



T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÖDÜLLÜ k ARDIL GEOMETRİK RASGELE DEĞİŞKENLER VE GENELLEMELERİ

Fatih ŞAHİN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

ARALIK-2017
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ödüllü k ardıl Geometrik Rasgele Değişkenler ve Genellemeleri

Fatih ŞAHİN

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof.Dr. Coşkun KUŞ

2017, 84 Sayfa

Jüri
Prof.Dr. Coşkun KUŞ
Doç.Dr. İsmail KINACI
Yrd.Doç.Dr. Aydın KARAKOCA

$\xi_1, \xi_2, \ldots$ bağımsız ve "0", "1" ve "2" değerlerini alan rasgele değişkenlerin dizisi olsun. Biz "1" I. tip başarıyı, "2" de II. tip başarıyı göstermek üzere k_r ve k_l pozitif tam sayıları için (Mallor ve Santos, 2003) ödül şeması altında, ardışık I. tip başarılardan elde edilen toplam ödüllerin k_r yi veya ardışık II. tip başarılardan elde edilen ödüllerin toplamı k_l yi aşana kadar yapılan deneme sayısı W olsun. (Eryılmaz ve ark., 2016) iki farklı ödül şeması için W nun dağılımlarını bulmuşlardır. Bu tez çalışmasında, (Eryılmaz ve ark., 2016) ın bağımsız denemeler için bulduğu sonuçlar iki sonuçlu (binary) markov bağımlı denemeler için genelleştirilmiştir. Bağımsız ve Markov bağımlı denemeler durumunda farklı ödül dağılımları (Üstel, Bernoulli ve geometrik) için W nun dağılımı incelenmiştir. Oran tahmin metodu (Eryılmaz ve ark., 2016)'ın önderdiği dağılımın özel durumundaki parametrelerin tahmini için kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: k ardıl geometrik dağılım, Olasılık teorisi, Ödül, Şok modeller

ABSTRACT

MS THESIS

Geometric Distribution of order k with a Reward and their Extensions

Fatih ŞAHİN

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELÇUK UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN STATISTICS

Advisor:
Prof. Dr. Coşkun KUŞ

Jury
Prof. Dr. Coşkun KUŞ
Assoc. Prof. Dr. İsmail KINACI
Assist.Prof.Dr. Aydın KARAKOCA

2017, 84 Pages

$\xi_1, \xi_2, \ldots$ be a squence of indpendent trials with three possible outcomes "0", "1" and "2". Let"1" denotes succes of type I and "2" denotes succes of type II. For nonegative integers k_r and k_l and using in reward scheme(Mallor ve Santos, 2003), (Eryılmaz ve ark., 2016) obtained distributions of the number of trials(W) until either the sum of consecutive rewards of type I is equal to or exceeds the level k_r or the sum of consecutive rewards of type II is equal to or exceeds the level k_l . In this thesis, the results of (Eryılmaz ve ark., 2016) are extended to binary Markov trials. The distributions of W are investigated with exponential, Bernoulli and geometric rewards for both independent and Markov dependent trials. The proportion method is used to estimates of the parameters of (Eryılmaz ve ark., 2016) distribution in a special case.

Keywords: Geometric distribution of order k , Probability, Reward, Shock Model

ÖNSÖZ

Bu çalışmada büyük emeği geçen, yol göstericiliği ve bilgisiyle yönlendiren değerli danışmanım Prof. Dr. Coşkun KUŞ' a, bu tez çalışmasındaki katkılarından dolayı Doç. Dr. İsmail KINACI Hocama, değerli hocalarım ve arkadaşlarım Arş. Gör. Dr. Yunus AKDOĞAN ve Arş. Gör Kadir KARAKAYA' ya teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca maddi manevi her zaman yanımda olan aileme teşekkür ederim.

Fatih ŞAHİN
KONYA-2017

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **vii**

ÖNSÖZ ..... **viii**

İÇİNDEKİLER ..... **ix**

1. GİRİŞ **1**

2. TEMEL KAVRAMLAR **4**

2.1. Geometrik Dağılım 4
2.2. ***k*** ardıl Geometrik Dağılım 4
2.3. Ödüllü k ardıl Geometrik Dağılım 5
2.4. Üç Değer Alan Denemeler için Sooner Bekleme Zamanının Dağılımı 6
2.5. Üç Değer Alan Denemeler için Sooner Bekleme Zamanının Genelleştirilmiş Dağılımı 7
2.6. Bağımsız ve Markov Bağımlı Denemeler Durumunda En Uzun Run'ın Dağılımı 8

3. GEOMETRİK, BERNOULLI VE ÜSTEL ÖDÜLLÜ BAĞIMSIZ VE MARKOV BAĞIMLI İKİ DEĞER ALAN DİZİ İÇİN BEKLEME ZAMANI VE DAĞILIMI **9**

4. GENELLEŞTİRİLMİŞ GEOMETRİK DAĞILIMIN PARAMETELERİNİN ORAN TAHMİNİ **71**

5. SONUÇ VE ÖNERİLER **77**

KAYNAKLAR **78**

ÖZGEÇMİŞ **79**

1. GİRİŞ

Geometrik dağılım, olasılık teorisinde en çok bilinen kesikli dağılımlar arasındadır. Bu bakımdan literatürde, geometrik dağılımın birçok modifikasyonu öne sürülmüştür. Literatürde geometrik dağılımı genelleştiren dağılımlar türetilmiştir. Bu dağılımlar aşağıda verilmiştir.

p başarı olasılıklı bağımsız Bernoulli denemelerinde ardışık k başarı elde edinceye kadar yapılan deneme sayısı şeklindeki rasgele değişken (Philippou ve ark., 1983) tarafından önerilmiş ve bu rasgele değişkenin dağılımı k ardıl geometrik dağılım olarak isimlendirilmiştir. Açıktır ki, geometrik dağılım, $k=1$ durumunda, k ardıl geometrik dağılımın özel bir halidir.

Ödül kavramı dâhil edilerek k ardıl geometrik dağılım (Eryılmaz, 2014) tarafından genelleştirilmiştir. $\xi_1,\xi_2,\ldots$ bağımsız "0" (başarısızlık) veya "1" (başarı) değerlerini alabilen iki mümkün sonuçlu rasgele değişkenlerin bir dizisi olsun. Başarı olduğunda bir ödül alındığı varsayılıp, Y_i i. başarıda kazanılan ödül miktarı olsun, burada $P(Y_i>0)=1$, $Y_1,Y_2,\ldots$ $F_i(x)=P\{Y_i\le x\}$, $i=1,2,\ldots$ dağılım fonksiyonuna sahip bağımsız rasgele değişkenlerdir.

$Y_1,Y_2,\ldots$ ödülleri, $\xi_1,\xi_2,\ldots$ denemelerinden bağımsız olmak üzere ardışık başarılardan alınan toplam ödül k $(k>0)$ değerinden büyük veya eşit olana kadar bekleme zamanının (deneme sayısının) dağılımı (Eryılmaz, 2014) tarafından elde edilmiş ve bu dağılım ödüllü k ardıl geometrik dağılım olarak isimlendirilmiştir. Ödüllü k ardıl geometrik dağılım, $P(Y_i=1)=1$ durumunda k ardıl geometrik dağılıma indirgenir.

$\{\xi_n, n\ge 1\}$ "0", "1" ve "2" değerlerini alabilen bağımsız rasgele değişkenlerin bir dizisi olsun. "1", I. tip başarıyı, "2" de II. tip başarıyı göstermek üzere ardışık I. tip başarıların sayısı k_r veya ardışık II. tip başarıların sayısı k_l olana kadar bekleme zamanının (deneme sayısının) dağılımı (Koutras ve Alexandrou, 1997) tarafından elde edilmiştir. Kolayca görülebilir ki bu dağılım k ardıl geometrik dağılımın genel bir

halidir.

(Koutras ve Alexandrou, 1997) de elde ettiği dağılımı (Eryılmaz ve ark., 2016) ödül kavramını dahil ederek genelleştirmiştir. Y ve Z sırasıyla I. tip ve II. tip başarılarından alınan rasgele ödülleri göstersin, burada $P\{Y>0\}=1$ ve $P\{Z>0\}=1$ şeklindedir. Y_i ve Z_i ödül olarak adlandırılmasına rağmen kar, zarar gibi farklı anlamlarda da kullanılabilir. Farz edelim ki $Y_1, Y_2, \ldots$ $F(x)=P\{Y_i \le x\}$, $i=1,2,\ldots$ dağılım fonksiyonuna sahip, $Z_1, Z_2, \ldots$ de $G(x)=P\{Z_i \le x\}$, $i=1,2,\ldots$ dağılım fonksiyonuna sahip rasgele değişkenlerin bir dizisi olsun. $Y_1, Y_2, \ldots$ ve $Z_1, Z_2, \ldots$ bağımsız olduğu varsayılsın. (Mallor ve Santos, 2003) de $\{Y_i,\ i \ge 1\}$ ve $\{Z_i,\ i \ge 1\}$ rasgele ödüllerinin nasıl verileceği ile ilgili bir şema önermişlerdir. Bu şema şu şekilde tasarlanmıştır: I. tip (II. tip) başarı ile eşleştirilen $Y_i(Z_i)$ ödülleri ardışık runların bozulduğu anda unutulmamalıdır. Daha açık göstermek için denemelerin bir dizisi

$$1100222010220111 \tag{1.1}$$

şeklinde olsun. (Mallor ve Santos, 2003) un şemasına göre ödüllerin dizisi

$$y1, y2, 0, 0, z1, z2, z3, 0, y1, 0, z1, z2, 0, y1, y2, y3 \tag{1.2}$$

şekline olacaktır, burada $y(z)$, $Y(Z)$ nin gözlenen değeridir. Bu şema ve ilgili diğer şemalar için (Eryılmaz ve ark., 2016) ya bakılabilir. $\{\xi_n, n \ge 1\}$ bağımsız denemelerinde I. tip ve II. tip başarı olmak üzere (Mallor ve Santos, 2003) un şeması altında (Eryılmaz ve ark., 2016), ardışık I. tip başarılardan alınan ödüllerin toplamının k_r veya ardışık II. tip başarılardan alınan ödüllerin toplamı k_l yi geçene kadarki bekleme zamanının (deneme sayısının) dağılımını elde etmiştir. Ödüllerin Geometrik olduğu durumda dağılımın özel hali incelenmiştir.

Bu tezde, $\{\xi_n, n \ge 1\}$ iki sonuçlu (binary) bağımsız denemeleri için (Mallor ve Santos, 2003) ödül şeması altında (Eryılmaz ve ark., 2016) ın elde ettiği dağılımın, üstel

ve Bernoulli ödüllü özel durumları incelenmiştir. $\{\xi_n, n \geq 1\}$ Markov bağımlı denemeleri için de (Mallor ve Santos, 2003) ödül şeması altında (Eryılmaz ve ark., 2016) ın elde ettiği dağılım yine (Eryılmaz ve ark., 2016) daki sonuçların kullanımı ile modifiye edilmiştir. Burada da ödüllerin geometrik, üstel ve bernoulli olduğu özel durumlar incelenmiştir. İki değer alan dizilerde iki tür ödül olduğu durumlarda tanımlanan rasgele değişkenin dağılımının parametre tahminleri çalışılmıştır.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde, tezde bahsi geçen geometrik dağılımı, k ardıl geometrik dağılım, ödüllü k ardıl geometrik dağılımı, üç değer alan denemeler için sooner bekleme zamanının dağılımı, üç değer alan denemeler için sooner bekleme zamanının ödüllü genelleştirilmiş dağılımı, bağımsız ve Markov bağımlı denemeler durumunda en uzun run ın dağılımı tanıtılmıştır.

2.1. **Geometrik Dağılım**

X , p başarı olasılıklı Geometrik dağılıma sahip rasgele değişken olmak üzere olasılık fonksiyonu $p \in (0,1)$ için

$$P\{X = x\} = p(1-p)^{x-1}, x \geq 1$$

şeklinde tanımlanır.

2.2. k **ardıl Geometrik Dağılım**

k-ardıl Geometrik Dağılım (Philippou ve ark., 1983) tarafından incelenmiştir. Bu dağılım Binom dağılımının bir genellemesidir.

T_k : İlk ardışık k başarı elde edilinceye kadar yapılan denemelerin sayısı olarak tanımlanan bir rasgele değişken olmak üzere bu rasgele değişkene ilişkin olasılık fonksiyonu

$$P\{T_k = x\} = \sum_{x_1,\ldots,x_k} \binom{x_1 + \cdots + x_k}{x_1, \ldots, x_k} p^x \left(\frac{q}{p}\right)^{x_1+\cdots+x_k}, x \geq k \qquad (2.1)$$

şeklindedir. Burada $x_1, \ldots, x_k$, $x_1 + 2x_2 + \cdots + kx_k = x - k$ eşitliğini sağlayan negatif olmayan tamsayılardır. $k = 1$ alındığında k-ardıl Geometrik dağılım bilinen Geometrik

dağılıma indirgenir. Bu dağılımın genellemesi olan k-ardıl q-Geometrik dağılım (Yalçın ve Eryılmaz, 2014) tarafından çalışılmıştır.

T_k rasgele değişkeninin olasılık üreten fonksiyonu

$$\psi(z) = p^k z^k (1-pz) / \left(1 - z + qp^k z^{k+1}\right), |z| \le 1$$

şeklindedir. T_k rasgele değişkeninin beklenen değeri ve varyansı sırasıyla

$$E(T_k) = \left(1 - p^k\right) / qp^k$$

ve

$$Var(T_k) = \left[1 - (2k+1)qp^k - p^{2k+1}\right] / \left(q^2 p^{2k}\right)$$

olarak verilmiştir.

2.3. Ödüllü k ardıl Geometrik Dağılım

Ödüllü k ardıl geometrik dağılım (Eryılmaz, 2014) tarafından incelenmiştir. k ardıl geometrik dağılım, başarı olasılığı p olan bernoulli bağımsız denemeler yapıldığında ilk ardışık k tane başarı elde edilinceye kadar yapılan denemelerin sayısının dağlımı olarak tanımlanabilir (Philippou ve ark., 1983). $k=1$ olduğunda k ardıl geometrik dağılım bilinen geometrik dağılıma dönüşür. (Eryılmaz, 2014) bu çalışmasında "0" ve "1" değerlerini alabilen iki sonuçlu (binary) p: başarı olasılıklı bağımsız denemeleri göz önüne almıştır. Buradaki "0" ve "1" değerlerine yüklediği anlam "0: başarısızlık", "1: başarı" şeklindedir. Her bir başarı zamanında rasgele büyüklükte bir ödül alındığı varsayılsın ve bu ödül Y_i rasgele değişkeni ile gösterilsin. $Y_1, Y_2, \ldots$ rasgele değişkenleri bağımsız olmak üzere ardışık başarılara verilen Y_i lerin (ödüllerin) toplamı k seviyesine eşit oluncaya veya geçinceye kadar ki bekleme zamanı T_k olsun. Bu T_k rasgele değişkenin olasılık fonksiyonu

$$P\{T_k = x\} = \sum_{n=1}^{x-1}\left(\overline{F}_n^{(x-n+1,x)}(k) - \overline{F}_{n-1}^{(x-n+1,x-1)}(k)\right)(1-p_{x-n}) \times \prod_{i=x-n+1}^{x} p_i\left[1 - \sum_{i=0}^{x-n-1} P\{T_k = i\}\right] + (\overline{F}_x^{(1,x)}(k) - \overline{F}_{x-1}^{(1,x-1)}(k))\prod_{i=1}^{x} p_i \quad (2.2)$$

şeklindedir. Burada $\overline{F}_{b-a+1}^{(a,b)}(k) = P\left\{S_{b-a+1}^{(a,b)} \geq k\right\}$ ve $S_{b-a+1}^{(a,b)} = \sum_{i=a}^{b} Y_i$ şeklindedir(Eryılmaz, 2014).

2.4. Üç Değer Alan Denemeler için Sooner Bekleme Zamanının Dağılımı

$\{\xi_n, n \geq 1\}$ "0", "1" ve "2" değerlerini alabilen bağımsız rasgele değişkenlerin bir dizisi olsun. "1" I. tip başarıyı, "2" de II. tip başarıyı göstermek üzere ardışık I. tip başarıların sayısı k_r veya ardışık II. tip başarıların sayısı k_l olana kadar bekleme zamanı (deneme sayısının) T_{k_1,k_2} nın dağılımı (Koutras ve Alexandrou, 1997) tarafından elde edilmiştir ve yaşam fonksiyonu

$$P\left\{T_{k_1,k_2} > n\right\} = \mathbf{a}\mathbf{R}^n\mathbf{e}' \quad (2.3)$$

şeklindedir, burada

$\mathbf{a} = (1,0,\ldots,0)_{1\times k_1+k_2-1}$, $\mathbf{e} = (1,1,\ldots,1)_{1\times k_1+k_2-1}$,

$\mathbf{R}$, $(k_1+k_2-1)\times(k_1+k_2-1)$ tipinde

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1-p_1-p_2 & p_1 & \cdots & 0 & p_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1-p_1-p_2 & 0 & \cdots & 0 & p_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & & & \vdots \\ 1-p_1-p_2 & 0 & & p_1 & p_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1-p_1-p_2 & 0 & \cdots & 0 & p_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1-p_1-p_2 & p_1 & \cdots & 0 & 0 & p_2 & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1-p_1-p_2 & p_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & p_2 \\ 1-p_1-p_2 & p_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

biçiminde bir matris olup $p\{\xi_i = 1\} = p_1$, $p\{\xi_i = 2\} = p_2$ ve $p\{\xi_i = 0\} = 1 - p_1 - p_2$ dir. Kolayca görülebilir ki bu dağılım k ardıl geometrik dağılımın genel bir halidir.

2.5. Üç Değer Alan Denemeler için Sooner Bekleme Zamanının Genelleştirilmiş Dağılımı

$\{\xi_n,\ n \geq 1\}$ "0", "1" ve "2" değerlerini alabilen bağımsız denemeler dizisi olsun, burada "1" I. tip başarı ve "2" II. tip başarı olarak adlandırılmıştır. Her bir başarı türünde rasgele bir ödül almaktadır. Ardışık gelen I. tip ödüllerinin toplamı k_r seviyesine eşit veya geçtiğinde ya da ardışık gelen II. tip ödüllerinin toplamı k_l seviyesine eşit veya aşıncaya kadar yapılan demelerin sayısı (W)nun yaşam fonksiyonunu (Eryılmaz ve ark., 2016)

$$\begin{aligned} P\{W > n\} &= \sum_{m_1=0}^{n}\sum_{m_2=0}^{n} P\left\{\sum_{i=1}^{m_1} Y_i < k_r, \sum_{i=1}^{m_2} Z_i < k_l\right\} P\left\{L_n^{(1)} = m_1, L_n^{(2)} = m_2\right\} \\ &= \sum_{m_1}^{n}\sum_{m_2}^{n}\left(1-\overline{F}_{m_1}(k_r)\right)\left(1-\overline{G}_{m_2}(k_l)\right) \\ &\quad \times\Big[P\left\{L_n^{(1)} < m_1, L_n^{(2)} < m_2\right\} - P\left\{L_n^{(1)} < m_1+1, L_n^{(2)} < m_2\right\} \\ &\quad -P\left\{L_n^{(1)} < m_1, L_n^{(2)} < m_2+2\right\} + P\left\{L_n^{(1)} < m_1+1, L_n^{(2)} < m_2+1\right\}\Big] \end{aligned} \tag{2.4}$$

şeklinde elde etmişlerdir. (Eryılmaz ve ark., 2016) da W yerine W_2 kullanıldığını belirtelim. $L_n^{(1)}$ ve $L_n^{(2)}$, $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ dizisindeki I. tip ve II. tip başarılarından en uzun run ları göstermek üzere

$$\left\{T_{m_1,m_2} > n\right\} \Leftrightarrow \left\{L_n^{(1)} < m_1, L_n^{(2)} < m_2\right\} \tag{2.5}$$

yazılabilir. (2.4) de, (2.5) denkliği ele alındığında (2.4)

$$P\{W>n\}=\sum_{m_1=0}^{n}\sum_{m_2=0}^{n}\left(1-\overline{F}_{m_1}(k_r)\right)\left(1-\overline{G}_{m_2}(k_l)\right)\Big[P\left\{T_{m_1,m_2}>n\right\}$$
$$-P\left\{T_{m_1+1,m_2}>n\right\}-P\left\{T_{m_1,m_2+1}>n\right\}+P\left\{T_{m_1+1,m_2+1}>n\right\}\Big]. \quad (2.6)$$
$$=\sum_{m_1=1}^{n+1}\sum_{m_2=1}^{n+1}\left(\overline{F}_{m_1}(k_r)-\overline{F}_{m_1-1}(k_r)\right)\left(\overline{G}_{m_2}(k_l)-\overline{G}_{m_2-1}(k_l)\right)P\left\{T_{m_1,m_2}>n\right\}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada T_{m_1,m_2} (2.3) de tanımlandığı gibidir (Koutras ve Alexandrou, 1997).

2.6. Bağımsız ve Markov Bağımlı Denemeler Durumunda En Uzun Run'ın Dağılımı

$L_n^{(1)}$ ve $L_n^{(0)}$, iki değer alabilen $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ dizisindeki I. tip ve II. tip başarılarından en uzun run ları göstersin. $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ bağımsız ve aynı dağılımlı veya homojen Markov bağımlı olduğu durumda bazı şartlar altında (Eryılmaz ve Demir, 2007) $L_n^{(1)}$ ve $L_n^{(0)}$ ortak dağılımını

$$P\left\{L_n^{(1)}<k_1,L_n^{(0)}<k_2\right\}=\sum_{r_1}\sum_{r_2}\sum_{n_1}N(r_1,k_1,n_1)N(r_2,k_2,n-n_1)P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right) \quad (2.7)$$

şeklinde bulmuşlardır, burada $x_1+x_2+\cdots+x_a=c,\ 0<x_i<b$ ve olmak üzere

$$N(a,b,c)=\sum_{j=0}^{a}(-1)^j\binom{a}{j}\binom{c-j(b-1)-1}{a-1} \quad (2.8)$$

dir. $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ ler bağımsız olduğunda

$$P\left\{E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right\}=\begin{cases}2p^{n_1}(1-p)^{(n-n_1)} & , \quad r_1=r_2\\ p^{n_1}(1-p)^{(n-n_1)} & , \quad r_2=r_1+1, r_1=r_2+1\\ 0 & , \quad d.d.\end{cases} \quad (2.9)$$

homojen Markov bağımlı olduğunda

$$P\left\{E_n^{n_1}\left(r_1,r_2\right)\right\}=\begin{cases} p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_1}p_{10}^{r_1-1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_0+p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_2-1}p_{10}^{r_1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_1 & , \quad r_1=r_2 \\ p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_1}p_{10}^{r_1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_0 & , \quad r_2=r_1+1 \\ p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_2}p_{10}^{r_1-1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_1 & , \quad r_1=r_2+1 \\ 0 & , \quad d.d. \end{cases} \tag{2.10}$$

şeklindedir, burada geçiş olasılıkları $p_{00}, p_{01}, p_{10}, p_{11}$ ve başlangıç olasılıkları $P\left(\xi_1=1\right)=p_1$ ve $P\left(\xi_1=0\right)=p_0=1-p_1$ dir.

3. GEOMETRİK, BERNOULLI VE ÜSTEL ÖDÜLLÜ BAĞIMSIZ VE MARKOV BAĞIMLI İKİ DEĞER ALAN DİZİ İÇİN BEKLEME ZAMANI VE DAĞILIMI

Bu bölümde, (Eryılmaz ve ark., 2016) da elde edilen sonuçlar, ödüllerin Geometrik, Bernoulli ve üstel dağılım olduğu durumlar için tartışılmıştır. Ödüllerin Geometrik dağılımlı olduğu duruma (Eryılmaz ve ark., 2016) da kısaca değinilmiştir.

$\{\xi_n, n\geq 1\}$ "0", "1" sonuçlu, bağımsız $P\left(\xi_n=1\right)=p,\ n\geq 1$ başarı olasılıklı Bernoulli rasgele değişkenleri olsun. $Y_1,Y_2,...$ $F(x)=P\{Y_i\leq x\},\ i=1,2,...$ dağılım fonksiyonuna sahip, $Z_1,Z_2,...$ de $G(x)=P\{Z_i\leq x\},\ i=1,2,...$ dağılım fonksiyonuna sahip rasgele değişkenlerin bir dizisi olsun. $Y_1,Y_2,...$ ve $Z_1,Z_2,...$ bağımsız olduğu varsayılsın. (Mallor ve Santos, 2003) un ödül şeması altında $\{Y_i,\ i\geq 1\}$ ve $\{Z_i,\ i\geq 1\}$ rasgele ödülleri sırasıyla "1" I. tip başarıya ve "0" II. tip başarıya verilsin. $\xi_1,\xi_2,\ldots$ ve ödüller $Y_1,Y_2,\ldots$ ve $Z_1,Z_2,\ldots$ de bağımsız olsun. Aşağıdaki gösterimleri göz önüne alalım:

$$\overline{F}_i\left(k\right)=P\left\{\sum_{j=1}^{i}Y_i\geq k_r\right\},\overline{G}_i\left(k\right)=P\left\{\sum_{j=1}^{i}Z_i\geq k_l\right\},\ i=1,2,\ldots \tag{3.1}$$

burada $\overline{F}_0(k)=0,\ \overline{G}_0(k)=0$ dır. Ardışık I. tip başarılardan alınan ödüllerin toplamının k_r veya ardışık II. tip başarılardan alınan ödüllerin toplamı k_l yi geçene kadar ki bekleme zamanının (deneme sayısının) dağılımını (Yaşam fonksiyonu) (Eryılmaz ve ark., 2016) elde etmiştir. İspatın son kısmında (Koutras ve Alexandrou, 1997) nun önerdiği T_{k_r,k_l} rasgele değişkenin dağılımından faydalanılmıştır. İspatın son kısmında (Koutras ve Alexandrou, 1997) nın önerdiği T_{k_r,k_l} rasgele değişkeni yerine (Eryılmaz ve Demir, 2007) in longest run lar için bulduğu sonuçlar kullanılmıştır. Not edelim ki bu teorem (Eryılmaz ve ark., 2016) da "0", "1" ve "2" değerlerini alan rasgele değişkenler için yapılmış olup burada "0", "1" değerler alan diziler için uyarlanmıştır. "1", I. tip, "0" ise II. tip başarı olarak ele alınmıştır. (Eryılmaz ve ark., 2016) nın (2.6) da verilen dağılımını, (2.3) de verilen (Koutras ve Alexandrou, 1997) nın T_{m_1,m_2} nin dağılımına dayalıdır. Bu tezde (Eryılmaz ve ark., 2016) nın (2.6) da verilen dağılımını, (2.7)-(2.9) da verilen (Eryılmaz ve Demir, 2007) in $L_n^{(1)}$ ve $L_n^{(0)}$ longest runların ortak dağılımına dayalı olarak yazılmıştır. Kısaca (Eryılmaz ve ark., 2016) ve (Eryılmaz ve Demir, 2007) dağılımında bulunan sonuçlar kombine edilmiştir. Burada vurgulanmalıdır ki, (Eryılmaz ve ark., 2016) bağımsız denemeler için W nun dağılımını elde etmiş olup, bu tezde (Eryılmaz ve Demir, 2007) ın sonuçları kullanılarak W nun dağılımı Mallor ve Santos şeması altında homojen Markov denemeler için ele edilmiştir(Mallor ve Santos, 2003). $\{\xi_n,\ n\geq 1\}$ "0", "1" sonuçlu bağımsız denemeler olduğunda $L_n^{(1)}$ ve $L_n^{(0)}$, $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ dizisindeki I. tip ve II. tip başarıları için longest run ların sayısını vermek üzere W nun yaşam fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P\{W>n\}=P\left\{\sum_{i=1}^{L_1^{(1)}}Y_i<k_r,\sum_{i=1}^{L_n^{(0)}}Z_i<k_l\right\} \tag{3.2}$$

$\left(L_n^{(1)},L_n^{(0)}\right)$ üzerinde koşullandırma yapılarak

$$
\begin{aligned}
P\{W>n\} &= \sum_{m_1=0}^{n}\sum_{m_2=0}^{n} P\left\{\sum_{i=1}^{m_1} Y_i < k_r, \sum_{i=1}^{m_2} Z_i < k_l\right\} P\left\{L_n^{(1)}=m_1, L_n^{(0)}=m_2\right\} \\
&= \sum_{m_1}^{n}\sum_{m_2}^{n}\left(1-\overline{F}_{m_1}(k_l)\right)\left(1-\overline{G}_{m_2}(k_r)\right) \\
&\times\left[P\left\{L_n^{(1)}<m_1, L_n^{(0)}<m_2\right\} - P\left\{L_n^{(1)}<m_1+1, L_n^{(0)}<m_2\right\}\right. \\
&\left. -P\left\{L_n^{(1)}<m_1, L_n^{(0)}<m_2+2\right\} + P\left\{L_n^{(1)}<m_1+1, L_n^{(0)}<m_2+1\right\}\right]
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

yazılabilir. (Eryılmaz ve Demir, 2007) in longest run lar ilgili verdiği (Sonuç 4 bkz. Eşitlik (2.7)-(2.9)) son eşitlikte kullanıldığında W nun yaşam fonksiyonu

$$
\begin{aligned}
P\{W>n\} &= \sum_{m_1=1}^{n+1}\sum_{m_2=1}^{n+1}\left(1-\overline{F}_{m_1}(k_r)\right)\left(1-\overline{G}_{m_2}(k_l)\right) \\
&\times\left\{\sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1,n_1)\,N(r_2,m_2,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right)\right. \\
&-\sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1+1,n_1)\,N(r_2,m_2,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right) \\
&-\sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1,n_1)\,N(r_2,m_2+1,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right) \\
&\left.\sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1+1,n_1)\,N(r_2,m_2+1,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

olarak yazılabilir. Burada $\overline{F}_0(k)=0,\ \overline{G}_0(k)=0,\ \overline{F}_{n+1}(k)=1,\ \overline{G}_{n+1}(k)=1,$

$$
P\left\{E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right\} = \begin{cases} 2p^{n_1}(1-p)^{(n-n_1)}, & r_1=r_2 \\ p^{n_1}(1-p)^{(n-n_1)}, & r_2=r_1+1 \text{veya } r_1=r_2+1 \\ 0 \qquad\qquad , & d.d. \end{cases}
\tag{3.5}
$$

ve

$$
N(a,b,c) = \sum_{j=0}^{a}(-1)^j \binom{a}{j}\binom{c-j(b-1)-1}{a-1}
\tag{3.6}
$$

dır.

$\{\xi_n, n \geq 1\}$, "1" (I. Tip başarı) ve "0" (II. tip başarı) değerlerini alabilen Markov bağımlı denemelerin bir dizi olsun, burada geçiş matrisi

$$\begin{pmatrix} p00 & p01 \\ p10 & p11 \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

olup başlangıç olasılıkları p_0 ve p_1 şeklindedir. Ardışık I. tip başarılardan alınan ödüllerin toplamının k_r veya ardışık II. tip başarılardan alınan ödüllerin toplamı k_r yi geçene kadarki bekleme zamanının (deneme sayısının) dağılımı (Yaşam fonksiyonu)

$$\begin{aligned} P\{W > n\} = & \sum_{m_1=1}^{n+1}\sum_{m_2=1}^{n+1}\left(1-\overline{F}_{m_1}(k_r)\right)\left(1-\overline{G}_{m_2}(k_l)\right) \\ & \times\Bigg\{\sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1,n_1)\,N(r_2,m_2,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right) \\ & -\sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1+1,n_1)\,N(r_2,m_2,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right) \\ & -\sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1,n_1)\,N(r_2,m_2+1,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right) \\ & \sum_{r_1=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{r_2=1}^{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\sum_{n_1=0}^{n} N(r_1,m_1+1,n_1)\,N(r_2,m_2+1,n-n_1)\,P\left(E_n^{n_1}(r_1,r_2)\right)\Bigg\} \end{aligned} \tag{3.8}$$

şeklindedir. Burada $\overline{F}_0(k)=0,\ \overline{G}_0(k)=0,\ \overline{F}_{n+1}(k)=1,\ \overline{G}_{n+1}(k)=1,$

$$P\left\{E_n^{n_1}\left(r_1,r_2\right)\right\}=\begin{cases} p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_1}p_{10}^{r_1-1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_0+p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_2-1}p_{10}^{r_1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_1, & r_1=r_2 \\ p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_1}p_{10}^{n_1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_0 \quad , & r_2=r_1+1 \\ p_{11}^{n_1-r_1}p_{01}^{r_2}p_{10}^{r_1-1}p_{00}^{n-n_1-r_2}p_1 \quad , & r_1=r_2+1 \\ 0 \quad , & d.d. \end{cases} \tag{3.9}$$

ve $N\left(a,b,c\right)$ eşitlik (3.6)'da tanımlandığı gibidir.

Periyodik şoklara maruz kalan bir sistem göz önüne alınsın. Her bir $i.$ periyotta p olasılıkla I. tip şok, $\left(1-p\right)$olasılıkla II. tip şok oluşsun $i=1,2,\ldots.$(Burada şoklar Markov bağımlı olabilir) Periyot burada saat, gün veya yıl olarak algılanabilir. i periyottaki I. tip ve II. tip şokun büyüklüğü $Y_i(Z_i)$ ile gösterilen bir rasgele değişkendir. Ardışık I. tip şokların büyüklüklerinin toplamı k_r seviyesine eşit veya aştığında veya ardışık II. tip şokların büyüklüklerinin toplamı k_l seviyesine eşit veya aştığında sistemin bozulduğu varsayılsın. Böyle bir şok modeli altında, W rasgele değişkeni sistemin bozulma zamanını gösterir.

(Eryılmaz ve ark., 2016), $Y_1,Y_2,\ldots$ bağımsız ve $P\{Y_i=y\}=\alpha_1(1-\alpha_1)^{y-1}, y=1,2,...$ olasılık fonksiyonlu geometrik dağılımdan, $Z_1,Z_2,\ldots$ bağımsız ve $P\{Z_i=z\}=\alpha_2(1-\alpha_2)^{z-1}$, $z=1,2,\ldots,$ $i=1,2,\ldots$ olasılık fonksiyonlu rasgele değişkenler olduğunda $k_r>n>0$ için

$$\overline{F}_n\left(k_r\right)=P\left\{\sum_{i=1}^{n}Y_i\geq k_r\right\}=1-\sum_{y=n}^{k_r-1}\binom{y-1}{n-1}\alpha_1^n\left(1-\alpha_1\right)^{y-n} \tag{3.10}$$

ve $k_l>n>0$ için

$$\overline{G}_n(k_l) = P\left\{\sum_{i=1}^{n} Z_i \geq k_l\right\} = 1 - \sum_{z=n}^{k_l-1} \binom{z-1}{n-1} \alpha_2^n (1-\alpha_2)^{z-n} \tag{3.11}$$

şeklinde $\overline{F}_n(k_r)$ ve $\overline{G}_n(k_l)$ yi hesaplamışlardır.

(Eryılmaz ve ark., 2016) geometrik dağılımlı ödül durumunda W için küçük bir olasılık tablosu vermişlerdir. Eşitlik (3.4)-(3.6) ve (3.10)-(3.11) kullanarak farklı p, p_r, p_l, k_r, k_l değerleri için hem teorik olasılıklar hemde 5000 tekrarla simülasyon sonucunda elde edilen olasılıklar verilmiştir(bkz. Tablo 1-6). Simülasyon ile elde edilen olasılıklar $\hat{P}(W = n)$ ile gösterilmiştir ve olasılık fonksiyonunun grafikleri (bkz. Şekil 1-6) çizilmiştir.

Eşitlik (3.6), (3.8)-(3.11) kullanarak Markov bağımlı denemeler ve geometrik dağılımlı ödül durumunda farklı $p_0, p_{10}, p_{00}, p_r, p_l, k_r, k_l$ değerleri için hem teorik olasılıklar hemde 5000 tekrarla simülasyon sonucunda elde edilen olasılıklar verilmiştir(bkz. Tablo 7-12). Simülasyon ile elde edilen olasılıklar $\hat{P}(W = n)$ ile gösterilmiştir ve olasılık fonksiyonunun grafikleri (bkz. Şekil 7-12) çizilmiştir.

Tablo 1. Denemelerin bağımsız, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p = 0.3, p_l = 0.6, p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.3	5	3	0.6	0.4	1	0.1259	0.1252	0.8741
					2	0.1956	0.1945	0.6785
					3	0.2105	0.2086	0.4680
					4	0.1637	0.1654	0.3043
					5	0.0836	0.0801	0.2208
					6	0.0510	0.0550	0.1698
					7	0.0355	0.0352	0.1343
					8	0.0301	0.0302	0.1042
					9	0.0214	0.0222	0.0828
					10	0.0168	0.0170	0.0660
	5	4			1	0.0827	0.0832	0.9173
					2	0.1626	0.1619	0.7547
					3	0.1972	0.1961	0.5576
					4	0.1656	0.1730	0.3919
					5	0.0938	0.0917	0.2981
					6	0.0629	0.0627	0.2352
					7	0.0450	0.0425	0.1903
					8	0.0385	0.0378	0.1517
					9	0.0282	0.0302	0.1235
					10	0.0226	0.0226	0.1009
	5	5			1	0.0568	0.0579	0.9432
					2	0.1376	0.1430	0.8056
					3	0.1852	0.1832	0.6204
					4	0.1642	0.1669	0.4563
					5	0.0988	0.0973	0.3575
					6	0.0700	0.0668	0.2875
					7	0.0511	0.0487	0.2364
					8	0.0442	0.0404	0.1922
					9	0.0331	0.0327	0.1591
					10	0.0269	0.0283	0.1322
	5	6			1	0.0412	0.0382	0.9588
					2	0.1195	0.1227	0.8393
					3	0.1751	0.1693	0.6642
					4	0.1612	0.1628	0.5030
					5	0.1008	0.0984	0.4023
					6	0.0741	0.0787	0.3282
					7	0.0550	0.0576	0.2732
					8	0.0480	0.0514	0.2252
					9	0.0365	0.0360	0.1887
					10	0.0300	0.0283	0.1586

Tablo 2. Denemelerin bağımsız, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p = 0.3,\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.3	5	3	0.6	0.3	1	0.1649	0.1650	0.8351
					2	0.2161	0.2103	0.6190
					3	0.2175	0.2142	0.4015
					4	0.1583	0.1586	0.2431
					5	0.0732	0.0777	0.1700
					6	0.0404	0.0389	0.1295
					7	0.0279	0.0287	0.1016
					8	0.0236	0.0263	0.0780
					9	0.0166	0.0167	0.0614
					10	0.0130	0.0129	0.0484
			0.6	0.5	1	0.0929	0.0915	0.9071
					2	0.1755	0.1713	0.7316
					3	0.2035	0.2079	0.5281
					4	0.1673	0.1690	0.3608
					5	0.0922	0.0907	0.2686
					6	0.0600	0.0620	0.2086
					7	0.0422	0.0445	0.1664
					8	0.0359	0.0357	0.1305
					9	0.0258	0.0256	0.1046
					10	0.0205	0.0204	0.0842
			0.6	0.7	1	0.0449	0.0492	0.9551
					2	0.1364	0.1342	0.8187
					3	0.1897	0.1926	0.6290
					4	0.1694	0.1609	0.4596
					5	0.1040	0.1017	0.3556
					6	0.0737	0.0751	0.2819
					7	0.0530	0.0551	0.2289
					8	0.0455	0.0471	0.1834
					9	0.0337	0.0358	0.1497
					10	0.0270	0.0264	0.1227
			0.6	0.9	1	0.0209	0.0204	0.9791
					2	0.0988	0.1011	0.8802
					3	0.1763	0.1741	0.7039
					4	0.1646	0.1673	0.5394
					5	0.1085	0.1118	0.4308
					6	0.0815	0.0785	0.3494
					7	0.0604	0.0607	0.2890
					8	0.0523	0.0517	0.2367
					9	0.0401	0.0368	0.1966
					10	0.0327	0.0346	0.1639

Tablo 3. Denemelerin bağımsız, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p = 0.5,\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	5	3	0.6	0.4	1	0.1928	0.1934	0.8072
					2	0.2502	0.2495	0.5570
					3	0.1714	0.1725	0.3856
					4	0.1174	0.1204	0.2682
					5	0.0679	0.0627	0.2003
					6	0.0480	0.0491	0.1523
					7	0.0340	0.0341	0.1183
					8	0.0258	0.0264	0.0925
					9	0.0194	0.0202	0.0731
					10	0.0147	0.0155	0.0585
	5	4			1	0.1208	0.1213	0.8792
					2	0.2040	0.2048	0.6752
					3	0.1702	0.1724	0.5050
					4	0.1260	0.1209	0.3790
					5	0.0802	0.0784	0.2989
					6	0.0603	0.0627	0.2386
					7	0.0443	0.0488	0.1943
					8	0.0350	0.0350	0.1593
					9	0.0273	0.0262	0.1320
					10	0.0216	0.0185	0.1104
	5	5			1	0.0776	0.0742	0.9224
					2	0.1619	0.1633	0.7605
					3	0.1602	0.1663	0.6003
					4	0.1274	0.1225	0.4729
					5	0.0860	0.0876	0.3869
					6	0.0672	0.0689	0.3197
					7	0.0509	0.0525	0.2688
					8	0.0414	0.0404	0.2274
					9	0.0333	0.0325	0.1941
					10	0.0271	0.0272	0.1670
	5	6			1	0.0517	0.0493	0.9483
					2	0.1280	0.1238	0.8203
					3	0.1458	0.1496	0.6745
					4	0.1241	0.1269	0.5504
					5	0.0878	0.0860	0.4626
					6	0.0704	0.0694	0.3922
					7	0.0547	0.0550	0.3374
					8	0.0456	0.0459	0.2919
					9	0.0375	0.0412	0.2544
					10	0.0312	0.0311	0.2232

Tablo 4. Denemelerin bağımsız, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p = 0.5,\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

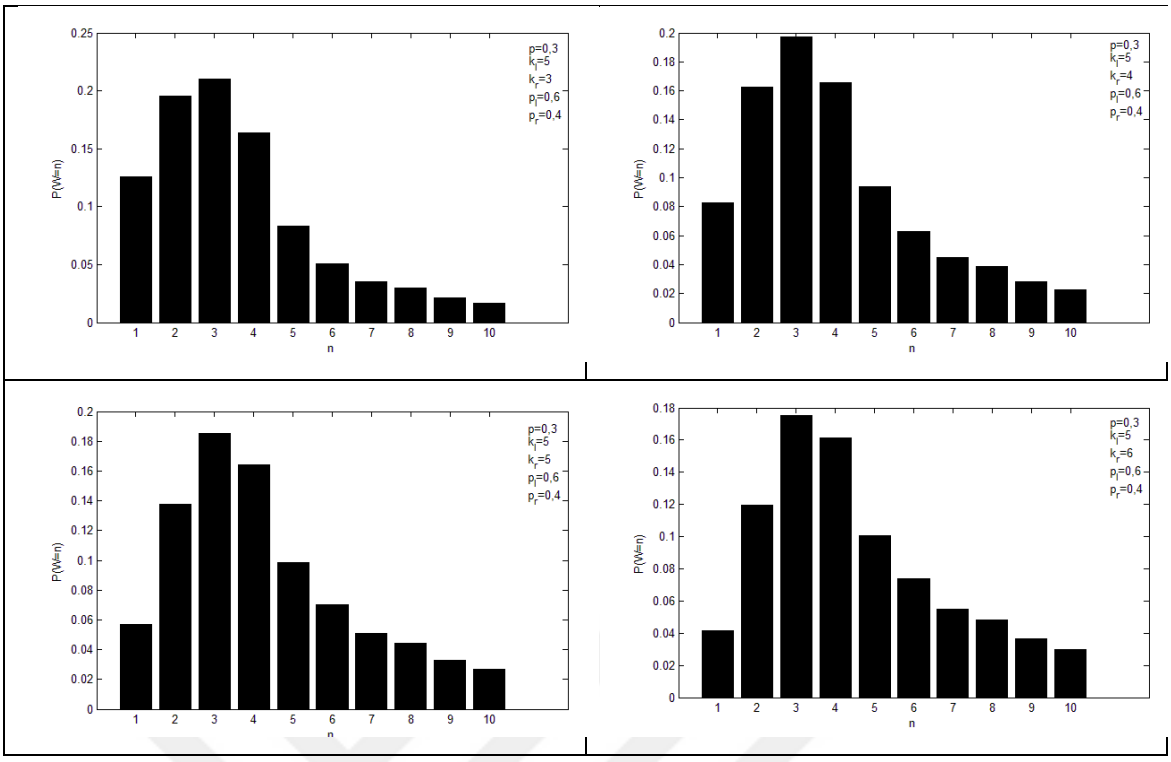
p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	5	3	0.6	0.3	1	0.2578	0.2582	0.7422
					2	0.2660	0.2646	0.4762
					3	0.1660	0.1686	0.3102
					4	0.1055	0.1017	0.2047
					5	0.0558	0.0590	0.1489
					6	0.0376	0.0377	0.1113
					7	0.0264	0.0263	0.0849
					8	0.0197	0.0195	0.0652
					9	0.0146	0.0138	0.0506
					10	0.0109	0.0119	0.0398
			0.6	0.5	1	0.1378	0.1339	0.8622
					2	0.2291	0.2301	0.6331
					3	0.1762	0.1776	0.4569
					4	0.1261	0.1295	0.3307
					5	0.0783	0.0742	0.2525
					6	0.0572	0.0558	0.1953
					7	0.0411	0.0461	0.1542
					8	0.0316	0.0327	0.1226
					9	0.0242	0.0229	0.0984
					10	0.0186	0.0183	0.0799
			0.6	0.7	1	0.0578	0.0579	0.9422
					2	0.1711	0.1719	0.7711
					3	0.1839	0.1846	0.5872
					4	0.1343	0.1330	0.4528
					5	0.0934	0.0916	0.3595
					6	0.0724	0.0712	0.2871
					7	0.0534	0.0570	0.2337
					8	0.0425	0.0427	0.1911
					9	0.0336	0.0326	0.1576
					10	0.0266	0.0253	0.1309
			0.6	0.9	1	0.0178	0.0152	0.9822
					2	0.0922	0.0964	0.8900
					3	0.1890	0.1865	0.7010
					4	0.1301	0.1373	0.5709
					5	0.1011	0.1026	0.4699
					6	0.0832	0.0774	0.3867
					7	0.0635	0.0634	0.3232
					8	0.0524	0.0538	0.2708
					9	0.0429	0.0405	0.2279
					10	0.0351	0.0371	0.1928

Tablo 5. Denemelerin bağımsız, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p = 0.9, p_l = 0.6, p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

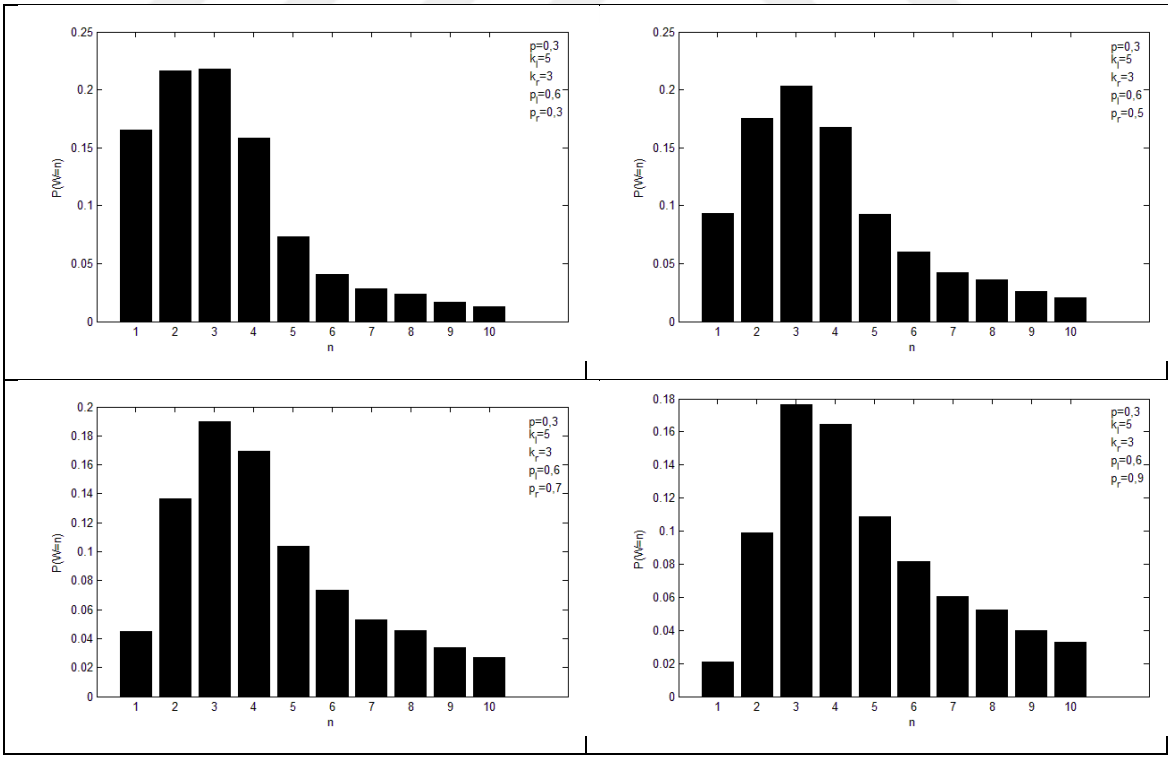
p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.9	5	3	0.6	0.4	1	0.3266	0.3215	0.6734
					2	0.4234	0.4267	0.2501
					3	0.1587	0.1598	0.0913
					4	0.0493	0.0474	0.0420
					5	0.0178	0.0205	0.0241
					6	0.0150	0.0140	0.0091
					7	0.0038	0.0045	0.0053
					8	0.0026	0.0032	0.0028
					9	0.0015	0.0015	0.0013
					10	0.0006	0.0005	0.0007
	5	4			1	0.1970	0.1962	0.8030
					2	0.3722	0.3635	0.4308
					3	0.2478	0.2532	0.1830
					4	0.0970	0.1004	0.0860
					5	0.0304	0.0317	0.0556
					6	0.0277	0.0278	0.0279
					7	0.0100	0.0099	0.0179
					8	0.0082	0.0083	0.0096
					9	0.0038	0.0040	0.0058
					10	0.0021	0.0014	0.0037
	5	5			1	0.1192	0.1215	0.8808
					2	0.2948	0.2907	0.5860
					3	0.2828	0.2958	0.3031
					4	0.1536	0.1487	0.1495
					5	0.0544	0.0509	0.0951
					6	0.0382	0.0376	0.0569
					7	0.0180	0.0187	0.0389
					8	0.0160	0.0150	0.0228
					9	0.0076	0.0071	0.0152
					10	0.0053	0.0052	0.0100
	5	6			1	0.0725	0.0705	0.9275
					2	0.2204	0.2258	0.7070
					3	0.2760	0.2657	0.4311
					4	0.1977	0.1981	0.2333
					5	0.0887	0.0908	0.1446
					6	0.0509	0.0521	0.0937
					7	0.0262	0.0268	0.0675
					8	0.0242	0.0242	0.0432
					9	0.0126	0.0129	0.0306
					10	0.0100	0.0103	0.0206

Tablo 6. Denemelerin bağımsız, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p = 0.9,\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

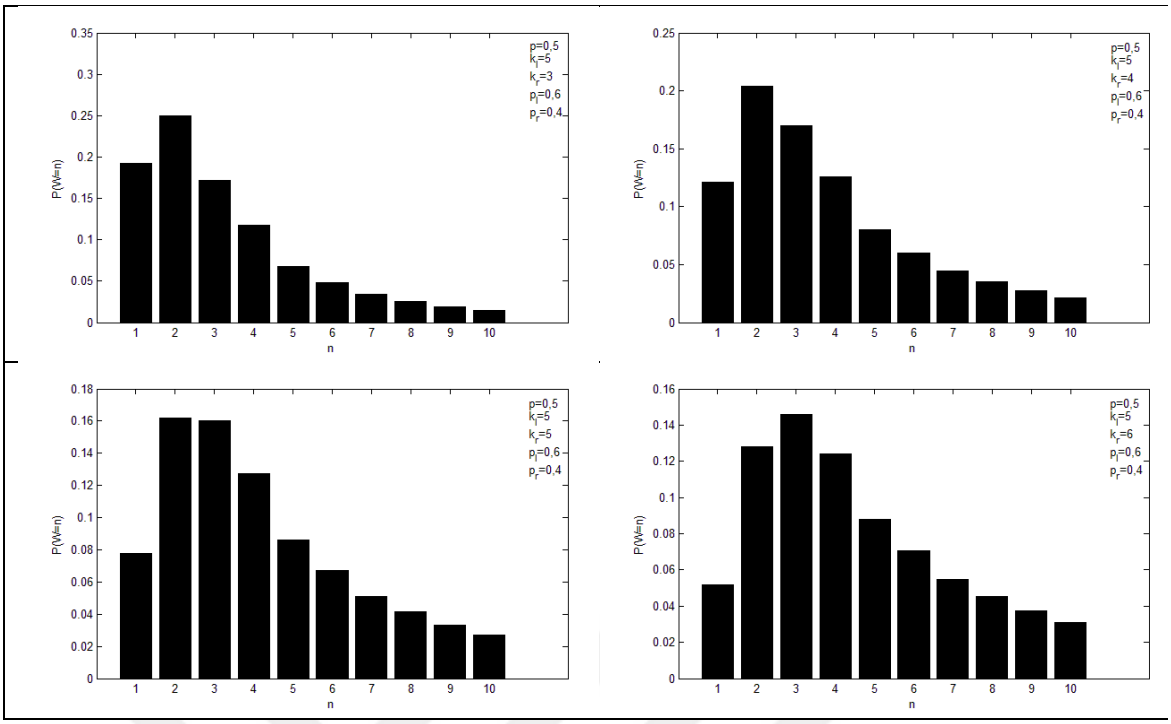
p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.9	5	3	0.6	0.3	1	0.4436	0.4456	0.5564
					2	0.3859	0.3857	0.1706
					3	0.1036	0.1047	0.0669
					4	0.0396	0.0373	0.0273
					5	0.0121	0.0136	0.0152
					6	0.0097	0.0080	0.0056
					7	0.0024	0.0023	0.0032
					8	0.0016	0.0012	0.0016
					9	0.0009	0.0008	0.0008
					10	0.0003	0.0003	0.0004
			0.6	0.5	1	0.2276	0.2187	0.7724
					2	0.4302	0.4387	0.3423
					3	0.2255	0.2300	0.1168
					4	0.0574	0.0526	0.0594
					5	0.0245	0.0241	0.0349
					6	0.0215	0.0202	0.0134
					7	0.0054	0.0064	0.0080
					8	0.0038	0.0036	0.0042
					9	0.0022	0.0029	0.0020
					10	0.0009	0.0009	0.0011
			0.6	0.7	1	0.0836	0.0859	0.9164
					2	0.3517	0.3534	0.5647
					3	0.3936	0.3878	0.1711
					4	0.0685	0.0725	0.1025
					5	0.0403	0.0391	0.0623
					6	0.0377	0.0375	0.0246
					7	0.0096	0.0098	0.0150
					8	0.0069	0.0070	0.0081
					9	0.0042	0.0035	0.0039
					10	0.0017	0.0015	0.0022
			0.6	0.9	1	0.0116	0.0113	0.9884
					2	0.1505	0.1457	0.8379
					3	0.6082	0.6162	0.2298
					4	0.0730	0.0700	0.1568
					5	0.0596	0.0597	0.0972
					6	0.0581	0.0579	0.0391
					7	0.0149	0.0146	0.0242
					8	0.0110	0.0117	0.0132
					9	0.0068	0.0061	0.0064
					10	0.0027	0.0029	0.0037



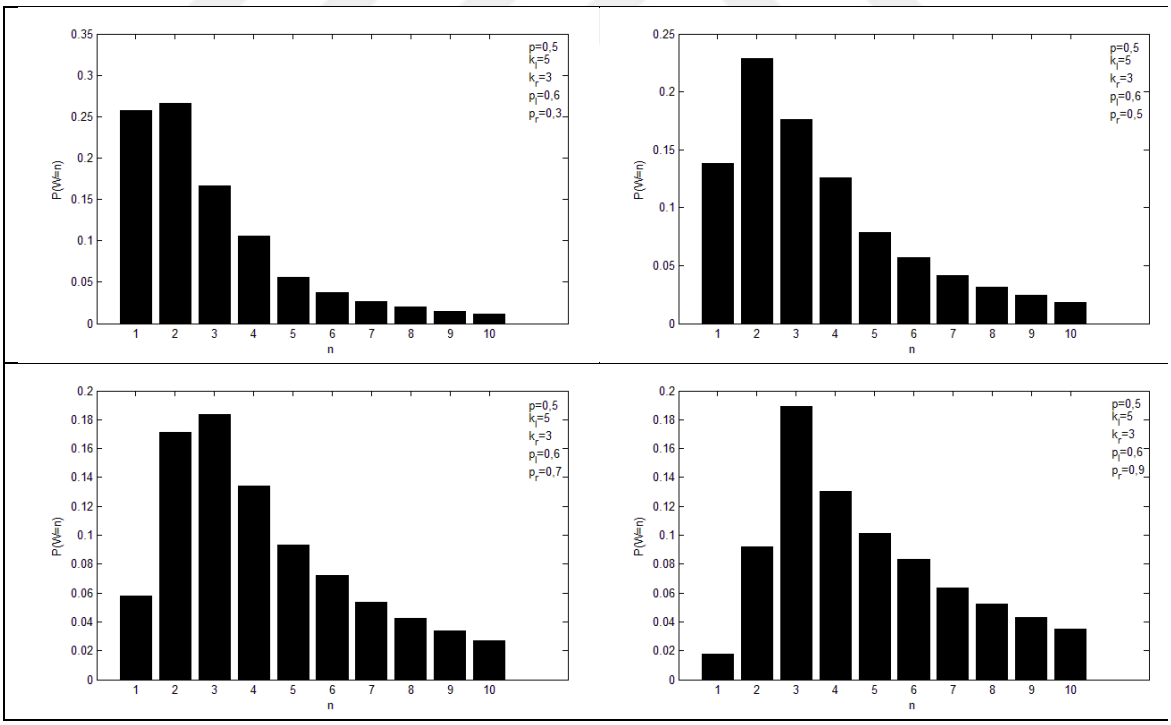
Şekil 1. Tablo 1 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



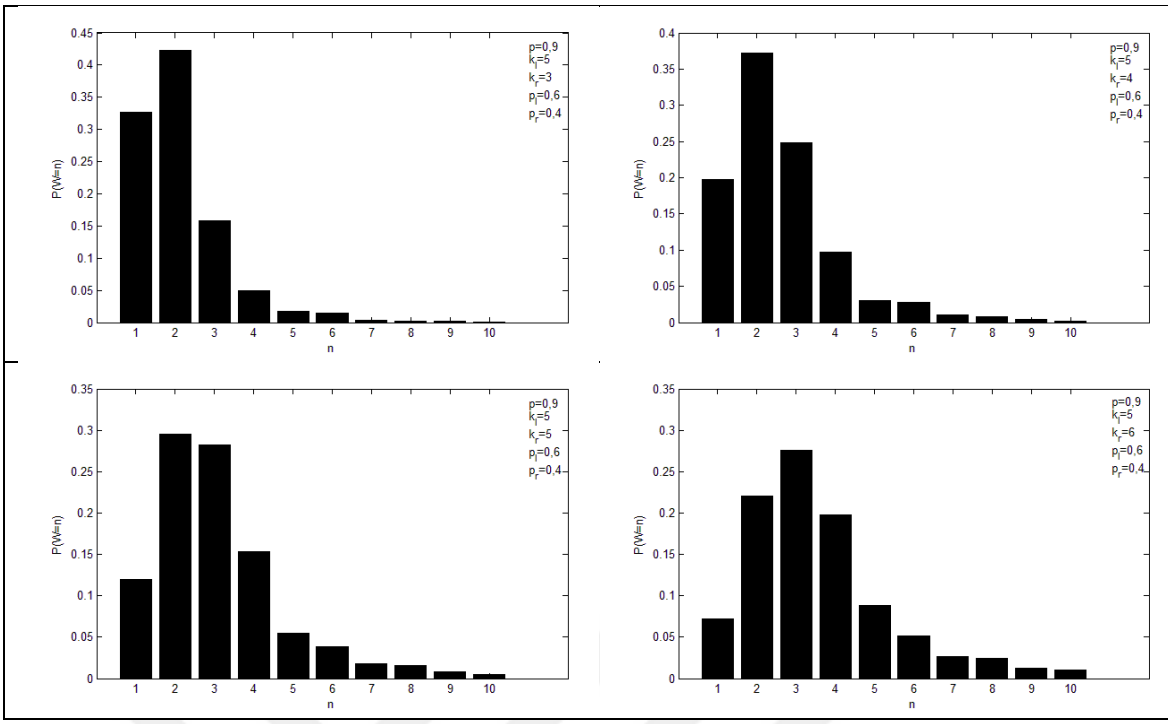
Şekil 2. Tablo 2 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



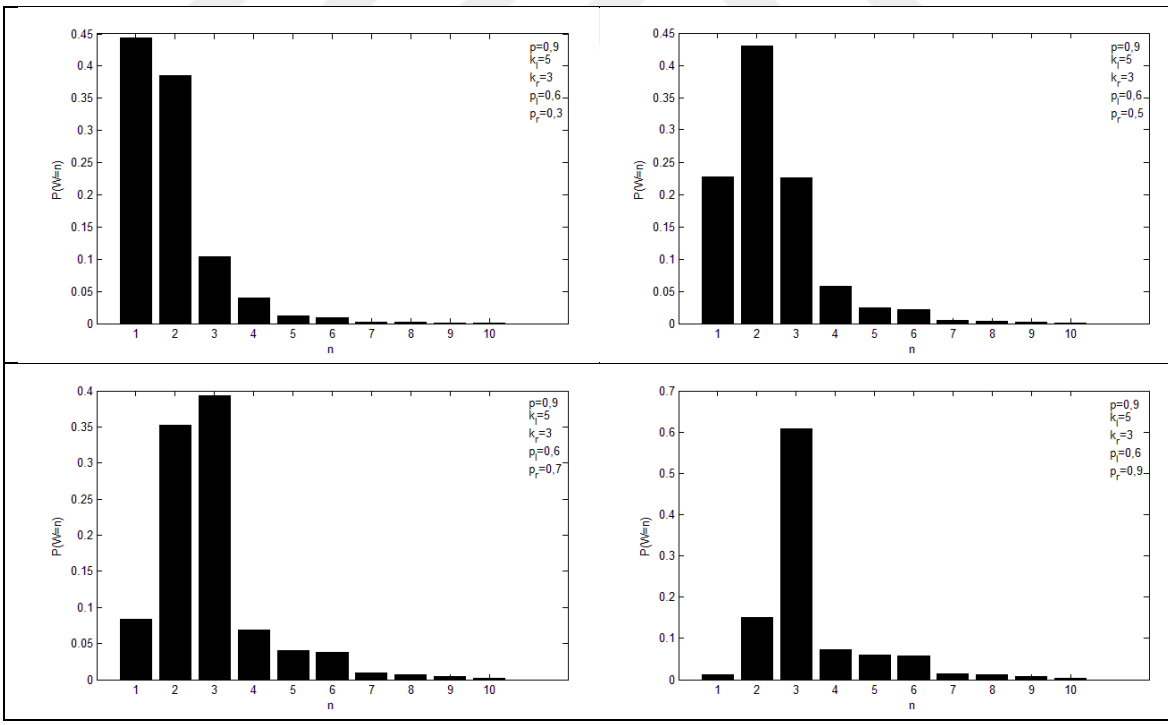
Şekil 3. Tablo 3 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 4. Tablo 4 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 5. Tablo 5 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 6. Tablo 6 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu

Tablo 7. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.85,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.95,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.7,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.85	0.15	0.95	0.05	0.7	0.3	5	3	0.6	0.4	1	0.0758	0,0756	0.9242
										2	0.1623	0,1607	0.7620
										3	0.2951	0,2931	0.4669
										4	0.2890	0,2892	0.1779
										5	0.1234	0,1232	0.0545
										6	0.0229	0,0243	0.0316
										7	0.0111	0,0107	0.0204
										8	0.0097	0,0105	0.0107
										9	0.0044	0,0057	0.0063
										10	0.0033	0,0032	0.0031
						5	4			1	0.0542	0.0541	0.9458
										2	0.1545	0.1579	0.7913
										3	0.2938	0.2978	0.4975
										4	0.2928	0.2874	0.2047
										5	0.1310	0.1312	0.0737
										6	0.0301	0.0274	0.0436
										7	0.0153	0.0161	0.0283
										8	0.0128	0.0125	0.0155
										9	0.0063	0.0072	0.0092
										10	0.0045	0.0040	0.0047
						5	5			1	0.0412	0.0403	0.9588
										2	0.1473	0.1478	0.8115
										3	0.2921	0.2926	0.5194
										4	0.2948	0.2937	0.2245
										5	0.1359	0.1371	0.0886
										6	0.0352	0.0363	0.0534
										7	0.0187	0.0175	0.0348
										8	0.0152	0.0164	0.0195
										9	0.0078	0.0087	0.0118
										10	0.0055	0.0050	0.0063
						5	6			1	0.0334	0.0317	0.9666
										2	0.1414	0.1381	0.8252
										3	0.2902	0.2948	0.5349
										4	0.2958	0.2933	0.2391
										5	0.1390	0.1437	0.1001
										6	0.0388	0.0368	0.0613
										7	0.0213	0.0216	0.0400
										8	0.0171	0.0174	0.0229
										9	0.0090	0.0090	0.0139
										10	0.0063	0.0059	0.0076

Tablo 8. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.85,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.95,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.7,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.85	0.15	0.95	0.05	0.7	0.3	5	3	0.6	0.3	1	0.0953	0.0977	0.9047
										2	0.1646	0.1607	0.7401
										3	0.2957	0.2963	0.4445
										4	0.2853	0.2833	0.1592
										5	0.1172	0.1192	0.0420
										6	0.0178	0.0179	0.0241
										7	0.0085	0.0073	0.0156
										8	0.0075	0.0079	0.0081
										9	0.0033	0.0040	0.0048
										10	0.0025	0.0026	0.0023
								0.6	0.5	1	0.0593	0.0575	0.9407
										2	0.1589	0.1572	0.7818
										3	0.2947	0.2963	0.4872
										4	0.2921	0.3015	0.1951
										5	0.1288	0.1268	0.0663
										6	0.0276	0.0260	0.0387
										7	0.0136	0.0107	0.0250
										8	0.0117	0.0108	0.0134
										9	0.0055	0.0052	0.0079
										10	0.0040	0.0041	0.0039
								0.6	0.7	1	0.0353	0.0320	0.9647
										2	0.1491	0.1525	0.8156
										3	0.2943	0.2969	0.5214
										4	0.2962	0.2962	0.2252
										5	0.1375	0.1362	0.0877
										6	0.0357	0.0349	0.0520
										7	0.0183	0.0190	0.0337
										8	0.0151	0.0147	0.0186
										9	0.0076	0.0074	0.0110
										10	0.0053	0.0045	0.0057
								0.6	0.9	1	0.0233	0.0233	0.9767
										2	0.1352	0.1386	0.8415
										3	0.2944	0.2925	0.5471
										4	0.2976	0.3022	0.2495
										5	0.1434	0.1397	0.1061
										6	0.0421	0.0411	0.0640
										7	0.0225	0.0228	0.0415
										8	0.0178	0.0161	0.0237
										9	0.0096	0.0088	0.0141
										10	0.0065	0.0062	0.0076

Tablo 9. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.15,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.05,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.3,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.15	0.85	0.05	0.95	0.3	0.7	5	3	0.6	0.4	1	0.3098	0.3055	0.6902
										2	0.3409	0.3429	0.3492
										3	0.1175	0.1210	0.2317
										4	0.0928	0.0909	0.1389
										5	0.0361	0.0361	0.1028
										6	0.0409	0.0416	0.0619
										7	0.0142	0.0120	0.0477
										8	0.0161	0.0171	0.0316
										9	0.0081	0.0088	0.0235
										10	0.0066	0.0072	0.0169
						5	4			1	0.1874	0.1832	0.8126
										2	0.2933	0.2903	0.5193
										3	0.1665	0.1690	0.3528
										4	0.1126	0.1106	0.2402
										5	0.0529	0.0545	0.1873
										6	0.0575	0.0581	0.1298
										7	0.0251	0.0242	0.1047
										8	0.0275	0.0296	0.0772
										9	0.0159	0.0187	0.0613
										10	0.0132	0.0145	0.0481
						5	5			1	0.1140	0.1188	0.8860
										2	0.2305	0.2299	0.6555
										3	0.1825	0.1810	0.4730
										4	0.1286	0.1240	0.3444
										5	0.0665	0.0620	0.2779
										6	0.0678	0.0697	0.2101
										7	0.0353	0.0363	0.1748
										8	0.0377	0.0363	0.1371
										9	0.0235	0.0272	0.1136
										10	0.0204	0.0201	0.0932
						5	6			1	0.0699	0.0697	0.9301
										2	0.1722	0.1736	0.7579
										3	0.1746	0.1764	0.5833
										4	0.1370	0.1317	0.4463
										5	0.0779	0.0769	0.3683
										6	0.0732	0.0742	0.2951
										7	0.0434	0.0431	0.2517
										8	0.0455	0.0454	0.2063
										9	0.0300	0.0304	0.1762
										10	0.0270	0.0267	0.1492

,

Tablo 10. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.15,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.05,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.3,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

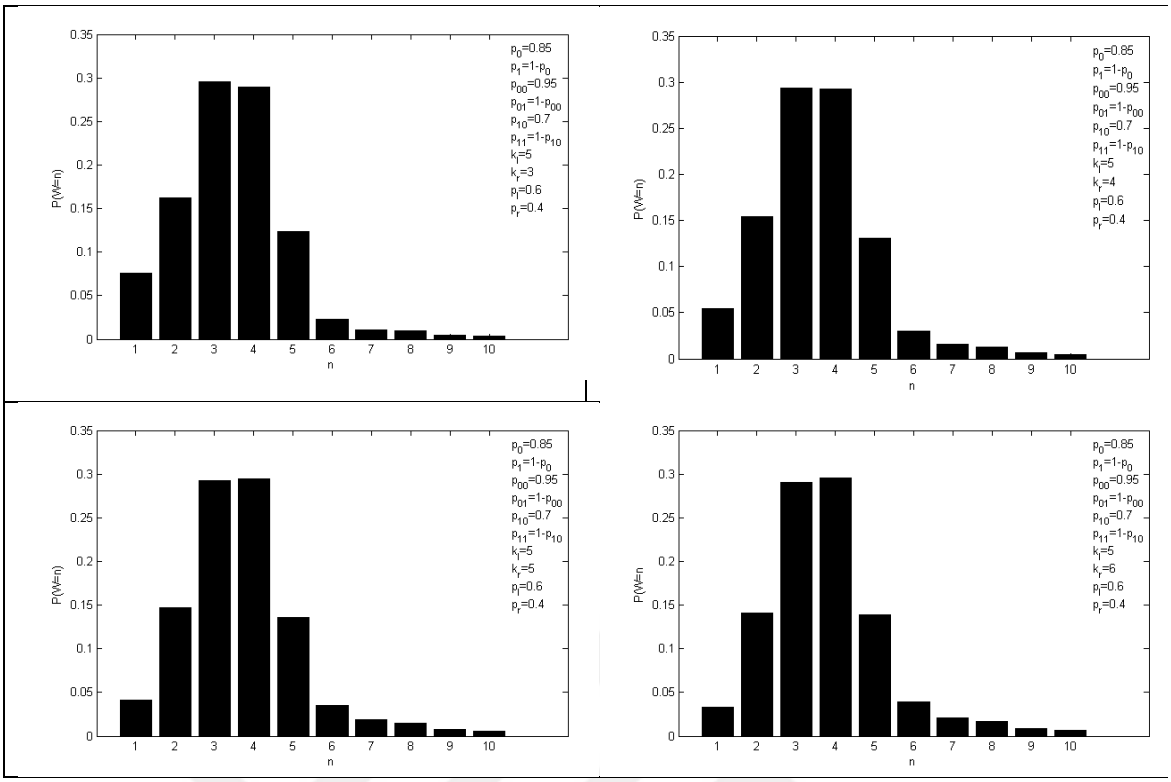
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.15	0.85	0.05	0.95	0.3	0.7	5	3	0.6	0.3	1	0.4203	0.4267	0.5797
										2	0.3224	0.3196	0.2572
										3	0.0827	0.0823	0.1745
										4	0.0777	0.0776	0.0968
										5	0.0256	0.0252	0.0712
										6	0.0305	0.0283	0.0407
										7	0.0098	0.0102	0.0309
										8	0.0112	0.0102	0.0196
										9	0.0052	0.0057	0.0145
										10	0.0044	0.0050	0.0101
								0.6	0.5	1	0.2163	0.2205	0.7837
										2	0.3383	0.3396	0.4454
										3	0.1569	0.1552	0.2885
										4	0.1025	0.1038	0.1860
										5	0.0476	0.0475	0.1384
										6	0.0515	0.0499	0.0870
										7	0.0192	0.0163	0.0678
										8	0.0214	0.0228	0.0464
										9	0.0117	0.0123	0.0347
										10	0.0092	0.0093	0.0255
								0.6	0.7	1	0.0803	0.0795	0.9197
										2	0.2695	0.2661	0.6502
										3	0.2496	0.2535	0.4006
										4	0.1056	0.1074	0.2949
										5	0.0734	0.0741	0.2215
										6	0.0730	0.0706	0.1485
										7	0.0308	0.0308	0.1177
										8	0.0337	0.0367	0.0840
										9	0.0206	0.0211	0.0634
										10	0.0156	0.0137	0.0478
								0.6	0.9	1	0.0123	0.0125	0.9877
										2	0.1161	0.1171	0.8716
										3	0.3607	0.3611	0.5109
										4	0.0873	0.0855	0.4236
										5	0.1032	0.1083	0.3204
										6	0.0951	0.0969	0.2254
										7	0.0446	0.0416	0.1808
										8	0.0482	0.0468	0.1325
										9	0.0319	0.0303	0.1006
										10	0.0235	0.0235	0.0771

Tablo 11. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.5,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.5,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.5,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

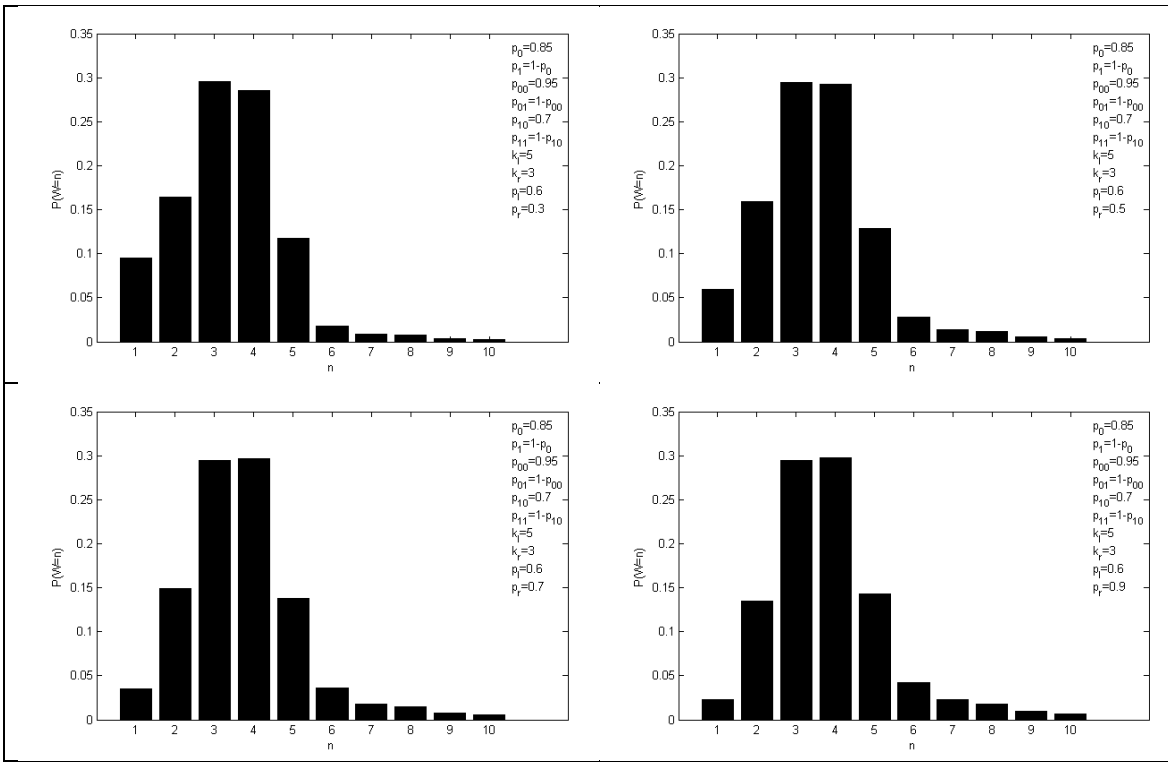
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	3	0.6	0.4	1	0.1928	0.1907	0.8072
										2	0.2502	0.2532	0.5570
										3	0.1714	0.1733	0.3856
										4	0.1174	0.1146	0.2682
										5	0.0679	0.0676	0.2003
										6	0.0480	0.0472	0.1523
										7	0.0340	0.0352	0.1183
										8	0.0258	0.0236	0.0925
										9	0.0194	0.0188	0.0731
										10	0.0147	0.0150	0.0585
						5	4			1	0.1208	0.1198	0.8792
										2	0.2040	0.1990	0.6752
										3	0.1702	0.1670	0.5050
										4	0.1260	0.1299	0.3790
										5	0.0802	0.0830	0.2989
										6	0.0603	0.0595	0.2386
										7	0.0443	0.0457	0.1943
										8	0.0350	0.0363	0.1593
										9	0.0273	0.0285	0.1320
										10	0.0216	0.0219	0.1104
						5	5			1	0.0776	0.0793	0.9224
										2	0.1619	0.1631	0.7605
										3	0.1602	0.1643	0.6003
										4	0.1274	0.1279	0.4729
										5	0.0860	0.0885	0.3869
										6	0.0672	0.0638	0.3197
										7	0.0509	0.0471	0.2688
										8	0.0414	0.0374	0.2274
										9	0.0333	0.0337	0.1941
										10	0.0271	0.0289	0.1670
						5	6			1	0.0517	0.0479	0.9483
										2	0.1280	0.1259	0.8203
										3	0.1458	0.1483	0.6745
										4	0.1241	0.1224	0.5504
										5	0.0878	0.0875	0.4626
										6	0.0704	0.0697	0.3922
										7	0.0547	0.0556	0.3374
										8	0.0456	0.0459	0.2919
										9	0.0375	0.0400	0.2544
										10	0.0312	0.0311	0.2232

Tablo 12. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin geometrik dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.5,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.5,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.5,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için nun yaşam fonksiyonu

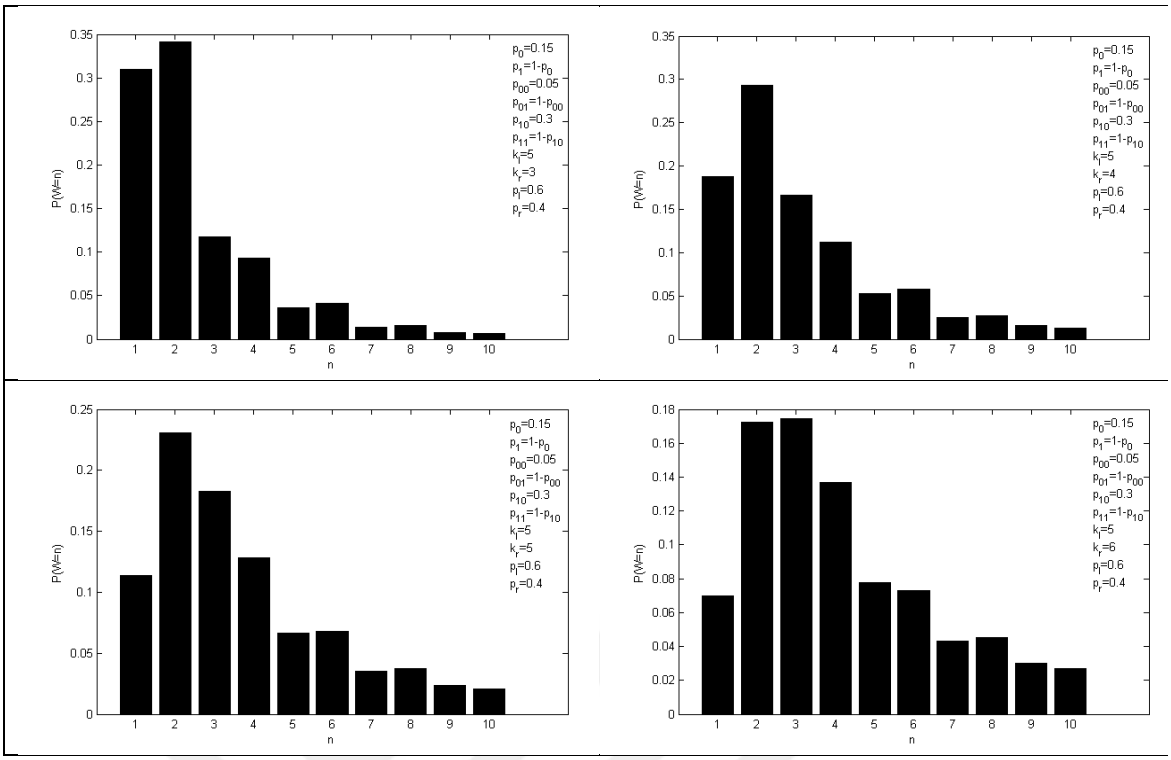
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	3	0.6	0.3	1	0.2578	0.2541	0.7422
										2	0.2660	0.2673	0.4762
										3	0.1660	0.1698	0.3102
										4	0.1055	0.1024	0.2047
										5	0.0558	0.0599	0.1489
										6	0.0376	0.0386	0.1113
										7	0.0264	0.0257	0.0849
										8	0.0197	0.0190	0.0652
										9	0.0146	0.0143	0.0506
										10	0.0109	0.0111	0.0398
								0.6	0.5	1	0.1378	0.1379	0.8622
										2	0.2291	0.2284	0.6331
										3	0.1762	0.1780	0.4569
										4	0.1261	0.1241	0.3307
										5	0.0783	0.0748	0.2525
										6	0.0572	0.0586	0.1953
										7	0.0411	0.0409	0.1542
										8	0.0316	0.0328	0.1226
										9	0.0242	0.0245	0.0984
										10	0.0186	0.0201	0.0799
								0.6	0.7	1	0.0578	0.0604	0.9422
										2	0.1711	0.1672	0.7711
										3	0.1839	0.1770	0.5872
										4	0.1343	0.1384	0.4528
										5	0.0934	0.0971	0.3595
										6	0.0724	0.0718	0.2871
										7	0.0534	0.0517	0.2337
										8	0.0425	0.0446	0.1911
										9	0.0336	0.0345	0.1576
										10	0.0266	0.0272	0.1309
								0.6	0.9	1	0.0178	0.0186	0.9822
										2	0.0922	0.0906	0.8900
										3	0.1890	0.1838	0.7010
										4	0.1301	0.1339	0.5709
										5	0.1011	0.1014	0.4699
										6	0.0832	0.0813	0.3867
										7	0.0635	0.0618	0.3232
										8	0.0524	0.0542	0.2708
										9	0.0429	0.0448	0.2279
										10	0.0351	0.0375	0.1928



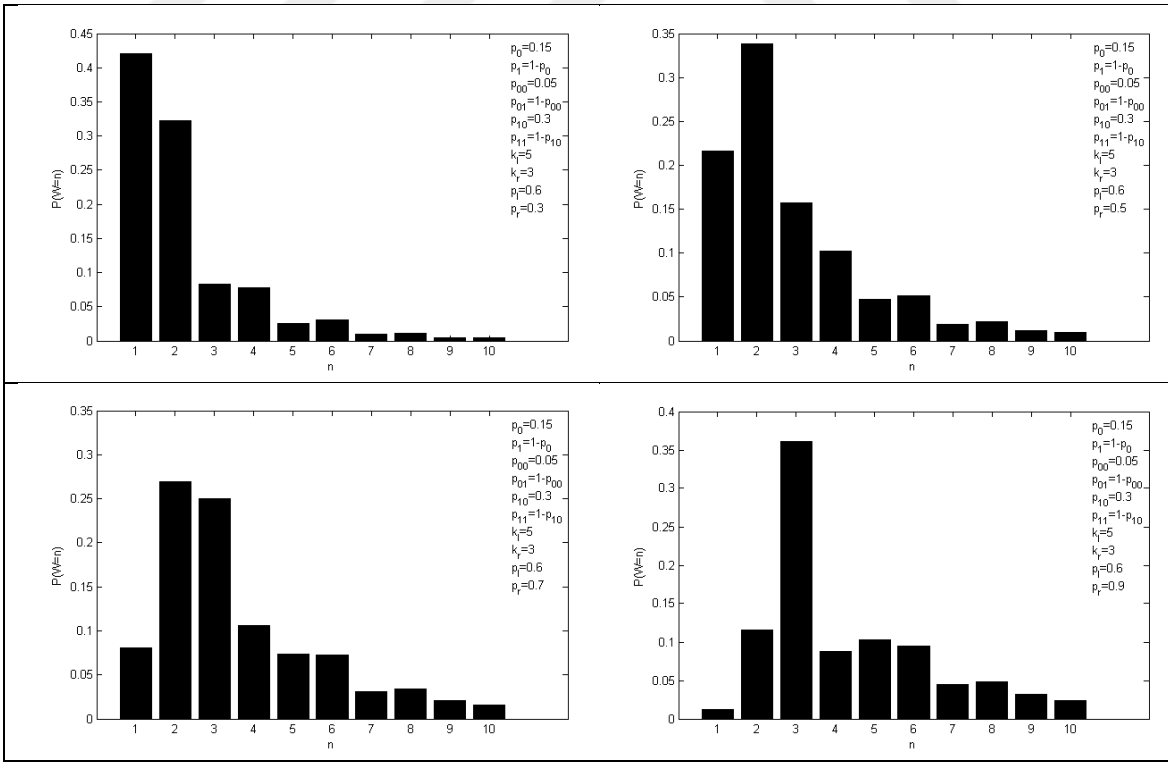
Şekil 7. Tablo 7 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



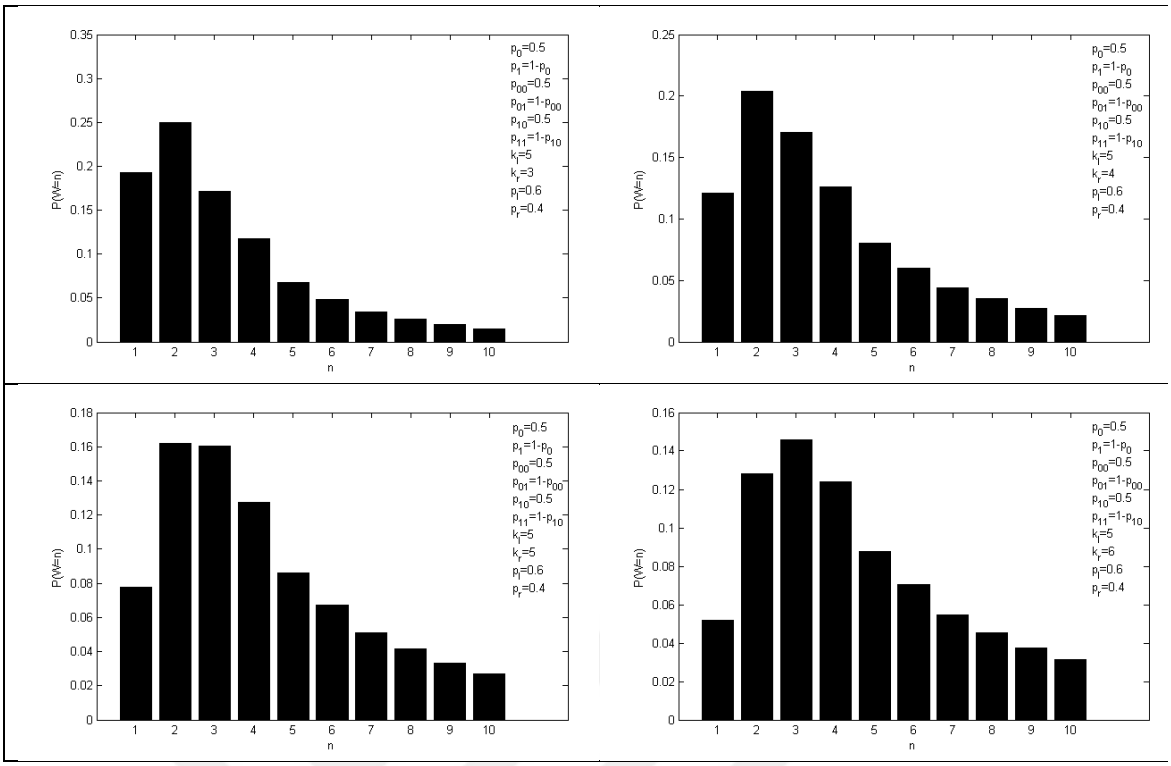
Şekil 8. Tablo 8 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



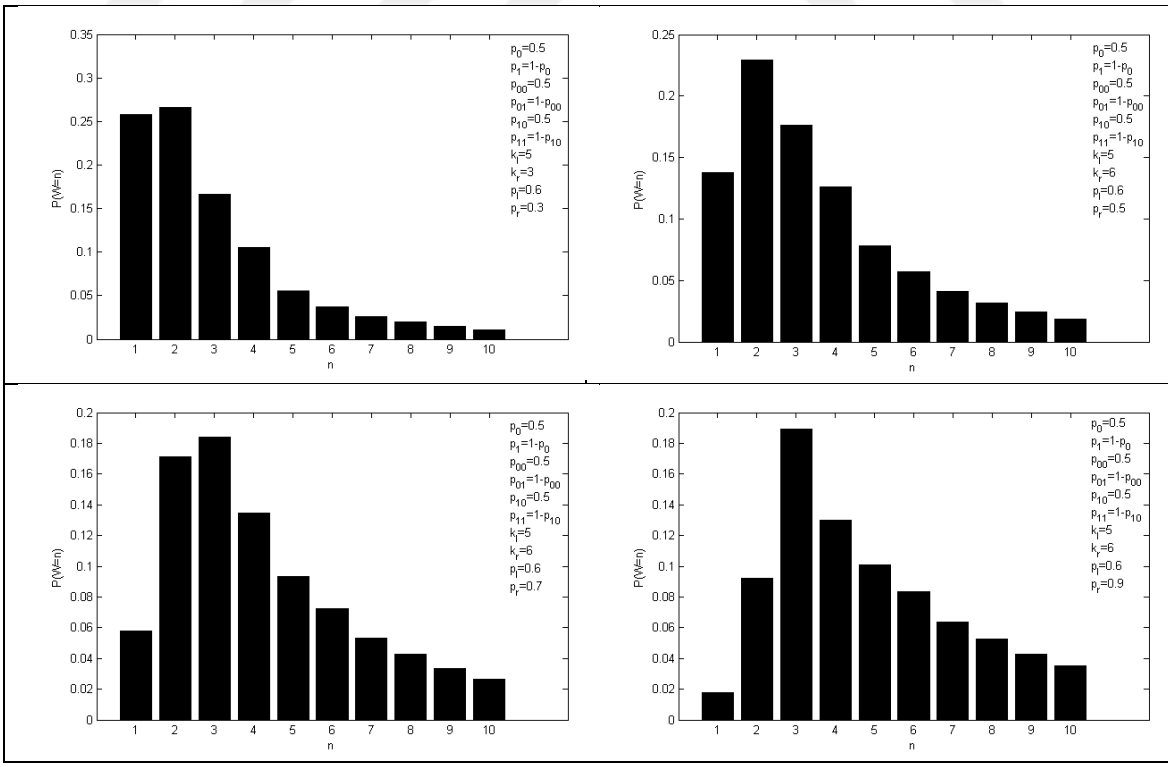
Şekil 9. Tablo 9 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 10. Tablo 10 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 11. Tablo 11 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 12. Tablo 12 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu

$Y_1, Y_2, \ldots$ bağımsız ve $f_{Y_i}(y) = \frac{1}{\beta_1}\exp\left(-\frac{y}{\beta_1}\right)$, $y > 0$ olasılık yoğunluk fonksiyonlu üstel dağılımdan, $Z_1, Z_2, \ldots$ bağımsız ve $f_{Z_i}(z) = \frac{1}{\beta_2}\exp\left(-\frac{z}{\beta_2}\right)$, $z > 0$ olasılık yoğunluk fonksiyonlu rasgele değişkenler olduğunda $k_r > n > 0$ için

$$\overline{F}_n(k_r) = P\left\{\sum_{i=1}^{n} Y_i \geq k_r\right\} = \int_{k_1}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(n)\beta_1^{\,n}} y^{n-1}\exp\left(-\frac{y}{\beta_1}\right)dx = \exp\left(-\frac{k_r}{\beta_1}\right)\sum_{j=0}^{n-1}\frac{\left(\frac{k_r}{\beta_1}\right)^j}{j!} \qquad (3.12)$$

ve $k_l > n > 0$ için

$$\overline{G}_n(k_l) = P\left\{\sum_{i=1}^{n} Z_i \geq k_l\right\} = \int_{k_1}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(n)\beta_1^{\,n}} y^{n-1}\exp\left(-\frac{y}{\beta_1}\right)dx = \exp\left(-\frac{k_l}{\beta_2}\right)\sum_{j=0}^{n-1}\frac{\left(\frac{k_l}{\beta_2}\right)^j}{j!} \qquad (3.13)$$

şeklindedir.

Eşitlik (3.4)-(3.6) ve (3.12)-(3.13) kullanılarak, bağımsız denemeler ve üstel dağılımlı ödül durumunda farklı p, p_r, p_l, k_r, k_l değerleri için W nun hem teorik olasılıklar hemde 5000 tekrarla simülasyon sonucunda elde edilen olasılıklar verilmiştir(bkz. Tablo 13-18). Simülasyon ile elde edilen olasılıklar $\hat{P}(W = n)$ ile gösterilmiştir ve olasılık fonksiyonunun grafikleri(bkz. Şekil 13-18) çizilmiştir.

Eşitlik (3.6), (3.8)-(3.9) ve (3.12)-(3.13) kullanılarak markov bağımlı denemeler ve Geometrik dağılımlı ödül durumunda farklı $p_0, p_{10}, p_{00}, p_r, p_l, k_r, k_l$ değerleri için W nun hem teorik olasılıklar hemde 5000 tekrarla simülasyon sonucunda elde edilen olasılıklar verilmiştir(bkz. Tablo 19-24). Simülasyon ile elde edilen olasılıklar $\hat{P}(W = n)$ ile gösterilmiştir ve olasılık fonksiyonunun grafikleri(bkz. Şekil 19-24) çizilmiştir.

Tablo 13. Denemelerin bağımsız, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği $p = 0.3,\ \beta_l = 3,\ \beta_r = 1$ durumda olduğunda farklı k_l ve k_l için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_l	β_l	β_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.3	5	3	3	1	1	0.1471	0.1471	0.8529
					2	0.2139	0.2120	0.6390
					3	0.1608	0.1632	0.4782
					4	0.1166	0.1160	0.3616
					5	0.0723	0.0704	0.2893
					6	0.0576	0.0581	0.2317
					7	0.0393	0.0402	0.1924
					8	0.0325	0.0323	0.1599
					9	0.0248	0.0257	0.1351
					10	0.0200	0.0188	0.1152
					11	0.0162	0.0158	0.0990
					12	0.0133	0.0142	0.0857
					13	0.0110	0.0112	0.0747
					14	0.0092	0.0089	0.0655
					15	0.0078	0.0075	0.0577
	5	4			1	0.1377	0.1388	0.8623
					2	0.2029	0.2035	0.6594
					3	0.1553	0.1556	0.5041
					4	0.1156	0.1159	0.3885
					5	0.0735	0.0725	0.3150
					6	0.0596	0.0592	0.2555
					7	0.0414	0.0403	0.2141
					8	0.0345	0.0351	0.1796
					9	0.0266	0.0260	0.1530
					10	0.0216	0.0205	0.1314
					11	0.0176	0.0189	0.1137
					12	0.0147	0.0153	0.0991
					13	0.0121	0.0115	0.0869
					14	0.0103	0.0099	0.0766
					15	0.0087	0.0092	0.0679
	5	5			1	0.1342	0.1357	0.8658
					2	0.1978	0.1993	0.6679
					3	0.1518	0.1506	0.5161
					4	0.1143	0.1153	0.4018
					5	0.0735	0.0720	0.3284
					6	0.0602	0.0597	0.2681
					7	0.0422	0.0419	0.2259
					8	0.0354	0.0360	0.1905
					9	0.0275	0.0283	0.1631
					10	0.0224	0.0229	0.1406
					11	0.0184	0.0181	0.1223
					12	0.0154	0.0153	0.1069
					13	0.0128	0.0121	0.0941
					14	0.0109	0.0105	0.0833
					15	0.0093	0.0092	0.0740
	5	6			1	0.1330	0.1295	0.8670
					2	0.1956	0.1981	0.6715
					3	0.1500	0.1518	0.5215
					4	0.1132	0.1102	0.4083
					5	0.0732	0.0722	0.3351
					6	0.0603	0.0597	0.2748
					7	0.0425	0.0409	0.2322
					8	0.0358	0.0358	0.1965
					9	0.0279	0.0294	0.1686
					10	0.0228	0.0231	0.1458
					11	0.0188	0.0194	0.1270
					12	0.0157	0.0160	0.1113
					13	0.0131	0.0129	0.0982
					14	0.0112	0.0113	0.0871
					15	0.0095	0.0098	0.0775

Tablo 14. Denemelerin bağımsız, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği $p = 0.3, k_l = 5,\ k_r = 2$ durumda olduğunda farklı β_r ve β_l için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_l	β_l	β_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.3	5	2	3	1	1	0.1728	0.1747	0.8272
					2	0.2360	0.2369	0.5912
					3	0.1681	0.1644	0.4232
					4	0.1147	0.1130	0.3085
					5	0.0677	0.0681	0.2408
					6	0.0520	0.0521	0.1888
					7	0.0345	0.0342	0.1543
					8	0.0281	0.0291	0.1262
					9	0.0211	0.0215	0.1052
					10	0.0167	0.0177	0.0884
					11	0.0134	0.0134	0.0751
					12	0.0109	0.0110	0.0642
					13	0.0088	0.0084	0.0554
					14	0.0074	0.0079	0.0480
					15	0.0061	0.0056	0.0419
			3	2	1	0.2426	0.2421	0.7574
					2	0.2751	0.2744	0.4823
					3	0.1730	0.1725	0.3094
					4	0.1024	0.1018	0.2070
					5	0.0537	0.0542	0.1533
					6	0.0379	0.0386	0.1153
					7	0.0237	0.0243	0.0917
					8	0.0190	0.0186	0.0727
					9	0.0137	0.0142	0.0590
					10	0.0106	0.0113	0.0484
					11	0.0083	0.0081	0.0401
					12	0.0066	0.0077	0.0335
					13	0.0052	0.0050	0.0282
					14	0.0043	0.0037	0.0240
					15	0.0035	0.0036	0.0205
			2	3	1	0.2115	0.2129	0.7885
					2	0.2387	0.2360	0.5498
					3	0.1801	0.1803	0.3697
					4	0.1188	0.1201	0.2510
					5	0.0671	0.0672	0.1838
					6	0.0430	0.0419	0.1408
					7	0.0267	0.0261	0.1141
					8	0.0210	0.0204	0.0931
					9	0.0154	0.0156	0.0777
					10	0.0125	0.0125	0.0652
					11	0.0100	0.0103	0.0552
					12	0.0082	0.0081	0.0471
					13	0.0066	0.0069	0.0404
					14	0.0055	0.0055	0.0349
					15	0.0046	0.0045	0.0303
			3	3	1	0.2862	0.2863	0.7138
					2	0.2918	0.2930	0.4220
					3	0.1722	0.1694	0.2497
					4	0.0931	0.0932	0.1567
					5	0.0450	0.0452	0.1117
					6	0.0297	0.0303	0.0820
					7	0.0178	0.0166	0.0642
					8	0.0141	0.0145	0.0501
					9	0.0100	0.0102	0.0401
					10	0.0077	0.0072	0.0324
					11	0.0059	0.0063	0.0265
					12	0.0047	0.0050	0.0218
					13	0.0036	0.0037	0.0182
					14	0.0030	0.0036	0.0152
					15	0.0024	0.0024	0.0129

Tablo 15. Denemelerin bağımsız, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p = 0.5, \beta_l = 3, \beta_r = 1$ olduğunda farklı k_r ve k_l için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	5	3	3	1	1	0.1193	0.1196	0.8807
					2	0.1710	0.1743	0.7097
					3	0.1353	0.1350	0.5743
					4	0.1042	0.1049	0.4701
					5	0.0730	0.0732	0.3971
					6	0.0578	0.0576	0.3393
					7	0.0443	0.0460	0.2951
					8	0.0363	0.0354	0.2587
					9	0.0298	0.0297	0.2290
					10	0.0248	0.0247	0.2041
					11	0.0210	0.0205	0.1832
					12	0.0179	0.0179	0.1653
					13	0.0153	0.0153	0.1500
					14	0.0133	0.0121	0.1367
					15	0.0116	0.0114	0.1251
	5	4			1	0.1036	0.1034	0.8964
					2	0.1471	0.1471	0.7493
					3	0.1197	0.1178	0.6296
					4	0.0973	0.0967	0.5323
					5	0.0719	0.0731	0.4604
					6	0.0586	0.0592	0.4018
					7	0.0460	0.0456	0.3558
					8	0.0384	0.0397	0.3174
					9	0.0321	0.0320	0.2853
					10	0.0272	0.0279	0.2581
					11	0.0233	0.0234	0.2347
					12	0.0202	0.0206	0.2145
					13	0.0176	0.0173	0.1969
					14	0.0154	0.0155	0.1815
					15	0.0136	0.0144	0.1678
	5	5			1	0.0978	0.0974	0.9022
					2	0.1354	0.1345	0.7668
					3	0.1089	0.1098	0.6579
					4	0.0900	0.0882	0.5679
					5	0.0687	0.0690	0.4992
					6	0.0573	0.0571	0.4418
					7	0.0460	0.0458	0.3959
					8	0.0388	0.0394	0.3570
					9	0.0328	0.0331	0.3242
					10	0.0282	0.0292	0.2961
					11	0.0244	0.0234	0.2717
					12	0.0213	0.0212	0.2504
					13	0.0187	0.0184	0.2317
					14	0.0166	0.0171	0.2151
					15	0.0148	0.0149	0.2003
	5	6			1	0.0957	0.0954	0.9043
					2	0.1300	0.1305	0.7743
					3	0.1025	0.1035	0.6718
					4	0.0846	0.0838	0.5872
					5	0.0654	0.0671	0.5219
					6	0.0555	0.0547	0.4664
					7	0.0452	0.0450	0.4212
					8	0.0385	0.0376	0.3827
					9	0.0328	0.0334	0.3499
					10	0.0284	0.0279	0.3215
					11	0.0247	0.0243	0.2968
					12	0.0217	0.0219	0.2751
					13	0.0192	0.0192	0.2558
					14	0.0171	0.0177	0.2387
					15	0.0153	0.0155	0.2234

Tablo 16. Denemelerin bağımsız, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p=0.5,\ k_l=5,\ k_r=2$ olduğunda farklı β_l ve β_r için W nun yaşam fonksiyonu

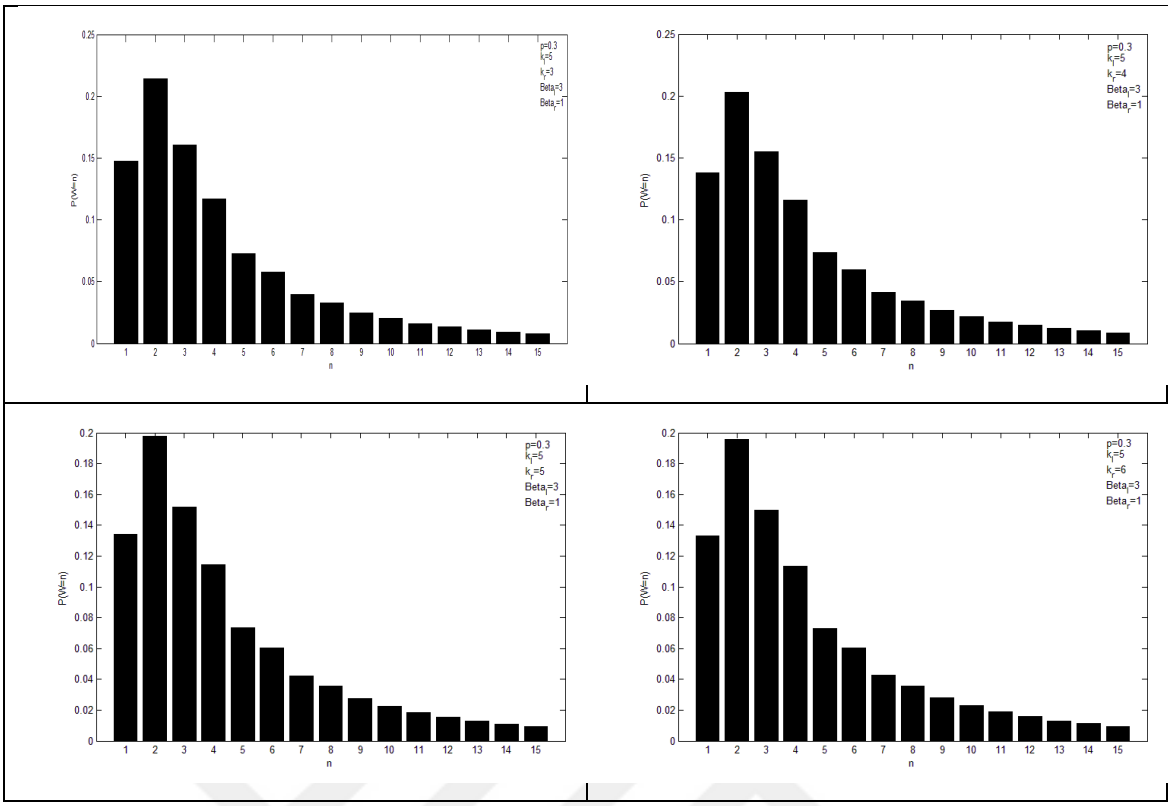
p	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.5	5	2	3	1	1	0.1621	0.1626	0.8379
					2	0.2146	0.2140	0.6233
					3	0.1505	0.1534	0.4727
					4	0.1049	0.1074	0.3678
					5	0.0680	0.0679	0.2998
					6	0.0522	0.0515	0.2476
					7	0.0386	0.0369	0.2090
					8	0.0307	0.0316	0.1783
					9	0.0245	0.0249	0.1538
					10	0.0198	0.0201	0.1340
					11	0.0163	0.0160	0.1176
					12	0.0136	0.0128	0.1040
					13	0.0114	0.0110	0.0926
					14	0.0097	0.0091	0.0829
					15	0.0083	0.0081	0.0746
			3	2	1	0.2784	0.2773	0.7216
					2	0.2751	0.2733	0.4465
					3	0.1470	0.1497	0.2995
					4	0.0867	0.0862	0.2128
					5	0.0501	0.0516	0.1627
					6	0.0364	0.0364	0.1263
					7	0.0253	0.0261	0.1010
					8	0.0191	0.0179	0.0819
					9	0.0146	0.0150	0.0673
					10	0.0112	0.0113	0.0561
					11	0.0088	0.0086	0.0473
					12	0.0070	0.0069	0.0403
					13	0.0057	0.0056	0.0346
					14	0.0047	0.0043	0.0299
					15	0.0038	0.0038	0.0261
			2	3	1	0.2978	0.2956	0.7022
					2	0.2647	0.2641	0.4376
					3	0.1453	0.1461	0.2923
					4	0.0871	0.0874	0.2052
					5	0.0496	0.0497	0.1556
					6	0.0346	0.0356	0.1210
					7	0.0241	0.0244	0.0970
					8	0.0183	0.0182	0.0787
					9	0.0140	0.0140	0.0647
					10	0.0108	0.0114	0.0539
					11	0.0086	0.0081	0.0453
					12	0.0069	0.0073	0.0385
					13	0.0055	0.0056	0.0329
					14	0.0045	0.0044	0.0284
					15	0.0037	0.0038	0.0247
			3	3	1	0.3511	0.3509	0.6489
					2	0.2914	0.2947	0.3575
					3	0.1362	0.1353	0.2213
					4	0.0727	0.0742	0.1486
					5	0.0392	0.0377	0.1095
					6	0.0273	0.0265	0.0822
					7	0.0184	0.0179	0.0638
					8	0.0135	0.0137	0.0503
					9	0.0101	0.0091	0.0402
					10	0.0075	0.0075	0.0327
					11	0.0058	0.0057	0.0268
					12	0.0045	0.0045	0.0223
					13	0.0036	0.0039	0.0187
					14	0.0029	0.0028	0.0159
					15	0.0023	0.0026	0.0136

Tablo 17. Denemelerin bağımsız, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p = 0.9,\ \beta_l = 3,\ \beta_r = 1$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

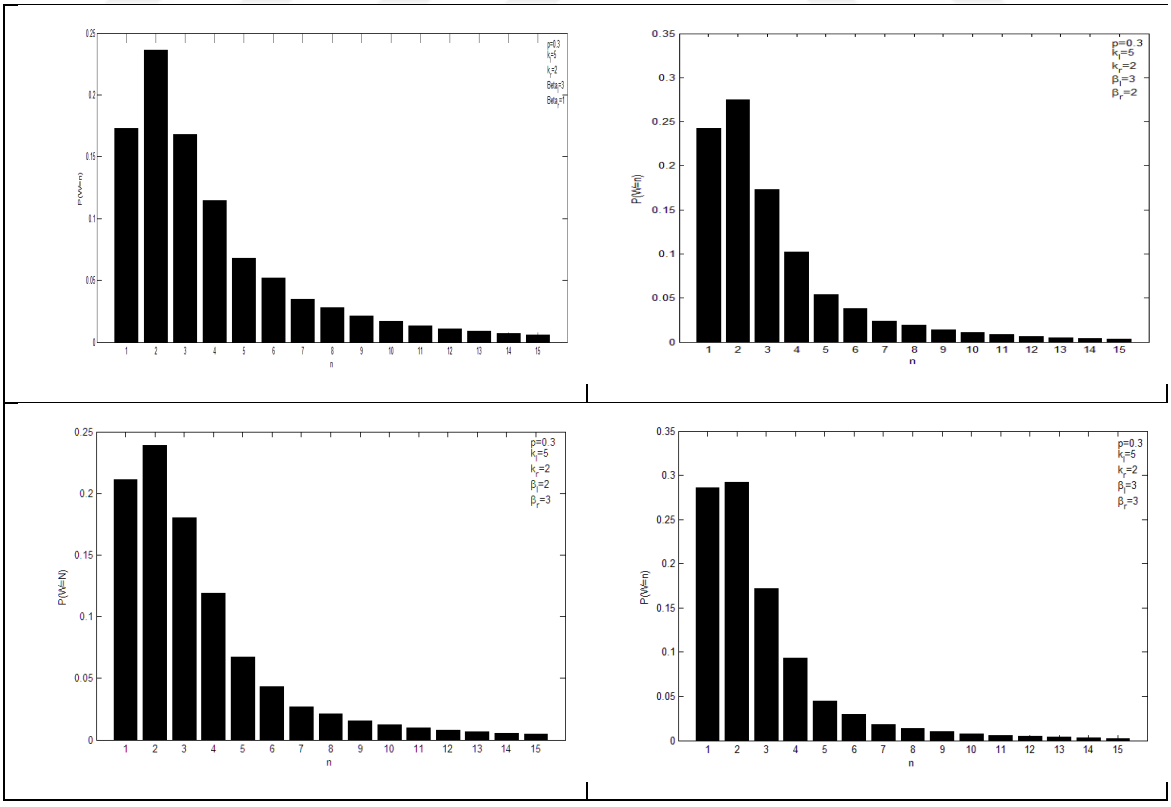
p	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.9	5	3	3	1	1	0.0637	0.0633	0.9363
					2	0.1439	0.1432	0.7924
					3	0.1886	0.1860	0.6038
					4	0.1802	0.1807	0.4236
					5	0.1317	0.1311	0.2920
					6	0.0902	0.0896	0.2018
					7	0.0526	0.0549	0.1492
					8	0.0380	0.0401	0.1112
					9	0.0232	0.0241	0.0880
					10	0.0196	0.0194	0.0684
					11	0.0131	0.0121	0.0553
					12	0.0116	0.0114	0.0437
					13	0.0079	0.0079	0.0358
					14	0.0070	0.0075	0.0288
					15	0.0051	0.0055	0.0237
	5	4			1	0.0354	0.0343	0.9646
					2	0.0805	0.0819	0.8841
					3	0.1287	0.1283	0.7555
					4	0.1548	0.1549	0.6007
					5	0.1443	0.1432	0.4564
					6	0.1173	0.1191	0.3391
					7	0.0813	0.0820	0.2578
					8	0.0588	0.0601	0.1990
					9	0.0382	0.0381	0.1608
					10	0.0306	0.0305	0.1303
					11	0.0213	0.0205	0.1089
					12	0.0190	0.0188	0.0899
					13	0.0138	0.0133	0.0761
					14	0.0126	0.0132	0.0635
					15	0.0095	0.0090	0.0540
	5	5			1	0.0250	0.0250	0.9750
					2	0.0478	0.0473	0.9272
					3	0.0814	0.0807	0.8458
					4	0.1142	0.1158	0.7316
					5	0.1281	0.1290	0.6035
					6	0.1225	0.1231	0.4811
					7	0.0998	0.0982	0.3813
					8	0.0778	0.0773	0.3035
					9	0.0548	0.0549	0.2487
					10	0.0425	0.0422	0.2063
					11	0.0304	0.0303	0.1759
					12	0.0263	0.0260	0.1496
					13	0.0198	0.0189	0.1298
					14	0.0182	0.0185	0.1116
					15	0.0142	0.0152	0.0973
	5	6			1	0.0211	0.0208	0.9789
					2	0.0323	0.0322	0.9465
					3	0.0516	0.0515	0.8949
					4	0.0781	0.0780	0.8168
					5	0.0999	0.1007	0.7169
					6	0.1096	0.1098	0.6073
					7	0.1030	0.1025	0.5043
					8	0.0889	0.0903	0.4154
					9	0.0690	0.0697	0.3464
					10	0.0544	0.0534	0.2920
					11	0.0402	0.0405	0.2518
					12	0.0334	0.0330	0.2184
					13	0.0257	0.0254	0.1927
					14	0.0233	0.0234	0.1694
					15	0.0187	0.0179	0.1508

Tablo 18. Denemelerin bağımsız, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p = 0.9,\ k_l = 5,\ k_r = 2$ olduğunda farklı β_l ve β_r için W nun yaşam fonksiyonu

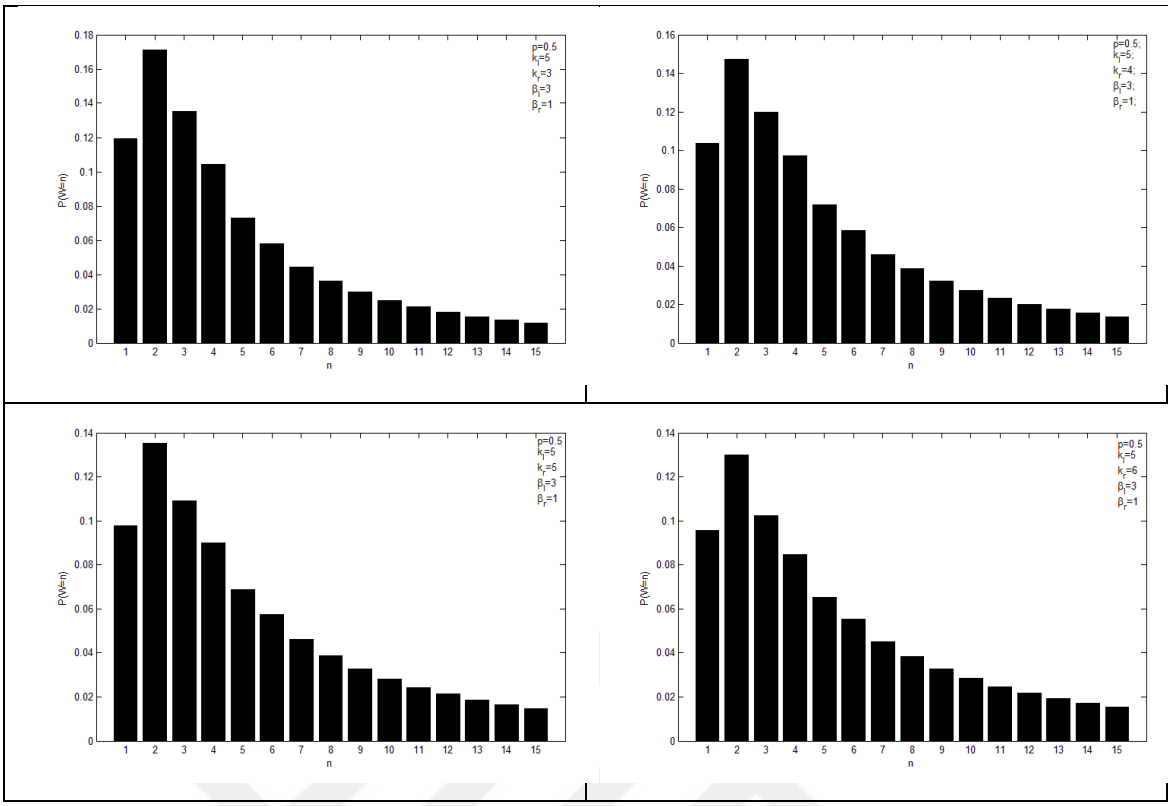
p	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.9	5	2	3	1	1	0.1407	0.1396	0.8593
					2	0.2470	0.2472	0.6123
					3	0.2275	0.2288	0.3848
					4	0.1579	0.1570	0.2269
					5	0.0839	0.0839	0.1429
					6	0.0511	0.0514	0.0918
					7	0.0253	0.0248	0.0666
					8	0.0201	0.0199	0.0465
					9	0.0114	0.0115	0.0351
					10	0.0095	0.0094	0.0256
					11	0.0060	0.0060	0.0196
					12	0.0050	0.0053	0.0146
					13	0.0032	0.0030	0.0114
					14	0.0026	0.0028	0.0088
					15	0.0019	0.0018	0.0069
			3	2	1	0.3500	0.3492	0.6500
					2	0.3387	0.3365	0.3113
					3	0.1660	0.1687	0.1453
					4	0.0765	0.0760	0.0688
					5	0.0271	0.0266	0.0417
					6	0.0185	0.0194	0.0232
					7	0.0073	0.0072	0.0159
					8	0.0062	0.0068	0.0097
					9	0.0031	0.0027	0.0066
					10	0.0022	0.0025	0.0044
					11	0.0013	0.0012	0.0031
					12	0.0010	0.0010	0.0021
					13	0.0006	0.0006	0.0015
					14	0.0004	0.0005	0.0011
					15	0.0003	0.0002	0.0008
			2	3	1	0.4703	0.4710	0.5297
					2	0.3253	0.3246	0.2044
					3	0.1140	0.1145	0.0904
					4	0.0500	0.0490	0.0404
					5	0.0159	0.0162	0.0245
					6	0.0121	0.0121	0.0124
					7	0.0043	0.0043	0.0081
					8	0.0035	0.0031	0.0047
					9	0.0017	0.0021	0.0030
					10	0.0010	0.0012	0.0019
					11	0.0007	0.0006	0.0013
					12	0.0004	0.0005	0.0008
					13	0.0002	0.0003	0.0006
					14	0.0002	0.0003	0.0004
					15	0.0001	0.0001	0.0003
			3	3	1	0.4810	0.4826	0.5190
					2	0.3261	0.3262	0.1929
					3	0.1118	0.1090	0.0811
					4	0.0462	0.0487	0.0349
					5	0.0140	0.0129	0.0209
					6	0.0105	0.0100	0.0104
					7	0.0036	0.0031	0.0068
					8	0.0030	0.0031	0.0039
					9	0.0014	0.0016	0.0025
					10	0.0009	0.0010	0.0016
					11	0.0005	0.0006	0.0010
					12	0.0004	0.0004	0.0007
					13	0.0002	0.0003	0.0005
					14	0.0001	0.0002	0.0003
					15	0.0001	0.0001	0.0002



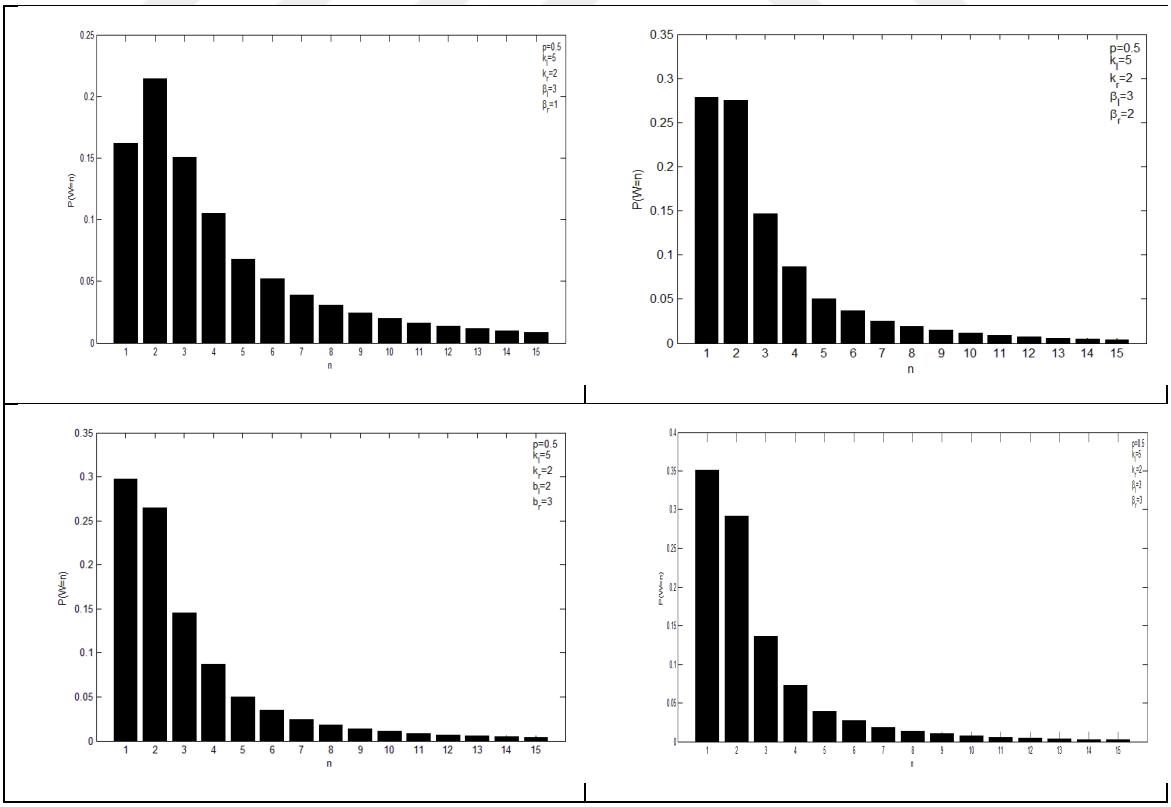
Şekil 13. Tablo 13 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



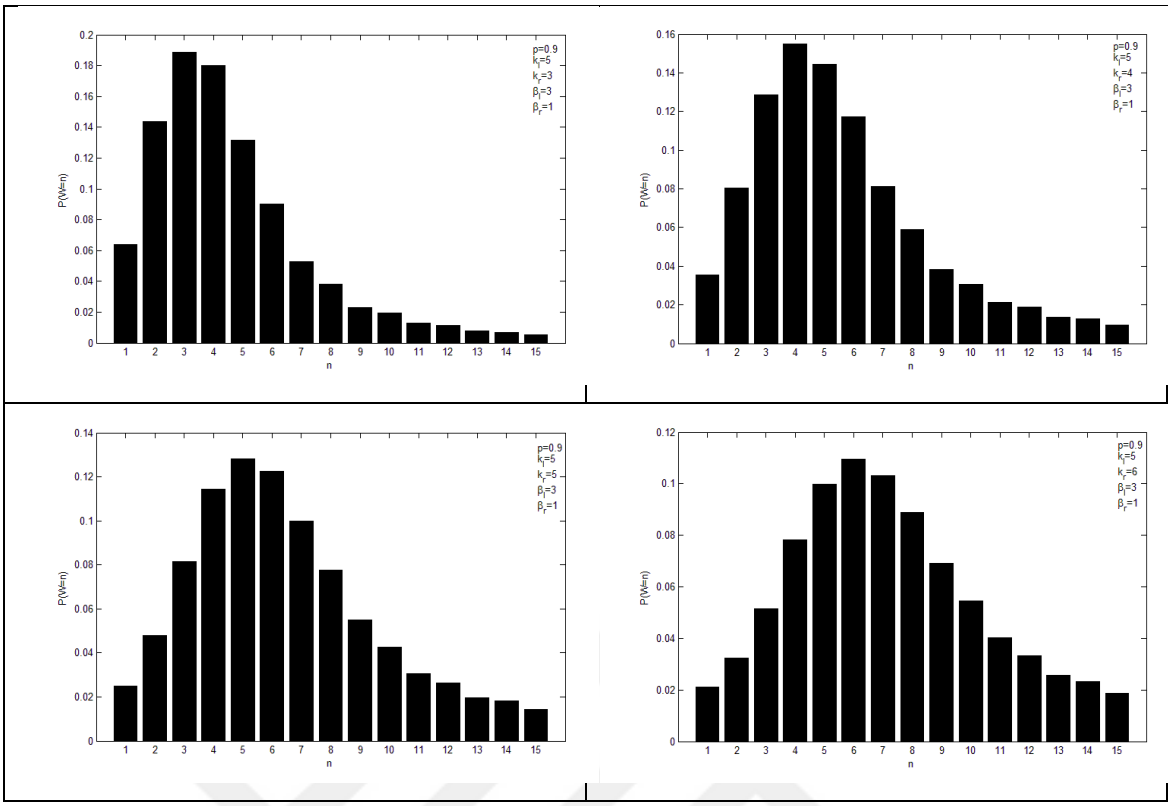
Şekil 14. Tablo 14 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



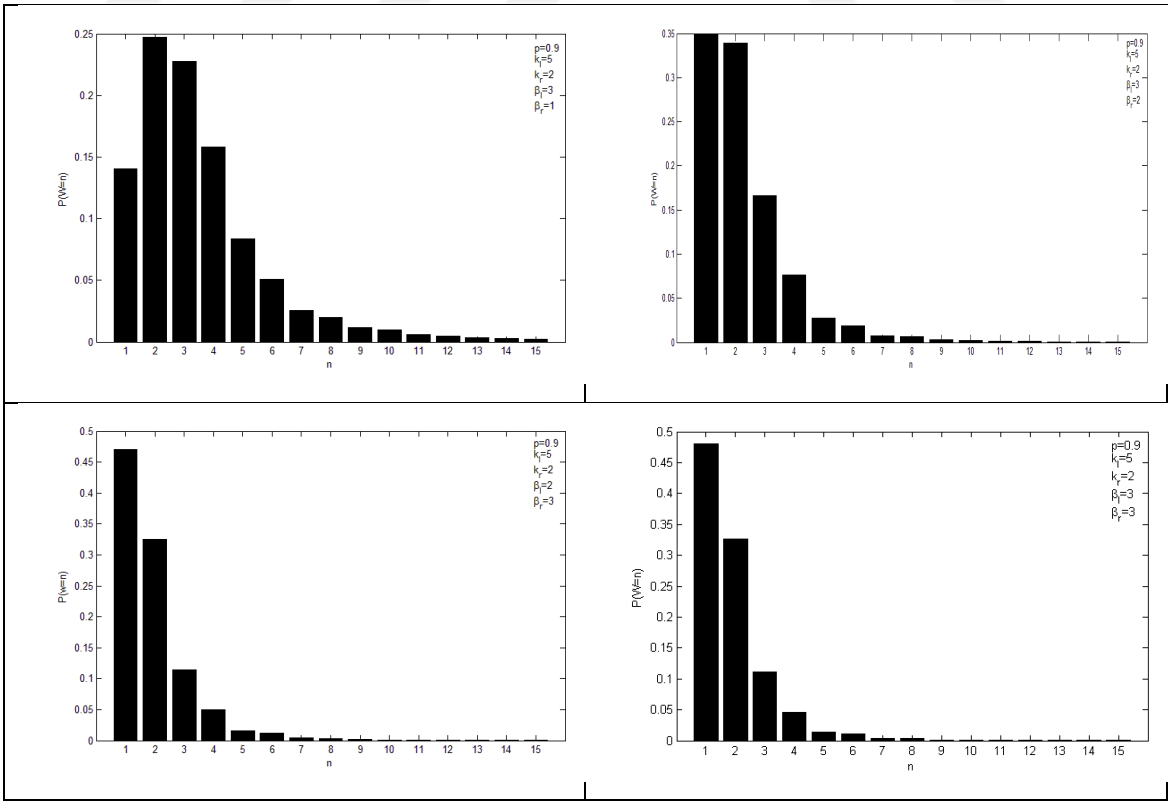
Şekil 15. Tablo 15 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 16. Tablo 16 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 17. Tablo 17 deki sonuçlara göre *W* nun olasılık fonksiyonu



Şekil 18. Tablo 18 deki sonuçlara göre *W* nun olasılık fonksiyonu

Tablo 19. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.85,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.95,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.7,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ \beta_l = 3,\ \beta_r = 1$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.85	0.15	0.95	0.05	0.7	0.3	5	3	3	1	1	0.1680	0.1675	0.8320
										2	0.2815	0.2831	0.5505
										3	0.2414	0.2435	0.3091
										4	0.1500	0.1490	0.1591
										5	0.0738	0.0733	0.0853
										6	0.0375	0.0366	0.0478
										7	0.0177	0.0158	0.0301
										8	0.0113	0.0123	0.0188
										9	0.0062	0.0059	0.0126
										10	0.0044	0.0042	0.0082
										11	0.0026	0.0032	0.0056
										12	0.0019	0.0021	0.0037
										13	0.0011	0.0007	0.0026
										14	0.0008	0.0009	0.0018
										15	0.0005	0.0008	0.0013
						5	4			1	0.1633	0.1617	0.8367
										2	0.2776	0.2805	0.5591
										3	0.2406	0.243	0.3185
										4	0.1512	0.1489	0.1673
										5	0.0756	0.0758	0.0917
										6	0.0393	0.0373	0.0524
										7	0.0190	0.0182	0.0334
										8	0.0122	0.0134	0.0211
										9	0.0069	0.0066	0.0142
										10	0.0049	0.0048	0.0093
										11	0.0029	0.0037	0.0064
										12	0.0021	0.0024	0.0043
										13	0.0013	0.0007	0.0030
										14	0.0009	0.0009	0.0021
										15	0.0006	0.0008	0.0015
						5	5			1	0.1616	0.1599	0.8384
										2	0.2756	0.2781	0.5628
										3	0.2398	0.242	0.323
										4	0.1515	0.1498	0.1716
										5	0.0764	0.0758	0.0952
										6	0.0402	0.0386	0.055
										7	0.0197	0.0193	0.0352
										8	0.0128	0.014	0.0225
										9	0.0073	0.0071	0.0152
										10	0.0052	0.0049	0.010
										11	0.0031	0.0039	0.0069
										12	0.0022	0.0025	0.0046
										13	0.0014	0.0008	0.0032
										14	0.0010	0.0010	0.0023
										15	0.0007	0.0008	0.0016
						5	6			1	0.1609	0.1594	0.8391
										2	0.2747	0.2774	0.5644
										3	0.2392	0.2420	0.3251
										4	0.1514	0.1491	0.1737
										5	0.0767	0.0757	0.097
										6	0.0406	0.0393	0.0564
										7	0.0201	0.0198	0.0363
										8	0.0131	0.0141	0.0232
										9	0.0075	0.0073	0.0157
										10	0.0053	0.0049	0.0104
										11	0.0032	0.0041	0.0071
										12	0.0023	0.0026	0.0048
										13	0.0014	0.0007	0.0034
										14	0.0010	0.0012	0.0024
										15	0.0007	0.0008	0.0017

Tablo 20. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.85,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.95,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.7,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı β_l ve β_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.85	0.15	0.95	0.05	0.7	0.3	5	3	3	1	1	0.168	0.1675	0.8320
										2	0.2815	0.2831	0.5505
										3	0.2414	0.2435	0.3091
										4	0.1500	0.1490	0.1591
										5	0.0738	0.0733	0.0853
										6	0.0375	0.0366	0.0478
										7	0.0177	0.0158	0.0301
										8	0.0113	0.0123	0.0188
										9	0.0062	0.0059	0.0126
										10	0.0044	0.0042	0.0082
										11	0.0026	0.0032	0.0056
										12	0.0019	0.0021	0.0037
										13	0.0011	0.0007	0.0026
										14	0.0008	0.0009	0.0018
										15	0.0005	0.0008	0.0013
								3	2	1	0.1940	0.1906	0.806
										2	0.2924	0.2924	0.5136
										3	0.2396	0.2415	0.2740
										4	0.1427	0.1425	0.1314
										5	0.0663	0.0672	0.0651
										6	0.0312	0.0319	0.0339
										7	0.0133	0.0124	0.0205
										8	0.0081	0.0086	0.0124
										9	0.0042	0.0044	0.0082
										10	0.0030	0.0030	0.0052
										11	0.0017	0.0020	0.0035
										12	0.0012	0.0016	0.0023
										13	0.0007	0.0003	0.0016
										14	0.0005	0.0007	0.0011
										15	0.0003	0.0004	0.0007
								2	3	1	0.1250	0.1221	0.875
										2	0.2021	0.1998	0.673
										3	0.2278	0.2280	0.4452
										4	0.1875	0.1878	0.2577
										5	0.1184	0.1200	0.1393
										6	0.0651	0.0648	0.0742
										7	0.0311	0.0334	0.0431
										8	0.0168	0.0171	0.0263
										9	0.0084	0.0072	0.0179
										10	0.0059	0.0067	0.012
										11	0.0034	0.0038	0.0086
										12	0.0027	0.0029	0.0059
										13	0.0016	0.0017	0.0043
										14	0.0013	0.0018	0.003
										15	0.0008	0.0012	0.0022
								3	3	1	0.7843	0.2111	0.2157
										2	0.4883	0.2987	0.2960
										3	0.2520	0.2386	0.2363
										4	0.1150	0.1356	0.137
										5	0.0536	0.0613	0.0615
										6	0.0263	0.0279	0.0272
										7	0.0154	0.0103	0.0109
										8	0.0091	0.0070	0.0064
										9	0.0059	0.0033	0.0031
										10	0.0037	0.0023	0.0022
										11	0.0025	0.0016	0.0012
										12	0.0016	0.0011	0.0009
										13	0.0011	0.0003	0.0005
										14	0.0007	0.0004	0.0004
										15	0.0005	0.0002	0.0002

Tablo 21. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.15,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.05,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.3,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ \beta_l = 3,\ \beta_r = 1$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.15	0.85	0.05	0.95	0.3	0.7	5	3	3	1	1	0.0707	0.0697	0.9293
										2	0.1428	0.1436	0.7866
										3	0.1365	0.1369	0.6501
										4	0.1156	0.1105	0.5345
										5	0.0778	0.0784	0.4568
										6	0.0643	0.0653	0.3925
										7	0.042	0.0417	0.3504
										8	0.0405	0.0402	0.3099
										9	0.0296	0.0298	0.2804
										10	0.0278	0.0289	0.2526
										11	0.0228	0.0214	0.2298
										12	0.0206	0.019	0.2092
										13	0.0174	0.0175	0.1918
										14	0.0159	0.0151	0.1759
										15	0.0138	0.0138	0.1621
						5	4			1	0.0439	0.0418	0.9561
										2	0.0954	0.0929	0.8608
										3	0.1017	0.0993	0.7591
										4	0.0969	0.0955	0.6622
										5	0.0765	0.0751	0.5857
										6	0.0639	0.0652	0.5217
										7	0.0457	0.045	0.476
										8	0.0417	0.0458	0.4343
										9	0.0321	0.0317	0.4022
										10	0.0304	0.0308	0.3718
										11	0.0255	0.0245	0.3463
										12	0.0238	0.0206	0.3225
										13	0.0206	0.0232	0.3019
										14	0.0193	0.019	0.2826
										15	0.0171	0.0166	0.2655
						5	5			1	0.0341	0.0318	0.9659
										2	0.071	0.0697	0.8949
										3	0.0743	0.0695	0.8207
										4	0.0746	0.077	0.746
										5	0.0661	0.0639	0.6799
										6	0.0579	0.0579	0.622
										7	0.0448	0.0475	0.5772
										8	0.0397	0.0354	0.5375
										9	0.0316	0.0353	0.5059
										10	0.0296	0.0303	0.4763
										11	0.0253	0.0256	0.451
										12	0.0241	0.0217	0.427
										13	0.0212	0.0216	0.4058
										14	0.0202	0.0203	0.3856
										15	0.0182	0.0174	0.3674
						5	6			1	0.0304	0.0294	0.9696
										2	0.0595	0.0592	0.91
										3	0.057	0.052	0.853
										4	0.0564	0.0565	0.7966
										5	0.0533	0.0533	0.7434
										6	0.0489	0.0481	0.6945
										7	0.0407	0.0407	0.6537
										8	0.0359	0.0353	0.6178
										9	0.0295	0.0304	0.5884
										10	0.0271	0.0273	0.5613
										11	0.0235	0.0234	0.5377
										12	0.0224	0.0228	0.5153
										13	0.0201	0.0192	0.4952
										14	0.0193	0.0195	0.4759
										15	0.0177	0.0197	0.4582

Tablo 22. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.15,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.05,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.3,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı β_l ve β_r için W nun yaşam fonksiyonu

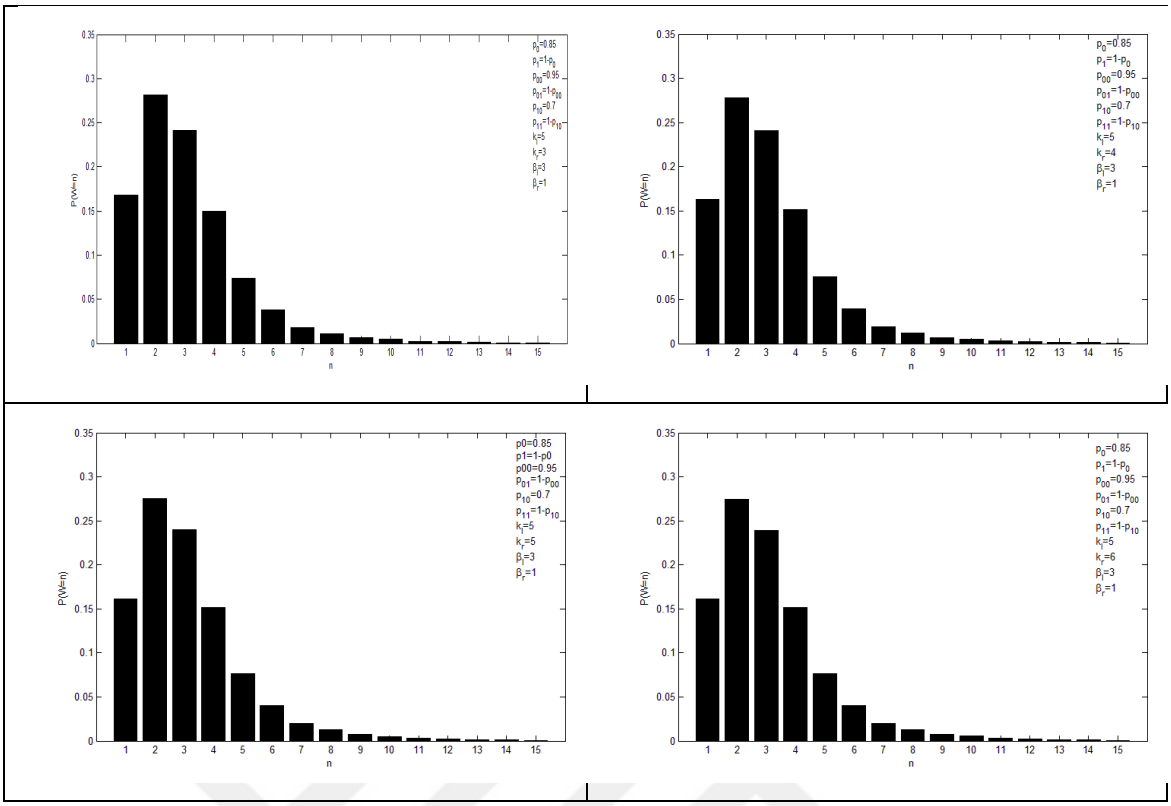
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.15	0.85	0.05	0.95	0.3	0.7	5	3	3	1	1	0.0707	0.0697	0.9293
										2	0.1428	0.1436	0.7866
										3	0.1365	0.1369	0.6501
										4	0.1156	0.1105	0.5345
										5	0.0778	0.0784	0.4568
										6	0.0643	0.0653	0.3925
										7	0.0420	0.0417	0.3504
										8	0.0405	0.0402	0.3099
										9	0.0296	0.0298	0.2804
										10	0.0278	0.0289	0.2526
										11	0.0228	0.0214	0.2298
										12	0.0206	0.019	0.2092
										13	0.0174	0.0175	0.1918
										14	0.0159	0.0151	0.1759
										15	0.0138	0.0138	0.1621
								3	2	1	0.2180	0.2142	0.7820
										2	0.2647	0.2659	0.5173
										3	0.1505	0.1466	0.3668
										4	0.1041	0.1091	0.2627
										5	0.0510	0.0523	0.2117
										6	0.0486	0.0470	0.1631
										7	0.0250	0.0230	0.1381
										8	0.0265	0.0278	0.1117
										9	0.0166	0.0159	0.0950
										10	0.0149	0.0151	0.0802
										11	0.0115	0.0113	0.0687
										12	0.0096	0.0091	0.0590
										13	0.0077	0.0084	0.0513
										14	0.0066	0.0057	0.0447
										15	0.0055	0.0062	0.0392
								2	3	1	0.3250	0.3200	0.6750
										2	0.2818	0.2899	0.3932
										3	0.1178	0.1142	0.2754
										4	0.0900	0.0933	0.1854
										5	0.0391	0.0401	0.1464
										6	0.0415	0.0397	0.1049
										7	0.0185	0.0194	0.0864
										8	0.0201	0.0201	0.0662
										9	0.0117	0.0115	0.0545
										10	0.0102	0.0081	0.0444
										11	0.0076	0.0071	0.0368
										12	0.0061	0.0065	0.0307
										13	0.0047	0.0043	0.0259
										14	0.0040	0.0035	0.0220
										15	0.0032	0.0034	0.0188
								3	3	1	0.3410	0.3352	0.6590
										2	0.2942	0.3012	0.3648
										3	0.1192	0.1143	0.2455
										4	0.0830	0.0860	0.1625
										5	0.0350	0.0365	0.1275
										6	0.0366	0.0357	0.0909
										7	0.0161	0.0169	0.0747
										8	0.0177	0.0171	0.0570
										9	0.0102	0.0102	0.0469
										10	0.0089	0.0072	0.0380
										11	0.0066	0.0066	0.0315
										12	0.0053	0.0058	0.0262
										13	0.0041	0.0041	0.0221
										14	0.0034	0.0035	0.0186
										15	0.0027	0.0030	0.0159

Tablo 23. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.5,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.5,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.5,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ \beta_l = 3,\ \beta_r = 1$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

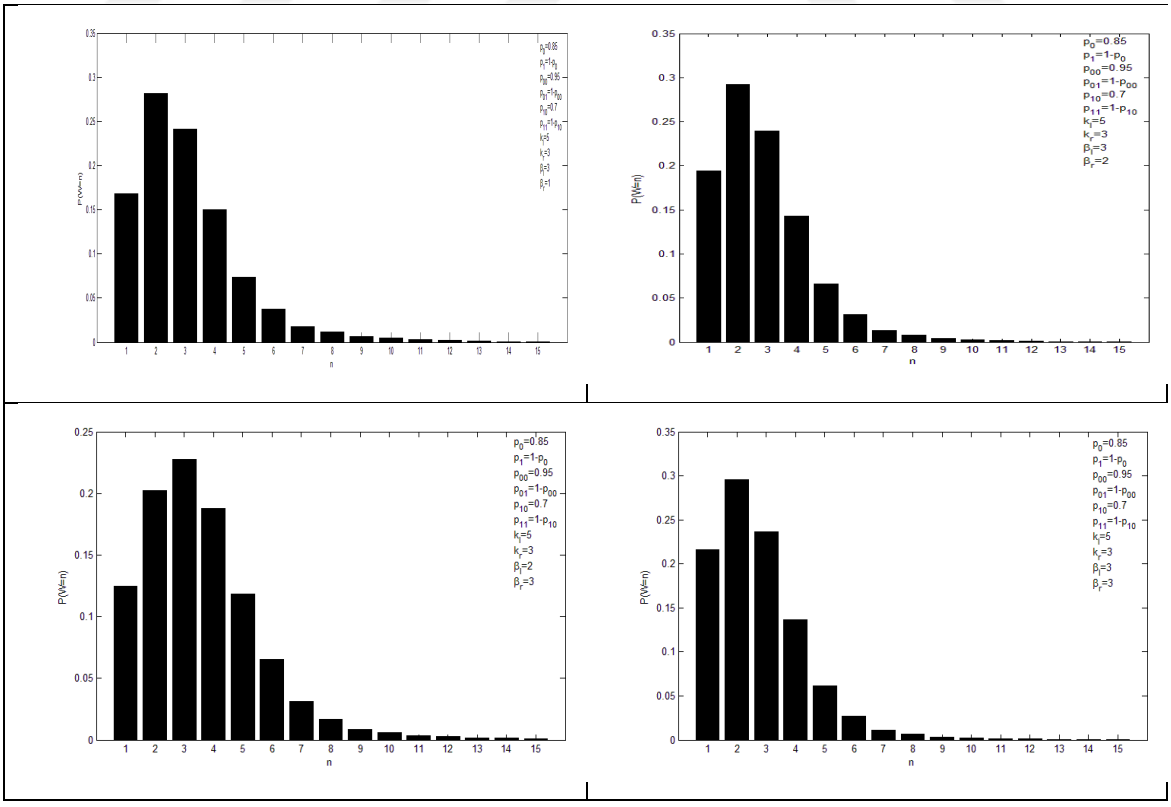
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	3	3	1	1	0.1193	0.1218	0.8807
										2	0.1710	0.1709	0.7097
										3	0.1353	0.1315	0.5743
										4	0.1042	0.1019	0.4701
										5	0.0730	0.0737	0.3971
										6	0.0578	0.0619	0.3393
										7	0.0443	0.0443	0.2951
										8	0.0363	0.0354	0.2587
										9	0.0298	0.0298	0.2290
										10	0.0248	0.0251	0.2041
										11	0.0210	0.0213	0.1832
										12	0.0179	0.0175	0.1653
										13	0.0153	0.0183	0.1500
										14	0.0133	0.0128	0.1367
										15	0.0116	0.0111	0.1251
						5	4			1	0.1036	0.1025	0.8964
										2	0.1471	0.1429	0.7493
										3	0.1197	0.1164	0.6296
										4	0.0973	0.0988	0.5323
										5	0.0719	0.0741	0.4604
										6	0.0586	0.0583	0.4018
										7	0.0460	0.0444	0.3558
										8	0.0384	0.0383	0.3174
										9	0.0321	0.0298	0.2853
										10	0.0272	0.0283	0.2581
										11	0.0233	0.0233	0.2347
										12	0.0202	0.0206	0.2145
										13	0.0176	0.0186	0.1969
										14	0.0154	0.0163	0.1815
										15	0.0136	0.0150	0.1678
						5	5			1	0.0978	0.0964	0.9022
										2	0.1354	0.1330	0.7668
										3	0.1089	0.1069	0.6579
										4	0.0900	0.0915	0.5679
										5	0.0687	0.0696	0.4992
										6	0.0573	0.0566	0.4418
										7	0.0460	0.0452	0.3959
										8	0.0388	0.0382	0.3570
										9	0.0328	0.0307	0.3242
										10	0.0282	0.0281	0.2961
										11	0.0244	0.0241	0.2717
										12	0.0213	0.0216	0.2504
										13	0.0187	0.0193	0.2317
										14	0.0166	0.0175	0.2151
										15	0.0148	0.0167	0.2003
						5	6			1	0.0957	0.0950	0.9043
										2	0.1300	0.1284	0.7743
										3	0.1025	0.1004	0.6718
										4	0.0846	0.0851	0.5872
										5	0.0654	0.0674	0.5219
										6	0.0555	0.0538	0.4664
										7	0.0452	0.0422	0.4212
										8	0.0385	0.0401	0.3827
										9	0.0328	0.0309	0.3499
										10	0.0284	0.0286	0.3215
										11	0.0247	0.0239	0.2968
										12	0.0217	0.0231	0.2751
										13	0.0192	0.0194	0.2558
										14	0.0171	0.0179	0.2387
										15	0.0153	0.0165	0.2234

Tablo 24. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin üstel dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.5,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.5,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.5,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı β_l ve β_r için W nun yaşam fonksiyonu

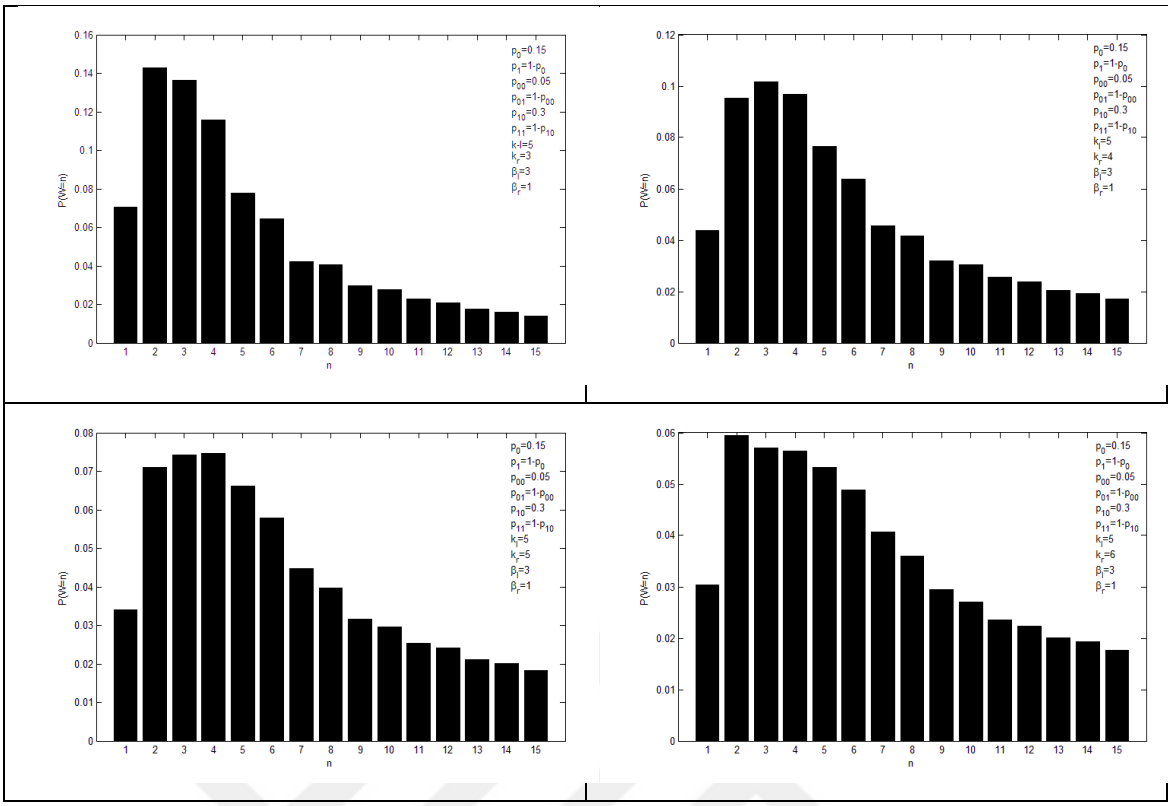
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	β_l	β_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	3	3	1	1	0.1193	0.1195	0.8807
										2	0.1710	0.1682	0.7097
										3	0.1353	0.1329	0.5743
										4	0.1042	0.1043	0.4701
										5	0.0730	0.0735	0.3971
										6	0.0578	0.0577	0.3393
										7	0.0443	0.0423	0.2951
										8	0.0363	0.0360	0.2587
										9	0.0298	0.0277	0.2290
										10	0.0248	0.0258	0.2041
										11	0.0210	0.0228	0.1832
										12	0.0179	0.0189	0.1653
										13	0.0153	0.0151	0.1500
										14	0.0133	0.0135	0.1367
										15	0.0116	0.0119	0.1251
								3	2	1	0.2060	0.2015	0.7940
										2	0.2443	0.2408	0.5497
										3	0.1530	0.1549	0.3967
										4	0.0993	0.0963	0.2975
										5	0.0613	0.0635	0.2361
										6	0.0461	0.0469	0.1900
										7	0.0332	0.0324	0.1568
										8	0.0258	0.0275	0.1310
										9	0.0202	0.0202	0.1108
										10	0.0160	0.0160	0.0948
										11	0.0129	0.0130	0.0819
										12	0.0106	0.0114	0.0713
										13	0.0087	0.0107	0.0626
										14	0.0073	0.0078	0.0553
										15	0.0062	0.0073	0.0491
								2	3	1	0.2250	0.2247	0.7750
										2	0.2407	0.2401	0.5344
										3	0.1490	0.1495	0.3854
										4	0.0978	0.0936	0.2876
										5	0.0603	0.0638	0.2273
										6	0.0444	0.0456	0.1829
										7	0.0320	0.0303	0.1509
										8	0.0249	0.0238	0.1260
										9	0.0195	0.0230	0.1065
										10	0.0155	0.0130	0.0909
										11	0.0126	0.0123	0.0784
										12	0.0103	0.0096	0.0681
										13	0.0085	0.0089	0.0596
										14	0.0071	0.0076	0.0526
										15	0.0060	0.0060	0.0466
								3	3	1	0.2784	0.2803	0.7216
										2	0.2751	0.2728	0.4465
										3	0.1470	0.1488	0.2995
										4	0.0867	0.0848	0.2128
										5	0.0501	0.0509	0.1627
										6	0.0364	0.0356	0.1263
										7	0.0253	0.0241	0.1010
										8	0.0191	0.0179	0.0819
										9	0.0146	0.0169	0.0673
										10	0.0112	0.0100	0.0561
										11	0.0088	0.0087	0.0473
										12	0.0070	0.0066	0.0403
										13	0.0057	0.0068	0.0346
										14	0.0047	0.0045	0.0299
										15	0.0038	0.0040	0.0261



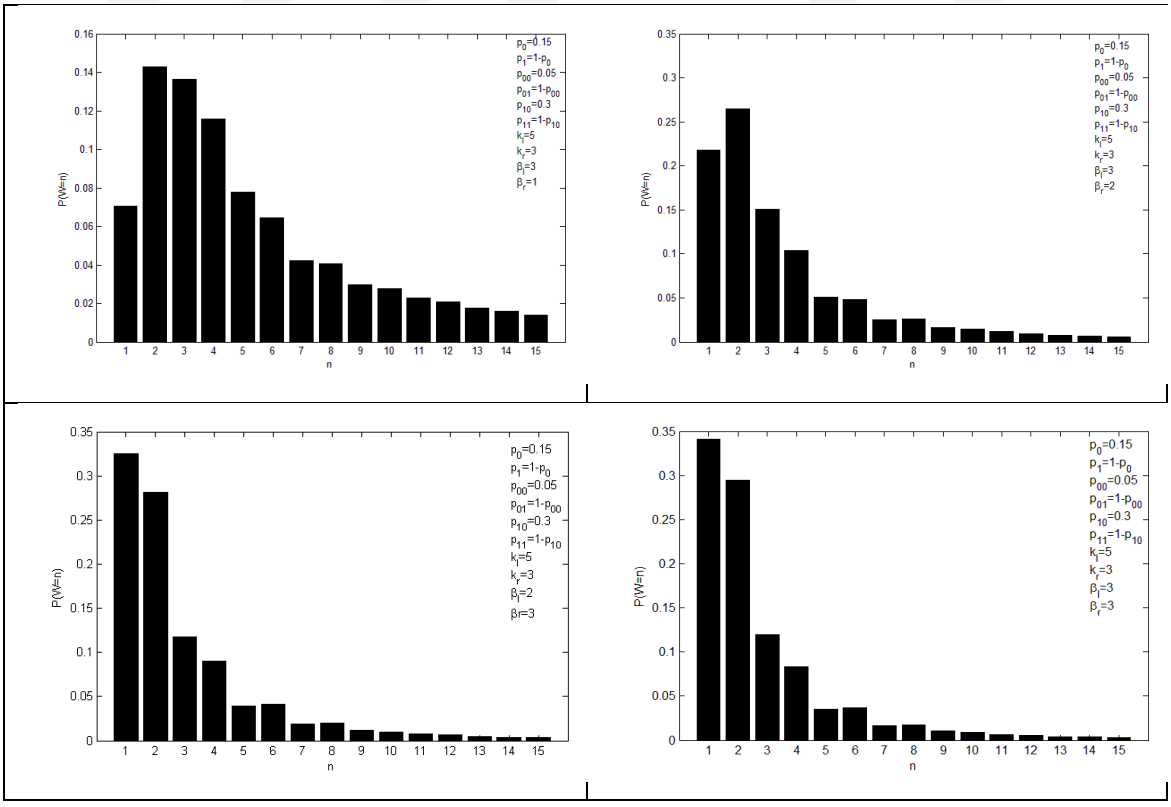
Şekil 19. Tablo 19 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



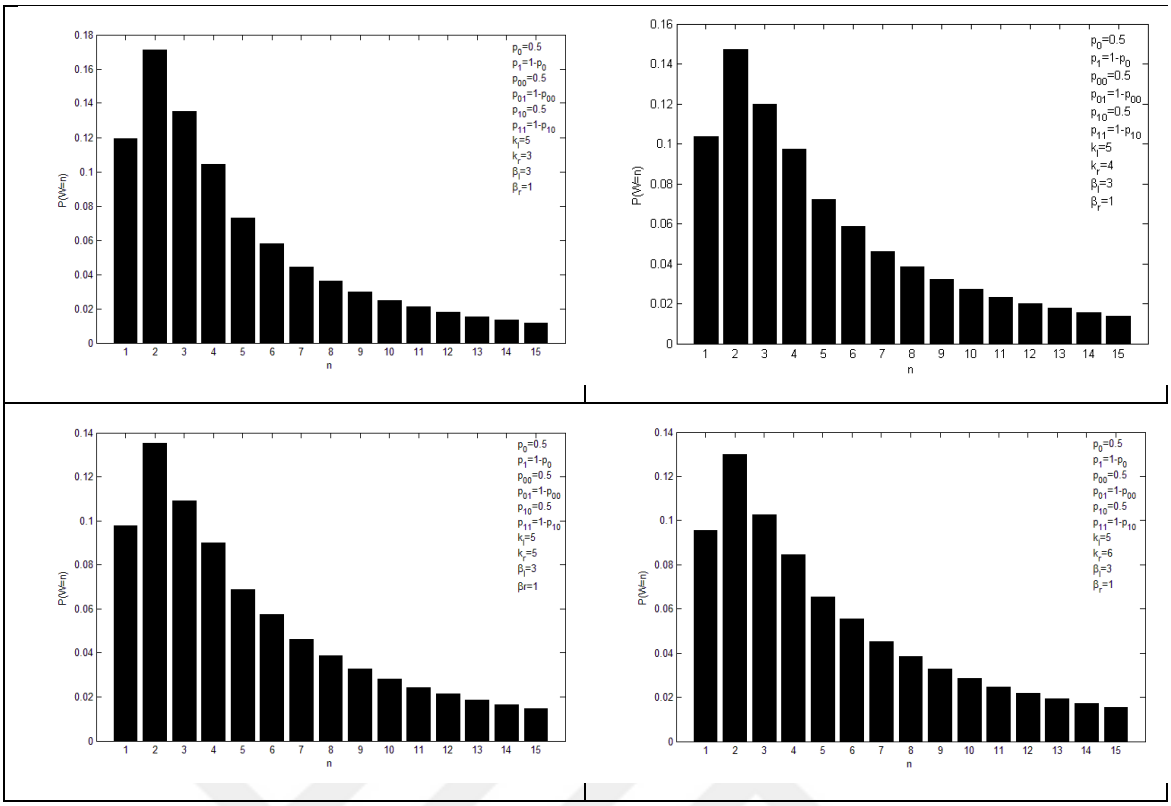
Şekil 20. Tablo 20 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



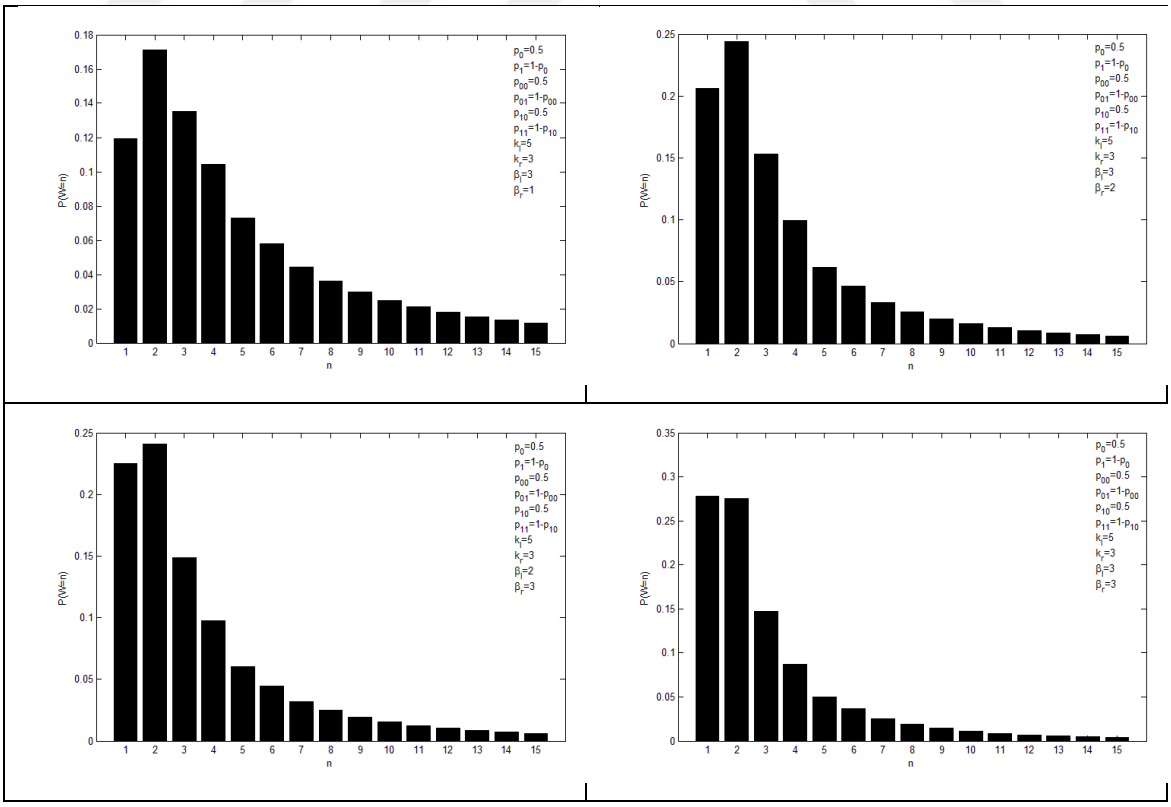
Şekil 21. Tablo 21 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 22. Tablo 22 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 23. Tablo 23 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 24. Tablo 24 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyon

$Y_1, Y_2, \ldots$ bağımsız ve $f_{Y_i}(y) = P(Y_i = y) = p_r^{\,y_i}(1-p_r)^{1-y_i}$, $y > 0$ olasılık fonksiyonlu Bernoulli dağılımdan, $Z_1, Z_2, \ldots$ bağımsız ve $f_{Z_i}(z) = P(Z_i = z) = p_l^{\,z_i}(1-p_l)^{1-z_i}$, $z > 0$ olasılık yoğunluk fonksiyonlu rasgele değişkenler olduğunda $k_r > n > 0$ için

$$\begin{aligned}\overline{F}_n(k_r) &= P\left\{\sum_{i=1}^{n} Y_i \geq k_r\right\} = \sum_{j=k_r}^{n}\binom{n}{j} p_r^{\,j}(1-p_r)^{n-j} \\ &= \frac{\binom{n}{k_r}(1-p_r)^{(n-k_r)}\, hypergeom\left([1,-n+k_r],[k_r+1],\frac{p_r}{-1+p_r}\right)\left(p_r^{\,k_r} - p_r^{\,(k_r+1)}\right)}{1-p_r}\end{aligned} \tag{3.14}$$

ve $k_l > n > 0$ için

$$\begin{aligned}\overline{G}_n(k_l) &= P\left\{\sum_{i=1}^{n} Z_i \geq k_l\right\} = \sum_{j=k_l}^{n}\binom{n}{j} p_l^{\,j}(1-p_l)^{n-j} \\ &= \frac{\binom{n}{k_l}(1-p_l)^{(n-k_l)}\, hypergeom\left([1,-n+k_l],[k_l+1],\frac{p_l}{-1+p_l}\right)\left(p_l^{\,k_l} - p_l^{\,(k_l+1)}\right)}{1-p_l}\end{aligned} \tag{3.15}$$

şeklindedir.

Eşitlik (3.4)-(3.6) ve (3.14)-(3.15) kullanılarak, bağımsız denemeler ve Bernoulli dağılımlı ödül durumunda farklı p, p_r, p_l, k_r, k_l değerleri için W nun hem teorik olasılıklar hemde 5000 tekrarla simülasyon sonucunda elde edilen olasılıklar verilmiştir(bkz. Tablo 24-30). Simülasyon ile elde edilen olasılıklar $\hat{P}(W = n)$ ile gösterilmiştir ve olasılık fonksiyonunun grafikleri(bkz. Şekil 24-30) çizilmiştir.

Eşitlik (3.6), (3.8)-(3.9) ve (3.14)-(3.15) kullanılarak, Markov bağımlı denemeler ve Bernoulli dağılımlı ödül durumunda farklı $p_0, p_{10}, p_{00}, p_l, p_r, k_r, k_l$ değerleri için W nun hem teorik olasılıklar hemde 5000 tekrarla simülasyon sonucunda elde edilen olasılıklar verilmiştir(bkz. Tablo 31-36). Simülasyon ile elde edilen olasılıklar $\hat{P}(W = n)$ ile gösterilmiştir ve olasılık fonksiyonunun grafikleri(bkz. Şekil 31-36) çizilmiştir.

Tablo 25. Denemelerin bağımsız, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p = 0.3,\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.3	5	3	0.6	0.4	1	0	0	1.0000
					2	0.0000	0	1.0000
					3	0.0017	0.0018	0.9983
					4	0.0021	0.0021	0.9961
					5	0.0153	0.0154	0.9809
					6	0.0244	0.0247	0.9564
					7	0.0269	0.0274	0.9295
					8	0.0262	0.0258	0.9033
					9	0.0246	0.0242	0.8787
					10	0.0234	0.0248	0.8553
					11	0.0219	0.0208	0.8334
					12	0.0213	0.0200	0.8121
					13	0.0202	0.0195	0.7919
					14	0.0196	0.0195	0.7723
					15	0.0187	0.0185	0.7536
	5	4			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0	0	1.0000
					4	0.0002	0.0002	0.9998
					5	0.0134	0.0124	0.9864
					6	0.0225	0.0227	0.9639
					7	0.0251	0.0253	0.9388
					8	0.0244	0.0254	0.9144
					9	0.0230	0.0238	0.8914
					10	0.0219	0.0217	0.8696
					11	0.0205	0.0201	0.8491
					12	0.0200	0.0202	0.8291
					13	0.0189	0.0191	0.8102
					14	0.0185	0.0185	0.7917
					15	0.0176	0.0187	0.7741
	5	5			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0	0	1.0000
					4	0.0000	0.0002	1.0000
					5	0.0131	0.0124	0.9869
					6	0.0223	0.0227	0.9646
					7	0.0248	0.0253	0.9398
					8	0.0241	0.0254	0.9157
					9	0.0227	0.0238	0.8930
					10	0.0216	0.0217	0.8714
					11	0.0203	0.0201	0.8511
					12	0.0197	0.0202	0.8314
					13	0.0187	0.0191	0.8127
					14	0.0183	0.0185	0.7944
					15	0.0175	0.0187	0.7770
	5	6			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0	0	1.0000
					4	0	0	1.0000
					5	0.0131	0.0128	0.9869
					6	0.0222	0.0221	0.9647
					7	0.0248	0.0261	0.9399
					8	0.0241	0.0237	0.9159
					9	0.0227	0.0227	0.8932
					10	0.0216	0.0210	0.8716
					11	0.0202	0.0202	0.8514
					12	0.0197	0.0194	0.8317
					13	0.0187	0.0188	0.8130
					14	0.0182	0.0182	0.7948
					15	0.0174	0.0175	0.7773

Tablo 26. Denemelerin bağımsız, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p = 0.3$, $k_l = 5$, $k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.3	5	3	0.6	0.3	1	0	0	1
					2	0	0	1
					3	0.0007	0.0007	0.9992
					4	0.0009	0.0011	0.9983
					5	0.0140	0.0139	0.9842
					6	0.0232	0.0229	0.9609
					7	0.0258	0.0253	0.9351
					8	0.0250	0.0250	0.9101
					9	0.0235	0.0243	0.8865
					10	0.0224	0.0240	0.8640
					11	0.0210	0.0216	0.8430
					12	0.0204	0.0202	0.8225
					13	0.0193	0.0187	0.8031
					14	0.0188	0.0190	0.7842
					15	0.0180	0.0175	0.7662
			0.6	0.5	1	0	0	1.0000
					2	0.0000	0	1.0000
					3	0.0034	0.0032	0.9966
					4	0.0039	0.0039	0.9927
					5	0.0170	0.0178	0.9758
					6	0.0261	0.0251	0.9497
					7	0.0286	0.0271	0.9212
					8	0.0277	0.0273	0.8934
					9	0.0261	0.0256	0.8673
					10	0.0247	0.0242	0.8426
					11	0.0232	0.0230	0.8194
					12	0.0224	0.0225	0.7970
					13	0.0212	0.0208	0.7758
					14	0.0206	0.0212	0.7552
					15	0.0196	0.0198	0.7356
			0.6	0.7	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.9261	0.9340	0.9907
					4	0.8983	0.8760	0.9818
					5	0.2175	0.2222	0.9600
					6	0.3083	0.3152	0.9292
					7	0.3321	0.3448	0.8960
					8	0.3213	0.3306	0.8638
					9	0.3018	0.2996	0.8337
					10	0.2850	0.2816	0.8052
					11	0.2664	0.2672	0.7785
					12	0.2560	0.2540	0.7529
					13	0.2414	0.2524	0.7288
					14	0.2325	0.2254	0.7055
					15	0.2206	0.2168	0.6835
			0.6	0.9	1	0	0	1.0000
					2	0.0000	0	1.0000
					3	0.0197	0.0187	0.9803
					4	0.0155	0.0148	0.9648
					5	0.0282	0.0281	0.9366
					6	0.0373	0.0381	0.8993
					7	0.0395	0.0408	0.8598
					8	0.0380	0.0382	0.8217
					9	0.0356	0.0365	0.7862
					10	0.0334	0.0332	0.7528
					11	0.0311	0.0314	0.7216
					12	0.0297	0.0302	0.6920
					13	0.0279	0.0281	0.6641
					14	0.0266	0.0263	0.6374
					15	0.0252	0.0242	0.6123

Tablo 27. Denemelerin bağımsız, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p = 0.5,\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	5	3	0.6	0.4	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0080	0.0080	0.9920
					4	0.0112	0.0118	0.9808
					5	0.0143	0.0136	0.9665
					6	0.0156	0.0151	0.9509
					7	0.0152	0.0160	0.9357
					8	0.0148	0.0153	0.9209
					9	0.0141	0.0141	0.9068
					10	0.0136	0.0139	0.8932
					11	0.0131	0.0139	0.8801
					12	0.0126	0.0126	0.8675
					13	0.0121	0.0132	0.8553
					14	0.0117	0.0120	0.8436
					15	0.0113	0.0118	0.8323
	5	4			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0	0	1.0000
					4	0.0016	0.0017	0.9984
					5	0.0051	0.0051	0.9932
					6	0.0068	0.0071	0.9864
					7	0.0072	0.0068	0.9792
					8	0.0072	0.0070	0.9720
					9	0.0071	0.0062	0.9649
					10	0.0070	0.0071	0.9579
					11	0.0068	0.0070	0.9511
					12	0.0067	0.0065	0.9443
					13	0.0066	0.0058	0.9377
					14	0.0065	0.0068	0.9312
					15	0.0064	0.0063	0.9248
	5	5			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0	0	1.0000
					4	0	0	1.0000
					5	0.0027	0.0031	0.9973
					6	0.0043	0.0047	0.9930
					7	0.0047	0.0048	0.9882
					8	0.0048	0.0047	0.9835
					9	0.0047	0.0050	0.9788
					10	0.0047	0.0049	0.9741
					11	0.0046	0.0047	0.9695
					12	0.0046	0.0047	0.9649
					13	0.0045	0.0044	0.9603
					14	0.0045	0.0042	0.9558
					15	0.0044	0.0043	0.9514
	5	6			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0	0	1.0000
					4	0	0	1.0000
					5	0.0024	0.0026	0.9976
					6	0.0037	0.0037	0.9939
					7	0.0040	0.0040	0.9898
					8	0.0040	0.0042	0.9858
					9	0.0040	0.0037	0.9818
					10	0.0040	0.0041	0.9778
					11	0.0039	0.0040	0.9738
					12	0.0039	0.0040	0.9699
					13	0.0039	0.0035	0.9660
					14	0.0039	0.0045	0.9622
					15	0.0038	0.0036	0.9583

Tablo 28. Denemelerin bağımsız, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p = 0.5,\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

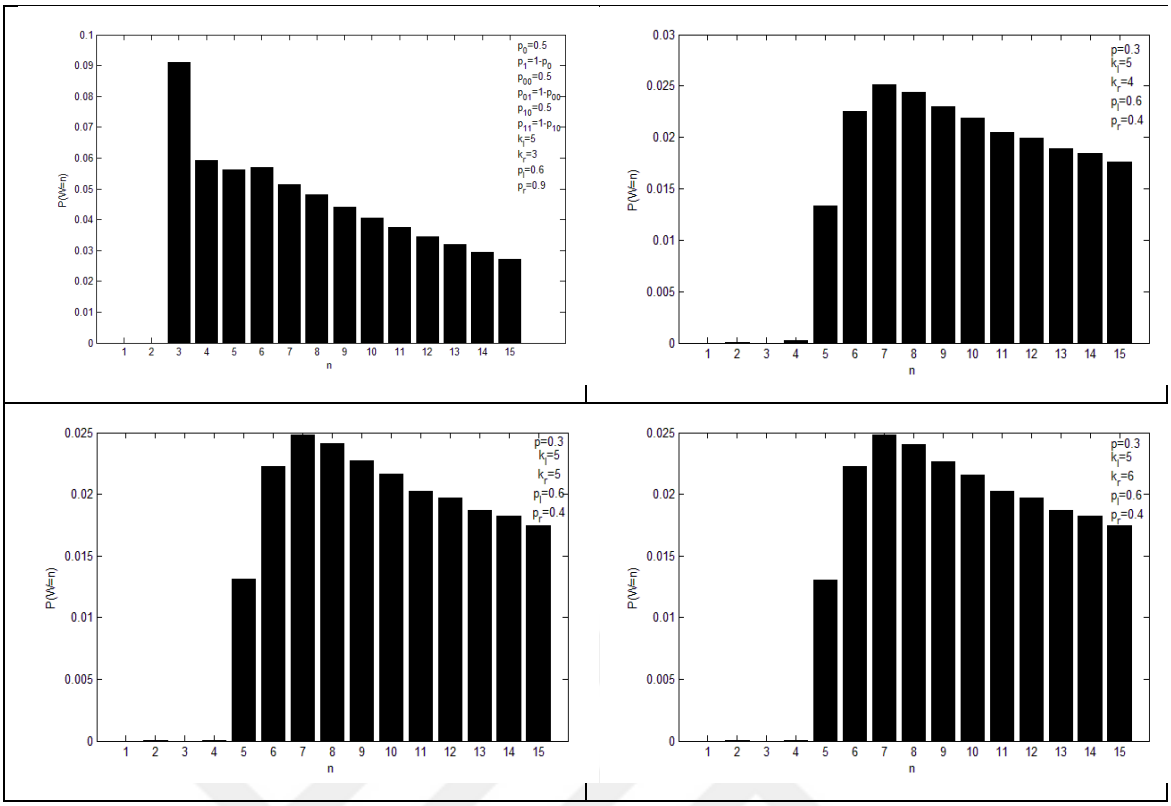
p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	5	3	0.6	0.3	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0034	0.0035	0.9966
					4	0.0052	0.0052	0.9914
					5	0.0084	0.0087	0.9830
					6	0.0098	0.0096	0.9732
					7	0.0099	0.0099	0.9634
					8	0.0097	0.0099	0.9537
					9	0.0094	0.0089	0.9443
					10	0.0091	0.0097	0.9352
					11	0.0088	0.0094	0.9264
					12	0.0086	0.0089	0.9179
					13	0.0083	0.0082	0.9095
					14	0.0081	0.0076	0.9014
					15	0.0079	0.0080	0.8935
			0.6	0.5	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0156	0.0152	0.9844
					4	0.0195	0.0191	0.9648
					5	0.0220	0.0219	0.9429
					6	0.0227	0.0241	0.9202
					7	0.0216	0.0224	0.8985
					8	0.0209	0.0208	0.8776
					9	0.0198	0.0196	0.8579
					10	0.0189	0.0177	0.8389
					11	0.0180	0.0184	0.8209
					12	0.0172	0.0183	0.8037
					13	0.0164	0.0156	0.7873
					14	0.0158	0.0163	0.7715
					15	0.0151	0.0163	0.7564
			0.6	0.7	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0429	0.0425	0.9571
					4	0.0407	0.0399	0.9164
					5	0.0393	0.0399	0.8771
					6	0.0391	0.0384	0.8380
					7	0.0362	0.0355	0.8018
					8	0.0345	0.0356	0.7672
					9	0.0322	0.0347	0.7350
					10	0.0302	0.0306	0.7048
					11	0.0283	0.0286	0.6765
					12	0.0267	0.0269	0.6498
					13	0.0250	0.0242	0.6248
					14	0.0236	0.0235	0.6012
					15	0.0222	0.0217	0.5790
			0.6	0.9	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0911	0.0909	0.9089
					4	0.0592	0.0579	0.8496
					5	0.0562	0.0559	0.7934
					6	0.0568	0.0560	0.7366
					7	0.0513	0.0523	0.6853
					8	0.0480	0.0479	0.6373
					9	0.0441	0.0450	0.5931
					10	0.0406	0.0402	0.5525
					11	0.0374	0.0378	0.5151
					12	0.0345	0.0354	0.4806
					13	0.0319	0.0321	0.4487
					14	0.0294	0.0294	0.4193
					15	0.0272	0.0275	0.3921

Tablo 29. Denemelerin bağımsız, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p = 0.9,\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

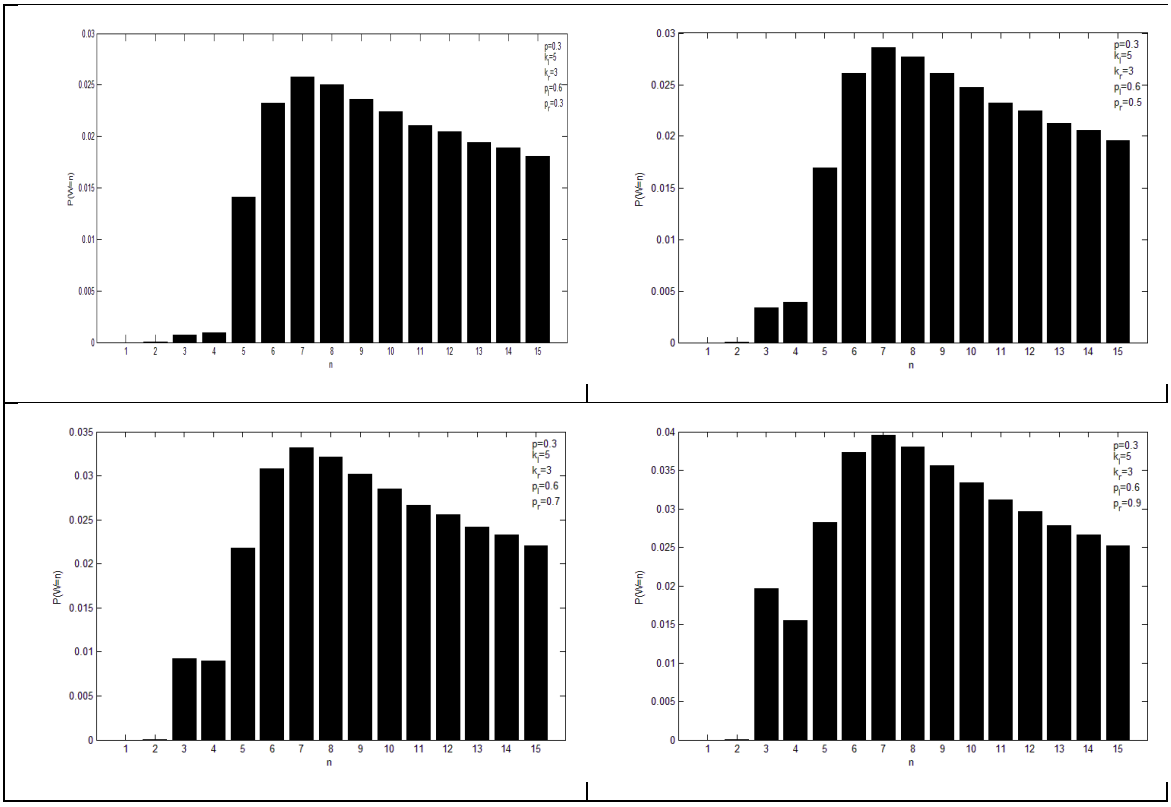
p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.9	5	3	0.6	0.4	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0467	0.0462	0.9533
					4	0.0802	0.0796	0.8731
					5	0.0939	0.0920	0.7792
					6	0.0939	0.0934	0.6854
					7	0.0838	0.0838	0.6015
					8	0.0749	0.0749	0.5266
					9	0.0615	0.0625	0.4651
					10	0.0540	0.0545	0.4110
					11	0.0436	0.0421	0.3675
					12	0.0389	0.0396	0.3286
					13	0.0314	0.0320	0.2972
					14	0.0287	0.0283	0.2685
					15	0.0237	0.0245	0.2448
	5	4			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0000	0	1.0000
					4	0.0168	0.0178	0.9832
					5	0.0380	0.0386	0.9452
					6	0.0543	0.0546	0.8910
					7	0.0631	0.0616	0.8279
					8	0.0655	0.0674	0.7624
					9	0.0626	0.0603	0.6998
					10	0.0586	0.0599	0.6412
					11	0.0518	0.0512	0.5894
					12	0.0473	0.0470	0.5421
					13	0.0407	0.0403	0.5014
					14	0.0374	0.0386	0.4640
					15	0.0322	0.0330	0.4319
	5	5			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0000	0	1.0000
					4	0	0	1.0000
					5	0.0060	0.0059	0.9940
					6	0.0169	0.0160	0.9770
					7	0.0287	0.0279	0.9483
					8	0.0382	0.0384	0.9101
					9	0.0442	0.0438	0.8659
					10	0.0468	0.0473	0.8191
					11	0.0464	0.0473	0.7727
					12	0.0448	0.0456	0.7279
					13	0.0415	0.0407	0.6864
					14	0.0388	0.0397	0.6477
					15	0.0349	0.0340	0.6127
	5	6			1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	-0.0000	0	1.0000
					4	0	0	1.0000
					5	0.0000	0	1.0000
					6	0.0022	0.0020	0.9978
					7	0.0073	0.0073	0.9906
					8	0.0143	0.0142	0.9763
					9	0.0215	0.0226	0.9548
					10	0.0275	0.0278	0.9273
					11	0.0317	0.0310	0.8957
					12	0.0340	0.0350	0.8617
					13	0.0345	0.0341	0.8272
					14	0.0340	0.0342	0.7932
					15	0.0324	0.0327	0.7608

Tablo 30. Denemelerin bağımsız, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p = 0.9,\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

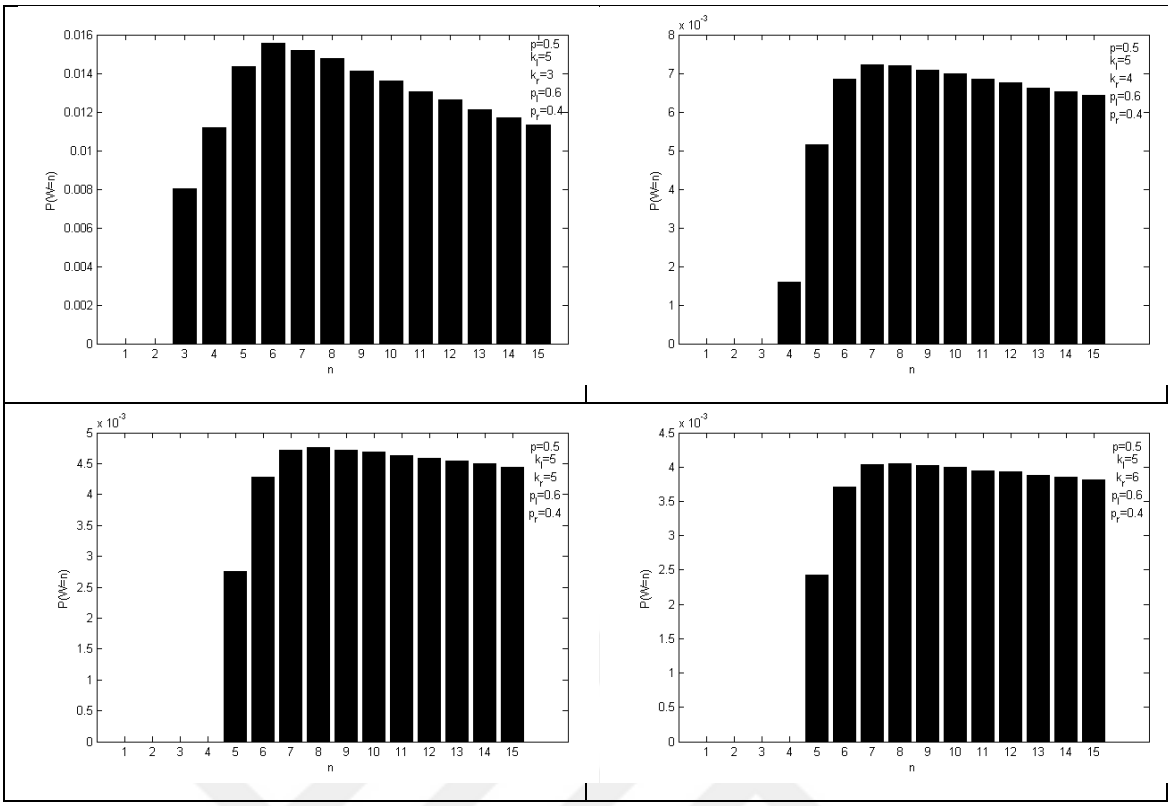
p	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.9	5	3	0.6	0.3	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0197	0.0200	0.9803
					4	0.0392	0.0397	0.9411
					5	0.0526	0.0520	0.8886
					6	0.0596	0.0584	0.8290
					7	0.0604	0.0631	0.7686
					8	0.0594	0.0597	0.7092
					9	0.0543	0.0551	0.6549
					10	0.0509	0.0507	0.6040
					11	0.0447	0.0444	0.5594
					12	0.0413	0.0427	0.5181
					13	0.0357	0.0368	0.4824
					14	0.0330	0.0326	0.4494
					15	0.0286	0.0285	0.4207
			0.6	0.5	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.0911	0.0907	0.9089
					4	0.1321	0.1323	0.7767
					5	0.1321	0.1310	0.6446
					6	0.1155	0.1148	0.5291
					7	0.0902	0.0899	0.4389
					8	0.0744	0.0766	0.3645
					9	0.0551	0.0559	0.3094
					10	0.0468	0.0453	0.2626
					11	0.0351	0.0338	0.2275
					12	0.0311	0.0324	0.1964
					13	0.0238	0.0232	0.1726
					14	0.0216	0.0225	0.1509
					15	0.0172	0.0164	0.1337
			0.6	0.7	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.2500	0.2471	0.7500
					4	0.2275	0.2289	0.5224
					5	0.1546	0.1544	0.3678
					6	0.1054	0.1069	0.2624
					7	0.0628	0.0640	0.1995
					8	0.0506	0.0520	0.1490
					9	0.0314	0.0309	0.1175
					10	0.0268	0.0260	0.0908
					11	0.0180	0.0184	0.0728
					12	0.0154	0.0158	0.0574
					13	0.0106	0.0107	0.0468
					14	0.0091	0.0085	0.0378
					15	0.0068	0.0069	0.0310
			0.6	0.9	1	0	0	1.0000
					2	0	0	1.0000
					3	0.5314	0.5316	0.4686
					4	0.1966	0.1964	0.2719
					5	0.0933	0.0929	0.1786
					6	0.0740	0.0736	0.1047
					7	0.0322	0.0324	0.0724
					8	0.0280	0.0285	0.0444
					9	0.0146	0.0146	0.0298
					10	0.0098	0.0099	0.0200
					11	0.0063	0.0063	0.0137
					12	0.0044	0.0049	0.0093
					13	0.0026	0.0024	0.0067
					14	0.0019	0.0018	0.0047
					15	0.0014	0.0015	0.0034



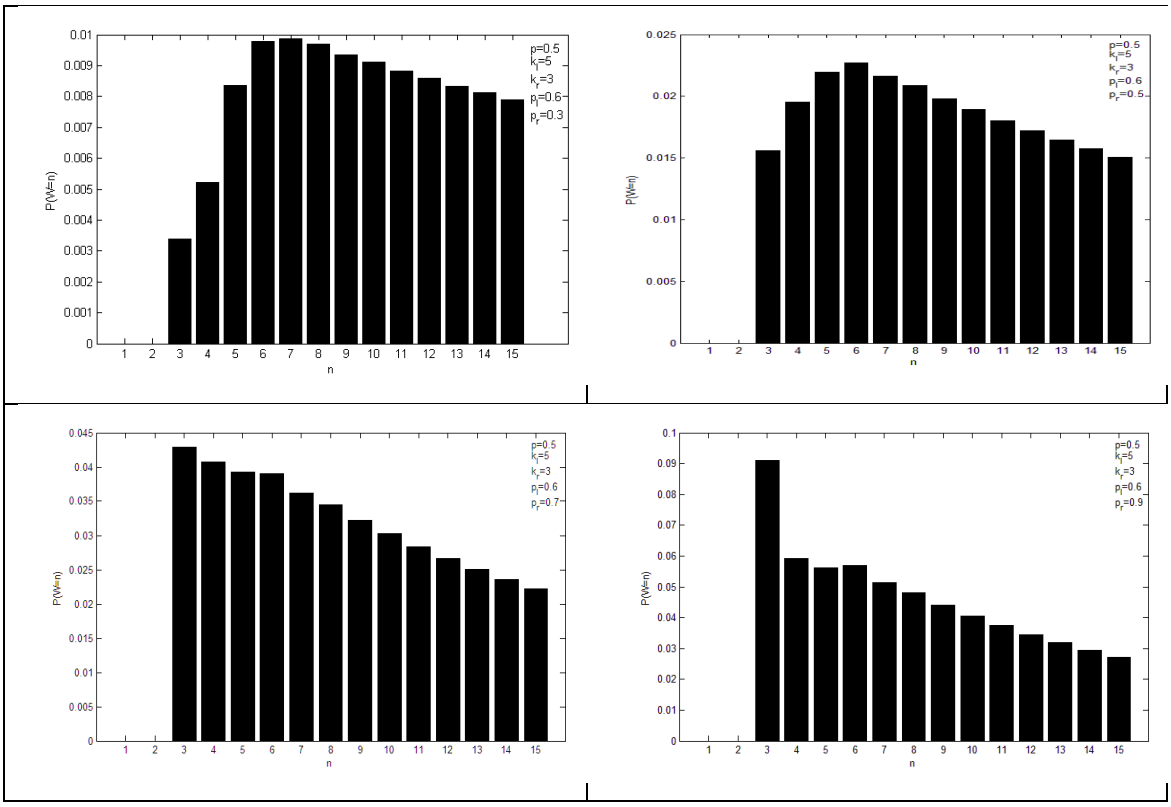
Şekil 25. Tablo 25 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



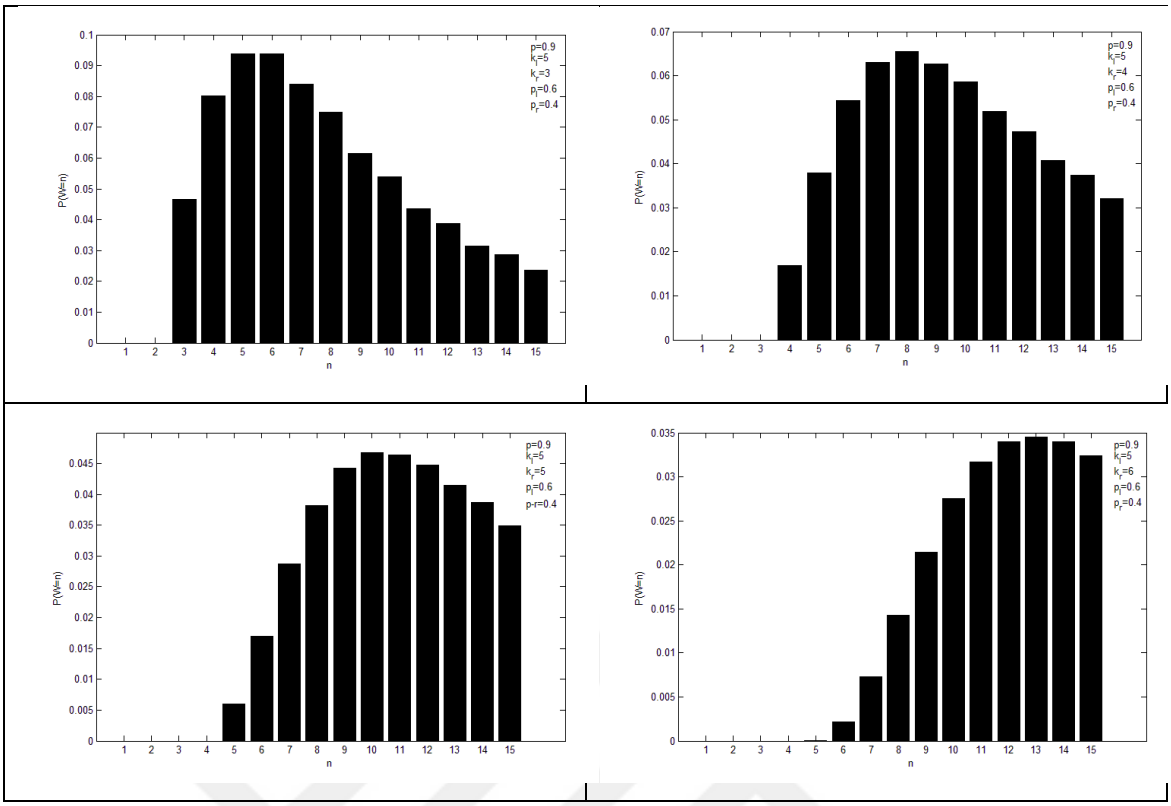
Şekil 26. Tablo 26 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



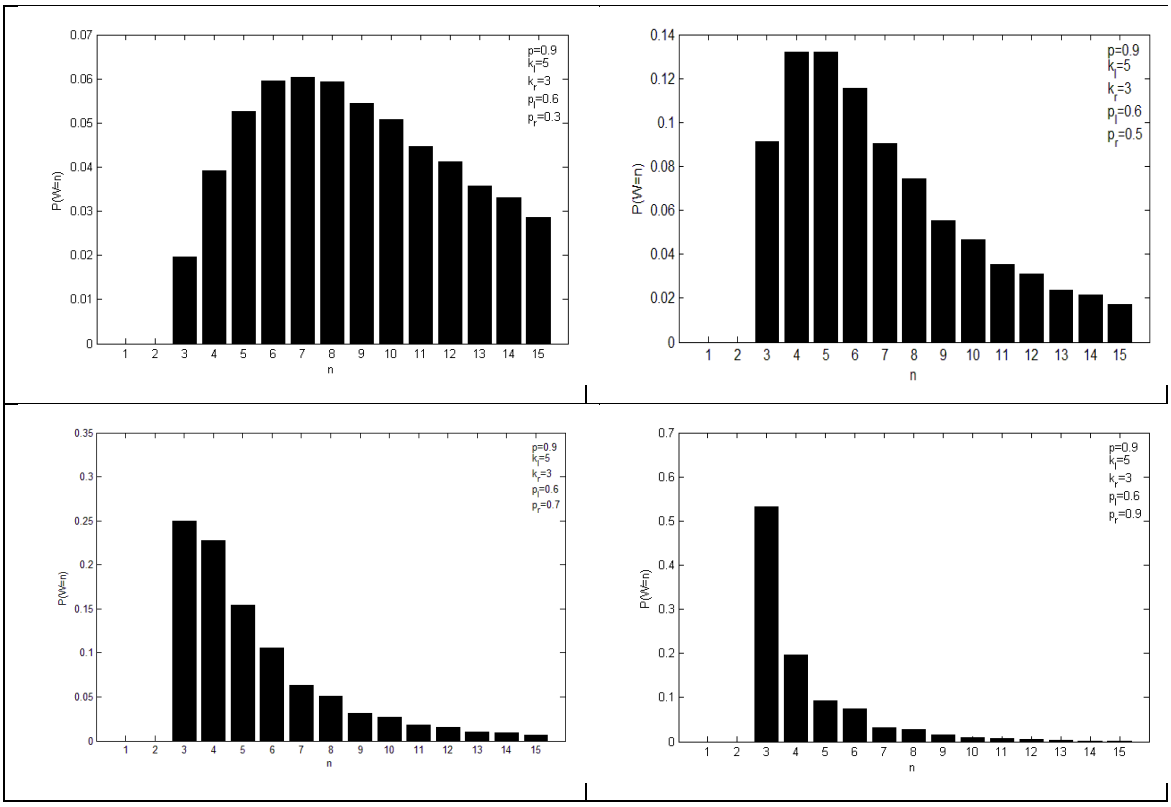
Şekil 27. Tablo 27 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 28. Tablo 28 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 29. Tablo 29 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 30. Tablo 30 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu

Tablo 31. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.85,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.95,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.7,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.85	0.15	0.95	0.05	0.7	0.3	5	3	0.6	0.4	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0009	0.0010	0.9991
										4	0.0007	0.0006	0.9984
										5	0.0544	0.0536	0.9440
										6	0.1094	0.1119	0.8346
										7	0.1336	0.1322	0.7010
										8	0.1288	0.1310	0.5722
										9	0.1091	0.1098	0.4631
										10	0.0867	0.0848	0.3764
										11	0.0661	0.0667	0.3103
										12	0.0517	0.0519	0.2586
										13	0.0395	0.0394	0.2191
										14	0.0327	0.0315	0.1864
										15	0.0259	0.0257	0.1604
						5	4			1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0	0	1.0000
										4	0.0001	0.0001	0.9999
										5	0.0539	0.0542	0.9460
										6	0.1090	0.1098	0.8369
										7	0.1332	0.1308	0.7037
										8	0.1284	0.1281	0.5753
										9	0.1089	0.1080	0.4664
										10	0.0866	0.0873	0.3799
										11	0.0661	0.0666	0.3138
										12	0.0518	0.0518	0.2620
										13	0.0397	0.0401	0.2223
										14	0.0329	0.0316	0.1894
										15	0.0261	0.0273	0.1633
						5	5			1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0	0	1.0000
										4	0	0	1.0000
										5	0.0538	0.0542	0.9462
										6	0.1090	0.1096	0.8372
										7	0.1331	0.1309	0.7041
										8	0.1284	0.1282	0.5757
										9	0.1088	0.1081	0.4669
										10	0.0865	0.0873	0.3804
										11	0.0661	0.0664	0.3143
										12	0.0518	0.0517	0.2625
										13	0.0397	0.0400	0.2229
										14	0.0330	0.0317	0.1899
										15	0.0261	0.0274	0.1638
						5	6			1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0	0	1.0000
										4	0	0	1.0000
										5	0.0538	0.0542	0.9462
										6	0.1089	0.1096	0.8372
										7	0.1331	0.1309	0.7041
										8	0.1284	0.1282	0.5757
										9	0.1088	0.1081	0.4669
										10	0.0865	0.0873	0.3804
										11	0.0661	0.0664	0.3144
										12	0.0517	0.0517	0.2626
										13	0.0397	0.0400	0.2229
										14	0.0330	0.0317	0.1900
										15	0.0261	0.0274	0.1638

Tablo 32. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.85,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.95,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.7,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.85	0.15	0.95	0.05	0.7	0.3	5	3	0.6	0.3	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0004	0.0003	0.9996
										4	0.0003	0.0004	0.9993
										5	0.0541	0.0546	0.9452
										6	0.1092	0.1099	0.8360
										7	0.1334	0.1311	0.7027
										8	0.1286	0.1283	0.5741
										9	0.1090	0.1083	0.4651
										10	0.0866	0.0872	0.3785
										11	0.0661	0.0665	0.3125
										12	0.0517	0.0517	0.2607
										13	0.0396	0.0400	0.2211
										14	0.0329	0.0316	0.1883
										15	0.0260	0.0272	0.1622
								0.6	0.5	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0017	0.0017	0.9983
										4	0.0012	0.0014	0.9971
										5	0.0548	0.0552	0.9423
										6	0.1098	0.1105	0.8325
										7	0.1340	0.1319	0.6985
										8	0.1291	0.1290	0.5694
										9	0.1093	0.1086	0.4601
										10	0.0868	0.0874	0.3733
										11	0.0661	0.0662	0.3072
										12	0.0516	0.0515	0.2556
										13	0.0394	0.0399	0.2162
										14	0.0326	0.0316	0.1837
										15	0.0257	0.0269	0.1579
								0.6	0.7	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0046	0.0044	0.9954
										4	0.0026	0.0030	0.9928
										5	0.0558	0.0563	0.9370
										6	0.1108	0.1114	0.8261
										7	0.1350	0.1331	0.6911
										8	0.1300	0.1300	0.5612
										9	0.1099	0.1093	0.4513
										10	0.0869	0.0876	0.3644
										11	0.0660	0.0660	0.2984
										12	0.0513	0.0509	0.2471
										13	0.0390	0.0392	0.2082
										14	0.0321	0.0313	0.1761
										15	0.0252	0.0261	0.1509
								0.6	0.9	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0098	0.0100	0.9902
										4	0.0037	0.0042	0.9865
										5	0.0571	0.0574	0.9294
										6	0.1123	0.1130	0.8171
										7	0.1364	0.1342	0.6806
										8	0.1310	0.1308	0.5496
										9	0.1104	0.1095	0.4391
										10	0.0870	0.0876	0.3521
										11	0.0657	0.0659	0.2864
										12	0.0508	0.0509	0.2356
										13	0.0383	0.0384	0.1973
										14	0.0313	0.0304	0.1660
										15	0.0245	0.0256	0.1415

Tablo 33. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.15, p_1 = 1 - p_0, p_{00} = 0.95, p_{01} = 1 - p_{00}, p_{10} = 0.7, p_{11} = 1 - p_{10}, p_l = 0.6, p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.15	0.85	0.05	0.95	0.3	0.7	5	3	0.6	0.4	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0267	0.0280	0.9733
										4	0.0381	0.0378	0.9353
										5	0.0417	0.0380	0.8936
										6	0.0413	0.0407	0.8523
										7	0.0363	0.0339	0.8160
										8	0.0354	0.0362	0.7806
										9	0.0300	0.0296	0.7506
										10	0.0291	0.0304	0.7215
										11	0.0255	0.0220	0.6961
										12	0.0244	0.0255	0.6717
										13	0.0218	0.0212	0.6499
										14	0.0209	0.0181	0.6290
										15	0.0190	0.0193	0.6100
						5	4			1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0	0	1.0000
										4	0.0075	0.0070	0.9925
										5	0.0138	0.0148	0.9787
										6	0.0175	0.0164	0.9613
										7	0.0189	0.0168	0.9424
										8	0.0191	0.0184	0.9232
										9	0.0182	0.0196	0.9051
										10	0.0179	0.0176	0.8872
										11	0.0165	0.0192	0.8707
										12	0.0162	0.0138	0.8545
										13	0.0150	0.0156	0.8395
										14	0.0147	0.0136	0.8247
										15	0.0138	0.0130	0.8109
						5	5			1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0	0	1.0000
										4	0.0000	0	1.0000
										5	0.0021	0.0018	0.9979
										6	0.0047	0.0044	0.9932
										7	0.0069	0.0070	0.9863
										8	0.0082	0.0094	0.9781
										9	0.0088	0.0098	0.9693
										10	0.0090	0.0058	0.9603
										11	0.0088	0.0106	0.9515
										12	0.0087	0.0106	0.9428
										13	0.0084	0.0080	0.9344
										14	0.0083	0.0082	0.9261
										15	0.0080	0.0088	0.9181
						5	6			1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0		1.0000
										4	0.0000		1.0000
										5	0.0000		1.0000
										6	0.0006		0.9994
										7	0.0016		0.9978
										8	0.0026		0.9953
										9	0.0034		0.9919
										10	0.0039		0.9880
										11	0.0041		0.9839
										12	0.0043		0.9796
										13	0.0042		0.9754
										14	0.0042		0.9711
										15	0.0041		0.9670

Tablo 34. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.15,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.05,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.3,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

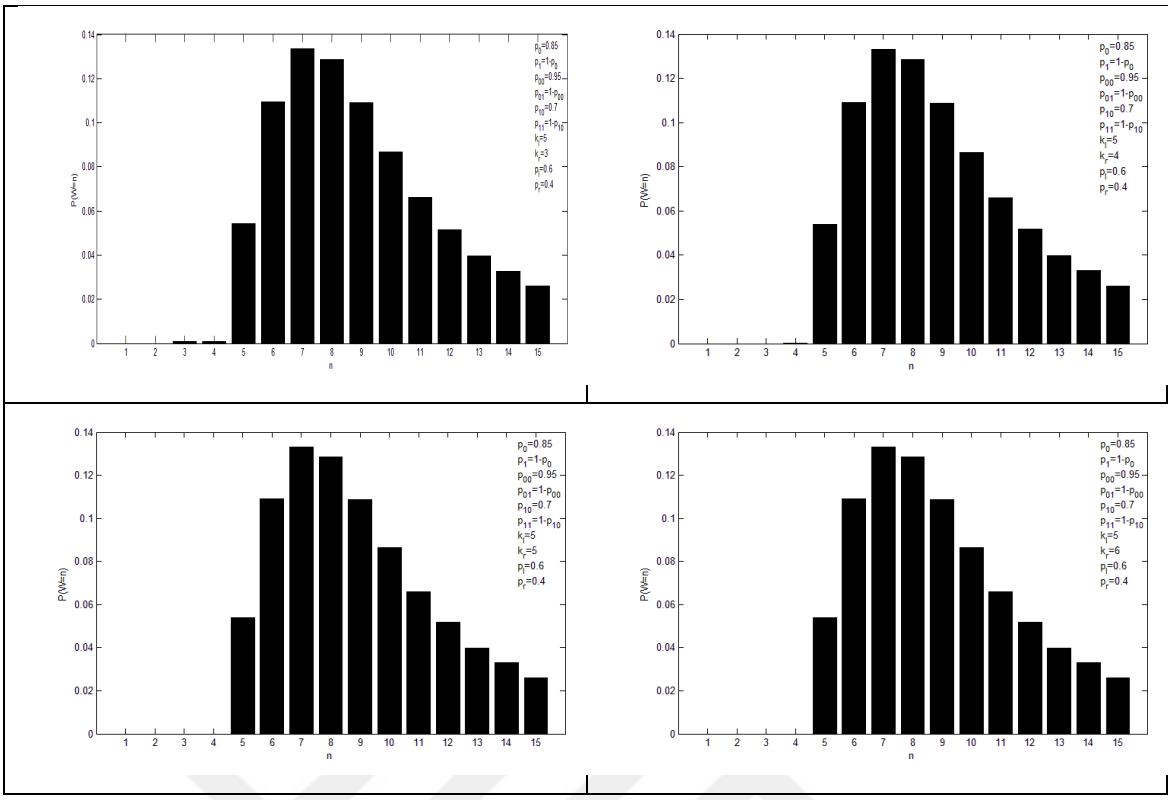
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.15	0.85	0.05	0.95	0.3	0.7	5	3	0.6	0.3	1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0.0112		0.9888
										4	0.0184		0.9703
										5	0.0223		0.9481
										6	0.0237		0.9243
										7	0.0225		0.9018
										8	0.0225		0.8794
										9	0.0201		0.8593
										10	0.0196		0.8397
										11	0.0177		0.8220
										12	0.0171		0.8049
										13	0.0156		0.7893
										14	0.0151		0.7741
										15	0.0140		0.7602
								0.6	0.5	1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0.0521		0.9479
										4	0.0634		0.8845
										5	0.0627		0.8218
										6	0.0584		0.7634
										7	0.0478		0.7156
										8	0.0463		0.6693
										9	0.0376		0.6318
										10	0.0361		0.5957
										11	0.0310		0.5647
										12	0.0292		0.5355
										13	0.0256		0.5099
										14	0.0242		0.4857
										15	0.0217		0.4640
								0.6	0.7	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.1429	0.1429	0.8571
										4	0.1140	0.1134	0.7432
										5	0.0948	0.0949	0.6484
										6	0.0834	0.0832	0.5650
										7	0.0596	0.0593	0.5053
										8	0.0599	0.0596	0.4454
										9	0.0445	0.0434	0.4009
										10	0.0415	0.0415	0.3594
										11	0.0344	0.0347	0.3250
										12	0.0306	0.0308	0.2944
										13	0.0259	0.0263	0.2685
										14	0.0234	0.0226	0.2452
										15	0.0202	0.0208	0.2249
								0.6	0.9	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.3036	0.3026	0.6964
										4	0.1147	0.1141	0.5817
										5	0.1087	0.1086	0.4730
										6	0.1008	0.1010	0.3722
										7	0.0591	0.0587	0.3131
										8	0.0623	0.0635	0.2508
										9	0.0428	0.0427	0.2080
										10	0.0355	0.0339	0.1725
										11	0.0294	0.0293	0.1431
										12	0.0233	0.0238	0.1198
										13	0.0188	0.0191	0.1010
										14	0.0157	0.0148	0.0853
										15	0.0127	0.0125	0.0726

Tablo 35. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.5,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.5,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.5,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ p_l = 0.6,\ p_r = 0.4$ olduğunda farklı k_l ve k_r için W nun yaşam fonksiyonu

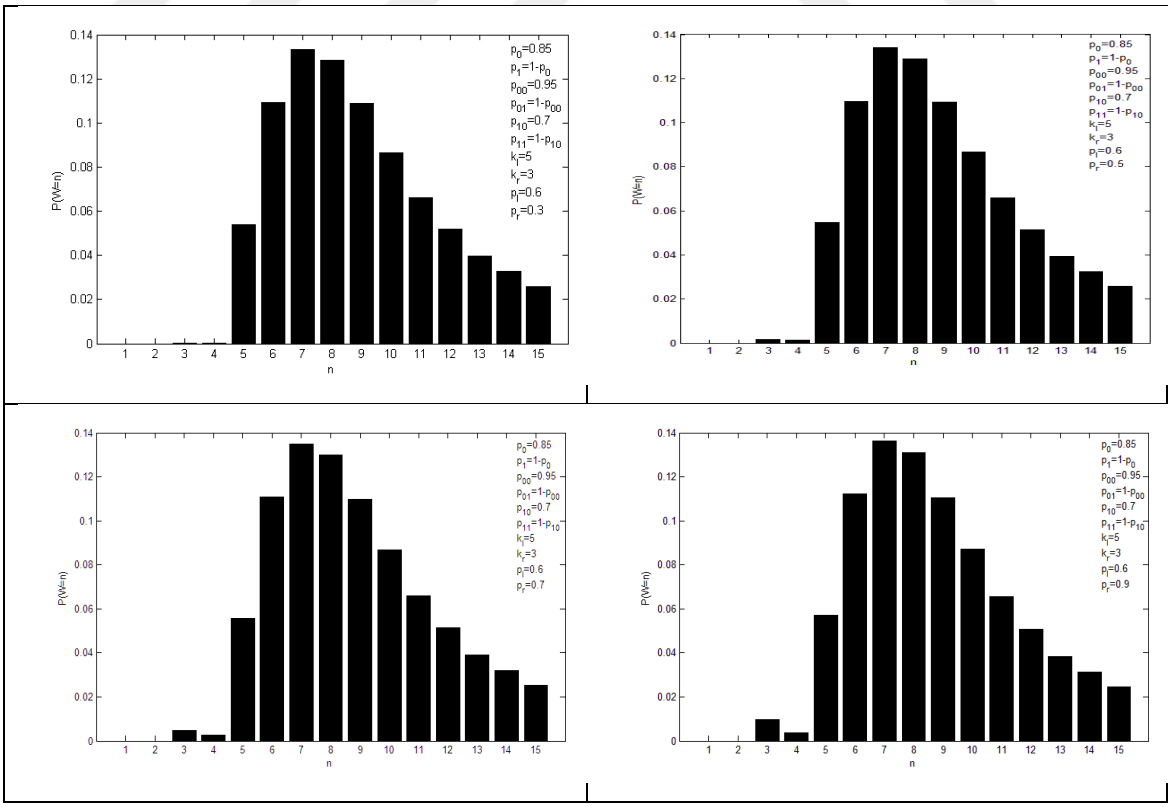
p_0	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W = n)$	$\hat{P}(W = n)$	$P(W > n)$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	3	0.6	0.4	1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0.0080		0.9920
										4	0.0112		0.9808
										5	0.0143		0.9665
										6	0.0156		0.9509
										7	0.0152		0.9357
										8	0.0148		0.9209
										9	0.0141		0.9068
										10	0.0136		0.8932
										11	0.0131		0.8801
										12	0.0126		0.8675
										13	0.0121		0.8553
										14	0.0117		0.8436
										15	0.0113		0.8323
						5	4			1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0		1.0000
										4	0.0016		0.9984
										5	0.0051		0.9932
										6	0.0068		0.9864
										7	0.0072		0.9792
										8	0.0072		0.9720
										9	0.0071		0.9649
										10	0.0070		0.9579
										11	0.0068		0.9511
										12	0.0067		0.9443
										13	0.0066		0.9377
										14	0.0065		0.9312
										15	0.0064		0.9248
						5	5			1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0		1.0000
										4	0		1.0000
										5	0.0027		0.9973
										6	0.0043		0.9930
										7	0.0047		0.9882
										8	0.0048		0.9835
										9	0.0047		0.9788
										10	0.0047		0.9741
										11	0.0046		0.9695
										12	0.0046		0.9649
										13	0.0045		0.9603
										14	0.0045		0.9558
										15	0.0044		0.9514
						5	6			1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0		1.0000
										4	0		1.0000
										5	0.0024		0.9976
										6	0.0037		0.9939
										7	0.0040		0.9898
										8	0.0040		0.9858
										9	0.0040		0.9818
										10	0.0040		0.9778
										11	0.0039		0.9738
										12	0.0039		0.9699
										13	0.0039		0.9660
										14	0.0039		0.9622
										15	0.0038		0.9583

Tablo 36. Denemelerin markov bağımlı olduğu, ödüllerin binom dağılımdan geldiği durumda $p_0 = 0.5,\ p_1 = 1 - p_0,\ p_{00} = 0.5,\ p_{01} = 1 - p_{00},\ p_{10} = 0.5,\ p_{11} = 1 - p_{10},\ k_l = 5,\ k_r = 3$ olduğunda farklı p_l ve p_r için W nun yaşam fonksiyonu

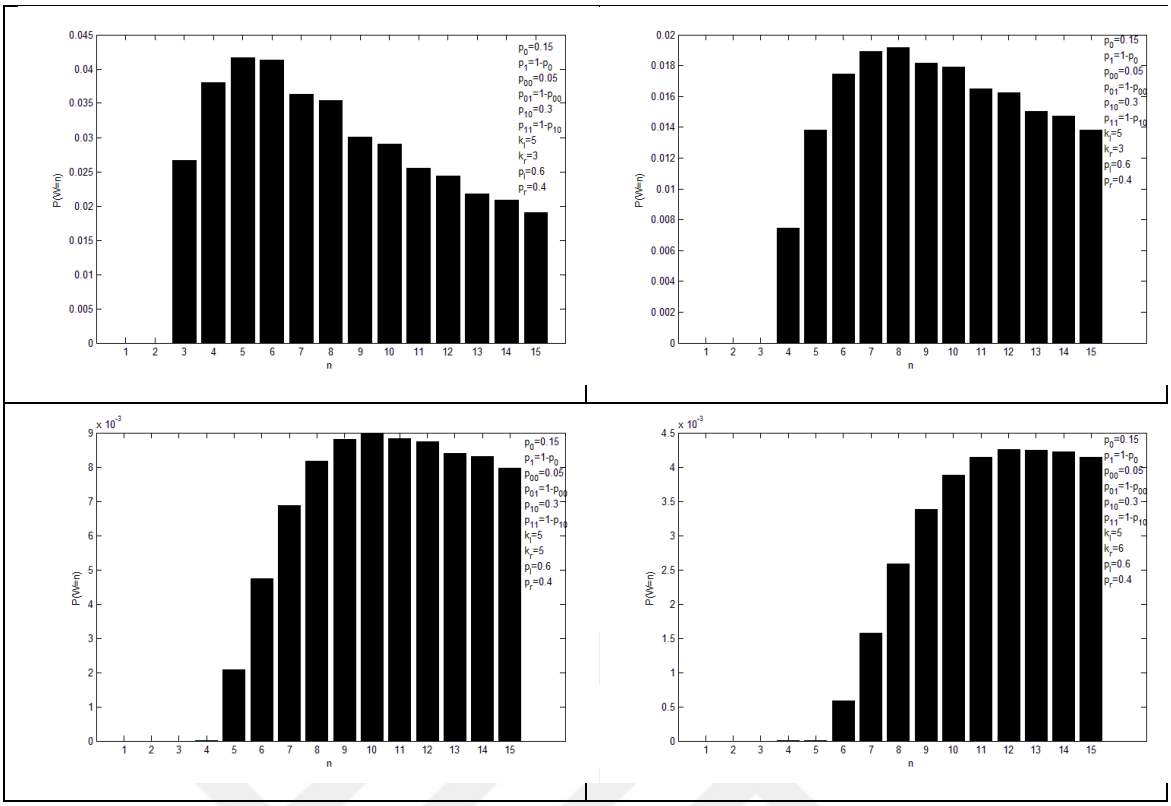
3	p_1	p_{00}	p_{01}	p_{10}	p_{11}	k_l	k_r	p_l	p_r	n	$P(W=n)$	$\hat{P}(W=n)$	$P(W>n)$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	3	0.6	0.3	1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0.0034		0.9966
										4	0.0052		0.9914
										5	0.0084		0.9830
										6	0.0098		0.9732
										7	0.0099		0.9634
										8	0.0097		0.9537
										9	0.0094		0.9443
										10	0.0091		0.9352
										11	0.0088		0.9264
										12	0.0086		0.9179
										13	0.0083		0.9095
										14	0.0081		0.9014
										15	0.0079		0.8935
								0.6	0.5	1	0		1.0000
										2	0		1.0000
										3	0.0156		0.9844
										4	0.0195		0.9648
										5	0.0220		0.9429
										6	0.0227		0.9202
										7	0.0216		0.8985
										8	0.0209		0.8776
										9	0.0198		0.8579
										10	0.0189		0.8389
										11	0.0180		0.8209
										12	0.0172		0.8037
										13	0.0164		0.7873
										14	0.0158		0.7715
										15	0.0151		0.7564
								0.6	0.7	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0429	0.0431	0.9571
										4	0.0407	0.0417	0.9164
										5	0.0393	0.0392	0.8771
										6	0.0391	0.0402	0.8380
										7	0.0362	0.0357	0.8018
										8	0.0345	0.0347	0.7672
										9	0.0322	0.0326	0.7350
										10	0.0302	0.0288	0.7048
										11	0.0283	0.0294	0.6765
										12	0.0267	0.0262	0.6498
										13	0.0250	0.0257	0.6248
										14	0.0236	0.0243	0.6012
										15	0.0222	0.0214	0.5790
								0.6	0.9	1	0	0	1.0000
										2	0	0	1.0000
										3	0.0911	0.0912	0.9089
										4	0.0592	0.0589	0.8496
										5	0.0562	0.0570	0.7934
										6	0.0568	0.0586	0.7366
										7	0.0513	0.0518	0.6853
										8	0.0480	0.0472	0.6373
										9	0.0441	0.0433	0.5931
										10	0.0406	0.0395	0.5525
										11	0.0374	0.0394	0.5151
										12	0.0345	0.0344	0.4806
										13	0.0319	0.0313	0.4487
										14	0.0294	0.0296	0.4193
										15	0.0272	0.0274	0.3921



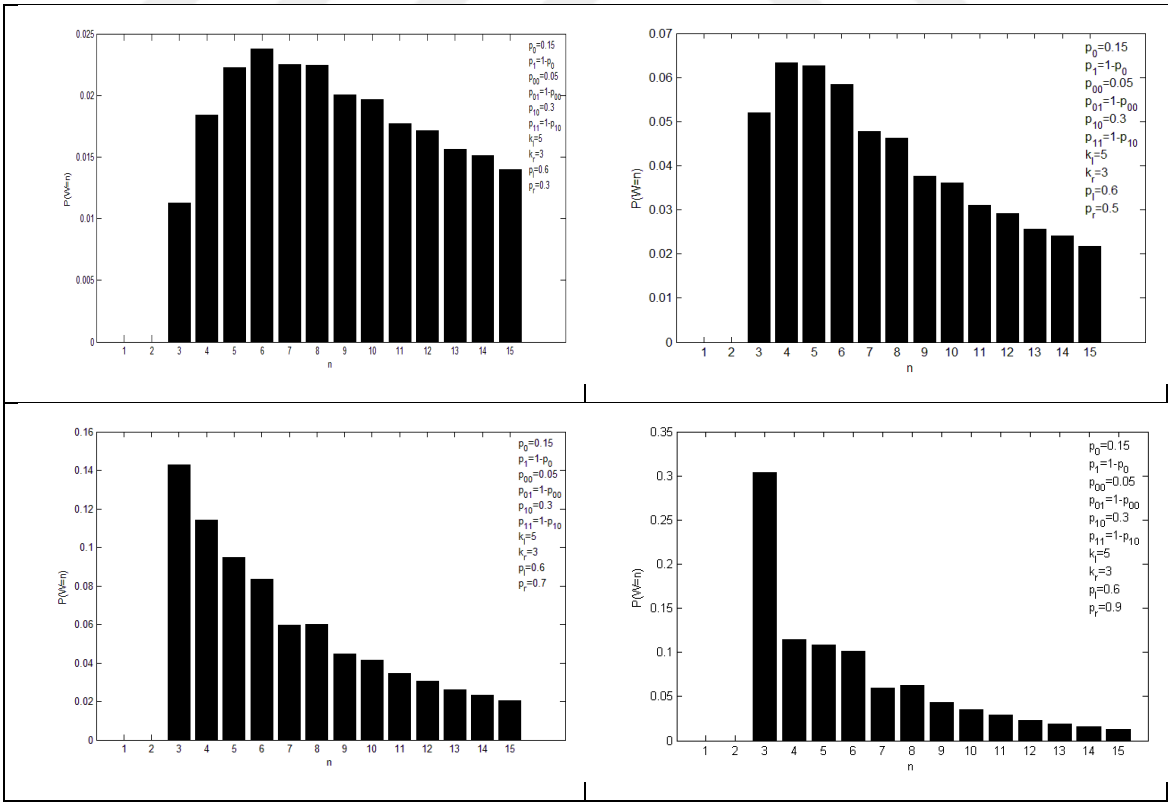
Şekil 31. Tablo 31 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



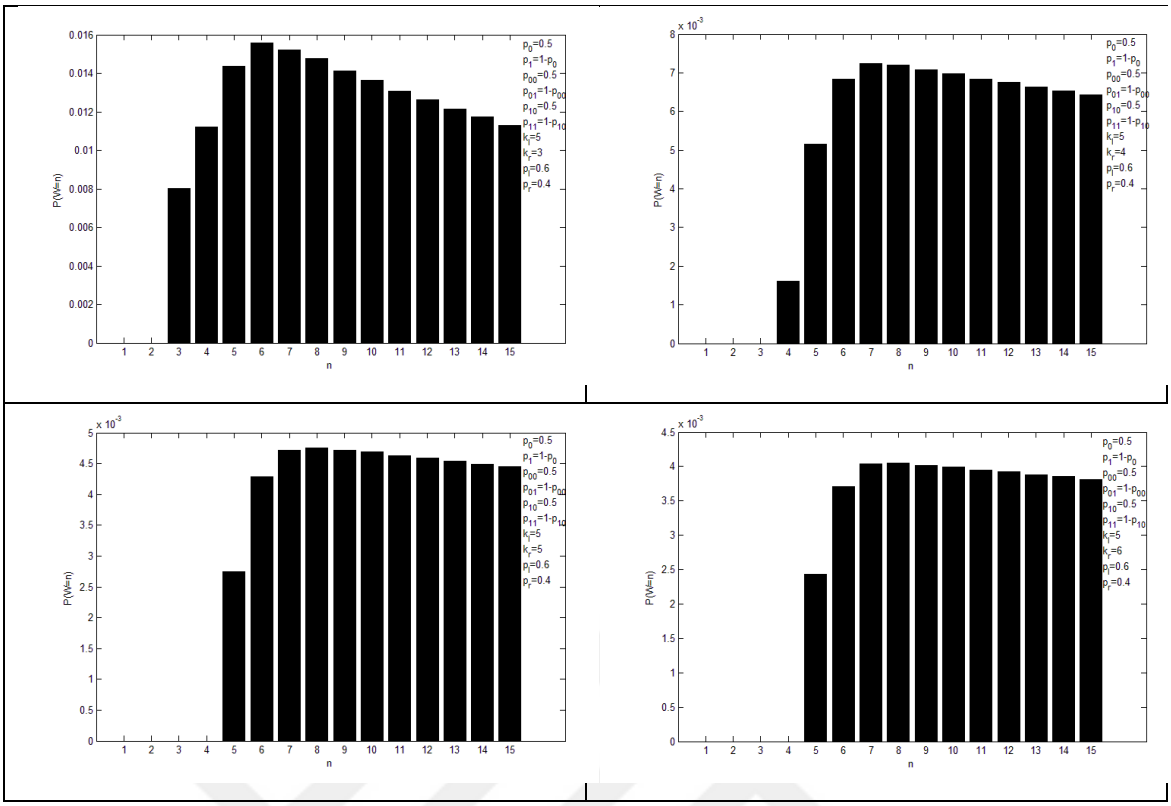
Şekil 32. Tablo 32 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



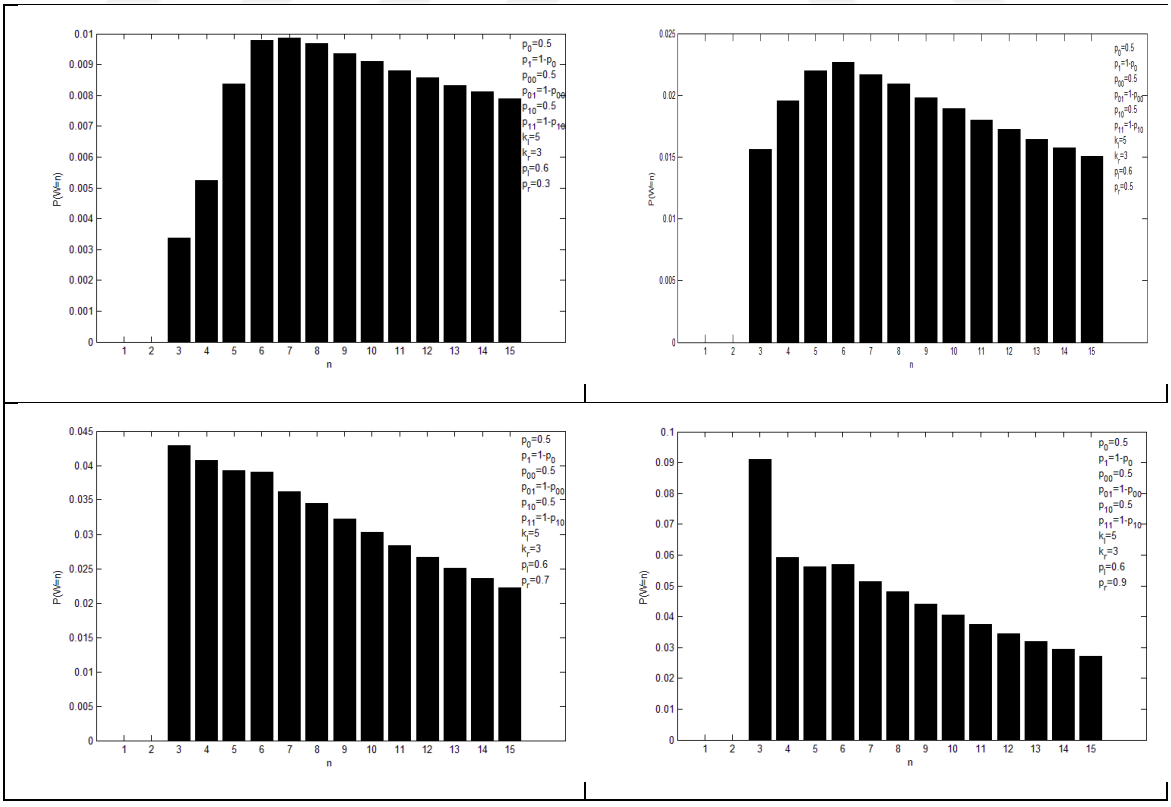
Şekil 33. Tablo 33 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 34. Tablo 34 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 35. Tablo 35 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu



Şekil 36. Tablo 36 deki sonuçlara göre W nun olasılık fonksiyonu

4. GENELLEŞTİRİLMİŞ GEOMETRİK DAĞILIMIN PARAMETELERİNİN ORAN TAHMİNİ

(Eryılmaz ve ark., 2016), de verilen şema bir altında, Bölüm 2.4 de tanımlanan T_{k_1,k_2} rasgele değişkenin yaşam fonksiyonu elde etmiştir. Şema I i açıklamak için denemelerin bir dizisi

1100222010220111

şeklinde olsun. (Eryılmaz ve ark., 2016) ın Şema I e göre ödüllerin dizisi

$$y1, y2, 0, 0, z1, z2, z3, 0, y3, 0, z4, z5, 0, y4, y5, y6$$

şekline olacaktır, burada $y(z)$, $Y(Z)$ nin gözlenen değeridir.

(Eryılmaz ve ark., 2016) daki $\xi_1, \xi_2, \ldots$ bağımsız ve "0,1" ve "2" değerlerini alan bir rasgele değişken dizisi yerine "0" ve "1" değerini alan rasgele değişkenler olsun, burada $p_i = P(\xi_i = 1), i = 1, 2, \ldots$ dir. "1" birinci tip başarıyı, "0" da ikinci tip başarıyı göstermek üzere, k_r ve k_l pozitif tam sayıları için ardışık birinci tip başarılardan elde edilen toplam ödüllerin k_r'yi veya ardışık ikinci tip başarılardan elde edilen toplam ödüllerin k_l'yi aşana kadar yapılan deneme sayısı W_2 olsun. Bu durumda (Eryılmaz ve ark., 2016) da $P(\xi_i = 0) = 0,\ i = 1, 2, \ldots$ alınmıştır.

Bu bölümde, W_2 rasgele değişkenin dağılımın p_J ve p parametrelerinin $p_i = p,\ i = 1, 2, \ldots$ ve $p_l = p_r = p_J$ durumunda oran tahmin edicileri elde edilmiştir. W_2 nin olasılık fonksiyonunun karmaşıklığından dolayı en çok olabilirlik tahmin edicileri yerine oran tahmin edicileri üzerinde durulmuştur. W_2 nin olasılık fonksiyonun aldığı ilk dört değer aşağıda verilmiştir.

W_2 nin "1" değerini alması için mümkün dizilişler

$$1-0$$

olup

$$P(W_2 = 1) = p_1 P(Y_1 \geq k_r) + (1 - p_1) P(Z_1 \geq k_l)$$

dir. W_2 nin "2" değerini alması için mümkün dizilişler

$$01-10-11-00$$

olup

$$
\begin{aligned}
P(W_2=2) = {} & (1-p_1)P(Z_1<k_l)\,p_1P(Y_1\geq k_r) \\
& + p_1P(Y_1<k_r)(1-p_1)P(Z_1\geq k_l) \\
& + p_1P(Y_1<k_r)\,p_2P(Y_1+Y_2\geq k_r) \\
& + (1-p_1)P(Z_1<k_l)(1-p_2)P(Z_1+Z_2\geq k_l)
\end{aligned}
$$

dir. W_2 nin "3" değerini alması için mümkün dizilişler

$$001-011-101-100-110-010-111-000$$

Olup

$$
\begin{aligned}
P(W_2=3) = {} & (1-p_1)P(Z_1<k_l)(1-p_2)P(Z_1+Z_2<k_l)\,p_3P(Y_1\geq k_r) \\
& + (1-p_1)P(Z_1<k_l)\,p_2P(Y_1<k_r)\,p_3P(Y_1+Y_2\geq k_r) \\
& + p_1P(Y_1<k_r)(1-p_2)P(Z_1<k_l)\,p_3P(Y_2\geq k_r) \\
& + p_1P(Y_1<k_r)(1-p_2)P(Z_1<k_l)(1-p_3)P(Z_1+Z_2\geq k_l) \\
& + p_1P(Y_1<k_r)\,p_2P(Y_1+Y_2<k_r)(1-p_3)P(Z_1\geq k_l) \\
& + (1-p_1)P(Z_1<k_l)\,p_2P(Y_1<k_r)(1-p_3)P(Z_2\geq k_l) \\
& + p_1P(Y_1<k_r)\,p_2P(Y_1+Y_2<k_r)\,p_3P(Y_1+Y_2+Y_3\geq k_r) \\
& + (1-p_1)P(Z_1<k_l)(1-p_2)P(Z_1+Z_2<k_l)(1-p_3)P(Z_1+Z_2+Z_3\geq k_l)
\end{aligned}
$$

dir. W_2 nin "4" değerini alması için mümkün dizilişler

$$0001-0011-0111-0101-1011-1101-1001-1110-1100-1000-1010-0100-0010-0110-1111-0000$$

olup

$$
\begin{aligned}
P(W_2=4) = {} & (1-p_1)P(Z_1<k_l)(1-p_2)P(Z_1+Z_2<k_l)(1-p_3)P(Z_1+Z_2+Z_3<k_l)\,p_4P(Y_1\ge k_r)\\
& +(1-p_1)P(Z_1<k_l)(1-p_2)P(Z_1+Z_2<k_l)+p_3P(Y_1\ge k_r)\,p_4P(Y_1+Y_2<k_r)\\
& +(1-p_1)P(Z_1<k_l)\,p_2P(Y_1<k_r)\,p_3P(Y_1+Y_2<k_r)\,p_4P(Y_1+Y_2+Y_3\ge k_r)\\
& +(1-p_1)P(Z_1<k_l)\,p_2P(Y_1<k_r)(1-p_3)P(Z_2<k_l)\,p_4P(Y_2\ge k_r)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)(1-p_2)P(Z_1<k_l)\,p_3P(Y_2<k_r)\,p_4P(Y_2+Y_3\ge k_r)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)\,p_2P(Y_1+Y_2<k_r)(1-p_3)P(Z_1<k_l)\,p_4P(Y_3\ge k_r)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)(1-p_2)P(Z_1<k_l)(1-p_3)P(Z_1+Z_2<k_l)\,p_4P(Y_2\ge k_r)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)\,p_2P(Y_1+Y_2<k_r)\,p_3P(Y_1+Y_2+Y_3<k_r)(1-p_4)P((Z_1\ge k_l)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)\,p_2P(Y_1+Y_2<k_r)(1-p_3)P(Z_1<k_l)(1-p_4)P(Z_1+Z_2\ge k_l)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)(1-p_2)P(Z_1<k_l)(1-p_3)P(Z_1+Z_2<k_l)(1-p_4)P(Z_1+Z_2+Z_3\ge k_l)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)(1-p_2)P(Z_1<k_l)\,p_3P(Y_2<k_r)(1-p_4)P(Z_2\ge k_l)\\
& +(1-p_1)P(Z_1<k_l)\,p_2P(Y_1<k_r)(1-p_3)P(Z_2<k_l)(1-p_4)P(Z_2+Z_3\ge k_l)\\
& +(1-p_1)P(Z_1<k_l)(1-p_2)P(Z_1+Z_2<k_l)\,p_3P(Y_1<k_r)(1-p_4)P(Z_3\ge k_l)\\
& +(1-p_1)P(Z_1<k_l)\,p_2P(Y_1<k_r)\,p_3P(Y_1+Y_2<k_r)(1-p_4)P(Z_2\ge k_l)\\
& +p_1P(Y_1<k_r)\,p_2P(Y_1+Y_2<k_r)\,p_3P(Y_1+Y_2+Y_3<k_r)\,p_4P(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4\ge k_r)\\
& +(1-p_1)P(Z_1<k_l)(1-p_2)P(Z_1+Z_2<k_l)(1-p_3)P(Z_1+Z_2+Z_3<k_l)(1-p_4)P(Z_1+Z_2+Z_3+Z
\end{aligned}
$$

dir.

$Y_1, Y_2, \ldots$ bağımsız ve $i = 1, 2, \ldots$ için $F_i(x) = P\{Y_i \le x\} = 1-(1-p_r)^x$, $x = 1, 2, \ldots$ ve
$Z_1, Z_2, \ldots$ bağımsız ve $i = 1, 2, \ldots.$ için $G_i(x) = P\{Z_i \le x\} = 1-(1-p_l)^x$, $x = 1, 2, \ldots.$

$p_l = p_r = p_J$, $p_i = P(\xi_i = 1) = p$ olmak üzere

$$
\begin{aligned}
&\overline{F}^{(1,1)}(k_R) = \overline{F}^{(2,2)}(k_R) = P(Y_1 \ge k_R) = 1-F_1(k_R-1) = (1-p_J)^{k_R-1},\\
&\overline{G}^{(1,1)}(k_L) = \overline{G}^{(2,2)}(k_L) = P(Z_1 \ge k_L) = 1-G_1(k_L-1) = (1-p_J)^{k_L-1},\\
&\overline{F}_0^{(2,1)}(k_R) = \overline{G}_0^{(2,1)}(k_L) = 0 \text{ ve } P\left(T_{k_L}^{k_R} > 0\right) = 1
\end{aligned}
\qquad (4.1)
$$

yazılabilir. $Y_1 + Y_2$ ve $Z_1 + Z_2$ Negatif Binom dağılımlı olduğundan

$$
\begin{aligned}
&\overline{F}_2^{(1,2)}(k_r) = P(Y_1+Y_2 \ge k_r) = \texttt{nbincdf}(k_r-3, 2, p_J),\\
&\overline{G}_2^{(1,2)}(k_l) = P(Z_1+Z_2 \ge k_l) = \texttt{nbincdf}(k_l-3, 2, p_J),
\end{aligned}
\qquad (4.2)
$$

yazılabilir, burada

$$
\texttt{nbincdf}(a,b,c) = \sum_{i=0}^{a}\binom{b+i-1}{i}c^b(1-c)^i \qquad (4.3)
$$

şeklindedir ve negatif binom dağılımının dağılım fonksiyonudur. Bu olasılıklar Matlab yazılımında `nbincdf` komutuyla hesaplanabilir. Yukarıdaki eşitliklerden

$$\begin{aligned} P(W_2=1) &= p\overline{F}^{(1,1)}(k_r)+(1-p)\overline{G}^{(1,1)}(k_l) \\ &= p(1-p_J)^{k_r-1}+(1-p)(1-p_J)^{k_l-1} \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned} P(W_2=2) = &\left[\overline{F}_1^{(2,2)}(k_r)-\overline{F}_0^{(2,1)}(k_r)\right](1-p)\,p\left(1-\overline{G}^{(1,1)}(k_l)\right)P(W_2>0) \\ &+\left[\overline{F}_2^{(1,2)}(k_r)-\overline{F}_1^{(1,1)}(k_r)\right]p^2 \\ &+\left[\overline{G}_1^{(2,2)}(k_l)-\overline{G}_0^{(2,1)}(k_l)\right]p(1-p)\left(1-\overline{F}^{(1,1)}(k_r)\right)P(W_2>0) \\ &+\left[\overline{G}_2^{(1,2)}(k_l)-\overline{G}_1^{(1,1)}(k_l)\right](1-p)^2 \\ &=(1-p_J)^{k_r-1}(1-p)\,p\left(1-(1-p_J)^{k_l-1}\right) \\ &+\left(1-\texttt{nbincdf}(k_r-3,2,p_J)-(1-p_J)^{k_r-1}\right)p^2 \\ &+(1-p_J)^{k_l-1}\,p(1-p)\left(1-(1-p_J)^{k_r-1}\right) \\ &+\left(1-\texttt{nbincdf}(k_l-3,2,p_J)-(1-p_J)^{k_l-1}\right)(1-p)^2 \end{aligned} \tag{4.5}$$

eşitlikleri yazılabilir.

(Khan ve ark., 1989), kesikli Weibull dağılımının parametreleri için oran tahmin edicilerini önermiştir. Bu bölümde (Khan ve ark., 1989) kullandığı metod W_2 nin dağılım parametrelerini tahmin etmek için kullanılacaktır. $W_2^1, W_2^2, \ldots, W_2^n$ nin dağılımından n birimlik örneklem olsun. $i=1,2,\ldots,n$ için

$$\nu\left(W_2^i\right)=\begin{cases}1, & W_2^i=1\\ 0, & W_2^i>1\end{cases} \tag{4.6}$$

indikatör fonksiyonu tanımlansın. Kolayca görülebilir ki $Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\nu\left(W_2^i\right)$ örneklemdeki "1" lerin oranıdır, burada Y (4.4) in yansız ve tutarlı tahmin edicisidir. Benzer biçimde Z de, örneklemdeki "2" lerin oranı olsun, burada Z, (4.5) in yansız ve tutarlı tahmin edicisidir. Böylece p ve p_J parametrelerinin oran tahmin edicileri

$$p(1-p_J)^{k_r-1}+(1-p)(1-p_J)^{k_l-1}=Y \tag{4.7}$$

$$2\left(p(1-p_J)^{(k_r-1)}-p+0.5\right)(-1+p)(1-p_J)^{(k_l-1)}+(p-2p^2)(1-p_J)^{(k_r-1)}$$
$$-(-1+p)\texttt{nbincdf}(k_l-3,2,p_J)+2p^2-p^2\texttt{nbincdf}(k_r-3,2,p_J)+1-2p=Z \qquad (4.8)$$

eşitliklerin ortak çözümü olarak elde edilir. Eşitlik (4.7) den, p nin oran tahmini

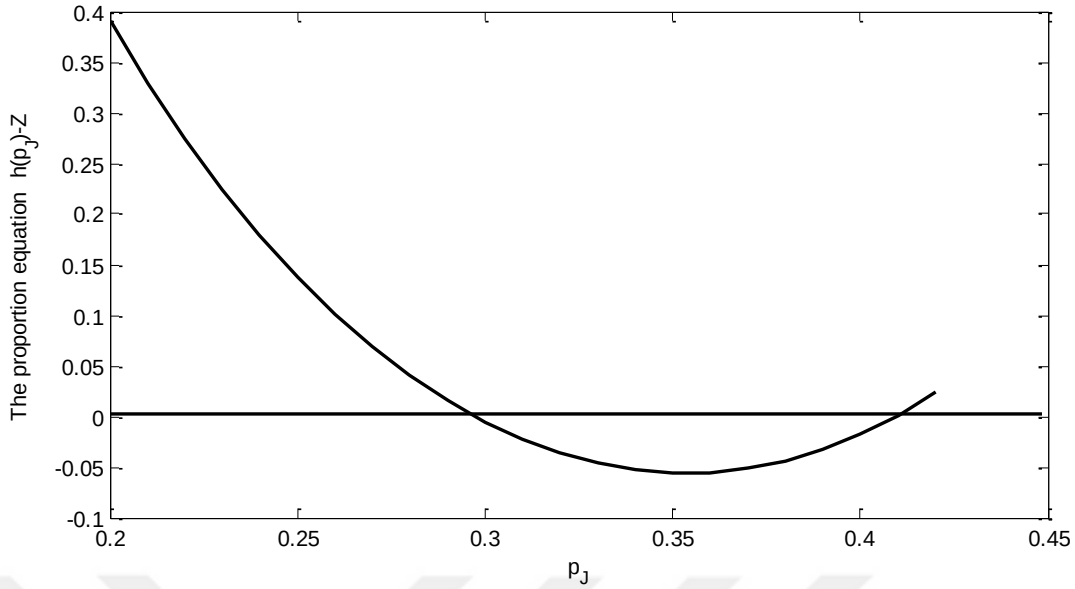
$$\hat{p}=\frac{Y-\left(1-p_J\right)^{k_l-1}}{\left(1-p_J\right)^{k_r-1}-\left(1-p_J\right)^{k_l-1}}. \qquad (4.9)$$

olarak elde edilir. Eşitlik (4.7), (4.8) da yazıldığında, $h\left(p_J\right)-Z=0$ şeklinde bir eşitlik elde edilir. Buradan da Newton-Raphson veya Nelder and Maid metoduyla p_J nin oran tahmini elde edilebilir. h fonksiyonu çok karmaşık olduğundan burada verilmemiştir. H fonskyionu farklı durumlar için çizilmiş olup monoton olmadığı gözlenmiştir. Örneğin $k_R=8$, $k_L=5$, $p_J=0.4$ ve $p=0.3$ için $n=30$ birimlik örneklem aşağıdaki gibi üretilmiştir.

Tablo 37.

x_i	1	2	3	4	5	7	12	Toplam
o_i	3	7	9	3	5	2	1	100

Tablo 37 de x_i gözlem değerini, o_i gözlem değerinin frekansını göstermektedir. (4.7) ve (4.8) denklemleri çözülerek, $\left(p_J,p\right)$ nin oran tahminleri 0.4093 ve 0.2252 olarak bulunmuştur, $h\left(p_J\right)-Z=0$ denkleminin çözümü için p_J nin başlangıç değeri 0.9 alınmıştır. p_J nin başlangıç değeri 0.1 alındığında $\left(p_J,p\right)$ nin oran tahminleri 0.2973 ve 0.9031 olarak bulunmuştur. Üretilen örneklemin geldiği kitleye bakıldığında p_J nin başlangıç değeri 0.9 alındığında mantıklı tahminler elde edilmiştir. Burada şu şekilde bir öneri getirilebilir: Her iki tahmin değerlerine dayalı Ki-Kare uyum iyiği testinin test istatistiği hesaplanır. Küçük Ki-Kare değerini veren tahminler kullanılır. Bu örneklem için $h\left(p_J\right)-Z$ in grafiği Şekil 4.1 de verilmiştir. Şekil. 4.1 den $h\left(p_J\right)-Z=0$ iki kökü olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 4.1 $h(p_J)-Z$ in grafiği

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

(Eryılmaz ve ark., 2016) iki farklı ödül şeması için W nun dağılımlarını bulmuşlardır. Bu tez çalışmasında, (Eryılmaz ve ark., 2016) nın bağımsız denemeler için bulduğu sonuçlar, (Mallor ve Santos, 2003) ödül şeması altında, iki sonuçlu(binary) markov bağımlı denemeler için de elde edilmiştir. Ödül olarak olarak üstel, geometrik ve Bernoulli dağılım durumları ele alınmıştır. (Eryılmaz ve ark., 2016) bağımsız deneme durumunda W nun, ödüllerin özel olarak geometrik dağılımlı olduğunda dağılımını tablolaştırmışlardır(Bu tablo, tezde geometrik ödül durumu ayrıca genişletilmiştir). Bağımsız ve Markov bağımlı denemeler durumunda farklı ödül dağılımları(Üstel, Bernoulli ve Geometrik) için W nun dağılımı elde edilmiştir. Ayrıca iki değer alan dizilerde iki tür ödül olduğu durumlarda tanımlanan W_2 nin dağılımının parametre tahminleri çalışılmıştır.

W istatistiğinin Markov bağımlı denemeler dışında farklı bağımlı denemeler durumunda dağılımı bulunabilir. Geometrik, üstel ve Bernoulli dağılımlı ödüllerin yerine farklı dağılımlar alınıp W nun dağılımının yeni özel durumları elde edilebilir. Oran tahmini konusu yeni dağılımlar için kullanılabilir. Simulasyon çalışmasıyla oran tahmin edicilerin yan, vayrans ve hata kareler ortalaması elde edilebilir. Son olarak simülasyonda kullanılan programlar fatihsahin0644@gmail.com adresinden istenebilir.

KAYNAKLAR

Eryılmaz, S., Gong, M. ve Xie, M., 2016, Generalized sooner waiting time problems in a sequence of trinary trials, *Statistics and Probability Letters*, 115, 70-78.

Eryılmaz, S. ve Demir, S., 2007, Success runs in a sequence of exchangeable binary trials, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 137, 2954-2963.

Eryılmaz, S., 2014, Geometric distribution of order k with a reward, *Statistics and probability Letters*, 92, 53-58.

Koutras, M. V. ve Alexandrou, V. A., 1997, Sooner waıtıng time problems in a sequence of trınary trıals, *Journal Applied Probability*, 34, 593-609.

Mallor, F. ve Santos, J., 2003, Reliability of systems subject to shocks with a stochastic dependence for the damages, *Sociedad de Estadistica e Investigacion Opevativa Test*, 12 (2), 427-444.

Philippou, A. N., Georghiou, C. ve Philippou, G. N., 1983, A generalized geometric distribution and some of its properties, *Statistics and Probability Letters*, 1, 171-175.

Yalçın, F. ve Eryılmaz, S., 2014, q-geometric and q-binomial distributions of order k, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 271, 31-38.

Khan, M.S.A., Khalique, A. ve Abouammoh, A.M, 1989, On estimating parameters in a discrete Weibull distribution, *IEEE Trans. Reliab.*, 38, 348-350.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Ftih ŞAHİN
Uyruğu : T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi : Yeni mahalle/ANKARA-1991
Telefon : 05548532908
e-mail : fatihsahin0644@gmail.com

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	**Rauf Denktaş Liseli**	**2009**
Üniversite	:	**S.Ü. Fen Fakültesi İstatistik Bölümü**	**2013**

YABANCI DİLLER

İngilizce

YAYINLAR

SAHIN Fatih, AKDOGAN Yunus, KUS Coşkun, KINACI İsmail (2014). On the Kolmogorov- Smirnov Test for Normality. 9th International Statistics Day Symposium ISDS 2014 (IGS 2014) (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:3278516)

Kadir KARAKAYA, Yunus AKDOĞAN, Fatih ŞAHİN, İsmail KINACI, Coşkun;KUŞ, 2017. Discrete Time Shock Model with Varying Success Probability. 3rd International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress (IRSYSC-2017) 24-26 May. sf 281.

Fatih ŞAHİN, Coşkun KUŞ, İsmail KINACI, 2017. A New Discrete Distribution based on Markov dependent 0-1 Sequence with Rewards. 3rd International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress (IRSYSC-2017) 24-26 May. sf 309.

Kadir KARAKAYA, Yunus AKDOĞAN, Fatih ŞAHİN, İsmail KINACI, Coşkun KUŞ. Discrete time shock model with varying success probability,Applied Mathematics-A Journal of Chinese Universities,(Hakem Değerlendirmesinde)