T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DOĞRUSAL ve DOĞRUSAL OLMAYAN BİRİM KÖK TESTLERİNİN GECİKME UZUNLUĞUNA OLAN DUYARLILIĞI

Öznur ÖZGÜR

2501170086

TEZ DANIŞMANI

Doç. Dr. Aycan HEPSAĞ

İSTANBUL – 2020

TEZ ONAY SAYFASI

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS
TEZ ONAYI

ÖĞRENCİNİN;

Adı ve Soyadı	: ÖZNUR ÖZGÜR	Numarası	: 2501170086
Anabilim Dalı / Anasanat Dalı / Programı	: EKONOMETRİ	Danışmanı	: DOÇ. DR. AYCAN HEPSAĞ
Tez Savunma Tarihi	: 21.01.2020	Saati	: 10.00
Tez Başlığı	: DOĞRUSAL VE DOĞRUSAL OLMAYAN BİRİM KÖK TESTLERİNİN GECİKME UZUNLUĞUNA OLAN DUYARLILIĞI		

TEZ SAVUNMA SINAVI, İÜ Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği'nin **36. Maddesi** uyarınca yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **KABULÜNE** OYBİRLİĞİ / ~~OYÇOKLUĞUYLA~~ karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. NİLGÜN ÇİL		Kabul
2- PROF. DR. NURCAN METİN		Kabul
3- DOÇ. DR. AYCAN HEPSAĞ		Kabul

ÖZ

DOĞRUSAL ve DOĞRUSAL OLMAYAN BİRİM KÖK TESTLERİNİN GECİKME UZUNLUĞUNA DUYARLILIĞI

Öznur ÖZGÜR

Çalışmada doğrusal zaman serileri süreçleri ile doğrusal zaman serileri birim kök testleri ve doğrusal olmayan zaman serileri süreçleri ile doğrusal olmayan zaman serileri birim kök testleri iki bölüme ayrılarak incelenmiştir. Birinci bölümde zaman serisi temel kavramları, doğrusal zaman serisi süreçleri, doğrusal birim kök testleri ve yapısal kırılmalı birim kök testleri özellikleri verilmektedir.

İkinci bölümde ise doğrusal olmayan zaman serisi kavramı, doğrusal olmayan zaman serisi süreçleri ve doğrusal olmayan zaman serisi birim kök testlerine yer verilmektedir.

Üçüncü bölümde ise simülasyon çalışması yapılarak birim kök testleri ile doğrusal olmayan birim kök testlerinin boyut (size) ve gücü (power) analiz edilmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçlarına göre gecikme uzunluğundaki her bir artışın birim kök testlerinde ciddi boyutta bozulmalarına ve testlerin gücünün azalmasına neden olduğu gözlemlenmiştir.

Uygulamada Dickey-Fuller (1979), Kruse (2011), KSS (2003) ve Sollis (2009) tarafından önerilen birim kök testlerinin boyut ve güç özellikleri üzerindeki etkisi araştırılmaktadır. Küçük ve büyük gecikme uzunluklarının Dickey-Fuller (1979) doğrusal birim kök testinde ve Kruse (2011), KSS (2003) ve Sollis (2009) doğrusal olmayan birim kök testlerinde ciddi güç kaybı ve ciddi boyut bozulmaları olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal zaman serileri birim kök testleri, Doğrusal olmayan zaman serileri birim kök testleri, Boyut bozulmaları, Güç Kaybı.

ABSTRACT

SENSITIVITY OF LINEAR AND NONLINEAR UNIT ROOT TESTS TO DELAY LENGTH

Öznur ÖZGÜR

In the study, linear time series processes and linear time series unit root tests and nonlinear time series processes and nonlinear time series unit root tests were divided into two sections. In the first part, time series basic concepts, linear time series processes, linear unit root tests and structural break unit root tests are given.

In the second part, nonlinear time series concept, nonlinear time series processes and nonlinear time series unit root tests are included.

In the third part, the size (size) and power (power) of the non-linear unit root tests were analyzed by performing simulation studies. According to the simulation results obtained, it was observed that each increase in the length of the delay caused serious deterioration in unit root tests and the power of the tests decreased.

In practice, the effect of unit root tests proposed by Dickey-Fuller (1979), Kruse (2011), CSR (2003) and Sollis (2009) on size and strength properties are investigated. Small and large lag lengths indicate severe power loss and severe dimensional distortions in Dickey-Fuller (1979) linear unit root tests and in Kruse (2011), CSR (2003) and Sollis (2009) non-linear unit root tests.

Keywords: Linear Time Series Unit Root Tests, Nonlinear Time Series Unit Root Tests, Size Distirbution, Power Reduction.

ÖNSÖZ

Doğrusal zaman serileri birçok ekonometrik çalışmada hem yorumlanma hem de kolay tahmin edildiğinden fazlasıyla tercih edilmiştir. Doğrusal olmayan zaman serilerinde ise 1980'lerde büyük bir eğilim meydana gelerek, birçok çalışmada yerini almıştır. Bu çalışmalarda testin gücü test edilmeyip yapılan uygulama sonucunda elde edilen bulgular değerlendirilmiştir. Ancak uygulamamızda hem doğrusal birim kök testi hem de doğrusal olmayan birim kök testi gücü simülasyon yardımı ile sınanmaya çalışılmıştır.

Çalışmada doğrusal zaman serileri ile doğrusal olmayan zaman serileri süreçleri ve birim kök testleri iki bölüme ayrılarak incelenmiştir. Doğrusal zaman serisi birim kök testlerinden DF ve doğrusal olmayan Kruse, KSS, Sollis birim kök testleri üzerine yoğunlaşılmıştır.

Tezin amacı, doğrusal ve doğrusal olmayan birim kök testlerinin boyut ve gücünün küçük ve büyük gecikme uzunluklarının simülasyon yardımı ile ölçülmesidir.

Çalışmanın ilk bölümünde bazı temel birim kök testlerine değinilerek yapısal kırılmalı birim kök testleri açıklanarak doğrusal zaman serileri birim kök testleri, ikinci bölümde doğrusal olmayan zaman serileri ve doğrusal olmayan zaman serisi birim kök testleri anlatılmaya çalışılmıştır. Üçüncü bölümde ise ilk ve ikinci bölümde yer alan bazı birim kök testleri ile simülasyon çalışması yapılarak birim kök testlerinin gecikme uzunluğuna olan duyarlılığı test edilmiş ve beklenilen sonuç olan gecikme uzunluğunun arttıkça testlerin gücünde azalmaya ve testlerin boyutunda ciddi bozulmalara neden olduğuna ulaşılmıştır.

Uygulama aşamasında hem doğrusal birim kök testlerinden Dickey-Fuller birim kök testinin hem de doğrusal olmayan Kruse, KSS, Sollis birim kök testlerinin gecikme uzunluğuna bağlı olarak gecikme uzunluğu arttıkça testlerin gücünde azalışlar ve ciddi boyut bozulmaları meydana gelerek beklenilen sonuca ulaşılmıştır.

Bu çalışma winRATS paket programı ile doğrusal birim kök testlerinden Dickey-Fuller birim kök testinin hem sabit terimsiz-trendsiz, sabit terimli ve sabit terimli-trendli olarak üç aşamada hem de Dickey-Fuller birim kök testinin güçlülük özelliği kullanılarak bu üç aşamaya toplam 12 gecikme atanarak iki farklı gözlem sayısı ile simülasyon sonuçlarına ulaşılmıştır. Aynı şekilde tüm süreç doğrusal olmayan birim kök testleri için de yapılarak testlerin gücünde büyük oranda azalışlar elde edilmiştir.

Çalışmanın başından sonuna kadar ilgisini eksik etmeyen ve yardımını esirgemeyen, konu seçiminde sağladığı kolaylık ile teze ve kendime olan güvenimi her defasında hatırlatan değerli Tez Danışmanım Aycan Hepsağ'a ve bu süreçte yanımda olan sevgili anneme ve babama teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul, 2020
Öznur ÖZGÜR

İÇİNDEKİLER

ÖZ…….....……..……..……..……..……..……..……..……..……...…III

ABSTRACT IV

ÖNSÖZ..... V

KISALTMALAR LİSTESİ XI

GİRİŞ……..……..……..……..……..……..……..……..……..……... 1

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİSİ TEMEL KAVRAMLARI VE DOĞRUSAL ZAMAN SERİLERİ

1.1. Zaman Serisi Analizi 3

1.1.1. Mevsimsellik 3

1.1.2. Trend 4

1.1.3.Stokastik (Olasılıklı) Süreçler 5

1.1.4. Durağan Stokastik Süreçler 6

1.1.4.1. Temiz Dizi – Beyaz Gürültü Süreci (White Noise) 6

1.1.5. Durağan Olmayan Stokastik Süreçler 7

1.1.5.1. Rassal Yürüyüş Süreci 7

1.1.5.1.1. Pür Rassal Yürüyüş Süreci…….…..…7

1.1.5.1.2.Kayan Rassal Yürüyüş Süreci…….…..8

1.1.6. Birim Kök Süreci..... 9

1.2. Doğrusal Zaman Serisi Süreçleri.....9

1.2.1.Otoregresif (AR) Süreçler.....11

1.2.2.Hareketli Ortalama (MA(q)) Süreçleri 12

1.2.3.Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (ARMA(p, q)) 13

1.3. Doğrusal Birim Kök Testleri 15

1.3.1.Mevsimsel Birim Kök Testi.....15

1.3.2. Dickey-Fuller (DF) Birim Kök Testi.....16

1.3.3. Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) Birim Kök Testi.....17

1.3.4. ADF-GLS (Generalized Least Squares) Birim Kök Testi.....17

1.3.5.Phillips-Perron Birim Kök Testi.....18

1.3.6.KPSS Durağanlık Testi 19

1.3.7.Ng-Perron Birim Kök Testi 20

1.4. Yapısal Kırılmalı Birim Kök Testleri.....22

1.4.1. Perron Birim Kök Testi 22

1.4.2. Zivot-Andrew Birim Kök Testi.....24

1.4.3. Lumsdaine-Papell Birim Kök Testi 25

1.4.4. Lee-Strazicich Birim Kök Testi 26

İKİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİ

2.1. Doğrusal Olmayan Zaman Serisi.....29

2.1.1. Eşiksel Otoregresif Model (TAR) 30

2.1.2. Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Model (STAR) 32

2.1.3. Üssel Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Model (ESTAR 33

2.1.4.Lojistik Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Model (LSTAR).....34

2.2. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri 34

2.2.1. Leybourne, Newbold ve Vougas (LNV) Birim Kök Testi 34

2.2.2. Harvey ve Mills (HM) Birim Kök Testi.....36

2.2.3. Momentum TAR (MTAR) Tipi Birim Kök Testi.....38

2.2.4. Kapetanios, Shin ve Snell (KSS) Birim Kök Testi 39

2.2.5. Sollis (2009) Birim Kök Testi 41

2.2.6. Kruse (2011) Birim Kök Testi.....43

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

SİMÜLASYON ÇALIŞMASI 46

SONUÇ.....69

KAYNAKÇA.....71

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1: Dickey-Fuller Birim Kök Testi (Sabit Terimsiz-Trendsiz).....46

Tablo 2: Dickey-Fuller Birim Kök Testi (Sabit Terimli).....46

Tablo 3: Dickey-Fuller Birim Kök Testi (Sabit Terimli-Trendli) 47

Tablo 4: Dickey-Fuller Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği (Sabit Terimsiz Trendsiz) 47

Tablo 5: Dickey-Fuller Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği (Sabit Terimli) .48

Tablo 6: Dickey-Fuller Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği (Sabit Terimli-Trendli).....49

Tablo 7: Trendden Arındırılmış Kruse Birim Kök Testi 49

Tablo 8: Trendden Arındırılmış Kruse Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği .50

Tablo 9: Trendden Arındırılmış KSS Birim Kök Testi.....51

Tablo 10: Trendden Arındırılmış KSS Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği..51

Tablo 11: Trendden Arındırılmış KSS Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği..52

Tablo 12: Ham Veri ile Sollis Birim Kök Testi 53

Tablo 13: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testi 53

Tablo 14: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testi 54

Tablo 15: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....55

Tablo 16: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....56

Tablo 17: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....57

Tablo 18: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....58

Tablo 19: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....59

Tablo 20: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....60

Tablo 21: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....61

Tablo 22: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği.....62

Tablo 23: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği…….……..63

Tablo 24: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği …….64

Tablo 25: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği…….. .65

Tablo 26: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği…….. 66

KISALTMALAR LİSTESİ

ADF : Genişletilmiş Dickey-Fuller Birim Kök Testi

AIC : Akaike Bigi Kriteri

AR : Otoregresif Süreç

ARIMA : Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama Süreci

ARMA : Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci

BIC : Bayensian Bilgi Kriteri

DF : Dickey-Fuller Birim Kök Testi

DT : Deterministik Trend

ESTAR : Üssel Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Süreç

GLS : Genelleştirilmiş En Küçük Kareler

GSYİH : Gayri Safi Yurtiçi Hasıla

HM : Harvey ve Mills Birim Kök Testi

IID : Bağımsız ve Özdeş Dağılan

KPSS : Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin Birim Kök Testi

KSS : Kapetanois, Shin ve Snell Birim Kök Testi

LM : Lagrange Çarpanı

LNV : Leybourne, Newbold ve Vougas Birim Kök Testi

LSTAR : Lojistik Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Süreç

MA : Hareketli Ortalama Süreci

MTAR : Momentum Eşiksel Otoregresif Model

NLS : Doğrusal Olmayan En Küçük Kareler

OLS : En Küçük Kareler

PP : Phillips-Perron Birim Kök Testi

SIC : Schwarz Bilgi Kriteri

ST : Stokastik Trend

STAR : Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Süreç

TAR : Eşiksel Otoregresif Süreç

GİRİŞ

Doğrusal modellerde zaman içerisinde yapısal kırılmalar olabileceği gibi doğrusal olmayan modellerde de benzer etkilerle dönüm noktaları oluşmaktadır. Oluşan bu dönüm noktalarında ise farklı rejimler ortaya çıkmaktadır. Bu yüzden farklı rejim modellerinin kullanılması gerekmektedir ve modellerin kullanılabilmesi için rejim sayısının tespiti önemli olmaktadır.

Doğrusal olmayan zaman serilerinde ise 1980'lerde büyük bir eğilim meydana gelerek, doğrusal olmayan zaman serileri birçok çalışmada yerini almıştır. Bu çalışmalarda testin gücü test edilmeyip yapılan uygulama sonucunda elde edilen bulgular değerlendirilmiştir. Ancak bu uygulamada hem doğrusal birim kök testi hem de doğrusal olmayan birim kök testi gücü simülasyon yardımı ile sınanmaya çalışılmıştır.

Doğrusal olmayan zaman serileri varyansta doğrusal olmayan ve ortalamada doğrusal olmayan olarak ikiye ayrılmaktadır. Çalışmada ortalamada doğrusal olmayan zaman serileri kullanılarak rejimler arası geçişlerin sert-ani, yumuşak ve olasılıklı olarak ifade edilen modellerine yer verilmektedir.

Birinci bölümde zaman serisi temel kavramları, doğrusal zaman serisi süreçleri, doğrusal birim kök testleri ve yapısal kırılmalı birim kök testleri özellikleri verilmiştir.

İkinci bölümde ise doğrusal olmayan zaman serisi kavramı, doğrusal olmayan zaman serisi süreçleri ve doğrusal olmayan zaman serisi birim kök testleri anlatılmaya çalışılmıştır.

Üçüncü bölümde ise simülasyon çalışması yapılarak birim kök testleri ile doğrusal olmayan birim kök testlerinin gücü analiz edilmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçlarına göre gecikme uzunluğundaki her bir artışın birim kök testlerinin gücünde ciddi boyutta bozulmalara neden olduğu gözlemlenmiştir.

Uygulamada simülasyon yardımı ile hem doğrusal birim kök testi hem de doğrusal olmayan birim kök testlerinin gücü analiz edilmeye çalışılmıştır. 1'den 12'ye kadar gecikme uzunluğu atanarak 100 ve 250 gözlem için 0.9 ve 0.5 otokorelasyon katsayı ile WinRATS pogramında simülasyon çalışması yapılmıştır. Her uygulanan analiz sonucunda testlerin gücünde azalış gözlemlenmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİSİ TEMEL KAVRAMLARI VE DOĞRUSAL ZAMAN SERİLERİ

Doğrusal Zaman Serileri ekonometride birçok araştırmada sıklıkla kullanılmaktadır. Bu bölümde zaman serisi temel kavramları ile doğrusal zaman serisinin tanımı yapılarak doğrusal zaman serisi modellerine değinilecektir.

1.1. Zaman Serisi Analizi

Zaman serisi analizi tek bir birim için (kişi, firma, ülke) çoklu zaman dönemlerinde toplanan verilerden oluşmaktadır[1]. Bu veriler (hisse senedi fiyatları, hava raporları gibi) günlük, (para arzı rakamları gibi) haftalık, (işsizlik oranı, Tüketici Fiyat İndeksi gibi) aylık, (Gayri Safi Yurtiçi Hasıla/GSYİH gibi) üç aylık, (hükümet bütçeleri gibi) yıllık, (İmalat Sanayi Anketleri gibi) beş yıllık, (nüfus sayımları gibi) on yıllık aralıklarla düzenli olarak toplanabilmektedir[2].

1.1.1. Mevsimsellik

İktisadi zaman serileri mevsimsellik sergileyebilmektedir. Özellikle haftalık, aylık, üçer aylık vb. gözlenen iktisadi zaman serilerinin mevsimsel davranışlar altında olabileceği bilinmektedir. Tarım, inşaat ve turizm sektörleri hava durumundan kaynaklanan belirgin mevsimsel davranışlara sahip olmaktadır. Benzer şekilde Şükran Günü-Noel Tatili perakende ticaret üzerinde belirgin bir etkiye neden olmaktadır ve bu durum mevsimsel hareketleri oluşturmaktadır. Aslında bir serinin mevsimsel değişimi toplam varyansın büyüklüğünden kaynaklanabilmektedir. Mevsimsel

[1] James H. Stock ve Mark W. Watson **Ekonometriye Giriş**, Çev. Bedriye Saraçoğlu, Ankara, Efil Yayınevi, 2011, s.11.
[2] Damodar N. Gujarati ve Dawn C. Porter, **Temel Ekonometri** , Çev. Ümit Şenesen ve Gülay G. Şenesen, 5. bs., İstanbul, Literatür Yayıncılık, 2012, s.22.

hareketleri dikkate almadan yapılan tahminler varyansın büyümesine sebep olmaktadır[3].

Mevsimsel etki altında olan bir zaman serisi ile analiz yapılırken izlenen yol serideki mevsimselliğin arındırılmasıdır. Bunu sebebi; mevsimselliğin her değişken üzerinde aynı hareketliliği göstermemesidir.

Ekonomik zaman serilerindeki mevsimsel dalgalanmalar, ampirik bir çerçevede üç farklı durum tarafından incelenebilmektedir. İlk olarak, mevsimsellik deterministik özelliklere sahip olabilmektedir ve bu durumda kukla değişkenler modele dahil edilmektedir. İkinci durum, mevsimsellik durağan stokastik süreçleri ve üçüncü durumda da mevsimsel birim köklerine bağlı olarak durağan olmayan stokastik süreçleri izleyebilmektedir[4].

1.1.2. Trend

Bir değişkenin zaman içinde süregelen uzun dönem hareketine *"trend"* denilmektedir. Zaman serisi verilerinde iki çeşit trend görülmektedir. "*Deterministik trend"* zamanın rassal olmayan fonksiyonu olmaktadır. *"Stokastik trend"* ise rassaldır ve zaman içinde değişmektedir[5]. Ekonomi karmaşık bir konu olduğundan verilerde daima bir yükselme ya da düşüş beklenilmemektedir. Çünkü; ekonomiyi etkileyen birçok etken vardır. Bu sebeple zaman serilerinde stokastik trende odaklanılmaktadır. Deterministik Trend (DT) ve Stokastik Trend (ST) basit bir biçimde aşağıda verilmektedir.

$$Deterministik\ Trend\ (DT):\ y_t = \mu + \beta_t + \varepsilon_t$$
$$Stokastik\ Trend\ (ST):\ y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.1)$$

Burada ; $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ ile beyaz gürültü süreci ifade edilmektedir. Stokastik trend aynı zamanda bir kayan rassal yürüyüş sürecidir. Stokastik trend y_t'deki durağan dışılığı zaman serisinin birinci farkı alınarak ortadan kaldırdığı için fark-durağan süreç olarak adlandırılmaktadır. Deterministik trend ise y_t'deki durağan-dışılığı zaman

[3] Walter Enders, **Applied Econometrics Time Series,** 4. bs., John Wiley & Sons, 2015, s.96.
[4] Aycan Hepsağ, Özlem Göktaş, "Do Stock Returns Lead Real Economic Activity? Evidence From Seasonal Cointegration Analysis", Economics Bulletin, C:31, No:3, 2011, s. 2119.
[5] Stock, Watson, **a.g.e**., s.560-561.

serisinden $(\mu + \beta_t)$ trendi arındırılarak ortadan kaldırdığından trend-durağan süreç olarak adlandırılmaktadır[6]. Hem deterministik trendi hem de stokastik trendi Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama $ARIMA(0,1,1)$ modeli ile daha detaylı ifade edebilmek için ,

$\Delta y_t = \beta + \varepsilon_t + \gamma\varepsilon_{t-1}$ $\quad \varepsilon_t\ (IID)$/ (Bağımsız ve Özdeş dağılan)

$y_0 = \varepsilon_0 = 0$ ise, y_t aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$y_t = \beta + y_{t-1} + \varepsilon_t + \gamma\varepsilon_{t-1}$

$$= \beta + (\beta + y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \gamma\varepsilon_{t-2}) + \varepsilon_t + \gamma\varepsilon_{t-1} = \beta t + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i + \gamma \sum_{j=1}^{t-1} \varepsilon_j$$

$= \beta t + (1+\gamma)\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i - \gamma\varepsilon_t$, buradan

$DT_t = \beta t$

$ST_t = (1+\gamma)\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$

$C_t = -\gamma\varepsilon_t$ (1.2)

y_t tekrar yazılırsa; $y_t = DT_t + Z_t = DT_t + ST_t + C_t$; bu denkleme göre Z_t , y_t'nin gürültü fonksiyonu veya stokastik bileşeni olmaktadır. Gürültü fonksiyonu Z_t, stokastik trend ST_t ile periyodik bileşen C_t ' nin toplamından oluşmaktadır. Periyodik bileşen C_t 'nin ortalama-sıfır durağan olduğu varsayılmaktadır. Stokastik trend ST_t , y_t üzerinde kalıcı etkisi olan tüm rastgele şokları $(\varepsilon_1 \, ve \, \varepsilon_t)$ içermektedir. y_t modelinde $DT_t + ST_t$'nin yerine y_t^p yazılarak, y_t yeniden ifade edilirse; $y_t = y_t^p + C_t$ biçiminde olmaktadır. y_t'nin rassal bir yürüyüş süreci olduğu aşağıda gösterilmektedir[7].

$y_t^p = \beta t + (1+\gamma)\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$

$= \beta + \beta(t-1) + (1+\gamma)\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i + (1+\gamma)\varepsilon_t$

$= \beta + y_{t-1}^p + (1+\gamma)\varepsilon_t$ (1.3)

1.1.3.Stokastik (Olasılıklı) Süreçler

Stokastik (olasılıklı) süreç, rassal değişkenlerin zamanla değişimini tanımlamak için kullanılan istatistiksel bir terimdir[8]. Y adı verilen rassal bir değişken sürekli bir

---

[6] Walter Enders, **a.g.e.,** s.181-183.

[7] G.S. Maddala, In-Moo Kim, **Unit Roots Cointegration and Structural Change,** Cambridge University Press, 1998, s. 29-30.

[8] Bass Richard F., **Stochastic Processes,** Cambridge University Press, 2011, s.1 ; aktaran Nilgün Çil, **Finansal Ekonometri,** 2.bs., İstanbul, Der Yayınları, 2015, s. 69.

değişken ise $Y(t)$ ile kesikli bir değişken ise Y_t şeklinde gösterilmektedir. $Y(t)$ (sürekli rassal değişken)'ye bir örnek, elektrokardiyogramın kaydedilmesi verilebilmektedir. Kesikli rassal değişken Y_t' ye ise işsizlik, para arzı, hisse senedi kapanış fiyatları, vb. örnekleri verilebilmektedir[9].

1.1.4. Durağan Stokastik Süreçler

Zaman serisi analizinin temeli durağanlıktır[10]. Ortalaması ve varyansı zaman içinde değişmeyen ve iki dönem arasındaki ortak varyansı ve bu ortak varyansın hesaplandığı döneme değil de yalnızca iki dönem arasındaki uzaklığa ya da açıklığa yahut gecikmeye bağlı olan olasılıklı bir süreç için durağandır denilmektedir. Böyle olasılıklı süreç "zayıf durağanlık" adını almaktadır. Zayıf durağanlığı açıklamak için Y_t, aşağıda verilen koşulları sağlamaktadır.

- $E(Y_t) = \mu$
- $var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma_y^2 \qquad t = 1, \dots, T$
- $\gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \qquad k > 0$,

(1.4)

Burada μ zaman serisinin ortalamasını, σ_y^2 ise varyansını göstermektedir. Zayıf durağanlık stokastik süreç, sadece iki momentin (ortalama ve varyans) zamandan bağımsız olduğunu ifade etmektedir[11]. Bir zaman serisi Y_t'nin olasılık dağılımı zamana bağlı değişmiyorsa yani $(Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots, Y_{t+k})$'nın birleşik dağılımı t'ye bağlı değilse bu seri durağan olmaktadır[12]. Başka bir deyişle ortalama, varyans ve ortak varyans (kovaryans) zaman içinde değişmiyorsa o zaman seri tam durağan olmaktadır[13].

1.1.4.1. Temiz Dizi – Beyaz Gürültü Süreci (White Noise)

Durağan stokastik süreçlerin temel yapı taşı temiz dizi süreci olmaktadır. Bir olasılıklı süreçte, ortalama (μ) sıfır, varyans (σ^2) sabit ve ardışık olarak ilişkisiz (kovaryansları sıfır) ise hata terimi (ε_t) dizisi temiz dizi sürecini (beyaz gürültü süreci) ifade etmektedir . Her zaman periyodu (t) için (ε_t) temiz dizi süreci;

---

[9] Maddala, Kim, **a.g.e.,** s.8.
[10] Ruey S. Tsay, **Analysis Of Financial Time Series,** John Wiley and Sons, 2002, s.23.
[11] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s.740-741.
[12] Stock, Watson, **a.g.e**., s.550.
[13] Gujarati, Porter, **a.g.e., s.** 740-741.

- $E(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_{t-1}) = \cdots = 0$
- $var(\varepsilon_t) = var((\varepsilon_{t-1}) = \cdots = \sigma^2$
- $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = cov(\varepsilon_{t-j}, \varepsilon_{t-j-s}) = 0$ (1.5)

tüm j ve s ' ler için[14] $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ biçiminde gösterilmektedir. Yani, sıfır ortalama ve sabit varyansla bağımsız, özdeş ve normal dağılmaktadır. Böyle bir sürece "*Gauss Beyaz Gürültü Süreci* " denilmektedir[15].

1.1.5. Durağan Olmayan Stokastik Süreçler

Zaman serisi yukarıda ifade edilen durağan stokastik sürecin koşullarından birini ya da birkaçını sağlamıyorsa yani ya ortalaması ya varyansı ya da ikisi birden zamanla değişiyorsa bu şekilde ortaya çıkan sürece "*durağan olmayan stokastik süreç*"denilmektedir[16].

1.1.5.1. Rassal Yürüyüş Süreci

Stokastik zaman serilerinin ilk (ve en basit) örneği "*rassal yürüyüş süreci*" olmaktadır[17]. İki tür rassal yürüyüş süreci temel alınmaktadır: (1) Pür rassal yürüyüş süreci (sabit terimsiz), (2) Kayan rassal yürüyüş süreci (sabit terimli)[18].

1.1.5.1.1. Pür Rassal Yürüyüş Süreci

Pür rassal yürüyüş süreci temel fikri, serinin yarınki değerinin bugünkü değeri ile kestirilemeyen değişimin toplamından oluşmaktadır[19]. Y_t'nin pür rassal yürüyüş modeli;

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.6)$$

burada ε_t, $IID(0, \sigma^2)$'dir, yani *temiz-dizi / beyaz gürültü* süreci olarak ifade edilmektedir. Y_t'nin $t-1$ zamanı boyunca mevcut olan verilerine dayanarak bulunan koşullu ortalaması Y_{t-1} olmaktadır.

---

[14] Walter Enders, **a.g.e.,** s.49.
[15] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s. 740-741.
[16] **A.e.**
[17] Robert S. Pindyck, Daniel L. Rubinfeld, **Econometrics Models and Economic Forecast,** 4. bs., 1997, s.441.
[18] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s.742.
[19] Stock, Watson, **a.g.e**., s. 561-562.

Y_t 'nin ortalaması;

$Y_1 = Y_0 + \varepsilon_1$

$Y_2 = Y_1 + \varepsilon_2 = Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

$Y_3 = Y_2 + \varepsilon_3 = Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$

Süreç Y_0 değeri ile başlamışsa, aşağıda verilen süreç elde edilmektedir.

$$Y_t = Y_0 + \sum \varepsilon_t \qquad (1.7)$$

Dolayısıyla, $E(Y_t) = E(Y_0 + \sum \varepsilon_t) = Y_0$, Y_t 'nin beklenen değeri sabit terime eşit olmaktadır[20]. Yapılan açıklamalar bize pür rassal yürüyüş modelinin ortalamasının sabit olduğunu göstermektedir.

Y_t 'nin varyansı;

$$var(Y_t) = E(Y_t - (E(Y_t))^2 \qquad (1.8)$$

$var(Y_t) = var(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \cdots + \varepsilon_T) = t\sigma^2$ şeklinde gösterilmektedir. Eşitlikte ifade edildiği gibi pür rassal yürüyüş modelinin varyansı zamana bağlı olarak değişmektedir[21]. Yukarıdaki eşitliklere göre, Y_t 'nin ortalaması sabit olmaktadır ama varyansı zamana (t) göre değişmektedir, yani durağanlık koşulunun çiğnenmesiyle pür rassal yürüyüş süreci durağan olmayan bir stokastik süreç olmaktadır.

1.1.5.1.2. Kayan Rassal Yürüyüş Süreci

Kayan rassal yürüyüş modeli;

$$Y_t = \mu + Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.9)$$

Pür rassal yürüyüş modeline sabit terimin (μ) eklenmesi ile oluşan ve sabit terimin artı ya da eksi değer almasına bağlı olarak Y_t'nin yukarı ya da aşağı doğru bir kayma eğilimi gösteren sürece "*Kayan Rassal Yürüyüş Süreci*"denilmektedir[22].

$t = 1\ ise; Y_1 = \mu + Y_0 + \varepsilon_1$

$t = 2\ ise; Y_2 = \mu + Y_1 + \varepsilon_2 = \mu + (\mu + Y_0 + \varepsilon_1) + \varepsilon_2$

$t = 3\ ise; Y_3 = \mu + Y_2 + \varepsilon_3 = \mu + (\mu + \mu + Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \varepsilon_3$

$\vdots$

$Y_t = t\mu + Y_0 + \sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t$ burada Y_0 başlangıç değerini ve süreç genel olarak bu şekilde ifade edilmektedir.

---

[20] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s.742.
[21] Walter Enders, **a.g.e.,** s.184.
[22] Stock, Watson, **a.g.e**., s.562.

Yukarıda elde edilen formüle göre her iki tarafın beklenen değeri alınırsa sürecin ortalaması elde edilmektedir:

$E(Y_t) = t\mu + Y_0$ bu eşitlik ile Y_t 'nin ortalamasının zamana göre değiştiği görülmektedir. Yani Y_t 'nin ortalaması zamana göre μ kadar değişmektedir.

Y_t 'nin varyansı ise; $var(Y_t) = t\sigma^2$ şeklinde olmaktadır[23]. Kayan rassal yürüyüş sürecinin hem ortalaması hem de varyansı zamana göre değişmektedir[24].

1.1.6. Birim Kök Süreci

Rassal Yürüyüş Modeli ,

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad , \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \qquad (1.10)$$

$-1 \leq \rho \leq 1$

biçiminde ifade edildiğinde eğer $\rho = 1$ ise sabit terimsiz bir Rassal Yürüyüş Modeli olmaktadır. Eğer ρ gerçekten 1 ise birim kök sorunu yani durağan olmama durumu ile karşı karşıya kalınmaktadır. $\rho = 1$ ise $Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t$ olmaktadır. Gecikme işlemcisi L ile $LY_t = Y_{t-1}$, $L^2Y_t = Y_{t-2}$ olmaktadır. Böylelikle;

$Y_t - LY_t = \varepsilon_t$, $(1 - L)Y_t = \varepsilon_t$ şeklinde ifade edilebilmektedir. $(1 - L) = 0$ ise $L = 1$ bulunmaktadır, işte birim kök adı buradan gelmektedir.

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$= (\rho - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Burada $\delta = (\rho - 1)$, Δ ise bilinen birinci fark işlemcisidir. Öyleyse $\delta = 0$'da birim köklüdür yani seri durağan olmamaktadır[25].

1.2. Doğrusal Zaman Serisi Süreçleri

Doğrusallık, Y'nin koşullu beklenen değerinin X_i'nin, $E(Y / X_i) = \beta_1 + \beta_2 X_i$ eşitliğindeki gibi doğrusal bir fonksiyonudur ve aynı zamanda değişkenlerde doğrusal olmaktadır.

$E(Y / X_i) = \beta_1 + \beta_2 X_i^2$, eşitliği ise katsayılarda doğrusallığı ifade etmektedir[26].

y_t doğrusal bir zaman serisi;

---

[23] Walter Enders, **a.g.e.,** s.186-187.
[24] Nilgün Çil, **Finansal Ekonometri,** 2.bs., İstanbul, Der Yayınları, 2015, s.86.
[25] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s.744-745.
[26] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s.38.

$$y_t = \mu + \varepsilon_{t-1} + \psi_1\varepsilon_{t-1} + \psi_2\varepsilon_{t-2} + \cdots + \psi_q\varepsilon_{t-q} = \mu + \sum_{i=0}^{\infty}\psi_i\varepsilon_{t-i} \qquad (1.11)$$

burada μ , y_t'nin ortalamasıdır. ε_t hata terimi olup ortalaması sıfır, varyansı sabit yani temiz dizi (white noise/ IID) süreci olmaktadır. Hata terimi ε_t , sistemi tahrik eden bir dizi şok olarak kabul edilmektedir[27].

$E(\varepsilon_t) = 0 \quad , \quad var(\varepsilon_t) = \sigma^2$

Doğrusal zaman serisi için y_t'nin dinamik yapısı, zaman serisi literatüründe y_t'nin ağırlıklı olarak adlandırılan katsayıları ψ_j tarafından yönetilmektedir.

Eğer y_t zayıf durağan ise, ε_t'nin bağımsızlığı kullanılarak ortalama ve varyansı kolayca elde edilebilmektedir.

$E(y_t) = \mu \quad , \quad var(y_t) = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{\infty}\psi_i^2$

Burada σ_ε^2 , ε_t'nin varyansı olmaktadır. Ayrıca y_t'nin ℓ-gecikmeli otokovaryansı;

$$\gamma_\ell = Cov(y_t, y_{t-\ell}) = E\left[(\sum_{i=0}^{\infty}\psi_i\varepsilon_{t-i})(\sum_{j=0}^{\infty}\psi_j\varepsilon_{t-\ell-j})\right]$$

$$= E(\sum_{i,j=0}^{\infty}\psi_i\psi_j\varepsilon_{t-i}\varepsilon_{t-\ell-j})$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty}\psi_{j+\ell}\psi_j E\left(\varepsilon_{t-\ell-j}^2\right) = \sigma_\varepsilon^2\sum_{j=0}^{\infty}\psi_j\,\psi_{j+\ell} \qquad (1.12)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Sonuç olarak, ψ ağılıkları y_t'nin otokorelasyonları ile ilgilidir. Şöyle ki;

$$\rho_\ell = \frac{\gamma_\ell}{\gamma_0} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty}\psi_i\psi_{i+\ell}}{1+\sum_{i=1}^{\infty}\psi_i^2} \quad , \quad \ell \geq 0 \quad , \qquad (1.13)$$

burada $\psi_0 = 1$ olmaktadır.

Doğrusal zaman serisi modelleri y_t'nin ψ ağırlıklarını tanımlamak için kullanılan ekonometrik ve istatistiksel modeller ifade etmektedir[28]. Bu bilgiler doğrultusunda Doğrusal Zaman Serisi süreçleri açıklanacaktır.

---

[27] George E. P. Box, Gwilym M. Jenkins, **Time Series Analysis: Forecasting and Control,** California, Holden-Day, 1976, s.46.

[28] Tsay, **a.g.e.**, s.28.

1.2.1.Otoregresif (AR) Süreçler

AR(1) olarak gösterilen Birinci Dereceden Otoregresif model denklemi aşağıda verilmektedir**.**

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.14)$$

Bu model y_t'nin bağımlı değişken ve y_{t-1}'in açıklayıcı değişken olduğu iyi bilinen basit doğrusal regresyon modeli olarak ifade edilmektedir[29]. Burada ϕ_0 parametresi sabit; ϕ_1 ise -1 ile +1 arasında değer aldığı varsayılan bilinmeyen parametre[30] ve ε_t (hata terimi) ortalaması sıfır ve sabit varyansa sahip bir beyaz gürültü süreci (IID) olmaktadır. Yukarıda yer verilen model zaman serisi literatüründe birinci dereceden otoregresif süreç veya AR(1) olarak adlandırılmaktadır[31].

AR(1) modelinde y_{t-1} geçmiş dönem koşulu anlamına gelmektedir. AR(1) modelinin ortalama ve varyansı[32] aşağıda verilmektedir;

$|\phi_1| < 1$ ise, AR(1) sürecinin koşulsuz ortalaması ,

$$E(y_t) = \frac{\phi_0}{1-\phi_1} = \mu \qquad (1.15)$$

Varyansı,

$$E(y_t - \mu)^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi_1^2} = \gamma_0 \qquad (1.16)$$

AR(1) sürecinde, ϕ_1 parametresi $-1 < |\phi_1| < 1$ koşulu ile durağan olmaktadır[33].

p'inci Dereceden Otoregresif Modeller (AR(p) süreçleri) ise, y_t'yi p kadar gecikmeli değerin doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade etmektedir.

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (1.17)$$

Burada $E(\varepsilon_t / y_{t-1}, y_{t-2}, \dots,) = 0$'dır. p gecikme sayısı, otoregresyonun derecesi ya da gecikme uzunluğu olarak adlandırılmaktadır[34].

---

[29] **A.e.,** s.28-29.
[30] Mustafa Sevüktekin, Mehmet Çınar, **Ekonometrik Zaman Serileri Analizi: Eviews Uygulamalı,** 5.bs., Bursa, Dora Basım-Yayın Dağıtım, 2017, s.148-149.
[31] James D. Hamilton, **Time Series Analysis,** New Jersey, Princeston University Press, 1994, s.53-56.
[32] Tsay, **a.g.e.**, s.29-30.
[33] Box, Jenkins, **a.g.e.,** s.56.
[34] Stock, Watson, **a.g.e**., s.544.

AR(p) modelinin ortalaması;

$$E(y_t) = \frac{\phi_0}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p} = \mu \tag{1.18}$$

şeklinde ifade edilmektedir. AR(p) modelinin durağan olabilmesi için,

$$\phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_p < 1 \tag{1.19}$$

koşulunun sağlanması gerekmektedir[35].

Varyansı ise;

$$\gamma_0 = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_2 + \cdots + \phi_p\gamma_p + \sigma^2 \tag{1.20}$$

ile gösterilmektedir[36].

1.2.2.Hareketli Ortalama (MA(q)) Süreçleri

AR(p) modelinde bir ekonomik değişkenin gözlemlenen değeri, kendi geçmiş değerleri ve rassal kalıntı değeri ile ilişkili olmaktadır. AR(p) modeli ile ifade edilen yapıdaki ilişkilere ekonomide sıkça rastlanılmaktadır. Bununla birlikte, *hareketli ortalama süreci* olarak adlandırılan, başka zaman serisi yapısına yol açan birçok ekonomik hipotez mevcut olmaktadır. Örneğin; borsadaki bir çalışmada, bir günden diğer bir güne bir hisse fiyatındaki değişimin ortalaması sıfır, varyansı sabit bir dizi ilişkisiz, rassal değişkenler gibi davranıldığı bulunmaktadır. t gününde bir hisse senedinin fiyatı P_t ise, bir günden diğerine fiyattaki değişiklik

$$y_t = P_t - P_{t-1} = \varepsilon_t \qquad t = 1, \dots, T, \tag{1.21}$$

ile ifade edilmektedir. Burada ε_t , ilişkisiz rassal değişkendir ve hisse senedi fiyatlarına etki edebilecek muhtemel etkileri içermektedir. Bir günde oluşan haberin etkisi o gün piyasada tüm etkisini göstermeyip, sonraki gün etkisini piyasada gösterebilmektedir.

$$y_{t+1} = \varepsilon_{t+1} + \theta_1\varepsilon_t \tag{1.22}$$

[35] Pindyck, Rubinfeld, **a.g.e.,** s.478.
[36] Çil, **a.g.e.**, s.212.

burada ε_{t+1} , $t+1$ gün boyunca alınan yeni bilgilerin etkisini göstermektedir, $\theta_1\varepsilon_t$ ise bir gün önceki haberin devam eden değerlendirmesini yansıtmaktadır. Yukarıda ifade edilen denklem hareketli ortalama sürecini ifade etmektedir[37].

En basit hareketli ortalama süreci Birinci Dereceden hareketli ortalama süreci olmaktadır[38]. Süreç MA(1) ile gösterilmektedir ve y_t için MA(1) süreci denklemi aşağıda verilmektedir.

$$y_t = \phi_0 + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.23)$$

burada ϕ_0 ve θ_1 bilinmeyen parametrelerdir ve ε_t ise beyaz gürültü süreci olmaktadır.

y_t'nin ortalaması;

$$E(y_t) = E(\phi_0 + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1})$$
$$= \phi_0 + E(\varepsilon_t) + \theta_1 . E(\varepsilon_{t-1})$$
$$= \phi_0 = \mu \qquad (1.24)$$

y_t'nin varyansı;

$$E(y_t - \mu)^2 = \gamma_0 = (1+\theta_1^2)\,\sigma^2 \qquad (1.22)$$

$$Cov(y_t, y_{t-2}) = E(\varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2})(\varepsilon_{t-2} + \theta_1\varepsilon_{t-3} + \theta_2\varepsilon_{t-4})$$
$$\gamma_2 = \theta_2\sigma^2$$

'q' Dereceden Hareketli Ortalama Modeli ;

$$y_t = \phi_0 + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q\varepsilon_{t-q} \qquad (1.25)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

MA(q) Süreci ortalaması $E(y_t) = \mu$ olarak ifade edilmektedir[39].

MA(q) Süreci varyansı;

$$var(y_t) = \gamma_0 = \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2) \qquad (1.26)$$

1.2.3.Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (ARMA(p, q))

Birçok durağan rassal süreç hem tamamen otoregresif hem de tamamen hareketli ortalama süreç olarak modellenememektedir. Çünkü, zaman serisi bazı durumlarda her iki sürece de sahip olabilmektedir[40].

ARMA(p, q) süreci ;

---

[37] William E. Griffiths, R. Carter Hill, George G. Judge., **Learning and Practicing Econometrics,** John Wiley and Sons, 1993, s. 654.
[38] Pindyck, Rubinfeld, **a.g.e.,** s.475.
[39] Chris Brooks, **Introductory Econometrics for Finance**, 2. bs., Cambridge University Press, 2008, s.212.
[40] Pindyck, Rubinfeld, **a.g.e.,** s.486.

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1.27)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Bu özel model, genel olarak otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modeli (p, q) olarak adlandırılmaktadır[41].

ARMA(p, q) sürecinin ortalaması;

$$\mu = \frac{\phi_0}{1 - \theta_1 - \cdots - \theta_p}$$

şeklinde yazılmaktadır[42].

ARMA(p, q) süreci için gerekli durağanlık koşulu;

$\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_p < 1$, olmaktadır[43].

En basit Otoregresif hareketli ortalama süreci denklemi aşağıda verilmektedir.

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (1.28)$$

ARMA(1,1) Sürecinin ortalaması;

$$E(y_t) = \mu = \frac{\phi_0}{1 - \phi_1}$$

biçiminde yazılmaktadır ve AR(1) sürecinin ortalaması ile aynıdır.$|\phi_1| < 1$ ise, ARMA(1,1) süreci zayıf durağan olmaktadır[44].

ARMA(1,1) sürecinin varyansı;

$$\gamma_0 = \frac{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1}{1 - \phi_1^2}\sigma_\varepsilon^2$$

biçiminde ifade edilmektedir.

1.2.4.Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (ARIMA(p, d, q)) Süreci

Ampirik zaman serisinin pek çoğu (örneğin, hisse senedi fiyatları) sabit ortalamaları yokmuş gibi davranmaktadır. Buna rağmen, birçok zaman serisi rassal yürüyüş sürecini yansıtmaktadır. Rassal yürüyüş süreci ise durağan olmayan bir süreç olduğundan birçok zaman serisi de durağan olmamaktadır[45]. ARMA modeli durağan

---

[41] James A. Cadzow, "ARMA Modeling of Time Series", **Ieee Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, C:4, No:2, 1982, s.124.
[42] Griffiths, Hill, Judge, **a.g.e.,** s.661.
[43] Pindyck, Rubinfeld, **a.g.e.,** s.486.
[44] **A.e.,** s.487.
[45] Box, Jenkins, **a.g.e.,** s.85.

değil ise y_t serisine fark işlemi uygulanarak, seri durağan hale getirilmektedir. Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama modeli;

$$\varphi(B)y_t = \phi(B)\Delta^d y_t = \theta_0 + \theta(B)\varepsilon_t$$
$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \ldots - \phi_p B^p$$
$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \ldots - \theta_q B^q \quad (1.29)$$

burada, $\phi(B)$ otoregresif operatör olarak adlandırılmaktadır ve durağan olduğu varsayılmaktadır.

$\varphi(B) = \phi(B)\Delta^d$ genelleştirilmiş otoregresif operatör olarak adlandırılmaktadır ve durağan olmadığı ifade edilmektedir.

$\theta(B)$ ise hareketli ortalama operatörü olarak adlandırılmaktadır. $d = 0$ ise ARIMA$(p, 0, q)$ model durağanlığı temsil etmektedir ve bu durum aynı zamanda ARMA(p, q) modelini ifade etmektedir[46].

1.3. Doğrusal Birim Kök Testleri

1.3.1.Mevsimsel Birim Kök Testi

Hylleberg, Engle, Granger and Yoo (HEGY) (1990) çalışmasında, mevsimsel ve mevsimsel olmayan birim köklerin birlikte test edilmesini sağlayan üçer aylık veriler için bir yöntem sunmaktadır. HEGY (1990) testi aşağıdaki modele ve üç aylık y_t serisi verilerinin dönüştürülmesine dayanmaktadır[47].

$$\phi^*(L)y_{4t} = \pi_1 y_{1t-1} + \pi_2 y_{2t-1} + \pi_3 y_{3t-1} + \pi_4 y_{3,t-2} + \sum_{i=1}^{n} \beta_i y_{4,t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$
$$y_{1t} = (1 + L + L^2 + L^3)y_t \quad (2)$$
$$y_{2t} = -(1 - L + L^2 - L^3)y_t \quad (3)$$
$$y_{3t} = -(1 - L^2)y_t \quad (4)$$
$$y_{4t} = -(1 - L^4)y_t \quad (5) \quad (1.30)$$

Yukarıda verilen denklemlerde L gecikme operatörünün durağan ve sonlu olduğu ifade edilmektedir. HEGY (1990) testlerinde sıfır hipotezinde $\pi_1 = 0$ için uzun dönemde mevsimsel olmayan birim kök içerip içermediği , $\pi_2 = 0$ için altı aylık dönemde mevsimsel birim kök içerip içermediği $t - değer$ testleri kullanılarak test

[46] **A.e.,** s.91-92.
[47] Hepsağ, Göktaş, **a.g.e.,** s.2119.

edilmektedir. $\pi_3 = \pi_4 = 0$ için ise yıllık dönemde mevsimsel birim kök içerip içermediği $F - değer$ testleri ile test edilmektedir. Otokorelasyon problemini ve hata terimini beyaz gürültü süreci yapabilmek için denklem (1)'e $y_{4,t-i}$ gecikme değeri eklenmektedir. Mevsimsellikten arındırmak için denklem (1)'e y_{1t} , denklem (2)'ye y_{2t} , denklem (3)'e y_{3t} ve denklem (4)'e y_{4t} dönüşümü uygulanmaktadır[48].

1.3.2. Dickey-Fuller (DF) Birim Kök Testi

Dickey ve Fuller (1979) birim kökü test etmek için $Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t$ $AR(1)$ modelinde $\rho = 1$ hipotezini ve $\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$ modelinde $\delta = 0$ hipotezini tahmin etmektedir[49]. Ancak Y_{t-1} 'in tahmin edilmiş katsayısının sıfır olup olmadığını anlamak için bilindik t dağılımı kullanılmamaktadır. Çünkü ; $\delta = 0$ yani $(\rho = 1)$ önsavı ile Y_{t-1}'in tahmin edilmiş katsayısının t değeri büyük örneklemlerde bile t dağılımına uymamaktadır. Bu yüzden Dickey-Fuller t değerinin τ (tau) istatistiğine uyduğunu göstermektedir, buna "*Dickey-Fuller sınaması"* denilmektedir. Ancak $\delta = 0$ reddedilirse (seri durağan ise) $student - t$ sınaması kullanılmaktadır. Nedeni ise Dickey- Fuller testinin tek yanlı olmasıdır yani $\delta < 0$ ya da $\rho < 1$ biçiminde olmaktadır. Dickey- Fuller üç farklı şekilde tahmin edilmektedir.

Y_t rassal yürüyüş ise;

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.31)$$

Y_t sabit terimli bir rassal yürüyüş ise;

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.32)$$

Y_t trendli bir rassal yürüyüş ise;

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.33)$$

Burada t zaman ya da trend değişkenini ifade etmektedir. Her üç durum için hipotezler aşağıda verilmektedir[50].

Sıfır hipotezi ; $H_0: \delta = 0$ *(seri birim köklüdür, seri durağan değildir)*

Alternatif hipotez ; $H_1: \delta < 0$ *(seri birim köklü değildir, seri durağandır)*

---

[48] **A.e.,** s.2120.

[49] David A. Dickey, Wayne A. Fuller, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root", **Journal of the American Statistical Association**, C:74, No:366, 1979, s.427-431.

[50] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s.754-745.

1.3.3. Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) Birim Kök Testi

Dickey-Fuller birim kök testi uygulanırken, hata terimi ε_t'nin otokorelasyonsuz olduğu ve Y_t zaman serisinin $AR(1)$ modeline uygunluk gösterdiği varsayılmaktadır. Ancak $AR(p)$ sürecini izleyen Y_t zaman serisi $AR(1)$ modeli ile ifade edilirse hata terimleri otokorelasyonlu olmaktadır[51]. Hata terimleri arasındaki otokorelasyonu kaldırmak için Dickey-Fuller (1981), Dickey-Fuller (DF) birim kök testinde ifade edilen üç denkleme bağımlı değişken ΔY_t'nin gecikmeli değerleri eklenerek bu modellere *genişletme* uygulanmaktadır. Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) birim kök testi sınaması aşağıda ifade edilen bağlanımların tahmininden oluşmaktadır.

- $\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$
- $\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$
- $\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$ (1.34)

Burada ε_t temiz-dizi hata terimidir. Dickey-Fuller (DF) birim kök testinde olduğu gibi Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) birim kök testinde de $\delta = 0$ sıfır hipotezi sınanmaktadır[52].

1.3.4. ADF-GLS (Generalized Least Squares) Birim Kök Testi

Elliot, Rothenberg ve Stock (1996) , ADF-GLS Birim Kök Testinin ADF Birim Kök Testine karşı daha güçlü bir test olduğunu ifade etmektedirler. Sınama y_t'nin bir rassal yürüyüş trendine sahip olduğu sıfır hipotezi altında, mümkün bir kaymayla ve y_t'nin bir doğrusal zaman trendi etrafında durağan olduğu alternatif hipotez altında açıklanmaktadır[53]. ADF-GLS Birim Kök Testi için ifade edilen model aşağıda gösterilmektedir.

$$y_t = d_t + u_t \qquad t = 1, \dots, T$$
$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t \qquad t = 1, \dots, T$$
$$d_t = \beta_0 + \beta_1 t \qquad (1.35)$$

[51] Çil, **a.g.e.,** s.298-299.
[52] Gujarati, Porter, **a.g.e.,** s.757. David A. Dickey, Wayne A. Fuller, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root", **Econometrica**, C:49, No:4, 1981, s.1057-1072.
[53] Stock, Watson, **a.g.e**., s.658-660.

burada d_t deterministik kısım daha çok trend olarak ele alınmaktadır ve u_t sıfır ortalamalı hata terimi olmaktadır. ADF-GLS Birim Kök Testi için hipotezler;

$H_0: \alpha = 1$

$H_1: \alpha = \tilde{\alpha} < 1$

$\tilde{\alpha} = 1 + \bar{c}/T$ şeklinde hesaplanmaktadır[54]. ADF-GLS iki aşamada hesaplanmaktadır. İlk aşamada, kesme katsayısı ve trend genelleştirilmiş en küçük kareler (GLS) yöntemi ile tahmin edilmektedir. Modelde kesme katsayısı ve trend varsa $\bar{c} = -13.5$ değerini almaktadır. y_t'nin trendden arındırılmış hali olan
$y_t^d = y_t - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t)$ hesaplanmaktadır. İkinci aşamada ise, ADF sınaması y_t^d' de bir birim otoregresif kökün sınanması için kullanılmaktadır. p gecikme uzunluğu belirlenerek Δy_t^d 'nin y_{t-1}^d ve $\Delta y_{t-1}^d, \dots \Delta y_{t-p}^d$ üzerine regresyonu yapılmaktadır. Alternatif hipotez, y_t'nin bir zaman trendi olmaksızın sıfır olmayan bir ortalama ile durağan ise $\bar{c} = -7.0$ ve $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_0$ olarak hesaplanmaktadır[55].

1.3.5. Phillips-Perron Birim Kök Testi

Dickey-Fuller birim kök testinde hata teriminin sabit varyanslı olduğu ifade edilmektedir. Genişletilmiş Dickey-Fuller birim kök testinde ise bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri bağımsız değişkene eklenerek hata terimindeki otokorelasyon sorunu giderilmektedir.

Phillips-Perron Birim Kök Testi hata terimindeki ardışık ilişkiyi yani otokorelasyonu hesaba katmak için gecikmeli fark değerlerini eklemeden katsayısal olmayan (nonparametrik) istatistik yöntemlerini kullanmaktadır[56]. Phillips-Perron (PP) sınamasının kritik değerleri ile ADF sınamasının kritik değerleri aynıdır.

Phillips-Perron (PP) tarafından geliştirilen birim kök testi Dickey-Fuller'ın hata terimine yeni varsayımlar eklemektedir. Phillips-Perron'a ait regresyon denklemleri aşağıda ifade edilmektedir[57].

---

[54] Graham Elliott, Thomas J. Rothenberg, James H. Stock,"Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root", **Econometrica**, No:130, 1992, s.3-22.
[55] Stock, Watson, **a.g.e.,** s.660.
[56] Gujarati, Porter , **a.g.e.,** s.758.
[57] Peter C. B. Phillips, Pierre Perron,"Testing for Unit Roots in Time Series Regression", **Biometrika,** C:75, No:2, 1988, s.335-346.

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha} y_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t \ ,$$

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}\left(t - \frac{1}{2}T\right) + \tilde{\alpha} y_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t \ , \qquad (1.36)$$

burada ε_t temiz-dizi sürecini ve T ise gözlem sayısını göstermektedir. Hata teriminin beklenen değeri sıfır ($E(\varepsilon_t) = 0$) varsayılmakta ve hata terimleri homoskedastik olma zorunluluğu gerektirmemektedir. Phillips-Perron (PP) $\hat{\mu}$ ve $\hat{\alpha}$ katsayıları ile ilgili hipotezleri sınamak için test istatistikleri üretmişlerdir[58]. Dickey-Fuller birim kök testlerinde bir modelin testi için τ_τ kullanılmakta ve Phillips-Perron testinde ise Z_α olarak ifade edilmektedir[59].

- $Z(t_{\hat{\alpha}})$: $\hat{\alpha} = 1$
- $Z(t_{\tilde{\alpha}})$: $\tilde{\alpha} = 1$
- $Z(t_{\tilde{\beta}})$: $\tilde{\beta} = 1$
- $Z(\phi_3)$: $\tilde{\alpha} = 1 \ ve \ \tilde{\beta} = 1$

hipotezlerini test etmek için kullanılmaktadır[60].

1.3.6.KPSS Durağanlık Testi

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin (KPSS) testi diğer birim kök testleri gibi durağanlığı test etmektedir. Ancak klasik birim kök testlerinin sıfır hipotezini birim köklü kabul edip güçlü bir kanıta ulaştıramadığı bu yüzden sıfır hipotezinin birim köklü olmadığını yani durağan olduğunu ifade ederek DF ve ADF hipotezlerine göre ters hipotezi tercih etmektedir. KPSS, birim köklü alternatif hipotezine karşı durağan sıfır hipotezini test etmektedir. Gözlenebilir bir serinin deterministik bir trend etrafında durağan olduğuna dair sıfır hipotezi için bir test önerilmektedir..

KPSS, hata teriminin beyaz gürültü süreci olduğu varsayımının birçok uygulamada güvenli olmadığını, çünkü sıfır hipotezi altında değişkenin trendden sapmalara bağlı olarak bağımsız ve özdeş bir dağılıma (IID) sahip olması anlamına geldiğini göstermektedir. Bu yüzden istatistiğin asimptotik dağılımının genel şartlar altında durağan hatada türeterek, Phillips (1987) ile Phillips ve Perron (1988)

---

[58] Çil, **a.g.e.,** s.304.
[59] Sevüktekin, Çınar, **a.g.e.,** s.379.
[60] Phillips, Perron, **a.g.e.,** s.342. Çil, **a.g.e.,** s.305.

çalışmasından yararlanarak ilerlemişlerdir. LM istatistiğinin asimptotik olarak geçerli olan değiştirilmiş bir versiyonu önerilmektedir.

Serileri deterministik trendin, rassal yürüyüş ve durağan bir hatanın toplamına ayrılabileceği varsayılmaktadır.

$$y_t = \xi_t + r_t + u_t \tag{1.37}$$

burada r_t, modelin rassal yürüyüşü

$$r_t = r_{t-1} + u_t\,, \tag{1.38}$$

ξ_t deteministik trend ve $u_t \sim IID(0, \sigma_u^2)$ olmaktadır. Trend durağan sıfır hipotezi, rassal yürüyüşün varyansına eşit olduğu hipotezine karşılık gelmektedir. Durağanlık hipotezi $H_0: \sigma_u^2 = 0$ olarak gösterilmektedir. e_t'nin durağan olduğu varsayıldığından sıfır hipotezi altında y_t trend-durağan olmaktadır. Sıfır hipotezini test etmek için kullanılan KPSS test istatistiği aşağıda ifade edilmektedir.

$$\hat{\eta}_\mu = \frac{\eta_\mu}{S^2(l)} = T^{-2} \sum_{t=1}^{T} S_t^2 \,/ s^2(l) \tag{1.39}$$

$S_t = \sum_{i=1}^{t} e_i \quad ; \quad t = 1,2, \ldots . T$

$LM = \sum_{t=1}^{T} S_t^2 \,/\, \hat{\sigma}_\varepsilon^2$ olarak hesaplanmaktadır[61].

1.3.7. Ng-Perron Birim Kök Testi

Phillips-Perron (PP) birim kök testinde serilerde negatif hareketli ortalama hataları olduğunda, hata teriminde büyük oranda boyut bozulmaları gerçekleşmektedir. Dickey-Fuller testinin boyutu daha doğru olsa da bu sorun göz ardı edilememektedir[62]. Ng-Perron (2001)'e göre, birim kökün varlığının ya da yokluğunun önemli etkileri olsa da çoğu araştırmacı bu tür testlerden elde edilen sonuçlara şüphe ile yaklaşmaktadır. Bu testler iki sorun ile karşı karşıya kalmaktadır. Birincisi, otoregresif polinomun kökü bire yakın ancak birin altında değer aldığında birçok test düşük güce sahip olmaktadır. İkincisi, testlerin çoğunluğu negatif hareketli ortalama polinomunun büyük bir negatif kökü (-1'e yaklaştığında) olduğu zaman hata teriminde ciddi boyutta çarpıklıklara neden olmaktadır. Birim kökün uygulanması çoğu zaman otoregresif gecikmenin seçilmesini gerektirmektedir. Schwarz Bilgi Kriteri (SIC), Bayesian Bilgi Kriteri (BIC) ve Akaike Bigi Kriteri (AIC) birim kök testlerinin iyi

[61] Denis Kwiatkowski, v.d.,"Testing the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root", **Journal of Econometrics,** No:54, 1992, s.159-178.

[62] Pierre Perron, Serena NG.,"Useful Modifications to some Unit Root Tests with Dependent Errors and their Local Asymptotic Properties", **Review of Economic Studies,** No:63, 1996, s.435-463.

boyutlara sahip olması için genellikle çok küçük olan k-gecikme değerlerini seçme eğiliminde olmaktadır. Ng-Perron testi hem bilgi kriterlerini hem de PP testini değiştirerek literatürdeki diğer birim kök testlerinden daha büyük boyut bozulmalarına karşı çok daha güçlü bir sonuç elde etmektedir[63].

PP testlerindeki Z_α ve Z_t olarak adlandırılan istatistikler genellikle zayıf bağımlı hataların dikkate alındığı durumlarda kullanılmaktadır. Ng- Perron , Z_α ve Z_t testlerini değiştirerek MZ_α ve MZ_t olarak ifade etmektedir.

$$MZ_\alpha = Z_\alpha + (T/2)(\hat{\alpha} - 1)^2 \qquad (1.40)$$

Burada MZ_α, Z_α'nın değiştirilmiş bir versiyonu olmaktadır. $(T/2)(\hat{\alpha} - 1)^2$ terimi değişiklik (modifikasyon) faktörü olarak ifade edilmektedir. Standart varsayımlar altında $\hat{\alpha}$'nın T hızında bir değere yakınsaması , MZ_α ve Z_α'nın asimptotik olarak eşdeğer olduğunu göstermektedir. Z_α ve MZ_α'nın kritik değerleri aynıdır. MSB testi, Bhargava (1986) testinin değiştirilmiş versiyonu olmaktadır. MSB testi için test istatistiği aşağıda verilmektedir.

$$MSB = (T^{-2} \sum_{t=1}^{T} y_{t-1}^2 / s^2)^{1/2} \qquad (1.41)$$

MSB test istatistiğinde sıfır hipotezi birim köklü olmaktadır ve alternatif hipotez altında ise test istatistiği sıfıra yaklaşmaktadır. MSB testi ile PP testi arasındaki ilişki, aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

$$Z_t = MSB.Z_\alpha \qquad (1.42)$$

Bu değiştirilmiş PP-testinin, $MZ_t = MSB.MZ_\alpha$ ilişkisinden tanımlanabileceğini aşağıda ifade etmektedir[64].

$$MZ_t = Z_t + (1/2)(\sum_{t=1}^{T} y_{t-1}^2/s^2)^{1/2} \quad (\hat{\alpha} - 1)^2 \qquad (1.43)$$

Son olarak Ng-Perron, ADF-GLS testlerini değiştirerek aşağıda gösterilen MP_t test istatistiğini ifade etmektedir.

---

[63] Serena NG, Pierre Perron, "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power", **Econometrica,** C:69, No:6, 2001, s.1519-1554.

[64] Pierre Perron, Serena NG, **a.y.,** s.435-463.

$$MP_t = \left[c^{-2}T^{-2} \sum_{t=1}^{T} \widetilde{y_{t-1}^2} - \bar{c}\, T^{-1} \widetilde{y_{t-1}^2} \right] / s_{AR}^2 \tag{1.44}$$

Seri kesme ve trend alıyorsa MP_t test istatistiği aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$MP_t = \left[c^{-2}T^{-2} \sum_{t=1}^{T} \tilde{y}_{t-1}^2 + (1 - \bar{c}\,)T^{-1} \tilde{y}_{t-1}^2 \right] / s_{AR}^2 \tag{1.45}$$

Ng-Perron testinin bilgi kriterlerinin değiştirilmiş şekli aşağıda gösterilmektedir[65].

$$IC(k) = In(\hat{\sigma}_k^2) + (k + p + 1)C_T(T - k_{max}) \tag{1.46}$$

1.4. Yapısal Kırılmalı Birim Kök Testleri

Ekonomide yapısal kırılma, öngörülemeyen ani değişimlerin zaman serileri üzerinde durağan olmamasına neden olmaktadır. Yapısal kırılmalı birim kök testlerinden bazıları aşağıda ele alınmaktadır.

1.4.1. Perron Birim Kök Testi

Perron (1989) çalışmasında deterministik trendde bir kırılma olabileceğini varsayarak diğer birim kök testlerinin yanıltıcı sonuçlara yol açacağını iddia etmektedir[66]. Nelson ve Plosser (1982) çalışmasında, makroekonomik teoriler üzerinde rassal şokların etkisinin kalıcı olduğunu ve dalgalanmaların geçici olmadığını ileri sürmektedir. Ancak Perron (1989) makroekonomik zaman serilerinin çoğunun birim kökün varlığı ile karakterize olmadığını ve dalgalanmaların geçici olduğunu ifade etmektedir. Sadece iki olayın yani 1929'daki Büyük krizin ve 1973'teki Petrol fiyatı şokun, çeşitli makroekonomik değişkenler üzerinde kalıcı bir etkisi olduğunu ileri sürmektedir. Perron, Dickey-Fuller birim kök testine dışsal olarak belirlenen kırılma zamanını gölge değişken olarak dahil ederek yapısal kırılmayı test etmektedir[67]. Perron (1989), meydana gelen tek kırılma için sıfır hipotezi altında üç farklı model göz önünde bulundurmaktadır. İlki seri düzeyinde bir kırılma, ikincisi

[65] Serena NG, Pierre Perron, **a.y.,** s.1519-1554.
[66] G.S. Maddala, In-Moo Kim, **a.g.e.,** s. 389.
[67] Walter Enders, **a.g.e.,** s.229-230.

zaman serisinin büyüme oranında dışsal bir değişim ve üçüncüsü her ikisine de izin veren modeli ifade etmektedir[68].

$$Model\ A$$
$$y_t = \mu + y_{t-1} + dD(TB)_t + e_t$$
$$Model\ B$$
$$y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t$$
$$Model\ C$$
$$y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(TB)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \qquad (1.47)$$

Burada $D(TB)_t$ ve DU_t gölge değişkenleri, TB kırılma zamanını göstermektedir.

$$D(TB)_t = \begin{cases} 1, & t = TB + 1 \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$$DU_t = \begin{cases} 1, & t > TB \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

y_t'nin doğrusal eğim (trend) etrafında durağan bir seri olduğunu ifade eden alternatif hipotez modelleri aşağıda gösterilmektedir.

$$Model\ A$$
$$y_t = \mu_1 + \beta_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t$$
$$Model\ B$$
$$y_t = \mu_1 + \beta_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t$$
$$Model\ C$$
$$y_t = \mu_1 + \beta_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t + e_t \qquad (1.48)$$

Burada gölge değişkenler aşağıdaki biçimde ifade edilmektedir.

$$DT_t^* = \begin{cases} t - TB, & t > TB \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$$DT_t = \begin{cases} t, & t > TB \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$Model\ A$ "Kriz modeli" olarak ifade edilmektedir. $Model\ A$ birim köklü sıfır hipotezin kırılma sırasında bir değerini alan kukla değişken ile trend durağan olan alternatif hipotezine karşı test edilmektedir.

---

[68] Pierre Perron, "The Great Crash, The Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis", **Econometrica,** C:57, No:6, 1989, s.1361-1401.

$Model\ B$ "Değişen Büyüme modeli" olarak adlandırılmaktadır. Alternatif hipotez altında trendde kırılma sırasında ani bir değişiklik olmadan değişime izin vermektedir. Sıfır hipotezi altında model kayma parametresi μ, TB kırılma tarihinde μ_1 iken μ_2 olmaktadır.

$Model\ C$ her iki etkininde aynı zamanda gerçekleşmesini sağlamaktadır[69].

1.4.2. Zivot-Andrew Birim Kök Testi

Zivot-Andrew (1992), Perron (1989)'un kırılma zamanını dışsal olarak belirlemesini eleştirerek, kırılma tarihini içsel olarak tahmin etmektedir ve Perron tarafından ele alınan serileri oluşturdukları test istatistiği ile yeniden analiz etmektedir. Kırılma tarihinin içsel belirlenmesi ile trend fonksiyonunda bir kırılmaya izin veren yani trend-durağan alternatif hipotezine karşı kırılma olmaksızın birim köklü sıfır hipotezi test edilmektedir. Bununla birlikte kırılma zamanının ne zaman gerçekleştiği bilinmemektedir. ADF test stratejisini izleyerek birim kökü test etmek için ifade edilen regresyon denklemleri aşağıda verilmektedir. Her üç model için kayan rassal yürüyüş süreci ele alınarak belirlenmektedir.

$$y_t = \mu + y_{t-1} + e_t$$

Sıfır hipotezi altında yapısal kırılma olmadığından $Model\ A$ ve $Model\ C$' de gölge değişken yer almamaktadır.

$Model\ A$

$$\Delta y_t = \mu + \theta_1 DU_t(\lambda) + \beta_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} c_j \Delta y_{t-j} + e_t$$

$Model\ B$

$$\Delta y_t = \mu + \gamma_1 DT_t(\lambda) + \beta_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} c_j \Delta y_{t-j} + e_t$$

$Model\ C$

$$\Delta y_t = \mu + \theta_1 DU_t(\lambda) + \gamma_1 DT_t(\lambda) + \beta_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} c_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad (1.49)$$

[69] **A.e.,** s.1361-1401.

Burada DU_t ve DT_t gölge değişkenleri, λ parametresi kırılma noktasını belirtmektir. Δy_{t-j} terimi modelin sağ tarafına eklenerek hata teriminin otokorelasyonsuz olması sağlanmaktadır. $\lambda = TB/T$ değeri $j = 2/T$ ve $j = (T-1)/T$ arasında değişebilmektedir.

Modellerde yer alan gölge değişkenler aşağıda belirtilmektedir[70].

$$DU_t(\lambda) = \begin{cases} 1, & t > T\lambda \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$$DT_t(\lambda) = \begin{cases} t - T\lambda, & t > T\lambda \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

1.4.3. Lumsdaine-Papell Birim Kök Testi

Zivot-Andrew birim kök testinde içsel olarak tek bir kırılmaya izin verilirken bu durum testin gücünü azaltmaktadır. Lumsdaine-Papell (1997) çalışmasında seride iki kırılmayı ele alarak Zivot-Andrew birim kök testini geliştirmektedir. Lumsdaine-Papell (LP) tarafından ifade edilen iki kırılmalı birim kök test denklemleri aşağıda verilmektedir.

$Model\ AA$

$$\Delta y_t = \mu + \beta_t + \theta DU1_t + \omega DU2_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} c_i\, \Delta y_{t-i} + \varepsilon_i$$

$Model\ CC$

$$\Delta y_t = \mu + \beta_t + \theta DU1_t + \gamma DT1_t + \omega DU2_t + \Psi DT2_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} c_i\, \Delta y_{t-i} + \varepsilon_i$$

$Model\ CA$

$$\Delta y_t = \mu + \beta_t + \theta DU1_t + \gamma DT1_t + \omega DU2_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} c_i\, \Delta y_{t-i} + \varepsilon_i \qquad (1.50)$$

Burada $Model\ AA$ düzeyde iki kırılmayı, $Model\ CC$ hem düzeyde hem eğimde iki kırılmayı ve $Model\ CA$ ise düzeyde iki kırılmayı eğimde de tek kırılmayı ifade

---

[70] Eric Zivot, Donald W.K. Andrew, "Further Evidence on The Great Crash, The Oil Price Shock and The Unit Root Hypothesis", **Journal of Business and Economic Statistics,** C:10, No:3,1992, s.251-270.

etmektedir. Denklemlerde ifade edilen gölge değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$DU1_t = \begin{cases} 1, & t > TB_1 \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$$DU2_t = \begin{cases} 1, & t > TB_2 \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$$DT1_t = \begin{cases} t - TB_1, & t > TB_1 \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$$DT2_t = \begin{cases} t - TB_2, & t > TB_2 \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$$

$DU1_t$ ve $DU2_t$ sırasıyla TB_1 ve TB_2 zamanlarında düzeyde meydana gelen kaymaları ifade eden gölge değişkenleri göstermektedir. $DT1_t$ ve $DT2_t$ ise TB_1 ve TB_2 zamanlarında trendde meydan gelen kaymaları ifade etmektedir.

Test istatistikleri ve tahminciler (k_1, k_2) değerleri için $k_1 = k_0, k_0 + 1, \dots, T - k_0$ ve $k_2 = k_0, k_0 + 1, \dots, T - k_0$, burada $k_0 = [T\delta_0], k_1 \neq k_2, k_1 \neq k_2 \pm 1$ koşullarını hesaplamaktadır. T örnek boyutunu, δ_0 ifadesi ise başlangıç kısmını göstermektedir. $\delta_1 = TB1/T$ ve $\delta_2 = TB2/T$ ise δ_1 ve δ_2 serideki kırılmaları göstermektedir.

$0 < \delta_0 \leq \delta_1,\ \delta_2 \leq (1 - \delta_0) < 1$ katsayılardaki değişim için belli kısıtlamalar ele alınmaktadır. Kırpma değeri olarak $k_0 = (T\delta_0)$ ifadesi kullanılmaktadır. LP, sıfır hipotezi için kırılmanın olmadığını ve alternatif hipotez için eğimde iki farklı zamanda kırılmaların olduğunu ifade etmektedir[71].

1.4.4. Lee-Strazicich Birim Kök Testi

Lumsdaine-Papell (1997)'de içsel iki kırılmalı birim kök testi sıfır hipotezi altında hiçbir yapısal kırılmanın olmadığı varsayılarak türetmektedir. Lee-Strazicich (2003) çalışmasında LP 'nin önerdiği sıfır hipotezinin reddedilmesi mutlaka bir birim kökün reddedilmesi anlamına gelmediğini, yapısal kırılma olmaksızın birim köklü sıfır hipotezinin reddedilmesi anlamına geldiğini ifade etmektedir. Benzer şekilde alternatif hipotezin de yapısal kırılmalı durağan olmaması gerektiğini öne sürmektedir. Bu sonuçlar ampirik çalışmalarda test sonuçlarının dikkatli bir şekilde yorumlanmasını gerektirmektedir. Sıfır hipotezi altında bir kırılmanın varlığında araştırmacıların

[71] Robin L. Lumsdaine, David H. Papell, "Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis", **The Review of Economics and Statistics,** C:79, No:4, 1997, s.212-218.

yanlışlıkla sıfır hipotezini reddetmelerine neden olmaktadır[72]. Lee-Strazicich (2003) hem sıfır hipotezinde hem de alternatif hipotezler altında bir-iki kırılmalı Lagrange çarpan (LM) birim kök testini önermektedir. Bu birim kök testi için Schmidt ve Phillips (1992) tarafından önerilen LM birim kök testini geliştirmektedirler. İki kırılmalı LM birim kök test denklemleri aşağıda verilmektedir.

$y_t = \delta' Z_t + e_t,$

$e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.51)$

Z_t, dışsal değişkenlerin bir vektörü olmaktadır ve $\varepsilon_t \sim IID\ N(0, \sigma^2)$. İki yapısal kırılma aşağıda ifade edilmektedir.

$Model\ AA$ düzeyde iki kırılmaya izin vermekte ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}]'$,

$D_{jt} = \begin{cases} 1, & t \geq TB_j \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$

Burada TB_j kırılma zamanını göstermektedir ve $j = 1{,}2$ olmaktadır.

$Model\ CC$ düzeyde ve trendde iki kırılma içermekte ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}, DT_{1t}, DT_{2t}]',$

$DT_{jt} = \begin{cases} t - TB_j, & t \geq TB_j + 1 \\ 0, & aksi\ durumda \end{cases}$ $j = 1{,}2$ için

Sıfır hipotez;

$y_t = \mu_0 + d_1\beta_{1t} + d_2\beta_{2t} + y_{t-1} + \upsilon_{1t}$

Alternatif hipotez:

$y_t = \mu_1 + \gamma_t + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + y_{t-1} + \upsilon_{2t}$

Burada υ_{1t} ve υ_{2t} durağan hata terimlerini ifade etmektedir. İki kırılmalı LM test istatistiği aşağıdaki gibi tahmin edilmektedir.

$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t \qquad (1.52)$

Burada $\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\Psi}_x - Z_t\tilde{\delta},\ t = 2, \dots, T;$ denklemi ile elde edilmektedir. Birim kök sıfır hipotezi $\phi = 0$ olarak tanımlanmaktadır ve LM test istatistiği;

$$\phi = 0\ sıfır\ hipotezi\ için\ \tilde{\tau} = t - istatistiği$$

Kırılma zamanı TB'yi belirlemek için t-testi istatistiği yani $\tilde{\tau}$ için minumum (en negatif) noktalar seçilmektedir.

---

[72] Junsoo Lee, Mark C. Strazicich, "Minimum LM Unit Root Test with One Structral Breaks", **Reseachgate,** 2004, s.1-15.

$$LM_t = \underbrace{inf}_{\lambda} \tilde{\tau}(\lambda) \qquad (1.53)$$

Test istatistiği kritik değerden büyük ise yapısal kırılmalı birim kök sıfır hipotezi reddedilmektedir[73].

[73] Junsoo Lee, Mark C. Strazicich, "Minimum Lagrange Multiplier Unit Root Test with Two Structral Breaks", **The Review of Economics and Statistics,** C:85, No:4, 2003, s.1082-1089.

İKİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİ

2.1. Doğrusal Olmayan Zaman Serisi

Doğrusal olmayan süreçlere pek çok örnek verilebilmektedir. Yeni bir bölgeye yapılacak uzun bir otomobil yolculuğuna yol atlası eşlik etmektedir. Dünya düz olmadığı için atlaslarda yer alan haritalar gidilecek yerin yolunu bulmada doğrusal bir yaklaşım oluşturmaktadır. Doğrusal olmayan bir yol atlası ile yolculuk yapmanın ise pek uygun olmayacağı vurgulanmaktadır. Şöyle ki, NASA'nın roket fırlatma yörüngesini planlamak için dünyanın düz bir haritasını kullanması felaket ile sonuçlanacaktır. Benzer şekilde, ekonomik süreçlerin doğrusal olduğu varsayımı ekonomik değişkenlere yararlı yaklaşımlar sağlamaktadır. Örneğin, politikacıların işsizlik oranının azalmasından ziyade artmasına dair olan kanıtları görmezden gelmeleri ciddi bir şekilde hata yapmalarına yol açmaktadır[74]. Aynı zamanda ekonomi için göstergeler doğrusal değil ise ve bunları tanımlamak için kullanılan doğrusal modeller, doğrusal olmayan modellerden daha düşük tahminler verebilmektedir[75].
Katsayılarda doğrusal olmayan modeller bir takım dönüştürmeler ile (modelin logaritmasının alınması gibi) doğrusal hale getirilebiliyorsa özden doğrusal regresyon modeli, eğer doğrusal duruma dönüştürülemiyorsa özden doğrusal olmayan regresyon modeli olmaktadır[76]. Aşağıda katsayılarda doğrusal olmayan regresyon modeline birkaç örnek verilmektedir:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2^3 X_i + \varepsilon_i \tag{2.1}$$

$$Y_i = \beta_1 + (0.75 - \beta_1)e^{-\beta_2(X_i - 2)} + \varepsilon_i \tag{2.2}$$

Eşit aralıklı zaman aralıklarında gözlemlenen tek değişkenli bir zaman serisi y_t ise;

$$y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i}$$

---

[74] Walter Enders, **Applied Econometrics Time Series,** 4. bs., John Wiley & Sons, 2015, s.408.
[75] T. Terasvirta, H. M. Anderson, "Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models" **Journal of Applied Econometrics**, No:7, 1992, s.119.
[76] Damodar N. Gujarati ve Dawn C. Porter, **Temel Ekonometri,** Çev. Ümit Şenesen ve Gülay G. Şenesen, 5. bs., İstanbul, Literatür Yayıncılık, 2012, s.525.

(2.3)

$(y_t|t = 1, \dots, T)$ burada T örneklem büyüklüğüdür. μ sabittir, ψ_i ise $\psi_0 = 1$ olan gerçek sayılardır. ε_t, iyi tanımlanmış bir dağılım fonksiyonuna sahip, bağımsız ve aynı şekilde dağıtılmış (IID) rassal değişkenlerin bir dizisidir. $E(\varepsilon_t) = 0,\ Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ varsayılmaktadır. Eğer; $\sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i^2 < \infty$ ise y_t zayıf durağandır, yani y_t zamanla değişmemektedir.

Doğrusal olmayan süreçler için y_t modelinin koşullu ortalaması ve varyansı aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\mu_t = E(y_t|F_{t-1}) \equiv g(F_{t-1}),$$
$$\sigma_t^2 = Var((y_t|F_{t-1}) \equiv h(F_{t-1}), \quad (2.4)$$

F_{t-1} , $t-1$ (dahil) zamanındaki mevcut bilgiler tarafından üretilen σ-alanıdır. F_{t-1} , $(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots)$ ve $(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$' de bulunan değişkenlerin kombinasyonlarını ifade etmektedir. Burada $g(.)$ ve $h(.)$, $h(.) > 0$ ile tanımlanmış fonksiyonları göstermektedir. Böylelikle model ,

$y_t = g(F_{t-1}) + \sqrt{h(F_{t-1})}\epsilon_t$, olarak ifade edilmektedir. $\epsilon_t = \varepsilon_t/\sigma_t$ ise, standart bir şoku tanımlamaktadır. y_t doğrusal serisi için F_{t-1} ve $h(.) = \sigma_\varepsilon^2$ ifadelerinin doğrusal fonksiyonu $g(.)$ 'dır. $g(.)$ doğrusal değil ise y_t'nin ortalama olarak doğrusal olmadığı ifade edilmektedir. $h(.)$ ise zamana göre değişiyorsa y_t'nin varyansta doğrusal olmadığı sonucuna ulaşılmaktadır[77].

Bu çalışmada ortalamada doğrusal olmayan zaman serileri ile ilgili analizler yapılacağı için varyansta doğrusal olmayan zaman serilerine değinilmeyecektir. Ortalamada doğrusal olmayan zaman serilerinden TAR, STAR, ESTAR, LSTAR modelleri anlatılmaya çalışılacaktır.

2.1.1. Eşiksel Otoregresif Model (TAR)

Eşiksel Otoregresif Model (TAR) Tong (1977-1978) ve Tong ve Lim (1980) tarafından oluşturulmaktadır ve Tong (1990) çalışması ile geliştirilmektedir[78]. Eşiksel Otoregresif Model (TAR) en yaygın kullanılan doğrusal olmayan zaman serisi modelidir. Parça parça doğrusal regresyon modelinin veya bölümlendirilmiş doğrusal

[77] Ruey S. Tsay, **Analysis Of Financial Time Series,** John Wiley and Sons, 2002, s.126-127.
[78] Howell Tong, " Birth of the Threshold Time Series Model", **Sitatistica Sinica Researchgate**, No:17, 2007, s.8-14.

regresyon modelinin eşik uzayda meydana gelen yapısal değişikliklerle bir uzantısını ifade etmektedir[79]. TAR modeli koşullu ortalama denkleminin daha iyi bir yaklaşımını elde etmek için bölünmüş doğrusal modelleri ve doğrusal yaklaşımı geliştirmek için eşik alanı kullanmaktadır[80]. TAR modelleri doğrusal olmayan titreşimlerle ilginç özellikler sergilemektedir. Bunlar rezonans atlama, genlik-frekans bağımlılığı, limit çevrimleri, daha yüksek harmonikler, alt harmonikler olarak gösterilmektedir[81]. Basit iki rejimli TAR modeli aşağıda ifade edilmektedir.

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_{1t}\ , & y_{t-1} > 0 \\ \alpha_2 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}\ , & y_{t-1} \leq 0 \end{cases} \qquad (2.5)$$

(2.5)'te $y_{t-1} = 0$ denklemi eşik olarak düşünülmektedir. Eşiğin bir tarafında y_t otoregresif süreç diğer tarafında ise farklı bir otoregresif bir süreç yer almaktadır. Her rejimde y_t doğrusal olmasına rağmen, rejim değiştirme olasılığı tüm y_t serisinin doğrusal olmadığı anlamına gelmektedir. Rejim değişiminden ε_{1t} veya ε_{2t} şokları sorumlu olmaktadır. $y_t > 1$ ise serinin sonraki değerleri α_1 oranında sıfıra doğru azalma eğiliminde olmaktadır. Bununla birlikte ε_{1t} 'nin negatif olması y_t'nin eşiğin altına düşmesine neden olabilmektedir. Negatif bir rejimde sürecin davranışı;

$$y_t = \alpha_2 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}$$

tarafından yönetilmektedir. Sonuç olarak ε_{1t} 'nin varyansı arttıkça, bir rejimden diğerine geçiş olasılığı da artmaktadır.

TAR modelinin bir başka yaygın çeşidi, iki hata terimindeki varyansların eşit olduğunu varsaymaktadır, yani $[(var(\varepsilon_{1t}) = var(\varepsilon_{2t})]$.

$$y_t = \alpha_1 I_t y_{t-1} + \alpha_2 (1 - I_t) y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.6)$$

Burada $y_{t-1} > 0$ ise $I_t = 1$ ve $y_{t-1} \leq 0$ ise $I_t = 0$ olmaktadır. Eğer denklemde y_t , 1 değerini alırsa eşiğin üstünde, 0 değerini alırsa kukla değişken olmaktadır.

$I_t = 1$ ve $(1 - I_t) = 0$, $y_{t-1} > 0$ olduğunda (2.6)'da gösterilen denklem, $\alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_{1t}$ değerine eşit olmaktadır.

$I_t = 0$ ve $(1 - I_t) = 1$, $y_{t-1} \leq 0$ olduğunda (2.6)'daki denklem $\alpha_2 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}$ değerine eşit olmaktadır[82].

---

[79] Ruey S. Tsay, Rong Chen, **Nonlinear Time Series Analysis**, John Wiley and Sons, 2019, s.43.
[80] Tsay, **a.g.e.**, s.129-130.
[81] H.Tong, K.S.Lim, "Threshold Autoregression Limit Cycles and Cyclical Data", **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, C:42, No:3, 1980, s.252-255.
[82] Walter Enders, **Applied Econometrics Time Series,** s.421-422.

2.1.2. Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Model (STAR)

TAR modelinde rejimler arası geçiş yani ekonomik durumda meydana gelen değişimler ani ya da keskin olabilmektedir[83]. Ancak Yumuşak Geçişli Otoregresif model (STAR) geçişlerin daha yumuşak olmasına ve parametrelerin yavaş değişmesine izin verebilmektedir[84]. Ekonominin iki durumda olabileceği varsayımı altında analizin yumuşak geçişli otoregresif modele (STAR) dayandırılması ifade edilmektedir. Bu model ekonominin iki farklı aşamasını temsil eden iki farklı rejim arasında yumuşak bir geçiş sağlayabilmektedir. Böylece aşırı rejimler arasında devletlerin sürekliliği olabilmektedir[85]. STAR modeli aşağıda ifade edilmektedir;

$$y_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1} y_{t-1})(1 - G(y_{t-1}; \gamma, c)) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2} y_{t-1}) G(y_{t-1}; \gamma, c) + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

burada c parametresi eşik değeri, γ ise yumuşaklık/pürüzsüzlük olarak ifade edilmektedir[86]. STAR modelin iki yönü bulunmaktadır. İlki, STAR modeli geçiş fonksiyonun aşırı değerleri ile ilişkili iki rejime izin veren bir değiştirme modeli olarak öngörülmektedir.

$G(y_{t-1}; \gamma, c) = 0$; $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 1$, burada geçiş fonksiyonlarından biri diğerine göre daha yumuşak olmaktadır. Diğeri ise; STAR modelinin her biri 0 ile 1 arasında farklı bir $G(y_{t-1}; \gamma, c)$ değeri ile ilişkili bir "continuum/süreklilik" rejimine izin verdiği söylenebilmektedir[87].

Terasvirta (1994)'e göre STAR modeli aşağıdaki aşamalardan oluşmaktadır;

- Uygun bir model seçimi kriteri kullanılarak incelenmekte olan zaman serisi için doğrusal bir AR modeli belirlenmektedir.
- Doğrusal olmama alternatifine karşı sıfır doğrusallık hipotezi test edilir ve doğrusallık reddedilirse uygun geçiş değişkeni y_{t-1}'i ve $G(y_{t-1}; \gamma, c)$ geçiş fonksiyonu seçilmektedir.
- Seçilen STAR modeldeki parametreler tahmin edilmektedir.

---

[83] Howell Tong, **Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis**, Verlag Newyork Inc, 1983, s.77-78.
[84] Enders, **Applied Econometrics Time Series**, s.439.
[85] Terasvirta, Anderson, **a.g.e.**, s.120.
[86] Philip Hans Franses, Dick van Dijk, "**Nonlinear Time Series Models in Emprical Finance**", Cambridge University Press, 2003, s.72.
[87] Dick van Dijk,Timo, Terasvirta, Philip Hans Franses, "**Smooth Transition Autoregressive Models-A Survey of Recent Developments**", Marcel Dekker Inc, 2002, s.3.

- Tanısal testler ile model değerlendirilmektedir.
- Gerekirse model değiştirilmektedir.
- Model tanımlayıcı veya tahmin edici amaçlı kullanılmaktadır[88].

2.1.3. Üssel Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Model (ESTAR)

ESTAR model, daralma ve genişlemenin benzer dinamik yapılara sahip olduğunu, orta zemininde farklı dinamikler olabileceğini ifade etmektedir. Bu nedenle bir ESTAR modeli, düşük veya negatif büyümeden orta yere doğru hızlanan hızıyla aynı şekilde yüksek büyümeden daha 'normal' büyümeye dönen bir ekonomiyi temsil edebilmektedir[89]. ESTAR model aşağıda ifade edilmektedir.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + \theta\left[\beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \cdots + \beta_p y_{t-p}\right] + \varepsilon_t$$
$$\theta = [1 - \exp(-\gamma(y_{t-1} - c)^2)] \quad \gamma > 0\,, \tag{2.8}$$

θ'nın karesel bir terim içermesi ile ESTAR model için katsayılar $y_{t-1} = c$ civarında simetrik olmaktadır. y_{t-1}, c'ye yaklaşırken θ, sıfıra yaklaşmaktadır ve böylece,

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

olarak ifade edilmektedir. y_{t-1}, c'den ileri ilerledikçe θ, 1'e yaklaşmaktadır ve bu nedenle,

$$y_t = (\alpha_0 + \beta_0) + (\alpha_1 + \beta_1) y_{t-1} + \cdots + \varepsilon_t$$

biçiminde gösterilmektedir. ESTAR modelin, y_{t-1}^2'in aşırı olacağı periyotlar gibi bu periyotların diğerlerinden farklı derecelerde otoregresif bozulmalara neden olduğu için faydalı olduğu kanıtlanmaktadır.

Ayrıca γ sıfıra ya da sonsuzluğa yaklaştığında, θ sabit olduğu için model bir $AR(p)$ modeli haline gelebilmektedir. Aksi halde model, doğrusal olmayan davranışlar gösterebilmektedir[90].

---

[88] **A.e.**, s.3-4.
[89] Terasvirta, Anderson, **a.g.e.**, s.121.
[90] Enders, **Applied Econometrics Time Series**, s.440.

2.1.4.Lojistik Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Model (LSTAR)

Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif (LSTAR) modeli, bir ekonominin daralma ve genişleme aşamalarının oldukça farklı dinamiklere sahip olabileceğini ve birinden diğerine geçişin yumuşak olabileceği bir durumu tanımlamaktadır[91]. LSTAR modelinin eşitliği aşağıdaki biçimde ifade edilebilmektedir.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + \theta\left[\beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \cdots + \beta_p y_{t-p}\right] + \varepsilon_t$$
$$\theta = G(y_{t-1};\gamma,c) = [1 + \exp(-\gamma(y_{t-1} - c))]^{-1} \qquad (2.9)$$

Burada γ yumuşaklık (pürüzsüzlük) olarak adlandırılmaktadır. $\gamma \to 0$ ya da ∞ ise LSTAR modeli, $G(y_{t-1};\gamma,c)$ değeri sabit olduğu için $AR(p)$ modeli haline gelmektedir. γ'nın ara değerleri için otoregresif bozulma derecesi y_{t-1}'in değerine bağlı olmaktadır. Çünkü ; $y_{t-1} \to -\infty$, $G(y_{t-1};\gamma,c) \to 0$ olduğunda
$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t$ biçiminde ifade edilmektedir. Benzer şekilde $y_{t-1} \to +\infty$, $G(y_{t-1};\gamma,c) \to 1$ ise;

$y_t = (\alpha_0 + \beta_0) + (\alpha_1 + \beta_1) y_{t-1} + \cdots + \varepsilon_t$ olarak gösterilmektedir. Böylece sabit ve otoregresif katsayılar bu iki uç nokta arasında y_{t-1}'in değeri değiştikçe yumuşak bir şekilde değişebilmektedir[92].

c parametresi iki rejim arasına $G(y_{t-1};\gamma,c) = 0$ ve $G(y_{t-1};\gamma,c) = 1$ karşılık gelen eşik değer olarak tabir edilmektedir. Lojistik fonksiyon, y_{t-1} arttıkça 0'dan 1'e değişirken $G(c;\gamma,c) = 0{,}5$ olmaktadır. γ parametresi lojistik fonksiyonun değerindeki değişimin yumuşaklığını ve dolayısıyla bir rejimden diğerine geçişi belirleyebilmektedir[93].

2.2. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri

2.2.1. Leybourne, Newbold ve Vougas (LNV) Birim Kök Testi

Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) makalesinde, alternatif hipotez altındaki sürecin zaman içinde meydana gelebilecek yapısal kaymalara izin verdiğinden

---

[91] Terasvirta, Anderson, **a.g.e.**, s.121.
[92] Enders, **Applied Econometrics Time Series,** s.439- 440.
[93] Franses, Dijk, **a.g.e.**, s.72.

doğrusal trendin yumuşak geçiş etrafında durağan olduğu bir dizi birim kök testi önermektedir[94].

Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) tarafından üç lojistik yumuşak geçişli otoregresif model ele alınmaktadır.

Model A $y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma,\tau) + v_t$

Model B $y_t = \alpha_1 + \beta_{1t} + \alpha_2 S_t(\gamma,\tau) + v_t$

Model C $y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma,\tau) + \beta_2 t S_t(\gamma,\tau) + v_t$ (2.10)

burada v_t sıfır ortalamalı $I(0)$ sürecini ve $S_t(\gamma,\tau)$ ise lojistik yumuşak geçişli fonksiyonu ifade etmektedir ve rejimler arası geçişi kontrol eden T gözlem sayısına dayanmaktadır.

$S_t(\gamma,\tau) = [1 + exp\{-\gamma(t - \tau T)\}]^{-1} \quad \gamma > 0$

τ parametresi, $\gamma > 0$ için geçiş orta noktasının zamanlamasını belirlemektedir. Çünkü $S_{-\infty}(\gamma,\tau) = 0$, $S_{+\infty}(\gamma,\tau) = 1$ ve $S_{\tau T}(\gamma,\tau) = 0{,}5$ olmaktadır. Geçiş hızı, γ parametresi tarafından belirlenmektedir. γ parametresi küçük olduğu zaman $S_t(\gamma,\tau)$, $(0{,}1)$ aralığını geçmek için uzun bir süreç gerekmektedir ve tüm t'ler için sınırlayıcı durum $\gamma = 0$, $S_t(\gamma,\tau) = 0.5$ olmaktadır. Öte yandan büyük γ değerleri için $S_t(\gamma,\tau)$, $(0{,}1)$ aralığını çok hızlı bir şekilde geçmektedir ve γ parametresi 1'e yaklaştığında, $t = \tau T$ fonksiyonunun değeri 0'dan 1'e değişmektedir.

Dolayısıyla v_t'nin sıfır ortalama $I(0)$ durağan bir süreç olduğu varsayılarak, Model A'da y_t, başlangıç değeri α_1'den son değer $\alpha_1 + \alpha_2$'ye değişen bir ortalama etrafında durağan olduğu ifade edilmektedir.

Model B'deki sabit terim α_1'den $\alpha_1 + \alpha_2$'ye Model A'daki gibi benzer olmaktadır ancak sabit bir eğim terimi olabilmektedir.

Model C'de ise sabit terimin α_1'den $\alpha_1 + \alpha_2$'ye değişmesine ek olarak, eğim aynı anda ve aynı geçiş hızında β_1'den $\beta_1 + \beta_2$'ye değişmektedir. $\gamma < 0$ olursa ilk ve son modelin durumunu tersine çevirebilmektedir ancak parametrelerin yorumlanması aynı kalabilmektedir.

Leybourne, Newbold ve Vougas (LNV) birim kök testi için sıfır hipotez ve alternatif hipotez aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

---

[94] David I. Harvey, Terence C. Mills, "Unit Roots and Double Smooth Transitions", **Journal of Applied Statistics**, C.29, No:5, 2002, s.676.

$H_0: y_t = \mu, \mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t,\ \mu_0 = \psi$

$H_1: Model\ A, Model\ B\ ya\ da\ Model\ C$

ya da

$H_0: y_t = \mu, \mu_t = k + \mu_{t-1} + \varepsilon_t,\ \ \mu_0 = \psi$

$H_1: Model\ B\ ya\ da\ Model\ C$

burada k sürüklenme terimi olarak gösterilmektedir. ε_t ve v_t sıfır ortalamalı durağan süreç olarak varsayılmaktadır. Önerilen test istatistikleri iki aşamalı prosedür ile hesaplanmaktadır.

- Doğrusal olmayan en küçük kareler (NLS) algoritması kullanılarak tercih edilen modelin sadece deterministik bileşeni tahmin edilmektedir ve NLS hata terimleri hesaplanmaktadır.

Model A $\hat{v}_t = y_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau})$

Model B $\hat{v}_t = y_t - \hat{\alpha}_1 t - \hat{\beta}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau})$

Model C $\hat{v}_t = y_t - \hat{\alpha}_1 t - \hat{\beta}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) - \hat{\beta}_2 t S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau})$ (2.11)

- En küçük kareler (OLS) regresyonunda $\hat{\rho}$ ile ilişkili t oranı ADF istatistiği ile hesaplanmaktadır.

$\Delta\hat{v}_t = \hat{\rho}\hat{v}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \hat{\delta}_i \Delta\hat{v}_{t-i} + \hat{\eta}_t$ (2.12)

burada gecikmeli fark denklemleri ε_t'deki sabit dinamikleri hesaba katmak için dahil edilmektedir[95].

2.2.2. Harvey ve Mills (HM) Birim Kök Testi

Harvey ve Mills (2002) çalışmasında, birim kök sürecini gösteren sıfır hipotezine karşı alternatif hipotezde doğrusal trendde iki yumuşak geçişin etrafındaki durağanlığı araştırmaktadır. Harvey ve Mills (2002)'de LNV (1998)'in ele aldığı üç modeli geliştirerek birim kök araştırmasını sürdürmektedir.

Model A $y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \alpha_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + v_t$

Model B $y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \alpha_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + v_t$

Model C $y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) +$

[95] Stephen Leybourne, Paul Newbold, Dimitrios Vougas, "Unit Roots and Smooth Transition", **Journal of Time Series Analysis**, C.19, 1996, s.83-86.

$$\beta_2 tS_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \alpha_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + \beta_3 tS_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + v_t \quad (2.13)$$

burada v_t'nin sıfır ortalamalı durağan bir süreç olduğu ifade edilmektedir. Geçiş fonksiyonları $S_t(\gamma_i, \tau_i)$'nin tanımladığı lojistik yumuşak geçişli fonksiyon aşağıda verilmektedir.

$$S_t(\gamma_i, \tau_i) = [1 + exp\{-\gamma(t - \tau_i T)\}]^{-1} \quad i = 1,2$$

T, örnek büyüklüğünü ifade etmektedir. $\tau_1 T$ ve $\tau_2 T$, iki değişimin orta noktalarını vermektedir. γ_1 ve γ_2 ise, rejim değişikliğine göre rejim hızını belirlemektedir. Model A, Model B ve Model C doğrusal olmayan tahminleri içermektedir ve hata kareler toplamını en aza indirmektedir. Hata terimi $\widehat{v_t}$, Genişletilmiş Dickey-Fuller regresyonunu tahmin etmek için kullanılmaktadır.

$$\Delta\widehat{v_t} = \rho\hat{v}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} S_i \, \Delta\hat{v}_{t-i} + \eta_t \quad (2.14)$$

k gecikme parametresini, test istatistiği ise ρ'nun en küçük kareler tahmini ile ilişkili t-oranını ifade etmektedir. Harvey ve Mills (HM) , Leybourne, Newbold ve Vougas (LNV) notasyonunu değiştirerek A, B ve C modellerinde sırasıyla S_{2a}, $S_{2a(\beta)}$ ve $S_{2a\beta}$ olarak kullanılmasına ilişkin test istatistiklerini göstermektedir.

Harvey ve Mills (HM) birim kök testi için gerekli olan hipotezler, LNV birim kök testindeki hipotezler ile aynı olup aşağıda verilmektedir.

$H_0: y_t = \mu, \mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t,$

$H_1: Model\ A, Model\ B\ ya\ da\ Model\ C$

$H_0: y_t = \mu, \mu_t = k + \mu_{t-1} + \varepsilon_t,$

$H_1: Model\ B\ ya\ da\ Model\ C$

Harvey ve Mills, birim köklü sıfır hipotezinin reddedileceği, doğrusal bir trendde çift yumuşak geçişe izin veren trend fonksiyonlarını genişletmektedir. En fazla bir geçiş olduğunda testlerin güçlü olmadığını ifade etmektedir. Basit trend fonksiyonlarını dikkate alarak çift geçişlerin özel durumların olmasına rağmen, HM testlerinin Dickey-Fuller ve Leybourne, Newbold ve Vougas tipi testleri kapsayacak şekilde değerlendirilmemesini ifade etmektedir. Özellikle testte yer alan çift yumuşak geçişin ve birim köklü sıfır hipotezinin diğer testler tarafından reddedilemediğinden şüpheleniliyorsa alternatif bir hipotezin ele alınmasını önermektedir[96].

[96] Harvey, Mills, **a.g.e.**, s.675-679.

2.2.3. Momentum TAR (MTAR) Tipi Birim Kök Testi

Enders ve Granger (1998)'de eşik otoregresif (TAR) modelinin alternatif hipotezine karşı birim köklü sıfır hipotezini dikkate almak için Dickey-Fuller metodolojisini geliştirmektedir[97]. Basit TAR modeli aşağıda verilmektedir[98].

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 (y_{t-1} - \tau) + (1 - I_t)\rho_2 (y_{t-1} - \tau) + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

$$I_t = \begin{cases} 1 & eğer \quad y_{t-1} \geq \tau \\ 0 & eğer \quad y_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (2.16)$$

Burada, τ eşik değeri ifade etmektedir. Δy_t serisinin gecikmeli değeri, τ 'nın üzerinde ise $\rho_1 (y_{t-1} - \tau)$ eşitliğine eşit, eğer τ 'nın altında ise $\rho_2 (y_{t-1} - \tau)$ eşitliğine eşit olmaktadır. Doğrusal olmama durumu doğası gereği kesin bilinemediğinde y_{t-1} , Δy_{t-1} biçiminde gösterilmektedir. $y_{t-1} = \tau$ ve $\Delta y_{t-1} = 0$ ise; Momentum TAR (MTAR) modeli fonksiyonu,

$$I_t = \begin{cases} 1 & eğer \quad \Delta y_{t-1} > 0 \\ 0 & eğer \quad \Delta y_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Enders ve Granger (1998) ve Caner ve Hansen (1998) tarafından kullanılan temel modelin bu değişkeni, artış ve azalışa bağlı olarak farklı miktarlarda otoregresif bozulmaya izin verebilmektedir. Bu durum, özellikle serinin bir yönden diğerine daha fazla momentum gösterecek şekilde ayarlanması ile geçerli olabilmektedir ve sonuçta ortaya çıkan modele Momentum Eşik Otoregresif (M-TAR) modeli denilmektedir[99].

MTAR birim kök testinin hipotezi aşağıda gösterilmektedir.

$\rho_1 = \rho_2 = 0$ $(seri\ birim\ kök lüdür)$

$\rho_1 \neq \rho_2 \neq 0$ $(seri\ birim\ kök lü\ değildir)$

MTAR birim kök testini yapabilmek için aşağıda verilen adımlar izlenmektedir.

i. Eğer τ değeri biliniyorsa (2.16)'teki eşitlik, aksine bilinmiyorsa (2.17)'te işaret edilen fonksiyon kullanılmaktadır. Her potansiyel eşik değeri için (2.16)'teki eşitlik tahmin edilmektedir ve hata kareleri toplamı için en küçük değeri içeren regresyondan τ değeri seçilmektedir.

---

[97] Enders, **Applied Econometrics Time Series**, s.462.

[98] Walter Enders, "İmproved Critical Values for the Enders-Granger Unit Root Test", **Applied Econometrics Letters**, No:8, 2001, s.257.

[99] Enders, **Applied Econometrics Time Series**, s.462-463.

ii. Düzeltme sürecinden emin olunamıyorsa, MTAR modeli kullanılarak i. adım tekrar edilmektedir. Her potansiyel eşik değeri τ için (2.18)'teki fonksiyon kullanılmaktadır. En iyi sonuçlanan τ değeri seçilmektedir. TAR veya MTAR modelini seçebilmek için Akaike (AIC) ve Schwarz (SIC) bilgi kriterleri kullanılmaktadır.

iii. Sıfır hipotezin ($\rho_1 = \rho_2 = 0$) F-istatistik değerini hesaplamak için i. adım veya ii. adımda seçilen model kullanılmaktadır. Kritik değerleri karşılaştırmak için Enders ve Granger (1998) 'deki tablo değerleri ile karar verilebilmektedir.

iv. Alternatif hipotez kabul edilirse, ρ_1 ve ρ_2 asimptotik dağılımı çok değişkenli birime yaklaştığından simetrik ve asimetrik düzeltme yapmak mümkün olmaktadır. Dolayısı ile bu düzeltme F-istatistik testi kullanılarak test edilebilmektedir.

v. Hata teriminin (ε_t) diagonastik kontrolü, tahmin edilen hata teriminin beyaz gürültü süreci özelliklerine sahip olup olmadığının test edilmesi için yapılmaktadır. Hata terimleri ilişkili ise i. Adıma geri dönülmektedir ve model aşağıdaki formda yeniden tahmin edilmektedir.

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 (y_{t-1} - \tau) + (1 - I_t)\rho_2 (y_{t-1} - \tau) + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \, \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (2.18)$$

2.2.4. Kapetanios, Shin ve Snell (KSS) Birim Kök Testi

STAR Birim Kök Testi Kapetanios, Shin ve Snell (KSS) tarafından 2003 yılında ortaya atılmaktadır. Genişletilmiş Dickey-Fuller testi doğrusal olmayan süreçlerin durağanlığını test etmede çok fazla güçlü olamamaktadır, bu bağlamda KSS (2003) yeni bir test geliştirmektedir. Bu test, doğrusal olmayan Üssel Yumuşak Geçişli Otoregresif (ESTAR) sürecinin birim köklü sıfır hipotezini, alternatif hipotez ise durağanlığı ifade etmektedir. Yumuşak Geçişli Otoregresif (STAR) model aşağıda verilmektedir.

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \Theta(\theta; y_{t-d}) + \varepsilon_t$$
$$t = 1, \dots, T, \qquad (2.19)$$

burada $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ ve β ile γ bilinmeyen parametreleri ifade etmektedir. STAR modelinden sonra burada benimsenen geçiş üssel formdadır yani;

$$\Theta(\theta; y_{t-d}) = 1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2) \qquad (2.20)$$

Burada $\theta \geq 0$ ve $d \geq 1$ gecikme parametresi olmaktadır. (2.19) ve (2.20)'deki eşitlikler kullanılarak Tek geçişli Üssel STAR (ESTAR) modeli oluşturulmaktadır.

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} [1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t \qquad (2.21)$$

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t \quad (2.22)$$

Burada $\phi = \beta - 1$ 'dir. θ, geçiş parametresi olmakta ve iki rejim arasındaki geçişin hızını belirleyen parametre olarak ifade edilmektedir[100].

ESTAR model (2.22)'de $\phi = 0$ ve $d = 1$ ise,

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \quad (2.23)$$

eşitliği oluşmaktadır. Burada θ parametresi ele alınarak, alternatif hipotezin pozitif değer alan belirli bir parametreye odaklanılmaktadır. Birim kökün test edilmesi için kullanılacak hipotezler aşağıda ifade edildiği şekilde kurulmaktadır.

$H_0: \theta = 0$

$H_1: \theta > 0$

Burada sıfır hipo**t**ezini doğrudan test etmek pek mümkün olmamaktadır, çünkü γ sıfır hipotez altında tanımlanmamaktadır. ESTAR modeline birinci dereceden Taylor açılımı uygulanarak yardımcı regresyon elde edilmektedir.

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + error \quad (2.24)$$

$\delta = 0$ sıfır hipotezi alternatif hipoteze $\delta < 0$'a karşı test edilmektedir. t-istatistiğinin KSS tarafından elde edilen kritik değerden küçük olması durumunda birim köklü sıfır hipotezi reddedilememektedir. Eğer t-istatistiği kritik değerden büyük ise sıfır hipotezi reddedilmektedir. Böylece alternatif hipotez ESTAR durağanlık hipotezi geçerli olmaktadır. (2.25)'teki eşitlik geliştirilerek aşağıdaki yardımcı regresyon elde edilmektedir[101].

$$\Delta y_t = \sum_{j=1}^{p} \rho_j \Delta y_{t-j} + \delta y_{t-1}^3 + error \quad (2.25)$$

Sıfır hipotezini test etmek için kullanılacak istatistik aşağıda belirtilmektedir.

$$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{se}.(\hat{\delta}) \quad (2.26)$$

Burada $\hat{\delta}$, δ parametresinin OLS tahminini ifade etmektedir ve $se.(\hat{\delta})$, $\hat{\delta}$'nin standart hatasını göstermektedir[102]. y_{t-1}^3 değişkeni ESTAR doğrusal olmama durumunu ifade etmektedir. Otokeralasyon sorunu ile karşılaşmamak için (2.25)'teki modelde Δy_t'nin bağımlı değişkeninin gecikmeli değerleri bağımsız değişken olarak modele

---

[100] Aycan Hepsağ, Burçay Yaşar Akçalı, "Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Asimetrik Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi ile Analizi: G-7 ve E-7 Ülkeleri Örneği", **BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar**, C.9, No:2, 2015, s.78.

[101] Robinson Kruse, "A New Unit Root Test Against ESTAR based on a Class of Modified Statistics", **Statistical Papers**, No:52, 2011, s.71-75.

[102] Kapetanios, Shin, Snell, **a.g.e.** s.359-364.

eklenmektedir[103]. t_{NL} istatistiği bir asimptotik standart normal dağılıma sahip olmamaktadır. Bu yüzden KSS (2003) t_{NL} istatistiği için yeni bir kritik değer tablosu oluşturmaktadır. Doğrusal olmayan modellerde sabit ve trendin modellenmesi kolay olmamaktadır. KSS gibi doğrusal olmayan birim kök testlerinde yardımcı regresyon modeline deterministik bileşenlerin eklenmesi uygun olmamaktadır. Bunun yerine üç farklı alternatif üzerinden hareket edilmektedir.

- Zaman serisi ham (raw data) şeklinde,
- Ortalamadan arındırılmış (demeaned data) şeklinde,
- Ortalamadan ve trendden arındırılmış (demeaned and detrended data) şeklinde kullanılabilmektedir[104].

2.2.5. Sollis (2009) Birim Kök Testi

Sollis (2009) çalışmasında, ESTAR modelinin birim kök hipotezini alternatif bir hipotez altında simetrik veya asimetrik doğrusal olmayan bir düzenlemeye izin veren genişletilmiş bir versiyonunu kullanılarak test etmeyi önermektedir. Geliştirilmiş ESTAR modeli için hem üssel bir fonksiyon hem de lojistik fonksiyon bir arada kullanılmaktadır ve aşağıdaki model ifade edilmektedir.

$$\Delta y_t = G_t(\gamma_1, y_{t-1})\{S_t(\gamma_2, y_{t-1})\rho_1 + (1 - S_t(\gamma_2, y_{t-1}))\rho_2\}y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$G_t(\gamma_1, y_{t-1}) = 1 - \exp(-\gamma_1(y_{t-1}^2)) \quad \gamma_1 \geq 0$$

$$S_t(\gamma_2, y_{t-1}) = [1 + \exp(-\gamma_2 y_{t-1}]^{-1} \quad \gamma_2 \geq 0 \qquad (2.27)$$

Burada $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olmaktadır. Modelde γ_1 geçiş parametresi olup iki rejim arasındaki geçişin hızını belirleyen parametre olarak ifade edilmektedir. Birim kök sınamasında sıfır hipotezi $\gamma_1 = 0$ iken, alternatif hipotez ise $\gamma_1 > 0$ şeklinde oluşturulmaktadır. Ancak $\gamma = 0$ hipotezini doğrudan sınayabilmek, ρ_1, ρ_2 ve γ_2 parametreleri tanımlı olmadığı için mümkün olmamaktadır. Sollis (2009), bu sorunun üstesinden gelebilmek için KSS birim kök testinde olduğu gibi birinci dereceden Taylor açılımı uygulayarak aşağıda ifade edilen yardımcı regresyonu oluşturmaktadır[105].

---

[103] Hepsağ, Y.Akçalı, **a.g.e.**, s.79.
[104] Hepsağ, Y.Akçalı, **a.y.**
[105] Robert Sollis, "A Simple Unit Root Test Against Asymmetric STAR Nonlinearity with an Application Real Exchange Rates in Nordic Countries", **Economic Modelling**, No:26, 2009, s.118-119.

$$\Delta y_t = \phi_1 y_{t-1}^3 + \phi_2 y_{t-1}^4 + \varepsilon_t \quad (2.28)$$

(2.28)'deki yardımcı regresyon modeli en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilmektedir.

Birim köklü sıfır hipotezi $\phi_1 = \phi_2 = 0$ biçiminde, doğrusal olmayan simetrik ve asimetrik ESTAR durağanlığı ifade eden alternatif hipotez ise;

$\phi_1 \neq \phi_2 \neq 0$

şeklinde oluşturulmaktadır. Hipotez sınaması için F-test istatistiği hesaplanmakta ancak dağılım standart olmadığından bu test istatistiği F tablosundaki kritik değerler ile karşılaştırılamamaktadır. Sollis (2009) tarafından elde edilen kritik değerler ile karşılaştırma yapılmaktadır.

KSS (2003) yardımcı regresyonunda da olduğu gibi otokorelasyon sorunu ile karşılaşmamak için model (2.25)'te bağımlı değişken Δy_t'nin gecikmeli değerleri bağımsız değişken olarak modelde yer almaktadır.

Önerilen ESTAR modelinin bir özelliği ile birim kök hipotezinin doğrusal olmayan simetrik veya asimetrik ESTAR durağan alternatif hipotezine karşı reddedilmesi durumu test edilmektedir.

Sıfır hipotezi $\phi_2 = 0$, alternatif hipotez ise $\phi_2 \neq 0$ biçiminde ifade edilerek doğrusal olmayan simetrik ESTAR durağan süreç, doğrusal olmayan asimetrik ESTAR sürecine karşı test edilmektedir. $\phi_2 \neq 0$ hipotezi F tablosundaki kritik değerler ile karşılaştırılabilmektedir. Ancak bu testin uygulanabilmesi için ϕ_1 parametresinin negatif bir değer alması ifade edilmektedir. Bunun nedeni ise, hesaplanan F test istatistiğinin standart F tablosunda yer alan kritik değerler ile karşılaştırılması gerekmektedir.

KSS (2003) testinde olduğu gibi Sollis (2009) testinde de yardımcı regresyon modeline deterministik bileşenler eklenmesi uygun olmamaktadır. Sollis testinde de üç farklı alternatif üzerinden hareket edilmektedir.

- Zaman serisi ham (raw data) şeklinde,
- Ortalamadan arındırılmış (demeaned data) şeklinde,
- Ortalamadan ve trendden arındırılmış (demeaned and detrended data)

şeklinde kullanılabilmektedir[106].

---

[106] Hepsağ, Y.Akçalı, **a.g.e.**, s.80-81.

2.2.6. Kruse (2011) Birim Kök Testi

Kruse (2011) çalışmasında, KSS (2003) makalesinde yer alan testi geliştirerek doğrusal olmayan birim kök testleri hakkında literatüre katkıda bulunmaktadır. Abadir ve Distaso (2007) tarafından ortaya atılan standart olmayan test probleminin üstesinden gelebilmek için değiştirilmiş Wald tipi testini ele almakta ve bu testi geliştirmektedir.

ESTAR modeli,

$$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \phi y_{t-1}[1 - \exp(-\gamma(y_{t-1} - c)^2)] + \varepsilon_t \quad (2.29)$$

burada $\varepsilon_t \sim IID\ (0, \sigma^2)$ olmaktadır. γ parametresi sıfıra yaklaşırsa ESTAR modeli doğrusal $AR(1)$ modeli, yani $\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$ burada $-2 < \alpha < 2$ ise durağan olmaktadır[107]. KSS (2003) ESTAR modeli altında $\alpha = 0$ kısıtını ifade etmektedir. Buradan;

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1}[1 - \exp(-\gamma(y_{t-1} - c)^2)] + \varepsilon_t \quad (2.30)$$

regresyonu elde edilmektedir. $-2 < \phi < 0$ olduğunda model durağan olmasına rağmen $y_{t-1} = c$ durumunda kısmi birim kök içerdiği için durağan olmamaktadır. Ek olarak $\phi = 0$ kısıtlaması uygulanırken rassal yürüyüş modeli elde edilmektedir. $H_0: \gamma = 0$ ve tam tersi test edilirken ϕ'nın tanımlanmaması nedeniyle birim kök hipotezi için doğrudan bir testin uygulanabilmektedir.

Sıfır hipotezi altında hatalı parametrelerin bulunmasını önlemek adına $\gamma = 0$ etrafında yumuşak geçişli fonksiyon,

$G(y_{t-1}; \gamma, c) = 1 - \exp(-\gamma(y_{t-1} - c)^2)$'ye birinci dereceden Taylor yaklaşımı uygulanmaktadır. KSS (2003)' teki gibi Kruse (2011) çalışmasında öne süreceği testi aynı temele dayandırarak ifade etmektedir. $c = 0$ kısıtı ile oluşturulan regresyon aşağıda gösterilmektedir.

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1}(1 - \exp\{-\gamma y_{t-1}^2\}) + \varepsilon_t \quad (2.31)$$

Regresyona birinci Taylor açılımı uygulanarak

$$\Delta y_t = \beta_1 y_{t-1}^3 + u_t \quad (2.32)$$

biçiminde ifade edilen yardımcı regresyon elde edilmektedir. u_t burada ε_t'ye bağlı olarak gürültü terimini ifade etmektedir. İfade edilen regresyon deterministik terimler

[107] Kruse, **a.g.e.,** s.73.

olmadan Dickey-Fuller test regresyonuna çok benzemektedir. y_{t-1}^3 kübik değişkeni ESTAR doğrusal olmama durumunu ifade etmektedir.

$H_0: \beta_1 = 0$ sıfır hipotezine karşı $H_1: \beta_1 < 0$ alternatif hipotezi için genel olarak durağan ESTAR modeline karşı birim kök hipotezi için t testi önerilmektedir. Bu nedenle, birim kök testi yardımcı regresyonun tahmin edilmesi için bir Dickey-Fuller t testi hesaplanarak aşağıda gösterilen ifade ile KSS birim kök testinin sonucu elde edilmektedir.

$$KSS = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_1)}} = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_{t-1}^3 \Delta y_t}{\hat{\sigma}^2 \sqrt{\sum_{t=1}^{T} y_{t-1}^6}} \tag{2.33}$$

Burada $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\Delta y_t - \hat{\beta}_1 y_{t-1}^3)^2$, hata varyansının normal tahmincisi olmaktadır.

Kruse (2011) çalışmasında doğrusal olmayan kısıtlama testi olan Wald testini düzenleyerek üssel geçiş fonksiyonunda sıfıra eşit olmayan bir c parametresi elde edebilmek için doğrusal olmayan zaman serisi modelini göz önünde bulundurulmaktadır.

$\Delta y_t = \phi y_{t-1}(1 - \exp\{-\gamma(y_{t-1} - c)^2\}) + \varepsilon_t$

$\gamma = 0$ ve $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 1 - \exp(-\gamma(y_{t-1} - c)^2)$ ise yukarıda ifade edilen regresyona birinci Taylor açılımı uygulanarak,

$$\Delta y_t = \beta_1 y_{t-1}^3 + \beta_2 y_{t-1}^2 + \beta_3 y_{t-1} + u_t \tag{2.34}$$

modeli elde edilmektedir.

Kruse (2011) burada $\beta_3 = 0$ ifadesini ele alarak KSS testine göre daha güçlü bir test oluşturmaktadır.

$\Delta y_t = \beta_1 y_{t-1}^3 + \beta_2 y_{t-1}^2 + u_t$

Burada, $\beta_1 = \gamma\phi$ ve $\beta_2 = -2c\gamma\phi$ olmaktadır. Yardımcı regresyona ait sıfır ve alternatif hipotezler;

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$$
$$H_1: \beta_1 < 0,\ \beta_2 \neq 0$$

biçiminde gösterilmektedir. H_1 altında β_2'nin çift taraflı olması c'nin gerçek değerler almasından kaynaklanmaktadır. Bu testin problemi bir parametrenin H_1 altında tek taraflı, diğerinde çift taraflı olarak standart olmaması olarak ifade edilmektedir. Kruse (2011) , standart bir wald testi uygun olmadığından Abadir ve Distaso (2007)

yöntemlerini kullanarak tek taraflı parametrenin çift taraflı olana göre ortogonalleştirmektedir.

Kruse (2011) 'de birim köklü sıfır hipotezine karşılık alternatif hipotezde durağan ESTAR sürecini araştırmak için τ istatistiğini önermektedir.

$$\tau = t^2_{\beta_{\frac{1}{2}=0}} + 1(\hat{\beta}_1 < 0)t^2_{\beta_1=0} \quad (2.35)$$

Kruse (2011) analizinde τ istatistiği için kritik değerler oluşturmaktadır[108].

[108] **Ae.**, s. 71-75.

3.BÖLÜM

SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Tablo 1: Dickey-Fuller Tipi Birim Kök Testi (Sabit Terimsiz-Trendsiz)

	$\rho = 0.5$ için		$\rho = 0.9$ için	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,05170	0,05200	0,05170	0,05260
2	0,05090	0,05160	0,05090	0,05160
3	0,05020	0,04890	0,05020	0,04890
4	0,04670	0,04900	0,04670	0,04900
5	0,04720	0,04640	0,04720	0,04640
6	0,04370	0,04750	0,04370	0,04750
7	0,04260	0,04990	0,04260	0,04990
8	0,04020	0,04770	0,04020	0,04770
9	0,04050	0,04840	0,04050	0,04840
10	0,04040	0,04620	0,04040	0,04620
11	0,03950	0,04640	0,03950	0,04640
12	0,03600	0,04580	0,03600	0,04580

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 1' deki simülasyon sonuçlarına göre, Dickey-Fuller Birim Kök testi T gözlem sayısı 100 ve 250 için gecikme uzunluğu k arttıkça ciddi derecede boyut bozulmaları meydana gelmektedir. Otokorelasyon katsayısı ρ , 0.5 değeri için hesaplanıldığında 0.9 değeri ile aynı sonuçları verdiği görülmektedir.

Tablo 2: Dickey-Fuller Tipi Birim Kök Testi (Sabit Terimli)

	$\rho = 0.5$ için		$\rho = 0.9$ için	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,05000	0,05320	0,05000	0,05320
2	0,04620	0,05000	0,04620	0,05000
3	0,04850	0,04950	0,04850	0,04950
4	0,04940	0,04950	0,04940	0,04950
5	0,04630	0,05010	0,04630	0,05010
6	0,04300	0,04910	0,04300	0,04910
7	0,04300	0,04720	0,04300	0,04720
8	0,04070	0,04610	0,04070	0,04610
9	0,04250	0,04390	0,04250	0,04390
10	0,03850	0,04360	0,03850	0,04360
11	0,04040	0,04380	0,04040	0,04380
12	0,03620	0,04100	0,03620	0,04100

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 2'de sabit terimli Dickey-Fuller Birim Kök testi simülasyon sonucuna göre gecikme sayısı yükseldikçe boyut bozulmalarının devam ettiği görülmektedir.

Tablo 3: Dickey-Fuller Tipi Birim Kök Testi (Sabit Terimli-Trendli)

	$\boldsymbol{\rho = 0.5\ için}$		$\boldsymbol{\rho = 0.9\ için}$	
$\boldsymbol{k}$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,04840	0,05560	0,04840	0,05560
2	0,04640	0,05190	0,04640	0,05190
3	0,04880	0,05280	0,04880	0,05280
4	0,04920	0,05070	0,04920	0,05070
5	0,04800	0,04950	0,04800	0,04950
6	0,04600	0,04850	0,04600	0,04850
7	0,04350	0,04960	0,04350	0,04960
8	0,04140	0,04720	0,04140	0,04720
9	0,04130	0,04850	0,04130	0,04850
10	0,03990	0,04680	0,03990	0,04680
11	0,04380	0,04590	0,04380	0,04590
12	0,04270	0,04610	0,04270	0,04610

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 3'te sabit terimli ve trendli Dickey-Fuller birim kök testinde diğer Dickey-Fuller birim kök testlerinde olduğu gibi gözlem sayısı 100 ve 250 için artan her gecikme testin boyutunda ciddi bozulmalara sebep olmaktadır.

Tablo 4: Dickey-Fuller Tipi Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği (Sabit Terimsiz Trendsiz)

	$\boldsymbol{\rho = 0.5\ için}$		$\boldsymbol{\rho = 0.9\ için}$	
$\boldsymbol{k}$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,05170	0,05200	0,05170	0,05200
2	0,05090	0,05160	0,05090	0,05160
3	0,05020	0,04890	0,05020	0,04890
4	0,04670	0,04900	0,04670	0,04900
5	0,04720	0,04640	0,04720	0,04640
6	0,04370	0,04750	0,04370	0,04750
7	0,04260	0,04990	0,04260	0,04990
8	0,04020	0,04770	0,04020	0,04770
9	0,04050	0,04840	0,04050	0,04840
10	0,04040	0,04620	0,04040	0,04620
11	0,03950	0,04640	0,03950	0,04640
12	0,03600	0,04580	0,03600	0,04580

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 4' teki simülasyon sonuçlarına göre, Power Dickey-Fuller Birim Kök testi T gözlem sayısı 100 ve 250 için gecikme uzunluğu k arttıkça ciddi derecede boyut bozulmaları meydana gelmektedir. Otokorelasyon katsayısı ρ , 0.5 değeri için hesaplanıldığında 0.9 değeri ile aynı sonuçları verdiği görülmektedir.

Tablo 5:Dickey-Fuller Tipi Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği (Sabit Terimli)

	$\boldsymbol{\rho = 0.5\ için}$		$\boldsymbol{\rho = 0.9\ için}$	
$\boldsymbol{k}$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,04840	0,05560	0,04840	0,05560
2	0,04640	0,05190	0,04640	0,05190
3	0,04880	0,05280	0,04880	0,05280
4	0,04920	0,05070	0,04920	0,05070
5	0,04800	0,04950	0,04800	0,04950
6	0,04600	0,04850	0,04600	0,04850
7	0,04350	0,04960	0,04350	0,04960
8	0,04140	0,04720	0,04140	0,04720
9	0,04130	0,04850	0,04130	0,04850
10	0,03990	0,04680	0,03990	0,04680
11	0,04380	0,04590	0,04380	0,04590
12	0,04270	0,04610	0,04270	0,04610

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 5'te sabit terimli Power Dickey-Fuller birim kök testinde diğer Dickey-Fuller birim kök testlerinde olduğu gibi gözlem sayısı 100 ve 250 için artan her gecikme sayısı testin gücünde azalmaya neden olmaktadır. Otokorelasyon katsayısı 0.5 ve 0.9 ile hesaplanan her bir değerin aynı sonucu vermesi, otokorelasyon katsayısının sabit terimli Power Dickey-Fuller birim kök testinin güçlülük özelliğine etkisi olmadığı anlaşılmaktadır.

Tablo 6: Dickey-Fuller Birim Tipi Kök Testinin Güçlülük Özelliği (Sabit Terimli-Trendli)

	$\rho = 0.5$ için		$\rho = 0.9$ için	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,05000	0,05320	0,05000	0,05320
2	0,04620	0,05000	0,04620	0,05000
3	0,04850	0,04950	0,04850	0,04950
4	0,04940	0,04950	0,04940	0,04950
5	0,04630	0,05010	0,04630	0,05010
6	0,04300	0,04910	0,04300	0,04910
7	0,04300	0,04720	0,04300	0,04720
8	0,04070	0,04610	0,04070	0,04610
9	0,04250	0,04390	0,04250	0,04390
10	0,03850	0,04360	0,03850	0,04360
11	0,04040	0,04380	0,04040	0,04380
12	0,03620	0,04100	0,03620	0,04100

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 6'da sabit terimli ve trendli Power Dickey-Fuller birim kök testinde gözlem sayısı 100 ve 250 için artan her bir gecikme uzunluğunun testin gücünü azalttığı görülmektedir. Burada da otokorelasyon katsayısının testte etkisinin olmadığı gözlemlenmektedir.

Tablo 7: Trendden Arındırılmış Kruse Birim Kök Testi

	$\rho = 0.5$ için		$\rho = 0.9$ için	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,04880	0,05080	0,04960	0,05310
2	0,04430	0,05020	0,04500	0,05000
3	0,04880	0,04890	0,04500	0,05190
4	0,04390	0,04580	0,04400	0,04850
5	0,04530	0,04580	0,04260	0,05000
6	0,04250	0,04350	0,03880	0,04570
7	0,04010	0,04260	0,03780	0,04720
8	0,03870	0,04460	0,03580	0,04850
9	0,03740	0,04490	0,03570	0,04910
10	0,03430	0,04220	0,03230	0,04790
11	0,03270	0,04510	0,03170	0,04670
12	0,03070	0,04710	0,03030	0,04710

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Sabit terimsiz ve trendsiz olarak 100 ve 250 gözlem sayısı ile hesaplanan doğrusal olmayan Kruse Birim Kök testi, artan her bir gecikmede azalarak önemli bir şekilde boyut bozulmalarına neden olmaktadır. Otokorelasyon katsayıları 0.5 ile 0.9 değerleri için farklı sonuçlara ulaşılmaktadır. Yani otokorelasyon katsayısının testte etkisinin olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 8: Trendden Arındırılmış Kruse Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

	$\rho = 0.5$ için		$\rho = 0.9$ için	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,16530	0,73970	0,22820	0,88690
2	0,14260	0,67470	0,19570	0,84010
3	0,13220	0,63130	0,18180	0,80010
4	0,11730	0,59150	0,16480	0,76040
5	0,11390	0,56200	0,15350	0,73050
6	0,09960	0,52850	0,14220	0,69800
7	0,09670	0,50890	0,13280	0,67380
8	0,09040	0,48630	0,11990	0,64620
9	0,08370	0,47260	0,11630	0,62740
10	0,07920	0,44880	0,10670	0,60080
11	0,07600	0,43760	0,10330	0,57940
12	0,07270	0,41760	0,09350	0,55920

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Trendden arındırılmış Kruse Birim Kök Testi güçlülük özelliği simülasyon sonuçlarına göre hem 0.5 ve 0.9 otokorelasyon katsayıları için hem de 100 ve 250 gözlem sayıları için 1. gecikmeden 12. gecikmeye kadar tüm değerlerde azalış görülmektedir. Bu durum testin gücünün artan gecikme sayısı ile ters orantılı olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 9: Trendden Arındırılmış KSS Birim Kök Testi

	$\rho = 0.5$ için		$\rho = 0.9$ için	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,04690	0,05030	0,04760	0,05110
2	0,04420	0,04670	0,04310	0,04880
3	0,04460	0,04660	0,04390	0,04920
4	0,04150	0,04280	0,04040	0,04810
5	0,04070	0,04220	0,03880	0,04760
6	0,03650	0,04060	0,03430	0,04200
7	0,03480	0,03970	0,03260	0,04350
8	0,03220	0,04040	0,02820	0,04210
9	0,03050	0,04100	0,02760	0,04310
10	0,02720	0,03960	0,02580	0,04450
11	0,02430	0,03900	0,02250	0,04200
12	0,02280	0,03830	0,02240	0,04240

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 9 gecikme uzunluğu 1'den 12'ye yükseldikçe Trendden arındırılmış KSS Birim Kök testinin boyut bozulmalarına sebep olduğunu göstermektedir.KSS Birim Kök Testi sonuçlarına bakıldığında Kruse Birim Kök Testine göre gecikme sayısı arttıkça önemli derecede boyut bozulmalarının oluştuğu görülmektedir.

Tablo 10: Trendden Arındırılmış KSS Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

	$\rho = 0.5$ için					
	$\gamma = -1.5$					
	$\theta = 1.0$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.01$	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0.97910	0.98000	0.99560	1.00000	0.04690	0.05030
2	0.82240	0.99780	0.98040	1.00000	0.04420	0.04670
3	0.62730	0.98350	0.95220	1.00000	0.04460	0.04660
4	0.45700	0.94890	0.91880	1.00000	004150	0.04280
5	0.35780	0.90410	0.87970	1.00000	0.04070	0.04220
6	027980	0.85430	0.84060	1.00000	0.03650	0.04060
7	0.23740	0.81430	0.79640	0.99980	0.03480	0.03970
8	0.19030	0.74630	0.75340	0.99950	0.03220	0.04040
9	0.16860	0.71050	0.71000	0.99920	0.03050	0.04100
10	0.14230	0.66860	0.67750	0.99850	0.02720	0.03960
11	0.11890	0.62580	0.65060	0.99870	0.02430	0.03900
12	0.10750	0.58550	0.60850	0.99750	0.02280	0.03830

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 11: Trendden Arındırılmış KSS Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

	$\rho = 0.9$ için $\gamma = -1.5$					
	$\theta = 1.0$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.01$	
k	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0.94900	0.99990	0.99880	1.00000	0.04760	0.05110
2	0.63580	0.98610	0.99090	1.00000	0.04310	0.04880
3	0.39290	0.92070	0.97400	1.00000	0.04390	0.04920
4	0.24500	0.80310	0.95220	1.00000	0.04040	0.04810
5	0.16850	0.68000	0.92240	1.00000	0.03880	0.04760
6	0.12070	0.57180	0.88180	1.00000	0.03430	0.04200
7	0.09010	0.49100	0.84040	0.99990	0.03260	0.04350
8	0.07070	0.41850	0.79980	0.99990	0.02820	0.04210
9	0.05970	0.36300	0.77540	0.99980	0.02760	0.04310
10	0.04680	0.32160	0.73360	0.99930	0.02580	0.04450
11	0.04170	0.28880	0.70960	0.99890	0.02250	0.04200
12	0.03750	0.25530	0.66400	0.99870	0.02240	0.04240

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

KSS Power Birim kök testi ρ = 0.5 ile 0.9 için γ = -1.5 ve θ= 1.0, 0.1, 0.01 için geniş bir parametre aralığı belirlenmektedir. % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezinin reddetme olasılıkları hesaplanmaktadır. 10.000 yineleme sayısı ve 100 ile 250 gözlem sayısı belirlenerek KSS testinin sonuçları Tablo 10 ve Tablo 11 de ifade edilmektedir. Örneğin; Tablo 10'da $\theta = 1.0$, $\rho = 0.5$ ve T=100 ile KSS Birim Kök testinin gücü k=1 için %98 iken k=12 için % 11'e kadar azalma göstermektedir. Aynı şekilde Tablo 11'de $\theta = 1.0$, $\rho = 0.9$ ve T=250 ile KSS Birim Kök testinin gücü k=1 için %99 iken k=12 için %26'ya kadar azalma göstererek testin gücünde önemli bir ölçüde azalmaya sebep olduğu açıkça görülebilmektedir.

Hem Kruse Birim kök testinde hem de KSS Birim kök testlerinde otokorelasyon katsayısının etkisi açıkça gözlemlenebilmiştir. Ancak Dickey-Fuller ve Sollis Birim kök testlerinde otokorelasyon katsayısının etkisinin olmadığı görülmektedir.

Tablo 12: Ham Veri ile Sollis Birim Kök Testi

	$\boldsymbol{\rho = 0.5\ iÇin}$		$\boldsymbol{\rho = 0.9\ iÇin}$	
$\boldsymbol{k}$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,04530	0,04770	0,04530	0,04770
2	0,04320	0,04890	0,04320	0,04890
3	0,04350	0,04790	0,04350	0,04790
4	0,04410	0,04710	0,04410	0,04710
5	0,04380	0,04660	0,04380	0,04660
6	0,04060	0,04680	0,04060	0,04680
7	0,03970	0,04760	0,03970	0,04760
8	0,04060	0,04640	0,04060	0,04640
9	0,03940	0,04570	0,03940	0,04570
10	0,03900	0,04550	0,03900	0,04550
11	0,03780	0,04360	0,03780	0,04360
12	0,03600	0,04390	0,03600	0,04390

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Doğrusal olmayan Sollis birim kök testinde 100 ve 250 gözlem sayısı için her artan gecikme sayısı hem 0.5 hem de 0.9 otokorelasyon katsayısı ile hesaplanıldığında testin boyutunda bozukluklara ulaşılmıştır.

Tablo 13: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testi

	$\boldsymbol{\rho = 0.5\ iÇin}$		$\boldsymbol{\rho = 0.9\ iÇin}$	
$\boldsymbol{k}$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,05130	0,04790	0,05130	0,04790
2	0,04670	0,04830	0,04670	0,04830
3	0,04940	0,04610	0,04940	0,04610
4	0,04680	0,04650	0,04680	0,04650
5	0,04430	0,04620	0,04430	0,04620
6	0,04200	0,04480	0,04200	0,04480
7	0,03870	0,04430	0,03870	0,04430
8	0,03620	0,04200	0,03620	0,04200
9	0,03660	0,04180	0,03660	0,04180
10	0,03320	0,03840	0,03320	0,03840
11	0,03320	0,04160	0,03320	0,04160
12	0,03130	0,03820	0,03130	0,03820

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Ortalamadan arındırılmış Sollis Birim Kök testi simülasyon sonuçları için de diğer birim kök testlerinde olduğu gibi gecikme sayısı arttıkça önemli derecede boyut bozulmalarına neden olduğu açıkça görülmektedir.

Tablo 14: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testi

	$\boldsymbol{\rho = 0.5\ iÇin}$		$\boldsymbol{\rho = 0.9\ iÇin}$	
$\boldsymbol{k}$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 100$	$T = 250$
1	0,04910	0,05190	0,04910	0,05190
2	0,04560	0,05150	0,04560	0,05150
3	0,04930	0,05110	0,04930	0,05110
4	0,04810	0,05150	0,04810	0,05150
5	0,04850	0,04890	0,04850	0,04890
6	0,04480	0,05100	0,04480	0,05100
7	0,04270	0,05030	0,04270	0,05030
8	0,03990	0,05000	0,03990	0,05000
9	0,04180	0,05030	0,04180	0,05030
10	0,03980	0,04570	0,03980	0,04570
11	0,03970	0,04650	0,03970	0,04650
12	0,03730	0,04370	0,03730	0,04370

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Trendden arındırılmış Sollis Birim Kök Testinde de gecikme uzunluğu arttıkça 100 ve 250 gözlem sayısı için ciddi derecede boyut bozulmalarına neden olduğu görülmektedir. Dickey-Fuller Birim kök testlerinde olduğu gibi otokorelasyon katsayısı Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testini etkilememektedir.

Tablo 15: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.5$

$\theta_1 = 0.01 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.06090	0.05510	0.05540	0.05470	0.05630	0.05340	0.05540	0.05300	0.05420	0.05010	0.05190	0.04920
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.40710	0.38080	0.36180	0.34370	0.33050	0.31740	0.30400	0.29310	0.28500	0.27660	0.26940	0.25880
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.11900	0.10530	0.10160	0.09670	0.09560	0.08920	0.08620	0.08270	0.08090	0.07630	0.07550	0.07000
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.50540	0.47760	0.45930	0.44110	0.42490	0.41190	039790	0.38210	0.37160	0.35930	0.35080	0.34040
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.16010	0.14110	0.13170	0.12310	0.12170	0.11240	0.10860	0.10370	0.10010	0.09420	0.09100	0.08480
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.51370	0.48620	046840	0.44970	0.43690	0.42000	0.41020	0.39340	0.38580	0.36910	0.36470	0.35190
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.09340	0.08580	0.08750	0.08310	0.08520	0.08390	0.08400	0.07840	0.07930	0.07500	0.07370	0.07190
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.76510	0.71000	0.67390	0.63200	0.60670	0.58140	0.55620	0.52880	0.51300	0.49120	0.47510	0.45760
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.17670	0.15650	0.15060	0.13990	0.13640	0.13000	0.12680	0.12280	0.11960	0.11120	0.10860	0.10130
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	089890	0.86160	0.83030	0.79150	0.76640	0.74050	0.70950	0.68250	066340	0.63760	0.61760	0.60200
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.23000	0.20540	0.19500	0.18010	0.17450	0.16300	0.15500	0.14970	0.14600	0.13480	0.12870	0.12020
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.91950	0.88890	085940	0.82460	0.79880	0.77600	0.75020	0.72420	0.70180	0.67610	065880	0.64100
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.17210	0.15270	0.14750	0.13540	0.13700	0.12650	0.12880	0.12020	0.11710	0.10970	0.10720	0.10260
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.89940	0.85730	0.82570	0.79140	0.76200	0.73530	070790	067910	0.66140	0.63660	0.62190	0.59600
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.29550	0.25910	0.23980	0.21690	0.20970	0.19400	0.18810	0.17710	0.17060	0.15780	0.15230	0.14270
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.99050	0.97570	0.96190	0.30810	0.29240	0.27450	0.26820	0.25600	0.24620	0.23520	0.22320	0.21450
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.37240	0.32350	0.29660	0.26900	0.25910	0.23610	0.22870	0.21470	0.20620	0.19290	0.18120	0.16760
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.99640	0.98920	0.97910	0.96380	0.94820	0.93070	0.91100	0.89240	087750	0.85510	0.83740	0.81720

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 16: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

						$\rho = 0.5$							
						$\theta_1 = 1.0$ $\theta_2 = 1.0$							
	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.48260	0.39940	0.34620	0.29260	0.25810	0.22210	0.19810	0.17310	0.15770	0.13680	0.12840	0.11510
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.94840	0.91640	0.88030	0.83550	0.79710	0.75300	0.70680	0.66190	0.62030	0.57410	0.53580	0.49480
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.66090	0.57900	0.51100	0.44310	0.39740	0.35280	0.31170	0.27780	0.25550	0.22600	0.20890	0.18590
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.94110	0.91250	0.88140	0.84960	0.81980	0.78770	0.75600	0.72240	0.69150	0.65730	0.62630	0.59360
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.73820	0.67610	0.61310	0.54930	0.50970	0.45830	0.42170	0.38480	0.35560	0.32250	0.30090	0.27550
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.94740	0.91880	0.89320	0.86700	0.84450	0.81730	0.79430	0.76510	0.74170	0.71770	0.69770	0.67620
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.83730	0.71700	0.60870	0.50420	0.43300	0.36550	0.31990	0.26890	0.23720	0.20090	0.18070	0.16090
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.99950	0.99740	0.99880	0.97240	0.93950	0.90160	0.85460	0.80250	0.75260	0.69250	0.64090	0.59050
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.96650	0.88660	0.79270	0.68940	0.60770	0.52260	0.46210	0.39910	0.35690	0.31040	0.28130	0.25310
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	1.00000	0.99980	0.99840	0.99420	0.98540	0.97160	0.95000	0.91960	0.88980	0.85150	0.81760	0.77900
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.98690	0.94580	0.87990	0.79760	0.72750	0.64530	0.59080	0.53040	0.48820	0.44070	0.40660	0.36980
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	1.00000	1.00000	0.99970	0.99840	0.99540	0.98980	0.98130	0.96810	0.95300	0.93510	0.91460	0.89590
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.96560	0.89230	0.80260	0.69070	0.60120	0.52050	0.45820	0.39680	0.35030	0.30830	0.27710	0.25000
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	1.00000	0.99970	0.99840	0.99530	0.98530	0.97000	0.94840	0.92150	0.89030	0.85340	0.82000	0.78370
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.99480	0.95390	0.87800	0.76830	0.66930	0.57530	0.49990	0.42820	0.38100	0.33620	0.30180	0.27040
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	1.00000	0.99990	0.99920	0.99690	0.98930	0.97470	0.95540	0.92370	0.88470	0.84380	0.80500	0.76500
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.99890	0.97370	0.91680	0.82640	0.74320	0.65100	0.58280	0.51350	0.46870	0.41840	0.38140	0.34860
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	1.00000	0.99990	0.99980	0.99810	0.99460	0.98540	0.97290	0.95390	0.93200	0.90600	0.88030	0.85470

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 17: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.9$

$\theta_1 = 0.01 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.06090	0.05510	0.05540	0.05470	0.05630	0.05340	0.05540	0.05300	0.05420	0.05010	0.05190	0.04920
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.40710	0.38080	0.36180	0.34370	0.33050	0.31740	0.30400	0.29310	0.28500	0.27660	0.26940	0.25880
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.11900	0.10530	0.10160	0.09670	0.09560	0.08920	0.08620	0.08270	0.08090	0.07630	0.07550	0.07000
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.50540	0.47760	0.45930	0.44110	0.42490	0.41190	039790	0.38210	0.37160	0.35930	0.35080	0.34040
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.16010	0.14110	0.13170	0.12310	0.12170	0.11240	0.10860	0.10370	0.10010	0.09420	0.09100	0.08480
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.51370	0.48620	046840	0.44970	0.43690	0.42000	0.41020	0.39340	0.38580	0.36910	0.36470	0.35190
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.09340	0.08580	0.08750	0.08310	0.08520	0.08390	0.08400	0.07840	0.07930	0.07500	0.07370	0.07190
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.76510	0.71000	0.67390	0.63200	0.60670	0.58140	0.55620	0.52880	0.51300	0.49120	0.47510	0.45760
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.17670	0.15650	0.15060	0.13990	0.13640	0.13000	0.12680	0.12280	0.11960	0.11120	0.10860	0.10130
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	089890	0.86160	0.83030	0.79150	0.76640	0.74050	0.70950	0.68250	066340	0.63760	0.61760	0.60200
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.23000	0.20540	0.19500	0.18010	0.17450	0.16300	0.15500	0.14970	0.14600	0.13480	0.12870	0.12020
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.91950	0.88890	085940	0.82460	0.79880	0.77600	0.75020	0.72420	0.70180	0.67610	065880	0.64100
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.17210	0.15270	0.14750	0.13540	0.13700	0.12650	0.12880	0.12020	0.11710	0.10970	0.10720	0.10260
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.89940	0.85730	0.82570	0.79140	0.76200	0.73530	070790	067910	0.66140	0.63660	0.62190	0.59600
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.29550	0.25910	0.23980	0.21690	0.20970	0.19400	0.18810	0.17710	0.17060	0.15780	0.15230	0.14270
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.99050	0.97570	0.96190	0.30810	0.29240	0.27450	0.26820	0.25600	0.24620	0.23520	0.22320	0.21450
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.37240	0.32350	0.29660	0.26900	0.25910	0.23610	0.22870	0.21470	0.20620	0.19290	0.18120	0.16760
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.99640	0.98920	0.97910	0.96380	0.94820	0.93070	0.91100	0.89240	087750	0.85510	0.83740	0.81720

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 18: Ham veri ile Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

					$\rho = 0.9$								
					$\theta_1 = 1.0$	$\theta_2 = 1.0$							
	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.48260	0.39940	0.34620	0.29260	0.25810	0.22210	0.19810	0.17310	0.15770	0.13680	0.12840	0.11510
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.94840	0.91640	0.88030	0.83550	0.79710	0.75300	0.70680	0.66190	0.62030	0.57410	0.53580	0.49480
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.66090	0.57900	0.51100	0.44310	0.39740	0.35280	0.31170	0.27780	0.25550	0.22600	0.20890	0.18590
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.94110	0.91250	0.88140	0.84960	0.81980	0.78770	0.75600	0.72240	0.69150	0.65730	0.62630	0.59360
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.73820	0.67610	0.61310	0.54930	0.50970	0.45830	0.42170	0.38480	0.35560	0.32250	0.30090	0.27550
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.94740	0.91880	0.89320	0.86700	0.84450	0.81730	0.79430	0.76510	0.74170	0.71770	0.69770	0.67620
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.83730	0.71700	0.60870	0.50420	0.43300	0.36550	0.31990	0.26890	0.23720	0.20090	0.18070	0.16090
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.99950	0.99740	0.99880	0.97240	0.93950	0.90160	0.85460	0.80250	0.75260	0.69250	0.64090	0.59050
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.96650	0.88660	0.79270	0.68940	0.60770	0.52260	0.46210	0.39910	0.35690	0.31040	0.28130	0.25310
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	1.00000	0.99980	0.99840	0.99420	0.98540	0.97160	0.95000	0.91960	0.88980	0.85150	0.81760	0.77900
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.98690	0.94580	0.87990	0.79760	0.72750	0.64530	0.59080	0.53040	0.48820	0.44070	0.40660	0.36980
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	1.00000	1.00000	0.99970	0.99840	0.99540	0.98980	0.98130	0.96810	0.95300	0.93510	0.91460	0.89590
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.96560	0.89230	0.80260	0.69070	0.60120	0.52050	0.45820	0.39680	0.35030	0.30830	0.27710	0.25000
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	1.00000	0.99970	0.99840	0.99530	0.98530	0.97000	0.94840	0.92150	0.89030	0.85340	0.82000	0.78370
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.99480	0.95390	0.87800	0.76830	0.66930	0.57530	0.49990	0.42820	0.38100	0.33620	0.30180	0.27040
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	1.00000	0.99990	0.99920	0.99690	0.98930	0.97470	0.95540	0.92370	0.88470	0.84380	0.80500	0.76500
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.99890	0.97370	0.91680	0.82640	0.74320	0.65100	0.58280	0.51350	0.46870	0.41840	0.38140	0.34860
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	1.00000	0.99990	0.99980	0.99810	0.99460	0.98540	0.97290	0.95390	0.93200	0.90600	0.88030	0.85470

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir*

Tablo 19: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

		$\rho = 0.5$											
		$\theta_1 = 0.01$ $\theta_2 = 1.0$											
	k	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.11090	0.10320	0.10080	0.09260	0.09380	0.09030	0.08950	0.08460	0.08610	0.08010	0.67640	0.07240
	T=250	0.37190	0.34610	0.33190	0.31410	0.30660	0.29160	0.28250	0.26940	0.26970	0.25600	0.25500	0.24680
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.15110	0.13950	0.13280	0.12440	0.12300	0.11770	0.11390	0.10690	0.10720	0.09790	0.09750	0.09010
	T=250	0.56830	0.53290	0.50840	0.48750	0.46590	0.44980	0.43370	0.42030	0.41060	0.39490	0.37850	0.36530
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.18120	0.16500	0.15670	0.14380	0.14280	0.13650	0.13260	0.12220	0.12440	0.11500	0.11270	0.10280
	T=250	0.65760	0.61790	0.59070	0.56810	0.55030	0.52290	0.51110	0.48830	0.47340	0.45510	0.44300	0.42680
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.14820	0.13410	0.13020	0.11840	0.11730	0.11300	0.11240	0.10530	0.10340	0.09840	0.09310	0.08730
	T=250	0.63810	0.59490	0.56070	0.52930	0.50740	0.48650	0.46890	0.44400	0.43060	0.41090	0.39850	0.38250
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.20710	0.18450	0.17480	0.15910	0.15660	0.14890	0.14870	0.13880	0.13390	0.12320	0.12180	0.11570
	T=250	0.84770	0.79530	0.75770	0.71840	0.69340	0.67020	0.64410	0.61630	0.59500	0.57190	0.55440	0.53240
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.24540	0.22220	0.20670	0.18930	0.18820	0.17530	0.17180	0.16180	0.15580	0.14450	0.13950	0.13210
	T=250	0.90660	0.86190	0.82890	0.78970	0.76950	0.74080	0.71790	0.69210	0.66590	0.64330	0.62540	0.60000
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.20290	0.18420	0.17620	0.15840	0.15460	0.14730	0.14690	0.13690	0.13200	0.12440	0.12110	0.11390
	T=250	0.84900	0.79570	0.76080	0.71990	0.69570	0.66800	0.63950	0.61630	0.60080	0.57510	0.55980	0.53550
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.29040	0.26270	0.24220	0.21650	0.21290	0.19460	0.19140	0.17730	0.17120	0.15840	0.15350	0.14320
	T=250	0.96360	0.93540	0.90510	0.87430	0.85210	0.82430	0.79560	0.77060	0.74960	0.72240	0.70190	0.67520
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.34830	0.31070	0.28480	0.25670	0.24760	0.22890	0.22170	0.20530	0.19530	0.18180	0.17340	0.16350
	T=250	0.98530	0.96590	0.94590	0.91850	0.89690	0.87420	0.85060	0.82720	0.80670	0.78380	0.76070	0.74080

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 20: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.5$

$\theta_1 = 1.0 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.47970	0.39350	0.34090	0.28950	0.25670	0.22590	0.20360	0.17850	0.16350	0.14030	0.12950	0.11820
	T=250	0.97540	0.94550	0.90530	0.86110	0.81840	0.77430	0.72310	0.67830	0.63540	0.58900	0.55440	0.51290
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.81980	0.72270	0.64970	0.56970	0.51860	0.46250	0.41980	0.37740	0.34590	0.31130	0.29150	0.26120
	T=250	0.99930	0.99700	0.99400	0.98670	0.97870	0.96910	0.95440	0.93750	0.92160	0.90060	0.88150	0.85600
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.93210	0.86810	0.80620	0.74580	0.69620	0.64560	0.59840	0.55470	0.52010	0.47760	0.45180	0.41780
	T=250	0.99960	0.99890	0.99810	0.99690	0.99520	0.99210	0.98770	0.98360	0.97890	0.97140	0.96440	0.95600
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.74990	0.60680	0.49750	0.40120	0.33440	0.27940	0.23680	0.19640	0.16920	0.14510	0.12990	0.11580
	T=250	0.99890	0.99220	0.97390	0.93740	0.88990	0.83190	0.76760	0.69770	0.63350	0.57360	0.52110	0.46510
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.94350	0.83780	0.72180	0.60880	0.51900	0.44280	0.38080	0.32250	0.28240	0.22390	0.21960	0.19540
	T=250	1.00000	0.99980	0.99720	0.98860	0.97420	0.95080	0.91910	0.87790	0.83930	0.79410	0.74850	0.70650
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.98110	0.92480	0.84160	0.74870	0.66690	0.58870	0.52970	0.46980	0.42990	0.38230	0.35070	0.31780
	T=250	1.00000	1.00000	0.99970	0.99750	0.99390	0.98490	0.97380	0.95690	0.93910	0.91740	0.89390	0.87000
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.94550	0.84130	0.72730	0.60440	0.51870	0.43800	0.37810	0.32580	0.28650	0.24850	0.22500	0.19350
	T=250	1.00000	0.99950	0.99710	0.99100	0.97480	0.95090	0.91750	0.88100	0.84150	0.79610	0.75150	0.70770
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.98820	0.91830	0.81030	0.67470	0.56920	0.46970	0.40310	0.33970	0.29600	0.25770	0.23100	0.20390
	T=250	1.00000	0.99970	0.99860	0.99270	0.97890	0.95470	0.91700	0.87360	0.82510	0.77130	0.72280	0.67700
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.99550	0.95480	0.86720	0.75500	0.65560	0.55420	0.48740	0.42270	0.37620	0.32940	0.29830	0.26710
	T=250	1.00000	0.99990	0.99970	0.99690	0.98890	0.97400	0.95310	0.92300	0.89180	0.85850	0.82660	0.78630

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 21: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.9$

$\theta_1 = 0.01 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.11090	0.10320	0.10080	0.09260	0.09380	0.09030	0.08950	0.08460	0.08610	0.08010	0.07640	0.07240
	T=250	0.37190	0.34610	0.33190	0.31410	0.30660	0.29160	0.28250	0.26940	0.26970	0.25600	0.25500	0.24680
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.15110	0.13950	0.13280	0.12440	0.12300	0.11770	0.11390	0.10690	0.10720	0.09790	0.09750	0.09010
	T=250	0.56830	0.53290	0.50840	0.48750	0.46590	0.44980	0.43370	0.42030	0.41060	0.39490	0.37850	0.36530
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.18120	0.16500	0.15670	0.14380	0.14280	0.13650	0.13260	0.12220	0.12440	0.11500	0.11270	0.10280
	T=250	0.65760	0.61790	0.59070	0.56810	0.55030	0.52290	0.51110	0.48830	0.47340	0.45510	0.44300	0.42680
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.14820	0.13410	0.13020	0.11840	0.11730	0.11300	0.11240	0.10530	0.10340	0.09840	0.09310	0.08730
	T=250	0.63810	0.59490	0.56070	0.52930	0.50740	0.48650	0.46890	0.44400	0.43060	0.41090	0.39850	0.38250
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.20710	0.18450	0.17480	0.15910	0.15660	0.14890	0.14870	0.13880	0.13390	0.12320	0.12180	0.11570
	T=250	0.84770	0.79530	0.75770	0.71840	0.69340	0.67020	0.64410	0.61630	0.59500	0.57190	0.55440	0.53240
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.24540	0.22220	0.20670	0.18930	0.18820	0.17530	0.17180	0.16180	0.15580	0.14450	0.13950	0.13210
	T=250	0.90660	0.86190	0.82890	0.78970	0.76950	0.74080	0.71790	0.69210	0.66590	0.64330	0.62540	0.60000
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.20290	0.18420	0.17620	0.15840	0.15460	0.14730	0.14690	0.13690	0.13200	0.12440	0.12110	0.11390
	T=250	0.84900	0.79570	0.76080	0.71990	0.69570	0.66800	0.63950	0.61630	0.60080	0.57510	0.55980	0.53550
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.29040	0.26270	0.24220	0.21650	0.21290	0.19460	0.19140	0.17730	0.17120	0.15840	0.15350	0.14320
	T=250	0.96360	0.93540	0.90510	0.87430	0.85210	0.82430	0.79560	0.77060	0.74960	0.72240	0.70190	0.67520
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.34830	0.31070	0.28480	0.25670	0.24760	0.22890	0.22170	0.20530	0.19530	0.18180	0.17340	0.16350
	T=250	0.98530	0.96590	0.94590	0.91850	0.89690	0.87420	0.85060	0.82720	0.80670	0.78380	0.76070	0.74080

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 22: Ortalamadan Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

		$\rho = 0.9$											
		$\theta_1 = 1.0$ $\theta_2 = 1.0$											
	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.47970	0.39350	0.34090	0.28950	0.25670	0.22590	0.20360	0.17850	0.16350	0.14030	0.12950	0.11820
	T=250	0.97540	0.94550	0.90530	0.86110	0.81840	0.77430	0.72310	0.67830	0.63540	0.58900	0.55440	0.51290
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.81980	0.72270	0.64970	0.56970	0.51860	0.46250	0.41980	0.37740	0.34590	0.31130	0.29150	0.26120
	T=250	0.99930	0.99700	0.99400	0.98670	0.97870	0.96910	0.95440	0.93750	0.92160	0.90060	0.88150	0.85600
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.93210	0.86810	0.80620	0.74580	0.69620	0.64560	0.59840	0.55470	0.52010	0.47760	0.45180	0.41780
	T=250	0.99960	0.99890	0.99810	0.99690	0.99520	0.99210	0.98770	0.98360	0.97890	0.97140	0.96440	0.95600
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.74990	0.60680	0.49750	0.40120	0.33440	0.27940	0.23680	0.19640	0.16920	0.14510	0.12990	0.11580
	T=250	0.99890	0.99220	0.97390	0.93740	0.88990	0.83190	0.76760	0.69770	0.63350	0.57360	0.52110	0.46510
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.94350	0.83780	0.72180	0.60880	0.51900	0.44280	0.38080	0.32250	0.28240	0.22390	0.21960	0.19540
	T=250	1.00000	0.99980	0.99720	0.98860	0.97420	0.95080	0.91910	0.87790	0.83930	0.79410	0.74850	0.70650
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.98110	0.92480	0.84160	0.74870	0.66690	0.58870	0.52970	0.46980	0.42990	0.38230	0.35070	0.31780
	T=250	1.00000	1.00000	0.99970	0.99750	0.99390	0.98490	0.97380	0.95690	0.93910	0.91740	0.89390	0.87000
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.94550	0.84130	0.72730	0.60440	0.51870	0.43800	0.37810	0.32580	0.28650	0.24850	0.22500	0.19350
	T=250	1.00000	0.99950	0.99710	0.99100	0.97480	0.95090	0.91750	0.88100	0.84150	0.79610	0.75150	0.70770
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.98820	0.91830	0.81030	0.67470	0.56920	0.46970	0.40310	0.33970	0.29600	0.25770	0.23100	0.20390
	T=250	1.00000	0.99970	0.99860	0.99270	0.97890	0.95470	0.91700	0.87360	0.82510	0.77130	0.72280	0.67700
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.99550	0.95480	0.86720	0.75500	0.65560	0.55420	0.48740	0.42270	0.37620	0.32940	0.29830	0.26710
	T=250	1.00000	0.99990	0.99970	0.99690	0.98890	0.97400	0.95310	0.92300	0.89180	0.85850	0.82660	0.78630

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 23: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.5$

$\theta_1 = 0.01 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.08430	0.07800	0.07210	0.06570	0.06310	0.06000	0.06160	0.05640	0.05340	0.04820	0.04640	0.04190
	T=250	0.19640	0.18300	0.17450	0.16270	0.16000	0.14890	0.14370	0.13530	0.13420	0.12680	0.12540	0.11740
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.10770	0.09660	0.08940	0.08010	0.07810	0.07550	0.07320	0.06650	0.06540	0.05750	0.05540	0.05000
	T=250	0.30690	0.28260	0.26970	0.25270	0.23890	0.22790	0.21970	0.21260	0.20360	0.19570	0.18800	0.17620
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.12380	0.10940	0.10120	0.09230	0.08860	0.08420	0.08250	0.07320	0.07180	0.06440	0.06180	0.05640
	T=250	0.37200	0.33860	0.32570	0.30360	0.29270	0.27440	0.26690	0.25420	0.24450	0.23960	0.22580	0.21620
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.10140	0.09260	0.08380	0.07800	0.07460	0.07370	0.07320	0.06650	0.06150	0.05510	0.05540	0.04890
	T=250	0.34620	0.31530	0.29860	0.27730	0.26480	0.24910	0.23940	0.22490	0.21530	0.20240	0.19800	0.19000
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.13240	0.11850	0.10780	0.09990	0.09670	0.08820	0.08610	0.07930	0.07660	0.06860	0.06700	0.06100
	T=250	0.55120	0.49670	0.46210	0.42880	0.40490	0.38240	0.36240	0.34230	0.32840	0.31050	0.29560	0.28160
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.15500	0.13620	0.12650	0.11700	0.11190	0.10800	0.09920	0.09000	0.08740	0.07720	0.07500	0.06880
	T=250	0.64710	0.58760	0.54930	0.51030	0.48590	0.45460	0.43140	0.40620	0.39200	0.37100	0.35650	0.33980
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.13310	0.11850	0.10660	0.09810	0.09340	0.08650	0.08540	0.07880	0.07730	0.06670	0.06660	0.05920
	T=250	0.55230	0.49490	0.46210	0.43010	0.40830	0.38030	0.36220	0.34060	0.32750	0.30900	0.29580	0.27970
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.17920	0.15630	0.14370	0.12960	0.12500	0.11070	0.10860	0.09860	0.09530	0.08330	0.08120	0.07480
	T=250	0.78710	0.72120	0.66650	0.61990	0.58720	0.55080	0.51890	0.49070	0.47080	0.44420	0.42680	0.40420
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.20990	0.18610	0.16720	0.15110	0.14230	0.12830	0.12450	0.11320	0.10750	0.09650	0.08960	0.08230
	T=250	0.86090	0.80530	0.75230	0.70040	0.66730	0.62930	0.59770	0.56600	0.53970	0.51500	0.49290	0.47040

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 24: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.5$

$\theta_1 = 1.0 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.29880	0.23530	0.20050	0.16140	0.14460	0.11970	0.10680	0.09030	0.07980	0.06830	0.06170	0.05420
	T=250	0.88760	0.81560	0.74030	0.69980	0.60480	0.54400	0.49010	0.43860	0.39800	0.35010	0.31960	0.28900
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.62250	0.51320	0.42990	0.36060	0.31580	0.27080	0.23760	0.20270	0.18190	0.15820	0.14340	0.12890
	T=250	0.99390	0.98320	0.96360	0.93870	0.91000	0.88100	0.84560	0.80330	0.76820	0.73140	0.69970	0.66500
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.79980	0.70180	0.62050	0.53820	0.48620	0.43100	0.38800	0.34390	0.31370	0.25790	0.26250	0.23720
	T=250	0.99830	0.99540	0.99120	0.98200	0.97320	0.96130	0.94940	0.93130	0.91580	0.89530	0.87790	0.85760
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.55650	0.41240	0.31860	0.23550	0.18980	0.14870	0.12320	0.09420	0.08270	0.06500	0.05780	0.04820
	T=250	0.99270	0.96410	0.90480	0.81870	0.73490	0.64340	0.55350	0.47720	0.41690	0.35150	0.30310	0.26150
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.84100	0.67650	0.53740	0.41220	0.32950	0.26480	0.21620	0.17480	0.14760	0.12420	0.10620	0.09140
	T=250	0.99990	0.99710	0.98560	0.95860	0.91400	0.85670	0.79230	0.72540	0.65840	0.59720	0.54430	0.49500
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.93620	0.81870	0.69520	0.56930	0.48000	0.40150	0.34430	0.29080	0.25060	0.21520	0.19130	0.16920
	T=250	1.00000	0.99970	0.99800	0.98790	0.97110	0.94680	0.91630	0.87870	0.84150	0.79640	0.76460	0.72380
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.84060	0.67140	0.53050	0.40930	0.33610	0.26320	0.21990	0.17610	0.15040	0.12560	0.10490	0.09320
	T=250	0.99980	0.99770	0.98660	0.95800	0.91040	0.85410	0.78700	0.72350	0.66340	0.60220	0.54620	0.49410
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.95370	0.81180	0.64340	0.48590	0.38280	0.29810	0.24110	0.19110	0.15940	0.13600	0.11800	0.10210
	T=250	1.00000	0.99940	0.99360	0.97180	0.92900	0.86860	0.79940	0.72180	0.65660	0.58690	0.53180	0.47420
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.98220	0.87900	0.73590	0.58300	0.47330	0.37750	0.31520	0.25950	0.21850	0.18430	0.16170	0.14010
	T=250	1.00000	0.99970	0.99700	0.98620	0.96150	0.92040	0.87350	0.81660	0.76230	0.70760	0.66160	0.61060

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 25: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.9$

$\theta_1 = 0.01 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.08430	0.07800	0.07210	0.06570	0.06310	0.06000	0.06160	0.05640	0.05340	0.04820	0.04640	0.04190
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.19640	0.18300	0.17450	0.16270	0.16000	0.14890	0.14370	0.13530	0.13420	0.12680	0.12540	0.11740
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.10770	0.09660	0.08940	0.08010	0.07810	0.07550	0.07320	0.06650	0.06540	0.05750	0.05540	0.05000
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.30690	0.28260	0.26970	0.25270	0.23890	0.22790	0.21970	0.21260	0.20360	0.19570	0.18800	0.17620
$\gamma_1 = -0.1$	*T=100*	0.12380	0.10940	0.10120	0.09230	0.08860	0.08420	0.08250	0.07320	0.07180	0.06440	0.06180	0.05640
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.37200	0.33860	0.32570	0.30360	0.29270	0.27440	0.26690	0.25420	0.24450	0.23960	0.22580	0.21620
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.10140	0.09260	0.08380	0.07800	0.07460	0.07370	0.07320	0.06650	0.06150	0.05510	0.05540	0.04890
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.34620	0.31530	0.29860	0.27730	0.26480	0.24910	0.23940	0.22490	0.21530	0.20240	0.19800	0.19000
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.13240	0.11850	0.10780	0.09990	0.09670	0.08820	0.08610	0.07930	0.07660	0.06860	0.06700	0.06100
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.55120	0.49670	0.46210	0.42880	0.40490	0.38240	0.36240	0.34230	0.32840	0.31050	0.29560	0.28160
$\gamma_1 = -0.3$	*T=100*	0.15500	0.13620	0.12650	0.11700	0.11190	0.10800	0.09920	0.09000	0.08740	0.07720	0.07500	0.06880
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.64710	0.58760	0.54930	0.51030	0.48590	0.45460	0.43140	0.40620	0.39200	0.37100	0.35650	0.33980
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.13310	0.11850	0.10660	0.09810	0.09340	0.08650	0.08540	0.07880	0.07730	0.06670	0.06660	0.05920
$\gamma_2 = -0.3$	*T=250*	0.55230	0.49490	0.46210	0.43010	0.40830	0.38030	0.36220	0.34060	0.32750	0.30900	0.29580	0.27970
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.17920	0.15630	0.14370	0.12960	0.12500	0.11070	0.10860	0.09860	0.09530	0.08330	0.08120	0.07480
$\gamma_2 = -0.7$	*T=250*	0.78710	0.72120	0.66650	0.61990	0.58720	0.55080	0.51890	0.49070	0.47080	0.44420	0.42680	0.40420
$\gamma_1 = -0.7$	*T=100*	0.20990	0.18610	0.16720	0.15110	0.14230	0.12830	0.12450	0.11320	0.10750	0.09650	0.08960	0.08230
$\gamma_2 = -1$	*T=250*	0.86090	0.80530	0.75230	0.70040	0.66730	0.62930	0.59770	0.56600	0.53970	0.51500	0.49290	0.47040

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 26: Trendden Arındırılmış Sollis Birim Kök Testinin Güçlülük Özelliği

$\rho = 0.9$

$\theta_1 = 1.0 \quad \theta_2 = 1.0$

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.29880	0.23530	0.20050	0.16140	0.14460	0.11970	0.10680	0.09030	0.07980	0.06830	0.06170	0.05420
	T=250	0.88760	0.81560	0.74030	0.69980	0.60480	0.54400	0.49010	0.43860	0.39800	0.35010	0.31960	0.28900
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.62250	0.51320	0.42990	0.36060	0.31580	0.27080	0.23760	0.20270	0.18190	0.15820	0.14340	0.12890
	T=250	0.99390	0.98320	0.96360	0.93870	0.91000	0.88100	0.84560	0.80330	0.76820	0.73140	0.69970	0.66500
$\gamma_1 = -0.1$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.79980	0.70180	0.62050	0.53820	0.48620	0.43100	0.38800	0.34390	0.31370	0.25790	0.26250	0.23720
	T=250	0.99830	0.99540	0.99120	0.98200	0.97320	0.96130	0.94940	0.93130	0.91580	0.89530	0.87790	0.85760
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.55650	0.41240	0.31860	0.23550	0.18980	0.14870	0.12320	0.09420	0.08270	0.06500	0.05780	0.04820
	T=250	0.99270	0.96410	0.90480	0.81870	0.73490	0.64340	0.55350	0.47720	0.41690	0.35150	0.30310	0.26150
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.84100	0.67650	0.53740	0.41220	0.32950	0.26480	0.21620	0.17480	0.14760	0.12420	0.10620	0.09140
	T=250	0.99990	0.99710	0.98560	0.95860	0.91400	0.85670	0.79230	0.72540	0.65840	0.59720	0.54430	0.49500
$\gamma_1 = -0.3$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.93620	0.81870	0.69520	0.56930	0.48000	0.40150	0.34430	0.29080	0.25060	0.21520	0.19130	0.16920
	T=250	1.00000	0.99970	0.99800	0.98790	0.97110	0.94680	0.91630	0.87870	0.84150	0.79640	0.76460	0.72380
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.3$	*T=100*	0.84060	0.67140	0.53050	0.40930	0.33610	0.26320	0.21990	0.17610	0.15040	0.12560	0.10490	0.09320
	T=250	0.99980	0.99770	0.98660	0.95800	0.91040	0.85410	0.78700	0.72350	0.66340	0.60220	0.54620	0.49410
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -0.7$	*T=100*	0.95370	0.81180	0.64340	0.48590	0.38280	0.29810	0.24110	0.19110	0.15940	0.13600	0.11800	0.10210
	T=250	1.00000	0.99940	0.99360	0.97180	0.92900	0.86860	0.79940	0.72180	0.65660	0.58690	0.53180	0.47420
$\gamma_1 = -0.7$ $\gamma_2 = -1$	*T=100*	0.98220	0.87900	0.73590	0.58300	0.47330	0.37750	0.31520	0.25950	0.21850	0.18430	0.16170	0.14010
	T=250	1.00000	0.99970	0.99700	0.98620	0.96150	0.92040	0.87350	0.81660	0.76230	0.70760	0.66160	0.61060

Not: *Tablodaki değerler % 5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedilme olasılıklarını göstermektedir.*

Tablo 15, Tablo 16, Tablo 17, Tablo 18, Tablo 19, Tablo 20, Tablo 21, Tablo 22, Tablo 23, Tablo 24, Tablo 25 ve Tablo 26' da ifade edilen Sollis Birim Kök Testinin, Sollis (2009) çalışmasında yer alan γ değerlerinden bazıları ele alınarak simülasyon çalışması yapılmıştır. γ_1 için -0.1, -0.3 ve -0.7 değerleri, γ_2 için ise -0.3, -0.7 ve -1 değerleri ele alınmıştır. γ_1'in -0.3 ve γ_2'nin -0.3 ile γ_1'in -0.7 ve γ_2'nin -0.7 olması Sollis (2009)'da ifade edilen simetrik doğrusal olmayan bir düzenlemenin yani KSS tipi olduğu ifade edilmektedir. γ_1 ve γ_2'nin belirlenen değerler içinde farklı değerler alması ile asimetrik doğrusal olmayan düzenlemeyi göstermektedir.

Tablo 15 ve Tablo 16'da ρ=0.5 iken ham veri ile Sollis Birim kök testinin güçlülük özelliği simülasyon çalışmasında gecikme uzunlukları her bir artışta testin gücünde azalmaya neden olmaktadır. Tablo 17 ve Tablo 18'de ise ρ=0.9 iken ham veri ile Sollis Birim kök testinin güçlülük özelliği gecikme uzunluğu arttıkça beklenilen sonuç olan testte güç kaybına neden olmaktadır. Ancak otokorelasyon katsayısı değişse bile simülasyon çalışması sonucunda hep aynı değeri verdiği görülmektedir. Bu durum ham veri ile Sollis Birim kök testinin güçlülük özelliğinin otokorelasyon katsayısından etkilenmediğini göstermektedir.

Tablo 19 ve Tablo 20'deki simülasyon sonuçları Ortalamadan arındırılmış Sollis Birim kök testinin gecikme uzunluğu arttıkça gücünün önemli ölçüde azaldığını göstermektedir. Gecikme uzunluğu k 1'den 12'ye çıktığında Sollis Birim kök testinde ciddi bir güç kaybına neden olmaktadır. Otokorelasyon katsayısı ρ , 0.5 ve 0.9 iken simülasyon sonuçlarında aynı değerleri vermiştir bu da Ortalamadan arındırılmış Sollis Birim kök testinin güçlülük özelliğinin otokorelasyon katsayısından etkilenmediğini göstermektedir.

Tablo 23 ile Tablo 24, Trendden Arındırılmış Sollis Birim kök testi güçlülük özelliği simülasyon sonuçlarına göre diğer birim kök testlerinde elde edilen sonuçlar gibi gecikme uzunluğu arttıkça değerlerde azalma meydana gelerek birim kök testinin güç kaybına neden olduğu ifade edilmektedir. Tablo 25 ve Tablo 26'da otokorelasyon katsayısı, Tablo 23 ile Tablo 24'teki otokorelasyon katsayısından farklı olsa bile simülasyon sonuçları aynı değerleri vermektedir. Böylece Trendden Arındırılmış Sollis Birim kök testi güçlülük özelliğinin otokorelasyon katsayısından etkilenmediğini

karşılaştırmalı olarak Tablo 23 ile Tablo 25, Tablo 24 ile Tablo 26'da net bir şekilde görülebilmektedir

Dickey-Fuller Birim kök testi, KSS Birim kök testi, Kruse Birim kök testi, Sollis Birim kök testi ve tüm bu birim kök testlerin güçlülük özelliği ile yapılan simülasyon çalışmalarında, gecikme uzunluğu arttıkça birim kök testinde testin gücünde önemli ölçüde güç kaybına neden olduğuna ulaşılmıştır.

SONUÇ

Doğrusal zaman serileri birçok ekonometri çalışmasında fazlasıyla yer almaktadır. Özellikle rassal zaman serisi, trendli zaman serisi, mevsimsel zaman serisi ve konjonktürel zaman serisi kalıpları ile yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. Doğrusal zaman serilerinin çok fazla tercih edilmesinin sebebi yorumlanmasının daha kolay olmasıdır.

Doğrusal olmayan zaman serileri, Doğrusal zaman serilerinden sonra gelişse bile birçok çalışmada yer almıştır. Bir piyasadaki işsizlik oranlarında oluşan azalışlardan ziyade artışlar görmezden gelinerek ciddi boyutta hatalara neden olabilmektedir. Doğrusal olmayan göstergeler doğrusal zaman serileri ile analiz edilirse doğrusal olmayan zaman serileri sonuçlarına göre daha düşük tahminler verebilmektedir.

Doğrusal zaman serilerinin analizi için birçok birim kök testi geliştirilmiştir. Çalışmamızda bazı temel birim kök testleri ile yapısal kırılmalı birim kök testleri açıklanarak doğrusal zaman serileri birim kök testleri anlatılmaya çalışılmıştır. Doğrusal modellerde zaman içerisinde yapısal kırılmalar olabileceği gibi doğrusal olmayan modellerde de benzer etkilerle dönüm noktaları oluşmaktadır. Oluşan bu dönüm noktalarında ise farklı rejimler ortaya çıkmaktadır. Bu yüzden farklı rejim modellerinin kullanılması gerekmektedir ve modellerin kullanılabilmesi için rejim sayısının tespiti önemli olmaktadır.

Doğrusal olmayan zaman serileri varyansta doğrusal olmayan ve ortalamada doğrusal olmayan olarak ikiye ayrılmaktadır. Çalışmada ortalamada doğrusal olmayan zaman serileri kullanılarak rejimler arası geçişlerin sert-ani, yumuşak ve olasılıklı olarak ifade edilen modellerine yer verilmektedir.

Uygulamada simülasyon yardımı ile hem doğrusal birim kök testi hem de doğrusal olmayan birim kök testlerinin hem boyutu hem de gücü analiz edilmeye çalışılmıştır. 1'den 12'ye kadar gecikme uzunluğu atanarak 100 ve 250 gözlem için 0.9 ve 0.5 otokorelasyon katsayı ile WinRATS pogramında simülasyon çalışması yapılmıştır. Her uygulanan analiz sonucunda testlerin gücünde azalış boyutta ise bozukluklar gözlemlenmiştir.

Doğrusal zaman serisi birim kök testlerinden Dickey-Fuller birim kök testi ve Dickey-Fuller birim kök testi güçlülük özelliği ile her artan gecikme sayısı ile birim kök testinin değerinin azaldığı gözlemlenmiştir.

Doğrusal olmayan zaman serisi birim kök testlerinden Kruse birim kök testi, KSS birim kök testi ile Sollis Birim kök testlerine her bir artışla atanan gecikme uzunlukları verilen gözlem sayıları farklı olmasına rağmen ve farklı otokorelasyon katsayısı ile analiz edildiğinde birim kök testlerinde ciddi boyutta bozulmalar ve güç kaybı görülmektedir.

Literatüre katkı sağlayacağı düşünülen bu çalışmanın önemli bir özelliği daha önce ele alınmamış bir uygulama olarak tek olmasıdır. Doğrusal birim kök testlerinden Dickey-Fuller Birim kök testi ve doğrusal olmayan birim kök testlerinden Kruse, KSS, Sollis birim kök testleri ile yapılan simülasyon çalışmasında gecikme uzunluğu arttıkça birim kök testlerinin gücünde azalış ve boyut çarpıklarının oluştuğu ispat edilmiştir. Bu sonuçlara göre uygulamacılara önerimiz, gecikme uzunluğuna bağlı düzeltilmiş kritik değerler ile kıyaslanma yapılmasıdır. Ayrıca bu uygulamanın birçok ekonometrik çalışmaya öncülük sağlayacağı öngörülmektedir.

KAYNAKÇA

Abadir, K. M., Distaso, W.: (2006) " Testing Joint Hypotheses When One of the Alternatives is One-Sided" , **Journal of Econometrics**, No: 140, s.695-718.

Bass, R. F.: (2015) **Stochastic Processes,** Cambridge University Press, 2011, s.1 aktaran Nilgün Çil, **Finansal Ekonometri,** 2.bs., İstanbul, Der Yayınları, s. 69.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M.: (1976) **Time Series Analysis: Forecasting and Control,** California, Holden-Day.

Brooks, C.: (2008) **Introductory Econometrics for Finance**, 2. bs.,Cambridge University Press.

Cadzow, J. A.: (1982) "ARMA Modeling of Time Series", **Ieee Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, C:4, No:2, s.124-128.

Çil, N.: (2015) **Finansal Ekonometri,** 2.bs., İstanbul, Der Yayınları.

Dickey, D. A., Fuller, W. A.: (1979) "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root", **Journal of the American Statistical Association**, C:74, No:366, s.427-431.

Dickey, D. A., Fuller, W. A.: (1981) "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root", **Econometrica**, C:49, No:4, s.1057-1072.

Dijk, D. V., **Terasvirta, T., Franses, P. H.:** (2002) "Smooth Transition Autoregressive Models-A Survey of Recent Developments", **Econometric Reviews**, C.21, No:1, s.1-47.

Enders, W.: (2015) **Applied Econometrics Time Series,** 4. bs., John Wiley & Sons.

Elliott, G., Rothenberg, T. J., Stock, J. H.: (1992) "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root", **Econometrica**, No:130, s.3-22.

Enders, W.: (2001) "İmproved Critical Values for the Enders-Granger Unit Root Test", **Applied Econometrics Letters**, No:8, s.257-261.

Franses, P. H., Dijk, D. V.: (2003) **Nonlinear Time Series Models in Emprical Finance**, Cambridge University Press.

Griffiths, W. E., Hill, R. C., Judge, G. G.: (1993) **Learning and Practicing Econometrics,** John Wiley and Sons.

Gujarati, D. N., Porter, D. C.: (2012) **Temel Ekonometri** , Çev. Ümit Şenesen ve Gülay G. Şenesen, 5. bs., İstanbul, Literatür Yayıncılık.

Hamilton, J. D.: (1994) **Time Series Analysis,** New Jersey, Princeston University Press.

Harvey, D. I., Mills, T. C.: (2002) "Unit Roots and Double Smooth Transitions", **Journal of Applied Statistics**, C.29, No:5, s.675-683.

Hepsağ, A., Göktaş, Ö.: (2011) "Do Stock Returns Lead Real Economic Activity? Evidence From Seasonal Cointegration Analysis", **Economics Bulletin**, C:31, No:3, s. 2117-2127.

Hepsağ, A., Akçalı, B. Y.: (2015) "Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Asimetrik Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi ile Analizi: G-7 ve E-7 Ülkeleri Örneği", **BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar**, C.9, No:2, s.73-90.

Hylleberg, S., Engle, R. F., Granger, C. W. J., Yoo, B.S.: (1990) "Seasonal Integration and Contegration", Journal of Econometrics, No:44, s. 215-238.

Kruse, R.: (2011) "A New Unit Root Test Against ESTAR based on a Class of Modified Statistics", **Statistical Papers**, No:52, s.71-75.

Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., Shin, Y.: (1992) "Testing the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root", **Journal of Econometrics,** No:54, s.159-178.

Lee, J., Strazicich, M. C.: (2003) "Minimum Lagrange Multiplier Unit Root Test with Two Structral Breaks", **The Review of Economics and Statistics,** C:85, No:4, s.1082-1089.

Lee, J., Strazicich, M. C.: (2004) "Minimum LM Unit Root Test with One Structral Breaks", **Reseachgate,** s.1-15.

Leybourne, S., Newbold, P., Vougas, D.: (1996) "Unit Roots and Smooth Transition", **Journal of Time Series Analysis**, C.19, s.83-86.

Lumsdaine, R. L., Papell, D. H.: (1997) "Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis", **The Review of Economics and Statistics,** C:79, No:4, s.212-218.

Maddala, G.S., Kim, I. M.: (1998) **Unit Roots Cointegration and Structural Change,** Cambridge University Press, s. 29-30.

NG, S., Perron, P.: (2001) "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power", **Econometrica,** C:69, No:6, s.1519-1554.

Pindyck, R. S., Rubinfeld, D. L.: (1997) Econometrics Models and Economic Forecast**,** 4. bs. McGraw-Hill / Irwin.

Perron, P., NG, S.: (1996) "Useful Modifications to some Unit Root Tests with Dependent Errors and their Local Asymptotic Properties", **Review of Economic Studies,** No:63, s.435-463.

Perron, P.: (1989) "The Great Crash, The Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis", **Econometrica,** C:57, No:6, s.1361-1401.

Phillips, P. C. B., Perron, P.: (1988) "Testing for Unit Roots in Time Series Regression", **Biometrika,** C:75, No:2, s.335-346.

Sevüktekin, M., Çınar, M.: (2017) **Ekonometrik Zaman Serileri Analizi: Eviews Uygulamalı,** 5.bs., Bursa, Dora Basım-Yayın Dağıtım.

Sollis, R.: (2009) "A Simple Unit Root Test Against Asymmetric STAR Nonlinearity with an Application Real Exchange Rates in Nordic Countries", **Economic Modelling**, No:26, s.118-119.

Stock, J. H., Watson, M. W.: (2011) **Ekonometriye Giriş**, Çev. Bedriye Saraçoğlu, Ankara, Efil Yayınevi.

Terasvirta, T., Anderson, H. M.: (1992) "Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models" **Journal of Applied Econometrics**, No:7, s.119.

Tong, H., Lim, K.S.: (1980) "Threshold Autoregression Limit Cycles and Cyclical Data", **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, C:42, No:3, s.252-255.

Tong, H.: (1983) **Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis**, Verlag Newyork Inc.

Tong, H.: (2007) " Birth of the Threshold Time Series Model", **Sitatistica Sinica Researchgate**, No:17, s.8-14.

Tsay, R. S.: (2002) **Analysis Of Financial Time Series,** John Wiley and Sons, s.23.

Tsay, R. S., Chen, R.: (2019) **Nonlinear Time Series Analysis**, John Wiley and Sons.

Zivot, E.; Andrew, D. W. K.: (1992) “Further Evidence on The Great Crash, The Oil Price Shock and The Unit Root Hypothesis”, **Journal of Business and Economic Statistics,** C:10, No:3 s.251-270.