de.

Etkinlikte sıradaki soru dörtgenlerin sınıflandırılmasında öğrencilerin nelere dikkat ettiklerini açıklamasını istemektedir. Naz (26) ilk özellik olarak paralelliklerine dikkat ettiklerini, Eda (27) ise görünüşlerine göre bir sınıflandırma yaptıklarını belirtmektedir. Naz (28) hayır anlamında bir ses çıkararak, geometrik şekillerin hepsinin farklı olduğu konusunda Eda'ya katılmamıştır çünkü bazı şekillerin aynı tür olduğunu ifade etmeye çalışmıştır. Asu (30) ise şekline ve kenar uzunluklarına dikkat ettiklerini söylemiştir. Bu sırada Naz ekran paylaşımı yapıyor bu geometrik şekillerde yaptığı uzunluk hesaplamalarını göstermiştir. Naz'ın (32) burada 4,47 kenar uzunluğuna sahip olarak gösterdiği şekil eşkenar dörtgen, 8 ve 4 cm uzunluklarına sahip olan şekil dikdörtgen, tüm kenar uzunlukları 2 cm olan şekil de karedir. Bu sayıları söylerken (32) ekran üzerinde şekilleri de göstermiştir. Son olarak da bir önceki diyaloglarında Eda ile ortak fikir oluşturamadıkları dörtgeni sormuştur. Onun kenar uzunluklarını da ölçerek (34) sadece karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu Eda'ya göstermiştir ve böylece Naz kendi iddiasını (25) da doğrulamıştır.

Naz üçüncü soruyu okuyarak (36) devamında kendi cevabını da eklemiştir. Aslında ilk olarak numaralandırma yaparken kenar uzunluklarını ya da açı ölçülerini ölçmemişlerdir. Numaralandırmaları yaptıktan sonra bu özelliklere bakmışlardır. Yine de yaptıkları isimlendirmelerde ve sınıflandırmalarda herhangi bir değişiklik olmayacağı fikrindelerdir. Öğrencilerin bu diyaloğunda herhangi bir iddia ortaya atılmadığı için matematiksel akıl

yürütmenin yapısal boyutu gözlenmemiştir. Süreç boyutunda ise önceki tartışmada ortaya atılan iddianın doğrulandığı görülmektedir.

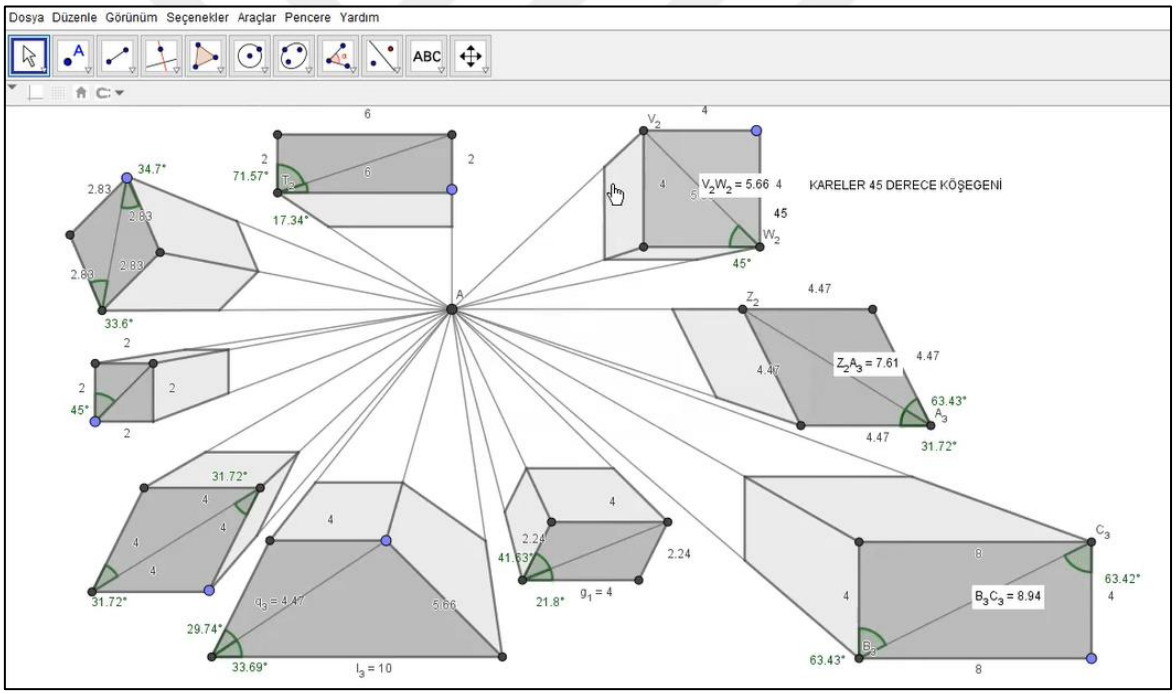
Tablo 18. Öğrencilerin Etkinlik-3 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td colspan="2">
42. Naz: Hepsinin köşegenlerini çizdik, iç açılarını da bulalım hepsinin. Açı, açı? Hah… Ama bir şey söyleyeceğim nokta yookk! Nokta olmadığı için yapmıyor.
43. Asu: Haa buraya bir tane daha nokta mı?
44. Eda: Evet.
45. Naz: Şuraya bir nokta koyalım köşegenlerin açısını nasıl bulacağız burada acaba sorabilir miyim?
46. Asu: Ee bulmuşsun zaten bulmamış mı?
47. Naz: AAA!!! Kanka kanka buldum 90’nın yarısı çünkü ortasında.
48. Eda: Çünkü ortadan ikiye bölmüş.
49. Asu: 45 yanii 45. Köşegenleri açısı 45 derecedir diyeceğiz bence.
50. Eda: Hepsininki 45 değil ki.
51. Naz: Hayır bu 45 canım, onu biz de biliyoruz.
52. Asu: Karelerinkisi 45.
53. Eda: Direkt 45 diye yaz.
54. Naz: Yazdım. GeoGebra’da yazdım ki şey olsun diye… Eee burada anlaşılan yarısını bulacağız.
55. Asu: Bu da 45 bu azıcık yamuk ama ya.
56. Eda: Ama bu tam yarısından gitmiyor.
57. Asu: Bütün karelerin köşegenleri 45’tir.
58. Naz: Hepsi dörtgendir.
59. Eda: Mesela bununki 45 derece bununki de 45 bu yazılabilir mi?
60. Naz: Karelerin köşegenlerin açıları eşittir. Benzer özellikleri mesela köşegenlere ayrıldığında iki tane üçgen oluşması hepsinde iki tane üçgen var.
61. Asu: Aaa! Aynen o da olabilir.
62. Eda: Evet.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">
Tümevarımsal akıl yürütme analizi;


</td>
</tr>
</table>

Dördüncü soruda istenenleri oluşturmaya Naz başlamıştır. Burada açı aracını kullanırken yine sorun yaşamıştır. Birkaç denemeden sonra eksik olan noktayı fark ederek ölçümü yapmıştır. Köşegenlerin oluşturduğu açılar derken bir köşedeki köşegenin çizilmesiyle o köşedeki açı hakkında konuşulması gerektiğini düşünerek Asu (46) zaten

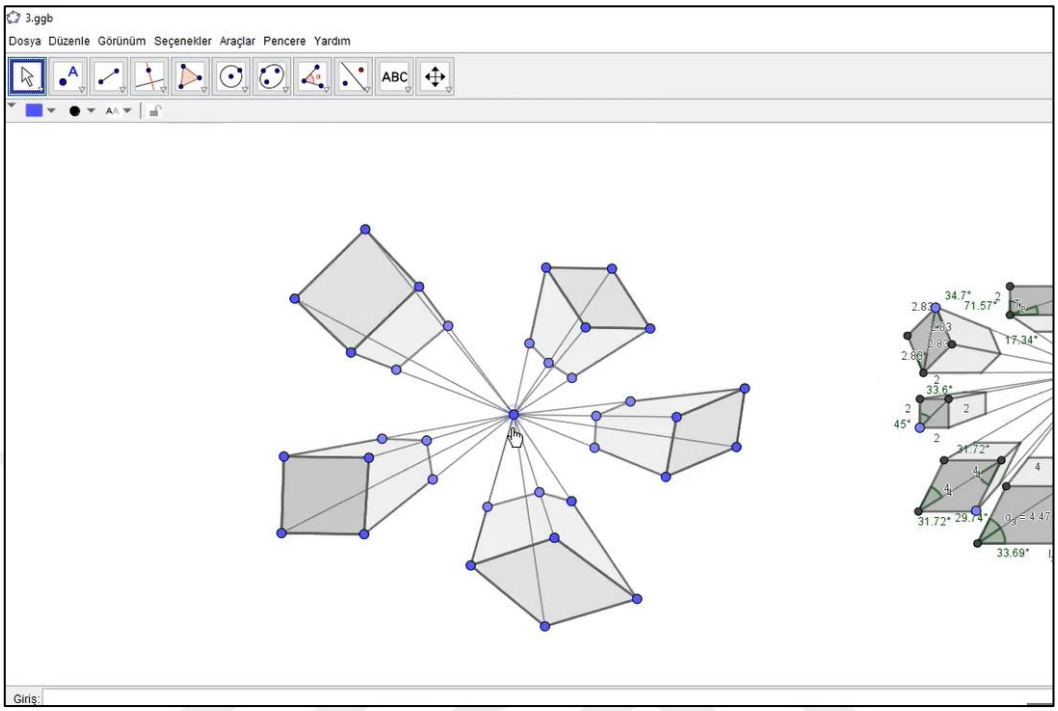
bulmuş olduklarını söylemiştir. Naz (47) ise farkında olmadığı için yüksek sesle tepki vererek bir anda karenin köşesini göstererek köşegenin o açıyı ikiye böldüğünü ifade etmiştir. Eda (48) da bu gerekçeyi Asu (49) da heyecanlı bir ses tonuyla 45 olması gerektiğini söylemiştir. Eda (50) bir an tüm köşegenlerde aynı ölçünün çıkmasını iddia ettiğini sanmış ancak Asu (52) yanlış anlaşılmayı düzelterek tüm karelerde aynı sonuca ulaşacaklarını genelleme yaparak iddia etmiştir. Naz (54) da diğer şekilleri göstererek (Şekil 30) hepsinin iç açılarının yarısının bulunması gerektiğini düşünmüştür. Eda (56) köşegenlerden birinin tam yarısından geçmediğini yani aslında iddialarını çürütecek bir veri bulmuştur. Yine de Asu (57) iddiayı kesin bir şekilde ifade etmiştir. Eda (59) da bu sırada verileri toplamaya devam etmiştir. Naz (60) diğer karelerle karşılaştırma yaparak, Asu'nun (57) iddiasına eklemede bulunmuştur. Sonrasında sorunun devamı ile ilgili fikirlerini söylemiştir. Diğer öğrencilerin de bu fikirleri onaylamasıyla diyaloğu sonlandırmışlardır.



Şekil 30. Öğrencilerin Etkinlik-3'e Ait Takım Çalışması 2

Köşegenleri oluştururken ikinci etkinlikte yaptıkları çokgenlerle karıştırmış olmalılar ki sadece bir tane köşegen çizmişlerdir. Soruda ise köşegenlerin uzunlukları ve bu köşegenler arasında oluşan açılar hakkında konuşmaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin tam anlamıyla hedefine ulaşamadığı söylenebilir. Yanlış anlamalarına rağmen öğrenciler bazı iddialarda bulunmuşlardır. Birkaç tane veri elde etmişler ve bu verilerin karşılaştırılıp

benzerliklerinin bulunmasıyla birlikte genelleme yapmış ve böylece iddialarını ortaya atmışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri tümevarımsaldır.



Şekil 31. Öğrencilerin Etkinlik-3'e Ait Takım Çalışmaları 3

Öğrenciler etkinliğin son sorusu için istenen dörtgenleri oluşturmuşlardır (Şekil 31). Ancak soruda isteneni, verilen materyaldekinin aynısının yapılması gerektiğini düşünerek yapmışlardır. Asıl istenen, dörtgenlerin GeoGebra'da inşa edilmesidir. Yani şeklin köşe noktalarından birinin yeri değiştirilse de şeklin özelliğini, yapısını koruması istenmiştir. Son iki soru için öğrenciler herhangi bir tartışma yapmamışlardır. Sadece şekli oluşturup, çalışmayı bitirdiklerini söylemişlerdir.

4.3.3. Sınıf Tartışması

Üçüncü etkinliğin ilk sorusuna verdikleri cevapları öğrenciler sırasıyla paylaşmışlardır. Burada takım çalışmasında yine takım arkadaşları olmadığı için tek başına çalışan Can, Naz'ın baklava adını verdiği eşkenar dörtgen için yeni bir isim önerisinde bulunmuştur: eşkenar kare. Bu öneri Can'ın eski bilgilerini biraz da olsa hatırladığını göstermektedir. Öğretmenin bu isimde geçen karenin özelliklerinin neler olduğunu sorması üzerine Can ve Naz arasında şu şekilde bir tartışma geçmiştir:

Can: Hepsinin eşit olması

Naz: Ama karenin iç açılarının 90° olması.

Can: Açılarının hepsinin eşit olması.

Naz: Açıları eşit değil işte.

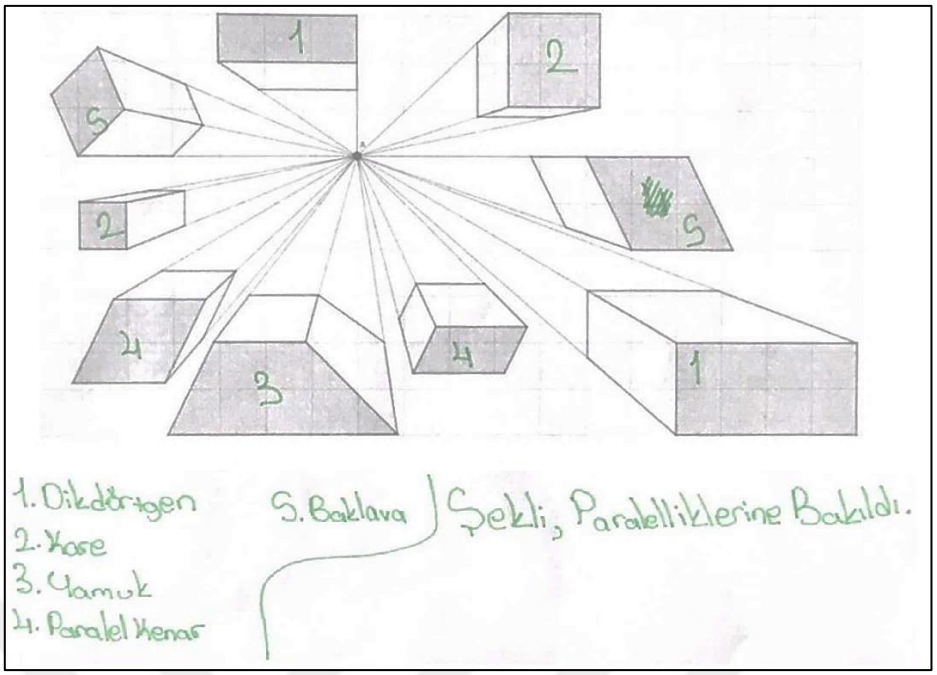
Can: Geniş açıları da var.

Bu kısa tartışma sonucunda Can ve Naz bu şeklin kare olmadığı konusunda anlaşmışlardır. Dörtgenlerin özelliklerini belirlemeyle ilgili soruda köşegen oluşturup dörtgeni kenarı ile köşegen arasında kalan açı hakkındaki takım çalışmasındaki sonuçları Naz burada aynen paylaşmıştır. Can ise bu köşegenlerden iki tane çizilmesi gerektiğini söylemiş ancak köşegenler arasında oluşan açıyla ilgili herhangi bir yorumda bulunmamıştır.

Dörtgenlerin benzer özelliklerini belirlemeyle ilgili Can, dikdörtgen ve karenin benzer özellikleri olduğunu belirtmiştir. Bu özellikler kenar sayıları ve iç açı ölçülerinin eşit olması ile ikisinin de kenarlarının paralel olmasıdır. Ayrıca Can, *"dikdörtgen, kare, paralelkenar ve yamuğun da kenar sayıları eşittir"* şeklinde bir ifade kullanmıştır. Burada Can'ın yine eski bilgilerini hatırladığı görülmektedir. Can'ın yamuk kelimesini kullanması üzerine diğer öğrencilerden herhangi biri bunu sorgulamamıştır.

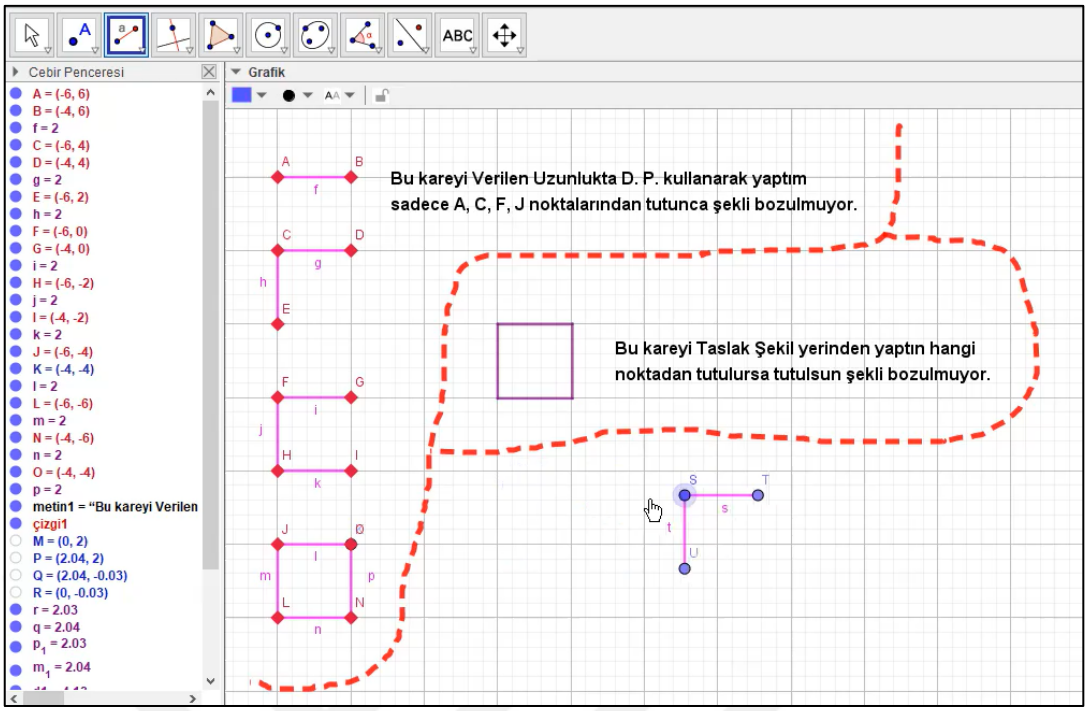
4.3.4. Öz Yansıtma

Öğrencilerin bireysel çalışmasından öz yansıtma çalışmalarına kadar dörtgenleri sınıflandırmalarında bazı değişiklikler olmuştur. Eda bireysel çalışmasında yamuk, dikdörtgen ve kare olmak üzere üç farklı dörtgen kullanmış, takım çalışmasında baklava ve paralelkenarın eklenmesiyle bu sayı beşe çıkmıştır. Ancak takım çalışmasında "yamuk" kelimesi yerine Naz'ın sadece "çokgen" kelimesinin kullanılmasını istemesine rağmen Eda, kendi etkinlik kağıdına (Şekil 28) bu şeklin adını "yamuk" olarak not almıştır. Sınıf tartışmasında da yine beş farklı dörtgenden bahsedilmiş sadece bazı şekillerin özellikleri üzerinden tartışmalar yapılmıştır. Sınıf tartışmasında da yamuk kelimesinin kullanılması üzerine, Eda sınıf tartışmasında pasif olarak kalsa da kendi düşüncelerinin benzerlik göstermesiyle birlikte öz yansıtma çalışmasına (Şekil 32) da bunu yansıtmıştır.



Şekil 32. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Öz Yansıtma Çalışması

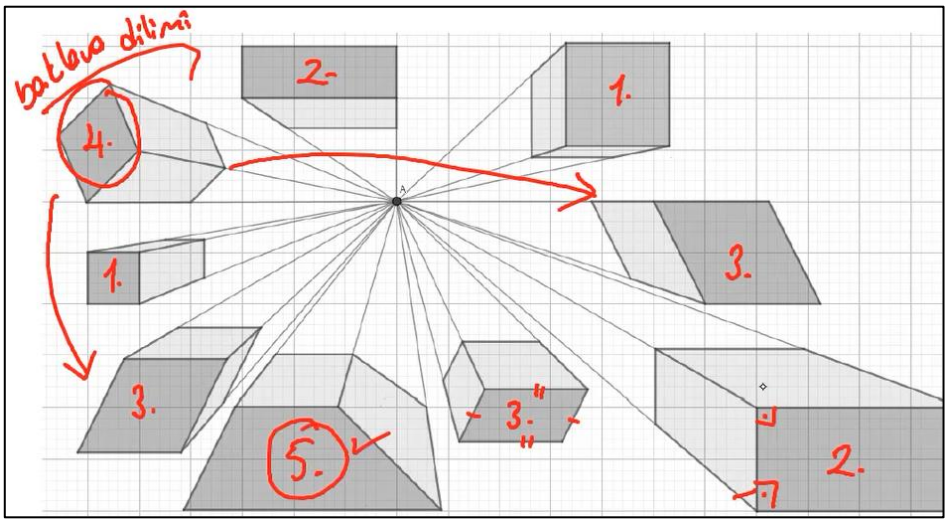
Takım çalışmasında da sınıf tartışmasında da öğrencilerin dörtgenleri GeoGebra'da inşa edemedikleri görülmüştür. Öz yansıtma çalışmasında ise sadece Eda bu soru üzerinde düşünerek kendi çalışmasını (Şekil 33) öğretmeniyle kurumsallaştırma aşamasından önce paylaşmıştır. Bu çalışmada Eda aşama aşama nasıl yapmaya çalıştığını anlatmıştır. Sadece kareyi oluşturmayı denemiş bunun için verilen uzunlukta doğru parçası aracını kullandığını belirtmiştir. Ancak paralel olmasını sağlayamadığı için bir köşesi hariç diğer üç köşesi değiştirildiğinde karenin şekli bozulmuştur. Bunu sağlayamadığını özellikle dile getirmiştir. Ayrıca ikinci bir yol olarak taslak şekil aracını kullanarak kareyi yapabileceğini fark etmiştir. Bu aracın kullanılarak karenin oluşturulmasını doğru bulmadığı için kendisini başarmış olarak görmemektedir.



Şekil 33. Eda'nın Etkinlik-3'e Ait Öz Yansıtmasındaki GeoGebra Çalışması

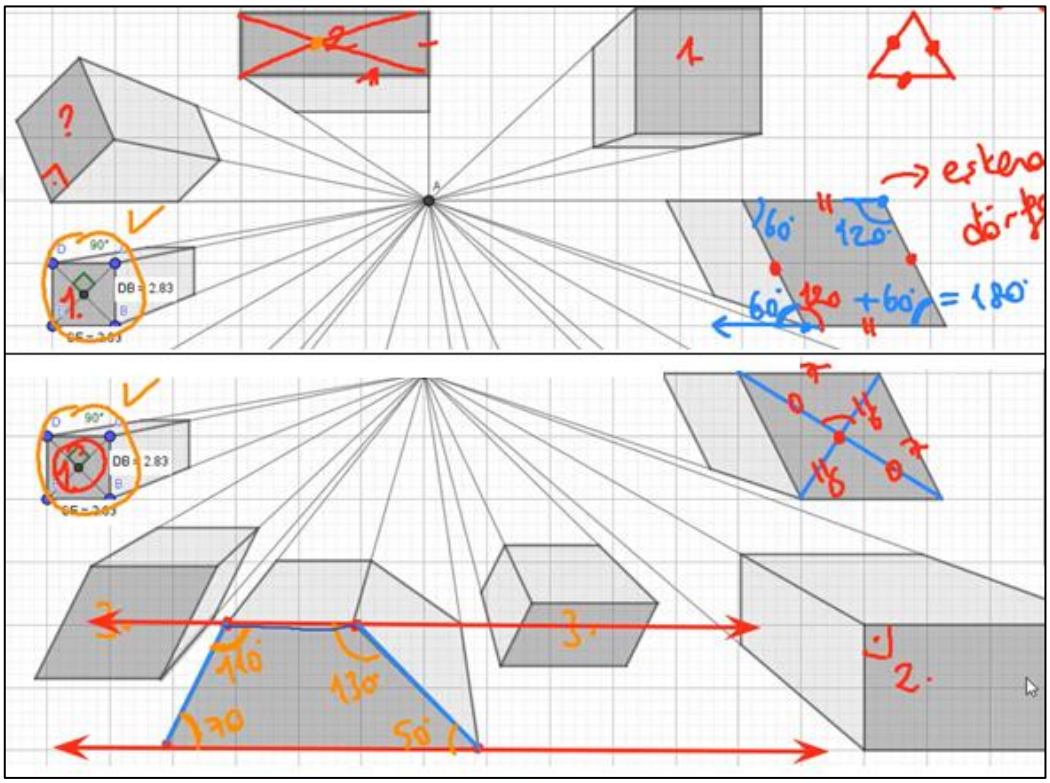
4.3.5. Kurumsallaştırma

Öğretmen, bireysel çalışmadan öz yansıtma aşamasına kadar öğrencilerin yaptıkları tüm sınıflandırmaları değerlendirerek (Şekil 34) kurumsallaştırma aşamasına başlamıştır. Öncelikle dörtgenlerin doğru isimlerini öğrencilerle paylaşmış ve sonrasında tek tek özelliklerini GeoGebra'da gerekçelendirerek öğrencilere açıklamıştır. Özellikle eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasındaki benzerliği fark eden öğrencilere de dönütler vermiştir.



Şekil 34. Etkinlik-3 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 1

Bu etkinlikle birlikte MEB (2018) matematik öğretim programında da belirtildiği gibi yamuk en genel dörtgen olarak ele alınmış ve sırasıyla paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin özellikleri diğer dörtgenlerle ilişkilendirilerek anlatılmıştır (Şekil 35). Ayrıca paralelkenarın özel durumu olarak eşkenar dörtgen ve dikdörtgen; dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel durumu olarak da kare ele alınmıştır. Bu aşamanın sonunda öğretmen konuşulan tüm özelliklerin olduğu bir ders notunu öğrencilerle paylaşmış ve öğrencilere gerekli olduğu durumlarda sonraki etkinliklerde kullanabileceklerini söylemiştir.



Şekil 35. Etkinlik-3 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 2

4.4. EŞKENAR DÖRTGEN VE YAMUĞUN ALANI

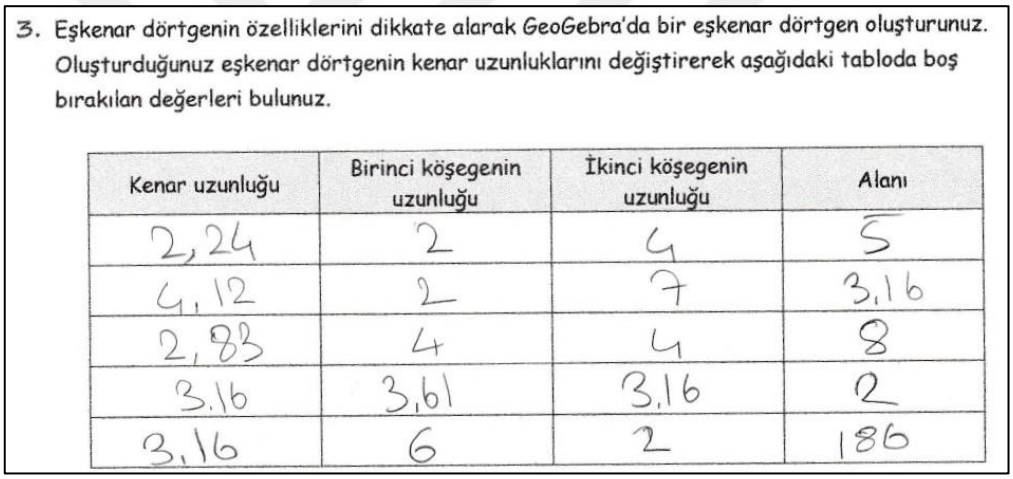
Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntısını oluşturmaya yönelik (MEB, 2018) Etkinlik-4 hazırlanmıştır ve bu etkinlik üç bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde günlük yaşam durumu üzerinden kare, dikdörtgen ve paralelkenarın alan bağıntılarını hatırlatmak ve eşkenar dörtgen ile yamuğun alanı hakkında bir fikir oluşturmak amaçlanmıştır. İkinci bölümde öğrencilerden GeoGebra'da eşkenar dörtgen oluşturup istenenleri tabloya doldurmaları ve alan bağıntısına ulaşmak için bazı karşılaştırmalar yapmaları beklenmektedir. Son bölümde ise öncelikle yamuğun alanını farklı geometrik şekillerden yararlanarak elde etmeleri için GeoGebra'da yamuk oluşturarak bir köşegeni çizilince oluşan

üçgenler üzerinden alan hesaplamaları istenmiştir. Daha sonra yamuğun kenar uzunlukları değiştirilerek farklı yamuklar üzerinde elde edilen değerlerle tablonun doldurulması ve yine karşılaştırmalar yaparak alan bağıntısına ulaşılması beklenmektedir.

4.4.1. Bireysel Çalışma

Dördüncü etkinlikte öğrencilerden bir önceki etkinlikte öğrendikleri özelliklere dikkat ederek eşkenar dörtgen ile yamuk oluşturmaları ve tablolarda istenen değerleri bularak alan bağıntıları için genelleme yaparak matematiksel bir ifade oluşturmaları beklenmektedir. Bu doğrultuda etkinlikte tablodan sonra yer alan yönerge aşağıdaki gibidir:

- Eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları ile alanı arasında nasıl bir ilişki kurabilirsiniz? Bu ilişkiyi düşünerek eşkenar dörtgenin alanının bulunabileceği matematiksel bir ifade oluşturunuz. Bu ifadeyi nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.



3. Eşkenar dörtgenin özelliklerini dikkate alarak GeoGebra'da bir eşkenar dörtgen oluşturunuz. Oluşturduğunuz eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarını değiştirerek aşağıdaki tabloda boş bırakılan değerleri bulunuz.

Kenar uzunluğu	Birinci köşegenin uzunluğu	İkinci köşegenin uzunluğu	Alanı
2,24	2	4	5
4,12	2	7	3,16
2,83	4	4	8
3,16	3,61	3,16	2
3,16	6	2	186

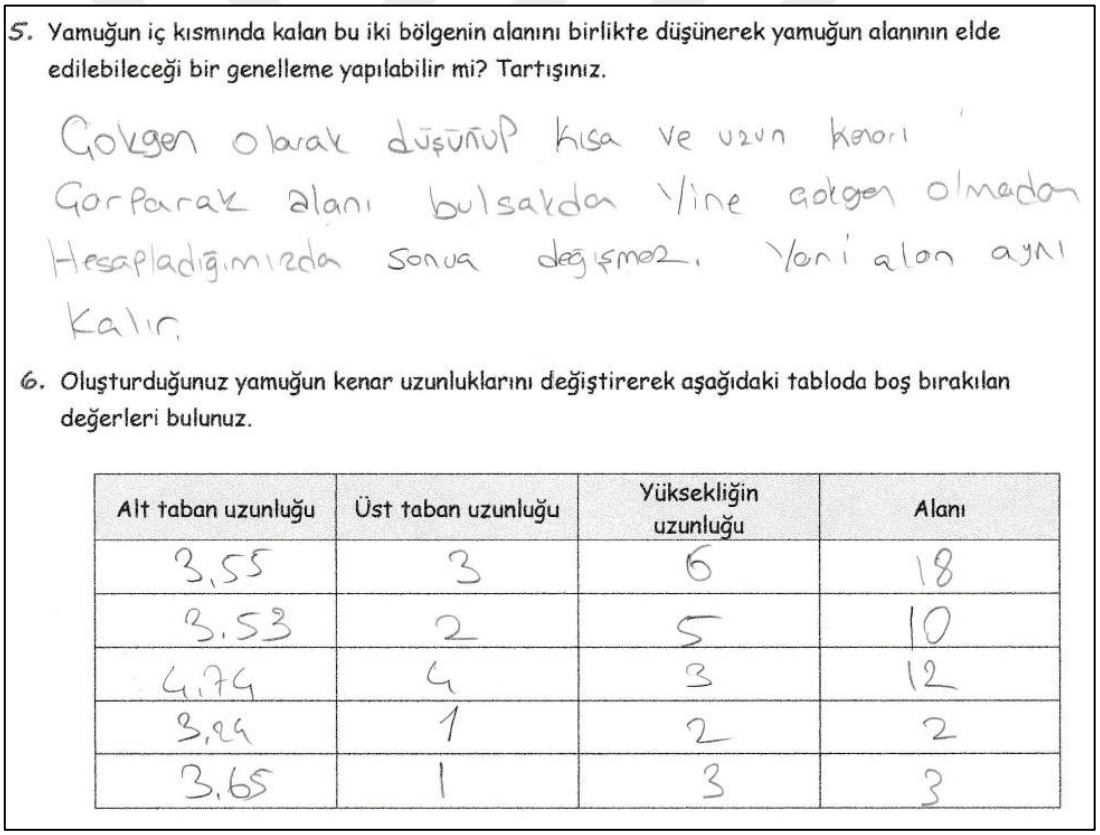
Şekil 36. Elif'in Etkinlik-4'e Ait Bireysel Çalışması 1

Elif isimli öğrenci bu etkinlikten önceki çalışmalarda genel olarak aktif katılım sağlamamış ancak bu etkinlikte özellikle bireysel çalışmalarda Elif'in iddialar ortaya attığı görülmektedir. Etkinlikte istenen eşkenar dörtgene ait GeoGebra dosyasını paylaşmamıştır ama tabloda istenen değerleri yazmıştır. Tablodaki değerler (Şekil 36) karşılaştırıldığında Elif'in hatalı ölçümler yaptığı görülmektedir. Daha önceki çalışmalara katılmadığı veya katılmış olduğu halde kendisi GeoGebra yazılımını kullanmadığı için bu hataları yaptığı düşünülmektedir. Elif, eşkenar dörtgenin köşegenleri ile alanının karşılaştırılarak eşkenar dörtgenin alanına ilişkin matematiksel ifadenin oluşturulması sorusunda farklı bir ilişki bulduğunu düşünmektedir. Bu ilişki eşkenar dörtgenin köşegenleri değil, eşkenar dörtgenin kenar uzunluğu ile köşegen uzunluğunun çarpımının eşkenar dörtgenin alanını verdiğidir.

Elif'in herhangi bir gerekçe belirtmeden bu iddiayı yazması sadece soruyu tamamlamak için yapmış olduğunu düşündürmektedir. Çünkü tablodaki verileri incelendiğinde bu iddiasını doğrulayan değerler görülmemektedir.

Dördüncü etkinliğin ikinci bölümü (Şekil 37) için GeoGebra'da yamuk oluşturup yine tablodaki değerlerin bulunması ve yamuğun alanına ilişkin matematiksel bir ifade oluşturulması beklenmektedir. Bu doğrultuda etkinlikte öğrencilere ilk olarak aşağıdaki yönerge verilmiştir:

- Yamuğun özelliklerini dikkate alarak GeoGebra'da bir yamuk oluşturunuz. Oluşturduğunuz yamuğun bir köşegenini çiziniz. Bu köşegeni çizdiğinizde yamuğun içini hangi çokgenlere ayırmış oldunuz? Bu çokgenler yardımıyla yamuğun alanını nasıl hesaplayabilirsiniz? Açıklayınız.



5. Yamuğun iç kısmında kalan bu iki bölgenin alanını birlikte düşünerek yamuğun alanının elde edilebileceği bir genelleme yapılabilir mi? Tartışınız.

Çokgen olarak düşünüp kısa ve uzun kenarı Çarparak alanı bulsakda yine çokgen olmadan Hesapladığımızda sonuç değişmez. Yani alan aynı kalır.

6. Oluşturduğunuz yamuğun kenar uzunluklarını değiştirerek aşağıdaki tabloda boş bırakılan değerleri bulunuz.

Alt taban uzunluğu	Üst taban uzunluğu	Yüksekliğin uzunluğu	Alanı
3,55	3	6	18
3,53	2	5	10
4,74	4	3	12
3,24	1	2	2
3,65	1	3	3

Şekil 37. Elif'in Etkinlik-4'e Ait Bireysel Çalışması 2

Elif'in tablodan önceki soruya verdiği cevap incelendiğinde dikdörtgenin alanından yola çıkarak yamuğun alanı için de bir iddia ortaya attığı görülmektedir. Burada Elif herhangi bir veri elde etmeden iddiaya ulaştığı için geri çıkarımsal akıl yürütme yaptığı söylenebilir. Ancak Elif bu iddiası için geçerli bir gerekçe de belirtmemiştir. Ayrıca Elif'in

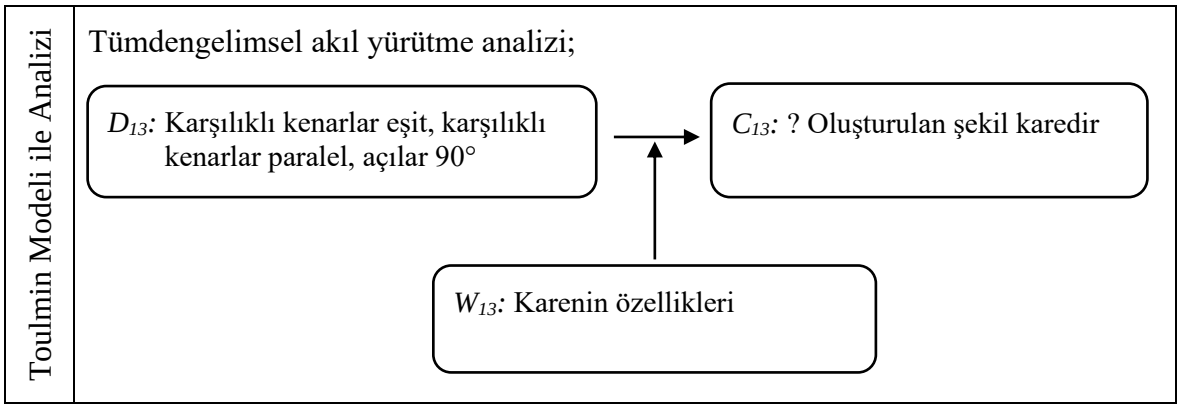
yine bu kısımda da hatalı ölçümler yaptığı görülmektedir. Tablodaki değerlerden yola çıkarak yamuğun alanının yükseklik ile tabanının çarpılarak bulunabileceğini iddia etmiştir. Bu iddiasında tablodaki yanlış verilerden bir genelleme yaparak iddiaya ulaştığı için akıl yürütmesi tümevarımsaldır.

4.4.2. Takım Çalışması

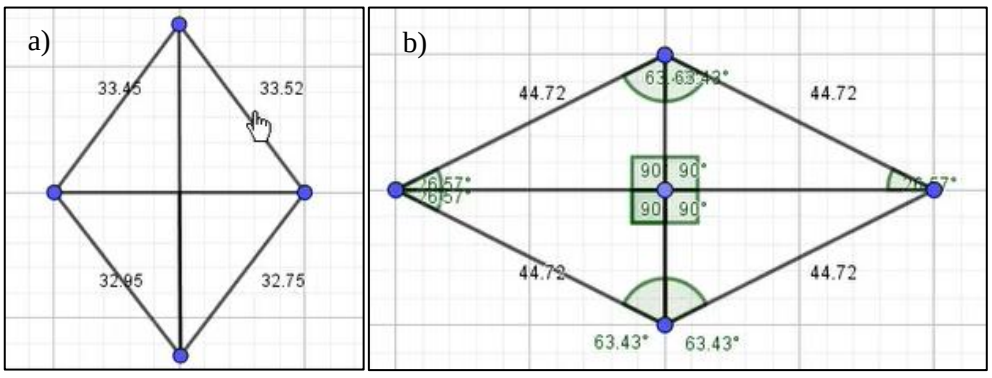
Dördüncü etkinliğin ilk kısmı dörtgenlerin alanlarına giriş olarak düşünülmüştür. Burada kare, dikdörtgen ve paralelkenarın alanlarının hatırlanması ve eşkenar dörtgen ile yamuğun alanı hakkında öğrencilerin düşünmesi beklenmektedir. İlk olarak eşkenar dörtgenin alanının keşfi için öğrencilerin eşkenar dörtgen oluşturması gerekmektedir. Öğrenciler burada eşkenar dörtgenin özelliklerine dikkat etmelidirler. Öğretmenin üçüncü etkinlikte öğrenilen dörtgenlerin özellikleriyle ilgili öğrencilerle paylaştığı ders notlarını da kullanmalarına izin verilmiştir.

Tablo 19. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**1. Naz:** Şimdi bir eşkenar dörtgen çizmemiz gerekiyor. Verilen ölçüde açı mı? **2. Asu:** Yoo hayır o ölçüyordu. Bu çokgendi buradan mı yapıyorduk? **3. Naz:** Bak açıortay var. Bir dakika şimdi düzgün bir… 4 tane yapalım. **4. Naz:** Şimdi uçurtmanın ortası gibi bir şey çizmemiz lazım, dik. Ben şimdi şöyle düşündüm. Buradan bir 90 derecelik açı… Bunlar eşit oldu mu bakacağım. Iııı, bunu nereden eşit yapacağız? **5. Eda:** Karşılıklı kenarlar eşit olmayacak mı? **6. Naz:** Evet, karşılıklılar eşit ve birbirine paralel. **7. Eda:** Bu yine kare gibi durmuyor mu? Her tarafı eşit. **8. Öğretmen:** Kare ile eşkenar dörtgeni karşılaştırırsak benzer/farklı özellikleri var mı?	**9. Naz:** Tabi ki de. **10. Öğretmen:** Hangi özellikleri benziyor? **11. Naz:** Hocam sadece 4 köşesi olması, bir de şeyi benziyor. 90, şu… söyleyemedim. … **12. Naz:** Köşegenlerin uzunluğuna bakalım. Şimdi… 80, köşegenin uzunluğu 80. Diğer köşegenin uzunluğu ise 40. Alanı… bunun alanı nasıl bulunur? **13. Asu:** Alan 160 çıktı. **14. Naz:** Şimdi bunun kenarlarını uzatınca tüm değerler değişecek. Şimdi böyle uzattım, böyle bir kare oldu tabi ki de. … **15. Naz:** Kare oldu mu? Yoo… oldu pardon. **16. Eda ve Asu:** Hımm hımm.

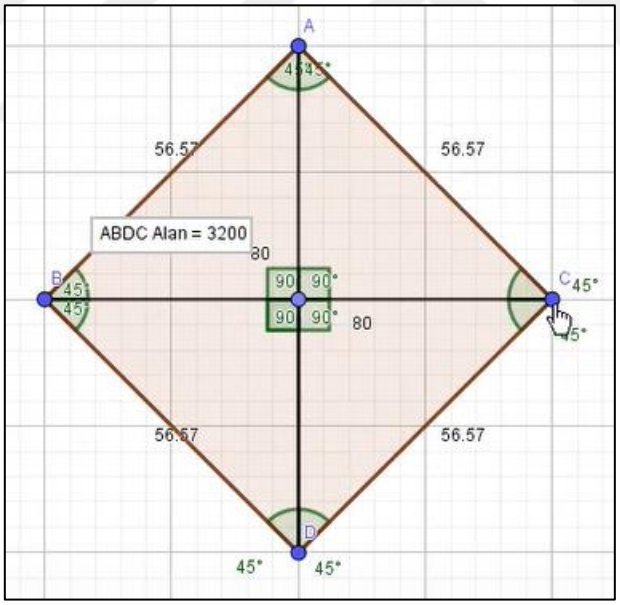


Naz (1) GeoGebra'da hangi aracın kullanılacağını takım arkadaşlarına sorarak tartışmayı başlatmıştır. Naz önce açıları oluşturarak başlanması gerektiğini düşünürken, Asu (2) çokgen aracını kullanarak direkt şeklin oluşturulması gerektiğini düşünmektedir. Asu tek tek araçları gezerken Naz (3) yine düzgün çokgen aracını kullanmalarını önermiştir. Aynı zamanda öğretmenin gönderdiği ders notlarına eşkenar dörtgenin özelliklerinden emin olmak için bakmışlardır. Naz (4) eşkenar dörtgeni günlük hayattan bir nesneye benzeterek özellikleri arasında ilişki kurmaya çalışmıştır. Bu özelliklere göre GeoGebra'da önce açı aracını kullanmadan zemindeki ızgara çizgilerinden yararlanarak köşegenlerin kesiştikleri noktada köşegenler arasında oluşan açının 90° olacağını düşünerek, eşkenar dörtgenin köşe noktalarını belirlemiştir. Sonra doğru parçası aracı ile köşegenleri oluşturmuştur. Son olarak da köşe noktalarını birleştirerek eşkenar dörtgenin kenarlarını elde etmiştir. İlk olarak yapmaya çalıştıkları eşkenar dörtgen Şekil 38'de (a) verilmiştir. Bu şeklin kenar uzunluklarını ölçtükten sonra olması gereken özellikleri sağlamadığını fark etmişlerdir. Eda (5) da bu özelliği Naz'a hatırlatmıştır. Ancak Naz (6) da bu özelliklerin bilincinde olduğunu belirtmiş ve kenar uzunluklarını aynı yapmaya çalışarak köşe noktalarını konumlarını değiştirmeye başlamıştır. Böylece istedikleri gibi kenar uzunlukları birbirine eşit olan şekli elde etmişlerdir (Şekil 38; b).



Şekil 38. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 1 (a, Hatalı Yapılan Eşkenar Dörtgen; b, Doğru Yapılan İlk Eşkenar Dörtgen)

Eda (7) oluşturdukları şekilden memnun değil çünkü ona göre kenar uzunluklarının eşit olması bu şeklin kare olduğu hissini vermiştir. Bu sırada Naz, eşkenar dörtgenin iç açı ölçülerini bulmuştur. Eda'nın sorusunu duyan öğretmen (8) takımdaki öğrencilerden kare ile eşkenar dörtgeni karşılaştırmalarını istemiştir. Naz (9) benzer özellikleri olduğunu onaylamıştır, bu özelliklerin (10) ikisinin dört köşesinin olması ve sonrasında anlatmaya çalıştığı da köşegenlerinin dik kesişmesidir. İkisi arasındaki farklılıklarla ilgili herhangi bir şey söylememiş ve bir süre sessizlikten sonra köşegen uzunlukları ile alanı da hesaplayarak (12) soruda verilen tabloyu doldurmaya geçmişlerdir. Ancak alan hesaplamak için kapalı bir bölgeye ihtiyaçlarının olduğunu unutmuşlardır. Naz, alan aracını bulmuştur ve oluşturdukları eşkenar dörtgeni seçmeye çalıştığında alanın hesaplanamadığını görmüşlerdir. Bu sırada öğretmen alan ölçmek için kapalı bir bölgeye ihtiyaçları olduğunu hatırlatınca öğrenciler hemen çokgen aracını kullanarak eşkenar dörtgenin alanını ölçmüşlerdir.



Şekil 39. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 2

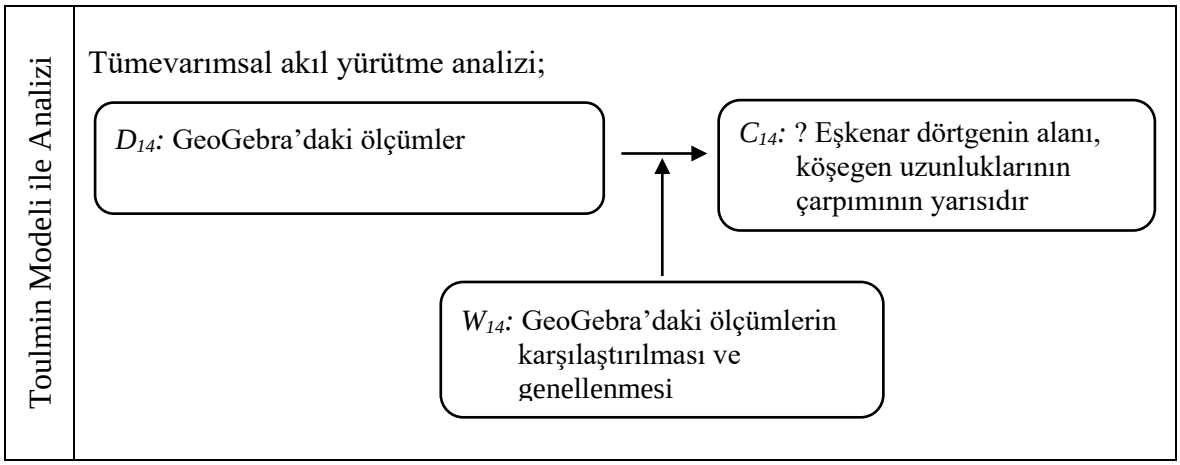
Elde ettikleri ilk veriden sonra yeni bir eşkenar dörtgen oluşturmak yerine var olan şeklin köşe noktalarının yerlerini değiştirmeyi tercih etmişlerdir. Naz (14) ikinci kez denedikten sonra oluşan şeklin (Şekil 39) kare olduğunu iddia etmiş, takım arkadaşlarından herhangi bir destek alamayınca kendisi tekrar düşünmüştür. Takım arkadaşlarından beklediği desteği alamayınca iddiasından emin olamamıştır (15). Oluşan şeklin iç açı

ölçülerini karşılaştırmasıyla aslında bu iddiasını gerekçelendirerek doğrulayabilirdi. Eda ve Asu (16) biraz düşündükten sonra aynı anda evet anlamında bir ses çıkarmışlardır. Burada oluşan şeklin kare olmadığına hemfikir olduktan sonra Naz köşe noktalarını tekrar değiştirerek başka bir eşkenar dörtgen oluşturmaya başlamıştır.

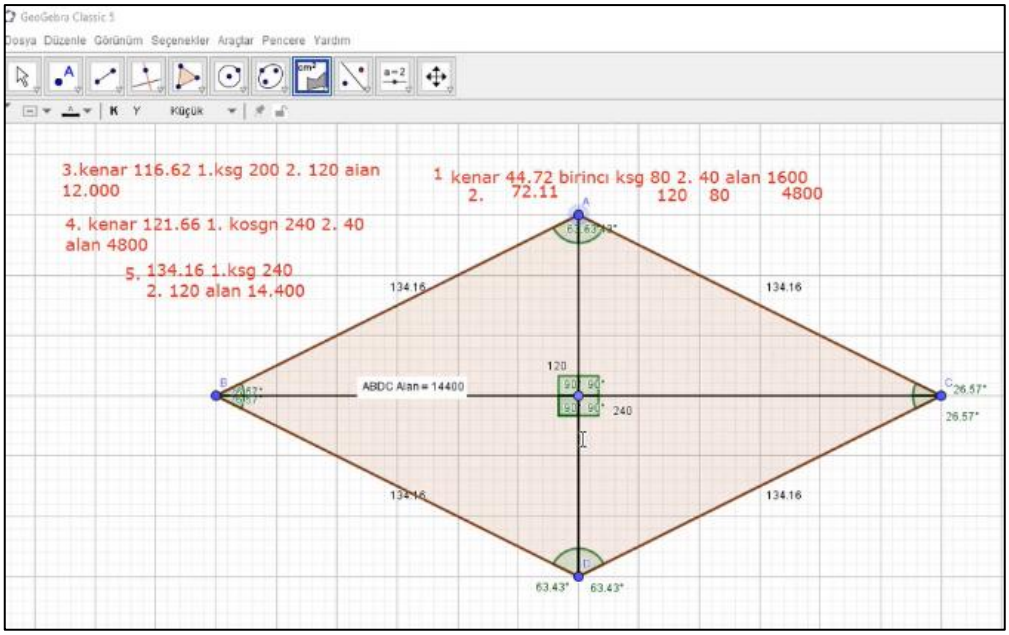
Öğrencilerin dördüncü etkinliğe ait ilk diyaloglarında bazı iddialarda bulundukları ama tam olarak gerekçelendirmedikleri görülmektedir. GeoGebra'da oluşturdukları geometrik şekillerden elde edilen verilerle bir iddia ortaya atan ilk olarak Eda olmuştur. Eda (7) burada karenin özelliklerinden yola çıkarak kendi oluşturdukları şeklin de kenar uzunluklarının eşit olması gerekçesiyle kare olduğunu iddia etmesi onun tümdengelimsel akıl yürüttüğünü göstermektedir. Naz (14) da yine karenin özelliklerinden yola çıkarak oluşturdukları geometrik şeklin kare olduğu sonucuna varması onun da tümdengelimsel akıl yürüttüğünü göstermektedir. Ancak Naz, Eda'nın aksine gerekçesini açıkça belirtmemiş ve arkadaşlarından destek alamayınca iddiasından vazgeçmiştir.

Tablo 20. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**17. Naz:** Şöyle yaparsak. Bu arada alanı değişmiyor ha. Ölçtüm 1600 çıktı. Hepsinin alanı 1600 yazın siz. **18. Naz:** Aaa! Bir şey söyleyeceğim. Şimdi bir şey yapmış olmadık çünkü az önceki resmi tersine çevirdik. Önceki resmi ters çevirmiş olduk o yüzden tekrar yaptım. **19. Asu:** Bakın üçüncü soru için bir şey buldum bu bunun 3 katı oluyor. **20. Naz:** Ama o her zaman değişiyor. Şimdiki bak mesela 4800. **21. Asu:** Tamam. **22. Naz:** Şimdi son bir örnek yapıyoruz. Şimdi buldum gibi ama sağlamasını yapmam lazım. …	**23. Naz:** İki tane köşegenin uzunluğunu çarpınca çıkıyor gibi. Bakayım, 240 ile 120'yi çarp. Hımm olmuyor galiba. **24. Eda:** Ben bir şey buldum… **25. Naz:** AAAA!!! Benim bulduğumun yarısı çıkıyor. **26. Eda:** EVET. **27. Naz:** 28800 çıkıyor iki tane köşegeni çarptığımızda, bunun yarısı 14400. Ben şuraya yazıyorum, iki tane köşegeninin çarpımı yani… **28. Eda:** İki köşegen uzunluğu çarpı, bölü 2, alanı veriyor. **29. Naz:** Evet. İki köşegen çarpı, bölü 2. Hepsinde öyle mi? **30. Eda:** Sanırım... Hiç kontrol etmedim, bakalım. **31. Naz:** Evet öyle... Aynen, aynen öyle.



Öğrenciler eşkenar dörtgenin alan bağıntısına ulaşmak için veri toplamaya devam etmişlerdir. Naz (18) yaptıkları eşkenar dörtgenin (Şekil 38; b) ilk baştakiyle aynı olduğunu sadece yönünün değiştirildiğini fark etmiştir. Takım arkadaşlarından bununla ilgili herhangi bir yorum gelmemiştir. Çünkü bu sırada Asu (19) bir sonuca ulaştığını düşünmüş heyecanlı bir ses tonuyla bulduğu ilişkiyi arkadaşlarıyla paylaşmıştır. Ancak Naz (20) bir örneklendirme yaparak Asu'nun bu iddiasını hemen çürütmüştür. Ardından eşkenar son bir eşkenar dörtgenin alanı için son bir örneklendirme daha yapmışlardır. Naz (22) bu son örnekle (Şekil 40) birlikte bir iddiaya ulaştığını belirtmiş ancak zihninde doğrulama yapmadan arkadaşlarıyla paylaşmak istememiştir. Bir süre geçtikten sonra Naz (23) sesli bir şekilde düşünmeye başlamış, arkadaşlarına iddiasını açıklamak yerine kendi kendine tartışmıştır.

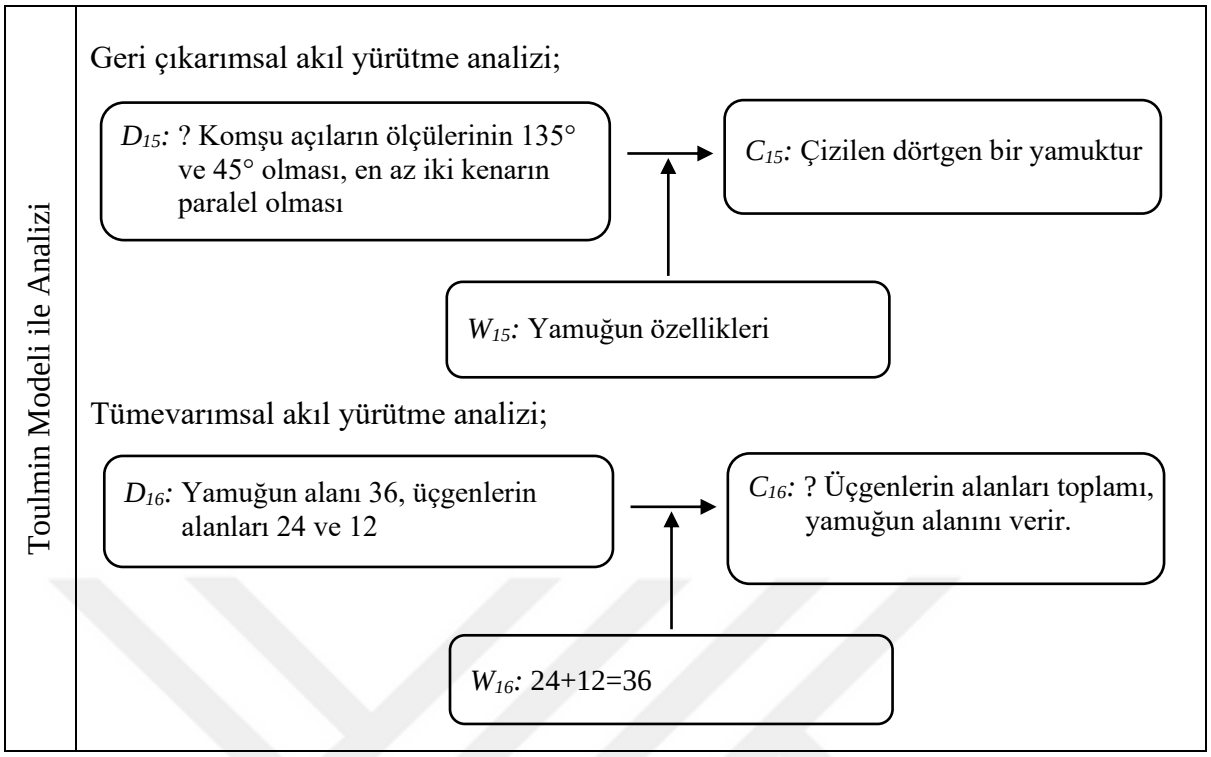


Şekil 40. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 3

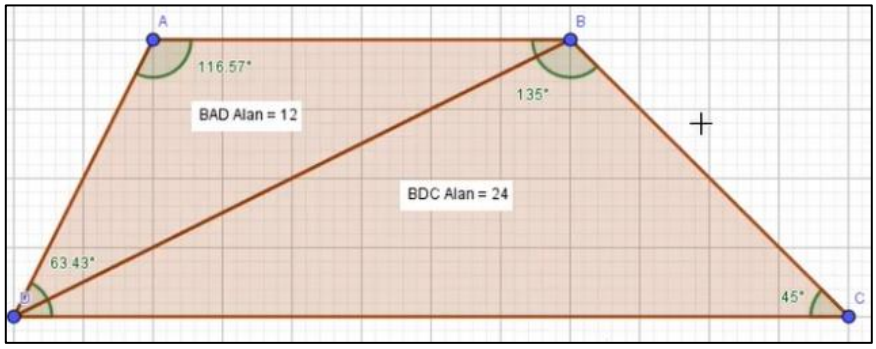
Tartışma boyunca hiç konuşmayan Eda (24) aynı anda bir iddia ortaya atmaya çalışmıştır. Naz (25) birden yüksek sesle heyecanlı bir şekilde iddiasını tamamlamıştır. Kendisiyle olan tartışmasını sonuçlandırıp iddiasından emin olunca arkadaşlarıyla paylaşmıştır. Eda (26) daha iddianın tamamını duymadan o da yüksek sesle Naz'ı onaylamış çünkü Eda da aynı sonuca ulaşmıştır. Naz (27) önce davranarak bir örnek üzerinden takım arkadaşlarına iddiasını açıklarken, Eda (28) onun konuşmasını bölerek kısa bir şekilde eşkenar dörtgenin alan bağıntısıyla ilgili bulduğu genellemeyi söylemiştir. Naz (29) bu iddialarının doğruluğundan emin olmak için arkadaşlarını doğrulama sürecine çekmeye çalışmıştır. Birlikte kontrol ettikten sonra iddianın doğruluğundan emin olarak tartışmayı sonlandırmışlardır.

Tablo 21. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Üçüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**32. Naz:** Şimdi bu bir yamuk oluyor değil mi? **33. Asu:** Oluyor ya… Bak hepsinin… **34. Naz:** Şimdi bunun açılarını bir ölçelim çünkü açılarını falan ister muhtemelen. Açılarının toplamı bak 135+45, 180 doğru. Şimdi bir tane köşegen çizelim. **35. Öğretmen:** Peki buradaki yamuğu oluştururken özelliklerine dikkat ettiniz mi? Ne gibi özellikler vardı? **36. Naz:** Evet, en az bir kenarın paralel olması bir de şu A ve B ikisinin toplamı 180 olacak. … **37. Naz:** Şimdi 2 tane üçgen oluştu. Şimdi alanını nasıl hesaplayabiliriz? **38. Asu:** Alanını nasıl hesaplayabiliriz… AAA!!! Alan şöyle… Ama burada öyle hesaplanmıyor ki…	**39. Naz:** Şimdi üçgenin alanı... Hmm nasıl buluruz? Alan ölçme şeyiyle... Ama ABCD' nin alanı 36 diyor. Şimdi bir şey buldum. **40. Eda:** Kendimiz seçemez miyiz? **41. Naz:** Şimdi bunu iki tane çokgen oluşturursak, şimdi böyle alanı bulsak. Bak hepsinin alanı toplamı 36'ydı 24 ile 12'yi topladığımızda da 36 oluyor. **42. Asu:** 36 oluyor evet. O zaman ne yazıyoruz? **43. Naz:** Köşegeni çizdik yamuğu 2 üçgene ayırdı. Alan 36, sol taraftaki üçgen 12 diye mi yazsak… **44. Asu:** Ben şöyle yazacağım BAC' nin alanı 12, BDC' nin alanı 24 diye. **45. Naz:** Yani ikisini toplayınca yamuğun alanı oluyor. **46. Eda:** Evet.



Yamuğun alanının keşfi için öğrenciler ilk olarak öğretmenin göndermiş olduğu ders notundan yamuğun özelliklerini incelemişlerdir. Naz (32) hemen bir yamuk oluşturmaya başlamış ve tamamlayınca takım arkadaşlarının onayını almıştır. Kenarlarından ikisinin paralel olmasına dikkat etmeden sadece GeoGebra'daki grafik penceresinin ızgaralarına hizalayarak yamuğu oluşturmuştur. Asu (33) arkadaşının oluşturduğu şekli onaylamış, gerekçesini de eklemek istemiş ancak Naz (34) tamamlamasına izin vermeden yamuğun özelliklerini doğrulamaya başlamıştır. Paralel olan kenarların arasında kalan açıların toplamının 180° olması gerektiğini ders notlarına bakarak hatırlamış olduğu için bu özelliğin sağlanmasıyla birlikte oluşturduğu şeklin yamuk olduğundan emin olmuştur. Bu sırada öğrencilerin çalışmasını incelemeye gelen öğretmen (35) yamuğun oluşturulmasında dikkat ettikleri özellikleri sorarak gerekçelendirmelerini beklemiştir. Naz (36) dikkat ettikleri özellikleri açıklamıştır.



Şekil 41. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 4

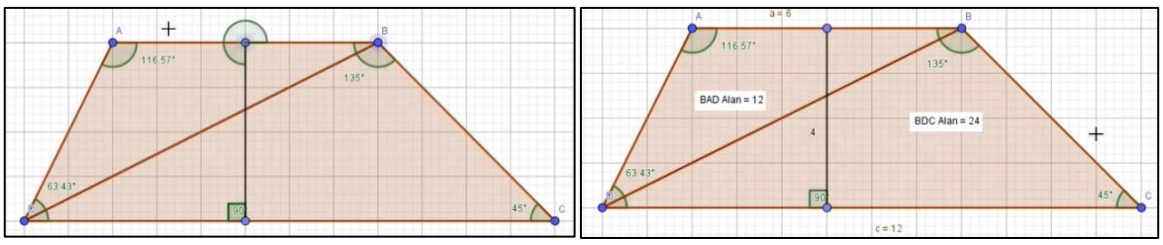
Bir süre sonra Naz köşegenleri oluşturmaya devam etmiştir ve köşegen sonucunda ortaya çıkan geometrik şekillerden yola çıkarak alanı hesaplamak için arkadaşlarına danışmıştır (37). Asu (38) sesini yükselterek bir iddia ortaya atacak gibi olmuş fakat kendi kendine vazgeçmiştir. Naz (39) da üçgenin alanını nasıl hesapladıklarını hatırlayamayınca GeoGebra'dan alanını ölçmeye karar vermiştir. Ancak yine alan ölçme aracı için kapalı bölge oluşturmaları gerektiğini unutmuşlardır. Bu yüzden yamuğun tamamının alanı hesaplanmıştır. Eda (40)'nın sorusuyla birlikte Naz (41) nasıl yapmaları gerektiğini fark etmiştir. Üçgenlerin alanlarını ölçtükten (Şekil 42) sonra ikisinin alanlarının toplamının yamuğun alanını verdiğini bulmuştur. Asu (42) da bu sonucu onaylamıştır. Takım arkadaşlarının onayıyla birlikte üçgenlerin alanlarının toplamının, yamuğun alanını verdiği iddiasını tek bir örnek üzerinden genelleme yaparak tümevarımsal akıl yürütme ile ortaya atmışlardır.

Tablo 22. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Dördüncü Diyalogları ve Akıl Yürütmelerinin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**47. Naz:** Şimdi alt taban uzunluğu şurası oluyor, üst taban uzunluğu, yüksekliğin uzunluğu… Şuradan bir yükseklik çizelim. **48. Eda:** Eşit olsun ama. **49. Naz:** Zaten 90 derece olduğunu ölçeceğim. Bak 90 derece. Şimdi diğerini de ölçelim. Burası 12, üst 6 gösteriyor. **50. Eda:** Yüksekliğin uzunluğu da şurası, 4. **51. Naz:** 4. Alanı da ölçelim. Burası 24'tü burası 12'ydi 36 alanı. **52. Eda:** 36.	**57. Naz:** Bir dakika şu an çözmeye çalışıyorum. Bir dakika canlarım bekleyin. AHA bu hepsinde doğruysa… Bu doğrudur kardeşlerim. Şimdi çizerek göstereceğim. **58. Eda:** Tamam. **59. Naz:** İlk şeye bakarsan alt taban 12, üst taban 6 mı? **60. Eda:** Evet 12 ile 6'yı toplayınca 18. **61. Naz:** Ya 36 çıkmadı mı bunun şeyi, alanı 36 çıktı işte. **62. Asu:** Evet. **63. Eda:** 12 ile 6'yı çarpınca 36 mı yapıyor?

	53. Naz: Şimdi alt taban uzunluğu 15, üst taban uzunluğu 7. Yüksekliğin uzunluğu 4, haa pardon. Dik çizmem lazım. **54. Eda:** Tam şuradan yapsan olmaz mı? Dik olur. **55. Naz:** 4 olur yine. Alt taban uzunluğu 15, üst taban 7, yüksekliği 4, alanı da 44. **56. Eda:** Birinci bölümde tablonun birinci kısmında 12 ile 16'yı toplayınca 18 yapıyor. 18 ile 16 arasında nasıl bir ilişki kurabiliriz?	**64. Naz:** Hayır 12 ile 6'yı çarpınca 72 çıkıyor. **65. Eda:** Evet. **66. Naz:** İkiye böl bunu. **67. Asu:** 36 oluyor. **68. Naz:** Diğerlerinin hepsinde bu olursa… 15 ile 7'yi çarpacağız mesela 105. 105'in yarısı nedir? **69. Eda:** 105 ikiye bölünmez ki! 52,5. **70. Naz:** Tüh be olmadı. **71. Eda:** Ama güzel bir mantıkmış. Ama o denk geldi sadece.
Toulmin Modeli ile	Tümevarımsal akıl yürütme analizi; D_{17}: GeoGebra'daki ölçümler, tablodaki değerler → C_{17}: ? Yamuğun alanı, alt tabanla üst tabanın çarpımının yarısıdır W_{17}: Yapılan denemeler sonucunda genelleme	

Öğrenciler iddialarını oluşturduktan sonra üzerinde fazla durmamış ve etkinlikte istenen diğer hesaplamaları yapmak için yamuğun yüksekliğini oluşturmaya çalışmışlardır (47). Naz (49) yüksekliğin 90°'lik bir açıyla oluşturulması gerektiğini bilerek tümdengelimsel bir akıl yürütmeyle yüksekliği oluşturmuştur. Yaptığı açı ölçümüyle de bunu doğrulamıştır (Şekil 42). Yüksekliği oluşturduktan sonra tabloda istenen değerler için kenar uzunluklarını ve yüksekliğin uzunluğunu bulmuşlardır (49 ve 50). Son olarak da tekrar üçgenlerin alanlarını ölçerek bu örnekteki toplanması gereken verilerini tamamlamışlardır.

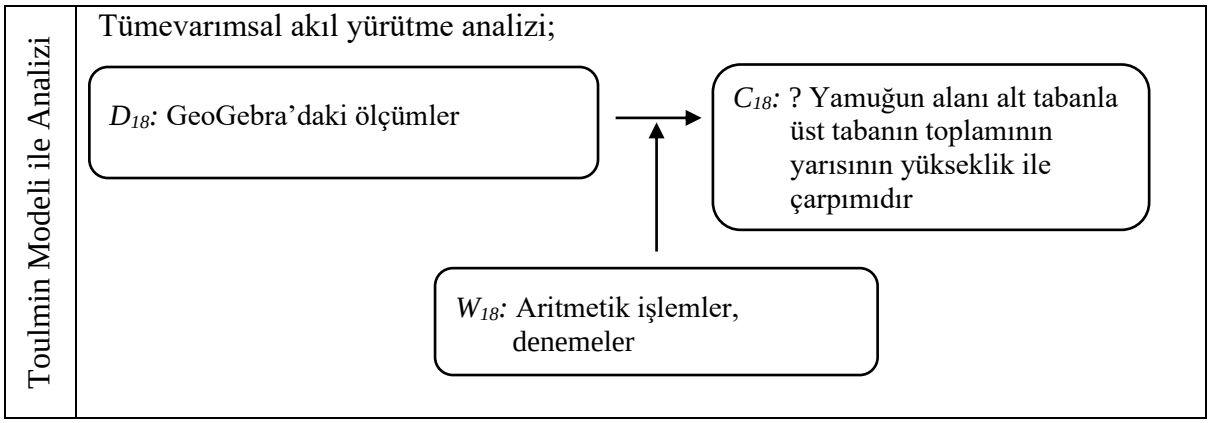


Şekil 42. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 5

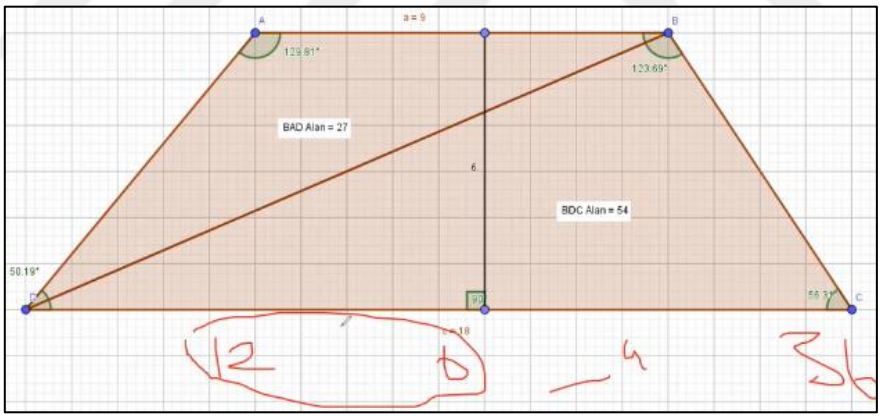
İlk verileri tamamlayan öğrenciler farklı örnekler üzerinde veri toplamaya devam etmişlerdir (53 ve 55). Şimdiye kadar toplanan veriler üzerinde Eda (56) aritmetik denemeler yaparak ilişki kurmaya çalışmıştır. Aynı zamanda Naz (57) da kendi denemesini zihninde yapmıştır ve sonuca ulaşınca yine heyecanlanıp yüksek bir sesle iddiasını açıklamaya başlamıştır. Naz'ın bu iddiayı atmasına aslında Eda'nın (56) denemeleri destek olmuştur. Çünkü Eda işlemlerde yanlış sayıyı kullandığı için bir sonuca ulaşamamıştır. Bunu fark eden Naz doğru sayılarla tekrar deneme yaparak bir sonuca ulaşmıştır. İlk olarak verileri takım arkadaşlarına sorarak doğrulamak istemiştir (59). Bunun üzerine Eda (60) iddiaya gitmeyi sağlayacak olan verilerin gerekçesini oluşturmaya başlamıştır. Naz (61) iddiayı tamamlamaya çalışırken, Eda (63) yine yardımcı olmak istemiştir. Naz (66) son yapılması gereken işlemi de bulunca Asu (67) da veriyle karşılaştırarak sonucu onaylamıştır. Naz (68) emin olmak için başka örneklerde de deneyerek bulduğu iddiayı doğrulamak istemiştir. Ancak başka bir veri üzerinde yaptıkları deneme (69) aynı sonuca ulaşmayınca kendi iddialarını çürütmüşlerdir. Böylece ortaya attıkları iddianın sadece bir örneğe göre denk gelmiş olduğu konusunda anlaşıp diyaloğu sonlandırmışlardır.

Tablo 23. Öğrencilerin Etkinlik-4 Hakkındaki Beşinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

Öğrencilerin Diyalogları	**75. Naz:** Şimdi ne olabilir? Kat ilişkisi kurarsak… yamuğun alanı… şimdi bunun ne ilişkisi olabilir ya siz de yardımcı olun. **76. Eda:** Düşünüyoruz Naz. **77. Naz:** Ben buldum çok değişik bir şey ama. Bunların ikisinin toplamının yarısının şununla çarpımı. **78. Öğretmen:** Neden ikisinin toplamının yarısı oldu peki? **79. Naz:** Hocam bu 18 yapıyor, ben cevap çıkması için her şeyi denedim. Bunların ikisinin toplamı 18 oluyor bunun yarısını neden buldum pek emin değilim ama anca çıkması için öyle şey yaptım. 12 ile 6'yı toplayınca 18, yarısı 9, bunu 4 ile çarpınca da 36 çıktı.	**80. Öğretmen:** Peki tablodaki diğer değerlere de uygun mu? **81. Eda:** Diğerlerine de bakalım. **82. Asu:** Bak 15 ile de 7'yi topladığımız zaman 22 oluyor alan da 44, değil mi? **83. Naz:** 11. **84. Asu:** Ne 11'i? **85. Naz:** Bulmuş muyum yaa? Doğru bulmuş muyum sizce? **86. Asu:** Evet. Bak ben iki saattir onu söylüyorum toplayınca 22 çıkıyor onun alanı da 44, bunun 2 katı. **87. Eda:** Ama bu sadece onun için. **88. Asu:** Hayır bak bu ikisinde de öyle. **89. Naz:** Hepsinde oluyor. Ohh be bu sefer bulduk formülü geçende bulamamıştık.



Öğrenciler kendi iddialarını çürütmelerinin üzerine başka ilişkiler bularak yeni bir iddiaya ulaşmaya çalışmaktadırlar (75). Çok geçmeden Naz (77) zihninde yaptığı denemeler sonucunda yamuğun alanının, alt taban ile üst tabanın uzunluklarının toplamının yarısının yükseklik ile çarpımı olduğunu iddia etmiştir. Öğretmen de (78) bu iddiayı gerekçelendirmelerini isteyince Naz (79) yapmış olduğu örneklendirmeler üzerinden (Şekil 43) iddiasını doğrulamaya çalışmıştır. Diğer tüm verilerde aynı sonuca ulaşana kadar denemelerine devam etmişlerdir. Yapılan hesaplamalar ulaştıkları iddia ile tutarlı olunca (89) tartışmayı sonlandırmışlardır.

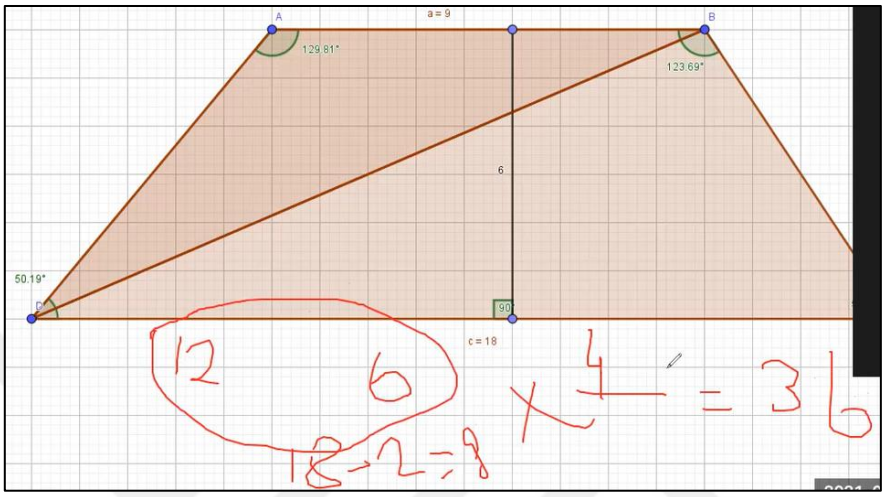


Şekil 43. Öğrencilerin Etkinlik-4'e Ait Takım Çalışmaları 6

4.4.3. Sınıf Tartışması

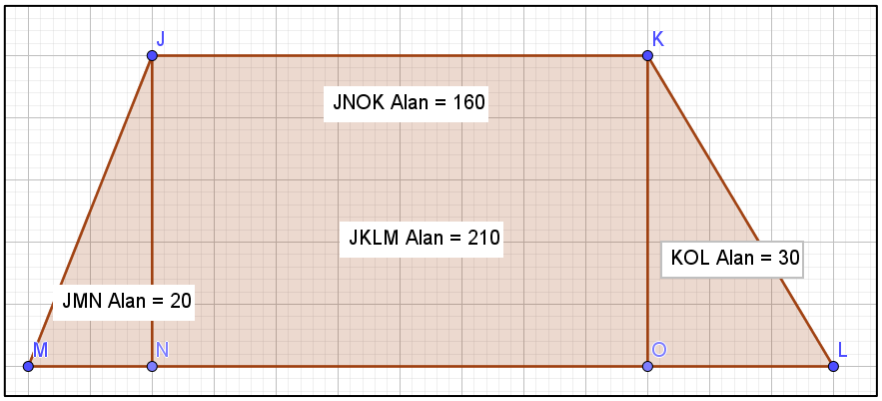
Naz, köşegenlerin kesişim noktasını merkez alarak, karşılıklı köşe noktalarını bu kesişim noktasından eşit uzaklıklara yerleştirerek eşkenar dörtgeni oluşturduklarını GeoGebra'da göstermiştir. Farklı eşkenar dörtgenler oluştururken de bu köşe noktaları eşit mesafede kalacak şekilde yerlerini değiştirdiklerini açıklamıştır. Daha sonra bir örneklendirme yaparak eşkenar dörtgenin alanına ilişkin topladıkları veriler üzerinden ulaştıkları iddiayı diğer öğrencilerle paylaşmıştır. Takım arkadaşları gelmediği için tek

başına çalışan Elif eşkenar dörtgenin alanına ulaşmak için kenar uzunluğunu da kullandığını söyleyince Eda bu duruma itiraz etmiş ve soruda istenenleri arkadaşına hatırlatmıştır. Bu durumda Elif çalışmada alan aracını kullanmadan kendisi hesaplamalar yaptığını söylemesi üzerine Naz alan aracının nasıl kullanılması gerektiğini arkadaşlarına GeoGebra üzerinde uygulamalı olarak göstermiştir.



Şekil 44. Etkinlik-4 Hakkında Sınıf Tartışmasında Öğrencilerin Ekrana Yazdıkları

Öğretmenin yamuğun alanını bulmaya ilişkin soruyu okuması üzerine Naz kendi takım arkadaşlarıyla yaptıklarını anlatarak tartışmayı başlatmıştır. Takım sözcüsü gibi davranan Naz yine takım olarak yaptıkları çalışmayı ekran paylaşımında göstererek (Şekil 44) aritmetik işlem denemeleri anlatmıştır. Sonrasında yamuğun alanına ilişkin buldukları sonucu diğer öğrencilerle paylaşmıştır. Öğrencilerin tartışmalarının sonlanması üzerine öğretmen, yamuğun bir köşegenini çizerek üçgenlere ayırmak dışında alanını bulmak için başka hangi çokgenlerden yararlanılabileceğini sormuştur. İlk olarak Naz "şu şekilde çokgen aracıyla bir dikdörtgen iki üçgen yapabiliriz" diyerek hemen ekran paylaşarak GeoGebra'da bu çokgenleri oluşturmaya başlamıştır. Alanlarını da ölçerek Şekil 45'teki dikdörtgen ve iki üçgenin alanının toplamının yine yamuğun alanını verdiğini söylemiştir. Diğer öğrencilerin tartışma ortamına katılmaması nedeniyle sınıf tartışması aşaması sonlandırılmıştır.



Şekil 45. Etkinlik-4 Hakkında Sınıf Tartışmasında Naz'ın GeoGebra Çalışması

4.4.4. Öz Yansıtma

Eşkenar dörtgen ve yamuğun alanını keşfetmeye yönelik uygulanan dördüncü etkinliğin son kez bireysel olarak çalışılan öz yansıtma aşamasında sadece Eda isimli öğrencinin bu çalışmayı tam olarak yaptığı görülmüştür. Eda, takım çalışmasında oluşturdukları eşkenar dörtgen ve yamuğu tekrar yapmak için uğraşmamıştır. Eşkenar dörtgene ait takım çalışmasında elde ettikleri verileri tabloya aynı şekilde yazıp (Şekil 46) yine tümevarımsal akıl yürütme ile alan hakkındaki iddiayı yazmıştır.

Kenar uzunluğu	Birinci köşegenin uzunluğu	İkinci köşegenin uzunluğu	Alanı
24.72	80	40	1600
72.11	120	80	4800
116.62	200	120	12.000
121.66	240	40	4800
134.16	240	120	14.000

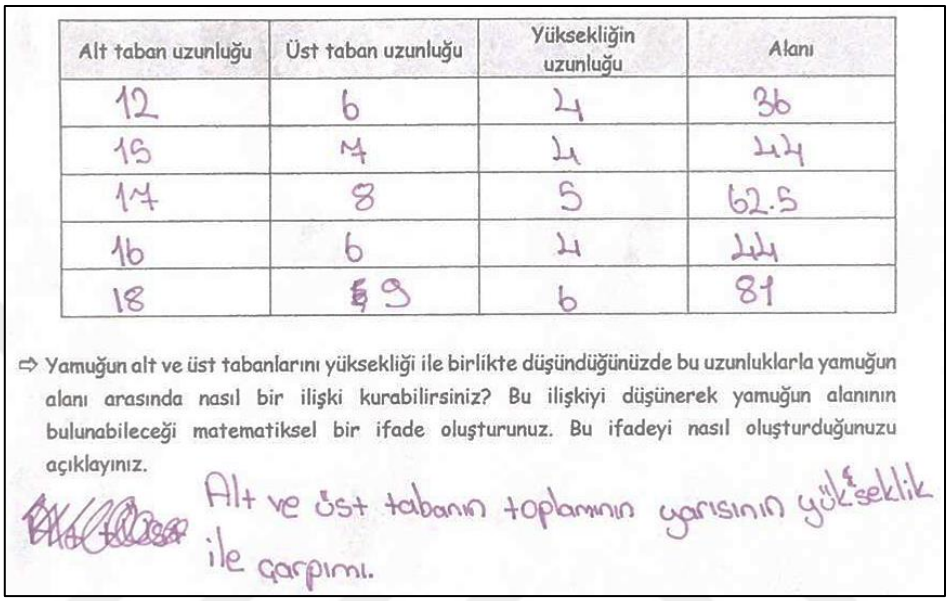
⇨ Eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları ile alanı arasında nasıl bir ilişki kurabilirsiniz? Bu ilişkiyi düşünerek eşkenar dörtgenin alanının bulunabileceği matematiksel bir ifade oluşturunuz. Bu ifadeyi nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.

1.köşegen uzunluğu . 2.köşegen uzunluğu / 2 = Alan

Şekil 46. Eda'nın Etkinlik-4'e Ait Öz Yansıtma Çalışması 1

Yamuğun alanına ilişkin olarak da Eda kendisi GeoGebra'da bu dörtgeni oluşturmamıştır. Takım çalışmasında elde ettikleri verileri yazmış bunların dışında kendisinin iki veri daha eklediği görülmüştür (Şekil 47). Bu verileri eklerken yamuğun

alanına ilişkin ulaştıkları genellemeden yola çıkarak işlemlerin alan sonucunu sağlamasına dikkat etmiştir. Takım çalışmasında yamuğun alanını bulmaya yönelik oluşturdukları iddiayı da matematiksel olarak ifade edemeyince sözel olarak açıklamıştır. Eda'nın öz yansıtma çalışması incelendiğinde verilerin tamamını kendisi oluşturmadığı ve GeoGebra'da doğrulama yapmadığı için öğrendiği bilgileri kısmen yeniden yapılandırdığı söylenebilir.



Alt taban uzunluğu	Üst taban uzunluğu	Yüksekliğin uzunluğu	Alanı
12	6	4	36
15	7	4	44
17	8	5	62.5
16	6	4	44
18	9	6	81

⇨ Yamuğun alt ve üst tabanlarını yüksekliği ile birlikte düşündüğünüzde bu uzunluklarla yamuğun alanı arasında nasıl bir ilişki kurabilirsiniz? Bu ilişkiyi düşünerek yamuğun alanının bulunabileceği matematiksel bir ifade oluşturunuz. Bu ifadeyi nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.

Alt ve üst tabanın toplamının yarısının yükseklik ile çarpımı.

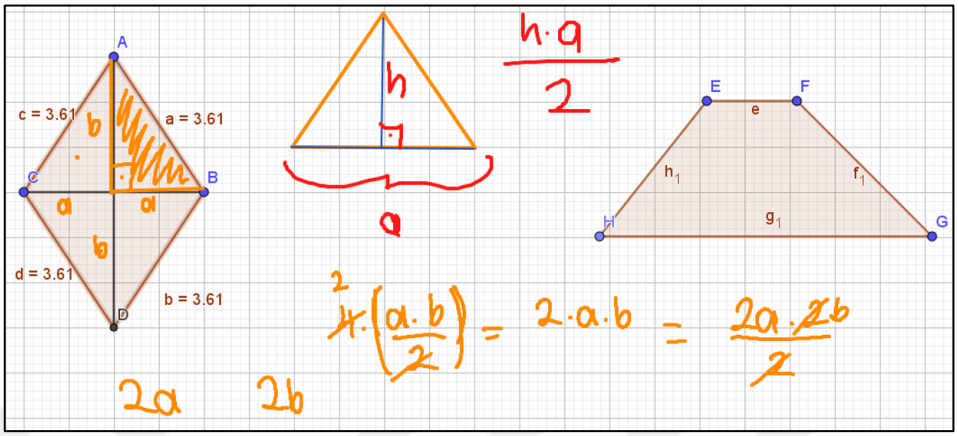
Şekil 47. Eda'nın Etkinlik-4'e Ait Öz Yansıtma Çalışması 2

4.4.5. Kurumsallaştırma

Dördüncü etkinliğin kurumsallaştırma aşaması için öğretmen öncelikle öğrencilere GeoGebra'da eşkenar dörtgen ve yamuk inşa ederken nelere dikkat edilmesi gerektiğini anlatmış ve bir eşkenar dörtgen ile bir yamuk inşa etmiştir. Bu sırada takım çalışmasında doğru bir sonuca ulaştıklarından emin olan Naz hemen eşkenar dörtgenin alanının nasıl bulunacağını hatırlatmıştır. Bunun üzerine öğretmen öncelikle köşegenler çizince eşkenar dörtgenin içinde oluşan üçgenlere dikkat çekmiş ve üçgenin alanını hatırlayan kimse olup olmadığını sormuştur. Öğrenciler altıncı sınıfın ikinci dönem nisan-mayıs aylarında üçgenin alanını öğrenmiş olmaları gerekiyordu ancak küresel salgın nedeniyle eğitim öğretime ara verildiği için sınıftaki öğrencilerin çok büyük bir kısmı üçgenin alanını bilmiyordu. Bu yüzden öğretmen öncelikle üçgenin alanının nasıl bulunacağı dikdörtgen üzerinden anlatarak alan formülü öğrencilerle birlikte oluşturmuştur.

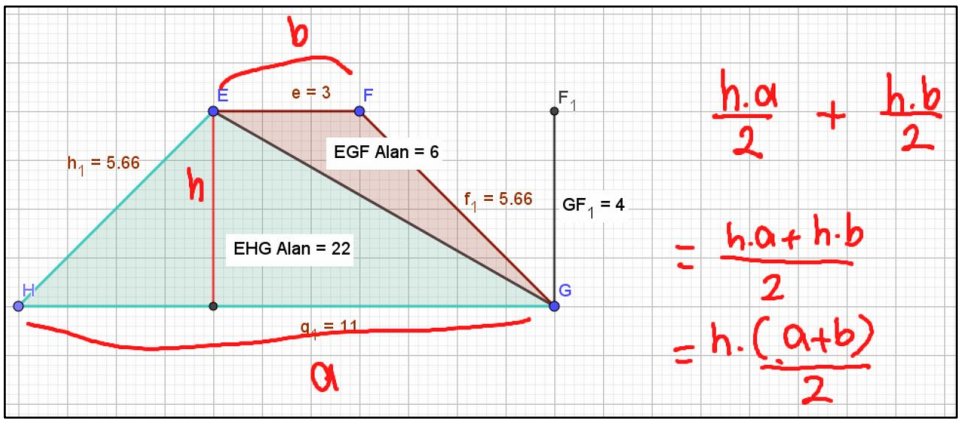
Eşkenar dörtgenin içindeki üçgenlerin eş üçgenler olduğunu ve bu üçgenlerden birinin alanını hesaplayıp dört ile çarpılmasıyla eşkenar dörtgenin alanının elde edileceğini

öğretmen GeoGebra üzerinde göstermiştir. Cebirsel ifadeler üzerinden öğrencilerin sorgulamalarıyla birlikte bir eşkenar dörtgenin alanını veren matematiksel ifadeye ulaşmışlardır (Şekil 48).



Şekil 48. Etkinlik-4 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 1

Eşkenar dörtgenin alanı keşfedildikten sonra yamuğun alanına geçilmiştir. Bu kısımda yine öğrencilerin bireysel ve takım çalışmalarında, sınıf tartışmasında ve öz yansıtmada yaptıklarını değerlendirmiştir. Şekil 49'da da görüldüğü gibi GeoGebra'daki yamuğun bir köşegenini çizerek oluşan üçgenlerin alanları cebirsel ifade kullanılarak belirlenmiştir. Öğrencilerin de katılımıyla bu iki üçgenin alanları toplamının yamuğun alanını verdiği GeoGebra'da da doğrulanarak gerekçelendirilmiştir. Son olarak üçgenlerin alanları toplamı cebirsel ifade ile gösterilerek en sade haline getirilip yamuğun alan formülü elde edilmiştir. Kurumsallaştırma aşaması sonunda öğretmen üçgenin ve dörtgenlerin alanını veren formüllerin bulunduğu ders notunu sonraki etkinliklerde kullanmaları için öğrencilerle paylaşmıştır.



Şekil 49. Etkinlik-4 İçin Kurumsallaştırma Aşaması Ekran Görüntüsü 2

4.5. ALAN PROBLEMLERİ

Çokgenler alt öğrenme alanının son kazanımı olan alan ile ilgili problemleri çözme kazanımının iki adet (MEB, 2018) açıklaması bulunmaktadır ve bu açıklamalara göre farklı etkinlikler tasarlanmıştır. Etkinlik-5'te verilen günlük yaşam durumu üzerinde öğrencilerin dörtgenlerin alanlarını kullanarak oluşturulan bileşik şeklin alanını bulmaya yönelik hesaplamalar yapmaları gerekmektedir. Etkinlik-6'da ise günlük yaşam durumu bu kez sadece dikdörtgenin alan ve çevresiyle ilişkisine yönelik hazırlanmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler farklı dikdörtgenler oluşturarak çevre uzunlukları ile alanları arasında bir ilişkilendirme yapması, alanları aynı olan farklı kenar uzunluklarına sahip dikdörtgenler oluşturup karşılaştırma yapması ve bir genellemeye ulaşması beklenmektedir.

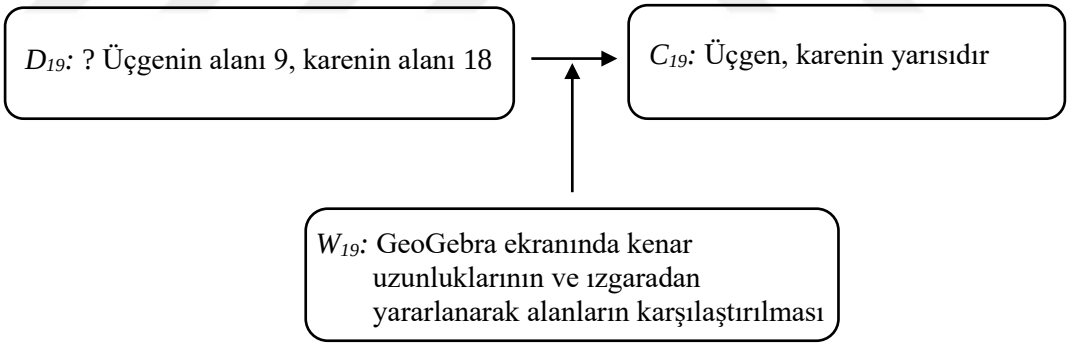
4.5.1. Bireysel Çalışma

Çokgenlerin son kazanımı olan alan problemleri için hazırlanan iki etkinlikte de öğrenciler bireysel çalışmalarını tamamlamamışlardır. Bunun sebebi sorulduğunda alan problemleri etkinliklerinde zorlandıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca bazı öğrenciler son haftalarda yorulduklarını dile getirerek çalışmayı yarım bırakmışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin bu etkinliklere ait bireysel çalışmaları paylaşılamamaktadır.

4.5.2. Takım Çalışması

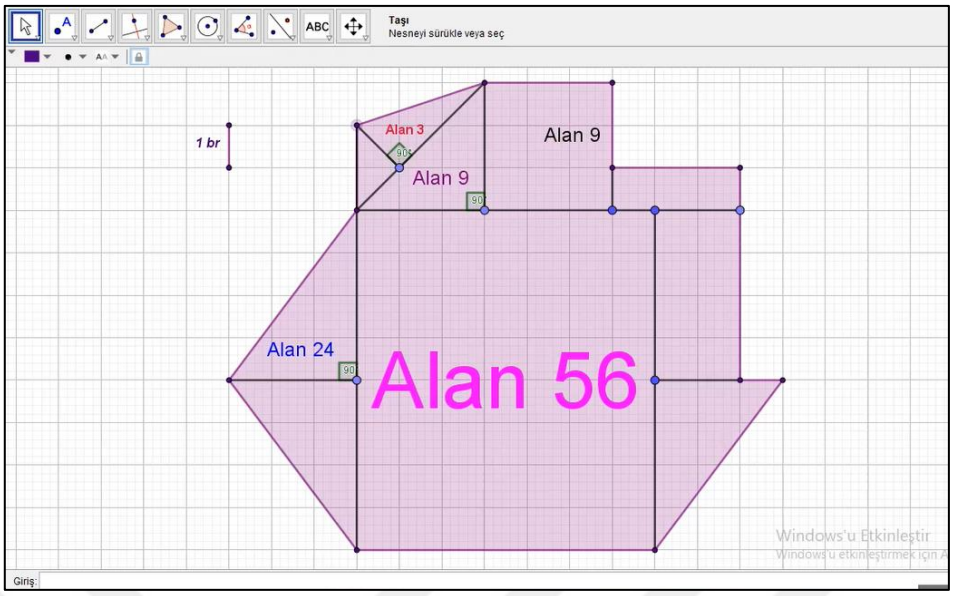
Beşinci etkinlik, verilen bir bölgenin alanını diğer dörtgenlerden yararlanarak bulmaya yönelik hazırlanmıştır. Öncelikle öğrencilerin bir tahminde bulunması sonra etkinlikte verilen oyunun kurallarına göre alanın hesaplanması ve sonuçların karşılaştırılması istenmektedir. Öğrenciler tahminde bulunmadan direkt olarak verilen bölgeyi çokgenlere ayırmaya başlamışlardır (1). Öğrencilere bu etkinlikte kullanılması için verilen materyalde alan hesaplama aracı kaldırılarak öğrencilerin kendilerinin hesaplamaları yapması istenmiştir. Bu nedenle Eda (2) grafik penceresindeki ızgaradan yararlanarak Naz'ın ilk çizdiği doğru parçasıyla oluşan açıların 90° olmasını kolaylıkla söylemiştir. Ayrıca Şekil 50'nin sol tarafında kalan üçgenin iki kenarının eşit olduğu gerekçesiyle bu kenarlar arasında kalan köşedeki açının da 90'nın yarısı olmasını gerekçelendirerek iddia etmiştir.

Tablo 24. Öğrencilerin Etkinlik-5 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>
1. Naz: Şimdi ilk başta şu noktaları birleştirelim. Alanı daha çok olan kazanacağı için burada Defne'ye alanı daha çok vermemiz lazım.
2. Eda: Açıları aslında bulabiliriz kendimiz. Burası 90 derece, burası da 90 olduğuna göre 90'ı yarıya böleceğiz ki. Çünkü eşit gitmiş buradan bak.
3. Naz: Şimdi buraya bir yükseklik çizdim, 90 derece oldu.
4. Eda: Baktığın zaman 90 derece olduğu anlaşılıyor.
5. Naz: Ama olsun kontrol amaçlı.
6. Eda: Sanki bununla bu eşit gibi duruyor değil mi?
7. Asu: Zaten ortadan ikiye bölmedik mi?
8. Naz: Şimdi üçgenin alanı… 8 kere 3, 24.
9. Naz: Şimdi bu kareyi nasıl bulacağız? 3 br şurası, 3 br de burası 3 kere 3, 9 çıkıyor. Yok bir dakika… 9 aynen.
10. Asu: Evet 9.
11. Naz: Ama ben şeye şaşırdım bunun alanı 9 ya bu nasıl 9 olur diye?
12. Asu: Yok ya bir şey olmaz ne olacak.
13. Eda: Şimdi bu bunun yarısı olmuyor mu?
14. Eda: Yarısı oluyor evet.
15. Naz: O zaman şöyle yapacağız burayı iki tane üçgene bölmeyeceğiz yamuk olarak hesaplayacağız.
16. Eda: Evet daha mantıklı olur yoksa burası 18 olmaz mı?
17. Naz: Evet.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td>
Geri çıkarımsal akıl yürütme analizi;


</td>
</tr>
</table>

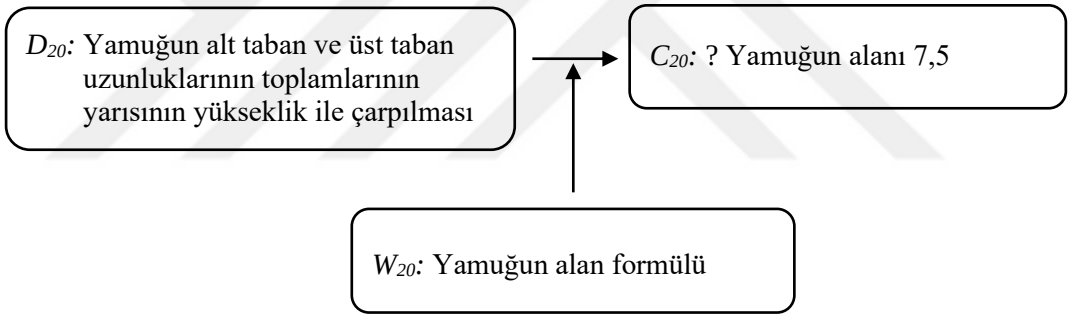
Naz (3) üçgenin alanını hesaplamak için yüksekliği de GeoGebra'da oluşturup doğru bir şekilde oluşturduğuna emin olmak için açısını da ölçmüştür. Eda (4) bu ölçüme gerek olmadığını ekrana bakınca ızgara çizgilerinden yararlanarak dik olduğundan emin olabileceklerini belirtmiştir. Yine de Naz (5) emin adımlarla ilerlemek için açı aracıyla ölçmüştür. Eda (6) üçgenin ikizkenar özelliğini tekrar takım arkadaşlarıyla paylaşıp, yüksekliği çizince üçgenin iki eş parçaya ayrıldığına dikkat çekmiştir. Asu (7) da "zaten" kelimesiyle niteleyerek üçgeni iki eş parçaya ayırdıklarını vurgulamıştır. Bu sırada Naz (8) öğrendikleri formüle bakarak üçgenin alanına ait veriyi toplamıştır. Ancak formüle bakmasına rağmen ikiye bölmeyi unutmuştur.



Şekil 50. Öğrencilerin Etkinlik-5'e Ait Takım Çalışmaları 1

Oluşturdukları üstteki üçgenin (Şekil 50) alanıyla yanındaki daha büyük alana sahip olduğu belli olan karenin alanlarının eşit çıkması üzerine Naz (9) sesli bir şekilde kendi kendine hesaplamalarını yaparken aniden ses tonu düşmüştür. Bir terslik olduğunu fark ederek nerede hata yaptıklarını düşünmektedir. Asu (10) ise bir hata olmadığını anlamına gelecek şekilde Naz'ın bulduğu sonucu tekrarlamıştır. Ancak Naz (11) üçgenle karenin büyüklüklerini karşılaştırdığında ikisinin alanlarının eşit çıkmasına anlam verememiştir. Asu (12) ise bu durumu önemsemeyip çalışmalarına devam etmek istemektedir. Eda'nın tartışmaya tekrar katılmasıyla birlikte üçgenin alanının karenin alanının yarısı olması gerektiğine dikkat çekmiştir. İddiasını ortaya attıktan bir süre sonra arkadaşlarından onay alamayınca kendi kendine iddiasını onaylamıştır (14). Naz (15) bu iddiaya herhangi bir yorumda bulunmadan iki üçgenin toplamına yani yamuğun alanına odaklanmak istemiştir. Eda (16) takım arkadaşının bu önerisini kabul etmiştir, yoksa üçgenin alanının karenin alanının yarısı olması gerektiği düşüncesiyle karenin alanının 18 olması gerekeceğini düşünmektedir. Bu kısımda kareyi değil üçgenin alanını hatalı bulduklarını henüz fark etmemişlerdir. Yine de hatalı yaptıklarını bildikleri için doğru parçalarını ve yazdıkları metinleri temizlemişlerdir.

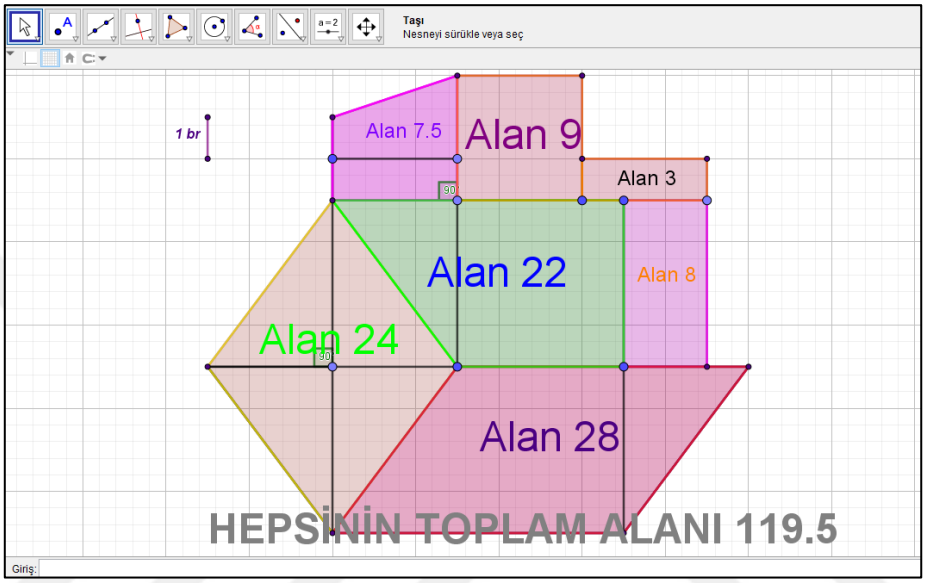
Tablo 25. Öğrencilerin Etkinlik-5 Hakkındaki İkinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>
18. Eda: Şimdi bunu yamuk diye alacağız ya bu normalde 3, burası 9'du bununla bunu toplarsak bunun alanını vermez mi?
19. Naz: Hmm evet neyse biz şimdi şey… 3 ile 2'yi toplarsak 5, yarısı 2,5 ile 3'ü çarparsak…
20. Asu: 6,5 mu?
21. Eda: 7,5.
22. Naz: Aaa! Burada paralelkenar oldu.
23. Asu: Nerede?
24. Naz: Bak şimdi… çiziyorum.
25. Asu: Haaa! Aynen aynen.
26. Naz: Bu kalsın yükseklik zaten. Bir kere biz üçgeni yanlış bulduk zaten.
</td>
<td>
Niye? Çünkü yükseklikle kenarın çarpımının yarısıydı.
27. Asu: Hıım o zaman 6 olacaktı burası.
28. Naz: Bu üçgene yaptığımız paralelkenarınkiydi aslında. Buradan kenarının yükseklikle çarpımı bu oluyor ama diğerinde yarısını istiyordu üçgende onu unuttuk. Şimdi şurada da yamuk oldu. Alt tabanla üst tabanın toplamının yarısının yükseklikle çarpımı.
29. Eda: 119,5 yapıyor bir daha bakın.
30. Naz: Bir de şunları çokgen aracıyla belli edelim de çok karmaşık oldu, renklerini de değiştirelim.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">
Tümdengelimsel akıl yürütme analizi;


</td>
</tr>
</table>

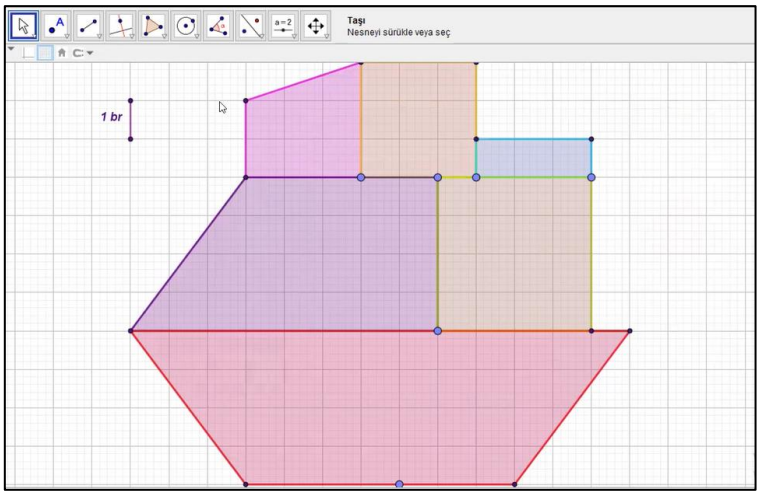
Öğrenciler soruda sadece dörtgenleri kullanarak alanı hesaplamaları gerektiğini fark edince yeni oluşturdukları şekli buna göre düzenlemişlerdir (Şekil 51). İlk olarak en üstte oluşan yamuğun alanını bularak başlamışlardır. Eda (18) önceki ayırdıkları bölgede iki üçgeni birleştirerek bir yamuk oluşturdukları için üçgenlerin alanları toplamının yamuğun alanını vermesi gerektiği sonucuna ulaştılar. Ancak Naz (19) yamuğun alanını formül kullanarak yapmayı teklif etmiştir. Yaptıkları hesaplamaya göre (20 ve 21) yamuğun alanını bulup şeklin üzerine metinle eklemişlerdir. Naz (23) eşkenar dörtgen oluştururken aynı anda bu şeklin sağ tarafında paralelkenar elde ettiğini fark etmiştir. Asu (24) paralelkenarı göremeyince, Naz (25) çevrim içi görüşme programının kalem aracı ile ekranda paralelkenarı göstermiştir. Paralelkenarın alanını bulmak için gerekli olan yüksekliği silmeyince Naz (26) birden üçgeni yanlış bulduklarını fark etmiştir. Çünkü paralelkenarın köşegeniyle iki eş parçaya ayrıldığını hatırlamış ve yaptıkları hatanın sebebini üçgenin alan

bağıntısının tekrarlayarak arkadaşlarıyla paylaşmıştır. Bunun üzerine Asu (27) ilk başta oluşturdukları üçgenin alanının hesaplaması tekrar yapmıştır. Ancak artık bu veriye ihtiyaçları kalmamıştır. Naz (28) yaptıkları hatayı tekrar ederken Eda (29) tüm şeklin alanını hesaplayıp bulduğu sonucu arkadaşlarıyla paylaşmıştır. En ortada kalan dörtgenin yamuk olduğunu ve alanının hesaplanması için gerekli bilgileri Naz (30) hatırlattıktan sonra oluşturdukları şekil üzerinde düzenlemeler yaprak tartışmayı sonlandırmışlardır.



Şekil 51. Öğrencilerin Etkinlik-5'e Ait Takım Çalışmaları 2

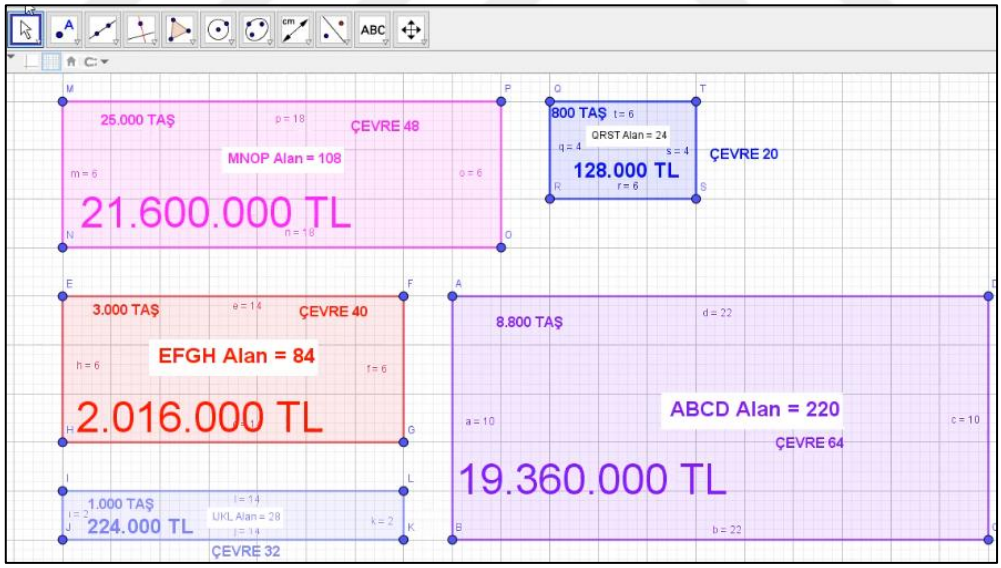
Etkinliğin son kısmına geldiklerinde öğrenciler etkinlik üzerinde tartışmadan sadece soruda isteneni yapmışlardır. Soruda istenen, en az sayıda dörtgenin kullanılmasıdır. Öğrenciler bunu yaparken dörtgenlerin alanlarının önceki oluşturdukları şekillere göre daha büyük olmasına dikkat etmişlerdir. Birkaç denemeden sonra Şekil 52'yi oluşturarak etkinliği tamamlamışlardır.



Şekil 52. Öğrencilerin Etkinlik-5'e Ait Takım Çalışmaları 3

Dörtgenlerin alanlarıyla ilgili son etkinlikte dikdörtgenin çevre ve alan ilişkisine yönelik olarak verilen günlük hayat durumuna göre öğrenciler GeoGebra'da farklı dikdörtgenler oluşturmuşlardır. Soruda verilen değerlere göre bazı hesaplamalar yapmışlardır (Şekil 53). Oluşturdukları dikdörtgenler arasında karşılaştırma yaparak alanları aynı veya çevreleri aynı olan dikdörtgenler arasında bir ilişki kurmaları beklenmektedir. Etkinlikte oluşturulması ve sonrasında karşılaştırılması gereken dikdörtgenlerle ilgili aşağıdaki yönergeler bulunmaktadır:

- Alanları aynı olan bu dikdörtgen taşlar kullanıldığında kenar uzunluklarının bir doğal sayı olduğunu dikkate alarak oluşturulabilecek tüm dikdörtgen durumlarını GeoGebra'da oluşturunuz. Bu dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını ve çevrelerini karşılaştırdığınızda ne gibi sonuçlar elde edebilirsiniz? Açıklayınız.
- Alanı 1 m^2, çevresi 50 cm'den fazla olduğu bilinen taşlar kullanırsa maliyetin en az olması için kenar uzunluğu kaç cm olan taşlar seçilmelidir? Bu taşlar seçildiğinde yaklaşık olarak ödenmesi gereken ücret ne olur?



Şekil 53. Öğrencilerin Etkinlik-6'ya Ait Takım Çalışmaları 1

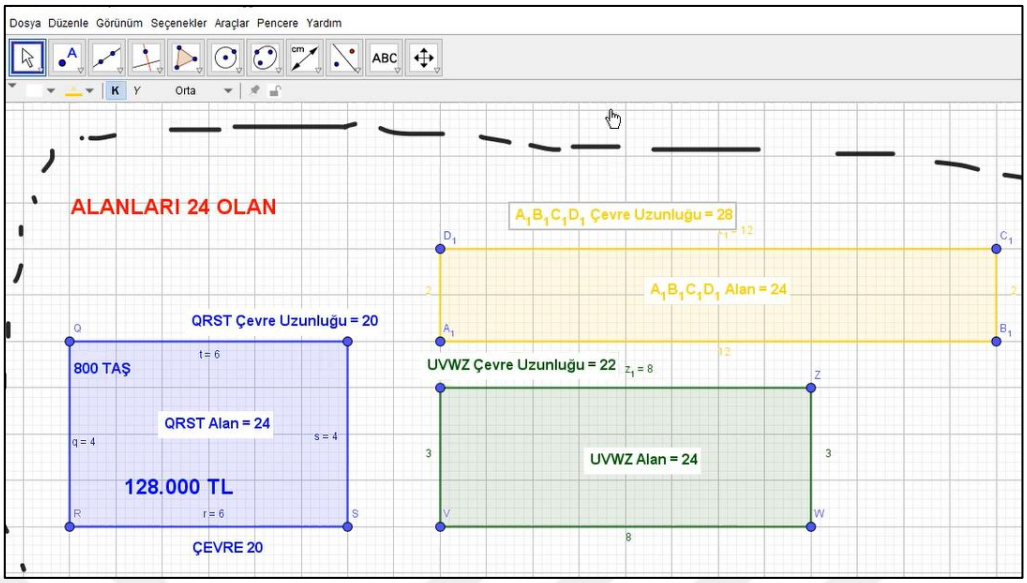
Öğrenci soruyu tam anlayamadıkları için farklı büyüklüklerde dikdörtgenler oluşturmuşlardır. Öğrencilerin etkinliğe hatalı bir şekilde devam etmelerinden dolayı bir ilişki kuramadıklarını gören öğretmen, öğrencilerin soruyu tekrar okumalarını ve buna göre dikdörtgenleri oluşturmalarını istemiştir. Örnek olarak da alanı 24 olacak şekilde bir dikdörtgenle başlamaları konusunda onları yönlendirmiştir (31). Bunun üzerine Naz (32) ilk

olarak şeklin görüntüsünün değişmesi fikrini belirtmiştir. Ancak öğretmenin istediği (33) kenar uzunluklarının değiştirilerek alanı aynı olan dikdörtgenler oluşturulmasıdır. Bu sonuca ulaşabilmek için öğrenciler tahminlerde bulunmuştur (34 ve 36).

Tablo 26. Öğrencilerin Etkinlik-6 Hakkındaki Birinci Diyalogları ve Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutunun Toulmin Modeli ile Analizi

<table>
<tr>
<td>Öğrencilerin Diyalogları</td>
<td>31. Öğretmen: Alanı 24 olacak şekilde farklı çevre uzunluklarına sahip dikdörtgenler oluşturulabilir mi?
32. Naz: Bunun da alanı 24 çıkar ters dönmüş hali.
33. Öğretmen: Kenar uzunluklarını değiştirin ama alanı yine 24 olsun.</td>
<td>34. Naz: O zaman 24 olması için bir kenarının 8 bir kenarının 3 olması gibi mi?
35. Öğretmen: Aynen öyle. Başka hangi uzunluklar olabilir?
36. Asu: 12 ve 2.
37. Naz: Kenar uzunlukları arttıkça alanı da artıyor.</td>
</tr>
<tr>
<td>Toulmin Modeli ile Analizi</td>
<td colspan="2">Geri çıkarımsal akıl yürütme analizi;
D₂₁: ? Dikdörtgenin kenar uzunluklarının 8 ve 3, 12 ve 2 dir → C₂₁: Dikdörtgenin alanı 24 br^2 ‘dir.
W₂₁: Dikdörtgenin alan formülü
Tümdengelimsel akıl yürütme analizi;
D₂₂: GeoGebra’da oluşturulan dikdörtgenler → C₂₂: ? Dikdörtgenin kenar uzunlukları artarsa alanı da artar
W₂₂: Kenar uzunlukları ve alanlarının karşılaştırılması, doğru orantı</td>
</tr>
</table>

Bir süre sonra Şekil 54’te verilen GeoGebra’da oluşturdukları dikdörtgenleri karşılaştıran Naz (37), kenar uzunluklarının artmasıyla alanının da arttığı iddiasını ortaya koymuştur. Ancak Naz’ın burada zaten alanları aynı olan dikdörtgenler oluşturmaya çalıştıklarını unutarak yanlış bir sonuca ulaşmıştır. Sonraki sorular için öğrenciler zorlandıkları gerekçesiyle etkinliği yarıda bırakmak istemişlerdir. Böylece etkinlik amacına ulaşamamıştır.



Şekil 54. Öğrencilerin Etkinlik-6'ya Ait Takım Çalışmaları 2

4.5.3. Sınıf Tartışması

Etkinlik-5 için yapılan sınıf tartışmasında ilk olarak Naz kendi takımının yaptığı çalışmayı (Şekil 51) ekran paylaşımı yaparak diğer öğrencilere anlatmıştır. Alanları oluştururken önce yaptıkları hatalardan bahsetmiş sonrasında ders notlarından yararlanarak tekrar oluşturduklarını anlatmışlardır. Bu takım toplam alanı 119,5 bulurken, diğer takımdan bir öğrenci dörtgenlere ayırmadan direkt içindeki kareleri sayıp toplam alanın 101 olması gerektiğini iddia etmiştir.

Etkinlik-6'nın sınıf tartışmasında yine Naz kendi takım çalışmalarında oluşturdukları (Şekil 53) farklı alanlara sahip dikdörtgenleri nasıl yaptıklarını ve hesaplamada neye dikkat ettiklerini anlamıştır. Dikdörtgen sayısı istenenden fazla ve soruda verilen bilgilere uygun olmadığı için öğretmen takım çalışmasında yaptığı uyarıyı hatırlatmıştır. Naz ve Eda bu şekilde anladıklarını ve ona göre yaptıklarını belirtmişlerdir. Diğer öğrencilerin çalışmaları eksik olduğu için sonraki soruya geçilmiştir. Naz Şekil 54'teki dikdörtgenlerin alanlarının aynı olmasına dikkat ederek kenar uzunluklarını 24'ün çarpanları olacak şekilde ayarladıklarını ifade etmiştir. Naz "çevre uzunlukları farklı ama alanları aynı" şeklinde ulaştıkları sonucu belirtmiş ve çalışmalarının bu kadar olduğunu söylemiştir. Alanları eşit olan dikdörtgenlerin çevreleri ile ilişkisine ulaşamadıkları için öğretmen onlara soru sorarak tartışmaya yönlendirmiştir.

Öğretmen: Dikdörtgenlerin çevre uzunluğu ile kenar uzunluklarını karşılaştırdığınızda nasıl bir ilişki söyleyebilirsiniz?

Naz: Hepsinin farklı.

Öğretmen: Peki unları duvar kaplamak için kullanılacak taşlar. Soruda verilen bilgilere göre sizin oluşturduğunuz taşlardan hangisi daha uygun fiyatlı oluyor?

Naz: Mavi olan bence. Çevresi 24.

Eda: Hocam ama sarı olan da olabilir çünkü yatay olarak uzunluğu daha çok.

Cem: Hocam bence çevresi en küçük olan.

Öğretmen: Peki çevresinin küçük olması için kenar uzunlukları nasıl olmalıdır?

Cem: Yakın olmalı bence.

Naz: Hocam mesela 24 ve 1 yazsaydık çevresi baya büyük olacaktı.

Öğretmen: Yani buradan elde ettiğimiz sonucu söylemek gerekirse, alanları aynı olduğunda kenar uzunlukları birbirine yakınsa?

Eda: Çevresi en küçük oluyor.

Öğretmenin yönlendirmeleriyle birlikte öğrenciler bilimsel olarak tartışma yapmıştır ve etkinlikte ulaşılması beklenen sonuca ulaşmıştır. Öğretmenin yönlendirici sorularıyla, öğrenciler dikdörtgenler kenar uzunluklarını ve çevrelerini karşılaştırıp kenar uzunluklarının birbirine yakın olduğu durumda en küçük çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenin elde edileceği iddiasını ortaya atabilmişlerdir. Altıncı etkinliğe ait sınıf tartışmasında öğretmenin yönlendirmesiyle de olsa öğrenciler tümevarımsal akıl yürütme ile iddiaya ulaşmışlardır.

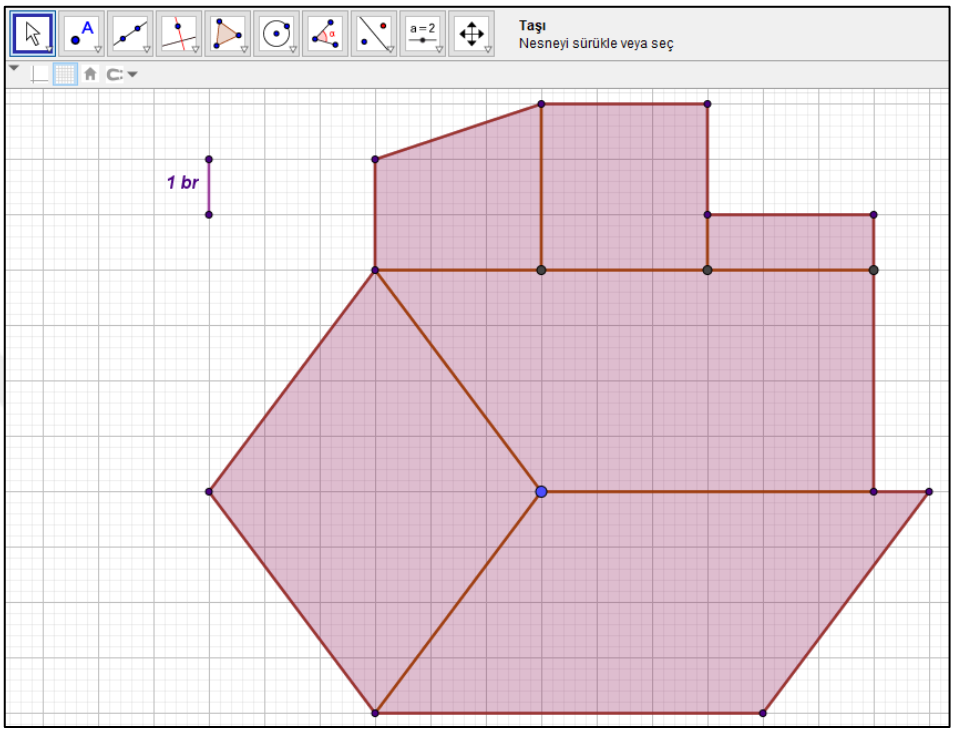
4.5.4. Öz Yansıtma

Beşinci ve altıncı etkinliklerin sınıf tartışmalarına katılan öğrencilerden öz yansıtma çalışmasını hiçbir öğrenci tam olarak yapmamıştır. Öğrencilerin bireysel ve takım çalışmasında zorlanmaları tekrar bireysel olarak çalışmaları konusundan onların isteğini kırdığı düşünülmektedir. Uygulama sonrasında öğrenciler özellikle altıncı etkinlikte çok zorlandıklarını söylemişlerdir.

4.5.5. Kurumsallaştırma

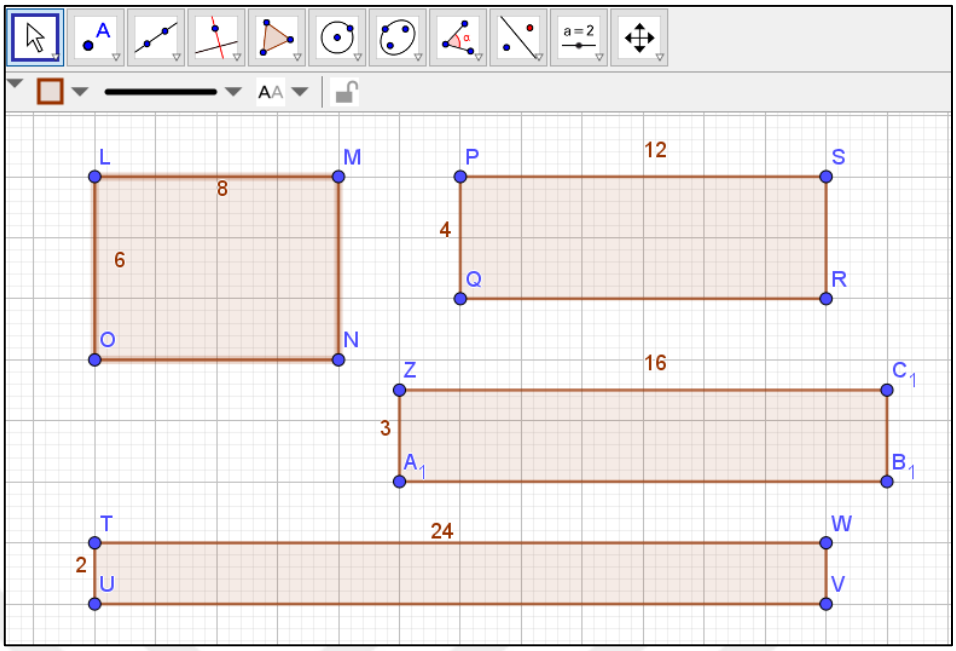
Beşinci etkinlik için öğretmen, özellikle takım çalışmasında elde edilen sonuçları değerlendirmiş ve kendisi de etkinliği çözmüştür. Etkinliğin kesin tek bir doğru cevabının olmadığını çizilen dörtgenlere göre farklı sonuçlar elde edilebileceğini özellikle belirtmiştir.

Öğretmenin beşinci etkinliğin son sorusu için oluşturduğu şekil (Şekil 55) üzerinde öğrenciler oluşturulan dörtgenlerin alanlarının nasıl bulunacağı hakkında fikirlerini söylemişlerdir. Etkinlik çözümü tamamlandığında kurumsallaştırma aşaması sonlandırılmıştır.



Şekil 55. Etkinlik-5 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan Şekil

Son etkinliğin kurumsallaştırma aşamasında öğretmen yine sadece takım çalışmasında daha aktif katılım sağlandığı için bu aşamadaki elde edilen sonuçlar üzerinde durmuştur. Öğrencilerin etkinliği anlamakta güçlük çekmeleri nedeniyle çözümünde de zorlanmış olmaları bu etkinlikte yeterince veri elde edilememesine sebep olmuştur. Öğrencilerin yaptıkları hatalar üzerinde durulduktan sonra, öğretmen etkinlikte kazanılması istenen asıl konu alan ve çevre ilişkisini anlatmak için GeoGebra'da dikdörtgenler oluşturmuştur (Şekil 56). Bu dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ve çevre uzunlukları karşılaştırılarak, sınıf tartışmasında ulaşılan sonuç tekrar ifade edilmiştir.



Şekil 56. Etkinlik-6 İçin Kurumsallaştırma Aşamasında Oluşturulan Dikdörtgenler

Altıncı etkinlikle ulaşılması hedeflenen ancak ulaşılamayan sonuçlara öğretmenin anlatımıyla ulaşılmıştır. Bunlardan ilki alanları aynı olan dikdörtgenlerden kenar uzunlukları yakın olanların en küçük çevreye sahip olduğudur. İkincisi ise çevre uzunlukları eşit dikdörtgenlerden kenar uzunlukları birbirine yakın olanların en büyük alana sahip olduğu dolayısıyla en büyük alana kare şeklindeki bir dörtgenin sahip olacağıdır. Burada öğretmen Şekil 56'daki dikdörtgenleri oluşturarak gerekli karşılaştırmaları yaparak öğrencilere konuyu anlatmıştır.

5. TARTIŞMA

GeoGebra destekli ACODESA metodu ile desteklenen öğrenme ortamında çokgenler konusunda gerçekleştirilen bu çalışmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin Jeannotte ve Kieran'ın (2017) matematiksel akıl yürütme modelinin yapısal boyutuna göre tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal yapılarını taşıdığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin incelendiği Carlsen'ın (2018) çalışmasında da tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal akıl yürütme yapıları ortaya çıkmıştır. Matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutuna göre Carlsen (2018) ile benzer sonuçlara ulaşmada her iki çalışmada yer alan öğrencilerin iş birlikli çalışmalar gerçekleştirmelerinin etkisi olduğu söylenebilir. Bu sonuç öğrencilerin GeoGebra destekli ACODESA metodu ile desteklenen öğrenme ortamında iş birlikli olarak çalışabildiklerini, akıl yürütebildiklerini ve akıl yürütmelerinin incelenebildiğini göstermektedir (Zengin, 2018b). Mevcut çalışmadaki öğrencilerin iş birlikli olarak çalışmasını ve tartışmasını teşvik eden matematiksel etkinliklerin, öğrencilerin akıl yürütmelerinin ortaya çıkmasını sağlamış olabileceği düşünülmektedir. Benzer şekilde Conner ve diğerlerinin (2014) küçük grupların argümantasyon süreçlerinin incelendiği çalışmasında da farklı etkinliklerin öğrencilerin akıl yürütmelerinin ortaya çıkmasında katkısı oluğu gözlemlenmiştir.

Akıl yürütmenin yapısal boyutunun yanında bu çalışma öğrencilerin akıl yürütmeleri benzerlik ve farklılık arayış süreçlerinin tamamını, örneklendirme sürecini ve doğrulama süreçlerinden gerekçelendirme sürecini içermektedir. Öğrencilerin akıl yürütmeleri süreç boyutuna göre incelendiğinde karşılaştırma, sınıflandırma, gerekçelendirme ve genelleme süreçleri öne çıkmaktadır. Benzer şekilde Zengin (2021) de çalışmasında ACODESA metodunun öğrencilerin genelleme ve gerekçelendirme süreçlerini yürütmeleri üzerinde etkili olduğunu belirtmektedir. Carlsen (2018) ise çalışmasında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin süreç boyutunda varsayım oluşturma, gerekçelendirme ve ispat süreçlerini gözlemlemiştir. Mevcut çalışma ile Carlsen'ın (2018) çalışması arasında ortaya çıkan farklılığın nedeni bu çalışmada kullanılan etkinlikler ile sosyal etkileşim ve iletişimi destekleyen ACODESA metodunun (Hitt ve González-Martín, 2015) kullanılmasından kaynaklı olabilir. Etkinlikler tasarlanırken Jeannotte ve Kieran'ın (2017) çerçevesi ile ACODESA metodunun (Hitt, 2011) aşamaları dikkate alınarak farklı akıl yürütme süreçlerini ortaya çıkaracak problem durumlarına ve yönergelere yer verilmiştir.

Öğrencilerin tartışmalarında bazı kelimeleri vurgulu olarak söyledikleri, bazılarında seslerini çok yükselterek, bazılarında ise çok sessiz sanki kendisiyle konuşur halde olduğu, bazı kelimelerle soruları tekrar ettikleri görülmüştür. Bununla birlikte öğrenciler, ekranda işaretlemeler yaparak düşüncelerini konuşma dışında göstergebilimsel araçlarla (Radford, 2003) ifade etmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini somut hale getiren bu eylemlerinin matematiksel akıl yürütmelerini etkilediği söylenebilir. Benzer şekilde Carlsen (2018) da göstergebilimsel nesnelleştirme araçlarının, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin hem yapısal hem de süreç yönünü karakterize ettiğini belirtmiştir.

Düzgün çokgenin özelliklerini keşfetmeye yönelik uygulanan etkinlikte öğrencilerin bireysel çalışmada akıl yürütmenin benzerlik ve farklılık arayışı süreçlerinden karşılaştırma ve sınıflandırma süreçlerinin ortaya çıktığı görülmüştür. Bireysel çalışmada öğrenciler düzgün çokgen kavramını kullanmadan, özelliklerini keşfetmişlerdir. Öğrencilerin takım çalışmasında, bireysel çalışmadaki bu keşiflerini kullandıkları ve akıl yürütmelerinin süreç boyutundan karşılaştırma ve örüntü tanımlama süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Matematiksel akıl yürütmenin kavramsal yapısı öğrencilerin tartışma aşamasındaki ilk diyaloglarında gözlemlenememiş, öğrenciler iddia ortaya atmak yerine sadece önerilerde bulunmuşlardır. Ancak tartışma aşamasının diğer diyaloglarında geçen akıl yürütmeler tümdengelimsel yapıdadır. Sınıf tartışmasında, öne çıkan bir takım dışında diğer öğrenciler bilimsel tartışmaya pek katılmadıkları için takım çalışmasındaki akıl yürütme süreci aynen tekrar edilmiştir. Öz yansıtma aşamasında, yine takım çalışmasında baskın rol oynayan takımdaki öğrenciler elde ettikleri bilgileri yeniden yapılandırabilmişlerdir. Ayrıca takım çalışmasında yeterince aktif olmamasına rağmen bir öğrencinin sınıf tartışmasından sonra öğrendiği bilgileri bireysel olarak yansıtabildiği görülmüştür. Etkinlik 1'den elde edilen bulgulardan hareketle ACODESA metodunun farklı akıl yürütme yapılarının ve süreçlerinin ortaya çıkmasında etkili olduğu söylenebilir. Benzer şekilde Aksu ve Zengin'in (2022) çalışmasında da GeoGebra destekli ACODESA metodu kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamında farklı akıl yürütme yapıları ve süreçleri ortaya çıkmıştır.

Çokgenlerin iç ve dış açı ölçüleri toplamını keşfetmeye yönelik bireysel çalışmada öğrencilerin GeoGebra'daki ölçümlerle Etkinlik-2'deki tabloyu doldurdukları yani veriler topladıkları ancak herhangi bir iddiada bulunmadıkları görülmüştür. GeoGebra'da bireysel çalışmada yapılan hatalı ölçümler takım çalışmasında düzeltilmiş ve etkinlikte istenen yönergeler yapılmıştır. Takım çalışmasında öğrencilerin akıl yürütmelerinde genelleme,

varsayım oluşturma, örneklendirme, örüntü tanımlama ve karşılaştırma süreçleri görülmüştür. Takım çalışmasının başlarında iç açı ölçüleri toplamına yönelik yeterli veri toplamadan genelleme yaptıkları için yapısal olarak geri çıkarımsal akıl yürüttükleri, devamında hem iç açı hem de dış açı ölçüleri toplamında tümdengelimsel akıl yürütmeye geçtikleri görülmüştür. Daha sonraki tartışmalarında köşegenin ne olduğunu yanlış hatırladıkları ve etkinlikteki yönergelere dikkatle uymadıkları için dış açıların toplamı hakkında tümevarımsal akıl yürütmeyle hatalı da olsa bir iddia ortaya attıkları görülmüştür. Öğretmenin yönlendirmesiyle, öğrenciler yaptıkları hatayı düzeltip tekrar tümevarımsal akıl yürütmeyle takım çalışmasını tamamlamışlardır. Sınıf tartışmasında da öğrencilerin akıl yürütme yapısı tümevarımsal olarak devam etmiş ve takım çalışmasındaki sonuçları karşılaştırarak genellemeye ulaştıkları görülmüştür. Öğrenciler bireysel çalışmalarındaki hataları takım çalışmasında düzeltmişler ve gerekçeli bir şekilde iddialar ortaya atmışlardır. Sınıf tartışmasında da buldukları sonuçların doğrulanmasıyla birlikte öz yansıtma aşamasında aynı sonuçları yinelemişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin bireysel çalışmadan öz yansıtmaya kadar konuyu öğrenmelerindeki gelişim ve bilgilerinin kalıcılığının sağlandığı net bir şekilde gözlemlenmektedir. Bu bilgilerin doğruluğu öğretmen tarafından son olarak kurumsallaştırma aşamasında kontrol edilmiş ve öğrencilerin ulaşamadığı iç açı ölçüleri toplamına ilişkin genellemeye ulaşılmıştır. Bu bulgulardan hareketle ACODESA metodunun matematiksel kavramların öğrenilmesinde ve kalıcı öğrenmelerin gerçekleşmesinde etkili olabileceği düşünülmektedir. Benzer şekilde Hitt ve González-Martín (2015) de çalışmalarında ACODESA metodunun matematiksel kavramların öğrenilmesine katkı sağladığını belirtmektedir.

Dörtgenlerin özelliklerinin incelendiği Etkinlik-3 için öğrenciler bireysel çalışmada ön bilgilerine göre etkinlikteki görsel üzerinde dörtgenleri karşılaştırarak sınıflandırma yapmış, GeoGebra'da karşılaştırılması istendiği halde dinamik yazılımı kullanmamayı tercih etmişlerdir. Bu sınıflandırma için herhangi bir gerekçe sunmamışlardır. Takım çalışmasında da akıl yürütmenin süreç boyutunda karşılaştırma, sınıflandırma, gerekçelendirme ve genelleme süreçleri daha çok öne çıkmıştır. Matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyutu incelendiğinde dörtgenlerin sınıflandırılmasında geri çıkarımsal, köşegenlerle ilgili özelliklerde ise tümevarımsal yapıda akıl yürüterek iddialarda bulunmuşlardır. Sınıf tartışmasında ise diğer takımdaki öğrencilerden biri tartışmaya katılarak kendi fikirlerini de eklemiştir. Öz yansıtma çalışmasında, bireysel çalışmayla karşılaştırma yapıldığında dörtgenlerin sınıflandırılması çeşitlendirilmiş ve hatalı olan sınıflandırmaların bazıları

düzeltilmiştir. Bu değişimde takım çalışması ve sınıf tartışmasının etkisi olduğu söylenebilir Dolayısıyla iş birlikli olarak çalışmanın öğrencilerin öğrenmelerine katkı sağladığı ve öğrendikleri bilgileri bireysel olarak tekrar yansıtabilmelerinde etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerin çokgenleri isimlendirme konusunda zorlandıkları görülmüştür. Bu nedenle öğretmen kurumsallaştırma aşamasında konuyu ayrıntılı olarak ele almış ve dörtgenlerin GeoGebra'da nasıl inşa edilmesi gerektiğini uygulamalı olarak anlatmıştır. Böylece öğretmenin ders sonunda üstleneceği bilgiyi aktaran rolünün öğrencilerin eksiklerini gidermeleri ve doğru bilgiye ulaşmaları açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca öğretmenin yönlendirici soruları sormadığı, öğrencilerin tartışmalarını gerekçelendirmelerini istemediği bazı durumlarda öğrenciler çalışmalarını sezgisel olarak tamamlamışlardır. Benzer şekilde Conner ve diğerlerinin (2014) çalışmasında da öğretmenin yönlendirici soruları, öğrencilerin gerekçeyi kullanmalarını ve iddiaya ulaşmalarını sağlayan tartışma süreçlerine destek olmuştur. Dolayısıyla öğretmenin sürece dahil olmasının, tartışmaların üretken olması açısından da önemli olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin dörtgenleri sadece sezgisel olarak değil özelliklerine göre de ayırt edebildikleri görülmüş ve bu durum dörtgenler arasındaki kapsayıcı ilişkileri anladıklarını göstermektedir (Clements ve Battista, 1992).

Eşkenar dörtgen ve yamuğun alanına yönelik Etkinlik-4'ün bireysel çalışmasında öğrencilerin örneklendirmeler yaptıkları ve genelleme yaparak tümevarımsal akıl yürütmeyle iddialarda bulundukları görülmüştür. Eşkenar dörtgenin alanını keşfetmeye yönelik takım çalışmasında öğrencilerin akıl yürütme yapısı tümdengelimsel ve tümevarımsal olarak gözlemlenmiştir. Yamuğun alanını keşfetmeye yönelik tartışmalarının başlarında geri çıkarımsal akıl yürütme, sonrasında ise tümevarımsal akıl yürütme yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin eşkenar dörtgen ve yamuğun alanına ilişkin tartışmalarındaki akıl yürütmelerinin süreç boyutunda ise örneklendirme, karşılaştırma, genelleme süreçleri sıklıkla ortaya çıkmıştır. Takım çalışmasında eşkenar dörtgenin ve yamuğun alanı hakkında bir genelleme oluşturabilmişlerdir. Sınıf tartışmasında da ulaşılan bu genellemeler diğer öğrencilerle paylaşılmış ve doğrulama süreci ile iddialar desteklenmiştir. İndüktif akıl yürütmenin devam ettiği öz yansıtma aşamasında da öğrenciler alan bağıntılarını sözel ve matematiksel ifadeleri bir arada kullanarak takım çalışması ve sınıf tartışmasında iş birlikli olarak elde ettikleri bilgileri yeniden yapılandırmışlardır. Kurumsallaştırma aşamasında öğretmen ilk olarak öğrencilerin Etkinlik-4'te yaptığı çalışmaları değerlendirmiştir. Üçgenin

alanının nasıl hesaplandığını öğrencilere hatırlatarak, bu bilginin eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarında nasıl kullanılabileceğini anlatmıştır.

Alan problemlerine yönelik hazırlanan son etkinliklerde öğrenciler bireysel çalışmada zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Takım çalışmasında ise öğrencilerin Etkinlik-5'teki alan problemini çözmeye yönelik tartışmalarında yapısal olarak geri çıkarımsal ve tümdengelimsel, akıl yürüttükleri görülmüştür. Süreç boyutunda ise öğrencilerin daha çok gerekçelendirme ve karşılaştırma süreçleri yürüttüğü belirlenmiştir. Dikdörtgenin çevre ve alan ilişkisine yönelik hazırlanan Etkinlik-6 için yapılan takım çalışmasında da öğrencilerin yine geri çıkarımsal ve tümdengelimsel akıl yürütme yapıları ile örneklendirme süreci öne çıkmıştır. Bu son etkinliğin sınıf tartışmasında öğrenciler, öğretmenin yönlendirici sorularıyla birlikte takım çalışmasında ulaşamadıkları sonuçlara ulaşabilmişlerdir. Sınıf tartışmasında öğrencilerin akıl yürütmelerinde tümevarımsal yapı ve karşılaştırma süreci görülmüştür. Bireysel ve takım çalışmasında özellikle son etkinliğin çözümünde öğrenciler çok zorlandıkları için öz yansıtma aşamasını tamamlamamışlardır. Kurumsallaştırma aşamasında ise öğretmen, etkinlikte öğrencilerin zorlandığı kısımları çözümlemiş ve alan ile çevre arasındaki ilişkiyi açıklayarak uygulama sürecini tamamlamıştır.

Öğrenci akıl yürütmesini görselleştirebiliyorken, inşa sürecinde matematiksel özelliklerdeki bilgi eksikliğinden veya kullanılan dinamik yazılımla ilgili eksikliğinden kaynaklanan hatalar sonucunda istenilen genellemeye veya sonuca ulaşamayabilir (Duval, 1998). Bu çalışmanın özellikle çokgenlerin iç ve dış açıları toplamının keşfedilmesi kazanımında öğrenciler takım çalışması aşamasındayken elde ettikleri verileri, ortaya attıkları iddiaları veya sundukları gerekçelerin bazılarını inşa üzerinde doğrulamak yerine sadece görselleştirme yolunda ilerledikleri için hatalı genellemeler oluşturmuşlardır. Benzer şekilde Duval (1998), bazı durumlarda görselleştirmenin öğrencilerin yanılmasına sebep olabildiğini belirtmiştir. Öğrencilerin araçları kullanmakta zorluk yaşamalarının bu duruma sebep olduğu düşünülmektedir.

Düzgün çokgenin özellikleri kazanımına yönelik yapılan takım çalışmasında öğrencilerin GeoGebra'da doğru parçası, çember, düzgün çokgen ve sürgü araçlarını kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Öğrenciler özellikle sürgü aracının kullanımında sorun yaşamışlardır. Çokgenlerin iç ve dış açı ölçüleri toplamlarını keşfetmeye yönelik etkinlikte çoğunlukla düzgün çokgen, açı, doğru parçası araçları kullanılmıştır. Öğrenciler açı ölçerken önce yönünü ayarlayamamışlar ancak sonrasında doğru bir şekilde

kullanabilmişlerdir. Dörtgenlerin sınıflandırılması için öğrenciler GeoGebra'da açı ve uzunluk ölçme araçlarının yanında, verilen uzunlukta doğru parçası ve taslak şekil araçlarını da kullanmışlardır. Üçüncü etkinliğin son sorusunda istenen dörtgenlerin inşalarını yapmakta zorlandıkları sadece bir öğrencinin öz yansıtma çalışmasında tekrar inşa etmeye çalıştığı görülmüştür. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alanını keşfetmeye yönelik etkinlikte öğrenciler çokgen, doğru parçası araçları ile uzunluk, açı ve alan ölçme araçlarını kullanmışlardır. Alan problemleri için uygulanan son iki etkinlikte de öğrencilerin çokgen, doğru parçası, uzunluk ve açı ölçme araçlarını daha çok kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerinin uygulama süresince GeoGebra'da sürgü aracını etkili bir şekilde kullanamamış, açı aracını daha az etkili kullanmış de diğer araçları genellikle etkili bir şekilde kullanabilmişlerdir. Etkili ve doğru kullandıkları araçlarla elde ettikleri veriler daha doğru sonuçlara ulaşmalarını desteklemiştir. Ancak etkili kullanamadıkları araçlar genelde yanlış çıkarımlar yapmalarına veya tartışmayı gerekçelendirmeden sezgisel olarak tamamlamalarına sebep olmuştur. GeoGebra'nın öğrencilerin sorgulama becerilerini destekleyerek matematiksel özellikleri keşfetmelerine ve gözlemlerini gerekçelendirmelerine katkı sağladığı bilinmektedir (Healy ve Hoyles, 2001). Bu çalışmada da öğrencilerin GeoGebra yazılımını kullanarak keşifler gerçekleştirdiği, bir sonuca ulaştığı ve bir iddiayı doğrulamaya çalıştığı görülmüştür. Bu nedenle iş birlikli öğrenme ortamlarında GeoGebra gibi dinamik yazılımların yani teknolojinin kullanılmasının akıl yürütme açısından faydalı olacağı düşünülmektedir.

GeoGebra ile desteklenmiş sosyokültürel bir öğrenme ortamında gerçekleştirilen bu çalışmada kullanılan ACODESA metodunun uygulama süreci boyunca öğrencilerin akıl yürütmelerini ortaya çıkarmaya katkı sağladığı görülmektedir. Bunun yanında öğrencilerin bilimsel tartışmalar yaparak iddialar üretmelerine ve bunları gerekçelendirmelerine, geometrik ilişkiler kurmalarına da katkı sağlamıştır. Bu genel sonuçlar Zengin'in (2018b) çalışmasında ulaştığı sonuçlarla uyumludur. Öz yansıtma aşaması sayesinde öğrencilerin takım çalışması sonrasında sınıf tartışmasında emin olamadığı veya fikrini belirtemediği durumlarda bireysel olarak çalışmasının iddia oluşturmayı ve iddialarını doğrulamayı tekrar denemesi açısından faydalı olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin bireysel olarak çalışmaya başlayarak, sonrasında takım çalışması ve sınıf tartışmalarında sundukları iddialar ve gerekçelerle, iş birliği ortamında takımın veya sınıfın ortaklaşa akıl yürütmelerine katkıda bulundukları görülmüştür. Bu bağlamda

GeoGebra destekli ACODESA metodu ile desteklenen bir öğrenme ortamında gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen sonuçların ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarının nasıl ortaya çıktığının belirlenmesi ve incelenmesi konusunda yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin GeoGebra destekli ACODESA metodu ile desteklenen bir öğrenme ortamında çokgenler konusuna yönelik matematiksel etkinliklerle ortaya çıkan akıl yürütmelerinin incelenmesinin amaçlandığı bu çalışmada, öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapı ve süreç boyutlarına odaklanılmıştır. Dokuz öğrenci ile başlayan ancak uygulama süreci boyunca altı öğrencinin devamlılık gösterdiği uygulama sürecinde öğrenciler çokgenler konusuna yönelik hazırlanan matematiksel etkinliklerle GeoGebra yazılımında çalışmıştır. Uygulama süreci, ACODESA (Hitt, 2011) metodunun bireysel çalışma, üçer kişilik takım çalışması, tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışması, tekrar bireysel çalışılan öz yansıtma ve son olarak öğretmenin konuyu anlattığı kurumsallaştırma aşamalarına göre gerçekleştirilmiştir.

Uygulamada veri toplama aracı olarak kullanılmak üzere yedinci sınıf çokgenler alt öğrenme alanı kazanımlarına yönelik on tane matematiksel etkinlik tasarlanmıştır. Uzman görüşleri sonrasında önerilen düzenlemeler yapılmış ve sekiz matematiksel etkinlik pilot uygulamada uygulanmıştır. Pilot uygulama sonrasında etkinliklerde tekrar düzenleme yapılmış ve etkinliklerin sayısı altıya düşürülmüştür. Ayrıca pilot uygulama sonrasında esas uygulama için bir uygulama planı tasarlanmıştır. Her hafta bir etkinlik olmak üzere altı hafta boyunca yürütülen uygulama boyunca ekran ve ses kayıtları alınmıştır. Uygulama sürecindeki tartışmalar transkript edilerek öğrencilerin söylemlerinin analiziyle birlikte iş birlikli matematiksel akıl yürütmeleri incelenmiştir. Jeannotte ve Kieran'ın (2017) matematiksel akıl yürütme çerçevesine ve Toulmin (2003) modeline göre matematiksel akıl yürütmenin yapısal yönleri ve süreç yönleri analiz edilmiştir.

Bireysel çalışmadan itibaren kurumsallaştırma aşamasına kadar öğrencilerin akıl yürütme gelişimleri incelendiğinde altı hafta süren uygulama sonunda özellikle takım çalışmalarında öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapısı ve süreçleri daha belirgin olarak gözlemlenmiştir. Böylece kullanılan ACODESA yönteminin öğrencilerin akıl yürütmelerine ve öğrenmelerine olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna ulaşılabilir. Yani iş birlikli öğrenme metodu ACODESA'nın bireysel aşamasında öğrenilemeyen bilgilerin, takım çalışması ve sınıf tartışmasında öğrenilip öz yansıtma aşamasıyla birlikte bu bilgilerin kalıcılığını sağladığı görülmektedir. Bu sonuca dayanarak sosyokültürel bir öğrenme

ortamının oluşturulmasında ve matematik kavramlarının öğretiminde ACODESA metodunun kullanılması önerilebilir.

Varsayım oluşturma, öğrencilerin ilkokulda kazanabileceği bir beceridir ve bu beceriyi geliştirmek için öğretmenlerin zengin içeriklerle öğrencilere uygun fırsatlar vermesi gerekir (NCTM, 2000). Bu çalışmada varsayım oluşturma süreci, diğer benzerlik ve farklılık arayış süreçlerine göre daha az ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla varsayım oluşturma süreci daha fazla ortaya çıkması için çalışmanın geliştirilmesi gerekmektedir. Öğretmenlerin öğrenme ortamlarında kullanılan etkinliklerle, yönlendirici sorularla öğrencilerin varsayım oluşturmalarını desteklemeleri gerekir.

Bu çalışmada öğrencilerin ispat ve formel ispat süreçleri gözlenememiştir. Bazı öğrenciler verdikleri örneklerin doğrulanabilmesiyle birlikte ispat yaptıklarını düşünmektedirler. Ancak örneklendirmek, ispat yapmak değildir (NCTM, 2000). İspat yapma becerisini geliştirmek için öğrenme ortamlarında öğrencilerin neden sonuç ilişkisini ortaya çıkarmaya yönelik çalışmalar yapılmalıdır (NCTM, 2000). Ancak akıl yürütme her zaman ispat içermek zorunda değildir (Lithner, 2008). Bu çalışmada da görüldüğü gibi öğrencilerin ispat sürecine girmeden sadece gerekçelendirme yaparak doğrulama sürecine dahil oldukları görülmüş, dolayısıyla akıl yürütmeleri incelenmiştir.

Öğrenciler özellikle iletişim becerisi daha yüksek olan bir öğrencinin düşüncelerini benimseyip, iddiasını açıklaması veya gerekçelendirmesi için ona pek fazla soru yöneltmemektedir. Bu durumda rehber olan öğretmen öğrencilerden açıklama ve gerekçelendirme yapmalarını isteyip onları bu konuda teşvik etmelidir (Davidan ve diğ., 2019). Bu çalışmanın bulguları da göstermektedir ki öğretmenin özellikle bir gerekçe istemesi, açıklama gerektiren sorular yöneltmesi öğrencilerin bu süreçlerini ortaya çıkarmada etkili olmuştur. Dolayısıyla öğrencilerin düşüncelerini daha fazla ifade etmesi ve akıl yürütmesi için öğretmenlere öğrenciler arasında yaşanan tartışmalara katılmaları önerilmektedir.

GeoGebra yazılımının kullanılmasının öğrencilerin akıl yürütmelerini hem yapısal (tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal) hem de süreç boyutu (karşılaştırma, sınıflandırma, genelleme ve gerekçelendirme) bakımından desteklediği sonucuna varılmıştır. Bu sonuca dayanarak öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini desteklemek isteyen matematik öğretmenlerine GeoGebra gibi dinamik yazılımlarının kullanımını öğrencilerine öğreterek sınıf ortamında daha fazla kullanması önerilmektedir. Bunun

yanında GeoGebra yazılımının kullanılmasını gerektiren etkinlikler, farklı çalışmalarda uygulanıp elde edilen sonuçlar bağlamında güncellenebilir. Akıl yürütmenin daha az ortaya çıkan süreçlerinin gözlemlenebilmesi için etkinliklerde buna yönelik matematiksel etkinliklerde düzenlemeler yapılabilir.

GeoGebra yazılımının entegre edildiği ACODESA metoduyla desteklenen öğrenme ortamı, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin hem yapısal hem de süreç boyutunda anlam oluşturmadaki çağrışım gücü ve dinamik görsel öğelerin ortaya çıkmasında önemli rol oynamaktadır (Zengin, 2022). Bu çalışma GeoGebra ve ACODESA ile desteklenen sosyal etkileşim ve iletişimin sağlandığı öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin nasıl nitelendiğini göstermektedir. İlgili literatürde matematiksel akıl yürütme daha çok nicel bir bağlamda ele alınmış veya problem çözme bağlamında açık uçlu soruların nicel bir hale getirilmesiyle incelenmiştir. Ancak matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım çerçevesinde diyalojik yaklaşımla ele alınan çalışmaların sınırlılığı düşünüldüğünde, bu çalışmanın nitel bağlamda akıl yürütmeyi ele alması bakımından matematik eğitimi araştırmaları literatürüne katkı sağladığı düşünülmektedir.

Tablo 27. Etkinliklere Göre Öğrencilerin Akıl Yürütme Yapıları ve Süreçleri

Etkinlik	**Yapısal Boyut**	**Süreç Boyutu**
Etkinlik-1	Tümdengelimsel akıl yürütme	Karşılaştırma, sınıflandırma, örüntü tanımlama ve örneklendirme
Etkinlik-2	Tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal akıl yürütme	Genelleme, varsayım oluşturma, karşılaştırma, örüntü tanımlama, gerekçelendirme ve örneklendirme
Etkinlik-3	Tümdengelimsel ve tümevarımsal akıl yürütme	Genelleme, karşılaştırma, sınıflandırma, gerekçelendirme ve örneklendirme
Etkinlik-4	Tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal akıl yürütme	Genelleme, karşılaştırma ve örneklendirme
Etkinlik-5	Tümdengelimsel ve geri çıkarımsal akıl yürütme	Karşılaştırma ve gerekçelendirme
Etkinlik-6	Tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal akıl yürütme	Karşılaştırma

Tablo 27 incelendiğinde etkinliklerin tamamında öğrencilerin akıl yürütmelerinde tümdengelimsel yapı görülmektedir. Süreç boyutunda ise tüm etkinliklerde farklı süreçler ortaya çıkmıştır. Alan problemleri ile ilgili olan Etkinlik 5 ve 6'da diğer etkinliklere göre öğrencilerin akıl yürütme daha az süreç gözlemlenmiştir. Öğrencilerin son haftalardaki uygulamalara daha az katılım göstermeleri ve özellikle uzaktan eğitim döneminde yapılmasının da öğrencilerin motivasyonlarında, derse olan ilgilerinde eksikliğe sebep olduğu düşünülmektedir.

Çalışma ortaokul öğrencileri ve çokgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel etkinlikler ile uygulama sürecinde kullanılan dinamik matematik yazılımı ve sosyal etkileşim-iletişim ile desteklenen bir öğrenme ortamıyla sınırlıdır. Veri toplama aracı olarak kullanılan matematiksel etkinlikler bir pilot uygulama ile sınırlıdır. Uzaktan eğitim döneminde uygulanan bu çalışmanın okulda uygulandığında farklı sonuçlarla karşılaşılabileceği göz önüne alınarak uygulanması önerilmektedir. Bu çalışmada kullanılan etkinliklerin çalışmadan elde edilen sonuçlara göre güncellenmesiyle etkinliklerin öğrencilerin akıl yürütmelerini hem yapısal hem de süreç boyutun açısından destekleyebilir ve farklı akıl yürütme türlerinin ortaya çıkmasına fırsat verilmesini sağlayabilir. Dolayısıyla farklı öğrenme ortamlarında farklı konularda yapılan çalışmalarda öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri farklı açılardan hem süreç hem de yapısal boyut bağlamında desteklenebilir.

7. KAYNAKLAR

Aksu, N., & Zengin, Y. (2022). Disclosure of students' mathematical reasoning through collaborative technology-enhanced learning environment. *Education and Information Technologies*, *27*(2), 1609–1634. https://doi.org/10.1007/s10639-021-10686-x

Alkan, H., & Bukova-Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3), 221-236.

Ayaz, Ü. B. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin kavram imajları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Akyüz, D. (2016). Mathematical practices in a technological setting: A design research experiment for teaching circle properties. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *14*(3), 549–573. https://link.springer.com/article/10.1007/s10763-014-9588-z

Ay, Y., & Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi, 18*(1), 83-104. https://doi.org/10.12984/egeefd.328377

Ayan-Civak, R. (2020). *The evolution of mathematical practices in a seventh-grade classroom: Analyzing students' development of proportional reasoning* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: Open University Press.

Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. *Educational Studies in Mathematics*, 106, 251–270. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10012-1

Blanke, B. L. (2009). Understanding mathematical discourse in the elementary classroom: A case study (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses Database. (Document ID 3352007).

Boyacı, S. H. (2019). *The proportional reasoning ability of preservice mathematics teachers: A mixed method study* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Boğaziçi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8

Carlsen, M. (2018). Upper secondary students' mathematical reasoning on a sinusoidal function. *Educational Studies in Mathematics, 99*(3), 277–291. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9844-1

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). New York, NY: MacMillan.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1990). The effects of Logo on children's conceptualizations of angles and polygons. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(5), 356–371.

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. *Mathematical Thinking and Learning, 16*(3), 181–200. https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921131

Çırakoğlu, T. (2020). *Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanılgılarına ve hatalarına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Davidson, A., Herbert, S., & Bragg, L. A. (2019). Supporting elementary teachers' planning and assessing of mathematical reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education,* 17, 1151-1171. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9904-0

Demirtaş, T. M. (2022). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının tümevarımsal akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems, 6*(2), 191–203.

Douek, N. (1998). Some remarks about argumentation and mathematical proof and their educational implications. *European Research in Mathematics Education I: Group I,* 125-139.

Duran, V., & Ekici, G. (2020). Investigation of reasoning styles and causal attributions for success of teacher candidates. *OPUS International Journal of Society Researches*, Eğitim ve Toplum Özel sayısı, 5483-5507. https://doi.org/10.26466/opus.779768

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. In C. Mammana and V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 37-52). Kluwer Academic Publishers.

Ellis, A. (2007). Connections between generalizing and justifying: Students' reasoning with linear relationships. *Journal for Research in Mathematics Education,* 38, 194-229. https://doi.org/10.2307/30034866

Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Erdem, E., & Gürbüz, R. (2015). *An analysis of seventh-grade students' mathematical reasoning. Cukurova University Faculty of Education Journal, 44*(1), 123-142. https://dergipark.org.tr/en/pub/cuefd/issue/4139/54361

Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education, 9*(1-2), 3-20. http://dx.doi.org/10.1080/14794800008520167

Gergin, G. (2022). *8. sınıf öğrencilerinin cebirde stratejik akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Göncü, H. B. (2020). *Tahmin becerilerinin geliştirilmesinin 60-72 aylık çocukların akıl yürütme ve sezgisel matematik yeteneklerine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Gülay, O. (2020). *İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin uzunlukları ölçme konusundaki farklı problem türlerine yönelik akıl yürütme tiplerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Yozgat Bozok Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Gündoğdu, N. S. (2021). *7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin FeTeMM etkinlikleriyle gelişiminin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 1–16.

Hançer, D. N. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin toplamsal ve çarpımsal akıl yürütme eğilimlerinin farklı değişkenlere göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Healy, L., & Hoyles, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*(3), 235–256. https://doi.org/10.1023/A:1013305627916

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 371-404). Charlotte: Information Age.

Hitt, F. (2011). Construction of mathematical knowledge using graphic calculators (CAS) in the mathematics classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *42*(6), 723-735.

Hitt, F., & González-Martín, A. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflexion) method. *Educational Studies in Mathematics*, *88*(2), 201–219. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9578-7

Hitt, F., Saboya, M., & Zavala, C. C. (2017). Rupture or continuity: The arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics, 94*(1), 97–116.

Hohenwarter, M. (2002). *GeoGebra – Ein Softwaresystem für dynamische Geometrie und Algebra der Ebene [GeoGebra – a software system for dynamic geometry and algebra*

in the plane] (Unpublished master's thesis). Universität Salzburg, Salzburg, Austria. [Google Scholar]

Hohenwarter, M. (2004, July). Bidirectional dynamic geometry and algebra with GeoGebra. In Proceedings of the German Society of Mathematics Education‟ s annual conference on Mathematics teaching and Technology. Soest, Germany.

Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra.* In Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference. Pecs, Hungary. http://archive.geogebra.org/static/publications/pecs_2004.pdf

Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and its Applications*, 7, 1448.

Hohenwarter, J., & Hohenwarter, M. (2013). *Introduction to GeoGebra*. Retrieved from https://static.geogebra.org/book/intro-en.pdf

Hollebrands, K. F., Conner, A., & Smith, R. C. (2010). The nature of arguments provided by college geometry students with access to technology while solving problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(4), 324-350.

Korucu, S. (2009). *Çokgenler konusunda karikatür ve bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinin karşılaştırılması* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *Emergence of mathematical meaning* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

İlhan, A., & Aslaner, R. (2020). Matematik öğretmen adaylarının görsel matematik okuryazarlık algılarının bazı değişkenlere göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33*(1), 229-260. https://doi.org/10.19171/uefad.589686

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics, 41*(2), 165–190.

Lithner, J. (2003). Students' mathematical reasoning in university textbook exercises. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 29–55. https://doi.org/10.1023/A:1023683716659

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 255–276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2

Maguire, T., & Neill, A. (2006). *Classroom discourse (mathematics)*. 20 Temmuz 2022 tarihinde https://arbs.nzcer.org.nz/classroom-discourse-mathematics adresinden erişildi.

Mata-Pereira, J., & da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: Teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics, 96*(2), 169–186. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4

McMillan, J., & Schumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th ed.). Boston: Pearson.

Mercer, N., Wegerif, R., & Dawes, L. (1999). Children's talk and the development of reasoning in the classroom. *British Educational Research Journal, 25*(1), 95-111. https://doi.org/10.1080/0141192990250107

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.

Miles, M, B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded Sourcebook* (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). Sage.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınevi.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2019). PISA 2018 assessment and analytical framework. Paris: OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

Öz, E. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Öz, T., & Işık, A. (2018). Investigation of the mathematical reasoning skill levels of mathematics education students. *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 5*(3), 109-122. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ijesim/issue/40246/440299

Özdemir-Erdoğan, E., Erdoğan, A., Dur, Z., & Akkurt-Denizli, Z. (2020). Dinamik geometri yazılımı ile keşif, varsayım ve ispat: Bir durum çalışması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 14*(1), 661-690.

Özen-Yılmaz, G. (2019). *Investigating middle school students' achievement and strategies in proportional reasoning problems* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Özgen, K. (2017). Matematiksel öğrenme etkinliği türlerine yönelik kuramsal bir çalışma: fonksiyon kavramı örneklemesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(3), 1437-1464.

Palinussa, A. L., Molle, J. S., & Gaspersz, M. (2021). Realistic mathematics education: mathematical reasoning and communication skills in rural contexts. *International Journal of Evaluation and Research in Education, 10*(2), 522-534.

Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66, 23–41. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x

Peirce, C. S. (1956). Sixth paper: Deduction, induction, and hypothesis. In M. R. Cohen (Ed.), *Chance,love, and logic: Philosophical essays* (pp. 131–153). G. Braziller.

Poon, K. K., & Leung, C. K. (2016). A study of geometric understanding via logical reasoning in hong kong. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 17*(3).

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning, 5*(1), 37–70.

Ross, K. A. (1998). Doing and proving: the place of algorithms and proof in school mathematics. *The American Mathematical Monthly, 105*(3), 252–255. https://doi.org/10.1080/00029890.1998.12004875

Santos, L., Mata-Pereira, J., da Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2022). Teachers' understanding of generalizing and justifying in a professional development course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(1), em2067. https://doi.org/10.29333/ejmste/11488

Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education, 34*(1), 4–36. https://doi.org/10.2307/30034698

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Sfard, A. (2012). Introduction: Developing mathematical discourse - some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research, 51-52*, 1–9.

Sidenvall, J., Lithner, J., & Jäder, J. (2015). Students' reasoning in mathematics textbook task-solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(*4), 533-552. http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2014.992986

Smith, R. C. (2010). *A comparison of middle school students' mathematical arguments in technological and non-technological environments.* A dissertation submitted to partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. Raleigh: North Carolina State University, Graduate Faculty

Stouraitis, K., Potari, D., & Skott, J. (2017). Contradictions, dialectical oppositions and shifts in teaching mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 95, 203–217. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9749-4

Somuncu, B. (2021). *Okul öncesi dönemdeki çocukların matematiksel akıl yürütme becerilerine kodlama eğitiminin etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Sumarsih, Budiyono, & Indriati, D. (2018). Profile of mathematical reasoning ability of 8thgrade students seen from communicational ability, basic skills, connection, and

logical thinking. *Journal of Physics: Conference Series*, 1008, 012078. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1008/1/012078

Tekin-Dede, A. (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9*(3), 636-661.

Tokgöz, M. (2022). *Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.

Türnüklü, E., & Berkün, M. (2013). İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri sınıflandırma stratejileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 21*(1), 337-356.

Uğurel, I., ve Bukova-Güzel, E. (2010). Matematiksel öğrenme etkinlikleri üzerine bir tartışma ve kavramsal bir çerçeve önerisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39, 333-347.

Umay, A. (1996). Matematik eğitimi ve ölçülmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 145-149.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.

Walcott, C., Mohr, D., & Kastberg, S. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *Journal of Mathematical Behavior*, 28, 30–40. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.04.001

Yackel, E. (2004). Theoretical perspectives for analyzing explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. *Communications of Mathematical Education, 18*(1), 1-18.

Yakıt, G. (2022). *Öğretmen ve öğretmen adaylarının akıl yürütme yolları, sosyal sorun çözme, akılcı ve sezgisel karar verme becerileri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Yayla, K. (2022). *Okul öncesi eğitime devam eden çocukların matematiksel akıl yürütme becerileri ile örüntü becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yıldırım, D., & Yavuzsoy-Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(1), 605-633. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018..-362044

Yılmaz, D. (2019). *Akıl ve zekâ oyunlarının ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin akıl yürütme becerilerine ve matematiksel tutumlarına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yin, R. K. (2003). *Case study research (design and methods)*. California: Sage Publication.

Zambak, V. S., & Magiera, M. T. (2020). Supporting grades 1–8 pre-service teachers' argumentation skills: constructing mathematical arguments in situations that facilitate analyzing cases. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(8), 1196-1223. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1762938

Zengin, Y. (2017). The effects of GeoGebra software on preservice mathematics teachers' attitudes and views toward proof and proving, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *48*(7), 1002-1022.

Zengin, Y. (2018a). Incorporating the dynamic mathematics software GeoGebra into a history of mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *49*(7), 1083-1098. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431850

Zengin, Y. (2018b). Examination of the constructed dynamic bridge between the concepts of differential and derivative with the integration of GeoGebra and the ACODESA method. *Educational Studies in Mathematics*, *99*(3), 311-333. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9832-5

Zengin, Y. (2022). Construction of proof of the Fundamental Theorem of Calculus using dynamic mathematics software in the calculus classroom. *Education and Information Technologies*, *27*(2), 2331–2366. https://doi.org/10.1007/s10639-021-10666-1

8. EKLER

EK-1 (Aday Etkinlik 1)

ETKİNLİK – 1

Grup Adı: . . . . . .

1. GeoGebra'yı açınız.  Doğru parçası aracı ile bir doğru parçası oluşturunuz. Oluşturduğunuz doğru parçasının bir ucundan başka bir doğru parçası daha oluşturunuz. Bu şekilde devam ederek ilk noktada biten son bir doğru parçası oluşturunuz. Oluşturduğunuz bu kapalı şeklin iç kısmında olan açıların 180°'den küçük olmasına dikkat ediniz. Elde ettiğiniz bu şeklin özellikleri nelerdir? Grup arkadaşlarınızla tartışarak elde ettiğiniz sonuçları yazınız.

Açıklama:

2. GeoGebra uygulamasını açınız. Çokgen aracı ile farklı kenar sayılarıyla çokgenler oluşturunuz. GeoGebra' da oluşturduğunuz çokgenlerin isimleri hakkında grup arkadaşlarınızla konuşunuz.

Açıklama:

EK-2 (Pilot Uygulamada Kullanılan Etkinlik 1)

ETKİNLİK 1

1. İngiliz mühendis Simon Beck, 10 yıldır karlar üzerine geometrik şekiller çiziyor. Bu iş, 1974'te İngiliz Oryantiring (Yön Bulma) Şampiyonası'nı kazandıktan sonra Simon Beck için mesleğe dönüşmüş. Kar ressamı Beck, kendi bedenini ve kar ayakkabılarını kullanarak kar üzerinde resimler üretiyor. 60 yaşındaki sanatçının her bir çalışması 10 saatten fazla sürüyor. Beck, hedeflediği eserini tamamlamak için ortalama 40 kilometre yol kat ediyor.*



1 numaralı GeoGebra materyalinde Simon Beck'in yukarıda resmi verilen kar sanatı eserinde bulunan üçgenlerin modeli bulunmaktadır.

a. 1 numaralı materyalden yararlanarak Simon Beck'in bu çalışmasını yaparken üçgenlerin hangi özelliklerine dikkat etmiş olabileceğini belirleyiniz.

b. Resimde bulunan üçgenler arasındaki ilişkiyi, GeoGebra materyalinden faydalanarak açıklayınız. Bulduğunuz ilişkiyi gerekçelendiriniz.

*https://www.ntv.com.tr/galeri/sanat/kar-ressami-simon-beckten-kar-uzerinde-sanat-eserleri,XAglJjCxVECfx-J5D1ljaw

2. Aslı her hafta sonu okulundaki voleybol antrenmanına gitmektedir. Antrenmanda ısınma çalışmalarının ardından öncelikle parmak pas çalışması yapılmaktadır. Bu çalışmalarda öğrenciler okul bahçesinin zeminine önceden çizilmiş olan çember üzerinde duracak şekilde dizilirler. Öğretmen ise bu çemberin tam ortasında durur. Öğrencilerin birbirlerinin hareketlerini engellememeleri ve rahatça hareket edebilmeleri için birbirlerine eşit aralıklarla durmaları gerekmektedir.

Antrenmanda öğretmen, "Isınma çalışmasının ardından parmak pas çalışmasına geçiyoruz. Bu çalışmada herkes topu hemen yanında bulunan arkadaşına atmalı. Bu şekilde yakın mesafede nasıl pas vermeniz gerektiğini öğrenmiş olacaksınız." demiştir. Buna göre;

a. Öğretmenin bahsettiği pas çalışması geometrik olarak modellenirse sizce nasıl bir şekil ortaya çıkabilir?

b. Öğrencilerin paslaşma modelini GeoGebra' da nasıl modelleyebilirsiniz?

c. Oluşabilecek olan paslaşma modelini farklı öğrenci sayılarına göre gösteriniz.

d. Oluşturduğunuz bu modelde çemberin ortadan kaldırılması durumunda geriye kalan şeklin özellikleri nelerdir?

e. Ortaya çıkan şekillerin kenar uzunlukları nasıldır? Kenar uzunlukları ile bu kenarların arasında oluşan açıları ilişkilendiriniz.

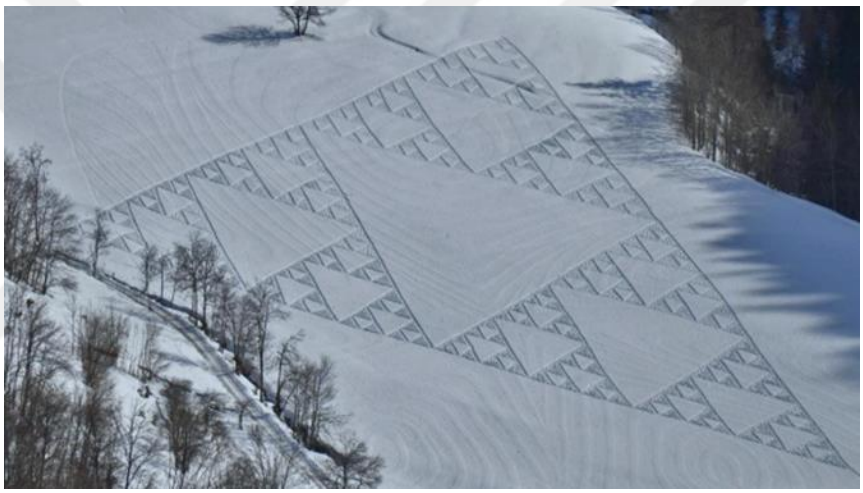
EK-3

ETKİNLİK – 1

1. Bölüm:

İngiliz mühendis Simon Beck, 10 yıldır karlar üzerine geometrik şekiller çiziyor. Bu iş, 1974'te İngiliz Oryantiring (Yön Bulma) Şampiyonası'nı kazandıktan sonra Simon Beck için mesleğe dönüşmüş. Oryantiring, kısaca koşarak veya yürüyerek hedef bulmadır. Her türlü arazide yapılabilen, katılımcıların kontrol noktalarını harita ve pusula yardımı ile en kısa zamanda ziyaret etmeye çalıştığı bir doğa sporudur.

Kar ressamı Beck, kendi bedenini ve kar ayakkabılarını kullanarak kar üzerinde resimler üretiyor. 60 yaşındaki sanatçının her bir çalışması 10 saatten fazla sürüyor. Beck, hedeflediği eserini tamamlamak için ortalama 40 kilometre yol kat ediyor.*



1 numaralı GeoGebra materyalinde Simon Beck'in yukarıda resmi verilen kar sanatı eserinde bulunan üçgenlerin modeli bulunmaktadır.

- ⇨ Simon Beck, bu çalışmasını yaparken üçgenlerin hangi özelliklerine dikkat etmiş olabilir?
- ⇨ Simon Beck'in kullanmış olduğu üçgenler arasında nasıl bir ilişki vardır?
- ⇨ 1 numaralı materyali inceleyerek Simon Beck'in bu çalışmasını yaparken üçgenlerin hangi özelliklerine dikkat etmiş olabileceğini tekrar düşününüz. Bu üçgenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

*https://www.ntv.com.tr/galeri/sanat/kar-ressami-simon-beckten-kar-uzerinde-sanat-

2. Bölüm:

Aslı her hafta sonu okulundaki futbol antrenmanına gitmektedir. Antrenmanda ısınma çalışmalarının ardından öncelikle ayak içi pas çalışması yapılmaktadır. Ayak içi pas çalışması,

uygulama başarısı en yüksek olan pas çeşididir. Destek alınan ayak topun yanında durur ve diğer ayağın iç geniş kısmıyla topun orta kısmına vurulur. Vuruş sırasında ayak bileği mümkün olduğunca sabit tutulur. Karşılıklı olarak yapılan paslaşmalarda pas isabetliliğini ve doğru bir şekilde pas atmayı kolaylaştırır (Kaynak; https://tr.wikipedia.org/wiki/Pas_(futbol)).

Aslı'nın okulunda yapılan bu çalışmalarda öğrenciler okul bahçesinin zeminine önceden çizilmiş olan çember üzerinde yerlerini alırlar. Bu çemberin üzerinde eşit aralıklarla bulunan noktalar vardır. En fazla 10 öğrenci olacak şekilde bu noktalar çemberin üzerine işaretlenmiştir. Öğrencilerin birbirlerinin hareketlerini engellememeleri ve rahatça hareket edebilmeleri için birbirlerine eşit aralıklarla durmaları gerekmektedir.

Antrenmanda öğretmen, "Isınma çalışmasının ardından ayak içi pas çalışmasına geçiyoruz. Bu çalışmada herkes topu hemen yanında bulunan arkadaşına atmalı. Bu şekilde yakın mesafede nasıl pas vermeniz gerektiğini öğrenmiş olacaksınız." demiştir.

- İlk öğrenci çember üzerindeki en yakın arkadaşına topu attıktan sonra, top tekrar ilk öğrenciye gelene kadar topun çember üzerinde izlediği yol nasıl bir şekil oluşturur? Bu şekli GeoGebra'da oluşturunuz.

- Antrenmana gelen öğrenci sayısını değiştirerek topun izleyebileceği farklı durumları GeoGebra'da sürgü kullanarak oluşturunuz.

- Oluşturduğunuz materyalde, çemberin ortadan kaldırılması durumunda geriye kalan şeklin özellikleri nelerdir? Ortaya çıkan geometrik şekillerin kenar uzunluklarını ve bu kenarları arasında oluşan açıları GeoGebra'da inceleyerek karşılaştırınız.

EK-4

ETKİNLİK – 2

Fotoğraf çekmeyi çok seven Kaan, ileride kendisine bir fotoğraf makinesi almaya karar vermiş ve fotoğraf makineleri ile ilgili biraz araştırma yapmıştır. Yaptığı araştırma sonucunda diyafram açıklığı kavramının matematikle olan ilişkisi dikkatini çekmiştir.

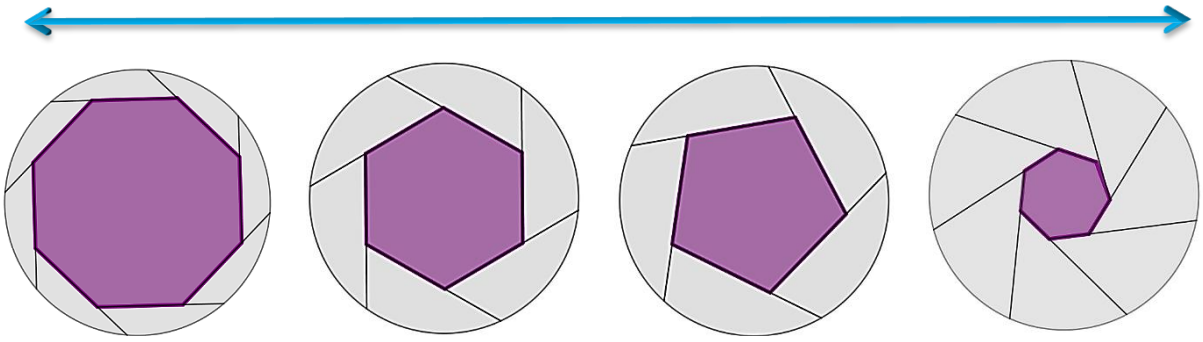


Fotoğraf makinelerinde *diyafram açıklığı*, lense gelen ışığın ve alan derinliğinin ayarlanması için kullanılır. Işığın çok bulunduğu ortamlarda fotoğraf çekerken diyafram açıklığı küçük olur, ışığın az bulunduğu ortamlarda fotoğraf çekerken diyafram açıklığı büyük olur. Ayrıca, alan derinliği oluştururken de diyafram açıklığı iyi bir şekilde ayarlanmalıdır. Aşağıdaki fotoğrafta diyafram açıklığına göre 2 farklı alan derinliği örneği gösterilmiştir.





Diyafram açıklığı (Soldan Sağa): Açık (büyük) - Kapalı (küçük) Alan derinliği (Soldan Sağa): Sığ – Derin



7. sınıfa giden Kaan, diyafram açıklığının iç kısmında oluşan şeklin bir çokgen olduğunu fark etmiştir. Çokgensel bölgesi bulunan diyaframlarla ilgili bazı çalışmalar yapmak istemiştir. Kaan'a bu çalışmasında yardımcı olmaya ne dersiniz?

1. Diyafram açıklığının farklı geometrik şekillerde nasıl göründüğünü incelemek için tabloda belirtilen çokgenleri oluşturmak istiyor. 2 numaralı materyalde Kaan'ın yaptığı çalışmanın bir kısmı görülmektedir. Bu materyaldeki çokgenleri inceleyiniz. Daha sonra siz de aşağıdaki tabloda belirtilen çokgenleri GeoGebra'da oluşturunuz. Oluşturduğunuz çokgenlerde sırasıyla;
   - ⇨ Kenar sayısını belirleyiniz.
   - ⇨ Çokgenin bir köşesinden çizilebilecek tüm köşegenleri çiziniz.
   - ⇨ Çizdiğiniz köşegenler sonucunda çokgenin iç bölgesinde oluşan üçgen sayısını belirleyiniz.
   - ⇨ Kenarları doğrusal olarak uzatınız ve dış açılarını oluşturunuz.
   - ⇨ Her bir çokgen için iç açı ve dış açı toplamlarını hesaplayınız.

   Bulduğunuz değerleri tabloda uygun yerlere yazınız.

ÇOKGENLER	Kenar Sayısı	Üçgen Sayısı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı
Üçgen				
Dörtgen				
Beşgen				
Altıgen				
Yedigen				
Sekizgen				
...	...	...	...	...
n - gen				

2. Tabloda elde ettiğiniz bilgileri her bir çokgen için karşılaştırınız. Bu çokgenlerin, kenar sayısı ve köşegenlerle oluşan üçgen sayısı ile iç açıları toplamı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişkiyi bir matematiksel ifadeler kullanarak bir kural ile belirtiniz. Kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

3. Elde ettiğiniz sonuçları dikkate alarak, herhangi bir çokgenin iç açıları toplamı ve dış açıları toplamının elde edilebileceği matematiksel ifade içeren bir kural oluşturunuz. Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

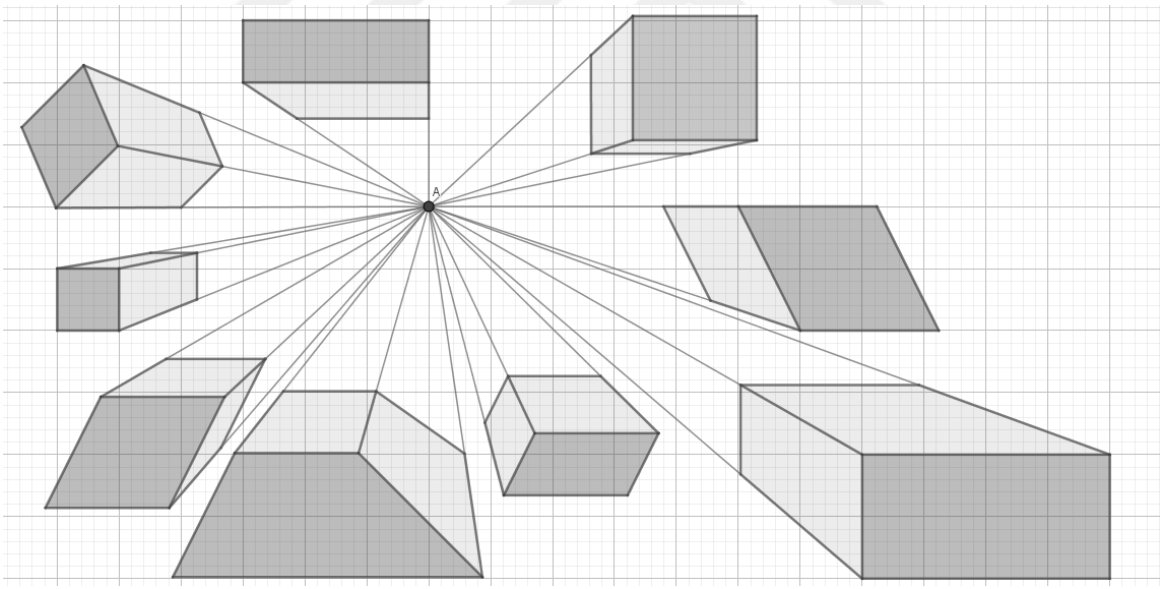
4. Herhangi bir düzgün çokgenin bir iç açısı ve bir dış açısının ölçüsünü bulunabileceği bir kural oluşturunuz. Bu kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

EK-5

ETKİNLİK – 3

Hafta sonlarını farklı etkinliklerle değerlendirmek isteyen Mustafa, belediyenin kültür merkezinde bulunan resim kursuna kaydolmuştur. Kursun 5. haftasında perspektif çizim tekniklerinden tek kaçış noktalı perspektifi öğrenmiştir. Perspektif, nesneleri görüldükleri bakış açısından bir yüzey üzerine çizme sanatıdır (Türk Dil Kurumu, https://sozluk.gov.tr/). Tek kaçış noktalı perspektifte, çizilen nesnelerin 3 boyutlu uzantıları bir nokta üzerindeki hayali çizgilerle birleştirilir.

Aşağıda Mustafa'nın kursta öğrendiği bilgilere göre yapmış olduğu bir perspektif çizimi bulunmaktadır. Bu perspektif çiziminin GeoGebra'da oluşturulmuş hali ise 3 numaralı materyalde verilmiştir.



1. Mustafa yapmış olduğu perspektif çiziminde hangi dörtgenlerden yararlanmış olabilir?

2. Yukarıda verilen çizimde bu dörtgenlerden aynı özellikte olduğunu düşündüğünüz dörtgenlere aynı sayıları vererek tüm dörtgenleri numaralandırınız. Yaptığınız numaralandırma sonucunda hangi dörtgenlerin hangi özelliklerini dikkate aldığınızı belirtiniz.

3. Mustafa'nın perspektif çizimi 3 numaralı materyalde verilmiştir. Bu çizimdeki dörtgenlerin özelliklerini GeoGebra'da inceleyiniz. Özellikleri dikkate aldığınızda, 2. soruya verdiğiniz cevapta bir değişiklik olması gerekir mi? Bu değişiklikler nelerdir?

4. Mustafa'nın bu çizimde kullanmış olduğu dörtgenlerin isimleri nelerdir? Her bir dörtgen için paralellik durumları, kenar uzunlukları, iç açıları, köşegen uzunlukları ve köşegenler arasında oluşan açı ölçüleri gibi özellikleri tartışınız ve yazınız.

5. Bu dörtgenler arasında benzer özellikleri olanlar var mıdır? Varsa hangi dörtgenlerin hangi özellikleri benzemektedir? Bu özellikleri karşılaştırdığınızda ulaşabileceğiniz sonuçlar nelerdir?

6. Bu dörtgenlerin her birinden birer tane olacak şekilde, yukarıda belirlediğiniz özelliklerini de dikkate alarak siz de GeoGebra'da oluşturunuz. Oluşturduğunuz dörtgenlerde, köşe noktalarının yeri değişse bile dörtgenin özelliğinin aynı kalmasına dikkat ediniz.

EK-6

ETKİNLİK – 4

Dedelerinden miras kalan tarlayı Hüseyin, Mehmet, Fatma, Zübeyde ve Kemal isimli beş kardeş aralarında paylaşacaktır. Tarlayı dikdörtgen, kare, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk şeklinde beş parçaya ayırdıklarında kardeşler arasında şöyle bir konuşma geçmiştir:

Fatma: En küçüğünüz ben olduğuma göre en küçük tarlayı ben alabilirim.

Mehmet: O halde en büyük tarla da benim hakkımdır!

Zübeyde: Ama ben de küçük bir tarla istiyorum. En azından Fatma ile aynı çevre uzunluğuna sahip bir tarlam olsun.

Kemal: Ben pamuk üretimi yapmayı düşünüyorum o yüzden bana da büyük bir tarla gerekli. Ama madem Mehmet abim en büyüğünü alıyor ben de 4000 m^2 olan tarlayı alabilirim.

Hüseyin: Sona kalan tarla da benim oluyor. Ama çevresi en uzun tarla! Peki, benim tarlamın büyüklüğü ne kadar?

1. Fatma'nın tarlasının kare, Kemal'in tarlasının ise dikdörtgen şeklinde olduğu bilindiğine göre diğer kardeşlerin tarlalarının özelliklerini dikkate alarak hangi şekillerde olabileceğini tartışınız.
2. Dikdörtgen, kare ve paralelkenar şeklindeki tarlaya sahip olan kardeşlerin tarlalarını, yukarıda geçen konuşmada verilen bilgilere göre GeoGebra'da oluşturunuz. Bu tarlaları oluştururken hangi özelliklerden yararlandığınızı açıklayınız.
3. Oluşturduğunuz eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarını değiştirerek aşağıdaki tabloda boş bırakılan değerleri bulunuz.

Kenar uzunluğu	Birinci köşegenin uzunluğu	İkinci köşegenin uzunluğu	Alanı

⇨ Eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları ile alanı arasında nasıl bir ilişki kurabilirsiniz? Bu ilişkiyi düşünerek eşkenar dörtgenin alanı için matematiksel ifade içeren genel bir kural oluşturunuz. Bu genellemeye nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

4. Oluşturduğunuz yamuğun bir köşegenini çiziniz. Bu köşegeni çizdiğinizde yamuğun içini hangi çokgenlere ayırmış oldunuz? Bu çokgenler yardımıyla yamuğun alanını nasıl hesaplayabilirsiniz? Açıklayınız.
5. Yamuğun iç kısmında kalan bu iki bölgenin alanını birlikte düşünerek yamuğun alanı hakkında genel bir kural oluşturulabilir mi? Düşününüz.
6. Oluşturduğunuz yamuğun kenar uzunluklarını değiştirerek aşağıdaki tabloda boş bırakılan değerleri bulunuz.

Alt taban uzunluğu	Üst taban uzunluğu	Yüksekliğin uzunluğu	Alanı

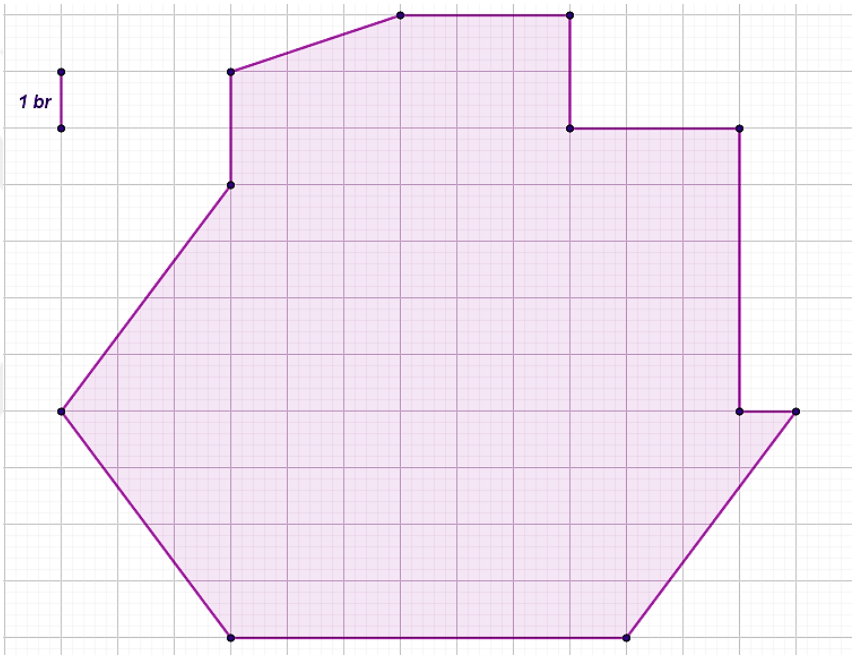
⇨ Yamuğun alt ve üst tabanlarını yüksekliği ile birlikte düşündüğünüzde bu uzunluklarla yamuğun alanı arasında nasıl bir ilişki kurabilirsiniz? Bu ilişkiyi düşünerek yamuğun alanı için matematiksel ifade içeren genel bir kural oluşturunuz. Bu genellemeye nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

EK-7

ETKİNLİK – 5

Selim ve Defne dörtgenlerin alanıyla ilgili bir oyun tasarlamışlardır. Bu oyunda kenarları doğru parçası olan, düzlem üzerinde kapalı bir şekil bulunmaktadır. Oyunda yapılması gereken, verilen şekli olabilecek en fazla sayıda farklı dörtgene ayırarak alanlarını bulmaktır.

1. Selim ve Defne aşağıdaki şekil üzerinde bu oyunu oynayacaktır. Sizce verilen şeklin alanı yaklaşık olarak kaç br^2'dir?



2. Bu oyunda, oyuncular sırayla dörtgenleri çizerler ve oyun sonunda oluşturduğu dörtgenlerin alanları toplamı en çok olan oyuncu bu oyunu kazanır. Oyuna ilk önce Selim başlamış ancak oyunu Defne kazanmıştır. Buna göre, Selim ve Defne'nin yapmış olabileceği çizimleri 5 numaralı GeoGebra materyalinde gösteriniz. Bu şekli dörtgenlere ayırırken özelliklerini de dikkate alınız.
3. Bu oyunu tek başınıza oynuyor olsaydınız en az sayıda dörtgeni kullanarak oyunu nasıl tamamlardınız? Bu dörtgenleri 5 numaralı materyal üzerinde gösteriniz. Oluşturduğunuz dörtgenlerin isimlerini belirtiniz ve alanlarını nasıl bulacağınızı açıklayınız.

EK-8

ETKİNLİK – 6

Batman'ın Hasankeyf ilçesinde yapımı devam eden Ilısu Barajı'nın bulunduğu bölgede tarihi eserlerin sular altında kalmaması için, ilki 2017 yılında taşınan Zeynel Bey Türbesi olmak üzere 7 tarihi eser "Yeni Hasankeyf" adı verilen yerleşim yerinde (Resim 1) bulunan **Hasankeyf Yeni Kültürel Park Alanı**'ndaki (**Arkeopark**) yerine güvenli bir şekilde taşınmıştır. Taşınan eserlerden biri olan Artuklu Hamamı Resim 2'de verilmiştir.



Resim - 2

Kaynak: https://www.ntv.com.tr/galeri/sanat/650-yillik-tarihi-artuklu-hamami-tasindi,7lSmR2vFEki2llSASAVfnw/dHFuoPBlkkKgTsDHRuFlOg

Arkeopark'a taşınması tamamlanan tarihi eserlerin yenileme işlemleri için bir firmayla anlaşılmıştır. Bu firma, Artuklu Hamamı'nın dış duvarlarındaki bazı taşların çok yıprandığı ve kaplama yapılması gerektiğini belirtmiştir. Bu kaplamalar dikdörtgen şeklinde olup taşlarla ilgili ücret bilgisi aşağıdaki gibidir;

- ⇨ Çevre uzunluğu 50 cm' den az olanlar için cm^2 fiyatı 8 TL,
- ⇨ Çevre uzunluğu 50 cm' den fazla olanlar için cm^2 fiyatı 10 TL.

Yenileme yapılacak duvar alanının 250 m^2 ile 300 m^2 arasında olduğu bilinmektedir.

1. Kenar uzunluğu bir doğal sayı olacak şekilde, oluşturulabilecek farklı dikdörtgen taş şekillerini GeoGebra'da oluşturunuz. Bu dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını ve alanlarını karşılaştırdığınızda ne gibi sonuçlar elde edebilirsiniz? Açıklayınız.

2. Çevre uzunluğu 50 cm'den az olan taşlar seçilirse kaç adet taş gerekli olur? Seçtiğiniz taşların kenar uzunlukları nasıl olur? Seçtiğiniz taşlara göre yaklaşık olarak ödenmesi gereken ücret ne olur?

3. Alanları aynı olan bu dikdörtgen taşlar kullanıldığında kenar uzunluklarının bir doğal sayı olduğunu dikkate alarak oluşturulabilecek tüm dikdörtgen durumlarını oluşturunuz. Bu dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını ve çevrelerini karşılaştırdığınızda ne gibi sonuçlar elde edebilirsiniz? Açıklayınız.

4. Alanı 1 m^2, çevresi 50 cm'den fazla olduğu bilinen taşlar kullanırsa maliyetin en az olması için kenar uzunluğu kaç cm olan taşlar seçilmelidir? Bu taşlar seçildiğinde yaklaşık olarak ödenmesi gereken ücret ne olur?

EK-9 (Aday Etkinlik Değerlendirme Formu Örneği)

Araştırmanın amacı:

Dinamik matematik yazılımı ve sosyal etkileşim ile desteklenen bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi

1. HAFTA DERS PLANI

DERS	Matematik
SINIF	7. Sınıf
SÜRE	80 dk
ÖĞRENME ALANLARI	Geometri ve Ölçme
ALT ÖĞRENME ALANLARI	Çokgenler
BECERİLER	İletişim, ilişkilendirme, sınıflandırma, akıl yürütme, matematiksel düşünme, bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanma
YÖNTEM VE TEKNİKLER	Grup çalışması, beyin fırtınası, tartışma, işbirlikli öğrenme, anlatım.
MATEMATİK DERSİ İLE İLGİLİ KAZANIMLAR	M.7.3.2.1. Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. *Yalnızca dışbükey çokgenler incelenir.*
ARAÇ-GEREÇLER	Çalışma yaprağı, GeoGebra
ETKİNLİĞİN AMACI	Birinci etkinlikteki amaç öğrencilerin düzgün çokgenlerin özelliklerini keşfetmelerini sağlamaktır. Gerçek yaşam durumu verilerek öğrencinin ilgisini çekmek, konuyu daha kolay bir şekilde anlamlandırmasını sağlamak amaçlanmıştır. Etkinliğin ikinci kısmında yine gerçek yaşam durumu verilerek, bu durumun modellenmesi ve bu modellemede düzgün çokgenleri oluşturmaları ve özelliklerini belirlemeleri amaçlanmıştır.
ETKİNLİĞİ UYGULAMA SÜRECİ	Öğrenciler öncelikle çalışma yaprakları üzerinde bireysel olarak çalışırlar. Kendi fikirlerini oluşturmaları beklenir. Daha sonra her grupta 3 öğrenci olacak şekilde gruplara ayrılırlar. Aynı etkinlikler GeoGebra ile desteklenerek grup çalışması şeklinde tekrar yapılır. Buradaki amaç öğrencilerin kendi fikirlerini birbiriyle paylaşmalarını, bu fikirleri desteklemeleri, çürütmeleri, geliştirmeleri ve bir sonuca ulaşmalarını sağlamaktır. Grup çalışmasının ardından öğrencilerle sınıf tartışması yapılır ve gruplar birbirleriyle elde ettikleri sonuçları gerekçeleriyle paylaşırlar. Sınıf tartışmasının ardından aynı etkinlikler öğrencilere öz yansıtma aşaması için ev ödevi olarak verilir. Öz yansıtma aşamasında, öğrencinin ilk aşamalarda oluşturduğu bilginin kalıcılığı incelemek amaçlanır. Son olarak kurumsallaştırma aşamasında öğretmen, öğretim programına uygun olacak şekilde öğrencilerin keşfetmiş oldukları bilgileri değerlendirir ve konuyu anlatır.

Değerli öğretim elemanı;

Bu formdaki maddeler, 7. sınıf matematik uygulamaları dersi kapsamında uygulanmak üzere hazırlanan aday akıl yürütme etkinliklerini değerlendirmek amacıyla hazırlanmıştır. Aday etkinlikler öğrencilerin **"matematiksel akıl yürütmelerini"** incelemeye yönelik hazırlanmıştır. Bu çalışmada sizden akıl yürütme etkinliklerini yapısal boyutlarını yani tümdengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal akıl yürütmeleri ortaya çıkaracak şekilde olup olmadığına ve öğrencilerin karşılaştırma, sınıflandırma, varsayım oluşturma, genelleme, örüntü tanımlama, gerekçelendirme, ispatlama, formel ispatlama ve örneklendirme gibi süreç becerilerine ve etkinlik hazırlama ilkelerine göre değerlendirmeniz istenmektedir. Eğer etkinlik belirtilen özellikleri incelemeye net olarak aday ise ***"Uygun",*** etkinlik belirtilen özellikleri kapsamakla birlikte düzenlenmesi gerekiyorsa ***"Kısmen Uygun/Düzeltilmeli***", etkinlik belirtilen özellikleri taşımıyorsa ***"Uygun Değil"*** seçeneklerini işaretleyiniz. Araştırmaya yapacağınız katkılardan dolayı teşekkür ederiz.

ETKİNLİK DEĞERLENDİRME FORMU				
KRİTERLER	Uygun	Kısmen Uygun/ Düzeltilmeli	Uygun Değil	**AÇIKLAMA**
Aday etkinliğin dil ve anlatımı ortaokul öğrencilerine uygun mudur?				
Aday etkinlik 7. Sınıf öğrencilerinin ön öğrenmelerine uygun mudur?				
Aday etkinlikte kullanılan tablo/grafik ve görseller konuya uygun mudur?				
Aday etkinlik 7. sınıf matematik dersi çokgenler konusunun kazanımlarına uygun mudur?				
Aday etkinlik akıl yürütmenin yapısal boyutlarını ortaya çıkarmak için uygun mudur?				
Aday etkinlik akıl yürütmenin süreç boyutlarını ortaya çıkarmak için uygun mudur?				
Aday etkinlik işbirlikli öğrenme ortamına uygun mudur?				
Aday etkinlik günlük yaşam ile ilişkilendirmeye uygun mudur?				
Aday etkinlik GeoGebra kullanımına uygun mudur?				
Aday etkinlik iletişime uygun mudur?				

Aday etkinliği bir bütün olarak düşündüğünüzde eklemek istediğiniz diğer açıklamalar varsa lütfen belirtiniz:

……

EK-10 (Etik Kurul Onayı)

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU
PROJE ONAY BELGESİ FORMU (EK 4)

(Hukuk Müşavirliğine)

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi AnabilimDalı Yüksek lisans öğrencisi olan Nazlı AKSU'nun"Dinamik Matematik Yazılımı ve Sosyal Etkileşim ile Desteklenen Bir Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Matematiksel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi" başlıklı çalışması, Dicle Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Yönergesi uyarınca değerlendirilmiştir.

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU KARARI (Etik Kurul tarafından doldurulacaktır)	
Başvuru formunun Etik Kurula ulaştığı tarih	21.12.2020/122048
Etik Kurul Karar toplantı tarihi ve karar sayısı	21.12.2020-- 98
☒Proje etik açısından uygun bulunmuştur.	
☐Proje etik açısından geliştirilmesi gerekmektedir. *Açıklama:*	
☐Proje etik açısından uygun bulunmamıştır. *Açıklama:*	

Prof. Dr. H. Musa BAĞCI
BAŞKAN

Prof. Dr. Hasan TANRIVERDİ
ÜYE

Prof. Dr. Ali Osman ALAKUŞ
ÜYE

Prof. Dr. Rüstem ERKAN
ÜYE

Prof. Dr. Seyfettin ASLAN
ÜYE

Prof. Dr. İlhami BULUT
ÜYE

Prof. Dr. İrfan YILDIZ
ÜYE

ASLI GİBİDİR

EK-11 (Araştırma Uygulama İzni)

T.C.
KOCAELİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-99332089-605.01-20852101
Konu : Araştırma İzni
(Nazlı AKSU)

17/02/2021

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Dicle Üniversitesinin 08.02.2021 tarih ve 18713 sayılı yazısı.

Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Nazlı AKSU'nun "Dinamik Matematik Yazılımı ve Sosyal Etkileşim İle Desteklenen Bir Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Matematiksel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi" konulu araştırma çalışmasını İlimiz [redacted] Ortaokulunda uygulama talebi, Üniversitenin ilgi yazıları ile bildirilmektedir.

Adı geçenin söz konusu çalışmasına esas olmak üzere, ekte sunulan çalışmayı İlimiz [redacted] İlçesi [redacted] Ortaokulunda uygulama talebi komisyonumuzca uygun görülmüş olup, anket çalışmasının yüz yüze eğitim öğretime ara verilmesi göz önüne alınarak örgün eğitimin başlamasıyla birlikte İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü ve Okul Müdürlüğünün denetim ve gözetiminde gönüllülük esasına dayalı olarak çalışmayı yapmaları Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Fehmi Rasim ÇELİK
Millî Eğitim Müdürü

OLUR
17/02/2021

Abdul Rauf ULUSOY
Vali a.
Vali Yardımcısı

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı ile Aynıdır
19...02.../2021
İbrahim TURAN
V.H.K.İ.

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : Körfez Mah. Ankara Karayolu Cad. No:129 Valilik Binası B Blok
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Telefon No : 0 (262) 300 58 71
Bilgi için: İbrahim TURAN
E-Posta: stratejigelistirme41@meb.gov.tr
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr
İnternet Adresi: www.kocaelimem.meb.gov.tr
Faks:2623211554
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden be00-ccd6-3876-b4f4-ed51 kodu ile teyit edilebilir.