

Revista Virtual Universidad Católica del Norte
ISSN: 0124-5821
asanchezu@ucn.edu.co
Fundación Universitaria Católica del Norte
Colombia

Herrera Villamizar, Nancy Liliana; Montenegro Velandia, Wilson; Poveda Jaimes, Salvador
Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Revista Virtual Universidad Católica del Norte, núm. 35, febrero-mayo, 2012, pp. 254-287
Fundación Universitaria Católica del Norte
Medellín, Colombia

Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194224362014

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, (febrero-mayo de 2012, Colombia), acceso: [http://revistavirtual.ucn.edu.co/], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Theoretical Review on Teaching and Learning of Mathematics

Révision théorique sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

Nancy Liliana Herrera Villamizar
Magíster en Matemática Educativa, Universidad de Montemorelos, México
Grupo de Investigación en Educación Matemática
Corporación Universitaria Adventista
Correo: lherreradec@unac.edu.co

Wilson Montenegro Velandia
Magíster en Administración de Empresas, Universidad de Montemorelos, México
Grupo de Investigación en Desarrollo Organizacional
Universidad Cooperativa de Colombia
Correo: wilson.montenegro@campusucc.edu.co

Salvador Poveda Jaimes
Magíster en Administración de Empresas, Universidad de Montemorelos, México
Grupo de Investigación en Educación Matemática
Corporación Universitaria Adventista
Correo: spoveda@unac.edu.co,

Tipo de artículo: Revisión resultado de investigación
Recibido: 08-08-2011
Evaluado: 15-11-2011
Aprobado: 04-12-2011

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, (febrero-mayo de 2012, Colombia), acceso: [http://revistavirtual.ucn.edu.co/], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

Contenido

1. Introducción
2. Conceptualización de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
3. Dificultades en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas
4. Estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
5. La modelación matemática y su influencia en otras ciencias
6. Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas
7. La evaluación en matemáticas
8. Formación integral a partir de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas
9. Conclusiones
Lista de referencias

Resumen
El presente es un artículo de revisión que tiene como objetivo conceptualizar la línea de investigación en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas e identificar sus ejes problémicos. La metodología utilizada fue teórico-descriptiva de tipo documental. Como resultado se definió que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son un proceso intencionado de apropiación del conocimiento matemático, que se inicia con la reflexión, comprensión, construcción y evaluación de las acciones didácticas que propician la adquisición y el desarrollo de habilidades y actitudes para un adecuado desempeño matemático en la sociedad. De este concepto se identifican como ejes problémicos las dificultades, las estrategias, la evaluación y la formación integral desde la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, (febrero-mayo de 2012, Colombia), acceso: [http://revistavirtual.ucn.edu.co/], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

Palabras clave
Dificultades en la enseñanza y aprendizaje, Didáctica de las matemáticas, Evaluación, Formación integral.

Abstract

This review article has as purpose to conceptualize the research area on teaching and learning of mathematics and to identify its problem axes. The methodology used was theoretical-descriptive of documentation-type. As a result, teaching and learning of mathematics were defined as a process intended for the appropriation of mathematical knowledge, which begins with the reflection, comprehension, construction and evaluation of didactic actions promoting the acquisition and development of skills and attitudes for a proper mathematic performance in society. Based on this concept we can identify as problem axes the difficulties, strategies, evaluation and comprehensive education based on the teaching and learning of mathematics.

Keywords
Difficulties in teaching and learning, Mathematic's didactics, Evaluation, Comprehensive Education.

Résumé
Cet article de révision a comme objectif conceptualiser le domaine de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et identifier ses axes problématiques. La méthodologie utilisée est théorique-descriptive de et identifier ses axes problématiques. Comme résultat on a défini que l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques sont un processus intentionné d'appropriation de la connaissance mathématique, qui commence avec la réflexion, compréhension, construction et évaluation des actions didactiques qui favorisent l'acquisition et le développement de habiletés et attitudes pour un bonne performance mathématique dans la société,. D'après ce concept on identifie comme axes problématiques les difficultés, les stratégies, l'évaluation et la formation intégrale en se basant sur l'enseignement des mathématiques.

Mots-clés
Difficultés dans l'enseignement et l'apprentissage, Didactique des mathématiques, Evaluation, Formation intégral.

1. Introducción

Al buscar las causas del fracaso escolar en las matemáticas y la creciente apatía de los estudiantes, se apunta a la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje que faciliten el desarrollo natural de los individuos, así como su formación integral. El cómo lograrlo da evidencia de la importancia de la investigación en esta línea.

Entre las investigaciones más recientes que definen la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se encuentran (Alsina & Domingo, 2010; Díez Palomar & Molina, 2010; Domínguez Calle, 2010; Aragón Carabeo, Castro Ling, Gómez Heredia, & González Plasencia, 2009; Díaz García & Sotolo, 2009). A partir de esta conceptualización, resultado del análisis documental, se identifican los siguientes ejes problémicos:

1. Dificultades en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. (Oliveros, 2011; Dorinda & De la Torre, 2010; Friz Carrillo, Sanhueza Henríquez, & Sánchez Bravo, 2009).

2. Estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Santiuste Bermejo, 2011; Navarro, 2011; Peñalva, 2010). Dentro de este eje problémico se identifican algunas generalidades y se abordan con mayor detalle las siguientes subcategorías:

    a. La modelación matemática y su influencia en otras ciencias (Domínguez Calle, 2010; Camarena Gallardo, 2009; Díaz García & Sotolo, 2009).

    b. Uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. (Infante, Quintero, & Logreira, 2010; Castillo S., 2008; Cuicas, Debel, Casadei, & Álvarez, 2007).

3. La evaluación en matemáticas. (González, 2009; Ochoa, 2008; Ministerio de Educación Nacional, MEN, 2008).

4. Formación integral a partir de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

A continuación se conceptualiza e identifican los ejes problémicos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, entendidos éstos como grandes categorías susceptibles para el desarrollo de posteriores investigaciones en esta línea, la cual está adscrita al Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Corporación Universitaria Adventista.

2. Conceptualización de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

En términos generales se conciben la enseñanza y el aprendizaje como un proceso (Alsina & Domingo, 2010; Aragón Carabeo, Castro Ling, Gómez Heredia, & González Plasencia, 2009; Capacitaciones Talleres y Seminarios [CAPTAS], 2009; Carneiro Abrahao, 2008; López & Toro Álvarez, 2008). Este proceso es entendido como un conjunto de eventos o tareas relacionadas que se desarrollan para generar un cambio, y éstos pueden ser internos o externos.

Los eventos o tareas internas se llevan a cabo en la conciencia o inconsciencia de la persona, tienen que ver con las "operaciones mentales que favorecen el conocimiento" (Aragón, Castro, Gómez, & González, (2009), sin embargo, autores como la organización CAPTAS (2009), no le dan importancia a este tipo de procesos, argumentando que "los procesos internos como la motivación y los pensamientos no son medibles ni observables directamente por lo que no son relevantes para el estudio del aprendizaje".

Por otro lado, los eventos o tareas externas que forman parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, están relacionados con el medio en el que se desenvuelve el individuo; según Vigotsky, el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido como algo social y cultural, no solamente físico; y por su parte, CAPTAS (2009) agrega que "el aprendizaje es el producto de la relación estímulo-respuesta". A partir de estas consideraciones se afirma que el aprendizaje se da en la interacción entre el objeto de aprendizaje y el sujeto que aprende con la intermediación del docente, quien motiva y orienta a partir de la planeación, organización y ejecución de lo que pretende enseñar (Alsina & Domingo, 2010; Pérez O. , 2006; Castorina, 1994).

La intermediación de los docentes se presenta en las acciones didácticas, como prácticas y estrategias de enseñanza, pero para ello son necesarias la experimentación, la reflexión, la comprensión y la evaluación continua sobre lo que hacen (Cid Sabucedo, Pérez Abellás, & Zabalza, 2009; Carneiro, 2008; Verona Martel, 2004; Quiceno, 2002; Vilanova, et al., 2001, p. 9). En términos generales, entre las prácticas y las estrategias de enseñanza que algunos autores proponen se encuentran las siguientes:

Coordinar y gestionar las actividades dentro y fuera del aula, facilitando la actividad constructiva del alumno (Díez & Molina, 2010; Pons, González-Herrero, & Serrano, 2008).

1. Planear las clases de manera colaborativa (López & Toro, 2008, p. 775).
2. Generar espacios de diálogo constructivo con el estudiante propiciando la adopción de competencias (Marín, 2005, p. 56).
3. Utilizar objetos de aprendizaje que promuevan la construcción, comprensión y aplicación del conocimiento (Aragón, Castro, Gómez, & González, 2009, p. 100).
4. Pasar de la preocupación por la corrección de los resultados a la valoración de los procedimientos (Díez & Molina, 2010, pág. 65).
5. Implementar actividades de investigación con el fin de construir relaciones matemáticas que describan un fenómeno, objeto o problema (Domínguez, 2010, p. 2; Camarena, 2009; Díaz & Sotolo, 2009; Planchart, 2005; Millán, 2003).

La calidad del quehacer docente como mediador en los procesos formativos de los estudiantes está estrechamente relacionada con la posibilidad de contribuir en su desarrollo integral, es decir, en el desarrollo de las dimensiones cognitiva, ética, emocional y actitudinal, de acuerdo con lo planteado por Santos (2009); Ordoñez (2006); y Artigue (2004). Según Aragón, Castro, Gomez y González (2009) el reto en la actualidad para matemáticos y profesores de esta área, es lograr que los alumnos desarrollen habilidades de pensamiento y en el uso de herramientas que les permitan la resolución de los problemas de su vida cotidiana.

Ahora bien, "las sociedades han conformado instituciones con el objeto de incorporar las matemáticas y la ciencia en la cultura de la sociedad, con la clara intención de favorecer en ella una visión científica del mundo" (Cantoral & Farfán, 2003, p. 203) y una perspectiva multi y transdisciplinaria de las matemáticas, en el sentido que éstas pueden también ser de utilidad para abordar problemáticas desde el contexto de otras disciplinas del conocimiento (Santos, 2009).

De todo lo antes mencionado, se desprende que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son un proceso intencionado de apropiación del conocimiento matemático, que se inicia con la reflexión, comprensión, construcción y evaluación de las acciones didácticas que propician la adquisición y el desarrollo de habilidades y actitudes para un adecuado desempeño matemático en la sociedad.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, (febrero-mayo de 2012, Colombia), acceso: [http://revistavirtual.ucn.edu.co/], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

A continuación se desarrolla la descripción de los ejes problémicos implícitos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

3. Dificultades en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Las matemáticas han sido consideradas vitales para el desarrollo y funcionamiento de la sociedad, así como esencial en la formación integral de las personas, constituyéndose en elemento presente desde temprana edad (Mora, 2003; Jimeno, 2006; Oliveros, 2011). Sin embargo, las dificultades en su aprendizaje además de generar bajo rendimiento académico, son causa de deserción escolar y exclusión social, ya que contribuye a la expulsión del sistema educativo (Rivas, 2005).

Son varios los factores que inciden en las dificultades presentes en el aprendizaje matemático, los cuales tienen que ver con deficiencias en la práctica pedagógica o situaciones didácticas inapropiadas (Socas, citado en Moreno, 2011; Lozano, 2003; Artigue, 2004; Sanjosé, Valenzuela, Fortes & Solaz, 2007, p. 554; Friz, Sanhueza & Sánchez, 2009, p. 120), y con la influencia del dominio afectivo tanto de docentes como de estudiantes (Castañeda & Álvarez, 2004; Rivas, 2005).

La concepción pedagógica sobre la enseñanza de las matemáticas que incluye prácticas tradicionales, memorísticas y punitivas, enseñanza sin diálogo, desligada de la vida real del aprendiz y de otras disciplinas del conocimiento (Vigotsky, citado en Arguedas & Porras, 2008; Carneiro, 2008), desligadas además de su particular forma de razonar, de su nivel de desarrollo cognitivo, psicosocio cultural y evolutivo (Castañeda & Álvarez, 2004), de sus saberes previos, y centrada en la transmisión del conocimiento de forma unidireccional, presentan al docente como el centro del proceso y le impiden al educando la construcción individual y colectiva del conocimiento, y por tanto, su comprensión, aplicación y socialización (Biembengut & Hein, 2004). Este tipo de práctica pedagógica se ha impuesto de forma mecánica e irreflexiva (Rivas, 2005).

Luego de considerar algunos de los aspectos que se manifiestan en la práctica pedagógica de la enseñanza de las matemáticas y que generan dificultades en ellas, se reflexiona en aspectos del dominio afectivo, ya que éste constituye un importante elemento por considerar en el estudio de dificultades en el aprendizaje matemático (Sánchez, 2009).

Se entienden como dominio afectivo, las creencias, las actitudes, las motivaciones, las apreciaciones, los gustos, las preferencias, los sentimientos, las emociones y los valores (Gil, Blanco, & Guerrero, 2005). McLeod (citado en Martínez, 2005, p. 4), por su parte, lo define como "un extenso rango de

sentimientos y humores (estados de ánimo) que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición".

Las emociones tienen que ver con los estímulos que reciben los estudiantes frente al aprendizaje de las matemáticas y su respectiva reacción; ésta puede ser positiva o negativa, dependiendo de sus creencias (Gómez Chacón, citada en Gil, Blanco, & Guerrero, 2005). Las actitudes, se refieren a la disposición manifiesta de los estudiantes frente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, las cuales generalmente se reflejan en rechazo, negación, frustración, pesimismo y aversión hacia ellas (Blanco y Guerrero, citados en Gil, Blanco, & Guerrero, 2005).

Los docentes de matemáticas deben preocuparse no solamente por dar a conocer a sus estudiantes los contenidos y procedimientos matemáticos estipulados en el plan de estudio para cada nivel educativo, sino que deben considerar los distintos factores afectivos y meta cognitivos presentes en sus educandos, con el propósito de disminuir en ellos las dificultades que se les presentan en el estudio de las matemáticas. Debe procurarse la ruptura de la barrera que se ha creado en los alumnos hacia las matemáticas a partir de un sistema de creencias negativas construido alrededor de ellas.

En relación con las creencias evidenciadas en los profesores (Karp, citado en Dorinda & De la Torre, 2010; Marcelo, Richardson y Porlán, citados en Oliva, 2003), señalan que éstos poseen una serie de acciones y de creencias tácitas presentes en el ejercicio de su práctica docente, las cuales tienen injerencia, a su vez, en las creencias de sus estudiantes sobre las matemáticas.

Los docentes deben revisar sus concepciones y actuaciones frente a las dificultades de aprendizaje que presentan los estudiantes (Dorinda & De la Torre, 2010) y ser responsables de sus acciones pedagógicas, considerando de gran importancia los aspectos afectivos y motivacionales de los alumnos (Sánchez, 2009; Carneiro, 2008).

Es importante no olvidarse de quien enseña, ya que éste produce con sus creencias y actitudes, mensajes que afectan el aprendizaje de los estudiantes (Guzmán, 2007). Los profesores tienen la gran responsabilidad de reflexionar sobre su dominio afectivo y cómo éste influye en las creencias, actitudes y emociones de los estudiantes frente a su aprendizaje de las matemáticas.

4. Estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

El abordaje del tema de estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se hace presentando primero las perspectivas desde tres diferentes escuelas de pensamiento, como son el conductismo, el constructivismo cognitivo y el constructivismo social, posteriormente se presentan su finalidad y factores de influencia.

Desde el punto de vista conductista, "el aprendizaje es el producto de la relación estimulo-respuesta" (CAPTAS, 2009), también conocida como la didáctica tradicional; es lo que Arredondo, Pérez y Aguirre (2006) y De Zubiría (2004) clasifican como heteroestructurales y se define como maestro centrista; en ella el profesor decide e impone qué enseñar, el aprendizaje proviene de una fuente externa al alumno, quien toma un papel pasivo de receptor.

Desde el constructivismo cognitivo, Santiuste (2011) define el aprendizaje como un conjunto de fenómenos dependiente del contexto que debe ser descrito en términos de las relaciones internas entre el individuo, la cultura y la situación en la que el individuo está inmerso. Esta relación se produce a través de los conocimientos que el sujeto va adquiriendo y que influyen básicamente en los nuevos conocimientos que se le ofrecen; el profesor pasa a ser un orientador y mediador de dichas relaciones.

Para lograr lo anterior, Burón (citado por Peñalva, 2010) acuña el concepto de "metacognición", el cual hace referencia al conocimiento de los mecanismos responsables del conocimiento, es decir, las operaciones mentales (percepción, atención, memorización, análisis, síntesis, comprensión, entre otras) que favorecen el aprendizaje de las ciencias y que son objeto de estudio al evaluar las dificultades y estilos de aprendizaje.

En cuanto al enfoque de aprendizaje del constructivismo social, el cual se fundamenta en la relación del individuo con los objetos de estudio y con los demás (Jaramillo, 2005, p. 66; Suriani, 2003) afirman que "la práctica de enseñanza, nos remite a otras categorías, como la de práctica social, educativa y docente, es decir, esta se encuentra articulada dentro de la categoría macro de lo social, lo educativo y lo docente". En este sentido, es el docente quien está llamado a realizar dicha integración en su actuar cotidiano, y representa la principal mediación en los procesos formativos de los estudiantes; y la calidad de su quehacer está estrechamente relacionada con la posibilidad de contribuir en su desarrollo integral, es decir, en todas y cada una de las "dimensiones cognitiva, ética, emocional y actitudinal" (Ordoñez, 2006, p. 278).

En términos generales, las estrategias constructivistas hacen más fácil el aprendizaje y favorecen el desarrollo de actitudes positivas, habilidades y destrezas para el trabajo cooperativo, independiente y autónomo (Díaz, 2009). En la utilización de estas estrategias, el docente más que un transmisor de conocimientos debe constituirse en el guía de las actividades de construcción del conocimiento para cada estudiante. Es importante tener en cuenta que para alcanzar la efectividad de este tipo de aprendizaje se hace necesaria, por una parte, la motivación como resultado de la interacción entre el maestro y el alumno, y por otro lado que, el docente propicie situaciones didácticas significativas que generen conflictos cognitivos llamativos e interesantes para el aprendiz, de tal forma que éste pueda relacionar la nueva información con conocimientos y experiencias familiares.

Sobre la finalidad de las estrategias de enseñanza y aprendizaje, Calero (2007) señala que tienen su razón de ser en cuanto a fines y propósitos determinados de desarrollo social y económico, y por lo tanto, se fundamentan en una filosofía de educación, atienden intereses sociales determinados, abrazan concepciones epistemológicas específicas, consideran los intereses institucionales y, evidentemente, dependen en buena parte de las características, intereses y posibilidades de las personas participantes, como son los estudiantes, profesores y demás intervinientes del proceso.

Complementando este pensamiento, Navarro (2011, p. 2) señala que "el concepto de educación es más amplio que el de enseñanza y aprendizaje, y tiene fundamentalmente un sentido espiritual y moral, siendo su objeto la formación integral del individuo". Por tanto, el proceso de enseñanza-aprendizaje está impactado en su concepción por la filosofía educativa y las concepciones epistemológicas que se tienen. Para Navarro, la educación integral se traduce en una alta capacitación a nivel intelectual, moral y espiritual, y se constituye en un proceso continuo buscando un mayor dominio, autocontrol y autodirección de sus potencialidades.

En este contexto, las estrategias de enseñanza y aprendizaje son parte importante de la educación integral, y para ello, el docente debe ver al individuo en su totalidad, "la educación integral debe estimular y desarrollar al individuo desde el cuerpo, la mente y el espíritu" (Oliveros, 2011, p. 1).

Por último, entre los múltiples factores de influencia en el desarrollo de estrategias de enseñanza y aprendizaje, susceptibles de ser investigados en los contextos propios de cada institución, se encuentran:

El ámbito familiar: desde una perspectiva sociopsicológica se exploran aspectos vinculados con los estilos de crianza de los estudiantes, se atribuye especial importancia a los procesos que pueden operar sobre la salud familiar desde el aula de clases, guiadas sobre las propias vivencias y experiencias de aprendizaje suscitadas en la cotidianidad de la vida familiar (Vielma, 2002).

El entorno sociocultural y socioeconómico: tiene que ver con la dinámica de la globalización y su impacto en los factores sociales, económicos, culturales y tecnológicos que a su vez influyen en la enseñanza y aprendizaje (Sánchez, 2005). El conocimiento y el aprendizaje son fundamentalmente situacionales, siendo en gran medida producto de la actividad, la cultura y el contexto (Carrasco, 2007).

Las metodologías didácticas: implican analizar todas las dimensiones y relaciones de una opción educativa, en este sentido se intenta analizar diferentes modelos de enseñanza–aprendizaje (Villalta & Martinic, 2009; Organista & Cordero, 2006).

Las relaciones interpersonales: el considerar como centro del aprendizaje al estudiante en el proceso enseñanza-aprendizaje, implica no solo atender las estrategias relacionadas con el conocimiento sino con la parte afectiva, aquellos aspectos que están creando problemas en el estudiante a la hora de aprender y que tienen que ver con sus creencias y sus actitudes respecto de las matemáticas. Al respecto, se afirma que "La disposición personal inicial del estudiante ante la matemática tiene una influencia extraordinaria en su comportamiento futuro frente a su aprendizaje de las matemáticas. Mucha gente inteligente queda bloqueada psicológicamente para su futuro por una mala introducción afectiva" (Guzmán & Navarro, 2006, p. 13). Entre otros investigadores que han abordado este tema se encuentran: Aires, Teixeira, Azevedo, Gaspar, & Silva (2006); Pérez (1997); Trianes (1996).

5. La modelación matemática y su influencia en otras ciencias

Históricamente, el hombre ha buscado dar explicación a fenómenos de diversa naturaleza, desde los físicos hasta los sociales, con el fin de reducir la incertidumbre, proponer soluciones a sus problemas o satisfacer sus necesidades; esto lo ha llevado a explorar el lenguaje común a todas las ciencias, a saber, las matemáticas.

El proceso cognitivo que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción de las relaciones matemáticas que describen un fenómeno, objeto o problemas, cumpliéndose con condiciones de analogía, es lo que Camarena (2009, p. 20) define como modelación matemática, coincidiendo con autores como Domínguez (2010, p. 2; Planchart (2005); Millán (2003, p. 935); Díaz & Sotolo (2009). En

este concepto hay implícitos tres términos que es importante diferenciar y aclarar.

Modelo matemático: se refiere a las relaciones matemáticas que describen un fenómeno, objeto o problema (Camarena, 2009, p. 20).

Modelación matemática: es el proceso cognitivo que lleva a la construcción del modelo (Dominguez , 2010, p. 2; Camarena, 2009, p. 20).

Simulación: es la experimentación con un modelo matemático para imitar el funcionamiento de un sistema del mundo real (Izquierdo, Galán, Santos & Del Olmo, 2008).

Domínguez (2010) afirma que "históricamente, la modelación matemática ha sido aplicada desde los tiempos en que aparecieron las ciencias exactas" (p. 3), si se hace un recorrido retrospectivo en el tiempo se puede apreciar cómo las matemáticas han sido un eje fundamental en el desarrollo no solo de las ciencias naturales sino también de las ciencias sociales, debido particularmente, a la gran precisión y exactitud que brinda al intentar identificar patrones.

Para lograr este acercamiento a la realidad, la modelación matemática como parte de las ciencias formales ha tenido que evolucionar desde "La analogía mecánica a la analogía matemática" (Millán, 2003), puesto que, no solo basta con reconocer las formas y movimientos de la naturaleza, sino que es necesario además, identificar sus contenidos, estructuras y comportamientos.

Un ejemplo concreto de esta evolución se ve en las organizaciones, la modelación matemática ha dado pie al surgimiento del *scientific management*, el cual consiste en la cuantificación de los problemas organizativos, que según Millán (2003) tienen que ver con "cuestiones como la toma de decisiones, la administración pública y la gestión empresarial" (p. 952).

Como se ha venido observando a través del tiempo, "la creación de modelos y estructuras matemáticas que se establecen como herramientas para solucionar cierto tipo de problemas, vislumbra la necesidad de que el modelo sea de fácil aplicación" (Romo & Oktaç, 2007, p. 138). Esa simplicidad es lo que ha contribuido con el desarrollo de las ciencias, debido a la eficacia para predecir y describir fenómenos con determinado grado de certeza, obtener soluciones muy rápidas y contribuir con el uso eficiente de los recursos (Díaz & Sotolo, 2009; Baruch, Hernández & Barrera, 2005, p. 117), factores de gran relevancia especialmente para la empresa y para el desarrollo científico de hoy.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, (febrero-mayo de 2012, Colombia), acceso: [http://revistavirtual.ucn.edu.co/], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

En lo que se refiere a la aplicación de las matemáticas, "la organización industrial representa un contexto a mitad de camino entre, por una parte, la tecnología y la ingeniería, y, por otra, las ciencias humanas y sociales" (Millán, 2003, p. 931). Para ilustrar esto, se encuentra en la actualidad una gran cantidad de aplicaciones de la modelación matemática. Se mencionan algunos:

- Proceso biotecnológico aerobio de un sistema de fermentación, presentado mediante ecuaciones diferenciales ordinarias (Baruch, Hernández & Barrera, 2005, p. 117).
- Modelación matemática de una planta para la producción de *biodiésel* (Díaz & Sotolo, 2009).
- Modelación matemática del secado convencional de madera (Sandoval, 2009, p. 76).
- Modelación matemática del mezclado en ollas (cucharas) de aluminio equipadas con la técnica de desgasificación rotor-inyector (Ramírez, Contreras & González, 2006).
- Modelación matemática del proceso de tratamiento con hidróxido sódico de aceitunas verdes de mesa (Maldonado & Zuritz, 2003).
- Simulación numérica del movimiento de estructuras de control en canales de riego (de León, Prado, Verdier & Fuentes, 2007).
- Proceso productivo de una pequeña empresa usando dinámica de sistemas (Parra, Pérez & Torres, 2006).
- Modelos de toma de decisión en grupo con información lingüística difusa (Cabrerizo, 2008).

Dado el impacto que ha tenido la modelación matemática para el desarrollo de las ciencias, resulta de gran interés el estudio de estrategias didácticas basadas en la modelación para la enseñanza de las matemáticas.

Estas estrategias, históricamente han representado "un reto para los docentes y un dolor de cabeza para los estudiantes"; Schubring (2008, p. 383) comenta que "la matemática escolar se presenta generalmente como algo esencialmente estático, sujeto a pocos cambios"; este pensamiento tradicionalmente promueve la memorización de procesos matemáticos para la solución de problemas, mas no su comprensión. En las investigaciones de Barrón, Luna, Estrada, Flores, Estrada & Ramos, 2009, p. 26) se presentan cuatro razones más que dificultan la asimilación de las matemáticas en la enseñanza tradicional, estas dificultades son:

- La abstracción con que se tratan algunos tópicos de las matemáticas, ya que es casi nula la relación existente entre la realidad del mundo en que vivimos con la teoría expuesta.
- La falta del razonamiento lógico en el alumno.

- El método y los recursos de enseñanza que usa el maestro para generar el conocimiento.
- El abuso indiscriminado de la memorización.

En la búsqueda de nuevas alternativas y estrategias didácticas, la implementación del análisis de situaciones reales, junto con "el uso de la tecnología en el salón de clases, ha permitido replantear la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, generando así modelaciones y simulaciones de la realidad" (Romo & Oktaç, 2007, p. 140), y se facilitan la comprensión y el aprendizaje que, según (Planchart, 2005), "es la perspectiva correcta, se da principalmente a partir del medio ambiente hacia las matemáticas y no en la otra dirección".

La implementación de la modelación matemática como estrategia didáctica consiste en un proceso de tres etapas, definidas por Domínguez (2010, p. 3), y Camarena (2009, p. 20), en la siguiente forma:

1. La definición del modelo: identificar variables y constantes del problema, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante.
2. Formulación del algoritmo: establecer relaciones entre las variables y constantes a través de los conceptos involucrados en el problema.
3. Desarrollar el programa: validar la "relación matemática" que modela al problema, lo cual se hace a través de regresarse y verificar que involucre a todos los datos, variables y conceptos del problema.

Las investigaciones desarrolladas en este campo revelan algunas ventajas y desventajas (Domínguez, 2010, pp. 2 - 3; Camarena, 2009, p. 23; Barrón, Luna, Estrada, Flores, Estrada & Ramos, 2009, p. 31; Planchart, 2005), las cuales se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Ventajas y desventajas de la modelación matemática como estrategia didáctica.

Ventajas	Desventajas
Se provoca que el estudiante, al aproximarse a fenómenos reales, analice y describa la significación de objetos: simbólicos, verbales, gráficos, algebraicos y numéricos.	La percepción visual es una de las vías de acercamiento a los objetos, pero en algunas ocasiones, ésta puede perturbar la aprehensión del objeto, el cual puede estar determinado por los tipos de imágenes mentales que tengan establecidas los individuos.
Planteamientos más dinámicos en la adquisición del conocimiento.	El avance en el programa de la asignatura es más lento que en el método tradicional.
Permite estudiar las cualidades del proceso original al reemplazo del objeto cognitivo por su imagen matemática.	Exige un mayor trabajo para el maestro.
Se comprende la aplicación real de las matemáticas.	Puede conducir a dar respuestas incorrectas cuando se aprehende el objeto localmente y no globalmente.
El interés que muestra el grupo por la situación que se le presenta es muy superior al que suelen mostrar en el salón de clases.	Previamente es necesario desarrolla habilidades de pensamiento como: identificar lo puntos de control de error, transitar del lenguaje natural al lenguaje matemático y viceversa, aplicar heurísticas, identificar regularidades.

Fuente: elaboración de los autores.

6. Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas

García, Martínez y Miñano (2000) afirman que las nuevas tecnologías van invadiendo nuestra sociedad de modo incontenible, y que éstas ejercen una influencia significativa en casi todos los actos cotidianos; el vídeo, el computador personal, las calculadoras y los sistemas multimediales, entre otros, son ejemplos de herramientas tecnológicas novedosas susceptibles de aplicación en la enseñanza de las matemáticas.

Las posibilidades que brinda la tecnología obligan a los maestros a estar al día con ella, para poder preparar los estudiantes para el futuro y sus innovaciones. Conocer la tecnología como un instrumento, es hoy, un valor agregado e importante en la formación de los individuos, afirman Goñi, Alsina, Ávila, Burgués y Comellas (2000). Infante, Quintero y Logreira (2010) agregan que la tecnología

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, (febrero-mayo de 2012, Colombia), acceso: [http://revistavirtual.ucn.edu.co/], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

debe ser un eje transversal de la educación matemática y por tanto, debe llevar al replanteamiento de currículos y métodos de enseñanza.

La enseñanza tradicional, en la cual el docente explica y los alumnos en forma pasiva reciben contenidos debe ser cambiada por aquella enseñanza que les permita a los alumnos reflexionar, abstraer y desarrollar realmente un trabajo intelectual. Para Brousseau (citado en Castillo, 2008) necesariamente los saberes culturales deben servir de referencia para las prácticas sociales, y refiriéndose específicamente a los beneficios de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, declara que "la práctica pedagógica de los docentes debe ir en consonancia con los cambios curriculares, donde los roles y funciones de los profesores se ven modificados siguiendo los cambios sociales" (p. 192).

Integrar herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas es algo ineludible hoy día. Goñi, Alsina, Ávila, Burgués y Comellas (2000) citan básicamente dos razones para ello: a) Para acercarse a la realidad profesional, puesto que en las empresas cada vez se usa más software específico y los estudiantes deben estar acostumbrados a utilizarlos, y b) para individualizar la formación y responder a la heterogeneidad creciente de los niveles, proponiendo software didáctico que permita a los alumnos practicar y trabajar a su ritmo.

En Eduteka (2003), haciendo referencia a la tecnología, se declara que ésta es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que influye en las matemáticas que se enseñan, mejoran el proceso de aprendizaje de los estudiantes, así como su desempeño; les permite ejecutar procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa, liberándoles tiempo para elaborar conceptos y modelos matemáticos, y aumentan la motivación por su aprendizaje (Dávila 2007; Cedillo, 2006; Cuicas, Debel, Casadei & Álvarez, 2007; Hinostroza, 2000, citado en Castillo, 2008).

La tecnología también suministra un punto focal, cuando los estudiantes discuten entre sí y con su maestro, acerca de los objetos que muestra la pantalla y los efectos que tienen las diferentes transformaciones dinámicas que permite realizar la tecnología. Ofrece además, a los docentes, opciones para adaptar la instrucción a necesidades específicas de los alumnos.

La tecnología apoya la enseñanza efectiva de las matemáticas, sin embargo, la tecnología no es una panacea (Infante, Quintero & Logreira, 2010). Como cualquier herramienta de enseñanza, puede usarse adecuada o deficientemente (Castillo, 2008). Rojano (2003) opina que la enseñanza de las matemáticas requiere modelos específicos con tecnología que cumplan con principios tales como ser didáctico, especializado, cognitivo, pedagógico y equitativo.

Cabe destacar también que, entre las características más valoradas en una herramienta tecnológica, por parte de los docentes, se encuentran: accesibilidad, facilidad de manejo, versatilidad, flexibilidad, interactividad, entre otras. Y según esta valoración, las herramientas más populares son las calculadoras gráficas y algunos sistemas de cálculo matemático accesibles desde un computador personal, aunque también se ajustan a estas características otros programas tipo tutoriales y hojas de cálculo.

Sin embargo, las nuevas tecnologías han encontrado diversidad de barreras, entre otras: resistencia natural al cambio, dudas sobre su conveniencia, escasez de recursos materiales y humanos para desarrollar proyectos y dificultad para asegurar la igualdad de oportunidades ante la posibilidad de usarlas en exámenes.

Definitivamente, la tecnología no reemplaza al docente de matemáticas. Cuando los alumnos utilizan herramientas tecnológicas, muchas veces trabajan en formas que los hacen aparecer como independientes del maestro; sin embargo, esta es una impresión engañosa. El docente juega varios roles importantes en un aula enriquecida con la tecnología, toma decisiones que afectan el proceso de aprendizaje de los alumnos de maneras importantes. Inicialmente el docente debe decidir si va a utilizarse tecnología, cuándo y cómo se va a hacer.

A medida que los estudiantes utilizan calculadoras y computadores en el aula, el docente tiene la oportunidad de observar distintas formas de razonamiento matemático en sus estudiantes, que son difíciles de observar en otras circunstancias. Por lo tanto, la tecnología favorece la evaluación, permitiendo a los docentes examinar los procesos que han seguido los alumnos en sus investigaciones matemáticas, como también en los resultados obtenidos, enriqueciendo así la información disponible para tomar decisiones relacionadas con la enseñanza.

Es importante tener presente que no se debe considerar la tecnología como un sustituto del docente, sino más bien, como una fuente de nuevas posibilidades para el ejercicio de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la actualidad. Tampoco debe tenérsele miedo, pues gracias a ella los docentes pueden desarrollar su capacidad creativa y motivar más fácilmente al estudiante para su aprendizaje, entre otros beneficios.

Sin embargo, debe tenerse claridad de que la introducción de la tecnología en el ámbito educativo, implica repensar en los contenidos de las asignaturas y buscar el desarrollo de nuevas competencias y habilidades. Según Infante, Quintero y Logreira (2010) "La educación matemática, entendida como la comunicación de experiencias, saberes, habilidades, destrezas, actitudes y valores propios de la

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, (febrero-mayo de 2012, Colombia), acceso: [http://revistavirtual.ucn.edu.co/], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

actividad matemática, con el fin de formar un ser humano competente en su campo y con una mejor comprensión del mundo, no puede ni debe soslayar la incorporación del uso de la tecnología en su quehacer" (p. 33).

7. La evaluación en matemáticas

Según Fernández, Escribano y Bosch (2001) la evaluación es una palabra relacionada con el proceso educativo y su concepto difiere dependiendo de los actores del proceso; ésta se asocia con una calificación de uno o varios exámenes y uno final, que señala el rendimiento del estudiante o ejerce un control sobre su avance. En la mayoría de los casos se olvida su relación con los demás actores del proceso, y se restringe a medir resultados, lo que ha traído diferentes tipos de dificultades, ya que no se considera la evaluación como un elemento más del proceso, un apoyo al alumno y una posible motivación. Esta es una descripción de la manera como por mucho tiempo se ha concebido la evaluación, pero veamos algunas definiciones y consideraciones al respecto.

El Ministerio de Educación Nacional (2008) dedicó todo el boletín informativo de educación superior, de ese año, a la importante temática de la evaluación, y en él se definía ésta como: a) un factor primordial por tener en cuenta, si se desea garantizar la calidad de la educación; b) un componente articulador del sistema en todos sus niveles; c) un mecanismo para hacer seguimiento a las distintas etapas presentes en todo proceso educativo; d) una fuente de información para identificar los desarrollos, alcances, logros y debilidades de los resultados de la enseñanza-aprendizaje; y e) una posibilidad de innovar en los modelos pedagógicos.

Según Fernández et al. (2001) existen tres etapas en el proceso de evaluación: a) Obtención de la información, b) formulación de juicios, c) toma de decisiones; además, define tres categorías de la expresión evaluación:

1. Diagnóstica (inicial): tiene como propósito determinar el estado real del estudiante previo al inicio de un curso de enseñanza-aprendizaje, y ubicarlo en el nivel correspondiente.
2. Formativa (intermedia): se lleva a cabo durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje y tiene el propósito de informar de los resultados alcanzados; se emplea para determinar insuficiencias oportunamente y hacer correcciones en forma oportuna, que permitan el éxito del aprendizaje. No debe considerar actividades específicas, sino observar la actividad cotidiana del aula.
3. Sumativa (final): es la calificación final del estudiante, con el propósito de lograr mejoras para el siguiente periodo; aquí se integran en una sola

> calificación, las obtenidas a través de todo el proceso en las diferentes etapas de la evaluación.

En este caso es importante señalar como elemento esencial de la evaluación su continuidad, es decir, que esté presente en todo el proceso, que permita observar las actividades en su cotidianidad.

Para Clark (2006, p. 67) la evaluación tiene en cuenta las partes que intervienen en el proceso y considera que, "Para un profesor, la evaluación es un proceso en el cual reunimos evidencias, hacemos inferencias, llegamos a conclusiones y actuamos según dichas conclusiones…Para un estudiante, la evaluación es una oportunidad de mostrar su entendimiento y sus habilidades matemáticas". Lo cual deja ver que una evaluación debe estimular el aprendizaje del estudiante y ser además, un diálogo entre el profesor y el estudiante sobre lo que se ha aprendido y lo que no se pudo aprender. En definitiva, se considera que la evaluación es constructiva si tiene como su centro el aprendizaje del estudiante y lo motiva a aprender lo que todavía no maneja.

Evaluar matemáticas supone algo más que simplemente medir cuánta información posee el alumno, también implica evaluar la capacidad y disposición que éste tiene para utilizar, aplicar y comunicar toda esa información; debe incluir también la valoración de la disposición del alumno hacia la matemática, la confianza que tiene en su uso y hasta qué punto reconoce su importancia y utilidad (González, 2009).

Por ello, es necesario que los docentes planeen desde el inicio del curso escolar, qué contenidos de los establecidos son los que deben ser enseñados, dependiendo del nivel matemático de sus alumnos y de los conocimientos previos que aquéllos posean; cómo pretenden que van a aprenderlos y cómo pretenden evaluarlos. A propósito de lo cual, Pérez (2006) señala también que la evaluación debe ser considerada desde la planeación y organización del proceso de enseñanza-aprendizaje, por parte del docente, quien debe precisar la planificación a largo plazo de sus actividades de evaluación, así como su distribución proporcional y adecuada en el tiempo, para evitar de esta forma que existan espacios muy cargados o descargados para el alumno, lo cual propicia el desinterés de los estudiantes deficientes y la confianza excesiva en los aventajados.

Las técnicas e instrumentos para hacer evaluación en el área de matemáticas deben ser muy variados y adecuados al nivel que se pretende evaluar, deben servir para reflejar el nivel de conocimientos y de asimilación del elemento concreto que se está evaluando, y deberán proporcionar al educador la suficiente información para que pueda establecer un juicio posterior sobre el nivel de logro,

lo cual le permitirá tomar decisiones en cuanto a la conveniencia o no de reorientar y regular el proceso de aprendizaje matemático cuando sea necesario (Castillo, 2006).

Para Ochoa (2008) si algo caracteriza la evaluación como criterio de calidad es que una única forma de evaluar no es suficiente; "es necesario recurrir a múltiples formas, instrumentos y procedimientos: las pruebas de lápiz y papel ofrecen una dimensión; la evaluación práctica en el aula otorga otra; el desarrollo de un taller, la redacción de un documento, el trabajo en grupo, el laboratorio, ofrecen nuevas posibilidades" (p.7).

Olmedo y Curotto (2007) comentan que es habitual que en las clases de matemática el alumno se dirija exclusivamente al docente con la intención de mostrarle qué sabe o para pedirle que le aclare alguna duda, sin embargo, el estudiante no desea ser oído por sus compañeros por temor a decir algo inexacto o no pertinente. Estos investigadores le proponen al estudiante que deje de considerar al profesor como interlocutor privilegiado y que se dirija más a sus pares, pues no se trata sólo de que muestre frente a la clase lo que sabe, sino que sea capaz de explicar, dudar acerca de sus respuestas y enfrentar los errores con actitud crítica y de aprendizaje.

En referencia a las pruebas de matemáticas, Acevedo, Montañez, Crescencio y Pérez (2007) señalan que una evaluación que incluya una reflexión del proceso en el aula, que no tenga como énfasis único la valoración de aspectos memorísticos, que no considere como responsable del fracaso al estudiante, que no sea el examen el único instrumento de medición, y que no sea *conclusoria*, tendrá como primer propósito el elemento formativo por encima del sancionador.

La evaluación ha sido tomada por años como un elemento de juicio, enfocado a señalar si el estudiante aprueba o no el curso; ha estado desligada de los demás elementos del proceso de enseñanza-aprendizaje; ha utilizado el examen como instrumento de medición del conocimiento, cuando en realidad, evalúa la capacidad de memorización; ha tenido un carácter meramente sancionador, causal de estrés y de la actitud negativa de los estudiantes ante esta asignatura.

Contrario a lo anterior, la tendencia hoy es considerar la evaluación como una reflexión del proceso enseñanza-aprendizaje, que permita comparar los resultados de la realidad frente a los objetivos propuestos, que sirva para tomar decisiones y realimentar a las instituciones, a los profesores y a los padres de familia. Para que la evaluación sea constructiva debe estar centrada en el aprendizaje de los estudiantes y tener como propósito primordial el formativo; asimismo, debe hacer parte de todo el proceso.

8. Formación integral a partir de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

La formación implica la integración de muchas áreas que contribuyen con el perfeccionamiento del carácter, y cada una de estas áreas aporta en cierta medida a su fortalecimiento. Calero (2007) lo expresa diciendo que el proceso de enseñanza-aprendizaje conforma una unidad que tiene como propósito básico contribuir a la formación integral de la personalidad del estudiante. Arana (2006, p. 326) señala que "la formación profesional integral se logra al eliminar la separación y aislamiento existente entre la cultura socio-humanista y la científico-tecnológica", definiendo así estrategias pedagógicas que vinculen los conocimientos, las habilidades y los valores. En relación con esta posición, Knight (2002) afirma que el equilibrio entre los aspectos espiritual, social, físico y mental de una persona es el ideal; además, "cualquier esfuerzo que exalte la cultura intelectual por encima de la disciplina moral va por mal camino" (White, 1928/1996, p. 21).

Entonces, ¿cuál es el aporte de las matemáticas en la formación integral? Saúco y Eladio (2002/2008, p. 1) afirman que "el desarrollo de los valores éticos y morales es una responsabilidad de toda la sociedad y, en particular, de todos los docentes". No es discutible que las matemáticas son una herramienta para ayudar a comprender las ciencias, y que para su aprendizaje y conocimiento se requiere desarrollar habilidades mentales: lógicas, operacionales y espaciales. Sin embargo, en su enseñanza se debe también procurar la promoción de valores éticos, y en este sentido, Izquierdo (2006, p. 869) asevera que "es falso que las ciencias o las matemáticas sean neutras y sin contenido ideológico", pero este aspecto se ignora y en consecuencia, no es tenido en cuenta al momento de planear las estrategias didácticas y pedagógicas en la enseñanza de las matemáticas.

A partir de estas apreciaciones surge otra pregunta: ¿Es lo mismo educar en valores que integrar la fe en la enseñanza? Para dar una respuesta es necesario antes definir los conceptos de educación en valores e integración de la fe.

Arana (2006) hace un acercamiento al concepto de educación en valores, afirmando que se trata de la relación entre la realidad objetiva y los componentes subjetivos de la personalidad; estos valores se expresan en conductas y comportamientos que resultan de aprendizajes conscientes y significativos en lo racional y lo emocional.

Para definir el concepto de integración de la fe en la enseñanza se hace un breve recorrido histórico para ver su evolución, Akers y Moon (1980) manifiestan que existe una relación entre aprendizaje, fe y práctica, la cual es consistente con la

taxonomía del dominio afectivo, desarrollado como resultado de estudiar las formas como la gente adquiere creencias y valores. Los cinco niveles del dominio afectivo son:

1. Recibir: transmisión de un mensaje.
2. Responder: transformar el mensaje en práctica.
3. Evaluar: propiciar la discusión para clarificar el significado y la aplicación del valor.
4. Organizar: interactuar con otras personas para determinar cómo se relaciona con el nuevo valor respecto a los valores que ya se tenían.
5. Caracterización de un valor o un complejo de valores a través de la vida: la cohesión del valor en el estilo de vida.

Adicionalmente, Rasi citado por Brantley (2001, pág. 13), define la integración de fe y enseñanza como un "proceso deliberado y sistemático de acercamiento a toda la empresa educacional desde una perspectiva bíblica".

En este último concepto solo resta aclarar si el término "perspectiva bíblica" se refiere a enseñanza de religión, de teología o de valores éticos en las aulas de clase. Muñoz (2004, p. 13) establece que "la enseñanza de la religión…ha de centrarse en la reflexión sobre las acciones y vivencias morales", lo cual nos lleva a los tres primeros niveles del dominio afectivo para integrar valores y creencias, evidenciándose así una semejanza entre la conceptualización de formación en valores y la enseñanza de la religión.

Muñoz (2004, p. 14) argumenta su posición presentando algunas definiciones de religión y contrastándolas con definiciones de teología:

1. La religión es el compromiso que sostiene, nutre y crea el bien de la vida humana. Teología por su parte, es la interpretación intelectual de aquello a lo cual el hombre se compromete (Le Fevre).
2. La religión es una relación personal con Dios…la teología busca conocimiento para entender y sustentar (Temple).
3. La esencia de la religión es dedicar. La esencia de la teología es pensar (Trueblood).

A partir de las anteriores posiciones se deduce que la integración de la fe en la enseñanza no es solo el conocimiento intelectual y teológico, sino la vivencia de valores en el estilo de vida y confirmados en el carácter. Es evidente por lo tanto, que al hablar de la integración de la fe en la enseñanza de cualquier ciencia, se está hablando de formación en valores alineados con los principios bíblicos.

En este sentido, "el futuro profesional requiere de conocimientos actualizados e integrados, de valores de redimensionamiento humano para su pertinente ejercicio profesional, que deben ser desarrollados desde el proceso de formación de manera intencionada y consciente por la institución universitaria" (Arana, 2006, p. 331).

Calero (2007, p.4), al hablar de integración de fe, enseñanza y aprendizaje, hace referencia a un acto didáctico que obedece a una filosofía de la educación, y lo expresa diciendo:

> Todo acto educativo obedece a determinados fines y propósitos de desarrollo social y económico, en consecuencia, responde a determinados intereses sociales, se sustenta en una filosofía de la educación, se adhiere a concepciones epistemológicas específicas, tiene en cuenta los intereses institucionales y, por supuesto, depende en gran medida de las características, intereses y posibilidades de los sujetos participantes, es decir, de estudiantes, profesores, grupo y demás factores del proceso.

Adicionalmente, es necesario que todos los que se dedican a labores educacionales compartan la misma cosmovisión: Según Knight (2002) "los teóricos orientados hacia el conductismo ven a los humanos como animales altamente evolucionados y en proceso de evolución; mientras que muchos enfoques progresistas humanistas de la educación ven la naturaleza humana como intrínsecamente buena cuando se la deja desenvolverse sin la interferencia indebida de las fuerzas externas". Ninguna de esas posiciones toma en cuenta la naturaleza humana. En consecuencia, "la enseñanza teórica a través de una asignatura, no tendrá nunca el efecto modificador de actitudes si no va acompañada del modelo ejemplificante del docente o de los profesionales que se desempeñan en los escenarios docentes" (Amaro, 2010).

Por otro lado, haciendo referencia al tercer nivel del dominio afectivo, Amaro (2010, p. 120) afirma que el proceso de formación de valores con las nuevas generaciones tiene que hacerse con ellos, no "sobre", ni "en" ellos, pues este es un proceso interactivo.

Es evidente que un buen uso del diálogo, de los métodos participativos y del ejemplo del profesor son condiciones necesarias para una adecuada labor de formación, pero no suficientes; se necesitan también diseños curriculares con propósitos definidos.

Al respecto, Grajales (1997) señala que "La integración de la fe, en el proceso educativo, implica reconocer que Dios es la fuente de todo conocimiento y que su Palabra no es un elemento más de la educación sino el fundamento de toda verdadera educación"; además, indica que todo el ambiente educativo debe evidenciar que la verdad bíblica impregna la educación en los siguientes aspectos: las políticas administrativas, el currículo, los planes de clase, las actividades extracurriculares, las metodologías y el ambiente dentro y fuera del aula, entre otros.

A partir de todas las consideraciones anteriores, se deduce que es necesario establecer en la enseñanza de las matemáticas, no solo las estrategias didácticas para transmitir el conocimiento, sino una formación integral que contribuya a transformar vidas.

9. Conclusiones

La incorporación de la ciencia y en particular las matemáticas en la cultura de la sociedad es un asunto fundamental en el desarrollo de ésta, como también en la formación integral de las personas, con el fin de favorecer una visión más científica del mundo. La manera como se desarrollan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se ha convertido en una cuestión de estudio; esto se evidencia en la cantidad y diversidad de publicaciones realizadas sobre el proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas y sus diferentes implicaciones en todos los actores del proceso, es así como este campo de estudio constituye la línea de investigación.

Esta revisión ha permitido conceptualizar la línea de investigación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como un proceso intencionado de apropiación del conocimiento matemático, que se inicia con la reflexión, comprensión, construcción y evaluación de las acciones didácticas que propician la adquisición y el desarrollo de habilidades y actitudes para un adecuado desempeño matemático en la sociedad.

El análisis documental permitió identificar algunos factores críticos en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, los que se han denominado ejes problémicos, entendidos como grandes categorías que permitirán el desarrollo de futuras investigaciones en esta línea, de las cuales se encontró lo siguiente:

1. El proceso de enseñanza de las matemáticas ha presentado diversos problemas que afectan el aprendizaje y que son causa de la deserción de los estudiantes y de su exclusión social; los factores susceptibles de investigación en este eje problémico son: las prácticas pedagógicas, el dominio afectivo y sus implicaciones en el aprendizaje de las matemáticas, las concepciones sobre las metamatemáticas y actuaciones de los docentes frente a las dificultades en el proceso de enseñanza, situaciones que merecen su atención y se constituyen en área de investigación de la línea denominada *Dificultades en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*.

2. En cuanto a las estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aquellas dependen del marco filosófico, de los intereses sociales e institucionales, de las concepciones pedagógicas y de las características e intereses de quienes participan y son parte importante en la formación integral, ya que deben impactar las capacidades a niveles intelectual, social, físico y espiritual. Todos éstos son factores susceptibles de estudio.

   Se consideraron en particular, dos estrategias como parte del eje problémico de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a saber:

   a. La modelación matemática y su influencia en otras ciencias, la cual se ha constituido en una herramienta que permite la explicación de fenómenos de diferente índole, que van desde lo físico hasta lo social y permiten la solución de cierto tipo de problemas en una gran variedad de áreas del conocimiento, despertando un gran interés en el estudio de estrategias didácticas basadas en la modelación para la enseñanza de las matemáticas y por lo tanto, una categoría interesante para la investigación en la línea propuesta.
   b. El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas es considerado como algo ineludible, ya que la tecnología hace parte del diario vivir de la sociedad, pero su utilización en la enseñanza matemática debe darse con un enfoque que considere principios como: ser didáctico, especializado, cognitivo, pedagógico y equitativo.

   Son variadas las posibilidades de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, que se constituyen en materia de investigación, en aspectos tales como: su influencia en la enseñanza, la incidencia en el proceso de aprendizaje, efectos en la motivación para el aprendizaje, entre otros.

3. La evaluación en matemáticas es una expresión que se relaciona con el proceso educativo y es uno de los asuntos críticos en la enseñanza y el aprendizaje, por su concepción tradicional en cada uno de los actores del

proceso; sin embargo, se pudo notar la tendencia a ser considerada como una reflexión de los resultados frente a los objetivos propuestos, para que sirva de realimentación a todos los actores del proceso, por lo que temas como el significado de evaluar y sus implicaciones en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, qué evaluar y cómo evaluar, tipos de evaluación, creencias de los profesores y estudiantes sobre la evaluación, y técnicas e instrumentos para evaluar.

4. La formación integral a partir de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es un concepto apoyado en una filosofía de la educación y tiene que ver con la manera como se concibe al ser humano; desde esta perspectiva se plantea la integración de actitudes y valores que tienen que ver con las creencias sustentadas en una cosmovisión en la formación del estudiante, esto plantea una serie de temas que se relacionan con el concepto mismo, con las estrategias para lograr la integración, con el dominio afectivo en la enseñanza y aprendizaje, y los valores y actitudes que se deben promover.

Lista de referencias

Acevedo, M. M., Montañez, J. R., Crescencio, H., & Pérez, M. C. (Mayo de 2007). *Fundamentación conceptual.* Recuperado el 26 de 4 de 2011, del sitio web del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior ICFES: http://www.icfes.gov.co/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=1197

Aires, L., Teixeira, A., Azevedo, J., Gaspar, M. I., & Silva, S. (2006). Alteridad y emociones en las comunidades virtuales de aprendizaje. *Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, 7*(2), 74-91.

Akers, G. H., & Moon, R. D. (Abril de 1980). *Integrando el aprendizaje, la fe y la práctica en la educación cristiana.* Recuperado el 15 de Abril de 2011, de: http://www.pmministries.com/centrowhite/Temas/cwmpm11.htm

Alsina, Á., & Domingo, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(1), 7-32.

Amaro Cano, M. d. (2010). Un nuevo paradigma para la Universidad Nueva. *Revista Habanera de Ciencias Médicas, 9* (1), 116-126.

Aragon Carabeo, E., Castro Ling, C., Gomez Heredia, B. A., & González Plasencia, R. (2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas. *Apertura: Revista de Innovación Educativa, (*11), 100-111.

Arana Ercilla, M. H. (2006). Los valores en la formación profesional. *Tabula rasa* (4), 323-336.

Arguedas, A., & Porras, J. (21 de Agosto de 2008). *Contexto sociocultural como elemento facilitador del aprendizaje matemàtico.* Recuperado el 6 de Julio de 2011, de: http://www.cicma.una.ac.cr/CICMA2008/

Arredondo, G. M., Pérez, R. G., & Aguirre, L. M. (2006). *Didáctica general* (3 ed.). México: Limusa.

Artigue, M. (2004). Problemas y desafios en educacion matemática: ¿Que nos ofrece hoy la didáctica de las matemáticas para afrontarlos? *Educación Matemática, 6*(3), 5-28.

Barrón López, J. V., Luna González, J., Estrada Cabral, J., Flores García, S., Estrada Saldaña, F., & Ramos, M. A. (2009). La ecuación de la línea recta en la modelación de fenómenos físicos. *CULCyT Educación* (31), 26-34.

Baruch, I., Hernández, L. A., & Barrera, C. J. (2005). Control neuronal adaptable con término integral para un proceso biotecnológico de fermentación por lote alimentado. *Científica ESIME*, 111-118.

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). Modelacion matemática y los desafios para enseñar matemáticas. *Educación Matemática, 16*(2), 105-125.

Brantley, P. S. (2001). Compartiendo una fe en común: un estudio global de la enseñanza cristocentrica en colegios secundarios adventistas. *Revista de Educación Adventista*, (13), 11-15.

Cabrerizo Lorite, F. J. (2008). *Nuevos modelos de toma de decisión en grupo con información lingüística difusa.* España: Universidad de Granada.

Calero, F. N. (2007). *Los componentes del proceso enseñanza-aprendizaje.* Recuperado del sitio web del Centro de Desarrollo Social e Investigación y la Universidad Nacional de Educación: www.cedesi.uneciencias.com/conferencias/cuestionario/cuest06.doc

Camarena Gallardo, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa, 9* (46), 15-25.

Cantoral, R., & Farfán, R. M. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Educación y Pedagogía, 15*(35), 201-214.

Capacitaciones Talleres y Seminarios [CAPTAS]. (2009). *Planeación didáctica en el aula: construcción de experiencias didácticas en el aula*. Recuperado del sitio de

Capacitaciones Talleres y Seminario: www.captas.org.mx, www.slideshare.net/mercmerk/enseanza-aprendizaje-didctica

Carneiro, & Abrahão, a. (2008). El papel de la interacción en el aprendizaje de las matemáticas: relatos de profesores. *Universitas Psychologica, 7*(3), 711-723.

Carrasco, S. R. (2007). Condiciones socioeconómicas y demográficas del alumno como determinantes en el aprendizaje. *Psicología Social y Comunitaria* (6).

Castañeda, A., & Alvarez, M. (2004). La reprobación en matemáticas: dos experiencias. *Red Tiempo de Educar* (5), 140-172.

Castillo, C. J. (2006). *Evaluación educativa y promoción escolar.* Madrid: Prentice Hall.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11* (2), 171-194.

Castorina, J. A. (1994). problemas epistemológicos de las teorías del aprendizaje en su transferencia a la educacion. *Perfiles Educativos* (65).

Cedillo, T. (2006). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Los sistemas algebráicos computarizados. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 11*(28), 129-153.

Cid Sabucedo, A., Pérez Abellás, A., & Zabalza, M. A. (2009). Las prácticas de enseñanza declaradas de "los mejores profesores" de la universidad de Vgo. *RELIEVE. Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa, 15*(2), 1-29.

Clark, D. (2006 йил Junio). *Evaluación constructiva en matemáticas*. Recuperado de: http://www.librosintinta.in/biblioteca/ver-pdf/dgfcms.sep.gob.mx:7037/PrioryRetEdB/Materiales/FollInf0910/docs/Areas/PB14/Area3_Comp_Did/Eval_construc_en_mat.pdf.htx

Cuicas, M., Debel, E., Casadei, L., & Alvarez, Z. (2007). *El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas.* Recuperado de: www.redalyc.org: http://redalyc.uaemex.mx/pdf/447/44770209.pdf

Dávila, A. (2007). *Efectos de algunas tecnologías educativas digitales sobre el rendimiento académico en matemáticas.* Recuperado de: http://redalyc.uaemex.mx/pdf/880/88001803.pdf

De León Mojarro, B., Prado Hernández, J. V., Verdier, J., & Fuentes Ruiz, C. (2007). Simulación numérica del movimiento de estructuras de control en canales de riego. *Agrociencia*, 75-86.

De Zubiría, S. M. (2004). *Enfoques pedagógicos y didácticas contemporáneas*. Bogotá: Fundación Internacional de Pedagogía Conceptual Alberto Merani.

Díaz García, A. A., & Sotolo, J. A. (2009, 5-Febrero). *Modelación matemática de una planta para la producción de biodiésel*. Recuperado de: http://www.cubasolar.cu/biblioteca/Ecosolar/Ecosolar22/HTML/articulo05.htm

Díaz, J. (2009). *Aplicación de nuevas técnicas y estrategias del aprendizaje cooperativo y significativo en la enseñanza de la matemática: dos alternativas que sustentan la capacitación y/o preparación del joven del siglo XXI en el continuo devenir humano.* Argentina: El Cid.

Díez Palomar, J., & Molina, S. (2010). Contribuciones de la educación matemática de las familias a la formación del profesorado. *PNA, 4*(2), 63-72.

Dominguez Calle, E. A. (30 de Marzo de 2010). *Modelación matemática una introducción al método.* Recuperado el 4 de Mayo de 2011 de: http://www.mathmodelling.org/

Dorinda, M., & De la Torre, E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. *PNA*, 5(1), 197-208.

EDUTEKA. (2003, 15-Noviembre). *Principios para matemáticas escolares. Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (NCTM)*. Recuperado de del sitio web de EDUTEKA Tecnologías de Información y Comunicaciones para la Enseñanza Básica y Media: http://www.eduteka.org/PrincipiosMath.php

Fernández Montt, R., & Clara, L. J. (2010). Educación: La influencia de los sistemas de creencias. *Nómadas* (27), 1-18.

Fernández, G., Escribano, M. C., & Bosch, I. (19 de 5 de 2001). *Departamento de Métodos cuantitativos.* Recuperado el 25 de 4 de 2011 de la Universidad CEU-San Pablo: http://www.uv.es/asepuma/XIV/comunica/116.pdf.

Friz Carrillo, M., Sanhueza Henríquez, S., & Sánchez Bravo, A. (2009). Conocimiento que poseen los estudiantes de pedagogia en dificultades del aprendizaje en las matematicas. *Estudios Pedagógicos, 35*(1), 47-62.

García, A., Martínez, A., & Miñano, R. (2000). *Nuevas Tecnologías y enseñanza de las Matemáticas.* España: Síntesis.

Gil, N., Blanco, L. J., & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (2), 15-32.

Gómez, I. M., & Figueiral, L. (2007). Identité et facteurs affectifs dans l'apprentissage des mathématiques, 12, p. 117-146. *Irem de strasbourg*, 117-146.

Goñi, J., Alsina, C., Ávila, D., Burgués, C., & Comellas, J. (2000). *El currículo de matemáticas en los inicios del siglo XXI.* España: Biblioteca de UNO.

González, J. F. (2009). *La evaluación formativa de los aprendizajes de los alumnos como estrategia complementaria en la enseñanza de la matemática.*Argentina: El Cid Editores.

Grajales, T. (1997). *El maestro cristiano en la integración de la fe.* Recuperado de la Universidad de Montemorelos Facultad de Educación: http://tgrajales.net/integraciondefe.htm

Guzmán, M. d., & Navarro, M. (20 de Febrero de 2006). *Profesión: las matemáticas.* Recuperado el 21 de Abril de 2011, de Sector Matemáticas: http://www.sectormatematica.cl/articulos/profesion.pdf

Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de educación* (43), 19-58.

Infante, P., Quintero, H., & Logreira, C. (2010). *Integración de la tecnología en la educación matemática.* Recuperado el 24 de Mayo de 2011, de Redalyc Sistema de Información Científica Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal: http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/784/78415022003.pdf

Ivic, I. (1994). Lev Ssemionovich Vygotsky. *Perspectivas, vol. 24,* (nos 3-4), 773-799.

Izquierdo Aymerich, M. (2006). Por una enseñanza de las ciencias fundamentada en valores humanos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 11* (30), 867-882.

Izquierdo, L. R., Galán, J. M., Santos, J. I., & Del Olmo, R. (2008). Modelado de sistemas complejos mediante simulación basada en agentes y mediante dinámica de sistemas. *Empiria. Revista de Metodología de Ciencias Sociales* (16), 85-112.

Jaramillo, P. J. (2005). La enseñanza como práctica. Caracterizaciones desde la educación superior. *Revista Internacional Magisterio. Educación y Pedagogía*, 65-67.

Jimeno, M. (2006). *¿Por qué las niñas y los niños no aprenden matemáticas?* Barcelona: Ediciones Octaedro.

Knight, G. R. (2002). *Filosofia y educación, una introducción a la perspectiva cristiana.* Miami, Florida: Asiciación Publicadora Interamenricana.

López, L. E., & Toro Alvarez, C. (2008). Formación de docentes en la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas en la Red de Comprensión

Lectora y Matemáticas- CCyM, segunda etapa. *Universitas Psychologica*, 7(3), 753-765.

Lozano, D. A. (2003). Factores personales, familiares y académicos que afectan al fracaso escolar en la educación secundaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 43-66.

Maldonado, M. B., & Zuritz, C. A. (2003). Modelación matemática del proceso de tratamiento con hidróxido sódico de aceitunas verdes de mesa. *Grasas y Aceites, 52* (2), 180-187.

Marín, I. D. (2005). La enseñanza de las teorías de la administración: limitantes epistemologicos y posibilidade pedagógicas. *Revista de Ciencias Administrativas y Sociales, 15*(26), 43-58.

Martínez, P. O. (2005). Dominio afectivo en educación matemática. *Paradigma, 26*(2), 7-34.

Millán, G. A. (2003). La aplicación de las matemáticas en los problemas de administración y organización: antecedentes históricos. *ILUIL, 26,* 929-961.

Ministerio de Educación Nacional, MEN. (2008, Octubre). Boletín informativo. *Educación Superior*.

Ministerio de Educación Nacional, MEN. (1998, 7-Junio). *Serie Lineamientos curriculares.* Recuperado del Ministerio de Educación Nacional: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.

Mora, C. D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de pedagogía, 24*(70), 181-272.

Moreno, C. L. (2011, 23-Mayo). *Dificultades de aprendizaje en matemàticas.* Recuperado de la Universidad de Costa Rica Centro de Investigación en matemáticas: http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2901/1199

Muñoz, E. (2004). La educación adventista del séptimo día en la trama del discurso pedagógico de la reproducción. *En la óptica de la investigación*, 11-18.

Navarro, R. E. (2011, 4-Abril). *El concepto de enseñanza-aprendizaje*. Recuperado de: RED Científica, Ciencia, Tecnología y Pensamiento: www.redcientifica.com/doc/doc200402170600.html

Ochoa, M. (10 de 2008). Evaluar es investigar. *Educación Superior*, 8-9.

Oliva, J. M. (2003). Rutinas y guiones del profesorado de ciencias ante el uso de analogías como recurso de aula. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 2*(1), 31-34.

Oliveros, S. (2011). La enseñanza de la matemática para los docentes de educación integral. *Revista Iberoamericana de Educación* (55), 1-15.

Olmedo, N., & Curotto, M. (2007). *Taller: Estrategias de aprendizaje en Matemática.* Recuperado el 20 de Julio de 2011, de Ministerio de Educación. Presidencia de la nación (Argentina): http://www.me.gov.ar/curriform/publica/estrategias_mat_cata2.pdf

Ordoñez, P. (2006). Estudio exploratorio sobre las prácticas de enseñanza-aprendizaje adecuadas de las/los docentes. Una mirada a partir de las/los estudiantes. *Revista de Investigación. Universidad de la Salle*, 271-279.

Organista, S. J., & Cordero, A. G. (2006). Estadística y objetos de aprendizaje. Una experiencia in vivo. *Apertura* (6), 22-35.

Parra Mesa, C. M., Pérez Rave, J. I., & Torres Franco, D. (2006). Modelacion y simulacion computacional de un proceso productivo de una pequeña empresa. *Ingenieria y Desarrollo* (20), 151-171.

Peñalva, R. L. (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y Cultura* (33), 135-151.

Pérez, J. (2000). *Las matemáticas.* Mexico: Oveja.

Pérez, O. (2006). ¿Como diseñar el sistema de evaluación del aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas? *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matemática Educativa, 9*(2), 267-297.

Pérez, O. (2006). ¿Cómo diseñar el sistema de evaluación del aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas? *Relime: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9* (2), 267-297.

Pérez, P. C. (1997). Relaciones interpersonales en el aula y aprendizaje de normas. *Bordón. Revista de pedagogía, 49*(2), 165-172.

Planchart, M. O. (2005, Junio). *La modelación matemática: alternativa didáctica en la enseñanza del precálculo*. Recuperado de la Revista de investigación en Ciencias y Matemáticas: http://cremc.ponce.inter.edu/1raedicion/modelacion.htm

Pons, R. M., González-Herrero, M. E., & Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: un estudio intracontenido. *Anales de Psicología, 24*(2), 253-261.

Quiceno, H. (2002). Educacion tradicional y pedagogia critica. *Educación y Cultura* (59), 6-13.

Ramírez, A. M., Contreras, F., & González, C. G. (2006). Modelación matemática del mezclado en ollas (cucharas) de aluminio equipadas con la técnica de desgasificación rotor-inyector. *Revista de metalurgia, 42*(3), 185-202.

Rivas, P. J. (2005). La educación matemática como factor de deserción escolar y exclusión social. *Red Revista Educere* (9), 165-170.

Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: Proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias. *Revista Iberoamericana de Educación* (33), 135-165.

Romo, A., & Oktaç, A. (2007). Herramientas metodológicas para el análisis de los conceptos matemáticos en el ejercicio de la ingeniería. *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matemática Educativa, 10*(1), 117-143.

Sánchez de Mantrana, M. (2005). El aprendizaje en contextos laborales reales: el caso de las pasantías de los estudiantes universitarios. *Educere* (9), 345-357.

Sánchez, S. D. (2009). Las creencias en la matemática. Memorias del VI Coloquio de Experiencias Educativas en el Contexto Universitario. *Memorias Asociación de pedagogía de Cuba en la Universidad de La Habana*, 1-12.

Sandoval, T. S. (2009). Modelación matemática del secado convencional de madera. *Madera y Bosques*, 75-89.

Sanjosé, V., Valenzuela, T., Fortes, M. C., & Solaz, P. J. (2007). Dificultades algebráicas en la resolución de problemas por transferencia. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 6*(3), 538-561.

Santiuste Bermejo, V. (2011 3-Enero). *OTEC-EDUCREA*. Recuperado de: http://www.educrea.cl/documentacion/articulos/aprendizaje/07_aproximacion_al_concepto_aprendizaje_constructivista.html

Santiuste, B. V. (2011, 3-Enero). *OTEC-EDUCREA*. Recuperado de: http://www.educrea.cl/documentacion/articulos/aprendizaje/07_aproximacion_al_concepto_aprendizaje_constructivista.html

Santos, T. M. (2009). Innovación e investigación en educación matemática. *Innovación Educativa*, 9(46), 5-13.

Saúco, O., & Eladio, J. (2002/2008). *La enseñanza de la matemática para desarrollar valores éticos y morales.* Recuperado de: http://www.planamanecer.com/recursos/docente/basica2_7/articulospedagogicos/matematica_y_valores.pdf

Schubring, G. (2008). Gauss e a tábua dos logaritmos. *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matemática Educativa, 11* (3), 383-412.

Suriani, B. (2003). Las prácticas de la enseñanza en contextos de cambio:características, tensiones y dilemas. *Congreso latinoamericano de educación superior en el siglo XXI* .

Taylor, J. W. (2005). *Universidad de Montemorelos*. Recuperado del sito web de la Universidad de Montemorelos: http://campus.um.edu.mx/~oid/alternativo/contenido/nucleo3/declaracion/4.html

Trianes, T. M. (1996). ¿Se pueden conseguir unas relaciones interpersonales de calidad dentro del aula? *C & E: Cultura y educación*, 37-50.

Verona Martel, M. C. (2004). Métodos didácticos aplicables a materias de las disciplinas administrativas. De la lección magisterial al campus virtual. *Tiempo de educar, revista interinstitucional de investigación educativa, 5* (9), 89-114.

Vielma, R. J. (2002, enero). Estilos de crianza en familias andinas venezolanas. Un estudio preliminar. *Fermentum. Revista Venezolana de Sociología y Antropología*, 46-65.

Vigotsky, L. (1934/1981). *Pensamiento y Lenguaje.* Buenos Aires: La Pleyade.

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., et al. (2001, 4-Abril). *La educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje.* Recuperado de Revista Iberoamericana de Educación: http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF

Villalta, P. M., & Martinic, V. S. (2009). Modelos de estudio de la interacción didáctica en la sala de clase. *Investigación y Postgrado,* (24), 61-76.

White, E. G. (1928/1996). *La educación cristiana.* (Bogotá, Colombia: Printer Colombiana.