T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KALIN CİDARLI BORULARDA TÜRBÜLANSLI AKIŞTA GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

Eyüb CANLI

DOKTORA TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalını

AĞUSTOS-2020
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Eyüb CANLI tarafından hazırlanan "KALIN CİDARLI BORULARDA TÜRBÜLANSLI AKIŞTA GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ" adlı tez çalışması 13/08/2020 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	**İmza**
Başkan Unvanı Adı SOYADI	Prof. Dr. Ünal AKDAĞ
Danışman Unvanı Adı SOYADI	Doç. Dr. Ali ATEŞ
Üye Unvanı Adı SOYADI	Prof. Dr. Ali KAHRAMAN
Üye Unvanı Adı SOYADI	Doç. Dr. Ahmet Ali SERTKAYA
Üye Unvanı Adı SOYADI	Dr. Öğr. Üyesi Aziz Hakan ALTUN

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Sait GEZGİN
FBE Müdürü

Tez ikinci danışmanı: Prof. Dr. Şefik BİLİR

ÖZET

DOKTORA TEZİ

KALIN CİDARLI BORULARDA TÜRBÜLANSLI AKIŞTA GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

Eyüb CANLI

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Ali ATEŞ
İkinci Danışman: Prof. Dr. Şefik BİLİR

2020, 153 Sayfa

Jüri
Prof. Dr. Ünal AKDAĞ
Prof. Dr. Ali KAHRAMAN
Doç. Dr. Ali ATEŞ
Doç. Dr. Ahmet Ali SERTKAYA
Dr. Öğr. Üyesi Aziz Hakan ALTUN

Borularda türbülanslı akış eş zamanlı gelişme bölgesi geçici rejim birleşik ısı transferi, iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimi dikkate alınarak incelenmiştir. Problem, kalın cidarlı, başlangıçta eşit sıcaklıktaki yarı sonsuz bir boruda, sürekli, hidrodinamik ve ısıl olarak gelişmekte olan akış için, boru dış yüzey sıcaklığındaki ani değişme şartı ile ele alınmıştır. Akış alanı ile ısı transferi sayısal olarak incelenmiştir. Boyutsuz süreklilik, Navier-Stokes ve enerji denklemleri sonlu hacimler yöntemi ile ayrıklaştırılarak çözülmüştür. Akışkan tarafı diferansiyel denklemlerinin ayrıklaştırılması için üssel ayrıklaştırma şeması seçilmiştir. Akış çözümünde kaydırılmış ağ sistemi ve SIMPLE algoritması kullanılmıştır. Problemin sayısal çözümü için yeni bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Problemi tanımlayan boyutsuz parametreler, Reynolds sayısı, Prandtl sayısı, Peclet sayısı, cidar kalınlık oranı, cidar-akışkan ısı iletim katsayısı oranı ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı olarak belirlenmiştir. Her bir parametrenin ısı transferi ve akış karakteristikleri üzerindeki etkileri detaylı olarak incelenmiştir.

Sonuçlar bütün parametrelere bağlı değişmektedir. Akış çözümünde 5×10^3 ile 1×10^5 arasında değiştirilen Reynolds sayısı tek parametredir. Hidrodinamik gelişme mesafesi Reynolds sayısı ile doğru orantılı uzamakta ve boru ekseninde karakteristik bir hız profili elde edilmektedir. Isı transferi çözümünde akış alanı enerji denkleminde parametre olarak çıkan Peclet sayısı geniş bir aralıkta incelenebilmektedir (1×10^2-2.5×10^5). Bu nedenle ısı transferine etki eden en önemli parametre Peclet sayısıdır. Eş zamanlı gelişme bölgesi ısı transferini etkilemektedir. Probleme özgü bilinen bir uygulaması bulunmayan üssel ayrıklaştırma şeması başarılı bir şekilde sonuç vermiştir.

Anahtar Kelimeler: Borularda türbülanslı akış ısı transferi, birleşik ısı transferi, geçici rejimde ısı transferi, eş zamanlı gelişme bölgesi, sayısal çözüm.

ABSTRACT

Ph.D THESIS

NUMERICAL SOLUTION OF TRANSIENT CONJUGATED HEAT TRANSFER IN THICK WALLED PIPES WITH TURBULENT FLOW

Eyüb CANLI

The Graduate School of Natural and Applied Science of Selçuk University
The Degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Ali ATEŞ
Secondary Advisor: Prof. Dr. Şefik BİLİR

2020, 153 Pages

Jury
Prof. Dr. Ünal AKDAĞ
Prof. Dr. Ali KAHRAMAN
Assoc. Prof. Dr. Ali ATEŞ
Assoc. Prof. Dr. Ahmet Ali SERTKAYA
Assist. Prof. Dr. Aziz Hakan ALTUN

Transient conjugated heat transfer in simultaneously developing turbulent flow is analyzed involving two-dimensional wall and fluid axial conduction. A thick walled semi-infinite circular pipe which is considered initially isothermal and the problem is handled for steady, hydrodynamically and thermally developing flow with a sudden change in the outer wall temperature. The flow field and heat transfer are numerically investigated. Nondimensional continuity, Navier-Stokes and energy equations are solved by discretization using finite volumes method. Exponential discretization scheme is selected for the discretization of fluid side differential equations. Staggered grid system and SIMPLE algorithm are used in the flow solution. New computer software is developed for the numerical solution of the problem. Non-dimensional parameters that define the problem are determined as Reynolds number, Prandtl number, Peclet number, wall to fluid thickness ratio, wall to fluid thermal conductivity ratio, and wall to fluid thermal diffusivity ratio. Effects of each parameter on the heat transfer and flow characteristics are investigated in detail.

Results change depending on all parameters. Reynolds number changing between 5×10^3 and 1×10^5 is the only parameter for flow solution. Hydrodynamic development length gets longer, directly proportional to Reynolds number and a characteristic velocity profile is attained at pipe axis. Peclet number that appears as a parameter in the energy equation for flow field during heat transfer solution can be investigated in a wide interval (1×10^2-2.5×10^5). Therefore, Peclet number is found to be the most important parameter that affects heat transfer. Heat transfer is affected by simultaneously developing flow. Exponential discretization scheme that has no known application in the solution of the problem gives result successfully.

Keywords: Turbulent flow heat transfer in pipes, conjugate heat transfer, transient heat transfer, simultaneously development region, numerical solution.

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **v**

ÖNSÖZ ..... **vi**

İÇİNDEKİLER ..... **vii**

SİMGELER VE KISALTMALAR ..... **ix**

1. GİRİŞ **1**

1.1. Geçici Rejim Birleşik Isı Transferi 1
1.2. Eş Zamanlı Gelişen Türbülanslı Akış 1
1.3. Problemin Tanımı 3

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI **5**

3. TEORİK ESASLAR **18**

3.1. Temel Denklemler 18
3.2. Değişkenlerin Bileşenlerine Ayrılması ve Zaman Ortalamasının Alınması 21
3.3. Başlangıç ve Sınır Şartları 30
3.4. Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması 33
3.4.1. Boyutsuz temel denklemler 37
3.4.2. Boyutsuz başlangıç ve sınır şartları 39

4. SAYISAL ÇÖZÜM **43**

4.1. Ağ Sistemi ve Düğüm Sayısı 43
4.2. Akış ve Cidar Bölgesi Kontrol Hacimleri 44
4.2.1. Denklemlerin üssel şemaya göre cebirsel denklemlere dönüştürülmesi 46
4.2.2. Sınır şartlarına göre ayrıklaştırılmış denklemler 64
4.3. Sayısal Çözüm 70
4.4. Sayısal Çözümün Ağdan ve Zaman Adımından Bağımsız Hale Getirilmesi 77
4.5. Matematiksel Belirsizlikler, Yaklaşımlar ve İşlemler 80
4.6. Bilgisayar Yazılımı 82

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA **83**

5.1. Hız Profilleri 84
5.2. Kararlı Rejim Isı Transferi Sonuçları 95
5.3. Geçici Rejim Isı Transferi Sonuçları 110
5.3.1. Isıl yayılım katsayısı oranına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları 110
5.3.2. Isı iletim katsayısı oranına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları 116
5.3.3. Cidar kalınlık oranına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları 122
5.3.4. *Pe* sayısına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları 128

6. SONUÇ **134**

KAYNAKLAR 136

ÖZGEÇMİŞ 142

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

a	:	Ayrıklaştırılmış denklem katsayısı
A	:	Alan (m^2)
α	:	Isıl yayılım katsayısı (m^2/s) / Gevşetme katsayısı
b	:	Değişken kaynak terimi
c	:	Katsayı kaynak terimi / Özgül ısı (J/kg·K)
C	:	Katsayı / Asimptotik aralık göstergesi
d	:	Cidar kalınlığı (m)
δ	:	Sınır tabaka kalınlığı (m) / Kontrol hacmi merkezleri arasındaki mesafe farkı (m)
E	:	Duvar pürüzlülük katsayısı
ε	:	Türbülans kinetik enerjisinin sönümü (m^2/s^3) / Bağıl hata
ϵ	:	Türbülans kinetik enerjisinin sönümü (m^2/s^3)
f	:	Gövdesel kuvvetler (N) / sürtünme katsayısı / fonksiyon değeri
ϕ	:	Skaler değişken
Φ	:	Viskoz sönüm (W/m^3)
Fo	:	Fourier sayısı
Γ	:	Herhangi bir difüzyon katsayısı
Gz	:	Graetz sayısı
h	:	Taşınım katsayısı ($W/m^2 \cdot K$) / düğüm noktaları arası mesafe (m)
I	:	Türbülans şiddeti
J	:	Bir doğrultudaki taşınım-iletim akısı
k	:	Isı iletim katsayısı (W/m·K) /Türbülans kinetik enerjisi (m^2/s^2)
κ	:	von Karman sabiti
ℓ	:	Karışım uzunluğu (m)
L	:	Uzunluk/Boy (m)
λ	:	Yığık viskozite
m	:	Kütle (kg)
M	:	Kütlesel debi (kg/s)
μ	:	Dinamik viskozite (kg/m·s)
ν	:	Kinematik viskozite (m^2/s)
Nu	:	Nusselt Sayısı
Pe	:	Peclet Sayısı
Pr	:	Prandtl Sayısı
q	:	Isı akısı (W/m^2)
p	:	Basınç (Pa) / mertebe
P	:	Skaler kontrol hacmi merkez düğüm noktası / Üretim / Sayısal Peclet sayısı
r	:	Yarıçap (m) / Ağ iyileştirme oranı / Silindirik koordinat sisteminde radyal yön
R	:	Artık / Radyal konum (m)
Re	:	Reynolds Sayısı

ρ	:	Yoğunluk (kg/m^3)
sbt	:	Sabit
σ	:	Türbülans modeli sabiti
σ_T	:	Türbülans Prandtl Sayısı
t	:	Zaman (s)
T	:	Sıcaklık (K)
θ	:	Silindirik koordinat sisteminde açısal yön
τ	:	Kayma gerilmesi (Pa)
u	:	Eksenel hız bileşeni (m/s)
V	:	Hacim (m^3)
v	:	Radyal hız bileşeni (m/s)
w	:	Açısal hız bileşeni (m/s)
∞	:	Sonsuz

Alt indis

0	:	Başlangıç
1	:	Isıl sınır şartının başladığı an
b	:	Yığık
c	:	Kesit
cd	:	Cidarda radyal doğrultuda çözüm alanının bölüntü sayısı
ε	:	Epsilon için
e, w, n, s	:	Skaler kontrol hacmi yüzeylerindeki düğüm noktaları
ee, ew, en, es	:	Eksenel hız kontrol hacmi yüzeylerindeki düğüm noktaları
eee, eww, enn, ess	:	Eksenel hız kontrol hacmi komşu düğüm noktaları
ene, enw, ese, esw	:	Eksenel hız kontrol hacmi köşelerinde düğüm noktaları
f	:	Akışkan
i	:	Ara yüzey / Ağ koordinat sistemi yatay koordinat
j	:	Ağ koordinat sistemi dikey koordinat
k	:	Türbülans kinetik enerjisi için
my	:	Eksenel doğrultuda çözüm alanının bölüntü sayısı
nd	:	Radyal doğrultuda çözüm alanının bölüntü sayısı
ne, nw, nn, ns	:	Radyal hız kontrol hacmi yüzeylerindeki düğüm noktaları
nee, nww, nnn, nss	:	Radyal hız kontrol hacmi komşu düğüm noktaları
nen, nes, nwn, nws	:	Radyal hız kontrol hacmi köşelerinde düğüm noktaları
nb	:	Komşu
o	:	Dış yüzey
μ	:	k-ε türbülans modelinde türbülans viskozitesi katsayısı
P, E, W, N, S	:	P, E, W, N, S düğüm noktalarında
p	:	Sabit basınç
r	:	Radyal
T	:	Türbülans
th	:	Isıl
θ	:	Açısal
w	:	Cidar/Duvar
wf	:	Cidar-akışkan oranı
wi	:	Cidar-akışkan ara yüzeyi

wo	:	Cidar dış yüzeyi
x	:	Eksenel

Üst indis

$...^{*}$	:	Boyutsuz
$...^{**}$	:	Bir önceki iterasyon
$...^{-}$	:	Düzeltilmemiş değerler
$...^{d}$	:	Düzeltme
$...^{+}$	:	Boyutsuz sınır tabaka ölçüsü
$\overline{...}$	:	Zaman ortalaması
$...'$	:	Çalkantılı bileşen

Kısaltmalar

DNS	:	Doğrudan Nümerik Simülasyon
GCI	:	Grid Convergence Index (Ağ Yakınsama Dizini)
HAD	:	Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği
LES	:	Large Eddy Simulation (Büyük Girdap Benzeştirimi)
RANS	:	Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes
RBA	:	Reynolds Bileşenlerine Ayırma yöntemi
RMS	:	Karelerin ortalamasının karekökü
RSM	:	Reynolds Gerilmeleri Modeli
SIMPLE	:	Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations (Basınçla ilintili eşitlikler için yarı açık yöntem)

1. GİRİŞ

1.1. Geçici Rejim Birleşik Isı Transferi

Birleşik ısı transferi, cidarda ve akış alanında gerçekleşen ısı transferinin bir bütün olarak ele alınmasıdır. Birleşik ısı transferi durumunda taşınım ve iletim aynı anda gerçekleşmektedir. Cidarda gerçekleşen iletim ve akış alanında gerçekleşen iletim ile taşınım, cidar ile akışkan ara yüzeyinde gerçekleşen ısı transferini de belirlemektedir. Pratikte birçok mühendislik probleminde birleşik ısı transferi görülebilir. Isı değiştiriciler, kanatçıklar, fırınlar, nükleer reaktör soğutma boruları, rejeneratif ve reküparatif ısı değiştiricileri, gaz türbini kanatçıkları ve uçak motorlarının soğutulması gibi bazı örnekler verilebilir. Sistemlerin ilk çalışması, durdurulması ve çalışma koşullarındaki değişiklikler ise birleşik ısı transferinin söz konusu olduğu sistemlerde geçici rejim ısı transferi olayının gerçekleştiği durumlardır. Geçici rejim birleşik ısı transferinin incelenmesi ile kontrol mühendisliğinin ihtiyaç duyduğu veriler elde edilmektedir.

1.2. Eş Zamanlı Gelişen Türbülanslı Akış

Boru içi akışlarda viskoz etkilerden dolayı cidardan başlayarak boru eksenine doğru bir hidrodinamik sınır tabaka gelişmektedir. Hidrodinamik sınır tabaka boru eksenine ulaştıktan sonra akış türüne bağlı olarak belirli bir mesafe sonra akış hidrodinamik olarak gelişmiş hale gelmekte ve hız profili sabitlenmektedir. Eğer cidar ile akışkan arasında bir sıcaklık farkı varsa, benzer şekilde bir ısıl sınır tabaka da gelişmektedir. Hidrodinamik gelişme ile ısıl gelişmenin eş zamanlı gerçekleştiği bu durumlarda, gelişmiş akışa göre farklı ısı transferi karakteristikleri gözlemlenmektedir. Örneğin, ısı transferi eş zamanlı gelişme bölgesinde daha büyük değerler almaktadır. Eş zamanlı gelişme bölgesinde birleşik ısı transferini etkileyen birçok parametre bulunmaktadır ve bu nedenle karmaşık bir mühendislik problemi söz konusudur. Üstelik birçok mühendislik probleminde karşılaşılan türbülanslı akışlar bu karmaşayı iyice arttırmaktadır.

Türbülans olarak isimlendirilen fiziksel olaylar, makro fizik ve süreklilik kabulü ile açıklanamamaktadır. Bu yüzden karmaşık ve rastgele olarak nitelendirilmektedir. Türbülans kendi ölçeğinde, örneğin kuantum fiziği ile kolaylıkla açıklanabilir fakat günlük yaşam ölçeğinde, yani mühendislik uygulamalarının büyük bir çoğunluğunda kullandığımız makro fizik ve süreklilik için tam bir karmaşa söz konusudur. Bununla ilgili saygın bilim insanlarının çeşitli vurguları bulunmaktadır. Örneğin Werner Heisenberg ve Horace Lamb, farklı ortamlarda yaptıkları konuşmalarda; öldükten sonra Tanrı'ya göreliliği/kuantum elektrodinamiğini ve türbülansı soracaklarını ve cevap alma konusunda ilk sordukları için daha umutlu olduklarını söylemişlerdir (Launder ve Spalding, 1972; Hoffman ve Johnson, 2007; Anonim, 2019). Moin ve Kim, 1997 yılındaki bir toplantıda verdikleri örnekte, uçak kanadındaki hava hareketinde türbülansın kabul edilebilir çözünürlükle çözülebilmesi için 10^{16} düğüm noktası gerektiğini ifade etmişlerdir (Hoffman ve Johnson, 2007). Türbülansın zamana bağlı olduğu da göz önüne alındığında ve çok küçük zaman adımlarına ihtiyaç duyulduğu düşünüldüğünde neredeyse tek geçerli çözümün türbülansın modellenmesi olduğu düşünülebilir.

Birçok uygulama için türbülansın modellenmesi yeterlidir. Başka bir deyişle, türbülansın tam çözünürlüklü bir hali hesaplanabilse bile birçok uygulamada hem uzamsal alanda hem de zaman alanında yine ortalamasının alınması gerekir. Örneğin bir boru akışından pompa gücünün ne kadarının türbülans tarafından tüketildiğini hesaplamak için anlık çalkantıların bilinmesine veya hesaplanmasına gerek yoktur. Bir mühendis, deneysel verilerin çekilebileceği Moody çizelgesini kullanabilir veya Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) kullanarak uygun bir türbülans modeliyle pompa gücünün ne kadarının türbülanslı harekete harcadığını tespit edebilir. Böylece türbülansın makro ölçekli sistemler üzerindeki etkilerinin belirli parametrelerle indirgenebileceği (regresyon) veya belirli parametrelere bağlı modellerinin oluşturulabileceği anlaşılmaktadır.

Yaygın olarak kullanılan türbülans modelleme yaklaşımlarından birisi türbülans viskozitesi yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda zaman ortalamalı hız bileşenlerinin değişimi model girdisi olarak kullanılırken türbülansın neden olduğu etkiler kayma gerilmesi olarak hesaplanır. Böylece türbülans hesaplanmadan türbülansın etkisi yaklaşık olarak hesaplanabilmektedir. Türbülans viskozitesi temelinde çeşitli türbülans modelleri bulunmaktadır. Bu modeller, elde edilmek istenen veya yaklaşımda bulunulan etkiye göre değiştiği için genel bir türbülans modelinden bahsetmek zordur. İlaveten türbülans

modellerinin üzerine kurulduğu kabuller de akışa, akışkana, fiziksel olaylara ve geometriye bağlıdır. Bu nedenle, yapılan birçok çalışmada türbülans modellerinin bazı problemlerde doğru sonuçlar verirken diğerlerinde yanlış sonuçlar verdiği görülmüştür. Diğer taraftan akışın farklı bölgelerinde farklı türbülans modellerini yazılımsal düzenlemelerle uygulayabilen örnekler bulunmaktadır. Örneğin "*k-ω SST*" olarak isimlendirilen türbülans modeli cidar yakınında standart *k-ω* türbülans modelini kullanırken cidardan uzakta *k-ϵ* türbülans modeline geçen bir formülasyonu içermektedir.

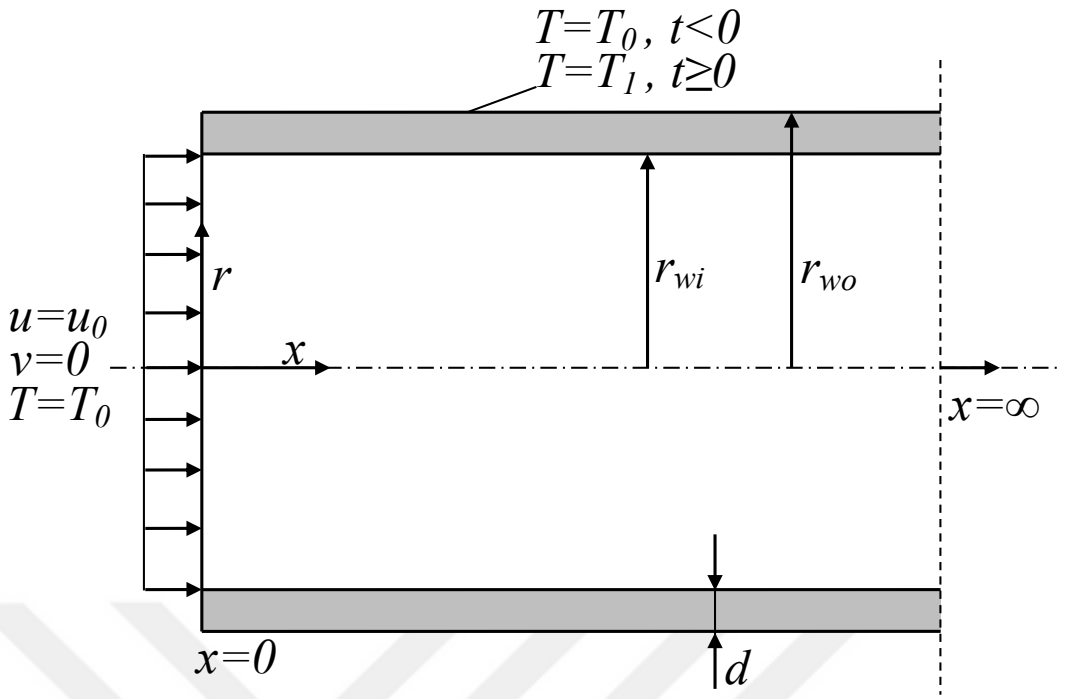
Bu çalışmada türbülans viskozitesi yaklaşımının temel alınması ve bu yaklaşıma göre türetilen türbülans modellerinden birinin kullanılması kararlaştırılmıştır. Literatürde birçok örneğe sahip olan ve birçok çalışmada da yaygın olarak kullanılan örnekler; cebirsel karışım uzunluğu modelleri; iki denklemli *k-ϵ* türbülans modeli türevleri ve yine iki denklemli *k-ω* türbülans modeli türevleridir. HAD yazılım programların birçoğunda standart olarak bulunması, hakkında çok sayıda kaynak olması ve literatürde çok sayıda doğrulama çalışması yapılmış olması bakımından bu çalışmada standart *k-ϵ* türbülans modelinin detaylı bir uygulaması sunulmuştur.

1.3. Problemin Tanımı

Bu çalışmada kalın cidarlı bir boruda, türbülanslı akış eş gelişme bölgesi, geçici rejim birleşik ısı transferi incelenmiştir. Cidarda iki boyutlu iletim ele alınırken akış bölgesinde türbülanslı akış için akışkan eksenel iletimi de dikkate alınarak sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı altında problem çözümlenmiştir.

Problemin geometrisi ve koordinat sistemi Şekil 1.1'de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi akış tek bölgeli olarak ele alınmış olup boru pozitif x-ekseni yönünde sonsuz uzunluktadır. Akışkan üniform bir u_0 hızı ve T_0 sıcaklığı ile boruya girmektedir. Akış hidrodinamik ve ısıl olarak eş zamanlı gelişmektedir. Eksenel simetri kabulü yapılmıştır.

Zamanın başlangıcında (t=0) boru dış yüzey sıcaklığı yeni bir T_1 sıcaklığına yükseltilmekte ve sonrasında sabit kalmaktadır. Akışkanın ve cidarın tüm fiziksel özellikleri sabit kabul edilmiş ve viskoz sönüm ihmal edilmiştir.



Şekil 1.1. Problemin şematik görünümü ve koordinat sistemi

Hız dağılımı zamandan bağımsızdır ve girişte üniform eksenel hız profili ile başlayarak tam gelişmiş hız profiline ulaşmaktadır. Isı transferi ise geçici rejimde gerçekleşmektedir.

Akışkanın yoğunluğu ve diğer fiziksel özellikleri sabit kabul edildiğinden, hız dağılımı sıcaklık dağılımından bağımsız hale gelmiştir. Buna göre, önce hız dağılımı elde edilmiş ve enerji denkleminde kullanılarak sıcaklık dağılımları ve diğer ısı transferi karakteristikleri belirlenmiştir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Boru ve kanallarda türbülanslı akış geçici rejim ısı transferi birçok araştırmacı tarafından sınır ya da giriş şartlarında ani veya periyodik değişme halinde incelenmiştir. Araştırmacıların çoğu problemi ince cidarlı borular için ele almışlardır. Bu durumda cidar iletimi etkisi her iki yönde ihmal edilebilir ve dış yüzeydeki koşul iç yüzeyde de aynen geçerli kabul edilebilir. Birleşik olarak adlandırılan problemlerde ise cidar-akışkan ara yüzeyindeki koşul önceden bilinmemektedir ve enerji denklemleri hem cidar hem de akışkan bölgesi için, ara yüzeyde sıcaklıkların ve ısı akısının sürekliliği şartı ile birlikte çözülmelidir. Bu tür problemlerin bir kısmında cidarda radyal yöndeki iletim eksenel yöndeki iletimin yanında ihmal edilmiş, bir kısmında ise iki boyutlu, radyal ve eksenel cidar iletimi göz önüne alınmıştır.

Genelleştirilmiş akış çözümlerinin kullanılmasıyla boru içi türbülanslı birleşik ısı transferinin teorik olarak incelendiği ilk çalışmalardan birisi Sparrow ve Siegel tarafından yapılmıştır (Sparrow ve Siegel, 1960). Çalışmada gelişmiş türbülanslı akış için genelleştirilmiş sonuçlardan faydalanılmıştır. Bilinen hız dağılımları ile birleşik ısı transferi için analitik çözüm yapmışlar ve bunun için iki ayrı yöntem kullanmışlardır. Ayrıca çalışmada boru dış yüzeyinde zamanla değişen sıcaklık sınır şartını ele almışlardır. Sonuç olarak enerjinin korunum ilkesine göre ısı transfer katsayısı zamana ve konuma göre değiştiğini göstermişlerdir. Buldukları sonuçları literatürden teorik çalışmalarla karşılaştırmışlardır.

Türbülanslı iç akışlar için birleşik ısı transferine yönelik yapılan ilk çalışmalardan biri de McEligot ve ark. tarafından yapılmıştır (McEligot ve ark., 1970). Çalışmada literatürde bulunan teorik yaklaşımlar ile deneysel sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yazarlar daha kapsamlı ve ileri bir teorik inceleme şekli kullanarak deneysel sonuçlara yaklaşmaya çalışmışlardır. Problemi dış yüzey sabit yüzey ısı akısı ısıl sınır şartında ele almışlardır. Çok kapsamlı bir literatür taraması sunulmuştur ve o döneme dair önemli bir kaynaktır. Türbülans modeli olarak van Driest'in cebirsel türbülans modeli kullanılmıştır. Ayrıca yazarlar bu yaklaşımla özellikle sınır tabaka üzerine yoğunlaşarak, termo-fiziksel özelliklerin değişimlerini de dikkate almışlardır. Kullandıkları türbülans modeli aslında plaka akışlarında sınır tabaka için geliştirilmiş cebirsel türbülans modelidir. Kendilerinden önce kullanılan genel integral dönüşüm

yöntemlerine kıyasla deneysel sonuçlara daha yakın değerlerde sonuçlar elde etmişlerdir. Yazarlar özellikle gelişme bölgesinde yöntemler arası farklılıkların arttığını ifade etmişlerdir. Ayrıca sınır tabaka denklemlerine eksenel terimlerin de dahil edilmesi ile tam çözümde ve türbülans modellemesi işlemlerinde daha doğru sonuçlar elde edilildiğini vurgulamışlardır. Sonuçlarda türbülans viskozitesi modellerinin karışım uzunluğu modellerine göre daha kötü sonuçlar verdiğini öne sürmüşlerdir. Fakat bunun nedeni yazarların sınır tabakaya odaklı çalışmaları ve gerekli duvar fonksiyonlarından faydalanmamalarıdır.

Sıvı metallerin türbülanslı akışı için ısı transferi incelemesinin yapıldığı bir çalışma da, teorik olarak farklı ısıl sınır şartlarının etkilerini araştırıldığı (Dwyer ve Berry, 1972) çalışmadır. Beş farklı türbülans viskozitesi yaklaşımını deneyen yazarlar, izotropik türbülans kabulünün tatminkar sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir. Sıvı metaller için yarı ampirik ifadeler ortaya çıkarmışlardır.

Mikio ve Kazuo, paralel plakalar arasındaki türbülanslı akış için duvar iletiminin de dikkate alındığı birleşik ısı transferi incelemesinde, önce deneysel çalışma yapmışlar ve daha sonra duvar iletiminin etkisini belirlemek için teorik bir yol geliştirmişlerdir (Mikio ve Kazuo, 1977). Yazarlar cidar kalınlığı ve ısıl iletkenlik oranının özellikle cidara yakın bölgedeki akışkan üzerinde, ısı transferi yönünden önemli etkileri olduğunu bildirmişlerdir. Yazarlar önceki çalışmalarda deneysel elde edilen ve daha sonra katsayılarla tablolaştırılan akış ve türbülans büyüklüklerini kullanarak ısı transferini analitik olarak çözmüşlerdir. Yazarlar ayrıca *Pr* sayısının ısı transferi üzerindeki etkisinin türbülanslı akışta laminer akışa göre daha fazla olduğunu belirtmişlerdir.

Susec ve Sawant, ikinci dereceden hız profili kullanılarak kalın cidarlı paralel plakalar arasındaki türbülanslı akışta akışkan giriş sıcaklığının zamanla periyodik değiştiği durum için ısı transferini incelemişlerdir. Çözümü geliştirilmiş bir sanki sürekli cebirsel yöntemle yapmışlardır (Sucec ve Sawant, 1984).

Lin ve Chow'un yaptığı çalışmada, kalın cidarlı borular içerisinde türbülanslı akış için birleşik ısı transferinde, ara yüzey ısı akısı ve sıcaklığını analitik olarak hesaplamışlardır (Lin ve Chow, 1984). Çözümde hazır hız profilleri kullanmışlardır. Kararlı durum ve hidrodinamik gelişmiş akış için inceleme yapmışlardır. Boru dış yüzeyi için sabit yüzey sıcaklığı ve sabit ısı akısı sınır şartlarında çözümler sunmuşlardır. Çalışmanın bir önemi ise, kararlı şartlarda kalın cidarlı bir boruda türbülanslı birleşik ısı transferi için *Nu* sayısı eksenel profillerini sunmasıdır.

Tez çalışması açısından bir diğer önemli kaynak da Myong ve ark. ait makaledir (Myong ve ark., 1989). Bu makalede türbülanslı boru akışı için geniş bir aralıktaki *Pr* ve *Re* sayılarında HAD ısı transferi incelemesi yapılmıştır. Akış hidrodinamik olarak gelişmiş kabul edildiğinden radyal doğrultudaki hız bileşenini içeren terimler göz ardı edilmiştir. Ayrıca k-ϵ türbülans modeli kullanıldığı halde türbülans viskozitesinin cidardan boru eksenine doğru gelişimi için geliştirilen bazı fonksiyonlar kullanılmıştır. Bu fonksiyonlarda, boru eksenine doğru türbülans viskozitesinin neredeyse sabit değerler almaktadır. Boru dış yüzeyinde sabit ısı akısı sınır şartının bulunduğu durum zamandan bağımsız olarak incelenmiştir. Türbülans Prandtl sayısı (σ_T) için yazarlar çok küçük *Pr* sayılarına yönelik bir de korelasyon önermişlerdir.

Yan ve ark., alt ve üst akış bölgelerinin yalıtıldığı ve iki bölge arasında ısıl sınır şartının uygulandığı kalın cidarlı bir boruda kararlı türbülanslı ısı transferini incelemişlerdir (Yan ve ark., 1990). Sonuçlarda yalıtılmış üst ve alt akış bölgelerine doğru eş değerde akılar ortaya çıkmıştır. Eksenel doğrultuda inceleme bölgesinin ortasındaki bir dik doğruya göre simetrik değişim profilleri de elde etmişlerdir.

Guedes ve Özışık, kararlı türbülanslı akış için kalın cidarlı iki plaka arasında teorik birleşik ısı transferi incelemesi gerçekleştirmişlerdir (Guedes ve Özişik, 1992). Yazarlar genelleştirilmiş integral dönüşüm yöntemi ile plaka dış yüzeyindeki taşınım ısıl sınır şartını araştırmışlardır. Çalışmalarında, duvar bölgesinde sadece eksenel iletimi dikkate almışlar ve akışkan yığık sıcaklıkları, ara yüzey ısı akısı ile *Nu* değerlerini sunmuşlardır.

Kakaç ve Li, paralel plakalar arasındaki türbülanslı birleşik ısı transferini deneysel ve teorik olarak incelemişlerdir (Kakaç ve Li, 1994). Akışkanın giriş sıcaklığı zamana bağlı olarak değiştirilmiştir. Plaka dış yüzeyine sabit ısıl taşınım sınır şartı kullanılmıştır. İnceleme bölgesi üst ve alt akış bölgeleri yalıtılmıştır. İnceleme bölgesinde akış hidrodinamik olarak gelişmiştir ve ısıl olarak geçici rejimde gelişmektedir. Teorik inceleme için genel integral dönüşüm yönteminin genişletilmiş bir biçimini uygulamışlardır. Akışkan tarafında eksenel iletim ve radyal taşınım ihmal edilmiştir.

Yan, paralel plakalar ve sabit dış yüzey taşınım ısıl sınır şartı ile ısı transferini incelemiştir (Yan, 1995). Üst ve alt akış bölgelerinde yalıtım bulunmaktadır. İncelenen bölgeden üst ve alt akış bölgelerine doğru ısı akıları tespit edilmiştir.

Lee ve Yan tarafından yapılan bir çalışma, bu tez çalışmasına yönelik önemli kaynaklardan biridir (Lee ve Yan, 1995). Daha önce paralel plakalar için yaptıkları

çalışmalara benzer bir çalışmayı dairesel kesitli kalın cidarlı bir boruda yapmışlardır. Boru üst ve alt akış bölgeleri yalıtılmıştır. Arada boru dış yüzeyine ısıl sınır şartı uygulanmış bir bölge bulunmaktadır. k-ϵ türbülans modelinin bir türünü kullanarak HAD analizi gerçekleştirmişlerdir. Gelişmiş akış kabulünden dolayı radyal doğrultudaki hız bileşeni ihmal edilmiş ve kendi geliştirdikleri duvar fonksiyonlarını kullanmışlardır. Bu sayede cidara yakın bölgelerde ağ elemanı sayısını arttırabilmişlerdir. Ayrıca sonlu hacimler yerine sonlu farklar yöntemini kullanmışlardır. Yazarlar taşınım terimleri için üst akış yöntemini, iletim terimleri için merkezi farkları ve zaman adımları için de alt akış yöntemini tercih etmişlerdir. Çalışmada ısıl sınır şartı olarak sırasıyla sabit yüzey ısı akısı ve sabit yüzey sıcaklığı kullanılmıştır. Sabit yüzey sıcaklığı ısıl sınır şartında ara yüzeye ve borunun yalıtılmış kısımlarına daha fazla ısı akısı gerçekleşmiştir. Ön ısıtmadan dolayı geçici rejimde yalıtılmış alt akış bölgesinde negatif ara yüzey ısı akıları görülmüştür.

Bilir, geçici rejim birleşik ısı transferinin laminer akış için geniş bir literatür taraması gerçekleştirmiştir (Bilir, 1995). Bu konu üzerinde Ateş, üçüncü tür sınır şartı kullanarak sayısal bir çalışma yapmış ve yeni bir bilgisayar programı geliştirmiştir (Ateş, 1999). Eş gelişen laminer akış için geçici rejim birleşik ısı transferi Darıcı tarafından sayısal olarak incelenmiştir (Darıcı, 2004).

Tiselj ve ark., Doğrudan Nümerik Simülasyon (DNS) kullanarak paralel plakalar arasındaki türbülanslı birleşik ısı transferini incelemişlerdir (Tiselj ve ark., 2001). Tam gelişmiş akışta cidara uygulanan geçici rejim ısıl sınır şartı ile ısı transferi incelenmiş ve başka çalışmalar ile karşılaştırılmıştır. Cidarda buldukları sıcaklık salınımlarının literatürde daha önceden bildirilmediği ifade edilmiştir. Kullanılan yönteme göre ısıl sınır şartına ve maliyetli yüksek olan DNS'nin kullanımına yönelik karar verilebileceği ifade edilmiştir.

Weigand ve ark. paralel plakalar arasında türbülanslı birleşik ısı transferi problemini kısmi sabit dış yüzey sıcaklığında sayısal incelemişlerdir (Weigand ve ark., 2002). Hidrodinamik olarak gelişmiş türbülanslı akışta düşük Pr sayıları için akışkan eksenel iletimini dikkate almışlardır. Radyal ve eksenel doğrultulardaki türbülans viskozitesine bağlı türbülans yayılımının eşit alınması kabulünün doğruluğunu da araştırmışlardır. Çalışmada kullanılan iki farklı türbülans modeli de cebirsel türbülans modelleridir. Bunlardan ilki izotropik türbülans kabulüne göre hazırlanmıştır. Diğer türbülans modeli ise eksenel ve radyal doğrultuda eşit olmayan sonuçlar veren bir

türbülans modelidir. Her iki türbülans modelinde de çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca ana denklemlerin eliptikten hiperboliğe döndüğü bölgeler de gösterilmiştir.

Mansouri ve ark. kanal içi türbülanslı birleşik ısı transferini, zamanla periyodik değişen akışkan giriş sıcaklığına göre deneysel incelemişlerdir (Mansouri ve ark., 2004). Bulgularını teorik bir incelemeyle karşılaştırmışlardır. Akış hidrodinamik olarak gelişmiş ve ısıl olarak gelişmektedir. Isıl gelişme ve ısı transferi karakteristiklerinde periyodik değişimler tespit edilmiştir. Periyodik değişimi inceleyebilmek için sanki kararlı inceleme yapılmıştır. Kanal cidarlarının kalınlığı, özellikle kanal yüksekliği ile mukayese edildiğinde ¼ oranında kalındır. Teorik çalışmada türbülans modeli kullanılmıştır. Teorik yaklaşımın düşük giriş sıcaklığı ve frekanslarda doğru sonuç verdiğini fakat artan frekans değerlerinde hatanın arttığı bildirilmiştir.

Habib ve ark. deneysel olarak kalın cidarlı bir boruda zamanla periyodik olarak değişen türbülanslı ısı transferini incelemişlerdir (Habib ve ark., 2004). Yaklaşık olarak 5000 ile 50000 *Re* ve 1 ile 30 Hz aralığında deneyler gerçekleştirmişlerdir. Yaklaşık %10 belirsizlik bildirilmiştir. Yazarlar ayrıca ampirik ifadelerle sonuçlarını indirgemişlerdir.

Chen ve ark., türbülanslı boru içi akış ve cidar kalınlığı nedeniyle birleşik ısı transferi durumunda boru dış yüzeyindeki ısıl sınır şartını teorik olarak tespit etmişlerdir (Chen ve ark., 2005). Türbülanslı akış hidrodinamik olarak gelişmiş ve ısıl olarak gelişmektedir. Akış içinden belirli sayıda ölçülen sıcaklıklar kullanılarak boru dış yüzeyindeki ısı akısı hesaplanmıştır. Bu işlem hem soğutma hem de ısıtma senaryoları için denenmiştir. Sonuç olarak uzamsal alanda homojen olarak dağılmamış, eksenel doğrultuda değişen boru dış yüzey ısı akısı sonuçları elde edilmiştir. Yazarlar yöntem olarak ana denklemlerin matris halinde düzenlenmiş hallerinde değişiklik yapmışlar ve "*Least-Squares-Error*" yöntemini kullanmışlardır.

Zamanla periyodik olarak değişen debiye sahip boru içi türbülanslı akışın birleşik ısı transferi açısından HAD ile incelendiği ve k-ϵ türbülans modelinin kullanıldığı başka bir çalışmada sabit duvar dış yüzey sıcaklığı sınır şartı için çözüm sonuçları sunulmuştur (Wang ve Zhang, 2005). Yazarlar Womersley sayısına göre sonuçları değerlendirmiş ve dalgalanan akıştan dolayı ters akış tespit etmişlerdir. Ters akış durumlarında da ısı transferinde artış olduğu ifade edilmiştir.

Zohir ve ark., zamanla değişen hava akışını birleşik ısı transferi açısından deneysel incelemişlerdir (Zohir ve ark., 2006). Akış hidrodinamik ve ısıl olarak birlikte gelişmektedir.

Genişletilmiş Graetz probleminin türbülanslı akışlar için analitik çözümü Weigand ve Gassner tarafından yayınlanmıştır (Weigand ve Gassner, 2007). Yazarlar hem akış tarafında hem de cidar tarafında eksenel ısı iletimini dikkate almışlardır ve bu nedenle "genişletilmiş" ifadesini kullanmışlardır. Eksenel iletim için düşük *Pe* sayılarını veya mikro kanalları örnek göstermişlerdir. Sonuçlarını HAD sonuçları ile kıyaslayarak kabul edilebilir derecede doğru sonuçlar elde ettiklerini göstermişlerdir. Analitik çözümlerinin bütün *Pe* sayıları için geçerli olduğunu ifade etmişlerdir. İncelemede hidrodinamik olarak gelişmiş hız profili kullanılmıştır. Çalışmada boru yüzeyindeki ısıl sınır şartı sabit yüzey sıcaklığı olup çok sınırlı bir mesafede uygulanmıştır.

Slaiman ve ark., "*eddy*" (girdap) yayılımı teorisine göre boru içi akışlarda *Re* sayısının 5000 ile 100000 aralığında ve *Pr* sayısının 7 ile 800 aralığında ısı transferi katsayısı tahmini sağlayan çok sayıda modeli incelemişlerdir (Slaiman ve ark., 2007). Cidardan boru eksenine doğru y^+'a göre sıcaklık profilleri sunulmuştur. Deneysel verilere göre kendileri de bir model önerisinde bulunmuşlardır.

Borularda türbülanslı akış ve birleşik ısı transferinin ortaya çıktığı ilginç bir durum, boru içinde buz katmanı oluşumudur (Seeniraj ve Hari, 2008). Üstelik bu durum zamana bağlı bir süreçtir ve gelişen akışla ilgilidir. Yazarlar farklı akış şartları altında birleşik ısı transferi durumuna göre buz katmanının büyüyerek kalınlaştığı durumu zamana bağlı incelemişlerdir. Çözüm için enerji dengesinden faydalanan bir matematiksel model kullanmışlardır. Kullandıkları yaklaşım HAD değildir ve ampirik ifadeler ile boyutsuz sayılardan oluşturulan tek boyutlu bir matematiksel modeldir.

Elshafei ve ark., boru içerisinde dalgalanan türbülanslı birleşik ısı transferini deneysel olarak incelemişlerdir (Elshafei ve ark., 2008). Sabit yüzey ısı akısı ve *Re* 10000-40000 aralığında 6.6 ile 68 Hz salınım frekansı için ısı transferi karakteristikleri incelenmiştir. İncelenen aralığın özellikle güç üretim tesislerinde karşılaşıldığı belirtilmiş ve dalgalanan akışın etkisinin giriş bölgesinde çok daha etkili olduğu vurgulanmıştır. Çalışmanın kapsadığı aralık ve önceki çalışmaların kapsadıkları alanlar karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Novak ve ark. k-ϵ türbülans modelini kullanarak HAD ile dikey bir kanalda sprey ile çift fazlı akış ve soğutma olayını incelemişlerdir (Novak ve ark., 2008). Kullanılan k-ϵ türbülans modelinin doğru sonuç verdiği ifade edilmiştir.

Ozceyhan ve ark., boru içerisinde türbülatörler yerleştirerek birleşik ısı transferini incelemişlerdir (Ozceyhan ve ark., 2008). Yazarlar HAD incelemesinde k-ϵ türbülans modelini kullanmışlardır.

Rao ve Khandekar tarafından deneysel ve HAD süreçleri kullanılarak birleşik ısı transferinin gerçekleştiği bir mini kanalda tek faz sıvı akışkanla ilgili ölçümler ve incelemeler yapılmıştır (Rao ve Khandekar, 2009). *Re* sayısının 800-3200 aralığında, gelişmiş sıvı kristal sıcaklık ölçme yöntemi ile henüz laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş özelliklerini tespit etmişlerdir. İnceledikleri kanallarda konuma göre hidrodinamik ve ısıl gelişmeler birlikte gerçekleşmektedir. Gelişmekte olan akışta daha yüksek ısı transferi değerleri ortaya çıktığı vurgulanmıştır. Deney düzeneği HAD ile modellenmiştir. HAD incelemesinde standart k-ϵ türbülans modeli ile k-ϵ türbülans modelinin başka bir türü karşılaştırmalı olarak kullanılmıştır. Giriş bölgesinde yüksek ısıl iletkenliğe sahip cidarlarda birleşik ısı transferinden dolayı tek boyutlu ısı transferine göre farklılıklar oluştuğu ve bu farklılıkların dikkate alınması gerektiği vurgulanmıştır.

Taşınım problemlerinde birleşik ısı transferi üzerine bir literatür taraması Dorfman ve Renner tarafından yapılmıştır (Dorfman, 2009). Yazarlar 190 farklı çalışmayı incelemişlerdir. Çalışmaların bir kısmında laminer akış ve analitik çözümlere yer verirken türbülanslı akış durumları da ele alınmıştır. Çoğunlukla sınır tabaka akışları üzerine yoğunlaşmışlardır.

Shahraeeni ve Raisee, boru içi türbülanslı birleşik ısı transferi problemleri için k-ϵ türbülans modelinin bölgesel olarak farklı çalıştığı bir türü ile teorik çalışma yapmışlardır (Shahraeeni ve Raisee, 2010). Yapılan çalışmada, boru dikey yerleştirilip farklı kaldırma kuvveti büyüklüklerinde aşağı yönlü ve yukarı yönlü akışlar incelenmiştir. Yazarlar k-ϵ türbülans modelinde, aktarılan türbülans kinetik enerjisi ve türbülans kinetik enerjisi sönümünü hesaplarken farklı uzunluk ölçekleri kullanmışlardır. Uzunluk ölçeklerini de cidardan uzaklığa göre ampirik ifadeler kullanarak hesaplamışlardır. HAD sonuçlarını doğrulamak için deneysel bir çalışma da yürütmüşler ve deneysel sonuçlar ile sayısal sonuçlarının iyi bir uyum içinde olduğunu belirtmişlerdir. Aşağı yönlü akışta ısı transferi iyileşmesi bulunurken yüksek kaldırma kuvveti etkisiyle ters akışlar oluşmuştur. Yukarı yönlü akışta ise kaldırma kuvvetinin etkisine göre ısı transferinin iyileşebildiği veya kötüleşebildiği durumlar bildirilmiştir.

Tez çalışması kapsamında incelenen aralığa giren ve düşük hacimsel oranlarda nano-parçacık barındıran nano-akışkanların deneysel olarak incelendiği bir çalışmada, boru içi türbülanslı birleşik ısı transferi incelenmiştir (Fotukian ve Esfahany, 2010). Düşük oranlarda bile nano-parçacık katkısının ısı transferi ve basınç düşüşünü arttırdığı

bildirilmiştir. Deneysel belirsizlikler %5 civarındadır. Deneysel veriler tablosal düzende de sunulmuştur.

Türbülanslı birleşik ısı transferinin oluştuğu, güneş ışınlarının üzerine odaklandığı borularda Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (RANS) modellerinin kullanıldığı kapsamlı bir çalışma Cheng ve ark. tarafından yapılmıştır (Cheng ve ark., 2012). Yazarlar tam bir güneş kolektörü borusunu modelleyerek ve ışınımı da dikkate alarak inceleme yapmışlardır.

Su ve ark. RANS kullanarak HAD ile salınım yapan türbülanslı birleşik ısı transferini borular için incelemişlerdir (Su ve ark., 2012). Çalışmalarını deniz suyunun soğutmada kullanıldığı uygulamalar için yapmışlardır.

Borularda türbülanslı birleşik ısı transferi DNS çalışmaları için önemli bir doğrulama aracıdır. Boru içi tam gelişmiş türbülanslı akış durumunun DNS ile incelendiği bir çalışmada yazarlar türbülans spektrumunu elde etmeye çalışmışlardır (Tiselj ve Cizelj, 2012). Çalışma özellikle cidara yakın bölgeye odaklanılmıştır. Parametre olarak kayma gerilmesi ile tanımlanan *Re* sayısı seçilmiştir. Sıvı metallere karşılık gelecek *Pr* değerleri kullanılmıştır. Cidara yakın bölgede logaritmik duvar kanununa uymayan bir sıcaklık profili bildirilmiştir.

Azmi ve ark., kalın cidarlı bir boruda SiO_2 nano-parçacıklar kullanarak hazırladıkları nano-akışkanın türbülanslı birleşik ısı transferini deneysel incelemişlerdir (Azmi ve ark., 2013). Su akışına göre ısı transferi parametreleri %30 a kadar artış gösterirken basınç düşüşü sadece %3 artış göstermiştir.

Akhavan-Zanjani ve ark., borularda nano-akışkan kullanarak ısıl iletkenliğin yaklaşık %10 iyileştiğini bildirmişlerdir (Akhavan-Zanjani ve ark., 2014). Taşınım katsayılarında bu iyileşme daha düşük mertebededir ve %4 ile %7 arasında değişmektedir. Nano-parçacıkların ağırlık bakımından akışkan içindeki oranları arttıkça hem ısıl iletkenlikte hem de ısıl taşınım katsayısında doğru orantılı bir artış bulunmuştur. Benzer bir doğru orantı basınç düşüşünde de olmaktadır.

Karbondioksitin soğutucu akışkan olarak kullanılması için süper-kritik basınçlarda boru içinde kullanıldığı deneysel bir çalışmada, 4 mm den 10 mm ye kadar boru çapları incelenmiş ve ısı transferi için daha önceden verilen ve küçük çaplı borular için geçerli olan korelasyonların incelenen çaplarda hatalı sonuçlar verdikleri belirtilmiştir (Liu ve ark., 2014). Yazarlar deneysel sonuçlarına göre yeni korelasyonlar önermiştir.

Kalın cidarlı borular içerisinde türbülanslı akış ve birleşik ısı transferinin ortaya çıktığı uygulamalardan biri de parabolik oluklu güneş kolektörleridir. Yenilenebilir enerji alanında yaygın olarak kullanılan kolektörler buhar üretimi, elektrik üretimi gibi çeşitli sebepler ile kullanılmaktadır. Parabolik oluklar güneş enerjisini yoğunlaştırarak borunun bir yüzeyine odaklamaktadır. Dolayısı ile asimetrik sabit yüzey ısı akılı bir problem doğmaktadır. Böyle bir problem yakın zamanda incelenmiş ve yayınlanmıştır (Okafor ve ark., 2014). k-ϵ türbülans modelinin ve standart duvar fonksiyonlarının kullanıldığı çalışmada kararlı rejim için incelemeler gerçekleştirilmiştir. Re sayısı 4000 ile 210000 arasında değiştirilmiştir. Çalışmada ayrıca simetrik dağılımlı sabit yüzey ısı akısı da incelenmiştir.

Borunun kendi ekseni etrafında döndüğü Graetz probleminde türbülanslı akışın laminer hız profiline yaklaştığı bildirilmiştir (Weigand ve Bogenfeld, 2014). Yazarlar bu sayede Sturm–Liouville öz değer problemine indirgenen problemi asimptotik ifadelerle çözmüşlerdir. Bulgularını HAD ile karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Sun ve Zhang, k-ϵ türbülans modelinin kullanarak boru içi türbülanslı birleşik ısı transferini incelemişlerdir (Sun ve Zhang, 2015). Kalın cidarlı borunun dışında eksenel doğrultuda hareket eden bir ısı kaynağı bulunmaktadır. Isı kaynağı milisaniye mertebesinde bir sürede eksenel doğrultuda hareket etmektedir.

Boru içi akışlarda türbülans, akışkanın ataletinden kaynaklanmaktadır. Bu olaydan daha fazla faydalanarak ısı transferinin iyileştirilmesi için çeşitli geometrik tasarımlar yapılmaktadır. Bazı geometrilerle girdap kopmaları elde edilmekte ve ısı transferi değişmektedir (Chokphoemphun ve ark., 2015). Yazarlar Re=5300-24000 aralığında deneyler ve teorik inceleme yapmışlardır. Boru ekseninden geçen girdap oluşturucular kullanılmıştır. HAD için k-ϵ türbülans modeli türevi seçilmiştir.

Zubir ve ark., boru içi türbülanslı zorlanmış taşınım deneyinde su ve grafen oksit nano-parçacıklar kullanmışlardır (Zubir ve ark., 2015). Giriş bölgesinde nano-akışkan kaynaklı ısı transferi artışı bulunmuştur. Benzer bir çalışma aynı deney düzeneği ile 2015 yılında farklı nano-parçacıklar ve ağırlık oranları için yapılmış ve yayınlanmıştır (Sadeghinezhad ve ark., 2015). Yazarlar bu çalışmalarında HAD'da kullanmışlar ve standart k-ϵ türbülans modelinden faydalanmışlardır. Tek fazlı HAD incelemesiyle deneyler arasında %2-5 fark olduğu belirtilmiştir.

Tez çalışmasının önemli bir parçası hız çözümü ve dolayısıyla türbülanslı akışın modellenmesidir. Türbülanslı akışların sayısal ve HAD çözümleri için yakın zamanda yayınlanan kapsamlı bir tarama çalışması bulunmaktadır (Argyropoulos ve Markatos,

2015). 339 farklı çalışma taranmış ve özetlenmiştir. Yazarlar türbülansın çözümüne doğru gelişen bilgisayar alt yapısına rağmen hala bu teknolojilerin olgunlaşmaya ihtiyacı olduğunu, kendini kanıtlamış RANS türbülans modellerinin, özellikle de çalışma başlangıcında olmak üzere, çalışma genelinde kullanılmalarının hala en doğru çözüm göründüğünü ifade etmişlerdir. Çalışmada özellikle boru içi türbülanslı akışlar için bir tablo yer almakta ve çok sayıda çalışma listelenmektedir.

Platts ve ark., yer altına gömülen borularda türbülanslı birleşik ısı transferini incelemişlerdir (Platts ve ark., 2015). Toprağın ısıl iletkenliği düşük olduğu için ve zamanla toprakta bulunan nem uzaklaşabildiği için bir ısıl direnç oluşmaktadır. Yazarlar HAD için RANS kullanmışlardır.

Kanal içi türbülanslı birleşik ısı transferinin incelendiği bir çalışmada akışın ve sıcaklığın zamanla dalgalandığı durum deneysel olarak Liu ve ark. tarafından incelenmiştir (Liu ve ark., 2015). Benzer çalışmaların boru içi akışlarda da incelendiği gösterilmiş, sonuçların değerlendirilmesi açısından boru akışları ve kanal akışları beraber dikkate alınmıştır. Yazarlar zaman çözünürlüklü deneysel sonuçlar alabilmek için hızlı tepki süreleri bulunan ısıl çiftler kullanmışlardır. Sonuçlar üzerinde akış çalkantısının etkisinin daha belirgin olduğu ifade edilmiştir.

Taler, sıvı metallerin boru içi türbülanslı birleşik ısı transferini korelasyonlarla incelemiştir (Taler, 2016). Çalışmada sabit ısı akısı kullanılmıştır. Bilinen korelasyonların katsayıları değiştirilerek deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve sunulmuştur. Gelişmiş türbülanslı akış hız profillerinden faydalanılmıştır.

Shariatzadeh, düz plaka üzerindeki türbülanslı sınır tabaka ve birleşik ısı transferini diferansiyel dönüşüm yöntemi ve çeşitli analitik ifadeler kullanılarak incelemiştir (Shariatzadeh, 2016).

Satish ve Venkatasubbaiah, iki boyutlu kalın cidarlı bir kanalda türbülanslı birleşik ısı transferini incelemiştir (Satish ve Venkatasubbaiah, 2016). Çalışmada yer çekimi ihmal edilmiştir. k-ϵ türbülans modeli türevi kullanılmış ve enerji denklemi geçici rejimde çözülmüştür.

Son yıllarda boru içi türbülanslı akış ve birleşik ısı transferinin incelendiği alanların başında süper-kritik basınç altındaki akışkanlar ve özellikle de karbondioksit gelmektedir (Rao ve ark., 2016). Yazarlar konuyla ilgili geniş bir literatür incelemesi sunmaktadır.

2016 yılında borularda türbülanslı akış için birleşik ısı transferinin incelenmesi düşünülmüştür. Bu amaçla bu tez çalışmasının önerisi sunulmuş ve bazı ön çalışmalar

2018 yılında yayınlanmıştır (Canli ve ark., 2018b; 2018a). Bu ön çalışmalar boyutlu çalışmalar olup hazır ticari yazılımlar ile gerçekleştirilmiştir.

Bazdidi-Tehrani ve ark., kanallar için HAD ile türbülanslı birleşik ısı transferi incelemesi yapmışlardır (Bazdidi-Tehrani ve ark., 2017). Yazarlar k-ϵ türbülans modelinin cidara yakın bölgelerde sık ağ elemanı atılmasına izin veren bir versiyonunu kullanmışlardır. Dikey yerleştirilmiş kanalda asimetrik ısıl sınır şartlarında ısı transferini incelemişlerdir. Parametre duvar kayma gerilmesine göre tanımlanan *Re* sayısını kullanmışlardır. Bu uygulama, özellikle cidara yakın bölgelerde sık ağ elemanı kullanılarak bu bölgede çözünürlük elde edilmek istenen araştırmalarda görülmektedir.

Sıvı metallerin türbülanslı birleşik ısı transferine yönelik literatürde deneysel veriler bulunmaktadır (Jaeger, 2017). Yazar sıvı metallerin zorlanmış türbülanslı taşınımına dair literatürde bulunan ampirik ifadeleri derlemiş ve bunları kullanarak bir model oluşturmuştur.

Gelişen ölçüm teknolojileri neticesinde konuyla ilgili güncel deneysel çalışmalar da bulunmaktadır (Nakamura ve ark., 2017). Yazarlar kızılötesi ışığı geçiren bir boru geometrisi ve zorlanmış türbülanslı akış ile anlık ısı transferini deneysel olarak incelemişlerdir.

Howard ve Serre, bir "T" bağlantısında türbülanslı zorlanmış taşınımı "*Large Eddy Simulation"* (LES) ile incelemişlerdir (Howard ve Serre, 2017). Bağlantı şeklinden dolayı boru içi akışa göre daha fazla karışım gerçekleşmektedir. LES ile zamana bağlı bir türbülanslı akış alanı elde edilebilmiştir.

RANS dışında Reynolds Gerilmeleri Modeli (RSM) de boru içi türbülanslı akış ve birleşik ısı transferi çözümlerinde kullanılmaktadır (Bovard ve ark., 2017). Yazarlar iki boyutlu bir çözüm alanı kullanmışlardır. RSM ile izotropik olmayan türbülans bileşenleri hesaplanabilmektedir. Bununla birlikte hesaplama maliyeti ciddi anlamda artmaktadır. Dolayısıyla RSM modelleri, cidara yakın bölgelerde, ters basınç değişimlerinin güçlü olduğu durumlarda kullanılmaktadır.

Abdollahzadeh ve ark., kanal içi akışlarda RANS türbülans modelleri ile ısı transferini incelemişlerdir (Abdollahzadeh ve ark., 2017). Yazarlar k-ϵ türbülans modelinin özellikle doğal taşınımda daha iyi sonuç verdiğini belirtmişlerdir.

Wang ve ark., 22 mm'lik bir boru içerisinde kritik noktaya yakın basınçta türbülanslı CO_2 akışını ve ısı transferini k-ϵ türbülans modeli ile incelenmiştir (Wang ve ark., 2018). Yazarlar yerçekimini dikkate almış ve ikincil akışlara neden olarak ısı transferini iyileştirdiğini bildirmişlerdir.

Xu ve ark., süper-kritik basınçlardaki hidrokarbon akışkanların boru içi türbülanslı ısı transferini k-ϵ türbülans modeli ile incelemişlerdir (Xu ve ark., 2018). Kaldırma kuvvetinin ihmal edildiği çalışmada giriş kısmı dışında kullanılan k-ϵ türbülans modeli türevlerinin iyi sonuç verdiği bildirilmiştir.

Maffulli ve ark., özellikle yenilenebilir enerji sistemlerinde, sistem kalkışlarında ve kapanışlarında hızlı ve zamana bağlı birleşik ısı transferi hesaplamalarının önemini vurgulamıştır (Maffulli ve ark., 2018). 2000 saniye civarındaki geçici rejim HAD incelemelerinde zaman adımı büyüklüğünün cidar tarafında veya akışkan tarafında belirsizliğe neden olduğu bildirilmiştir. Zaman adımını olay fiziğine bağlı bir adaptif metot ile hesaplamalar sırasında değiştirmişlerdir.

2 mm den 10 mm ye kadar boru çapları ve türbülanslı birleşik ısı transferi durumunda süper-kritik basınç altındaki hidrokarbon akışkanların HAD analizi Cheng ve ark. tarafından RANS kullanılarak gerçekleştirilmiştir (Cheng ve ark., 2018). Açısal yönde tanımlanan ikincil akış yapıları nedeniyle radyal doğrultudaki hız profillerinde oluşan değişiklikler gösterilmiştir. k-ϵ türbülans modelinin bir türevi kullanılmıştır. Benzer bir çalışma (Pu ve ark., 2018) tarafından yapılmıştır. Boru dikey yöndedir ve dolayısıyla oluşan kaldırma kuvvetleri radyal yöndeki hız profilini doğrudan etkilememekte ve yerçekiminin ihmal edildiği yatay boru çözümlerine benzer şekilde eksenel simetrik bir hız profili ortaya çıkmaktadır. Birleşik ısı transferi sonuçlarının türbülans büyüklüklerinden etkilendiği ifade edilmiştir.

Literatürde yapılan çalışmaları şu şekilde özetlenebilir: Türbülanslı akışların çözülmesi için RANS türbülans modelleri yaygın kullanılmaktadır. RANS türbülans modelleri içerisinde en çok karşılaşılan türbülans modeli k-ϵ ve türevleridir. Boru içi türbülanslı birleşik ısı transferi farklı ısıl sınır şartları altında incelenmiştir. Çalışmaların önemli bir bölümünde gelişmiş türbülanslı akış hız profili kullanılmıştır. Eş zamanlı gelişme bölgesinin incelendiği çalışmalarda daha büyük ısı transferi değerleri elde edilmiştir. Boru içi akışlarda Re'nin yaklaşık olarak 1×10^4 ile 1×10^5 arasında değiştirildiği tespit edilmiştir. İncelenen bazı akışkanlar su ($Pr\approx5$), hava ($Pr\approx0.7$) ve sıvı metallerdir ($Pr\approx0.01$-0.002). Birleşik ısı transferi incelemelerinde cidar kalınlığı sonucu etkilemektedir. Ayrıca geçici rejimde farklı ısıl yayılım katsayıları farklı ısı transferi sonuçlarına neden olmaktadır. İncelenen çalışmaların çok büyük bir bölümünde hazır yazılımlar kullanılmıştır.

Yapılan literatür incelemesi sonucunda, kalın cidarlı borularda geçici rejim birleşik ısı transferinin türbülanslı akış ve eş zamanlı gelişme şartında sayısal olarak

incelendiği bir örneğe rastlanmamıştır. Türbülanslı akışların modellenerek sayısal olarak çözümünde üssel ayrıklaştırma şemasının kullanıldığı bir kaynak da bulunamamıştır. Bu nedenle, boyutsuz parametrelerle geniş bir aralıkta sayısal çözüm yapabilecek bir yazılım hazırlanması kararlaştırılmıştır. Yazılımda akış tarafı ayrıklaştırma şeması için üssel ayrıklaştırma şeması seçilmiştir. Böylece literatüre özgün konu ve yöntem katkısı sağlanması amaçlanmıştır.

3. TEORİK ESASLAR

3.1. Temel Denklemler

Silindirik koordinat sisteminde süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r v)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho w)}{\partial \theta}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}=0 \tag{3.1}$$

şeklinde ifade edilir.

Boru içi akışta, silindirik koordinat sisteminde r, θ ve x yönlerindeki hız bileşenleri sırasıyla v, w ve u olarak tanımlanırsa, sıkıştırılamaz ve sabit viskoziteli bir akışkan için momentum denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Kakaç ve Yener, 1994).

r - yönünde,

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{w^2}{r}+u\frac{\partial v}{\partial x}&=f_r-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial r}\\&+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rv)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right]\end{aligned} \tag{3.2}$$

θ - yönünde,

$$\begin{aligned}\frac{\partial w}{\partial t}+v\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{wv}{r}+u\frac{\partial w}{\partial x}&=f_\theta-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial \theta}\\&+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rw)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]\end{aligned} \tag{3.3}$$

x - yönünde,

$$\frac{\partial u}{\partial t}+v\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}+u\frac{\partial u}{\partial x}=f_x-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right] \tag{3.4}$$

Silindirik koordinat sisteminde enerji denklemi,

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + v\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{w}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + u\frac{\partial T}{\partial x} \right] = k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] + \Phi \tag{3.5}$$

şeklinde yazılabilir.

(3.5.) numaralı denklemde eşitliğin sağ tarafında yer alan $k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ terimi eksenel iletim terimidir. Φ ile gösterilen terim ise viskoz sönüm olarak isimlendirilmektedir. (3.6.)'da viskoz sönüm terimi verilmiştir.

$$\begin{aligned} \Phi = 2\mu\left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left[\frac{1}{r}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta} + v \right) \right]^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ + \mu\left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} + r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r} \right) \right]^2 \right\} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Problemin sayısal çözümü için aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

1. Akış sıkıştırılamaz ve süreklidir.
2. Akış iki boyutlu ve türbülanslıdır.
3. Akışkan ve cidar özellikleri sabittir, akışkan Newtoniyendir.
4. Akış dönmesiz ve eksenel simetriktir.
5. Kütlesel kuvvetler, viskoz sönüm, iç ısı üretimi ve radyasyon ile ısı transferi ihmal edilmiştir.

Yukarıda belirtilen kabullere göre temel denklemlerin sadeleştirilmiş halleri aşağıda verilmiştir.

Süreklilik denklemi

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{3.7}$$

x-momentum denklemi

$$v\frac{\partial u}{\partial r} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \tag{3.8}$$

r-momentum denklemi

$$v\frac{\partial v}{\partial r}+u\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rv)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right] \tag{3.9}$$

Enerji denklemi

$$\rho c\left[\frac{\partial T}{\partial t}+v\frac{\partial T}{\partial r}+u\frac{\partial T}{\partial x}\right]=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] \tag{3.10}$$

Cidar tarafı

Cidar tarafında geçerli olan enerji denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\rho_w c_w\frac{\partial T_w}{\partial t}=k_w\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_w}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2}\right] \tag{3.11}$$

Akışkan tarafı

Akışkan tarafında geçerli olan enerji denklemi ise aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\rho_f c_{p_f}\left[\frac{\partial T_f}{\partial t}+v\frac{\partial T_f}{\partial r}+u\frac{\partial T_f}{\partial x}\right]=k_f\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2}\right] \tag{3.12}$$

Enerji denklemlerinin sınır şartları ile birlikte çözülmesi ile hem cidar hem de akışkan için sıcaklık dağılımı elde edilir. Bunun yanı sıra akışkan yığık sıcaklığı, T_b, ara yüzey ısı akısı, q_{wi}, ve iç yüzeydeki Nusselt sayısı, Nu_i, sırası ile aşağıdaki ifadeler ile hesaplanabilir.

$$T_b=\frac{1}{A_c u_0}\int_{A_c} uT_f dA_c \tag{3.13}$$

$A_c=\pi r_{wi}^2$ ve $dA_c=2\pi r dr$ ile

$$T_b = \frac{2}{u_0 r_{wi}^2} \int_0^{r_{wi}} u T_f r dr \tag{3.14}$$

$$q_{wi} = k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{P_f}}^{r=r_{wi}} = k_w \left(\frac{\partial T_w}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}^{r=r_{P_w}} \tag{3.15}$$

$q_{wi} = h_i \left(T_{wi} - T_b \right)$ ve $Nu_i = \frac{2 r_{wi} h_i}{k_f}$ ile

$$Nu_i = \frac{2 r_{wi} q_{wi}}{k_f \left(T_{wi} - T_b \right)} = \frac{2 r_{wi} \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{P_f}}^{r=r_{wi}}}{\left(T_{wi} - T_b \right)} = \frac{2 r_{wi} k_w \left(\frac{\partial T_w}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}^{r=r_{P_w}}}{k_f \left(T_{wi} - T_b \right)} \tag{3.16}$$

3.2. Değişkenlerin Bileşenlerine Ayrılması ve Zaman Ortalamasının Alınması

Temel denklemlerin türbülans modellemesi ile kullanılabilmesi için Reynolds Bileşenlere Ayırma (RBA) yöntemi uygulanır. Denklemlerde yer alan değişkenlerin zaman ortalamalı ve türbülanslı bileşenlerine ayrılmaları, ve daha sonra bütün denklemin zaman ortalamasının alınması gerekmektedir. Bu işlem için aşağıdaki kurallar geçerlidir (Anderson ve ark., 2016).

$$\overline{u} = \frac{\sum_{t=0}^{t=n} u}{n} \tag{3.17}$$

$$u' = u - \overline{u} \tag{3.18}$$

$$\sum_{t=0}^{t=n} u' = 0 \tag{3.19}$$

$$\sum_{t=0}^{t=n} \overline{u} u' = 0 \tag{3.20}$$

$$\sum_{t=0}^{t=n} u' u' \neq 0 \tag{3.21}$$

$$\frac{\sum_{t=0}^{t=n} u'u'}{n} = \overline{u'u'} \neq 0 \tag{3.22}$$

Temel denklemlerin değişkenleri bileşenlerine ayrılıp düzenlendikten sonra zaman ortalamaları alınmış ve aşağıdaki gibi yazılmıştır.

Süreklilik denklemi

$$\frac{\partial\left(\overline{u}+u'\right)}{\partial x}+\frac{\left(\overline{v}+v'\right)}{r}+\frac{\partial\left(\overline{v}+v'\right)}{\partial r}=0 \tag{3.23-a}$$

$$\overline{\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\frac{\overline{v}}{r}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{v'}{r}+\frac{\partial v'}{\partial r}}=0 \tag{3.23-b}$$

$$\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\frac{\overline{v}}{r}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}=0 \tag{3.23-c}$$

x-momentum denklemi

$$\begin{aligned}&\left(\overline{v}+v'\right)\frac{\partial\left(\overline{u}+u'\right)}{\partial r}+\left(\overline{u}+u'\right)\frac{\partial\left(\overline{u}+u'\right)}{\partial x}\\&=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\left(\overline{p}+p'\right)}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\left(\overline{u}+u'\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\left(\overline{u}+u'\right)}{\partial x^2}\right]\end{aligned} \tag{3.24-a}$$

$$\begin{aligned}&\overline{\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+v'\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}+u'\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}}\\&\overline{+\overline{v}\frac{\partial u'}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial u'}{\partial x}+v'\frac{\partial u'}{\partial r}+u'\frac{\partial u'}{\partial x}}\\&=\overline{-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}\right]}\\&\overline{-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p'}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u'}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2}\right]}\end{aligned} \tag{3.24-b}$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}\right]\overline{-v'\frac{\partial u'}{\partial r}-u'\frac{\partial u'}{\partial x}} \tag{3.24-c}$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}\right]-\overline{\left[\left(v'\frac{\partial u'}{\partial r}=\frac{\partial u'v'}{\partial r}-u'\frac{\partial v'}{\partial r}\right)+\left(u'\frac{\partial u'}{\partial x}=\frac{\partial u'u'}{\partial x}-u'\frac{\partial u'}{\partial x}\right)\right]} \tag{3.24-d}$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}\right]-\overline{\left[\frac{\partial u'v'}{\partial r}+\frac{\partial u'u'}{\partial x}-\left(u'\frac{\partial v'}{\partial r}+u'\frac{\partial u'}{\partial x}=-\frac{u'v'}{r}\right)\right]} \tag{3.24-e}$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2}\right]-\left(\frac{\partial\overline{u'u'}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial r}+\frac{\overline{u'v'}}{r}\right) \tag{3.24-f}$$

<u>*r*-momentum denklemi</u>

$$\begin{aligned}&\left(\overline{v}+v'\right)\frac{\partial\left(\overline{v}+v'\right)}{\partial r}+\left(\overline{u}+u'\right)\frac{\partial\left(\overline{v}+v'\right)}{\partial x}\\&=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\left(\overline{p}+p'\right)}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\left(\overline{v}+v'\right)\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\left(\overline{v}+v'\right)}{\partial x^2}\right]\end{aligned} \tag{3.25-a}$$

$$\begin{aligned}&\overline{\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}+v'\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+u'\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}}\\&\overline{+\overline{v}\frac{\partial v'}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial v'}{\partial x}+v'\frac{\partial v'}{\partial r}+u'\frac{\partial v'}{\partial x}}\\&=\overline{-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]}\\&\overline{-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p'}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(rv'\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2v'}{\partial x^2}\right]}\end{aligned} \tag{3.25-b}$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]\overline{-v'\frac{\partial v'}{\partial r}-u'\frac{\partial v'}{\partial x}} \tag{3.25-c}$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$-\left[\overline{\left(v'\frac{\partial v'}{\partial r}=\frac{\partial v'v'}{\partial r}-v'\frac{\partial v'}{\partial r}\right)+\left(u'\frac{\partial v'}{\partial x}=\frac{\partial u'v'}{\partial x}-v'\frac{\partial u'}{\partial x}\right)}\right] \quad (3.25\text{-d})$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$-\left[\overline{\frac{\partial v'v'}{\partial r}+\frac{\partial u'v'}{\partial x}-\left(v'\frac{\partial u'}{\partial x}-v'\frac{\partial v'}{\partial r}=-\frac{v'v'}{r}\right)}\right] \quad (3.25\text{-e})$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]-\left(\frac{\partial\overline{v'v'}}{\partial r}+\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial x}+\frac{\overline{v'v'}}{r}\right) \quad (3.25\text{-f})$$

Türbülans sadece akış alanında olduğu için enerji denklemindeki değişkenlerin bileşenlerine ayrılması ve ardından zaman ortalamalarının alınması işlemi sadece akışkan tarafı için verilmiştir. Momentum denklemlerinin bileşenlerine ayrılması ve sonrasında zaman ortalamasının alınması işlemleri aynen tekrarlandığında;

Akışkan tarafı için enerji denklemi

$$\rho_f c_{p_f}\left[\frac{\partial\overline{T}_f}{\partial t}+\overline{v}\frac{\partial\overline{T}_f}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{T}_f}{\partial x}\right]=k_f\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{T}_f}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{T}_f}{\partial x^2}\right]$$
$$-\rho_f c_{p_f}\left[\frac{\partial\overline{u'T'_f}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{v'T'_f}}{\partial r}+\frac{\overline{T'_f v'}}{r}\right] \quad (3.26)$$

olmaktadır.

Bileşenlerine ayrılıp zaman ortalaması alınan temel denklemlerde ortaya çıkan çalkantılı bileşenlerin modellenmesi için türbülans viskozitesi yaklaşımı kullanılmıştır (Launder ve Spalding, 1972; Launder ve Spalding, 1974). Çalkantılı bileşenler, türbülans viskozitesi cinsinden aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$$-\overline{u'u'}=\nu_T\left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}\right)-\frac{2}{3}k \quad (3.27)$$

$$-\overline{v'v'} = \nu_T\left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial r}\right) - \frac{2}{3}k \tag{3.28}$$

$$-\overline{u'v'} = -\overline{v'u'} = \nu_T\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right) \tag{3.29}$$

$\alpha_T = \dfrac{\nu_T}{\sigma_T}$ ve $\sigma_T = 0.9$ ile

$$-\overline{u'T_f'} = \alpha_T \frac{\partial \overline{T}_f}{\partial x} \tag{3.30}$$

$$-\overline{v'T_f'} = \alpha_T \frac{\partial \overline{T}_f}{\partial r} \tag{3.31}$$

Türbülans viskozitesi cinsinden yazılan türbülans gerilmeleri temel denklemler içerisinde aşağıdaki gibi yazılmıştır. Türbülans gerilmeleri sadece x-momentum, r-momentum ve akış tarafındaki enerji denklemlerinde görülmektedir.

<u>x-momentum denklemi</u>

$$\begin{aligned}&\overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial r} + \overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \overline{u}}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial x^2}\right] \\ &+\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\nu_T\left(2\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}\right) - \frac{2}{3}k\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[\nu_T\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)\right] + \frac{1}{r}\left[\nu_T\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)\right]\right\}\end{aligned} \tag{3.32-a}$$

$$\begin{aligned}&\overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial r} + \overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{p} + \frac{2}{3}\rho_f k \approx \overline{p}\right) + \nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \overline{u}}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial x^2}\right] \\ &+\nu_T\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \overline{u}}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial x^2}\right] + \nu_T\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} + \frac{\overline{v}}{r} = 0\right)\end{aligned} \tag{3.32-b}$$

$$\overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial r} + \overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \left(\nu + \nu_T\right)\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \overline{u}}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial x^2}\right] \tag{3.32-c}$$

r-momentum denklemi

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[\nu_T\left(2\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)-\frac{2}{3}k\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\nu_T\left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}\right)\right]+\frac{1}{r}\left[\nu_T\left(2\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)-\frac{2}{3}k\right]\right\} \quad (3.33\text{-a})$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial}{\partial r}\left(\overline{p}+\frac{2}{3}\rho_f k\approx\overline{p}\right)+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[2\nu_T\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)+\nu_T\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}+\nu_T\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial\overline{u}}{\partial r}+2\nu_T\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)-\frac{1}{r}\frac{2}{3}k\right] \quad (3.33\text{-b})$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[\begin{array}{l}\nu_T\dfrac{\partial^2\overline{v}}{\partial r^2}+\nu_T\dfrac{1}{r}\left(\dfrac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)+\nu_T\dfrac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\\ +\nu_T\dfrac{\partial^2\overline{v}}{\partial r^2}+\nu_T\dfrac{1}{r}\left(\dfrac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)+\nu_T\dfrac{\partial}{\partial r}\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial x}-\dfrac{1}{r}\dfrac{2}{3}k\end{array}\right] \quad (3.33\text{-c})$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[\begin{array}{l}\nu_T\dfrac{\partial^2\overline{v}}{\partial r^2}+\nu_T\dfrac{1}{r}\left(\dfrac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)+\nu_T\dfrac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\\ +\nu_T\left(\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{\overline{v}}{r}+\dfrac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)+\dfrac{\overline{v}}{r^2}\right)+\nu_T\dfrac{\partial}{\partial r}\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial x}-\dfrac{1}{r}\dfrac{2}{3}k\end{array}\right] \quad (3.33\text{-d})$$

$$\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[\begin{array}{l}\nu_T\dfrac{\partial^2\overline{v}}{\partial r^2}+\nu_T\dfrac{1}{r}\left(\dfrac{\partial\overline{v}}{\partial r}\right)+\nu_T\dfrac{\partial^2\overline{v}}{\partial x^2}\\ +\nu_T\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{\overline{v}}{r}+\dfrac{\partial\overline{v}}{\partial r}+\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial x}=0\right)+\nu_T\dfrac{\overline{v}}{r^2}-\dfrac{1}{r}\dfrac{2}{3}k\end{array}\right] \quad (3.33\text{-e})$$

$$\bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}+\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[\nu_T\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}-\frac{\bar{v}}{r^2}+\frac{\bar{v}}{r^2}+\frac{\bar{v}}{r^2}\right)-\frac{1}{r}\frac{2}{3}k\right] \quad (3.33\text{-f})$$

$$\bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}+\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\nu_T\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]+\left[2\nu_T\frac{\bar{v}}{r^2}-\frac{1}{r}\frac{2}{3}k\right] \quad (3.33\text{-g})$$

$$\bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}+\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}+\left(\nu+\nu_T\right)\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[2\nu_T\frac{1}{r}\left(\frac{\bar{v}}{r}\right)-\frac{1}{r}\frac{2}{3}k\right] \quad (3.33\text{-h})$$

$$\bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}+\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}+\left(\nu+\nu_T\right)\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[2\nu_T\frac{1}{r}\left(-\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}-\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}\right)-\frac{1}{r}\frac{2}{3}k\right] \quad (3.33\text{-i})$$

$$\bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}+\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}+\left(\nu+\nu_T\right)\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[-\frac{1}{r}\left(2\nu_T\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+2\nu_T\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}\right)-\frac{1}{r}\frac{2}{3}k\right] \quad (3.33\text{-j})$$

$$\bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}+\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}+\left(\nu+\nu_T\right)\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[-\frac{1}{r}\left(-u'u'+\frac{2}{3}k-v'v'+\frac{2}{3}k\right)-\frac{1}{r}\frac{2}{3}k\right] \quad (3.33\text{-k})$$

$$\bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}+\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}+\left(\nu+\nu_T\right)\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\bar{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}\right]$$
$$+\left[\frac{1}{r}\left(u'u'+v'v'=2k\right)-\frac{1}{r}2k\right] \quad (3.33\text{-l})$$

$$\overline{v}\frac{\partial \overline{v}}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \overline{p}}{\partial r}+\left(\nu+\nu_T\right)\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\overline{v}\right)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial x^2}\right] \quad \text{(3.33-m)}$$

Akış tarafındaki enerji denklemi x-momentum denklemine benzer şekilde zaman ortalamalı değişkenler ile modellenebilir.

Akış tarafı için enerji denklemi

$$\left[\frac{\partial \overline{T}_f}{\partial t}+\overline{v}\frac{\partial \overline{T}_f}{\partial r}+\overline{u}\frac{\partial \overline{T}_f}{\partial x}\right]=\left(\frac{k_f}{\rho_f c_{p_f}}+\alpha_T\right)\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \overline{T}_f}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 \overline{T}_f}{\partial x^2}\right] \quad (3.34)$$

Zaman ortalaması alınmış temel denklemlerde yer alan türbülans viskozitesi, standart $k-\varepsilon$ türbülans modeline göre aşağıdaki gibi yazılabilir (Launder ve Spalding, 1974; Versteeg ve Malalasekera, 2007).

$$\nu_T=C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.35)$$

$$C_\mu=0.09 \quad (3.36)$$

$k-\varepsilon$ türbülans modeli denklemleri aşağıda yazılmıştır (Launder ve Spalding, 1974; Versteeg ve Malalasekera, 2007).

$\sigma_k=1$, $\sigma_\varepsilon=1.3$, $C_{\varepsilon,1}=1.44$ ve $C_{\varepsilon,2}=1.92$ oldukları dikkate alınarak

k denklemi

$$\begin{aligned}\overline{u}\frac{\partial k}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial k}{\partial r}=&\left(\frac{\nu_T}{\sigma_k}\right)\left[\frac{\partial^2 k}{\partial x^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial k}{\partial r}\right)\right]\\&+\nu_T\left\{\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial r}+\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)^2+2\left[\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\overline{v}}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial r}\right)^2\right]\right\}-\varepsilon\end{aligned} \quad (3.37)$$

ε denklemi

$$\bar{u}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}=\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\right)\left[\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right)\right] +C_{\varepsilon,1}\frac{\varepsilon}{k}\nu_T\left\{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)^2+2\left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\bar{v}}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r}\right)^2\right]\right\}-C_{\varepsilon,2}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{3.38}$$

Standart $k-\varepsilon$ türbülans modeli için kullanılan standart duvar fonksiyonları aşağıda yazılmıştır (Launder ve Spalding, 1974; Versteeg ve Malalasekera, 2007).

$\kappa=0.41$ ve $E=9.793$ oldukları dikkate alınarak

x-momentum denklemi duvar fonksiyonu

$$-\frac{\tau_w}{\rho_f}A_{wi}=-\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\bar{u}}{\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}\right)}r\Delta x \tag{3.39}$$

k denklemi üretim ve sönüm terimleri için duvar fonksiyonu

$$\left(P_k-\varepsilon\right)\Delta V=\left[\frac{\tau_w}{\rho_f\left(r_{wi}-r\right)}\bar{u}-\frac{C_\mu^{3/4}k^{3/2}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}\right)}{\kappa\left(r_{wi}-r\right)}\right]r\Delta r\Delta x \tag{3.40}$$

ε değeri için duvar fonksiyonu

$$\varepsilon=\frac{C_\mu^{3/4}k^{3/2}}{\kappa\left(r_{wi}-r\right)} \tag{3.41}$$

Standart $k-\varepsilon$ türbülans modeli kullanılarak elde edilen hız alanı enerji denkleminin çözülmesi için kullanıldığında enerji denkleminin çözümü için de duvar fonksiyonu kullanılması gerekmektedir. Enerji denklemi için duvar fonksiyonu aşağıda yazılmıştır (Jayatilleke, 1969; Versteeg ve Malalasekera, 2007).

Enerji denklemi duvar fonksiyonu

$$\frac{q_{wi}A_{wi}}{\rho_f c_{p_f}} = \frac{\left(T_{wi}-T_f\right)C_\mu^{1/4}k^{1/2}}{\sigma_T\left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}\right)+P\right]}r\Delta x \tag{3.42}$$

Enerji denklemi duvar fonksiyonu için *P* fonksiyonu

$$P = 9.24\left[\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\sigma_T}\right)^{3/4}-1\right]\left[1+0.28e^{-0.007\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\sigma_T}\right)}\right] \tag{3.43}$$

Enerji denklemi için duvar fonksiyonu kullanılan düğüm noktası sıcaklığın doğrusal değişim bölgesi içinde kalırsa enerji denklemi duvar fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

Doğrusal bölge için enerji denklemi duvar fonksiyonu

$$\frac{q_{wi}A_{wi}}{\rho_f c_{p_f}} = \frac{\left(T_{wi}-T_f\right)C_\mu^{1/4}k^{1/2}}{\mathrm{Pr}\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}}r\Delta x \tag{3.44}$$

3.3. Başlangıç ve Sınır Şartları

Bilindiği gibi sonlu hacimler yönteminde diferansiyel denklemlerin çözümü, denklemlerin integrallerini almak anlamına gelir. İntegral alma işleminde ise integral alınan diferansiyel değere bağlı olarak başlangıç ve sınır şartları belirlenir. Problemin formülasyonunun tamamlanabilmesi için sınır şartlarının bilinmesi gerekir. Akışkanın boruya üniform u_0 hızı ile girdiği ve akışkanın giriş sıcaklığının yine üniform ve T_0 olduğu kabul edilmiştir. Akışın $x = +\infty$'da tam gelişmiş şartlara ulaşmış olduğu kabul edilerek sınır şartları belirlenmiştir.

Akış alanı için sınır şartları:

Girişte (*x=0*),

$$u = u_0,\ v = 0,\ k = \frac{3}{2}\left(u_0 I\right)^2,\ I = 0.16\,\mathrm{Re}^{-\frac{1}{8}},\ \varepsilon = C_\mu^{3/4}\frac{k^{3/2}}{\ell},\ \ell \qquad)7 \tag{3.45-a}$$

Girişteki türbülans özelliklerinin dağılımı Reynolds sayısına göre tahmin edilmektedir (Versteeg ve Malalasekera, 2007).

Akışın uzağında ($x=\infty$),

$$\frac{\partial u}{\partial x}=0\,,\ v=0\,,\ \frac{\partial k}{\partial x}=0\,,\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}=0 \tag{3.45-b}$$

Boru ekseninde ($r=0$),

$$\frac{\partial u}{\partial r}=0\,,\ v=0\,,\ \frac{\partial k}{\partial r}=0\,,\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial r}=0 \tag{3.45-c}$$

Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$),

$$u=0\,,\ v=0\,,\ k=0\,,\ \varepsilon=0 \tag{3.45-d}$$

Cidar tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları:

Zamanın başlangıcında ($t=0$),

$$T_w=T_0 \tag{3.46-a}$$

Girişte ($x=0$),

$$T_w=T_0 \tag{3.46-b}$$

Akışın uzağında ($x=\infty$),

$$\frac{\partial T_w}{\partial x}=0 \tag{3.46-c}$$

Ara yüzeyde logaritmik duvar fonksiyonu için ($r=r_{wi}$),

$$T_w = T_f\,,\; k_w\left(\frac{\partial T_w}{\partial r}\right)_{r_{wi}}^{r_{wi}+\frac{\Delta r}{2}} = \frac{\left(T_{wi}-T_{f_P}\right)\rho_f c_{p_f} C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\sigma_T\left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\,\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}\right)+P\right]} \tag{3.46-d}$$

Ara yüzeyde doğrusal duvar fonksiyonu için ($r=r_{wi}$),

$$T_w = T_f\,,\; k_w\left(\frac{\partial T_w}{\partial r}\right)_{r_{wi}}^{r_{wi}+\frac{\Delta r}{2}} = \frac{\left(T_{wi}-T_{f_P}\right)\rho_f c_{p_f} C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\Pr\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}} \tag{3.46-e}$$

<u>Akışkan tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları:</u>

Zamanın başlangıcında ($t=0$),

$$T_f = T_0 \tag{3.47-a}$$

Girişte ($x=0$),

$$T_f = T_0 \tag{3.47-b}$$

Akışın uzağında ($x=\infty$),

$$\frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \tag{3.47-c}$$

Boru ekseninde ($r=0$),

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \tag{3.47-d}$$

Ara yüzeyde logaritmik duvar fonksiyonu için ($r=r_{wi}$),

$$T_f = T_w,\ \frac{\left(T_{wi}-T_{f_P}\right)\rho_f c_{p_f} C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\sigma_T\left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}\right)+P\right]} = k_w\left(\frac{\partial T_w}{\partial r}\right)_{r_{wi}}^{r_{wi}+\frac{\Delta r}{2}} \tag{3.47-e}$$

Ara yüzeyde doğrusal duvar fonksiyonu için ($r=r_{wi}$),

$$T_f = T_w,\ \frac{\left(T_{wi}-T_{f_P}\right)\rho_f c_{p_f} C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\mathrm{Pr}\frac{C_\mu^{1/4}k^{1/2}\left(r_{wi}-r\right)}{\nu}} = k_w\left(\frac{\partial T_w}{\partial r}\right)_{r_{wi}}^{r_{wi}+\frac{\Delta r}{2}} \tag{3.47-f}$$

3.4. Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması

Çözümlerden elde edilecek sonuçların genelleştirilebilmesi için denklemler boyutsuz hale getirilir. Bu nedenle temel denklemler, başlangıç ve sınır şartları boyutsuz hale getirilip çözülmüştür. Temel denklemlerdeki değişkenler, değişmeyen referans bir değere göre boyutsuzlaştırılmıştır. Boyutsuzlaştırmada değişkenler ve kullanılan referans büyüklükler aşağıdaki gibi kullanılmıştır.

Boyutsuz eksenel hız,

$$u^* = \frac{\overline{u}}{u_0} \tag{3.48}$$

Boyutsuz radyal hız,

$$v^* = \frac{\overline{v}}{u_0} \tag{3.49}$$

Boyutsuz sıcaklık (hem cidar hem de akışkan için),

$$T^* = \frac{\overline{T}-T_0}{T_1-T_0} \tag{3.50}$$

Boyutsuz eksenel koordinat,

$$x^* = \frac{x}{2r_{wi}} \tag{3.51}$$

Boyutsuz radyal koordinat,

$$r^* = \frac{r}{2r_{wi}} \tag{3.52}$$

Boyutsuz cidar kalınlığı oranı,

$$d^* = d_{wf} = \frac{d}{2r_{wi}} \tag{3.53}$$

Boyutsuz ısı iletim katsayısı oranı,

$$k_{wf} = \frac{k_w}{k_f} \tag{3.54}$$

Boyutsuz ısıl yayılım katsayısı oranı,

$$\alpha_{wf} = \frac{\alpha_w}{\alpha_f} \tag{3.55}$$

Boyutsuz zaman,

$$t^* = \frac{t\alpha_f}{4r_{wi}^2} = \mathrm{Fo} \tag{3.56}$$

Boyutsuz basınç,

$$P^* = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho_f u_0^2} \tag{3.57}$$

Boyutsuz türbülans kinetik enerjisi,

$$k^* = \frac{k}{\frac{u_0^2}{2}} \tag{3.58}$$

Boyutsuz türbülans kinetik enerjisi sönümü,

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{\frac{u_0^3}{2r_{wi}}} \tag{3.59}$$

Boyutsuz türbülans viskozitesi,

$$\nu_T^* = \frac{\nu_T}{u_0 2r_{wi}} \tag{3.60}$$

Boyutsuz türbülans yayılım katsayısı,

$$\alpha_T{}^* = \frac{\alpha_T}{u_0 2r_{wi}} \tag{3.61}$$

Boyutsuz ısı akısı,

$$q_{wi}^* = \frac{q_{wi} 2r_{wi}}{k_f \left(T_1 - T_0\right)} \Rightarrow$$

$$q_{wi}^* = \frac{\mathrm{Pe}\left(T_{wi}^* - T_{f_P}^*\right) C_\mu^{1/4} k^{*1/2}}{\sqrt{2}\sigma_T \left[\frac{1}{\kappa} \ln\left(E \frac{C_\mu^{1/4} k^{*1/2}\, \mathrm{Re}\left(0.5 - r^*\right)}{\sqrt{2}}\right) + P\right]} = k_{wf} \left(\frac{\partial T_w^*}{\partial r^*}\right)_{r^* = r_{wi}^*}^{r^* = r_{P_w}^*} \tag{3.62}$$

veya

$$q_{wi}^* = \frac{\left(T_{wi}^* - T_{f_P}^*\right)}{\left(0.5 - r^*\right)} = k_{wf} \left(\frac{\partial T_w^*}{\partial r^*}\right)_{r^* = r_{wi}^*}^{r^* = r_{P_w}^*}$$

Reynolds sayısı,

$$\mathrm{Re} = \frac{u_0 2r_{wi}}{\nu_f} \tag{3.63}$$

Prandtl sayısı,

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu_f c_{p_f}}{k_f} = \frac{\nu_f \rho_f c_{p_f}}{k_f} \tag{3.64}$$

Peclet sayısı,

$$\mathrm{Pe} = \frac{2r_{wi} u_0 \rho_f c_{p_f}}{k_f} = \frac{2r_{wi} u_0}{\alpha_f} \tag{3.65}$$

Nusselt sayısı,

$$\mathrm{Nu}_{wi} = \frac{q^*_{wi}}{\left(T^*_{wi} - T^*_b\right)} = \frac{\mathrm{Pe}\left(T^*_{wi} - T^*_{f_P}\right) C_\mu^{1/4} k^{*1/2}}{\dfrac{\sqrt{2}\sigma_T \left[\dfrac{1}{\kappa}\ln\left(E\dfrac{C_\mu^{1/4} k^{*1/2}\,\mathrm{Re}\left(0.5 - r^*\right)}{\sqrt{2}}\right) + P\right]}{\left(T^*_{wi} - T^*_b\right)}} = \frac{k_{wf}\left(\dfrac{\partial T^*_w}{\partial r^*}\right)_{r^* = r^*_{wi}}^{r^* = r^*_{P_w}}}{\left(T^*_{wi} - T^*_b\right)} \tag{3.66}$$

veya

$$\mathrm{Nu}_{wi} = \frac{\dfrac{\left(T^*_{wi} - T^*_{f_P}\right)}{\left(0.5 - r^*\right)}}{\left(T^*_{wi} - T^*_b\right)} = \frac{k_{wf}\left(\dfrac{\partial T^*_w}{\partial r^*}\right)_{r^* = r^*_{wi}}^{r^* = r^*_{P_w}}}{\left(T^*_{wi} - T^*_b\right)}$$

3.4.1. Boyutsuz temel denklemler

Yukarıda tanımlanan boyutsuz parametreler temel denklemlerde yerlerine konularak aşağıdaki şekilde yazılır.

Boyutsuz süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial v^*}{\partial r^*}+\frac{v^*}{r^*}+\frac{\partial u^*}{\partial x^*}=0 \tag{3.67}$$

Boyutsuz *x*-momentum denklemi:

$$v^*\frac{\partial u^*}{\partial r^*}+u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*}=-\frac{1}{2}\frac{\partial p^*}{\partial x^*}+\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_T^*\right)\left[\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial u^*}{\partial r^*}\right)+\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}}\right] \tag{3.68}$$

Boyutsuz *r*-momentum denklemi:

$$v^*\frac{\partial v^*}{\partial r^*}+u^*\frac{\partial v^*}{\partial x^*}=-\frac{1}{2}\frac{\partial p^*}{\partial r^*}+\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_T^*\right)\left[\frac{\partial}{\partial r^*}\left(\frac{1}{r^*}\frac{\partial r^* v^*}{\partial r^*}\right)+\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}}\right] \tag{3.69}$$

Boyutsuz *k* denklemi:

$$\begin{aligned}u^*\frac{\partial k^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial k^*}{\partial r^*}=&\left(\frac{\nu_T^*}{\sigma_k}\right)\left[\frac{\partial^2 k^*}{\partial x^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial k^*}{\partial r^*}\right)\right]\\&+2\nu_T^*\left\{\left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*}+\frac{\partial v^*}{\partial x^*}\right)^2+2\left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*}\right)^2+\left(\frac{v^*}{r^*}\right)^2+\left(\frac{\partial v^*}{\partial r^*}\right)^2\right]\right\}-2\varepsilon^*\end{aligned} \tag{3.70}$$

Boyutsuz ε denklemi:

$$\begin{aligned}u^*\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial r^*}=&\left(\frac{\nu_T^*}{\sigma_\varepsilon}\right)\left[\frac{\partial^2 \varepsilon^*}{\partial x^{*2}}+\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial r^*}\right)\right]\\&+2C_{\varepsilon,1}\frac{\varepsilon^*}{k^*}\nu_T^*\left\{\left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*}+\frac{\partial v^*}{\partial x^*}\right)^2+2\left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*}\right)^2+\left(\frac{v^*}{r^*}\right)^2+\left(\frac{\partial v^*}{\partial r^*}\right)^2\right]\right\}-2C_{\varepsilon,2}\frac{\varepsilon^{*2}}{k^*}\end{aligned} \tag{3.71}$$

Boyutsuz v_T denklemi:

$$\nu_T^* = \frac{C_\mu}{4}\frac{k^{*2}}{\varepsilon^*} \tag{3.72}$$

Akışkan tarafındaki boyutsuz enerji denklemi:

$$\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + v^*\frac{\partial T_f^*}{\partial r^*} + u^*\frac{\partial T_f^*}{\partial x^*} = \left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} + \alpha_T^*\right)\left[\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial T_f^*}{\partial r^*}\right) + \frac{\partial^2 T_f^*}{\partial x^{*2}}\right] \tag{3.73}$$

Cidar tarafındaki boyutsuz enerji denklemi:

$$\frac{1}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T_w^*}{\partial t^*} = \left[\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial T_w^*}{\partial r^*}\right) + \frac{\partial^2 T_w^*}{\partial x^{*2}}\right] \tag{3.74}$$

Boyutsuz *x*-momentum denklemi duvar fonksiyonu

$$-\tau_w^* A_{wi}^* = -\frac{C_\mu^{1/4} k^{*1/2} u^*}{\frac{\sqrt{2}}{\kappa}\ln\left(EC_\mu^{1/4}k^{*1/2}\frac{\mathrm{Re}}{\sqrt{2}}\left(0.5 - r^*\right)\right)} r^*\left(\Delta x\right)^* \tag{3.75}$$

k denklemi boyutsuz duvar fonksiyonu

$$2\left(P_k^* - \varepsilon^*\right)\Delta V^* = 2\left[\frac{C_\mu^{1/4} k^{*1/2} u^{*2}}{\frac{\sqrt{2}}{\kappa}\ln\left(EC_\mu^{1/4}k^{*1/2}\frac{\mathrm{Re}}{\sqrt{2}}\left(0.5 - r^*\right)\right)\left(0.5 - r^*\right)} - \frac{C_\mu^{3/4} k^{*3/2}\ln\left(EC_\mu^{1/4}k^{*1/2}\frac{\mathrm{Re}}{\sqrt{2}}\left(0.5 - r^*\right)\right)}{2^{3/2}\kappa\left(0.5 - r^*\right)}\right] r^*\left(\Delta r\right)^*\left(\Delta x\right)^* \tag{3.76}$$

ε değeri için boyutsuz duvar fonksiyonu

$$\varepsilon^* = \frac{C_\mu^{3/4} k^{*3/2}}{2^{3/2}\kappa\left(0.5 - r^*\right)} \tag{3.77}$$

Boyutsuz enerji denklemi logaritmik duvar fonksiyonu

$$\frac{q_{wi}^* A_{wi}^*}{\mathrm{Pe}} = \frac{\left(T_{wi}^* - T_f^*\right) C_\mu^{1/4} k^{*1/2}}{\sqrt{2}\sigma_T \left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4} k^{*1/2}\,\mathrm{Re}\left(0.5 - r^*\right)}{\sqrt{2}}\right) + P\right]} r^* \left(\Delta x\right)^* \tag{3.78}$$

Boyutsuz enerji denklemi doğrusal duvar fonksiyonu

$$\frac{q_{wi}^* A_{wi}^*}{\mathrm{Pe}} = \frac{\left(T_{wi}^* - T_f^*\right)}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}\left(0.5 - r^*\right)} r^* \left(\Delta x\right)^* \tag{3.79}$$

Boyutsuz duvar koordinat mesafesi

$$y^* = \frac{C_\mu^{1/4} k^{1/2}\left(r_{wi} - r\right)}{\nu} = \frac{C_\mu^{1/4} k^{*1/2}\,\mathrm{Re}\left(0.5 - r^*\right)}{\sqrt{2}} \tag{3.80}$$

3.4.2. Boyutsuz başlangıç ve sınır şartları

Başlangıç ve sınır şartları, daha önce tanımlanan boyutsuz değişkenler, boyutlu başlangıç ve sınır şartı ifadelerinde yerlerine konularak aşağıdaki gibi boyutsuz hale getirilebilir.

Akış alanı için boyutsuz sınır şartları:

Girişte ($x^* = 0$),

$$u^* = 1,\ v^* = 0,\ k^* = 3I^2,\ I = 0.16\,\mathrm{Re}^{-\frac{1}{8}},\ \varepsilon^* = C_\mu^{\frac{3}{4}} \frac{k^{*\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}}\ell},\ \ell \tag{3.81-a}$$

Akışın uzağında ($x^* = \infty$),

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} = 0,\ v^* = 0,\ \frac{\partial k^*}{\partial x^*} = 0,\ \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial x^*} = 0 \qquad (3.81\text{-b})$$

Boru ekseninde ($r^* = 0$),

$$\frac{\partial u^*}{\partial r^*} = 0,\ v^* = 0,\ \frac{\partial k^*}{\partial r^*} = 0,\ \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial r^*} = 0 \qquad (3.81\text{-c})$$

Ara yüzeyde ($r^* = 0.5$),

$$u^* = 0,\ v^* = 0,\ k^* = 0,\ \varepsilon^* = 0 \qquad (3.81\text{-d})$$

Cidar tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları:

Zamanın başlangıcında ($t^* = 0$),

$$T_w^* = 0 \qquad (3.82\text{-a})$$

Girişte ($x^* = 0$),

$$T_w^* = 0 \qquad (3.82\text{-b})$$

Akışın uzağında ($x^* = \infty$),

$$\frac{\partial T_w^*}{\partial x^*} = 0 \qquad (3.82\text{-c})$$

Ara yüzeyde ($r_{wi}^{*}=0.5$),

$$\frac{\mathrm{Pe}\left(T_{wi}^{*}-T_{f_P}^{*}\right)C_{\mu}^{1/4}k^{*1/2}}{\sqrt{2}\sigma_T\left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_{\mu}^{1/4}k^{*1/2}\,\mathrm{Re}\left(0.5-r^{*}\right)}{\sqrt{2}}\right)+P\right]}=k_{wf}\left(\frac{\partial T_w^{*}}{\partial r^{*}}\right)_{r^{*}=r_{wi}^{*}}^{r^{*}=r_{P_w}^{*}} \tag{3.82-d}$$

$T_w^{*}=T_f^{*}$, veya

$$\frac{\left(T_{wi}^{*}-T_{f_P}^{*}\right)}{\left(0.5-r^{*}\right)}=k_{wf}\left(\frac{\partial T_w^{*}}{\partial r^{*}}\right)_{r^{*}=r_{wi}^{*}}^{r^{*}=r_{P_w}^{*}}$$

Dış yüzeyde ($r_{wo}^{*}=0.5+d_{wf}$),

$$T_w^{*}=1 \tag{3.82-e}$$

<u>Akışkan tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları:</u>

Zamanın başlangıcında ($t^{*}=0$),

$$T_f^{*}=0 \tag{3.83-a}$$

Girişte ($x^{*}=0$),

$$T_f^{*}=0 \tag{3.83-b}$$

Akışın uzağında ($x^{*}=\infty$),

$$\frac{\partial T_f^{*}}{\partial x^{*}}=0 \tag{3.83-c}$$

Boru ekseninde ($r^{*}=0$),

$$\frac{\partial T_f^{*}}{\partial r^{*}}=0 \tag{3.83-d}$$

Ara yüzeyde ($r^* = 0.5$),

$$\frac{\mathrm{Pe}\left(T_{wi}^* - T_{f_P}^*\right) C_\mu^{1/4} k^{*1/2}}{\sqrt{2}\sigma_T \left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4} k^{*1/2}\,\mathrm{Re}\left(0.5 - r^*\right)}{\sqrt{2}}\right) + P\right]} = k_{wf}\left(\frac{\partial T_w^*}{\partial r^*}\right)_{r=r_{wi}}^{r^*=r_{P_w}^*} \tag{3.83-e}$$

$T_w^* = T_f^*$, veya

$$\frac{\left(T_{wi}^* - T_{f_P}^*\right)}{\left(0.5 - r^*\right)} = k_{wf}\left(\frac{\partial T_w^*}{\partial r^*}\right)_{r=r_{wi}}^{r^*=r_{P_w}^*}$$

elde edilir.

Yığık sıcaklık boyutsuz olarak aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$$T_b^* = 8\int_0^{0.5} u^* T_f^* r^* dr^* \tag{3.84}$$

4. SAYISAL ÇÖZÜM

Problemin temel denklemleri (süreklilik, momentum, türbülans transport denklemleri ve enerji), birbirine bağlı doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemlerdir. Kullanılan sayısal çözüm yönteminde çözüm alanı kontrol hacimlerine bölünmüş ve diferansiyel denklemler bu kontrol hacimlerinde integre edilerek cebirsel denklemler elde edilmiştir. SIMPLE algoritması (Patankar, 1980) esas alınarak bir bilgisayar programı geliştirilmiş, değişkenlerin dağılımları belirlenmiştir. Belirlenen sıcaklık dağılımından yararlanılarak ara yüzey ısı akısı ve yerel Nusselt sayısı hesaplanmıştır.

4.1. Ağ Sistemi ve Düğüm Sayısı

Problemin diferansiyel denklemlerini sayısal olarak çözmek için ilk yapılması gereken işlem, hesaplama alanını (akış alanı ve boru cidarı) kontrol hacimlerine bölerek bir ağ sistemi oluşturmaktır. Teorik olarak problem alanının her noktası için diferansiyel denklem cebirsel olarak ifade edilebilir. Bu da sonsuz sayıda cebirsel denklem anlamına gelmektedir. Ancak sonsuz sayıda denklemi çözmek mümkün olmadığı için diferansiyel denklemler belirli sayıda noktada cebirsel olarak ifade edilir. Bu noktalara düğüm noktaları ve bu noktaların oluşturduğu sisteme de ağ sistemi adı verilmektedir.

Diferansiyel denklemlerin belirli noktalarda ayrıklaştırılması ile elde edilen cebirsel denklemler çözülerek, bağımlı değişkenlerin değerleri sadece bu noktalar için bulunur. Bu çalışmada üniform bir ağ sistemi kullanılmıştır. Genel olarak sayısal çözümlerde düğüm sayısının artışı ile hassasiyet artar. Ancak bu durumda çözüm zamanı da artar. Bu nedenle, çözüm süresi ve sonuçların hassasiyeti arasında uygun bir denge sağlayacak şekilde uygun düğüm sayısı belirlenmelidir. Bu çalışmada uygun düğüm sayısı deneme yanılma yöntemiyle araştırılmış ve ağdan bağımsız hale getirme çalışmasıyla netleştirilmiştir.

Problemin sonlu hacimler yöntemi ile çözülebilmesi için diferansiyel denklemlerin ayrıklaştırılması gerekir. Akış alanındaki ayrıklaştırma işlemleri için üssel ayrıklaştırma şeması kullanılmıştır (Patankar, 1980). Cidarda merkezi farklar

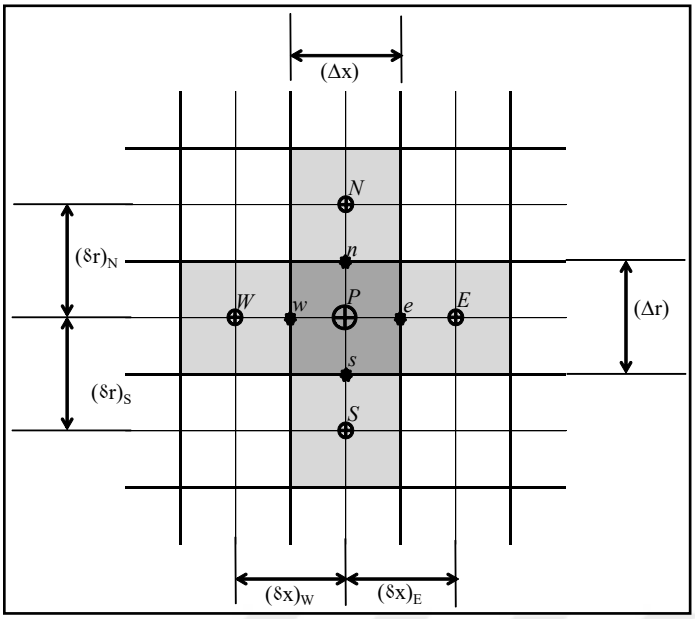
ayrıklaştırma yöntemi kullanılmıştır. Zamana bağlı terimler tam kapalı yöntem ile ayrıklaştırılmıştır.

Genel olarak sayısal problemlerin çözümünde sonuçlar düğüm sayısı ile değişebilir. Ancak, çözüm sonuçlarının ağ sistemine bağlı olmaması gerekir. Bu nedenle uygun ağ sistemini belirlemek için ön hesaplar yapılmalıdır. Genel olarak en uygun düğüm sayısı, değişik sayıda düğüm noktasına sahip ağ sistemi ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması ile elde edilebilir. Bu çalışmada yeterli düğüm sayısı, eksenel hız bileşeninin RMS değerinin değişiminin %1'den az olduğu duruma göre ve (Roache, 1998) tarafından tarif edilen GCI analizine göre belirlenmiştir. Akış alanında (x,r) için 400×8 düğüm kaba ağ, 800×16 düğüm orta ağ ve 1200×32 düğüm ince ağ olarak belirlenmiştir. Cidar bölgesi kaba ağ için 4'e, orta ağ için 8'e ve ince ağ için 16'ya bölünmüştür. Cidar bölgesinin eksenel doğrultudaki düğüm sayısı ile akışkan bölgesindeki düğüm sayısı aynıdır. Ağdan bağımsız hale getirme sonuçları bu bölümde verilmiştir. Çalışma sonucuna göre orta ağın kullanılmasına karar verilmiştir.

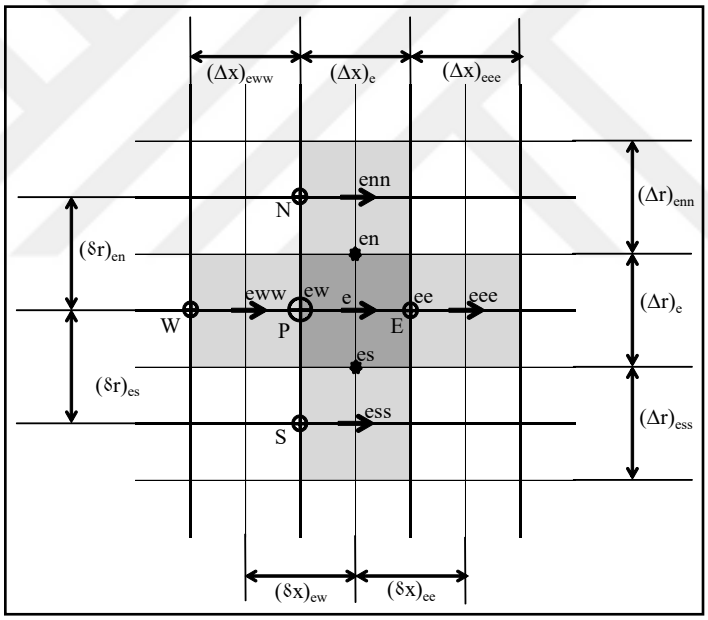
4.2. Akış ve Cidar Bölgesi Kontrol Hacimleri

Diferansiyel denklemler Şekil 4.1, 4.2 ve 4.3'de görülen kontrol hacimleri için integre edilerek cebirsel hale dönüştürülmüştür. Şekil 4.1'de görülen kontrol hacmi skaler değişkenler için, Şekil 4.2'de görülen kontrol hacmi x-momentum denklemi için ve 4.3'de görülen kontrol hacmi r-momentum denklemi için kullanılmaktadır.

Çözüm için birden fazla kontrol hacminin kullanılmasının sebebi, sıkıştırılamaz akış çözümlerinde basınç hesabı için ilave bir denklemin bulunmaması ve bunun için (Patankar, 1980)'ın tavsiye ettiği kaydırılmış ağ sisteminin ve adapte edilmiş süreklilik denkleminin kullanılmasıdır. Skaler değişkenler "P" düğüm noktası ve onun komşuları "E", "N", "W", "S" düğüm noktalarında hesaplanır. Hız bileşenleri, P düğüm noktasının bulunduğu ana kontrol hacminin kontrol yüzeylerine kaydırılan ara kontrol hacimlerinde hesaplanır. Hız bileşenleri için eksenel hızın hesaplandığı düğüm noktası "e" ve komşu düğüm noktaları "eee", "enn", "eww", "ess" ile tanımlanmıştır. Radyal hız bileşeninin hesaplandığı düğüm noktası "n" ve komşu düğüm noktaları "nee", "nnn", "nww", "nss" ile tanımlanmıştır.

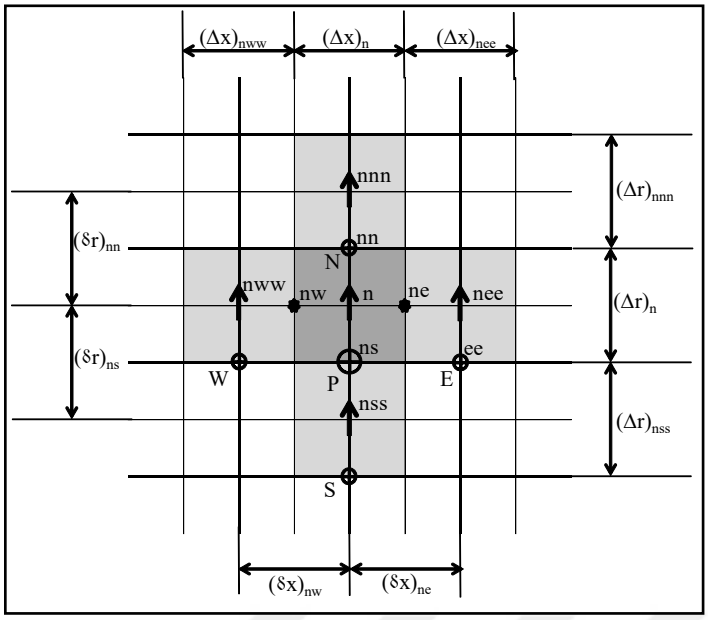


Şekil 4.1. İki boyutlu akış için skaler değişkenlerin hesaplandığı kontrol hacmi sistemi



Şekil 4.2. İki boyutlu akış için eksenel hızın hesaplandığı kontrol hacmi sistemi

Kaydırılmış ağ sisteminin tercih edilmesinin nedenleri (Patankar, 1980)'da detaylı biçimde açıklanmaktadır. Basınç alanının sayısal olarak dalgalandığı bir durum kaydırılmış ağ ile belirlenebilmektedir. Ayrıca basıncın değişimi daha kısa bir mesafe için hesaplanmaktadır ve bu sayede sayısal belirsizlik azalmaktadır.



Şekil 4.3. İki boyutlu akış için radyal hızın hesaplandığı kontrol hacmi sistemi

Akış tarafında ayrıklaştırma yöntemi olarak üssel şema tercih edilmiştir. Bu şemanın herhangi bir skaler değer için diğer bazı şemalarla karşılaştırılması (Ates ve ark., 2017)'de verilmiştir.

Denklemler tanımlanan kontrol hacimleri ve düğüm noktaları civarında cebirsel olarak yazılacaktır. Daha sonra cebirsel denklemler katsayılar ile ifade edilecektir.

4.2.1. Denklemlerin üssel şemaya göre cebirsel denklemlere dönüştürülmesi

Üssel şemada, tek boyutlu bir koordinat sistemindeki taşınım-iletim akısı J 'ye göre elde edilen tam çözüm profili kullanılır. Tek boyutlu akı, taşınım ve iletimden oluşan tek boyutlu transport denkleminin integrali alınarak elde edilmektedir. Silindirik koordinatlarda eksenel ve radyal doğrultularda bir boyutlu taşınım-iletim denklemleri farklıdır. Bu nedenle eksenel ve radyal doğrultulardaki akılar için iki farklı tam çözüm profili kullanılmıştır. Tek boyutlu eksenel yöndeki transport denklemi aşağıda yazılmıştır.

$$\frac{d}{dx}\left(\rho u\phi\right)=\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right) \tag{4.1}$$

Bahsedilen tek boyutlu sistemde süreklilik denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{d}{dx}(\rho u) = 0 \tag{4.2}$$

Dolayısı ile $\rho u = sbt$ olur. Böyle bir denklemin tam çözümü analitik olarak elde edilebilir. Tam çözüm olarak isimlendirilen bu çözüm için $0 \le x \le L$ alanı kullanılırsa,

$x = 0$ 'da $\phi = \phi_0$ (4.3-a)

ve

$x = L$ 'da $\phi = \phi_L$ (4.3-b)

için denklemin genel çözümü,

$$\frac{\phi - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{e^{\frac{Px}{L}} - 1}{e^P - 1} \tag{4.4}$$

olur. Burada P, $P \equiv \frac{\rho u L}{\Gamma}$ olarak tanımlanan sayısal Peclet sayısıdır.

Elde edilen genel çözüm P 'nin bir fonksiyonudur. P 'nin farklı değerlerine göre farklı değişim profilleri elde edilmektedir. İki boyutlu bir sistemde kontrol hacimleri yeterince küçük seçildiğinde bu profilden faydalanılarak kabul edilebilir sayısal belirsizlikle, taşınım ve iletim içeren transport denklemlerinin cebirsel yazılışı elde edilebilir. Bunun için transport denkleminin integrali alınarak denklemin koordinat doğrultularındaki akı formu elde edilmelidir. Transport denkleminin integrali alınarak elde edilen akının x-doğrultusunda yazılışı aşağıdaki gibidir.

$$J = \rho u \phi - \Gamma \frac{d\phi}{dx} = sbt \tag{4.5}$$

$$\frac{dJ}{dx} = 0 \tag{4.6}$$

İki boyutlu bir alanda, eksenel doğrultuda (4.6) kabulü yapılır ve integrali alınmış transport denkleminde taşınım ile iletim terimleri için (4.5) yazılırsa denklemin integrali alınmış olur.

Genel çözüm (4.4) ifadesi (4.5)'de yerine yazılarak hesaplanan değişken için üssel profil elde edilmiş olur.

$$J = \rho u \left[\phi_0 - \frac{(\phi_L - \phi_0)}{e^{\frac{\rho u L}{\Gamma}} - 1} \right] \tag{4.7}$$

Benzer şekilde radyal doğrultuda transport denklemi için tam çözüm profili kullanılabilir. Radyal doğrultudaki transport denkleminin tam çözümü için (Bokov ve ark., 2016)'dan faydalanılmıştır. Tek boyutlu radyal transport denklemi;

$$\frac{d}{dr}(r\rho v\phi) = \frac{d}{dr}\left(r\Gamma \frac{d\phi}{dr} \right) \tag{4.8}$$

olur. Bahsedilen tek boyutlu sistemde süreklilik denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{d}{dr}(r\rho v) = 0 \tag{4.9}$$

Dolayısı ile $r\rho v = sbt$ olur. Böyle bir denklemin tam çözümü analitik olarak elde edilebilir. Tam çözüm olarak isimlendirilen bu çözüm için $R_0 \le r \le R$ aralığı kullanılırsa,

$r = R_0$ 'da $\phi = \phi_0$ (4.10-a)

ve

$r = R$ 'da $\phi = \phi_R$ (4.10-b)

için denklemin genel çözümü,

$$\frac{\phi-\phi_0}{\phi_R-\phi_0}=\frac{e^{P\ln\left(r/R_0\right)}-1}{e^{P\ln\left(R/R_0\right)}-1} \tag{4.11}$$

olur. Burada $P\equiv\frac{r\rho v}{\Gamma}$ olarak tanımlanır.

Transport denkleminin integrali alınarak elde edilen akı halinin r koordinatı doğrultusundaki yazılışı aşağıdaki gibidir.

$$J=r\rho v\phi-r\Gamma\frac{d\phi}{dr}=sbt \tag{4.12}$$

$$\frac{dJ}{dr}=0 \tag{4.13}$$

Genel çözüm (4.11) ifadesi (4.12)'de yerine yazılarak hesaplanan değişken için üssel profil elde edilmiş olur.

$$J=r\rho v\left[\phi_0-\frac{\left(\phi_R-\phi_0\right)}{e^{\frac{r\rho v}{\Gamma}\ln\left(R/R_0\right)}-1}\right] \tag{4.14}$$

Temel denklemlerin sonlu hacimler yöntemine göre cebirsel yazılışları, denklemlerin sonlu hacimlere integrali ile elde edilmektedir. İletim ve taşınım terimlerinin integrali alınmış halleri için (4.7) ve (4.14) ifadeleri kullanılırsa ve kalan artık terimlerin integralleri merkezi farklar yöntemine göre yazılırsa, temel denklemlerin cebirsel ifadeleri ve daha sonra katsayılar şeklinde yazılışları aşağıdaki gibidir.

<u>*x*-momentum denkleminin cebirsel cebirsel denkleme dönüştürülmesi</u>

$$\int_{es}^{en}\int_{ew}^{ee}J_x dx^* dr^* + \int_{ew}^{ee}\int_{es}^{en}J_r dr^* dx^* = -\frac{1}{2}\int_{es}^{en}\int_{ew}^{ee} r^*\frac{\partial p^*}{\partial x^*}dx^* dr^* \tag{4.15-a}$$

$$\int_{es}^{en}\left(J_{ee}-J_{ew}\right)dr^* + \int_{ew}^{ee}\left(J_{en}-J_{es}\right)dx^* = -\frac{1}{2}\int_{es}^{en} r_e\left(p_E-p_P\right)dr^* \tag{4.15-b}$$

$$\left(J_{ee}-J_{ew}\right)\left(\Delta r\right)_e+\left(J_{en}-J_{es}\right)\left(\Delta x\right)_e=-\frac{1}{2}\left(p_E-p_P\right)r_e\left(\Delta r\right)_e \tag{4.15-c}$$

$$\begin{aligned}&\left(r_{ee}u_{ee}\left[u_e-\frac{\left(u_{eee}-u_e\right)}{e^{\frac{u_{ee}(\delta x)_{ee}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ee}\right)}}-1}\right]-r_{ew}u_{ew}\left[u_{eww}-\frac{\left(u_e-u_{eww}\right)}{e^{\frac{u_{ew}(\delta x)_{ew}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ew}\right)}}-1}\right]\right)\left(\Delta r\right)_e\\&+\left(r_{en}v_{en}\left[u_e-\frac{\left(u_{enn}-u_e\right)}{e^{\frac{v_{en}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,en}\right)}\ln\left(r_{enn}/r_e\right)}-1}\right]-r_{es}v_{es}\left[u_{ess}-\frac{\left(u_e-u_{ess}\right)}{e^{\frac{v_{es}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,es}\right)}\ln\left(r_e/r_{ess}\right)}-1}\right]\right)\left(\Delta x\right)_e\\&=-\frac{1}{2}\left(p_E-p_P\right)r_e\left(\Delta r\right)_e\end{aligned} \tag{4.15-d}$$

Ayrıklaştırılmış denklemler yeniden düzenlenerek katsayılar şeklinde ifade edilir. Buna göre;

Ayrıklaştırılmış *x*-momentum denklemi:

$$a_e u_e=a_{eee}u_{eee}+a_{enn}u_{enn}+a_{eww}u_{eww}+a_{ess}u_{ess}+b \tag{4.16-a}$$

$$a_e=a_{eee}+a_{enn}+a_{eww}+a_{ess}+c \tag{4.16-b}$$

$$a_{eee}=\frac{r_{ee}u_{ee}}{e^{\frac{u_{ee}(\delta x)_{ee}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ee}\right)}}-1}\left(\Delta r\right)_e \tag{4.16-c}$$

$$a_{enn}=\frac{r_{en}v_{en}}{e^{\frac{v_{en}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,en}\right)}\ln\left(r_{enn}/r_e\right)}-1}\left(\Delta x\right)_e \tag{4.16-d}$$

$$a_{eww}=\frac{r_{ew}u_{ew}e^{\frac{u_{ew}(\delta x)_{ew}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ew}\right)}}}{e^{\frac{u_{ew}(\delta x)_{ew}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ew}\right)}}-1}\left(\Delta r\right)_e \tag{4.16-e}$$

$$a_{ess}=\frac{r_{es}v_{es}e^{\frac{r_{es}v_{es}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,es}\right)}\ln\left(r_e/r_{ess}\right)}}{e^{\frac{v_{es}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,es}\right)}\ln\left(r_e/r_{ess}\right)}-1}\left(\Delta x\right)_e \tag{4.16-f}$$

$$c=\left(r_{ee}u_{ee}-r_{ew}u_{ew}\right)\left(\Delta r\right)_e+\left(r_{en}v_{en}-r_{es}v_{es}\right)\left(\Delta x\right)_e \tag{4.16-g}$$

$$b=\frac{1}{2}\left(p_P-p_E\right)r_e\left(\Delta r\right)_e \tag{4.16-h}$$

<u>*r*-momentum denkleminin cebirsel denkleme dönüştürülmesi</u>

$$\begin{aligned}&\int_{ns}^{nn}\int_{nw}^{ne}J_x\,dx^*dr^*+\int_{nw}^{ne}\int_{ns}^{nn}J_r\,dr^*dx^*\\&\qquad=-\frac{1}{2}\int_{nw}^{ne}\int_{ns}^{nn}r^*\frac{\partial p^*}{\partial r^*}dr^*dx^*-\int_{nw}^{ne}\int_{ns}^{nn}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_T^*\right)\left[\frac{v^*}{r^*}\right]dr^*dx^*\end{aligned} \tag{4.17-a}$$

$$\begin{aligned}&\int_{ns}^{nn}\left(J_{ne}-J_{nw}\right)dr^*+\int_{nw}^{ne}\left(J_{nn}-J_{ns}\right)dx^*\\&\qquad=-\frac{1}{2}\int_{nw}^{ne}r_n\frac{\left(p_N-p_P\right)}{\left(\Delta r\right)_n}\left(\Delta r\right)_n\,dx^*\\&\qquad-\int_{nw}^{ne}\left[\frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,nn}\right)\frac{v_{nn}}{r_{nn}}+\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ns}\right)\frac{v_{ns}}{r_{ns}}}{2}\right]\left(\Delta r\right)_n\,dx^*\end{aligned} \tag{4.17-b}$$

$$\begin{aligned}&\left(J_{ne}-J_{nw}\right)\left(\Delta r\right)_n+\left(J_{nn}-J_{ns}\right)\left(\Delta x\right)_n\\&=-\frac{1}{2}r_n\left(p_N-p_P\right)\left(\Delta x\right)_n-\left[\frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,nn}\right)\frac{v_{nn}}{r_{nn}}+\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ns}\right)\frac{v_{ns}}{r_{ns}}}{2}\right]\left(\Delta r\right)_n\left(\Delta x\right)_n\end{aligned} \tag{4.17-c}$$

$$\left(r_{ne}u_{ne}\left[v_n - \frac{\left(v_{nnn}-v_n\right)}{e^{\frac{u_{ne}(\delta x)_{ne}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ne}\right)}}-1} \right] - r_{nw}u_{nw}\left[v_{nww} - \frac{\left(v_n-v_{nww}\right)}{e^{\frac{u_{nw}(\delta x)_{nw}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ew}\right)}}-1} \right] \right)\left(\Delta r\right)_n$$

$$+\left(r_{nn}v_{nn}\left[v_n - \frac{\left(v_{nnn}-v_n\right)}{e^{\frac{v_{nn}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,nn}\right)}\ln\left(r_{nnn}/r_n\right)}-1} \right] - r_{ns}v_{ns}\left[v_{nss} - \frac{\left(v_n-v_{nss}\right)}{e^{\frac{v_{ns}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ns}\right)}\ln\left(r_n/r_{nss}\right)}-1} \right] \right)\left(\Delta x\right)_n$$

$$=-\frac{1}{2}r_n\left(p_N-p_P\right)\left(\Delta x\right)_n$$

$$-\left[\frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,nn}\right)}{2r_{nn}}\left(\frac{\left(v_{nnn}-v_n\right)\left(e^{\frac{v_{nn}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,nn}\right)}\ln\left(r_{nn}/r_n\right)}-1 \right)}{\left(e^{\frac{v_{nn}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,nn}\right)}\ln\left(r_{nnn}/r_n\right)}-1 \right)}+v_n \right) \right.$$

$$\left. + \frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ns}\right)}{2r_{ns}}\left(\frac{\left(v_n-v_{nss}\right)\left(e^{\frac{v_{ns}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ns}\right)}\ln\left(r_{ns}/r_{nss}\right)}-1 \right)}{\left(e^{\frac{v_{ns}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ns}\right)}\ln\left(r_n/r_{nss}\right)}-1 \right)}+v_{nss} \right) \right]\left(\Delta r\right)_n\left(\Delta x\right)_n \qquad (4.17\text{-d})$$

Ayrıklaştırılmış *r*-momentum denklemi:

$$a_n v_n = a_{nee}v_{nee} + a_{nnn}v_{nnn} + a_{nww}v_{nww} + a_{nss}v_{nss} + b \qquad (4.18\text{-a})$$

$$a_n = a_{nee} + a_{nnn} + a_{nww} + a_{nss} + c \qquad (4.18\text{-b})$$

$$a_{nee} = \frac{r_{ne}u_{ne}}{e^{\frac{u_{ne}(\delta x)_{ne}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+\nu_{T,ne}\right)}}-1}\left(\Delta r\right)_n \qquad (4.18\text{-c})$$

$$a_{nnn}=\frac{r_{nn}v_{nn}}{e^{\frac{v_{nn}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,nn}\right)}\ln\left(r_{nnn}/r_n\right)}-1}\left(\Delta x\right)_n$$
$$-\frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,nn}\right)}{2r_{nn}}\frac{\left(e^{\frac{v_{nn}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,nn}\right)}\ln\left(r_{nn}/r_n\right)}-1\right)}{\left(e^{\frac{v_{nn}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,nn}\right)}\ln\left(r_{nnn}/r_n\right)}-1\right)}\left(\Delta r\right)_n\left(\Delta x\right)_n \tag{4.18-d}$$

$$a_{nww}=\frac{r_{nw}u_{nw}e^{\frac{u_{nw}(\delta x)_{nw}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,nw}\right)}}}{e^{\frac{u_{nw}(\delta x)_{nw}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,nw}\right)}}-1}\left(\Delta r\right)_n \tag{4.18-e}$$

$$a_{nss}=\frac{r_{ns}v_{ns}e^{\frac{v_{ns}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,ns}\right)}\ln\left(r_n/r_{nss}\right)}}{e^{\frac{v_{ns}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,ns}\right)}\ln\left(r_n/r_{nss}\right)}-1}\left(\Delta x\right)_n$$
$$+\frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,ns}\right)}{2r_{ns}}\left[\frac{\left(e^{\frac{v_{ns}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,ns}\right)}\ln\left(r_{ns}/r_{nss}\right)}-1\right)}{\left(e^{\frac{v_{ns}}{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,ns}\right)}\ln\left(r_n/r_{nss}\right)}-1\right)}-1\right]\left(\Delta r\right)_n\left(\Delta x\right)_n \tag{4.18-f}$$

$$c=\left(r_{ne}u_{ne}-r_{nw}u_{nw}\right)\left(\Delta r\right)_n+\left(r_{nn}v_{nn}-r_{ns}v_{ns}\right)\left(\Delta x\right)_n$$
$$+\left[\frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,nn}\right)}{2r_{nn}}+\frac{\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}+v_{T,ns}\right)}{2r_{ns}}\right]\left(\Delta r\right)_n\left(\Delta x\right)_n \tag{4.18-g}$$

$$b=\frac{1}{2}\left(p_P-p_N\right)r_n\left(\Delta x\right)_n \tag{4.18-h}$$

Momentum denklemlerinde yer alan basınç terimlerinin elde edileceği bir transport denklemi bulunmamaktadır. Bu nedenle süreklilik denkleminden faydalanılarak basınç denklemi aşağıdaki adımlarla elde edilir.

$$\frac{\partial r^* v^*}{\partial r^*} + r^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} = 0 \tag{4.19-a}$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial r^* v^*}{\partial r^*} dr^* dx^* + \int_s^n \int_w^e r^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} dx^* dr^* = 0 \tag{4.19-b}$$

$$\int_w^e \left(r_n v_n - r_s v_s\right) dx^* + \int_s^n r_P \left(u_e - u_w\right) dr^* = 0 \tag{4.19-c}$$

$$\left(r_n v_n - r_s v_s\right)\left(\Delta x\right)_P + \left(u_e - u_w\right) r_P \left(\Delta r\right)_P = 0 \tag{4.19-d}$$

SIMPLE algoritmasında, süreklilik denklemini sağlayan hız alanı ile iterasyon sürecinde hesaplanan hız alanı arasında bir fark bulunmaktadır. Bu fark aşağıdaki gibi yazılır.

$$u^d = u - u^- \text{ ve } u = u^- + u^d \tag{4.20-a}$$

$$v^d = v - v^- \text{ ve } v = v^- + v^d \tag{4.20-b}$$

$$p^d = p - p^- \text{ ve } p = p^- + p^d \tag{4.20-c}$$

İterasyonlar sırasında hesaplanan değerler ve düzeltme değerleri, ayrıklaştırılmış denklemlerde yerlerine koyulursa aşağıdaki düzeltme denklemleri elde edilir. Denklemlerin sağ tarafındaki basınç terimi kalacak şekilde sadeleştirme yapılır (Patankar, 1980).

<u>*x*-momentum düzeltme denklemi:</u>

$$a_e u_e^d = a_{eee} u_{eee}^d + a_{enn} u_{enn}^d + a_{eww} u_{eww}^d + a_{ess} u_{ess}^d + \frac{1}{2}\left(p_P^d - p_E^d\right) r_e \left(\Delta r\right)_e \tag{4.21-a}$$

$$a_e u_e^d \cong \frac{1}{2}\left(p_P^d - p_E^d\right) r_e \left(\Delta r\right)_e \tag{4.21-b}$$

r-momentum düzeltme denklemi:

$$a_n v_n^d = a_{nee} v_{nee}^d + a_{nnn} v_{nnn}^d + a_{nww} v_{nww}^d + a_{nss} v_{nss}^d + \frac{1}{2}\left(p_P^d - p_N^d\right) r_n \left(\Delta x\right)_n \tag{4.22-a}$$

$$a_n v_n^d \cong \frac{1}{2}\left(p_P^d - p_N^d\right) r_n \left(\Delta x\right)_n \tag{4.22-b}$$

Düzeltilmiş basınç değerleri için (4.20) ifadeleri (4.19)'da yerine yazılır.

$$\left[r_n\left(v_n^- + v_n^d\right) - r_s\left(v_s^- + v_s^d\right)\right]\left(\Delta x\right)_P + \left[\left(u_e^- + u_e^d\right) - \left(u_w^- + u_w^d\right)\right] r_P \left(\Delta r\right)_P = 0 \tag{4.23-a}$$

$$\begin{aligned}&\left[r_n\left(v_n^- + \frac{1}{2}\left(p_P^d - p_N^d\right)\frac{r_n\left(\Delta x\right)_n}{a_n}\right) - r_s\left(v_s^- + \frac{1}{2}\left(p_S^d - p_P^d\right)\frac{r_s\left(\Delta x\right)_s}{a_s}\right)\right]\left(\Delta x\right)_P + \\ &\left[\left(u_e^- + \frac{1}{2}\left(p_P^d - p_E^d\right)\frac{r_e\left(\Delta r\right)_e}{a_e}\right) - \left(u_w^- + \frac{1}{2}\left(p_W^d - p_P^d\right)\frac{r_w\left(\Delta r\right)_w}{a_w}\right)\right] r_P \left(\Delta r\right)_P = 0\end{aligned} \tag{4.23-b}$$

Ayrıklaştırılmış basınç düzeltme denklemi:

$$a_P p_P^d = a_E p_E^d + a_N p_N^d + a_W p_W^d + a_S p_S^d + b \tag{4.24-a}$$

$$a_P = a_E + a_N + a_W + a_S + c \tag{4.24-b}$$

$$a_E = \frac{\left(r_P\left(\Delta r\right)_P\right)^2}{2a_e} \tag{4.24-c}$$

$$a_N = \frac{\left(r_n\left(\Delta x\right)_n\right)^2}{2a_n} \tag{4.24-d}$$

$$a_W = \frac{\left(r_P\left(\Delta r\right)_P\right)^2}{2a_w} \tag{4.24-e}$$

$$a_S = \frac{\left(r_s\left(\Delta x\right)_P\right)^2}{2a_s} \tag{4.24-f}$$

$$c = 0 \tag{4.24-g}$$

$$b = \left(r_s v_s^- - r_n v_n^-\right)\left(\Delta x\right)_P + \left(u_w^- - u_e^-\right) r_P \left(\Delta r\right)_P \tag{4.24-h}$$

<u>*k*-denkleminin cebirsel denkleme dönüştürülmesi:</u>

$$\begin{aligned}
&\int_s^n \int_w^e J_x dx^* dr^* + \int_w^e \int_s^n J_r dr^* dx^* \\
&= \int_s^n \int_w^e r^* 2\nu_T^* \left\{ \left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{v^*}{r^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right)^2 \right] \right\} dx^* dr^* \\
&- \int_s^n \int_w^e r^* 2\varepsilon^* dx^* dr^*
\end{aligned} \tag{4.25-a}$$

$$\begin{aligned}
&\int_s^n \left(J_e - J_w\right) dr^* + \int_w^e \left(J_n - J_s\right) dx^* = \\
&\int_s^n 2\nu_{T,P} \left\{ \begin{array}{l} \left(\dfrac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \dfrac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P} \right)^2 \\ +2\left[\left(\dfrac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P} \right)^2 + \left(\dfrac{v_P}{r_P} \right)^2 + \left(\dfrac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} \right)^2 \right] \end{array} \right\} r_P \left(\Delta x\right)_P dr^* \\
&- \int_s^n 2\varepsilon_P r_P \left(\Delta x\right)_P dr^*
\end{aligned} \tag{4.25-b}$$

$$\begin{aligned}
&\left(J_e - J_w\right)\left(\Delta r\right)_P + \left(J_n - J_s\right)\left(\Delta x\right)_P = \\
&2\nu_{T,P} \left\{ \begin{array}{l} \left(\dfrac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \dfrac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P} \right)^2 \\ +2\left[\left(\dfrac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P} \right)^2 + \left(\dfrac{v_P}{r_P} \right)^2 + \left(\dfrac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} \right)^2 \right] \end{array} \right\} r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P \\
&-2\varepsilon_P r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P
\end{aligned} \tag{4.25-c}$$

$$\left(r_e u_e \left[k_P - \frac{\left(k_E - k_P\right)}{\frac{u_e(\delta x)_e}{\left(\frac{\nu_{T,e}}{\sigma_k}\right)}} \right] - r_w u_w \left[k_W - \frac{\left(k_P - k_W\right)}{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{\nu_{T,w}}{\sigma_k}\right)}} \right] \right) \left(\Delta r\right)_P$$

$$+ \left(r_n v_n \left[k_P - \frac{\left(k_N - k_P\right)}{\frac{v_n}{\left(\frac{\nu_{T,n}}{\sigma_k}\right)} \ln\left(r_N / r_P\right)} \right] - r_s v_s \left[k_S - \frac{\left(k_P - k_S\right)}{\frac{v_s}{\left(\frac{\nu_{T,s}}{\sigma_k}\right)} \ln\left(r_P / r_S\right)} \right] \right) \left(\Delta x\right)_P \qquad (4.25\text{-d})$$

$$= 2\nu_{T,P} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \frac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P} \right)^2 \\ +2\left[\left(\frac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P} \right)^2 + \left(\frac{v_P}{r_P} \right)^2 + \left(\frac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} \right)^2 \right] \end{array} \right\} r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P$$

$$-2\varepsilon_P r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P$$

Ayrıklaştırılmış *k*-denklemi:

$$a_P k_P = a_E k_E + a_N k_N + a_W k_W + a_S k_S + b \qquad (4.26\text{-a})$$

$$a_P = a_E + a_N + a_W + a_S + c \qquad (4.26\text{-b})$$

$$a_E = \frac{r_e u_e}{\frac{u_e(\delta x)_e}{\left(\frac{\nu_{T,e}}{\sigma_k}\right)} - 1} \left(\Delta r\right)_P \qquad (4.26\text{-c})$$

$$a_N = \frac{r_n v_n}{\frac{v_n}{\left(\frac{\nu_{T,n}}{\sigma_k}\right)} \ln\left(r_N / r_P\right) - 1} \left(\Delta x\right)_P \qquad (4.26\text{-d})$$

$$a_W = \frac{r_w u_w e^{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{\nu_{T,w}}{\sigma_k}\right)}}}{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{\nu_{T,w}}{\sigma_k}\right)} - 1} \left(\Delta r\right)_P \qquad (4.26\text{-e})$$

$$a_S = \frac{r_s v_s e^{\frac{v_s}{\left(\frac{\nu_{T,s}}{\sigma_k}\right)}\ln\left(r_P/r_S\right)}}{e^{\frac{v_s}{\left(\frac{\nu_{T,s}}{\sigma_k}\right)}\ln\left(r_P/r_S\right)} - 1}\left(\Delta x\right)_P \tag{4.26-f}$$

$$c = \left(r_e u_e - r_w u_w\right)\left(\Delta r\right)_P + \left(r_n v_n - r_s v_s\right)\left(\Delta x\right)_P + 2\frac{\varepsilon_P}{k_p^-} r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P \tag{4.26-g}$$

$$b = 2\nu_{T,P}\left\{\begin{array}{l}\left(\dfrac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \dfrac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 \\ +2\left[\left(\dfrac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 + \left(\dfrac{v_P}{r_P}\right)^2 + \left(\dfrac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P}\right)^2\right]\end{array}\right\} r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P \tag{4.26-h}$$

<u>ε-denkleminin cebirsel denkleme dönüştürülmesi:</u>

$$\int_s^n\int_w^e J_x dx^* dr^* + \int_w^e\int_s^n J_r dr^* dx^* =$$
$$\int_s^n\int_w^e r^* 2C_{\varepsilon,1}\frac{\varepsilon^*}{k^*}\nu_T{}^*\left\{\left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*}\right)^2 + \left(\frac{v^*}{r^*}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial r^*}\right)^2\right]\right\} dx^* dr^* \tag{4.27-a}$$
$$-\int_s^n\int_w^e r^* 2C_{\varepsilon,2}\frac{\varepsilon^{*2}}{k^*} dx^* dr^*$$

$$\int_s^n \left(J_e - J_w\right) dr^* + \int_w^e \left(J_n - J_s\right) dx^* =$$
$$\int_s^n 2C_{\varepsilon,1}\frac{\varepsilon_P}{k_P}\nu_{T,P}\left\{\begin{array}{l}\left(\dfrac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \dfrac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 \\ +2\left[\left(\dfrac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 + \left(\dfrac{v_P}{r_P}\right)^2 + \left(\dfrac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P}\right)^2\right]\end{array}\right\} r_P \left(\Delta x\right)_P dr^* \tag{4.27-b}$$
$$-\int_s^n 2C_{\varepsilon,2}\frac{\varepsilon_P^2}{k_P} r_P \left(\Delta x\right)_P dr^*$$

$$\left(J_e - J_w\right)\left(\Delta r\right)_P + \left(J_n - J_s\right)\left(\Delta x\right)_P =$$

$$2C_{\varepsilon,1}\frac{\varepsilon_P}{k_P}\nu_{T,P}\left\{\begin{array}{l}\left(\dfrac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \dfrac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 \\ +2\left[\left(\dfrac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 + \left(\dfrac{v_P}{r_P}\right)^2 + \left(\dfrac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P}\right)^2\right]\end{array}\right\} r_P\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P \qquad (4.27\text{-c})$$

$$-2C_{\varepsilon,2}\frac{\varepsilon_P^2}{k_P}r_P\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P$$

$$\left(r_e u_e\left[\varepsilon_P - \frac{\left(\varepsilon_E - \varepsilon_P\right)}{e^{\frac{u_e(\delta x)_e}{\left(\frac{\nu_{T,e}}{\sigma_\varepsilon}\right)}} - 1}\right] - r_w u_w\left[\varepsilon_W - \frac{\left(\varepsilon_P - \varepsilon_W\right)}{e^{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{\nu_{T,w}}{\sigma_\varepsilon}\right)}} - 1}\right]\right)\left(\Delta r\right)_P$$

$$+\left(r_n v_n\left[\varepsilon_P - \frac{\left(\varepsilon_N - \varepsilon_P\right)}{e^{\frac{v_n}{\left(\frac{\nu_{T,n}}{\sigma_\varepsilon}\right)}\ln\left(r_N/r_P\right)} - 1}\right] - r_s v_s\left[\varepsilon_S - \frac{\left(\varepsilon_P - \varepsilon_S\right)}{e^{\frac{v_s}{\left(\frac{\nu_{T,s}}{\sigma_\varepsilon}\right)}\ln\left(r_P/r_S\right)} - 1}\right]\right)\left(\Delta x\right)_P \qquad (4.27\text{-d})$$

$$= 2C_{\varepsilon,1}\frac{\varepsilon_P}{k_P}\nu_{T,P}\left\{\begin{array}{l}\left(\dfrac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \dfrac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 \\ +2\left[\left(\dfrac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 + \left(\dfrac{v_P}{r_P}\right)^2 + \left(\dfrac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P}\right)^2\right]\end{array}\right\} r_P\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P$$

$$-2C_{\varepsilon,2}\frac{\varepsilon_P^2}{k_P}r_P\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P$$

Ayrıklaştırılmış ε-denklemi:

$$a_P\varepsilon_P = a_E\varepsilon_E + a_N\varepsilon_N + a_W\varepsilon_W + a_S\varepsilon_S + b \qquad (4.28\text{-a})$$

$$a_P = a_E + a_N + a_W + a_S + c \qquad (4.28\text{-b})$$

$$a_E = \frac{r_e u_e}{e^{\frac{u_e(\delta x)_e}{\left(\frac{\nu_{T,e}}{\sigma_\varepsilon}\right)}} - 1}\left(\Delta r\right)_P \qquad (4.28\text{-c})$$

$$a_N = \frac{r_n v_n}{e^{\frac{v_n}{\left(\frac{\nu_{T,n}}{\sigma_\varepsilon}\right)}\ln\left(r_N/r_P\right)} - 1}\left(\Delta x\right)_P \tag{4.28-d}$$

$$a_W = \frac{r_w u_w e^{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{\nu_{T,w}}{\sigma_\varepsilon}\right)}}}{e^{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{\nu_{T,w}}{\sigma_\varepsilon}\right)}} - 1}\left(\Delta r\right)_P \tag{4.28-e}$$

$$a_S = \frac{r_s v_s e^{\frac{v_s}{\left(\frac{\nu_{T,s}}{\sigma_\varepsilon}\right)}\ln\left(r_P/r_S\right)}}{e^{\frac{v_s}{\left(\frac{\nu_{T,s}}{\sigma_\varepsilon}\right)}\ln\left(r_P/r_S\right)} - 1}\left(\Delta x\right)_P \tag{4.28-f}$$

$$c = \left(r_e u_e - r_w u_w\right)\left(\Delta r\right)_P + \left(r_n v_n - r_s v_s\right)\left(\Delta x\right)_P + 2C_{\varepsilon,2}\frac{\bar{\varepsilon}_P}{k_P} r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P \tag{4.28-g}$$

$$b = 2C_{\varepsilon,1}\frac{\bar{\varepsilon}_P}{k_P}\nu_{T,P}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{\left(u_n - u_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P} + \frac{\left(v_e - v_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 \\ +2\left[\left(\frac{\left(u_e - u_w\right)}{\left(\Delta x\right)_P}\right)^2 + \left(\frac{v_P}{r_P}\right)^2 + \left(\frac{\left(v_n - v_s\right)}{\left(\Delta r\right)_P}\right)^2\right]\end{array}\right\} r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P \tag{4.28-h}$$

<u>Akışkan tarafındaki enerji denkleminin cebirsel denkleme dönüştürülmesi:</u>

$$\int_s^n\int_w^e\int_t^{t+\Delta t}\frac{r^*}{\mathrm{Pe}}\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*}dt^*dx^*dr^* + \int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e J_x dx^* dr^* dt^* + \int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\int_s^n J_r dr^* dx^* dt^* = 0 \tag{4.29-a}$$

$$\int_s^n\int_w^e\frac{r_P\left(T_P - T_P^0\right)}{\mathrm{Pe}}dx^*dr^* + \int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\left(J_e - J_w\right)dr^*dt^* + \int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\left(J_n - J_s\right)dx^*dt^* = 0 \tag{4.29-b}$$

$$\int_s^n \frac{r_P\left(T_P - T_P^0\right)}{\mathrm{Pe}}\left(\Delta x\right)_P dr^* + \int_t^{t+\Delta t}\left(J_e - J_w\right)\left(\Delta r\right)_P dt^* + \int_t^{t+\Delta t}\left(J_n - J_s\right)\left(\Delta x\right)_P dt^* = 0 \tag{4.29-c}$$

$$\frac{r_P\left(T_P - T_P^0\right)}{\mathrm{Pe}}\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P + \left(J_e - J_w\right)\left(\Delta r\right)_P\left(\Delta t\right) + \left(J_n - J_s\right)\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta t\right) = 0 \tag{4.29-d}$$

$$\frac{r_P\left(T_P - T_P^0\right)}{\mathrm{Pe}\left(\Delta t\right)}\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P + \left(r_e u_e\left[T_P - \frac{\left(T_E - T_P\right)}{e^{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} + \alpha_{T,e}\right)\frac{u_e(\delta x)_e}{}} - 1}\right] - r_w u_w\left[T_W - \frac{\left(T_P - T_W\right)}{e^{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} + \alpha_{T,w}\right)\frac{u_w(\delta x)_w}{}} - 1}\right]\right)\left(\Delta r\right)_P + \left(r_n v_n\left[T_P - \frac{\left(T_N - T_P\right)}{e^{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} + \alpha_{T,n}\right)\frac{v_n}{}\ln\left(r_N/r_P\right)} - 1}\right] - r_s v_s\left[T_S - \frac{\left(T_P - T_S\right)}{e^{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} + \alpha_{T,s}\right)\frac{v_s}{}\ln\left(r_P/r_S\right)} - 1}\right]\right)\left(\Delta x\right)_P = 0 \tag{4.29-e}$$

Ayrıklaştırılmış akışkan tarafındaki enerji denklemi:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_N T_N + a_W T_W + a_S T_S + b \tag{4.30-a}$$

$$a_P = a_E + a_N + a_W + a_S + c \tag{4.30-b}$$

$$a_E = \frac{r_e u_e}{e^{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} + \alpha_{T,e}\right)\frac{u_e(\delta x)_e}{}} - 1}\left(\Delta r\right)_P \tag{4.30-c}$$

$$a_N = \frac{r_n v_n}{e^{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}} + \alpha_{T,n}\right)\frac{v_n}{}\ln\left(r_N/r_P\right)} - 1}\left(\Delta x\right)_P \tag{4.30-d}$$

$$a_W = \frac{r_w u_w e^{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}+\alpha_{T,w}\right)}}}{e^{\frac{u_w(\delta x)_w}{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}+\alpha_{T,w}\right)}}-1}(\Delta r)_P \tag{4.30-e}$$

$$a_S = \frac{r_s v_s e^{\frac{v_s}{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}+\alpha_{T,s}\right)}\ln\left(r_P/r_S\right)}}{e^{\frac{v_s}{\left(\frac{1}{\mathrm{Pe}}+\alpha_{T,s}\right)}\ln\left(r_P/r_S\right)}-1}(\Delta x)_P \tag{4.30-f}$$

$$c = \left(r_e u_e - r_w u_w\right)(\Delta r)_P + \left(r_n v_n - r_s v_s\right)(\Delta x)_P + \frac{r_P(\Delta x)_P(\Delta r)_P}{\mathrm{Pe}(\Delta t)} \tag{4.30-g}$$

$$b = \frac{r_P(\Delta x)_P(\Delta r)_P T_P^0}{\mathrm{Pe}(\Delta t)} \tag{4.30-h}$$

<u>Cidar tarafındaki enerji denkleminin cebirsel denkleme dönüştürülmesi:</u>

$$\begin{aligned}&\int_s^n\int_w^e\int_t^{t+\Delta t}\frac{r^*}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T_w^*}{\partial t^*}dt^*dx^*dr^*\\&=\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e r^*\frac{\partial^2 T_w^*}{\partial x^{*2}}dx^*dr^*dt^*+\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\int_s^n\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial T_w^*}{\partial r^*}\right)dr^*dx^*dt^*\end{aligned} \tag{4.31-a}$$

$$\begin{aligned}&\int_s^n\int_w^e\frac{r_P}{\alpha_{wf}}\left(T_P-T_P^0\right)dx^*dr^*\\&=\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n r_P\left(\frac{\left(T_E-T_P\right)}{\left(\delta x\right)_e}-\frac{\left(T_P-T_W\right)}{\left(\delta x\right)_w}\right)dr^*dt^*\\&+\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\left(r_n\frac{\left(T_N-T_P\right)}{\left(\delta r\right)_n}-r_s\frac{\left(T_P-T_S\right)}{\left(\delta r\right)_s}\right)dx^*dt^*\end{aligned} \tag{4.31-b}$$

$$\int_s^n \frac{r_P}{\alpha_{wf}}\left(T_P - T_P^0\right)\left(\Delta x\right)_P dr^*$$
$$= \int_t^{t+\Delta t} r_P\left(\frac{\left(T_E - T_P\right)}{\left(\delta x\right)_e} - \frac{\left(T_P - T_W\right)}{\left(\delta x\right)_w}\right)\left(\Delta r\right)_P dt^* \qquad (4.31\text{-c})$$
$$+ \int_t^{t+\Delta t}\left(r_n\frac{\left(T_N - T_P\right)}{\left(\delta r\right)_n} - r_s\frac{\left(T_P - T_S\right)}{\left(\delta r\right)_s}\right)\left(\Delta x\right)_P dt^*$$

$$\frac{r_P}{\alpha_{wf}}\left(T_P - T_P^0\right)\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P$$
$$= \left(\frac{\left(T_E - T_P\right)}{\left(\delta x\right)_e} - \frac{\left(T_P - T_W\right)}{\left(\delta x\right)_w}\right) r_P\left(\Delta r\right)_P\left(\Delta t\right) \qquad (4.31\text{-d})$$
$$+ \left(r_n\frac{\left(T_N - T_P\right)}{\left(\delta r\right)_n} - r_s\frac{\left(T_P - T_S\right)}{\left(\delta r\right)_s}\right)\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta t\right)$$

$$\frac{r_P}{\alpha_{wf}}\left(T_P - T_P^0\right)\frac{\left(\Delta x\right)_P\left(\Delta r\right)_P}{\left(\Delta t\right)}$$
$$= \left(\frac{\left(T_E - T_P\right)}{\left(\delta x\right)_e} - \frac{\left(T_P - T_W\right)}{\left(\delta x\right)_w}\right) r_P\left(\Delta r\right)_P \qquad (4.31\text{-e})$$
$$+ \left(r_n\frac{\left(T_N - T_P\right)}{\left(\delta r\right)_n} - r_s\frac{\left(T_P - T_S\right)}{\left(\delta r\right)_s}\right)\left(\Delta x\right)_P$$

Ayrıklaştırılmış cidar tarafındaki enerji denklemi:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_N T_N + a_W T_W + a_S T_S + b \qquad (4.32\text{-a})$$

$$a_P = a_E + a_N + a_W + a_S + c \qquad (4.32\text{-b})$$

$$a_E = \frac{r_P\left(\Delta r\right)_P}{\left(\delta x\right)_e} \qquad (4.32\text{-c})$$

$$a_N = \frac{r_n\left(\Delta x\right)_P}{\left(\delta r\right)_n} \qquad (4.32\text{-d})$$

$$a_W = \frac{r_P \left(\Delta r\right)_P}{\left(\delta x\right)_w} \tag{4.32-e}$$

$$a_S = \frac{r_s \left(\Delta x\right)_P}{\left(\delta r\right)_s} \tag{4.32-f}$$

$$c = \frac{r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P}{\alpha_{wf} \left(\Delta t\right)} \tag{4.32-g}$$

$$b = \frac{r_P \left(\Delta x\right)_P \left(\Delta r\right)_P T_P^0}{\alpha_{wf} \left(\Delta t\right)} \tag{4.32-h}$$

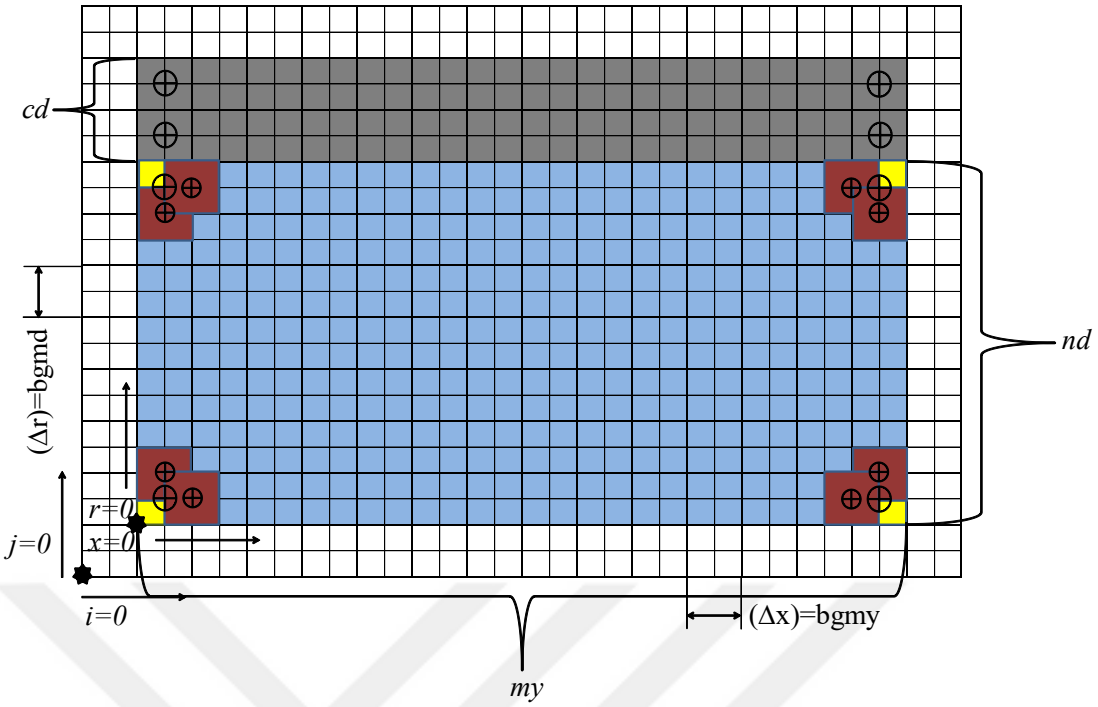
4.2.2. Sınır şartlarına göre ayrıklaştırılmış denklemler

Ayrıklaştırılan denklemlerin sayısal çözümü sırasında, sınır şartlarına göre bazı özel tedbirler alınması gerekmektedir. Bu çalışmada, (Versteeg ve Malalasekera, 2007)'de tarif edilen yaklaşım uygulanarak, ayrıklaştırılmış denklemlerde düzenlemeler yapılmıştır. Hesaplama alanındaki düğüm noktaları için (*i,j*) gösterimi kullanılmıştır (Şekil 4.4).

Şekil 4.4'de, "*my*" ile eksenel doğrultuda çözüm alanının bölüntü sayısı, "*nd*" ile radyal doğrultuda akış alanının bölüntü sayısı, "*cd*" ile cidar alanının bölüntü sayısı gösterilmektedir.

Akış bölgesi ve cidar için 9 bölge tanımlanmıştır. Bunlar, pusula gösterimine göre; batı kenarı, kuzey kenarı, doğu kenarı, güney kenarı, kuzey batı köşesi, kuzey doğu köşesi, güney batı köşesi, güney doğu köşesi ve iç bölgedir.

Şekil 4.4'de gösterilen hesaplama alanında, hesap yapılan düğüm ile komşu düğüm arasındaki fark iki birimdir. Bir birim, ara yüzeydeki düğüme karşılık gelmektedir. Buna göre skaler değerler için *i* ve *j*'lerin tek değerleri kontrol hacminin merkezini, çift olan değerleri ise kontrol hacmi yüzeyini temsil etmektedir. Hızlarda kaydırılmış ağ kullanıldığı için bu durum değişmektedir. Eksenel hız bileşeni için kontrol hacmi merkezi *i'*lerin çift, *j*'lerin tek olduğu noktalarda, radyal hız bileşeni için kontrol hacmi merkezi *i*'lerin tek, *j*'lerin çift olduğu noktalardadır.



Şekil 4.4. Şematik olarak çözüm alanının gösterimi

Ayrıklaştırılmış denklemlerde yapılan düzenlemeler, Şekil 4.4'e ve pusula gösterimine göre aşağıda yazılmıştır. Köşe noktalarda kenarlardaki düzenlemeler birlikte uygulanır.

Akış alanı batı kenarı, ($i = 2, j = 2$)'den ($i = 2, j = 2nd + 2$)'ye:

Eksenel hız bileşeninin ilk hesaplandığı kenar $(i = 4, j = 3)$'den $(i = 4, j = 2nd + 1)$'ye kadardır. Ayrıklaştırılmış eksenel hız denkleminde bir değişiklik yoktur.

Radyal hız bileşeninin ilk hesaplandığı kenar $(i = 3, j = 4)$'den $(i = 3, j = 2nd)$'ye kadardır. Ayrıklaştırılmış radyal hız denkleminde bir değişiklik yoktur.

Skaler değişkenlerin ilk hesaplandığı kenar $(i = 3, j = 3)$'den $(i = 3, j = 2nd + 1)$'ye kadardır. Basınç düzeltme denkleminde $a_W = 0$'dır.

Akış alanı doğu kenarı, $(i = 2my + 2, j = 2)$'den $(i = 2my + 2, j = 2nd + 2)$'ye:

Eksenel hız bileşeninin son hesaplandığı kenar $(i = 2my, j = 3)$'den $(i = 2my, j = 2nd + 1)$'ye kadardır. Ayrıklaştırılmış eksenel hız denkleminde bir değişiklik yoktur. Fakat eksenel doğrultuda gelişmiş hız kabulünden dolayı $u_{i+2,j} = u_{i,j}$ olarak atanır. Ancak SIMPLE algoritmasında sürekliliğin giriş ve çıkış kenarları

arasında sağlanmadığı durumlar oluşabilir. Bunun önüne geçebilmek için $u_{i+2,j} = u_{i,j} \times \frac{M_{giriş}}{M_{çıkış}}$ yazılır. $\frac{M_{giriş}}{M_{çıkış}}$ oranı için sıkıştırılamaz akışta giriş ve çıkış kenarlarındaki kütlesel veya hacimsel debiler kullanılabilir (Versteeg ve Malalasekera, 2007).

Radyal hız bileşeninin son hesaplandığı kenar $(i = 2my+1, j = 4)$'den $(i = 2my+1, j = 2nd)$'ye kadardır. Ayrıklaştırılmış radyal hız denkleminde bir değişiklik yoktur. Eksenel doğrultuda gelişmiş hız kabulünden dolayı, $v_{i+2,j} = 0$'dır.

Skaler değişkenlerin son hesaplandığı kenar $(i = 2my+1, j = 3)$'den $(i = 2my+1, j = 2nd+1)$'ye kadardır. Basınç düzeltme denkleminde $a_E = 0$'dır. Diğer bütün skaler değişkenler için gelişmiş akış kabulünden dolayı $\phi_{i+2,j} = \phi_{i,j}$'dir.

Akış alanı güney kenarı, $(i = 2, j = 2)$'den $(i = 2my+2, j = 2)$'ye:

Eksenel hız bileşeninin hesaplandığı kenar $(i = 4, j = 3)$'den $(i = 2my, j = 3)$'ye kadardır. Eksenel simetriden dolayı $u_{i,j-2} = u_{i,j}$ ve $a_{ess} = 0$'dır.

Radyal hız bileşeninin hesaplandığı kenar $(i = 3, j = 4)$'den $(i = 2my+1, j = 4)$'ye kadardır. Eksenel simetriden dolayı, $v_{i,j-2} = 0$'dır.

Skaler değişkenlerin hesaplandığı kenar $(i = 3, j = 3)$'den $(i = 2my+1, j = 3)$'ye kadardır. Basınç düzeltme denkleminde $a_S = 0$'dır. Diğer bütün skaler değişkenler için eksenel simetri kabulünden dolayı $\phi_{i,j-2} = \phi_{i,j}$'dir. Değişkenlerin güney katsayısı için $a_S = 0$'dır.

Akış alanı kuzey kenarı, $(i = 2, j = 2nd+2)$'den $(i = 2my+2, j = 2nd+2)$'ye:

Cidar-akışkan ara yüzeyi en çok değişiklik gerektiren sınır şartıdır. Bunun sebebi, türbülans modelinin gerektirdiği duvar fonksiyonlarıdır.

Eksenel hız bileşeninin hesaplandığı kenar $(i = 4, j = 2nd+1)$'den $(i = 2my, j = 2nd+1)$'ye kadardır. Ayrıklaştırılmış eksenel hız denkleminde, $a_{enn} = 0$'dır. Duvar fonksiyonu kaynak terime ilave edilir.

$$c = \left(\text{denklem } 4.16\text{g}\right) + \tau_w^* A_{wi}^*$$
$$= \left(\text{denklem } 4.16\text{g}\right) + \frac{C_\mu^{1/4} k_{i,j}^{1/2}}{\frac{\sqrt{2}}{\kappa} \ln\left(EC_\mu^{1/4} k_{i,j}^{1/2} \frac{\text{Re}}{\sqrt{2}} \left(0.5 - r_j\right) \right)} r_j \left(\Delta x\right)_i \tag{4.33}$$

Radyal hız bileşeninin hesaplandığı kenar $\left(i = 3, j = 2nd\right)$'den $\left(i = 2my + 1, j = 2nd\right)$'ye kadardır. Ayrıklaştırılmış denklemde bir değişiklik yoktur. Cidarda $v_{i,j+2} = 0$'dir.

Skaler değişkenlerin hesaplandığı kenar $\left(i = 3, j = 2nd + 1\right)$'den $\left(i = 2my + 1, j = 2nd + 1\right)$'ye kadardır. Basınç düzeltme denkleminde $a_N = 0$'dır. Diğer skaler değişkenlerin her biri için duvar fonksiyonları bulunmaktadır. Bunlar ile ilgili açıklamalar aşağıda yazılmıştır.

Türbülans kinetik enerjisi ayrıklaştırılmış denklemi için $a_N = 0$'dır. Kaynak terimler aşağıdaki gibi değiştirilir.

$$b = 2\left(P_k^*\right)\Delta V^*$$
$$= 2\left[\frac{C_\mu^{1/4} \left(k_{i,j}^-\right)^{1/2} u_{i,j}^{\ 2}}{\frac{\sqrt{2}}{\kappa} \ln\left(EC_\mu^{1/4} \left(k_{i,j}^-\right)^{1/2} \frac{\text{Re}}{\sqrt{2}} \left(0.5 - r_j\right) \right) \left(0.5 - r_j\right)} \right] r_j \left(\Delta r\right)_j \left(\Delta x\right)_i \tag{4.34-a}$$

$$c = \left(r_e u_e - r_w u_w\right)\left(\Delta r\right)_P + \left(r_n v_n - r_s v_s\right)\left(\Delta x\right)_P + 2\left(\varepsilon^*\right)\Delta V^*$$
$$= \left(r_j u_{i+1,j} - r_j u_{i-1,j}\right)\left(\Delta r\right)_j + \left(r_{j+1} v_{i,j+1} - r_{j-1} v_{i,j-1}\right)\left(\Delta x\right)_i +$$
$$2\left[\frac{C_\mu^{3/4} \left(k_{i,j}^-\right)^{1/2} \ln\left(EC_\mu^{1/4} \left(k_{i,j}^-\right)^{1/2} \frac{\text{Re}}{\sqrt{2}} \left(0.5 - r_j\right) \right)}{2^{3/2} \kappa \left(0.5 - r_j\right)} \right] r_j \left(\Delta r\right)_j \left(\Delta x\right)_i \tag{4.34-b}$$

Türbülans kinetik enerjisi sönümünde bütün katsayılar "0"a eşitlenir. Çünkü cidara komşu kontrol hacimlerinde sönüm aktarımı hesaplanmamakta, sadece skaler hesaplama düğüm noktasına sönüm değeri atanmaktadır $\left(a_E = 0, a_N = 0, a_W = 0, a_S = 0\right)$. Düğüme sönüm değeri atamak için kaynak terimler aşağıdaki gibi değiştirilir.

$$b = \varepsilon_{i,j} = 10^{30} \frac{C_\mu^{3/4} k_{i,j}^{3/2}}{2^{3/2} \kappa \left(0.5 - r_j\right)} \tag{4.35-a}$$

$$c = 10^{30} \tag{4.35-b}$$

Akışkan tarafındaki ayrıklaştırılmış enerji denklemi için $a_N = 0$ 'dır. Kaynak terimlere düğümün duvardan uzaklığına göre aşağıdaki duvar fonksiyonları eklenir. Hangi duvar fonksiyonlarının ekleneceğine karar verilebilmesi için öncelikle $y^* = 11.225$ değerine göre bir r^* değeri hesaplanır. Daha sonra $r^* \approx r_{th}^* \sqrt{\Pr}$ eşitliğine göre r_{th}^* değeri tespit edilir. Eğer hesap yapılan düğüm r_{th}^* ile cidar arasında ise doğrusal bölge duvar fonksiyonu; değil ise logaritmik bölge duvar fonksiyonu kullanılır (Fluent, 2009).

Doğrusal bölge duvar fonksiyonu için;

$$b = \left(\text{denklem 4.30h}\right) + \frac{T_{i,j+1}}{\Pr \operatorname{Re}\left(0.5 - r_j\right)} r_j \left(\Delta x\right)_i \tag{4.36-a}$$

$$c = \left(\text{denklem 4.30g}\right) + \frac{1}{\Pr \operatorname{Re}\left(0.5 - r_j\right)} r_j \left(\Delta x\right)_i \tag{4.36-b}$$

Logaritmik bölge duvar fonksiyonu için;

$$b = \left(\text{denklem 4.30h}\right) + \frac{T_{i,j+1} C_\mu^{1/4} k_{i,j}^{1/2}}{\sqrt{2}\sigma_T \left[\frac{1}{\kappa} \ln\left(E \frac{C_\mu^{1/4} k_{i,j}^{1/2} \operatorname{Re}\left(0.5 - r_j\right)}{\sqrt{2}}\right) + P\right]} r_j \left(\Delta x\right)_i \tag{4.37-a}$$

$$c = \left(\text{denklem 4.30g}\right) + \frac{C_\mu^{1/4} k_{i,j}^{1/2}}{\sqrt{2}\sigma_T \left[\frac{1}{\kappa} \ln\left(E \frac{C_\mu^{1/4} k_{i,j}^{1/2} \operatorname{Re}\left(0.5 - r_j\right)}{\sqrt{2}}\right) + P\right]} r_j \left(\Delta x\right)_i \tag{4.37-b}$$

Akış alanı için ayrıklaştırılmış denklemlerde ilave bir değişikliğe gerek yoktur.

Cidar bölgesinde yapılan değişiklikler ağıdaki gibidir.

Cidar batı kenarı, ($i=2, j=2nd+2$)'den ($i=2, j=2\left(nd+cd\right)+2$)'ye:

Cidar bölgesinde sadece enerji denklemi çözülmektedir. Hesaplama kenarı $\left(i=3, j=2nd+3\right)$'den $\left(i=3, j=2\left(nd+cd\right)+1\right)$'ye kadardır. Batı kenarında yalıtımdan dolayı $T_{i-2,j}=T_{i,j}$'dir. Başka bir değişiklik yapılmasına gerek yoktur.

Cidar doğu kenarı, $\left(i=2my+2, j=2nd+2\right)$'den $\left(i=2my+2, j=2\left(nd+cd\right)+2\right)$'ye:

Hesaplama kenarı $\left(i=2my+1, j=2nd+3\right)$'den $\left(i=2my+1, j=2\left(nd+cd\right)+1\right)$'ye değişmektedir. Isıl gelişme kabulünden dolayı $T_{i+2,j}=T_{i,j}$'dir. Başka bir değişikliğe gerek yoktur.

Cidar güney kenarı, $\left(i=2, j=2nd+2\right)$'den $\left(i=2my+2, j=j=2nd+2\right)$'ye:

Ayrıklaştırılmış enerji denklemi hesaplama kenarı $\left(i=3, j=2nd+3\right)$'den $\left(i=2my+1, j=2nd+3\right)$'ye kadardır. Isı akısı, cidar-akışkan ara yüzeyinden geçtiği için ayrıklaştırılmış enerji denklemi a_S katsayısı aşağıda yazıldığı gibidir.

$$a_S=\frac{2r_{j-1}\left(\Delta x\right)_i}{\left(\Delta r\right)_{j+1}} \tag{4.38}$$

Ara yüzey sıcaklığı da bu kenarda hesaplanmaktadır ve aşağıdaki gibi yazılır.

$$T_{wi}^{*}=T_{i,j-1}$$
$$=\frac{\left\{\sqrt{2}\sigma_T\left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4}k_{i,j-2}^{1/2}\,\mathrm{Re}\left(0.5-r_{j-2}\right)}{\sqrt{2}}\right)+P\right]\right\}k_{wf}2T_{i,j}+T_{i,j-2}\mathrm{Pe}C_\mu^{1/4}k_{i,j-2}^{1/2}\left(\Delta r\right)_j}{\left(\mathrm{Pe}C_\mu^{1/4}k_{i,j-2}^{1/2}\left(\Delta r\right)_j+\left\{\sqrt{2}\sigma_T\left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(E\frac{C_\mu^{1/4}k_{i,j-2}^{1/2}\,\mathrm{Re}\left(0.5-r_{j-2}\right)}{\sqrt{2}}\right)+P\right]\right\}k_{wf}2\right)} \tag{4.39}$$

veya

$$T_{wi}^{\ *}=T_{i,j-1}=\frac{\left(0.5-r_{j-2}\right)k_{wf}2T_{i,j}+T_{i,j-2}\left(\Delta r\right)_j}{\left(\left(\Delta r\right)_j+\left(0.5-r_{j-2}\right)k_{wf}2\right)}$$

Cidar kuzey kenarı, $\left(i=2, j=2\left(nd+cd\right)+2\right)$'den $\left(i=2my+2, j=j=2\left(nd+cd\right)+2\right)$'ye:

Ayrıklaştırılmış enerji denklemi hesaplama kenarı $\left(i=3, j=2\left(nd+cd\right)+1\right)$'den $\left(i=2my+1, j=2\left(nd+cd\right)+1\right)$'ye kadardır. Burada sadece ayrıklaştırılmış denklemin a_N katsayısı,

$$a_N = \frac{2r_j\left(\Delta x\right)_i}{\left(\Delta r\right)_{j-1}} \tag{4.40}$$

halini alır.

4.3. Sayısal Çözüm

Bu çalışmada, ayrıklaştırılmış denklemlerin çözümü için Gauss-Seidel noktadan noktaya iterasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde, denklem katsayıları iterasyonlara başlamadan önce hesaplanmakta ve iterasyonlar sırasında sabit kalmaktadır. Değişkenlerin değerleri, başlangıç ve sınır şartlarına göre, hesaplama alanının belirli bir düzende taranması ile elde edilmektedir. Herhangi bir noktada, bir değişkenin hesaplanması için kullanılabilecek temel gösterim aşağıda yazılmıştır.

$$\phi_P = \frac{\sum a_{NB}\phi_{NB} + b}{a_P} \tag{4.41}$$

Denklem (4.41)'deki ϕ_P değeri, çevresindeki düğüm noktalarında yer alan değerlere göre değişir. Değişkenin hesaplanan değerinde, bir önceki hesaplama döngüsüne göre belirli bir miktar fark vardır. Bu farka artık denmektedir. Gauss-Seidel iterasyonlarındaki artıklar aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$R_P = \sum a_{NB}\phi_{NB} + b - a_P\phi_P \tag{4.42}$$

Benzer şekilde, genel çözüm algoritmasının basamakları veya döngüleri arasında da bir değişkenin değişimi artık değer ile gösterilebilir (4.43.).

$$R_P = \phi_P - \phi_P^- \tag{4.43}$$

Gerçek çözüme yaklaşıldıkça artık değerleri küçülür. Artık değerlerinin belirli bir değerin altına düştüğü noktada iterasyonlar durdurulur. Bu duruma "yakınsama" denmektedir. Bu çalışmada, yakınsama kriteri için normalize edilmiş artık değerleri kullanılmıştır. Böylece hesaplanan değişkenin büyüklüğüne göre anlamlı bir yakınsama kriteri belirlenmiş olur. Örneğin, radyal hız bileşeni çok küçük değerlere sahiptir. İterasyonlar arasındaki fark da bu nedenle çok küçüktür. Eğer normalize edilmemiş artık değerleri kullanılırsa, henüz başlangıçta yakınsama elde edilir. Normalizasyonda eksenel hız bileşeni için giriş hızı, radyal hız bileşeni için hesaplanan en büyük mutlak değer ve skaler değişkenler için başlangıç değerleri alınabilir. Bu çalışmada, hesaplama alanındaki azami değerler kullanılmıştır. Artıkların incelenmesi için başka yöntemler de bulunmaktadır. Bunlar; artıkların toplam mutlak değerlerinin incelenmesi, artıkların karelerinin toplamının karekökünün incelenmesi ve artıkların mutlak değer toplamlarının normalize edilmesidir (Versteeg ve Malalasekera, 2007; Moukalled ve ark., 2016).

$$\frac{\left|R_P\right|_{maks}}{\left|a_P\phi_P\right|_{maks}} = \frac{\left|\left(a_{NB}\phi_{NB} + b - a_P\phi_P\right)\right|_{maks}}{\left|a_P\phi_P\right|_{maks}} \leq 10^{-6} \tag{4.44a}$$

$$\frac{\left|R_P\right|_{maks}}{\left|\phi_P\right|_{maks}} = \frac{\left|\phi_P - \phi_P^-\right|_{maks}}{\left|\phi_P\right|_{maks}} \leq 10^{-6} \tag{4.44b}$$

Gauss-Seidel iterasyon döngüsüne benzer şekilde genel algoritmanın (SIMPLE) da bir döngüsü vardır. Genel algoritma döngüsünün durdurulması için sadece artıkların değerlerine bakılmaz; ayrıca süreklilik gibi bazı fiziksel değerlerin belirlenen kıstaslara uyması istenir. Hem Gauss-Seidel iterasyon döngüsü hem de genel algoritma döngüsü için bir azami döngü sayısı belirlemek gerekmektedir. Bunun sebebi, eğer yakınsama kriterleri sağlanmaz ise işlemin bir noktada duraklatılması ve sonuçların sayısal anlamda incelenmesidir. Aynı zamanda, özellikle Gauss-Seidel iterasyonlarında asgari

iterasyon sayısı da belirlenmektedir. Bunun sebebi de değişimin yavaş olduğu durumlarda iterasyonların erken durdurulmasını engellemektir.

Süreklilik kriteri için basınç düzeltme denkleminde yer alan kütle kaynak terimi mutlak değeri dikkate alınmıştır. Bu terimin bütün çözüm alanında 10^{-9}'a eşit veya küçük olması şartı aranmıştır.

Gauss-Seidel iterasyon döngüsü sırasında hesaplanan değerler gerçek değerden uzaklaşabilir. Bu duruma ıraksama denmektedir. Iraksamanın bariz göstergelerinden biri de artan artıklardır. Eğer iterasyonlar sırasında artıklar kararlı bir şekilde artıyor ve hesaplanan değer mertebesine kadar büyüyorlar ise hesaplama ıraksamış demektir. Hesaplamanın ıraksamaması için değişkenlerdeki değişim suni olarak azaltılmaktadır. Bu işleme "gevşetme" denilmektedir. Gevşetme sadece Gauss-Seidel iterasyonlarında kullanılmaz, ayrıca genel algoritma döngüsü basamakları arasında da kullanılır. Böylece hem çözüm algoritması uygulanırken hem de bir değişkenin iç iterasyon döngüsü içinde gevşetme uygulanarak genel ve yerel ıraksamaların önüne geçilir. İterasyonlar sırasında gevşetme işlemine "denklem gevşetme", algoritma adımları sırasındaki gevşetmeye ise "değişken gevşetme" denmektedir. Değişkenlerin genel çözüm algoritması basamakları arasında gevşetilmesinin sebebi, çözüm yöntemini doğrusallıktan uzaklaştıran sayısal etkenlerdir. Değişken gevşetme aşağıdaki gibidir.

$$\phi_P = \phi_P^{-} + \alpha\left(\phi_P - \phi_P^{-}\right) \tag{4.45}$$

Denklem gevşetmesi aşağıdaki gibidir.

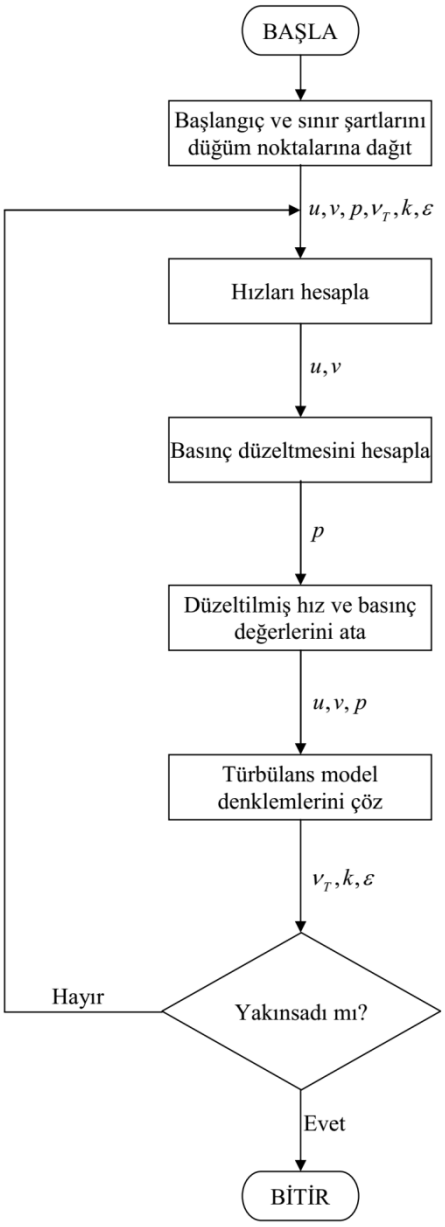
$$\phi_P = \phi_P^{-}\left(1-\alpha\right) + \alpha\frac{a_{NB}\phi_{NB} + b}{a_P} \tag{4.46a}$$

$$\frac{a_P}{\alpha}\phi_P = \left(a_{NB}\phi_{NB} + b\right) + \frac{a_P}{\alpha}\phi_P^{-}\left(1-\alpha\right) \tag{4.46b}$$

Denklem gevşetme prosedürü, (4.46b)'deki gibi düzenlendiğinde diyagonal baskınlığı güçlendirmekte ve daha kararlı bir iterasyon süreci sağlamaktadır (Versteeg ve Malalasekera, 2007; Moukalled ve ark., 2016).

Hız çözümünde, basınç ve hız değişkenlerinin birbirine olan etkilerini bir sıraya koyabilmek ve basınç hesabı yapılabilmesi için algoritma olarak (Patankar, 1980)'da

tarif edilen SIMPLE algoritması kullanılmıştır. SIMPLE algoritmasının akış diyagramı Şekil 4.5'de verilmiştir.



Şekil 4.5. SIMPLE algoritması akış diyagramı

Bilgisayar yazılımında yapılan işlemler sırası ile aşağıdaki gibidir:

1. Sınır şartları ve başlangıç değerleri atanır. Basıncın başlangıç değerleri olarak eksenel doğrultudaki dağılımı için (Çengel ve Cimbala, 2006)'de yer alan aşağıdaki bağıntı kullanılmıştır. Yakınsama kriterleri bu aşamada belirlenir. Algoritmada, süreklilik dışında bütün yakınsama kriterleri için 10^{-6}

seçilmiştir. Süreklilik için kütle kaynak terimi mutlak değerinin 10^{-9}'a eşit veya daha küçük olması şartı aranmıştır.

$$\Delta P^* = fL^* \tag{4.47-a}$$

$$f \cong \left[\frac{1}{-1.8 \log_{10}\left(\frac{6.9}{\mathrm{Re}}\right)} \right]^2 \tag{4.47-b}$$

2. Eksenel ve radyal momentum denklemleri çözülür. Bu sırada kullanılan denklem gevşetme sayısı $\alpha = 0.9$ alınmıştır. İşlem sıralaması;
   a. Eksenel hız için katsayılar hesaplanır.
   b. Eksenel hız çözümü için kuzeyden güneye ve batıdan doğuya doğru tarama yapılmıştır. Her tarama döngüsü sonunda gradyen şeklinde ifade edilen sınır şartları güncellenmektedir.
   c. Radyal hız için katsayılar hesaplanır.
   d. Radyal hız çözümü için kuzeyden güneye ve batıdan doğuya doğru tarama yapılmıştır.
   e. Hesaplanan hızlar yeni değer olarak atanır. Bu sırada değişken gevşetme sayısı olarak $\alpha = 0.9$ alınmıştır. Ayrıca eski hız değerleri ile yeni hız değerleri arasındaki artıklar kaydedilir.
   f. Bütün akış alanında hız hesaplanmayan düğüm noktaları için enterpolasyonlar yapılır. Enterpolasyonlar için eksenel doğrultuda denklem (4.4) ve radyal doğrultuda denklem (4.11) kullanılmıştır.
3. Basınç düzeltme denklemi çözülür. Hız ve basınç değerleri düzeltilir. İşlem sıralaması:
   a. Katsayılar hesaplanır.
   b. Basınç düzeltme değişkeni hesaplanır.
   c. Hız değerleri bir gevşetme katsayısı kullanılmaksızın düzeltilir.
   d. Basınç değerleri düzeltilirken gevşetme katsayısı olarak $\alpha = 0.001$ alınmıştır. Bu değer, *Re* sayısına ve ağ elemanı büyüklüğüne göre 0.03 değerine kadar yükseltilebilmiştir. Bununla beraber 0.001 değeri ile incelenen *Re* aralığında çözüm alınabilmektedir. Üssel şemada çok fazla

gevşetme kullanılmasının sebebi, şemanın katsayılarının çok küçük değerler alması ve bu nedenle hızları düzeltebilecek basınç düzeltme değerlerinin büyük hesaplanmasıdır.

e. Genel çözüm sürecinin yakınsamasını kontrol etmek amacıyla basınç düzeltme denkleminin kaynak terimi $b_{i,j}$ (kütle kaynağı), kayıt altına alınır. Bu kaynak terim bir çeşit süreklilik ifadesidir ve yakınsayan bir çözümde "0"a gider. Bu nedenle basınç düzeltme denklemi kaynak terimi için yakınsama kriteri olarak $b_{i,j} \le 10^{-9}$ alınmıştır.

f. Bütün akış alanında düzeltilen hız değerlerine göre enterpolasyonlar yapılır. Enterpolasyonlar için eksenel doğrultuda denklem (4.4) ve radyal doğrultuda denklem (4.11) kullanılır.

4. Türbülans modeli değişkenleri hesaplanır. Türbülans modeli değişkenleri çok güçlü bir biçimde birbirine bağlıdırlar. Bu nedenle çözümlerinde bir döngü ve sıralama bulunmaktadır. İşlem sıralaması:

   a. Türbülans kinetik enerjisi katsayıları hesaplanır.

   b. Türbülans kinetik enerjisi hesaplanır. Gauss-Seidel iterasyonlarında tarama yönü batıdan doğuya ve kuzeyden güneye şeklindedir. Her tarama döngüsü sonunda gradyen şeklinde ifade edilen sınır şartları güncellenir. Gauss-Seidel iterasyonu yakınsama kriteri 10^{-9} dur. Denklem gevşetme katsayısı $\alpha = 0.9$ olarak alınır.

   c. Yeni hesaplanmış türbülans kinetik enerjisi değerleri kullanılarak ayrıklaştırılmış türbülans kinetik enerjisi sönümü denkleminin katsayıları hesaplanır.

   d. Türbülans kinetik enerjisi sönümü hesaplanır. Gauss-Seidel iterasyonlarında tarama yönü batıdan doğuya ve kuzeyden güneye şeklindedir. Her tarama döngüsü sonunda gradyen şeklinde ifade edilen sınır şartları güncellenir. Gauss-Seidel iterasyonu yakınsama kriteri 10^{-9} dur. Denklem gevşetme katsayısı $\alpha = 0.9$ olarak alınır.

   e. Bütün akış alanında türbülans kinetik enerjisi ve sönümü için enterpolasyonlar yapılır. Enterpolasyonlar için eksenel doğrultuda denklem (4.4) ve radyal doğrultuda denklem (4.11) kullanılır.

   f. Akış alanında denklem (3.72)'deki türbülans viskozitesi hesaplanır. Türbülans viskozitesi için üst limit değeri "1" olarak belirlenmiştir. Eğer

hesaplanan türbülans viskozitesi değeri için "1" ile sınırlandırılan bir düğüm noktası olursa, bu düğüm noktasındaki türbülans kinetik enerjisi sönüm değeri denklem (3.72) kullanılarak güncellenir.

g. Türbülans viskozitesinin bir önceki hesaplanan değerlerine göre değişimi kaydedilir. Artık değeri 10^{-6}'ya eşit ve daha küçük ise SIMPLE algoritmasının yakınsama kontrolleri yapılır. Eğer artık değer istenenden büyük ise tekrar türbülans kinetik enerjisinin hesaplandığı adıma dönülür.

5. Bütün yakınsama kriterleri sağlanmadığı sürece hız hesabı için SIMPLE'ın ilk adımına geri dönülür.

Enerji denklemi için SIMPLE benzeri bir algoritmaya gerek duyulmamıştır. Enerji denkleminin çözüm basamakları, türbülans modeli denklemlerinin çözümüne benzemektedir. Tek fark, enerji denklemindeki zaman terimidir. Enerji denkleminin çözüm adımları aşağıda sırasıyla açıklanmıştır.

1. Hız çözümü sonunda enerji denkleminin çözümü için başlangıç ve sınır şartları atanır.
2. Bir zaman adımı için enerji denkleminin katsayıları hesaplanır.
3. Gauss-Seidel iterasyonları batıdan doğuya ve kuzeyden güneye olacak şekilde yapılır. İterasyonlar sırasında ara yüzey sıcaklığı belirlenir ve daha sonra akış tarafındaki hesaplama alanına geçilir. Yakınsama kriteri 10^{-9} ve gevşetme katsayısı 0.9 alınmıştır. İterasyon sürecinin durdurulması için ilaveten ara yüzey ısı akısının ve sıcaklık gradyenlerinin cidar ve akışkan tarafında eşit olup olmadığı kontrol edilir. Farkın 10^{-6}'ya eşit veya daha küçük olması şartı aranır.
4. Gauss-Seidel iterasyon süreci yakınsadığında, hesaplama yapılan zaman adımı için sıcaklık dağılımı, yığık sıcaklık ve Nusselt sayısı gibi bazı büyüklükler kaydedilir ve sonraki zaman adımı için katsayılar tekrar hesaplatılarak Gauss-Seidel iterasyon sürecine geri dönülür.
5. Bir önceki zaman adımına göre sıcaklık alanındaki artıkların 10^{-9}'a eşit veya daha küçük olduğu; ve Gauss-Seidel iterasyonunun 2 döngünün altına düştüğü durumda kararlı rejime ulaşıldığı kabul edilip süreç durdurulur.

4.4. Sayısal Çözümün Ağdan ve Zaman Adımından Bağımsız Hale Getirilmesi

Yakınsayan sayısal çözümün ağ elemanı veya zaman adımı boyutuna bağımlılığını kontrol etmek için RMS değeri kullanılmıştır (denklem 4.48). Ağ bağımsızlığı için eksenel hız bileşeninin RMS değerine bakılmıştır. Zaman adımı bağımsızlığı için sıcaklığın RMS değeri kullanılmıştır.

$$RMS_{\phi} = \frac{\sqrt{\left(\sum_{i=0,\, j=0}^{i=i_{maks},\, j=j_{maks}} \phi_{i,j}^{\,2} \left(\Delta V\right)_{i,j} \right)}}{\sum_{i=0,\, j=0}^{i=i_{maks},\, j=j_{maks}} \left(\Delta V\right)_{i,j}} \tag{4.48}$$

Ağ ve zaman bağımsızlığı için iki farklı yaklaşım kullanılmıştır. Bunlardan ilki yüzdesel değişim, ikincisi ise Ağ Yakınsama Dizini (GCI)'dir (Roache ve ark., 1986; Roache, 1994; 1997; 1998; Slater, 2006; Slater, 2019). İki yaklaşım ile kaba, orta ve ince ağlar incelenmiştir. Yüzdesel değişim için kullanılan ifade aşağıdaki gibidir.

$$\Delta\% = \frac{RMS_{\phi,ince} - RMS_{\phi,kaba}}{RMS_{\phi,kaba}} \tag{4.49}$$

Yüzde değişim yaklaşımına kıyasla GCI yaklaşımı daha karmaşıktır. GCI'nin açıklanması için (Slater, 2006; Slater, 2019)'dan faydalanılmıştır. Kullanılan sayısal yöntemin "mertebesi" p, sabit bir ağ iyileştirme oranı r ile aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$p = \ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right) \Big/ \ln\left(r\right) \tag{4.50}$$

Teorik olarak üssel ayrıklaştırma yöntemi "birinci" mertebedir. Ayrıklaştırma yönteminin mertebesi yükseldikçe, sayısal ağa daha az bağlı olmaktadır. Buna karşın yüksek mertebe ayrıklaştırma şemaları daha kararsızdır. Ağ elemanları küçültülerek ve ağ eleman sayısı arttırılarak çözümün doğruluğu arttırılabilir. GCI ile ilgili Roache'nin çalışmalarında çözüm mertebesinin en az 2 olması istenmektedir (Roache ve ark., 1986; Roache, 1994; 1997; 1998). Diğer bir GCI ölçeği, değişimin asimptotik aralıkta

kaldığını gösteren bir katsayıdır (4.51). Bu ifadede sabit bir C sayısı elde ediliyor ise değişim asimptotik bölgededir.

$$C = \left(f_{h_i} - f_{h_{i-1}}\right) \Big/ h_i^{\,p} \tag{4.51}$$

Ağa bağlı asimptotik değişim için diğer bir kontrol yöntemi ise Richardson ekstrapolasyonunun kullanıldığı yöntemdir (4.52).

$$f_{h=0} = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1} \tag{4.52}$$

Bu ekstrapolasyon ile ağ eleman sayısı bir kat daha arttırıldığında elde edilecek sonuç hesaplanmaktadır. Eldeki sonuç ile ekstrapolasyon sonucu asimptotik değişim bölgesinde ise ağ bağımsızlığı sağlanmış olur. Dolayısıyla bu yöntemde, ikinci mertebeden bir ayrıklaştırma şeması ile bir kat daha ağ iyileştirme yapıldığında sonucun ne kadar değişeceği gösterilmekte ve genel bir ölçek sunulmaktadır. Bu yaklaşım GCI'dir. GCI gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$GCI_{ince} = \frac{F_s \left|\varepsilon\right|}{r^p - 1} \tag{4.53}$$

Burada $F_s = 1.25$ olarak alınan güvenlik faktörü ve $\varepsilon = \dfrac{f_2 - f_1}{f_1}$ olarak ifade edilen yüzdesel veya bağıl hatadır. Eğer ağa bağlı değişim asimptotik bölgede ise aşağıda yazılan eşitlik sağlanır.

$$r^p GCI_{ince} = GCI_{kaba} \tag{4.54}$$

Uzamsal ağ için kaba, orta ve ince ağ eleman sayıları Tablo 4.1 ile verilmiştir.

Tablo 4.1. Ağ eleman sayıları

Ağ adı	Akış alanı radyal yön	Cidar alanı radyal yön	Eksenel yön
Kaba	8	4	400
Orta	16	8	800
İnce	32	16	1600

Ağdan bağımsız hale getirme ve GCI sonuçları için denklem (4.48) ifadesi kullanılarak eksenel hız bileşeninin RSM değerlerine göre Tablo 4.2 sunulmuştur. Ağdan bağımsız hale getirme çalışmalarının yapıldığı ağlarda bir sündürme işlemi yapılmamıştır.

Tablo 4.2. Ağdan bağımsız hale getirme çalışması sonuçları

	$\lvert\varepsilon\rvert$ [i]		AYD[ii]		p [iii]	C [iv]
Re [v]	Kaba-Orta	Orta-İnce	Kaba-Orta	Orta-İnce		
5000	0.032	0.008	0.0549	0.0037	1.94	3.84
10000	0.032	0.002	0.0435	0.0002	3.84	14.37
50000	0.493	0.021	0.6417	0.0012	4.49	22.56
100000	1.218	0.071	1.6	0.0056	4.06	16.78

i. Bağıl hatanın mutlak değeri (100 ile çarpılmış % değeri)
ii. Ağ Yakınsama Dizini değeri
iii. Sayısal yöntemin mertebesi
iv. Asimptotik değişim bölgesi için değişim katsayısı
v. Ağdan bağımsız hale getirilen çözümün yapıldığı Reynolds sayısı

Ağdan bağımsızlaştırmada sadece eksenel hızın kullanılma sebebi, hız çözümünde kullanılan ağın enerji çözümünde de kullanılmasıdır. Skaler büyüklükler vektörel büyüklüklere göre sayısal ağa daha az bağımlıdır. Bu nedenle eksenel hız bileşenine göre yapılan ağdan bağımsız hale getirme çalışması sıcaklık ve diğer büyüklükler için de geçerlidir.

Enerji çözümü zamana bağlı yapılmıştır. Zaman alanında kullanılan zaman adımları da uzamsal alana benzer şekilde olabildiğince küçük seçilmektedir. Bu işlemle ilgili de zaman adımından bağımsız hale getirme çalışması yapılmaktadır. Benzer şekilde zaman adımını bağımsız hale getirmek için Tablo 4.3 ve 4.4 verilmiştir. Tablo 4.4, farklı yayılım katsayıları için zamanın t^*=0.0002 değerinde hesaplanan sıcaklık RMS değerine göre hazırlanmıştır. Zaman adımından bağımsız hale getirme işlemi için sabit zaman adımı büyüklüğü kullanılmıştır. Zaman adımlarının küçük değerlerinin sebebi, zamanın akışkan ısıl yayılım katsayısı kullanılarak boyutsuzlaştırılmasıdır. Bu boyutsuzlaştırma şeması, zamanın 1/Pe ile çarpılmasına denk bir etki oluşturmaktadır. Dolayısıyla t=1 saniye ve Pe=35000 için yaklaşık olarak t^*=0.0000285 değerine denk gelmektedir. Küçük Pe sayılarında daha yüksek zaman adımı değerlerinin kullanılması düşünülebilir. Fakat bu sefer akışkan ısıl yayılım katsayısının yüksek değerlerinden dolayı ısı transferi hızı da yüksek olacak ve zamana bağlı değişimin görülebilmesi için yine küçük zaman adımları seçilmesi gerekecektir.

Tablo 4.3. Zaman adımı büyüklükleri

Zaman Adımı Ağı	Zaman Adımı
Kaba	0.00004
Orta	0.00002
İnce	0.00001

Tablo 4.4. Zaman adımından bağımsız hale getirme çalışması sonuçları

	$\lvert\varepsilon\rvert$ [i]		AYD[ii]		p [iii]	C [iv]
α_{wf} [v]	Kaba-Orta	Orta-İnce	Kaba-Orta	Orta-İnce		
1	2.205	1.083	5.4155	1.3501	0.99	2.01
10	1.515	0.747	3.7365	0.9294	0.99	2.01
100	0.375	0.131	0.7221	0.0892	1.50	2.84
1000	0.104	0.054	0.2703	0.0716	0.95	1.94
10000	0.101	0.052	0.2606	0.0692	0.95	1.94

i. Bağıl hatanın mutlak değeri (100 ile çarpılmış % değeri)
ii. Ağ Yakınsama Dizini değeri
iii. Sayısal yöntemin mertebesi
iv. Asimptotik değişim bölgesi için değişim katsayısı
v. Zaman adımından bağımsız hale getirilen çözümün yapıldığı cidar-akışkan difüzyon katsayısı oranı

Ağdan bağımsız hale getirme çalışması sonucunda orta ağların kullanılmasına karar verilmiştir.

Enerji denklemi çözülürken, hem uzamsal ağ hem de zaman adımı için, parametrelerin değerine göre sündürme katsayıları kullanılarak hesaplama süresinin azaltılması veya gerekli çözüm alanının elde edilmesi sağlanmıştır. Özellikle *Pr* sayısının büyük değerlerinde çözüm alanının eksenel yönde çok uzatılması gerekmektedir.

4.5. Matematiksel Belirsizlikler, Yaklaşımlar ve İşlemler

Sayısal çözüm sırasında, paydada "0" bulunması gibi çeşitli matematiksel belirsizlikler çıkabilmektedir. Benzer şekilde enterpolasyon ve ortalama alma şemaları da değişebilmektedir. Tekillik gibi sayısal belirsizliklerin çözülebilmesi için bazı yaklaşımlar bulunmaktadır.

Bir değerin zamana veya uzamsal alana göre ortalamasının alınması bir çeşit enterpolasyondur. Çeşitli ortalama veya enterpolasyon yaklaşımları bulunmaktadır. Fiziksel olaya bakılarak bu yaklaşımlardan hangisinin uygun olduğuna karar verilmektedir. İletim ve yayılım katsayılarında, noktalar arasında büyük farklılıklar bulunuyorsa harmonik ortalama kullanılmaktadır. Çünkü ısıl direnci belirleyen unsur büyük oranda düşük katsayıya sahip taraftır. Harmonik ortalama, herhangi bir yayılım katsayısı için aşağıdaki şekilde yazılabilir (Patankar, 1980).

L mesafeyi gösterirken 1 ve 2 indisleri farklı bölgeleri temsil etmek üzere;

$$\Gamma_{Harmonik} = \left\{ \frac{(1-f)}{\Gamma_1} + \frac{\left[f = L_2/(L_1+L_2) \right]}{\Gamma_2} \right\}^{-1} \tag{4.55}$$

Burada L_1 ve L_2 mesafeleri, iki bölgeyi ayıran ara yüzeye olan mesafelerdir. Eğer bu mesafeler eşit olursa (4.55) ifadesi aşağıdaki gibi basit bir şekilde yazılabilir.

$$\Gamma_{Harmonik} = \frac{2\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2} \tag{4.56}$$

Hesaplamaların yapıldığı düğümler arasında kalan noktalarda değer hesaplatmak için tam çözüm profili ile enterpolasyon yapılmıştır. Radyal yönde denklem (4.11), eksenel yönde denklem (4.4) kullanılmıştır. Hız kontrol hacimlerinin köşe noktalarında bu iki profilden biri kullanılabilmektedir. Ara noktalarda enterpolasyonla hesaplanan değerler sadece katsayıların hesaplanmasında kullanılmaktadır. Sonuç grafiklerinde sadece hesaplanan değerler kullanılmakta ve noktalar arası boşluklar için Lagrange enterpolasyon yönteminden faydalanılmaktadır. Lagrange enterpolasyon yönteminde iki koordinat bulunmaktadır. Bunlardan biri x koordinatıdır ve noktalar arasındaki mesafeyi temsil etmektedir. Diğer koordinat y ile gösterilmektedir ve noktaların bilinen değerlerini ifade etmektedir. Böylece Lagrange enterpolasyonu için aşağıdaki formül yazılabilir (Ateş, 1999).

$$f(x) = y_x = y_1 \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + y_2 \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3 \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} \tag{4.57}$$

Sayısal çözüm sırasında karşılaşılan en belirgin matematiksel tekillik, paydada "0" değerinin olmasıdır. Bunun üç temel sebebi bulunmaktadır. Bunlardan ilki, boru ekseninde radyal koordinatın "0" değeri almasıdır. Diğer sebep, başlangıç değerlerinden bazılarının "0" ile başlamasıdır. Son olarak hesaplamalar sırasında, çok nadiren de olsa, bazı değişkenler "0" değerini alabilir. Bu tarz durumlarda iki farklı yaklaşım kullanılmıştır. Bu yaklaşımlardan ilki, radyal koordinatı "0" yerine $1x10^{-8}$ den başlatmaktır. Benzer şekilde başlangıç değeri olarak "0" alınması gereken yerlerde "0" yerine $1x10^{-6}$ gibi çok küçük sayılar kullanılabilir. Diğer yaklaşım, mümkün olan

yerlerde, L'hospital kuralının kullanılarak pay ve paydanın ayrı ayrı türevinin alınmasıdır.

Sayısal çözüm sırasında karşılaşılan diğer bir tekillik ise üssel şemadaki logaritma fonksiyonunun "1" değeridir. Bu durum özellikle eksenel simetri nedeniyle eksene komşu hücrelerde radyal yöndeki değişim profillerini etkilemekte ve hesap yapılamaz duruma getirmektedir. Bu bölgede eksenel simetriden dolayı güney katsayısı 0 olarak alınmıştır.

Son olarak, yığık sıcaklık hesaplanırken integral işlemi toplama işlemi olarak gerçekleştirilmiştir (4.58).

$$\begin{aligned} T_b^* &= 8\int_0^{0.5} u^* T_f^* r^* dr^* \\ &= 8\left[\left(u_{i,j}T_{i,j}\Delta r_j r_j\right)+\left(u_{i,j+2}T_{i,j+2}\Delta r_{j+2}r_{j+2}\right)+\ldots+\left(u_{i,j+2nd-2}T_{i,j+2nd-2}\Delta r_{j+2nd-2}r_{j+2nd-2}\right)\right] \end{aligned} \tag{4.58}$$

4.6. Bilgisayar Yazılımı

Yazılım Delphi programlama dilinde, Embarcadero RadX Studio Delphi ara yüzü kullanılarak yazılmıştır. Hesaplama prosedürleri, bu prosedürlerin algoritmaya bağlı işletilmesi, başlangıç değerleri ve parametreler, ara yüzler, grafik oluşturma gibi birçok farklı işlem yapıldığı için çeşitli program ve veri dosyaları oluşturulmakta ve bunlar iki arayüz ile kullanıcı tarafından çalıştırılmaktadır. Çalışmanın farklı safhalarında 5000 ile 35000 satırdan oluşan program, kullanılan yazılım diline özgü gösterimlere sahiptir.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, kalın cidarlı bir boruda iki boyutlu, türbülanslı, sıkıştırılamaz bir akışta, akış karakteristikleri ve ısı transferi sayısal olarak incelenmiştir. Akışın sürekli, ısı transferinin ise geçici rejimde ele alındığı bu birleşik ısı transferi problemi beş parametreye bağlıdır. Bunlar Reynolds sayısı *Re*, Prandtl sayısı *Pr*, Cidar kalınlık oranı d_{wf}, cidar-akışkan ısı iletim katsayısı oranı k_{wf} ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı α_{wf} dir. Çözümler bu parametrelerin kombinasyonları için yapılmıştır. Her seferinde tek bir parametre değeri değiştirilmiş ve diğer parametrelerin ortalama değerleri kullanılmıştır. Parametre değerleri; *Re*=5000, 10000, 50000, 100000; *Pr*=0.002, 0.01, 0.7, 5; d_{wf} =0.002, 0.02, 0.1, 0.3, 0.5; k_{wf} =1, 10, 100, 1000; α_{wf} =1, 10, 100, 1000 ve 10000'dir. Bu değerler mühendislik açısından uygulamada söz konusu olabilecek değerler arasından ve öngörülen koşulların anlamlı seviyede olabileceği şekilde (örneğin türbülanslı akış) seçilmiştir. Ortalama parametrik değerler ise; *Re*=50000; *Pr*=0.7; d_{wf}=0.1; k_{wf}=10; α_{wf}=100'dür.

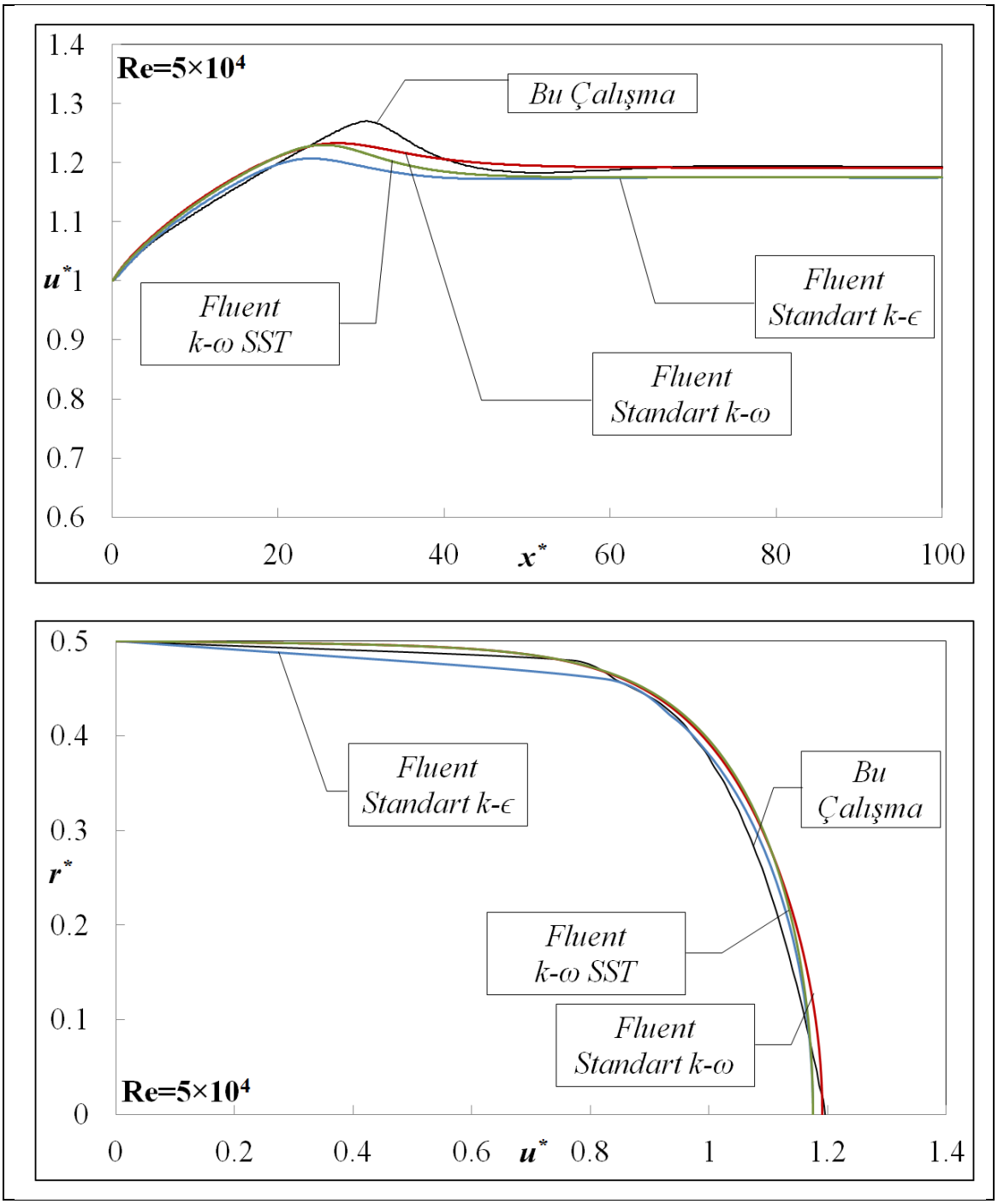
Bu çalışmada hız dağılımı analizinde *Re* sayısına bağlı bir inceleme yapılmıştır. Akışın türbülanslı bölgede kalacağı şekilde seçilmiş olan *Re* sayısı, hız çözümü için tek parametre durumundadır. Enerji denkleminde ise *Pe* sayısı etkendir. Hız çözümünde kullanılan *Re* sayıları enerji çözümünde de kullanılmış ve burada parametre olarak kullanılan *Pr* sayıları ile çarpılarak *Pe* sayısı değerleri hesaplanmıştır. Böylece bu çalışma için belirlenmiş bütün parametreler enerji denklemi çözümünde kullanılmış olmaktadır.

Taşınım ile ısı transferi problemlerinde sonuçlar genellikle yerel *Nu* sayıları ile ifade edilir. Ancak birleşik problemlerde, tanımında üç bilinmeyen değer (q_{wi}, T_{wi} ve T_b) içerdiği için bu pek uygun bir yöntem değildir ve sonuçlar daha anlamlı mesaj içeren boyutsuz ara yüzey ısı akısı q_{wi} ile ifade edilir (Faghri ve Sparrow, 1980; Schutte ve ark., 1992). Bu çalışmada her iki sonuç da verilmiştir.

5.1. Hız Profilleri

Gelişmekte olan boru içi türbülanslı akış için hız profilleri dört farklı *Re* sayısına göre çizdirilmiştir. Türbülanslı akışta, laminer akıştan farklı hız profilleri oluşmaktadır. Laminer akışta hız profilleri tabakalar arasındaki sürtünmeden kaynaklanırken türbülanslı akışta hız profilini oluşturan temel kaynak türbülansın kendisidir. Yapılan simülasyonda türbülansın zaman ortalamasını benzeştirmek için türbülans viskozitesi kullanılmıştır. Boru girişinde üniform hız dağılımına benzer şekilde üniform türbülans viskozitesi tanımlanmıştır. Türbülans viskozitesinin boru girişindeki değeri *Re* sayısına göre hesaplanan türbülans yoğunluğu ile belirlenmektedir. Hidrodinamik sınır tabaka, boru eksenine doğru büyürken içerisinde türbülans viskozitesi de artarak bir profil oluşturur. Hidrodinamik sınır tabaka, boru ekseninde ulaştığında türbülans viskozitesi belirli bir mesafe boyunca boru ekseninde artmaya devam eder. Fiziksel olarak bunun sebebi karışma olayıdır. Simülasyonda ise sınır tabaka boru eksenine kadar büyüdüğü için türbülans viskozitesini arttıran hız gradyenleri oluşmaktadır. Burada boru eksenindeki azami hız bir miktar azalır. Bu süreç boru ekseninde, türbülanslı akışa has bir profil oluşmasına neden olur. Tüm bu durumlar dikkate alınarak elde edilen hız profilleri çizdirilmiştir. Sonuçlar literatürdeki diğer çalışma sonuçları ile doğrulanmıştır (Kahramanoğlu ve ark., 2017; Bryant ve ark., 2018).

Re=50000 için Fluent yazılımı kullanılarak boru ekseninde ve boru çıkışında radyal doğrultuda eksenel hız bileşeni elde edilmiştir. Fluent ile kullanılan türbülans modelleri standart k-ϵ, standart k-ω ve k-ω *SST* türbülans modelleridir. Fluent sonuçlarının bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılması Şekil 5.1'de sunulmuştur. Sonuçlar kabul edilebilir bir tolerans ile birbirlerine yakın çıkmaktadır. Bununla birlikte Fluent içerisinde üssel ayrıklaştırma şeması bulunmadığı için "*Power-Law"* ayrıklaştırma şeması seçilmiş ve diğer sayısal parametreler olabildiğince bu çalışmaya yakın alınmıştır. Ayrıca y^* değeri standart k-ϵ için 50 iken standart k-ω ve k-ω *SST* türbülans modellerinin doğru sonuç vermesi için 0.8 olarak ayarlanmıştır. Dolayısıyla standart k-ϵ için orta ağ kullanılmış fakat standart k-ω ve k-ω *SST* türbülans modelleri için 96x4800 ağ elemanına sahip çok ince bir ağ kullanılmıştır.



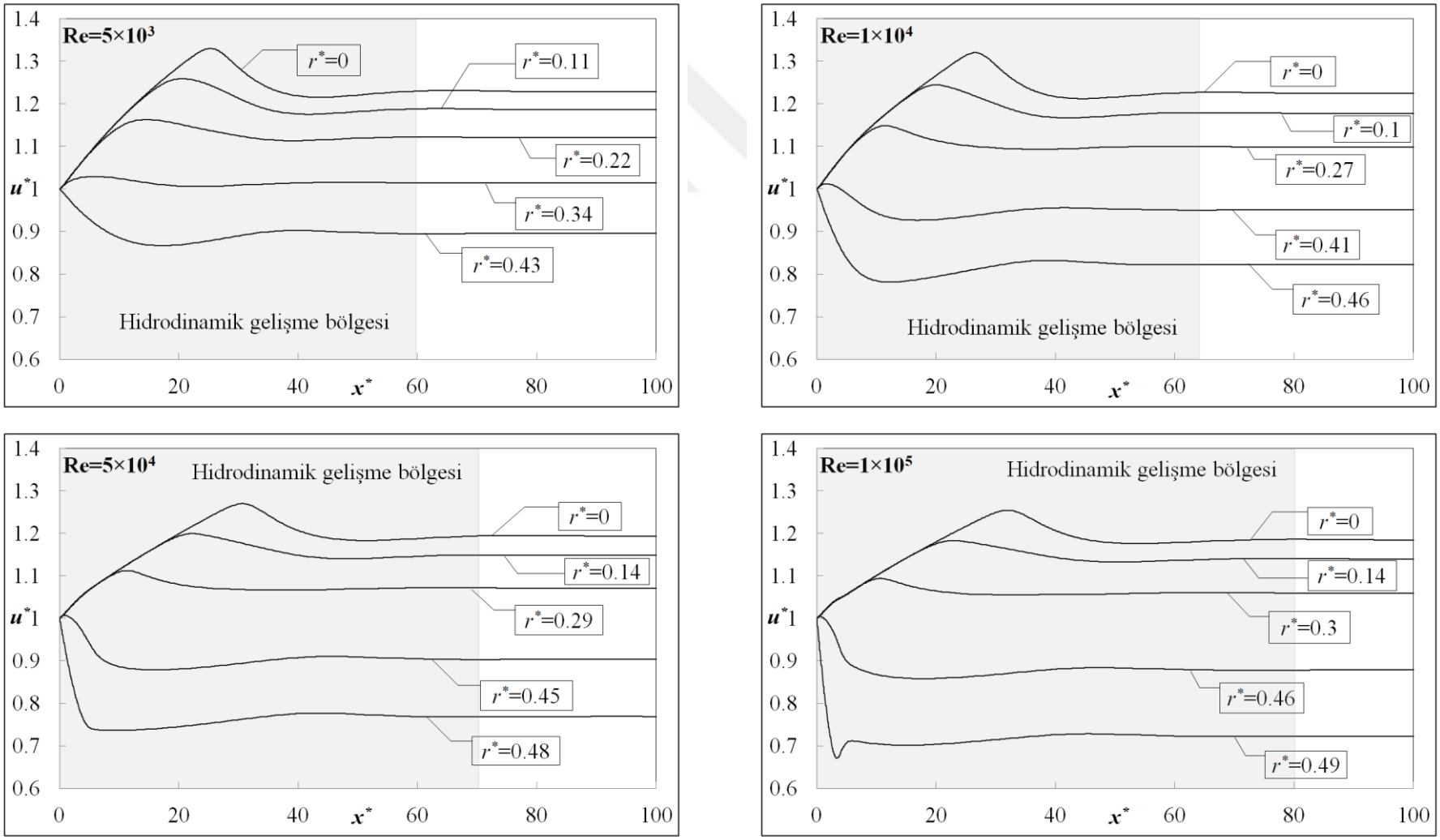
Şekil 5.1. *Re*=50000 için boru ekseninde ve çıkışında eksenel hız bileşeni profillerinin Fluent sonuçları ile karşılaştırılması

Şekil 5.2'de, eksenel hız bileşeninin eksenel doğrultudaki değişimi farklı radyal konumlara göre sunulmuştur. Burada *Re* sayısına göre değişim gösteren viskoz-laminer alt sınır tabaka kalınlığının duvar fonksiyonuna uygulanması gereğinden dolayı şekiller arasında eşit radyal konumlar alınamamış, ancak yakın değerler alınmaya çalışılmıştır. Bu şekillerde referans alınabilecek r^*=0 değerleri için elde edilen grafiklerde eksenel hızların önce bir artış göstererek 1.3 değerinin üzerine çıktığı, daha sonra hızın 1.2 ye

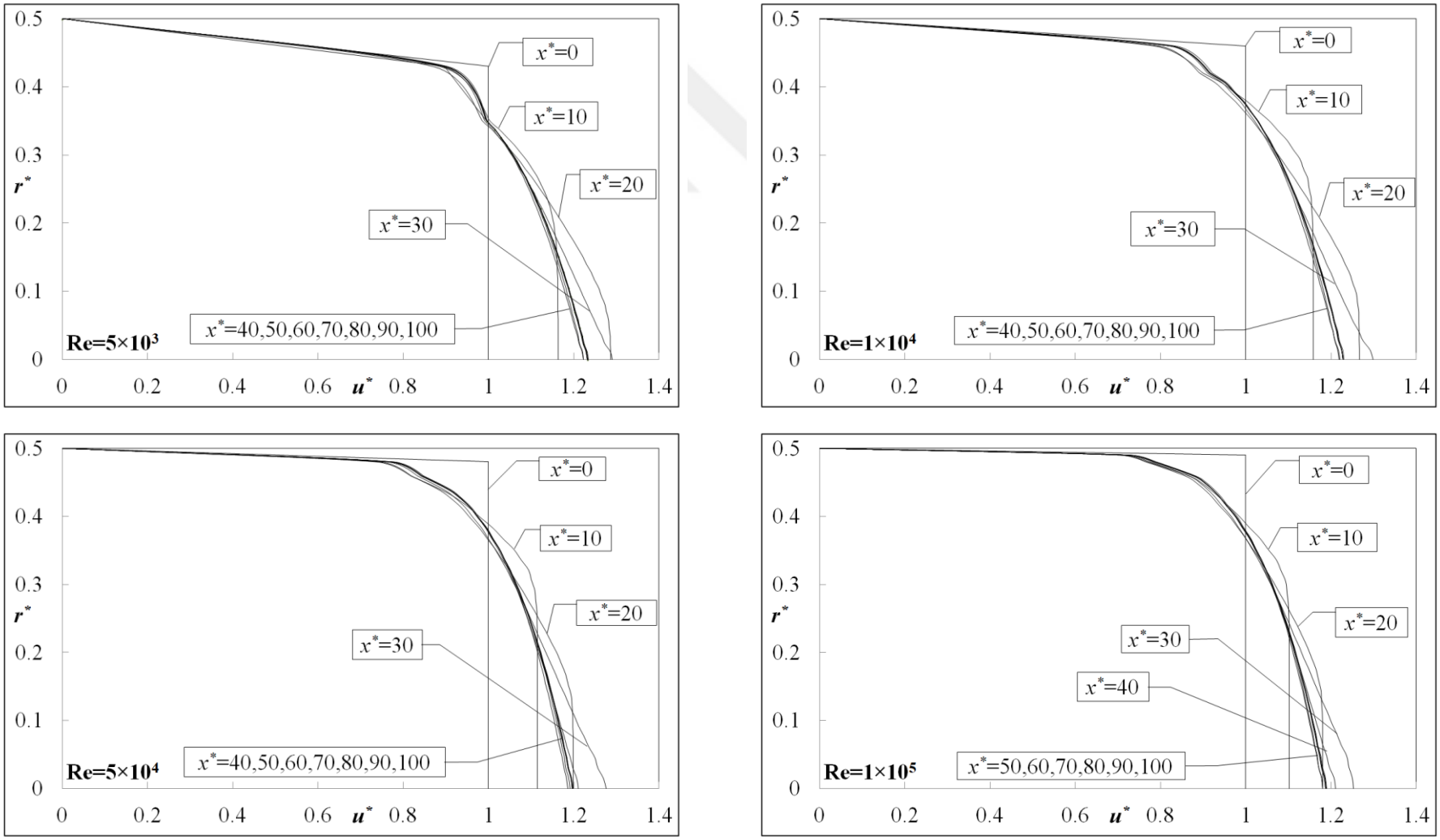
çok yakın bir değerde sabitlendiği gözlemlenmektedir. Bu durum eksenel hız bileşeninin radyal doğrultudaki değişim profillerini gösteren Şekil 5.2 'de açıkça görülmektedir. Türbülanslı boru içi akışlarda boru eksenindeki hızın hidrodinamik gelişme mesafesinden sonra yaklaşık 1.2 değerine geldiği bilinmektedir (Çengel ve Cimbala, 2006). Yapılan boyutsuz incelemede bütün incelenen *Re* sayıları için boru eksenindeki hız gelişmiş akışta 1.2 değerine yakınsamıştır. İncelenen türbülanslı akışın laminer akıştan farklı olarak hidrodinamik gelişme bölgesinde bir tepe noktası değerine ulaştığı ve daha sonra hidrodinamik gelişmeye yaklaştıkça 1.2 değerine doğru azaldığı görülmektedir. Bunun sebebi, (Bryant ve ark., 2018)'da açıklandığı üzere, girişteki türbülans yoğunluğunun gelişmiş akış türbülans yoğunluğundan düşük olmasıdır. Hidrodinamik sınır tabaka boru eksenine doğru büyürken potansiyel akış bölgesinin hızı artarak sürekliliği sağlamaktadır. Hidrodinamik sınır tabaka boru eksenine ulaştığında burada oluşan akış karışması ve oluşan türbülans, akıştan enerji çekmekte ve boru eksenindeki eksenel hız bileşeninin değerini bir miktar azaltmaktadır. Kullanılan türbülans modeline göre bu durum türbülans viskozitesinin ani artışı ile açıklanmaktadır.

Şekil 5.2 ve 5.3'de işaretlenen hidrodinamik gelişme mesafesi, grafiksel ve yaklaşık olarak belirlenmiştir. Her iki şekil birlikte incelendiğinde artan *Re* ile hidrodinamik giriş uzunluğu da arttığı görülmektedir. Uygulamada türbülanslı akışta giriş mesafesi yaklaşık olarak 10 çap alınmaktadır (Çengel ve Cimbala, 2006). Literatürde ise eksenel hızdaki yüzdesel değişim için belirlenen sınıra göre bu mesafe *Re*'nin bir fonksiyonu olarak artmaktadır (Zhi-qing, 1982; Shah ve Bhatti, 1987). Bu giriş mesafesinin kapsadığı alanda ısı transferi büyüklüklerinde de bir değişiklik elde edilmesi beklenir çünkü bu bölgede radyal doğrultuda da hareket bulunmaktadır.

Yine şekillerde *Re*=100000'de viskoz-laminer alt sınır tabaka en dar değerini almaktadır. Böylece cidara en yakın hız profilleri bu değer için çizdirilmiştir. Şekil 5.2'de cidara en yakın konumda çizdirilen eksenel hız bileşeni profilinde önce bir azalma ve daha sonra küçük bir artış olmaktadır. Sınır tabakanın büyümesine paralel olarak akış cidara yakın bölgelerden başlayarak gelişmektedir.



Şekil 5.2. Eksenel hız bileşeninin eksenel doğrultuda değişim profilleri



Şekil 5.3. Eksenel hız bileşeninin radyal doğrultuda değişim profilleri

Radyal hız bileşeninin eksenel ve radyal doğrultuda değişim profilleri Şekil 5.4 ve 5.5'de verilmiştir. Her iki şekil birlikte incelendiğinde, Şekil 5.2 ve 5.3'de gözlenen eksenel hız bileşenine ait profillerin gelişimine paralel olarak başlangıçta 0 değerine sahip radyal hız bileşeni, eksene doğru negatif, cidara doğru pozitif değerler almaktadır. Burada radyal hız değeri mutlak olarak her zaman pozitiftir fakat radyal doğrultuda yön ifade etmek için pozitiflik veya negatiflik kullanılmıştır. Hidrodinamik sınır tabaka nedeniyle değeri azalan eksenel hız bileşeninin oluşturduğu kütlesel fark, boru eksenine doğru radyal hız bileşeni ile karşılanmaktadır. Borunun hemen girişinde radyal hız mutlak değerleri ani olarak bir artış göstermekte, hemen sonrasında ise eksenel yönde ilerledikçe 0'a doğru azaldığı görülmektedir. İlerleyen eksenel mesafe ile hidrodinamik sınır tabakanın boru eksenine ulaştığı ve eksenel hız bileşeninin boru ekseninde değerinin azalmaya başladığı bölümde ise radyal hız bileşeni cidara doğru yön değiştirerek sürekliliği sağlamaktadır. Ayrıca her iki şekil yine birlikte incelendiğinde, radyal doğrultuda cidardan cidar ile eksen ortasına doğru gittikçe radyal hız değerlerin arttığı, sonrasında ise eksene gittikçe azaldığı görülmektedir. Bu nedenle de azami radyal hız değerlerinin cidar ile eksen arasında olduğu anlaşılmaktadır.

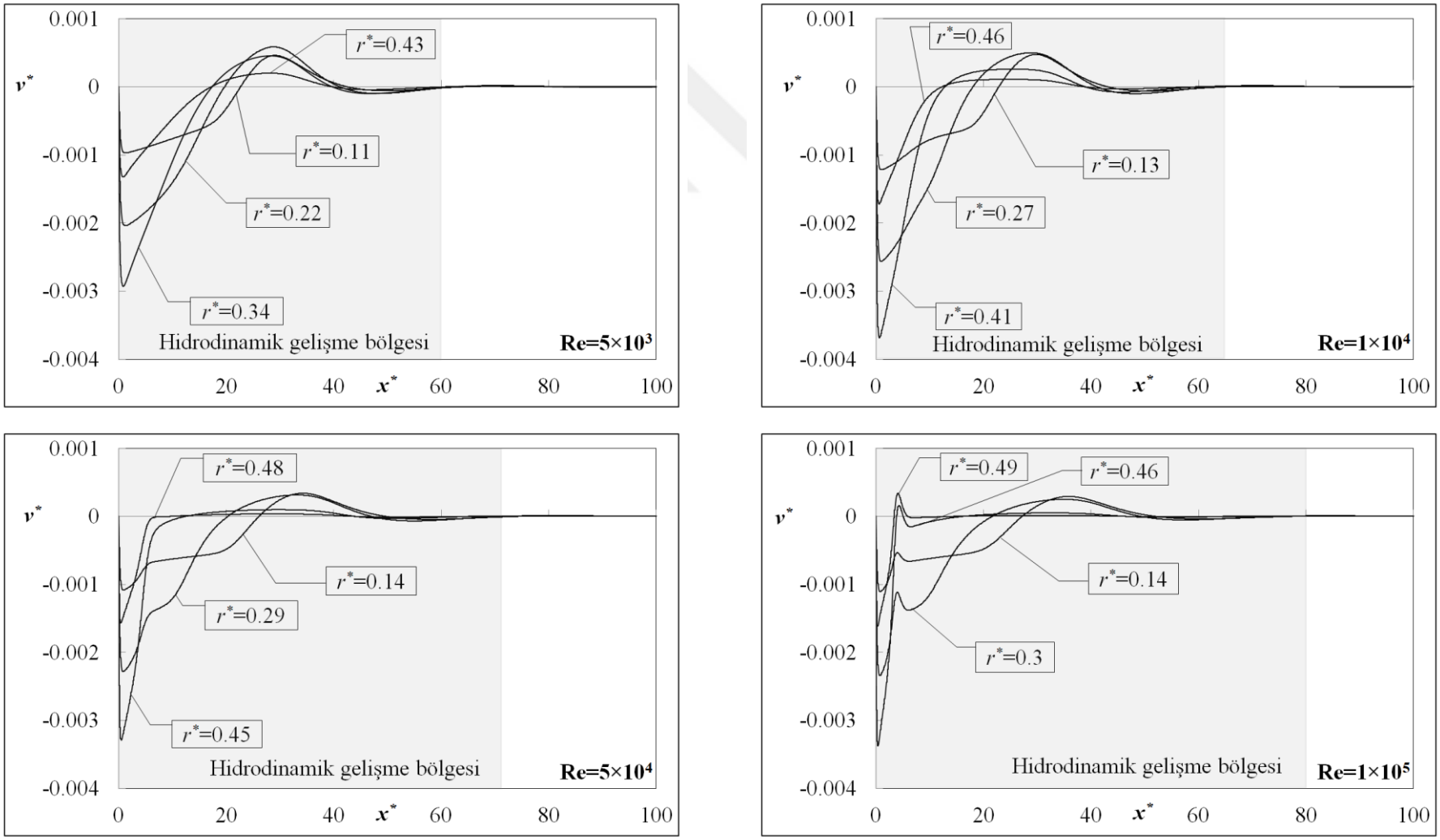
Şekil 5.2 ve 5.4'te *Re*=100000 grafiklerinde cidara en yakın hız profili ani bir değişim göstermektedir. Çok kısa bir eksenel mesafede gerçekleşen bu olayda, borunun geri kalan kısmına kıyasla göz ardı edilebilir bir kütle transferi oluştuğu söylenebilir. Bu değişimin sebebi aşağıda izah edilecek olan türbülans viskozitesindeki ani artıştır.

Şekil 5.6 ve 5.7'da türbülans viskozitesinin moleküler viskoziteyi temsil eden 1/Re değerine oranının sırasıyla eksenel ve radyal doğrultuda değişim profilleri verilmiştir. Eksenel doğrultuda farklı radyal konumlar için profiller incelendiğinde, hidrodinamik sınır tabakanın gelişmekte olduğu bölgede türbülans viskozitesinin nispeten küçük değerler aldığı görülmektedir. Hidrodinamik sınır tabaka boru eksenine ulaştığında ise türbülans viskozitesi ani bir şekilde artmaktadır. Bunun sebebi, boru ekseni civarında oluşan hız gradyenlerinin türbülans viskozitesinin değerini büyütmesidir. Hız değerleri artıp hız gradyenleri azaldıkça türbülans viskozitesi artmaktadır. Böylece hız gradyeninin yüksek olduğu bölgelerdeki moleküler viskozite kaynaklı kayma gerilmesini dengeleyecek şekilde boru eksenine doğru sanal kayma gerilmesi oluşturulmaktadır. *Re* sayısı arttıkça artan türbülans etkisine paralel olarak türbülans viskozitesi oranı da artmaktadır.

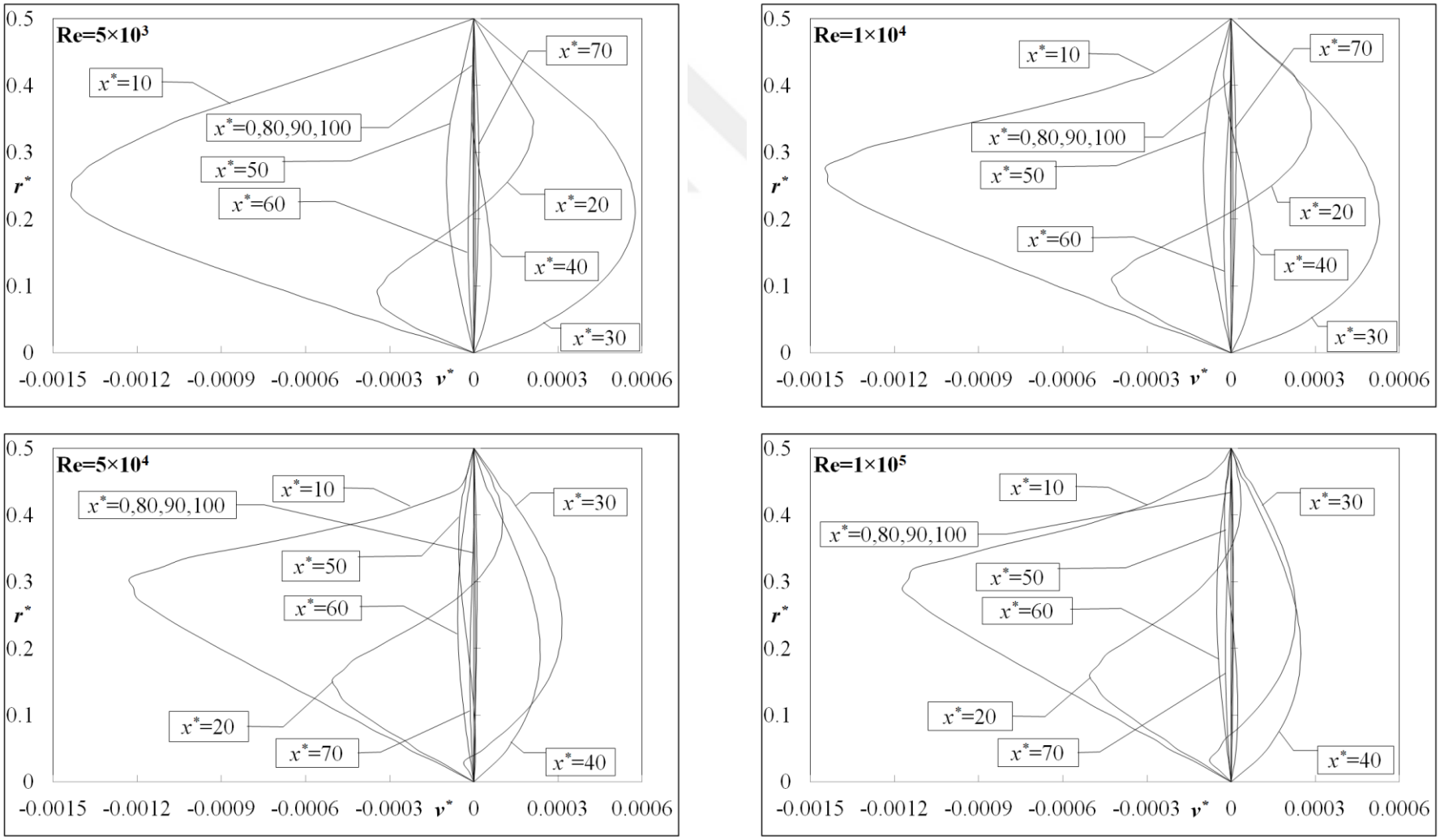
Radyal doğrultuda farklı eksenel konumlar için çizdirilen profiller incelendiğinde, hidrolik sınır tabakanın boru eksenine doğru büyümesine paralel şekilde

türbülans viskozitesi oranı profillerinin de büyüdüğü görülmektedir. Hidrolik sınır tabakanın boru eksenine ulaşmasından sonra profiller nicelik olarak bir miktar değişmekte fakat eğilim olarak neredeyse aynı kalmaktadır.

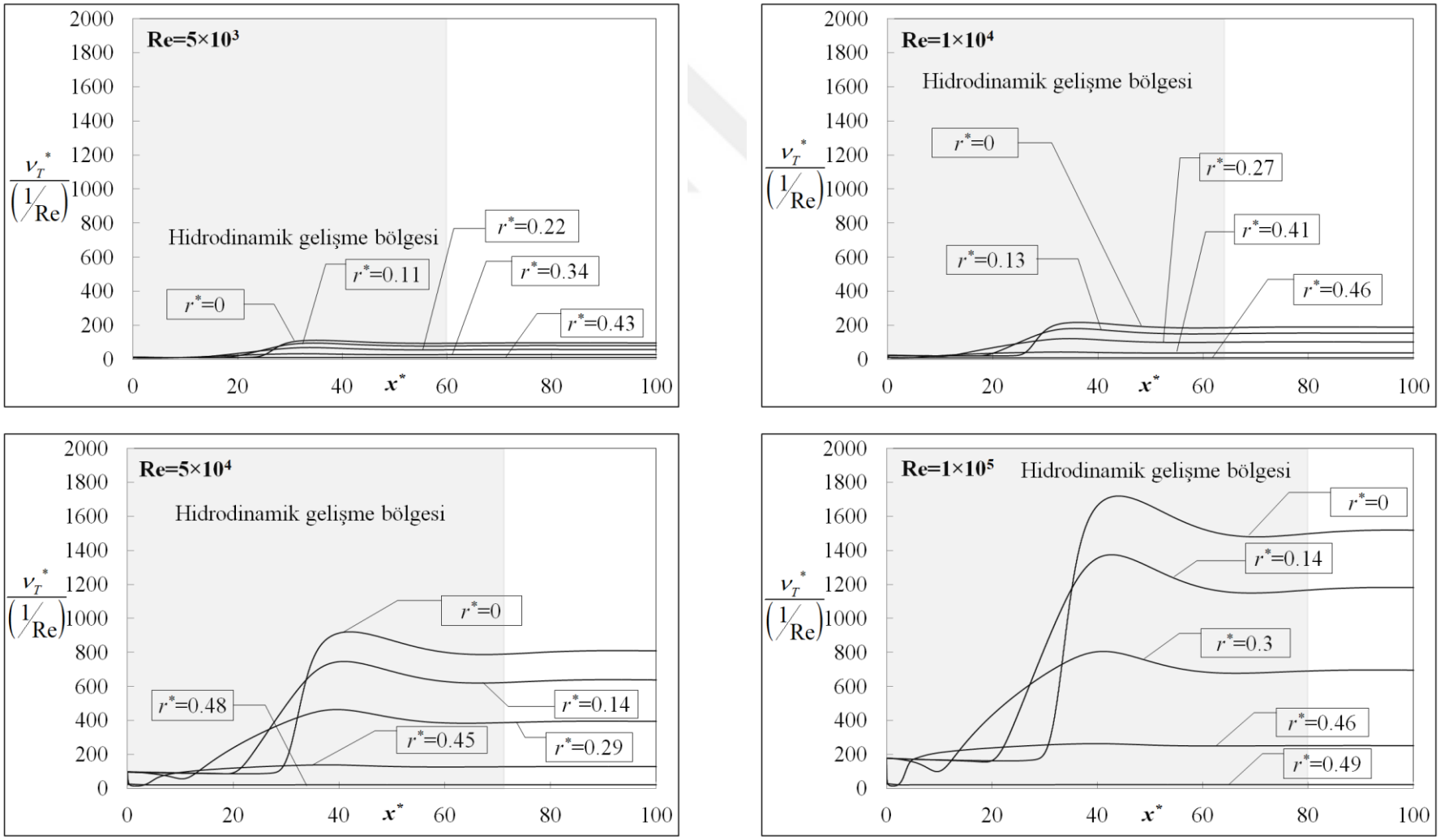
Fiziksel olarak hız çalkantıları tabakalı akışı bozar. Bu nedenle tabakalar arasındaki sürtünmenin etkisi de azalır ve laminer akışta oluşan parabolik hız profili oluşmaz. Cidara çok yakın bir bölgede oluşan viskoz-laminer alt sınır tabaka dışında oluşan türbülanslı hız profilinin nedeni türbülansın dağılımı ve akıştan çektiği enerjidir. Parabolik laminer akış hız profiline kıyasla çok daha düz ve düşük hız gradyeni bulunan bir hız profili oluşur. Boru eksenine doğru eksenel hız bileşeni daha büyük değerler aldığı için bu bölgede akış enerjisi de fazladır ve dolayısıyla türbülans etkisi de fazla olmaktadır. Viskoz etkiler ile türbülans etkileri dengelendiğinde akış hidrodinamik olarak gelişmiş hale gelmektedir. Yapılan simülasyonda bu etki boru eksenine doğru büyüyen türbülans viskozitesi ile görülmektedir.



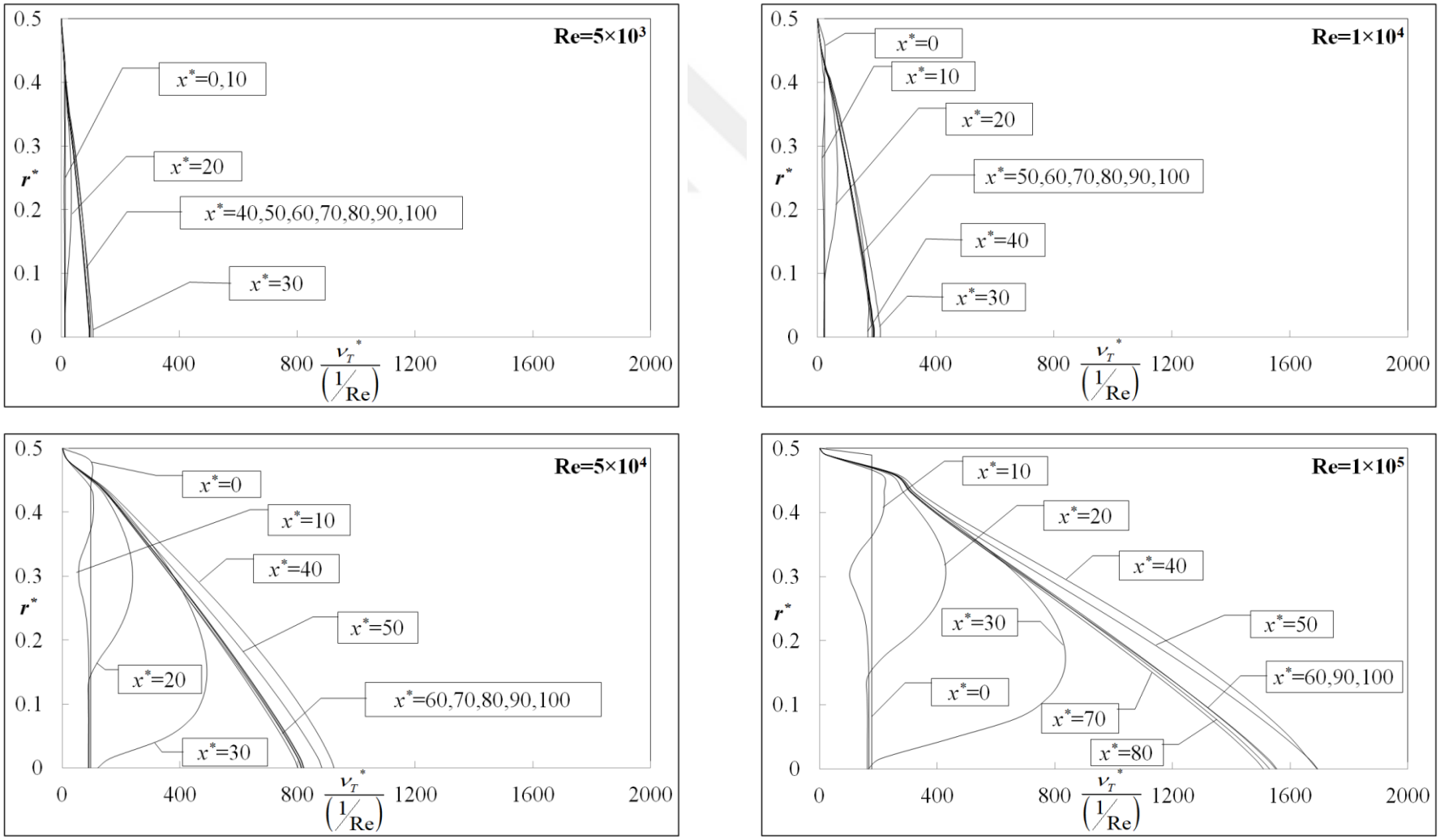
Şekil 5.4. Radyal hız bileşeninin eksenel doğrultuda değişim profilleri



Şekil 5.5. Radyal hız bileşeninin radyal doğrultuda değişim profilleri

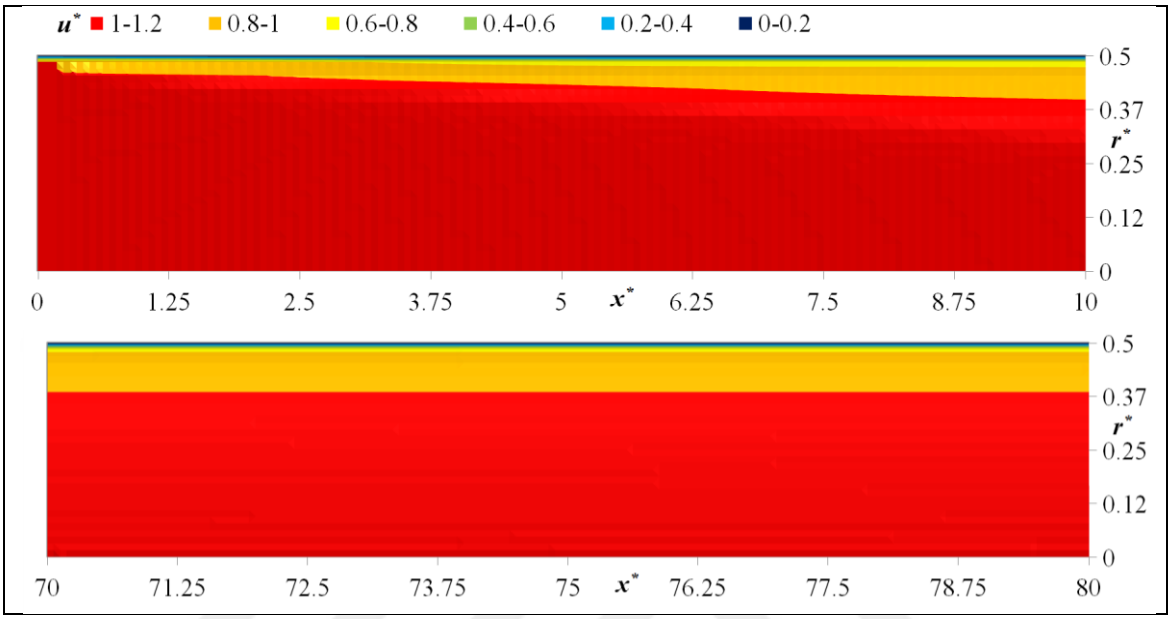


Şekil 5.6. Türbülans viskozitesinin 1/Re'ye oranının eksenel doğrultuda değişim profilleri



Şekil 5.7. Türbülans viskozitesinin 1/Re'ye oranının radyal doğrultuda değişim profilleri

Akış alanında elde edilen hız dağılımı kontur gösterimi ile verilebilir. Fakat hesaplama alanında eksenel mesafenin boru çapına oranı çok büyüktür. Bu nedenle boru girişinde ve hidrodinamik gelişme sonrası 10 çap mesafede eksenel hız bileşeninin iki kontur çizimi Şekil 5.8'de sunulmuştur.



Şekil 5.8. Re=50000 için boru girişinde ve hidrodinamik gelişme sonrası 10 çap mesafede eksenel hız bileşeni konturları

Hız sonuçları incelendiğinde kullanılan türbülans modelinin çok etkin biçimde türbülanslı akışı modelleyebildiği anlaşılmaktadır. Elde edilen akış çözümü, birlikte gelişen akış için ısı transferi incelemesinde kullanılmıştır.

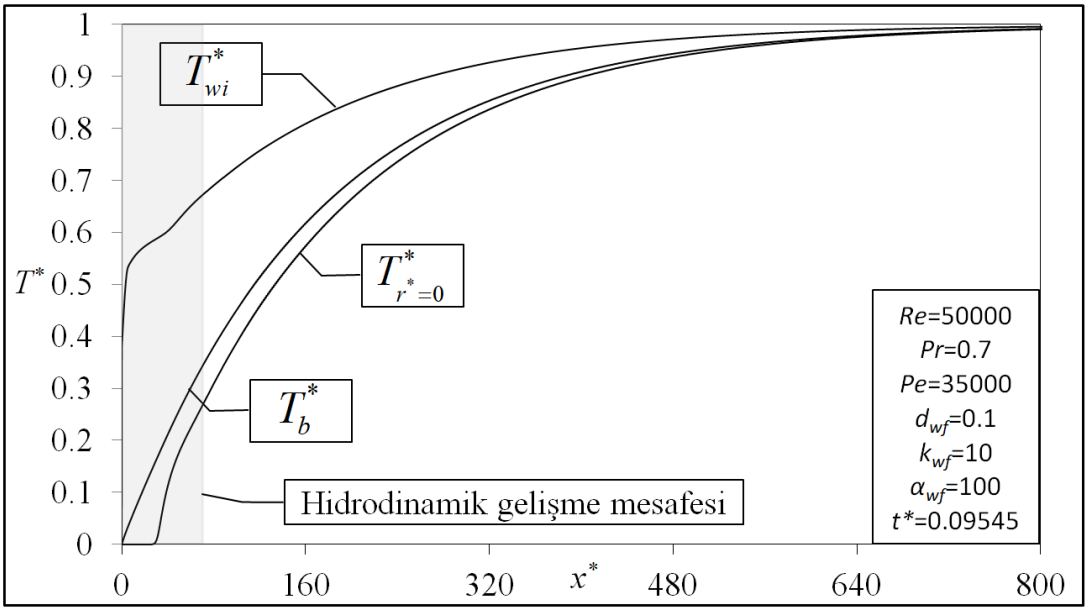
5.2. Kararlı Rejim Isı Transferi Sonuçları

Kararlı rejim sonuçlarının elde edilmesi için iki yöntem izlenebilir. Birinci yöntemde, geçici rejim hesaplamasında sonuçların artık değişmediği durum kararlı rejim olarak kabul edilir. İkinci yöntemde ise enerji denklemi çözümünde zamana bağlı terim kaldırılır. Bu çalışmada birinci yöntem kullanılmıştır.

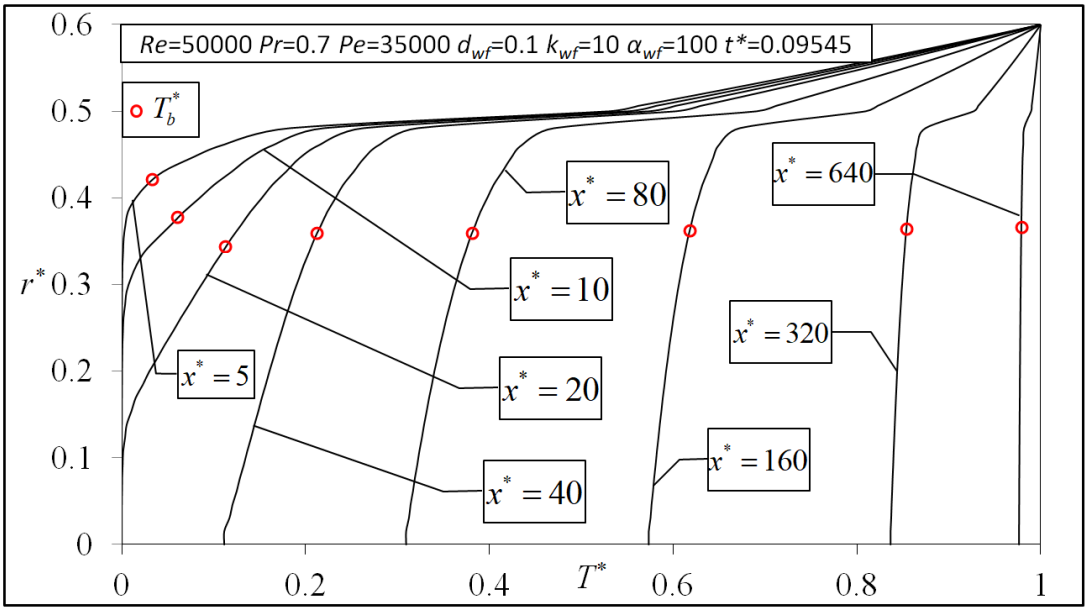
Şekil 5.9'da, parametrelerin ortalama değerleri için ara yüzey sıcaklığının, yığık sıcaklığın ve borunun ekseninde bulunan sıcaklığın eksenel doğrultuda değişimi verilmiştir. Isı transferi için yapılan enerji çözümünde yaklaşık 7500 boru çapı uzunluğunda bir çözüm alanı kullanılmıştır. Yığık sıcaklığın boru dış yüzey sıcaklığı olan 1'değerine yakınsadığı eksenel mesafe $+\infty$ olarak kabul edilmiştir. Parametrelerin

ortalama değerleri için çizdirilen kararlı rejim grafiklerinde $+\infty$ a kadar olan bölüm kullanılmıştır. Parametrelerin değişimlerinin incelendiği grafiklerde ise, birlikte gelişme bölgesini daha detaylı gösterebilmek için sabit bir boru mesafesinde grafikler çizdirilmiştir. Grafiklerde eş zamanlı gelişme bölgesi de yarı saydam gri bir alan ile yaklaşık olarak işaretlenmiştir. Burada amaç, eş zamanlı gelişme bölgesinde ısı transferi büyüklükleri üzerinde akış kaynaklı değişiklikleri gösterebilmektir.

Şekil 5.9'da T_0 sıcaklığında giren akışkanın boru eksenine yakın bölgelerde belirli bir eksenel mesafeye kadar boru dış yüzey sıcaklığından etkilenmediği görülmektedir. Yine aynı bölgede cidardaki hızlı iletimden dolayı ara yüzey sıcaklığının girişte hemen yüksek değerler aldığı görülmektedir. Birlikte gelişme bölgesi ara yüzey sıcaklığını etkilemektedir. Yığık sıcaklığın da boru eksenindeki sıcaklık değişimine benzer eğilim gösterdiği görülmektedir. Akışın uzağında, yani $x^*=+\infty$ da bütün sıcaklık değerleri asimptotik olarak 1 e yaklaşmakta ya da 1 olmaktadır. Dolayısıyla, sıcaklıkların eksenel değişimine bakarak, boru girişinde cidardan akışkana doğru ara yüzey ısı akısı değerlerinin büyük değerler alması beklenir. Radyal yöndeki sıcaklık profilleri incelendiğinde de aynı sonuca ulaşılabilir. Şekil 5.10'da, parametrelerin ortalama değerleri için hesaplatılan radyal sıcaklık profilleri ve bu profillerin üzerinde kırmızı halka sembolle yığık sıcaklık değerleri gösterilmiştir.



Şekil 5.9. Kararlı rejimde parametrelerin ortalama değerleri için eksenel doğrultuda sıcaklık değişimi



Şekil 5.10. Kararlı rejimde parametrelerin ortalama değerleri için radyal doğrultuda sıcaklık değişimi

Şekil 5.10'da, boru cidarında sıcaklığın doğrusal olarak değiştiği, akış tarafında ise değişimin parabolik olduğu görülmektedir. x^*'in başlangıcı ile akışın uzağında (örneğin 640 çap mesafesinde) çizdirilen radyal sıcaklık profili karşılaştırıldığında, eksenel doğrultudaki ısıl gelişmenin etkisi açıkça gözlemlenebilir. Özellikle cidar-akışkan ara yüzeyinde ısı akısına sebep olan sıcaklık gradyeni boru girişinde daha büyük değerler alırken alt akış bölgesi boyunca ilerledikçe bu değer küçülmektedir. Bunun doğal bir sonucu olarak başlangıçta ara yüzey ısı akısı değerleri büyük değerler alırken x^*-yönünde ilerledikçe bu değer küçülmekte ve akışın uzağında ($x^*=+\infty$ da) asimptotik olarak sıfıra ulaşmaktadır. Yığık sıcaklığın radyal sıcaklık profili üzerindeki konumuna bakarak ilerleyen boru eksenel mesafesinde giderek daha az değiştiği görülmektedir. Bu da ısıl gelişmenin başka bir göstergesidir. Yığık sıcaklık değeri, taşınımla ısı transferi için önemli bir göstergedir. Taşınım katsayısı ve yerel *Nu* sayısı için bir fikir vermektedir. Borunun ilerleyen mesafelerinde yığık sıcaklığın radyal profil üzerindeki konumu yaklaşık olarak sabitlenmekte ve bu durum sabit taşınım katsayısı ve sabit yerel *Nu* sayısına işaret etmektedir. Şekil 5.11'da ara yüzey ısı akısı ve yerel *Nu* sayısının eksenel doğrultudaki değişimi verilmiştir.

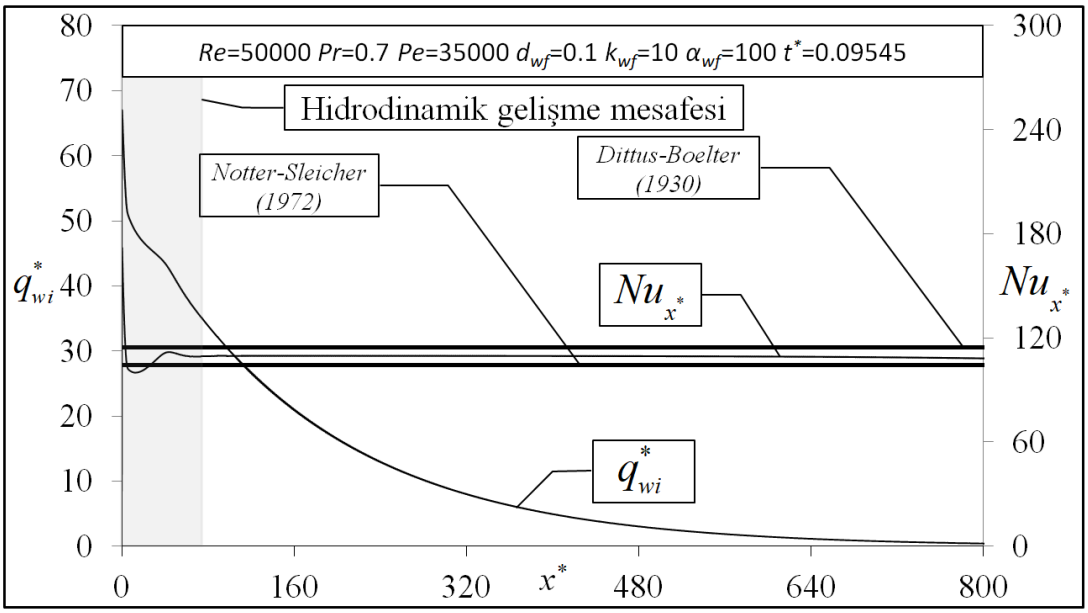
Şekil 5.9, 5.10 ve 5.11'de elde edilen sonuçlar literatürden iki korelasyonla ve dört farklı kaynaktan ısıl gelişme bölgesi için kontrol edilip doğrulanmıştır. Doğrulamada kullanılan korelasyonlar Dittus-Boelter (denklem 5.1) ve Notter-Sleicher (denklem 5.2) dır (Notter ve Sleicher, 1972). Bu korelasyonlar, incelemenin yapıldığı,

parametrelerin ortalama değerlerinde de geçerlidir. Isıl gelişme bölgesinde sabit yüzey sıcaklığı için doğrulama yapılan kaynaklar da şunlardır: (Notter ve Sleicher, 1972; Kays ve Crawford, 1993; Cebeci ve Bradshaw, 2012). Bu çalışmada kalın cidarlı bir boru kullanılması ve hidrodinamik gelişme ile ısıl gelişmenin beraber ele alınması nedeniyle birebir bir karşılaştırma mümkün olmamaktadır. Fakat gelişmiş akıştaki *Nu* sayısı değerleri nicel olarak karşılaştırılabilmekte; gelişen akıştaki yerel *Nu* sayısının gelişmiş *Nu* sayısına oranı ile de nitel bir karşılaştırma yapılabilmektedir.

$$Nu_{\infty} = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.4} \tag{5.1}$$

$$Nu_{\infty} = 5 + 0.016\,\mathrm{Re}^{\left(0.88-0.24/(4+\mathrm{Pr})\right)}\,\mathrm{Pr}^{\left(0.33+0.5e^{-0.6\,\mathrm{Pr}}\right)} \tag{5.2}$$

Şekil 5.11 incelendiğinde doğal olarak başlangıçta ara yüzey ısı akısı yüksektir. Çünkü sıcaklık gradyeni büyüktür. İlerleyen x^*-konumunda sıcaklıklar arasındaki fark iyice azalacağından ara yüzey ısı akısı da asimptotik olarak sıfıra düşmektedir.



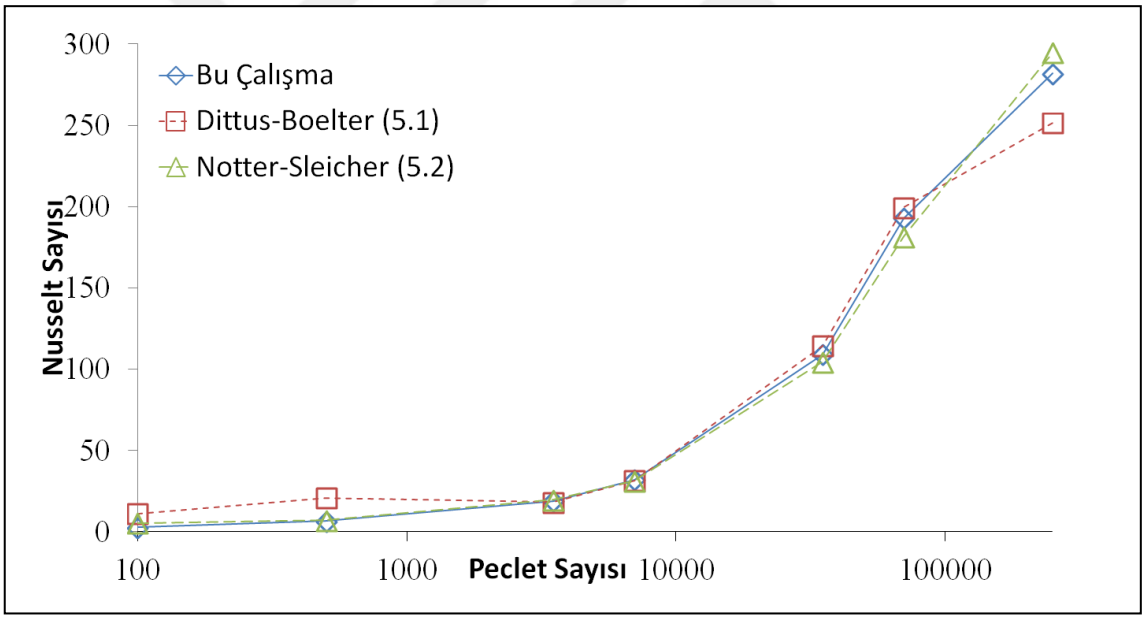
Şekil 5.11. Boru ara yüzey ısı akısı ve yerel *Nu* sayısının eksenel doğrultuda değişimi

Akış tarafında taşınımla ısı transferini gösteren yerel *Nu* sayısı da boru girişinde çok büyük bir değerden başlayıp önce ani olarak azalmakta, sonra boru eksenindeki eksenel hız dağılımında görülen tepe noktaya doğru tekrar artış göstermekte ve daha sonra hız dağılımındaki gelişmeden dolayı radyal hız bileşeninin 0'a gitmesi sonucu sabit bir değere doğru azalmaktadır.

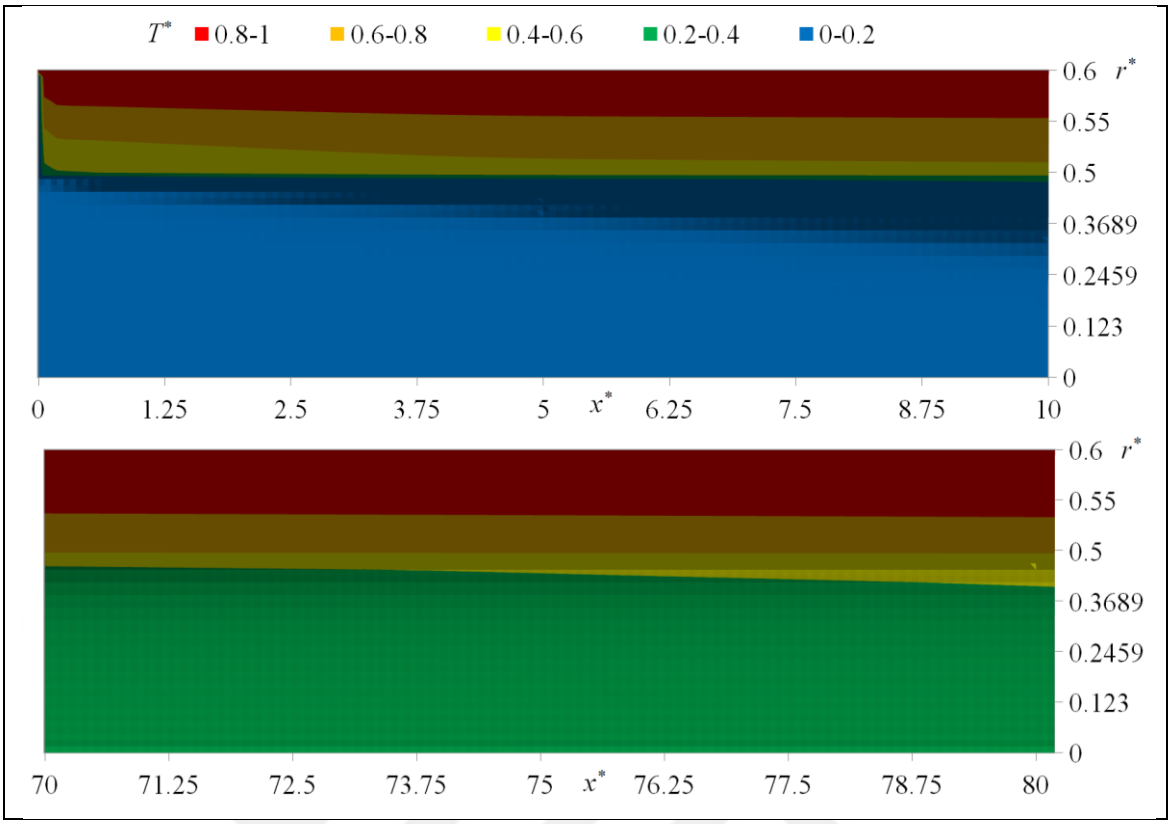
Şekil 5.9, 5.10 ve 5.11'de elde edilen sonuçlar bütün α_{wf} değerleri için geçerlidir çünkü bu parametre sadece zamana bağlı terimleri etkilemektedir.

Isı transferi çözümünü doğrulamak için incelenen *Pe* sayısı aralığında elde edilen gelişmiş akış *Nu* sayıları Şekil 5.12'de denklem (5.1) ve (5.2) ile karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Sıvı metallere denk gelen *Pr* değerleri için (Notter ve Sleicher, 1972)'den faydalanılmıştır. Bu çalışma ile elde edilen gelişmiş akış *Nu* sayısı değerlerinin literatürden alınan korelasyonlarla uyumlu olduğu ve belirli bir tolerans içerisinde yaklaşık aynı sonuçları verdiği görülmektedir.

Parametrelerin ortalama değerlerinde hesaplama alanında sıcaklık dağılımı kontur gösterimi ile verilebilir. Fakat hesaplama alanında eksenel mesafenin boru çapına oranı çok büyüktür ve tek bir kontur gösterimi ile verilememektedir. Yine de boru girişinde ve hidrodinamik gelişme sonrası 10 çap mesafede iki kontur çizimi Şekil 5.13'de sunulmuştur.



Şekil 5.12. İncelenen *Pe* aralığında gelişmiş akış *Nu* sayılarının korelasyonlarla karşılaştırılması



Şekil 5.13. Parametrelerin ortalama değerlerinde boru girişinde ve hidrodinamik gelişme sonrası sıcaklık dağılımı konturları

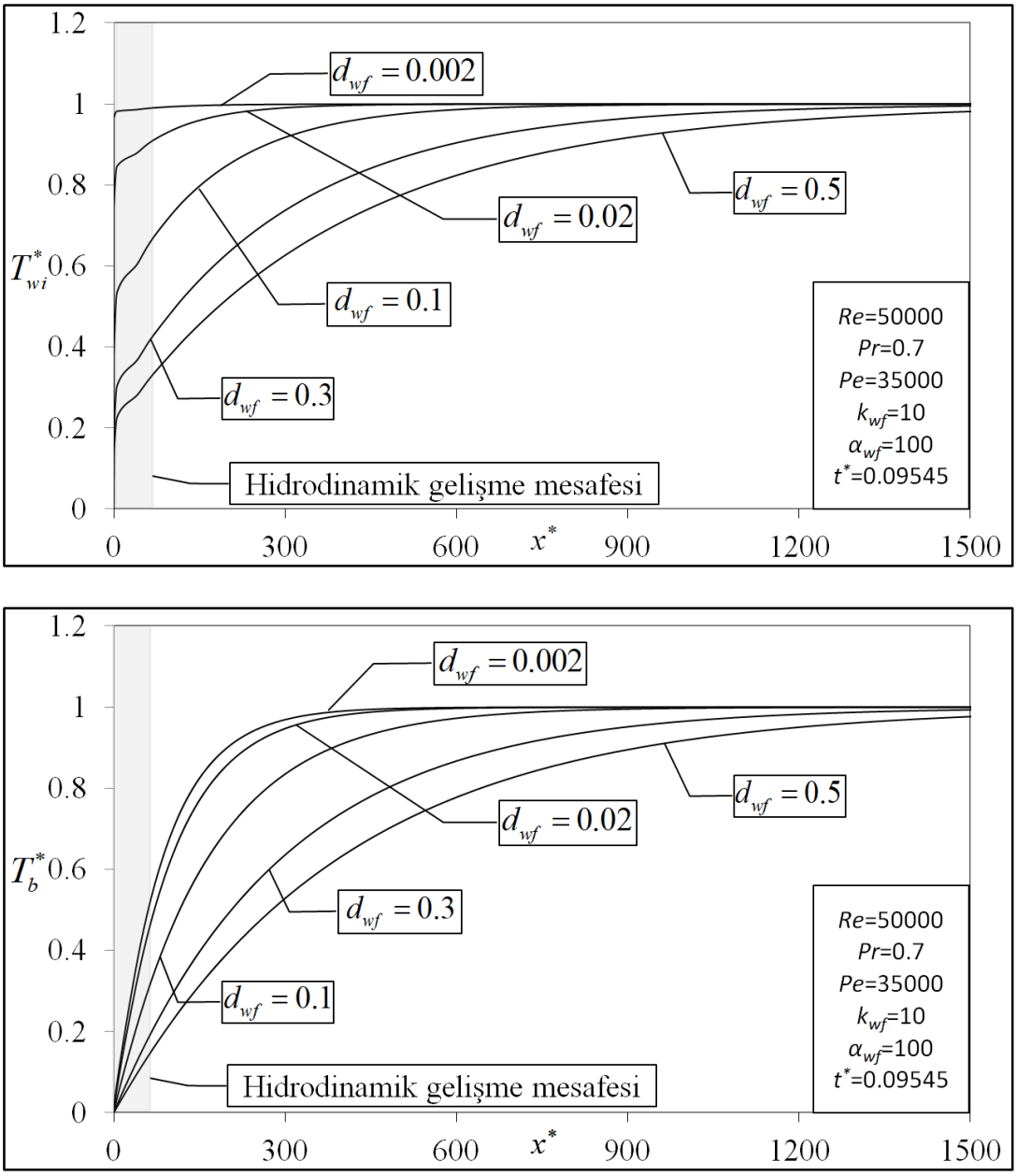
Parametrelerin kararlı şartlarda ısı transferi üzerindeki etkilerini göstermek için öncelikle d_{wf} ele alınmıştır. Bu parametre cidar kalınlığının etkisini göstermektedir. Ara yüzey sıcaklıklarının eksenel doğrultuda değişimi ile yığık sıcaklıkların eksenel doğrultuda değişimi Şekil 5.14'de verilmiştir. Cidar kalınlığının çok küçük olduğu durumda ara yüzey sıcaklığı daha boru girişinde dış yüzey sıcaklığına hızla yaklaşmaktadır. Benzer şekilde çok ince boru cidarı için yığık sıcaklık değerleri de girişe yakın bölgede hızla artmaktadır. Boru kalınlığının artmasıyla orantılı olarak ara yüzey sıcaklığının dış yüzey sıcaklığına yaklaşması eksenel doğrultuda gecikmekte ve doğal olarak akış tarafındaki yığık sıcaklığın dış yüzey sıcaklığına yaklaşması da ertelenmektedir.

Şekil 5.15'de ara yüzey ısı akısının eksenel yöndeki değişimi farklı cidar kalınlık oranları için verilmiştir. Giriş bölgesinde daha büyük miktarlarda ara yüzey ısı transferi gerçekleşirken ilerleyen konumda ara yüzey ısı akısı asimptotik olarak sıfıra yaklaşmaktadır. Çünkü sıcaklık farkları giriş bölgesinde daha yüksektir ve ilerleyen eksenel konumlarında aradaki fark 0'a gitmektedir. Cidar kalınlık oranının düşük olduğu değerlerde ara yüzey ısı akısının boru girişinde daha büyük değerler aldığı ancak

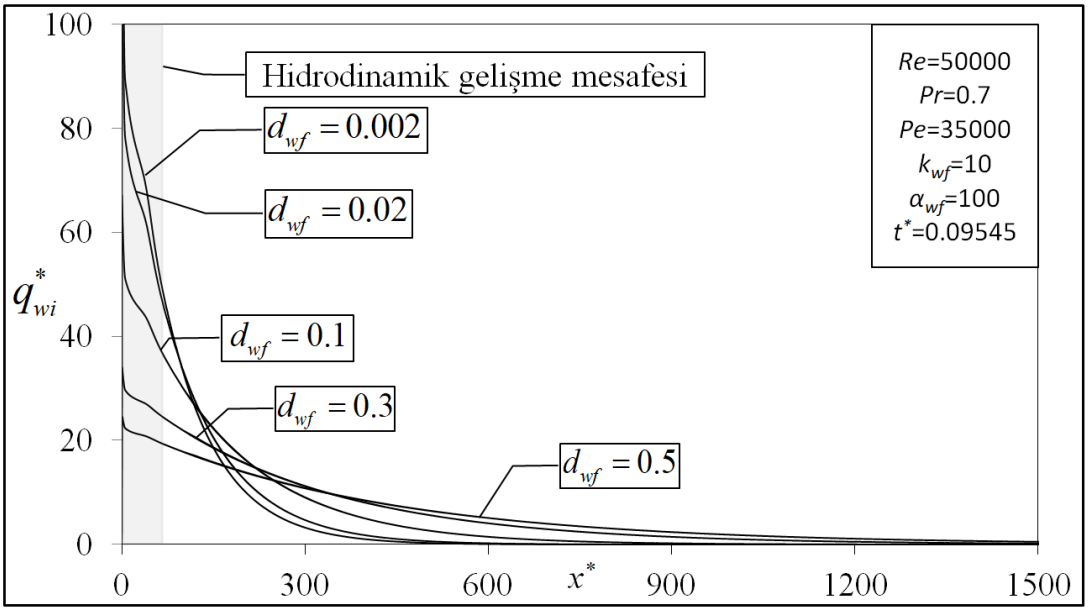
ilerleyen eksenel konumlarda hızla düştüğü görülmektedir. Cidar kalınlık oranının büyük değerlerinde ise ara yüzey ısı akısı nispeten daha düşük değerlerden başlayarak daha yatay bir seyir izlemekte, ısı transferindeki azalma yavaş olmaktadır. Bu da boru cidarındaki iletim direncinin sonucudur.

Şekil 5.16'da yerel *Nu* sayısının eksenel değişimi farklı cidar kalınlık oranları için verilmiştir. Eş zamanlı gelişme bölgesinde sıcaklık ve hız dağılımlarına bağlı olarak yerel Nusselt sayısı yüksek bir değerden başlayarak önce düşmekte sonra tekrar yükselmekte ve tekrar düşerek kararlı bir hale gelmektedir. Birlikte gelişme bölgesi sonrasında bütün cidar kalınlık oranlarında *Nu* sayısı yaklaşık aynı değeri almaktadır. Bu değer belirli bir eksenel mesafeye kadar değişmemekte, sonrasında ise cidar kalınlık oranı arttıkça *Nu* değerleri daha uzun mesafelerde asimptotik değer olan 0'a doğru gitmektedir. Sabit *Nu* değerinin cidar kalınlığı arttıkça bir miktar daha büyük değerler aldığı görülmektedir. Bunun sebebi cidardaki eksenel iletimdir.

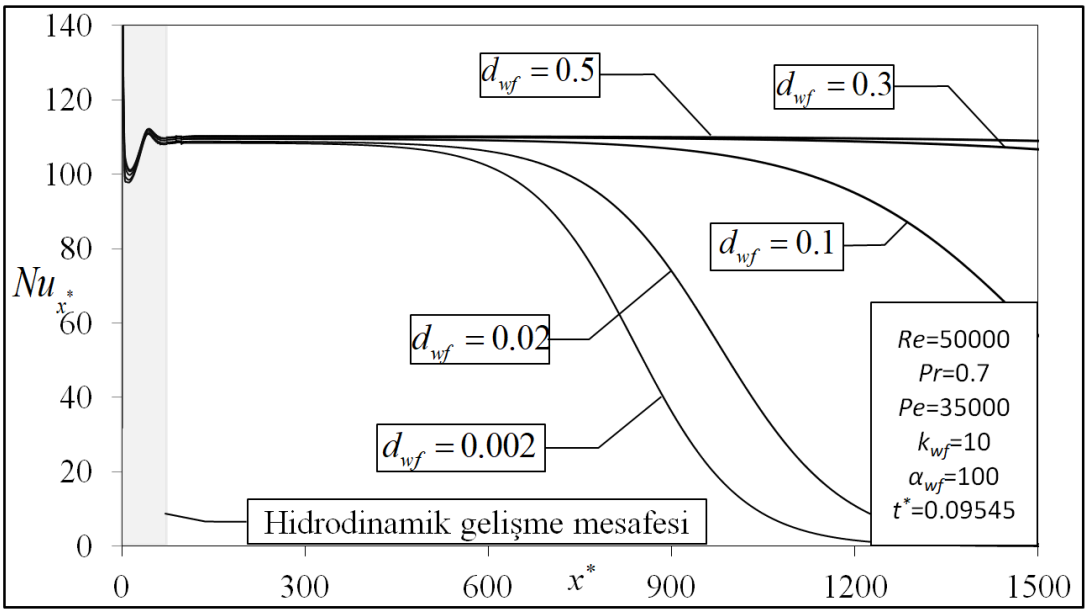
Cidar kalınlık oranı parametresi için eş zamanlı gelişme bölgesi incelendiğinde, bu bölgede yığık sıcaklık dışında bütün sonuçların hız dağılımından etkilendiği görülmektedir. Özellikle taşınımı niteleyen *Nu* sayısı, hız profillerindeki değişime paralel olarak değişmektedir. Bu nedenle giriş mesafesinin cidar kalınlık oranından bağımsız olarak bazı sistemlerde ihmal edilemeyeceği anlaşılmaktadır.



Şekil 5.14. Cidar kalınlık oranına göre eksenel doğrultuda değişen sıcaklık profilleri



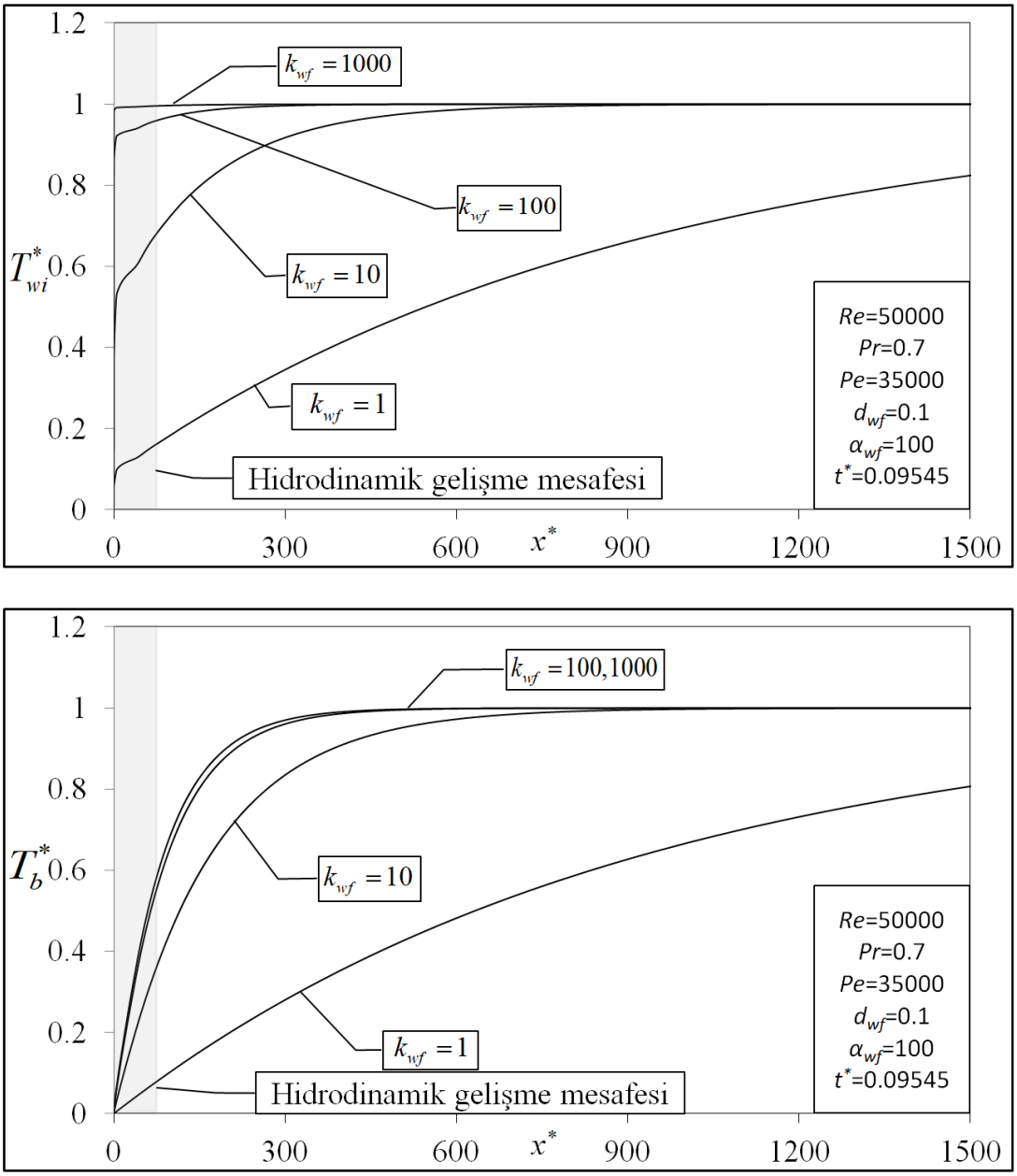
Şekil 5.15. Cidar kalınlık oranına göre eksenel doğrultuda değişen ısı akısı profilleri



Şekil 5.16. Cidar kalınlık oranına göre eksenel doğrultuda değişen yerel *Nu* sayısı profilleri

Kararlı durum için incelenen ikinci parametre k_{wf} parametresidir. Bu parametre, akışkan ısı iletim katsayısına göre daha büyük katsayıya sahip cidar malzemelerinin ısı transferi üzerindeki etkisini göstermektedir. Isı iletim katsayısı oranları için eksenel sıcaklık profilleri Şekil 5.17'de sunulmuştur. Sıcaklık profilleri incelendiğinde, ısı iletim katsayısı oranının çok büyük değerlerinde cidar kalınlığının etkisinin ortadan kalkmaya başladığı görülmektedir. Özellikle ara yüzey sıcaklığı bakımından k_{wf}=1000 değeri için cidar kalınlığının etkisi görülememektedir. Yığık sıcaklık değerlerinde ise

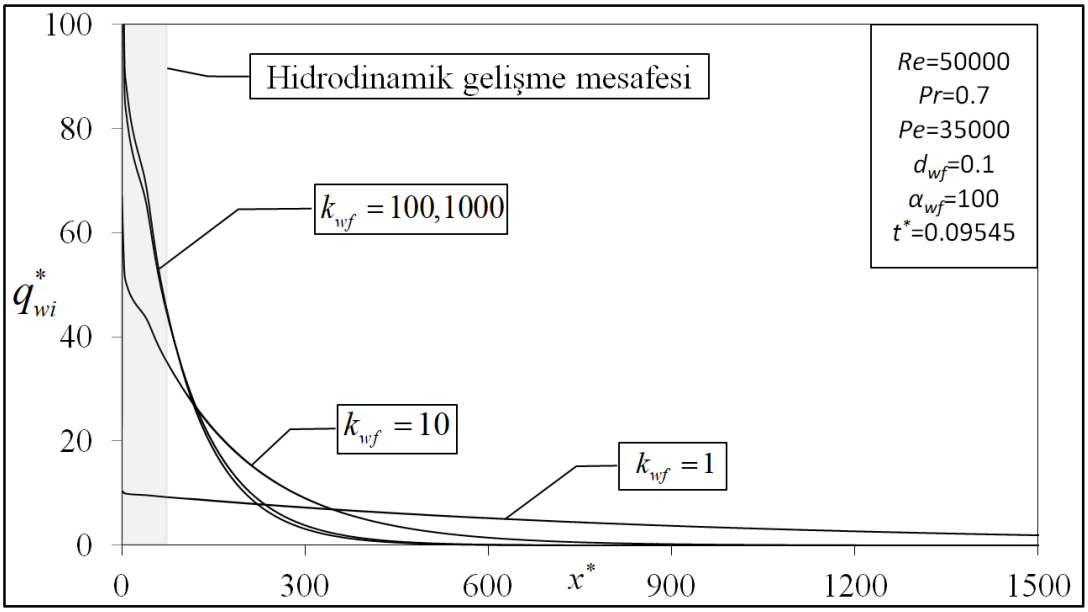
k_{wf}=100 ve 1000 değerleri birbirine çok yakın sonuçlar vermektedir. Isı iletim katsayısı oranı küçüldükçe dış yüzey sıcaklığına erişme mesafesinin arttığı görülmektedir. Bu açıdan cidar ısı iletim katsayısının akışkan katsayısına oranla büyük olmasının cidar kalınlığının etkisini azalttığı, katsayıların aynı mertebede olduğu durumlarda ise sıcaklık farklarının çok daha uzun boru mesafeleri boyunca devam ettiği sonucuna varılmaktadır.



Şekil 5.17. Isıl iletkenlik katsayısı oranına göre eksenel doğrultuda değişen sıcaklık profilleri

Isı iletim katsayısı oranı için Şekil 5.18'de ısı akısı profilleri sunulmuştur. Isı iletim katsayısının artması, cidar kalınlığının azalmasına benzer bir etki

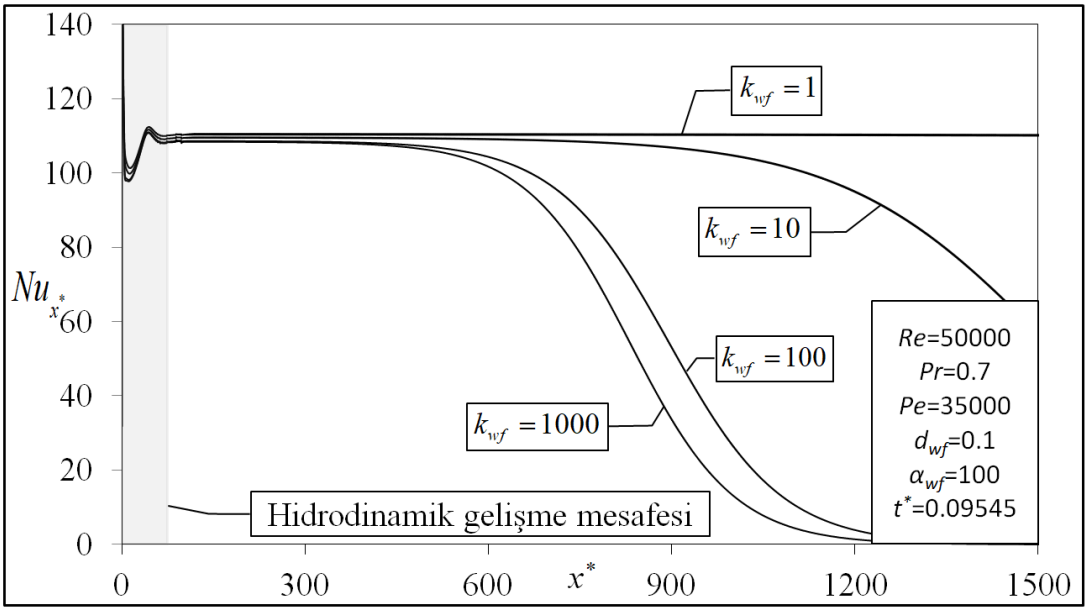
oluşturmaktadır. Boru girişinde yüksek ısı akıları ısı iletim katsayısı oranının büyük değerlerinde görülmektedir. Isı iletim katsayısı oranının büyük değerlerinde ara yüzey ısı akısı daha kısa eksenel mesafelerde asimptotik olarak 0'a gitmektedir. Isı iletim katsayısı oranının küçük değerlerinde ise, daha uzun eksenel mesafeler boyunca ısı akısı devam etmekte ve yüksek ısı iletim katsayısı oranlarına göre daha küçük değerlerde gerçekleşmektedir.



Şekil 5.18. Isıl iletkenlik katsayısı oranına göre eksenel doğrultuda değişen ısı akısı profilleri

Yerel *Nu* sayılarının ısı iletim katsayısı oranlarına göre değişimi Şekil 5.19'da verilmiştir. Isı akısı sonuçlarına paralel olarak eş zamanlı gelişme bölgesi sonrası *Nu* sayıları sabit bir değerde seyretmekte ve ısı akısının 0'a yaklaşmasıyla 0'a gitmektedir. Şekil 5.19'daki *Nu* değişimleri, cidar kalınlık oranındaki değişimlere çok benzemektedir. Yine cidar kalınlık oranındaki değişimdeki gibi k_{wf} azaldıkça asimptotik değer olan 0'a ulaşma mesafesi artmaktadır. Isı iletim katsayısı oranındaki artış cidar kalınlığının etkisini azalttıkça yerel *Nu* sayısı değeri denklem (5.2)'ye; tersi durumda ise denklem (5.1)'e yaklaşmaktadır.

Eş zamanlı gelişme bölgesinde hidrodinamik olarak gelişmiş akışa göre daha yüksek ara yüzey ısı akıları oluşmaktadır. Isı iletim katsayısı oranından bağımsız olarak eş zamanlı gelişme bölgesinde *Nu* sayısı hız profillerine paralel bir değişim göstermektedir.



Şekil 5.19. Isıl iletkenlik katsayısı oranına göre eksenel doğrultuda değişen yerel *Nu* sayısı profilleri

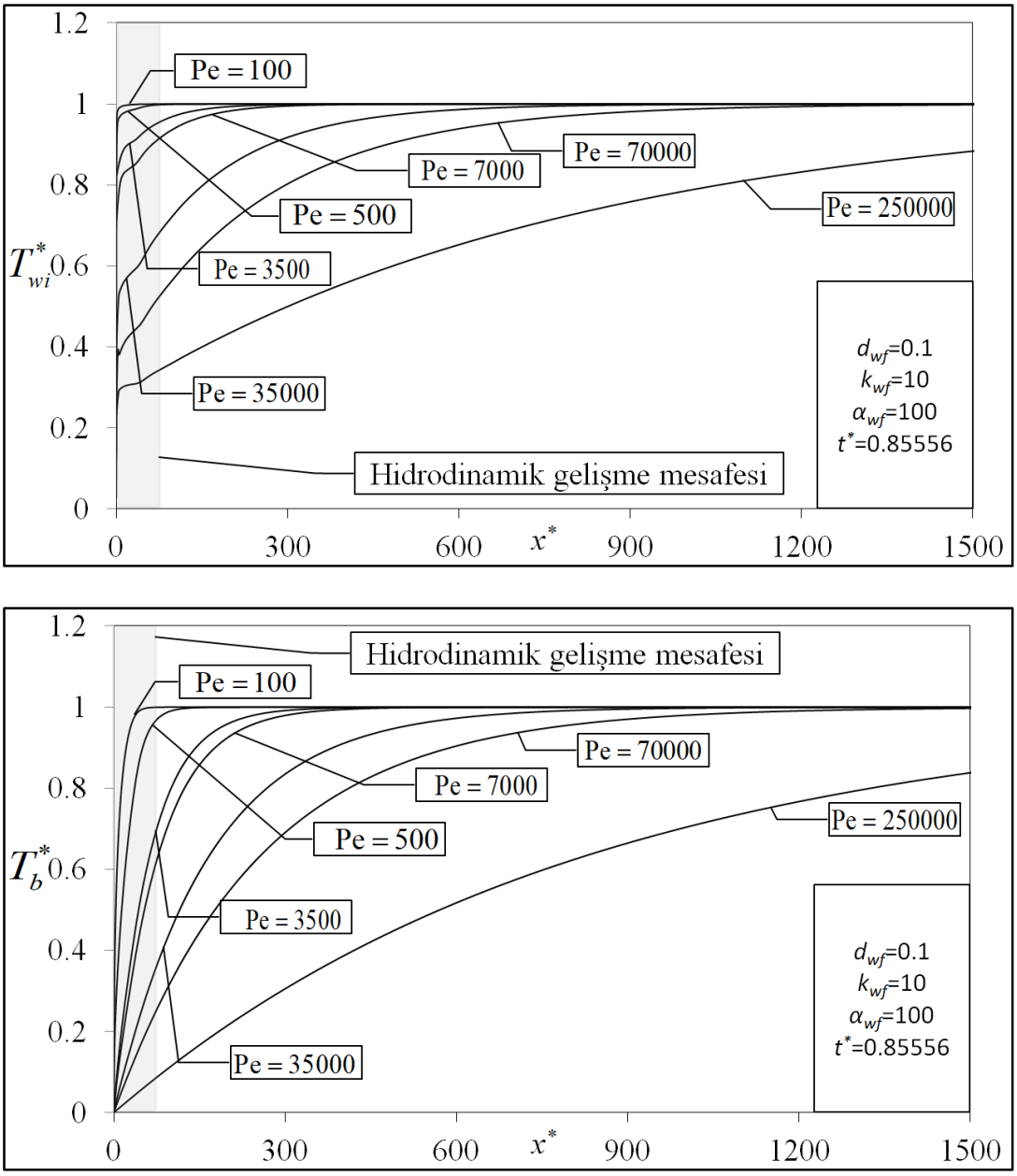
Kararlı durum incelemesi için sunulan son parametre *Pe* sayısıdır. *Pe* sayısına bağlı olarak kararlı rejime ulaşma süresi değişmektedir. Özellikle *Pe* sayısının küçük değerlerinde bu süre artmaktadır. *Pe* sayısı için kararlı rejim sonuçlarında gösterilen kararlı rejime ulaşma süresi en küçük *Pe* sayısı için verilmiştir. Ortalama *Re* sayısı için 4 farklı *Pr* sayısında ve ortalama *Pr* sayısı için 4 farklı *Re* sayısında olmak üzere 7 farklı *Pe* sayısı için grafikler hazırlanmıştır. *Pe* sayısı türbülanslı akışta ısıl gelişme mesafesini önemli mertebede etkilemektedir. Ayrıca *Re* ve *Pr* sayılarının kombinasyonundan dolayı çok geniş bir aralıktaki *Pe* sayıları incelenebilmekte, farklı ısı transferi sonuçları elde edilmektedir. Şekil 5.20'de sıcaklık profilleri verilmiştir.

Küçük *Pe* sayılarında ara yüzey sıcaklık değerleri henüz borunun girişinde ani yükselip daha sonra asimptotik olarak 1 değerine yaklaşmaktadır. *Pe* sayısındaki artışa paralel olarak ara yüzey sıcaklığının boru dış yüzey sıcaklığına ulaşma mesafesi artmaktadır. Bu kadar geniş bir aralıktaki *Pe* sayılarının oluşmasının nedeni, *Re* sayısı ile *Pr* sayısının birleşik etkisi olarak yorumlanabilecek, akış ve akışkan kaynaklı durumlardır. Türbülanslı yapıların neden olduğu ilave yayılıma rağmen artan kütlesel debi ve akışkanın termo-fiziksel özelliklerinin oluşturduğu ısıl direnç nedeniyle birleşik bir etki söz konusudur. Türbülansın oluşturduğu etkiyi, akışkan özelliklerinin oluşturduğu etkiden ayrı değerlendirebilmek için *Pe*=7000, 35000 ve 250000 değerlerine bakılabilir. *Pe*=35000 ve 250000 değerleri arasında *Pr* sayısı yaklaşık 5 kat arttırılmış ve *Re*=50000 de sabit tutulmuştur. Diğer taraftan *Pe*=7000 ve 35000 değerleri

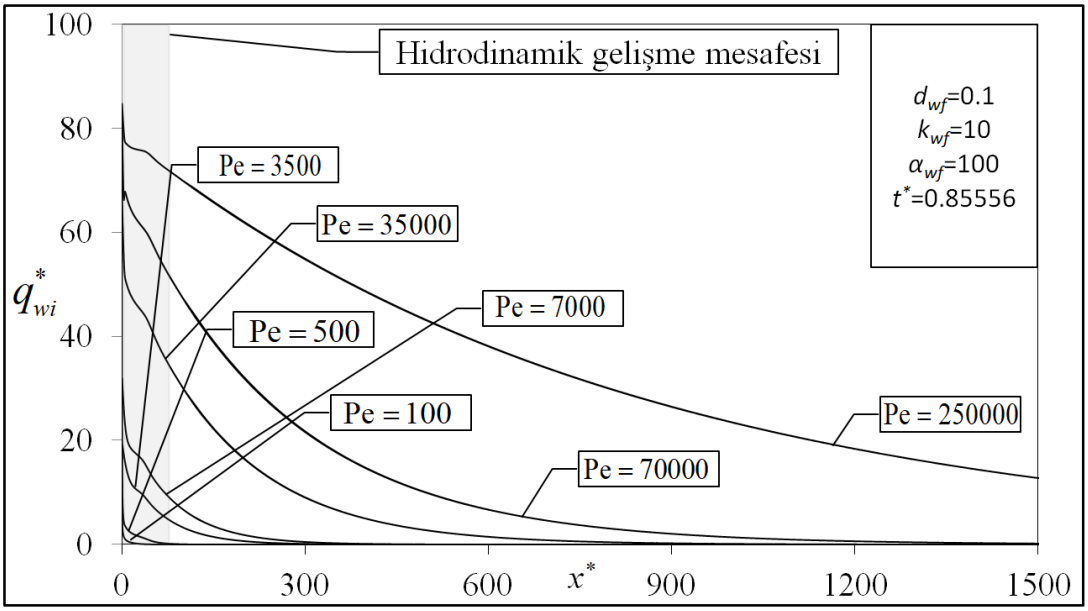
arasında *Pr*=0.7 değerinde sabit iken *Re* sayısı 5 kat arttırılmıştır. Ara yüzey sıcaklığı profilindeki değişim, artış orantıları ile doğru orantılı görünmektedir. Dolayısıyla *Re* ile *Pr* parametreleri, ara yüzey sıcaklığı profillerinde aynı mertebede etkiye sahiptir. Bu durum *Pe* sayısının tek bir parametre olarak taşınımla ısı transferini, yapılan kabuller de göz önüne alındığında, karakterize edebilen bir parametre olduğunu göstermektedir. *Pe* sayısı sıvı metaller için 100 değerine kadar inebilmekte ve bu durum boru girişinde çok kısa mesafelerde ısıl gelişime neden olmaktadır. Yığık sıcaklık açısından *Pe*=100 değeri yine boru girişinde çok kısa bir mesafede boru dış yüzey sıcaklığına erişmektedir. Bununla beraber *Pe*=500'den itibaren yığık sıcaklığın dış yüzey sıcaklığına erişmesi için daha uzun mesafeler gerekmektedir. Bu durum türbülanslı akıştaki yüksek eksenel taşınımın doğal bir sonucudur. Bununla beraber, *Pe* sayısındaki artışla orantılı olarak yığık sıcaklık profilleri de daha uzun eksenel mesafelerde dış yüzey sıcaklığına yaklaşmaktadır.

Şekil 5.21'de *Pe* sayısı için kararlı rejimde ara yüzey ısı akısı sonuçları verilmiştir. Ara yüzey ısı akısının boru eksenel mesafelerine göre değişimi doğrusal olmayan bir azalma göstermektedir. *Pe* sayısı arttıkça bu profil daha büyük ısı akısı değerlerinden başlamakta ve daha uzun eksenel mesafeler boyunca devam etmektedir. Doğrusal olmayan değişim benzer bir eğilimle devam etmekte fakat eğri uzunluğu ve buna bağlı eğri altında kalan alan artmaktadır. Sonuç olarak artan *Pe* sayıları ile akışkana daha fazla ısı transfer edilmektedir. Sıvı metallere karşılık gelen *Pr* sayılarında, türbülanslı akışa rağmen akışkan eksenel iletimi nedeniyle yığık sıcaklık yükselmekte ve ilerleyen eksenel mesafelerde ara yüzey ısı akısını azaltmaktadır.

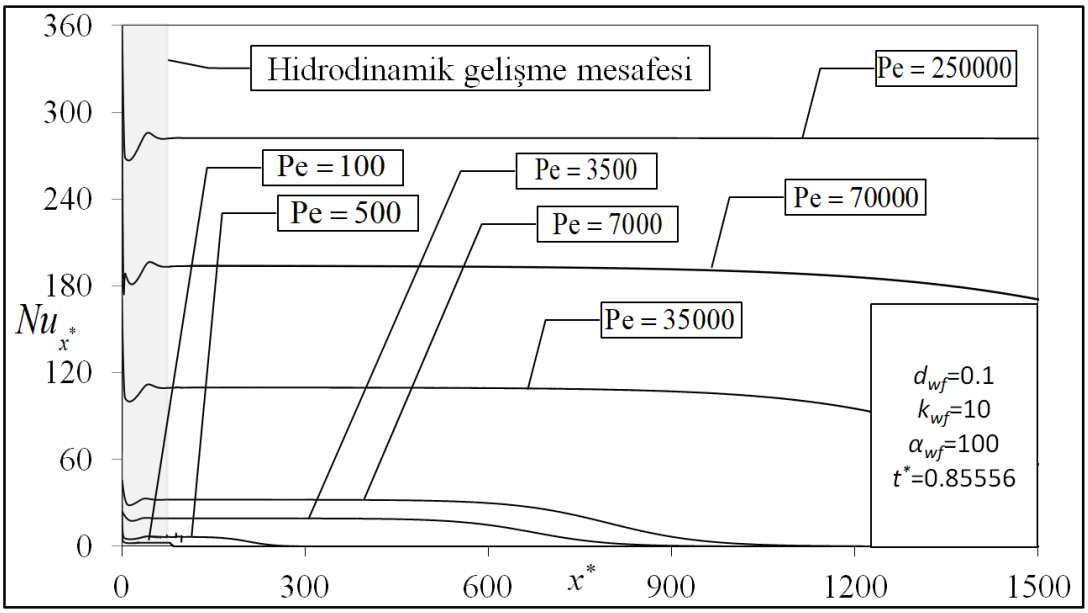
Ara yüzey ısı akısı sonuçlarının *Pe* sayısına bağlı değişiminin incelenmesi, yerel *Nu* sayılarının artan *Pe* sayısı ile daha uzun boru eksenel mesafeleri boyunca sabit bir değerde kaldığını işaret etmektedir. Şekil 5.22'de yerel *Nu* değişim profilleri verilmiştir.



Şekil 5.20. *Pe* sayısına göre eksenel doğrultuda değişen sıcaklık profilleri



Şekil 5.21. *Pe* sayısına göre eksenel doğrultuda değişen iç yüzey ısı akısı profilleri



Şekil 5.22. *Pe* sayısına göre eksenel doğrultuda değişen yerel *Nu* profilleri

Nu sayısı, *Pe* sayısının büyük değerleri için yaklaşık 300 değerlerine kadar çıkabilmektedir. *Pe* sayısının küçük değerlerinde ise yaklaşık 2 değerini almaktadır. Bu aralıkta *Pe* sayısının değişimi ile orantılı bir *Nu* sayısı değişimi gözlemlenmektedir.

Pe sayısı arttıkça eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi daha belirgin hale gelmektedir. *Pe* sayısının en küçük iki değerinde, henüz hidrodinamik gelişme bölgesi içerisinde ısıl gelişme tamamlandığı için eş zamanlı gelişme bölgesi çok daralmaktadır.

5.3. Geçici Rejim Isı Transferi Sonuçları

Kararlı rejim ısı transferi sonuçlarına etkiyen parametrelerin geçici rejim ısı transferi üzerinde de etkileri bulunmaktadır. Parametrelerin geçici rejimdeki etkilerini göstermek için 4 farklı zaman adımında ısı transferi sonuçları sunulmuştur.

5.3.1. Isıl yayılım katsayısı oranına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları

Kararlı rejimde ısıl yayılım katsayısı oranının ısı transferi sonuçları üzerinde bir etkisi bulunmamaktadır fakat geçici rejimde, ısıl yayılım katsayısı oranına bağlı olarak kararlı rejime ulaşılıncaya kadar sıcaklık dağılımları değişmektedir. Bu etkiyi gösterebilmek için, her biri bir öncekinin yaklaşık 10 katı büyüklüğünde 4 farklı zamanda ara yüzey ısı akısı, ara yüzey sıcaklığı, yığık sıcaklık ve yerel *Nu* sayısı profilleri 5 farklı ısıl yayılım katsayısı oranına göre çizdirilmiştir.

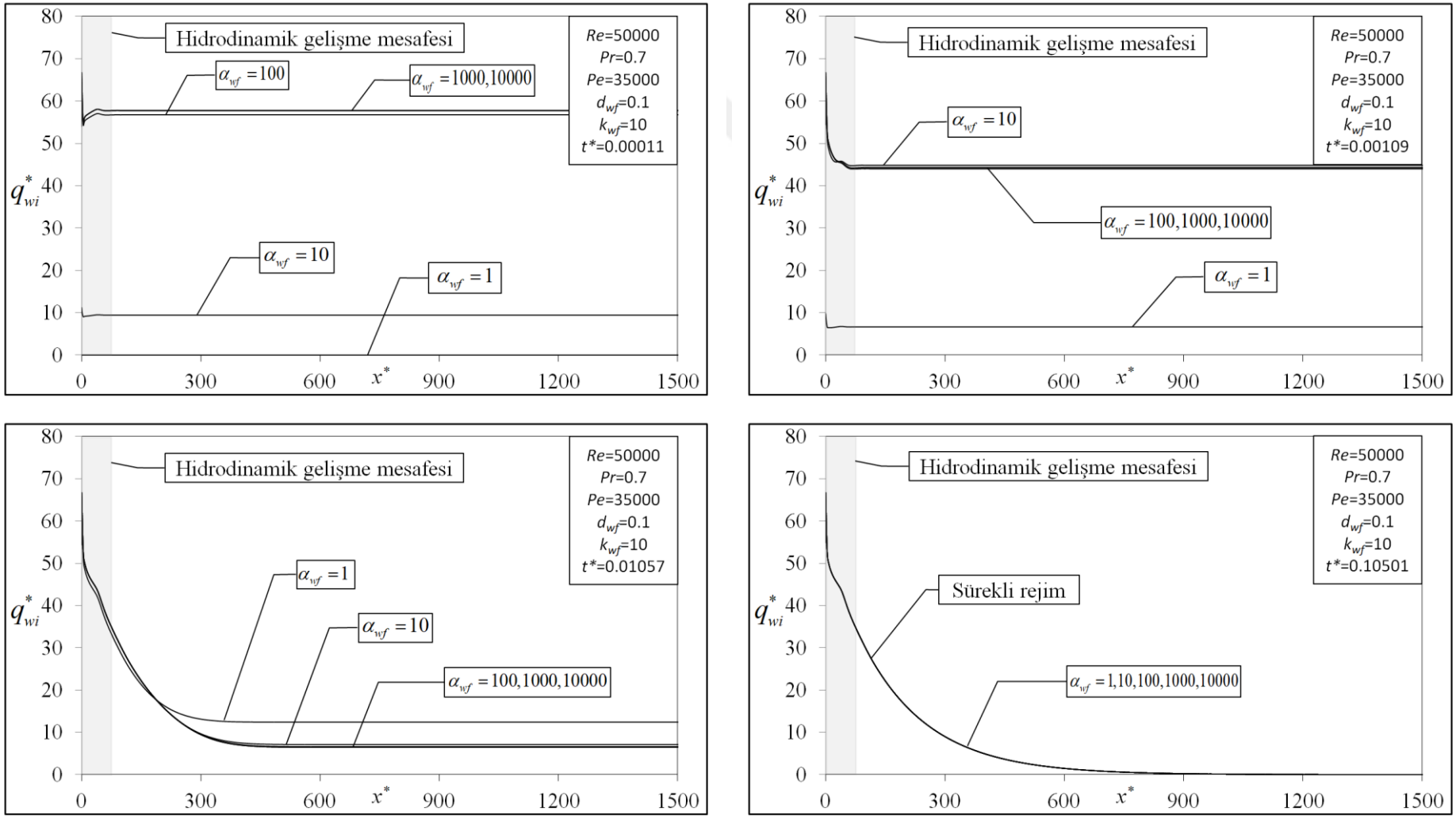
Şekil 5.23'de ara yüzey ısı akısı profilleri, 5.24'de ara yüzey sıcaklık profilleri, 5.25'de yığık sıcaklık profilleri ve 5.26'da yerel *Nu* sayısı profilleri verilmiştir. Isıl yayılım katsayısı oranının 1 ve 10 değerleri, başlarda düşük ara yüzey ısı akısı değerleri oluştururken 100 ve üzerindeki ısıl yayılım katsayısı oranı değerleri yüksek ve birbirine yakın ara yüzey ısı akısı değerlerine neden olmaktadır. Başlarda boru ekseni boyunca neredeyse sabit sıcaklık farkı nedeniyle sabit bir ara yüzey ısı akısı oluşmaktadır. İlerleyen zamanla beraber sadece ısıl yayılım katsayısı oranının 1 değeri için ara yüzey ısı akısı profili ayrışmakta ve diğer ısıl yayılım katsayısı oranı değerleri için çok yakın değerlerde ara yüzey ısı akısı oluşmaktadır. Bu akı değerlerinde boru girişine yakın bölgelerde azami değerden bir miktar azalma ve ardından sabit ara yüzey ısı akısına geçilen iki bölge tanımlanabilmektedir. İlerleyen zamanla beraber ısıl yayılım katsayısı oranlarına bağlı oluşan ara yüzey ısı akısı değerleri arasındaki fark kapanmaktadır. Birbirine yaklaşan değerlere ilaveten boru girişinden başlayarak ara yüzey ısı akısı azalmakta ve $+\infty$'da ısı akısı 0'a yaklaşmaktadır.

Ara yüzey sıcaklıkları, ara yüzey ısı akısı profillerinin zamana ve ısıl yayılım katsayısı oranına bağlı değişimine benzer, fakat ters yönde, yani artarak gerçekleşmektedir. Akışkan tarafındaki yığık sıcaklıklarda da benzer bir durum söz konusudur.

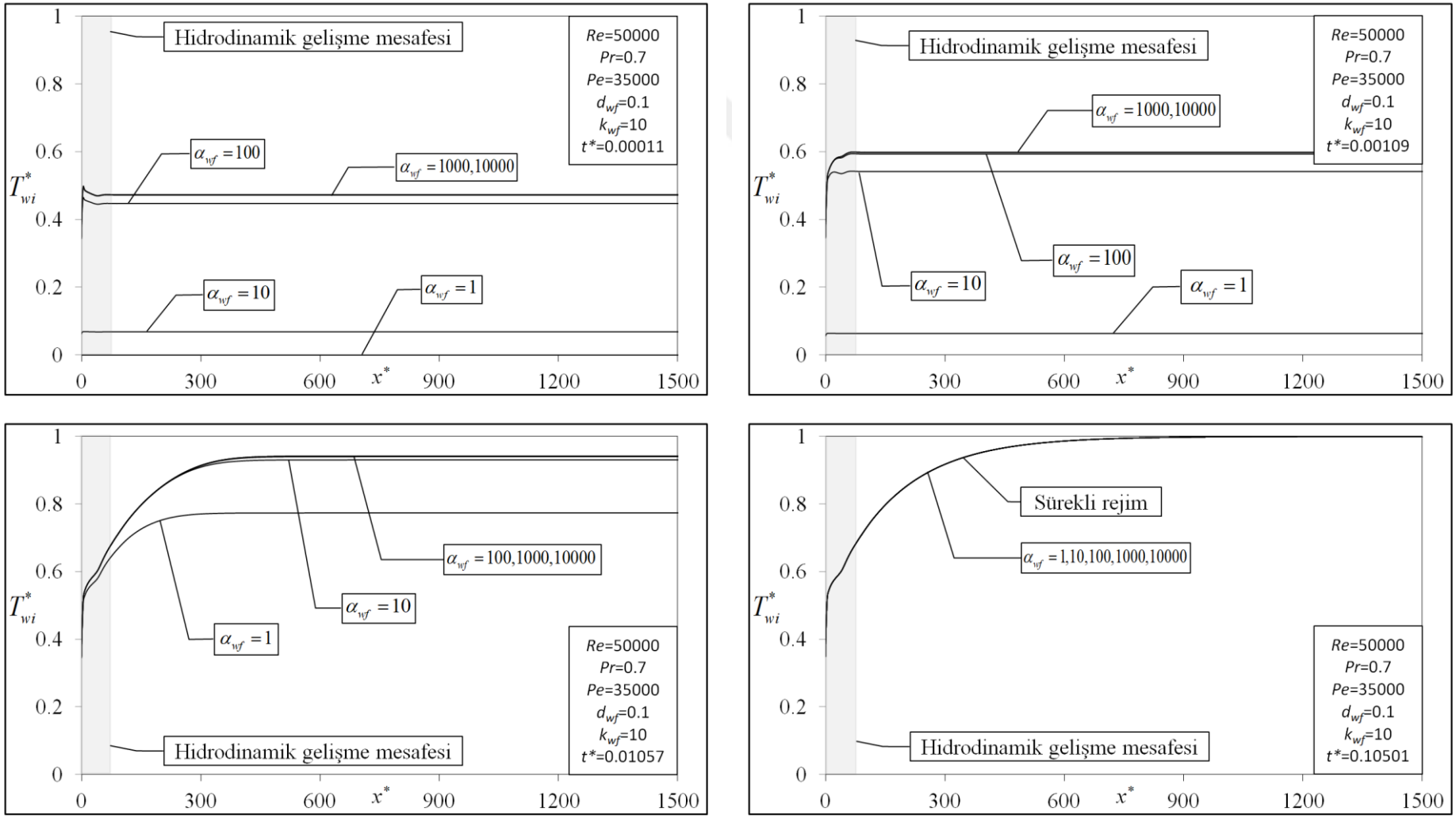
Geçici rejimde, ara yüzey sıcaklıkları ile yığık sıcaklıkların sabit olarak boru ekseni boyunca belirli değerlerde kaldıkları zaman aralığında yerel *Nu* sayıları büyük değerler almakta ve boru boyunca sabit bir değerde ilerlemektedir. İlerleyen zamanlarda ısı akılarının 0'a gitmesiyle hem bütün ısıl yayılım katsayısı oranlarında aynı değere ulaşmakta hem de 0 değerine doğru küçülmektedir.

Eş zamanlı gelişme bölgesinde hız dağılımının etkisi ara yüzey sıcaklığı, ısı akısı ve yerel *Nu* sayılarında görülebilmektedir. Eş zamanlı gelişme bölgesinde daha yüksek ısı transferi gerçekleşmektedir. Bu nedenle geçici rejimde de eş zamanlı gelişme bölgesinin dikkate alınması gerektiği anlaşılmaktadır.

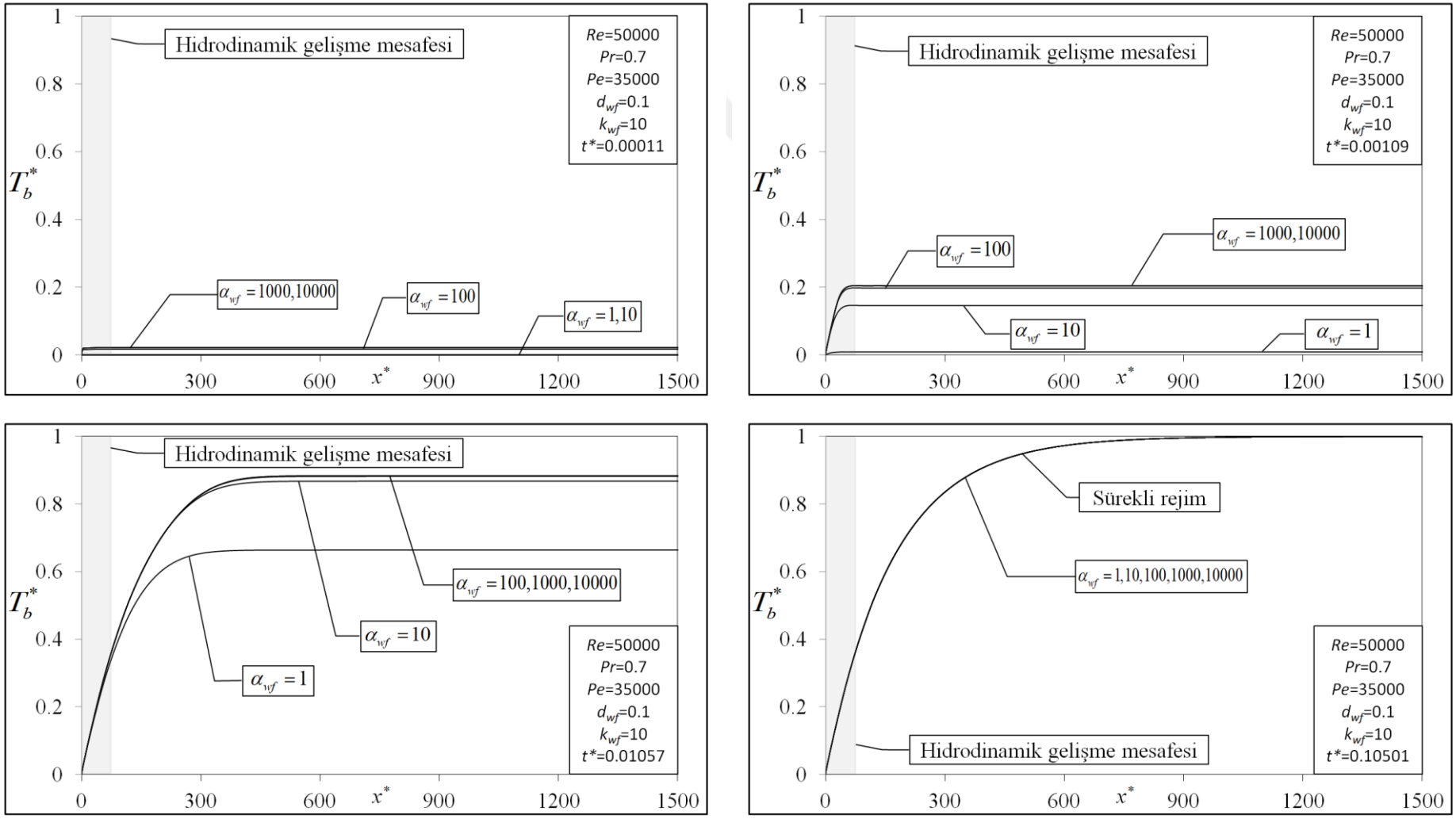
Isıl yayılım katsayısının zamana bağlı ısı transferi üzerindeki etkileri incelendiğinde, cidar ile akışkanın aynı ısıl yayılım katsayısına sahip olduğu durumun kararlı rejime ulaşma sürecinde daha geniş bir aralıkta değiştiği; cidar ısıl yayılım katsayısının, akışkan ısıl yayılım katsayısından 100 kat ve daha büyük olduğu durumlarda ise değişimin hemen hemen aynı olduğu ifade edilebilir.



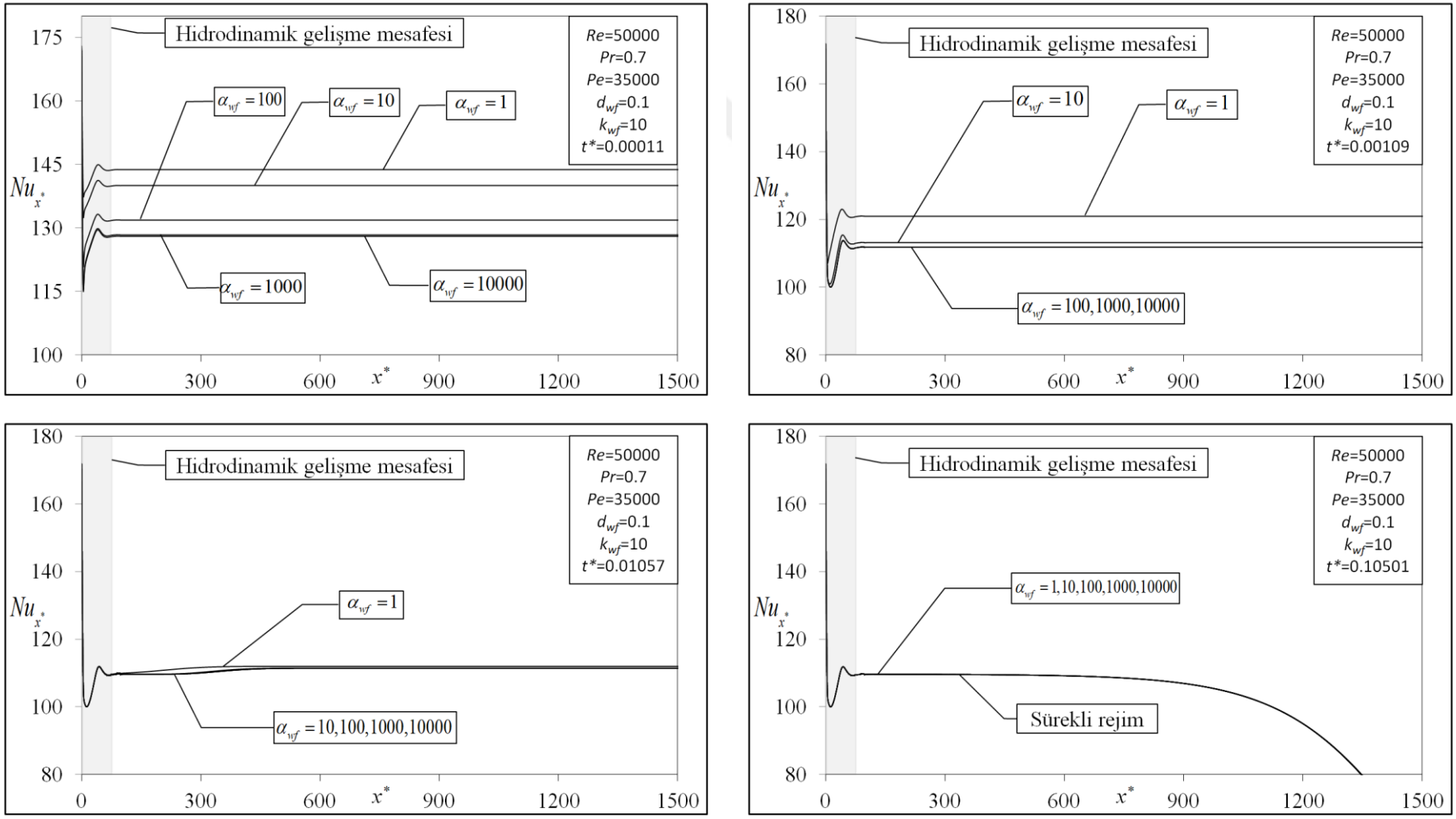
Şekil 5.23. Isıl yayılım katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey ısı akısı profilleri



Şekil 5.24. Isıl yayılım katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey sıcaklığı profilleri



Şekil 5.25. Isıl yayılım katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen yığık sıcaklık profilleri



Şekil 5.26. Isıl yayılım katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen yerel *Nu* sayısı profilleri

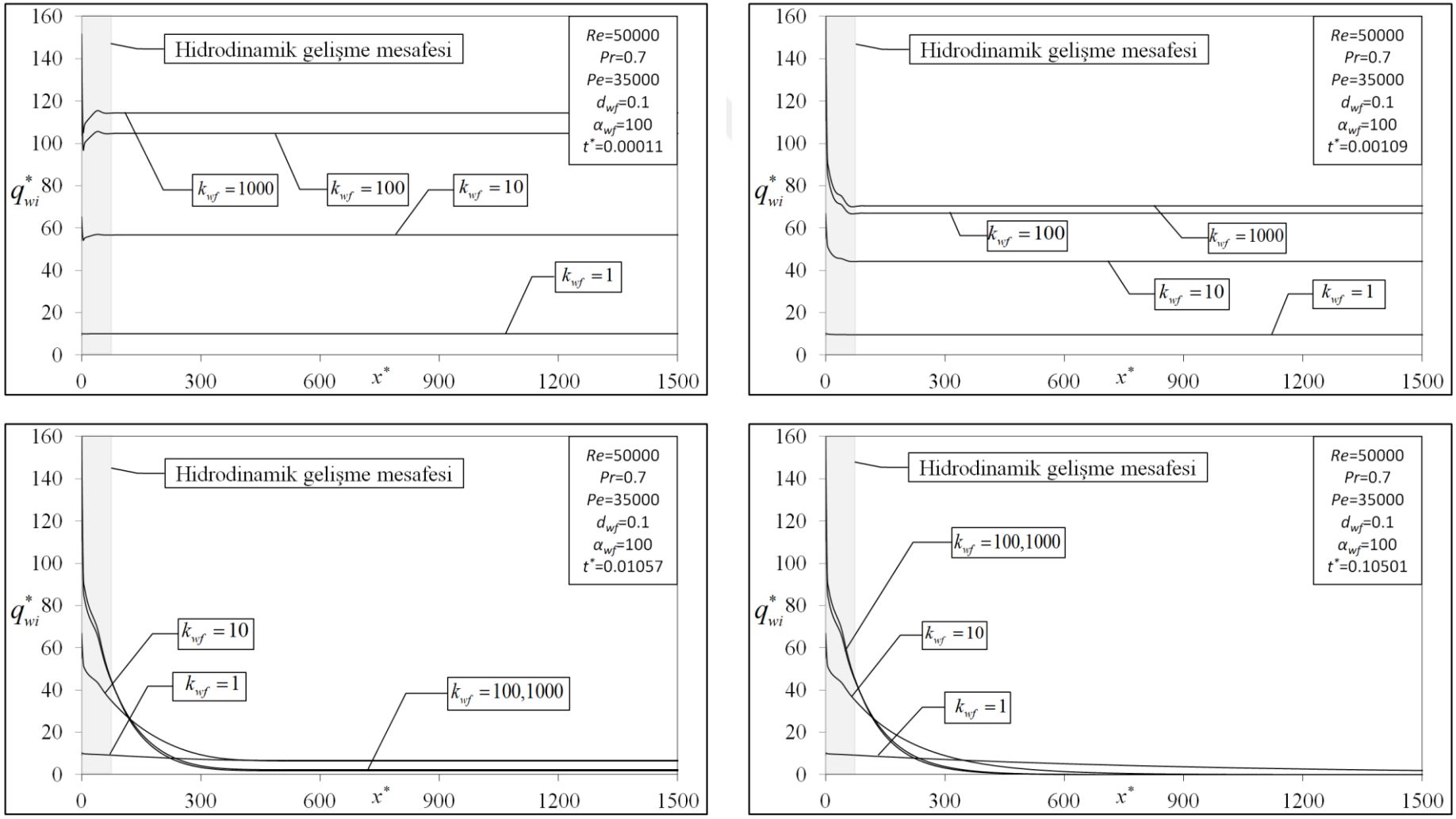
5.3.2. Isı iletim katsayısı oranına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları

Isı iletim katsayısı oranının geçici rejimde ara yüzey ısı akısına etkisini göstermek için Şekil 5.27 verilmiştir. Başlangıçta büyük sıcaklık farkı nedeniyle ara yüzey ısı akısı değerleri nispeten yüksek ve yaklaşık sabittir. Bu zaman safhasında parametrenin 100 ve 1000 değerlerinde eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi daha fazla görülmektedir. Ara yüzey ısı akısı yüksek bir değerden başlayıp azalmakta, eş zamanlı gelişme bölgesinde raydal yöndeki harekete paralel olarak tekrar artmakta ve daha sonra eksenel mesafe ile sabitlenmektedir. 10'ar kat arttırılan ısı iletim katsayısı oranı farklı sonuçlar vermektedir fakat ısı iletim katsayısı oranı arttıkça parametrenin değerleri arasındaki fark azalmaktadır. İlerleyen zamanla beraber, ara yüzey ısı akıları bakımından, dört farklı oran için de farklı sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte, ısı iletim katsayısı oranının artan değerleri için farktaki azalma devam etmektedir. Bu zaman safhasında eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi çok açık görülebilmektedir ve eş zamanlı gelişme bölgesinde ara yüzey ısı akısı önce azalmakta, sonra yatay seyretmekte ve daha sonra tekrar azalmaktadır. Kararlı rejime yaklaştıkça eksenel doğrultuda akışkanın sıcaklığının yükselmesi ile ara yüzey ısı akısı değerleri azalmaya başlamaktadır. Bu azalma, ısı iletim katsayısı oranının 100 ve 1000 değerleri için boru girişine yakın bölgelerde daha hızlı ve yakın değerlerde gerçekleşmektedir. 1 ve 10 değerleri için ise daha uzun bir eksenel boya sahiptir. Kararlı rejime ulaşıldığında ısı iletim katsayısı oranının değerlerine de bağlı olarak farklı eksenel mesafelerde ara yüzey ısı akısı değerleri $+\infty$'da asimptotik olarak 0'a yaklaşmaktadır.

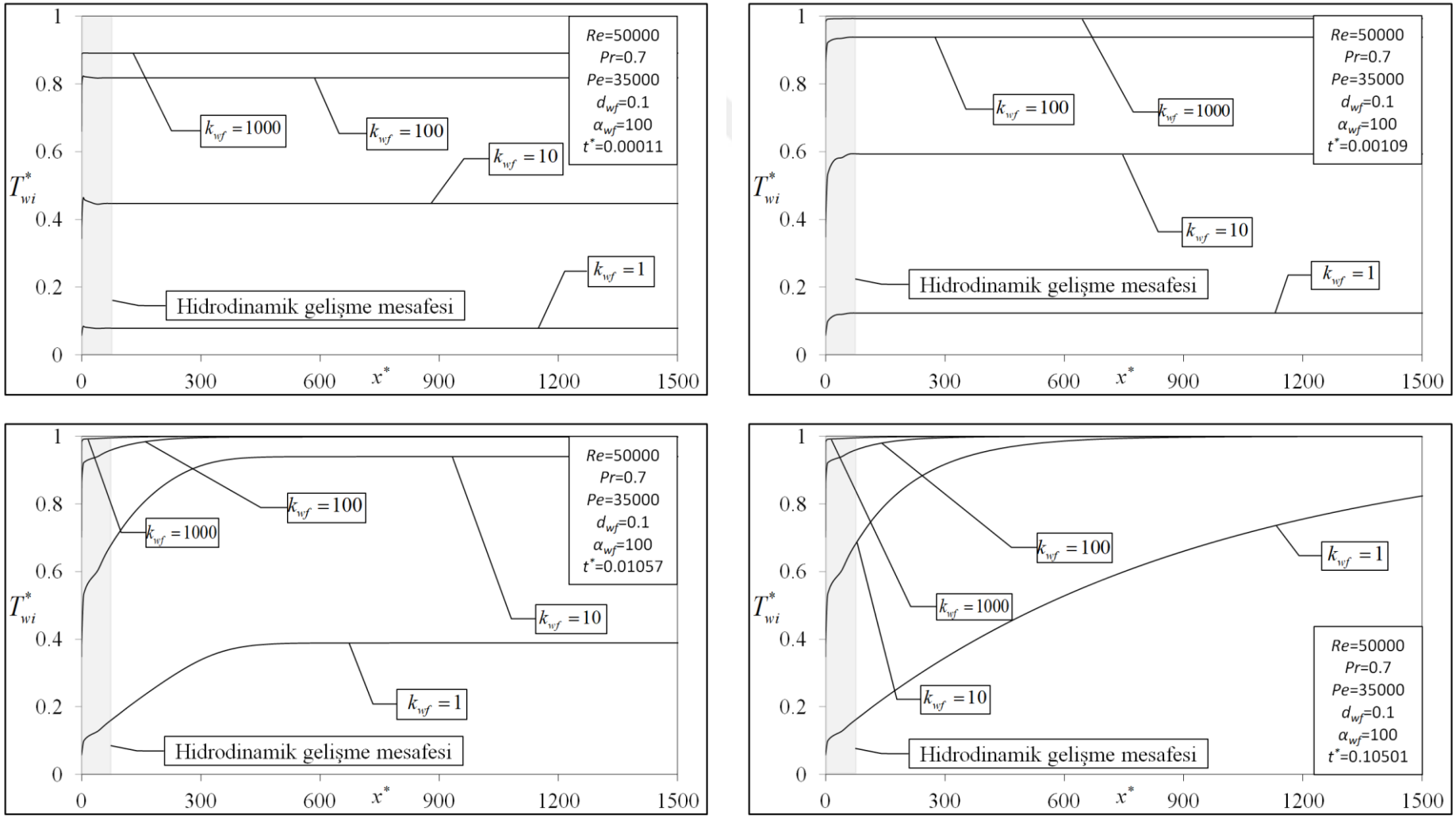
Sıcaklık farkını teşkil eden ara yüzey sıcaklığı Şekil 5.28'de ve yığık sıcaklık Şekil 5.29'da verilmiştir. Başlangıçta ara yüzey sıcaklıkları dış yüzey sıcaklığına göre düşük olmasına rağmen yığık sıcaklık değerleri de daha düşük olduğu için yüksek bir sıcaklık farkı bulunmaktadır. İlerleyen zamanla birlikte hem ara yüzey sıcaklığı hem de yığık sıcaklık değerleri yükselmektedir. Isı iletim katsayısı oranının büyük değerleri için ara yüzey sıcaklığı 1 değerine daha hızlı yaklaşmaktadır. Yığık sıcaklık bu safhada daha yavaş yükselmektedir. Bununla birlikte yığık sıcaklık profilleri üzerinde eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi, az da olsa, görülebilmektedir. Cidardaki sıcaklık dağılımının akış tarafına göre daha hızlı geliştiği anlaşılmaktadır. Isı iletim katsayısı oranının yüksek değerleri için akışkan yığık sıcaklığı da ilerleyen zamanda bir yükseliş

göstermektedir. Kararlı rejime doğru x=+∞'da ara yüzey sıcaklığı ile yığık sıcaklık arasındaki fark da beklendiği üzere 0'a yaklaşmaktadır.

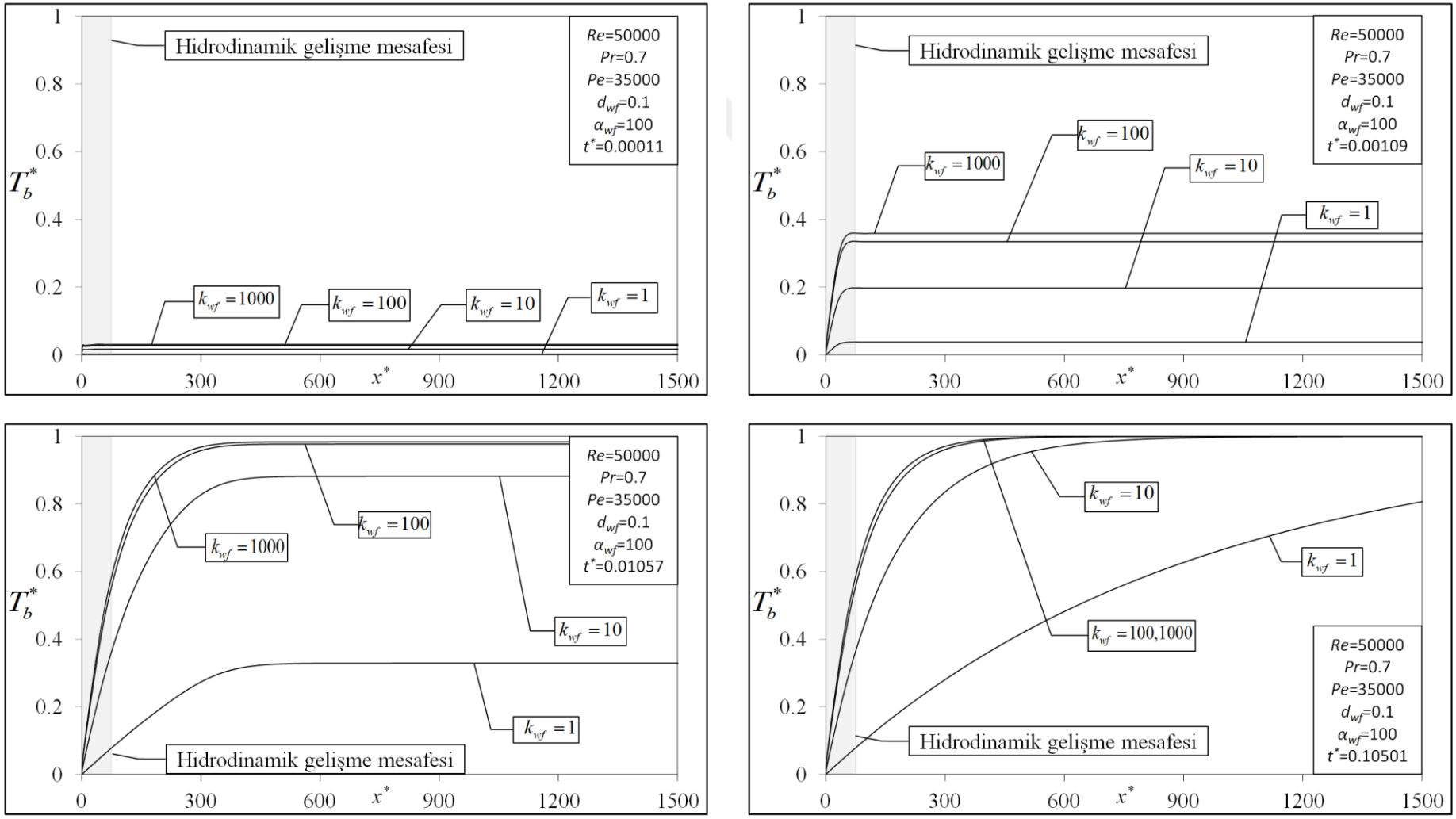
Isıl taşınımla ilgili verilen yerel *Nu* sayıları Şekil 5.30'da sunulmuştur. *Nu* sayısının değişimi, zamana ve ısı iletim katsayısına göre çok büyük değişimler göstermemektedir. Bu durum ısı iletim katsayısı oranı hesaplamalarının sabit bir *Pe* için yapılmasından kaynaklanmaktadır. İlk zamanlardan itibaren eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi *Nu* sayıları üzerinde görülebilmektedir. Bununla birlikte yerel *Nu* sayısı başlangıç zamanlarında ilerleyen zamanlara göre yüksek değerler almakta ve geçen zamanla birlikte azalmaktadır. Ayrıca başlangıç zamanlarında düşük ısı iletim katsayısı oranlarında daha düşük *Nu* sayısı değerleri elde edilirken zamanla bu eğilim değişmektedir. Yerel *Nu* sayıları düşük iletkenlik için bir miktar daha yüksek çıkmaktadır. Bunun sebebi cidar tarafındaki eksenel iletimdir. Ayrıca düşük ısı iletim katsayısı durumunda daha uzun eksenel mesafeler boyunca ısı transferi devam ettiği için yerel *Nu* sayısındaki değişim bu eksenel mesafeler boyunca devam etmektedir.



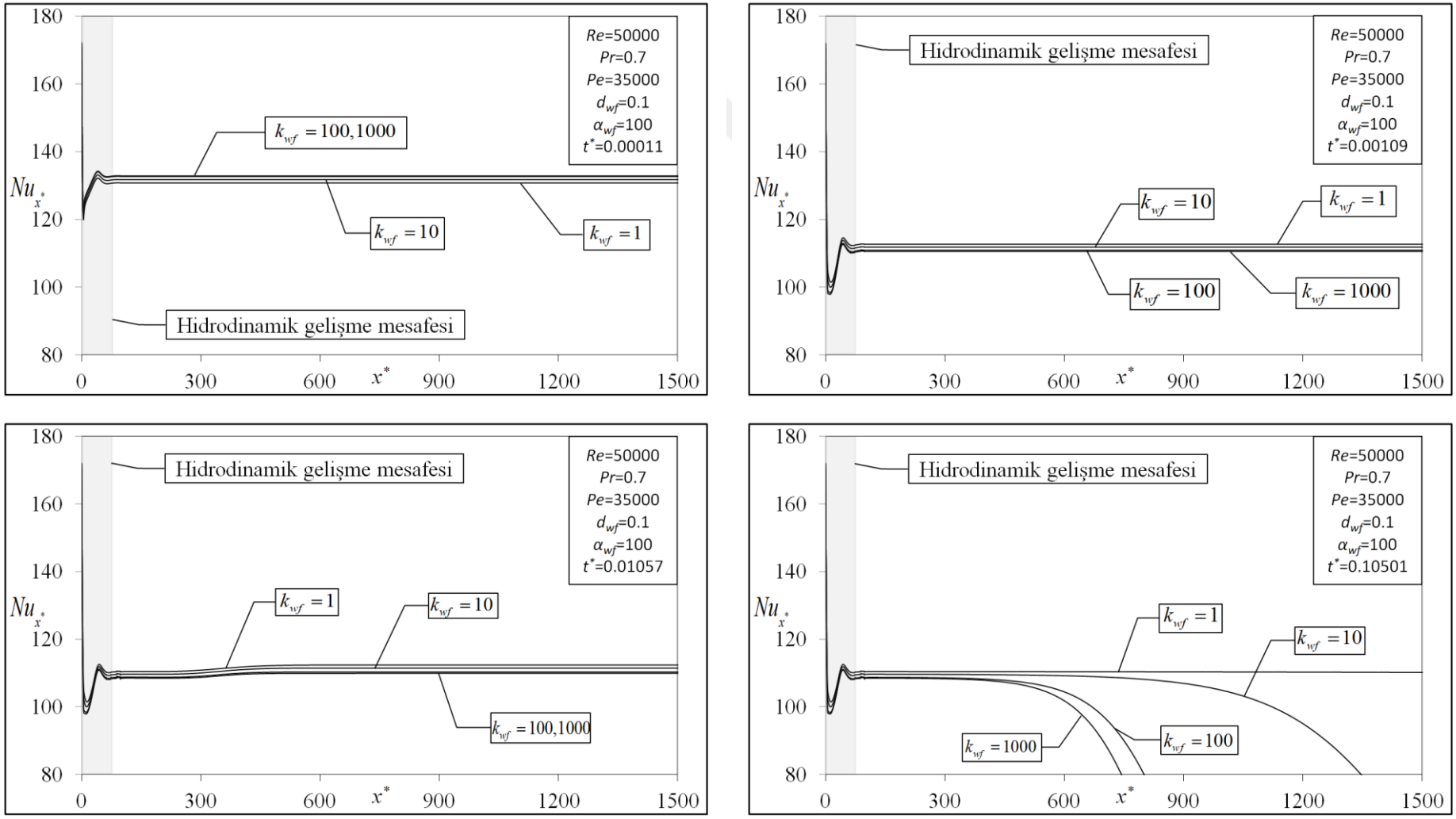
Şekil 5.27. Isı iletim katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey ısı akısı profilleri



Şekil 5.28. Isı iletim katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey sıcaklığı profilleri



Şekil 5.29. Isı iletim katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen yığık sıcaklık profilleri



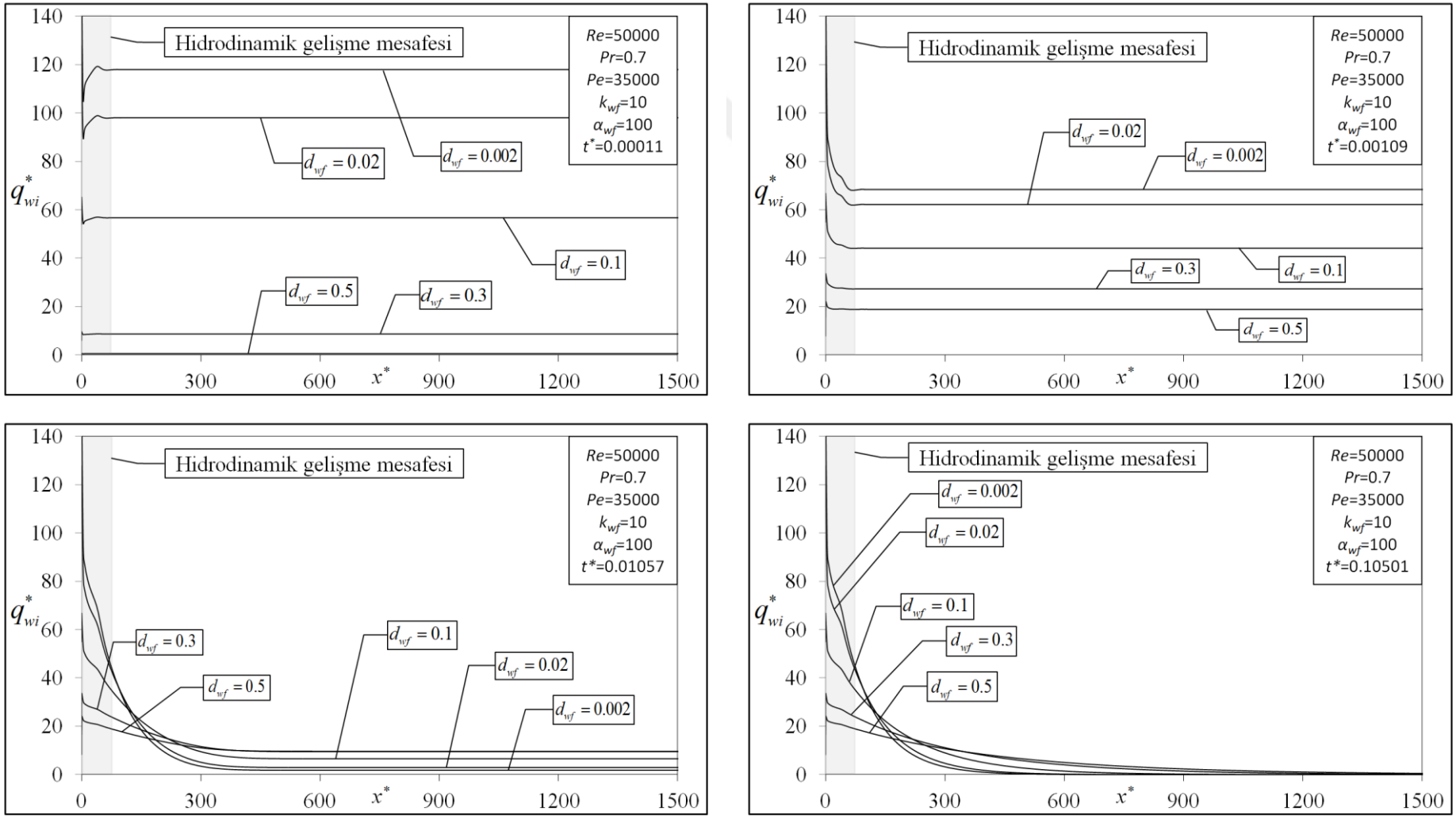
Şekil 5.30. Isı iletim katsayısı oranına ve zamana bağlı olarak değişen yerel *Nu* sayısı profilleri

5.3.3. Cidar kalınlık oranına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları

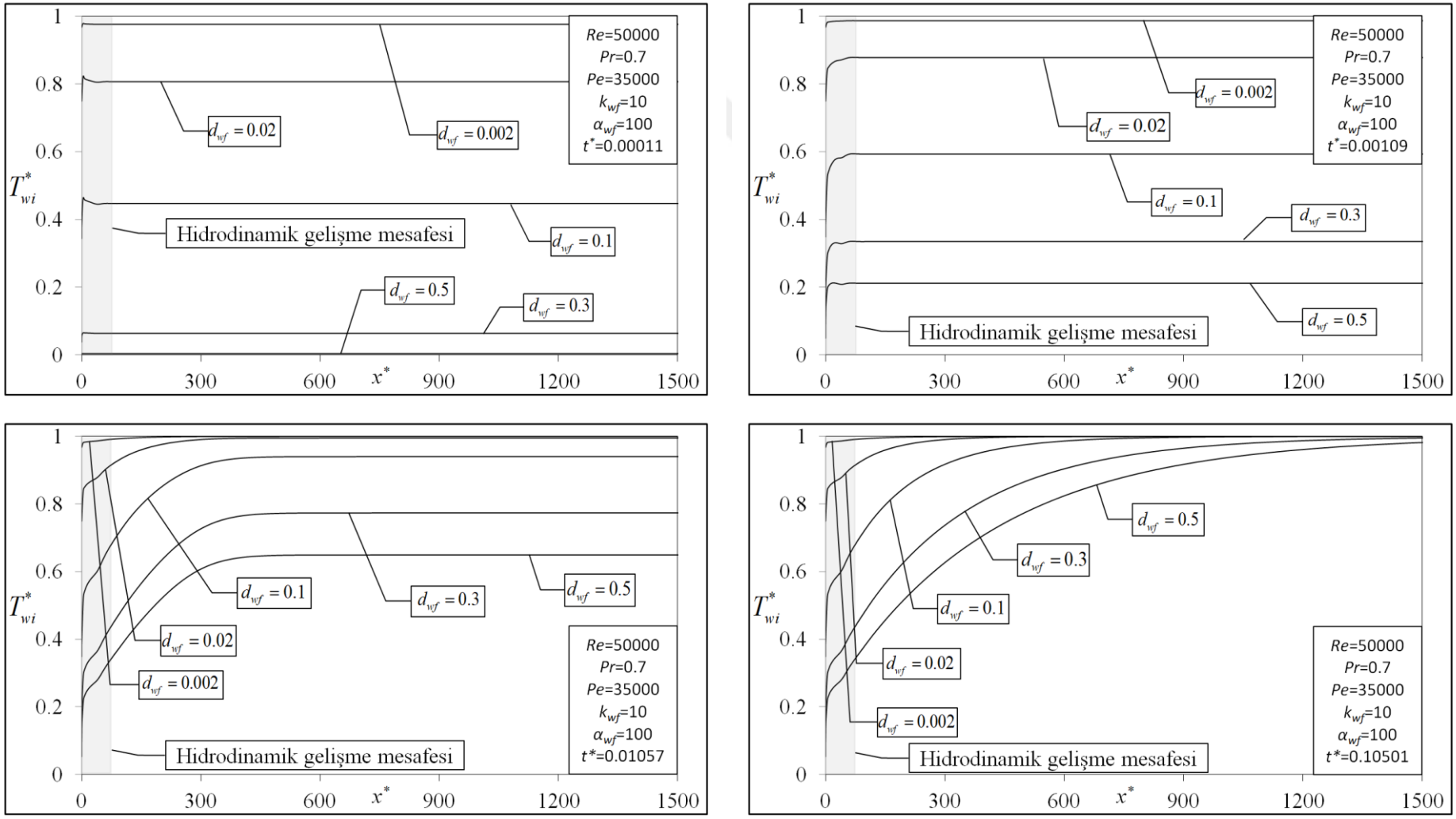
Geçici rejimde ısı transferini etkileyen bir diğer önemli parametre cidar kalınlığıdır. Cidar kalınlığı 0'a giderken, dış yüzeydeki sınır şartları ara yüzeyde de aynı kabul edilmektedir. Tersi durumda, cidar kalınlaştıkça, ara yüzey ile dış yüzey arasında cidarda iki boyutlu ısı transferi nedeniyle geçici rejim ısı transferi kararlı rejime göre farklı gerçekleşmektedir. Şekil 5.31'de, farklı cidar kalınlık oranları ve farklı zamanlarda ara yüzey ısı akısının değişimi sunulmuştur. Başlangıçta cidar kalınlığının çok etkili olduğu, belirli bir cidar kalınlığından sonra neredeyse ara yüzeyde ısı akısı oluşmadığı görülebilmektedir. Bu zaman safhasında cidar inceldikçe ara yüzey ısı akısının değeri orantılı olarak artmaktadır. Eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi ince cidarlar için bu erken safhada net bir şekilde gözlemlenebilmektedir. İlerleyen zamanla en kalın cidara sahip boruda da ara yüzey ısı akısı gözlenebilir büyüklüklere ulaşmaktadır. Bununla birlikte yine bu zamanda cidar kalınlığı inceldikçe boru girişinden başlayarak ara yüzey ısı akısı azami bir değerden azalmaya başlamaktadır. Dolayısıyla ısıl gelişme ince cidarlar için daha erken zamanlarda gerçekleşmektedir. Zamana ve konuma bağlı ısıl gelişmeyle beraber, ince cidarlı borularda boru girişine yakın bölgelerde daha yüksek ara yüzey ısı akıları oluşmakta ve eksenel mesafede ilerledikçe ara yüzey ısı akıları daha erken mesafelerde 0'a doğru gitmektedir. Kalın cidarlı borularda giriş bölgesindeki ara yüzey ısı akısı daha küçük değerlerden azalmaya başlamakta ve daha uzun eksenel mesafeler boyunca değişmektedir. Benzer bir durum ters orantılı olarak ara yüzey sıcaklıkları ve yığık sıcaklık için verilen Şekil 5.32 ve 5.33'de görülmektedir. Hem ara yüzey sıcaklığı hem de yığık sıcaklık, ince cidarlarda çok hızlı bir şekilde 1 değerine yaklaşmaktadır. Bu da ince cidarlı borularda ısıl gelişmenin daha erken zamanlarda sağlanmasına neden olur. Bununla beraber daha kalın borularda sıcaklık gradyeni daha uzun eksenel mesafeler boyunca nispeten büyük değerler almaktadır. Ayrıca zamanın başlarında hem ara yüzey sıcaklığı üzerinde hem de yığık sıcaklık üzerinde ince cidarlı borularda eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi görülebilmektedir. Kalın cidarlı borularda ise ara yüzey sıcaklığı üzerinde eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi kısmen görülürken yığık sıcaklık üzerinde belirgin bir değişiklik oluşmamaktadır.

Son olarak Şekil 5.34'de verilen yerel *Nu* sayılarının zamana ve cidar kalınlık oranına göre değişimlerine bakıldığında, cidar kalınlığı arttıkça daha yüksek *Nu*

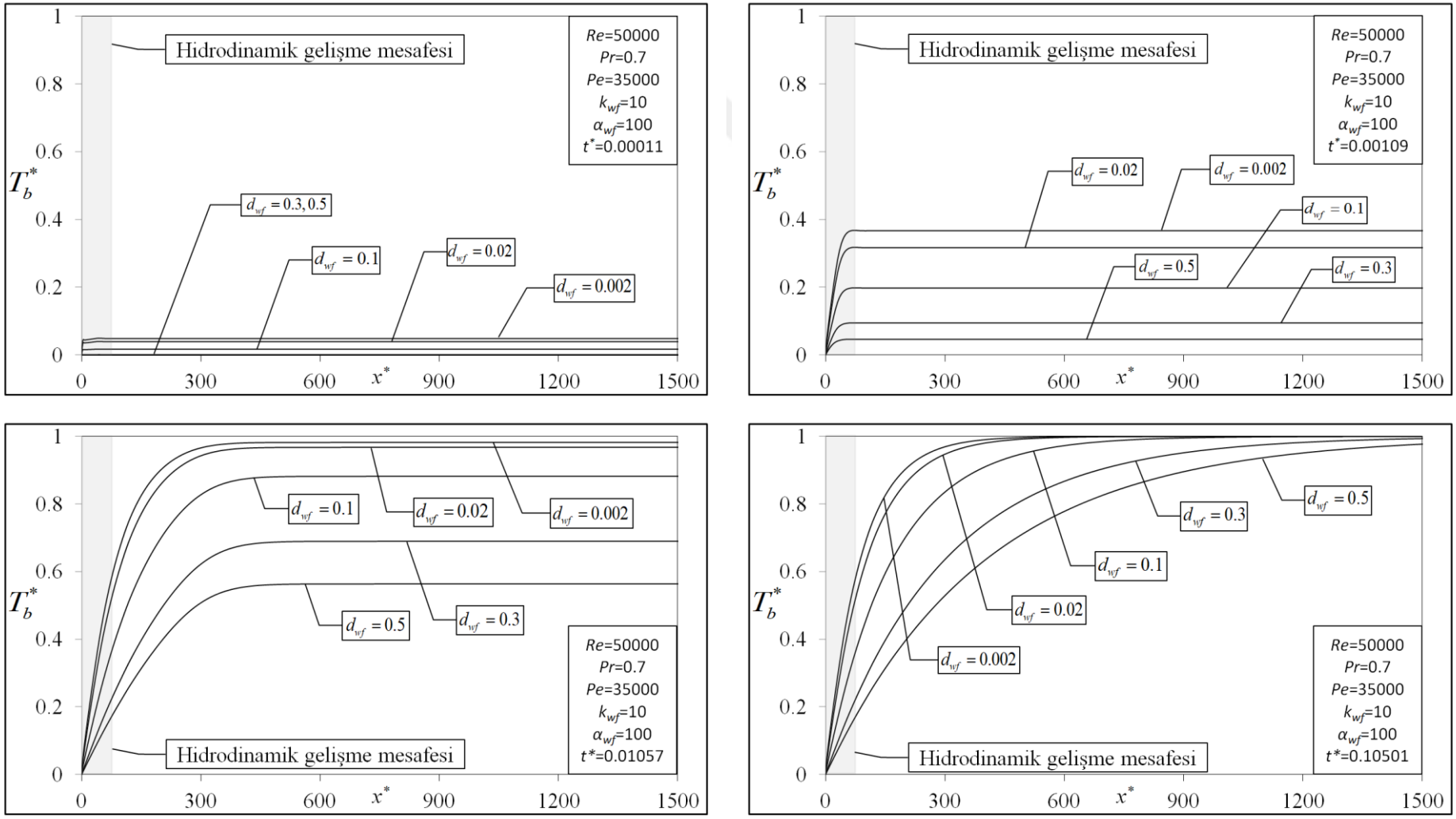
sayılarının oluştuğu görülmektedir. Çünkü cidarda eksenel iletim artmaktadır. Ayrıca başlangıçta *Nu* sayısı değerleri daha büyük çıkmakta, zaman geçtikçe azalan sıcaklık farkına paralel olarak azalmaktadır. Bu azalma sırasında en küçük değerlerin en ince cidarlı borularda oluştuğu, 0.002 ve 0.02 cidar kalınlık oranına sahip boruların çok yakın değerler aldıkları görülmektedir. İlerleyen zamanla birlikte geçici rejimde elde edilen *Nu* sayısı değerleri, kararlı rejimde elde edilen değerlere doğru yaklaşmakta ve daha sonra 0'a giden ara yüzey ısı akısı değerleriyle birlikte 0'a doğru azalmaktadır.



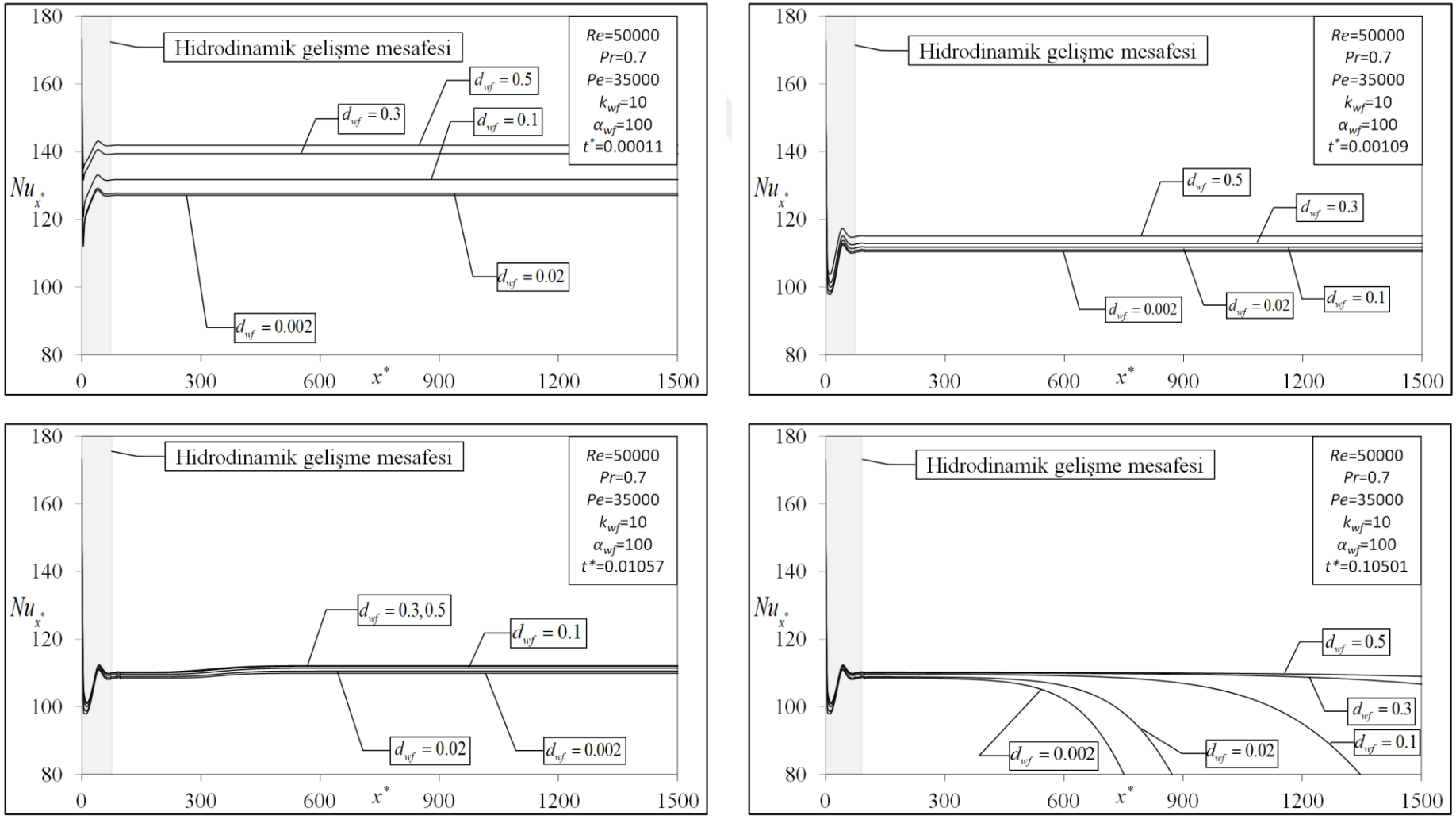
Şekil 5.31. Cidar kalınlık oranına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey ısı akısı profilleri



Şekil 5.32. Cidar kalınlık oranına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey sıcaklığı profilleri



Şekil 5.33. Cidar kalınlık oranına ve zamana bağlı olarak değişen yığık sıcaklık profilleri



Şekil 5.34. Cidar kalınlık oranına ve zamana bağlı olarak değişen yerel *Nu* sayısı profilleri

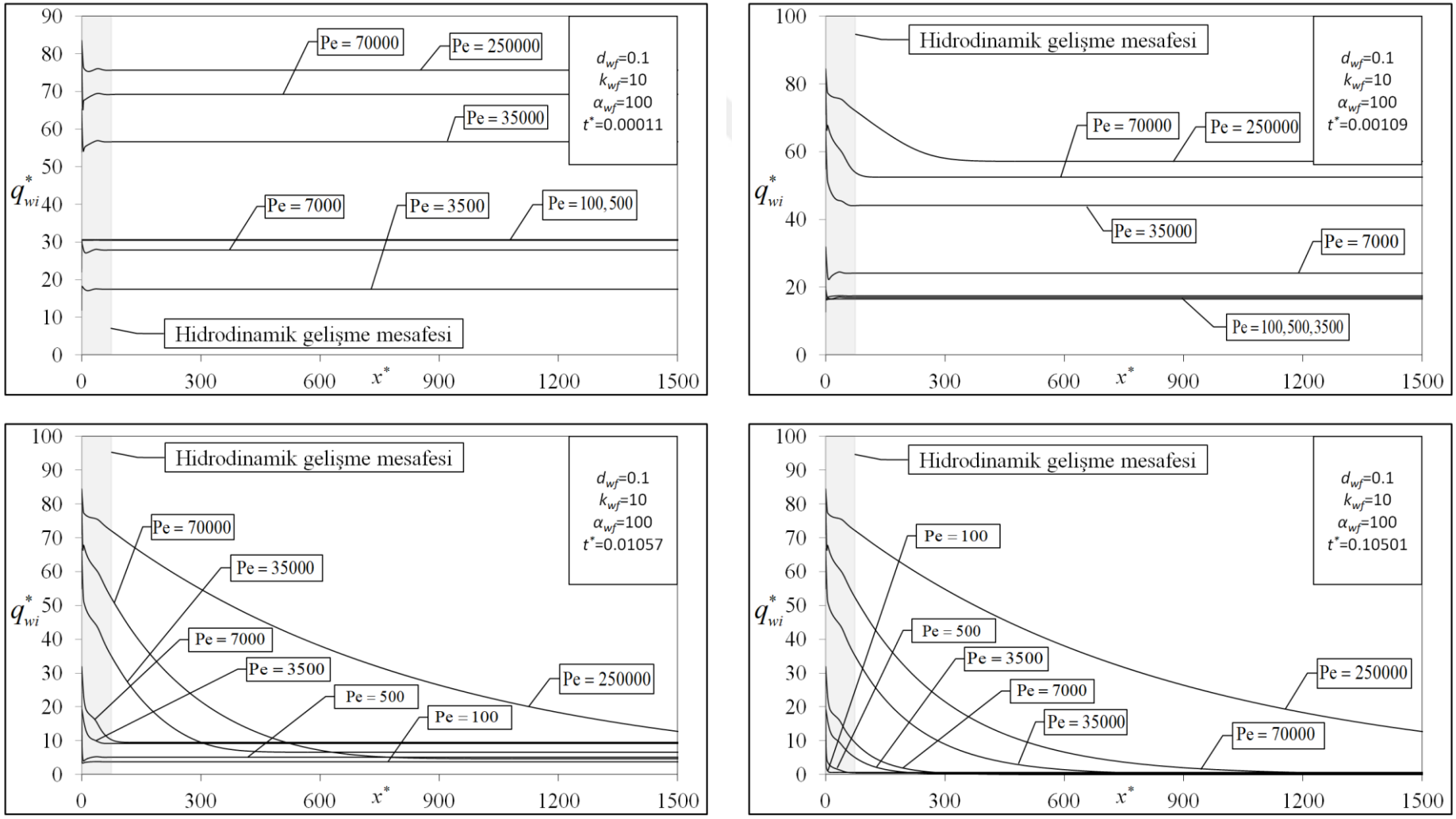
5.3.4. *Pe* sayısına göre geçici rejimde ısı transferi sonuçları

Çalışmada çok geniş bir aralıktaki *Pe* sayıları için geçici rejim birleşik ısı transferi hesaplanmıştır. *Pe*=100'den 250000 değerine kadar uzanan bu geniş aralıkta *Pe* sayısını oluşturan *Re* ve *Pr* sayısı parametre alınarak *Pe* sayıları değiştirilmiştir. Dolayısıyla aynı *Re* sayısında 4 farklı *Pr* sayısı ve aynı *Pr* sayısında 4 farklı *Re* sayının oluşturduğu *Pe* sayıları için sonuçlar Şekil 5.35 ile 5.38 arasında sunulmuştur. Şekil 5.35'de ara yüzey ısı akıları verilmiştir. Başlangıçta *Pe*=3500 ile 250000 arasında, kararlı rejim sonuçları incelenirken ifade edildiği üzere *Pr* ve *Re* sayılarındaki artışlar, biri sabitken diğerinin artışına orantılı olarak yaklaşık aynı etkiye sahiptirler. Yine zamanın başlangıcında *Pe*=100 ve 500 değerleri için ara yüzey ısı akısı değerleri *Pe*=3500 ve 7000 değerlerine göre daha yüksek gerçekleşmiştir. Çünkü çok küçük *Pr* sayıları nedeniyle akışkanda eksenel olarak iletilen ısı, akışkanın yığık sıcaklığını düşük tutmaktadır. Dolayısıyla geçici rejimde, özellikle başlangıç zamanlarında, *Pr* sayısının daha etkili olduğu görülmüştür. Zaman ilerledikçe *Re* sayısının etkisi artmaya başlamaktadır ve ara yüzey ısı akısında *Re* ile *Pr* sayılarının beraber etkisi sadece *Pe* sayısı ile temsil edilebilecek şekilde orantılı olarak artmaktadır. Bu zaman safhasında *Pe*=3500 ve altındaki değerler yaklaşık aynı sonucu verirken daha yüksek *Pe* sayılarında ısıl gelişme başlamaktadır. Ara yüzey ısı akısı grafiklerinde erken zamanlardan itibaren birlikte gelişme bölgesinin etkisi görülebilmektedir. Fakat düşük *Pe* sayılarında bu etki nispeten daha az belirgindir. Grafiği verilen son zaman adımında ısıl gelişmenin büyük oranda gerçekleştiği anlaşılmaktadır.

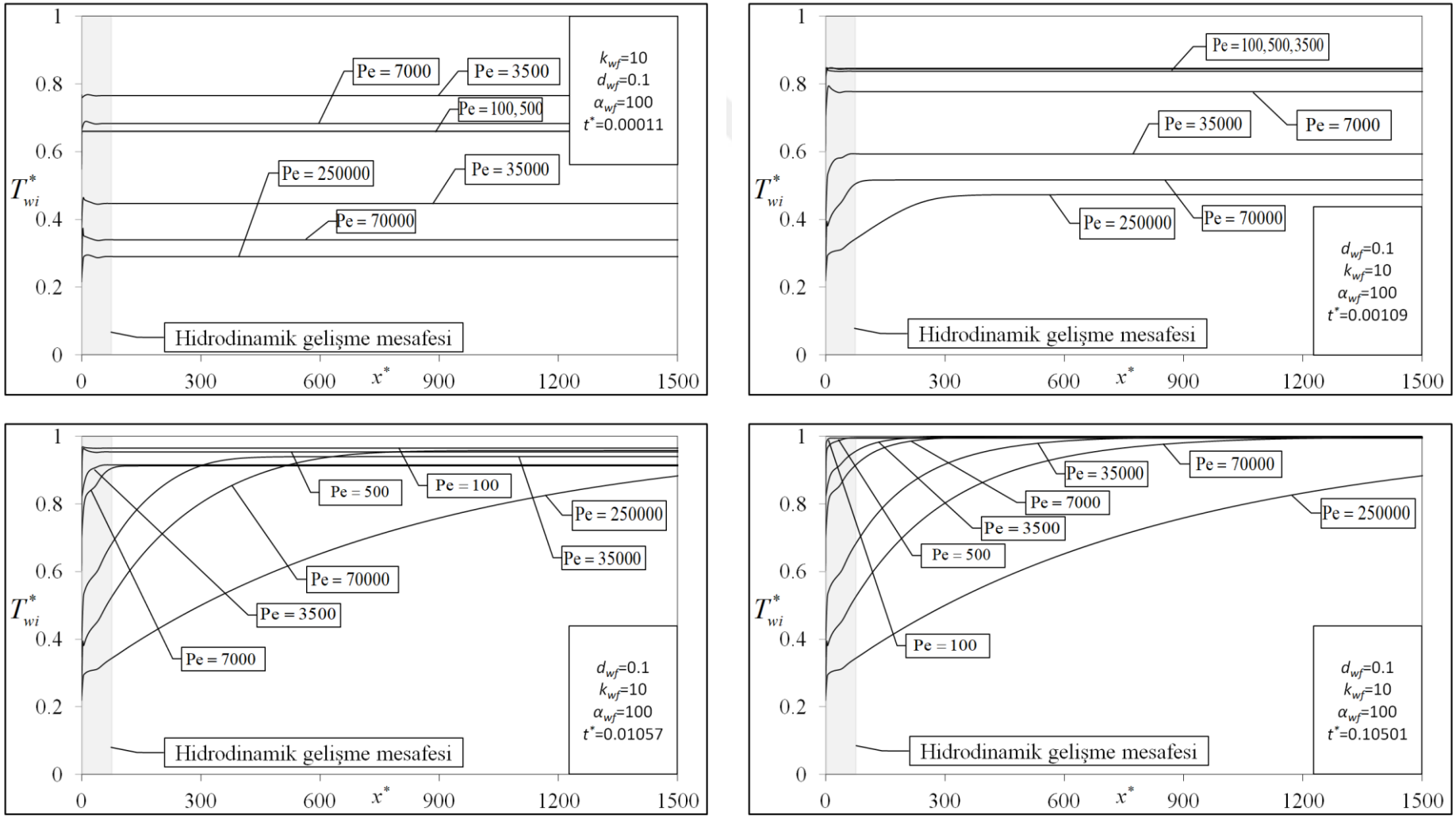
Diğer parametrelerde de olduğu gibi, Şekil 5.36'da sunulan ara yüzey sıcaklığının zamana ve *Pe* sayısı değerlerine göre değişimi, ara yüzey ısı akısı değişimi ile ters orantılı olarak değiştiği görülmektedir. Şekil 5.37'de yığık sıcaklık değerleri verilmiştir. Yığık sıcaklık değerleri, *Pe* sayısının değişiminin etkisinin en iyi gözlenebildiği grafiklerdir. *Pe* sayısının çok küçük değerlerinde akışkan eksenel iletimi nedeniyle ısıl gelişmenin çok geç gerçekleştiği görülmektedir. Bu durum, akışkan eksenel iletiminin türbülanslı akışlarda da önemli olabileceğini göstermektedir. Sonraki zaman adımlarında, özellikle düşük *Pe* sayıları için hem yığık sıcaklıkta hem de ara yüzey sıcaklığında hidrodinamik giriş bölgesinin etkisi az da olsa görülmektedir.

Borular, ısıtmada ve soğutmada çok sık kullanılan donanımlardır ve bu nedenle geçmişten günümüze borularda zorlanmış taşınımla ısı transferi için bir çok korelasyon

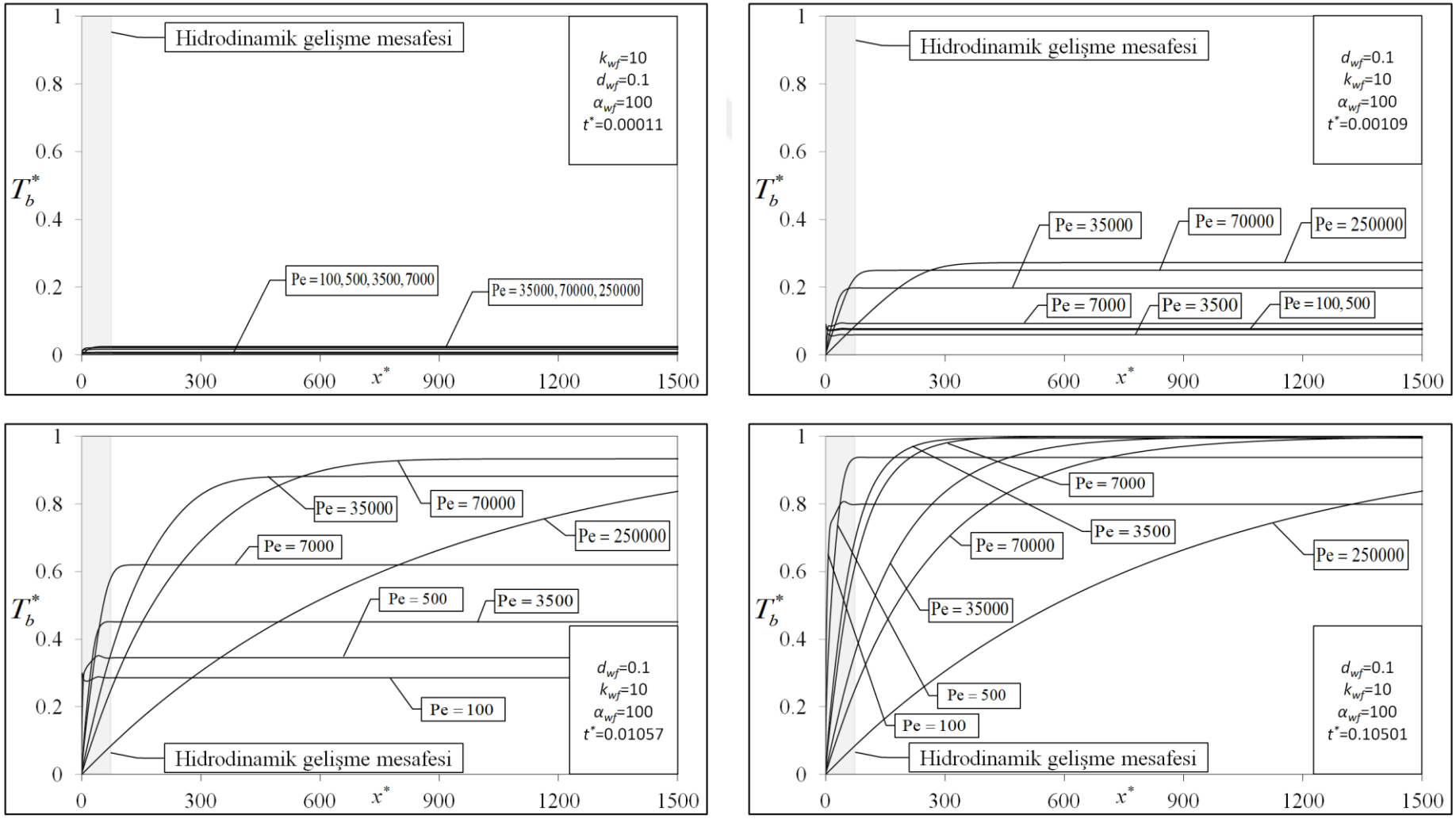
yayınlanmıştır. Bu korelasyonların birçoğunda *Re* ve *Pr* sayıları kullanılarak *Nu* sayıları hesaplanmaktadır. Yine bu korelasyonlar incelendiğinde artan *Re* ve *Pr* sayılarının *Nu* sayısını arttırdığı, *Re* sayısının kuvvetinin ise *Pr* sayısına göre daha büyük olduğu görülmektedir. Bu bilgilere paralel olarak Şekil 5.38'de sunulan yerel *Nu* sayılarının zamana ve *Pe* sayısına bağlı değişimi incelendiğinde *Pe* sayısı arttıkça *Nu* sayısının büyük değerler aldığı ve bunun bütün zaman safhalarında yaklaşık aynı kaldığı anlaşılmaktadır. Eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi bütün zamanlar için yerel *Nu* sayısı grafiklerinde görülmektedir.



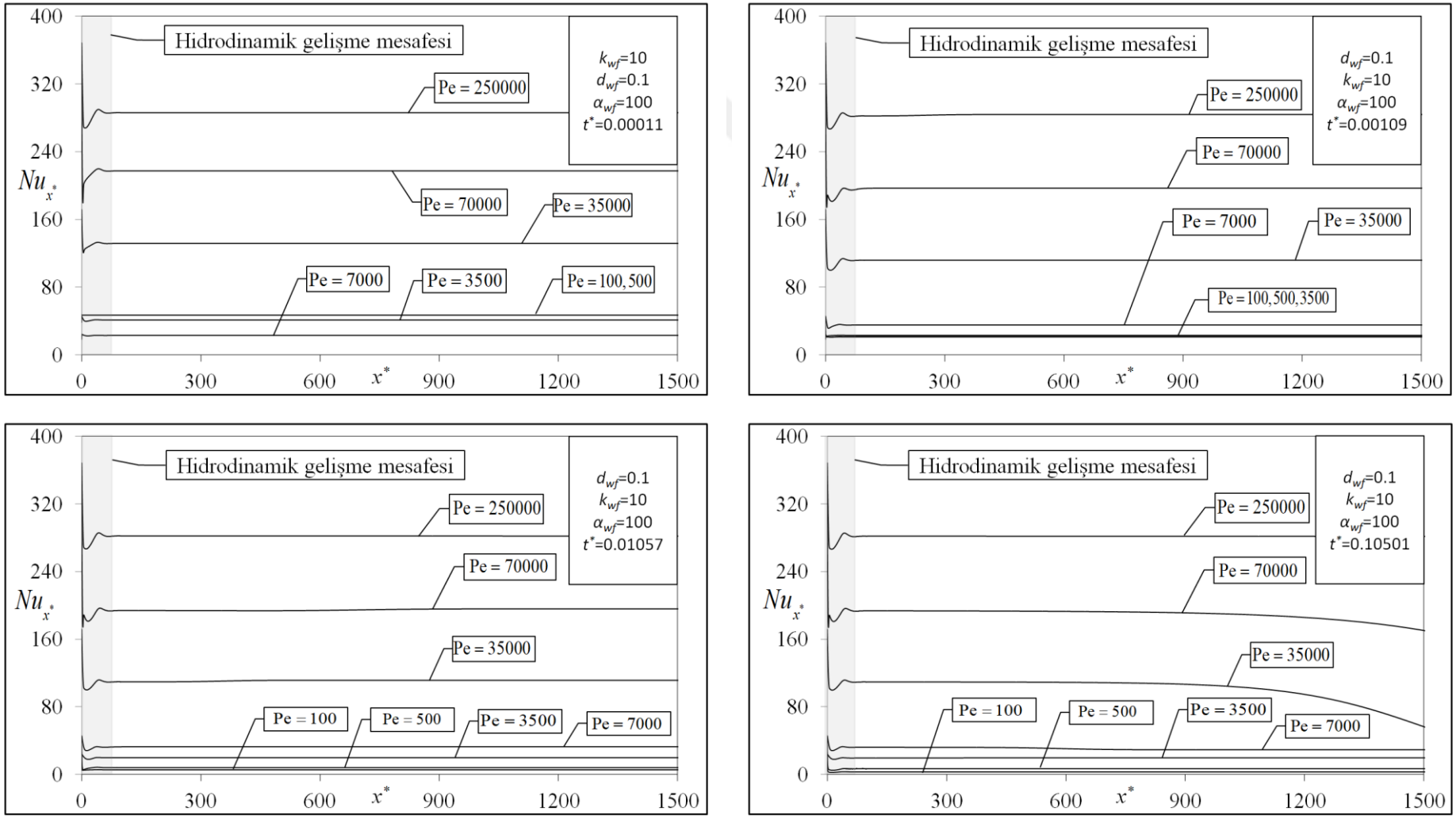
Şekil 5.35. *Pe* sayısına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey ısı akısı profilleri



Şekil 5.36. *Pe* sayısına ve zamana bağlı olarak değişen ara yüzey sıcaklığı profilleri



Şekil 5.37. *Pe* sayısına ve zamana bağlı olarak değişen yığık sıcaklık profilleri



Şekil 5.38. *Pe* sayısına ve zamana bağlı olarak değişen yerel *Nu* sayısı profilleri

6. SONUÇ

Bu çalışmada, kalın cidarlı borulardaki türbülanslı, sıkıştırılamaz ve eş zamanlı gelişen akışta, sürekli akış, geçici rejim birleşik ısı transferi problemi, iki boyutlu cidar ve akışkan eksenel iletimi göz önüne alınarak incelenmiştir. Problem, tek bölgeden oluşan yarı sonsuz bir boruda, boru dış yüzey sıcaklığında meydana gelen ani değişim sınır şartında, sonlu hacimler yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Problemi tanımlayan beş boyutsuz parametrenin, d_{wf}, k_{wf}, α_{wf}, Re ve Pe ($Re \times Pr$) etkilerini görmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır.

Türbülanslı akıştan dolayı inceleme çok geniş bir Pe sayısı aralığında gerçekleştirilebilmiştir. Bu nedenle Pe sayısı ısı transferi sonuçlarını en çok değiştiren parametredir. Eş zamanlı gelişme bölgesi ısı transferi sonuçlarını değiştirmektedir. Radyal hız bileşeni ile oluşan ilave taşınımdan dolayı ara yüzey ısı akısının değişimi bu bölgede yavaşlamaktadır. Çalışma kapsamında ilk kez türbülanslı akışlarda kullanılan üssel ayrıklaştırma şeması düşük hesaplama maliyeti ile doğru sonuç vermiştir.

Diğer bazı bulgular şu şekilde özetlenebilir:

1. Hız çözümünde boyutsuz bir inceleme yapıldığı için ana denklemlerde tek parametre olarak Re sayısı çıkmaktadır. Artan Re ile hidrodinamik gelişme mesafesi artmaktadır. Boru ekseninde elde edilen azami hız 1.18 ile 1.22 arasında değişmekte ve artan Re sayısı ile azalmaktadır. Boru ekseninde türbülanslı akıştan dolayı karakteristik bir hız profili oluşmaktadır.
2. Yerel Nu sayısı eş zamanlı gelişme bölgesinde eksenel hız profiline benzer bir şekilde değişmekte ve gelişmiş akışla beraber sabitlenmektedir. Eş zamanlı gelişme bölgesinin sıcaklık profillerine etkisi ara yüzey sıcaklığı üzerinde görülebilirken yığık sıcaklık profilleri üzerinde bu etki görülememektedir.
3. Kararlı rejimde cidar kalınlığı oranı arttıkça ara yüzey ısı akısı daha küçük değerlerden başlayarak daha uzun boru eksenel mesafeleri boyunca devam etmektedir. Cidar kalınlık oranının artması ile yerel Nusselt sayısı değerleri de bir miktar artmaktadır. Cidar kalınlık oranının 0.02 değerinden daha küçük değerler için cidar etkisi ortadan kalkmaya başlamaktadır.

4. Kararlı rejimde ısı iletim katsayısı oranının çok büyük değerlerinde cidar kalınlığının etkisinin ortadan kalkmaya başlamaktadır. Parametrenin 100 ve daha büyük değerlerde kararlı rejim ısı transferi sonuçları yakın çıkmaktadır.
5. *Pe* sayısına bağlı olarak kararlı rejime ulaşma süresi değişmektedir. Özellikle *Pe* sayısının küçük değerlerinde bu süre çok artmaktadır. Sıvı metallere karşılık gelen *Pr* sayılarında, türbülanslı akışta akışkan eksenel iletimi önemli olabilmektedir. *Nu* sayısı *Pe* sayısının incelenen en büyük değeri için yaklaşık 300 değerlerine kadar çıkabilmekte, en küçük değerinde ise yaklaşık 2 değerini almaktadır. *Pe* sayısının değişimi ile orantılı bir Nu sayısı değişimi gözlemlenmektedir. *Pe* sayısının ısıl gelişme mesafesini belirlediği görülmüştür.
6. Geçici rejimde ısıl yayılım katsayısı oranına bağlı olarak kararlı rejime ulaşılıncaya kadar sıcaklık dağılımları değişmektedir.
7. Geçici rejimde ısı iletim katsayısı oranının yüksek değerleri için belirgin bir fark bulunmamaktadır. Isı iletim katsayısı oranının etkisi eş zamanlı gelişme bölgesinde görülebilmektedir.
8. Geçici rejimde incelenen cidar kalınlık oranı için başlangıçta cidar kalınlığının çok etkili olduğu, belirli bir cidar kalınlığından sonra neredeyse ara yüzeyde ısı akısı oluşmadığı görülebilmektedir. Eş zamanlı gelişme bölgesinin etkisi ince cidarlar için erken zamanlarda daha belirgindir. Isıl gelişme ince cidarlar için daha erken zamanlarda gerçekleşmektedir.
9. Geçici rejimde *Pe* sayısının etkisi incelendiğinde sıvı metallere karşılık gelen değerler için başlarda daha yüksek ısı akısı oluşmaktadır. Zamanla ısı transferi sonuçları *Pe* sayısı büyüklüğü ile orantılı hale gelmektedir.
10. Hem kararlı hem de geçici rejimde eş zamanlı gelişme bölgesi ara yüzey ısı akısını etkilemektedir.
11. Zamana bağlı ısı transferi çözümünde bütün parametrelerin etkileri görülmüştür. Isıl iletkenlik oranının 100, ısıl yayılım oranının ise 1000 değerinden daha büyük değerlerde belirgin bir değişim olmamaktadır. Cidar kalınlık oranı 0.02 değerinden daha küçük olduğunda sıcaklık dağılımını çok az etkilemektedir.
12. Yerel *Nu* sayısı değerleri, artan *Pe* değerleri ile artmaktadır. Eş zamanlı gelişme bölgesinde akışın sahip olduğu karakteristik hız değişimi *Nu* sayısında da gözlemlenebilmektedir.

KAYNAKLAR

Abdollahzadeh, M., Esmaeilpour, M., Vizinho, R., Younesi, A. ve Pàscoa, J., 2017, Assessment of RANS turbulence models for numerical study of laminar-turbulent transition in convection heat transfer, *International journal of heat and mass transfer*, 115, 1288-1308.

Akhavan-Zanjani, H., Saffar-Avval, M., Mansourkiaei, M., Ahadi, M. ve Sharif, F., 2014, Turbulent convective heat transfer and pressure drop of graphene–water nanofluid flowing inside a horizontal circular tube, *Journal of dispersion science and technology*, 35 (9), 1230-1240.

Anderson, D., Tannehill, J. C. ve Pletcher, R. H., 2016, Computational fluid mechanics and heat transfer, CRC Press, p.

Anonim, 2019, Turbulence, https://en.wikipedia.org/wiki/Turbulence:

Argyropoulos, C. ve Markatos, N., 2015, Recent advances on the numerical modelling of turbulent flows, *Applied Mathematical Modelling*, 39 (2), 693-732.

Ates, A., Altun, O. ve Kiliçman, A., 2017, On a comparison of numerical solution methods for general transport equation on cylindrical coordinates, *Journal of Applied Mathematics & Information Sciences*, 11 (2), 433-439.

Ateş, A., 1999, Kalın cidarlı borularda taşınım sınır şartı ile geçici rejim birleşik ısı transferi, *Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*.

Azmi, W., Sharma, K., Sarma, P., Mamat, R., Anuar, S. ve Rao, V. D., 2013, Experimental determination of turbulent forced convection heat transfer and friction factor with SiO2 nanofluid, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 51, 103-111.

Bazdidi-Tehrani, F., Aghaamini, M. ve Moghaddam, S., 2017, Radiation effects on turbulent mixed convection in an asymmetrically heated vertical channel, *Heat Transfer Engineering*, 38 (5), 475-497.

Bilir, Ş., 1995, Laminar flow heat transfer in pipes including two-dimensional wall and fluid axial conduction, *International journal of heat and mass transfer*, 38 (9), 1619-1625.

Bokov, A. V., Klyachin, A. A. ve Korytova, M. A., 2016, Discretization of differential equations of convection and diffusion based on control volume method, *Mathematical Physics and Computer Modeling* (4 (35)).

Bovard, S., Abdi, M., Nikou, M. R. K. ve Daryasafar, A., 2017, Numerical investigation of heat transfer in supercritical CO2 and water turbulent flow in circular tubes, *The Journal of Supercritical Fluids*, 119, 88-103.

Bryant, D., Sparrow, E. M. ve Gorman, J. M., 2018, Turbulent pipe flow in the presence of centerline velocity overshoot and wall-shear undershoot, *International Journal of Thermal Sciences*, 125, 218-230.

Canli, E., Ates, A. ve Bilir, S., 2018a, Conjugate heat transfer for turbulent flow in a thick walled plain pipe, *EPJ Web of Conferences*, 02014.

Canli, E., Ates, A. ve Bilir, S., 2018b, Comparison of turbulence models and CFD solution options for a plain pipe, *EPJ Web of Conferences*, 02013.

Cebeci, T. ve Bradshaw, P., 2012, Physical and computational aspects of convective heat transfer, Springer Science & Business Media, p.

Chen, C.-K., WU, L.-W. ve YANG, Y.-T., 2005, Estimation of unknown outer-wall heat flux in turbulent circular pipe flow with conduction in the pipe wall, *International journal of heat and mass transfer*, 48 (19-20), 3971-3981.

Cheng, Z., He, Y., Cui, F., Xu, R. ve Tao, Y., 2012, Numerical simulation of a parabolic trough solar collector with nonuniform solar flux conditions by coupling FVM and MCRT method, *Solar Energy*, 86 (6), 1770-1784.

Cheng, Z., Tao, Z., Zhu, J. ve Wu, H., 2018, Diameter effect on the heat transfer of supercritical hydrocarbon fuel in horizontal tubes under turbulent conditions, *Applied Thermal Engineering*, 134, 39-53.

Chokphoemphun, S., Pimsarn, M., Thianpong, C. ve Promvonge, P., 2015, Heat transfer augmentation in a circular tube with winglet vortex generators, *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 23 (4), 605-614.

Çengel, Y. ve Cimbala, J., 2006, Fluid mechanics–fundamentals and applications.

Darıcı, S., 2004, Kalın cidarlı borularda eş zamanlı gelişen laminer akışta geçici rejim birleşik ısı transferi, *Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*.

Dorfman, A. S., 2009, Conjugate problems in convective heat transfer, CRC Press, p.

Dwyer, O. ve Berry, H., 1972, Heat transfer to liquid metals flowing turbulently and longitudinally through closely spaced rod bundles: Part I, *Nuclear Engineering and Design*, 23 (3), 273-294.

Elshafei, E. A., Mohamed, M. S., Mansour, H. ve Sakr, M., 2008, Experimental study of heat transfer in pulsating turbulent flow in a pipe, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29 (4), 1029-1038.

Faghri, M. ve Sparrow, E. M., 1980, Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe-flow heat transfer.

Fluent, A., 2009, 12.0 Theory Guide, *Ansys Inc*, 5 (5).

Fotukian, S. ve Esfahany, M. N., 2010, Experimental investigation of turbulent convective heat transfer of dilute γ-Al2O3/water nanofluid inside a circular tube, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31 (4), 606-612.

Guedes, R. ve Özişik, M., 1992, Conjugated turbulent heat transfer with axial conduction in wall and convection boundary conditions in a parallel-plate channel, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 13 (4), 322-328.

Habib, M., Attya, A., Said, S., Eid, A. ve Aly, A., 2004, Heat transfer characteristics and Nusselt number correlation of turbulent pulsating pipe air flows, *Heat and mass transfer*, 40 (3-4), 307-318.

Hoffman, J. ve Johnson, C., 2007, Computational turbulent incompressible flow: Applied mathematics: Body and soul 4, Springer Science & Business Media, p.

Howard, R. J. ve Serre, E., 2017, Large eddy simulation in Code_Saturne of thermal mixing in a T junction with brass walls, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 63, 119-127.

Jaeger, W., 2017, Heat transfer to liquid metals with empirical models for turbulent forced convection in various geometries, *Nuclear Engineering and Design*, 319, 12-27.

Jayatilleke, C., 1969, The influence of Prandtl number and surface roughness on the resistance of the laminar sub- layer to momentum and heat transfer(Laminar sublayer resistance to momentum and heat transfer, noting effects of Prandtl number and surface roughness using mathematical model and experiments).

Kahramanoğlu, E., Sezen, S. ve Bayraktar, S., 2017, Computational fluid dynamics analyses on the hydrodynamic entry length in internal flows, *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 23 (4).

Kakaç, S. ve Li, W., 1994, Unsteady turbulent forced convection in a parallel-plate channel with timewise variation of inlet temperature, *International journal of heat and mass transfer*, 37, 447-456.

Kakaç, S. ve Yener, Y., 1994, Convective Heat Transfer, Second Edition, Taylor & Francis, p.

Kays, W. M. ve Crawford, M. E., 1993, CONVECTIVE HEAT AND MASS TRANSFER, McGraw-Hill, p.

Launder, B. ve Spalding, D., 1974, The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3 (2), 269-289.

Launder, B. E. ve Spalding, D. B., 1972, Mathematical models of turbulence, BOOK, Academic press, p.

Lee, K.-T. ve Yan, W.-M., 1995, Transient conjugated forced convection in turbulent pipe flows, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 27 (2), 179-194.

Lin, Y. ve Chow, L., 1984, Effects of wall conduction on heat transfer for turbulent flow in a circular tube, *Journal of Heat Transfer*, 106 (3), 597-604.

Liu, C.-l., von Wolfersdorf, J. ve Zhai, Y.-n., 2015, Time-resolved heat transfer characteristics for periodically pulsating turbulent flows with time varying flow temperatures, *International Journal of Thermal Sciences*, 89, 222-233.

Liu, Z.-B., He, Y.-L., Yang, Y.-F. ve Fei, J.-Y., 2014, Experimental study on heat transfer and pressure drop of supercritical CO2 cooled in a large tube, *Applied Thermal Engineering*, 70 (1), 307-315.

Maffulli, R., He, L., Stein, P. ve Marinescu, G., 2018, Fast Conjugate Heat Transfer Simulation of Long Transient Flexible Operations Using Adaptive Time Stepping, *Journal of Turbomachinery*, 140 (9), 091005.

Mansouri, K., Sadaoui, D. ve Fourcher, B., 2004, The effects of inlet temperature frequency on the quasi-steady approach of periodic conjugated heat transfer problem, *International journal of engineering science*, 42 (8-9), 825-839.

McEligot, D. M., Smith, S. ve Bankston, C. A., 1970, Quasi-developed turbulent pipe flow with heat transfer, *Journal of Heat Transfer*, 92 (4), 641-650.

Mikio, S. ve Kazuo, E., 1977, Effect of conduction in wall on heat transfer with turbulent flow between parallel plates, *International journal of heat and mass transfer*, 20 (5), 507-516.

Moukalled, F., Mangani, L. ve Darwish, M., 2016, The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®, Springer, p.

Myong, H. K., Kasagi, N. ve Hirata, M., 1989, Numerical Prediction of Turbulent Pipe Flow Heat Transfe for Various Prandtl Number Fluids with the Improved k-ε Turbulence Model, *JSME international journal. Ser. 2, Fluids engineering, heat transfer, power, combustion, thermophysical properties*, 32 (4), 613-622.

Nakamura, H., Shiibara, N. ve Yamada, S., 2017, Quantitative measurement of spatio-temporal heat transfer to a turbulent water pipe flow, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 63, 46-55.

Notter, R. ve Sleicher, C., 1972, A solution to the turbulent Graetz problem—III Fully developed and entry region heat transfer rates, *Chemical Engineering Science*, 27 (11), 2073-2093.

Novak, V., Sadowski, D., Schoonover, K., Shin, S., Abdel-Khalik, S. ve Ghiaasiaan, S., 2008, Heat transfer in two-component internal mist cooling: Part II. Mechanistic modeling, *Nuclear Engineering and Design*, 238 (9), 2351-2358.

Okafor, I. F., Dirker, J. ve Meyer, J. P., 2014, Influence of circumferential solar heat flux distribution on the heat transfer coefficients of linear Fresnel collector absorber tubes, *Solar Energy*, 107, 381-397.

Ozceyhan, V., Gunes, S., Buyukalaca, O. ve Altuntop, N., 2008, Heat transfer enhancement in a tube using circular cross sectional rings separated from wall, *Applied energy*, 85 (10), 988-1001.

Patankar, S., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, CRC Press, p.

Platts, A. B., Cameron, D. A. ve Ward, J., 2015, Improving the performance of Ground Coupled Heat Exchangers in unsaturated soils, *Energy and Buildings*, 104, 323-335.

Pu, H., Li, S., Jiao, S., Dong, M. ve Shang, Y., 2018, Numerical investigation on convective heat transfer to aviation kerosene flowing in vertical tubes at supercritical pressures, *International journal of heat and mass transfer*, 118, 857-871.

Rao, M. ve Khandekar, S., 2009, Simultaneously developing flows under conjugated conditions in a mini-channel array: liquid crystal thermography and computational simulations, *Heat Transfer Engineering*, 30 (9), 751-761.

Rao, N. T., Oumer, A. ve Jamaludin, U., 2016, State-of-the-art on flow and heat transfer characteristics of supercritical CO2 in various channels, *The Journal of Supercritical Fluids*, 116, 132-147.

Roache, P. J., Ghia, K. N. ve White, F. M., 1986, Editorial policy statement on the control of numerical accuracy, *Journal of Fluids Engineering*, 108 (1), 2-2.

Roache, P. J., 1994, Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies, *Journal of Fluids Engineering*, 116 (3), 405-413.

Roache, P. J., 1997, Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics, *Annual review of fluid Mechanics*, 29 (1), 123-160.

Roache, P. J., 1998, Verification of codes and calculations, *AIAA journal*, 36 (5), 696-702.

Sadeghinezhad, E., Togun, H., Mehrali, M., Nejad, P. S., Latibari, S. T., Abdulrazzaq, T., Kazi, S. N. ve Metselaar, H. S. C., 2015, An experimental and numerical investigation of heat transfer enhancement for graphene nanoplatelets nanofluids in turbulent flow conditions, *International journal of heat and mass transfer*, 81, 41-51.

Satish, N. ve Venkatasubbaiah, K., 2016, Conjugate heat transfer analysis of turbulent forced convection of moving plate in a channel flow, *Applied Thermal Engineering*, 100, 987-998.

Schutte, D. J., Rahman, M. ve Faghri, A., 1992, Transient conjugate heat transfer in a thick-walled pipe with developing laminar flow, *Numerical Heat Transfer*, 21 (2), 163-186.

Seeniraj, R. ve Hari, G. S., 2008, Transient freezing of liquids in forced flow inside convectively cooled tubes, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 35 (6), 786-792.

Shah, R. K. ve Bhatti, M., 1987, Laminar convective heat transfer in ducts, *Handbook of single-phase convective heat transfer*, 3.

Shahraeeni, M. ve Raisee, M., 2010, Investigation of turbulent mixed convection of air flow in vertical tubes using a zonal turbulence model, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31 (2), 179-190.

Shariatzadeh, O. J., 2016, ANALYTICAL SOLUTION OF CONJUGATE TURBULENT FORCED CONVECTION BOUNDARY LAYER FLOW OVER PLATES, *Thermal Science*, 20 (5), 1499-1507.

Slaiman, Q., Abu-Khader, M. ve Hasan, B. O., 2007, Prediction of heat transfer coefficient based on eddy diffusivity concept, *Chemical Engineering Research and Design*, 85 (4), 455-464.

Slater, J. W., 2006, Examining spatial (grid) convergence, *Public tutorial on CFD verification and validation, NASA Glenn Research Centre, MS*, 86.

Slater, J. W., 2019, Examining Spatial (Grid) Convergence, https://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html: [01 October].

Sparrow, E. ve Siegel, R., 1960, Unsteady turbulent heat transfer in tubes, *Journal of Heat Transfer*, 82 (3), 170-178.

Su, Y., Davidson, J. H. ve Kulacki, F. A., 2012, Numerical investigation of fluid flow and heat transfer of oscillating pipe flows, *International Journal of Thermal Sciences*, 54, 199-208.

Sucec, J. ve Sawant, A. M., 1984, Unsteady, conjugated, forced convection heat transfer in a parallel plate duct, *International journal of heat and mass transfer*, 27 (1), 95-101.

Sun, Y. ve Zhang, X., 2015, Heat transfer analysis of a circular pipe heated internally with a cyclic moving heat source, *International Journal of Thermal Sciences*, 90, 279-289.

Taler, D., 2016, Heat transfer in turbulent tube flow of liquid metals, *Procedia Engineering*, 157, 148-157.

Tiselj, I., Bergant, R., Mavko, B. ve Hetsroni, G., 2001, DNS of turbulent heat transfer in channel flow with heat conduction in the solid wall, *Journal of Heat Transfer*, 123 (5), 849-857.

Tiselj, I. ve Cizelj, L., 2012, DNS of turbulent channel flow with conjugate heat transfer at Prandtl number 0.01, *Nuclear Engineering and Design*, 253, 153-160.

Versteeg, H. K. ve Malalasekera, W., 2007, An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method, Pearson education, p.

Wang, J., Guan, Z., Gurgenci, H., Hooman, K., Veeraragavan, A. ve Kang, X., 2018, Computational investigations of heat transfer to supercritical CO2 in a large horizontal tube, *Energy conversion and management*, 157, 536-548.

Wang, X. ve Zhang, N., 2005, Numerical analysis of heat transfer in pulsating turbulent flow in a pipe, *International journal of heat and mass transfer*, 48 (19-20), 3957-3970.

Weigand, B., Schwartzkopff, T. ve Sommer, T., 2002, A numerical investigation of the heat transfer in a parallel plate channel with piecewise constant wall temperature boundary conditions, *Journal of Heat Transfer*, 124 (4), 626-634.

Weigand, B. ve Gassner, G., 2007, The effect of wall conduction for the extended Graetz problem for laminar and turbulent channel flows, *International journal of heat and mass transfer*, 50 (5-6), 1097-1105.

Weigand, B. ve Bogenfeld, R., 2014, A solution to the turbulent Graetz problem by matched asymptotic expansions for an axially rotating pipe subjected to external convection, *International journal of heat and mass transfer*, 78, 901-907.

Xu, K., Ruan, B. ve Meng, H., 2018, Validation and analyses of RANS CFD models for turbulent heat transfer of hydrocarbon fuels at supercritical pressures, *International Journal of Thermal Sciences*, 124, 212-226.

Yan, W.-M., 1995, Unsteady conjugated heat transfer in turbulent channel flows with convection from the ambient, *International journal of heat and mass transfer*, 38 (11), 2101-2108.

Yan, W., Fin, T. ve Lee, T., 1990, Steady conjugate heat transfer in turbulent channel flows, *Wärme-und Stoffübertragung*, 25 (4), 215-220.

Zhi-qing, W., 1982, Study on correction coefficients of liminar and turbulent entrance region effect in round pipe, *Applied Mathematics and Mechanics*, 3 (3), 433-446.

Zohir, A., Habib, M., Attya, A. ve Eid, A., 2006, An experimental investigation of heat transfer to pulsating pipe air flow with different amplitudes, *Heat and mass transfer*, 42 (7), 625.

Zubir, M. N. M., Badarudin, A., Kazi, S., Huang, N. M., Misran, M., Sadeghinezhad, E., Mehrali, M., Syuhada, N. ve Gharehkhani, S., 2015, Experimental investigation on the use of reduced graphene oxide and its hybrid complexes in improving closed conduit turbulent forced convective heat transfer, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 66, 290-303.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Eyüb CANLI
Uyruğu : Türkiye
Doğum Yeri ve Tarihi : Cihanbeyli - 1984
Telefon : 0090 332 223 33 70
Faks : 0090 332 241 21 79
e-mail : ecanli@selcuk.edu.tr

EĞİTİM

Derece		Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise	:	**Selçuklu Anadolu Lisesi, Selçuklu, Konya**	**2001**
Üniversite	:	**Selçuk Üniversitesi, Selçuklu, Konya**	**2008**
Yüksek Lisans	:	**Selçuk Üniversitesi, Selçuklu, Konya**	**2012**
Doktora	:	**Selçuk Üniversitesi, Selçuklu, Konya**	**2020**

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2006-2008	**Özgüvençler Ltd. Şti.**	**Dış Ticaret**
2008-Devam Ediyor	**Selçuk Üniversitesi**	**Araştırma Görevlisi**

UZMANLIK ALANI

Sonlu hacimler yöntemi kullanılarak sayısal boru içi türbülanslı bileşik ısı transferi incelemesi

YABANCI DİLLER

- İngilizce:
  - TOEFL-ibt (12 Ocak 2013): 101
  - 2016 YDS Sonbahar: 92,5

BELİRTMEK İSTEĞİNİZ DİĞER ÖZELLİKLER

- -

YAYINLAR

1) Eyüb CANLI, Ali ATEŞ, Şefik BİLİR, 2017, Comparison of turbulence models and CFD solution for a plain pipe, Experimental Fluid Mechanics 2017 (EFM17), 21-24 Kasım 2017, pp.87-96.
2) Eyüb CANLI, Ali ATEŞ, Şefik BİLİR, 2017, Conjugate heat transfer for turbulent flow in a thick walled plain pipe, Experimental Fluid Mechanics 2017 (EFM17), 21-24 Kasım 2017, pp.97-104, Mikulov, Çekya.

PROJELER

-

ÖDÜLLER

-