T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİ: FOREX PİYASALARI ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Pınar SÜLOĞLU
2501130169

TEZ DANIŞMANI
Dr. Öğr. Üyesi Özlem GÖKTAŞ

İSTANBUL – 2019

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS
TEZ ONAYI

ÖĞRENCİNİN;

Adı ve Soyadı	:	PINAR SÜLOĞLU	**Numarası**	:	2501130169
Anabilim Dalı / Anasanat Dalı / Programı	:	EKONOMETRİ	**Danışmanı**	:	DR. ÖĞR. ÜYESİ ÖZLEM GÖKTAŞ
Tez Savunma Tarihi	:	09.09.2019	**Saati**	:	11.00
Tez Başlığı	:	OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİ: FOREX PİYASALARI ÜZERİNE BİR UYGULAMA			

TEZ SAVUNMA SINAVI, İÜ Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği'nin **36. Maddesi** uyarınca yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **KABULÜNE** OYBİRLİĞİ / ~~OYÇOKLUĞUYLA~~ karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. NURCAN METİN		kabul
2- DOÇ. DR. AYCAN HEPSAĞ		Kabul
3- DR. ÖĞR. ÜYESİ ÖZLEM GÖKTAŞ		Kabul

YEDEK JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. KUTLUK KAĞAN SÜMER		
2- DR. ÖĞR. ÜYESİ TURGUT ÜN		

ÖZ

OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİ: FOREX PİYASALARI ÜZERİNE BİR UYGULAMA

PINAR SÜLOĞLU

Bu çalışmada, Forex piyasasından elde edilen fiyat değişim süreleri, otoregresif koşullu süre modelleri ile incelenmiştir. Çalışmada EUR/USD, USD/JPY, GBP/USD ve USD/CHF paritelerinin 1 Nisan 2019 – 26 Nisan 2019 tarihleri arasında gerçekleşen fiyat değişim süreleri hesaplanmış ve 795,892 gözlemli bir veri seti ile çalışılmıştır.

Bu çalışmanın amacı, piyasa davranışlarının süre serileri tarafından açıklanabilir olup olmadığını, ACD modellerinin istatistiksel özellikleri ve tahmin yöntemleriyle analiz etmektir. Elde edilen bulgular, Burr dağılımı ile tahmin edilen doğrusal otoregresif koşullu süre modelinde, süre kümelenmelerinin daha yoğun olduğu yönündedir. Esneklik sağlayan dağılımlar ile tahmin edilen ACD modellerinin, fiyat değişim sürelerini başarılı bir şekilde açıklayabildiği ifade etmek mümkündür.

Anahtar Kelimeler: Yüksek Frekanslı Veriler, Mikroyapı Analizi, Süre Modelleri, Hazard Fonksiyonu, Otoregresif Koşullu Süre Modelleri

ABSTRACT

AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL DURATION MODELS: AN APPLICATION IN FOREIGN EXCHANGE MARKETS

PINAR SÜLOĞLU

In this study, the price changes duration processes obtaining from Forex market are analyzed with autoregressive conditional duration models. The price durations of four currency pairs (EUR/USD, USD/JPY, GBP/USD and USD/CHF) ranging from April 1, 2019 to April 26, 2019 are calculated and 795,892 observations are obtained.

The aim of this study is to analyze whether behaviors of market can be explained by using statistical properties and estimation procedures of ACD models. The obtained results indicate that duration clustering arises clearly in Burr-ACD models. It can be concluded that ACD models with flexible distributions can successfully explain price changes durations.

Keywords: High-Frequency Data, Microstructure Analysis, Duration Models, Hazard Function, Autoregressive Conditional Duration Models

ÖNSÖZ

Finansal piyasalar, sayısız veriye, bilgiye ve bu bilgiler ışığında yapılan analizlere göre şekillenmektedir. Makro düzeyde yatırımcılar büyük ekonomik döngüleri anlamak isterler. Mikro düzeyde ise düzenli olarak gelen ekonomik takvim verilerini, şirket bilançolarını ve ticari gelişmeleri incelerler. Tüm bu faktörler yatırımcının yatırım kararlarında etkilidir.

Alınan yatırım kararlarında etkili olacağı düşünülen bir diğer veri ise, finansal piyasada gerçekleşen olaylar arasında geçen zaman süresidir. Mevcut finansal olayın ne kadar süre devam edeceğini tahmin etmek yani bir sonraki olayın ne kadar süre sonra gerçekleşeceğini öngörmek, yatırımcının planladığı yatırımı ne zaman uygulayacağı veya pozisyonunu ne kadar koruyacağı ile ilgili kararlarında önemli rol oynayacaktır.

Bu çalışmada, finansal sürelerin önemini anlamak ve sürelerin modellenmesinin mümkün olup olmadığını araştırmak amacıyla, Forex piyasasının yoğun işlem hacmine sahip paritelerine ait fiyat değişim süreleri otoregresif koşullu süre modelleri ile analiz edilmiştir.

ACD modelleri kapsamında, Forex piyasaları üzerine uygulanmış ilk Türkçe kaynak olan bu çalışmanın her aşamasında bilgisini, tecrübesini ve desteğini benden esirgemeyen kıymetli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Özlem GÖKTAŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmayı, sınırsız desteğiyle, anlayışıyla ve sevgisiyle her zaman yanımda olan biricik eşim Ali İsmigüzel'e, hayat ışığım annem ve babam Emel Süloğlu ve Metin Süloğlu'na, iki gözümün çiçekleri kardeşlerim Mert Süloğlu, Zülal Süloğlu ve Nihal Süloğlu'na ithaf ediyorum. Son olarak, çalışmada meydana gelen herhangi bir hatanın tamamen bana ait olduğunu belirtmek isterim.

PINAR SÜLOĞLU

İSTANBUL, 2019

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **i**
ABSTRACT ..... **ii**
ÖNSÖZ ..... **iii**
İÇİNDEKİLER ..... **iv**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **vii**
GRAFİKLER LİSTESİ ..... **viii**
KISALTMALAR ..... **x**
GİRİŞ **1**

BİRİNCİ BÖLÜM

YÜKSEK FREKANSLI VERİLER VE SÜRE MODELLERİ ANALİZİ

1.1. VERİ ANALİZİ VE YÜKSEK FREKANSLI VERİLER **3**

1.1.1. Yüksek Frekanslı Verilerin Tanımlanması 5
1.1.2. Düzensiz Zaman Aralıklarında Meydana Gelen İşlem Verileri 5
1.1.3. Mikroyapı Analizi ve İşaretlenmiş Nokta Süreçleri 6

1.2. SÜRE MODELLERİ ANALİZİ **10**

1.2.1. Yaşam Analizi ve Hazard Fonksiyonu 11
1.2.2. Süre Modellerinin Çözümünde Kullanılan Tahmin Yöntemleri 16
1.2.2.1. Üssel Dağılım 19
1.2.2.2. Weibull Dağılımı 22
1.2.2.3. Log-Lojistik ve Log-Normal Dağılımları 24
1.2.2.4. Gamma ve Genelleştirilmiş Gamma Dağılımları 27

1.2.3. Dağılım Seçimi 30
1.2.3.1. Bir Dağılımdaki Parametreler Alt Kümesinin Test Edilmesi 31
1.2.3.2. Bir Dağılımdaki Tüm Parametrelerin Test Edilmesi 32
1.2.3.3. BIC ve AIC Prosedürleri ile Dağılım Seçimi 33

İKİNCİ BÖLÜM

OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİ

2.1. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE (ACD) MODELİ 37

2.2. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELİNİN TAHMİNİ 40

2.2.1. Üssel Otoregresif Koşullu Süre (EACD) Modeli 43
2.2.2. Weibull Otoregresif Koşullu Süre (WACD) Modeli 46
2.2.3. Burr Otoregresif Koşullu Süre (BACD) Modeli 47
2.2.4. Genelleştirilmiş Gamma Otoregresif Koşullu Süre (GG-ACD) Modeli 49

2.3. LOGARİTMİK OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİ 52

2.4. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİNİN TEST EDİLMESİ 58

2.5. LİTERATÜR 62

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİNİN FOREX PİYASASINDA UYGULANMASI

3.1. FOREX PİYASASI 67

3.1.1. Forex Piyasası İşlem Özellikleri 68

3.2. VERİ SETİ ANALİZİ 71

3.2.1. Süre Verilerinin Elde Edilmesi ve Günsellikten Arındırılması 72

3.3. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİNİN TAHMİNİ 88

3.3.1. Doğrusal Otoregresif Koşullu Süre Modellerinin Tahmini 88
3.3.2. Logaritmik Otoregresif Koşullu Süre Modellerinin Tahmini 106

SONUÇ 124
KAYNAKÇA 127
EKLER 143

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2.1: ACD Modellerinin Yapısal Özelliklerinin Sınıflandırılması 57

Tablo 3.1: Fiyat Değişim Sürelerine ait Betimsel İstatistikler 75

Tablo 3.2: Günsel Düzenlenmiş Fiyat Değişim Sürelerine ait Betimsel İstatistikler 87

Tablo 3.3: EUR/USD Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 91

Tablo 3.4: USD/JPY Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 95

Tablo 3.5: GBP/USD Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 99

Tablo 3.6: USD/CHF Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 103

Tablo 3.7: EUR/USD Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 108

Tablo 3.8: USD/JPY Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 111

Tablo 3.9: GBP/USD Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 115

Tablo 3.10 : USD/CHF Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları 120

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 3.1: Gün içi EUR/USD Fiyat Değişim Süreleri 77

Grafik 3.2: Gün içi USD/JPY Fiyat Değişim Süreleri..... 79

Grafik 3.3: Gün içi GBP/USD Fiyat Değişim Süreleri..... 80

Grafik 3.4: Gün içi USD/CHF Fiyat Değişim Süreleri..... 81

Grafik 3.5: Gün içi EUR/USD Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri 83

Grafik 3.6: Gün içi USD/JPY Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri 84

Grafik 3.7: Gün içi GBP/USD Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri 85

Grafik 3.8: Gün içi USD/CHF Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri 86

Grafik 3.9: EUR/USD Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları 93

Grafik 3.10: USD/JPY Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları ... 97

Grafik 3.11: GBP/USD Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları 101

Grafik 3.12: USD/CHF Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları 105

Grafik 3.13: EUR/USD Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları 110

Grafik 3.14: USD/JPY Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları 114

Grafik 3.15: GBP/USD Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları 118

Grafik 3.16: USD/CHF Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları 122

KISALTMALAR LİSTESİ

ACD	:	Otoregresif Koşullu Süre
AIC	:	Akaike Bilgi Kriteri
ARCH	:	Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARMA	:	Otoregresif Hareketli Ortalama
BIC	:	Bayesian Bilgi Kriteri
BACD	:	Burr Otoregresif Koşullu Süre
CFD	:	Fark Sözleşmeleri
CHF	:	İsviçre Frangı
EACD	:	Üssel Otoregresif Koşullu Süre
EUR	:	Euro
FOREX	:	Foreign Exchange
GG-ACD	:	Genelleştirilmiş Gamma Otoregresif Koşullu Süre
GARCH	:	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GMT	:	Greenwich Mean Time
GBP	:	İngiliz Sterlini
IID	:	Bağımsız ve Özdeş Dağılan
JPY	:	Japon Yeni
LACD	:	Logaritmik Otoregresif Koşullu Süre
LM	:	Lagrange Çarpanı
ML	:	En Çok Benzerlik
QML	:	Yarı En Çok Benzerlik
QQ	:	Kantil – Kantil
SPK	:	Sermaye Piyasası Kurulu
USD	:	ABD Doları
WACD	:	Weibull Otoregresif Koşullu Süre

GİRİŞ

Alım-satım işlemleri döviz piyasalarının yaşam kaynağıdır. Özellikle 1973 yılında Bretton Woods Uluslararası Ödeme ve Döviz Kuru Sistemi'nin yıkılması ile birlikte dalgalı kur rejiminin etkisiyle, kar amaçlı spekülasyon piyasanın itici gücü haline gelmiştir. Piyasaya olan talep, piyasanın daha şeffaf ve daha likit bir hale gelmesini sağlamaktadır. Mikro saniyede bir gerçekleşen alım-satım işlemleri döviz fiyatlarındaki volatilitenin artmasına yol açmaktadır.

Döviz piyasalarındaki volatiliteyi açıklamayı ve modellemeyi amaçlayan yaklaşımlar, gelişen teknoloji ve değişen piyasa davranışları ile paralel giden bir gelişme sergilemektedir. Geleneksel zaman serileri analizi gözlemler arasındaki zamanın düzenli olduğu, belli bir seviyede kümelenmiş veri setlerine dayanmaktadır. Örneğin, hisse senedi gelirleri veya volatilitesi için yapılan ampirik çalışmalarda sıklıkla hisse senedi kapanış fiyatı gibi günlük gözlem verileri kullanılmaktadır. Bununla birlikte, son otuz yılda, büyük verilerin analizini mümkün kılan bilgisayar kapasiteleri, detaylı veri seti üreten ve muhafaza eden teknolojik gelişmeler, daha kısa aralıklarda gözlenen veriler ile zaman serileri analizini mümkün kılmıştır.

Zaman serilerinde zaman boyutunun alt limiti birim işlemlerdir (piyasaya ulaşan alım-satım emirleri gibi...). Bu tip veriler, yüksek-frekanslı veriler olarak adlandırılmaktadır. Alım-satım işlemleri veya fiyat değişimleri gibi, piyasada meydana gelen finansal veriler arasındaki zaman uzunlukları ile volatilite arasında korelasyon bulunmaktadır. Bu ilişki, volatiliteyi hesaplamak amacıyla zaman sürelerinin değerlendirilmesine yol açmıştır. Otoregresif koşullu süre modelleri, zaman sürelerinin dinamik olarak nasıl bir önceki süreye bağlı olduğunu göstermektedir ve piyasadaki katılımcıların davranışlarını başarıyla açıkladığı gözlenmiştir.

Bu çalışmada, Forex piyasasında yoğun işlem hacmine sahip paritelerin fiyat değişim süreleri kullanılarak, piyasanın volatilitesi hakkında sonuçlar elde edilmesi amaçlanmaktadır. Türkçe yazında çok az rastlanılan otoregresif koşullu süre modellerinin teorik yapısı ve uygulamasını kapsayan bu çalışma ile bundan sonra yapılacak çalışmalara katkı sağlanması amaçlanmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde ilk olarak; yüksek-frekanslı veri kavramı ve bu verilerin modellenmesi incelenmiştir. Ardından finans alanında kullanılan ACD modellerine temel olan süre modelleri analizine yer verilmiştir. Bu modellere ait teorik yapı ve tahmin yöntemleri anlatılmıştır.

İkinci bölümde; süre modellenmesi için kullanılan otoregresif koşullu süre modelinin temel yapısı incelenmiştir. Ayrıca koşullu sürenin spesifikasyonu için geliştirilen doğrusal ACD ve logaritmik ACD modelleri anlatılmıştır. Zaman süresi negatif olmama özelliğine sahiptir. ACD modelindeki hata teriminin, sürenin pozitifliğine uygunluk gösteren dağılımlar takip ettiği varsayılmaktadır. Bu doğrultuda, literatürde yaygın olarak kullanılan üssel, Weibull, Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımları ve bu dağılımlar ile kurulan model yapıları ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde; Forex piyasasının özellikleri ve alım-satım sistemi incelenmiş, bu piyasada işlem gören EUR/USD, USD/JPY, GBP/USD ve USD/CHF paritelerinin fiyat değişim süreleri için 1 Nisan 2019 – 26 Nisan 2019 tarihlerini kapsayan bir uygulama ortaya konulmuştur. Paritelere ait fiyat değişim sürelerinin sergilediği gün içi periyodiklik incelenmiştir. Paritelerin fiyat değişimlerinden elde edilen süre serileri ile otoregresif koşullu süre modellerinden ACD ve LACD modelleri ile bir uygulama yapılmıştır. En uygun süre modeli araştırılmış ve farklı dağılımların benzerlik oranları tahmin edilerek bu modellerin performansları karşılaştırılmıştır.

Sonuç bölümünde, analiz ile ortaya konulan genel sonuçlar ve finansal yorumları verilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

YÜKSEK FREKANSLI VERİLER VE SÜRE MODELLERİ ANALİZİ

1.1. VERİ ANALİZİ VE YÜKSEK FREKANSLI VERİLER

Ekonometri alanında yapılan çalışmaların asıl amacı, teorik olarak kurulan iktisadi bir modelin değişkenlerine ait değerleri düzgün bir biçimde toplayarak, modeli sayısal olarak ifade etmek ve tahmin etmektir. Modelin değişkenlerine ait bu değerler, veri olarak adlandırılmaktadır. Ekonomik veri setleri çeşitli biçimlerde elde edilmektedir. Uygulanan analiz yöntemine göre, elde edilen verilerin ham halleriyle veya üzerinde küçük değişiklikler yaparak kullanılabilmektedir. Ampirik çalışmalarda kullanılan veri yapıları üç sınıfa ayrılmaktadır.

- Zaman Serisi Verileri
- Yatay Kesit Verileri
- Panel Veriler

Zaman serisi verileri; hisse senedi fiyatları, para arzı, tüketici fiyat endeksi, gayri safi yurtiçi hasıla, yıllık cinayet oranları veya otomobil satış rakamları gibi bir değişkenin veya çeşitli değişkenlerin zaman boyunca elde edilen gözlemlerinden oluşmaktadır. Bu verilerin önemli bir özelliği, verilerin toplandığı veri sıklığıdır. Ekonomi alanında yaygın olarak kullanılan frekanslar; günlük, haftalık, aylık, üç aylık ve yıllıktır. Hisse senedi, endeksler veya döviz fiyatları ise; günlük, 4 saatlik, saatlik gibi daha sıkı zaman aralıkları ile takip edilmektedir. Sıkı zaman aralıkları ile gözlenen veriler, yüksek frekanslı veriler olarak adlandırılmaktadır. Zaman serileri analizlerinde kullanılan yüksek frekanslı veriler bir sonraki alt bölümde incelenecektir.

Birçok ekonomik zaman serileri, kendi yakın geçmişlerine kuvvetli bir şekilde bağlıdır. Bununla birlikte, zaman serileri analizinde kullanılan haftalık, aylık ve 4 aylık

veriler; çoğunlukla güçlü mevsimsel dağılım sergilemektedir, veriler arasındaki bu bağlantı zaman serileri analizi için önemli bir faktör oluşturmaktadır.

Bir Yatay kesit veri seti; bireyler, ev halkları, firmalar, şehirler, bölgeler veya ülkeler gibi birimlerin, zamanın belli bir noktasında alınan verilerinden oluşmaktadır. Elde edilen bu veriler, ana kütleden rassal olarak çekilen bir örnek kütleden oluşmaktadır. Ekonomi ve diğer sosyal bilimlerde geniş ölçüde kullanılan yatay-kesit veri analizi; emek ekonomisi, makro ve mikro finans, endüstriyel organizasyon, şehir ekonomileri, demografi ve sağlık ekonomisi gibi alanlarında sıklıkla uygulanmaktadır.

Yatay kesit verilerini havuzlama yöntemi ile büyütmek mümkündür. Örneğin, Türkiye'de biri 2010 yılında biri de 2015 yılında yapılan, iki farklı hane halkı araştırması olduğunu düşünelim. 2010 yılında yapılan araştırmanın, rassal bir örneklemde eğitim düzeyi, aylık ortalama gelir, tasarruf ve hane halkı kişi sayısı sorularına dayandığını varsayalım. Aynı şekilde, 2015 yılında yapılan araştırma, yeni bir rassal örneklemde aynı anket sorularına dayanan bir araştırma olsun. Örneklem boyutunu büyütmek amacıyla, farklı yıllarda yapılan bu iki araştırma havuzlanmış yatay kesitleri yöntemi ile birleştirilebilir. Her iki araştırmada da rassal örneklem kullanıldığından, aynı hane halkının iki kez gelme olasılığı oldukça düşük olacaktır. Örneklem boyutu, ülkedeki gerçek hane halkı (ana kütle) sayısından genellikle oldukça küçüktür. Bu durum; havuzlanmış yatay kesitlerini, panel verilerden ayıran en önemli özelliktir.[1]

Panel veriler; bireyler, firmalar, ülkeler... gibi birden fazla birimden ve bu birimlerin belli bir zaman periyodunda elde edilen zaman serileri verilerinden oluşmaktadır. Örneğin, Türkiye'nin Marmara Bölgesinde yer alan şehirlere ait (toplamda 11 şehir) nüfus, işsizlik oranı, çalışan polis sayısı ve cinayet sayılarının son 30 yıllık verileri, bir panel veri seti oluşturacaktır. Panel veri setlerinde her bir birim için bir çok gözlem elde edilmektedir. Dolayısıyla, panel veriler ile çalışmak, birimlerin gözlenemeyen karakteristik özelliklerini kontrol edebilme imkanı sağlamaktadır.

[1] Jeffrey Wooldridge, **Introductory Econometrics: A Modern Approach**, 2. bs., y.y., South-Western Publishing Co., 2003, s.10

1.1.1. Yüksek Frekanslı Verilerin Tanımlanması

Yüksek frekanslı veriler, günlük veya daha sıkı zaman aralıklarında yapılan gözlemlerdir. Veri toplama ve işleme yöntemlerindeki teknolojik gelişmeler ile birlikte, bu verilere olan ulaşılabilirlik artmıştır. Yüksek frekanslı verilerin belirgin özelliği, temelde düzensiz aralıklara sahip olmasıdır. Günümüzde yüksek frekanslı veriler; süpermarketlerden gelen tarayıcı verileri, kredi kartı ile yapılan satın alma işlemlerinin kayıtları gibi birçok ekonomik ve ticari verileri kapsamaktadır.[2] Finans piyasalarında nihai yüksek frekanslı veriler ise; alım-satım işlemleri arasındaki süre veya fiyat bildirimleri arasındaki süre gibi mikroyapı özelliği taşıyan piyasa olayları arasındaki sürelerden elde edilmektedir. Düzensiz zaman aralıklarında elde edilen bu veriler, alım-satım sürecine ve piyasa mikroyapısına ilişkin çeşitli konuların ampirik çalışmalarında kullanılmaktadır. Yüksek frekanslı veri setleri ile yapılan çalışmalarda fiyat bildirimleri incelenerek, farklı alım-satım sistemlerinin etkinliklerinin karşılaştırılması veya belirli bir varlığın alım-satım fiyatlarındaki dinamiklerinin modellenmesi amaçlanmaktadır.

1.1.2. Düzensiz Zaman Aralıklarında Meydana Gelen İşlem Verileri

Farklı varlıkların farklı işlem frekansları vardır, tek bir kıymetin bile işlem yoğunluğu günden güne hatta saatten saate değişiklik göstermektedir. Buna rağmen; getiri serileri sıklıkla günlük, haftalık veya aylık gibi sabit zaman aralıklarında analiz edilmektedir. Günlük seriler için bir varlığın fiyatı, bir işlem günündeki son işlem fiyatı olan kapanış fiyatıdır. Halbuki varlıklarda gerçekleşen son işlemin gerçek zamanı günden güne değişiklik göstermektedir, getirinin 24 saatlik eşit aralıklar ile analiz edilmesi, modelleme hatalarına yol açabilmektedir.[3]

[2] Jeffrey R. Russell, **Econometric Modeling of Multivariate Irregularly-Spaced High-Frequency Data**, University of Chicago Graduate School of Business, Nov., 1999, s. 1
[3] Ruey S. Tsay, **Analysis of Financial Time Series,** New Jersey, Wiley, 2010, s. 231

Ultra-yüksek frekansta işlem gören finans piyasaları, her mikro-saniyede bir işlem görmektedir; dolayısıyla zaman ölçeğini doğru belirlemek, dikkat edilmesi gereken en önemli unsurlardan biridir. Modelleme yapılırken; gerekenden daha kısa bir zaman ölçeği seçilirse, yeni bir bilgi olmayan birçok aralık oluşacaktır. Öte yandan, uzun bir zaman ölçeği seçilirse, verilerin mikroyapı özellikleri kaybolacaktır.[4]

Forex piyasalarında, işlem günlerinin her saatinde aynı yoğunluğu beklemek hatalı bir bakış açısı olacaktır. 5 gün 24 saat aktif olan bu piyasada, yüksek ve düşük aktivite seviyeleri dünya borsalarının açılış ve kapanış saatleri ile orantılıdır. İşlem yoğunluğunun en fazla olduğu zaman dilimi genellikle Londra borsası ile New York borsasının kesiştiği (14:00 – 17:00 GMT +2) saatler arasıdır. Ancak özellikle Tokyo borsasının açık olduğu saat dilimlerinde, seyrek işlem yoğunluğu gerçekleşirken aniden yüksek etkinlik gözlenebilmektedir. Etkinliklerin yoğunluğu, ekonomik veri açıklamaları gibi gözlenebilir olaylardan kaynaklanabildiği gibi stokastik süreçlerden de kaynaklanabilmektedir. Piyasanın yüksek frekanslılığı ve gerçekleşen yoğunlukların bu düzensizliği göz önüne alındığında; fiyatlardaki büyük ve ani hareketlerin, seçilen düzenli zaman modellemesinde gerçek sıçramalara karşılık gelip gelmediği söylemek oldukça güçtür.

1.1.3. Mikroyapı Analizi ve İşaretlenmiş Nokta Süreçleri

1973 yılında Bretton Woods sisteminin yıkılması ve dalgalı kur rejimine geçilmesi, döviz kurlarındaki volatilitenin nedenlerini araştırmak ve açıklamak için yeni ekonomik yaklaşımların gelişmesine yol açmıştır. 1990'lı yıllara kadar döviz kurlarının en kritik belirleyicileri olan; faiz oranları, dış ticaret dengeleri ve para arzları gibi makroekonomik değişkenler, uzun vadeli piyasa hareketlerini açıklamakta kullanılırken, yüksek frekanslı piyasaların oluşması ile birlikte, bu değişkenlerin kısa ve orta vadeli hareketleri açıklamakta yetersiz kaldığı bulunmuştur.[5]

[4] Robert F.Engle, Jeffrey R.Russell, **Forecasting the Frequency of Changes in Quoted Foreign Exchange Prices with the Autoregressive Conditional Duration Model,** Journal of Empirical Finance, 1997, s. 188

[5] Burcu Berke, **Döviz Kurlarına Mikro Yapı Yaklaşımı: Bir Yazın İncelemesi**, H.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt 32, Sayı 2, 2014, 27-56

1990 yılından itibaren finansal piyasalarda gerçekleştirilen işlemlere ilişkin detaylı verilerin depolanabilir hale gelmesi (New York Borsası verilerin detaylı olarak depolamasına öncülük etmektedir), piyasaların mikroyapısal yönlerinin incelenmesini mümkün kılmıştır. İşlem platformlarının yaygınlaşması ile birlikte bu veri setlerine ulaşım da kolaylaşmıştır. Piyasaların mikroyapı özellikleri; piyasadaki katılımcılar, acenta davranışları, emir tipleri, işlem hacmi, alım-satım farkı (spread) ve fiyat bildirimleri gibi finansal piyasaların mikro yönleri ile ilgilidir. Varlık fiyatlarındaki dalgalanmaları açıklamak için, mikro değişkenleri değerlendiren bu yaklaşıma piyasa mikroyapı analizi denilmektedir. Son otuz yılda, piyasa mikroyapı analizinde sayısız araştırma yapılmıştır. Bu araştırmalarda, hem teorik hem de ampirik modeller ile fiyat odaklı ve emir odaklı piyasalarda, likiditeye, alıcı ve satıcılar arasındaki bilgi asimetriğinin önemine ve piyasa katılımcıları arasındaki etkileşime odaklanılmıştır.[6]

Mikroyapı teorileri ile ilgili literatür oldukça geniş olmakla birlikte, ilk kez Easley ve O'Hara (1992)[7] fiyat değişim sürecinde zamanın rolünü incelemiştir. Bu özgün çalışmada, Glosten ve Milgrom'un (1985)[8] ardışık işlem modeline benzer bir sistem kullanılmış ama aynı zamanda alım-satım işlemleri arasındaki zamanın (ki biz çalışmanın diğer bölümlerinde bu zamanı süre olarak adlandıracağız) taşıdığı bilgiye odaklanılmıştır. Easley ve O'Hara (1992)[9] çalışmalarında, varlığın değeriyle ilişkili herhangi bir faktörün zaman ile korelasyonlu olabileceğini tartışmıştır. Ayrıca, alım-satım işlemlerinin varlığı veya yokluğu durumlarının, piyasa katılımcılarına belli bilgiler sağladığını çünkü her ikisinin de bilginin farklı yönleri ile korelasyonlu olduğunu öne sürmüşlerdir. Piyasa katılımcılarının süre verilerinden elde ettikleri analizler doğrultusunda fiyatların gelişimini nasıl etkiledikleri araştırılmıştır.

Mikroyapı analizlerinde piyasadaki olaylar arasındaki sürelerin dikkate alınması ile birlikte, nokta süreçleri ön plana çıkmıştır. İşaretlenmiş nokta süreçleri olarak adlandırılan bu analiz yöntemi yüksek frekanslı veriler için teorik bir sistem

---

[6] Luc Bauwens, Pierre Giot, **Econometric Modelling of Stock Market Intraday Activity**, Boston, Springer, 2001, s.21

[7] David Easley, Maureen O'Hara, **Time and Process of Security Price Adjustment**., The Journal of Finance, Vol. 47, No. 2, Jun. 1992, s. 577-605

[8] Lawrence R. Glosten, Paul R. Milgrom, **Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders**, Journal of Financial Economics, Vol. 14, 1985, s. 71-100

[9] David Easley, Maureen O'Hara, **a.g.e.**

sağlamaktadır. Zaman süreçleri veya süre süreçleri, ilgilenilen finansal olayın türüne bağlı olarak "işlem süreçleri" ve "finansal süreçler" olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. En yaygın süre süreçleri; iki işlem arasındaki sürenin belirlendiği alım-satım süreleri ve iki fiyat bildirimi arasındaki sürenin belirlendiği fiyat değişim süreleridir. Fiyat değişim süreleri, verilen büyüklükteki mutlak kümülatif fiyat değişimleri arasındaki süreye karşılık gelmektedir ve alternatif bir volatilite ölçütü olarak kullanılabilmektedir. Benzer şekilde, bir hacim süresi, belirli bir büyüklükteki kümülatif bir emir hacminde alım satım yapılacağı zaman olarak tanımlanmaktadır. İşlem verilerine ait bilgiler işlemin zamanı ve işlemin gerçekleştiği sırada gözlenen değişkenler vektörüdür (örn. işlemin gerçekleştiği fiyat, miktar, alım-satım farkı veya ticaret yönü gibi...). Değişkenler vektörü, olaya ilişkin açıklayıcı özelliğe sahip olduğundan, işaretler olarak adlandırılmaktadır.[10]

t_i, i-inci zamanda gerçekleşen alım-satım işlemini ifade etmektedir, t_i ve t_{i-1} gibi iki ardışık alım-satım işlemi arasındaki süre $x_i = t_i - t_{i-1}$ olmaktadır. i-inci olayda işaretler gözlenir ve y_i olarak ifade edilen bu işaretler örnek uzayından Ξ gelen $k \times 1$ boyutlu bir vektördür.

$$\left\{\left(x_i, \mathrm{y}_i\right), i = 1, \ldots, N\right\} \tag{1.1}$$

Burada i-inci gözlem $\left(x, \mathrm{y}\right)$'nin geçmişine koşullu ortak yoğunluğa sahiptir ve aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir[11]:

$$\left(x_i, \mathrm{y}_i\right) | F_{i-1} \sim f\left(x_i, \mathrm{y}_i \,|\, \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_i\right) \tag{1.2}$$

$\breve{z}_i = \left\{z_i, z_{i-1}, \ldots, z_1\right\}$ ile ifade edilmiş değişkenler, z ve θ parametrelerinin gözlemden gözleme değişkenlik gösteren geçmiş değerlerini simgelemektedir.

[10] Nikolaus Hautsch, **Econometrics of Financial High-Frequency Data,** Berlin, Springer, 2012, s. 28
[11] Robert F. Engle, **The Econometrics of Ultra-High Frequency Data,** Econometrica, Vol. 68, No. 1, Jan. 2000, s. 1-22

Geleneksel ekonometride uygulanan düzenli aralıklı veri analizinde, belirli bir süre içerisinde beklenen işlem sayısı veya işlem hacmi, açıklayıcı değişkenlerin bir fonksiyonu olarak tahmin edilmektedir. İşlem verileri için miktar ölçütü zamanın herhangi bir noktasında gerçekleşecek işlemin olasılığıdır.

İşlemlere ait zamanlar $t_0 < t_1 < \ldots < t_n \ldots$ olmak üzere; t zamanına kadar gerçekleşmiş işlemlerin toplamı $N(t)$ fonksiyonu ile gösterilmektedir ve koşullu yoğunluğu λ aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\lambda_i\left(t, \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}\right) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr\left(N\left(t+\Delta t\right) > N(t) \middle| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}\right)}{\Delta t}$$

$t_{i-1} \le t \le t_i$ olmak üzere (1.3)

Koşullu yoğunluk (λ) ile beklenen işlemlerin gerçekleşme oranları ve bu oranların gözlemlere nasıl bağlı olduğunu özetlenmektedir.

$t > t_{i-1}$ olmak üzere, bir işlemin gerçekleşme olasılığı sadece geçmişte gerçekleşmiş işlemlere değil aynı zamanda t_{i-1} zamanından beri hiç işlem gerçekleşmemiş olmasına da koşullanmalıdır. Bu koşullanma $t - t_{i-1}$'in (veya x'in) yoğunluğunun yaşam olasılığına bölünmesi ile ifade edilmektedir. Yaşam olasılığı t zamanından sonraki bir zamanda gerçekleşecek bir işlemin olasılığı olarak tanımlanmaktadır.[12]

$$\lambda_i\left(t, \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}\right) = \frac{\int_{u \in \Xi} f\left(t - t_{i-1}, u \middle| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_i\right) du}{\iint_{s \ge t, u \in \Xi} f\left(s - t_{i-1}, u \middle| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_i\right) du ds}$$

$t_{i-1} \le t \le t_i$ olmak üzere (1.4)

[12] **A.e.**, s. 3

Geçmiş işlemlere koşullanmış ortak yoğunluk şu şekilde verilmektedir:

$$f\left(x_i, y_i \left| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_i \right.\right) = g\left(x_i \left| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_{1i} \right.\right) q\left(y_i \left| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_{2i} \right.\right) \quad (1.5)$$

(1.5) numaralı eşitliğin (1.4)'teki eşitlikte yerine konulması ile koşullu yoğunluğun genel formülü elde edilmektedir.

$$\lambda_i\left(t, \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}\right) = \frac{g\left(t - t_{i-1} \left| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_{1i} \right.\right)}{\int_{s \geq t} g\left(s - t_{i-1} \left| \breve{x}_{i-1}, \breve{y}_{i-1}; \theta_{1i} \right.\right) ds}$$

$t_{i-1} \leq t \leq t_i$ olmak üzere (1.6)

Burada hem sürelerin hem de işaretlerin geçmiş etkilerine izin verilmektedir. Yaşam verileri analizinde bu durum tehlike olarak adlandırılmakta ve $N(t) = i - 1$ tarafından tanımlanan durumdan çıkışı (veya başka bir duruma geçişi) ifade etmektedir.[13] Süre modelleri analizi olarak da adlandırılan yaşam analizi ve hazard fonksiyonu bir sonraki alt bölümde incelenecektir.

1.2. SÜRE MODELLERİ ANALİZİ

Finans piyasalarında gerçekleşen müteakip iki olay arasındaki zamanın uzunluğu, piyasa katılımcıları için önemli bilgiler sağlamaktadır. Örneğin, belli bir pozisyonda bekleyen bir yatırımcı için, mevcut durumunu ne kadar süreyle koruması gerektiğini ve açık pozisyonunu ne zaman kapatması veya değiştirmesi gerektiğini planlayabilmek oldukça önemlidir. Benzer şekilde, bir sonraki fiyat değişiminin nasıl ve ne zaman gerçekleşeceğini öngörebilmek veya varlıklara ait alım-satım işlem sürelerinin nasıl bir değişim sergilediğini anlamak, hem piyasa davranışlarını açıklamada hem de karar verme sürecinde etkili olacaktır. Süre analizi araştırmaları, ekonomik davranışların dinamik yönlerini anlamanın önemli olduğunu ve değişimlerin modellenmesinin süre verileri ile mümkün olduğunu göstermektedir.

[13] **A.e.**, s. 4

Geleneksel süre analizinde, sürenin başlangıcında gözlenen bazı açıklayıcı değişkenlere koşullu bir yoğunluk dağılımı tanımlanmaktadır. Örneğin, belli bir süre boyunca işsiz kalan insan nüfusunu inceleyen bir araştırmada, (bireyler işsiz olduğunda ölçülen) eğitim seviyesi, deneyim, medeni durum, önceki işlerinde uygulanan ücret ve işsizlik maaşları ölçütlerinin gözlendiğini varsayalım. Söz konusu değişkenlere bağlı olmak üzere işsizlik süresinin negatif olmama kısıtını ifade edecek uygun bir dağılım belirlenecektir. Koşullu dağılımın belirlenmesinden sonra, sansürlenmiş regresyon modellerinin tahmini için en çok benzerlik yöntemleri kullanılmaktadır. Araştırmanın veri setini oluşturan kişilerin bazıları veya tamamı mevcut durumu bırakmamış yani işsizlikten çıkmamış (iş bulamamış) olabilir bu durumda bir sonraki olayın başlangıcı gözlenemez dolayısıyla bilgi elde edilemez, yani sansürlenir. Sansürlenmiş verilerin modellendiği bu sistemde, açıklayıcı değişkenlerin beklenen süreye etkileri tahmin edilmektedir.[14]

Süre analizindeki son yaklaşımlar, hazard fonksiyonuna odaklanmaktadır. Hazard fonksiyonu, sürenin başlangıcından itibaren geçen zaman boyunca mevcut durumun korunması koşuluyla mevcut durumdan çıkma olasılığını tahmin etmeye izin vermektedir. Mevcut durumdan çıkış başka bir olayın başladığını ifade eder, dolayısıyla ilgilenilen süre sona ermiştir ve yeni bir süre başlamıştır. Sürenin sona erme olasılığı, sürenin başlangıcından itibaren geçen zamanın uzunluğuna bağlıdır. [15]

Ekonometri alanında yapılan süre analizlerinde genellikle hazard fonksiyonu bazı değişkenlere koşullandırılmaktadır. Hazard fonksiyonunun zaman boyunca değişen değişkenlere bağlı olmasına izin vermesi süre analizi için önemli bir özelliktir.

1.2.1. Yaşam Analizi ve Hazard Fonksiyonu

Bir olay geçmişini anlamak için, yalnızca bir şeyin gerçekleşmesinin değil, aynı zamanda gerçekleşen şeyin ne zaman olduğunun da dikkate alınması gerekmektedir. Literatürde yaşam analizi, bir deneğin yaşama devam etme süresi yani

[14] Jeffrey M. Wooldridge, **Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data**, Cambridge, The MIT Press Cambridge, 2002, s.710

[15] Chandra R. Bhat, Abdul Rawoof Pinjari, "Duration Modeling", **Handbook of Transport Modelling**, Ed. by. David A. Hensher, Kenneth J. Button, Warrington, Emerald, 2008, s.105

sağ kalma analizi olarak adlandırılmaktadır.[16] Olay geçmişi verileri veya diğer bir adıyla süre verileri, başarısız olunan süreçlerden oluşmaktadır. Bir başarısızlık süreci başlangıç noktalarında gözlenen birimlerden oluşmaktadır.

Başlangıç zamanında, birimler bazı durumlarda ve bir zaman içinde gözlenmektedir. Sürecin herhangi bir noktasında birim, bir olayı yaşamanın tehlikesi altındadır (bu çalışmada tehlike, hazard olarak adlandırılacaktır). Bu süreçte bir olay, bir durumdan başka bir duruma geçişi veyahut bir değişimi temsil etmektedir. Olay gerçekleştikten sonra, birim artık gözlenemez veya başka bir olay yaşama riski taşır. Bazı birimler, bir olay yaşamadıkları için bir durumdan başka bir duruma geçiş yaşamazlar. Bu gibi durumlar sansürlenmiş olarak kabul edilmektedir, çünkü olay yaşanabilir olsa da son gözlem noktasından sonraki müteakip tarih gözlenememiştir. Bir noktadan sonra gözlenmeyen süreçler, başarısızlık zamanı olarak adlandırılmaktadır. Özetlenecek olursa; birimler bir başlangıç noktasında gözlenir, bir dönem veya süre hayatta kalır ve daha sonra başarısızlık yaşar (yani ilgilenilen hazard olayı gerçekleşir veya süre sansürlenir).

Birimin başlangıç zamanından (sürece giriş zamanı) olayın meydana geldiği zaman arasında geçen sürenin uzunluğu, yaşam zamanı yani süre zamanıdır. Bir birimin, başlangıç durumunu bıraktığı zamanı ifade eden T, birimin hayatta kaldığı zamandır ve bazı dağılımlara sahiptir. Olay, başlangıç zamanından sonra gerçekleşeceğinden, yaşam zamanı T pozitiftir ve rassal bir değişken olan $T \geq 0$ 'nin sürekli olduğu varsayılmaktadır.

İncelenen birimlerin dağılımından rassal olarak çekilen bir sürenin t uzunluğuna eşit veya daha kısa olma olasılığını basitçe ölçen T'nin kümülatif dağılımı aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$F(t) = \int_0^t f(u)\,d(u) = \Pr(T \leq t). \qquad (1.7)$$

[16] Janet M.Box-Steffensmeier, Bradford S.Jones, **Event History Modeling: A Guide for Social Scientists**, New York, Cambridge, 2004, s.7-8

$F(t)$'nin türevi alınabilir tüm noktaları için yoğunluk fonksiyonu şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$f(t)=\frac{dF(t)}{d(t)}=F'(t), \qquad f(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}. \tag{1.8}$$

Yoğunluk fonksiyonu $f(t)$, türevi alınabilir* sonsuz derecede küçük bir alanda, olayların koşulsuz başarısızlık oranını vermektedir. Dağılım fonksiyonunun tanımına göre olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılmaktadır[17]:

$$f(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Pr(t\le T\le t+\Delta t)}{\Delta t}, \tag{1.9}$$

Olasılık yoğunluk fonksiyonu, t ve $t+\Delta t$ ile sınırlandırılan sonsuz küçük bir alanda bir olayın meydana gelmesinin (veya bir birimin başarısız olmasının) anlık olasılığını vermektedir.

Kümülatif dağılım fonksiyonunun $F(t)$ türevi alınabiliyorsa; yoğunluk fonksiyonunun $f(t)$ varlığından söz edilebilmektedir. Dolayısıyla, başarısızlık zamanlarının dağılımını karakterize etmek için her iki fonksiyon da kullanılabilmektedir.

Dağılımdan rassal olarak çekilen bir sürenin t'den daha uzun olma olasılığını ölçen yaşam fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$S(t)=1-F(t)=\Pr(T\ge t). \tag{1.10}$$

Yaşam fonksiyonu $S(t)$, $T\ge t$ olmak üzere yaşam zamanı olasılığını göstermektedir, başka bir ifadeyle geçmiş zaman t'den itibaren (yani söz konusu durumda) sağ kalan birimlerin oranını temsil etmektedir.

---

* Eğer herhangi bir f fonksiyonu a noktasında türevi alınabililir ise, f fonksiyonu a noktasında sürekli demektir.

[17] **A.e.,** s.12

İncelenen kümede başlangıçta $t=0$ hayatta olan tüm birimler $S(0)=1$ ile ifade edilmektedir. Zaman geçtikçe hayatta kalan birimlerin oranı (birimler başarısız oldukça) azalacaktır, dolayısıyla $S(t)$ azalan bir fonksiyondur. Teorik olarak, çalışma süresiz olarak devam ettirilirse, tüm gözlemler nihayetinde başarısız olacak ve son gözlem noktasında yaşam eğrisi sıfıra eşit olacaktır.[18]

Süre analizlerinde kullanılan bir diğer önemli fonksiyon; hazard fonksiyonudur. Hazard fonksiyonu, birimin t zamanında mevcut durumdan çıktığı anlık oranı ölçmektedir. Birimin t zamanında mevcut durumu terk etmesi; bireyin artık yaşamadığını, birimin başka bir duruma geçtiğini yani değiştiğini ifade etmektedir. Hazard fonksiyonu, birimin t zamanından önce durumu terk etmediğini (t zamanında terk ettiğini) göstermektedir ve şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$h(t)=\frac{f(t)}{1-F(t)}=\frac{f(t)}{S(t)} \tag{1.11}$$

Hazard fonksiyonu $h(t)$, $T>t$ şeklinde verilen T'nin koşullu yoğunluğudur:

$$h(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Pr\left(t\le T<t+\Delta t\middle|T>t\right)}{\Delta t} \tag{1.12}$$

Eşitlik (1.12), birimin t zamanında veya sonrasında yaşama koşuluyla, $[t,t+\Delta t]$ zaman aralığındaki başarısızlık oranını ifade etmektedir. Bu oran, zaman geçtikçe başarısızlık olasılığının artması ile artacak, yine aynı şekilde zaman geçtikçe başarısızlık olasılığı azaldıkça azalacaktır. Bu oran aynı zamanda, zaman içinde artma daha sonra azalma veya azalma ve sonrasında artma gibi çeşitli şekiller alabilmektedir.

$$\Pr\left(t\le T<t+\Delta t\middle|T>t\right)=\frac{\Pr\left(t\le T<t+\Delta t\right)}{\Pr\left(T>t\right)}=\frac{F\left(t+\Delta t\right)-F\left(t\right)}{1-F\left(t\right)} \tag{1.13}$$

[18] **A.e.,** s.13

Yoğunluk fonksiyonunun veya yaşam fonksiyonunun aksine hazard oranı, bir birimin belli bir sürenin sonunda maruz kaldığı risk olarak tanımlanmaktadır. Verilen bu dönem/süre belli bir zamanın uzunluğu kadar sürmektedir. Başarısızlık oranı, hayatta kalmaya koşullanmaktadır; bir olay ise kendi geçmişine koşullanmaktadır.[19]

Ekonometri alanında yapılan süre analizlerinin odak noktası, hazard fonksiyonudur. Yaşam süresinin (T) dağılım özellikleri genel olarak hazard fonksiyonunun (h) özellikleri açısından tartışılmaktadır. Süre modellerinin temel yapısı olarak hazard fonksiyonunun kullanılmasının bir avantajı, zamanla-değişen değişkenlerin dahil edilebiliyor olmasıdır.

Hazard oranının süre bağımlılığının yanı sıra zaman boyunca değişen değişkenlere olan bağımlılığı ele alındığında hazard oranı aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$h(t|x) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr(t \le T \le t + \Delta t | T \ge t, x)}{\Delta t} \tag{1.14}$$

Hazard fonksiyonunun süre bağımlılığı üç farklı şekilde oluşabilmektedir:[20]

- Pozitif süre bağımlılığı. $\frac{dh(t)}{dt} > 0$,
- Negatif süre bağımlılığı. $\frac{dh(t)}{dt} < 0$ ve
- Süre bağımlılığının olmaması $\frac{dh(t)}{dt} = 0$.

[19] **A.e.,** s. 15

[20] Gerard J. Van Den Berg, "Duration Models: Specification, Identification and Multiple Durations", **Handbook of Econometrics Volume 5**, Ed. by. James J. Heckman, Edward Leamer, Amsterdam, Elsevier Science B.V., 2001, s. 3387.

Süre modellerinin altında yatan temel mantık, süre verilerinde sergilenen zaman bağımlılığının doğrudan modellenmesidir. Bu modelleme, hata süreleri için bir dağılım fonksiyonu tanımlanarak gerçekleştirilmektedir. Dağılım fonksiyonunun doğru şekilde tanımlanması, verilerdeki zaman bağımlılığının biraz daha kesin tahmin edilmesini ve küçük örneklerde uygulanan parametrik olmayan yaklaşımlardan daha doğru değişken tahminleri elde edilmesini sağlamaktadır.

1.2.2. Süre Modellerinin Çözümünde Kullanılan Tahmin Yöntemleri

Süre modellerinin tahmini için parametrik, yarı parametrik ve parametrik-olmayan yöntemler geliştirilmiştir. Parametrik olmayan yöntemlerde istatistik dağılımları kullanılmamaktadır ve uygulaması oldukça kolay yöntemlerdir. Bu yöntemler, yaşam verilerini analiz etmek ve uygun bir dağılım seçmek amacıyla parametrik yöntemlerden önce uygulanabilmektedir.

Parametrik olmayan yöntemlerde başlıca iki tahmin yöntemi kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi Kaplan ve Meier (1958) tarafından geliştirilen Product-Limit tahmincileridir. Product-Limit tahmincileri sağ-kalma fonksiyonunun tahminini elde etmek amacıyla kullanılmaktadır. Bu yöntem bilgisayar yardımlarıyla büyük örneklere uygulanabilmektedir, ancak çok büyük örneklerde veya zaman aralıklarıyla gruplandırılmış veri setlerinde uygulanması oldukça külfetlidir.

Product-Limit yöntemine alternatif ve daha kullanışlı olan ikinci yöntem yaşam-tablosu analizidir. Yaşam-tablosu yöntemi, nüfustaki yaşam sürecini tanımlamak ve ölüm oranını ölçmek için kullanılan en eski tekniklerden biridir. Günümüzde de sıklıkla uygulanan bu yöntem nüfus büyüme hızının hesaplanması amacıyla, göç ve doğurganlık analizlerinde, çalışma yaşamının veya evlilik yaşamının uzunluklarının incelenmesinde kullanılmaktadır.

Product-Limit ve yaşam-tablosu yöntemleri temelde aynıdır, tek farklılık Product-Limit tahmininin bireysel yaşam süresine dayanması, yaşam-tablosu yönteminin ise zaman aralıklarıyla gruplandırılmış yaşam sürelerine dayanmasıdır.[21]

Süre modelleri analizinde kullanılan bir diğer yöntem David Cox (1972) tarafından geliştirilmiş Cox nispi hazard modelidir. Yarı-parametrik bir yapıya sahip olan bu model ile hazard fonksiyonundaki değişkenlerin etkisi araştırılmaktadır. Cox modelinin yarı-parametrik bir yapıya sahip olmasının nedeni hazard fonksiyonu için bir regresyon modeli kurulmasıdır ancak hazard fonksiyonunun şeklini belirleyen belli bir dağılım ile ilgilenilmemektedir.

Nispi hazard modelinin avantajı, parametrik yöntemlerde yaşam süresi için belirlenen dağılımın yanlış tanımlanması veya belli bir dağılım belirlenememesi durumunda, hazard fonksiyonundaki değişkenlere ait katsayıların tahmin edilmesine olanak tanımasıdır. Bununla birlikte, hazard fonksiyonu için parametrik yöntemler ile doğru bir dağılım belirlenlendiğinde daha etkin sonuçlar elde edilmektedir.

Genellikle bir birimin belirli bir zamanda başarısız olmasına neden olan birçok sebep vardır. Bu nedenlerin hepsini matematiksel olarak modele dahil etmek oldukça zordur. Bu nedenle, yaşam süresine yaklaşmak için teorik bir dağılım seçilmektedir. [22] Parametrik tahmin yöntemlerinin temel amacı, süre verilerinde sergilenen zamana bağımlılığı doğrudan modellemektir. Bunu sağlamak amacıyla hata zamanları için bir dağılım fonksiyonu belirlenmektedir.[23] Daha sonra hata zamanları için seçilen uygun dağılım, en çok benzerlik yöntemi kullanılarak tahmin edilmektedir.

En çok benzerlik tahmin prosedürü kısaca şu şekildedir.

n adet birime ait yaşam süreleri $t_1, t_2, \ldots, t_n$ gözlemleri olmak üzere, yaşam zamanlarının, bir yoğunluk fonksiyonu $f(t, \boldsymbol{\beta})$ ile belli bir dağılım takip ettiği varsayılmaktadır. Burada $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p)$ dağılımdaki bilinmeyen p

[21] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **Statical Methods for Survival Data Analysis**, Wiley, 2003, s. 64-77
[22] **A.e.**, s. 134
[23] Janet M. Box-Steffensmeier, Bradford S. Jones, **a.g.e.,** s. 21

parametreleri $\beta_1,\ldots,\beta_p$ belirtmektedir. Örneğin üssel dağılım bir parametreye (λ) sahiptir ve $(p=1)$'dir, yine aynı şekilde Weibull dağılımı iki parametreye (λ,γ) sahiptir ve $(p=2)$ olmaktadır. Yoğunluk fonksiyonu $f(t,\boldsymbol{\beta})$, gözlenen t zamanlarının olasılığını sunmaktadır. Diğer bir deyişle, yoğunluk fonksiyonu $f(t,\boldsymbol{\beta})$ sansürlenmemiş yaşam zamanından elde edilebilen bilgiyi sunmaktadır. $\boldsymbol{\beta}$ parametrelerinin benzerlik fonksiyonu şu şekilde verilmektedir:

$$L(\boldsymbol{\beta})=\prod_{i=1}^{n} f(t_i,\boldsymbol{\beta}) \tag{1.15}$$

En çok benzerlik yönteminde, $\boldsymbol{\beta}$ parametrelerinin bir tahmincisini elde etmek amacıyla $L(\boldsymbol{\beta})$ fonksiyonu maksimize edilmektedir. Bunun için $L(\boldsymbol{\beta})$ fonksiyonunun logaritması alınmaktadır:

$$l(\boldsymbol{\beta})=\log L(\boldsymbol{\beta})=\sum_{i=1}^{n}\log\left[\, f(t_i,\boldsymbol{\beta})\right] \tag{1.16}$$

Buradan $l(\boldsymbol{\beta})$ maksimize edilerek $\boldsymbol{\beta}$ parametrelerinin en çok benzerlik tahmincileri (MLE) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ seti $\hat{\beta}_1,\ldots,\hat{\beta}_p$ elde edilmektedir:

$$l(\hat{\boldsymbol{\beta}})=\max_{\boldsymbol{\beta}}\left(l(\boldsymbol{\beta})\right) \tag{1.17}$$

Burada $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, $l(\boldsymbol{\beta})$ fonksiyonunun her bir β_j'e göre türevinin alınması ile elde edilmektedir[24]:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j}=0 \qquad j=1,2,\ldots,p \text{ olmak üzere} \tag{1.18}$$

[24] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s. 162-163

Parametrik süre modellerinin amacı, süre verilerinin sergilediği yapıyı belli bir dağılım aracılığıyla açıklamaktır. Bu amaçla, incelenen süre verilerine uygunluk gösteren parametrik bir dağılım belirlenmektedir. Çalışmanın bundan sonraki kısmında, yaşam süresini açıklamak için yaygın olarak kullanılan çeşitli teorik dağılımlar ve bu dağılımlara ait parametrelerin en çok benzerlik tahmincileri incelenecektir.

1.2.2.1. Üssel Dağılım

Üssel dağılımın belirleyici özelliği, temel hazard oranının sabit olmasıdır. Bu durum, bir olayın meydana gelme riskinin veya değişkenlere bağlı bir değişimin, tüm zaman noktalarında aynı olduğu anlamına gelmektedir.

$$h(t)=\lambda \qquad t>0,\ \lambda>0 \text{ olmak üzere.} \tag{1.19}$$

Sabit hazard oranı, belirli bir zaman aralığında birimin mevcut durumu bırakma olasılığının, süreden bağımsız ve sabit olduğu anlamına gelmektedir.[25] Sabit hazard, T süresini sürdüren sürecin, hafızasız olduğunu ifade etmektedir. Yani, birimin bir sonraki süre aralığından çıkma olasılığı, başlangıç durumunda ne kadar süre kaldığına bağlı değildir. Süre değişkeninin sürekli olduğu varsayımı altında hazard fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$H(t)=\int_0^t \lambda du=\lambda t \tag{1.20}$$

Böylece logaritmik yaşam fonksiyonu, orjinden geçen düz bir doğru şeklini almaktadır:

$$\ln\left[1-F(t)\right]=-\lambda t \tag{1.21}$$

$$S(t)=e^{-\lambda(t)} \ \left(\text{veya } S(t)=\exp\left[-\lambda(t)\right]\right) \tag{1.22}$$

[25] Janet M. Box-Steffensmeier, Bradford S. Jones, **a.g.e.,** s.. 22

Yaşam fonksiyonundan elde edilen kümülatif yoğunluk fonksiyonu ve olasılık yoğunluk fonksiyonu sırasıyla şu şekildedir[26]:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \qquad \lambda > 0$$
$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \tag{1.23}$$

Negatif olmayan bir hazard oranı veya benzer şekilde, negatif olmayan bir beklenen süre zamanı sağlayan bir modelin oluşturulması gerektiğinden, üssel model parametrizasyonunun genel yöntemi, logaritmik doğrusal bir model kurmaktır[27]:

$$\log(T) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_j x_{ij}$$
$$E(t_i) = \exp\left(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_j x_{ij}\right) \tag{1.24}$$

Burada $E(t_i)$, i-inci gözlem için beklenen süre zamanını ve x_{ij} zamandan bağımsız değişkenleri ifade etmektedir. β parametreler vektörü kullanılarak, üssel model için hazard fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$E(t_i) = \exp(\beta' x)$$
$$h(t|x) = \exp\left[-(\beta_0)\right]\exp\left[-(\beta' x)\right]. \tag{1.25}$$

Temel hazard oranı sabit bir terim olan β_0 'a eşittir. Temel hazard oranındaki herhangi bir artış veya azalış sadece değişkenlerin fonksiyonudur.

$x = 1$ olduğunda, hazard oranındaki artış (veya azalış) temel hazard oranının bir katı olduğundan, hazard oranındaki değişiklik temel hazard oranı ile orantılı olmakta ve tüm zaman noktaları için geçerli olduğu varsayılmaktadır:

$$\frac{h(t|x_1 = 1)}{h(t|x = 0)} = \exp(-\beta_1) \tag{1.26}$$

[26] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s. 135
[27] Janet M. Box-Steffensmeier, Bradford S. Jones, **a.g.e.,** s. 23

Bu sonuç, orantısal hazardlar özelliği olarak ifade edilmektedir ve diğer süre modelleri de bu özelliğe sahiptir[28].

Üssel dağılım λ parametresi ile karakterize edilmektedir. λ'nin tahmini için kullanılan benzerlik fonksiyonu ve log-benzerlik fonksiyonu sırasıyla aşağıdaki gibidir:

n adet birime ait yaşam zamanları $t_1, t_2, \ldots, t_n$ olmak üzere benzerlik fonksiyonu:

$$L = \prod_{i=1}^{n} \lambda e^{-\lambda t_i} \tag{1.27}$$

ve log-benzerlik fonksiyonu:

$$l(\lambda) = n \log \lambda - \lambda \sum_{i=1}^{n} t_i \tag{1.28}$$

Buradan λ'nin en çok benzerlik tahmincisi şu şekilde elde edilmektedir:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i}. \tag{1.29}$$

Üssel dağılımın ortalaması $\mu = 1/\lambda$'dür ve μ'nün en çok benzerlik tahmincisi şu şekildedir[29]:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\hat{\lambda}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} = \bar{t} \qquad \left(2n\hat{\mu}/\mu \sim \chi_{2n}\right) \text{ olmak üzere} \tag{1.30}$$

[28] **A.e.,** s. 23
[29] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s.166

1.2.2.2. Weibull Dağılımı

Üssel dağılımın daha esnek bir versiyonu, iki parametre ile genelleştirilmiş Weibull dağılımıdır. Weibull dağılımının belirleyici özelliği, monoton olarak karakterize edilmesidir; Weibull tarafından verilen temel hazard; monoton olarak artan, monoton olarak azalan veya zamana göre sabit olma özelliği taşımaktadır.[30]

Weibull dağılımına ait kümülatif dağılım fonksiyonu ve olasılık yoğunluk fonksiyonu sırasıyla şu şekildedir[31]:

$$\begin{aligned} &F(t) = 1 - \exp\left(-\lambda t^{\gamma}\right) \qquad t \geq 0,\ \lambda > 0,\ \gamma > 0 \\ &f(t) = \gamma \lambda^{\gamma} t^{\gamma-1} \exp\left[-(\lambda t)^{\gamma}\right]. \end{aligned} \tag{1.31}$$

Burada λ pozitif değer alan ölçek parametresini ve γ şekil parametresini belirtmektedir. Hazard oranının şekli, γ parametresinin aldığı değere bağlıdır; $\gamma > 1$ ise, hazard oranı zaman içinde monoton olarak artan; $\gamma < 1$ ise, hazard oranı zaman içinde monoton olarak azalan, $\gamma = 1$ ise, hazard oranı sabit bir şekile sahiptir. Dolayısıyla, $\gamma = 1$ olduğunda; Weibull dağılım, üssel dağılıma indirgemektedir.[32]

Weibull dağılımına ait yaşam fonksiyonu ve hazard fonksiyonu sırasıyla aşağıdaki şekildedir:

$$S(t) = \exp\left(-\lambda t^{\gamma}\right); \tag{1.32}$$

$$\begin{aligned} &h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} \\ &h(t) = \gamma \lambda t^{\gamma-1} \end{aligned} \tag{1.33}$$

[30] Janet M. Box-Steffensmeier, Bradford S. Jones, **a.g.e.,** s. 25
[31] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s. 139
[32] Janet M. Box-Steffensmeier, Bradford S. Jones, **a.g.e.,** s. 25

Weibull modelinin değişkenler açısından parametrizasyonu (üssel modelde olduğu gibi) logaritmik doğrusal olarak ifade edilmektedir:

$$\log(T) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_j x_{ij} + \sigma\varepsilon \qquad (1.34)$$

ve vektör notasyonunda $\log(T) = \beta_j' x + \sigma\varepsilon.$

Burada β_j regresyon katsayılarını ve x_{ij} zamandan bağımsız değişkenleri belirtmektedir. ε, $1/\gamma$'e eş değer olan σ tarafından ölçeklenen stokastik bir hata terimidir.[33]

Üssel dağılımda olduğu gibi, Weibull modeli de orantısal bir hazard modelidir. Bu özelliği görmenin bir yolu, hazard oranını temel hazard ve değişkenlerin bir fonksiyonu olarak ifade etmektir:

$$h(t|x) = h_{0t} \exp\left(\alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 x_{i2} + \ldots + \alpha_j x_{ij}\right), \qquad (1.35)$$

Eşitlikte yer alan h_{0t} temel hazard oranıdır ve $\exp(\alpha_0)\gamma t^{\gamma-1}$'a eşdeğerdir (burada α_0 regresyonun sabit terimli parametresini belirtmektedir).

Weibull dağılımını karakterize eden ölçek ve şekil parametrelerinin $(\lambda$ ve $\gamma)$ en çok benzerlik tahminleri eş zamanlı olarak çözülmektedir. n adet birime ait yaşam zamanlarının $t_1, t_2, \ldots, t_n$ Weibull dağılım takip etmesi durumunda log-benzerlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$l(\lambda, \gamma) = n\log\gamma + n\gamma\log\lambda + \sum_{i=1}^{n}\left[(\gamma - 1)\log t_i - \lambda^{\gamma} t_i^{\gamma}\right] \qquad (1.36)$$

[33] **A.e.,** s. 26

$(\lambda$ ve $\gamma)$ parametrelerinin en çok benzerlik tahminleri aşağıdaki iki eşitliğin eş zamanlı olarak çözülmesi ile elde edilebilmektedir[34]:

$$n-\hat{\lambda}^{\hat{\gamma}}\sum_{i=1}^{n}t_i^{\hat{\gamma}}=0 \tag{1.37}$$

$$\frac{n}{\hat{\gamma}}+n\log\hat{\lambda}+\sum_{i=1}^{n}\log t_i-\hat{\lambda}^{\hat{\gamma}}\sum_{i=1}^{n}t_i^{\hat{\gamma}}\left(\log\hat{\lambda}+\log t_i\right)=0 \tag{1.38}$$

1.2.2.3. Log-Lojistik ve Log-Normal Dağılımları

Log-lojistik ve Log-normal dağılımları, monoton olmayan hazard oranlarına izin veren iki dağılım fonksiyonudur. Log-normal süre modeli aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\log(T)=\beta_j'x+\sigma\varepsilon. \tag{1.39}$$

Bu parametrizasyon, $\log(T)$ için doğrusal bir modeldir. Eğer ε için lojistik dağılım belirtilmişse, o halde log-lojistik model ifade edilmektedir. Eğer ε için standart normal dağılım belirtilmişse, o halde log-normal model ifade edilmektedir.

Her bir model için dağılım, şekil parametresi γ'nın tersine eşdeğer olan σ parametresi tarafından ölçeklendirilmektedir. Log-lojistik model için hazard oranı monoton olmayan ve tek tepeli bir şekile sahip olmaktadır. Log-lojistik hazard fonksiyonu şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$h(t)=\frac{\alpha\gamma t^{\gamma-1}}{1+\alpha t^{\gamma}} \tag{1.40}$$

[34] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s.179

Burada α ve γ pozitif parametrelerdir. $\gamma > 1$ ise, hazard oranı önce artan sonra azalan bir şekil alacaktır, ancak $\gamma \leq 1$ ise hazard oranı monoton olarak azalacaktır.

Log-lojistik model için yaşam fonksiyonu ve olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekilde ifade edilmektedir[35]:

$$S(t) = \frac{1}{1+\alpha t^{\gamma}} \tag{1.41}$$

$$f(t) = \frac{\alpha\gamma t^{\gamma-1}}{\left(1+\alpha t^{\gamma}\right)^{2}}, \tag{1.42}$$

Log-lojistik modelinde hazard oranı ve yaşam fonksiyonları, zamandan bağımsız değişkenleri kolayca birleştirebilmektedir.

Eğer model parametrizasyonu log-doğrusal cinsinden ifade edilirse, $\alpha = \exp(-\beta' x)$ olmaktadır. Lojistik yoğunluk, normal yoğunluğa çok benzemektedir.

Hazard fonksiyonu $h(t)$, standart normal dağılımın integralleri cinsinden belirtilmektedir. Log-normal model için yaşam fonksiyonu şu şekilde ifade edilmektedir:

$$S(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\log(t) - \beta' x}{\sigma}\right), \tag{1.43}$$

Burada Φ standart normal dağılım için kümülatif dağılımı ve $\beta' x$ (1.30)'daki değişkenler ve parametreler vektörünü simgelemektedir.

[35] Janet M. Box-Steffensmeier, Bradford S. Jones, **a.g.e.,** s. 32-33

Log-normal modeli için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$f(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{(2\pi)}}t^{-1}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t)-\beta' x}{\sigma}\right)^2\right], \tag{1.44}$$

Burada σ, ε'nin ölçek parametresidir ve log-normal için hazard oranı $h(t)=\frac{f(t)}{S(t)}$ şeklinde belirtilmektedir.[36]

Yaşam süresi T log-normal dağılım takip ettiğinde yoğunluk fonksiyonundan (1.29) ortalama ve varyans sırasıyla şu şekilde elde edilmektedir:

$$\mu=\exp\left(\beta' x+\frac{1}{2}\sigma^2\right) \quad \text{ve} \quad \sigma^2=\left[\exp\left(\sigma^2\right)-1\right]\exp\left(2\beta' x+\sigma^2\right) \tag{1.45}$$

n adet birime ait yaşam zamanları $t_1,t_2,\ldots,t_n$ olmak üzere $\log(T)$'nin μ ortalama ve σ^2 varyans ile normal dağılım takip etmesi durumunda μ'nün en çok benzerlik tahmincisi aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\mu}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log t_i \tag{1.46}$$

Ve σ^2'ın en çok benzerlik tahmincisi şöyledir:

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\log t_i\right)^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}\log t_i\right)^2}{n}\right]. \tag{1.47}$$

[36] **A.e.**, s. 33

Log-lojistik dağılıma ait yoğunluk fonksiyonu (1.38)'te ve yaşam fonksiyonu (1.37)'de verilmektedir. Burada $t \geq 0, \alpha > 0$ ve $\gamma > 0$ olmak üzere ve n adet birime ait yaşam zamanları $t_1, t_2, \ldots, t_n$ log-lojistik dağılım takip ettiğinde α ve γ parametrelerine ait en çok benzerlik tahmincileri aşağıdaki eşitliklerin eş zamanlı olarak çözülmesi ile elde edilmektedir:[37]

$$n - 2\alpha \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^{\gamma}}{1 + \alpha t_i^{\gamma}} = 0 \tag{1.48}$$

$$\frac{n}{\gamma} + \sum_{i=1}^{n} \log\left(t_i\right) - 2\alpha \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^{\gamma} \log\left(t_i\right)}{1 + \alpha t_i^{\gamma}} = 0 \tag{1.49}$$

1.2.2.4. Gamma ve Genelleştirilmiş Gamma Dağılımları

Gamma dağılımı, üssel ve chi-kare dağılımı içeren bir model sunmaktadır. İki parametre $(\kappa \text{ ve } \lambda)$ tarafından karakterize edilen gamma dağılımı, (yaşam zamanı sonsuza giderken) hazard oranının bir sabite doğru monoton olarak arttığı, monoton olarak azaldığı veya bir sabite eşit olduğu bir yaşam süreci tanımlamaktadır.

Başka bir ifadeyle, yaşam zamanı 0'dan sonsuza doğru artarken; $0 < \kappa < 1$ olması durumunda hazard oranı sonsuzdan λ 'ya monoton olarak azalmaktadır, yaşam zamanı 0'dan sonsuza doğru artarken; $\kappa > 1$ olması durumunda hazard oranı 0'dan λ 'ya monoton olarak artmaktadır. $\kappa = 1$ ise hazard oranı λ 'ya eşittir ve sabittir, bu durumda gamma dağılımı üssel dağılıma indirgemektedir.

Gamma dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekildedir:

$$f\left(t\right) = \frac{\lambda}{\Gamma\left(\kappa\right)} \left(\lambda t\right)^{\kappa - 1} e^{-\lambda t} \qquad t > 0,\ \kappa > 0,\ \lambda > 0 \tag{1.50}$$

[37] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s.195

Burada $\Gamma(\kappa)$ gamma fonksiyonunu[†] ifade etmektedir. κ ve λ parametreleri sırasıyla şekil ve ölçek parametreleridir. κ parametresinin değişmesi dağılımın şeklini, λ parametresinin değişmesi dağılımın ölçeğini değiştirmektedir.[38]

Gamma dağılımına ait kümülatif dağılım fonksiyonu $F(t)$ karmaşık bir yapıya sahiptir:

$$F(t) = \int_0^t \frac{\lambda}{\Gamma(\kappa)} (\lambda x)^{\kappa-1} e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\Gamma(\kappa)} \int_0^{\lambda t} u^{\kappa-1} e^{-u} du \tag{1.51}$$

$$= I(\lambda t, \kappa) \tag{1.52}$$

Burada $I(s,\kappa) = \frac{1}{\Gamma(\kappa)} \int_0^s u^{\kappa-1} e^{-u} du$ tamamlanmamış gamma fonksiyonu (incomplete gamma function) olarak tasnif edilmektedir.[39] Kümülatif dağılım foksiyonundan $1-F(t)$ yaşam fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$S(t) = \int_t^\infty \frac{\lambda}{\Gamma(\kappa)} (\lambda x)^{\kappa-1} e^{-\lambda x} dx \tag{1.53}$$

Gamma dağılımına ait hazard fonksiyonu, olasılık yoğunluk fonksiyonunun (1.50) yaşam fonksiyonuna (1.53) oranıdır, dağılım ortalaması ve varyansı ise sırasıyla $\mu = \kappa/\lambda$ ve $\sigma^2 = \kappa/\lambda^2$ şeklindedir.

---

† $\Gamma(\kappa) = \int_0^\infty x^{\kappa-1} e^{-x} dx$
$= (\kappa-1)!$ (pozitif tam sayı olduğunda)

[38] **A.e.**, s.148-150

[39] **A.e.**, s. 151

n adet birime ait yaşam zamanlarının $t_1, t_2, \ldots, t_n$ gamma dağılımı takip etmesi durumunda κ ve λ parametrelerinin en çok benzerlik tahmincileri aşağıdaki iki eşitliğin eş zamanlı olarak çözülmesi ile elde edilmektedir:

$$\frac{n\hat{\kappa}}{\hat{\lambda}} - \sum_{i=1}^{n} t_i = 0 \tag{1.54}$$

$$n \log \hat{\lambda} - \frac{n\Gamma'(\hat{\kappa})}{\Gamma(\hat{\kappa})} + \sum_{i=1}^{n} \log t_i = 0 \tag{1.55}$$

Burada $\Gamma'(\hat{\kappa})$, $\Gamma(\hat{\kappa})$'nin ‡ türevidir.[40]

Üç parametreli sürekli olasılık yoğunluk fonksiyonu olan genelleştirilmiş gamma dağılımı; iki parametreli gamma dağılımının genelleşmesidir. Üssel, Weibull, lognormal ve gamma dağılımları için kapsamlı bir model sunan bu dağılım $(\lambda,\ \gamma$ ve $\kappa)$ parametreleri ile karakterize edilmektedir. Genelleştirilmiş gamma dağılımına ait yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$f(t) = \frac{\gamma \lambda^{\gamma\kappa}}{\Gamma(\kappa)} t^{\gamma\kappa-1} \exp\left[-(\lambda t)^{\gamma}\right], \quad t > 0,\ \kappa > 0,\ \lambda > 0 \text{ ve } \gamma > 0 \tag{1.56}$$

Modelde $\kappa = 1$ olması durumunda, dağılım Weibull dağılımına; $\kappa = \gamma = 1$ olması durumunda, üssel dağılıma indirgemektedir. $\gamma = 1$ olduğunda ise gamma dağılımı ifade edilmektedir.[41]

‡ $\Gamma'(\hat{\kappa}) = \int_0^{\infty} x^{\kappa-1} \log(x) e^{-x} dx$

[40] **A.e.**, s.188-189

[41] **A.e.**, s. 152

n adet birime ait yaşam zamanları $t_1, t_2, \ldots, t_n$ genelleştirilmiş gamma dağılımı takip ettiğinde benzerlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$l(\lambda,\kappa,\gamma) = n\gamma\kappa\log\lambda + n\log\gamma + n\kappa\log\kappa - n\log\Gamma(\kappa) + \sum_{i=1}^{n}\left[(\gamma\kappa-1)\log t_i - \kappa(\lambda t_i)^{\gamma}\right] \tag{1.57}$$

Ve dağılımı karakterize eden üç parametrenin $(\lambda,\ \gamma$ ve $\kappa)$ en çok benzerlik tahmincileri aşağıdaki üç eşitliğin eş zamanlı olarak çözülmesi ile elde edilmektedir[42]:

$$\frac{n\gamma\kappa}{\lambda} - \kappa\gamma\lambda^{\gamma-1}\sum_{i=1}^{n}t_i^{\gamma} - \kappa\gamma\lambda^{\gamma-1} = 0 \tag{1.58}$$

$$n\gamma\log\lambda + n\log\kappa + n - \frac{n\Gamma'(\kappa)}{\Gamma(\kappa)} + \sum_{i=1}^{n}\left[\gamma\log t_i - (\lambda t_i)^{\gamma}\right] = 0 \tag{1.59}$$

$$n\kappa\log\lambda + \frac{n}{\gamma} + \sum_{i=1}^{n}\left[\kappa\log t_i - \kappa(\lambda t_i)^{\gamma}\log(\lambda t_i)\right] = 0 \tag{1.60}$$

Yukarıdaki incelenen parametrik süre modelleri, en çok benzerlik yöntemi ile tahmin edilmektedir. Bu yöntem ile gözlenen verilerin olasılığını maksimize edecek parametre tahminleri elde edilmektedir. En çok benzerlik tahminin elde edilmesi için, rassal değişken T 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonunun belirtilmesi gerektirmektedir, çünkü gözlenen süre zamanları t 'nin olasılığı, T 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonundan elde edilmektedir. En çok benzerlik tahminleri, kesin süreklilik koşulları altında, tutarlı ve asimptotik olarak etkindir.[43]

[42] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s. 193
[43] William H. Greene, **Econometric Analysis,** Pearson, 2012, s. 513

1.2.3. Dağılım Seçimi

Parametrik dağılımlar, belli dağılım aileleri içerisinde tasnif edilebilmektedir. Farklı bir parametre değeri ile verilen herhangi bir dağılım, bir aileyi oluşturmaktadır. Ayrıca bir dağılımın, diğer dağılımları kendisinin özel bir durumu gibi kapsaması halinde, bu dağılım, diğer tüm dağılımların (daha büyüğü olmak üzere) yuvalanma ailesini oluşturmaktadır.[44]

Bir dağılım ailesinin uygunluğunun test edilmesi, yuvalanılan dağılımdaki belirli değerlere eşit olan bazı parametreler alt kümesinin test edilmesine eş değerdir. İncelenilen veri setinin belirli bir dağılımı takip ettiği varsayılıyor ve fakat dağılım parametrelerinin değerleri bilinmiyor ise, parametrelerin belirli değerlere eşit olup olmadığının test edilmesi gerekmektedir.

Aşağıdaki alt bölümlerde sırasıyla parametreler alt kümesinin test edilmesi, tüm parametrelerin test edilmesi ve bilgi kriterleri prosedürleri ile dağılım seçimi sunulmaktadır.

1.2.3.1. Bir Dağılımdaki Parametreler Alt Kümesinin Test Edilmesi

Parametrik bir dağılımda yer alan tüm parametreler $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)$ ile gösterilmektedir, burada $\boldsymbol{\beta}_1$ ve $\boldsymbol{\beta}_2$ parametreler alt kümesini ifade etmektedir ve test hipotezi şu şekilde kurulmaktadır:

$$H_0 : \boldsymbol{\beta}_2 = \boldsymbol{\beta}_0 \tag{1.61}$$

[44] Elisa T. Lee, John Wenyu Wang, **a.g.e.**, s. 221

Burada $\boldsymbol{\beta}_0$ belirli sayılar vektörüdür. $\boldsymbol{\beta}$ 'nin en çok benzerlik tahmincisi (MLE) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ile gösterilmektedir, $\boldsymbol{\beta}_2 = \boldsymbol{\beta}_0$ olmak üzere $\boldsymbol{\beta}_1$'in en çok benzerlik tahmincisi $\hat{\boldsymbol{\beta}}_1(\boldsymbol{\beta}_0)$ ve $\hat{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ kovaryans matrisinin[§] $\boldsymbol{\beta}_2$'ye göre alt matrisi $\hat{V}_2(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ olmaktadır.

Bazı zayıf varsayımlar ve sıfır hipotezi H_0 altında, aşağıda verilen istatistiklerden her ikisi de $\boldsymbol{\beta}_2$'nin boyutuna (veya içindeki parametre sayısına) eşit serbestlik derecesi ile asimptotik chi-kare (χ^2) dağılımına sahiptir.

Log-benzerlik oranı istatistiği: $X_L = 2\left[l(\hat{\boldsymbol{\beta}}) - l(\hat{\boldsymbol{\beta}}_1(\boldsymbol{\beta}_0), \boldsymbol{\beta}_0) \right]$ (1.62)

Wald İstatistiği: $X_W = (\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}_0)' \hat{V}_2^{-1}(\hat{\boldsymbol{\beta}})(\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}_0)$ (1.63)

$\boldsymbol{\beta}_2$'deki parametrelerin sayısı (q)'ya eşit ve verilen anlamlılık seviyesi (α) 'ya eşit olmak üzere, log-benzerlik testi sonucu $X_L > \chi^2_{q,\alpha}$ ise sıfır hipotez H_0 reddedilmektedir. Wald test istatistiği $X_W > \chi^2_{q,\alpha/2}$ ve $X_W < \chi^2_{q,1-\alpha/2}$ (çift-taraflı test) veya $X_W > \chi^2_{q,\alpha}$ (tek-taraflı test) şeklinde sonuçlandığında sıfır hipotez H_0 reddedilmektedir.[45]

Burada $\chi^2_{q,\alpha}$, $\chi^2_{q,\alpha/2}$ ve $\chi^2_{q,1-\alpha/2}$ test değerleri, (q) serbestlik derecesi ile chi-kare (χ^2) dağılımının $100(1-\alpha)$, $100(1-\alpha/2)$ ve $100(\alpha/2)$ yüzdelik noktalarını ifade etmektedir; $P(\chi^2_q > \chi^2_{q,\alpha}) = \alpha$ ve $P(\chi^2_q > \chi^2_{q,\alpha/2}) = P(\chi^2_q < \chi^2_{q,1-\alpha/2}) = \frac{\alpha}{2}$.

[§] Yaşam zamanının, yoğunluk fonksiyonu $f(t, \boldsymbol{\beta})$ ve yaşam fonksiyonu $S(t, \boldsymbol{\beta})$ ile bir dağılım takip ettiği varsayılmaktadır. Burada $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p)$ dağılımdaki bilinmeyen $\boldsymbol{\beta}$ parametrelerini belirtmektedir.

[45] **A.e.**,, s. 222-223

1.2.3.2. Bir Dağılımdaki Tüm Parametrelerin Test Edilmesi

Süre modellerinde kullanılan bir dağılımdaki tüm parametrelerin $(\boldsymbol{\beta})$ bilinen değerler seti olarak verilen $\boldsymbol{\beta_0}$'a eşit olup olmadığını test etmek amacıyla Log-Benzerlik Oranı, Wald İstatistiği ve Score İstatistiği testleri kullanılmaktadır. Bu test istatistiklerinde temel hipotez şu şekilde kurulmaktadır:

$$H_0 : \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta_0} \tag{1.64}$$

Verilen bu test istatistiklerinin formülleri aşağıdaki şekildedir:

Log-Benzerlik Oranı Testi: $X_L = 2\left[l\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) - l\left(\boldsymbol{\beta_0}\right) \right]$ (1.65)

Wald İstatistiği: $X_W = -\left(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta_0}\right)' \dfrac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta_0})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}'} \left(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta_0}\right)$ (1.66)

Score İstatistiği: $X_S = \left[\dfrac{\partial l(\boldsymbol{\beta_0})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right]' \left[-\dfrac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta_0})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}'} \right]^{-1} \dfrac{\partial l(\boldsymbol{\beta_0})}{\partial \boldsymbol{\beta}}$ (1.67)

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$'nin çok değişkenli normal dağılıma yaklaştığı varsayımı ve sıfır hipotez altında, verilen bu üç istatistik de (p) serbestlik derecesi ve $\boldsymbol{\beta}$ (parametrelerinin sayısı) boyutu ile asimptotik chi-kare (χ^2) dağılımına sahiptir.

Verilen anlamlılık seviyesi (α) için, Log-benzerlik oranı testi sonucu $X_L > \chi^2_{p,\alpha}$ ise; Wald istatistiği sonucu $X_W > \chi^2_{p,\alpha/2}$ veya $X_W < \chi^2_{p,1-\alpha/2}$ ise; Score testi sonucu $X_S > \chi^2_{p,\alpha/2}$ veya $X_S < \chi^2_{p,1-\alpha/2}$ ise H_0 sıfır hipotezi reddedilmektedir.

Sıfır hipotezinin reddedilmesi, incelenen dağılımın ve ait olduğu sınıfın gözlenen veri seti için uygun olmadığı anlamına gelmemektedir, sıfır hipotezinin reddedilmesi sadece bilinen parametreler $\boldsymbol{\beta_0}$ ile verilen dağılımın reddedilmesi

anlamına gelmektedir. Aynı sınıfa ait fakat farklı $\boldsymbol{\beta}_0$ parametreleri ile verilen bir dağılımın uygun dağılım olması mümkündür.[46]

1.2.3.3. BIC ve AIC Prosedürleri ile Dağılım Seçimi

Bir dağılımın gözlenen veriler için uygun olup olmadığını test etmenin genel yöntemi, söz konusu dağılımı, yuvalandığı daha genel bir dağılım ailesi ile karşılaştırmaktır.

Bayesian Bilgi Kriteri (BIC) olarak adlandırılan bir seçim prosedürü, log benzerlik $l\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)$, dağılımdaki parametre sayısı $\left(p\right)$ ve gözlemlerin toplam sayısına bağlıdır. BIC seçim prosedürü şu şekilde formüle edilmektedir:

$$r = l\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) - \frac{p}{2}\log n \tag{1.68}$$

Burada $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dağılımdaki tüm parametrelerin en çok benzerlik tahmincisini (MLE) ifade etmektir. BIC değeri, kıyaslaması yapılacak her bir dağılım için ayrı ayrı hesaplanmaktadır. En düşük r değerine sahip dağılım adayı, verilere en iyi uyan dağılım olarak yorumlanmaktadır. Zayıf varsayımlar altında olan bazı dağılım sınıfları ve yeterli büyüklükte veri seti için, BIC tarafından seçilen dağılımın, temelde doğru dağılıma yaklaştığı görülmektedir.

Dağılım kıyaslamalarında sıklıkla kullanılan diğer bir seçim prosedürü Akaike Bilgi Kriteridir (AIC). AIC seçim prosedürüne ait formülasyon şu şekilde verilmektedir:[47]

$$r = l\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) - 2p \tag{1.69}$$

[46] **A.e.**, s.224-225
[47] **A.e.**, s. 231-233

Akaike bilgi kriteri (AIC) dağılımdaki parametrelerin sayısını dikkate alarak, dağılımın uyumunun iyiliğini ölçen bir kriterdir. Alternatif dağılımlar arasında en küçük değerler veren AIC, en uygun dağılım olarak seçilmektedir.[48]

[48] Mustafa Sevüntekin, Mehmet Çınar, **Ekonometrik Zaman Serileri Analizi**, 5. bs., Bursa, Dora, 2017, s. 199

İKİNCİ BÖLÜM

OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİ

Mandelbrot (1963)[1] tarafından "volatilite kümelenmesi" olarak ifade edilen yaklaşım, büyük fiyat değişimlerinin büyük fiyat değişimleri tarafından takip edildiğini, küçük fiyat değişimlerinin küçük fiyat değişimleri tarafından takip edildiğini ileri sürmektedir. Fiyatlardaki bu kümelenme finansal zaman serilerinde gözlenmektedir ve zamanla değişen varyansa neden olmaktadır.

Engle (1982)[2] zamanla değişen varyansı modellemek amacıyla Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) modellerini geliştirmiştir. ARCH modellerinde volatilite, otoregresif bir sürece bağlı koşullu varyans olarak ele alınmaktadır ve koşullu varyans, koşullu ortalama modelinden elde edilen hata terimlerinin karelerinin gecikmeli değerleri olarak modellenmektedir. Diğer bir ifadeyle ARCH modellerinde koşullu varyans geçmiş dönem bilgilerini kullanarak modellenmektedir.[3]

Volatilite kümelenmesine (ARCH) benzer bir motivasyona sahip olan Otoregresif Koşullu Süre (ACD) modeli, Engle ve Russell (1995)[4] tarafından önerilmiştir. Süre kümelenmesi olarak adlandırılan bu yaklaşım, düzensiz aralıklarla gerçekleşen alım-satım işlemlerinin volatilite kümelenmesine benzer bir davranış sergilediğini ileri sürmektedir. ACD modelleri ile, ardışık iki alım-satım işlemi, fiyat değişimleri veya hacim değişimleri gibi finans piyasalarında gerçekleşen olaylar arasındaki süre uzunlukları modellenmektedir. Bu modellemenin amacı, piyasa

[1] Benoit Mandelbrot, **The Variation of Certain Speculative Prices**, The Journal of Business, Vol. 36, No: 4, 1963, s. 418

[2] Robert F. Engle, **Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,** Econometrica, Vol. 50, I. 4, Jul., 1982, s. 987-1008

[3] Aycan Hepsağ, **Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri: Petrol Piyasası ile Finansal Piyasalarda İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi Arasındaki Oynaklık Etkileşimi Üzerine Bir Uygulama**, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2013, s.4

[4] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **Autoregressive Conditional Duration Model: A New Model for Irregularly Spaced Transaction Data,** Econometrica, Vol. 66, N. 5, Sep., 1995, s. 1127-1162

katılımcılarına analizlerini güçlendirecek bilgiler sağlamaktır (bkz. Easley ve O'Hara 1992)[5]. Ayrıca süreler, alternatif bir volatilite ölçütü olarak da kullanılabilmektedir.

Süreler için geliştirilen ekonometrik modeller genel hatlarıyla koşullu modellerdir, yani sürelerin dışsal değişkenlere koşullandırılarak modellenmesi amaçlanmaktadır. Örneğin, işsizlik analizinde, işsizlik süreleri kişilerin eğitim düzeyleri, en son aldığı ücret gibi çeşitli özelliklere koşullandırılmaktadır. Aynı şekilde, finans piyasaları için yapılan süre analizlerinde süreler, piyasanın bazı özelliklerine koşullandırılmaktadır. Bu özellikler mikroyapı analizlerinde ele alınan asimetrik bilgi modelleri ile ilgili değişkenlerdir. Ancak koşullandırma yapılacak bir dışsal değişken belirlenmediği takdirde, sürelerdeki bağımlılığın hesaba katıldığı dinamik bir model kurulmaktadır ve sürelerin açıklayıcı değişken olarak modele dahil edildiği bir sistem sağlanmaktadır. [6]

Zaman bağlamında ilişkilendirilmiş finansal olaylar için, geçmiş bilgilere koşullanmış yoğunluk ile bir nokta süreci önerilmektedir. Olay zamanları $t_0 < t_1 < \ldots < t_n < \ldots$ olmak üzere; t zamanına kadar gerçekleşmiş olan olayların toplamı $N(t)$ fonksiyonu ile gösterilmektedir ve olay zamanları dizisi $\{t_0, t_1, \ldots, t_n, \ldots\}$ nokta sürecini ifade etmektedir.

Nokta sürecinde yer alan işaretler, olaylar ile ilişkili bilgileri simgelemektedir. Bu işaretler örneğin; işlem fiyatları ve işlem hacmi gibi bilgilerden oluşmakta ve gün içi gerçekleşen bir işlem dizisini, belli bir nokta süreci olarak algılamaktadır.[7] Söz konusu nokta süreçlerinin, seçime bağlı olarak inceltilmesi ile piyasadaki diğer değişkenlerin değişim yoğunlukları modellenmektedir. Bu yoğunluk, bir sonraki olaya kadar geçen sürenin koşullu beklenen değerini ifade etmektedir. [8]

Bir nokta sürecinde yer alan geçmiş zamanlı nokta olaylarının, gelecekte oluşacak nokta olaylarının gerçekleşme olasılıklarını arttırmasına kendinden-uyarımlı

[5] David Easley, Maureen O'Hara, **a.g.e.**
[6] Luc Bauwens, Pierre Giot, **a.g.e.**, 2001, s.69
[7] Joachim Grammig, Kai-Oliver Maurer, **Non-monotonic Hazard functions and the Autoregressive Conditional Duration Model,** Econometric Journal V.3, 2000, s.16-38
[8] Izhak Rubin, **Regular Point Processes and Their Detection**, IEEE Transactions of Information Theory, V. 18, N. 5, s. 547-557

nokta süreci (self-exciting point process) denilmektedir.[9] Otoregresif Koşullu Süre (ACD) modeli kendinden-uyarımlı nokta süreci yapısına sahiptir ve bu yapıda, koşullu beklenen sürenin parametrik bir ifadesi oluşturulmaktadır. Daha sonra, en çok benzerlik yöntemi kullanılarak parametrelerin tahminleri elde edilmektedir.[10]

2.1. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE (ACD) MODELİ

En yaygın otoregresif süre yaklaşımı Engle ve Russell (1995) tarafında sunulan doğrusal ACD modelidir. piyasaya t_i ve t_{i-1} zamanlarında varan iki ardışık olay arasındaki süre $x_i = t_i - t_{i-1}$ olarak tanımlanmaktadır. x_i süresinin yoğunluğu geçmiş zamandaki x sürelerine koşullandırılmaktadır. i-inci sürenin beklenen değeri ψ_i olmak üzere aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$E\left(x_i \middle| x_{i-1},\ldots,x_1\right) = \psi_i\left(x_{i-1},\ldots,x_1;\theta\right) \equiv \psi_i . \tag{2.1}$$

Otoregresif koşullu süre (ACD) modelinin temeli, koşullu ortalama fonksiyonunun dinamik parametrizasyonuna dayanmaktadır:

$$\psi_i \coloneqq \psi_i\left(\theta\right) = \mathrm{E}\left[\, x_i \middle| F_{t_{i-1}};\theta \right] \tag{2.2}$$

Burada θ, $p\times 1$ boyutlu parametre vektörünü ifade etmektedir. Ayrıca $F_{t_{i-1}}$, en yakın (düzensiz aralıklı) gözlemlerden t_{i-1} elde edilen bilgi setini göstermektedir.* Standartlaştırılmış süreler $x_i = \psi_i \varepsilon_i$ olmak üzere, $E\left[\varepsilon_i\right] = 1$ ortalama ile $\left\{\varepsilon_i\right\} \sim i.i.d.$ olduğu varsayılmaktadır. ACD modeli, süre verilerinin GARCH modeli olarak kabul edilmektedir ve koşullu süreler için ψ_i otoregresif bir model belirtilmektedir:

$$\psi_i = \omega + \alpha x_{i-1} \beta \psi_{i-1} \tag{2.3}$$

---

[9] Donald L. Snyder, Michael I. Miller, **Random Point Processes in Time and Space**, Springer, New York, 1991

[10] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **a.g.e.**, 1995, s. 1128.

* $\coloneqq$ operatörü "tarafından tanımlanmaktadır" ifadesini belirtmektedir.

Bu eşitlikte $\omega > 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0,$ ($\alpha = 0$ ise $\beta = 0$ olmak üzere) ve $\alpha+\beta<1$ katsayı kısıtları bulunmaktadır. Verilen bu kısıtlardan $\alpha+\beta<1$ kısıtı sürenin koşulsuz ortalamasının varlığını sağlamaktadır; $\omega > 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$ kısıtları ise koşullu sürenin pozitifliğini sağlamak için yeterlidir.

Hata teriminin ε_i dağılımı için çeşitli seçenekler mevcuttur; üssel, gamma, Weibull, Burr, lognormal, Pareto, genelleştirilmiş gamma...vb. Söz konusu bu dağılımlar prensipte pozitif destek sağlayan dağılımlardır. Hata terimi için verilen bu dağılımların $E(\varepsilon_i) = 1$ şeklinde parametreleştirildiği varsayılmaktadır. Bu varsayım birinci momentin varlığı kadar kısıtlayıcı değildir. $E(\varepsilon_i) = \mu \neq 1$ olması durumunda; süreler $x_i = \mu\psi_i(\varepsilon_i/\mu) = \psi_i'\varepsilon_i'$ şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada $E(\varepsilon_i') = 1$ ve $Var(\varepsilon_i') = \sigma^2/\mu$ olduğu varsayılmakta ve $\psi_i' = \omega' + \alpha' x_{i-1}\beta\psi_{i-1}'$ eşitliği sağlanmaktadır. Bu eşitlikte $\omega' = \omega\mu$ ve $\alpha' = \alpha\mu$ şeklindedir.[11]

Hata teriminin ε yoğunluk fonksiyonu (f_0) ve sürelerin yaşam fonksiyonu S_0 ile temel hazard fonksiyonu elde edilmektedir:

$$h_0(t) = \frac{f_0(t)}{S_0(t)}, \tag{2.4}$$

Elde edilen hazard fonksiyonu ile otoregresif koşullu süre (ACD) modeline ait koşullu yoğunluk aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\lambda\left(t \middle| N(t), t_1, \ldots, t_{N(t)}\right) = h_0\left(\frac{t - t_{N(t)}}{\psi_{N(t)+1}}\right)\frac{1}{\psi_{N(t)+1}} \tag{2.5}$$

Bu gösterim ACD modelinin, Hızlandırılmış Hata Zamanları (AFT) modeli sınıfına ait olduğunu göstermektedir çünkü geçmiş dinamikler başarısızlık süresinin oranını etkilemektedir. Başka bir deyişle, AFT modeli finans piyasalarında bazı zamanların hızla akarken bazı dönemlerin oldukça yavaş olduğunu ifade etmektedir.

[11] Luc Bauwens, Pierre Giot, **a.g.e.,** 2001, s.71

ACD modelinde zaman akış oranının geçmiş olayların varış zamanına dolayısıyla ψ fonksiyonuna bağlı olduğu savunulmaktadır.[12]

ACD modelinin temel fikri, yoğunluk fonksiyonunun kendisi yerine, (dinamik olarak) sürenin koşullu ortalamasının parametreleştirilmesidir. Bu durumda, sadece t_i noktalarında güncellenebilir bir yapıda olan ψ_i fonksiyonu, zamanla değişen değişkenlerin etkisini yansıttığı gibi tam dinamik yapıyı da yansıtmaktadır.

ACD modelinin koşullu ortalaması $E\left[x_i \middle| F_{i-1}\right] = \psi_i$ şeklinde ifade edilmektedir. ACD modelinin koşulsuz ortalaması ve koşullu varyansı ise aşağıdaki şekildedir:

$$E\left[x_i\right] = E\left[\psi_i\right] \cdot E\left[\varepsilon_i\right] = \frac{\omega}{1 - \sum_{j=1}^{m} \alpha_j - \sum_{j=1}^{q} \beta_j}, \tag{2.6}$$

$$V\left[x_i \middle| F_{i-1}\right] = \psi_i^2 \cdot V\left[\varepsilon_i\right]. \tag{2.7}$$

Gecikme mertebelerinin bire eşit olduğu $m = q = 1$ ACD (1,1) modeline ait koşulsuz varyans şu şekildedir:

$$V\left[x_i\right] = E\left[x_i\right]^2 V\left[\varepsilon_i\right]\left[\frac{1 - \beta^2 - 2\alpha\beta}{1 - (\alpha + \beta)^2 - \alpha^2 V\left[\varepsilon_i\right]}\right]. \tag{2.8}$$

Buna bağlı olarak otokorelasyon fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} \rho_1 &:= Cov\left(x_i, x_{i-1}\right) = \frac{\alpha_1\left(1 - \beta_1^2 - \alpha_1\beta_1\right)}{1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1} \\ \rho_n &= (\alpha + \beta)\,\rho_{n-1} \qquad\qquad n \geq 2 \text{ olmak üzere} \end{aligned} \tag{2.9}$$

[12] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **a.g.e.**, 1995, s. 1133.

ACD modelinin kovaryans durağanlık koşulları GARCH modelinin kovaryans durağanlık koşullarına benzemektedir ve bu koşullar şu şekilde yerine getirilmektedir:

$$(\alpha+\beta)^2-\alpha^2 V[\varepsilon_i]<1 \tag{2.10}$$

Yüksek-mertebeli ACD modelleri için de sonuçlar yukarıda elde edilenlere benzemektedir, fakat hesaplaması oldukça külfetlidir. [13] Elde edilen bu sonuçlardan, $V[x_i]>E[x_i]^2$ olduğu görülmektedir. Bu durum, ACD modelinin aşırı dağılımın varlığına işaret ettiğini göstermektedir. Başka bir ifadeyle, koşulsuz standart sapma koşulsuz ortalamayı aşmaktadır. Bu özellik GARCH modelinin aşırı basıklık özelliğine karşılık olarak kabul edilmektedir. Süre sürecinin olasılık yoğunluk fonksiyonunun genel formülasyonu, Fernandes (2004)[14] tarafından verilen bir ACD (m,q) modeli tarafından ifade edilmektedir.

Martingale Farkı $\eta_i := x_i-\psi_i$ sunularak, düz süreler için ARMA $(\max(m,q)q)$ açısından ACD(m,q) modeli aşağıdaki şekilde yazılabilmektedir:

$$x_i=\omega+\sum_{j=1}^{\max(m,q)}(\alpha_j+\beta_j)x_{i-j}-\sum_{j=1}^{q}\beta_j\eta_{i-j}+\eta_i\,. \tag{2.11}$$

2.2. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE (ACD) MODELİNİN TAHMİNİ

Yüksek-frekanslı süre verilerinde, zaman serilerinin aylık ve üç aylık verilerinde sıklıkla ortaya çıkan mevsimsellik etkisine benzer bir etki oluşmaktadır. Günsellik olarak adlandırılan bu etki, dünya borsalarının açılış, kapanış ve öğle arası gibi belirli piyasa saatlerinden kaynaklanmaktadır. Süre verilerinde ortaya çıkan bu etki, piyasalarda oluşan yüksek aktivite – düşük aktivite periyotlarını ifade etmektedir.

[13] Nikolaus Hautsch, **a.g.e.,** s. 103
[14] Marcelo Fernandes, **Bounds for the Probability Distribution Function of the Linear ACD Process**, Elsevier, Statistics & Probability Letters, V. 68, 2004, s. 169-176

Gün içerisinde meydana gelen bu yapı, koşullu ortalamanın zaman boyunca değişken olmasına ve tahmin sonuçlarında sapmalara yol açmaktadır.[15]

ACD modellerinin süre serilerine uygulanabilmesi için öncelikle, günsellik etkisinden arındırılmış bir süre süreci elde etmek gerekmektedir. Literatürde günsel etki, baskın bir biçimde deterministik bir terim olarak modellenmektedir. Bu etkiden arındırılmış bir süreç elde etmek için öncelikle, bu deterministik faktör tahmin edilmekte ve daha sonra periyodiklikten arındırılmış süreler üretilmektedir.

Engle ve Russell (1995)[16], deterministik faktörü modele uyarlamak için iki aşamalı bir yaklaşım benimsemektedir. Birinci aşamada, süre verisi ($x_i^* = t_i - t_{i-1}$ olmak üzere) deterministik bileşenden arındırılarak tahmin edilmektedir. Bu günlük deterministik bileşen $\phi(\cdot)$, çarpımsal bir fonksiyon şeklinde formüle edilmektedir:

$$E\left[X_i^* \middle| X_{i-1}^*, ..., X_1^* \right] = \phi(t_{i-1})\psi\left(X_{i-1}, ..., X_1 \right) \tag{2.12}$$

Buradan günsellik etkisinden arındırılmış süre süreci $\{x_i\}$ aşağıdaki formül aracılığıyla elde edilmektedir:

$$x_i = x_i^* / \phi(t_{i-1}) \tag{2.13}$$

Günsellik etkisinden arındırılmış süre süreci x_i ile ifade edilmektedir ve $E[x_i] = 1$ 'dir. İkinci aşamada, elde edilen (günsellik etkisinden arındırılmış) yeni süre sürecine ACD modelleri uygulanmaktadır.[17]

Ancak literatürde günsel faktörün nasıl hesaplanması gerektiğine dair bir fikir birliği bulunmamaktadır ve bununla ilgili bir çok yöntem önerilmiştir. Bu yöntemlerden en yaygın kullanılanlar: doğrusal spline fonksiyonu, kübik spline fonksiyonu, Fourier serisi ve super smoother prosedürüdür.

---

[15] Patrick W. Saart, Jiti Gao, David E. Allen, **Semiparametric Autoregressive Conditional Duration Model: Theory and Practice**, Econometric Reviews, 2015, s.868

[16] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **a.g.e.**, 1995

[17] Maria Pacurar, **Autoregressive Conditional Duration (ACD) Models in Finance: A Survey of the Theoretical and Empirical Literature**, Dalhousie University, Feb., 2006, p. 27-28

Bu çalışmada günsel faktörün hesaplanması için Jerome Friedman (1984)[18] tarafından geliştirilen super smoother prosedürü kullanılmıştır. Bu prosedür, uyarlanabilir bant genişlikleri ile parametrik olmayan bir doğrusal regresyon tahmincisi sunmaktadır (ayrıntılı bilgi için bkz.: Jerome H. Friedman, 1984). Zhang, Russell ve Tsay (2001)[19] tarafından da kullanılan bu prosedür SPLUS programına ait "supsmu" fonksiyonu ile hesaplanmaktadır.

Otoregresif koşullu süre modelindeki hata teriminin ε_i, süre süreçlerinin pozitif olma özelliğine uygunluk gösteren bir dağılım takip ettiği varsayılmaktadır. Bu dağılıma göre koşullu sürenin yoğunluk fonksiyonu ile yaşam fonksiyonu tanımlanmaktadır. Hata terimi için belirlenen parametrik dağılım doğrultusunda, modelin benzerlik fonksiyonu elde edilmekte ve hazard fonksiyonu tahmin edilmektedir.

Literatürde ACD modeli için verilen bir çok dağılım seçeneği mevcuttur. Bu dağılımlar, örneğin sabit hazard fonksiyonuna sahip üssel dağılım, monoton olarak artan/azalan hazard fonksiyonlu Weibull dağılımı gibi parametrizasyonlar olabileceği gibi; gamma, genelleştirilmiş-gamma, Burr veya genelleştirilmiş-F dağılımları gibi daha esnek hazard fonksiyonlarına sahip parametrizasyonlar da olabilmektedir.

Bundan sonraki kısımda, ACD modeli literatüründe en çok incelenen dört dağılım seçeneği ile kurulmuş otoregresif koşullu süre yapıları incelenecektir. Seçilen modellerden ilk ikisi, monoton şekilli hazard fonksiyonuna izin verirken; sonraki iki model, daha esnek yapılar sunarak monoton-olmayan hazard fonksiyonuna izin vermektedir.

[18] Jerome H. Friedman, **A Variable Span Smoother**, Stanford Linear Accelerator Center and Department of Statistics, Stanford University, California, 1984

[19] Michael Yuanjie Zhang, Jeffrey R. Russell, Ruey S. Tsay, **A Nonlinear Autoregressive Conditional Duration Model with Applications to Financial Transaction Data**., Journal of Econometrics, Vol. 104, 2001, s. 187

2.2.1. Üssel Otoregresif Koşullu Süre (EACD) Modeli

Otoregresif koşullu süre modellerinin en basit versiyonu, üssel ACD (EACD) modelidir. Üssel dağılım pozitif destekte tanımlanan stokastik süreçlerin merkezi dağılımıdır ve rassal değişkenler için normal dağılıma karşılık olarak değerlendirilmektedir. Bu modelde hata terimleri üssel dağılımı takip etmektedir. Modelin koşullu yoğunluğu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\lambda\left(t\middle|x_{N(T)},\ldots,x_1\right)=\psi_{N(T)+1}^{-1} \tag{2.14}$$

Gecikme parametrelerinin bire eşit olduğu EACD (1,1) modeline ait süre süreci şu şekilde verilmektedir:

$$\psi_i=\omega+\alpha x_{i-1}+\beta\psi_{i-1} \tag{2.15}$$

Burada $\omega>0,\ \alpha\geq 0,\ \beta\geq 0$ $\left(\alpha=0 \text{ ise } \beta=0\text{'dır}\right)$ ve $\alpha+\beta<1$ katsayı kısıtları yer almaktadır. $\alpha+\beta<1$ kısıtı sürelerin koşulsuz ortalamasını sağlamaktadır, diğer kısıtlar ise koşullu sürenin pozitifliğini sağlamak için gereklidir.[20]

m-hafızalı bir koşullu yoğunluk, sadece son m sürenin koşullu süreyi etkilediğini ifade etmektedir. m ve q gecikme parametreleri ile EACD$\left(m,q\right)$ modeli genelleştirilerek sonsuz hafızaya ulaşmaktadır:

$$\psi_i=\omega+\sum_{j=0}^{m}\alpha_j x_{i-j}+\sum_{j=0}^{q}\beta_j\psi_{i-j} \tag{2.16}$$

Burada $\forall i,\ i=1,\ldots,N$ ve $j=1,\ldots,m,q$ olmak üzere $\alpha_j\geq 0,\ \beta_j\geq 0,\ \omega>0$ kısıtları geçerlidir.

[20] Robert F.Engle, Jeffrey R.Russell, **a.g.e.**, 1995, s. 1134

EACD(m,q) modeli, beklenen değer tarafından hesaplanan momentlere izin vermektedir. x_i süresinin koşullu ortalaması ψ_i koşullu süredir. Koşulsuz ortalama ise aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$E(x_i) = \frac{\omega}{1 - \sum_{j=1}^{m} \alpha_j - \sum_{j=1}^{q} \beta_j}. \tag{2.17}$$

Gecikme parametrelerinin bire eşit olduğu EACD (1,1) modelinde, x'in koşullu varyansı ψ_1^2 olmaktadır, koşulsuz varyansı ise σ^2 tarafından elde edilmektedir:

$$\sigma^2 = \mu^2 \left(\frac{1 - \beta^2 - 2\alpha\beta}{1 - \beta^2 - 2\alpha\beta - 2\alpha^2} \right). \tag{2.18}$$

Bu eşitlikte $\alpha > 0$ olduğunda, koşulsuz standart sapma ortalamayı aşmaktadır ve aşırı yayılım sergilemektedir.[21]Üssel dağılım varsayımları birçok uygulama için biraz kısıtlayıcı olabilmektedir.

EACD modeline ait parametreler, yarı en çok benzerlik (QML) tahmincisi ile elde edilmektedir ve log benzerlik fonksiyonu şu şekilde verilmektedir:

$$\ln L(\mathrm{X};\theta) = \sum_{i=1}^{n} l_i(\theta) = -\sum_{i=1}^{n} \left[\ln \psi_i + \frac{x_i}{\psi_i} \right] \tag{2.19}$$

Burada $l_i(\theta)$, i-inci gözlemin log benzerlik desteğini belirtmektedir. Score vektörü ve Hessian matrisi sırasıyla aşağıdaki şekildedir:

$$s(\theta) := \frac{\partial \ln L(\mathrm{X};\theta)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n} s_i(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} \cdot \frac{1}{\psi_i} \left[\frac{x_i}{\psi_i} - 1 \right] \tag{2.20}$$

[21] Robert F.Engle, Jeffrey R.Russell, **a.g.e.,** 1997, s. 190-192

$$H(\theta) := \frac{\partial^2 \ln L(\mathrm{X};\theta)}{\partial\theta\partial\theta'} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{h}_i(\theta)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\partial}{\partial\theta'} \left[\frac{1}{\psi_i} \frac{\partial\psi_i}{\partial\theta} \right] \left(\frac{x_i}{\psi_i} - 1 \right) - \frac{1}{\psi_i} \frac{\partial\psi_i}{\partial\theta} \frac{\partial\psi_i}{\partial\theta'} \frac{x_i}{\psi_i^2} \right\} \tag{2.21}$$

Burada $s_i(\theta)$, $p\times 1$ boyutlu bir vektör olup score vektörüne i-inci katkıyı belirtmektedir ve $\mathrm{h}_i(\theta)$, $p\times p$ boyutlu bir matris olup Hessian matrisine i-inci katkıyı belirtmektedir.

Modelin doğru spesifikasyon koşulları altında $\psi_i = \psi_{i,0}$ eşitliği söz konusudur, burada $\psi_{i,0} := \psi_i(\theta_0) = E\left[x_i \middle| F_{i-1}; \theta_0 \right]$ koşullu ortalamayı belirtmektedir; $\varepsilon_i = x_i/\psi_i$ 'nin beklenen değeri bire eşittir ve stokastik bağımsız dağılım takip etmektedir.

Bunun sonucu olarak bilgi setine F_{i-1} göre score $s_i(\theta)$ bir martingale farkıdır ve Hessian aşağıdaki şekildedir[22]:

$$E\left[H(\theta_0) \middle| F_{i-1} \right] = \sum_{i=1}^{n} \tilde{\mathrm{h}}_i(\theta_0) = -\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\psi_{i,0}^2} \frac{\partial\psi_{i,0}}{\partial\theta} \frac{\partial\psi_{i,0}}{\partial\theta'} \tag{2.22}$$

Burada $\tilde{\mathrm{h}}_i(\theta_0) := E\left[\mathrm{h}_i(\theta) \middle| F_{i-1} \right]$'dir. EACD tahmincisinin QML özelliklerini ispatlamanın ön şartı, koşullu ortalama fonksiyonunun doğru spesifikasyonunu sağlamaktır. Engle ve Russell (1997) tarafından EACD modeline ait QML parametre tahminlerinin $\hat{\theta}$ tutarlı olduğunu bulunmuştur. [23]

[22] Nikolaus Hautsch, **a.g.e.,** s. 105
[23] Robert F.Engle, Jeffrey R.Russell, **a.g.e.,** 1997, s. 191

2.2.2. Weibull Otoregresif Koşullu Süre (WACD) Modeli

Üssel ACD modeli, teoride basit ve tahmini kolaydır. Ancak üssel dağılım modelindeki sabit hazard varsayımı gerçeği yansıtmakta yetersiz kalmaktadır. Çünkü, finans piyasalarında işlem süreleri, işlem yoğunluğu ile negatif bir ilişki sergilemektedir. Bu durum, işlem sürelerinin uzunluklarının, piyasada yeni bir bilginin varlığıyla ilişkili olduğu şeklinde yorumlanmaktadır. Dolayısıyla, sürelere ait hazard fonksiyonlarının her defasında sabit ve bire eşit olduğunu kabul etmek oldukça güçtür.[24] Üssel ACD modelinin bu dezavantajını yenmek için Engle ve Russell (1995)[25], hata terimi için Weibull dağılımını sunmuştur.

Weibull dağılımına göre x'in olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekildedir:

$$f\left(x|\gamma\right)\begin{cases}\gamma\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\right]^{\gamma}x^{\gamma-1}\exp\left\{-\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)x\right]^{\gamma}\right\} & x\geq 0 \text{ olmak üzere,}\\ 0 & \text{diğer durumlarda.}\end{cases} \tag{2.23}$$

Burada γ parametresi Weibull dağılımının şekil parametresini simgelemektedir ve $\Gamma(\cdot)$ Gamma fonksiyonudur. Rassal değişken x'in ortalaması $E(x)=1$ ve varyansı $Var(x)=\Gamma(1+2/\gamma)\Big/\left[\Gamma(1+1/\gamma)\right]^{2}-1$'a eşittir. x'in hazard fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\lambda\left(x|\gamma\right)=\gamma\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\right]^{\gamma}x^{\gamma-1} \tag{2.24}$$

[24] Ruey S.Tsay, "Lecture 15: Autoregressive Conditional Duration Models", 2007, (Çevrimiçi) https://faculty.chicagobooth.edu/ruey.tsay/teaching/uts/lec15-08.pdf

[25] Robert F.Engle, Jeffrey R.Russell, **a.g.e.**, 1995

Weibull ACD modeli varsayımı altında $\gamma > 1$ ise x'in hazard fonksiyonu monoton olarak artan bir fonksiyon; $0 < \gamma < 1$ ise x'in hazard fonksiyonu monoton olarak azalan bir fonksiyon olmaktadır.

Yoğunluk fonksiyonundan (2.23) süre verilerinin log-benzerlik fonksiyonu tahmini elde edilebilmektedir. Weibull ACD modeli parametrizasyonu için log-benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$L = \sum_{i=1}^{N(T)} \ln\left(\frac{\gamma}{x_i}\right) + \gamma \ln\left(\frac{\Gamma\left(1+1/\gamma\right) x_i}{\psi_i}\right) - \left(\frac{\Gamma\left(1+1/\gamma\right) x_i}{\psi_i}\right)^{\gamma} \tag{2.24}$$

GrammiBurada şekil parametresinin $\gamma = 1$ olması durumunda, log benzerlik fonksiyonu, Üssel ACD (EACD) modelinin log benzerlik fonksiyonuna indirgemektedir.[26]

2.2.3. Burr Otoregresif Koşullu Süre (BACD) Modeli

Engle ve Russell (1995) tarafından sunulan Üssel ve Weibull ACD modellerinin geçmiş sürelere koşullu hazard (veya yoğunluk) fonksiyonları, süreye göre sabit, artan veya azalan bir şekil almaktadır. Grammig ve Maurer (2000)[27] çalışmalarında, fiyat değişimleri süre süreçlerini incelemiş ve farklı ACD spesifikasyonlarını karşılaştırmıştır. Elde ettikleri bulgular, fiyat değişim sürelerinin monoton-olmayan bir kalıba sahip olduğunu göstermektedir. Süreleri modellemek için daha esnek bir dağılım gerektiğini savunan Grammig ve Maurer Burr-ACD modelini sunmuştur.

Süre analizi literatüründe, sürenin modellenmesini sağlayacak esnek dağılımlar elde etmek amacıyla, dağılımların karışım modelleri oluşturulmaktadır. Bu sistemde bir karışım modeline ulaşmak için; belli bir parametrik dağılım ailesi, bir heterojen değişken ile ilişkilendirilmektedir. Süre analizi literatürde kullanılan en yaygın karışım

[26] **A.e.**, s. 1136
[27] Joachim Grammig, Kai-Oliver Maurer, **a.g.e.**

modeli, tümleşik hazard oranının rassal bir heterojen terim ile çarpılmasından elde edilmektedir.

Grammig ve Maurer tarafından önerilen Burr dağılımı, Weibull dağılımının gamma karışımından elde edilmektedir ve hazard fonksiyonu için daha esnek bir yapı sunmaktadır.

Burr ACD spesifikasyonunun elde edilmesi amacıyla aşağıdaki eşitlik tanımlanmaktadır:

$$f\left(\psi_i\right)=\theta_i=\psi_i\cdot\frac{\left(\sigma^2\right)^{\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)}\cdot\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}+1\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)\cdot\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}-\frac{1}{\kappa}\right)}, \tag{2.26}$$

Burada $0<\sigma^2<\kappa$ ve $\mu=1$ kısıtları altında Burr $\left(\mu,\kappa,\sigma^2\right)$ yoğunluğunun sağlanması için aşağıdaki yoğunluk seçilmektedir:

$$g\left\{\frac{x_i}{f\left(\psi_i\right)}\middle|F_i\right\}=g\left\{\frac{x_i}{f\left(\psi_i\right)}\right\}. \tag{2.27}$$

Yukarıdaki eşitlikten Burr yoğunluğu şu şekilde elde edilmektedir:

$$g\left(\frac{x_i}{\theta_i}\middle|F_i\right)=\frac{\kappa\cdot\theta_i^{1-\kappa}\cdot x_i^{\kappa-1}}{\left(1+\sigma^2\cdot\theta_i^{-\kappa}\cdot x_i^{\kappa}\right)^{\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)+1}}, \tag{2.28}$$

Burada μ-parametresi $\theta_i^{-\kappa}$'e eşittir. Burr ACD (BACD) modelinde tanımlanan koşullu hazard fonksiyonu şu şekildedir:

$$\lambda\left(x_i\middle|F_i\right)=\frac{\theta_i^{-\kappa}\cdot\kappa\cdot x_i^{\kappa-1}}{1+\sigma^2\cdot\theta_i^{-\kappa}\cdot x_i^{\kappa}} \tag{2.29}$$

Burada $\kappa \geq 1$ ve $\sigma^2 > 0$ olmak üzere[†], tanımlanan hazard fonksiyonu süreye göre monoton olmayan bir fonksiyondur. $\sigma^2 \to 0$ durumunda Burr-ACD modeli Weibull-ACD modeline indirgemektedir. Buna ek olarak, $\kappa = 1$ olması gibi özel bir durumda BACD modeli Üssel-ACD (EACD) modelini kapsamaktadır.[28] Ön-örneklem değerlerine $(x_{-1}, x_{-2}, \ldots,)$ koşullanan Burr-ACD log-benzerlik fonksiyonu şu şekildedir:

$$L = \sum_{i=1}^{N} \left\{ \ln \kappa - \kappa \cdot \ln \theta_i + (\kappa - 1) \cdot \ln x_i - \left(\frac{1}{\sigma^2} + 1 \right) \cdot \ln \left(1 + \sigma^2 \cdot \theta_i^{-\kappa} \cdot x_i^{\kappa} \right) \right\}. \quad (2.30)$$

Burada $0 < \sigma^2 < \kappa$ eşitsizliği sınırlamalarına tabi olarak optimizasyon hesaplanmaktadır.

2.2.4. Genelleştirilmiş Gamma Otoregresif Koşullu Süre (GG-ACD) Modeli

Asger Lunde (1999)[29] tarafından, Üssel-ACD modeline ait parametrelerin asimptotik özelliklerini elde etmek amacıyla yarı en çok benzerlik argümanlarının kullanılmasının, potansiyel olarak yanlış tanımlamaya yol açacağı belirtilmiştir. Ayrıca sürelerin monoton bir şekille sınırlandırılmaması gerektiğini savunan Lunde, daha genel bir dağılım olan genelleştirilmiş gamma dağılımını önermiştir.

GG-ACD modeli zamanla değişen koşullu ortalamaya izin veren bir yapıya sahiptir. Bu model ile verilen hazard fonksiyonu, süre uzunluğunun bir fonksiyonudur ve aynı zamanda sürelerin akış tarihine (takvim zamanına) bağlıdır. GG-ACD modeli, son gözlem için verilen bir ölçek parametresine sahiptir. Bu parametre, gecikme sürelerine ve gecikme sürelerinin ölçeğine bağlıdır. Temelde model, standart ACD

[†] $\kappa \geq 1$ için dağılımın tepe değeri $\left\{ \frac{\kappa - 1}{\mu(\sigma^2 + \kappa)} \right\}^{\frac{1}{\kappa}}$ 'ya eşittir.

[28] Joachim Grammig, Kai-Oliver Maurer, **a.g.e.**, s. 23

[29] Asger Lunde, **A Generalized Gamma Autoregressive Conditional Duration Model**, Department of Economics, Politics and Public Administration, Aalborg University, 1999

modelini genelleştirilmiş gamma dağılımı düzenlemelerine genişletmektedir. Geliştirilen bu model ile U-şekilli ve Ters U-Şekilli monoton-olmayan hazard fonksiyonları elde edilmektedir.

Genelleştirilmiş gamma dağılımının yoğunluğu şu şekilde ifade edilmektedir:

$$f\left(\varepsilon_i\right)=\frac{\gamma\varepsilon_i^{\kappa\gamma-1}}{\lambda^{\kappa\gamma}\Gamma\left(\kappa\right)}\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon_i}{\lambda}\right)^{\gamma}\right], \tag{2.31}$$

Burada $\Gamma\left(\cdot\right)$ gamma fonksiyonunu ve λ ölçek parametresini ifade etmektedir. Ortalamanın bire eşit olması kısıtı altında λ katsayısı aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$\lambda=\frac{\Gamma\left(\kappa\right)}{\Gamma\left(\kappa+\frac{1}{\gamma}\right)}. \tag{2.32}$$

Genelleştirilmiş gamma dağılımının μ-mertebesine ait momentler $\frac{\mu}{\gamma}+\kappa>0$ ve $\gamma>0$ olmak üzere pozitif tam sayı olarak tanımlanmıştır. Buna ek olarak x_i'nin koşullu yoğunluk fonksiyonu şu şekilde ifade edilmektedir:

$$g\left(x_i\right)=\frac{\gamma x_i^{\gamma\kappa-1}}{\left(\lambda\psi_i\right)^{\gamma\kappa}\Gamma\left(\kappa\right)}\exp\left[-\left(\frac{x_i}{\lambda\psi_i}\right)^{\gamma}\right]. \tag{2.33}$$

Genelleştirilmiş gamma otoregresif koşullu süre (GG-ACD) modelinin tahmini için kullanılan log-benzerlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$L=c+\sum_{i=1}^{N}\left\{\left(\gamma\kappa-1\right)\ln\left(x_i\right)-\left(\frac{x_i\Gamma\left(\kappa+\frac{1}{\gamma}\right)}{\psi_i\Gamma\left(\kappa\right)}\right)^{\gamma}-\gamma\kappa\ln\left(\psi_i\right)\right\}. \tag{2.34}$$

Burada $c = N\left\{\ln(\gamma) - (1+\gamma\kappa)\ln\left[\Gamma(\kappa)\right] + \gamma\kappa\ln\left[\Gamma\left(\kappa+\frac{1}{\gamma}\right)\right]\right\}$ eşittir.[30] Model; üssel dağılımı $(\kappa=1,\gamma=1)$, Weibull dağılımını $(\kappa=1)$, yarı-normal dağılımı $\left(\kappa=\frac{1}{2},\gamma=2\right)$ ve basit gamma dağılımını $(\gamma=1)$ içermektedir. Buna ek olarak, $\kappa\to\infty$ olması durumunda log-normal dağılımın özel bir durumunu oluşturmaktadır.

Genelleştirilmiş gamma ACD modelinde yer alan şekil parametrelerinin değerlerine göre hazard fonksiyonu üç sınıfa ayrılmaktadır:[31]

1. $\gamma\kappa - 1 < 0$
   - $\gamma \le 1 \Rightarrow \lambda(t)$ azalan bir fonksiyondur.
   - $\gamma > 1 \Rightarrow \lambda(t)$ U-şekilli bir fonksiyondur.
2. $\gamma\kappa - 1 > 0$
   - $\gamma \ge 1 \Rightarrow \lambda(t)$ artan bir fonksiyondur.
   - $\gamma < 1 \Rightarrow \lambda(t)$ Ters U-şekilli bir fonksiyondur
3. $\gamma\kappa - 1 = 0$
   - $\gamma = 1 \Rightarrow \kappa = 1 \Rightarrow$ üssel yoğunluk, $\lambda(t)$ sabittir.
   - $\gamma < 1 \Rightarrow \lambda(t)$ azalan bir fonksiyondur.
   - $\gamma > 1 \Rightarrow \lambda(t)$ artan bir fonksiyondur.

[30] Menelaos Karanasos, **The Statistical Properties of Exponential ACD Models,** Quantitative and Qualitative Analysis in Social Sciences, Vol. 2, I. 1, 2008, s. 29-49
[31] Asger Lunde, **a.g.e.**, s. 5-6

2.3. LOGARİTMİK OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİ

Doğrusal ACD modelinin (2.15) sağ tarafına negatif katsayıya sahip bir açıklayıcı değişken eklendiğinde sürenin koşulu ortalaması ψ_i negatif hale gelebilir ve sürelerin pozitif olma şartı bozulabilir. Modele dahil edilen açıklayıcı değişkenlere negatif-olmama kısıtı getirmek ise ilgili değişkenlerin yanlış tanımlanmasına neden olabilmektedir. Doğrusal ACD modelindeki bu kısıtların giderilmesi amacıyla Bauwens ve Giot (2000) [32] ACD modelinin logaritmik versiyonlarını sunmuştur. [33]

Log-ACD modelinde otoregresif eşitlik, sürelerin koşullu bekleneninin logaritması olarak tanımlanmaktadır. Logaritmik otoregresif koşullu süre modelinde, iki finansal olay arasındaki stokastik sürecin x_i iki taraflı sonsuz $\left(-\infty \to i \to +\infty\right)$ olduğu varsayılmaktadır. Log-ACD süreci şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$x_i = e^{\phi_i}\varepsilon_i, \tag{2.35}$$

Burada $E\left(\varepsilon_i\right)=\mu$ ve $Var\left(\varepsilon_i\right)=\sigma^2$ ile bağımsız ve özdeş IID dağılıma sahiptir. ϕ_i parametresi x_i'nin koşullu bekleneninin logaritması ψ_i ile orantılıdır ve $\psi_i = \ln E\left(x_i \middle| F_{i-1}\right)$ eşitliği ile ifade edilmektedir. Burada F_{i-1}, geçmiş sürelerin bilgilerini içeren t_{i-1} zamanındaki (x_i süresinin başlangıcı) bilgi setini ifade etmektedir.

Koşullu sürelerin logaritması için otoregresif bir model aşağıdaki şekilde kurulmaktadır:

$$\psi_i = \omega + \alpha g\left(x_{i-1}, \varepsilon_{i-1}\right) + \beta\psi_{i-1}, \tag{2.36}$$

e^{ψ_i} ve x_i'in pozitifliğini sağlamak için ω, α ve β parametrelerine uygulanan bir kısıt bulunmamaktadır.

---

[32] Luc Bauwens, Pierre Giot, **The Logarithmic ACD Model: An Application to the Bid-Ask Quote Process of Three NYSE Stocks**, Annales D'economie et de Statistique, N. 60, 2000, s. 117-149

[33] Luc Bauwens, Pierre Giot, **a.g.e.,** 2001, s.76-77

Koşullu süre eşitliği $\psi_i = \ln E\left(x_i \middle| F_{i-1}\right)$ [veya aynı şekilde $e^{\psi_i} = E\left(x_i \middle| F_{i-1}\right)$] , (2.33) ve (2.34) eşitlikleriyle ilişkili yeni bir denklem sağlamaktadır:

$$e^{\phi_i}\Gamma\left(1+1/\gamma\right) = e^{\psi_i}. \tag{2.37}$$

Logaritmik otoregresif koşullu süre modeli için iki versiyon önerilmektedir (bkz. Bauwens ve Giot 2000)[34]. Bu modeller $LACD_1$ ve $LACD_2$ olarak adlandırılmaktadır.

$LACD_1$ modelinde $g\left(x_{i-1}, \varepsilon_{i-1}\right) = \ln x_{i-1}$ eşitliği sunulmuştur ve koşullu beklenenin logaritması, kendi gecikmeli değerlerine ve sürelerin gecikmeli logaritmik değerlerine koşullanmaktadır. $LACD_1$ modeli şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\psi_i = \omega + \alpha \ln x_{i-1} + \beta\psi_{i-1} \tag{2.38}$$

$LACD_1$ modelinin kovaryans durağanlık koşulunun sağlanabilmesi için $|\alpha+\beta|<1$ olmalıdır.

(2.35) ve (2.37) numaralı eşitlikler kullanılarak LACD1 modeli aşağıdaki şekilde yeniden yazılmaktadır:

$$\psi_i = \omega' + \alpha \ln \varepsilon_{i-1} + \left(\alpha+\beta\right)\psi_{i-1}. \tag{2.39}$$

Burada $\omega' = \omega - \alpha \ln\left[\Gamma\left(1+1/\gamma\right)\right]$'dir.

$LACD_2$ modeli $g\left(x_{i-1}, \varepsilon_{i-1}\right) = \varepsilon_{i-1}$ eşitliği ve (2.36) numaralı eşitlik kullanılarak şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\psi_i = \omega + \alpha\varepsilon_{i-1} + \beta\psi_{i-1} = \omega + \alpha\frac{x_{i-1}\Gamma\left(1+1/\gamma\right)}{e^{\psi_{i-1}}} + \beta\psi_{i-1}, \tag{2.40}$$

[34] Luc Bauwens, Pierre Giot, **a.g.e.**, 2000, s. 126

$LACD_2$ modelinde koşullu beklenenin logaritmiği, kendi geçmiş gecikme değerlerine ve geçmiş süredeki gecikmeye koşullandırılmaktadır. Koşullu sürenin ψ_i kovaryans durağanlık koşulunun elde edilebilmesi için $|\beta| < 1$ olmalıdır.

Logaritmik otoregresif koşullu süre modelinin tahmini için kullanılan x_i'nin yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$f(x_i) = \frac{\gamma}{x_i}\left(\frac{x_i\Gamma(1+1/\gamma)}{e^{\psi_i}}\right)^{\gamma} \exp\left[-\left(\frac{x_i\Gamma(1+1/\gamma)}{e^{\psi_i}}\right)^{\gamma}\right]. \qquad (2.41)$$

$LACD_1$ ve $LACD_2$ modellerinde tanımlanan koşullu süre ψ_i [sırasıyla (2.38) ve (2.40) eşitlikleriyle] x_i'nin yoğunluk fonksiyonu [(2.41)] kullanılarak, x_i gözlemlerinin log-benzerlik fonksiyonu şu şekilde verilmektedir:[35]

$$L = \sum_{1}^{N} \ln(\gamma) - \ln(x_i) + \gamma \ln\left[x_i\Gamma(1+1/\gamma)\right] - \gamma\psi_i - \left(\frac{x_i\Gamma(1+1/\gamma)}{e^{\psi_i}}\right)^{\gamma};$$

$i = 1...N$ olmak üzere. (2.42)

Log-ACD modeli, ε_{i-1} ve x_i arasında konkav (içbükey)‡ bir ilişki kurmaktadır. Bu ilişki haber etki eğrisi olarak adlandırılmaktadır. Haber etki eğrisi, x_i üzerindeki negatif sürprizler $\varepsilon_i < 1$ ile meydana gelen değişimlerin, pozitif sürprizler $\varepsilon_i > 1$ ile meydana gelen değişimlerden büyük olduğunu göstermektedir.[36]

Log-ACD modellerinin hata terimi ε_i dağılımı için çeşitli seçenekler sunulmuştur. Bunlar; üssel, gamma, genelleştirilmiş gamma, Weibull, Burr, log-normal, Pareto… gibi, prensipte pozitif destek sağlayan dağılımlardır. Belirli bir

[35] Luc Bauwens, Pierre Giot, **a.g.e.**, 2000, s. 127
‡ $LACD_2$ modelinde konveks (dışbükey) bir haber etki eğrisi oluşmaktadır.
[36] Nikolaus Hautsch, **a.g.e.,** s. 115

dağılım seçimi için "doğru" spesifikasyona sahip olma isteği ve tahmin için uygunluk, yol göstermektedir.

Bahsedilen bu dağılımlar arasından Burr ve Pareto dağılımlarının sonlu momentlere sahip olması gerekmemektedir, bu durumda parametrelere konulan kısıtlar var olan ortalama ve varyansı sağlamak zorundadır. Burr ailesi Weibull dağılımının (ve üssel dağılımın) özel bir durumunu içerirken; genelleştirilmiş gamma dağılımı, gamma ve Weibull dağılımını (ve böylece üssel dağılımı) içermektedir. Bu dağılımların tamamı, 1'de standartlaştırılmış bir ölçek parametresine bağlıdır.

Sadece bir şekil parametresi ile endekslenen dağılımlar için (gamma ve Weibull dağılımları), ortalama μ ve varyans σ^2 bu şekil parametresine bağlı olmaktadır. Üssel dağılım için, bu parametre 1'e sabitlenmiştir böylece $\mu = \sigma^2 = 1$ eşitliği söz konusudur.

Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımlarının iki şekil parametresine bağlı olması, bu dağılımların daha esnek olmasını sağlamaktadır ve monoton-olmayan tehlike fonksiyonuna sahip olma özelliği katmaktadır. Log-ACD modelinin momentleri ε_i 'nin momentlerine bağlıdır.[37]

Bu bölümde ACD modelinin temel yapısı incelenmiştir. Buna ek olarak, koşullu sürenin spesifikasyonu için geliştirilmiş iki farklı model yapısı sunulmuştur; bunlar doğrusal koşullu süre spesifikasyonu ve logaritmik koşullu süre spesifikasyonlarıdır.

Literatürde, otoregresif koşullu süre için sunulmuş farklı spesifikasyon yapıları ve bu yapıların karşılaştırma çalışmaları mevcuttur. ACD modellerinin karşılaştırılmasını içeren başlıca çalışmalardan biri, Bauwens et. al. (2004)[38] tarafından yürütülen çalışmadır. Bu çalışmada, doğrusal-ACD ve Log-ACD modellerinin yanı sıra Eşik-ACD (TACD), SCD (stokastik koşullu süre) ve SVD

[37] Bauwens, Galli, Giot, **The Moments of Log-ACD Models,** Quantitative and Qualitative Analysis in Social Sciences V.2 I.1, 2008, s. 1-28
[38] Luc Bauwens et. al., **A Comparison of Financial Duration Models via Density Forecasts**, Elsevier, 2004, s. 607

(stokastik değişen varyans süre) modelleri karşılaştırılmıştır. Ayrıca, modellerin hata terimleri için üssel, Weibull, Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımları değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda; doğrusal ve logaritmik spesifikasyonların, daha komplike yapılara benzer performans sergilediği bulunmuştur. Ayrıca daha külfetli hesaplama gerektiren bu karmaşık yapıların, ampirik bir çalışmada başlangıç noktası olarak değerlendirilmemesi gerektiği belirtilmiştir.

Bauwens et. al. tarafından elde edilen bu sonuçlar dikkate alınmış ve çalışmada kullanılacak spesifikasyon yapıları, doğrusal-ACD modeli ve logaritmik-ACD modelleri ile sınırlandırılmıştır. Tablo 2.1'de bu bölümde anlatılan ACD modelleri ve incelenen dağılım seçenekleri kısaca özetlenmiştir. İncelenen dağılımlar, literatürde en çok başvurulan dağılımlardır.

Bundan sonraki kısımlarda, ACD modellerinin test edilmesi anlatılacaktır ve daha sonra, ACD modelleri kapsamında yapılan çalışmalardan söz edilecektir.

Tablo 2.1: ACD Modellerinin Yapısal Özelliklerinin Sınıflandırılması

ACD Modelinin Temel Yapısı	
Süre x_i :	$x_i = \psi_i \varepsilon_i$
Hata Terimi ε_i :	IID ve $E(\varepsilon_i) = 1$
ACD Koşullu Süre Spesifikasyonları	
Doğrusal ACD (m,q)	$\psi_i = \omega + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j x_{i-j} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \psi_{i-j}$
Log-ACD I (LACD$_1$(m,q))	$\psi_i = \omega + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \ln \varepsilon_{i-j} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \psi_{i-j}$
Log-ACD II (LACD$_2$(m,q))	$\psi_i = \omega + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \varepsilon_{i-j} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \psi_{i-j}$
Hata Teriminin Dağılımları	
Üstel Dağılım	$f(\varepsilon) = \exp(-\varepsilon)$
Weibull Dağılımı	$f(\varepsilon) = \theta\gamma\varepsilon^{\gamma-1}\exp(-\theta\varepsilon^{\gamma})$ $\theta = \left[\Gamma\left(\gamma^{-1}+1\right)\right]^{\gamma}$
Burr Dağılımı	$f(\varepsilon) = \frac{\theta\kappa\varepsilon^{\kappa-1}}{\left(1+\sigma^2\theta\varepsilon^{\kappa}\right)^{\frac{1}{\sigma^2}+1}}$ $\theta = \sigma^{2\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}+1\right)\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}-\frac{1}{\kappa}\right)}$
Genelleştirilmiş Gamma Dağılımı	$f(\varepsilon) = \frac{\gamma\varepsilon^{\kappa\gamma-1}}{\lambda^{\kappa\gamma}\Gamma(\kappa)}\exp\left\{-\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}\right)^{\gamma}\right\}$ $\lambda = \frac{\Gamma(\kappa)}{\Gamma\left(\kappa+\frac{1}{\gamma}\right)}$

2.4. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİNİN TEST EDİLMESİ

Otoregresif koşullu süre modellerine ait uyum-iyiliğini değerlendirmenin birkaç yöntemi mevcuttur. Bu yöntemlerden birincisi, modelin kalıntılarının dinamik ve dağılımsal özelliklerinin incelenmesidir:

$$e_i := \hat{\varepsilon}_i = x_i / \hat{\psi}_i \qquad i = 1,...,n \quad \text{olmak üzere.} \tag{2.43}$$

Doğru tanımlanmış model spesifikasyonu koşulları altında, serinin bağımsız ve özdeş dağılıma $(i.i.d.)$ sahip olması gerekmektedir. Box-Pierce (1970)[39] ve Ljung-Box (1978)[40] tarafından önerilen Portmanteau istatistikleri; süre sürecindeki zamansal bağımlılığın, kurulan spesifikasyon tarafından açıklanabilir olup olmadığını analiz etmek amacıyla kullanılmaktadır.

Analiz edilen modele ait kalıntıların (e_i) bağımsız ve özdeş dağılıma (*i.i.d.*) sahip olduğu varsayımı altında, Box-Pierce test istatistiği şu şekilde verilmektedir:

$$Q_{BP}(k) = n\sum_{j=1}^{k} \rho_j^2 \overset{a}{\sim} \chi^2_{k-s} \tag{2.44}$$

Burada s, kalıntıların (e_i) temel alındığı, tahmin edilecek otoregresif eşitliğe ait parametrelerin sayısını belirtmektedir; yani ACD modeli durumunda $s := \max\{m,q\}$ şeklindedir ve $\hat{\rho}_j$, j-inci örneklem otokorelasyon gecikme değerini belirtmektedir:

$$\hat{\rho}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j}(e_i - \bar{e})(e_{i+j} - \bar{e})}{\sum_{i=1}^{n-j}(e_i - \bar{e})^2} \tag{2.45}$$

[39] G. E. P. Box, David A. Pierce, **Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving Average Time Series Models**, Journal of the American Statistical Association, V. 65, N. 332, 1970, s. 1509-1526

[40] G. M. Ljung, G. E. P. Box, **On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models**, Biometrika, V. 65, N. 2, 1978, s. 297-303

Burada e_i 'nin ortalaması $(\bar{e})$ ile ifade edilmektedir ve doğru tanımlanmış spesifikasyon koşulları altında e_i 'nin ortalaması $(\bar{e})$ bire eşittir.

Örneklem boyutunun küçük - orta aralığında olması halinde, Box-Pierce test istatistiğinin zayıf sonlu örneklem özelliklerini geliştirmek amacıyla, Ljung-Box (1978) [41] tarafından aşağıdaki test istatistiği önerilmiştir:

$$Q_{LB}(k) = n(n+2)\sum_{j=1}^{k}\frac{\rho_j^2}{n-j} \overset{a}{\sim} \chi^2_{k-s} \qquad (2.46)$$

Eğer test istatistiklerinin temel aldığı seri sıfır ortalama ile normal dağılıma sahipse; hem Box-Pierce hem de Ljung-Box test istatistikleri, sıfır ortalama ve $(n-j)/(n(n+2))$ varyans ile ρ_j asimptotik normal dağılıma sahiptir. Burada örneklem boyutu $_n$ büyükse, ikinci ifadeye n^{-1} ile yaklaşılmaktadır.

Box-Pierce ve Ljung-Box test istatistikleri, modelin dinamiklerinin sergilediği uyumu gösteren testler olduğundan, bağıntılı ACD modellerin karşılaştırmalarında uygulanabilmektedir. Ayrıca, görsel analiz yöntemleri model dinamiklerini kontrol etmek amacıyla kullanılabilmektedir.

Kalıntılar serisi bir ortalamaya ve ACD hataları için belirtilen bir dağılıma sahip olması gerekmektedir. Serilerin grafiksel kontrolleri kantil-kantil çizimlerine (QQ çizimleri) dayanarak yapılabilmektedir. [42]

Alternatif başka bir yöntem, uyum iyiliğini değerlendirmek amacıyla ACD modelleri için belirtilen dağılımlara ait moment koşullarının incelenmesidir. Örneğin, bir süre serisinin otoregresif koşullu olarak modellenmesi amacıyla belirtilen dağılımın üssel olduğunu varsayalım. Üssel dağılım durumunda, sıfır hipotez altında kalıntılar serisi ℓ_i'nin örneklem varyansının $\hat{\sigma}_e^2$ ve $(\varepsilon_i - 1)^2$ 'ye ait standart sapmanın $\sigma_\varepsilon = \sqrt{8}$ olduğu varsayılmaktadır. Engle ve Russell (1995)[43] tarafından üssel sıfır

[41] G. M. Ljung, G. E. P. Box, **a.g.e.**, s. 297-303
[42] Nikolaus Hautsch, **a.g.e.,** s.119-123
[43] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **a.g.e.**, 1995, s. 1144

hipotez altında aşırı yayılımı test etmek amacıyla $\sqrt{n}\left(\left(\hat{\sigma}_e^2 - 1\right)/\sigma_\varepsilon\right)$ test istatistiği önerilmiştir.

Ekonometri literatüründe model spesifikasyonunun tespit edilmesinde kullanılan, başarısı kanıtlanmış bir diğer test Lagrange Çarpanı (LM) testidir (bkz. Breusch (1978)[44], Breusch ve Pagan (1980)[45], Godfrey (1978)[46] ve Engle (1984)[47]).

Otoregresif koşullu süre (ACD) modellerinin yarı-en çok benzerlik (QML) ile tahmininin Lagrange Çarpanı (LM) test istatistiği şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$LM = \mathrm{f}_0' \mathrm{z}_0 \left(\mathrm{z}_0' \mathrm{z}_0\right)^{-1} \mathrm{z}_0' \mathrm{f}_0, \tag{2.47}$$

Burada $\mathrm{f}_0 := \left(\frac{x_1}{\psi_1} - 1, ..., \frac{x_n}{\psi_n} - 1\right)'$ ve $\mathrm{z}_0 := \left(\frac{1}{\psi_1}\frac{\partial \psi_1}{\partial \theta_0}, ..., \frac{1}{\psi_n}\frac{\partial \psi_n}{\partial \theta_0}\right)'$ şeklindedir.

Her iki vektör de sıfır hipotez altında hesaplanmaktadır. Bu test istatistiği z_0 vektöründeki f_0'ın bir regresyonundan elde edilen "merkezileşmemiş" (uncentered) R^2'ye karşılık gelmektedir ve nR^2 ile hesaplanmaktadır. Burada R^2, modelin skorlarındaki bir vektörün bir regresyonundan elde edilen merkezileşmemiş R^2'dir.

LM testini uygulamak için, sıfır hipotez varsayımları altındaki modeli kapsayan genel bir model belirlemek gerekmektedir. Bu şekilde, belirsiz modelin koşullu ortalama fonksiyonunun tanımlama hatalarını test etmeye izin veren daha genel bir LM testi biçimi değerlendirilmektedir.

---

[44] T. S. Breusch, **Testing for Autocorrelation in Dynamic Linear Models**, Australian Economic Papers, 1978, s. 334-355

[45] T. S. Breusch, A. R. Pagan, **A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation**, Econometrica, V. 47, N. 5, 1979, s. 1287-1294

[46] L. G. Godfrey, **Testing Against General Autoregressive and Moving Average Error Models when the Regressors Include Lagged Dependent Variables**, Econometrica, V. 46, N. 6, 1978, s. 1293-1301

[47] Robert F. Engle, **Wald, Likelihood Ratio and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics**, North Holland, Handbook of Econometrics, V. 2, 1984, s. 775-826

Şöyle ki; sıfır hipotez varsayımları altındaki ACD spesifikasyonunun, daha genel (toplamsal formda) bir modelin özel bir durumu olduğunu varsayalım:

$$\psi_i = \psi_i^0 + \theta_a' \, \mathrm{z}_{ai} \tag{2.48}$$

Burada ψ_i^0, sıfır hipotez altında parametre vektörüne θ_0 bağlı koşullu ortalama fonksiyonunu, θ_a ve z_{ai} sırasıyla ek parametreler vektörünü ve kayıp değerler vektörünü belirtmektedir. Daha sonra sıfır hipotez modeline ait spesifikasyonun doğru tanımlanıp tanımlanmadığını test etmek amacıyla, $\theta_a = 0$ parametre kısıtı test edilmektedir.

Engle ve Ng (1993)[48] tarafından önerilen "işaret yanlılığı testi" (sign bias test)[§] doğrultusunda, kayıp değerler vektörü z_{ai}, işaret yanlılık değişkenleri ($\mathbf{1}_{\{\varepsilon_{i-1}<1\}}$, $\mathbf{1}_{\{\varepsilon_{i-1}<1\}}\varepsilon_{i-1}$ ve $\mathbf{1}_{\{\varepsilon_{i-1}\geq 1\}}\varepsilon_{i-1}$) ve bu değişkenlerin uzantıları açısından belirtilebilir. Bu tip spesifikasyonlar, haber etki fonksiyonundaki olası doğrusalsızlıkları yakalamak amacıyla, spesifikasyonların uygun olup olmadığını araştırmaya izin vermektedir. Elde edilen LM testi, yardımcı regresyona dayanarak formüle edilmektedir:

$$e_i = \mathrm{z}_{0i}' \, \tilde{\beta}_0 + \mathrm{z}_{ai}' \, \tilde{\beta}_a + u_i \tag{2.49}$$

Burada u_i sıfır ortalama ile bağımsız ve özdeş dağılan (*i.i.d.*) hata terimini belirtmektedir. $\tilde{\beta}_0$ ve $\tilde{\beta}_a$ regresyon katsayıları vektörleridir.

$\mathrm{z}_{0i} = 1/\psi_i^0 \cdot \partial\psi_i^0/\partial\theta_0$ ve $\mathrm{z}_{ai} = 1/\psi_i^0 \cdot \partial\psi_i^0/\partial\theta_a$ olmak üzere, sıfır hipotez altında yarı-en çok benzerlik (QML) tahmincisi ile $\theta_a = 0$ eşitliğinde hesaplanmaktadır. Daha sonra (2.49) numaralı formülasyondan nR^2 ile test istatistiği elde edilmektedir. Elde edilen test istatistiği, asimptotik $\chi^2(m)$ dağılımını takip etmektedir. Burada m ile kısıtlar sayısı ifade edilmektedir.

[48] Robert F. Engle, Victor K. Ng, **Measuring and Testing the Impact of News Volatility**, The Journal of Finance, V. 48, N. 5, 1993, s. 1749-1778

[§] Sign bias testine göre; sıfır hipotezin reddedilememesi durumunda, olumlu ve olumsuz şokların volatilite üzerindeki etkilerinin aynı olduğu kabul edilmektedir.

Meitz ve Terasvirta (2006)[49], otoregresif koşullu süre (ACD) modeline ait hataların ε_i üssel dağılım takip etmemesi halinde, bu testin dirençli olmadığını ortaya koymuştur. [50]

2.5. LİTERATÜR

Finans piyasalarında yapılan araştırmalar genellikle; fiyat, hacim, gelir gibi verilerden elde edilen bilgiler doğrultusunda piyasa davranışlarını açıklar (Bkz. Bollerslev ve Domowitz 1993[51], Goodhart et. al. 1993[52]). Easley ve O'Hara (1992)[53] mikroyapı analizi üzerine yaptıkları çalışmada ilk kez piyasa davranışlarını tahmin etmek için bunlar dışında bir bilgi değerlendirmiştir. Zamanın fiyatın davranışlarını ve alım-satımlar arasında geçen sürenin spread'i etkilediğini bulmuşlardır. Geliştirdikleri model; süreler ile hacmin korelasyonlu olduğunu ve fiyat değişim hızını etkilediğini göstermektedir. Bu çalışma ile finansal alanda yürütülen süre analizi çalışmaları hız kazanmıştır. Çünkü alım-satım işlemleri, fiyat bildirim güncellemeleri, fiyat değişimleri ve emir varışları gibi piyasa olayları düzensiz aralıklarda gerçekleşmektedir. Bu olaylar arasındaki bekleme süreleri, finans piyasalarındaki özel ve genel bilgi süreçlerini anlamada önemli bir rol oynamaktadır. Ayrıca sürenin modellenebilmesi ve bir sonraki sürenin tahmin edilmesi, piyasa katılımcıları için ve piyasa yapıcılar için önemli avantajlar sağlamaktadır.

Yüksek frekanslı ekonometride, alım-satım işlem zamanlarının dinamik davranışını modellemeyi amaçlayan Engle ve Russell (1995)[54] kendinden-uyarımlı nokta süreçlerine dayanan Otoregresif koşullu süre (ACD) modelini geliştirmiştir. Üssel dağılım ve Weibull dağılımı ile kurulmuş ACD modellerinin (Q)ML tahmincilerini sundukları çalışmada IBM hisse senedine ait alım-satım işlemleri

[49] Mika Meitz, Timo Terasvirta, **Evaluating Models of Autoregressive Conditional Duration**, SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance, N. 557, 2004, s. 6
[50] Nikolaus Hautsch, **a.g.e.,** s.127-128
[51] Tim Bollerslev, Ian Domowitz, **Trading Pattern and Prices in the Interbank Foreign Exchange Market**, The Journal of Finance, V. 48, N. 4, 1993, s. 1421-1443
[52] A. E. Goodhart, S. G. Hall, S. G. B. Henry, B. Pesaran, **News Effects in a High-Frequency Model of the Sterlin-Dollar Exchange Rate**, Journal of Applied Econometrics, V. 8, N. 1, 1993, s. 1-13
[53] David Easley, Maureen O'Hara, **a.g.e.**
[54] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **a.g.e.**, 1995

arasındaki süre zamanları modellenmiştir. Elde edilen bulgular alım-satım işlemlerinin bilgiye dayalı olarak kümelendiğini, bu kümelenmenin işlemler arasındaki bekleme süreleri ile korelasyonlu olduğunu göstermektedir.

Ayrıca, Engle ve Russell (1997)[55] Otoregresif Koşullu Süre (ACD) modelini, Forex piyasası fiyat bildirim sürelerine uygulamış ve fiyat değişimlerinin anlık yoğunluk tahminlerini elde etmiştir. Elde edilen bu ölçünün, standart volatilite ölçüleriyle ilişkili olduğu bulunmuştur. Volatilideki gücün, alım-satım farkları tarafından tahmin edebileceğini ifade eden piyasa mikroyapı modelleri; düzensiz zaman aralıklı örneklemden elde edilen bilgileri içeren ACD modeli formülasyonu ile desteklenmiştir.

Asger Lunde (1999)[56], Engle ve Russell'ın ACD modelini, açıklayıcı değişkenlerin üssel fonksiyonuna bağlı koşullu ortalama ile genişletmiş ve hazard fonksiyonu için genelleştirilmiş gamma dağılımı önermiştir. Genelleştirilmiş Gamma dağılımı ile kurulan ACD modeli, hazard fonksiyonunun monoton olmayan U ve Ters-U şekillerine izin vermektedir. Çalışmasında TAQ veri bankasından elde ettiği 50 hisse senedinden rassal olarak seçilen 7 hisse senedinin alım-satım işlem süreleri ve fiyat bildirim süreleri incelenmiştir. Önerilen genelleştirilmiş modelin, üssel ve Weibull ACD modellerinden daha iyi performans sergilediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca fiyat değişimleri arasındaki süreler modellenerek; büyük hacimle gerçekleşen bir işlemin sonraki fiyat değişiminin hızını etkilediği yani fiyatın beklenenden daha hızlı bir şekilde değiştiği bulunmuştur.

Süre analizi literatüründe karma modeller,[**] daha esnek dağılımlar elde etmek amacıyla kullanılmaktadır. Weibull dağılımının gamma karışımı olan Burr dağılımı, Grammig ve Maurer (2000)[57] tarafından doğrusal ACD modeline uygulanmıştır. Geliştirilen Burr-ACD modeliyle hazard fonksiyonu için, monoton-olmayan şekillerin

[55] Robert F.Engle, Jeffrey R.Russell, **a.g.e.,** 1997
[56] Asger Lunde, **a.g.e.**
[**] Karma modeller sisteminde, dağılımların spesifik bir parametre ailesi, karma dağılıma yol açan heterojen bir değişkene göre bağdaştırılmaktadır. En yaygın karma model, tümleşik hazard oranının rassal heterojen bir terim ile çarpılmasıyla elde edilmektedir. Birçok uygulamada, gamma dağılan bir rassal değişken karma modele ulaşmak için kullanılmaktadır, bu işlem analitik olarak çözümlenebilmektedir ve basit sonuçların türetilmesine izin vermektedir.
[57] Joachim Grammig, Kai-Oliver Maurer, **a.g.e.**

elde edilmesi amaçlanmaktadır. Çalışmalarında New York Borsası'nda işlem gören beş hisse senedinin fiyat süreleri incelenmiş ve EACD, WACD, BACD modellerinin karşılaştırılması yapılmıştır. Veri üretme sürecinin monoton-olmayan hazard fonksiyonunu gerekli kılması durumunda, standart ACD modelinin QML tahmincilerinin eğimli ve etkin olmadığı bulunmuştur.

Süreler negatif-olmama özelliğine sahiptir. Engle ve Russell kurdukları ACD modelinde doğrusal bir spesifikasyon benimsemiştir. Ancak sürenin negatif-olmama özelliğini sağlamak amacıyla modeldeki parametrelere katsayı kısıtı konulmaktadır. Bauwens ve Giot (2000)[58] ACD modeline açıklayıcı değişken dahil edilmesi halinde sürenin koşullu ortalamasının negatif değer alabileceğini savunmuş ve bu sorunu ortadan kaldırmak amacıyla ACD modeli için logaritmik yapılar önermiştir. Log-ACD modellerinde parametrelere katsayı kısıtı getirilmemektedir, bu da modelin daha esnek olmasını sağlamaktadır.

Allen et. al. (2009)[59] tarafından Avustralya Borsası'nda işlem gören üç büyük şirkete ait alım-satım işlem süreleri ACD modelleri ile analiz edilmiştir. Uygulamada üssel, Weibull, genelleştirilmiş gamma ve log-normal dağılımları ile kurulan doğrusal ACD modelleri kullanılmıştır. Modellerin karşılaştırılması, Diebold et. al. (1998)[60] tarafından geliştirilen yoğunluk tahmin yöntemi ile yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar, hata terimlerinin genelleştirilmiş gamma ve log-normal dağılımlarının benzer performanslar sergilediği ve bu dağılımların, üssel ve Weibull dağılımlarından daha iyi bir performansa sahip olduğu bulunmuştur. Ayrıca yapısal anlamda karşılaştırılan doğrusal ACD modeli ile Logaritmik ACD modelleri arasında tatmin edici bir fark bulunamamıştır.

---

[58] Luc Bauwens, Pierre Giot, **a.g.e.**, 2000

[59] David Allen, et. al., **Comparison of Alternative ACD Models via Density and Interval Forecasts: Evidence from the Australian Stock Market**, Mathematics and Computers in Simulation, N. 79, 2009, s. 2535-2555

[60] Francis X. Diebold, Todd A. Gunther, Anthony S. Tay, **Evaluating Density Forecasts with Applications to Financial Risk Management**, International Economic Review, V. 39, N. 4, Syposium on Forecasting and Empirical Methods in Macroeconomics and Finance, Nov., 1998, s. 863-883

Zhang, Russell ve Tsay (2001),[61] beklenen sürenin; geçmiş bilgi değişkenlerine doğrusal olmayan bir yapıda bağlı olmasına izin veren bir otoregresif koşullu süre spesifikasyonu sunmuştur. TACD (Eşik Otoregresif Koşullu Süre) modeli olarak adlandırılan bu yapı ile, hızlı işlem periyotlarının yavaş işlem periyotlarından farklı dinamiklere sahip olduğu kanıtlanmıştır. Geliştirilen bu modele dayanarak, incelenen işlem süre verilerinde çoklu yapısal kırılmalar belirlenmiş ve bunların gerçek ekonomik olaylar ile bağlantılı olduğu bulunmuştur.

Fernandes ve Grammig (2005)[62], fiyat değişim sürelerinin parametrik olmayan tahminleri tarafından ifade edilen parametrik yoğunlukları ile hazard fonksiyonları arasındaki mesafeyi ölçerek, doğrusal ACD modellerini test etmiştir. Uygulamada kullanılan ACD modelleri; üssel, Weibull, Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımları ile kurulmuştur. Elde edilen sonuçlar, fiyat sürelerindeki otokorelasyonun, doğrusal ACD spesifikasyonları tarafından başarılı bir şekilde açıklandığını göstermektedir.

Maria Pacurar (2006),[63] ACD modellemesindeki teorik gelişmeler ve finansal veri setlerine uygulanan ampirik çalışmalar üzerine güncel bir yazın incelemesi sunmaktadır. Çalışmada, ACD modelinin temel spesifikasyonları sunulmakta ve yapısal uzantıları incelenmektedir. Ayrıca, yüksek frekanslı piyasa özellikleri ve finansal olaylar için (işlem, fiyat ve hacim süreleri) piyasa mikroyapı modelleri tartışılmaktadır.

[61] Michael Yuanjie Zhang, Jeffrey R. Russell, Ruey S. Tsay, **A Nonlinear Autoregressive Conditional Duration Model with Applications to Financial Transaction Data**, Journal of Econometrics, V. 104, 2001, s. 179-207
[62] Marcelo Fernandes, Joachim Grammig, **Nonparametric Spesification Tests for Conditional Duration Models**, Journals of Econometrics, N. 127, 2005, s. 35-68
[63] Maria Pacurar, **a.g.e.**

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİNİN FOREX PİYASASINDA UYGULANMASI

Çalışmanın bu bölümünde, Forex piyasasından elde edilen fiyat süreleri Otoregresif Koşullu Süre (ACD) modelleri kullanılarak incelenmektedir. İlk olarak, piyasanın sahip olduğu özellikler ve çalışma sistemi anlatılmaktadır. Daha sonra, fiyat değişim sürelerinin elde edilmesi ve düzenlenmesi incelenmektedir. Bölümün son kısmında, süre serilerine uygulanan Otoregresif Koşullu Süre modellerinin uygulaması yer almaktadır.

Uygulamanın yapılacağı veri setinin elde edilmesi, bu verilere ait istatistiki bilgiler ve grafikler için R yazılımı kullanılmıştır. Ayrıca süre verilerine uygulanan ACD modelleri "ACDm" paketi kullanılarak tahmin edilmiştir. Doğrusal ACD modelleri uygulanırken veri seti olduğu gibi kullanılırken, logaritmik ACD modelleri kullanılırken sürenin koşullu beklenenin logaritması alınmaktadır. ACDm paketinde, bu dönüşüm otomatik olarak hesaplanmakta ve model tahmininde kullanılmaktadır.[1]

Bu çalışmanın amacı, piyasa davranışlarını açıklamak için kullanılan volatilite göstergelerine alternatif olarak süre analizinin de kullanılabileceğini göstermektir. Süre analizinden elde edilen bilgilerin, piyasa katılımcılarının alım-satım kararlarında faydalı olacağı düşünülmektedir.

Çalışmanın uygulama alanı olarak Forex piyasasının tercih edilmesinin sebebi, dünyanın her yerinden katılan milyonlarca yatırımcıyla, en global piyasa olmasıdır. Dünyanın en büyük borsası olan New York Borsası, günlük 170 milyon Dolar işlem hacmine sahiptir. Bununla birlikte, Bank of International Settlement'ın 2016'da yayınladığı rapora göre Forex piyasasının günlük işlem hacmi 5 trilyon Doları aşmaktadır. Bu kadar büyük bir hacme sahip bir piyasanın diğer finansal piyasalar için

[1] (Çevrimiçi) https://cran.r-project.org/web/packages/ACDm/index.html

de bilgi sağlayacağı açıktır. Çünkü döviz, global piyasada fiyatlanırken, hem ülke ekonomisi hem de yerel piyasalar hakkında bilgi sağlamaktadır.

3.1. FOREX PİYASASI

Forex (Foreign Exchange) piyasası; merkez bankaları, özel bankalar, finans kuruluşları, aracı kurumlar ve hatta bireysel yatırımcılar tarafından gerçekleştirilen döviz takas işlemlerini ifade etmektedir. Bütünüyle likit ve son derece hareketli bir yapıya sahip olan bu piyasanın temel işlevselliği, piyasa katılımcılarının döviz alım-satım işlemlerini kolaylaştırmasıdır.

Forex piyasasında iki tür katılımcı bulunmaktadır. Döviz kurlarına fiyat veren ve bu kurlar ile işlem yapan piyasa katılımcısına piyasa yapıcı denilmektedir. Dünya bankalarının yaklaşık %20'si piyasa yapıcı rolü üstlenmektedir. Piyasada yapılan işlemlerin %60'ı bu bankalar gibi piyasa yapıcılar tarafından gerçekleştirilmektedir. İşlemlerini döviz piyasasında belirlenen değer üzerinden gerçekleştiren piyasa katılımcısına da piyasa kullanıcısı denilmektedir.[2]

Piyasa katılımcıları piyasa davranışlarını anlamak ve buna göre işlem almak için genel olarak iki analiz yöntemi kullanmaktadır. Bu analiz yöntemlerinden birincisi temel analiz, bir döviz çiftinin esas değerini ölçmeye çalışarak piyasayı değerlendirme yöntemidir. Temel analiz yönteminde endüstriyel ve finansal koşullar dahil olmak üzere, ülkenin genel ekonomisi incelenmektedir. İkinci yöntem, piyasa katılımcıları tarafından sıklıkla kullanılan teknik analiz yöntemidir. Teknik analizde incelenen asıl konu döviz fiyatı ve hacim seviyesidir. 1970'lerin başlarında dalgalı kur döneminin başlaması ile teknik analiz araştırmaları hız kazanmıştır. Ancak Etkin Piyasa Hipotezi ile bu yöntemin başarılı bir analiz yöntemi olmadığı kanıtlanmıştır. Zaman serisi analizinde uygulanan rassal yürüyüş teorisi ile finansal piyasa fiyatlarının geçmiş

[2] Elşen Guliyev, A'dan Z'ye Forex**, Optimist Yayın**, 2007, s. 19.

verilerden bağımsız olduğu tartışılmaktadır ve zaman serisi analizleri ile elde edilen sonuçlar çok daha iyi performans sergilemektedir.[3]

Döviz kuru finansal karar için önemli bir değişkendir. Ayrıca ülke ekonomisinin iç ve dış dengesi hakkında bilgi vermektedir. Başka bir deyişle, döviz kurları yatırımcıların yatırım stratejilerinde etkin bir rol oynamaktadır. Döviz kurları, iki ülke para biriminin birbirine oranından oluşmaktadır. Parite olarak adlandırılan bu oran GBP/USD, USD/JPY gibi çiftler halinde ifade edilmektedir. Paritelerin çiftler halinde ifade edilmesinin sebebi bir para birimi alınırken diğer para biriminin satılıyor olmasıdır. Döviz çiftinde belirtilen ilk döviz baz döviz, ikinci döviz karşıt döviz görevi görmektedir. Semboller yer değiştirebilir ancak kural niteliğinde olan bazı sektör standartları mevcuttur. Avrupa Merkez Bankası 1999'da Euro'yu piyasaya sunduğunda baz döviz olması gerektiğini bifiil şart koşmuştur. Japon Yeni, İsviçre Frangı ve Kanada Doları hemen hemen her zaman karşıt döviz olurken; İngiliz Sterlini, Avustralya ve Yeni Zelanda Doları gibi halihazırda veya önceden krallık altında olan ülkelerin dövizleri de baz döviz olarak işlem görmektedir. ABD Doları karşı dövizin kurallarına göre baz döviz veya karşıt döviz olmaktadır.[4]

3.1.1. Forex Piyasası İşlem Özellikleri

Forex piyasası işlemlerinin temel yatırım aracı döviz çiftleridir. Bununla birlikte piyasaya duyulan ilgi zamanla farklı yatırım araçlarının da sisteme dahil olmasını sağlamıştır. Günümüzde işlem platformları üzerinden döviz çiftlerinin yanı sıra kıymetli madenler, emtia ürünleri, dünya borsalarına ilişkin endeksler ve hisse senetleri ile bağlantılı türev ürünlerine de yatırım yapmak mümkündür. İşlem platformlarındaki yatırım araçları kısaca şu şekilde özetlenebilir:

[3] H.P.S.D.Weerathunga, A.T.P.Silva, DRNN – ARIMA Approach to Short-term Trend Forecasting in Forex Market, **International Conference on Advances in ICT for Emerging Regions**, 2018, s. 287.
[4] Kathy Lien, **Currency Trading,** Wiley, 2011, s. 38

Kıymetli Madenler: Belirli bir standarda sahip ve değerli metaller olarak isimlendirilen Altın, Gümüş, Platin ve Paladyum önemli yatırım araçlarıdır. Kıymetli madenlerden altın, yüzyıllardır global piyasalarda işlem gören ve yüksek enflasyon ortamlarında talebi artan önemli bir spekülatif araçtır.

Forex piyasalarında altın ve gümüş işlemleri ons birimi üzerinden spot olarak yapılmaktadır. Altın işlemlerinde 1 lot 100 onsa eşdeğerdir. Gümüş işlemlerinde ise 1 lot 5000 onsa eşdeğerdir.

Emtialar: Emtialar ticaret içinde yer alan mal ve ürünlerden oluşmaktadır ve borsalarda spekülatif amaçlı yatırım araçları olarak kullanılmaktadır. Burada bakır, benzin, buğday, doğalgaz, ham petrol, mısır, pamuk, soya ve şeker gibi birçok ürüne yatırım yapmak mümkündür.

CFD Grubu: "Contract for Difference – Fark Sözleşmeleri" belirli bir dayanak varlığın fiyat hareketlerinden kazanç elde etme imkanı sağlayan türev ürünlerdir. Bu grubun temel özelliği, yatırım araçlarının kendilerinin değil, beklentilerinin satın alınmasıdır. Forex piyasasında CFD'ler kaldıraçlı olarak işlem görürler. CFD grubu içerisinde çeşitli dünya borsalarına ait endeksler (NASDAQ100, S&P500, CAX40, FTSE100, NIKKEI225), uluslararası borsalarda işlem gören hisse senetleri (Apple, Intel, Facebook, Amazon, Coca Cola, McDonalds, Pfizer ve Google gibi), devletlerin borçlanma aracı olarak kulandıkları 1 ila 10 yıl arasında vadesi olan tahvil ve bonoları (ABD 5 ve 10 Yıllık Hazine Tahvilleri, ABD 30 Yıllık Hazine Bonoları, Euro-Bund ve Japonya Devlet Bonosu gibi) yer almaktadır. CFD grubu içerisindeki hiçbir araç o ürüne sahip olunmasını sağlamaz, sadece ilgili ürünün fiyatı üzerinden anlaşma yapılmasını ve spekülasyondan gelir elde edilmesini sağlar. Bu bir nevi, simülasyon olup ürünle ilgili ticaretin oldukça kolay yapılmasını sağlamaktadır. Yatırımcının amacı hisse senedinin değer değişimden gelir elde etmek ise CFD grubu hızlıca işlem yapılmasına olanak verdiği gibi, komisyon, saklama ücreti ve benzeri birçok yükümlülüklerden muaf olunmasını sağlar.[5]

[5] Adil Altaş, **Forex 5N**, Scala Yayıncılık, 2014, s. 100.

Forex piyasasının en önemli özelliklerinden biri aracı kurumların yatırımcılara sunduğu kaldıraç oranıdır. 1:500'e kadar kaldıraç kullandırabilen birçok yabancı aracı kurum bulunmaktadır. Ancak kaldıracın yüksek olması yatırımcının riskini artırdığından yasal düzenlemelere tabi piyasalarda kaldıraç oranı otorite tarafından belli sınırlar içinde tutulmaktadır. ABD ve Avrupa düzenlemelerine tabi aracı kurumlar yatırımcılarına 1:50 veya 1:100 kaldıraç sunmaktadır, bu da bir dealer için 2000$ ile 100,000$ değerinde işlem yapabileceği anlamına gelmektedir. Türkiye'deki aracı kurumlar, SPK tarafından verilen 10 Şubat 2017 tarihli karar doğrultusunda 1:10 kaldıraç oranı sunmaktadır. Ayrıca yasal düzenlemenin belirlediği sınırlar dahilinde aracı kurum emtia, borsa endeksi, hisse türevleri gibi finansal ürünlerin kaldıraç seviyelerini daha düşük tutabilmektedir.

Yatırımcının işlem yapmak için kullandığı yatırım miktarı, teminat bedeli olarak adlandırılmaktadır. Uluslararası döviz brokerları yatırımcı için minimum teminat bedelini genel olarak 100$ ila 1000$ aralığında belirlemektedir. Türkiye sermaye piyasası düzenlemelerine tabi aracı kurumlarda işlem yapmak için gerekli olan minimum teminat bedeli 50.000 TL olarak belirlenmiştir (SPK – 10.02.2017 tebliği).

Yatırımcının yaptığı işlemlerden doğabilecek zarara karşı aracı kurum müşteri hesabından belli bir miktarda tutarı bloke altına almaktadır. Marjin olarak adlandırılan bu tutar, yatırımcıya sunulan kaldıraç oranına ve açılan işlemin hacmine bağlıdır.

Finans piyasalarında faiz, para, emtia ve hisse senedi gibi parasal değeri eşit olan herhangi iki menkul varlığın yaratacağı nakit akışlarının takas yapılması işlemine verilen Swap adı, Forex işlemlerinde "Gecelik Taşıma Maliyeti" için kullanılmaktadır. Yatırımcı herhangi bir paritede işleme girdiğinde aracı kurum ile bankalar arasında bir alacak/borç ilişkisi doğar. Yatırımcı pozisyonunu aynı gün içerisinde kapatmayıp ertesi güne taşıdığında alacaklar ve borçlar ertesi güne devretmiş olur ve faiz hesaplaşmasını gerektirecek bir durum ortaya çıkar.[6] Bu durum sonucunda hesaplanan

[6] Adil Altaş, Forex 5N, **Scala Yayıncılık**, 2014, s. 117.

gecelik faiz yatırımcının bakiyesine "Gecelik Taşıma Maliyeti" yani Swap olarak yansıtılmaktadır.

Piyasa yapıcının ve piyasa katılımcılarının kıymetli varlığı satması için piyasada belirlenen ve piyasa yapıcı tarafından bildirilen fiyat seviyesine satım fiyatı denilmektedir. Aynı şekilde piyasa yapıcı tarafından bildirilen ve piyasa katılımcılarının kıymetli varlığı alması için ödemesi gereken fiyat seviyesine alım fiyatı denilmektedir. Alım fiyatı ve satım fiyatı arasında oluşan fiyat farkı spread'i oluşturmaktadır. Piyasa mikroyapı araştırmalarının en önemli değişkenlerinden biri olan spread; varlık getirisine, envanter kontrollerine, asimetrik bilgiye ve işlem maliyetlerine etkisini araştıran geniş bir literatür mevcuttur.[7]

Piyasa mikroyapı teorilerinde incelenen bir diğer önemli konu piyasanın sergilediği hareketler ve bu hareketlerin süresidir. Forex piyasası Pazartesi sabahı (GMT +2) 00:00'da Sydney piyasaları ile açılır ve Cuma gecesi (GMT +2) 23:59'da New York piyasaları ile kapanmaktadır. Forex piyasasının en yoğun olduğu zaman dilimleri (GMT +2) 07:00 – 10:00 Japonya piyasaları ile Asya piyasalarının çakıştığı saatler ve (GMT +2) 15:00 – 19:00 Londra piyasaları ile New York piyasalarının çakıştığı saatlerdir. Forex piyasasında nispeten düşük hacim ise (GMT +2) 00:00 – 04:00 saatleri arasıdır. Bu durgunluk New York Borsasında seansların kapanışı ile Tokyo Borsası'nın açılışına kadar geçen zaman aralığıdır. Döviz ticaret faaliyetleri dünya borsalarının çalışma saatlerine göre gün-içi takvim deseni takip etmektedir. Veri analizinde yanıltıcı sonuçlardan korunmak için, veri setinin mevcut günsel döngüden arındırılması gerekmektedir.

[7] B.Yan, E.Zivot, Analysis of High-Frequency Financial Data with S-Plus, **Department of Economincs, University of Washington**, 2003, s.15.

3.2. VERİ SETİ ANALİZİ

Bu bölümde süre verilerinin; fiyat değişim gözlemlerinden nasıl elde edildiği açıklanmaya çalışılacaktır ve süre serilerinin sahip olduğu yapılar incelenecektir. İncelenen döviz çiftleri Forex piyasasında yoğun işlem hacmine sahip majör paritelerden seçilmiştir ve sırasıyla şu şekildedir:

- Euro/ ABD Doları (EUR/USD)
- ABD Doları/ Japon Yeni (USD/JPY)
- İngiliz Sterlini/ ABD Doları (GBP/USD)
- ABD Doları/ İsviçre Frangı (USD/CHF)

Veri seti bu dört paritenin fiyat değişim sürelerinden oluşmaktadır.

Fiyat sürelerine uyguladığımız ACD modelleri; hacim sürelerine ve işlem sürelerine de uygulanabilmektedir. Çalışmada sadece fiyat değişim sürelerinin incelenmesinin sebebi, Forex piyasası için veri bankalarından tik boyutunda yalnız fiyat verilerinin sağlanabiliyor olmasıdır (bir sonraki alt bölümde tik boyutu açıklanmaktadır). Aracı kurumlar tarafından sağlanan hacim verileri ve grafikleri ise yanıltıcı bilgiler içermektedir. Çünkü bu bilgiler likidite sağlayıcısı kaynaklıdır ve tüm piyasayı kapsamamaktadır. Merkezi yapıya sahip piyasalar için bu durum geçerli değildir. Örneğin, vadeli piyasalarda tüm alım-satım işlemleri aynı merkezi takastan geçmektedir. Dolayısıyla elde edilen hacim verileri bütün piyasa katılımcıları için aynıdır. Forex piyasaları ise merkezi olmayan bir yapıya sahiptir ve herhangi bir aracı kurumun sağladığı hacim verisi, piyasanın bir dilimine ait hacim verileridir.

3.2.1. Süre Verilerinin Elde Edilmesi ve Günsellikten Arındırılması

Bir yatırım aracının başka bir yatırım aracına oranı parite olarak adlandırılmaktadır. Finans alanında özellikle forex piyasalarında, bir paritenin değişim oranındaki birim değişim, pip (percentage in point)* olarak ifade edilmektedir. Majör

* Price Interest Point (pip) olarak da ifade edilmektedir.

pariteler (Japon Yen'i hariç)[†] geleneksel olarak dört ondalık basamak ile fiyatlandırılmaktadır. Pip, dördüncü ondalık noktasının bir birimini simgelemekte ve Dolar para birimlerinde Cent'in 1/100'üne karşılık gelmektedir.[8] Örneğin, EUR/USD paritesinin 1.12232 değerinde olduğunu düşünelim. Bu değerin 1.12242 seviyesine gelmesi 1 piplik bir artış olarak ifade edilecektir. Bu durumda parite fiyatının 0.00001'lik değeri 0.1 pip ölçeğine karşılık gelmektedir. Yüksek-frekanslı piyasalarda fiyat değişimleri 0.1 pip ölçeğinde sunulmaktadır ve bu ölçek 1 tik boyutu olarak da adlandırılmaktadır. Forex piyasasının geçmişe yönelik tik boyutlu verileri işlem platformları üzerinden sağlanamamaktadır. Bununla birlikte, bu verileri sağlayan online veri bankaları mevcuttur.[9]

Bu çalışmanın uygulama kısmı, farklı ACD modelleri yapılarının yukarıda verilen dört majör parite üzerinden karşılaştırılmasını içermektedir. Bu bağlamda, literatürdeki karşılaştırma üzerine yapılan çalışmalardan Simone Manganelli'nin (2005), [10] "Model tahminlerinin karşılaştırması yapılırken; modellerin ya farklı piyasa yapıları üzerinden karşılaştırılması gerektiği ya da farklı zaman periyotlar üzerinden karşılaştırılması gerektiği" ifadesi dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda, Allen et. al. (2009)[11] tarafından kullanılan yöntem tercih edilmiş ve her bir parite için farklı zaman periyotları kullanılmıştır.

Çalışmada kullanılan gözlemler 01/04/2019 – 26/04/2019 tarihleri arasında elde edilen 20 işlem gününden oluşmaktadır. Her bir parite için ayın farklı bir haftası değerlendirilmiştir.

Paritelerin incelendiği tarih aralıkları şu şekildedir:

- EUR/USD paritesi: 01/04/2019 – 05/04/2019
- USD/JPY paritesi: 08/04/2019 – 12/04/2019
- GBP/USD paritesi: 15/04/2019 – 19/04/2019
- USD/CHF paritesi: 22/04/2019 – 26/04/2019

[†] Yen için bir pip, ikinci ondalık basamağın bir birimini simgelemektedir.
[8](Çevrimiçi) https://en.wikipedia.org/wiki/Percentage_in_point
[9] Bu çalışmada kullanılan veri seti www.tickdatamarket.com web sitesinden sağlanmıştır.
[10] Simone Manganelli, **Duration, Volume and Volatility Impact of Trades**, Journal of Financial Markets, N. 8, 2005, s. 398
[11] David Allen, et. al., **a.g.e.**, s. 2540

Gözlemler alım-satım işlem saatine göre düzenlenmiştir. Yani, gözlem sıralaması Pazar gece yarısından sonra (00:00:01 GMT +2) Avustralya Borsası'nın açılması ile başlamakta ve Cuma gecesi (23:59:59 GMT +2) New York Borsası'nın kapanışı ile son bulmaktadır.

İncelenen süre verileri, paritelerin tik boyutlu (0,1 pip) fiyat değişim gözlemlerinden elde edilmiştir. Süre verilerinin nasıl elde edildiğini açıklayabilmek amacıyla, Ek-1'de EUR/USD paritesinin 01.04.2019 tarihli 267,056 adet fiyat değişim gözleminin ilk 100 gözlemi tablo halinde sunulmaktadır. Her bir parite için 5 işlem gününden oluşan 1 haftalık gözlem kullanılmıştır. Bu da örneğin EUR/USD paritesi için toplamda 1,128,848 gözlem demektir. Ek-1'de yer alan tabloda, her bir tik boyutlu fiyat değişimine karşılık gelen bir zaman damgası (ss:dd:nn) yer almaktadır. Veri tablosu incelendiğinde; bazı fiyat değişimlerinin aynı saniyede gerçekleştiği, bazı değişimlerin arasında bir kaç saniyelik süreler oluştuğu gözlenmektedir. Süre verileri, her bir fiyat değişimi arasında geçen zaman olarak hesaplanmıştır.

EUR/USD paritesinin 01/04/2019 tarihine ait 41,775 süre verisinin ilk 100 gözlemi Ek-2'de yer almaktadır. EUR/USD paritesi için toplamda 196,697 süre verisi elde edilmiştir. Ayrıca Ek-2'de verilen tablo incelendiğinde, düzeltilmiş sürelerin yer aldığı "adjDur" sütunu görülmektedir. Düzeltilmiş sürelerin tanımı ve analizi bir sonraki alt bölümde yer almaktadır.

Paritelerin fiyat değişim sürelerine ait açıklayıcı istatistikler Tablo-3.1'de yer almaktadır. Tabloda yer alan bilgiler incelendiğinde, fiyat değişim süresi ortalamasının 2.20 saniye olduğu söylenebilir. En uzun süre 968 saniye ile GBP/USD paritesine aittir. Sürelerdeki zamansal bağımlılığın anlamlılığını test etmek amacıyla Portmanteau testi uygulanmıştır. Ljung-Box test istatistikleri sonuçları, süreler arasında güçlü otokorelasyona işaret etmektedir. Bu durum, Forex piyasasında işlem gören majör paritelerde süre kümelenmesinin yoğun olduğu anlamına gelmektedir. Sürelerde meydana gelen bu kümelenme, uzun sürelerin uzun süreler tarafından takip edilme eğiliminde olduğunu, benzer şekilde kısa sürelerin kısa süreler tarafından takip edilme eğiliminde olduğunu ifade etmektedir. Ayrıca sürelerin, gün içerisinde kümelenmeler halinde hareket etmesi, günsel faktörün varlığına işaret etmektedir. Bu

sonuçlar, Engle ve Russell (1995)[12] tarafından yürütülen çalışma ve literatürdeki birçok süre analizi çalışmalarıyla tutarlılık göstermektedir.

Tablo 3.1: Fiyat Değişim Sürelerine ait Betimsel İstatistikler

	EUR/USD	USD/JPY	GBP/USD	USD/CHF
Ortalama	2.196119	2.144511	1.808838	2.718076
Medyan	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
Maksimum	207.0000	147.0000	968.0000	371.0000
Minimum	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
Std. Sap.	3.566659	3.087093	4.068867	5.244713
Çarpıklık	10.11184	8.377505	74.55808	13.37782
Basıklık	223.2624	152.1282	14443.54	421.3982
Jarque-Bera	4.01E+08	1.89E+08	2.08E+12	1.16E+09
Olasılık	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Toplam	431970.0	431986.0	431994.0	431992.0
Top. Kare Sap.	2502181.0	1919723.0	3953877.0	4371745.0
Gözlemler	196697	201438	238824	158933
Ljung-Box [10]	45516. (0.000)	29958. (0.000)	50666. (0.000)	57463. (0.000)
Ljung-Box [15]	61047. (0.000)	38837. (0.000)	68949.0 (0.000)	79029. (0.000)

Grafik 3.1. – Grafik 3.4.'te dört pariteye ait süre verilerinin gün içerisinde sergiledikleri hareketler yer almaktadır. Grafiklerde her bir işlem günü ayrı ayrı verilmiştir. Bunun amacı, süre süreçlerini etkileyen deterministik bileşenin varlığını gösterirken aynı zaman da stokastik bileşenin varlığını da göstermektir.

Verilen grafikler incelendiğinde, piyasalarda belli saat dilimlerinde yüksek aktivite belli saat dilimlerinde düşük aktivite gözlendiği görülmektedir. Yüksek aktivite periyotlarında süreler kısalmakta, düşük aktivite periyotlarında ise süreler uzamaktadır. Ancak grafikler incelendiğinde sürelerin her gün aynı deseni sergilemediği de açıktır, yani Pazartesi öğle saatlerine ait süre uzunlukları Salı öğle

[12] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **a.g.e.**, 1995

saatlerindeki süre uzunluklarından farklı olabilmektedir.[13] Bu farklılık, veri açıklamaları gibi gözlenebilir ekonomik olaylardan veya gözlenemeyen stokastik süreçlerden kaynaklanabilmektedir.

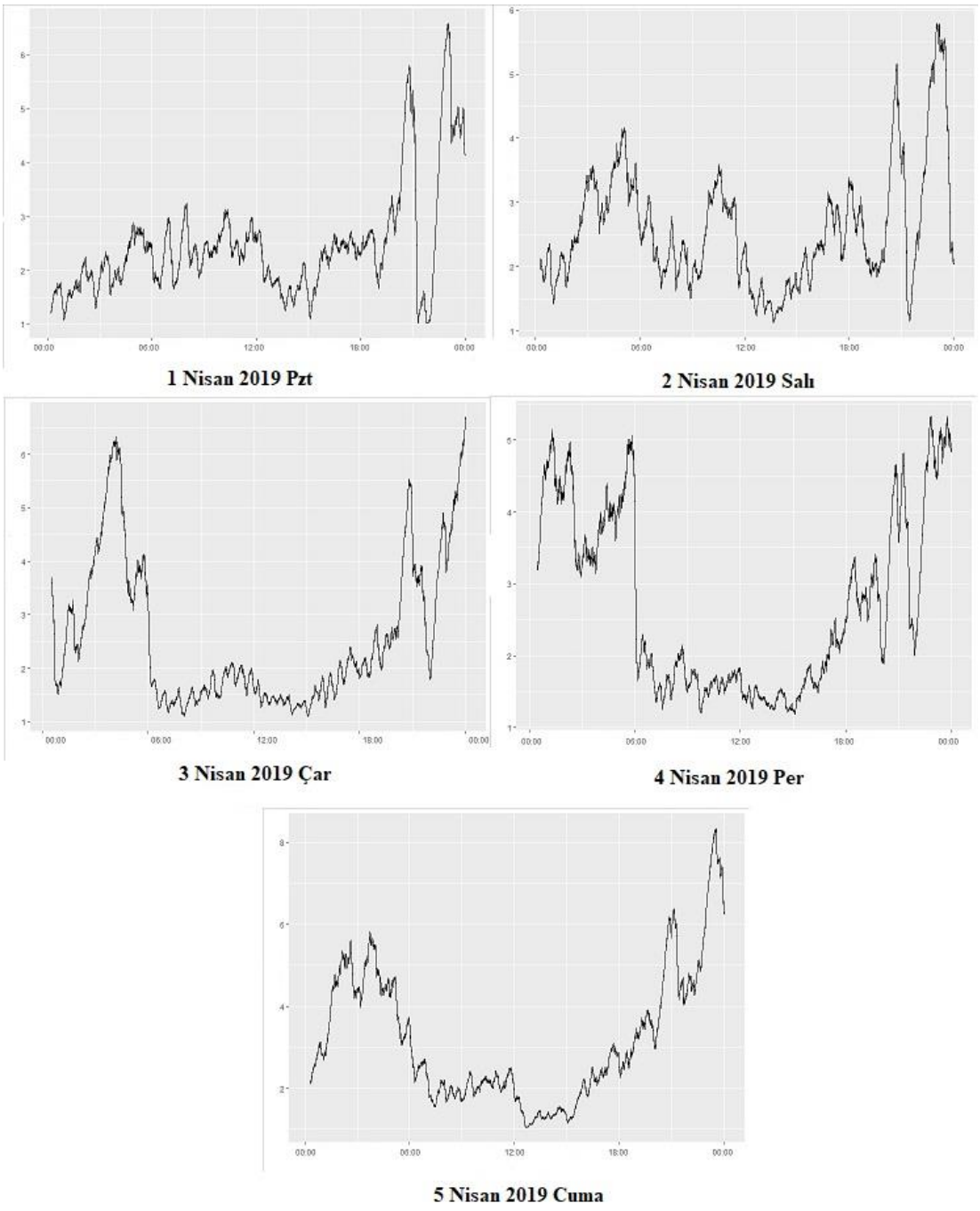
Grafik 3.1.'de EUR/USD paritesinin gün içi fiyat değişim süreleri sunulmaktadır. İncelenen beş işlem günü ortak olarak değerlendirildiğinde, 12:00 – 15:00 (GMT +2) saat aralığında fiyat değişim sürelerinin daha kısa olduğu gözlenmektedir. Bu zaman aralığı Tüm Avrupa borsalarının aktif olduğu zaman dilimidir.

Bununla birlikte, EUR/USD paritesinin her bir işlem günü ayrı ayrı incelendiğinde farklı zaman aralıklarında farklı süre kalıpları sergilendiği gözlenmektedir. Örneğin, 2 Nisan 2019 Salı günü, saat 9:00'da (GMT +2) piyasada sürelerin uzadığı görülmektedir. Aynı saatlerde Avrupa Merkez Bankası Yönetim Kurulu Üyesi Peter Praet konuşma yapmaktadır. Önemli bir bilginin olmayışına işaret eden bu uzun süreler, 14:30'da (GMT +2) açıklanacak olan "Çekirdek Dayanıklı Mal Siparişleri" verisine kadar azalarak devam etmiştir, verinin açıklanması ile birlikte fiyat değişim süreleri en düşük seviyeye gelmiştir. Sürelerin kısalması, önemli bir veri açıklamasına işaret etmektedir.

Grafikteki 21:00 – 22:00 saat aralığı incelendiğinde her işlem gününde benzer diplerin oluştuğu görülmektedir. Bu zaman dilimi, New York borsasının kapanış saatlerine denk gelmektedir. Takas işlemlerinin bu zaman diliminde yoğunlaşması ve fiyat değişim sürelerinin kısalması, EUR/USD paritesi yatırımcılarının gün içerisindeki mevcut pozisyonlarını gün sonunda kapatma arzusu içerisinde olduğu düşünülmektedir.

[13] Luc Bauwens et. al., **a.g.e.Bauwens**, s.598

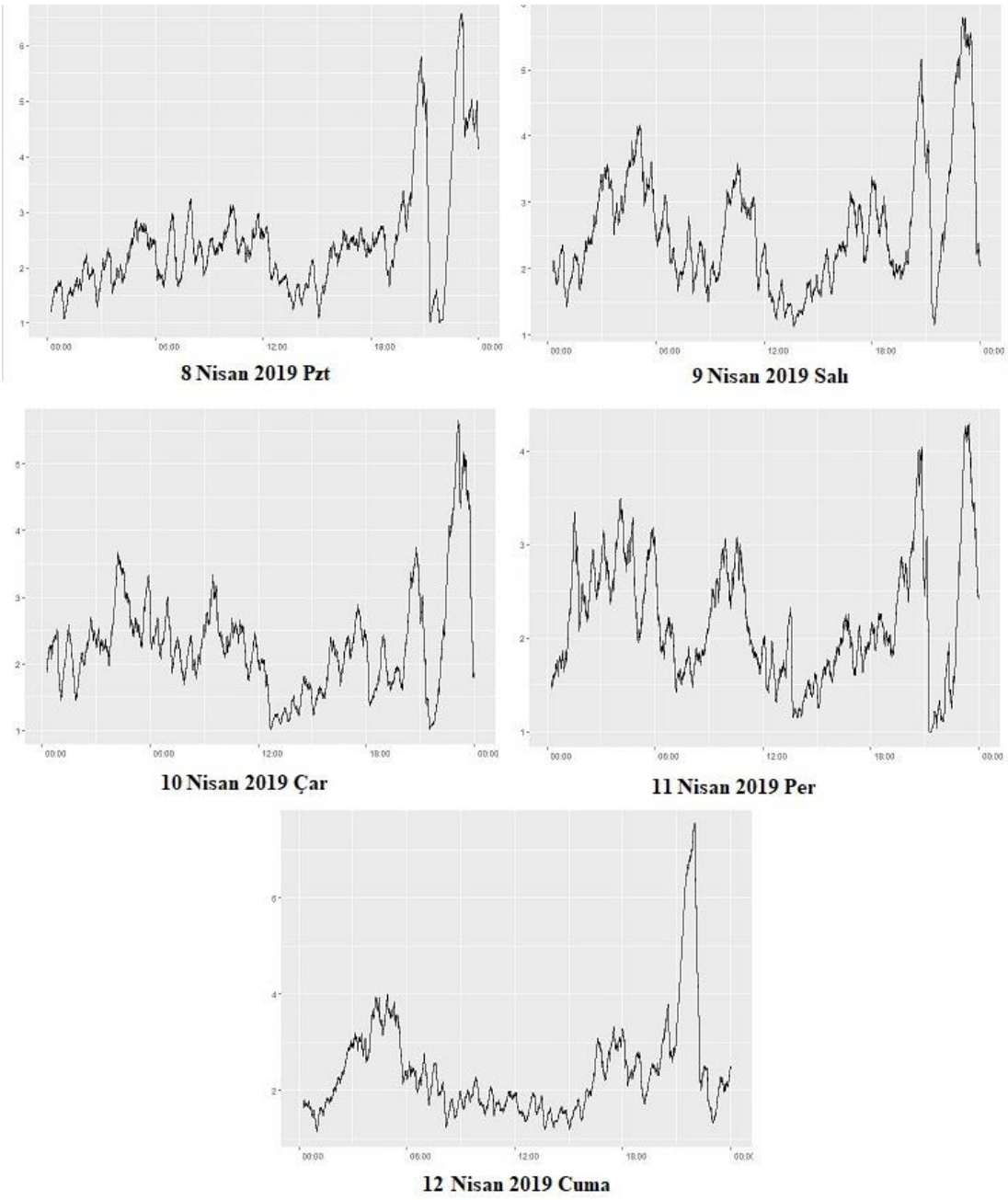
Grafik 3.1: Gün içi EUR/USD Fiyat Değişim Süreleri



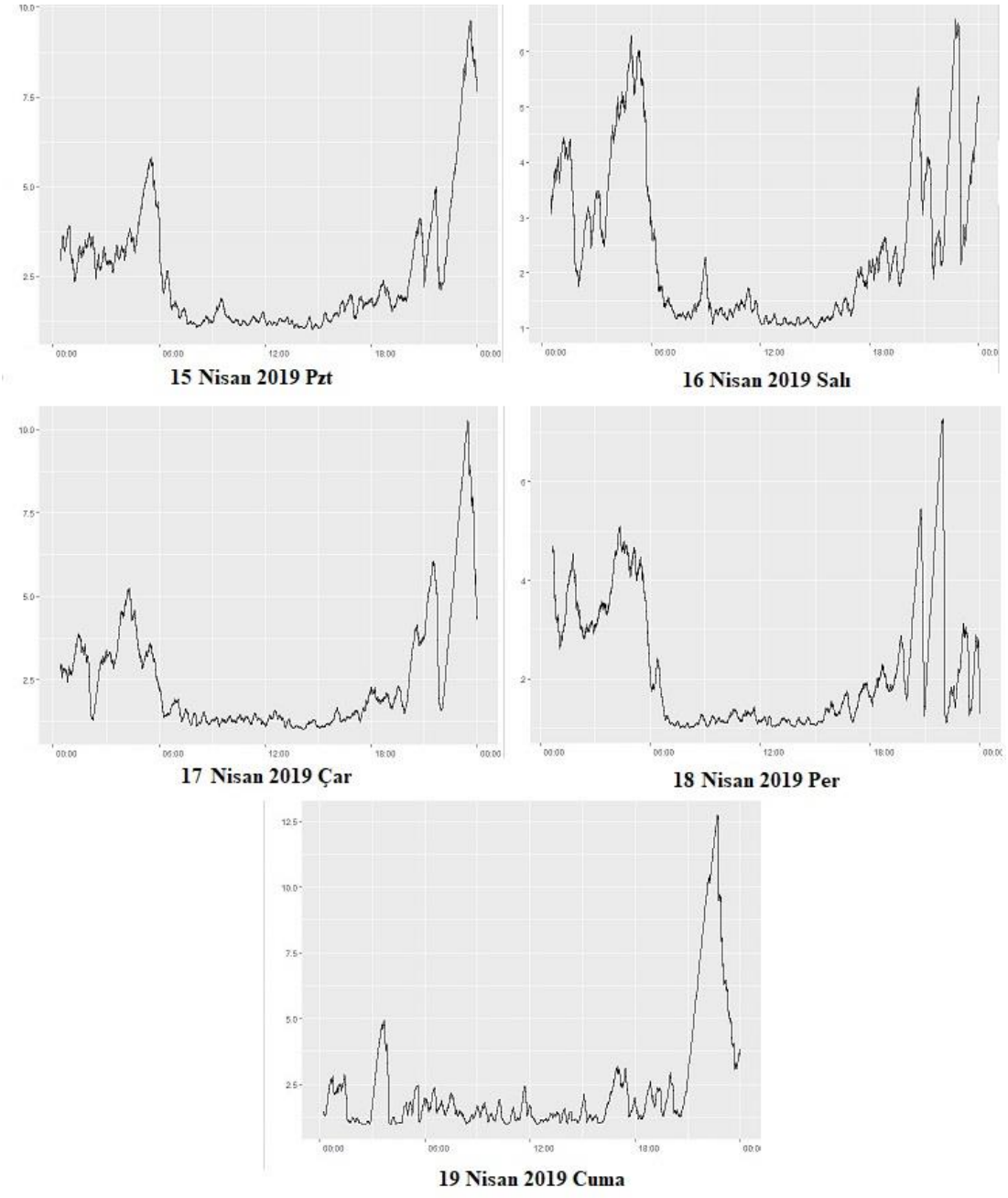
Grafik 3.2.'de USD/JPY paritesine ait fiyat değişim süreleri yer almaktadır. Verilen 5 işlem günü incelendiğinde, saat 5:00 (GMT +2) civarında fiyat sürelerinin tepeler oluşturduğu gözlenmektedir. Bu zaman dilimi Tokyo Borsası'nın öğle molasına denk gelmektedir ve piyasadaki yoğunluğun azaldığı görülmektedir. Benzer şekilde saat 9:00'dan (GMT +2) sonra genel olarak daha uzun fiyat sürelerinin hakim olduğu bir tek 12 Nisan 2019 Cuma günü bu zaman diliminde kısa sürelerin gerçekleştiği görülmektedir. 09:00 – 10:00 (GMT +2) saat aralığı Tokyo Borsası'nın aktif olduğu son bir saattir. Sadece Cuma günü fiyat sürelerinin kısa olması, Tokyo piyasasındaki katılımcıların pozisyonlarını haftanın son işlem gününe kadar taşıdığına ancak haftanın son günü pozisyonlarını kapattıklarına işaret edebilir. Bu bilginin USD/JPY paritesine yatırım yapmayı düşünen yatırımcıların risk analizlerinde önemli bir etkisi olabileceği düşünülmektedir.

Grafik 3.3.'te GBP/USD paritesine ait fiyat değişim süreleri yer almaktadır. Bu pariteye ait fiyat süreleri, incelenen diğer paritelerin fiyat sürelerinden oldukça farklı bir günsel desen sergilemektedir. İncelenen beş işlem günü için 06:00 – 18:00 (GMT +2) saat aralığında GBP/USD paritesine ait işlem yoğunluğunun oldukça yüksek olduğu gözlenmektedir. 19 Nisan 2019 Cuma günü, dünya genelindeki Hristiyanların dini günü olan Kutsal Cuma'ya denk gelmesine ve birçok ülkede resmi tatil olmasına rağmen, fiyat değişimlerinin kısa süre aralıklarıyla gerçekleşiyor olması; GBP/USD paritesinin global ekonomide oldukça önemli bir yere sahip olduğunu göstermektedir. Sahip olduğu yüksek işlem yoğunluğu ve fiyatlarındaki bu volatilite seviyesi, paritenin riskli bir yatırım aracı olduğuna işaret etmektedir.

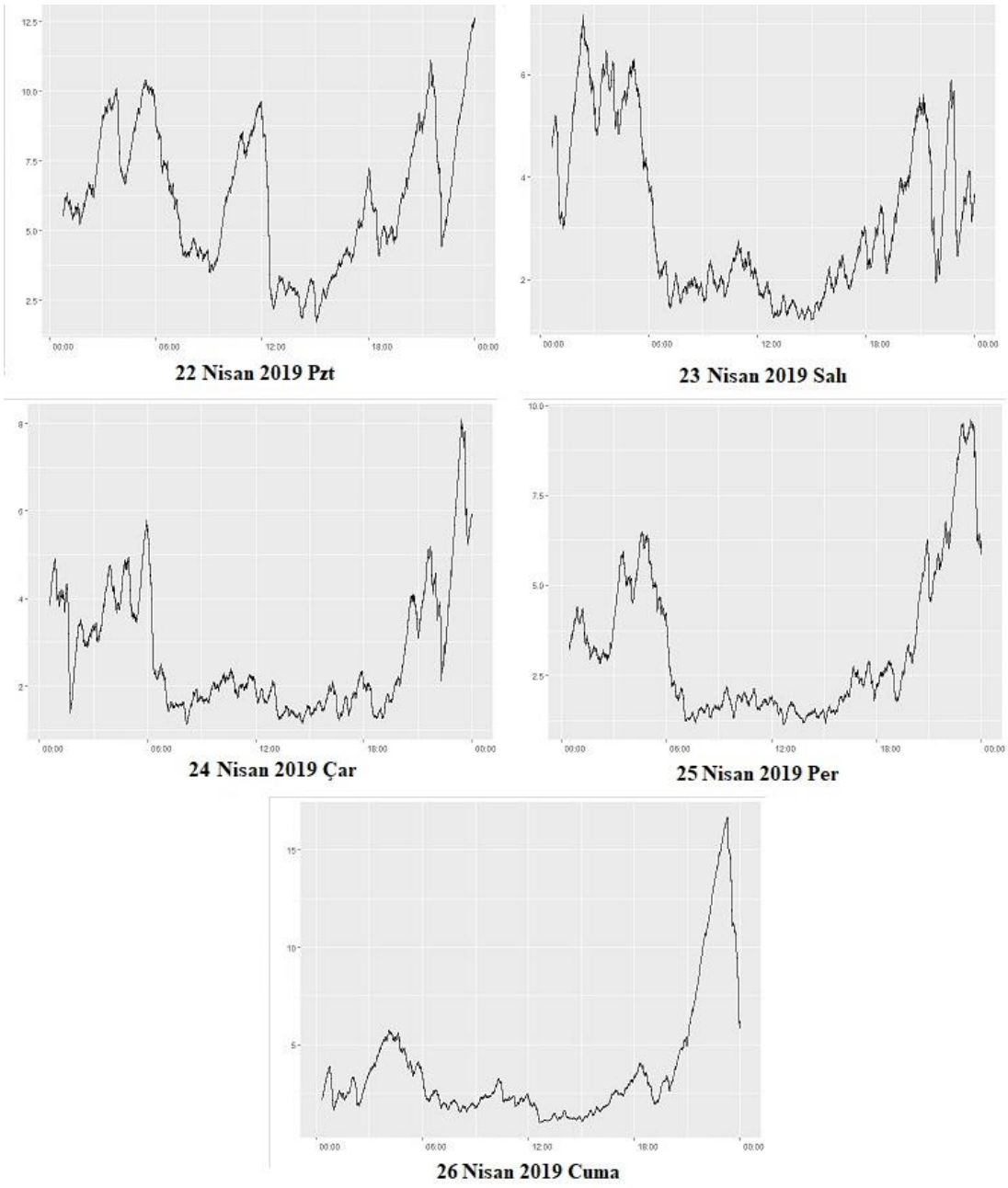
Grafik 3.2: Gün içi USD/JPY Fiyat Değişim Süreleri



Grafik 3.3: Gün içi GBP/USD Fiyat Değişim Süreleri



Grafik 3.4: Gün içi USD/CHF Fiyat Değişim Süreleri



Grafik 3.4.'te USD/CHF paritesine ait fiyat değişim süreleri yer almaktadır. 22 Nisan 2019 Pazartesi günü hariç diğer günlere ait günsel desenin, GBP/USD paritesi ile benzerlik gösterdiği görülmektedir. Fiyat değişimleri arasındaki sürelerin kısaldığı bu zaman dilimi Avrupa borsalarının aktif olduğu 09:00 – 18:00 (GMT +2) saat aralıklarıdır. 22 Nisan 2019 Pazartesi günü ise bu saat aralıklarında uzun sürelerin kümelendiği görülmektedir. Bu kümelenme, Avrupa'daki birçok ülkede resmi tatil (Paskalya'dan sonraki Pazartesi) olmasından kaynaklanabilir. Ancak aynı gün Amerika Birleşik Devletleri'nde resmi tatil değildir ve saat 13:00'ten (GMT +2) sonra Amerika piyasalarının açılması ile birlikte piyasanın hareketlendiği gözlenmektedir.

ACD modellerinin süre verilerine uygulanabilmesi için öncelikle günsellikten arındırılmış süre süreci elde etmek gerekmektedir. ACD modeli literatüründe günsel etki, baskın bir biçimde deterministik bir terim olarak modellenmektedir. Günsellikten arındırılmış bir süre süreci elde etmek amacıyla günselliğe neden olan bu deterministik faktör tahmin edilerek, periyodiklikten arındırılmış süreler üretilmektedir.

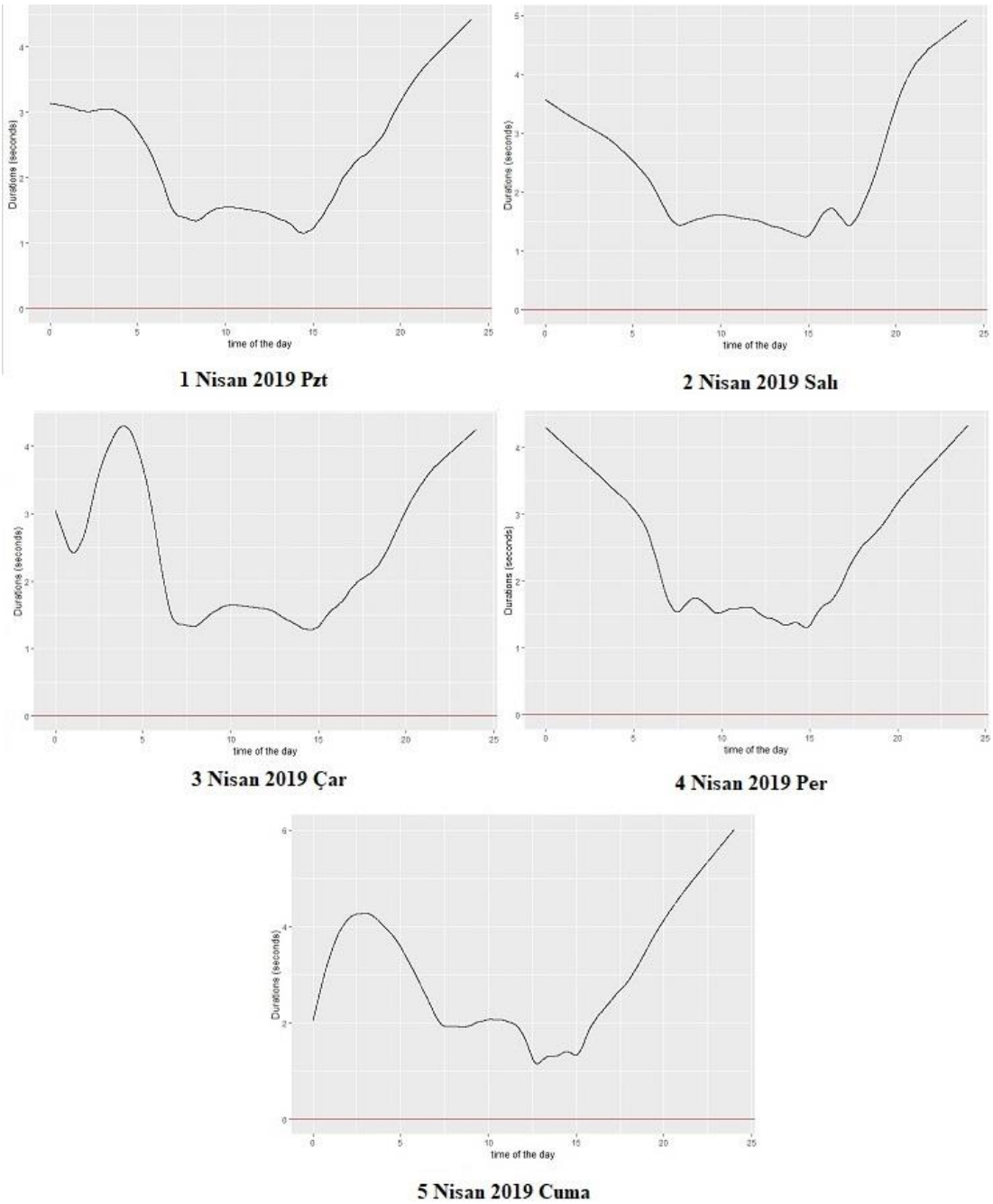
Bu çalışmada günsel faktörün hesaplanması için Jerome Friedman (1984)[14] tarafından geliştirilen super smoother prosedürü kullanılmıştır. Bu prosedür, uyarlanabilir bant genişlikleri ile parametrik olmayan bir doğrusal regresyon tahmincisi sunmaktadır. Zhang, Russell ve Tsay (2001)[15] tarafından da kullanılan bu prosedür SPLUS programına ait "supsmu" fonksiyonu ile hesaplanmaktadır. R programında da "supsmu" fonksiyonu mevcuttur ve SPLUS programıyla ile aynı tahmin sonuçları elde edilmektedir.

Fiyat değişimlerinden elde edilen süre serileri, ACD sisteminde kullanılmak üzere, R programında yer alan supsmu fonksiyonu ile deterministik ve stokastik bileşenlerden ayrıştırılmıştır. Üretilen yeni (günsellikten arındırılmış) süre serilerinin gün içi hareket kalıpları Grafik 3.5 – Grafik 3.8'de gösterilmektedir.

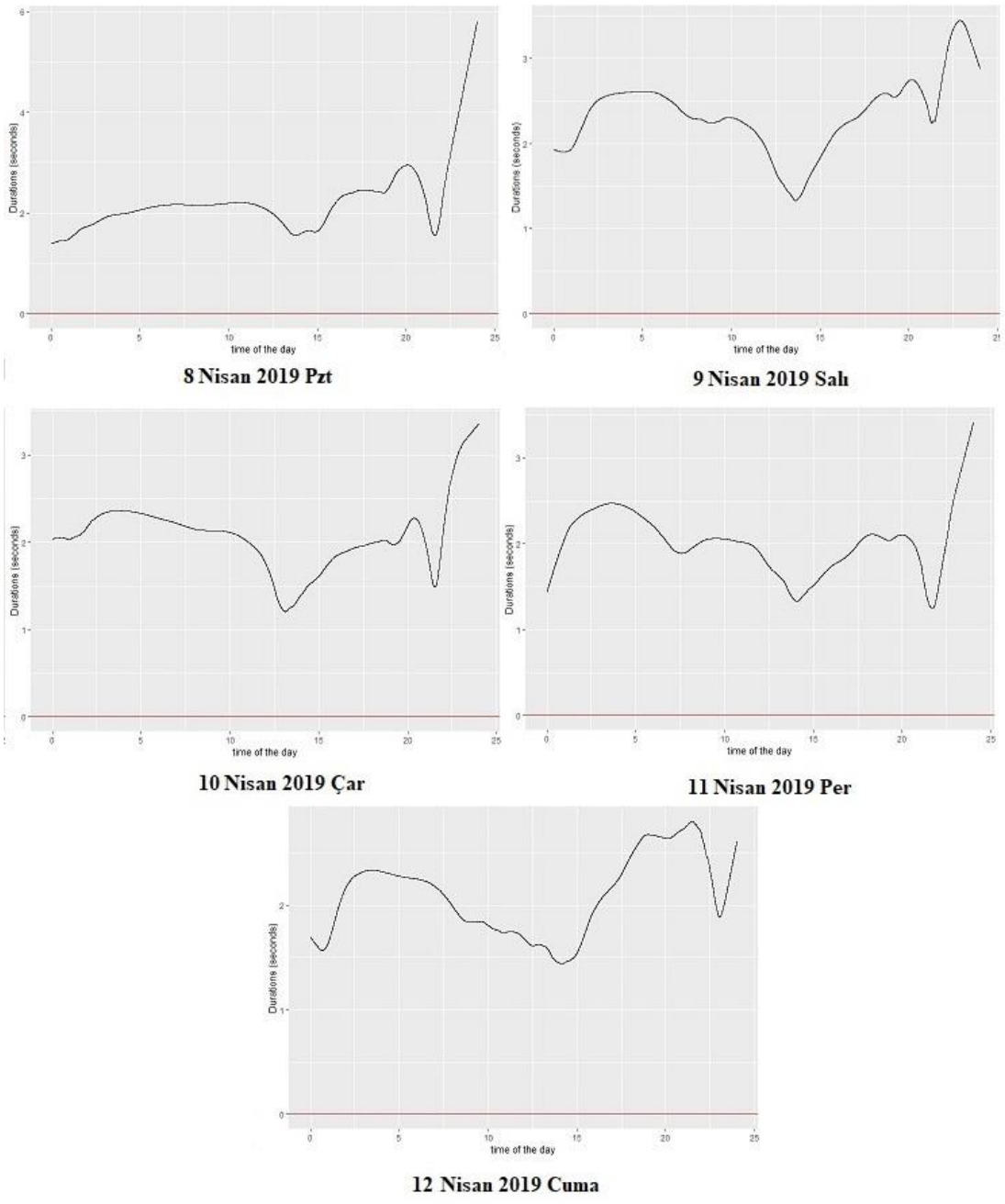
[14] Jerome H. Friedman, **A Variable Span Smoother**, Stanford Linear Accelerator Center and Department of Statistics, Stanford University, California, 1984

[15] Michael Yuanjie Zhang, Jeffrey R. Russell, Ruey S. Tsay, **A Nonlinear Autoregressive Conditional Duration Model with Applications to Financial Transaction Data**., Journal of Econometrics, Vol. 104, 2001, s. 187

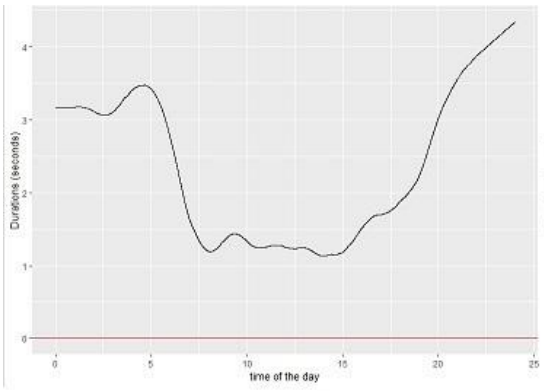
Grafik 3.5: Gün içi EUR/USD Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri



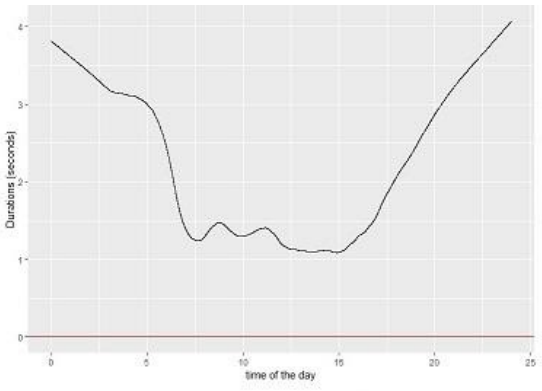
Grafik 3.6: Gün içi USD/JPY Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri



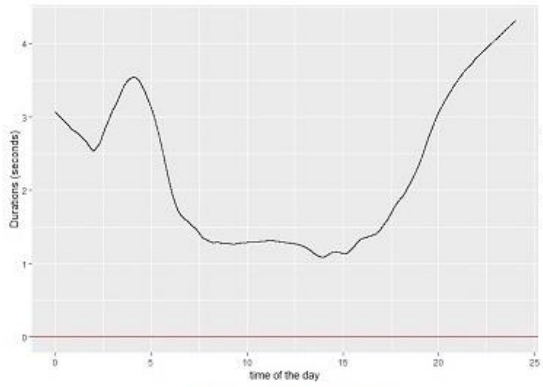
Grafik 3.7: Gün içi GBP/USD Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri



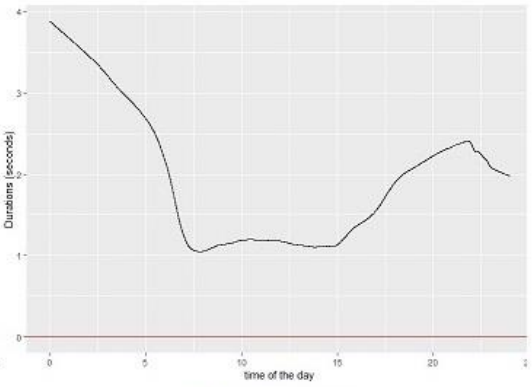
15 Nisan 2019 Pzt



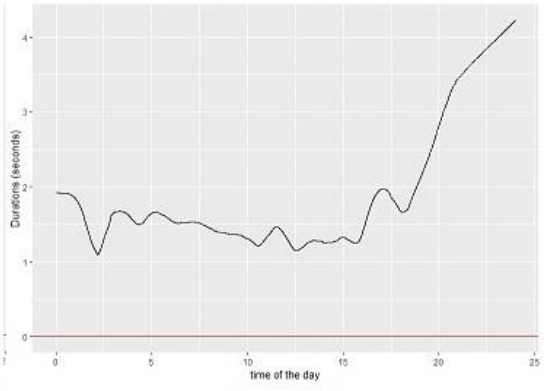
16 Nisan 2019 Salı



17 Nisan 2019 Çar

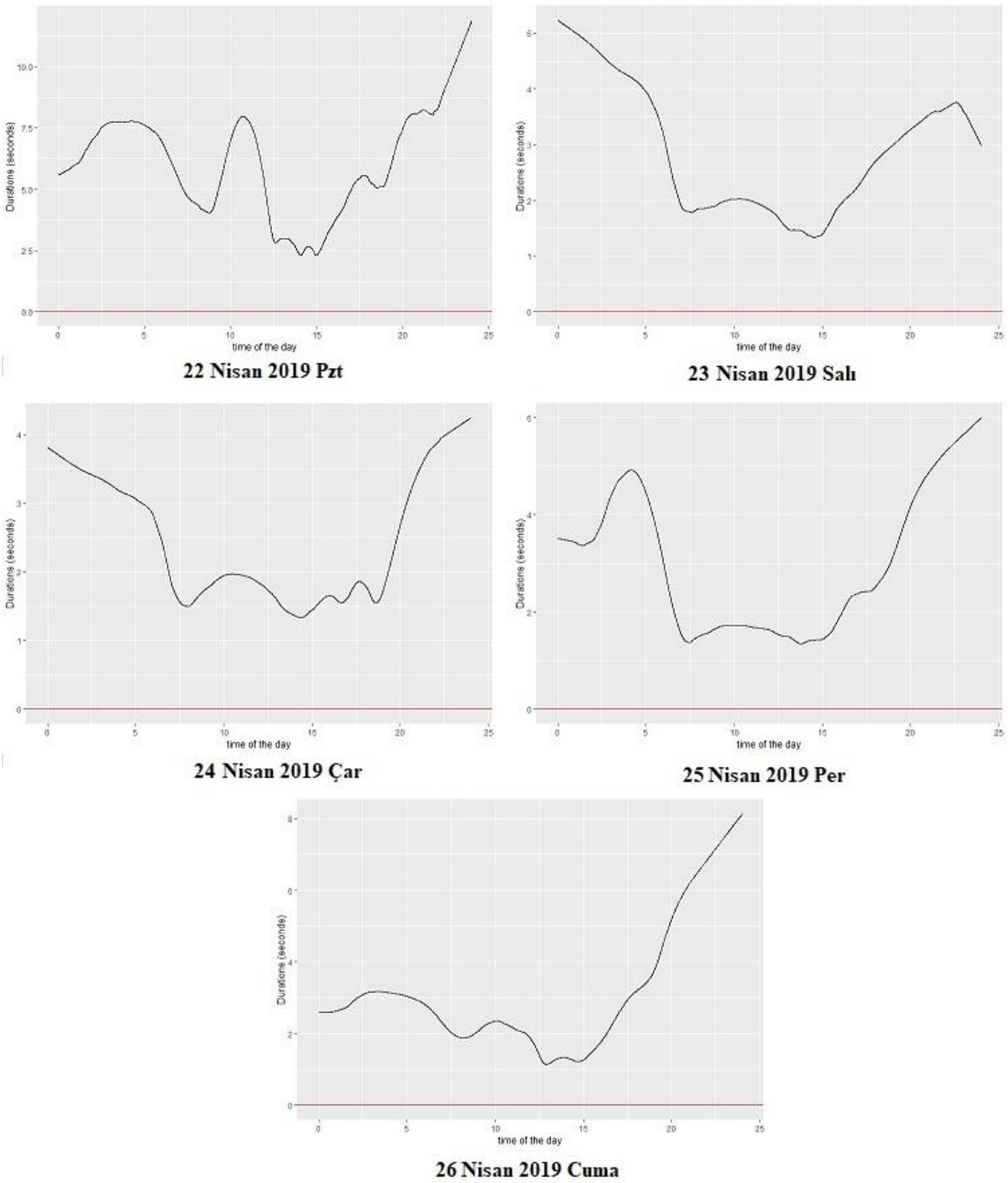


18 Nisan 2019 Per



19 Nisan 2019 Cuma

Grafik 3.8: Gün içi USD/CHF Fiyat Değişimlerinin Günsel Düzenlenmiş Süreleri



Sürelerin sergilediği davranış kalıpları, Forex piyasasındaki fiyat hareketlerinin, dünya borsalarının açılış-kapanış saatleri yoğunluğundan ve piyasa dalgalanmalarından etkilendiğini göstermektedir. Örneğin USD/JPY paritesinin grafiklerine bakıldığında, 01:00 itibariyle (GMT +2) Tokyo piyasasının açılışındaki fiyat sürelerinin, öğle saatlerindeki 05:00 (GMT +2) fiyat sürelerinden daha kısa olduğu görülmektedir. Ayrıca piyasada yüksek fiyat yoğunluğuna (yani, kısa fiyat sürelerine) sahip iki periyot mevcuttur. Birinci periyot, Japonya ve Asya piyasalarının kesiştiği 07:00 – 10:00 (GMT +2) zaman aralığı ve ikinci periyot, Avrupa ve New York piyasalarının kesiştiği 15:00 – 19:00 (GMT +2) zaman aralığıdır.

Günsellikten arındırılmış yeni sürelere ait açıklayıcı istatistikler Tablo-3.2'de yer almaktadır. Portmanteau test sonuçları, üretilen yeni seride otokorelasyonun azaldığını göstermektedir. Ancak Ljung-box test istatistikleri hala yüksek derecede anlamlıdır. Bu sonuçlar, sürelerde oluşan otokorelasyonun sadece günsel faktörlerden kaynaklanmadığına işaret etmektedir.

Tablo 3.2: Günsel Düzenlenmiş Fiyat Değişim Sürelerine ait Betimsel İstatistikler

	EUR/USD	**USD/JPY**	**GBP/USD**	**USD/CHF**
Ortalama	1.015488	1.041156	1.014956	1.021419
Medyan	0.690972	0.608147	0.785384	0.658093
Maksimum	44.15699	58.14681	408.9939	59.43325
Minimum	0.166083	0.172242	0.230147	0.084455
Std. Sap.	1.133863	1.32871	1.528997	1.230232
Çarpıklık	6.232206	7.112164	91.49274	6.640019
Basıklık	84.79644	110.5962	21846.30	105.9359
Jarque-Bera	56107970	98866303	4.75E+12	71335436
Olasılık	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Toplam	199743.5	209728.4	242395.8	162337.2
Top. Kare Sap.	252881.2	355631.0	558328.3	240538.8
Gözlemler	196697	201438	238824	158933
Ljung-Box [10]	7401.3 (0.000)	14674. (0.000)	19935. (0.000)	11270. (0.000)
Ljung-Box [15]	8826.6 (0.000)	17993. (0.000)	25481.0 (0.000)	13796. (0.000)

3.3. OTOREGRESİF KOŞULLU SÜRE MODELLERİNİN TAHMİNİ

Bu bölümde, çalışmanın ikinci bölümünde incelenen Otoregresif Koşullu Süre (ACD) modellerine ait tahminler yer almaktadır. Bir önceki bölümde analizi yapılan fiyat sürelerine önce doğrusal ACD modelleri, daha sonra logaritmik ACD modelleri uygulanacaktır.

Doğrusal ACD modelleri ve Logaritmik ACD modellerinin tahmini için sırasıyla; üssel dağılım, Weibull dağılımı, Burr dağılımı ve genelleştirilmiş gamma dağılımı kullanılmıştır. Üssel dağılım ile yapılan model tahminlerinde yarı en çok benzerlik yöntemi kullanılmıştır. Weibull, Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımı ile yapılan model tahminlerinde en çok benzerlik yöntemi kullanılmıştır.

3.3.1. Doğrusal Otoregresif Koşullu Süre Modellerinin Tahmini

Engle ve Russell (1995) tarafından önerilen doğrusal ACD modeli, literatürdeki en yaygın modeldir. Kalıntıların takip ettiği dağılımsal varsayımlar ile kurulan doğrusal ACD modeli için bu çalışmada dört dağılım tercih edilmiştir.

Forex piyasında işlem gören dört majör paritenin fiyat süreleri sırasıyla EACD, WACD, BACD ve GG-ACD modelleri ile tahmin edilmeye çalışılacaktır.

Fiyat süreleri incelenen dört parite şu şekildedir:

- Euro/ ABD Doları
- ABD Doları/ Japon Yeni
- İngiliz Sterlini/ ABD Doları
- ABD Doları/ İsviçre Frangı

Her bir parite için 5 işlem gününden oluşan 1 haftalık süre serisi kullanılmıştır.

Bu bölümde yer alan tüm ACD modelleri için süre $x_i = t_i - t_{i-1}$ olmak üzere aşağıdaki varsayım altında modellenmektedir:

$$x_i = \psi_i * \varepsilon_i \tag{3.1}$$

Burada hata terimi IID'dir ve $E(\varepsilon_i) = 1$ ortalama ile üssel dağılım, Weibull dağılımı, Burr dağılımı veya genelleştirilmiş gamma dağılımı takip etmektedir. Koşullu ortalama süre ψ_i için doğrusal ACD modeli spesifikasyonu aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$\psi_i = \omega + \alpha x_{i-1} + \beta \psi_{i-1} \tag{3.2}$$

Burada $\omega > 0,\ \alpha \geq 0,\ \beta \geq 0$ $(\alpha = 0$ ise $\beta = 0$'dır$)$ ve $\alpha + \beta < 1$ katsayı kısıtları yer almaktadır. $\alpha + \beta < 1$ kısıtı sürelerin koşulsuz ortalamasını sağlamaktadır, diğer kısıtlar ise koşullu sürenin pozitifliğini sağlamak için gereklidir.

Euro – ABD Doları için model tahminleri Tablo 3.3'te yer almaktadır. Tahmin edilen tüm ACD modelleri doğrusal spesifikasyonun koşullarını yerine getirmektedir: ω, α ve β parametreleri sıfırdan büyüktür ve $\alpha + \beta$ parametreleri toplamı 1'den küçüktür.

Üssel-ACD modeli hazard fonksiyonunun sabit olduğunu varsaymaktadır.

Weibull-ACD modelinin şekil parametresi (γ), 1'den büyük ve anlamlıdır. Buradan hazard fonksiyonunun monoton olarak artan bir şekle sahip olduğu sonucu elde edilmektedir. Üssel ve Weibull ACD modellerine ait α ve β parametre tahminleri birbirine yakın sonuçlar vermektedir.

Burr-ACD modeli sonucu incelendiğinde, α ve β parametre tahminlerinin üssel ve Weibull tahminlerinden farklı olduğu görülmektedir. İki şekil parametresine sahip olan Burr-ACD modelinin $0 < \sigma^2 < \kappa$ koşulunun sağlandığı görülmektedir. Bu

durumda, hazard fonksiyonunun monoton-olmayan bir şekile sahip olduğu söylenebilmektedir.

Genelleştirilmiş Gamma dağılımı ile kurulan ACD Modeli, iki şekil parametresine sahiptir ve şekil parametrelerinin değerlerine göre hazard fonksiyonu üç sınıfa ayrılmaktadır:

1. $\gamma\kappa - 1 < 0$
   - $\gamma \leq 1 \Rightarrow \lambda(t)$ azalan bir fonksiyondur.
   - $\gamma > 1 \Rightarrow \lambda(t)$ U-şekilli bir fonksiyondur.
2. $\gamma\kappa - 1 > 0$
   - $\gamma \geq 1 \Rightarrow \lambda(t)$ artan bir fonksiyondur.
   - $\gamma < 1 \Rightarrow \lambda(t)$ Ters U-şekilli bir fonksiyondur
3. $\gamma\kappa - 1 = 0$
   - $\gamma = 1 \Rightarrow \kappa = 1 \Rightarrow$ üssel yoğunluk, $\lambda(t)$ sabittir.
   - $\gamma < 1 \Rightarrow \lambda(t)$ azalan bir fonksiyondur.
   - $\gamma > 1 \Rightarrow \lambda(t)$ artan bir fonksiyondur.

EUR/USD paritesi fiyat süreleri için GG-ACD sonuçları incelendiğinde, şekil parametreleri sonuçları hazard fonksiyonun Ters-U şekline sahip olduğunu belirtmektedir.

Tablo 3.3: EUR/USD Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

EUR - USD Paritesi Doğrusal ACD Modelleri

	EACD (1,1)	**WACD (1.1)**	**BACD (1.1)**	**GG-ACD (1.1)**
ω	0.0282 (0.00154) **pv (0.000)**	0.0221 (0.000988) **pv (0.000)**	0.1138 (0.00461) **pv (0.000)**	0.0715 (0.002829) **pv (0.000)**
α	0.0475 (0.00140) **pv (0.000)**	0.0492 (0.001055) **pv (0.000)**	0.0316 (0.00103) **pv (0.000)**	0.0406 (0.001116) **pv (0.000)**
β	0.9248 (0.00262) **pv (0.000)**	0.9304 (0.001768) **pv (0.000)**	0.8585 (0.00519) **pv (0.000)**	0.8836 (0.003840) **pv (0.000)**
κ			4.1150 (0.01464) **pv (0.000)**	426.2959 (1.507646) **pv (0.000)**
σ^2			2.1346 (0.01249) **pv (0.000)**	
γ		1.2729 (0.001883) **pv (0.000)**		0.0728 (0.000172) **pv (0.000)**
LL	-1.97E+05	-1.85E+05	-1.33E+05	-1.46E+05
AIC	3.93E+05	3.71E+05	2.66E+05	2.93E+05
BIC	3.93E+05	3.71E+05	2.66E+05	2.93E+05
MSE	1.25E+00	1.25E+00	1.26E+00	1.26E+00

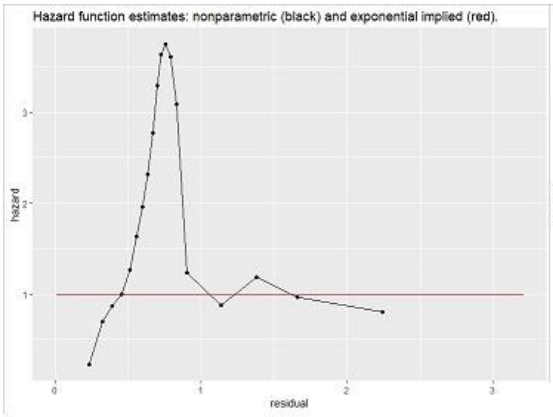
Tahmin edilen modellerin karşılaştırmasını yapmak amacıyla tabloda yer alan Benzerlik oranları, Akaike Bilgi Kriteri ve Bayesian Bilgi Kriteri değerlendirilebilmektedir. Modellerin benzerlik oranları incelendiğinde, en yüksek değere sahip modelin Burr-ACD modeli olduğu görülmektedir, Burr-ACD modelini GG-ACD modeli takip etmektedir. Bu sonuçlara göre sürenin sabit olduğu EACD modeli ve sürenin monoton olduğu WACD modeli reddedilmektedir. Ayrıca AIC ve BIC sonuçları, doğrusal ACD modelleri arasında en iyi uyumu Burr-ACD modelinin sergilediğini göstermektedir.

Grafik 3.9'da EUR/USD paritesi için tahmin edilen doğrusal modellere ait hazard fonksiyonları yer almaktadır. Siyah çizgi, Engle ve Russell (1995)[16] tarafından kullanılan parametrik-olmayan tahminci ile elde edilmiş kalıntıların ampirik hazard fonksiyonunu göstermektedir. Kırmızı çizgi, hata dağılımlarının tahmin edilen parametreleri tarafından ifade edilen hazard fonksiyonunu göstermektedir.

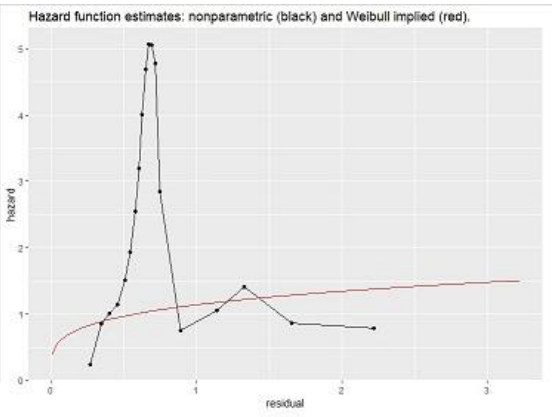
Elde edilen grafik sonuçları incelendiğinde hazard fonksiyonuna en iyi uyumu gösteren modellerin Burr-ACD modeli olduğu görülmektedir. Bu durumda, süre kümelenmelerinin Burr-ACD modelinde daha yoğun olduğu sonucu elde edilmektedir. EUR/USD paritesine ait fiyat değişim sürelerinin monoton-olmayan bir şekle sahip olduğunu söylemek mümkündür.

[16] Robert F. Engle, Jeffrey R. Russell, **a.g.e.**, 1995

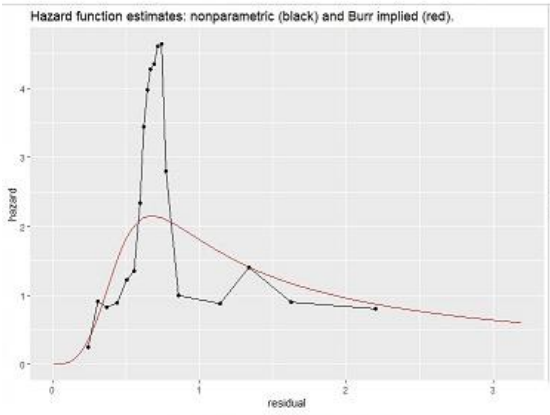
Grafik 3.9: EUR/USD Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



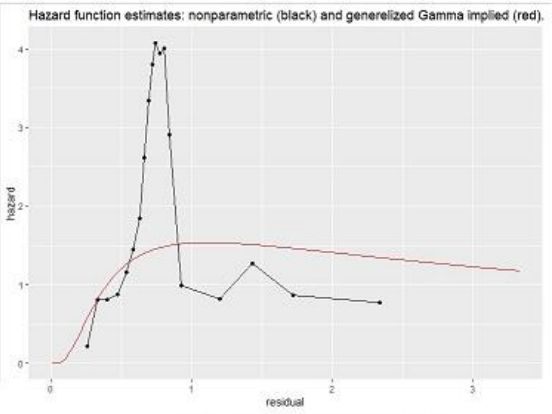
Üstel Acd Modeli



Weibull Acd Modeli



Burr Acd Modeli



Gen. Gamma Acd Modeli

ABD Doları – Japon Yeni paritesinin fiyat sürelerine ait model tahminleri Tablo 3.4'te yer almaktadır. Tahmin edilen ACD modellerinden üssel-ACD, Weibull-ACD ve GG-ACD modelleri doğrusal spesifikasyonun koşullarını yerine getirmektedir: ω, α ve β parametreleri sıfırdan büyüktür ve $\alpha + \beta$ parametreleri toplamı 1'den küçüktür. Ancak Burr-ACD modeline ait β parametresi 0'dan küçüktür ve sürenin koşullu ortalamasının negatif değer almasına neden olabilir. Bu durumda USD/JPY paritesi için BACD modelinin, spesifikasyon koşullarını yerine getirmediği söylenebilir.

Üssel-ACD modelinin parametre tahminleri anlamlıdır ve hazard fonksiyonunun sabit olduğunu varsaymaktadır.

Weibull-ACD modelinin şekil parametresi (γ), 1'den büyük ve anlamlıdır. Buradan hazard fonksiyonunun monoton olarak artan bir şekle sahip olduğu sonucu elde edilmektedir.

Genelleştirilmiş Gamma ACD Modeline ait şekil parametreleri anlamlıdır ve $\gamma\kappa - 1 > 0$ ile $\gamma < 1$ koşulları sağlanmaktadır. Bu durumda USD/JPY paritesi fiyat süreleri için GG-ACD modeli tarafından tahmin edilen hazard fonksiyonun Ters-U şekline sahip olduğu sonucu elde edilmektedir.

Tablo 3.4: USD/JPY Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

USD - JPY Paritesi Doğrusal ACD Modelleri

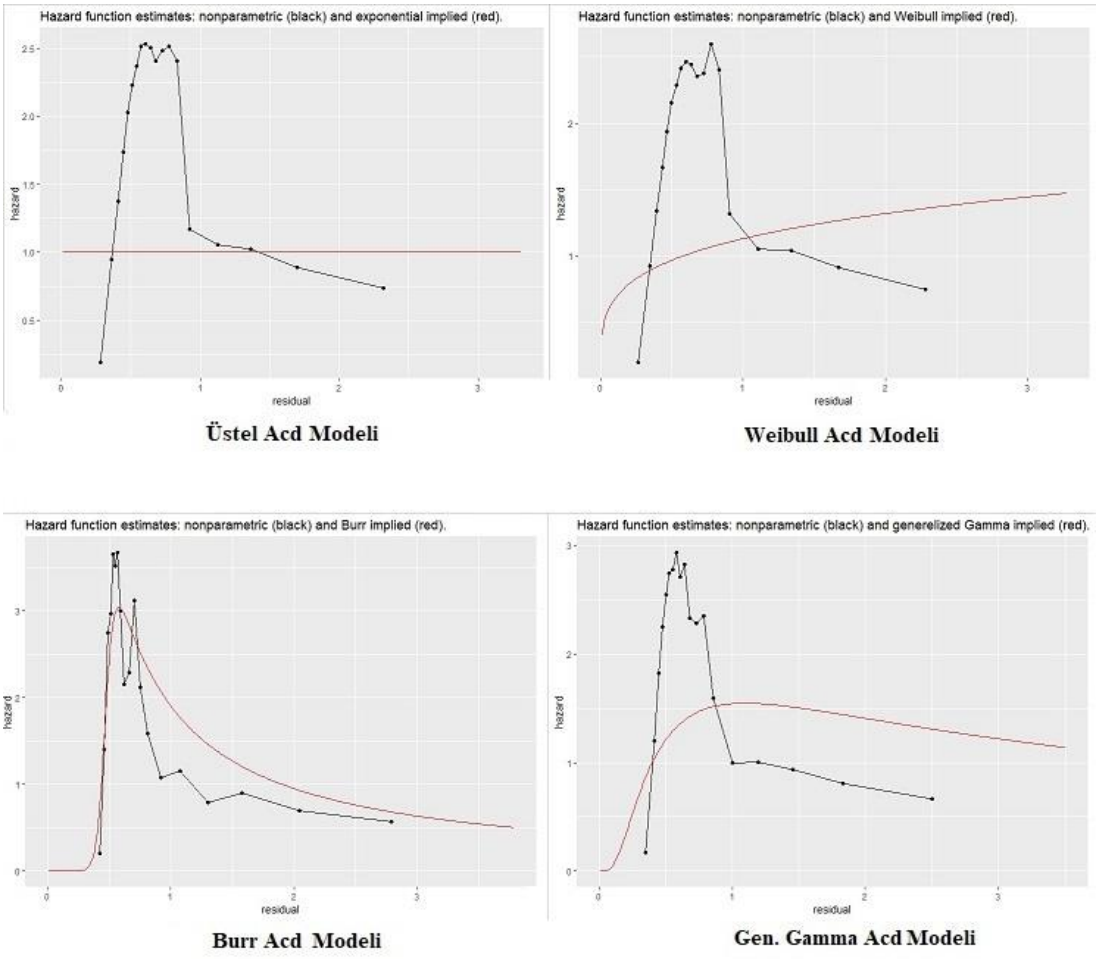
	EACD (1,1)	**WACD (1.1)**	**BACD (1.1)**	**GG-ACD (1.1)**
ω	0.0211 (0.00104) **pv (0.000)**	0.0143 (0.000669) **pv (0.000)**	1.7651339 (0.0073184) **pv (0.000)**	0.0598 (0.0007345) **pv (0.000)**
α	0.0508 (0.00126) **pv (0.000)**	0.0530 (0.000991) **pv (0.000)**	0.0000369 (0.0000349) **pv (0.291)**	0.0338 (0.0006875) **pv (0.000)**
β	0.9291 (0.00200) **pv (0.000)**	0.9347 (0.001382) **pv (0.000)**	-0.9970166 (0.0006282) **pv (0.000)**	0.9010 (0.0015063) **pv (0.000)**
κ			13.1402627 (0.1080758) **pv (0.000)**	1817.1263 (4.1698767) **pv (0.000)**
σ²			6.8896701 (0.0426827) **pv (0.000)**	
γ		1.2242 (0.001789) **pv (0.000)**		0.0356 (0.0000785) **pv (0.000)**
LL	-2.034702e+05	-1.952418e+05	-9.94E+04	-1.473529e+05
AIC	4.069464e+05	3.904917e+05	1.99E+05	2.947158e+05
BIC	4.069771e+05	3.905325e+05	1.99E+05	2.947668e+05
MSE	1.684899e+00	1.688337e+00	1.79E+00	1.706464e+00

Tahmin edilen modellerin karşılaştırması yapılırken, parametre kısıtlarını yerine getiremediğinden Burr-ACD modeli değerlendirilmeye alınmamaktadır. Diğer üç model arasında en yüksek benzerlik oranı değerine sahip modelin GG-ACD modeli olduğu görülmektedir. Ayrıca AIC ve BIC sonuçları, doğrusal ACD modelleri için en iyi uyumu GG-ACD modelinin sergilediğini göstermektedir. Bu sonuçlara göre sürenin sabit olduğu EACD modeli ve sürenin monoton olduğu WACD modeli açık bir şekilde reddedilmektedir.

Grafik 3.10'da USD/JPY paritesi için tahmin edilen doğrusal modellere ait hazard fonksiyonları yer almaktadır. Siyah çizgi, kalıntıların ampirik hazard fonksiyonunu göstermektedir. Kırmızı çizgi, hata dağılımlarının tahmin edilen parametreleri tarafından ifade edilen hazard fonksiyonunu göstermektedir.

Grafik sonuçları, en iyi uyumu sergileyen modelin genelleştirilmiş gamma ACD modeli olduğu göstermektedir. USD/JPY paritesi fiyat sürelerinin ters-U şekilli bir hazard fonksiyonuna sahip olduğunu söylemek mümkündür. Bu durum, parite fiyatlarının zaman içinde artan ve daha sonra azalan bir değişim tehlikesi altında olduğuna işaret edebilir. Tehlikenin artması, fiyatların kısa zaman aralıklarında değişeceğini, benzer şekilde; tehlikenin azalması, fiyatların uzun zaman aralıklarında değişeceğini ifade etmektedir.

Grafik 3.10: USD/JPY Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



Üstel Acd Modeli **Weibull Acd Modeli**

Burr Acd Modeli **Gen. Gamma Acd Modeli**

İngiliz Sterlini – ABD Doları paritesi fiyat süreleri için model tahminleri Tablo 3.5'te yer almaktadır. Tahmin edilen ACD modellerine ait tüm ω, α ve β parametreleri sıfırdan büyük ve anlamlıdır. Ayrıca sürelerin koşulsuz ortalamasının pozitifliğini sağlamak için gerekli olan $\alpha + \beta < 1$ kısıtı tüm modeller tarafından yerine getirilmektedir.

Üssel-ACD modeline ait parametre tahminleri anlamlıdır ve hazard fonksiyonunun sabit olduğunu belirtmektedir.

Weibull-ACD modelinin şekil parametresinin (γ), 1'den büyük olması hazard fonksiyonunun monoton olarak artan bir şekle sahip olduğunu ifade etmektedir.

Burr-ACD modelinin iki şekil parametresi de anlamlıdır ve $0 < \sigma^2 < \kappa$ koşulunun sağlandığı görülmektedir. Bu durumda, hazard fonksiyonunun monoton-olmayan bir şekile sahip olduğu söylenebilir.

Genelleştirilmiş Gamma dağılımının hazard fonksiyonu, şekil parametrelerinin aldığı değere göre şekillenmektedir. Bunun için önce γ ve κ parametrelerinin çarpımınları belirlenmekte daha sonra (γ) parametresinin değerine bakılmaktadır. Tabloda $\gamma\kappa - 1 > 0$ sıfırdan büyük olduğu ve (γ) parametresinin 1'den küçük olduğu görülmektedir. Buradan, GG-ACD modeli tarafından ifade edilen hazard fonksiyonunun ters-U şekilli olduğu sonucu elde edilmektedir.

Tablo 3.5: GBP/USD Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

GBP - USD Paritesi Doğrusal ACD Modelleri

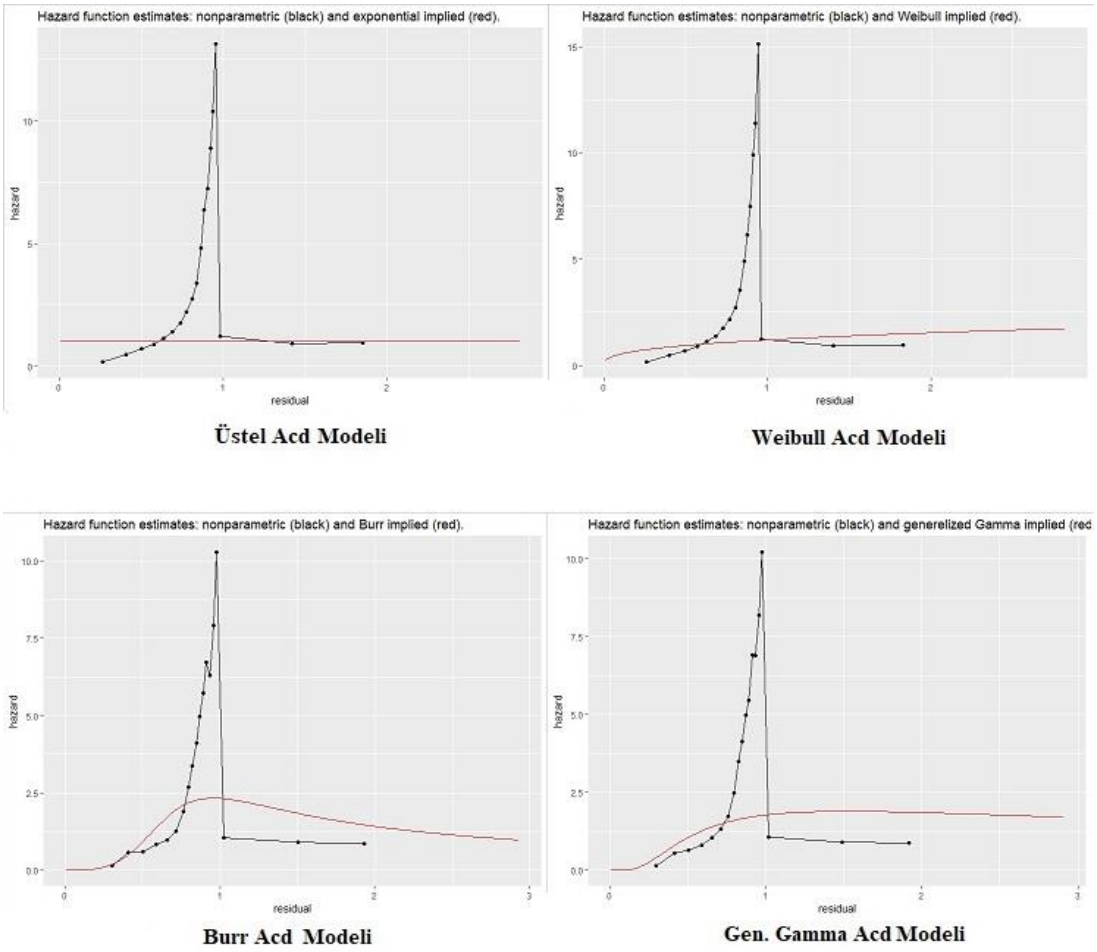
	EACD (1,1)	**WACD (1.1)**	**BACD (1.1)**	**GG-ACD (1.1)**
ω	0.0304 (0.00129) **pv (0.000)**	0.0384 (0.00104) **pv (0.000)**	0.0869 (0.00196) **pv (0.000)**	0.0640 (0.001382) **pv (0.000)**
α	0.0962 (0.00209) **pv (0.000)**	0.1247 (0.00175) **pv (0.000)**	0.0700 (0.00124) **pv (0.000)**	0.0712 (0.000490) **pv (0.000)**
β	0.8745 (0.00291) **pv (0.000)**	0.8409 (0.00233) **pv (0.000)**	0.8353 (0.00309) **pv (0.000)**	0.8592 (0.001691) **pv (0.000)**
κ			4.4802 (0.01231) **pv (0.000)**	228.7086 (0.047954) **pv (0.000)**
σ^2			1.5561 (0.00764) **pv (0.000)**	
γ		1.3546 (0.00152) **pv (0.000)**		0.1200 (0.000125) **pv (0.000)**
LL	-2.32E+05	-2.07E+05	-1.22E+05	-1.46E+05
AIC	4.64E+05	4.14E+05	2.43E+05	2.91E+05
BIC	4.64E+05	4.14E+05	2.43E+05	2.91E+05
MSE	2.23E+00	2.25E+00	2.23E+00	2.22E+00

Tahmin edilen modellerin benzerlik oranları, Akaike Bilgi Kriteri ve Bayesian Bilgi Kriteri karşılaştırıldığında, BACD ve GG-ACD modellerinin EACD ve WACD modellerinden daha iyi bir uyum sergilediği sonucuna ulaşılmaktadır. Bu sonuçlara göre sürenin sabit olduğu EACD modeli ve sürenin monoton olduğu WACD modeli reddedilmektedir.

Grafik 3.11'de GBP/USD paritesi için tahmin edilen doğrusal modellere ait hazard fonksiyonları yer almaktadır. Siyah çizgi, parametrik-olmayan tahminci ile elde edilmiş kalıntıların hazard fonksiyonunu göstermektedir. Kırmızı çizgi, hata dağılımlarının tahmin edilen parametreleri tarafından ifade edilen hazard fonksiyonunu göstermektedir.

Grafiklerin verdiği sonuçlar, Burr-ACD modelinin diğer modellerden daha iyi bir performans sergilediğini ancak GBP/USD paritesi fiyat sürelerini açıklamak için yeterli olmadığını göstermektedir. Fiyat değişim sürelerinin yer aldığı Grafikler 3.1. - 3.4. incelendiğinde; GBP/USD paritesinin, diğer paritelerden daha farklı bir günsel desene sahip olduğu görülmektedir. Sergilediği süre kümelenmeleri incelenen modeller ile açıklanamamıştır. Elde edilen hazard fonksiyonları bu pariteye ait fiyat değişimlerini tahmin etmekte yetersiz kalmaktadır.

Grafik 3.11: GBP/USD Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



Üstel Acd Modeli **Weibull Acd Modeli**

Burr Acd Modeli **Gen. Gamma Acd Modeli**

ABD Doları – İsviçre Frangı için model tahminleri Tablo 3.6'da yer almaktadır. Doğrusal-ACD modeli koşullarını sağlayan tüm parametreler anlamlıdır. ω, α ve β parametreleri sıfırdan büyüktür ve $\alpha + \beta$ parametreleri toplamı 1'den küçüktür.

Üssel-ACD modeli varsayımları altında hazard fonksiyonu sabittir. Weibull-ACD modelinin şekil parametresi (γ), 1'den büyük ve anlamlıdır. Buradan hazard fonksiyonunun monoton olarak artan bir şekle sahip olduğu sonucu elde edilmektedir. Üssel ve Weibull ACD modellerine ait α ve β parametre tahmin sonuçları birbirine oldukça yakındır.

Burr-ACD modelinin şekil parametreleri anlamlıdır ve monoton-olmayan hazard fonksiyonuna izin veren $0 < \sigma^2 < \kappa$ koşulunun sağlandığı görülmektedir.

GG-ACD Modeli şekil parametreleri sonuçları sırasıyla $\gamma\kappa - 1 > 0$ ve $\gamma < 1$ koşullarını sağlamaktadır ve model tarafından ifade edilen hazard fonksiyonunun ters-U şekline sahip olduğu sonucu elde edilmektedir.

Tablo 3.6: USD/CHF Paritesi ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

USD - CHF Paritesi Doğrusal ACD Modelleri

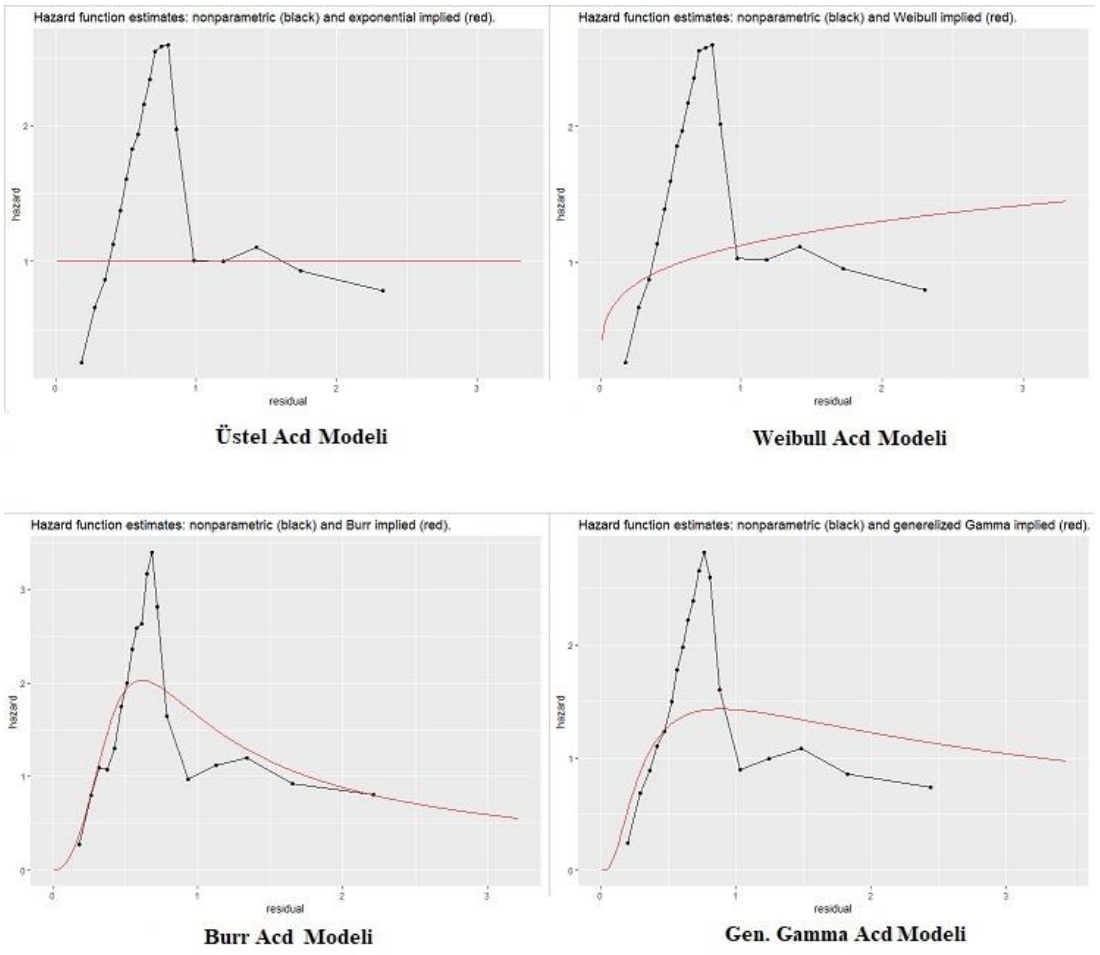
	EACD (1,1)	**WACD (1.1)**	**BACD (1.1)**	**GG-ACD (1.1)**
ω	0.0243 (0.00131) **pv (0.000)**	0.0216 (0.000985) **pv (0.000)**	0.0785 (0.00311) **pv (0.000)**	0.0573 (0.000405) **pv (0.000)**
α	0.0576 (0.00157) **pv (0.000)**	0.0591 (0.001282) **pv (0.000)**	0.0429 (0.00128) **pv (0.000)**	0.0464 (0.000669) **pv (0.000)**
β	0.9189 (0.00253) **pv (0.000)**	0.9211 (0.001955) **pv (0.000)**	0.8859 (0.00383) **pv (0.000)**	0.8920 (0.000255) **pv (0.000)**
κ			3.3439 (0.01422) **pv (0.000)**	3383.4870 (43.442774) **pv (0.000)**
σ^2			1.8687 (0.01384) **pv (0.000)**	
γ		1.2129 (0.002034) **pv (0.000)**		0.0236 (0.000146) **pv (0.000)**
LL	-1.58E+05	-152070.3432	-1.21E+05	-1.26E+05
AIC	3.16E+05	304148.6864	2.41E+05	2.52E+05
BIC	3.16E+05	304188.5914	2.41E+05	2.52E+05
MSE	1.45E+00	1.4476	1.46E+00	1.45E+00

Modellerin karşılaştırmasını yapmak amacıyla kullanılan benzerlik oranları, Akaike Bilgi Kriteri ve Bayesian Bilgi Kriteri değerleri Burr dağılımı ve genelleştirilmiş gamma dağılımı ile kurulan ACD modellerinin süre sürecini daha başarılı bir şekilde açıkladığını göstermektedir. Bu sonuçlara göre EACD modeli ve WACD modeli reddedilmektedir.

Grafik 3.12'de Siyah çizgi, kalıntıların hazard fonksiyonunu ve kırmızı çizgi, dağılımlar tarafından tahmin edilen hazard fonksiyonunu göstermektedir. Elde edilen sonuçlar, daha esnek dağılımlar olan Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımlarının hazard fonksiyonu tahmininde daha başarılı olduğunu göstermektedir.

USD/CHF paritesi fiyat değişim süreleri için tahmin edilen Burr ve GG ACD modellerine ait hazard fonksiyonları oldukça yakın sonuçlar sergilemektedir. Bu durumda, bu pariteye ait hazard fonksiyonunun monoton-olmayan ters-U şekilli bir kalıp sergilediğini söylemek mümkündür. Tehlike değerinin yükseldiği bölgeler, fiyat değişimlerinin kısa zaman aralıklarında gerçekleşme eğiliminde olduğuna; benzer şekilde tehlike değerinin düşük olduğu bölgeler, fiyat değişimlerinin uzun zaman aralıklarında gerçekleşme eğiliminde olduğuna işaret etmektedir.

Grafik 3.12: USD/CHF Paritesi Doğrusal ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



ACD modellerindeki hata terimi için pozitif destek sağlayan yoğunluk varsayımları, birinci ve ikinci moment arasında sıkı bir ilişki gerektirmektedir.[17] Hautsch (2012),[18] bu varsayım koşulları altında ACD(1,1) modellerinin kovaryans durağanlık koşullarının hesaplanabildiğini; ancak modelin gecikme mertebeleri yükseldikçe kovaryans durağanlık koşulunun hesaplanmasının zorlaştığını belirtmiştir.

Bu bölümde uygulanan modeller, sınırlı hafızaya sahip ACD(1,1) mertebeli modellerdir. Ek-3'te EUR/USD paritesine ait fiyat değişim sürelerinin ACD(1,2) ve ACD(2,2) modelleri ile tahminleri yer almaktadır. Elde edilen sonuçlardan, yüksek mertebeli ACD modellerine ait tahmin hesaplamalarının, ACD(1,1) modellerine göre daha külfetli olduğunu bulunmuştur. Ayrıca tahmin sonuçlarında önemli bir fark gözlenememiş; bazı model tahminlerinde parametre kısıtları sağlanamamıştır.

3.3.2. Logaritmik Otoregresif Koşullu Süre Modellerinin Tahmini

Bauwens ve Giot (2000)[19] tarafından önerilen logaritmik otoregresif koşullu süre (LACD) modellerinde, doğrusal ACD modelinin katsayı kısıtlarına gerek duyulmamaktadır. Bu modellerde otoregresif eşitlik, sürelerin koşullu beklenen değerinin logaritması olarak tanımlanmaktadır ve sürelerin iki taraflı sonsuz $\left(-\infty \to i \to +\infty\right)$ olduğu varsayılmaktadır.

Bu bölümde dört pariteye ait fiyat değişim sürelerine iki farklı logaritmik ACD spesifikasyonu uygulanacaktır. Model tahminleri için üssel dağılım, Weibull dağılımı, Burr dağılımı ve genelleştirilmiş gamma dağılımı belirlenmiştir. Üssel dağılım ile kurulan $LACD_1$ ve $LACD_2$ modelleri, yarı en çok benzerlik yöntemi kullanılarak

[17] Saranjeet Kaur Bhogal, Ramanathan Thekke Variyam, **Conditional Duration Models for High-Frequency Data: A Review of on Recent Developments**, Journal of Economic Survey, Vol. 33, No. 1, 2019, s. 252-273

[18] Nikolaus Hautsch, **a.g.e.,** s. 103

[19] Luc Bauwens, Pierre Giot, **The Logarithmic ACD Model: An Application to the Bid-Ask Quote Process of Three NYSE Stocks**, Annales D'economie et de Statistique, N. 60, 2000,

tahmin edilmiştir. Weibull, Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımları ile kurulan $LACD_1$ ve $LACD_2$ modellerinin tahmini, en çok benzerlik yöntemi kullanılarak yapılmıştır.

Tahmini yapılan Logaritmik modellerin formülasyonu şu şekildedir:

- $LACD_1: \ln\psi_i = \omega + \alpha \ln\varepsilon_{i-1} + \beta \ln\psi_{i-1}$ (3.3)

$LACD_1$ modelinde kovaryans durağanlığın sağlanabilmesi için $|\alpha + \beta| < 1$ olmalıdır.

- $LACD_2: \ln\psi_i = \omega + \alpha\varepsilon_{i-1} + \beta \ln\psi_{i-1}$ (3.4)

$LACD_2$ modelinde kovaryans durağanlığın sağlanabilmesi için $|\beta| < 1$ olmalıdır.

Euro – ABD Doları paritesinin fiyat sürelerine ait model tahminleri Tablo 3.7'de yer almaktadır. Elde edilen parametre tahminleri incelendiğinde; $LACD_1$ modeline ait kovaryans durağanlık koşulunun sadece Weibull dağılımı tarafından sağlandığı görülmektedir, $LACD_2$ modelinin kovaryans durağanlık koşulları tüm dağılımlar tarafından sağlanmaktadır.

Üssel dağılım ile kurulan LACD modelleri hazard fonksiyonunun sabit olduğu varsayılmaktadır.

Weibull dağılımına ait şekil parametresi, $LACD_1$ ve $LACD_2$ modelleri için birden büyüktür ve hazard fonksiyonunun monoton olarak artan bir şekile sahip olduğu belirtmektedir.

Burr dağılımı tarafından ifade edilen hazard fonksiyonu, monoton olmayan bir şekil alabilmektedir, bu esnekliği sağlayan parametre koşulu $0 < \sigma^2 < \kappa$ her iki logaritmik model için de sağlanmıştır, ancak $LACD_1$ modelinin kovaryans durağanlık koşulunun sağlanamadığı unutulmamalıdır.

Genelleştirilmiş gamma dağılımı ile tahmin edilen $LACD_1$ modeli kovaryans durağanlık koşulu sağlayamamış, $LACD_2$ modelinde ise α parametresi için anlamlı sonuç elde edilememiştir.

Tablo 3.7: EUR/USD Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

EUR - USD Paritesi Logaritmik ACD Modelleri

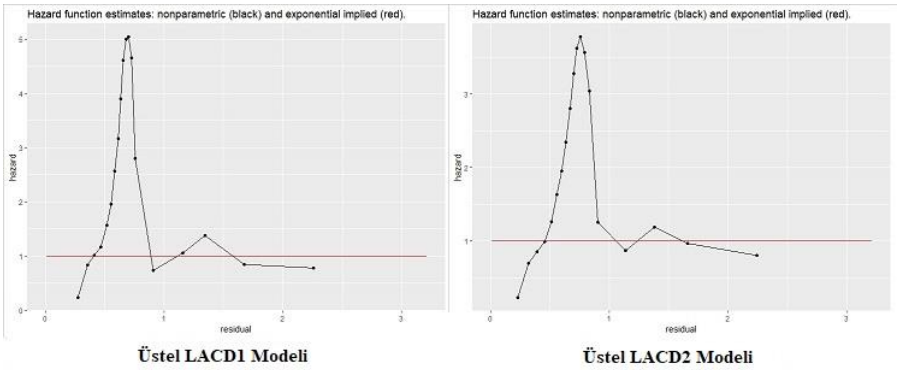
	E-LACD1 (1.1)	**E-LACD2 (1.1)**	**W-LACD1 (1.1)**	**W-LACD2 (1.1)**	**B-LACD1 (1.1)**	**B-LACD2(1.1)**	**GG-LACD1 (1.1)**	**GG-LACD2 (1.1)**
ω	0.0238 (0.000789) **pv (0.000)**	-0.0414 (0.00117) **pv (0.000)**	0.0283 (0.00073) **pv (0.000)**	-0.0434 (0.000884) **pv (0.000)**	-0.000634 (0.00000299) **pv (0.000)**	-0.0214 (0.000735) **pv (0.000)**	0.00792 (0.0000844) **pv (0.000)**	-0.0052370 (0.000000293) **pv (0.000)**
α	0.0879 (0.002519) **pv (0.000)**	0.0413 (0.00117) **pv (0.000)**	0.0926 (0.00204) **pv (0.000)**	0.0443 (0.000906) **pv (0.000)**	0.002125 (0.00000984) **pv (0.000)**	0.0243 (0.000787) **pv (0.000)**	0.04144 (0.0003196) **pv (0.000)**	-0.0000862 (0.000307989) **pv (0.78)**
β	0.9125 (0.004036) **pv (0.000)**	0.9726 (0.00153) **pv (0.000)**	0.8883 (0.00384) **pv (0.000)**	0.9782 (0.000991) **pv (0.000)**	1.001328 (0.00000626) **pv (0.000)**	0.9142 (0.004252) **pv (0.000)**	0.98855 (0.0005415) **pv (0.000)**	-0.9985454 (0.001843215) **pv (0.000)**
κ					28.650126 (0.04399521) **pv (0.000)**	4.1145 (0.013373) **pv (0.000)**	1586.60761 (2.1683865) **pv (0.000)**	138.7803037 (0.117541953) **pv (0.000)**
σ^2					17.669717 (0.02417187) **pv (0.000)**	2.1349 (0.012054) **pv (0.000)**		
γ			1.2387 (0.00181) **pv (0.000)**	1.2738 (0.001888) **pv (0.000)**			0.03889 (0.0000587) **pv (0.000)**	0.1233381 (0.000296977) **pv (0.000)**
LL	-1.98E+05	-1.97E+05	-1.88E+05	-1.85E+05	-6.31E+04	-1.33E+05	-1.41E+05	-1.51E+05
AIC	3.95E+05	3.93E+05	3.77E+05	3.71E+05	1.26E+05	2.66E+05	2.82E+05	3.01E+05
BIC	3.95E+05	3.93E+05	3.77E+05	3.71E+05	1.26E+05	2.66E+05	2.82E+05	3.01E+05
MSE	1.26E+00	1.25E+00	1.26E+00	1.25E+00	1.47E+00	1.26E+00	1.27E+00	1.29E+00

Parametre tahminleri anlamlı olan modeller arasında benzerlik oranı ve bilgi kriterleri değerleri (AIC – BIC) incelendiğinde, en iyi uyum performasını Burr dağılım ile kurulan $LACD_2$ modelinin sağladığı görülmektedir.

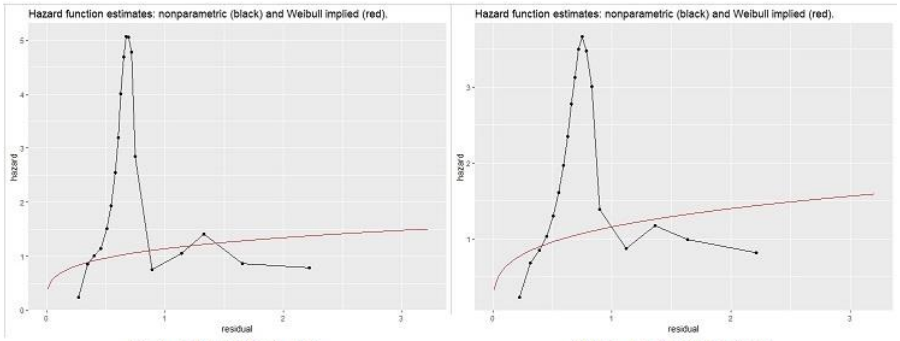
Grafik 3.13'te EUR/USD paritesi fiyat süreleri için, tahmin edilen logaritmik ACD modellerinin hazard fonksiyonları yer almaktadır. Grafikte siyah çizgi, kalıntıların hazard fonksiyonunu belirtmektedir, kırmızı çizgi dağılımlar tarafından tahmin edilen parametrelerin ifade ettiği hazard fonksiyonudur.

Elde edilen sonuçlar Burr dağılımının, tahmin edilen hazard fonksiyonuna daha yakın sonuçlar verdiğini göstermektedir. Bu durumda, Burr-$LACD_2$ modelinde süre kümelenmelerinin daha yoğun olduğu sonucu elde edilmektedir. EUR/USD paritesine ait fiyat değişim sürelerinin monoton-olmayan bir şekle sahip olduğunu söylemek mümkündür. Elde edilen sonuçlar doğrusal ACD modelleri tahmin sonuçları ile benzerlik göstermektedir.

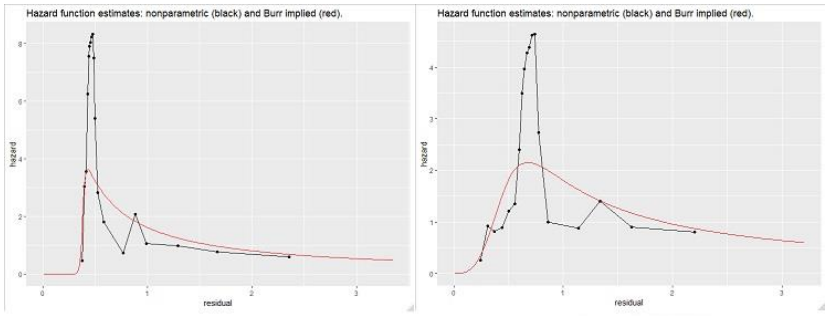
Grafik 3.13: EUR/USD Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



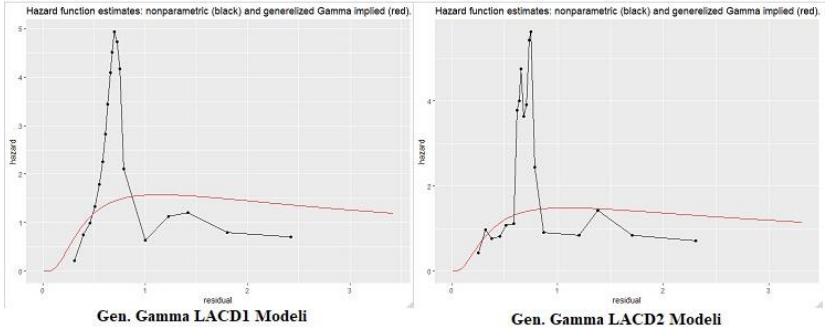
Üstel LACD1 Modeli **Üstel LACD2 Modeli**



Weibull LACD1 Modeli **Weibull LACD2 Modeli**



Burr-LACD1 Modeli **Burr-LACD2 Modeli**



Gen. Gamma LACD1 Modeli **Gen. Gamma LACD2 Modeli**

ABD Doları – Japon Yeni paritesi fiyat sürelerine ait logaritmik ACD model tahminleri Tablo 3.8'de yer almaktadır. Parametre tahminleri incelendiğinde $LACD_1$ modeline ait kovaryans durağanlık koşulunun hiçbir dağılım tarafından sağlanamadığı görülmektedir. Bununla birlikte $LACD_2$ modelinin kovaryans durağanlık koşulları tüm dağılımlar tarafından sağlanmaktadır.

Üssel-LACD modelleri hazard fonksiyonunun sabit olduğunu varsaymaktadır.

Weibull dağılımı ile kurulan $LACD_1$ ve $LACD_2$ modeli için şekil parametresi (γ) değerleri birden büyüktür ve hazard fonksiyonunun monoton olarak artan bir şekile sahip olduğunu belirtmektedir.

Burr dağılımının $0 < \sigma^2 < \kappa$ koşulu $LACD_2$ modeli tarafından sağlanmaktadır. Buradan hazard fonksiyonunun monoton olmayan bir şekle sahip olduğu söylenebilir.

Genelleştirilmiş gamma dağılımına ait parametre katsayıları tarafından ifade edilen hazard fonksiyonu ters-U şekillidir.

Tabloda en büyük benzerlik oranına sahip ve en küçük AIC ve BIC kriteri değerlerine sahip modelin Burr dağılımı ile tahmin edilen $LACD_2$ modeli olduğu görülmektedir. Bu değerler Burr-$LACD_2$ modeline ait hazard fonksiyonun en iyi uyum performansına sahip olduğu sonucunu vermektedir.

Tablo 3.8: USD/JPY Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

USD - JPY Paritesi Logaritmik ACD Modelleri

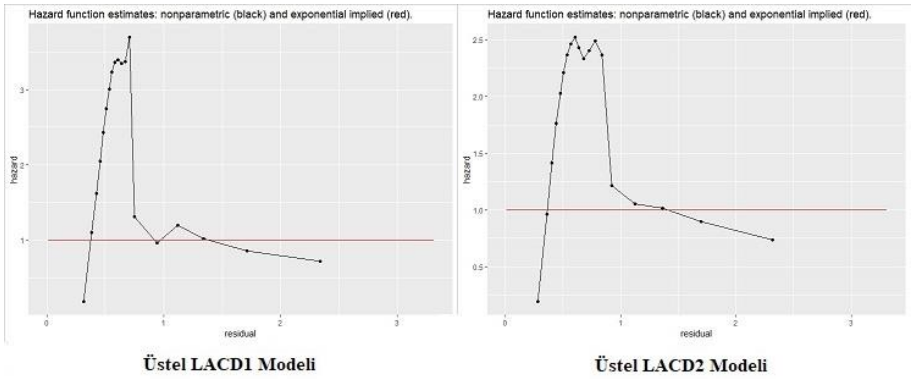
	E-LACD1 (1.1)	E-LACD2 (1.1)	W-LACD1 (1.1)	W-LACD2 (1.1)	B-LACD1 (1.1)	B-LACD2(1.1)	GG-LACD1 (1.1)	GG-LACD2 (1.1)
ω	0.0255 (0.000679) **pv (0.000)**	-0.0442 (0.00102) **pv (0.000)**	0.0285 (0.00060) **pv (0.000)**	-0.0460 (0.000794) **pv (0.000)**	0.0002 (0.00000183) **pv (0.000)**	0.01736 (0.00000309) **pv (0.000)**	0.0108 (0.000583) **pv (0.000)**	-0.0345 (0.0000660) **pv (0.000)**
α	0.0890 (0.002219) **pv (0.000)**	0.0445 (0.00103) **pv (0.000)**	0.0943 (0.00185) **pv (0.000)**	0.0471 (0.000818) **pv (0.000)**	0.0007 (0.00000532) **pv (0.000)**	0.00149 (0.00034447) **pv (0.000)**	0.0562 (0.004280) **pv (0.000)**	0.0294 (0.0000704) **pv (0.000)**
β	0.9883 (0.001427) **pv (0.000)**	0.9788 (0.00101) **pv (0.000)**	0.9914 (0.00113) **pv (0.000)**	0.9846 (0.000663) **pv (0.000)**	1.0003 (0.00000393) **pv (0.000)**	0.85069 (0.00659426) **pv (0.000)**	0.9759 (0.004378) **pv (0.000)**	0.9452 (0.0007428) **pv (0.000)**
κ					18.8559 (0.08326953) **pv (0.000)**	13.99110 (0.07422943) **pv (0.000)**	586.5504 (0.639049) **pv (0.000)**	3674.8930 (5.2460812) **pv (0.000)**
σ^2					11.3193 (0.05741093) **pv (0.000)**	9.00745 (0.05927067) **pv (0.000)**		
γ			1.1989 (0.00173) **pv (0.000)**	1.2246 (0.001792) **pv (0.000)**			0.0627 (0.000378) **pv (0.000)**	0.0251 (0.0000511) **pv (0.000)**
LL	-2.044236e+05	-203483.4086	-1.975294e+05	-1.952439e+05	-7.97E+04	-9.55E+04	-1.47E+05	-1.47E+05
AIC	4.088531e+05	406972.8172	3.950669e+05	3.904957e+05	1.59E+05	1.91E+05	2.93E+05	2.94E+05
BIC	4.088837e+05	407003.4569	3.951077e+05	3.905366e+05	1.59E+05	1.91E+05	2.93E+05	2.94E+05
MSE	1.696562e+00	1.68588	1.696366e+00	1.689271e+00	1.78E+00	1.77E+00	1.71E+00	1.71E+00

Grafik 3.14'te USD/JPY paritesi için tahmin edilen logaritmik ACD modelleri hazard fonksiyonları yer almaktadır. Grafik sonuçları Burr dağılımı ile kurulan logaritmik ACD modellerinin oldukça iyi bir performans sergilediğini göstermektedir.

Doğrusal ACD modelleri tahmin sonuçlarında, USD/JPY paritesi fiyat süreleri için Burr dağılımı tarafından sunulan hazard fonksiyonu oldukça iyi bir performans sergilemesine rağmen, doğrusal-ACD spesifikasyonunun parametre kısıtlarını yerine getirememektedir.

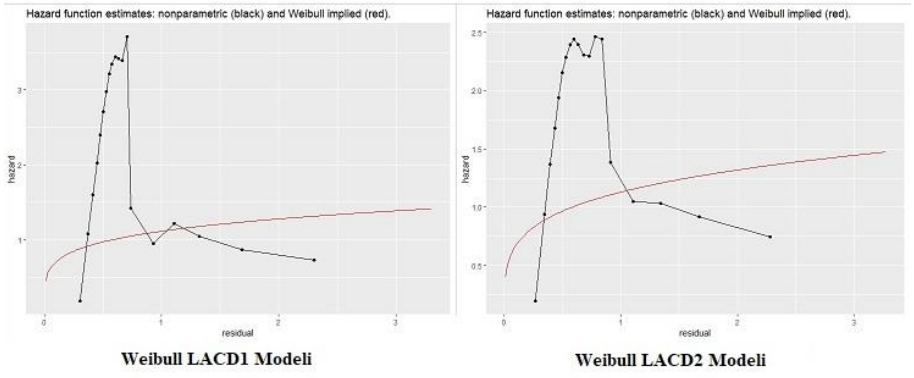
Bununla birlikte, Burr ile tahmin edilen logaritmik modelin uyum performansı, Burr-ACD modeline göre azalmış olsa dahi tatmin edicidir. Bu durum, doğrusal spesifikasyon koşullarının sağlanamaması halinde, logaritmik ACD modelinin tercih edilebileceğine işaret etmektedir.

Grafik 3.14: USD/JPY Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



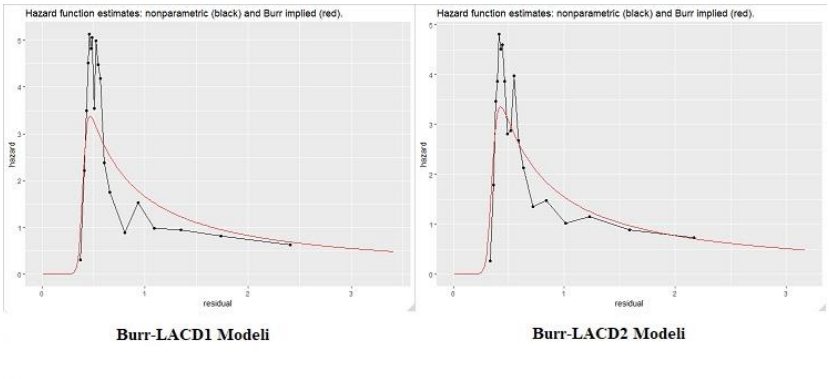
Üstel LACD1 Modeli

Üstel LACD2 Modeli



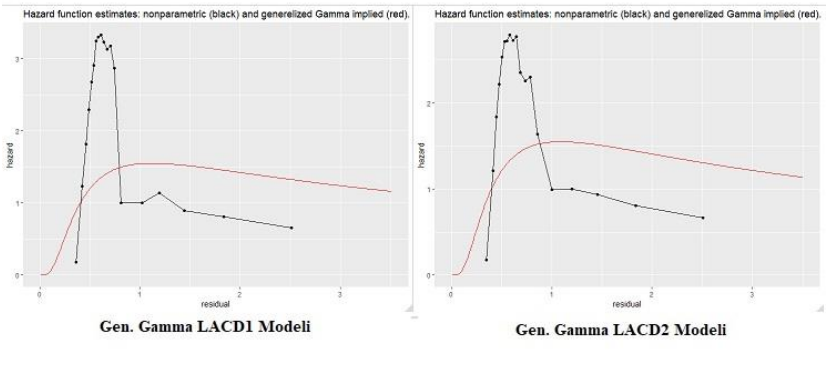
Weibull LACD1 Modeli

Weibull LACD2 Modeli



Burr-LACD1 Modeli

Burr-LACD2 Modeli



Gen. Gamma LACD1 Modeli

Gen. Gamma LACD2 Modeli

İngiliz Sterlini – ABD Doları paritesine ait fiyat süreleri için log-ACD model tahminleri Tablo 3.9'da yer almaktadır. $LACD_1$ modeline ait kovaryans durağanlık koşulu $|\alpha+\beta|<1$, hiçbir dağılım tarafından sağlanamamaktadır. Bununla birlikte, $LACD_2$ modeline ait kovaryans durağanlık koşulu $|\beta|<1$ tüm modeller tarafından yerine getirilmektedir.

Üssel dağılım ile kurulan LACD modelleri, hazard fonksiyonunun sabit olduğunu varsaymaktadır.

Weibull dağılımına ait şekil parametresi 1'den büyüktür ve hazard fonksiyonunun monoton olarak artan bir şekle sahip olduğunu belirtmektedir.

Burr dağılımı monoton-olmayan hazard fonksiyonlarına izin vermektedir ve tahmin edilen LACD modelleri bu koşulu $0<\sigma^2<\kappa$ yerine getirmektedir.

Genelleştirilmiş gamma dağılımı ile tahmin edilen parametreler sırasıyla $\gamma\kappa-1>0$ ve $\gamma<1$ koşullarını yerine getirmektedir ve hazard fonksiyonunun ters-U şekline sahip olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 3.9: GBP/USD Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

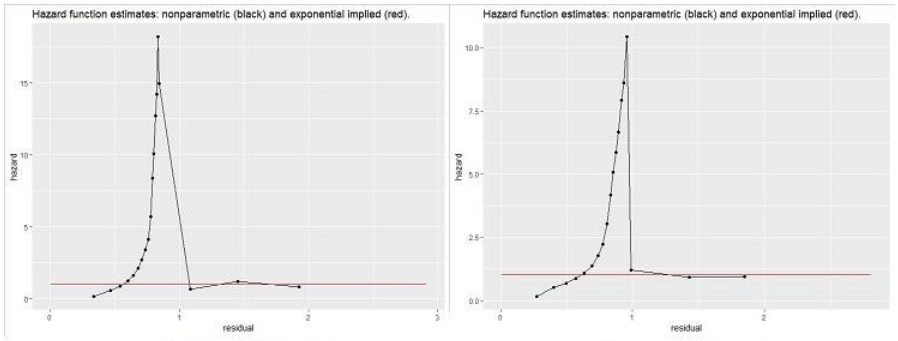
GBP - USD Paritesi Logaritmik ACD Modelleri

	E-LACD1 (1.1)	**E-LACD2 (1.1)**	**W-LACD1 (1.1)**	**W-LACD2 (1.1)**	**B-LACD1 (1.1)**	**B-LACD2(1.1)**	**GG-LACD1 (1.1)**	**GG-LACD2 (1.1)**
ω	0.027 (0.000625) **pv (0.000)**	-0.0736 (0.00151) **pv (0.000)**	0.0359 (0.000583) **pv (0.000)**	-0.0994 (0.00125) **pv (0.000)**	0.000292 (0.00000137) **pv (0.000)**	-0.0424 (0.000826) **pv (0.000)**	0.0106 (0.0000298) **pv (0.000)**	-0.0365 (0.0000022151) **pv (0.000)**
α	0.147 (0.002677) **pv (0.000)**	0.0724 (0.00149) **pv (0.000)**	0.1760 (0.002117) **pv (0.000)**	0.0999 (0.00126) **pv (0.000)**	0.001476 (0.00000502) **pv (0.000)**	0.0369 (0.000708) **pv (0.000)**	0.0854 (0.0008207) **pv (0.000)**	0.0308 (0.0000063278) **pv (0.000)**
β	0.960 (0.001831) **pv (0.000)**	0.9510 (0.00147) **pv (0.000)**	0.9373 (0.001700) **pv (0.000)**	0.9441 (0.00110) **pv (0.000)**	1.000864 (0.00000317) **pv (0.000)**	0.9336 (0.001650) **pv (0.000)**	0.9827 (0.0004640) **pv (0.000)**	0.9285 (0.0000678008) **pv (0.000)**
κ					20.042883 (0.08983646) **pv (0.000)**	4.5005 (0.012544) **pv (0.000)**	4024.5552 (7.0249230) **pv (0.000)**	18083.8979 (0.0000451534) **pv (0.000)**
σ^2					9.342368 (0.04975558) **pv (0.000)**	1.5879 (0.007801) **pv (0.000)**		
γ			1.3024 (0.001488) **pv (0.000)**	1.3529 (0.00153) **pv (0.000)**			0.0301 (0.0000498) **pv (0.000)**	0.0133 (0.0000000223) **pv (0.000)**
LL	-2.34E+05	-2.33E+05	-2.14E+05	-2.09E+05	-4.08E+04	-1.23E+05	-1.34E+05	-1.47E+05
AIC	4.68E+05	4.66E+05	4.29E+05	4.17E+05	8.16E+04	2.46E+05	2.68E+05	2.95E+05
BIC	4.68E+05	4.66E+05	4.29E+05	4.17E+05	8.16E+04	2.46E+05	2.68E+05	2.95E+05
MSE	2.23E+00	2.45E+24	2.23E+00	5.00E+32	2.45E+00	8.08E+09	2.24E+00	1.63E+07

Tahmin edilen modellerin benzerlik oranları, Akaike Bilgi Kriteri ve Bayesian Bilgi Kriteri karşılaştırıldığında, Burr ve genelleştirilmiş gamma modelleri ile kurulan Log-ACD modellerinin üssel ve Weibull LACD modellerinden daha iyi bir uyuma sahip olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Bu sonuçlara göre sürenin sabit olduğu üssel $LACD_2$ modeli ve sürenin monoton olduğu Weibull-$LACD_2$ modeli reddedilmektedir.

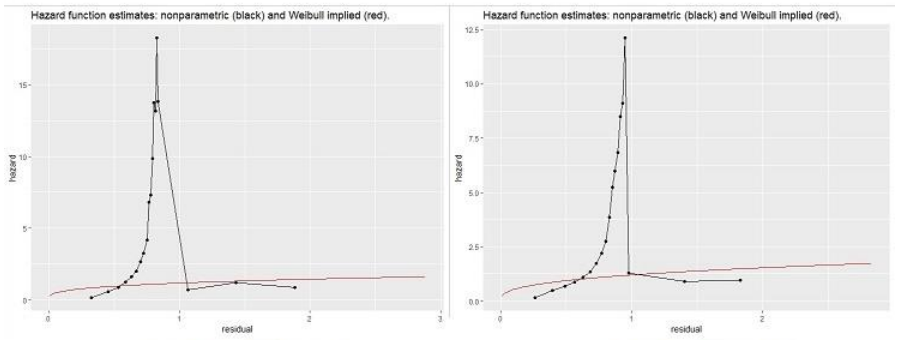
Grafik 3.15'te GBP/USD paritesi fiyat süreleri için tahmin edilen logaritmik modellere ait hazard fonksiyonları yer almaktadır. Grafiklerden elde edilen sonuçlar, Burr-$LACD_1$ modelinin diğer modellerden daha iyi bir performans sergilediğini göstermektedir ancak $LACD_1$ modeline ait kovaryans durağanlık koşulları yerine getirilememiştir. Bu durumda Burr-$LACD_2$ modeli seçilmektedir. Ancak seçilen bu modelin GBP/USD paritesi fiyat sürelerini açıklamak için yeterli olmadığı görülmektedir. Bu pariteye ait doğrusal ACD modelleri hazard fonksiyonu tahminlerinin de yetersiz olduğu bulunmuştur. İncelenen dağılımlar, GBP/USD paritesinin fiyat değişim sürelerine uygunluk göstermemektedir.

Grafik 3.15: GBP/USD Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



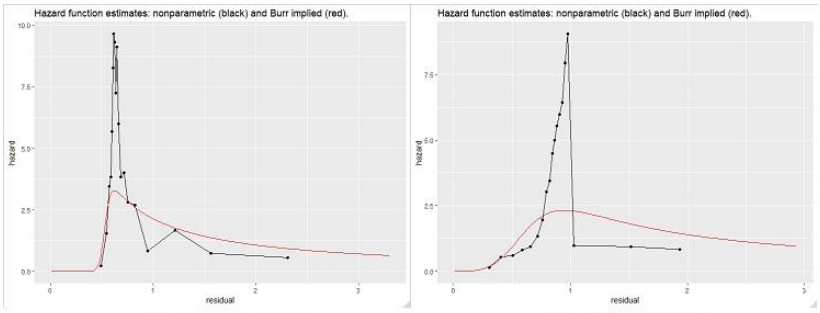
Üstel LACD1 Modeli

Üstel LACD2 Modeli



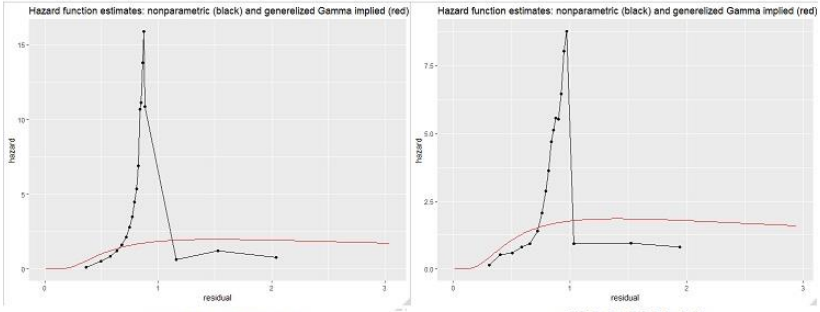
Weibull LACD1 Modeli

Weibull LACD2 Modeli



Burr LACD1 Modeli

Burr LACD2 Modeli



GG LACD1 Modeli

GG LACD2 Modeli

ABD Doları – İsviçre Frangı paritesi fiyat sürelerine ait logaritmik ACD modelleri tahmin sonuçları Tablo 3.10'da yer almaktadır. Bu parite için kurulan $LACD_1$ modelleri kovaryans durağanlık koşullarını yerine getirememektedir. $LACD_2$ modelinin kovaryans durağanlık koşulları ise tüm modeller tarafından sağlanmaktadır.

Üssel dağılım varsayımları altında hazard fonksiyonu sabittir.

Weibull dağılımına ait şekil parametresi 1'den büyük ve anlamlıdır. Buna göre hazard fonksiyonu monoton olarak artmaktadır.

Burr dağılımı şekil parametreleri anlamlıdır ve monoton-olmayan hazard fonksiyonu koşulunu $0 < \sigma^2 < \kappa$ sağlamaktadır.

GG-LACD modeline ait şekil şartları sırasıyla $\gamma\kappa - 1 > 0$ ve $\gamma < 1$ şekildedir ve hazard fonksiyonunun ters-U şekline sahip olduğunu ifade etmektedir.

Tabloda yer alan benzerlik oranları, AIC ve BIC kriterleri sonuçlarına göre üssel ve Weibull ile kurulan modellerin değerleri birbirine oldukça yakındır. Aynı şekilde Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımları sonuçları da çok yakın değerlere sahiptir. Elde edilen sonuçlar, Burr ve GG ACD modellerinin daha iyi bir uyum sergilediğini göstermektedir, bu durumda üssel ve Weibull dağılımları kolayca reddedilmektedir.

Tablo 3.10: USD/CHF Paritesi Log-ACD Modelleri Tahmin Sonuçları

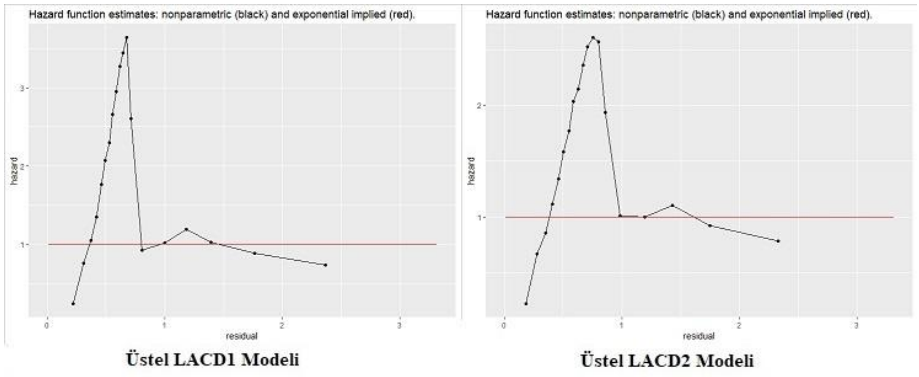
USD - CHF Paritesi Logaritmik ACD Modelleri

	E-LACD1 (1.1)	E-LACD2 (1.1)	W-LACD1 (1.1)	W-LACD2 (1.1)	B-LACD1 (1.1)	B-LACD2(1.1)	GG-LACD1 (1.1)	GG-LACD2 (1.1)
ω	0.0290 (0.000837) **pv (0.000)**	-0.0500 (0.00127) **pv (0.000)**	0.0326 (0.000779) **pv (0.000)**	-0.0516 (0.00104) **pv (0.000)**	0.00101 (0.00000616) **pv (0.000)**	-0.0277 (0.000865) **pv (0.000)**	0.0122 (0.0001772) **pv (0.000)**	-0.0392 (0.000981) **pv (0.000)**
α	0.0923 (0.002346) **pv (0.000)**	0.0498 (0.00127) **pv (0.000)**	0.0967 (0.002010) **pv (0.000)**	0.0523 (0.00106) **pv (0.000)**	0.00193 (0.00000966) **pv (0.000)**	0.0331 (0.000995) **pv (0.000)**	0.0515 (0.0006957) **pv (0.000)**	0.0356 (0.000877) **pv (0.000)**
β	0.9335 (0.002887) **pv (0.000)**	0.9740 (0.00132) **pv (0.000)**	0.9205 (0.002762) **pv (0.000)**	0.9767 (0.00100) **pv (0.000)**	1.00124 (0.00000657) **pv (0.000)**	0.9426 (0.002465) **pv (0.000)**	0.9866 (0.0005074) **pv (0.000)**	0.9527 (0.001806) **pv (0.000)**
κ					16.08135 (0.10109300) **pv (0.000)**	3.3497 (0.014613) **pv (0.000)**	1976.8777 (2.8096686) **pv (0.000)**	7380.5658 (0.260358) **pv (0.000)**
σ^2					12.99196 (0.09233513) **pv (0.000)**	1.8743 (0.014192) **pv (0.000)**		
γ			1.1743 (0.001940) **pv (0.000)**	1.2140 (0.00204) **pv (0.000)**			0.0315 (0.0000355) **pv (0.000)**	0.0159 (0.000028) **pv (0.000)**
LL	-1.59E+05	-1.58E+05	-1.55E+05	-1.52E+05	-8.52E+04	-1.21E+05	-1.22E+05	-1.26E+05
AIC	3.18E+05	3.16E+05	3.10E+05	3.04E+05	1.70E+05	2.41E+05	2.44E+05	2.52E+05
BIC	3.18E+05	3.16E+05	3.10E+05	3.04E+05	1.70E+05	2.41E+05	2.44E+05	2.52E+05
MSE	1.47E+00	1.54E+00	1.47E+00	1.63E+00	3.04E+00	1.46E+00	1.48E+00	1.46E+00

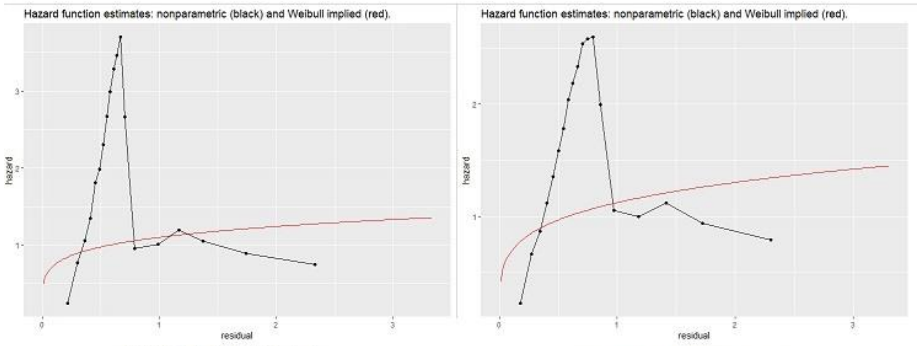
Grafik 3.16'da verilen hazard fonksiyonları sonuçları Burr-$LACD_2$ modeli sonuçlarının diğer tüm modellerden daha iyi bir performansa sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca model seçimi yapılırken $LACD_1$ modeli parametre sonuçlarının, kovaryans durağanlık koşullarını sağlayamadığı unutulmamalıdır.

Elde edilen sonuçlar, bu pariteye ait hazard fonksiyonunun monoton-olmayan şekle sahip olduğunu göstermektedir. Grafikte, tehlikeni yükseldiği bölgeler, fiyat değişimlerinin kısa zaman aralıklarında gerçekleşme olasılığının yüksek olduğuna; benzer şekilde tehlikenin düştüğü bölgeler, fiyat değişimlerinin uzun zaman aralıklarında gerçekleşme olasılığının yüksek olduğuna işaret etmektedir.

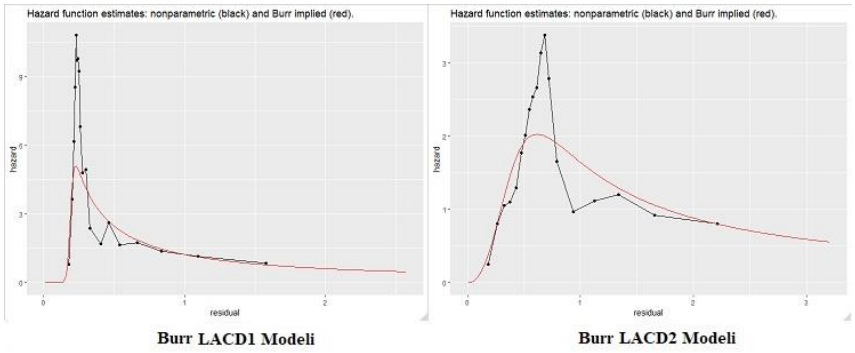
Grafik 3.16: USD/CHF Paritesi Logaritmik ACD Modelleri Hazard Fonksiyonları



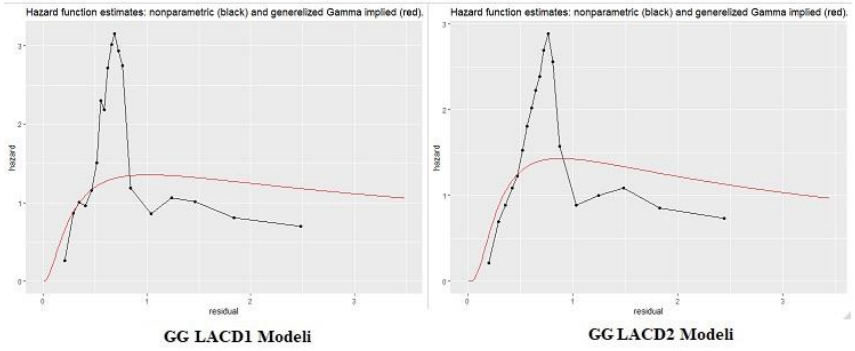
Üstel LACD1 Modeli **Üstel LACD2 Modeli**



Weibull LACD1 Modeli **Weibull LACD2 Modeli**



Burr LACD1 Modeli **Burr LACD2 Modeli**



GG LACD1 Modeli **GG LACD2 Modeli**

Bu bölümde doğrusal otoregresif koşullu süre (ACD) modelleri ve logaritmik otoregresif koşullu süre (LACD) modelleri incelenmiştir. Süre serileri dört majör pariteye ait fiyat değişim zamanlarından oluşmaktadır. Sürelere uygulanan ACD modelleri; üssel, Weibull, Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımları ile tahmin edilmiştir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda, incelenen süre süreçleri için en uygun modelin Burr-ACD modeli olduğu bulunmuştur. Bu sonuç Grammig ve Maurer (2000)[20] tarafından yürütülen çalışma ile tutarlılık göstermektedir.

Logaritmik spesifikasyonla kurulan ACD modelleri sonuçları, doğrusal modellerin sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Ayrıca bazı dağılımlarda hazard fonksiyonun süre sürecine gösterdiği uyum performansının azaldığı gözlenmiştir. Elde edilen bulgular, Allen et. al. (2009)[21] tarafından yapılan çalışma ile benzerlik göstermektedir. Bununla birlikte, doğrusal ACD modeli parametrelerine ait katsayı kısıtlarının yerine getirilememesi halinde LACD modelinin tercih edilebileceğini söylemek mümkündür. Logaritmik ACD modellerinde en iyi performansa sahip modelin Burr-$LACD_2$ modeli olduğu bulunmuştur.

[20] Joachim Grammig, Kai-Oliver Maurer, **a.g.e.**
[21] David Allen, et. al., **a.g.e.**

SONUÇ

Günümüzde finans piyasaları, yoğun işlem hacmine ve yüksek volatiliteye sahiptir. Literatürde piyasalardaki volatilitenin modellenmesiyle ilgili yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. Engle ve Russell (1995) tarafından geliştirilen ACD modelleri, yüksek volatiliteye sahip piyasa verileri arasında geçen zamanın modellenmesi amacıyla geliştirilmiştir.

Dünyanın en büyük finansal piyasası olan Forex piyasası, gerçekleştirilen tüm döviz takas işlemlerini ifade etmektedir. Bu piyasanın, dünyanın her yerinden milyonlarca katılımcı tarafından takip ediliyor olması, çalışmanın uygulama alanı seçiminde etkili olmuştur. Ayrıca döviz oranlarından, ülke ekonomisi hakkında kapsamlı bilgiler elde edilebilmektedir. Bir ülkenin döviz fiyatı, o ülkenin global ekonomideki konumunu gösterirken, aynı zamanda yerel piyasaları hakkında da bilgi sağlamaktadır.

Bu çalışmada, Forex piyasasında işlem gören majör paritelere ait fiyat süre süreçlerinin analizi sunulmaktadır. Ayrıca alternatif ACD modellerinin uygulaması yapılarak, incelenen fiyat süreçlerinin hazard fonksiyonları tahmin edilmiştir. Fiyat süreçlerinin, finansal ekonomi alanında önem arz ettiği düşünülmektedir. Fiyat süreçlerinin önemini birkaç alt konuda değerlendirmek mümkündür:

- Fiyat değişim sürelerinin, piyasadaki anlık volatilite ile bağlantılı olduğu Engle ve Russell (1997)[22] tarafından kanıtlanmıştır. Bu bağlamda, işlem verilerine dayanan fiyat süreleri ve anlık volatilite arasındaki ilişkinin ACD-GARCH modelleri ile kurularak, piyasa katılımcıları için yararlı olabilecek risk önlemleri geliştirmede hizmet verebileceği düşünülmektedir.

- Fiyat değişim sürelerinin yalnızca fiyat değişiminin büyüklüğü ile değil, aynı zamanda fiyat değişikliğinin yönünü de içeren gelişmiş volatilite ölçüleri üretilmesi için kullanılabileceğini düşünülmektedir.[23]

[22] Robert F.Engle, Jeffrey R.Russell, **a.g.e.,** 1997
[23] Nikolaus Hautsch, **Modelling Irregularly Spaced Financial Data,** Springer, 2004, s. 42

- Piyasa mikroyapı teorilerinin ampirik olarak test edilmesinde, fiyat sürelerinin kullanılabileceği Bauwens ve Giot (1997)[24] tarafından gösterilmiştir. Mikroyapı teorileri kapsamında; sakin bir piyasa, yeni bir bilginin olmadığına işaret etmektedir. Piyasaya yeni bir bilgi ulaşıncaya kadar, fiyat değişimleri uzun zaman aralıklarıyla gerçekleşecektir. Benzer şekilde, fiyat değişimlerinin kısa süre aralıklarında gerçekleşiyor olması, piyasada yeni bir bilginin mevcudiyetine işaret etmektedir. Dolayısıyla fiyat değişimi zaman oranları, piyasa hakkında yapısal anlamlar sağlamaktadır.

Bu çalışmada, dünya ekonomisinde en çok takip edilen dört majör parite incelenmiştir, bu pariteler sırasıyla şu şekildedir:

- Euro/ ABD Doları (EUR/USD)
- ABD Doları/ Japon Yeni (USD/JPY)
- İngiliz Sterlini/ ABD Doları (GBP/USD)
- ABD Doları/ İsviçre Frangı (USD/CHF)

Paritelerin fiyat değişimleri arasında geçen zaman süreleri, çalışmanın veri setini oluşturmaktadır. Fiyat değişimlerinden üretilen bu süre serileri; öncelikle günsel faktörden arındırılarak durağan hale getirilmiştir, daha sonra ACD modelleri ve Log-ACD modelleri ile analizi yapılmıştır.

Modeller arasında bir karşılaştırma yapabilmek için; üssel, Weibull, Burr ve genelleştirilmiş gamma dağılımlarına ait log benzerlik sonuçları kullanılmıştır. Ayrıca log benzerlik sonuçları Akaike ve Bayesian bilgi kriterleri değerleri ile desteklenmiştir. Log benzerlik değeri en yüksek ve bilgi kriterleri değerleri en düşük olan model, en iyi uyuma sahip model olarak değerlendirilmiştir.[25]

Elde edilen sonuçlara göre, uyum performansı en iyi olan modelin Burr-ACD modeli ve daha sonra GG-ACD modeli olduğu ortaya konulmuştur. Üssel-ACD ve Weibull-ACD modelleri ise reddedilmiştir. Buradan yola çıkarak, incelenen süre

[24] Luc Bauwens, Pierre Giot, **The Logarithmic ACD Model: An Application to Market Microstructure and NASDAQ**, Nov. 1997
[25] Mustafa Sevüntekin, Mehmet Çınar, **a.g.e.**, s. 199

serilerinin monoton-olmayan bir süreç yürüttüğü ve gün içi süre süreçlerinin ters-U şekilli bir hazard fonksiyonuna sahip olduğu sonucuna varılmaktadır. Üretilen süre serileri, bu sonuçları doğrular niteliktedir.

Piyasadaki belirsizliğin veya mevcut riskin ölçüsünü veren volatilite değerleri, piyasa katılımcılarının alım-satım kararlarında etkin bir rol oynamaktadır. Burr-ACD ve GG-ACD modellerinde süre kümelenmelerinin daha yoğun olduğu söylemek mümkündür. İncelenen bütün pariteler için monoton olmayan tehlike fonksiyonlarına izin veren Burr-ACD ve GG-ACD modellerinin alım-satım stratejilerinde volatilite göstergesi olarak kullanılabileceği düşünülmektedir. Gün içerisinde alım-satım kararları veren yatırımcıların, fiyat seviyelerindeki bir değişim sonrasında (alım veya satım yönlü) bir pozisyon almadan önce, piyasadaki yoğunluğu gösteren bir göstergeden destek alarak, gerçekleşen değişim hareketinin gücünü ölçebileceği ve bu doğrultuda stratejisini geliştirebileceği düşünülmektedir.

Son olarak, bu çalışmada incelenen tüm paritelerin oldukça yoğun işlem hacmine ve yüksek volatiliteye sahip yatırım araçları olduğunu belirtmek uygun olacaktır. Esnek dağılımlarla tahmin edilen ACD modellerinin bu yatırım araçlarında daha anlamlı sonuçlar vermesi, düşük yoğunluğa sahip yatırım araçları için benzer sonuçların elde edileceğini göstermemektedir. Örneğin, Drost ve Werker (2004)[26] tarafından yürütülen çalışmada, işlem yoğunluğu öğle molası haricinde neredeyse sabite yakın olan bir hisse senedi değerlendirilmiş ve üssel dağılım ile kurulan modelin daha etkin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buradan yola çıkarak, yoğun işlem hacmine sahip piyasalarda, monoton olmayan hazard fonksiyonlarına sahip Burr-ACD ve GG-ACD modellerinin süre kümelenmesini (benzer şekilde volatilite kümelenmesini) daha iyi yansıttığı sonucuna ulaşılmaktadır.

[26] Feike C. Drost, Bas. J.M. Werker, **Semiparametric Duration Models,** Journal of Business and Economic Statistics, V. 22, N. 1, Jan., 2004, s. 40-50

KAYNAKÇA

Altaş, Adil: "Forex 5N" **Scala Yayıncılık**, Ocak 2014.

Akay, Beyhan, Atiye, Erdem, Şükrü: "Türk Döviz Piyasasında Mikro Yapı Analizi", **C.Ü. İkitsadi ve İdari Bilimler Dergisi**, Cilt 15, S. 2, 2014, s. 55-80.

Allen, David, Chan, Felix, McAleer, Michael, Peiris, Shelton.: "Comparison of Alternative ACD Models via Density and Interval Forecasts: Evidence from Australian Stock Market", **Elsevier, Mathematics and Computers in Simulation**, Vol. 79, 2009, pp. 2535-2555.

Allen, David, Lazarov, Zdravetz, McAleer, Michael, Peiris, Shelton.: "Finite sample properties of the QMLE for the Log-ACD Model: Application to Australian Stocks", **The Journal of Econometrics**, Vol. 147, 2008, pp. 163-185.

Ata, Nihal, Karasoy, Durdu, Sözer, M. Tekin: "Orantısız Hazardlar için Parametrik ve Yarı Parametrik Yaşam modelleri", **İstatistikçiler Dergisi**, 2008, s. 125-134.

Berke, Burcu: "Döviz Kurlarına Mikro Yapı Yaklaşımı: Bir Yazın İncelemesi", **H.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Cilt 32, Sayı 2, 2014, s. 27-56

Bhat, Chandra R., Pinjari, Abdul, Rawoof: "Duration Modeling", **Handbook of Transport Modelling**, Warrington, Emerald, 2008, s. 105-132

Bhogal, Saranjeet Kaur, Variyam, Ramanathan Thekke: "Conditional Duration Models for High-Frequency Data: A Review of on Recent Developments", **Journal of Economic Survey**, Vol. 33, No. 1, 2019

Bollerslev, Tim, Domowitz, Ian: "Trading Pattern and Prices in the Interbank Foreign Exchange Market", **The Journal of Finance**, Vol. 48, No: 4, Sep., 1993, pp. 1421-1443.

Bien, Barkowska, Katarzyna: "Capturing Order Book Dynamics in the Interbank EUR/PLN Spot Market", **National Bank of Poland, Financial System Department**, 8 August 2012.

Bauwens, Luc, Giot, Pierre: "Econometric Modelling of Stock Market Intraday Activity", **Springer**, Vol. 38, 2001.

Bauwens, Luc, Galli, Fausto, Giot, Pierre: "The Moments of Log-ACD Models", **Quantitative and Qualitative Analysis in Social Sciences**, Vol. 2, I. 1, 2008, pp. 1-28

Bauwens, Luc, Giot, Pierre: "The Logarithmic ACD Model: An Application to the Bid-Ask Quote Process of Three NYSE Stocks", **Annales D'economie et de Statistique**, No: 60, 2000, pp. 117-149.

Bauwens, Luc, Giot, Pierre: "Asymmetric ACD Models: Introduction price information in ACD models", **Empirical Economics**, Vol. 28, 2003, pp. 709-731.

Bauwens, Luc, Giot, Pierre, Grammig, Joachim, Veredas, David: "A Comparison of Financial Duration Models via Density Forecasts", **International Journal of Forecasting**, Vol. 20, 2004, pp. 589-609.

Bauwens, Luc, Giot, Pierre: "The Logarithmic ACD Model: An Application to Market Microstructure and NASDAQ", **Core Discussion Paper**, No: 9789, Nov., 1997, pp. 1-23.

Bauwens, Luc, Veredas, David: "The Stochastic Conditional Duration Model: A Latent Variable Model for the Analysis of Financial Durations", **Journal of Econometrics**, No: 119, 2004, pp. 381-412.

Box, George E.P., Pierce, David A.: "Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series", **Journal of American Statistical Association**, Vol. 65, No. 332, Dec., 1970, pp. 1509-1526

Box-Steffensmeier, Janet M., Jones, Bradford S.: "Event History Modeling: A Guide for Social Scientists", **Cambridge, UK**, 2004.

Bauwens, Luc, Hautsch, Nikolaus: "Modelling Financial High Frequency Data Using Point Processes", **SFB Discussion Paper, Economic Risk, Berlin**, Vol. 649, 2007.

Broström, Göran: "Event History Analysis with R", **CRC Press, Taylor&Francis Group**, 2012.

Blossfeld, Hans-Peter, Rohwer, Götz: "Techniques of Event History Modeling, New Approaches to Causal Analysis", Second Edition, **Lawrence Erlbaum Associates, Publishers**, 2002.

Breymann, Wolfgang, Dias, Alexandra, Embrechts, Paul: "Dependence Structures for Multivariate High-Frequency Data in Finance", **Quantitative Finance, Institute of Physics Publishing**, Vol. 3, 2003, pp. 1-14.

Breusch, Trevor S.: "Testing for Autocorrelation in Dynamic Linear Models", **Australian Economic Papers**, Vol. 17, I. 31, Dec., 1978, pp. 334-355

Breusch, Trevor S., Pagan, Adrian R.: "A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation", **Econometrica**, Vol. 47, No. 5, Sep., 1979, pp. 1287-1294

Chan, Ngai, Hang: "Time Series Applications to Finance with R and S-Plus", **Wiley Series in Probability and Statistics**, Second Edition, Hoboken, New Jersey, 2010.

Cheung, Lilian: "High Frequency Data: Modeling Durations via the ACD and Log ACD Models", **Honors Scholar Teheses**, 5 – 1- 2014.

Clever, Mario, Gould, William: "An Introduction to Survival Analysis Using Stata", **Stata Press**, Third Edition, Texas, 2010.

Christoffersen, Peter F.: "Evaluating Interval Forecasts", **International Economic Review**, Vol. 39, No: 4, Nov., 1998, pp. 841-862.

Conachan, David, Smith, Dan: "Para Kitabı: Finans Dünyasının Nasıl Çalıştığıyla ilgili Bilmeniz Gerekenler", **NTV Yayınları**, Şubat 2014.

Dechow, Patricia M., Sloan, Richard G., Soliman, Mark T.: "Implied Equity Duration: A New Measure of Equity Risk", **Review of Accounting Studies, Kluwer Academic Publishers**, Vol. 9, 2004, pp. 197-228.

Diebold, Francis X., Gunther, Todd A., Tay, Anthony S.: **"**Evaluating Density Forecasts with Applications to Financial Risk Management", **International Economic Review**, Vol. 39, No: 4, Nov 1998, pp. 863-883.

Degiannakis, Stavros, Floros, Christos: "Modelling and Forecasting High Frequency Financial Data", **Palgrave MacMillan**, 2015.

Drost, Feike C., Werker, Bas J. M.: "Semiparametric Duration Models", **Journal of Business& Economic Statistics**, Vol. 22, No: 1, Jan., 2004, pp. 40-50.

Dufour, Alfonso, Engle, Robert F.: "Time and Price Impact of a Trade", **The Journal of Finance**, Vol. 55, No: 6, Dec., 2000, pp. 2467-2498.

Dufour, Alfonso, Engle, Robert F.: "The ACD Model: Predictability of the Time Between Consecutive Trades", **ISMA Centre**, 2000.

Duchesne, Pierre, Pacurar, Maria: "On Testing for Duration Clustering and Diagnostic Checking of Models for Irregularly Spaced Transaction Data", **Les Cahiers Du Cref**, Vol. 03, No: 05, Feb., 2003.

Engle, Robert F., Russell, Jeffrey R.: "Forecasting the Frequency of Changes in Quoted Foreign Exchange Prices with Autoregressive Conditional Duration Model", **Journal of Empirical Finance**, Vol. 4, 1997, pp. 187-212.

Engle, Robert F., Russell, Jeffrey R.: "Autoregressive Conditional Duration: A New Model for Irregularly Spaced Transaction Data",**Econometrica**, Vol. 66, No: 5, Sep., 1995, pp. 1127-1162.

Engle, Robert F.: "The Econometrics of Ultra-High Frequency Data", **Econometrica**, Vol. 68, No. 1, Jan., 2000, pp. 1-22.

Engle, Robert F.: "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", **Econometrica**, Vol. 50, I. 4, Jul., 1982, pp. 987-1008

Engle, Robert F.: "Wald, Likelihood Ratio, and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics", **Handbook of Econometrics Volume 2**, Ed. by. Zvi Griliches, Michael D. Intriligator, Amsterdam, North London, 1984, pp. 776-825

Engle, Robert F., Ng, Victor K.: "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", **The Journal of Finance**, Vol. 48, No. 5, Dec., 1993, pp. 1749-1778

Easley, David, O'Hara, Maureen.: "Time and Process of Security Price Adjustment", **The Journal of Finance** , Vol. 47, No: 2, Jun., 1992, pp. 577-605.

Easley, David, Lopez de Prado, Marcos, O'Hara, Maureen: "High-Frequency Trading", **Risk Books**, 2013.

Fernandes, Marcelo, Grammig, Joachim "Nonparametric Specification tests for Conditional Duration Models ", **Journal of Econometrics, Elsevier**, Vol. 127, 2005, pp. 35-68.

Fernandes, Marcelo, Grammig, Joachim: "A Family of Autoregressive Conditional Duration Models", **Journal of Econometrics**, No: 130, 2006, pp. 1-23.

Feng, Dingan, Song, Peter X.K., Wirjanto Tony S.: "Time-Deformation Modeling of Stock Returns Directed by Duration Processes", **Econometric Reviews, Taylor&Francis Group, LLC**, Vol. 34, No. 4, 2015, pp. 480-511.

Fernandes, Marcelo: "Bounds for the Probability Distribution Function of the Linear ACD Process", **Statistics&Probability Letters**, Vol. 68, 2004, pp. 169-176.

Friedman, Jerome: "A Variable Span Smoother", **Laboratory for Computational Statistics, Stanford University**, Techinacal Report, No: 5, Nov., 1984.

Florescu, Ionut, Mariani, Maria C., Stanley, H. Eugene, Viens, Frederi G.: "Handbook of High-Frequency Trading and Modeling in Finance", **Financial Engineering and Econometrics, Wiley**, 2016.

Goodhart, C.A.E, Hall, S.G., Henry, S.G.B., Pesaran, B.: "News Effects in a High-Frequency Model of the Sterling-Dollar Exchange Rate", **Journal of Applied Econometrics, Wiley**, Vol. 8, No: 1, Jan. – Mar., 1993, pp. 1-13.

Goodhart, Charles A.E., O'Hara, Maureen: "High Frequency Data in Financial Markets: Issues and Applications", **Journal of Empirical Finance, Elsevier**, Vol. 4, 1997, pp. 73-114.

Godfrey, Leslie G.: "Testing Against General Autoregressive and Moving Average Error Models when the Regressors Include Lagged Dependent Variables", **Econometrica**, Vol. 46, No. 6, Nov., 1978, pp. 1293-1301

Glosten, Lawrence R., Milgrom, Paul R.: "Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders", **Journal of Financial Economics**, Vol. 14, 1985, pp. 71-100.

Grammig, Joachim, Wellner, Marc: "Modeling the Interdependence of Volatility and Inter-transaction Duration Processes", **Journal of Econometrics, Elsevier**, Vol. 106, 2002, pp. 369-400.

Grammig, Joachim, Maurer, Kai-Oliver: "Non-monotonic Hazard Functions and the Autoregressive Conditional duration Model", **Econometric Journal**, Vol. 3, 2000, pp. 16-38.

Greene, William H.: **Econometric Analysis**, 7. bs., New Jersey, Pearson, 2012

Gurgul, Henryk, Syrek, Robert: "The Logarithmic ACD Model: The Microstructure of the German and Polish Stock Markets", **Managerial Economics**, Vol. 17, No: 1, 2016, pp. 77-92.

Giot, Pierre: "Time Transformations, Intraday Data and Volatility Models", **Core Discussion Paper**, Vol. 9944, Aug., 1999.

Guliyev, Elşen: "A'dan Z'ye Forex", **Investaz Yayıncılık**, Dördüncü Basım, Eylül 2016.

Hasbrouck Joel: "Measuring the Information Content of Stock Trades", **Journal of Finance, Wiley**, Vol. 46, No: 1, Mar., 1991, pp. 179-207.

Hawkes, Alan G.: "Spectra of Some Self-Exciting and Mutually Exciting Point Processes", **Biometrika**, Vol. 58, No: 1, Apr., 1971, pp. 83-90.

Heckman, J., Singer, B.: "A Method for minimizing the Impact of Distibutional Assumptions in Econometric Models for Duration Data", **Econometrica**, Vol. 52, No. 2, Mar., 1984, pp. 271-320.

Heckman, James J., Leamer, Edward: "Handbook of Econometrics Volume 5", **Elsevier, Amsterdam**, 2001.

Hepsağ, Aycan: "Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri: Petrol Piyasası ile Finansal Piyasalarda İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi Arasındaki Oynaklık Etkileşimi Üzerine Bir Uygulama", Doktora Tezi, **İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı,** İstanbul 2013.

Hautsch, Nikolaus: "Econometrics of Financial High-Frequency Data", **Springer, Berlin**, 2012.

Hautsch, Nikolaus: "Modelling Irregularly Spaced Financial Data", **Springer, London**, 2004.

Jarner, Soren, Fiig, Hansen, Ernst: "Geometric Ergodicity of Metropolis Algorithms", **Stochastic Processes and their Applications**, Vol. 85, 2000, pp. 341-361.

Karanasos, Menelaos: "The Statistical Properties of Exponential ACD Models", **Quantitative and Qualitative Analysis in Social Sciences**, Vol. 2, Issue: 1, 2008, pp. 29-49.

Karasoy, Durdu, Sezayi, Selin: "Yaşam Çözümlemesinde Hızlandırılmış Başarısızlık Süresi Modelleri ve Bir Uygulama"**Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi**, Vol. 18, No. 1, 2014, s. 1-7.

Kiefer, Nicholas M.: "Economic Duration Data and Hazard Function", **Journal of Economic Literature**, Vol. 26, I. 2, Jun., 1998, pp. 646-679.

Kokot, Stefan: "The Econometrics of Sequential Trade Models, Theory and Applications Using High Frequency Data", **Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer**, 2004.

Kayalı, Mustafa, Mesut, Ünal, Seyfettin: "Piyasa Mikroyapısı, Finansal Varlıkların Likiditesi ve Fiyatların Oluşumu" **Dumlupınar Üniversitesi, İİBF**.

Ljung Greta M. Box Goerge E.P.: "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models", **Biometrika**, Vol. 65, I. 2, May 1978, pp. 297-303

Li, W.K., Yu, Philip L.H.: "On the Residual Autocorrelation of the Autoregressive Conditional Duration Model" **Economics Letters**, No: 79, 2003, pp. 169-175.

Liu, Shouwei, Tse, Yiu-Kuen: "Intraday Value-at-Risk: An Asymmetric Autoregressive Conditional Duration Approach", **School of Economics, Singapore Management University**, Dec., 2008.

Liu, Yanhui, Hong, Yongmiao, Wang, Shouyang: "**How well can Autoregressive Duration Models Capture the Price Durations Dynamics of Foreign Exchanges**" Sep., 2004.

Lee, Elisa T., Wang, John, Wenyu: "Statistical Methods for Survival Data Analysis", Third Edition, **Wiley Seriesin Probability and Statistics**, 2003.

Lunde, Asger: "A Generalized Gamma Autoregressive Conditional Duration Model", **Department of Economics, Politics and Public Administration, Aalborg University**, 1999.

Lien, Kathy: "Forex Hakkında Her Şey", **Optimist, İstanbul**, Temmuz 2016.

Mandebrot, Benoit: "The Variation of Certain Speculative Prices", **The Journal of Business**, Vol. 36, No. 4, Oct., 1963, pp. 394-419

Manganelli, Simone: "Duration, Volume and Volatility Impact of Trades", **European Central Bank, Working Paper Series**, No. 125, Feb., 2002.

Mariano, Roberto S., Tse, Yiu-Kuen: "Econometric Forecasting and High-Frequency Data Analysis", **Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore**, Vol. 13, 2008.

Meitz, Mika, Terasvirta, Timo: "Evaluating Models of Autoregressive Conditional Duration", **Department of Economic Statistics, Stocholm School of Economics**, Dec., 2004.

O'Hara, Maureen: "Market Microstructure Theory", **Blackwell Business**, 1995

Perşembe, Ali: "Teknik Analiz mi dedin? Hadi canım sen de!", **Scala Yayıncılık**, Yedinci Baskı, Haziran 2015.

Perera, Indeewara, Javier, Hidalgo, Silvapulle, Mervyn J.: "A Goodaness-of-Fit Test for a Class of Autoregressive Conditional Duration Models", **Econometric Reviews, Taylor&Francis**, Vol. 35, No. 6, 2011, pp. 1111-1141.

Pacurar, Maria: "Autoregressive Conditional Duration (ACD) Models in Finance: A survey of the Theoretical and Empirical Literature", **School of Business Administration, Dalhousie University**, 2006.

Pelletier, Denis, Zheng, Haiqing.: "Joint Modeling of High-Frequency Price and Duration Data", **North Caroline State University**, 23 October 2012.

Rubin, Izhak: "Regular Point Processes and Their Detection", **IEEE Transactiobs on Information Theory**, Vol. IT-18, No. 5, Sep. 1972

Russell, Jeffrey R.: "Econometric Modeling of Multivariate Irregularly-Spaced High-Frequency Data", **University of Chicago, Graduate School of Business**, Nov., 1999.

Saart, Patrick W., Gao, Jiti, Allen, David E.: "Semiparametric Autoregressive Conditional Duration Model: Theory and Practice", **Econometric Reviews, Taylor&Francis**, Vol. 34, No: 6-10, 2015, pp. 848-880.

Sevüntekin, Mustafa, Çınar, Mehmet: **Ekonometrik Zaman Serileri Analizi**, 5. bs., Bursa, Dora, 2017

Sun, Wei, Rachev, Svetlozar, Fabozzi, Frank J. Kalev, Petko S.: "Long-Range Dependence and Heavy Tailedness in modeling Trade Duration", (online).

Snyder, Donald L., Miller, Michael I.: **Random Point Processes in Time and Space**, 2. bs., New York, Springer, 1991

Tse, Yiu, Kuen, Tao, Yang: "Estimation of High-Frequency Volatility: Autoregressive Conditional Duration Models Versus Realized Volatility Methods", **School of Economics**, **Singapore Management University**, Nov., 2009.

Tse, Yiu, Kuen, Tao, Yang: "Estimation of High-Frequency Volatility: An Autoregressive Conditional Duration Models Approach", **Singapore Management University**, May., 2010.

Thavaneswaran, Aerambamoorthy, Ravishanker, Nalini, Liang, You: "Generalized Duration Models and Optimal Estimation Using Estimating Functions", **The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo**, 2013.

Tsay, Ruey S.: "An Introduction to Analysis of Financial Data With R", **John Wiley & Sons, Inc**., Hoboken, New Jersey, 2013.

Tsay, Ruey S.: **Analysis of Financial Time Series**, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Third Edition, 2010.

Tsay, Ruey S.: "Autoregressive Conditional Duration Models" (Çevrimiçi) https://faculty.chicagobooth.edu/ruey.tsay/teaching/uts/lec15-08.pdf

Üner, İlknur, Osmanoğlu, Hakan: "Türev Ürünlerinin Gizli Doğası", **Scala Yayıncılık, İstanbul**, 2016.

Weerathunga, H. P. S. D., Silva, A.T.P.: "DRNN-ARIMA Approach to Short-term Trend Forecasting in forex Market" **International Conference on Advances in ICT for Emerging Regions (ICTer)**, pp. 287-293.

Weeraddana, N. R., Silva, A. T. P., Jayathilake, P. W. D. C.: "Detecting of Black Regions in the Forex Market by Analyzing High-Frequency Intraday Data", **International Conference on Advances in ICT for Emerging Regions (ICTer)**, pp. 384-391.

Wooldridge, Jeffrey M.: **Introductory Econometrics**, South-Western Publishing Co, 2003

Wooldridge, Jeffrey M.: "Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data", **The MIT Press,** 2002.

Xu, Yongdeng: "The Lognormal Autoregressive Conditional Duration (LNACD) Model and a Comparison with Alternative ACD Models, **Economic Section, Cardiff Business School, Cardiff University**, UK.

Yan, Bingcheng, Zivot, Eric: "Analysis of High-Frequency Financial Data with S-Plus", **Department of Economics, University of Washington**, 4 Apr., 2003.

Zivot, Eric: "Analysis of High Frequency Financial Data: Models, Methods and Software", **Part I: Descriptive Analysis of High Frequency Financial Data with S-Plus**, 4 July 2005.

Zivot, Eric, Wang, Jiahui: **Financial Time Series with S-Plus**, Second Edition, 13 April 2005.

Zhang, Michael, Yuanjie, Russell, Jeffrey, R., Tsay, Ruey, S.: "A Nonlinear Autoregressive Conditional Duration Model with Applications to Financial Transaction Data", **Journal of Econometrics**, Vol. 104, 2001, pp. 179-207.

EKLER

EK 1: EUR/USD Paritesinin Fiyat Değişim Verileri 01/04/2019 Tarihli İlk 100 Gözlemi

Date	Time	Price
1.04.2019	00:00:00	1.12232
1.04.2019	00:00:00	1.12233
1.04.2019	00:00:00	1.12234
1.04.2019	00:00:00	1.12233
1.04.2019	00:00:00	1.12232
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12229
1.04.2019	00:00:00	1.12229
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12229
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12229
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12229
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12232
1.04.2019	00:00:00	1.12230
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12231
1.04.2019	00:00:00	1.12232
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12231
1.04.2019	00:00:01	1.12232
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12233

1.04.2019	00:00:01	1.12234
1.04.2019	00:00:01	1.12232
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12234
1.04.2019	00:00:01	1.12234
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12234
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:01	1.12233
1.04.2019	00:00:02	1.12234
1.04.2019	00:00:02	1.12233
1.04.2019	00:00:02	1.12234
1.04.2019	00:00:03	1.12233
1.04.2019	00:00:03	1.12234
1.04.2019	00:00:03	1.12234
1.04.2019	00:00:04	1.12233
1.04.2019	00:00:07	1.12233
1.04.2019	00:00:07	1.12232
1.04.2019	00:00:07	1.12233
1.04.2019	00:00:08	1.12233
1.04.2019	00:00:10	1.12232
1.04.2019	00:00:10	1.12232
1.04.2019	00:00:10	1.12231
1.04.2019	00:00:10	1.12230
1.04.2019	00:00:10	1.12231
1.04.2019	00:00:10	1.12231
1.04.2019	00:00:10	1.12230
1.04.2019	00:00:10	1.12229
1.04.2019	00:00:11	1.12230
1.04.2019	00:00:11	1.12230
1.04.2019	00:00:11	1.12230
1.04.2019	00:00:12	1.12229
1.04.2019	00:00:12	1.12230
1.04.2019	00:00:12	1.12230
1.04.2019	00:00:13	1.12230
1.04.2019	00:00:14	1.12230
1.04.2019	00:00:14	1.12229
1.04.2019	00:00:14	1.12230
1.04.2019	00:00:14	1.12230
1.04.2019	00:00:14	1.12230

1.04.2019	00:00:15	1.12230
1.04.2019	00:00:17	1.12230
1.04.2019	00:00:17	1.12230
1.04.2019	00:00:17	1.12231
1.04.2019	00:00:17	1.12232
1.04.2019	00:00:17	1.12232
1.04.2019	00:00:17	1.12232
1.04.2019	00:00:17	1.12232
1.04.2019	00:00:17	1.12232
1.04.2019	00:00:18	1.12233
1.04.2019	00:00:18	1.12233
1.04.2019	00:00:18	1.12234
1.04.2019	00:00:18	1.12233
1.04.2019	00:00:18	1.12233
1.04.2019	00:00:18	1.12233
1.04.2019	00:00:22	1.12233
1.04.2019	00:00:24	1.12233
1.04.2019	00:00:25	1.12233
1.04.2019	00:00:25	1.12233
1.04.2019	00:00:25	1.12233
1.04.2019	00:00:26	1.12233

EK 2: EUR/USD Paritesinin Fiyat Değişim Verilerinden Elde Edilen Süre Verileri 01/04/2019 Tarihli İlk 100 Gözlemi

Date	Time	Ntrans	Durations	AdjDur
1.04.2019	00:00:01	17	1	0.318805
1.04.2019	00:00:02	3	1	0.318806
1.04.2019	00:00:03	3	1	0.318807
1.04.2019	00:00:04	1	1	0.318809
1.04.2019	00:00:07	3	3	0.956439
1.04.2019	00:00:08	1	1	0.318815
1.04.2019	00:00:10	8	2	0.637635
1.04.2019	00:00:11	3	1	0.318819
1.04.2019	00:00:12	3	1	0.31882
1.04.2019	00:00:13	1	1	0.318822
1.04.2019	00:00:14	5	1	0.318823
1.04.2019	00:00:15	1	1	0.318824
1.04.2019	00:00:17	8	2	0.637655
1.04.2019	00:00:18	6	1	0.318829
1.04.2019	00:00:22	1	4	1.275338
1.04.2019	00:00:24	1	2	0.637675
1.04.2019	00:00:25	3	1	0.318839
1.04.2019	00:00:26	1	1	0.31884
1.04.2019	00:00:27	3	1	0.318842
1.04.2019	00:00:30	5	3	0.956537
1.04.2019	00:00:33	6	3	0.95655
1.04.2019	00:00:35	4	2	0.637706
1.04.2019	00:00:36	2	1	0.318854
1.04.2019	00:00:38	1	2	0.637714
1.04.2019	00:00:39	1	1	0.318859
1.04.2019	00:00:44	3	5	1.594328
1.04.2019	00:00:45	1	1	0.318867
1.04.2019	00:00:47	7	2	0.63774
1.04.2019	00:00:48	3	1	0.318871
1.04.2019	00:00:49	4	1	0.318873
1.04.2019	00:00:50	1	1	0.318874
1.04.2019	00:00:53	2	3	0.956635
1.04.2019	00:00:58	1	5	1.594428
1.04.2019	00:01:00	7	2	0.637777
1.04.2019	00:01:03	3	3	0.956678
1.04.2019	00:01:04	1	1	0.318894
1.04.2019	00:01:05	1	1	0.318895

1.04.2019	00:01:07	2	2	0.637797
1.04.2019	00:01:08	2	1	0.3189
1.04.2019	00:01:09	2	1	0.318901
1.04.2019	00:01:11	1	2	0.637808
1.04.2019	00:01:12	2	1	0.318905
1.04.2019	00:01:13	1	1	0.318907
1.04.2019	00:01:16	1	3	0.956733
1.04.2019	00:01:17	1	1	0.318913
1.04.2019	00:01:18	1	1	0.318914
1.04.2019	00:01:20	8	2	0.637834
1.04.2019	00:01:21	4	1	0.318918
1.04.2019	00:01:23	5	2	0.637842
1.04.2019	00:01:24	7	1	0.318922
1.04.2019	00:01:25	7	1	0.318924
1.04.2019	00:01:26	21	1	0.318925
1.04.2019	00:01:27	10	1	0.318927
1.04.2019	00:01:28	2	1	0.318928
1.04.2019	00:01:30	1	2	0.637862
1.04.2019	00:01:31	1	1	0.318932
1.04.2019	00:01:33	1	2	0.637871
1.04.2019	00:01:34	20	1	0.318937
1.04.2019	00:01:36	11	2	0.637879
1.04.2019	00:01:37	21	1	0.318941
1.04.2019	00:01:38	5	1	0.318942
1.04.2019	00:01:46	4	8	2.55163
1.04.2019	00:01:47	1	1	0.318955
1.04.2019	00:01:51	9	4	1.275843
1.04.2019	00:01:55	3	4	1.275866
1.04.2019	00:01:56	1	1	0.318968
1.04.2019	00:02:00	4	4	1.275895
1.04.2019	00:02:01	13	1	0.318975
1.04.2019	00:02:02	1	1	0.318976
1.04.2019	00:02:03	6	1	0.318978
1.04.2019	00:02:04	1	1	0.318979
1.04.2019	00:02:13	1	9	2.870929
1.04.2019	00:02:18	1	5	1.594996
1.04.2019	00:02:24	2	6	1.914047
1.04.2019	00:02:25	1	1	0.319009
1.04.2019	00:02:29	3	4	1.27606
1.04.2019	00:02:31	2	2	0.638035
1.04.2019	00:02:40	1	9	2.871275
1.04.2019	00:02:41	5	1	0.319032
1.04.2019	00:02:42	2	1	0.319033

1.04.2019	00:02:43	1	1	0.319035
1.04.2019	00:02:44	8	1	0.319036
1.04.2019	00:02:45	4	1	0.319038
1.04.2019	00:02:46	4	1	0.319039
1.04.2019	00:02:47	9	1	0.31904
1.04.2019	00:02:48	2	1	0.319042
1.04.2019	00:02:49	18	1	0.319043
1.04.2019	00:02:50	1	1	0.319045
1.04.2019	00:02:52	6	2	0.638095
1.04.2019	00:02:53	3	1	0.319049
1.04.2019	00:02:57	2	4	1.276219
1.04.2019	00:03:00	2	3	0.957177
1.04.2019	00:03:02	16	2	0.638124
1.04.2019	00:03:03	2	1	0.319063
1.04.2019	00:03:07	1	4	1.276276
1.04.2019	00:03:11	2	4	1.276298
1.04.2019	00:03:12	1	1	0.319076
1.04.2019	00:03:13	3	1	0.319077
1.04.2019	00:03:14	1	1	0.319079

EK 3: EUR/USD Paritesi Fiyat Sürelerinin ACD(1,2) ve ACD(2,2) Modelleri ile Tahmin Sonuçları

Model:	ACD(1, 2)			
Distribution:	exponential			
N:	196697			
Parameter estimate:				
	Coef	SE	PV	robustSE
omega	0.0335	0.00189	0	0.00216
alpha1	0.0588	0.00198	0	0.00303
beta1	0.6272	0.03482	0	0.06526
beta2	0.2811	0.03346	0	0.06135
The fixed/unfree mean distribution parameter:	lambda: 1			
QML robust correlations:				
	omega	alpha1	beta1	beta2
omega	1	0.74	-0.661	0.632
alpha1	0.74	1	-0.849	0.828
beta1	-0.661	-0.849	1	-0.999
beta2	0.632	0.828	-0.999	1
Goodness of fit:				
	value			
LogLikelihood	-196494.9268			
AIC	392997.8536			
BIC	393038.6113			

Model:	ACD(2,2)				
Distribution:	exponential				
N:	196697				
Parameter estimate:					
	Coef	SE	PV	robustSE	
omega	0.00483	0.000191	0	0.000557	
alpha1	0.10412	0.002921	0	0.003368	
alpha2	-0.09187	0.002862	0	0.003123	
beta1	1.4585	0.014526	0	0.028886	
beta2	-0.47543	0.014451	0	0.027534	
The fixed/unfree mean distribution parameter:	lambda: 1				
QML robust correlations:					
	omega	alpha1	alpha2	beta1	beta2
omega	1	0.248	0.0263	-0.768	0.753
alpha1	0.2476	1	-0.9492	-0.499	0.504
alpha2	0.0263	-0.949	1	0.236	-0.246
beta1	-0.7681	-0.499	0.2359	1	-1
beta2	0.7526	0.504	-0.2456	-1	1
Goodness of fit:					
	value				
LogLikelihood	-1.96E+05				
AIC	3.93E+05				
BIC	3.93E+05				
MSE	1.25E+00				

Model:	ACD(1, 2)		
Distribution:	weibull		
N:	196697		
Parameter estimate:			
	Coef	SE	PV
omega	0.0262	0.00121	0
alpha1	0.0614	0.0015	0
beta1	0.6181	0.02533	0
beta2	0.2962	0.0244	0
gamma	1.2735	0.00188	0
Note: The p-value for the distribution parameter gamma is from the 2-tailed test H0: gamma = 1.			
The fixed/unfree mean distribution parameter:	theta: 0.908656		
Goodness of fit:			
	value		
LogLikelihood	-1.85E+05		
AIC	3.71E+05		
BIC	3.71E+05		
MSE	1.25E+00		

Model:	ACD(2,2)		
Distribution:	weibull		
N:	196697		
Parameter estimate:			
	Coef	SE	PV
omega	0.00966	0.000409	0
alpha1	0.10809	0.002513	0
alpha2	-0.08149	0.002646	0
beta1	1.11248	0.019796	0
beta2	-0.14809	0.019284	0
gamma	1.27509	0.001886	0
Note: The p-value for the distribution parameter gamma is from the 2-tailed test H0: gamma = 1.			
The fixed/unfree mean distribution parameter:	theta: 0.9082439		
Goodness of fit:			
	value		
LogLikelihood	-1.85E+05		
AIC	3.71E+05		
BIC	3.71E+05		
MSE	1.25E+00		

Model:	ACD(1,2)		
Distribution:	burr		
N:	196697		
Parameter estimate:			
	Coef	SE	PV
omega	0.1211	0.00538	0
alpha1	0.0336	0.00135	0
beta1	0.7838	0.04231	0
beta2	0.0656	0.03914	0.094
kappa	4.1077	0.01461	0
sigma2	2.1305	0.01247	0
Note: The p-value for the distribution parameter kappa is from the 2-tailed test H0: kappa = 1, and for sigma2 it is from the one sided test H0: sigma2 = 0 (or rather approching zero). If the two H0s are true, the Burr distribution reduces to the exponential distribution			
The fixed/unfree mean distribution parameter:	theta: 7.162634		
Goodness of fit:			
	value		
LogLikelihood	-1.33E+05		
AIC	2.66E+05		
BIC	2.66E+05		
MSE	1.26E+00		

Model:	ACD(2,2)		
Distribution:	burr		
N:	196697		
Parameter estimate:			
	Coef	SE	PV
omega	0.0352	0.000834	0
alpha1	0.0368	0.001511	0
alpha2	-0.0265	0.001474	0
beta1	1.4722	0.01822	0
beta2	-0.5164	0.017847	0
kappa	4.1137	0.014645	0
sigma2	2.1332	0.012486	0
Note: The p-value for the distribution parameter kappa is from the 2-tailed test H0: kappa = 1, and for sigma2 it is from the one sided test H0: sigma2 = 0 (or rather approching zero). If the two H0s are true, the Burr distribution reduces to the exponential distribution			
The fixed/unfree mean distribution parameter:	theta:	7.179423	
Goodness of fit:			
	value		
LogLikelihood	-1.33E+05		
AIC	2.66E+05		
BIC	2.66E+05		
MSE	1.26E+00		

Model:	ACD(1,2)		
Distribution:	gengamma		
N:	196697		
Parameter estimate:			
	Coef	SE	PV
omega	0.0703	0.014348	0
alpha1	0.0388	0.005315	0
beta1	0.8432	0.060959	0
beta2	0.043	0.052485	0.413
kappa	1779.7175	27.373404	0
gamma	0.0359	0.000207	0
Note: For the distribution parameters the null hypothesis is such that the parameter = 1 (2-sided). If the null is true, the generelized gamma distribution reduces to the exponential distribution			
The fixed/unfree mean distribution parameter:	lambda:	2.14E-91	
Goodness of fit:			
	value		
LogLikelihood	-1.46E+05		
AIC	2.91E+05		
BIC	2.92E+05		
MSE	1.26E+00		

Model:	ACD(2,2)		
Distribution:	gengamma		
N:	196697		
Parameter estimate:			
	Coef	SE	PV
omega	0.1197	0.012199	0
alpha1	0.0367	0.002615	0
alpha2	0.0368	0.00258	0
beta1	-0.1	0.009287	0
beta2	0.8989	0.009207	0
kappa	198.5711	0.245739	0
gamma	0.1063	0.000183	0
Note: For the distribution parameters the null hypothesis is such that the parameter = 1 (2-sided). If the null is true, the generelized gamma distribution reduces to the exponential distribution			
The fixed/unfree mean distribution parameter:	lambda:	2.03E-22	
Goodness of fit:			
	value		
LogLikelihood	-1.47E+05		
AIC	2.94E+05		
BIC	2.94E+05		
MSE	1.26E+00		