TÜBİTAK

Weyl Simetrik Alternatif Gravite Kozmolojisi

Program kodu: 1001

Proje No: 114F239

Proje Yürütücüsü:
Prof. Dr. Cemsinan Deliduman

Araştırmacı:
Yard. Doç. Dr. Barış Yapışkan

Bursiyerler:
Oğuzhan Kaşıkçı
Mehmet Helva

HAZİRAN 2017
İSTANBUL

Önsöz

Bu çalışmanın öncelikli amacı skalar-tensör gravite kuramı olarak yazılamayan alternatif gravite kuramlarının kozmolojik ve astrofiziksel etkilerinin incelenmesidir. Son zamanlarda Weyl-simetrik modellerin standart paradigma içinde enflasyon modeli kurmada veya standart kozmolojiye alternatif olarak devirli evren modelleri önerilerindeki etkileyici kullanımından esinlenerek Weyl-değişmez alternatif gravite kuramlarının ne tür kozmolojik modellere yol açacakları ve ne tür astrofiziksel problemlerin çözümüne ışık tutacaklarını incelemek amaçlanmıştır.

Bu amaçlar doğrultusunda ulaşmak istediğimiz hedefler ise şunlardı:

1) Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarıyla galaksilerin düz dönme eğrileri problemin incelenmesi. Galaksilerin dış bölgelerinde ölçek simetrik etkilerin ne tür bir geometriye yol açtığının belirlenip sonuçlarının irdelenmesi.

2) İlk maddede belirlenen ölçek simetrik geometrinin ışığın bükülmesi üzerine etkisinin hesaplanması. Bu bağlamda kozmolojik sabitin de ışığın bükülme miktarı üzerinde olan etkisinin belirlenmesi. Bu konuda süregelen bilimsel tartışmaya katkıda bulunulması.

3) Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarının standart kozmolojiye göre ne kadar farklı bir kozmoloji öngördüğünün belirlenmesi.

4) Weyl-değişmezlik özelliği ile alternatif gravite eklemelerinin göreli katkılarını karşılaştıracak örnekler bulunması ve Weyl-değişmezlik özelliğinin irdelenmesi.

5) Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarında kara delik çözümlerinin bulunması ve bu kara deliklerin entropilerinin hesaplanması.

Bütün bu hedeflere kısmen ulaşılmıştır. Bu konularda hazırladığımız iki makaleden biri uluslararası prestijli bir dergide hakem incelemesi altındadır ve diğerini de göndermek üzereyiz.

Bu çalışma 114F239 numaralı TÜBİTAK projesi ile desteklenmiştir.

TÜBİTAK

İçindekiler

Önsöz i

Özet iv

Abstract v

1. GİRİŞ 1
- 1.1 Konformal Simetrik Gravite . . . 1
- 1.2 Düz Dönme Eğrileri . . . 2
- 1.3 İzotropik Olmayan Evren . . . 4
- 1.4 Kara Delik Çözümleri . . . 4

2. LİTERATÜR ÖZETİ 6
- 2.1 Karanlık Evren Kozmolojisi . . . 6
- 2.2 ΛCDM Modelinin Sorunları . . . 7
- 2.3 Skalar Alanların Olası Etkileri . . . 7
- 2.4 Karanlık Gravite . . . 8
- 2.5 Weyl Gravite Kuramı . . . 9

3. YÖNTEMLER 13
- 3.1 Weyl Gravite ve Alan Denklemleri . . . 13
- 3.2 Düz Dönme Eğrileri Galaktik Bölge Geometrisi . . . 14
- 3.3 Weyl Gravite'nin Boşluk Çözümlerinde Ufuklar . . . 16
- 3.4 Bianchi–I Tipi Evren . . . 17

4. BULGULAR 20
- 4.1 Weyl Gravite Çözümleri . . . 20
- 4.2 Torus T^2 Geometrisine Özel Çözüm . . . 20
- 4.3 Küre S^2 ve Hiperbolik Düzlem H^2 Geometrileri İçin Geçerli Çözüm . . . 21
- 4.4 Işığın Gravitasyonel Bükülme Açısı . . . 23
- 4.5 Perturbatif Yöntem . . . 25
- 4.6 İzotropik Olmayan Weyl Kozmolojisi . . . 27
- 4.7 Nümerik Bulgular ve Gözlemsel Veriler . . . 29

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 31

Kaynaklar 33

Şekil Listesi

1 Birçok galaksi için dönme eğrileri. 3
2 Kozmolojik sabit değişirken ufuk yapısı. 17

Özet

Bu çalışmada Weyl-simetrik modellerin standart paradigma içinde enflasyon modeli kurmada veya standart kozmolojiye alternatif olarak devirli evren modelleri önerilerindeki etkileyici kullanımından esinlenerek Weyl-değişmez alternatif gravite kuramlarının ne tür kozmolojik modellere yol açacakları ve ne tür astrofiziksel problemlerin çözümüne ışık tutacaklarını incelemek amaçlanmıştır.

Bu çalışmada esas olarak galaktik dönme eğrisi problemine karanlık madde varlığı varsayımı yapmadan geometrik yoldan çözüm bulmayı araştırdık. Galaksilerin dış bölgelerindeki dönme hızlarının ölçek bağımsız olması gözlemi bize bu bölgelerde olası ölçek simetri varlığına ve bu nedenle bu bölgelerdeki gravite olaylarının yegane ölçek simetrik gravite kuramı olan Weyl gravite kuramı tarafından tanımlanması gerektiğine işaret etti. Weyl gravite kuramının alan denklemlerini çözerek galaksilerin dış bölgelerindeki ölçek simetrik özel geometriyi belirledik. Gravite olaylarının ölçek bağımlı tanımını daha iyi anlamak için Einstein–Weyl kuramı olarak isimlendirilen kuramdaki özel terimleri karşılaştırıp galaksilerin dış bölgelerinin Weyl kuramınca tanımlandığı ancak iç bölgelerinin ise Einstein ve Weyl kuramlarının ortak çözümü olan Schwarzschild geometrisi tarafından tanımlandığı sonucuna vardık. Belirlediğimiz ölçek simetrik geometrinin ışığın bükülmesi üzerine etkisini hesapladık. Bu bağlamda kozmolojik sabitin de ışığın bükülme miktarı üzerinde olan etkisi belirlenmiştir. Böylece bu konuda süregelen bilimsel tartışmaya katkıda bulunduk.

Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarının standart kozmolojiye göre ne kadar farklı bir kozmoloji öngördüğünün belirlenmesi de üzerinde çalıştığımız diğer bir konudur. Bu bağlamda yaptığımız çalışmaları özetledik. Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarında kara delik çözümlerinin bulunması ve bu kara deliklerin entropilerinin hesaplanması da halen devam eden bir diğer çalışmadır.

Anahtar Kelimeler: Alternatif gravite kuramları, Weyl simetrisi, yerel konformal simetri, galaktik dönme eğrileri, ışığın gravite altında bükülmesi, izotropik olmayan evren modelleri, kara delik çözümleri.

Abstract

Motivated by the impressive use of Weyl symmetric models in standard cosmology as inflation models or in alternative cosmology as cyclic universe models, in this work we aim to study what cosmological models could be constructed based on Weyl-invariant alternative gravity theories and what astrophysical problems could be solved via these models.

In this work we mainly searched for a resolution of the flat galactic rotation curve problem from geometry instead of assuming the existence of dark matter. We observed that the scale independence of the rotational velocity in the outer region of galaxies could point out to a possible existence of local scale symmetry and therefore the gravitational phenomena inside such regions should be described by the unique local scale symmetric theory, namely Weyl's theory of gravity. We solved field equations of Weyl gravity and determined the special geometry in the outer region of galaxies. In order to understand the scale dependent description of gravitational phenomena, we compared individual terms of so called Einstein–Weyl theory and concluded that while the outer region of galaxies are described by the Weyl term, the inner region of galaxies are described by the Schwarzschild geometry which is a mutual solution of Einstein and Weyl theories. The special scale–symmetric geometry that we found is then used to determine the gravitational bending of light. In this respect we determined the effect of cosmological constant on the amount of bending. This way we contributed the scientific discussion on this front.

Another topic that we have been studying is how different cosmology Weyl–invariant quadratic gravity theory would produce compared to standard cosmology. We summarize the work we have done in this topic. Finding black hole solutions in Weyl–invariant quadratic gravity theories and calculating entropy of such black holes is another work which still continues.

Keywords: Alternative gravity theories, Weyl symmetry, local conformal symmetry, galactic rotation curves, gravitational bending of light, anisotropic universe models, black hole solutions.

1. GİRİŞ

1.1 Konformal Simetrik Gravite

Güncel kozmoloji ve astrofizik kuramlarının iki tane çok büyük problemi vardır. Bunlardan ilki evrenin günümüzde gösterdiği hızlanarak genişleme davranışı (Perlmutter vd., 1999; Riess vd., 1998, 2004; Kowalski vd., 2008) ve diğeri ise galaksiler veya galaksi kümeleri ölçeğinde gözlemlenen düz dönme eğrileridir (Binney ve Tremaine, 1996; Borriello ve Salucci, 2001). Günümüz fiziğinin bu gözlemlere getirdiği açıklamalar iki önemli benzerlik içermektedir. Bunlardan ilki Einstein'ın genelçekim (gravitation) kuramı olan genel görelilik kuramının bütün ölçeklerde geçerli olduğu ve ikincisi ise -ki birinci varsayıldığı için karşımıza çıkar- her iki problemin çözümünün "karanlık" bir tarafının olduğudur. Evrenin geç dönem hızlanarak genişlemesi olayında bu karanlık taraf doğası hala belirlenememiş olan karanlık enerji (Amendola ve Tsujikawa, 2010) iken, düz dönme eğrileri problemindeki karanlık taraf maddesel bir doğası olan karanlık maddedir (Trimble, 2987). Karanlık enerjiye bu ismin verilmesinin bir sebebi standart kozmoloji paradigması içinde doğasının belirlenemiş olmasıysa diğeri de negatif basınca sahip olmasıdır. Karanlık madde, Newton limitinde gereken fiziği üretmek için madde doğasına sahip olmalıdır, ancak baryonik madde ile elektromanyetik olarak etkileşmemesi (görünmediği varsayılmaktadır) gerektiği için kara olarak betimlenmektedir. Karanlık maddeyi oluşturan ve baryonik olmayan parçacıkları gözlemlemek için tasarlanan deneylerin hiçbiri şimdiye kadar pozitif bir sonuç vermemiştir (Beltran vd. 2009; Ahmed vd. 2010; Akerib vd. 2014).

Bu projede yapmaya çalıştığımız, evrenin geç dönem ivmeli genişlemesi ve galaksilerin düz dönme eğrileri problemlerine kara enerji ve kara madde tarafından getirilen sorunlu çözümlerin yerine, standart kozmolojik modelin en önemli varsayımlarından birisini değiştirip, genel göreliliğin bütün ölçeklerde geçerli olmayabileceği fikrinin sonuçlarını incelemekti. Genel göreliliğin Güneş Sistemi içindeki klasik testleri ve Newton potansiyelinin hangi mesafelere kadar doğru kaldığını ölçen masa-üstü deneyleri (Long vd. 1999, Kapner vd. 2007) genel görelilik kuramının birkaç mikrondan Güneş Sistemi'nin büyüklüğüne kadar geçerli olduğunu göstermektedir. Ancak, genel göreliliğin Güneş Sistemi'nin ötesinde, galaksi veya kozmik ölçeklerde geçerli olduğuna dair hiçbir kanıt yoktur. Bu yıl içerisinde gözlemlenen "gravite dalgaları" dahi genel göreliliğe alternatif birçok genelçekim kuramının tahminlerine uymaktadır (Konoplya ve Zhidenko, 2016).

Daha önceki raporlarda da açıklandığı üzere güçlü genelçekim alanlarının bulunduğu ölçek Planck ölçeğidir ve kuantum alan kuramı diliyle genelçekim kuramının "morötesi (UV)" formunun belirlenmesini gerektirir. Genel görelilik kuramı renormalize edilemez. Renormalizasyon için bu kurama bazı terimler eklenilmesi gerekir (Stelle, 1977). Bu eklenen terimlerin uygun bir birleşimi Weyl genelçekim kuramına karşılık gelir. Planck ölçeğindeki fiziğe uyum şartından dolayı bu projede in-

celediğimiz kuram genel görelilik ve Weyl kuramlarının bir birleşimidir:

$$S = M_P^2 \int d^4x\sqrt{-g}\,[R + \alpha\, C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma}]$$

Burada M_P, Planck kütlesi; R, eğrilik skaleri ve $C_{\mu\nu\rho\sigma}$, Weyl tensörüdür. Bu kurama Einstein–Weyl kuramı denilmektedir. Weyl tensörünün öz–kaynaşımı (self–contraction) yerel ölçek simetrisi (Weyl simetrisi) altında değişmezdir ve bu terim ile M_P^2'nin kütle boyutundan dolayı α sabiti $[uzunluk]^2$ boyutuna sahiptir. Weyl tensörünün öz–kaynaşımının $C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma} = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 2R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + \frac{1}{3}R^2$ olarak yazılabileceği dikkate alınırsa, kara deliğin etrafında (yani morötesinde) Weyl teriminin Einstein-Hilbert terimine baskın olduğu görülür. Bu nedenle morötesi genelçekim kuramının sadece Weyl kuramı olabileceği ve Weyl kuramının kara delik çözümlerinin morötesi genelçekim fiziğini anlamak için daha kullanışlı olacağı fikri ortaya çıkmaktadır.

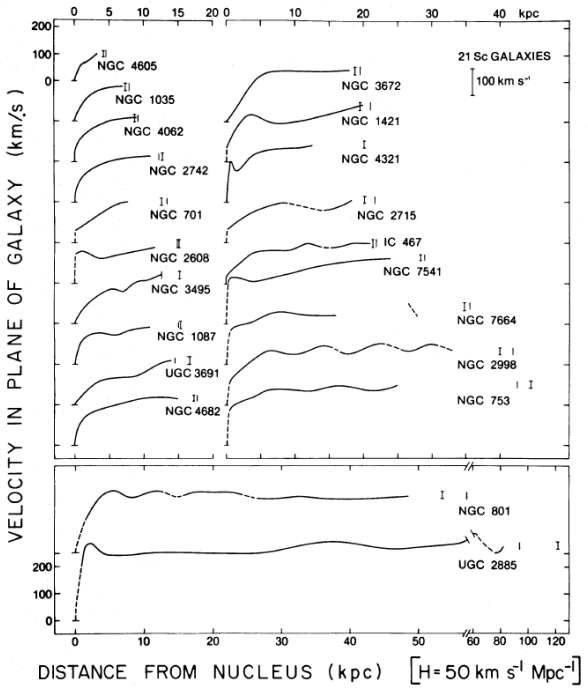
Einstein-Weyl kuramı sadece morötesi fizikte değil, beklenmedik bir şekilde kızılötesi fizikte de karşımıza çıkmaktadır. Yukarıda yazılan eylem kızılötesinde, terimlerin önlerindeki katsayılar farklı olmak üzere, aynı formda karşımıza çıkmaktadır (Holdom ve Ren, 2015). Morötesinde her bir terim renormalizasyon için gerekirken, kızılötesinde Weyl terimi Einstein-Hilbert terimine gelen yüksek türevli düzeltme olarak karşımıza çıkmaktadır. Diğer bir deyişle kızılötesindeki eylem düşük enerjilerdeki hadron fiziğinde karşımıza çıkan "kiral Lagrangiyen" benzeri bir yüksek türevli eylemdir. Einstein-Weyl kuramının asimtotik serbest oluşu (Holdom ve Ren, 2015) bu genelçekim kuramının kuantum renk dinamiği (QCD) benzeri bir yapıya sahip olduğunu düşündürmektedir. Kızılötesinde (örneğin astrofiziksel ölçeklerde) ve aşırı kızılötesinde (kozmolojik ölçeklerde) Einstein-Weyl kuramını kullanabilmemizin sebebi budur. Projemizin ana amacı da tam olarak kızılötesi ve aşırı kızılötesinde bu kuramın veya bu kuramla ilişkili (örneğin konformal simetriye haiz) diğer alternatif genelçekim kuramlarının astrofiziksel ve kozmolojik klasik çözümlerini incelemekti.

1.2 Düz Dönme Eğrileri

Galaksilerde düz dönme eğrileri problemine Einstein-Weyl kuramı kapsamında çözüm önerdiğimiz makalede (Deliduman vd., 2015) galaksi dış bölgesinde bulunan yıldızların galaksi merkezi etrafında dönme hızlarının her bir yıldızın galaksi merkezinden uzaklığından bağımsız olarak yaklaşık aynı olduğu gözlemsel gerçeğinden hareketle, bu bölgelerde yerel ölçek simetrisinin varolabileceği hipotezi ortaya atılmış ve bu hipotezin bir gereği olarak galaksi dış bölgesinde geçerli olan genelçekim kuramının ölçek simetrisine sahip yegane metrik kuramı olan Weyl kuramı olması gerektiği sonucu çıkarsanmıştır. Bu nedenle galaksi dış bölgesinin geometrisi Weyl kuramının alan denklemleri çözülerek belirlenmiş ve fakat galaksi iç bölgesinde dönme hızları genel göreliliğe oldukça uygun olduğundan genel çekim kuramının iki kısımdan oluşması gerektiği, bunlardan Einstein-Hilbert kısmının galaksi iç bölgesinde, Weyl kısmının ise yukarıda anlatılan ölçek simetrisinden dolayı galaksinin dış bölgesinde geçerli olması gerektiği ileri sürülmüştür. Einstein-Weyl kuramının

hangi kısmının galaksinin hangi bölgesinde baskın veya etkili olacağının ölçütü ise bireysel terimlerin kütle, yoğunluk ve basınç gibi niceliklerle olan ilişkilerinden belirlenmiştir (benzeri fikirler için bkz. (Psaltis, 2008; Ekşi vd. 2014).

Bu makalenin sonuç kısmında belirttiğimiz üzere bu konudaki çalışmalarımız halen devam etmektedir. Einstein-Weyl gravite kuramının galaksilerde düz dönme eğrileri problemini tam olarak çözebildiğini söyleyebilmek için varolan modelin iki yönde daha iyi hale getirilmesi zorunludur. Bunlardan ilki şu şekilde açıklanabilir: Galaksilerin dış bölgelerinde dönme eğrileri tam olarak düz olmayıp galaksiden galaksiye değişkenlik göstermektedir. Bazı galaksilerde bu eğri tamamen düzken, bazılarında dalgalı bir yapı göstermekte, bir diğer grupta merkezden uzaklaştıkça çok yavaşça artarken, diğerlerinde bir miktar azalıp sonra yine artmaktadır (bkz. şekil 1 (Rubin vd. 1980)). Bu durum galaksilerin diş bölgelerinde tam bir ölçek simetrisi olamayacağını göstermektedir. Ancak tam bir ölçek simetrisi olmaması Weyl teriminin tamamen anlamsız olduğu anlamına gelmemektedir. Einstein-Hilbert teriminin baskın olduğu galaksi iç bölgesinde ölçek simetrisi apaçık (manifestly) kırıldığı halde, Weyl teriminin baskın olduğu galaksi dış bölgesinde ölçek simetrisi yumuşak bir şekilde kırılmaktadır (soft-breaking). Bu apaçık ve yumuşak kırılma durumlarının galaksi geometrisi için yazılan gravite çözümünden görülebilmesi, yaptığımız bu önerinin geniş çevrelerce kabulü için elzemdir. Modelimizi geliştirmemiz gereken ikinci yön ise gravite kuramının alan denklemlerine bulunacak çözümün galaksi iç bölgelerinde yapılan gözlemlerle ve bu gözlemleri çok iyi açıklayan Newton kütleçekim kuramıyla uyumlu olduğunun gösterilmesidir. Görüldüğü üzere simetri üzerine olan fikirler ve gözlem sonuçları bulunması gereken çözüm özerine önemli kısıtlar koymaktadır.



Şekil 1: Birçok galaksi için dönme eğrileri.

1.3 İzotropik Olmayan Evren

Standart kozmoloji modeli, evrenin başlangıcında büyük patlama tekilliği içermekte, sonrasında -evrendeki büyük ölçekli yapıları açıklamak için- öne sürülen enflasyon evresini var saymakta ve ayrıca geç dönem evrendeki ivmeli genişlemeyi açıklamak için kara enerji bileşeni içermektedir. Bu modelin gözlemlerle uyumlu olması için ayrıca kozmolojik soğuk kara maddeye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenlerle bu modele kısaca ΛCDM (Λ : kozmolojik sabit, CDM : soğuk kara madde) denmektedir. Planck uydusunun son gözlemleri (Ade vd. 2013a, 2013b) bu parametrelere ek olarak kozmik mikrodalga artalanında ısıl anizotropi gözlemlemiştir. Enflasyon modelleri genel olarak metrik alana ek olarak "enflaton" adı verilen bir skalar alan içermekte, kara enerji ise negatif basınçlı izotropik hal denklemine sahip olarak yine skalar-tensör kuramlarında dinamik olarak elde edilmeye çalışılmaktadır. Aşırı kızılötesinde, yani kozmolojik ölçeklerde genel göreliliğe yapılan en düşük düzey yüksek türevli düzeltmelerin Weyl terimiyle verilmesi gerektiğinden yukarıda bahsetmiştik. Bu nedenle Einstein-Weyl kuramının kozmolojik ölçekteki klasik çözümlerinin standart kozmolojik modelin gözlemleri açıklamak için kullandığı bahsedilen içeriğine karşılık ne tür yapılar getirdiği test edilmelidir.

Bu bağlamda en basit geometrik çözüm olarak metriği

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 dx^2 + a(t)^2 dy^2 + b(t)^2 dz^2$$

olan *Bianchi–I* tipi uzay-zamanı çalıştık. Bu metrik anizotropik ve eksen simetrik bir uzay zamanı temsil etmektedir. Erken evren için olan modelimizde Bianchi–I tipi metrik kullanıp elde ettiğimiz çözümü evrimleştirdiğimizde geç dönemde izotropik evren verip vermeyeceğini sınadık. Anizotropiye neyin sebep olduğu konusunda değişik yargılar vardır: Evrendeki baryonik madde ve radyasyon izotropik olarak varsayıldıkları için geriye anizotropinin kaynağı olarak karanlık madde (Akarsu vd. 2014) veya karanlık enerji (Appleby vd. 2010) kalmaktadır. Bizim bu konudaki önerimiz ise Einstein-Hilbert terimine aşırı kızılötesinde yüksek türevli düzeltme olarak gelen Weyl teriminin geometrik olarak bu anizotropiden sorumlu olduğudur. Benzeri bir fikir içeren bir çalışmada (Barrow ve Hervik, 2006) Einstein-Weyl gravite kuramının Bianchi–II ve Bianchi–VI$_h$ çözümleri incelenerek anizotropik enflasyon içeren bir evren modellenmiştir. Bizim modelimizin bu makaleden farkı kozmolojik sabit terimi içermemesidir. Kısaca yapmaya çalıştığımız şey Weyl teriminin aşırı kızılötesi fiziğinde anizotropik bir karanlık enerji gibi davranıp davranmadığını test etmek olmuştur.

1.4 Kara Delik Çözümleri

Weyl kuramı veya onun alt–kuramlarında (örneğin R^2 kuramı) kara delik çözümü arayışları son yıl içinde ivme kazanmıştır (Kehegias vd. 2015; Alvarez–Gaume vd. 2015; Lu vd. 2015a, 2015b). Daha önceki raporda belirtildiği üzere biz de Weyl kuramında birçok yeni kara delik çözümü ürettik. Bu çözümler Lifshitz, Schrödinger ve pp–dalgası tipinde çözümlerdir. Bu çözümleri henüz bir ma-

kale haline getirmemiştik, çünkü bu karadelik çözümlerinin ufuk, dinamik ve özellikle termodinamik özelliklerini incelememiz gerekiyordu. Güneş Sistemi gözlemleriyle uyumlu alternatif gravite kuramlarında kara delik çözümleri genel görelilik kuramındaki çözümleri tamamen kapsarlar, ancak kendilerine has asimtotik yapısı Schwarzschild veya Kerr çözümünden çok farklı (örneğin yukarıda bahsedilen çözümler) kara delik çözümleri de mümkündür. Bu çözümlerin termodinamik özelliklerinin, asimtotik olarak düz veya de Sitter geometrisine sahip kara deliklerle aynı şekilde hesaplanıp hesaplanmayacağıyla ilgili literatürde birbiriyle çelişen yaklaşımlar vardır (Wald, 1993; Camps, 2014). Bu nedenle belirlediğimiz kara delik çözümlerinin termodinamik özelliklerini belirlemek planladığımızdan uzun sürdü. Ancak yaptığımız hesaplarda oldukça ilerleme kaydetmiş durumdayız. Bu konudaki makalemizi de yakın gelecekte tamamlayıp prestijli bir dergide yayınlanmak üzere göndereceğiz.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Bu projede kozmolojinin standart modeline alternatif olabilecek bir kozmolojik modeli Weyl-simetrik kuadratik gravite kuramı kullanarak kurmak amaçlanmıştı. Bu nedenle proje konusu özelde kuadratik gravite kuramını ve genelde alternatif gravite kuramlarını, skalar alanların kozmolojideki aktif kullanımını, Weyl-simetrik kuramların kozmolojik kullanımını, devirli (cyclic) evren modellerini ve Higgs alanının kozmolojik uygulamalarını kapsamaktadır. Bütün bu kapsanan konuları aşağıda kısaca özetlemeye çalışacağım.

2.1 Karanlık Evren Kozmolojisi

Kozmolojinin standart modeline göre evren büyük patlama ile başlamış, enflasyonik bir genişleme çağı ile çok kısa zamanda üstel olarak (exponential) büyümüş, enflasyonun bitiminde yaşanan radyasyon çağında hafif elemenler oluşmuş, devamında ise madde çağına geçilmiş ve evren içindeki madde yoğunluğuna bağlı olarak genişlemeye devam etmiştir. Bu modelin en önemli varsayımlarından ikisi basit gözlemlerden gelir: Evren büyük ölçeklerde homojen ve izotropiktir. Bu varsayımlara ek olarak yapılan üçüncü varsayım Einstein'ın Genel Görelilik kuramının her ölçekte geçerli olduğudur. Robertson-Walker metriği temel alınarak Einstein denklemlerinden üretilen Friedmann denklemleri sabit eğrilikli evren modelleri tanımlarlar ve evrenin evrimi (genişlemesi) zamana bağlı tek bir değişkenin ve eğrilik parametrisinin cinsinden modellenir. Evrenin evrimi üzerinde etkili alanlar gravitasyonel olarak etkileşen madde alanları ve graviteden sorumlu metrik alandır. Bu model bazı hafif elementlerin evrendeki bolluklarını (abundance) yeterince iyi tahmin edemese de genel olarak başarılı bir bakış açısı kazandırır. Ancak geçen yüzyılın sonunda yapılan bazı gözlemler (Perlmutter vd., 1999; Riess vd., 1998, 2004) evrenin evriminde maddenin baskın olduğu çağda beklenemeyecek bir şekilde evrenin genişleme hızının arttığı bir evrede yaşadığımızı göstermiştir. Evrenin geç zamanda bu ivmelenen genişlemesini standart kozmolojinin varsayımları çerçevesinde açıklamak için -doğası bilinen madde ve enerjiden çok farklı olan- bir 'karanlık enerji' bileşenine gerek duyulur. Bu varsayımlar altında, gözlenen evrenin sınırına yakın süpernovalardan elde edilen verilere en uygun fonksiyon eğrilerinden yapılan çıkarım evrenin içeriğinin sadece % 27'sinin maddesel olabileceği ve kalan % 73'ünün karanlık enerji olması gerektiğidir. Karanlık enerji bileşeni değeri sıfırdan farklı ve pozitif olan bir kozmolojik sabitin etkisi olarak da düşünülebilir. Galaksi dönme eğrilerinden yapılan başka bir çıkarıma göre ise evrende olması gereken maddenin sadece düşük bir yüzdesi bildiğimiz baryonik maddedir (evrenin içeriğinin yaklaşık %4'ü). Galaksi dönme eğrilerini Genel Görelilik ve Newton fiziği beklentilerinden saptıran ve evrenin evrimine geri kalan maddesel katkıyı yapan madde bileşenine ise baryonik madde ile elektromanyetik olarak etkileşmediği varsayıldığı için 'karanlık madde' ismi verilmiştir.

2.2 ΛCDM Modelinin Sorunları

WMAP ve Planck uydularının kozmik mikrodalga ışınımı (CMB) gözlemleri, yukarıda standart kozmoloji olarak bahsedilen paradigmanın en basit modeli olan ΛCDM (kozmolojik sabit ve soğuk karanlık madde) modelinin (Padmanabhan, 2003) öngörüleriyle çok uyumlu olmalarına karşın -ufak ama önemli- bazı uyumsuzluklar da içermektedirler (Ade vd., 2013a, 2013b, 2013c; Bennett vd., 2011). Bu uyumsuzluklar hem izotropi varsayımıyla hem de kozmolojik sabit varsayımıyladır. Evrende büyük ölçekteki izotropinin kırıldığına ve birçok fiziksel olayın belli bir yön gösterdiğine dair birçok gözlem mevcuttur (Antonio vd., 2013; Antoniou vd., 2010; Cai vd. 2012; Zhao vd. 2013). Ancak evrenin başlangıcında bir anizotropi olsa da -şu anki enflasyon modellerine göre- enflasyon bu anizotropiyi giderir ve dolayısıyla enflasyon paradigması bu türden bir izotropi kırılmasıyla henüz uyumlu değildir. Bu durumda kurama ya var olan olası anizotropiyi enflasyon sırasında koruyacak bir mekanizma eklenmesi ya da enflasyon sonrası anizotropi öretecek bir mekanizma belirlenmesi gerekmektedir. Bu durum Robertson-Walker evreninden farklı çözümlerin denenmesini ve ayrıca Genel Görelilikten sapmanın basit bir skalar alan eklemeden öte olması gerektiğini düşündürtmektedir (Akarsu vd. 2014).

ΛCDM modelinin evrenin içeriğinin pozitif bir kozmolojik sabit ve baryonik madde ile birlikte soğuk karanlık madde olduğu varsayımının kaynaklarından biri -yukarıda üçüncü olarak sayılan- Genel Görelilik kuramının her ölçekte geçerli olduğu varsayımıdır. Ancak standart kozmolojinin diğer varsayımlarının aksine bu varsayımı yapmamız için çok haklı gözlemsel sebeplerimiz bulunmamaktadır. Genel Göreliliğin ünlü klasik testleri (ışığın gravitasyonel alanda yolunun bükülmesi gözlemi, Merkür'ün yörüngesinde gözlenen devinim, gravitasyonel kırmızıya kayma gözlemi, v.s.) Güneş Sistemi içinde gerçekleşmiştir ve prensip olarak Genel Göreliliğin Güneş Sistemi'nden daha büyük ölçeklerde veya uzayın daha yüksek eğriliklerinde geçerli olduğuna dair kanıt oluşturmazlar.

Standart kozmoloji paradigmasının zorunlu bir parçası olan enflasyon çağının varlığı son günlerde açıklanan BICEP2 deneyinin sonuçlarına (Ade vd. 2014) göre gravitasyonel dalga gözlemleri tarafından destekleniyor gibi görünmektedir. Ancak bu konuda bir sonuca varmak için henüz çok erkendir. Aşağıda detaylıca anlatılacağı gibi enflasyon modellerinin çok önemli kuramsal sorunları vardır ve BICEP2 deneyinin sonuçları aslında bu kuramsal sorunların bazılarını da daha görünür hale getirmiştir. Bu sonuçlara göre enflasyon modellerinin desteklenmesinden çok birçoğunun (Marsh vd. 2014) (belki şu an var olanların hepsinin) rafa kaldırılması sonucu doğabilir.

2.3 Skalar Alanların Olası Etkileri

Standart kozmoloji paradigması içinde kalarak, yani genel göreliliğin her ölçekte geçerliliğini varsayarak, enflasyon ve kara enerji kavramlarına içerik kazandırmak için kurama yapılan en basit katkı bir skalar alan eklenmesi olmuştur (Liddle ve Lyth, 2000; Amendola ve Tsujikawa, 2010). Fizikte skalar alanların en önemli kullanımı simetri kırılımının tanımlanmasında olmuştur (Higgs,

1964). Ancak, parçacık fiziği hala skalar parçacıkların doğası hakkında bir kesinliğe sahip değildir, örneğin skalar alanların uyması gereken potansiyel(ler) açıkça belli değildir ve potensiyel 'ihtiyaca' uygun bir şekilde seçilebilir. Farklı farklı kozmolojik enflasyon ve kara enerji modellerinin olması da bu yüzdendir.

Kozmolojik enflasyon fikri ilk olarak standart Sıcak Büyük Patlama (Hot Big Bang) modelinin birçok 'kuramsal' problemini çözmek için öne sürüldü (Guth, 1981). Bu kuramsal problemlerin ilki çok yüksek bir sıcaklıkla başlayan Sıcak Büyük Patlama sonrası bazı kalıntıların -kuramsal olarak- günümüze değin kalacakları ve bunların gözlenmemiş olmasıdır. Bunlar gravitino, süpersicim modülleri, manyetik tekkutuplar veya başka tür topolojik kusurlar (defects) olabilir. Ayrıca Sıcak Büyük Patlama modelinde günümüzde gözlemlediğimiz büyük ölçeklerdeki homojenliği ve izotropiyi, evrenin eğriliğinin sıfıra yakın oluşunu ve büyük patlama sonrası element oluşumunda gerekli homojenliği (ufuk problemi) açıklamak mümkün olmamış ve enflasyon modelleri bu sorunlara açıklama getirme amacıyla kozmolojik paradigmaya eklemlenmiştir. Enflasyon modelleri, basitçe, kurama eklenen skalar alan veya alanlar için potansiyel seçimi ve enflasyonu durdurma mekanizması içerirler. Bu modeller 90'lı yılların ortalarına kadar genelde tek skalar alan içerdikleri halde, sonraları iki skalar alan içeren 'hibrid enflasyon' modelleri geliştirilmiştir. Bugün enflasyon modelleri için yukarıda bahsedilen 'tarihi' nedenlerin çözümünden çok, enflasyon modellerinin astrofiziksel yapıların nasıl oluştuğuna dair güçlü tahminleri dolayısıyla çok değişik enflasyon modelleri oluşturulmaktadır. Bu enflasyon modellerinin ne kadar doğayla uyumlu oldukları WMAP ve Planck gibi gözlemlerle son yıllarda sürekli test edilmiştir.

Kara enerji modelleri de çok büyük benzerlikler içermektedirler. Hakiki öz (quintessence), k-öz (k-essence), fantom veya bukalemun modelleri arasındaki ayrım genel olarak skalar alan(lar) için seçilen kinetik ve potansiyel enerji terimlerinin farklılığında, veya skalar alan(lar)ın gravitasyona (Einstein-Hilbert terimine) veya maddeye nasıl eşleştiğinde (coupling) yatmaktadır.

2.4 Karanlık Gravite

Hem enflasyon hem de kara enerji modellerinde skalar alanın katkısının Einstein alan denklemlerinin 'madde' tarafına olduğu varsayılmaktadır. Ancak bu modeller yerine skalar alanın katkısının Einstein alan denklemlerinin gravitasyon veya 'geometri' kısmında olduğu varsayılabilir. Bu durumda artık 'kara enerji' ismi adı altında garip bir doğası da olsa maddesel bir katkı yerine, graviyasyon kuramı Genel Görelilik olmayan bir kozmolojik model oluşur. Bu tür 'değişik (modified) gravite kuramlarının', Güneş Sistemi'nden düşük ölçeklerde, yukarıda bahsedilen klasik testlerle uyumlu olmaları beklenir.

Bir skalar alanın Einstein alan denklemlerinin 'geometri' kısmını değiştirdiği türden değişik gravite kuramlarına 'skalar-tensör gravite kuramları' denir. Bunların en bilineni Brans-Dicke kuramıdır (Brans ve Dicke, 1961). Ancak skalar-tensör kuramlarının gözlemsel tahminleri aynı sayıda skalar içeren enflasyon modellerinkinden farklı değildir ve bu modellerin bütün sorunlarına aynı şekilde

sahiptirler. Bir diğer tür değişik gravite kuramları genel olarak f(R) gravite kuramları olarak adlandırılırlar. Bu kuramlar gravitasyon eyleminde Einstein-Hilbert terimi yerine skalar eğriliğin (R) bir fonksiyonunu (f(R)) içerirler. f(R) gravite kuramları kullanılarak da enflasyon modelleri yapmak mümkündür. Örneğin Alan Guth'un enflasyon fikrini ortaya attığı tarihi makalesinden önce dahi Starobinsky $f(R) = R + aR^2$ modelinde (Starobinsky, 1980) enflasyon olabildiğini gözlemlemiştir. f(R) gravite kuramlarından özel bazı f(R) fonksiyonları için geç dönem ivmelenen genişleme de elde edilebilir. Ancak bir konformal dönüşüm sonrası -eylem düzeyinde- f(R) kuramlarının Brans-Dicke kuramının özel halleri olduğu gösterilebilir. Örneğin Kallosh ve Linde'nin son modellerinde (Ferrara, 2011; Kallosh ve Linde, 2013) Starobinsky'nin enflasyon modeli konformal olarak dönüştürülmüş ve skalar-tensör gravite cinsinden ifade edilmiştir. Aynı durum geç dönem ivmelenen genişleme modelleri için de geçerlidir. Bu durumda -kesin olarak söylenemese de- f(R) enflasyon ve f(R) ivmelenen genişleme modellerinin skalar kara enerji alanı tarafından yönetilen enflasyon ve ivmelenen genişleme modellerinin özelliklerine sahip olmaları beklenebilir.

Bu noktada bu kuramların klasik gravite tesleri açısından konumlarını yorumlamakta fayda var: Brans-Dicke kuramı Güneş Sistemi'ndeki klasik gravite testleriyle uyumlu tahminlerde bulunamasa da, f(R) gravite kuramında bazı f(R) fonksiyonları için uygun sınır koşulları seçilerek klasik gravite testleriyle uyumlu çözümler bulunabilir. Eylem düzeyinde ve alan denklemleri düzeyinde eşdeğerlik, denklemlerin çözümü sırasında bozulabilir: f(R) gravite kuramında alan denklemleri dördüncü dereceden oldukları için ekstra iki sınır koşulunun nasıl seçileceği açık değildir ve bu sınır koşulları Brans-Dicke kuramına göre farklı seçildiklerinde Güneş Sistemi'nde ölçülen PPN parametreleriyle uyumlu çözümler bulunabilir.

Skalar-tensör gravite kuramlarının öngörülerinden farklı tahminlerde bulunan alternatif gravite kuramları genel olarak çok karmaşık alan denklemlerine yol açarlar ve incelenmeleri daha zordur. Ancak $R + aR^2$ modelinin en basit genellemesi şu şekilde yapılabilir: Eyleme R^2 terimiyle aynı boyutta ancak R'nin bir fonksiyonu olarak yazılamayacak terimler eklenebilir. Bu terimler $R^{mn}R_{mn}$, $R^{mnpr}R_{mnpr}$, $\partial_m\partial_n R^{mn}$, $\Box R$ terimleridir. Bunlardan son ikisi kuantum gravite kuramlarında kullanabilirler (Psaltis, 2009; Parker vd. 1999) ancak klasik alan denklemlerine katkıları yoktur. Dört boyutta $R^2-4R^{mn}R_{mn}+R^{mnpr}R_{mnpr}$ birleşimi Gauss-Bonnet (GB) terimi olarak adlandırılır ve toplam türev olarak yazılabilir. Bu nedenle $R^{mnpr}R_{mnpr}$ teriminin varyasyonu $aR^2 + bR^{mn}R_{mn}$ birleşiminin varyasyonu cinsinden yazılabilir. O halde skalar-tensör gravite kuramlarının ötesine geçecek tahminleri yapabilecek en basit gravite kuramı Lagrange fonksiyonu $R + aR^2 + bR^{mn}R_{mn}$ olarak verilen kuramdır.

2.5 Weyl Gravite Kuramı

Bu kuram (Stelle 1977, 1978) makalelerinde gösterildiği gibi dört boyutta renormalize edilebilen bir gravite kuramıdır ve kütlesiz spin-2 graviton yanında kütleli bir spin-2 alanı ve yine kütleli bir skalar alan tanımlar. Kütleli bir spin-2 alanın uyarılma enerjileri negatif olduğundan bu alan bir

hayalettir ve bu nedenle bu gravite modeli üniter değildir. Ancak a ve b katsayılarının bazı değerleri için ve boyuta bağlı olarak kurama kozmolojik sabit eklenerek üniter gravite kuramları elde edilebilir: Üç boyutta $a/b = -3/8$ seçimi yapıldığında elde edilen kuramın üniter olduğu ve kütleli iki spin-2 alanını tanımladığı 2009 yılında gösterildi (Bergshoeff vd. 2009). Bu gravite modeline 'Yeni Kütleli Gravite' ismi verilmiştir. Dört boyutta da kurama kozmolojik sabit eklemek gerekir ve sonrasında a ve b katsayılarının özel değerleri için üniter bir kuramın varlığı gösterilebilir (Lu ve Pope, 2009). Bu çalışmalar kısa bir süre sonra (Deser vd. 2011) makalesinde genel D boyut için üniter kuramlar yazılarak genelleştirilmiştir. Kuadratik gravite kuramının Weyl-simetrik (ancak yerel konformal olmayan) biçimi (Dengiz, 2011; Tanhayi, 2012a) makalelerinde $cR^{mnpr}R_{mnpr}$ terimi de eyleme katılarak incelenmiş ve dört boyutta (Tanhayi, 2012b) üniter bir kuram elde etmek için a, b, c katsayılarının alması gereken değerler belirlenmiştir. Bu değerlere göre üniter bir kuram için olması gereken düzeltme terimi Gauss-Bonnet terimidir. Bu açıdan bakıldığında kozmolojik model için kullanacağımız gravite kuramı üniter hale getirilememektedir. Katsayıların seçimine bağlı olarak üniter veya renormalize olabilen bu kuramın klasik veya yarı-klasik öngörülerinin kozmolojik veya astrofiziksel ölçeklerde çalışılması sonucunda sürpriz sonuçlar alınabilir ve en önemlisi skalar-tensör kuramların ötesine geçildiğinde ne tür zorluklar olacağı ve bu zorlukların üstesinden nasıl gelineceği öğrenmek için Weyl-simetrik kuadratik gravite kuramı en uygun toy model olarak karşımızda durmaktadır.

$aR^2 + bR_{mn}R^{mn}$ düzeltme teriminin yarı-klasik kuantum düzeltmeleri olarak düşünüldüğü bir çalışma (Parker ve Simon, 1993) makalesidir. Bu çalışmada metriğin dördüncü dereceden türevlerini içeren alan denklemleri önce ikinci dereceden türevler içeren denklemlere indirgenmiş ve bu denklemler nümerik olarak çözülerek çeşitli evren modellerinde yarı-klasik çözümlerle Einstein denklemlerinin klasik çözümleri arasındaki farklar incelenmiştir. Bu farklar özellikle güçlü gravitasyonel alanlarda önem arz etmektedir.

Evrende en güçlü gravitasyonel alanlar kozmolojik tekiller etrafında, orta kütleli kara deliklerin olay-ufkunda ve nötron yıldızlarının yüzeyinde gözlemlenir (Psaltis, 2008). Kara delik çözümleri farklı gravite modellerinde (bazıları hariç, örneğin Chern-Simons gravite) farklılıklar göstermez (Psaltis vd. 2008). Bu nedenle kara deliklerin olay-ufkuna yakın fiziksel olaylar gravite kuramlarını birbirlerine karşı test etmek için kullanılamazlar. Bu türden bir test için en uygun astrofiziksel nesneler nötron yıldızlarıdır. Nötron yıldızlarının yüzeylerindeki gravitasyonel alanlar orta kütleli kara deliklerin olay-ufkundaki alanlardan daha da güçlüdür. Burada gravitasyonel alanın gücü için aldığımız kıstasın Newton potansiyelinin şiddeti değil 'eğrilik büyüklüğü' olduğunu belirtmekte yarar var. $R+aR^2+bR^{mn}R_{mn}$ gravite kuramının nötron yıldızı fiziğine uygulamalarını bir süredir astrofizikçi çalışma arkadaşlarımla beraber gerçekleştirmekteydim (Arapoglu vd. 2011; Deliduman vd. 2012). Bu çalışmalarda kurama eklenen 'düzeltme' terimleri öncelikle teker teker ele alınmış ve önce $R + aR^2$ kuramı için (Arapoglu vd. 2011), sonrasında $R + bR^{mn}R_{mn}$ kuramı için (Deliduman vd. 2012) alan denklemlerinden yaklaştırım (pertürbasyon) yöntemiyle Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemlerin nümerik çözümleri sonucunda nötron yıldızı gözlemleriyle

karşılaştırmak için kütle-yarıçap ilişkileri birçok farklı nötron yıldızı hal denklemi için çizilmiştir. Bu çalışmaların sonucunda yumuşak hal denklemleri (yani nötronlar yanında hiperon veya serbest quark içeren madde) için -Genel Görelilik çerçevesinde gözlemlerle uyumlu kütle-yarıçap ilişkisi elde edilmemesine rağmen- çalıştığımız bu özel alternatif gravite kuramı çerçevesinde gözlemlerle uyumlu kütle-yarıçap ilişkileri elde edilebilmiştir. Eğer farklı yollardan (örneğin nükleer fizik çalışmalarından) nötron yıldızı hal denkleminin yumuşak olması sonucu çıkartılırsa bu çalıştığımız alternatif gravite kuramının geçerliliği için önemli bir dayanak oluşturacaktır.

Etrafında güçlü gravitasyonel alan olan kozmolojik tekillikler (Büyük Patlama veya Büyük Çatırtı) de $R + aR^2 + bR^{mn}R_{mn}$ gravite kuramının Genel Göreliliğin tahminlerinden farklı tahminlerde bulunacağını beklediğimiz diğer mekanlardır. Ancak bu tür tekillikler etrafında nasıl fizik yapılacağı açık değildir. Tekilliklerin yarattıkları sorunların etrafından dolanmanın bir yolu 'jeodezik-tam' (geodesically complete) kozmolojik çözümler bulmaktır. Einstein'ın Genel Görelilik kuramında veya bu kuramın değişik (modified) hallerinde boyutlu Newton sabitinin varlığı jeodezik-tam kozmolojik çözümlerin bulunmasının önünde engeldir. Ancak bu kuramları Weyl simetrisi altında değişmez bir halde yazınca jeodezik-tam kozmolojik çözümler bulmak Weyl-değişmez kuramın belli ayarlarında mümkün olmaktadır (Bars vd. 2011, 2012a, 2012b). Aşağıdaki paragraflar bunun nasıl ve neden olduğunu açıklamaktadır.

Öncelikle terminolojiyi belirlemek için katı (rigid) ölçek simetrisi, Weyl simetrisi ve yerel konformal simetri arasındaki farklara değinmekte fayda var (Birrell ve Davies, 1994; Iorio vd. 1997). Düz uzayda katı ölçek simetrisinden kastedilen koordinatların ve fiziksel alanların boyutlarına uygun olan bir sabitle çarpılmasıdır. Bu çarpma işlemi uzayı şişirecek veya büzüştürecektir. Eğer fiziksel kuram katı ölçek simetrisi altında aynı kalıyorsa (invariant) bu durumda fizik uzunluk ve enerji ölçeğinden bağımsızdır ve her ölçekte aynı olayları gözlememiz gerekir. Düz uzayın katı ölçek simetrisinin eğri uzaydaki eşdeğeri katı Weyl simetrisidir. Bu simetri altında koordinatlar dönüştürülmez, ancak metrik tensörü oluşturan çokayak (vielbein) dönüştürülür. Katı Weyl simetrisi bir tür iç simetri olduğu için bu simetri yerelleştirilerek ayar simetrisi haline getirilebilir. Aslında ayar simetrisinin ilk kullanımı elektromanyetizmada veya diğer ayar kuramlarında olmamıştır, gravite kuramı amacıyla ilk olarak Weyl tarafından yapılmıştır (Weyl, 1918). Yerel konformal simetri ise yerel Weyl simetrisinin bir alt grubudur. Yerel konformal simetride koordinatlar dönüştürülür ve bu koordinat dönüşümleri yerel Poincare, yerel ölçek ve yerel özel konformal dönüşümleri içerirler (Ginsparg, 1991). Yerel konformal simetrinin içeriği dolayısıyla bu simetri altında değişmez olan kuramların gravitasyonu zorunlu olarak içermeleri gerekir.

Ölçek simetrisinin doğanın temel ilkelerinden biri olabileceğine dair mikro- ve makro-evrenden birer tane olmak üzere iki önemli örnek verilebilir. Bilindiği gibi mikro-evrende temel parçacıkların kuramı kısaca 'Parçacıkların Standart Modeli' olarak adlandırılır. Standart Model'in düşük enerjilerdeki klasik eyleminin Higgs kütle terimi dışındaki kısımları ölçek simetrisiyle uyumludur. Higgs kütle teriminin, başka bir skalar alanın boşluktaki beklenen değerinden elde edildiği tamamen ölçek simetrik bir klasik eylem yazmak mümkündür ve bu bütün Standart Model eylemini ölçek simetrik

hale getirir. Ancak bu klasik eyleme yapılacak olan kuantum düzeltmeleri renormalizasyon ölçeği içerdikleri için bu ölçek simetrisi kaybedilir. Yine de 'klasik' ölçek simetrisinin hala önemli sonuçları olabilir. Yüksek enerjilerde Kuantum Renk Dinamiği'ne (QCD) benzer olarak Standart Model de ölçek simetrik olabilir. Standart Model'in olası daha temel bir formülasyonun ölçek simetrik olması Higgs'in yüksek enerjilerde öte-kararlı (meta-stable) (Degrassi vd. 2012; Espinosa vd. 2008) olarak kalmasını sağlayabileceği gibi (Bars vd. 2013), süpersimetrinin olmadığı bir doğada hiyerarşi probleminin çözümü için de gerekli olabilir (Bars, 2007; Meissner ve Nicolai, 2007, 2008). Kozmolojik ölçeklerde de yaklaşık ölçek simetrisi olan önemli bir yapı vardır: WMAP ve Planck uydularının gözlemlerine göre evrendeki ilkel salınımların (primordial fluctuations) spektrumu adeta ölçek simetriktir (Ade vd. 2013; Sievers vd. 2013). Yaklaşık ölçek simetrik bu ilkel salınımlar uzun zamandır 'kozmolojik enflasyon' kuramıyla açıklanmaya çalışılmaktadır, ancak ölçek simetrisinin daha temel olduğu bir kozmolojik modelden gelen bir açıklama çok daha tatmin edici olacaktır.

Yerel konformal simetri altında değişmez bir gravite kuramından en önemli beklenti kozmolojik tekillikleri çözümleyebilmesi ve böylece kozmolojik uzay-zamanların jeodezik-tam hale getirmesidir. Bu nasıl yapılabilir? Yerel konformal simetrik bir kuramda farklı ayarlar seçilebilir ve bu ayarların her biri eylemin farklı çerçevelerde yazılmasına karşılık gelecektir. Örneğin skalar eğriliğin dilatonla konformal eşlemesi $1/12\Phi^2 R$ terimiyle verilir. $\Phi = \sqrt{6}$ ayar seçimi kuramın Einstein çerçevesinde tanımlanması anlamına gelecektir. Jeodezik-tam olmama durumu kuramın tanımlandığı çerçevenin bir sorunu olabilir: örneğin Einstein çerçevesinde jeodezik-tam olmayan çözümler başka çerçevelerde jeodezik-tam hale getirilebilirler. Tekillikten ötede beklenen, kuramın çözümlerinin seçilen çerçeveden bağımsız olmasıdır, ancak tekillik etrafında durum farklı olabilir. Kozmolojik tekilliklerin bu şekilde çözümlenmesi devirli evren modellerinin olabilirliğini gündeme getirmiştir (Bars vd. 2011, 2012a; Steinhardt ve Turok, 2002). Bu modellere göre evrende büyük patlama ve büyük çatırtı tekillikleri yoktur ve evren birbirini takip eden genişleme ve daralma evreleriyle zamanda devinmektedir. Evrende astrofiziksel yapıların oluşması için gerekli başlangıç koşulları enflasyon modellerinde varsayım olarak kurama ad-hoc bir şekilde eklenirken, devirli evren modellerinde bu başlangıç koşulları önceki daralma evresinden miras kalmakta ve enflasyon modellerinde olduğu gibi nedenleri bilinmeden varsayılmamaktadır.

Ölçek simetrisinin son zamanlardaki en ilginç uygulamalarından birisi Higgs kozmolojisi alanındadır. Higgs alanı parçacıkların Standart Modeli'ndeki rolünden daha büyük bir rol oynuyor olabilir. Astrofiziksel yapıların oluşumu ve özellikleri Higgs skalarının kozmolojik evrimiyle ilgili olabilir. Bu doğrultuda yapılan çalışmalar enflasyon paradigması içinde Bezrukov-Shaposhnikov Higgs enflasyon modeli (Bezrukov ve Shaposhnikov, 2008) ve skalar alan olarak dilaton ve Higgs içeren devirli kozmoloji modelidir (Bars, 2013).

3. YÖNTEMLER

3.1 Weyl Gravite ve Alan Denklemleri

Weyl gravite eylemi iki Weyl tensörünün kontraksiyonu cinsinden verilir:

$$S = \alpha \int d^4x\sqrt{-g}C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma} \,. \tag{1}$$

Burada $C_{\mu\nu\rho\sigma}$ Weyl tensörüdür, ve Riemann tensörünün anti–simetrik kısmı olarak tanımlanır. α ise boyutsuz bir paramedir. Bu eylem Weyl dönüşümleri altında

$$g_{\mu\nu} \to \tilde{g}_{\mu\nu} = e^{\Omega(x)} g_{\mu\nu} \,. \tag{2}$$

değişmezdir. Bunun nedeni Weyl dönüşümleri altında Weyl tensörünün dönüşmemesidir:

$$C_{\mu\nu\rho\sigma} \to \tilde{C}_{\mu\nu\rho\sigma} = C_{\mu\nu\rho\sigma} \,. \tag{3}$$

Weyl eylemi (1) Weyl dönüşümleri altında değişmeyen yegane gravitasyonel eylemdir.

Weyl tensörü Riemann tensörünün anti–simetrik kısmı olduğu için, kendisiyle olan kontraksiyonu Riemann ve Ricci tensörlerinin kontraksiyonları cinsinden yazılabilir. Bu ifade şöyledir:

$$C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma} = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 2R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + \frac{1}{3}R^2 \,. \tag{4}$$

Bu terimlerin başka bir özel birleşimi vardır ve Gauss–Bonnet terimi olarak bilinir:

$$\mathcal{G} = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2 \,. \tag{5}$$

Bu terim dört boyutta topolojiktir. Bu nedenle hareket denklemlerine katkıda bulunmaz ve Weyl tensör kontraksiyonunun sadece $C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma}$ modulo Gauss–Bonnet term,

$$C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma} = 2(R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} - \frac{1}{3}R^2) \pmod{\mathcal{G}} \tag{6}$$

kısmı alan denklemlerine katkıda bulunur.

Bu nedenle Weyl gravite eylemi olarak

$$S = 2\alpha \int d^4x\sqrt{-g}(-\frac{1}{3}R^2 + R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}) \,. \tag{7}$$

ifadesini kullanacağız. Bu eylemle tanımlanan kuaramın alan denklemlerinin çözümlerini bulmayı hedefliyoruz.

Bu kuramın boçluktaki alan denklemlerini iki terimin birleşimi olarak yazacağız. Eylemdeki bi-

rinci terimin, yani R^2, alan denklemlerine katkısı

$$H_{\mu\nu} = 2R\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{4}Rg_{\mu\nu}\right) + 2\left(g_{\mu\nu}\,\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu\right)R\,, \tag{8}$$

olarak bulunur. Eylemdeki ikinci terimin, yani $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, alan denklemlerine katkısıysa

$$K_{\mu\nu} = \Box\left(R_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right) - \nabla_\lambda\nabla_\mu R^\lambda_{\ \nu} - \nabla_\lambda\nabla_\nu R^\lambda_{\ \mu} + 2R_{\mu\lambda}R^\lambda_{\ \nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta}\,. \tag{9}$$

olarak elde edilir. Böylece Weyl gravitenin (7) alan denklemleri

$$B_{\mu\nu} = -\frac{1}{3}H_{\mu\nu} + K_{\mu\nu} = 0\,, \tag{10}$$

olarak ifade edilebilir. Burada $B_{\mu\nu}$ Bach tensörü olarak bilinir. Konformal değişmez olduğu için Bach tensörünün izi sıfırdır.

3.2 Düz Dönme Eğrileri Galaktik Bölge Geometrisi

Galaksinin yapısından dolayı küresel simetrik bir metrik ile başlıyoruz:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + \frac{dr^2}{B(r)} + r^2 d\Omega_k^2\,. \tag{11}$$

Burada $d\Omega_k^2 \equiv \frac{1}{1-kx^2}dx^2 + (1-kx^2)dy^2$, k'nın aldığı $-1,\,0,\,1$, değerlerine bağlı olarak sırasıyla hiperbola, düzlem ve küre geometrilerine karşılıktır. Küre geometrisinde açısal koordinatları kullanabiliriz: $d\Omega_1^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\phi^2$. Spiral bir galaksi disk geometrisine sahip olduğu için yıldızlar kürenin ekvatoru üzerinde hareket ederler. Bu nedenle $\theta = \pi/2$ alınabilir.

Metrik fonksiyonlarından biri çembersel yörünge üzerinde çizgisel hızın sabit olduğu gerçeği kullanılarak belirlenebilir. Çizgisel hız ve metrik fonksiyonları arasındaki bağlantı geometrinin Killing simetrileri kullanılarak belirlenir. Metrik fonksiyonları sadece radyal koordinata bağlı oldukları için küresel geometride $\theta = \pi/2$ için sadece iki tane Killing vektörü vardır:

$$K = \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{ve} \quad L = \frac{\partial}{\partial\phi}\,. \tag{12}$$

Bu vektörler bileşenleri cinsinden

$$K_\mu = (-A(r),\,0,\,0,\,0) \quad \text{ve} \quad L_\mu = (0,\,0,\,0,\,r^2\sin^2\theta)\,. \tag{13}$$

olarak yazılırlar. Geodezik denklemleri şu ifadelere eşdeğerdirler:

$$K_\mu\frac{dx^\mu}{ds} = sabit \quad \text{ve} \quad L_\mu\frac{dx^\mu}{ds} = sabit\,, \tag{14}$$

yani

$$-A(r)\dot{t} = -E \quad \text{ve} \quad r^2\dot{\phi} = L\,, \tag{15}$$

Burada s geodezik üzerindeki affin parametre, E ve L ise sırasıyla yıldızların enerji ve açısal momentumudur. Zaman-benzeri geodezikler için $ds^2 < 0$'dir. Bu durumda

$$1 = A\dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{B(r)} - r^2\dot{\phi}^2\,, \tag{16}$$

olur. Burada noktalı parametreler s affin değişkenine göre alınan türevi temsil etmektedir.

Çembersel yörünge durumunda $\dot{r} = 0$'dır. E ve L'nin tanımlarını kullanarak

$$E^2 = A\left(1 + \frac{L^2}{r^2}\right). \tag{17}$$

elde ederiz. Bu ifadenin r'ye göre türevi L'yi $A(r)$ metrik fonksiyonuna ve türevine bağlar:

$$L^2 = \frac{r^3 A'/2A}{1 - rA'/2A}\,. \tag{18}$$

Son iki ifadeyi birleştirirsek enerjiyi $A(r)$ metrik fonksiyonuyla türevi cinsinden ifade edebiliriz:

$$E^2 = \frac{A}{1 - rA'/2A}\,. \tag{19}$$

Böylece teğet hız şu ifadeden hesaplanabilir:

$$v_c = \frac{dl}{ds} = \frac{r d\phi}{\sqrt{-g_{00}}dt}\,, \tag{20}$$

Burada l geodezik üzerinde ölçülen uzunluktur. E ve L'nin $\dot{t}$, $\dot{\phi}$ ve $A(r)$ cinsinden ifadelerini kullanarak teğet hız

$$v_c^2 = \frac{r}{2}\frac{A'}{A}\,, \tag{21}$$

olarak hesaplanır.

Teğet hız v_c sabit olduğundan ve (21) birinci dereceden türevsel denklem olduğundan, kolayca çözülebilir: $v_c^2 = w = \text{sabit}$ yazıp metriğin son halini

$$ds^2 = -\left(\frac{r}{r_c}\right)^{2w} dt^2 + \frac{dr^2}{B(r)} + r^2 d\Omega_{2,k}\,, \tag{22}$$

olarak ifade edebiliriz. Burada doğal birimlerde $w = v_c^2 \approx 10^{-6}$'dir ve r_c bir integral sabitidir.

3.3 Weyl Gravite'nin Boşluk Çözümlerinde Ufuklar

Mannheim ve Kazanas (Mannheim ve Kazanas, 1989) tarafından bulunan Weyl gravite boşluk çözümü

$$ds^2 = -f(\rho)dt^2 + \frac{1}{f(\rho)}d\rho^2 + \rho^2 d\Omega, \tag{23}$$

ifadesine sahiptir. Burada

$$f(\rho) = 1 - 3\beta\gamma - \frac{\beta(2-3\beta\gamma)}{\rho} + \gamma\rho - k\rho^2 \tag{24}$$

$$= \sqrt{1-6m\gamma} - \frac{2m}{\rho} + \gamma\rho - k\rho^2. \tag{25}$$

olarak verilir.

Ufuk yapısını belirlemek için ρ yerine $u \equiv 1/\rho$ koordinatını kullanalım ve

$$2mu^3 - \sqrt{1-6m\gamma}u^2 - \gamma u + k = 0$$

denkleminin çözümlerini,

$$u_1 = \frac{1}{6m}(2\cos[\theta/3] + \sqrt{1-6m\gamma}) \tag{26}$$

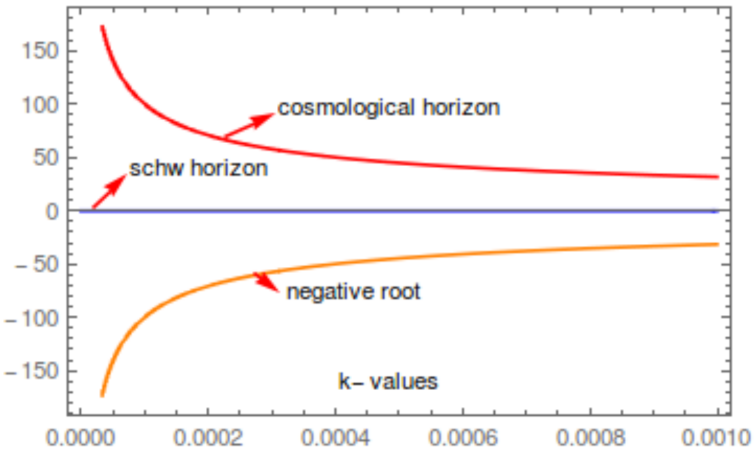
$$u_2 = \frac{1}{6m}(2\cos[(2\pi+\theta)/3] + \sqrt{1-6m\gamma}) \tag{27}$$

$$u_3 = \frac{1}{6m}(2\cos[(2\pi-\theta)/3] + \sqrt{1-6m\gamma}), \tag{28}$$

kullanalım. Burada $\cos\theta = (1+3m\gamma)\sqrt{1-6m\gamma} - 54m^2k$'dır. Bu çözümler arasında sadece u_2 negatiftir, diğerleri pozitiftir. Küçük yarıçaplı ufku Schwarzschild ufku olarak ve büyük yarıçaplı ufku kozmolojik ufuk olarak adlandıracağız. $f(u) = \frac{2m}{u^2}(u_3-u)(u-u_2)(u-u_1)$ fonksiyonu sadece bu ufuklar arasında pozitiftir:

$$f(u) > 0\ ,\ 0 < u_3 < u < u_1$$

Aşağıdaki 2. şekil, k sabiti (kozmolojik sabitle orantılıdır) değişirken ufukların uzaklıklarının nasıl değiştiğini göstermektedir.



Şekil 2: Kozmolojik sabit değişirken ufuk yapısı.

Şekilden görüldüğü üzere kozmolojik ufuk büyük k değerleri için merkeze yaklaşmaktadır ve Schwarzschild ufku neredeyse sabittir.

Konformal dönüşümlerden sonra yeni bir radyal koordinatımız vardır ve bu koordinat ρ'ya şöyle bağlıdır:

$$r = \frac{\rho}{\sqrt{f(\rho)}}. \tag{29}$$

Formülden görüldüğü gibi r koordinatında bütün ufuklar sonsuza gitmekte ve fakat $\rho = 0$ noktası $r = 0$ noktasına eşleştirilmektedir. r koordinatının minimum değeri $\rho_0 = 1 - \frac{\sqrt{1-6m\gamma}}{\gamma}$ olarak bulunur ve bu değer Mannheim-Kazanas (MK) koordinatlarında foton küresi yarıçapına eşdeğerdir. Bu nedenle yeni radyal koordinat şu değerleri almaktadır:

$$r \,\epsilon\, \{0\} \cup [r(\rho_0), \infty) \tag{30}$$

3.4 Bianchi–I Tipi Evren

Bianchi–I tipi evren şu metrik ile tanımlanır:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 dx^2 + b(t)^2 dy^2 + c(t)^2 dz^2 \tag{31}$$

Bu metrik izotropik olmayan bir metriktir ve her yönde farkli bir ölçek parametresi içermektedir. Bu metrik için Christoffel sembolü bileşenleri hesaplanırsa,

$$\Gamma^0{}_{11} = a\dot{a}\,, \quad \Gamma^0{}_{22} = b\dot{b}\,, \quad \Gamma^0{}_{33} = c\dot{c}\,, \quad \Gamma^1{}_{01} = \frac{\dot{a}}{a}\,, \quad \Gamma^2{}_{02} = \frac{\dot{b}}{b}\,, \quad \Gamma^3{}_{03} = \frac{\dot{c}}{c}\,, \tag{32}$$

bulunur. Ricci tensör bileşenleri ise

$$R_{00} = -\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\ddot{b}}{b} - \frac{\ddot{c}}{c}, \quad R_{11} = a\ddot{a} + \dot{a}\dot{b}\frac{a}{b} + \dot{a}\dot{c}\frac{a}{c}, \quad etc. \tag{33}$$

olarak verilir. Ricci tensörü karışık indeks şeklinde yazarsak,

$$R_0{}^0 = \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c}, \quad R_1{}^1 = \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}, \quad R_2{}^2 = \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}, \quad R_3{}^3 = \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} \tag{34}$$

elde ederiz. Skalar eğriliği Ricci tensöründen kolayca hesaplayabiliriz:

$$R = 2\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}\right) \tag{35}$$

Şimdi bu nicelikleri kullanarak alan denklemlerinin bu metrik için özel ifadelerini yazabiliriz. Öncelikle R^2 teriminden gelen alan denklemleri

$$H_0{}^0 = 2R\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c} - \frac{R}{4}\right) - 2\dot{R}\left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c}\right) \tag{36}$$

$$H_1{}^1 = 2R\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} - \frac{R}{4}\right) - 2\left(\ddot{R} + (\frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c})\dot{R}\right) \tag{37}$$

$$H_2{}^2 = 2R\left(\frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} - \frac{R}{4}\right) - 2\left(\ddot{R} + (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{c}}{c})\dot{R}\right) \tag{38}$$

$$H_3{}^3 = 2R\left(\frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} - \frac{R}{4}\right) - 2\left(\ddot{R} + (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b})\dot{R}\right) \tag{39}$$

olarak hesaplanır. $R^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$ teriminden gelen alan denklemleri ise

$$K_{00} = \ddot{R}_{00} + (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c})\dot{R}_{00} + \frac{1}{2}[\ddot{R} + (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c})\dot{R}] + \frac{2\dot{a}}{a^3}\dot{R}_{11} + \frac{2\dot{b}}{b^3}\dot{R}_{22} + \frac{2\dot{c}}{c^3}\dot{R}_{33} \quad (40)$$
$$-\frac{3}{2}R_{00}^2 + \frac{1}{a^2}[\frac{1}{2a^2}R_{11} - 4(\frac{\dot{a}}{a})^2]R_{11} + \frac{1}{b^2}[\frac{1}{2b^2}R_{22} - 4(\frac{\dot{b}}{b})^2]R_{22} + \frac{1}{c^2}[\frac{1}{2c^2}R_{33} - 4(\frac{\dot{c}}{c})^2]R_{33}$$

$$K_{11} = -\ddot{R}_{11} + [3\frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{b}}{b} - \frac{\dot{c}}{c}]\dot{R}_{11} - \frac{a^2}{2}[\ddot{R} + (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c})\dot{R}] - 2\dot{a}a\dot{R}_{00} \quad (41)$$
$$-2a^2[\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{1}{4}R_{00}]R_{00} - [4(\frac{\dot{a}}{a})^2 - \frac{3}{2a^2}R_{11}]R_{11} - \frac{a^2}{2}[\frac{1}{b^4}R_{22}^2 + \frac{1}{c^4}R_{33}^2]$$

$$K_{22} = -\ddot{R}_{22} + [3\frac{\dot{b}}{b} - \frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{c}}{c}]\dot{R}_{22} - \frac{b^2}{2}[\ddot{R} + (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c})\dot{R}] - 2\dot{b}b\dot{R}_{00} \quad (42)$$
$$-2b^2[\frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} + \frac{1}{4}R_{00}]R_{00} - [4(\frac{\dot{b}}{b})^2 - \frac{3}{2b^2}R_{22}]R_{22} - \frac{b^2}{2}[\frac{1}{a^4}R_{11}^2 + \frac{1}{c^4}R_{33}^2]$$

$$K_{33} = -\ddot{R}_{33} + [3\frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{b}}{b}]\dot{R}_{33} - \frac{c^2}{2}[\ddot{R} + (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c})\dot{R}] - 2\dot{c}c\dot{R}_{00} \quad (43)$$
$$-2c^2[\frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} + \frac{1}{4}R_{00}]R_{00} - [4(\frac{\dot{c}}{c})^2 - \frac{3}{2c^2}R_{33}]R_{33} - \frac{c^2}{2}[\frac{1}{a^4}R_{11}^2 + \frac{1}{b^4}R_{22}^2]$$

olarak elde ederiz. $K_\mu{}^\nu$ tensörünü karışık indeks şeklinde yazarsak

$$K_0{}^0 = (\ddot{R}_0^0 - \frac{1}{2}\ddot{R}) + \dot{h}(\dot{R}_0^0 - \frac{1}{2}\dot{R}) - 2(\frac{\dot{a}}{a}\dot{R}_1^1 + \frac{\dot{b}}{b}\dot{R}_2^2 + \frac{\dot{c}}{c}\dot{R}_3^3) + 2(R_0^0)^2 - \frac{1}{2}\mathcal{P}^2 \quad (44)$$

$$K_1{}^1 = -(\ddot{R}_1^1 + \frac{1}{2}\ddot{R}) - \dot{h}(\dot{R}_1^1 + \frac{1}{2}\dot{R}) + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{R}_0^0 + 2R_1^1R_0^0 - \frac{1}{2}\mathcal{P}^2 \quad (45)$$

$$K_2{}^2 = -(\ddot{R}_2^2 + \frac{1}{2}\ddot{R}) - \dot{h}(\dot{R}_2^2 + \frac{1}{2}\dot{R}) + 2\frac{\dot{b}}{b}\dot{R}_0^0 + 2R_2^2R_0^0 - \frac{1}{2}\mathcal{P}^2 \quad (46)$$

$$K_3{}^3 = -(\ddot{R}_3^3 + \frac{1}{2}\ddot{R}) - \dot{h}(\dot{R}_3^3 + \frac{1}{2}\dot{R}) + 2\frac{\dot{c}}{c}\dot{R}_0^0 + 2R_3^3R_0^0 - \frac{1}{2}\mathcal{P}^2 \quad (47)$$

bulunur. Burada $\mathcal{P}^2 = (R_\mu^\mu)^2 = (R_0^0)^2 + (R_1^1)^2 + (R_2^2)^2 + (R_3^3)^2$ ve $h = \ln\sqrt{-g}$. Yukarıdaki "abc"-metriği için, $h = \ln(abc)$ and $\dot{h} = (\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c})$ yazabiliriz.

İzotropik durumda ($a = b = c$) H–tensör bileşenleri

$$H_{00} = 3\,K_{00} = 36\frac{\dddot{a}}{a}\frac{\dot{a}}{a} - 18\frac{\ddot{a}^2}{a^2} + 36\frac{\ddot{a}}{a}\frac{\dot{a}^2}{a^2} - 54\frac{\dot{a}^4}{a^4} \quad (48)$$

$$H_{11} = 3\,K_{11} = a^2\left(-12\frac{\ddddot{a}}{a} - 24\frac{\dddot{a}}{a}\frac{\dot{a}}{a} - 18\frac{\ddot{a}^2}{a^2} + 72\frac{\ddot{a}}{a}\frac{\dot{a}^2}{a^2} - 18\frac{\dot{a}^4}{a^4}\right) \quad (49)$$

olarak bulunur ki bu sonuç (Parker ve Simon, 1993)'de (3.3) numaralı denklem ile uyumludur.

4. BULGULAR

4.1 Weyl Gravite Çözümleri

Yöntemler kısmında verilen çözüm önerimizde tek bir metrik fonksiyonu belirsiz kalmıştır. Bunun için tek bir denklem çözmemiz gerekmektedir ve ayrıca çözümün diğer denklemleri sağladığından emin olmalıyız. Bianchi eşitlikleri ve iz ilişkileri dolayısıyla bütün alan denklemleri sadece "rr" denklemi cinsinden yazılabilir. Yani sadece "rr" denkleminin çözülmesi yeterlidir. "rr" alan denklemi,

$$BB''r^2 + wBB'r - \frac{1}{4}B'^2r^2 - B^2(w-1)^2 + \frac{k^2}{(w-1)^2} = 0\,, \tag{50}$$

şeklindedir ve burada $B'(r)$, $B(r)$'ın r'ye göre türevidir.

Bu denklemin apaçık bir sabit çözümü vardır: $B(r) = C$ olmak üzere

$$C = \frac{k}{(w-1)^2},. \tag{51}$$

Bu çözüm (Boehmer vd., 2008) makalesindeki "*sabit* λ" çözümünün aynısıdır. Tek farkı bunun $f(R)$ gravite değil Weyl gravite çözümü olmasıdır. Bu çözüm (Boehmer vd., 2008) makalesinde elde eilebilmiş olan tek çözüm olma özelliğini taşımaktadır. Bu projenin önemli bulgularından birisi $B(r)$ fonksiyonu için Weyl gravite içerisinde bulunan yeni çözümlerdir. Bu çözümler galaksilerin düz dönme eğrisi probleminin kara madde varsayımı yerine geometrik yönden çözümüne yaptığımız ana katkıyı oluşturmaktadırlar.

4.2 Torus T^2 Geometrisine Özel Çözüm

İlkönce 2-torus T^2 $(k = 0)$ durumu için analitik çözümümüzü sunuyoruz.. $B(r) = [b(r)]^n$ dönüşümünü kullanarak (50) denklemini basit bir biçimde

$$b[b''r^2 + wb'r - \frac{1}{n}(1-w)^2b] + (\frac{3n}{4} - 1)(b')^2r^2 = 0, \tag{52}$$

olarak yazıyoruz. $n = \frac{4}{3}$ seçeneğinden sonra çözümü kolay bir ikinci derece doğrusal türevsel denklem elde ediyoruz:

$$b''r^2 + wb'r - \frac{3}{4}(1-w)^2b = 0\,. \tag{53}$$

Bu denklemi çözmek için $b(r) = r^\alpha$ çözüm ansatzını kullanıyoruz. Bu durumda karakter denkleminin,

$$\alpha^2 - (1-w)\alpha - \frac{3}{4}(1-w)^2 = 0, \tag{54}$$

gerçel çözümleri olmalı, çünkü diskriminant pozitiftir. $b(r)$ için genel çözüm

$$b(r) = C_1 r^{\alpha_1} + C_2 r^{\alpha_2}\,, \tag{55}$$

olarak bulunur. Burada $C_{1,2}$ integral sabitleridir ve $\alpha_1 = \frac{3}{2}(1-w)$,$\alpha_2 = -\frac{1}{2}(1-w)$ 54)'in kökleridir. Böylece "rr" alan denkleminden $B(r)$'ın bir çözümünü,

$$B(r) = (C_1 r^{\alpha_1} + C_2 r^{\alpha_2})^{\frac{4}{3}}\,. \tag{56}$$

olarak buluruz. α_1 ve α_2 ifadelerini bu çözüme yerleştirdikten sonra

$$B(r) = r^{2(1-w)}(C_1 + C_2 r^{-2(1-w)})^{\frac{4}{3}}\,, \tag{57}$$

elde edilir ki bu ifade n'den bağımsızdır. Sonuç olarak alan denklemlerine uyan metrik

$$ds^2 = -\left(\frac{r}{r_c}\right)^{2w} dt^2 + \frac{r^{2(w-1)}}{(C_1 + C_2 r^{2(w-1)})^{\frac{4}{3}}} dr^2 + r^2(dx^2 + dy^2)\,. \tag{58}$$

olarak belirlenir.

4.3 Küre S^2 ve Hiperbolik Düzlem H^2 Geometrileri İçin Geçerli Çözüm

(50) denklemini basitleştirmek için şu dönüşümü gerçekleştirdik:

$$B(r) = \frac{2k}{(1-w)^2} r^{2(1-w)} F(r), \tag{59}$$

Bu dönüşümden

$$F(r)\left[r^2 F''(r) + (3-2w) r F'(r)\right] - \frac{r^2}{4} F'(r)^2 + \frac{(1-w)^2}{4r^{4(1-w)}} = 0. \tag{60}$$

elde edilir. $r = z^{1/(1-w)}$ değişken dönüşümünden sonra

$$F(z)\left[z^2 F''(z) + 3z F'(z)\right] - \frac{z^2}{4} F'(z)^2 + \frac{1}{4z^4} = 0. \tag{61}$$

bulunur. Bu ifadeyi $2z^4 F' F^{-3/2}$ ile çarparsak,

$$2z^6 F' F'' F^{-1/2} + 6z^5 F'^2 F^{-1/2} - \frac{1}{2} z^6 F'^3 F^{-3/2} + \frac{1}{2} F' F^{-3/2} = 0 \tag{62}$$

elde edilir. Bu denklem bir tolam türev olarak yazılabilir:

$$\frac{d}{dz}\left(z^6 F'^2 F^{-1/2} - F^{-1/2}\right) = 0\,, \tag{63}$$

$F(z)$'nin birinci türevini z'ye bağlı olarak çözebiliriz:

$$F'(z) = \pm\left(1 + \sqrt{16C_1/3}\sqrt{F(z)}\right)^{1/2}\frac{1}{z^3}, \tag{64}$$

Burada integral sabitini $\sqrt{16C_1/3}$ olarak seçtik. Bu denklemi çözmek için yeni bir tanım yapıyoruz:

$$v(z) = 1 + \sqrt{16C_1/3}\sqrt{F(z)} \tag{65}$$

ile

$$dF = \frac{3}{8C_1}(v-1)dv\,.$$

Böylece

$$\frac{dF}{\left(1 + \sqrt{16C_1/3}\sqrt{F}\right)^{1/2}} = \pm\frac{dz}{z^3}$$

denkleminin integrali $\sqrt{v}$'ın kübik bir denklemi olur:

$$\left(\sqrt{v}\right)^3 - 3\sqrt{v} = 2q(z)\,, \tag{66}$$

Burada $q(z) = \pm\frac{C_1}{z^2} + C_2$'dır. Cardano'nun yöntemini kullanarak

$$\sqrt{v} = a + b,$$

yazarız. Sonra bunu (66) ifadesine yerleştirerek

$$a^3 + b^3 + 3(ab-1)(a+b) - 2q = 0.$$

elde ederiz. Şimdi $ab = 1$ alırsak

$$a^3 + b^3 - 2q = 0.$$

olur. Böylece 2. dereceden bir denkleme erişmiş oluruz:

$$x^2 - 2qx + 1 = 0,$$

Burada x hem a^3 hem de b^3 yerine kullanılmıştır. Bu denklem

$$a^3 + b^3 = 2q,\ a^3b^3 = 1.$$

eşitlikleriyle tanımlanır. Böylece (66)'in gerçel bir çözümü

$$\sqrt{v} = \left(q + \sqrt{q^2-1}\right)^{1/3} + \left(q + \sqrt{q^2-1}\right)^{-1/3} \quad \text{with } q^2 \geqslant 1, \tag{67}$$

olur ve bu da

$$\begin{aligned} v(z) &= \Big[\Big((\pm\frac{C_1}{z^2} + C_2) + \sqrt{(\pm\frac{C_1}{z^2} + C_2)^2 - 1}\Big)^{1/3} \\ &\quad + \Big((\pm\frac{C_1}{z^2} + C_2) + \sqrt{(\pm\frac{C_1}{z^2} + C_2)^2 - 1}\Big)^{-1/3}\Big]^2, \end{aligned} \tag{68}$$

$(\pm\frac{C_1}{z^2} + C_2)^2 - 1 \geqslant 0$ gerçel çözüm kısıtıyla, ifadesine eşdeğerdir. Bu durumda $B(r)$ metrik fonksiyonun iki tane reel çözümü bulunmuştur. (59), (65) ve (68) ifadelerinden ve sonra z'den r'ye geri dönüştürerek metrik fonksiyonunu

$$B(r) = \frac{3kr^{2(1-w)}}{8(1-w)^2 C_1}(v(r) - 1)^2 \tag{69}$$

olarak buluruz. Burada

$$\begin{aligned} v(r) &= \Big[\Big(\pm\frac{C_1}{r^{2(1-w)}} + C_2 + \sqrt{(\pm\frac{C_1}{r^{2(1-w)}} + C_2)^2 - 1}\Big)^{\frac{1}{3}} \\ &\quad + \Big(\pm\frac{C_1}{r^{2(1-w)}} + C_2 + \sqrt{(\pm\frac{C_1}{r^{2(1-w)}} + C_2)^2 - 1}\Big)^{-\frac{1}{3}}\Big]^2. \end{aligned} \tag{70}$$

şeklindedir. Bu çözüm açısal kısmı 2–boyutlu küre veya hiperbola geometrisi olan uzay–zamanları sırasıyla $k = (1, -1)$ için tanımlamaktadır.

Böylece Weyl gravitenin çözümleri olarak öyle geometriler belirledik ki bu geometrilere sahip bölgelerde hareket eden yıldızlar galaksi merkezine olan uzaklıkları ne olursa olsun aynı dönme hızına sahiptirler. Gözlemlere göre bu tür bölgeler galaksilerin merkezi şişkinliklerinin yüzeyinden başlayarak galaksi sınırına kadar uzanmaktadır. Bulduğumuz çözümler sadece galaksilerin bu bölgelerinde, yani galaksilerin dış bölgelerinde, geçerlidir. Galaksilerin iç bölgeleri, yani merkezi şişkinlik bölgeleri, gözlemlere göre Schwarzschild geometrisine sahip olmalıdırlar. Bu durumda merkezi şişkinliğin yüzeyinde Schwarzschild geometrisi ile burada bulunan geometri (69) süreklilik şartlarına uygun olarak örtüştürülmelidir. Bu örtüştürmeyi gelecekte yapmayı planlamaktayız.

4.4 Işığın Gravitasyonel Bükülme Açısı

$B(r)$ metrik fonksiyonuna (69) sahip geometrinin Sitter uzayına benzer bir kozmolojik ufku yoktur ve bu nedenle gravitasyonel mercekleme standart integrasyon yöntemiyle hesaplanabilir. Gravitasyonel mercekleme açısı için elde edilecek olan sonuç, metrik çözümündeki ekstra parametreler

olmadığında Schwarzschild koordinatlarında elde edilen standart sonuçla uyumlu olmalıdır, çünkü ışığın bükülme açısı koordinatlardan bağımsız değişkenler cinsinden ifade edildiğinde koordinat bağımsız bir niceliktir. Metrik yeni koordinatlarda şöyledir:

$$ds^2 = -\left(\frac{r}{r_c}\right)^{2w} dt^2 + \frac{1}{B(r)}dr^2 + r^2 d\Omega. \tag{71}$$

Burada

$$B(r) = \frac{r^2(1-w)r_c^{2w}}{144(1-w)^2 m^2}(1+v(r))^2,$$

ve $v(r) = 2cos(2(\theta+\pi)/3)$, $cos\theta \equiv (1+3m\gamma)\sqrt{1-6m\gamma} - 54m^2(k + 1/r^2(1-w)r_c^{2w})$ şeklindedir. w çembersel yörüngede hareket eden kütleli cisimlerin (yıldızlar) hızlarının karesine eşittir ve 10^{-6} büyüklük değerine sahiptir. Işık için yaptığımız hesapta bu parametreyi sıfır olarak alabiliriz. Bu koordinatlarda bükülme açısı şöyledir:

$$\Delta\alpha = 24m_0 \int_0^1 \frac{\xi d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}(1+\nu(\xi))} - \pi\,. \tag{72}$$

Burada $\xi \equiv r_0/r$'dir ve integralin üst sınırı olan 1 ışığın gravitasyonel merceğe en çok yaklaştığı noktaya, 0 ise sonsuzdaki noktaya karşılık gelmektedir. r_0 ışığın merceğe olan en yakın mesafesidir. Şimdi

$$m_0 \equiv \frac{m}{r_0},\ \gamma_0 \equiv \gamma r_0\ , k_0 \equiv k r_0^2.$$

boyutsuz parametrelerini tanımlayalım.

Bu integrali hesaplamak için integrandı m değişkeninde ikinci dereceye kadar ve (γ, k) değişkenlerinde birinci dereceye kadar açıyoruz. Sonuç (γ, k) değişkenlerindeki açılımın hangi sıra ile yapılacağına bağlıdır ve her iki durum için şöyledir:

$$4m_0 - \frac{4\gamma_0^3 m_0}{\sqrt{\gamma_0^2+4k_0}(4+\gamma_0^2+4k_0)} + 2\tan^{-1}\left[\frac{2}{\sqrt{\gamma_0^2+4k_0}}\right] + \frac{15m_0^2}{16}(4+\gamma_0^2+4k_0)\tan^{-1}\left[\frac{2}{\sqrt{\gamma_0^2+4k_0}}\right]$$
$$- \frac{m_0^2}{8}\frac{\left[15\gamma_0^8 - 3840k_0^2(1+k_0)^2 + 32\gamma_0^6(2+3k_0) - 1920\gamma_0^2 k_0(1+3k_0+2k_0^2) - 48\gamma_0^4(5+12k_0+12k_0^2)\right]}{(\gamma_0^2+4k_0)^{3/2}(4+\gamma_0^2+4k_0)^2} - \pi \tag{73}$$

Bu sonuç sadece m için açılım yapılarak elde edildi. Şimdi k ve γ için birinci dereceye kadar açılım yapalım.

1) (k, γ) açılım sırası:

$$\Delta\alpha = 4m_0 + \frac{15\pi}{4}m_0^2 - \gamma_0 - \frac{2k_0}{\gamma_0} + 2m_0 k_0 + \frac{15\pi}{4}m_0^2 k_0. \tag{74}$$

2) (γ, k) açılım sırası:

$$\Delta\alpha = 4m_0 + \frac{15\pi}{4}m_0^2 - 2\sqrt{k_0} + \frac{15\pi}{4}m_0^2 k_0. \tag{75}$$

Bu metrik için etki parametresi $b \equiv \frac{L}{E} = r_0$ olarak verilir. Mannheim–Kazanas (MK) metriğinde ise etki parametresi $b \equiv \rho_0/\sqrt{f(\rho_0)}$ idir. Böylece görüyoruz ki bükülme açısındaki ilk iki parametre tam olarak Einstein terimidir ve b cinsinden ifade edildiklerinde koordinatlardan bağımsızdır. Şimdi bu sonucu MK koordinatlarına çevirmek için kullanacağımız dönüşüm kuralı şudur:

$$r_0 = \frac{\rho_0}{\sqrt{f(\rho_0)}}.$$

Her bir terim için dönüşüm,

1. $m_0 \approx \frac{m}{\rho_0} - \frac{3}{2}(\frac{m}{\rho_0})^2\gamma\rho_0 - (\frac{m}{\rho_0})^2 - \frac{1}{2}\frac{m}{\rho_0}k\rho_0^2 + \frac{1}{2}\frac{m}{\rho_0}\gamma\rho_0$
2. $m_0^2 \approx (\frac{m}{\rho_0})^2(1 - k\rho_0^2 + \gamma\rho_0)$
3. $\gamma_0 \approx \gamma\rho_0 + \gamma m$
4. $\frac{k_0}{\gamma_0} \approx \frac{k}{\gamma}\rho_0 + \frac{3}{2}mk\rho_0 + \frac{k}{\gamma}m$
5. $m_0k_0 \approx mk\rho_0 + m^2k$
6. $\sqrt{k_0} \approx \sqrt{k}\rho_0 + \sqrt{k}m.$

olur. MK metriğinde bükülme açısı (74), ρ_0 cinsinden ve (k, γ) açılım sırasıyla

$$\Delta\alpha = 4m_0 + [\frac{15\pi}{4} - 4]m_0^2 - \gamma_0 + m_0\gamma_0 + [\frac{15\pi}{4} - 6]m_0^2\gamma_0 - 3m_0k_0 + 2m_0^2k_0 - \frac{2k_0}{\gamma_0} - \frac{2m_0k_0}{\gamma_0}, \tag{76}$$

olur ve (75), ρ_0 cinsinden ve (γ, k) açılım sırasıyla

$$\Delta\alpha = 4m_0 + [\frac{15\pi}{4} - 4]m_0^2 + 2m\gamma_0 + [\frac{15\pi}{4} - 6]m_0^2\gamma_0 - 2\sqrt{k_0} - 2\sqrt{k_0}m_0 - 2m_0k_0. \tag{77}$$

elde edilir.

4.5 Perturbatif Yöntem

Geodesik denklemini ve hareket sabitlerini kullanarak $u \equiv 1/r$ için ikinci dereceden bir denklem elde edebiliriz:

$$\frac{d^2u(\phi)}{d\phi^2} + B(u)u(\phi) = \left(\frac{1}{2b^2} - \frac{u(\phi)^2}{2}\right)\frac{dB(u)}{du}. \tag{78}$$

$B(u)$'nin küçük m değerleri için ikinci dereceden ve küçük (γ, k) değerleri için birinci dereceden açılımı

$$B(u) \approx 1 + \frac{k}{u^2} + \frac{\gamma^2}{4u^2} - 4mu - \frac{6mk}{u} - 3m^2u^2 \tag{79}$$

$$\frac{dB(u)}{du} \approx -4m - \frac{\gamma^2}{2u^3} - \frac{2k}{u^3} + \frac{6mk}{u} - 6m^2u. \tag{80}$$

olur. Bu durumda (78)

$$u'' + u = m\left(6u^2 - \frac{2}{b^2}\right) - k\left(\frac{1}{u^3b^2} - \frac{1}{u}\right) + m^2\left(6u^3 - \frac{3u}{b^2}\right) - \gamma^2\frac{1}{4u^3b^2} + mk\left[\frac{6}{u^2}\left(\frac{1}{2b^2} - \frac{u^2}{2}\right) + 6\right] - \frac{k^2}{u}. \tag{81}$$

haline gelir. Şimdi u fonksiyonunu ikinci dereceye kadar tanımlarsak,

$$u(\phi) = u_0[y_0(\phi) + y_1(\phi)m_0 + y_2(\phi)k_0 + y_3(\phi)\gamma_0^2 + y_4(\phi)m_0^2 + y_5(\phi)m_0k_0]. \tag{82}$$

yazabiliriz. u için sınır koşulu $u(0) = u_0, u(\pi/2) = 0$'dır. Bütün $y_i(\phi)$'ler için türevsel denklemler şöyledir:

1. $y_0'' + y_0 = 0, \;\; y_0(0) = 1, y_0(\pi/2) = 0$
2. $y_1'' + y_1 = 6y_0^2 - \frac{2}{b_0^2}$
3. $y_2'' + y_2 = -\frac{1}{b_0^2y_0^3}$
4. $y_3'' + y_3 = -\frac{1}{4b_0^2y_0^3}$
5. $y_4'' + y_4 = 12y_0y_1 + 6y_0^3 - \frac{3}{b_0^2}y_0$
6. $y_5'' + y_5 = 3 + 12y_0y_2 + 6y_0^3 + \frac{3}{b_0^2}\left(\frac{y_1}{y_0^4} + \frac{1}{y_0^2}\right)$

Böylece (81) denkleminin pertürbatif çözümü

$$u(\phi)/u_0 = cos(\phi) + m_0\left(3 - cos(2\phi) - \frac{2}{b_0^2}\right) - m_0^2\frac{3}{16b_0^2}\left[4(18 - 23b_0^2)\phi sin(\phi) - 3b_0^2cos(3\phi)\right] + \tag{83}$$

$$(k_0 + 4\gamma_0^2)\frac{cos(2\phi)}{8b_0^2cos(\phi)} + \frac{m_0k_0}{2b_0^4cos(\phi)^2}\left[1 + 3b_0^4 + (3 - 5b_0^2 + 3b_0^4)cos(2\phi) - b_0^2cos(4\phi)\right] \tag{84}$$

olarak elde edilir.

Merkeze en yakın uzaklık

$$u(0)/u_0 = 1 + \gamma_0^2/(8b_0^2) + k_0/(2b_0^2) + (2 - 2/b_0^2)m_0 + k_0m_0(4 - 6b_0^2 + 6b_0^4)/(2b_0^4) + 9m_0^2/16. \tag{85}$$

olarak hesaplanır. Bu, etki parametresinin $b_0 = u_0/u(0)$ tersidir. Bu parametreyi 1'e eşitleyelim. Bunu kullanarak $u(\pi/2+\delta) = 0$ kısıtından küçük bükülme açısı δ,

$$\delta\frac{48+11\gamma^2+44k-261m^2}{48} = 2m+\frac{16km}{3}+\frac{15\pi m^2}{8}+\frac{km}{\delta^2}+\frac{\gamma^2+4k}{8\delta}. \tag{86}$$

denklemine uyar. δ'ya katkıda bulunan en büyük terim $2m$'dir. Bükülme açısı (2δ)'da en önemli terimleri

$$\Delta\alpha = 4m_0+\frac{15\pi m_0^2}{4}+\frac{k_0}{m_0}+7k_0m_0. \tag{87}$$

olarak belirledik. MK koordinatlarına çeviriden sonra

$$\Delta\alpha = 4m_0+\left(\frac{15\pi}{4}-4\right)m_0^2+3k_0+2m_0\gamma_0+5m_0k_0+\frac{k_0}{m_0}+\left(\frac{15\pi}{4}-6\right)m_0^2\gamma_0-\left(\frac{15\pi}{4}-7\right)m_0^2k_0. \tag{88}$$

elde edilir.

4.6 İzotropik Olmayan Weyl Kozmolojisi

Bianchi tip-I uzayında Hubble sabiti,

$$H_x = H_y = \frac{\dot{a}}{a}, \quad H_z = \frac{\dot{b}}{b}, \quad H_{overall} = \frac{a\dot{b}+2\dot{a}b}{3ab}, \tag{89}$$

ve negatif ivmelenme,

$$q_x = q_y = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}, \quad H_z = -\frac{b\ddot{b}}{\dot{b}^2}, \quad q_{overall} = -\frac{a\ddot{a}b^2+3a^2b\ddot{b}-2a^2\dot{b}^2+4a\dot{a}b\dot{b}-2\dot{a}^2b^2}{(a\dot{b}+2\dot{a}b)^2} \tag{90}$$

olarak tanımlanırlar. İzotropik olmama durumunda beklediğimiz,

$$\sigma^2 = \frac{(a\dot{b}-\dot{a}b)^2}{3a^2b^2}, \quad \Delta = \frac{2(a\dot{b}-\dot{a}b)^2}{(a\dot{b}+2\dot{a}b)^2} \tag{91}$$

niceliklerinin sıfırdan farklı olmasıdır. Bu durumda Weyl terimleri için hal denklemi parametreleri

$$\omega_x = \omega_y = -\frac{\tilde{T}_1^1}{\tilde{T}_0^0}, \quad \omega_z = -\frac{\tilde{T}_3^3}{\tilde{T}_0^0} \tag{92}$$

ve Einstein terimleri için hal denklemi parametreleri

$$\omega_x = \omega_y = -\frac{G_1^1}{G_0^0}, \quad \omega_z = -\frac{G_3^3}{G_0^0} \tag{93}$$

olarak tanımlanırlar. Hal denkleminde Weyl terimleri dolayısıyla olan sapma ise

$$\delta\omega = |\omega_z - \omega_x| \tag{94}$$

olarak tanımlanır.

Ölçek parametresinin çözümü olarak üssel bir yaklaşım benimsersek:

$$a = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\alpha} \tag{95}$$

örneğin Evren'in yaşını şöyle hesaplayabiliriz:

$$t_0 = \frac{1}{H_0}\int_0^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_R(1+z)^6 + \Omega_M(1+z)^5 + \Omega_K(1+z)^4 + \Omega_\Lambda(1+z)^2}} \tag{96}$$

Weyl terimleri dolayısıyla olan izotropi bozulumunun erken evrende radyasyon baskın evrede olduğunu varsayalım:

$$\alpha = 1/2\,, \quad a \sim t^{1/2}\,, \quad b \sim t^{1/2}e^{-\gamma/t}. \tag{97}$$

Bu durumda Hubble sabiti

$$H_x = H_y = \frac{1}{2t}\,, \quad H_z = \frac{2\gamma + t}{2t^2}\,, \quad H_{overall} = \frac{2\gamma + 3t}{6t^2} \tag{98}$$

ve negatif ivmelenme parametresi

$$q_x = q_y = 1\,, \quad q_z = -\frac{4\gamma^2 - 4t\gamma - t^2}{(2\gamma + t)^2}\,, \quad q_{overall} = -\frac{4\gamma^2 - 12t\gamma - 9t^2}{(2\gamma + 3t)^2} \tag{99}$$

olarak hesaplanır. İzotropi bozulumunun göstergelerini ise

$$\sigma^2 = \frac{\gamma^2}{3t^4}\,, \quad \Delta = \frac{8\gamma^2}{(2\gamma + 3t)^2} \tag{100}$$

olarak buluruz. Weyl terimleri için hal denklemi parametrelerini

$$\omega_x = \omega_y = \frac{4\gamma^3 - 45\gamma t^2 + 30t^3}{\gamma(4\gamma^2 + 12t\gamma - 15t^2)}\,, \quad \omega_z = -\frac{4\gamma^3 - 12t\gamma^2 - 75t^2\gamma + 60t^3}{\gamma(4\gamma^2 + 12t\gamma - 15t^2)} \tag{101}$$

ve bu parametrelerde sapma miktarını

$$\delta\omega = \frac{2}{\gamma}\left(\frac{4\gamma^3 - 6\gamma^2 t - 60\gamma t^2 + 45t^3}{4\gamma^2 + 12t\gamma - 15t^2}\right) \tag{102}$$

olarak buluruz.

4.7 Nümerik Bulgular ve Gözlemsel Veriler

Evren'in yaşı ve $z = 3600$ değerinde görülen radyasyon baskın evrenin zamanı saniyeler cinsinden ifade edilirse

$$t_0 = 4.2999 \times 10^{17}\,, \quad t_R = 1.4563 \times 10^{12} \tag{103}$$

elde edilir. Bugünkü hal denklemi sapmasının ($\delta\omega$) radyasyon baskın evreden beri çok değişmediğini varsayarsak

$$\delta\omega = |\omega_z - \omega_x| \simeq 2.1 \times 10^{-4}, \tag{104}$$

bu durumda üç değişik γ değerine ulaşırız:

$$\gamma_1 = -5.2068 \times 10^{12} \tag{105}$$
$$\gamma_2 = 1.0528 \times 10^{12} \tag{106}$$
$$\gamma_3 = 6.3391 \times 10^{12} \tag{107}$$

Bunlar üç değişik üs değerine, $\frac{b}{a} = e^{-\gamma/t}$ yol açarlar:

$$\gamma_1 \rightarrow 35.7079 \tag{108}$$
$$\gamma_2 \rightarrow 0.4853 \tag{109}$$
$$\gamma_3 \rightarrow 6.3391 \tag{110}$$

Sonuç olarak üç değişik λ değerine ulaşılır:

$$\lambda_1 = 2.1360 \times 10^{28} \tag{111}$$
$$\lambda_2 = 8.3550 \times 10^{29} \tag{112}$$
$$\lambda_3 = -8.6333 \times 10^{26} \tag{113}$$

Geç evrende ise parametre değerlerini şu şekilde alalım:

$$\alpha \sim 2\,, \quad a \sim t^2\,, \quad b \sim t^2 e^{\gamma t} \tag{114}$$

Bu durumda Hubble sabiti

$$H_x = H_y = \frac{2}{t}\,, \quad H_z = \frac{\gamma t + 2}{t}\,, \quad H_{overall} = \frac{\gamma t + 6}{3t} \tag{115}$$

ve negatif ivmelenme parametresi

$$q_x = q_y = -\frac{1}{2}\,, \quad q_z = -\frac{\gamma^2 t^2 + 4\gamma t + 2}{(\gamma t + 2)^2}\,, \quad q_{overall} = -\frac{\gamma^2 t^2 + 12\gamma t + 18}{(\gamma t + 6)^2} \tag{116}$$

olarak hesaplanır. İzotropi bozulumunun göstergelerini ise

$$\sigma^2 = \frac{\gamma^2}{3}\,, \quad \Delta = \frac{2\gamma^2 t^2}{(\gamma t + 6)^2} \tag{117}$$

olarak buluruz. Weyl terimleri için hal denklemi parametrelerini

$$\omega_x = \omega_y = \frac{\gamma^3 t^3 - 22\gamma t - 24}{t\gamma(\gamma^2 t^2 - 4\gamma t - 8)}\,, \quad \omega_z = -\frac{\gamma^3 t^3 + 4\gamma^2 t^2 - 36\gamma t - 48}{t\gamma(\gamma^2 t^2 - 4\gamma t - 8)} \tag{118}$$

ve bu parametrelerde sapma miktarını

$$\delta\omega = \frac{2(\gamma^3 t^3 + 2\gamma^2 t^2 - 29\gamma t - 36)}{t\gamma(\gamma^2 t^2 - 4\gamma t - 8)} \tag{119}$$

olarak buluruz.

Son olarak Evren'in yaşı saniyeler cinsinden

$$t_0 = 4.2999 \times 10^{17} \tag{120}$$

ve hal denklemi parametrelerinde sapma miktarınının bugünkü değeri

$$\delta\omega = |\omega_z - \omega_x| \simeq 2.1 \times 10^{-4} \tag{121}$$

olarak hesaplanır.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada Weyl-simetrik modellerin standart paradigma içinde enflasyon modeli kurmada veya standart kozmolojiye alternatif olarak devirli evren modelleri önerilerindeki etkileyici kullanımından esinlenerek Weyl-değişmez alternatif gravite kuramlarının ne tür kozmolojik modellere yol açacakları ve ne tür astrofiziksel problemlerin çözümüne ışık tutacaklarını incelemek amaçlanmıştır.

Bu çalışmada esas olarak galaktik dönme eğrisi problemine karanlık madde varlığı varsayımı yapmadan geometrik yoldan çözüm bulmayı araştırdık. Galaksilerin dış bölgelerindeki dönme hızlarının ölçek bağımsız olması gözlemi bize bu bölgelerde olası ölçek simetri varlığına ve bu nedenle bu bölgelerdeki gravite olaylarının yegane ölçek simetrik gravite kuramı olan Weyl gravite kuramı tarafından tanımlanması gerektiğine işaret etti. Weyl gravite kuramının alan denklemlerini çözerek galaksilerin dış bölgelerindeki ölçek simetrik özel geometriyi belirledik. Gravite olaylarının ölçek bağımlı tanımını daha iyi anlamak için Einstein–Weyl kuramı olarak isimlendirilen kuramdaki özel terimleri karşılaştırıp galaksilerin dış bölgelerinin Weyl kuramınca tanımlandığı ancak iç bölgelerinin ise Einstein ve Weyl kuramlarının ortak çözümü olan Schwarzschild geometrisi tarafından tanımlandığı sonucuna vardık. Belirlediğimiz ölçek simetrik geometrinin ışığın bükülmesi üzerine etkisini hesapladık. Bu bağlamda kozmolojik sabitin de ışığın bükülme miktarı üzerinde olan etkisi belirlenmiştir. Böylece bu konuda süregelen bilimsel tartışmaya katkıda bulunduk.

Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarının standart kozmolojiye göre ne kadar farklı bir kozmoloji öngördüğünün belirlenmesi de üzerinde çalıştığımız diğer bir konudur. Bu bağlamda yaptığımız çalışmaları özetledik. Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarında kara delik çözümlerinin bulunması ve bu kara deliklerin entropilerinin hesaplanması da helan devam eden bir diğer çalışmadır.

Bitirilen ve üzerinde çalışılmaya devam edilen bu araştırmalardan ayrı olarak aşağıdaki konuların da araştırılması Weyl gravitenin kozmolojik ve astrofiziksel etkilerinin bütünlüklü olarak anlaşılarak fiziksel olarak anlamlı olup olmadığına karar vermemize yardımcı olacaktır:

1) İzotropik olmayan Weyl kozmolojısinde büyük patlama nüklosentezlenmesi işleminin incelenmesi. Bilindiği üzere standart kozmoloji erken evrende en küçük çekirdeklerin bulunma bolluklarını çok başarılı bir şekilde belirlemektedir. Bolluğu belirlenmede sorun yaşanan çekirdekler Lityum çekirdekleridir. İzotropik olmayan Weyl kozmolojisi Lityum çekirdeğinden daha küçük çekirdekler için hesaplanan bolluk miktarlarıyla uyumlu sonuçlar vermeli ve mümkünse Lityum problemine çözmüm getirmelidir.

2) Halen yaptığımız Weyl geometrisinde ışığın güçlü bükülmesi hesabına ek olarak, ışığın kozmolojik olarak zayıf bükülmesi hesabı da yapılmalıdır. Zayıf bükülmenin kozmik gerilim (cosmic shear) özerinde olan olası etksi kozmik arka alan ışımasının izotropik olmama miktarını birinci tepeden önce etkileyecektir (Uzan ve Bernardeau, 2001). Eğer bu davranış Weyl geometrisinde gözlemlenebilirse bu Weyl gravite kuramının evrenin büyük ölçekli yapısı üzerinde kesin bir etkisinin olduğu anlamına gelecektir.

3) Yapılması gereken bir başka çalışmaysa karar delik entropisi üzerinde Einstein ve Weyl terimlerinin etkilerinin belirlenmesidir. Bir başka bakış açısıyla yapılması gereken, kara delik entropisine, metrik ve diğer gravite alanlarının katkılarının birbirlerinden ayrıştırılması ve böylece kara delik entropisine yol açan mikro–durumların neler olduğunun belirlenmesidir.

4) Son önerimiz ise gravitasyonel dalga modlarının Weyl gravite ile nasıl değişeceğinin araştırılmasıdır. Çarpışarak birleşen kara delikler veya ultra–tıkız cisimler karakteristik gravitasyonel dalgalar yayınlamaktadırlar. Bu dalgaların mahiyeti tıkız cismin çevresindeki foton yörüngeleriyle belirlenir. Weyl gravite içinde tıkız cisimlerin veya kara deliklerin gravitasyonel dalga spektrumunda ne tür değişikliklere yol açacağının belirlenmesi ve bu değişikliklerin varlığının gözlemsel veri içinde araştırılması bu kuramın fiziksel olduğu veya terkedilmesi gerektiği konusunda tartışılmaz kanıtlar sunacaktır.

TÜBİTAK

Kaynaklar

Ade P. et al. (Planck Collaboration), Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters, arXiv:1303.5076, (2013).

Ade P. et al. (Planck Collaboration), Planck 2013 results. XXIII. Isotropy and Statistics of the CMB, arXiv:1303.5083 (2013).

Ade P. et al. (Planck Collaboration), Planck 2013 results. XXVI. Background geometry and topology of the Universe, arXiv:1303.5086 (2013).

Ade P. et al., BICEP2 I: Detection Of B-mode Polarization at Degree Angular Scales, arXiv:1403.3985 (2014).

Ade P. et al. (Planck Collaboration), Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation, astro-ph.CO 1303.5082, (2013).

Ahmed *vd.* [CDMS-II Collaboration], *"Dark Matter Search Results from the CDMS II Experiment,"* Science **327** (2010) 1619 [arXiv:0912.3592 [astro-ph.CO]].

Akarsu O., Dereli T., Oflaz N., Accelerating anisotropic cosmologies in Brans–Dicke gravity coupled to a mass-varying vector field, Class. Quant. Grav. 31, 045020, (2014).

Akerib *vd.* [LUX Collaboration], *"First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility,"* Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 091303 [arXiv:1310.8214 [astro-ph.CO]].

Alvarez–Gaume, A. Kehegias, C. Kounnas, D. Lüst ve A. Riotto, *"Aspects of Quadratic Gravity,"* [arXiv:1505.07657 [hep-th]].

Amendola L., Tsujikawa S., Dark energy, Cambridge Univ. Pres., UK, (2010) Pp:134.

Antonio M., Perivolaropoulos L., CMB maximum temperature asymmetry axis: Alignment with other cosmic asymmetries Phys. Rev. D 87, 043511, (2013).

Antoniou I., Perivolaropoulos L., Searching for a cosmological preferred axis: Union2 data analysis and comparison with other probes, J. Cosmol. Astropart. Phys. 12, 012, (2010).

Appleby, R. Battye ve A. Moss, *"Constraints on the anisotropy of dark energy,"* Phys. Rev. D 81 (2010) 081301.

Arapoglu S. , Deliduman C., Eksi K. Y. , Constraints on perturbative f(R) gravity via neutron stars, JCAP 1107, 020 (2011).

Barrow ve S. Hervik, *"Anisotropically inflating universes,"* Phys. Rev. D 73 (2006) 023007.

Bars I. , Chen S.-H. , Turok N. , Geodesically Complete Analytic Solutions for a Cyclic Universe, Phys. Rev. D 84, 083513, (2011).

Bars I. , Chen S.-H. , Steinhardt P. J., Turok N. , Antigravity and the Big Crunch/Big Bang Transition, Phys. Lett. B715, 278-281, (2012).

Bars I. , Chen S.-H. , Steinhardt P. J., Turok N., Complete Set of Homogeneous Isotropic Analytic Solutions in Scalar-Tensor Cosmology with Radiation and Curvature, Phys. Rev. D86, 083542,

(2012).

Bars I. , Steinhardt P. J., Turok N., Local conformal symmetry in physics and cosmology, hep-th 1307.1848 (2013).

Bars I., The Standard model as a 2T- physics theory, AIP Conf.Proc. 903, 550-7, (2007).

Bars I., Traversing Cosmological Singularities, Complete Journeys Through Spacetime Including Antigravity, ed: Rudy Vaas, Beyond the Big Bang, Competing Scenarios for an Eternal Universe, Springer-Berlin (2013), Pp:362-376.

Beltran, D. Hooper, E. W. Kolb ve Z. C. Krusberg, *"Deducing the nature of dark matter from direct and indirect detection experiments in the absence of collider signatures of new physics,"* Phys. Rev. D **80** (2009) 043509 [arXiv:0808.3384 [hep-ph]].

Bennett C. et al. (WMAP collaboration), Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Are There Cosmic Microwave Background Anomalies?, Astrophys. J. Suppl. 192, 17, (2011).

Bergshoeff E.A. , Hohm O., Townsend P.K. , Massive gravity in three dimensions, Phys. Rev. Lett. 102, 201301 (2009).

Bergstrom, *"Nonbaryonic dark matter: Observational evidence and detection methods,"* Rept. Prog. Phys. **63** (2000) 793 [hep-ph/0002126].

Bezrukov F. L., Shaposhnikov M., The Standard Model Higgs boson as the inflaton, Phys. Lett. B659, 703-9 (2008).

Binney J. ve S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, Princeton University Press (1987).

Birrell N.D., Davies P.C.W., Quantum Fields in Curved Space, Cambridge Univ. Pres., Australia, (1994), Pp: 38.

Boehmer C.G., Harko T. ve Lobo F.S.N., *"Dark matter as a geometric effect in f(R) gravity,"* Astropart. Phys. **29** (2008) 386 [arXiv:0709.0046 [gr-qc]].

Borriello ve P. Salucci, *"The Dark matter distribution in disk galaxies,"* Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **323** (2001) 285 [astro-ph/0001082].

Brans C., Dicke R.H., Mach's principle and a relativistic theory of gravitation, Phys. Rev. 124, 925-9 (1961).

Cai R., Tuo Z., Direction dependence of the deceleration parameter, J. Cosmol. Astropart. Phys. 02, 004, (2012).

Camps, *"Generalized entropy and higher derivative Gravity,"* JHEP 1403, 070 (2014) [arXiv:1310.6659].

Cheoun M.-K., Deliduman C., Güngör C., Keleş V., Ryu C.Y., Kajino T., Mathews G.J., Neutron stars in a perturbative f(R) gravity model with strong magnetic fields, JCAP 1310, 021 (2013).

Degrassi G., DiVita S., Elias-Miro J., Espinosa J.R., Giudice G.F., Isidori G., Strumia A., Higgs mass and vacuum stability in the Standard Model at NNLO , JHEP 1208, 098 (2012).

Deliduman C. , Eksi K. Y., Keles V., Neutron star solutions in perturbative quadratic gravity , JCAP 1205, 036 (2012).

Deliduman C., O. Kaşıkçı ve B. Yapışkan, *"Flat Galactic Rotation Curves from Geometry in Weyl Gravity,"* [arXiv:1511.07731 [gr-qc]].

Deser S., Liu S., Lu H., Pope C.N., Sisman T.C., Tekin B., Critical Points of D-Dimensional Extended Gravities, Phys. Rev. D 83, 061502 (2011).

Dengiz S., Tekin B., Higgs Mechanism for New Massive Gravity and Weyl Invariant Extensions of Higher Derivative Theories, Phys. Rev. D 84, 024033 (2011).

Ekşi, C. Güngör ve M. M. Türkoğlu, *"What does a measurement of mass and/or radius of a neutron star constrain: Equation of state or gravity?,"* Phys. Rev. D89, 063003 (2014).

Espinosa J., G. Giudice, and A. Riotto, Cosmological implications of the Higgs mass measurement , JCAP 0805, 002 (2008).

Ferrara S., Kallosh R., Linde A., Marraniand A., VanProeyen A., SuperconformalSymmetry, NMSSM, and Inflation, Phys. Rev. D83, 025008 (2011).

Guth A.H., The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems, Phys. Rev. D 23, 347-52 (1981).

Ginsparg P.H., Applied Conformal Field Theory, hep-th 9108028, (1991).

Higgs P. W., Broken symmetries, massless particles and gauge fields, Phys. Lett. 12 , 132-8 (1964).

Holdom ve J. Ren, *"A QCD analogy for quantum gravity,"* [arXiv:1512.05305 [hep-th]].

Iorio A., O'Raifeartaigh L., Sachs I., Wiesendanger C., Weyl gauging and conformal invariance, Nucl. Phys. B 495, 433-40 (1997).

Kallosh R. , Linde A. , Superconformal Generalization of the Chaotic Inflation Model, hep-th 1306.3211 (2013).

Kallosh R. , Linde A. , Superconformal generalizations of the Starobinsky model", hep-th 1306.3214 (2013).

Kapner *vd.*, *"Tests of the gravitational inverse-square law below the dark-energy length scale,"* Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 021101 [hep-ph/0611184].

Kehegias, C. Kounnas, D. Lüst ve A. Riotto, *"Black hole solutions in R^2 gravity,"* JHEP 1505, 143 (2015).

Konoplya ve A. Zhidenko, *"Detection of gravitational waves from black holes: Is there a window for alternative theories?,"* Phys. Lett. B **756**, 350 (2016) [arXiv:1602.04738 [gr-qc]].

Kowalski *vd.*, *"Improved Cosmological Constraints from New, Old and Combined Supernova Datasets,"* Astrophys. J. **686** (2008) 749 [arXiv:0804.4142 [astro-ph]].

Liddle A.R., Lyth D.H., Cosmological inflation and large scale structure, Cambridge Univ. Pres., UK, (2000) Pp:40.

Long, H. W. Chan ve J. C. Price, *"Experimental status of gravitational strength forces in the subcentimeter regime,"* Nucl. Phys. B **539** (1999) 23 [hep-ph/9805217].

Lu H. , Pope C.N. , Critical Gravity in Four Dimensions, Phys.Rev.Lett.106,181302, (2011).

Lu, A. Perkins, C. N. Pope ve K. S. Stelle, *"Black Holes in Higher-Derivative Gravity,"* Phys. Rev. Lett. 114, 171601 (2015).

Lu, A. Perkins, C. N. Pope ve K. S. Stelle, *"Spherically Symmetric Solutions in Higher-Derivative Gravity,"* [arXiv:1508.00010 [hep-th]].

Mannheim P. D. ve Kazanas D., *"Exact Vacuum Solution to Conformal Weyl Gravity and Galactic Rotation Curves,"* Astrophys. J. **342** (1989) 635.

Marsh D., Grin D., Hlozek R., Pedro G., Tensor Detection Severely Constrains Axion Dark Matter, arXiv:1403.4216 (2014).

Meissner K., Nicolai H., Conformal Symmetry and the Standard Model, Phys. Lett. B648, 312-8, (2007).

Meissner K., Nicolai H., Effective action, conformal anomaly and the issue of quadratic divergences, Phys.Lett. B660, 260-7, (2008).

Padmanabhan T., Cosmological constant - the weight of the vacuum, Phys. Rept. 380, 235-320, (2003).

Parker L. , Raval A. , Nonperturbative effects of vacuum energy on the recent expansion of the universe, Phys. Rev. D 60, 063512, (1999).

Parker L., Simon J.Z., Einstein Equation with Quantum Corrections Reduced to Second Order Einstein Equation with Quantum Corrections Reduced to Second Order, Phys.Rev. D47, 1339-55 (1993).

Perlmutter S. et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae, Astrophys. J. 517, 565-70, (1999).

Persic, P. Salucci ve F. Stel, *"The Universal rotation curve of spiral galaxies: 1. The Dark matter connection,"* Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **281** (1996) 27 [astro-ph/9506004].

Psaltis D. , Two approaches to testing general relativity in the strong-field regime, J. Phys. Conf. Ser. 189, 012033, (2009).

Psaltis, *"Probes and Tests of Strong-Field Gravity with Observations in the Electromagnetic Spectrum,"* Living Reviews in Relativity, 11, 9 (2008).

Psaltis D. , Perrodin D. , Dienes K. R., Mocioiu I., Kerr Black Holes are Not Unique to General Relativity, Phys. Rev. Lett. 100, 091101, (2008).

Riess A.G. et al., Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant, Astron. J. 116, 1009-20, (1998).

Riess A.G. et al., Type Ia supernova discoveries at z > 1 from the Hubble Space Telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution, Astrophys. J. 607, 665-9, (2004).

Rubin, N. Thonnard ve W. K. Ford, Jr., *"Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/,"* Astrophys. J. **238**, 471 (1980).

Sievers J. L. , Hlozek R. A. , Nolta M. R. , Acquaviva V. , Addison G. E. , et al., The Atacama Cosmology Telescope: Cosmological parameters from three seasons of data, astro-ph.CO 1301.0824, (2013).

Starobinsky A. A. , A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity, Phys. Lett. B 91, 99-106 (1980).

Steinhardt P. J., Turok N., Cosmic Evolution in a Cyclic Universe, Phys.Rev. D65, 126003 (2002).

Stelle K.S., Renormalization of higher derivative quantum gravity, Phys. Rev. D16, 953-8, (1977).

Stelle K.S., Classical gravity with higher derivatives, Gen. Rel. Grav. 9, 353-9, (1978).

Tanhayi M.R., Dengiz S., Tekin B., Unitarity of Weyl-Invariant New Massive Gravity and Generation of Graviton Mass via Symmetry Breaking, Phys. Rev. D 85, 064008 (2012).

Tanhayi M.R., Dengiz S., Tekin B., Weyl-Invariant Higher Curvature Gravity Theories in n Dimensions, Phys. Rev. D 85, 064016 (2012).

Trimble, *"Existence and Nature of Dark Matter in the Universe,"* Ann. Rev. Astron. Astrophys. **25** (1987) 425.

Uzan J.P. ve Bernardeau F., "Lensing at cosmological scales: A Test of higher dimensional gravity," Phys. Rev. D **64**, 083004 (2001) [hep-ph/0012011].

Wald, *"Black hole entropy is the Noether charge,"* Phys. Rev. D48, 3427-3431 (1993). [gr-qc/9307038].

Weyl H., Gravitation and electricity, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) 1918, 465-9 (1918).

Zhao W., Wu P., Zhang Y., Anisotropy of Cosmic Acceleration, Int. J. Mod. Phys. D 22, 1350060, (2013).

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Prof. Dr. CEMSİNAN DELİDUMAN
Proje No:	114F239
Proje Başlığı:	Weyl Simetrik Alternatif Gravite Kozmolojisi
Proje Türü:	Uluslararası
Proje Süresi:	30
Araştırmacılar:	BARIŞ YAPIŞKAN
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR Ü. FEN-EDEBİYAT F. FİZİK B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	15/10/2014 - 15/04/2017
Onaylanan Bütçe:	233625.0
Harcanan Bütçe:	195953.17
Öz:	Bu çalışmada Weyl-simetrik modellerin standart paradigma içinde enflasyon modeli kurmada veya standart kozmolojiye alternatif olarak devirli evren modelleri önerilerindeki etkileyici kullanımından esinlenerek Weyl-değişmez alternatif gravite kuramlarının ne tür kozmolojik modellere yol açacakları ve ne tür astrofiziksel problemlerin çözümüne ışık tutacaklarını incelemek amaçlanmıştır. Bu çalışmada esas olarak galaktik dönme eğrisi problemine karanlık madde varlığı varsayımı yapmadan geometrik yoldan çözüm bulmayı araştırdık. Galaksilerin dış bölgelerindeki dönme hızlarının ölçek bağımsız olması gözlemi bize bu bölgelerde olası ölçek simetri varlığına ve bu nedenle bu bölgelerdeki gravite olaylarının yegane ölçek simetrik gravite kuramı olan Weyl gravite kuramı tarafından tanımlanması gerektiğine işaret etti. Weyl gravite kuramının alan denklemlerini çözerek galaksilerin dış bölgelerindeki ölçek simetrik özel geometriyi belirledik. Gravite olaylarının ölçek bağımlı tanımını daha iyi anlamak için Einstein--Weyl kuramı olarak isimlendirilen kuramdaki özel terimleri karşılaştırıp galaksilerin dış bölgelerinin Weyl kuramınca tanımlandığı ancak iç bölgelerinin ise Einstein ve Weyl kuramlarının ortak çözümü olan Schwarzschild geometrisi tarafından tanımlandığı sonucuna vardık. Belirlediğimiz ölçek simetrik geometrinin ışığın bükülmesi üzerine etkisini hesapladık. Bu bağlamda kozmolojik sabitin de ışığın bükülme miktarı üzerinde olan etkisi belirlenmiştir. Böylece bu konuda süregelen bilimsel tartışmaya katkıda bulunduk. Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarının standart kozmolojiye göre ne kadar farklı bir kozmoloji öngördüğünün belirlenmesi de üzerinde çalıştığımız diğer bir konudur. Bu bağlamda yaptığımız çalışmaları özetledik. Weyl-değişmez kuadratik gravite kuramlarında kara delik çözümlerinin bulunması ve bu kara deliklerin entropilerinin hesaplanması da halen devam eden bir diğer çalışmadır.
Anahtar Kelimeler:	Alternatif gravite, Weyl simetrisi, galaktik dönme eğrileri, ışığın bükülmesi.
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır

TÜBİTAK