Mecánica Computacional Vol. XXII
M. B. Rosales, V. H. Cortínez y D. V. Bambill (Editores)
Bahía Blanca, Argentina, Noviembre 2003.

MODELO PARA COMPUESTOS REFORZADOS CON FIBRAS

Bibiana M. Luccioni*, Sergio Oller**

*CONICET, Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán
Avda Roca 1800, 4000 S.M. de Tucumán, Argentina. TE: 54-(0381)-4364087
e-mail: bluccioni@herrera.unt.edu.ar

**Escuela de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Cataluña,
Campus Norte UPC, Gran Capitán S/N, 08034 Barcelona, España
e-mail: sergio.oller@upc.es

Palabras clave: Compuestos, fibras, modelo constitutivo, plasticidad, elementos finitos

Resumen. *En este trabajo se presenta un modelo general para compuestos reforzados con fibras. El modelo se obtiene de una generalización de la teoría de mezclas clásicas teniendo en cuenta la participación en la deformación y tensión del compuesto de cada una de las componentes en las direcciones principales de las fibras. De esta forma se obtienen las ecuaciones constitutivas de láminas reforzadas por fibras unidireccionales a partir de las respectivas ecuaciones constitutivas de las fibras y de la matriz y de su disposición. Las ecuaciones del compuesto resultan de la combinación de láminas. Cada una de las componentes puede tener un modelo constitutivo elastoplástico anisótropo.*

La construcción del compuesto final a partir de la superposición de subcompuestos con fibras unidireccionales obliga a desarrollar un algoritmo para la obtención de las propiedades elásticas y la integración de las ecuaciones constitutivas. En el trabajo se incluyen los algoritmos numéricos necesarios para la implementación del modelo descripto en un programa de elementos finitos no lineal en 3D. El trabajo se completa con ejemplos de aplicación sencillos en 3D y la comparación de los resultados con resultados experimentales y obtenidos con otras teorías, que muestran la capacidad del modelo propuesto. En particular, se ilustra la variación de las propiedades elásticas con la orientación de las fibras según distintas teorías y el efecto de las deformaciones permanentes de la matriz en el comportamiento del compuesto.

1 INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, los materiales compuestos han reemplazado progresivamente a los materiales tradicionales en una amplia variedad de aplicaciones. En el diseño de materiales compuestos es importante evaluar su rigidez y resistencia. Se han propuesto numerosos formalismos para predecir el comportamiento de materiales reforzados con fibras largas.

El modelo de fibra/matriz de un cilindro combinado es un modelo clásico y simple para predecir el módulo efectivo de un compuesto reforzado con fibras unidimensionales. Sin embargo, las predicciones teóricas con este modelo muestran una corcondancia razonable en el módulo elástico longitudinal, no así en el módulo elástico transversal, debido a que no puede tener en cuenta la relación de aspecto de la sección transversal de las fibras[1]. El método de Mori-Tanaka[2] ha tenido muchas aplicaciones debido a que puede considerar diversas formas de inclusiones. Otros métodos son los modelos de inclusión/matriz que dan predicciones ajustadas para tipos extremos de inclusiones y reproducen ajustadamente el comportamiento de los compuestos cuando la proporción de fibras se acerca a la unidad.

También existen en la literatura muchos trabajos enfocados en el estudio de la resistencia de compuestos reforzados con fibras. Recientemente se organizó un ejercicio de falla para comparó la capacidad predictiva de un gran número de teorías actualmente en uso[3]. Se reconoció que la mayoría de las teorías han sido desarrolladas fenomenológicamente y tratan a los compuestos como materiales homogéneos anisótropos. En general, para determinar los coeficientes de resistencia de un compuesto particular, se requieren ensayos experimentales extensos, incluyendo, en muchos casos, ensayos biaxiales que resultan caros y difíciles de realizar. Otro problema que presentan estos modelos es que normalmente no son capaces de predecir el modo de falla. En otras palabras, no son capaces de identificar cuál es el componente que falla y cuál es el estado tensional de cada componente cuando falla el compuesto. Los mecanismos de falla micromecánicos son importantes desde el punto de vista del diseñador. Para elegir un compuesto existente o diseñar un nuevo compuesto, es necesario conocer la relación cuantitativa entre la falla del compuesto y las resistencias de cada uno de los materiales constituyentes y su disposición geométrica.

Se han hecho varios intentos para reproducir micromecánicamente la falla de compuestos reforzados con fibras. En general, las teorías desarrolladas son muy complicadas, sólo logran reproducir algunos aspectos del comportamiento en la dirección longitudinal de las fibras o son válidas únicamente para compuestos en los que la rigidez y resistencia de las fibras son significativamente mayores que las de la matriz[4].

En este trabajo se presenta un modelo para compuestos adecuado para el tratamiento de compuestos reforzados con fibras largas y compuestos formados por láminas El mismo está basado en un análisis micromecánico simple que permite obtener las deformaciones de las componentes a partir de la del compuesto. Cada componente puede tener un modelo constitutivo elastoplástico anisótropo cualquiera. El modelo permite conocer la rigidez del compuesto a partir de la de las componentes, su proporción y disposición. También es posible obtener la respuesta no lineal del compuesto bajo condiciones de carga triaxiales

cualesquiera como así también conocer el modo de falla y las tensiones en cada una de las componentes.

Para modelar un compuesto formado por láminas con fibras unidireccionales en distintas direcciones, se puede partir del mismo modelo base y construir el laminado como un compuesto cuyas componentes son, a su vez, materiales compuestos. Este tipo de análisis puede ser utilizado también para simular el comportamiento de perfiles de pultrusión.

2 DESARROLLO DEL MODELO

2.1 Ecuaciones constitutivas de las componentes

Se propone una forma alternativa de expresar las ecuaciones constitutivas elastoplásticas de las componentes que luego permite encontrar el comportamiento del compuesto en forma sencilla, haciendo hipótesis similares a la de teoría de mezclas clásicas[5].

Se acepta que en el compuesto analizado el material puede trabajar en serie o en paralelo en correspondencia con cada una de las componentes de tensión (o deformación). Se ordena las componentes de tensión y de deformación de manera de tener un tensor en el que están aquellas componentes de tensión y deformación que luego serán comunes en el compuesto y en otro tensor aquellas componentes de tensión o deformación que serán el resultado de la superposición de las de todas las componentes multiplicadas por sus respectivas participaciones de volumen[6].

Se definen, para ello, los siguientes tensores:

$$\begin{aligned} \alpha^{\sigma}_{ijkl} &= \delta_{ir}\delta_{js}\delta_{kr}\delta_{ls}H(p_{rs}) \\ \alpha^{\varepsilon}_{ijkl} &= \delta_{ik}\delta_{jl} - \alpha^{\sigma}_{ijkl} \end{aligned} \tag{1}$$

H: función escalón

$$p_{rs} = \begin{cases} 1 \text{ si la componente rs trabaja en paralelo} \\ 0 \text{ si la componente rs trabaja en serie} \end{cases}$$

Lo que sigue se escribe en forma compacta. En primer lugar, por cuestiones de simplicidad de la formulación, se trabaja sólo con la deformación elástica. Las componentes de tensión y de deformación elásticas se reordenan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sigma^{e*} &= \alpha^{\sigma} : \sigma + \alpha^{\varepsilon} : \varepsilon^{e} & \qquad \sigma &= \alpha^{\sigma} : \sigma^{e*} + \alpha^{\varepsilon} : \varepsilon^{*e} \\ \varepsilon^{e*} &= \alpha^{\varepsilon} : \sigma + \alpha^{\sigma} : \varepsilon^{e} \quad \text{y también vale que} & \varepsilon^{e} &= \alpha^{\varepsilon} : \sigma^{*} + \alpha^{\sigma} : \varepsilon^{e*} \end{aligned} \tag{2}$$

El tensor σ^{*e} es tal que, referido direcciones locales del material (fibra, lámina, etc.) tiene componentes de tensión en correspondencia con aquellas direcciones en las que trabaja en paralelo y deformaciones elásticas en aquellas direcciones en las que trabaja en serie.

De manera análoga el tensor ε^{*e} es tal que, referido direcciones locales del material (fibra, lámina, etc.), tiene componentes de deformaciones elásticas en correspondencia con aquellas direcciones en las que trabaja en paralelo y tensión en aquellas direcciones en las que trabaja

en serie.

Combinando las ecuaciones (2a) y (2b) se puede llegar a la siguiente relación constitutiva elástica:

$$\sigma^{e*} = C^* : \varepsilon^{e*} \tag{4}$$

Donde:

$$C^* = \left(\alpha^\sigma : C + \alpha^\varepsilon\right) : \left(\alpha^\varepsilon : C + \alpha^\sigma\right)^{-1} \tag{5}$$

Si se define:

$$\sigma^* = \sigma^{e*} + \alpha^\varepsilon : \varepsilon^p \qquad \text{y} \qquad \varepsilon^* = \varepsilon^{e*} + \alpha^\sigma : \varepsilon^p \tag{6}$$

El tensor σ^* es tal que, referido direcciones locales del material (fibra, lámina, etc.) tiene componentes de tensión en correspondencia con aquellas direcciones en las que trabaja en paralelo y deformaciones totales en aquellas direcciones en las que trabaja en serie.

De manera análoga el tensor ε^* es tal que, referido direcciones locales del material (fibra, lámina, etc.), tiene componentes de deformaciones totales en correspondencia con aquellas direcciones en las que trabaja en paralelo y tensión en aquellas direcciones en las que trabaja en serie.

Se verifica también que:

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \alpha^\sigma : \sigma + \alpha^\varepsilon : \varepsilon & \qquad \sigma &= \alpha^\sigma : \sigma^* + \alpha^\varepsilon : \varepsilon^* \\ \varepsilon^* &= \alpha^\varepsilon : \sigma + \alpha^\sigma : \varepsilon & \text{y también vale que} \qquad \varepsilon &= \alpha^\varepsilon : \sigma^* + \alpha^\sigma : \varepsilon^* \end{aligned} \tag{7}$$

De manera análoga a la ecuación (4) se puede escribir:

$$\sigma^* = C^* : \varepsilon^* - \sigma^{p*} \tag{8}$$

Donde:

$$\sigma^{p*} = \left(C^* : \alpha^\sigma - \alpha^\varepsilon\right) : \varepsilon^p \tag{9}$$

La energía libre se expresa como:

$$\Psi = \Psi^e\left(\varepsilon^e\right) + \Psi^p \tag{10}$$

Donde la energía libre elástica se puede escribir:

$$\begin{aligned} &\Psi^{*e}\left(\varepsilon^{*e}\right) = \overline{\Psi}^{*e}\left(\sigma^{*e}\right) = \Psi^e\left(\varepsilon^e\right) = \overline{\Psi}^e\left(\sigma\right) \\ &\Psi^{*e}\left(\varepsilon^e\right) = \frac{1}{2}\varepsilon^{*e} : C^* : \varepsilon^{*e} = \frac{1}{2}\sigma^{*e} : \varepsilon^{*e} = \frac{1}{2}\sigma^{*e} : C^{*e-1} : \sigma^{*e} = \overline{\Psi}^{*e}\left(\varepsilon^e\right) \end{aligned} \tag{11}$$

De donde se puede probar que:

$$\sigma^{e*} = \frac{\partial \Psi^{*e}}{\partial \varepsilon^{*e}} \tag{12}$$

2.2 Ecuación constitutiva del compuesto

En primer lugar, se analiza un compuesto simple formado por n components en las que tensores α^{σ} y α^{ε} son idénticos. En ese compuesto se verifica que:

$$\varepsilon_c^* = \varepsilon^* \tag{13}$$

Donde c indica una componente cualquiera.

Si se designa con k_c la proporción de volumen de una componente genérica, la energía libre por unidad de volumen del compuesto se puede escribir como:

$$\Psi = \Psi^* = \Psi^e + \Psi^p = \sum k_c \Psi_c = \sum k_c \left(\Psi_c^e + \Psi_c^p\right) = \sum k_c \left(\Psi_c^{*e} + \Psi_c^{*p}\right) \tag{14}$$

Y resulta:

$$\sigma^{e*} = \frac{\partial \Psi^{*e}}{\partial \varepsilon^{*e}} = \sum k_c \frac{\partial \Psi_c^{*e}}{\partial \varepsilon_c^{e*}} = \sum k_c \sigma_c^{e*} = \sum k_c C_c^* : \varepsilon_c^{e*} = \sum k_c C_c^* : (\varepsilon_c^* - \alpha^{\sigma} : \varepsilon_c^p) \tag{15}$$

Si se admite, además, que, en aquellas componentes que trabajan en serie, la deformación plástica del compuesto es la suma de las deformaciones plásticas de las componentes multiplicadas por sus respectivas participaciones de volumen, resulta:

$$\sigma^* = C^* : \varepsilon^* - \sigma^{p*} \tag{16}$$

Con:

$$C^* = \sum k_c C_c^* \qquad \sigma^{p*} = \sum k_c \left(C_c^* : \alpha^{\sigma} - \alpha^{\varepsilon}\right) : \varepsilon_c^p \tag{17}$$

Utilizando las ecuaciones (7) se puede calcular la tensión como:

$$\sigma = C : \varepsilon - \sigma^p \tag{18}$$

Donde:

$$C = \left(\alpha^{\sigma} : C^* + \alpha^{\varepsilon}\right) : \left(\alpha^{\varepsilon} : C^* + \alpha^{\sigma}\right)^{-1}; \quad \sigma^p = -C : \alpha^{\varepsilon} : \sigma^{p*} + \alpha^{\sigma} : \sigma^{p*} = \left(\alpha^{\sigma} - C : \alpha^{\varepsilon}\right) : \sigma^{p*} \tag{19}$$

2.3 Deformación de las componentes en términos de la deformación del compuesto

A los efectos de la implementación numérica en un programa de elementos finitos, resulta conveniente encontrar una relación entre la deformación de cada una de las componentes y la deformación del compuesto. De esta manera, una vez obtenida la deformación de cada componente, se puede integrar independientemente las ecuaciones constitutivas correspondientes y llevar cuenta de los estados tensionales a nivel micromecánico.

Partiendo de la condición (13) y las ecuaciones (7) se puede escribir:

$$\varepsilon_c = \phi_c : \varepsilon + \tilde{\varepsilon}_c^p \tag{20}$$

Donde:

$$\phi_c = \left(\alpha^\varepsilon : C_c^* + \alpha^\sigma\right) : \left(\alpha^\varepsilon : C^* + \alpha^\sigma\right)^{-1} \; ; \; \tilde{\varepsilon}_c^p = \phi_c : \alpha^\varepsilon : \sigma^{*P} - \alpha^\varepsilon : \sigma_c^{*P} \tag{21}$$

2.4 Tensor elastoplástico tangente

El tensor elastoplástico tangente se obtiene derivando la ecuación (18)

$$\dot{\sigma} = C : \dot{\varepsilon} - \dot{\sigma}^p = C^T : \dot{\varepsilon} \tag{22}$$

Donde $C^T = C - \left(\alpha^\sigma - C : \alpha^\varepsilon\right) : \sum k_c \left(C_c^* : \alpha^\sigma - \alpha^\varepsilon\right) : \left(I - C_c^{-1} : C_c^T\right) : \phi_c$ (23)

y C_c^T es el tensor elastoplástico tangente de la componente c.

2.5 Sistema de referencia

Todas las ecuaciones anteriores valen en el sistema de referencia local del compuesto. Para un sistema de referencia cualquiera se deben rotar los tensores correspondientes.

2.6 Compuesto laminado

La ecuación constitutiva de un compuesto laminado o de un material compuesto con estructura compleja, donde los tensores α^σ *y* α^ε no son iguales en todas las componentes, puede obtenerse en etapas. Se descompone el compuesto en subcompuestos más simples, para los cuales se puede encontrar la ecuación constitutiva de la manera descripta, y luego se halla la ecuación del compuesto, componiendo los subcompuestos de manera similar.

Para obtener las deformaciones de las componentes, se encuentra en primer lugar la de las subcompuestos y luego, a partir de ellas, las de las componentes mismas.

3 IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

El modelo de compuestos presentado puede ser implementado en un programa de elementos finitos no lineal mediante un algoritmo iterativo como el que se describe en la Figura 1. Para obtener las deformaciones de cada una de las componentes se requieren conocer las deformaciones plásticas de todas ellas. Esto lleva a que el problema deba ser resuelto en forma iterativa.

4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

4.1 Introducción

Se presenta una serie de ejemplos de aplicación del modelo desarrollado que permiten comparar los resultados del mismo con los obtenidos con otras teorías y experimentalmente.

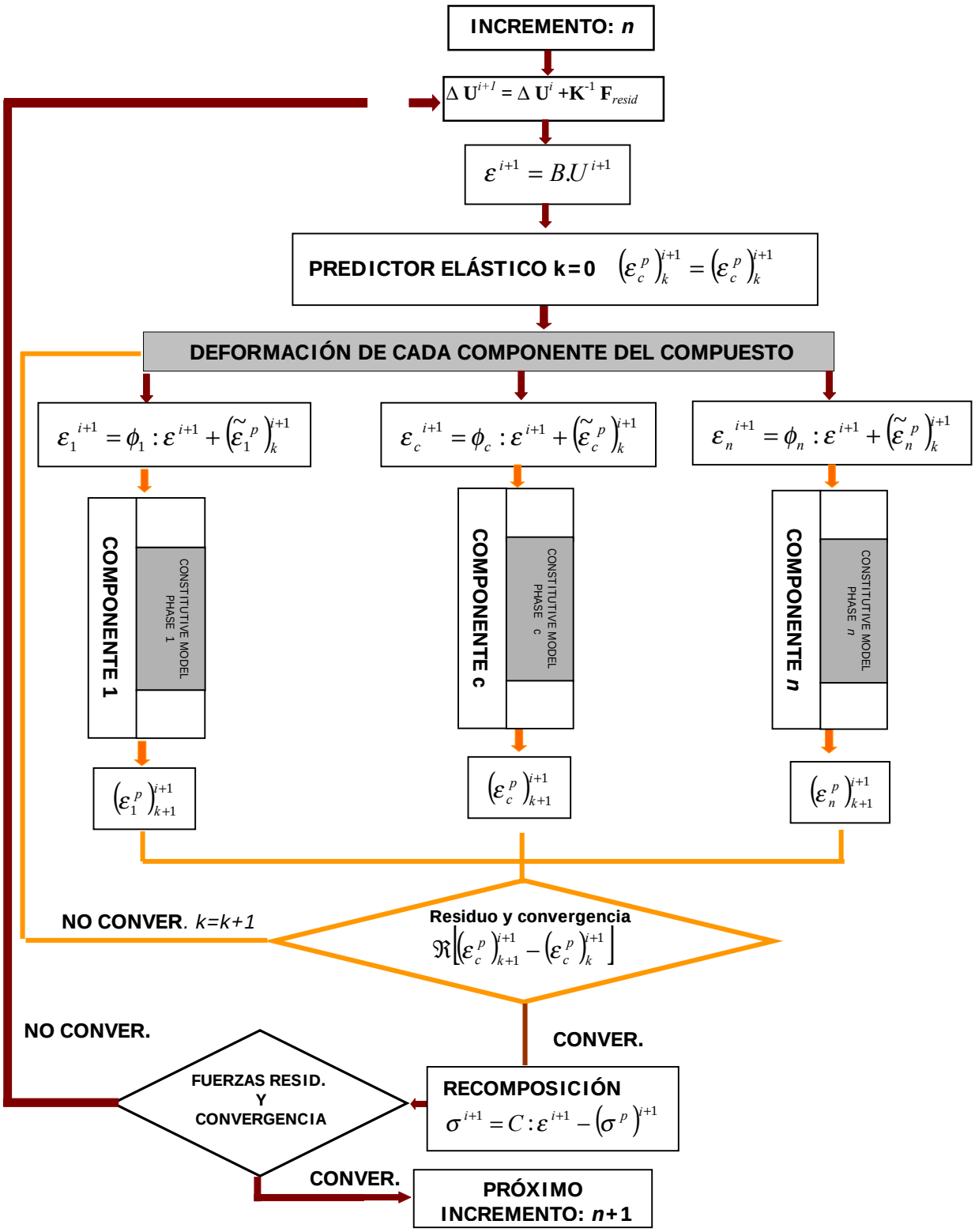


Figura 1 : Esquema de solución de un problema no lineal en el compuesto

Todos los resultados corresponden a compuestos reforzados con fibras unidireccionales como el que se esquematiza en la Figura 2 en la que se indican además los ejes locales de referencia. En este tipo de compuestos, las componentes trabajan en paralelo en la dirección longitudinal de las fibras (igual deformación de todas las componentes) y en serie en la dirección transversal (igual tensión de todas las componentes). La forma de resistir el corte no es tan clara a simple vista. Se mostrará, más adelante, que depende, entre otros factores, de la forma de la sección transversal de las fibras. Para el caso que todas las componentes tengan la misma tensión tangencial, los tensores α^{σ} y α^{ε} pueden escribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\alpha^{\sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \alpha^{\varepsilon} = I - \alpha^{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{24}$$

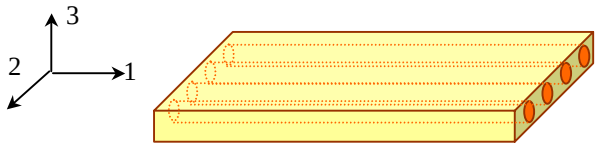


Figura 2 : Esquema de un compuesto con fibras unidireccionales

En este caso el compuesto está formado por dos componentes: matriz y fibra, se indican con los subíndices *m* y *f* respectivamente.

4.2 Propiedades elásticas de un compuesto de fibras de vidrio con resina poliéster

En la Figura 3 se ilustra la variación de los módulos elásticos longitudinal y transversal de un compuesto con fibras unidireccionales de vidrio y resina poliéster[7] en función del volumen de fibras. Se considera que tanto la matriz como las fibras son isótropas con las siguientes propiedades elásticas: $E_f = 76\,\text{GPa}$; $\nu_f = 0.25$; $E_m = 3.5\,\text{GPa}$; $\nu_m = 0.37$

En la Figura 4 se muestra la variación del módulo elástico con la orientación del compuesto. En todos los casos se comparan los resultados con los obtenidos con otras teorías[7], observándose una buena concordancia.

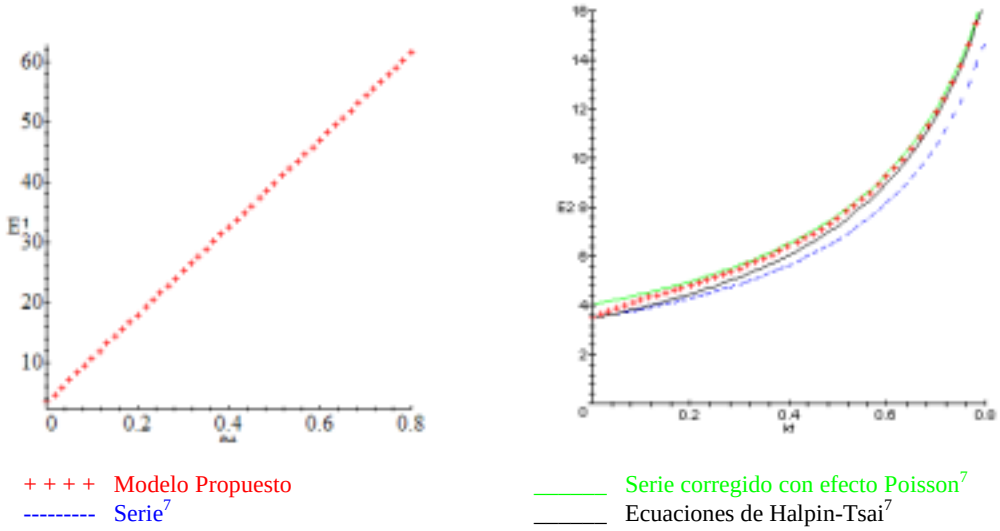


Figura 3 : Variación de las propiedades elásticas con el volumen relativo de fibras
a) Módulo elástico longitudinal E_1, b) Módulo elástico transversal E_2

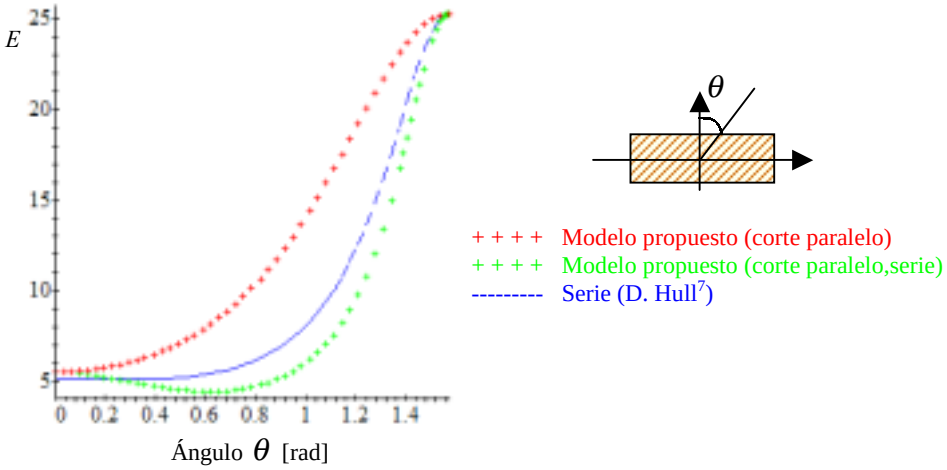


Figura 4 : Variación del módulo elástico con la orientación de las fibras (k_f=0.3)

4.3 Propiedades elásticas de un compuesto de fibras de vidrio con resina epoxy

En este ejemplo se estudia un compuesto con fibras de vidrio y resina epoxy . Las propiedades elásticas de la matriz y de las fibras son las siguientes:

$$E_f = 73.1\,\text{GPa} \;;\; \nu_f = 0.22 \;;\; E_m = 3.45\,\text{GPa} \;;\; \nu_m = 0.35$$

La Figura 5 ilustra la variación del módulo elástico longitudinal en la dirección transversal a las fibras obtenida con el modelo considerando un comportamiento en serie en la dirección 2 y una combinación en serie de dos subcompuestos, uno en serie y otro en

paralelo. En la misma figura se han representado los resultados experimentales obtenidos por Tsai y Hang[8] y las curvas correspondientes a los modelos propuestos por Huang[4] y Chamis. Puede verse que, en este caso en que las fibras son isótropas, el modelo propuesto aproxima mejor los resultados experimentales si se considera que las componentes trabajan en una combinación paralelo/serie en la dirección 2.

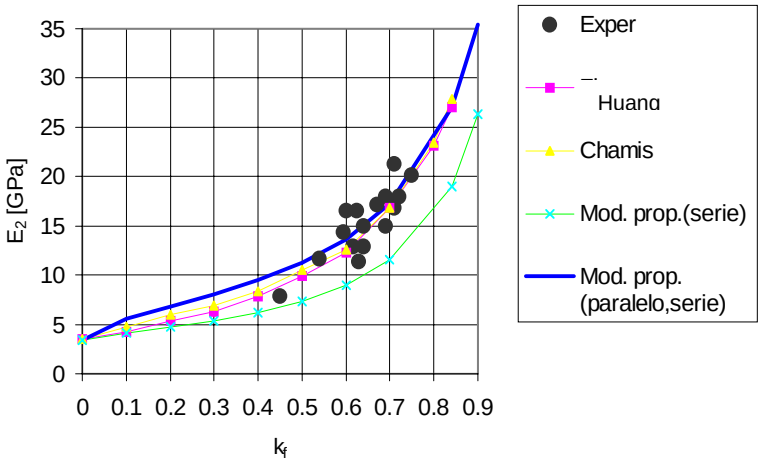


Figura 5 : Variación del módulo elástico E_2 con la proporción de fibras

4.4 Módulo elástico transversal para distintas secciones transversales de fibras

En este punto se estudia la variación del módulo elástico transversal G_{12} con la proporción de fibras para un compuesto con fibras de vidrio y resina epoxy[1] con las siguientes propiedades elásticas:

$$E_f = 72.4\,\text{GPa}\,;\ \nu_f = 0.2\,;\ G_f = 30.2\text{GPa}\,;\ E_m = 2.76\,\text{GPa}\,;\ \nu_m = 0.35\,;\ G_m = 1.02\text{GPa}$$

La Figura 6 ilustra la variación del módulo elástico transversal en función del volumen de fibras obtenida con el modelo considerando un comportamiento en serie, en paralelo y una combinación en serie de dos subcompuestos, uno en serie y otro en paralelo, en correspondencia con la componente de corte *1-2*. En la misma figura se han representado los resultados obtenidos por Jiang y Cheung[1] con un modelo de inclusiones elásticas elípticas con distintas relaciones de aspecto. Se puede ver que la idealización de comportamiento en paralelo da lugar a una curva muy cercana a la correspondiente a fibras de sección transversal muy aplanada (*l=0.000001*), mientras que la combinación serie/paralelo aproxima bien el caso de fibras con sección circular (*l=1*)

4.5 Propiedades elásticas de un compuesto de fibras de carbono con resina epoxy

En este punto se estudian las propiedades elásticas de un compuesto de resina epoxy con fibras de carbono con las siguientes constantes elásticas:

$E_{1f} = 232\,\text{GPa}$; $E_{2f} = 15\text{GPa}$; $\nu_{12f} = 0.279$; $\nu_{23f} = 0.49$; $G_{12f} = 30.2\text{GPa}$;
$E_m = 5.35\,\text{GPa}$; $\nu_m = 0.22$

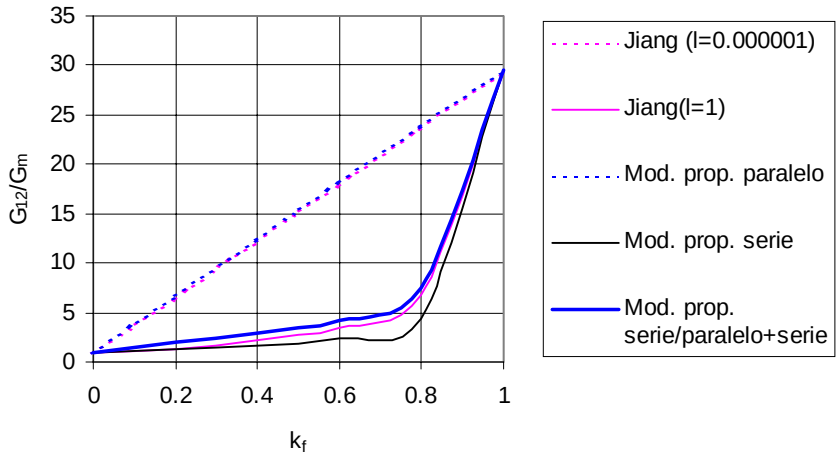


Figura 6 : Variación del módulo elástico transversal G_{12} con la proporción de fibras

En las Figuras 7 se muestra la variación de los módulos elásticos E_1 y E_2, los módulos elásticos transversales G_{12} y G_{23} y el coeficiente de Poisson ν_{23} en función del volumen de fibras. En las mismas figuras se ilustran los resultados experimentales obtenidos por Kriz y Stinchcomb[9] y los obtenidos analíticamente por Huang[4]. En todos los casos se puede ver una buena concordancia entre el modelo propuesto y los resultados experimentales. Debe destacarse que en este caso, en que las fibras se consideran ortótropas, el módulo elástico E_2 puede estimarse bien con la hipótesis de comportamiento en serie en la dirección 2. Para los módulos elásticos transversales G_{12} y G_{23} , en cambio, la combinación serie/paralelo es la que conduce a resultados más próximos a los experimentales.

4.6 Resistencia y comportamiento no lineal de un compuesto con fibras

En este punto se estudia el comportamiento no lineal de un compuesto con fibras de SiC y matriz, con las siguientes propiedades mecánicas:

Fibras elásticas/frágiles : $E_f = 400\text{GPa}$; $\nu_f = 0.25$; $\sigma_f^u = 1000\text{MPa}$;

Matriz elastoplástica : $E_m = 106\,\text{GPa}$; $E_m^T = 7.6GPa$; $\sigma_m^y = 850\text{MPa}$; $\sigma_m^u = 1000\text{MPa}$; $\nu_m = 0.33$

La Figura 8 muestra el comportamiento tensión-deformación en la dirección longitudinal de las fibras para dos compuestos con distintas proporciones de fibras. Los resultados se comparan con los obtenidos experimentalmente por Gundel[10] y analíticamente por Huang[4]. En la Figura 9 se muestra la variación de la resistencia a tracción del compuesto con la proporción de fibras. Se observa, en todos los casos, una buena aproximación de los resultados experimentales.

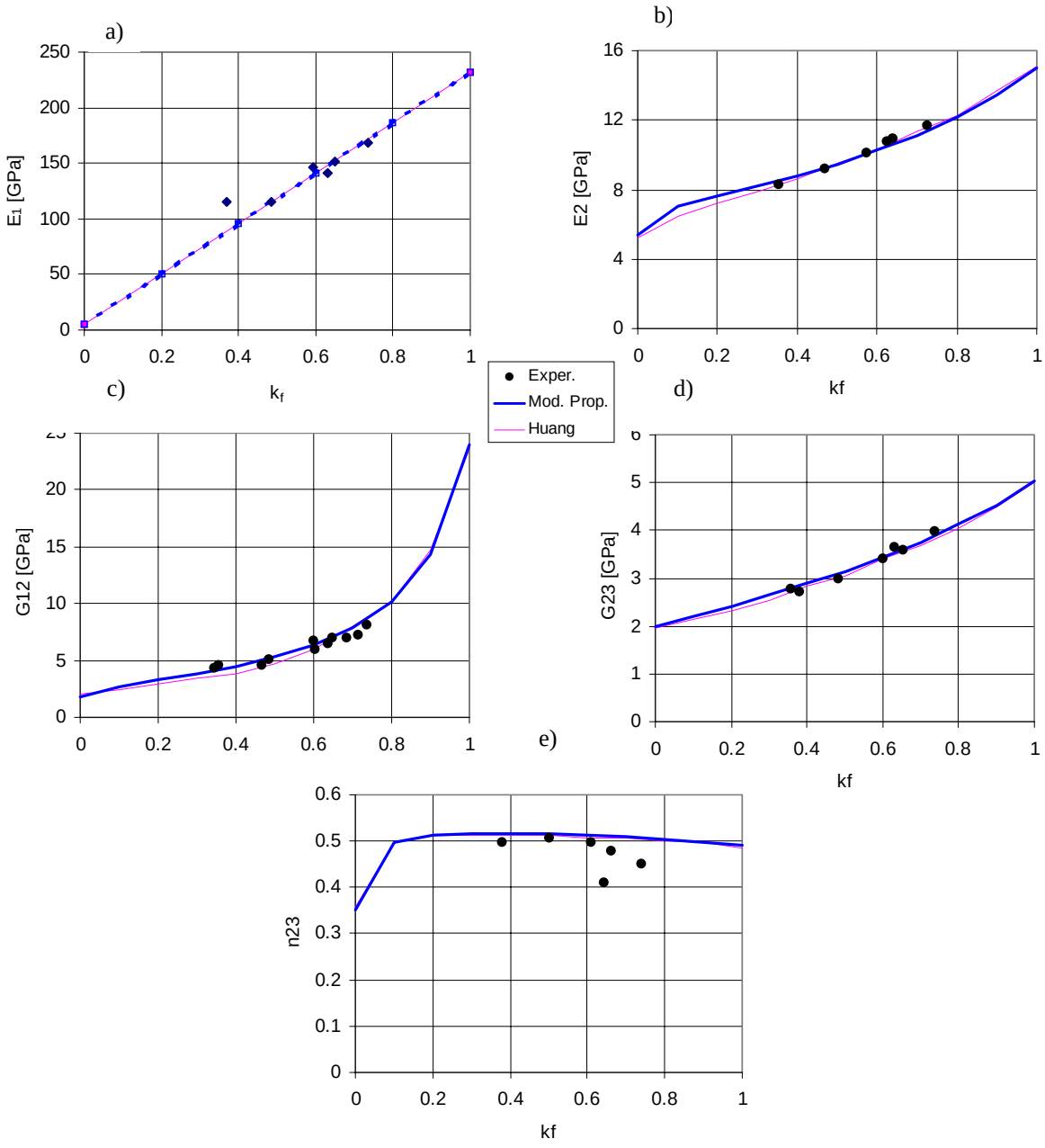


Figura 7 : Variación de las propiedades elásticas del compuesto con la proporción de fibras a) E_1 , b) E_2, c) G_{12}, d) G_{23} ,e)ν_{23}

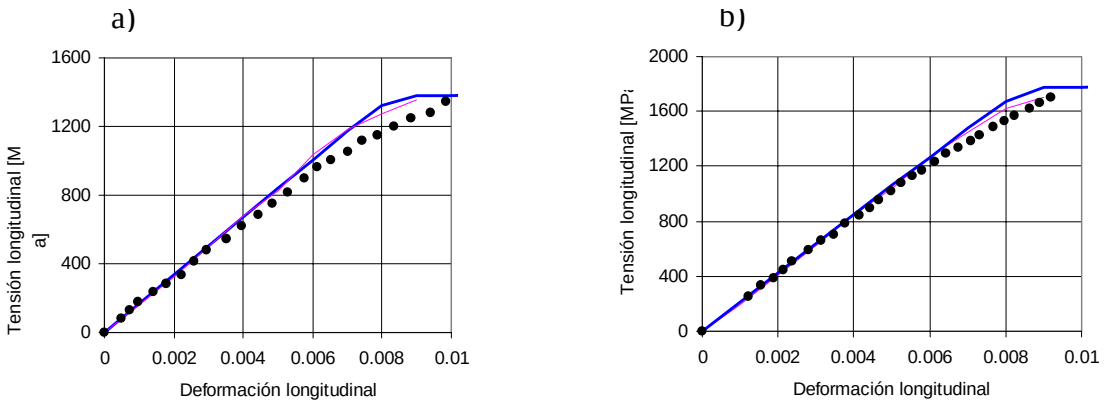


Figura 8 : Respuesta tensión-deformación en la dirección de las fibras
a) k_f=0.20, b) k_f=0.35

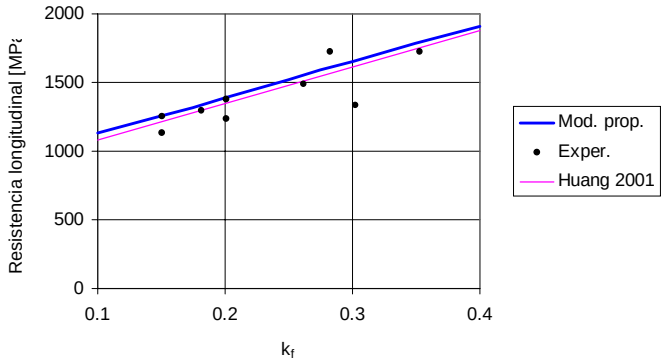


Figura 9 : Variación de la resistencia a tracción con la proporción de fibras

4.7 Variación de la resistencia con la orientación de las fibras

En este ejemplo, se estudia un compuesto con fibras de grafito y matriz poliamida. A continuación se resumen la propiedades utilizadas para la matriz y las fibras.

$$\text{Fibras elásticas/frágiles}: E_{1f} = 222\text{GPa}\ ;\ E_{2f} = 29.5\text{GPa}\ ;\ \nu_{12f} = 0.33\ ;\ \nu_{23f} = 0.73$$

$$G_{12f} = 24.1\text{GPa}\ \ ;\ \sigma_f^u = 2530\text{MPa}$$

$$\text{Matriz elastoplástica (criterio de Rankine)}: E_m = 3.1\,\text{GPa}\ ;\ E_m^T = 380\text{MPa}\ ;\ \nu_m = 0.39$$

$$\sigma_m^y = 20\text{MPa}\ ;\ \sigma_m^u = 34.5\text{MPa}$$

En la Figura 10 se representa la variación de la resistencia a tracción con la orientación de las fibras respecto de la tensión aplicada obtenida con el modelo propuesto y se compara con los resultados experimentales obtenidos por Pindera[11] y los resultados analíticos de Huang[4], observándose una buena aproximación. Debe notarse que, salvo en la dirección longitudinal,

donde el compuesto falla por la falla de las fibras, para otras inclinaciones, la falla es producida por la rotura de la matriz.

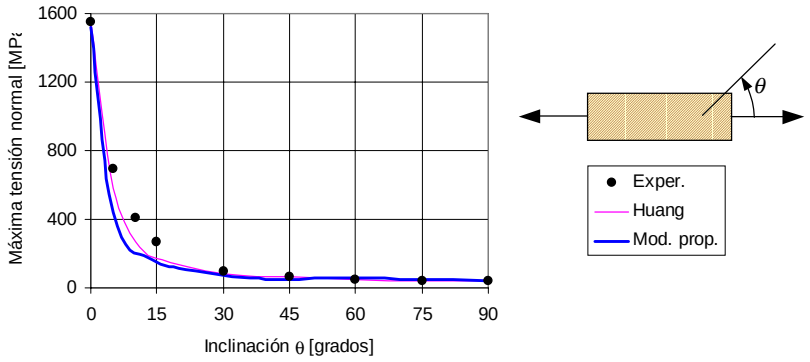


Figura 10: Variación de la resistencia a tracción con la orientación de fibras

4.8 **Envolvente de falla para un compuesto con fibras**

En la Figura 11 se presenta la envolvente de falla obtenida con el modelo propuesto para un compuesto con fibras de grafito y matriz epoxy. Las propiedades mecánicas utilizadas para los componentes se resumen a continuación

Fibras elásticas: $E_{1f} = 213.7\text{GPa}$; $E_{2f} = 13.8\text{GPa}$; $\nu_{12f} = 0.2$; $\nu_{23f} = 0.25$; $G_{12f} = 13.8\text{GPa}$

Matriz elastoplástica (criterio de Rankine): $E_m = 3.45\,\text{GPa}$; $\nu_m = 0.39$; $\sigma_m^u = 48.75\text{MPa}$

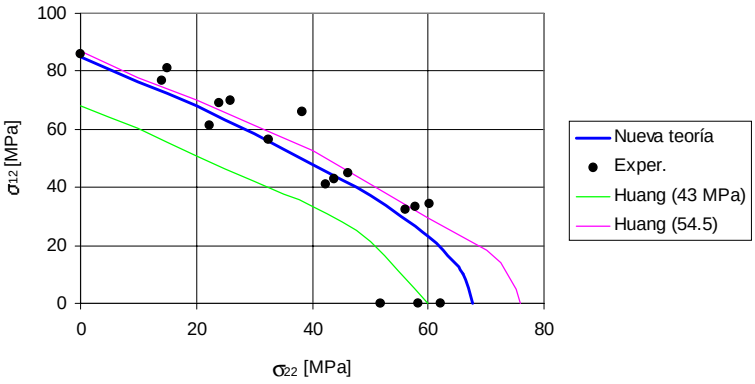


Figura 11 : Envolvente falla (k_f=0.66)

En la Figura 11 se representan además los resultados obtenidos experimentalmente por Awrbuch y Hahn[12] y las curvas obtenidas analíticamente por Huang para dos valores de la resistencia última de la matriz: $\sigma_m^u = 45\text{MPa}$ y $\sigma_m^u = 54.5\text{MPa}$. Puede observarse que, a diferencia del modelo analítico de Huang[4], el modelo propuesto ajusta razonablemente los resultados experimentales tomando una resistencia promedio ($\sigma_m^u = 48.75\text{MPa}$) para la matriz.

5 CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo para materiales compuestos que parte de una idealización simple del comportamiento micromecánico. El mismo permite obtener el comportamiento de un material compuesto a partir de los modelos constitutivos de las componentes, su disposición y proporción en el compuesto. El modelo resultante describe la falla del compuesto teniendo en cuenta lo que ocurre en cada componente, por lo que permite identificar el modo de falla.

Los ejemplos desarrollados muestran que el modelo reproduce adecuadamente el comportamiento de materiales compuestos con fibras unidireccionales. Los resultados son prácticamente coincidente con algunos modelos analíticos desarrollados para el comportamiento elástico. A diferencia de aquellos, el modelo desarrollado es de fácil implementación en un programa de elementos finitos no lineal y permite obtener en forma relativamente sencilla la respuesta no lineal del compuesto.

6 REFERENCIAS

[1] C.P. Jiang, Y.K. Cheung, "A fiber/matrix/composite model with a combined confocal elliptical cylinder unit cell for predicting effective longitudinal shear modulus", *Int. J. of Solids and Structures,* **35**, 30, 3977-3987 (1998).

[2] Y.H. Zhao, G.H. Weng, "Effective elastic moduli of ribbon reinforced composites, *ASME Journal of Applied Mechanics*, **57**, 156-167 (1990).

[3] P.D. Soden, M.J. Hinton, A.S. Kaddour, "A comparison of predictive capabilities of current failure theories for composite laminates", *Comp. Sci. Tech.*, **58**, 1225-1254 (1998).

[4] Z. Huang, "Micromechanical prediction of ultimate strength of transversely isotropic fibrous composites", *Int. J. of Solids and Structures,* **38**, 4147-4172 (2001).

[5] S. Oller, E. Oñate, J. Miquel, S. Botello, "A plastic damage constitutive model for composite materials", *Int. J. Solids and Structures*, **33 (17)**, 2501-2518 (1996).

[6] ·A.A.Bent, “Piezoelectric fiber composites with interdigitated electrodes”, *Journal of Intelligent Materials*, *Systems and Structures*, **8**, 903-919 (1997).

[7] D. Hull, *An Introduction to Composite Materials*, Cambridge University Press (1987).

[8] S.W. Tsai, H.T. Hang, *Introduction to Composite Materials*, Technomic Publishing, Lancaster, Basel, (1980).

[9] R.D. Kriz, W.W. Stinchomb, *Experimental Mechanics*, **19**, 41 (1979).

[10] D.B. Gundel, F.E. Wawner, "Experimental and theoretical assessment of the longitudinal tensile strength of unidirectional SiC-fiber/titanium-matrix composites, *Comp. Sci. Tech.* **57**, 471-481 (1997).

[11] M.J. Pindera, C.T. Herakovich, "An endochronic theory for transversely isotropic fibrous composites", VP1-E-81-27, Virginia Polytech. Inst. and State University (1981)

[12] J. Awerbuch, H.T. Hahn, "Off-axis fatigue of graphite/epoxy composite", ASTM STP 723, 243-273 (1981).

View publication stats