Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.
Cilt 22, No 4, 901-906, 2007

J. Fac. Eng. Arch. Gazi Univ.
Vol 22, No 4, 901-906, 2007

ÜÇ FAZLI KARIŞIMLARIN YERÇEKİMSİZ ORTAMDA VE HOMOJEN KARIŞIM ŞARTLARINDA YATAY SİLİNDİRİK BORUDAKİ AKIŞININ TEORİK İNCELENMESİ

Ziyaddin RECEBLİ
Teknik Eğitim Fakültesi, Karabük Üniversitesi, Balıklarkayası, 78020, Karabük
zadiloglu1@yahoo.com

(Geliş/Received: 25.01.2007; Kabul/Accepted: 08.11.2007)

ÖZET

Bu çalışmada sıvı-sıvı–katı üç fazlı karışımın yatay silindirik boru içerisinden akışı incelenmiştir. Kararlı akışı ifade eden diferansiyel denklem sisteminin D'Alambert yöntemi ile analitik olarak çözümünden karışım fazlarının yerel hızları için ifadeler elde edilmiştir. Bu karışımın kararsız akışı sonlu farklar yöntemi kullanılarak sayısal yöntem ile de çözülmüştür. Kararlı akışın gelişim sürecini görmek için fazların yerel hızlarının zamana bağlı grafikleri çizilmiştir. Kararlı akışın analitik ve sayısal çözüm sonuçları farklı yarıçaplar için yerel hız grafikleri çizdirilerek karşılaştırılmıştır. Her iki çözümden elde edilen hız profillerinin uyum içerisinde oldukları saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Üç fazlı akış, karşılıklı etkileşim katsayısı, sayısal çözüm, yerel hız.

THEORETICAL EXAMINATION OF THE THREE PHASE MIXTURE FLOW IN THE HORIZONTAL CYLINDRICAL PIPE IN HOMOGENEOUS CONDITIONS WITHOUT GRAVITY

ABSTRACT

In this study, liquid-liquid-solid three phase mixture flow through the pipe have been investigated. A differential equation system representing the steady state flow has been solved analytically with D'Alambert methods; formulas for the local velocities of the mixture phase have been obtained. The unsteady state flow of this mixture was also solved numerically by using finite difference equation method. Local velocity-time graphics has been obtained to see the phase in steady flow progress. The analytical and numerical solution results of steady state flow are compared by plotting local velocity graphs for different radiuses. It was obtained that the velocity profiles from both of the solutions are identical.

Keywords: Tree phase flows, interaction coefficient, numeric solution, local velocity.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Çok fazlı akışa birçok uygulamada rastlanmaktadır. Bu akışlarda bileşenlerin hız ve debilerinin bilinmesi oldukça önemlidir. Çok fazlı karışımlar üzerine çeşitli çalışmalar yapılmış, kararlı ve kararsız hareketlerinin incelenebilmesi için farklı modeller geliştirilmiştir [1-10].

Ghorai ve arkadaşları [1], yatay bir boruda çok fazlı akış için akışkanların hacimsel debilerine bağlı olarak farklı şartlarda basınç derecelenmesini belirlemek amacıyla bir matematik model geliştirmişlerdir. Akışkan olarak su, petrol ve gaz kullanmışlardır.

Chen ve arkadaşları [2] pleksiglas malzemeden yapılmış borudan gaz, yağ ve su karışımı içeren üç fazlı akışın basınç düşüşüne, debinin ve fazların fiziksel özelliklerinin etkilerini deneysel olarak incelemişlerdir. Boru içerisindeki akış, yağ üste, su alta olacak şekilde akmaktadır. Su ile yağ fazları sınırında birbirinden farklı yüzeyler olması nedeniyle, tam gelişmiş akış halinin düşük hızlarda gerçekleştiği görülmüştür.

Dağlı ve arkadaşları [3] sıvı-katı iki fazlı akış için Moddy diyagramının uygulanabilirliğini incelemiştir. Öztürk ve arkadaşları [4] su taşkınlarıyla taşınan katı madde miktarları bulmak için eldeki verileri kullanarak debi ile katı madde miktarı arasında bir bağıntı geliştirmiştir. Badr ve arkadaşları [5] sıvı-katı iki fazlı akışta, ani çap değişimi olan dikey bir boruda katı madde miktarı ve sıvı hızını, üç boyutlu matematik model kurarak, farklı partikül çapları ve farklı hızlar için katı madde miktarını bulmuştur. Zhang ve arkadaşları [6] sıvı-katı bir boyutlu akışta deneysel verilerle simülasyon ve nümerik hesaplama yaparak bunları karşılaştırmıştır. Atik ve arkadaşı [7] ise sıvı-katı iki fazlı karışımın bir boyutlu akışını analitik ve sayısal yöntemler ile incelemişler.

Uygulanan modellerden birisi de Rahmatulin tarafından verilen, Fayzullayev ve diğer bilim adamları tarafından geliştirilen karşılıklı etkileşim halinde hareket modelidir [8-10]. Bu modele göre karışımı oluşturan akışkanların her birisinin ayrıca yerel hızları ve sabit fiziksel özellikleri vardır. Akışkanlar birbirileri ile karşılıklı etkileşim halinde harekette bulunmaktadırlar ve süreklidirler. Karışımda akışkanların homojen bir şekilde dağılmış oldukları varsayılmaktadır. Rahmatulin modeline göre iki ve daha fazla akışkan karışımının kararsız hareketleri bir diferansiyel denklem sistemi ile ifade edilebilmektedir. Rahmatulin modeline göre üç fazlı kararsız akış aşağıda verilen diferansiyel denklem sistemi ile ifade edilebilmektedir.

$$\rho_1 \frac{D\vec{V}_1}{Dt} = -f_1 N + f_1\mu_1 \Delta\vec{V}_1 + K_{12}\left(\vec{V}_2 - \vec{V}_1\right) + K_{13}\left(\vec{V}_3 - \vec{V}_1\right);$$

$$div\,\vec{V}_1 = 0 \qquad (1)$$

$$\rho_2 \frac{D\vec{V}_2}{Dt} = -f_2 N + f_2\mu_2 \Delta\vec{V}_2 + K_{12}\left(\vec{V}_1 - \vec{V}_2\right) + K_{23}\left(\vec{V}_3 - \vec{V}_2\right);$$

$$div\,\vec{V}_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\rho_3 \frac{D\vec{V}_3}{Dt} = -f_3 N + f_3\mu_3 \Delta\vec{V}_3 + K_{13}\left(\vec{V}_1 - \vec{V}_3\right) + K_{23}\left(\vec{V}_2 - \vec{V}_3\right);$$

$$div\,\vec{V}_3 = 0 \qquad (3)$$

Göründüğü gibi, denklem sistemi fazların her birisi için yazılmış olan Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinden oluşmaktadır. Burada K_{12}, K_{13}, K_{23} fazların karşılıklı etkileşim katsayılarıdır.

2. ANALİTİK ÇÖZÜM (ANALYTICAL SOLUTION)

İçerisinden üç fazlı karışımın aktığı yatay silindirik boru Şekil 1'de gösterilmiştir. Akışın tek boyutlu (z ekseni boyunca) ve simetrik olduğu düşünülerek aşağıdaki ifadeler yazılmıştır:

$$u_{1r}(r) = 0\,;\; u_{2r}(r) = 0\,;\; u_{3r}(r) = 0$$

$$u_{1\varphi}(r) = 0\,;\; u_{2\varphi}(r) = 0\,;\; u_{3\varphi}(r) = 0$$

$$\frac{\partial u_{1r}(r)}{\partial\varphi} = 0\,;\frac{\partial u_{2r}(r)}{\partial\varphi} = 0\,;\; \frac{\partial u_{3r}(r)}{\partial\varphi} = 0$$

Bu durumda fazlar için süreklilik denklemleri de

$$\frac{\partial u_{1z}(r)}{\partial z} = 0\,;\quad \frac{\partial u_{2z}(r)}{\partial z} = 0\,;\quad \frac{\partial u_{3z}(r)}{\partial z} = 0$$

şekillerinde yazılacaktır.

Yapılan sadeleştirmelerden sonra (1)-(3) denklemleri aşağıda gösterildiği gibi yazılabileceklerdir.

$$\rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -f_1 N + f_1\mu_1\left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r}\right] + K_{12}(u_2 - u_1) + K_{13}(u_3 - u_1) \qquad (4)$$

$$\rho_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} = -f_2 N + f_2\mu_2\left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_2}{\partial r}\right] + K_{12}(u_1 - u_2) + K_{23}(u_3 - u_2) \qquad (5)$$

$$\rho_3 \frac{\partial u_3}{\partial t} = -f_3 N + f_3\mu_3\left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_3}{\partial r}\right] + K_{13}(u_1 - u_3) + K_{23}(u_2 - u_3) \qquad (6)$$

Kararlı akış için (4)-(6) denklemleri;

$$f_1\mu_1\left[\frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_1}{dr}\right] + K_{12}(u_2 - u_1) + K_{13}(u_3 - u_1) = Nf_1 \qquad (7)$$

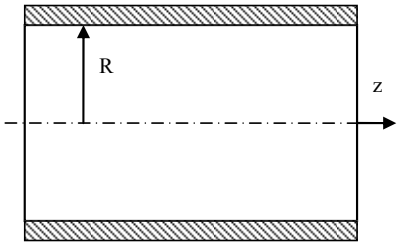
$$f_2\mu_2\left[\frac{d^2 u_2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_2}{dr}\right] + K_{12}(u_1 - u_2) + K_{23}(u_3 - u_2) = Nf_2 \qquad (8)$$

$$f_3\mu_3\left[\frac{d^2 u_3}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_3}{dr}\right] + K_{13}(u_1 - u_3) + K_{23}(u_2 - u_3) = Nf_3 \qquad (9)$$

yazılış şeklini alacaklardır. Burada yazımda kolaylık sağlamak açısından

$$u_{1z}(r) = u_1(r) = u_1\,,$$
$$u_{2z}(r) = u_2(r) = u_2\,,$$
$$u_{3z}(r) = u_3(r) = u_3\,,$$

işaretlemeleri yapılmıştır. Sınır şartları,



Şekil 1. Yatay silindirik boru (Horizontal cylindrical pipe)

$$u_1(R)=0,\ u_2(R)=0,\ u_3(R)=0 \text{ dir.} \qquad (10)$$

(7)-(9) denklemleri taraf-tarafa toplanır ve r değişkenine göre her iki tarafı (10) denklemlerinde verilen sınır şartları dahilinde integre edilirse,

$$f_1\mu_1u_1+f_2\mu_2u_2+f_3\mu_3u_3=N\left(r^2-R^2\right) \qquad (11)$$

elde edilir. Buradan,

$$u_3=-\frac{f_1\mu_1}{f_3\mu_3}u_1-\frac{f_2\mu_2}{f_3\mu_3}u_2+\frac{N}{f_3\mu_3}\left(r^2-R^2\right) \qquad (12)$$

yazılabilir. (8) ile (9) denklemleri ve (7) ile (9) denklemleri taraf-tarafa toplanır, u_3'ün ve türevlerinin ifadeleri de yerlerine yazılarak sadeleştirilirse,

$$\frac{d^2u_1}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du_1}{dr}-au_1+bu_2=N\left[\frac{1}{\mu_1}-\frac{K_{13}}{4f_1\mu_1f_3\mu_3}\left(r^2-R^2\right)\right] \qquad (13)$$

$$\frac{d^2u_2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du_2}{dr}-cu_1+du_2=N\left[\frac{1}{\mu_2}-\frac{K_{23}}{4f_2\mu_2f_3\mu_3}\left(r^2-R^2\right)\right] \qquad (14)$$

denklemleri elde edilir. (13) ve (14) denklemlerini D'Alambert yöntemi ile çözelim. Bunun için (13) denklemini her hangi bir A ile çarpıp (14) denklemi ile taraf-tarafa toplayalım.

$$\begin{aligned}&\frac{d^2}{dr^2}\left(Au_1+u_2\right)+\frac{d}{dr}\left(Au_1+u_2\right)-m^2\left(Au_1+u_2\right)\\&=N\left[\left(\frac{A}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}\right)+\frac{1}{4f_3\mu_3}\left(\frac{AK_{13}}{f_1\mu_1}+\frac{K_{23}}{f_2\mu_2}\right)R^2\right]\\&-\frac{N}{4f_3\mu_3}\left(\frac{AK_{13}}{f_1\mu_1}+\frac{K_{23}}{f_2\mu_2}\right)r^2\end{aligned} \qquad (15)$$

(15) denkleminin (10) denklemindeki sınır şartları dahilindeki çözümü,

$$Au_1+u_2=-\frac{N}{m^2}\left[\left(\frac{4B_1}{m^2}-D_1\right)\frac{I_0(mr)}{I_0(mR)}+D_1-B_1\left(r^2-R^2\right)-\frac{4B_1}{m^2}\right] \qquad (16)$$

şeklinde olacaktır. Burada,

$$B_1=\frac{1}{4f_3\mu_3}\left(\frac{A_1K_{13}}{f_1\mu_1}+\frac{K_{23}}{f_2\mu_2}\right);\ D_1=\frac{A_1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}$$

$$B_2=\frac{1}{4f_3\mu_3}\left(\frac{A_2K_{13}}{f_1\mu_1}+\frac{K_{23}}{f_2\mu_2}\right);\ D_2=\frac{A_2}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}$$

$$a=\frac{K_{12}+K_{13}}{f_1\mu_1}+\frac{K_{13}}{f_3\mu_3};\ b=\frac{K_{12}}{f_1\mu_1}-K_{13}\frac{f_2\mu_2}{f_1\mu_1f_3\mu_3};$$

$$c=\frac{K_{12}+K_{23}}{f_2\mu_2}+\frac{K_{23}}{f_3\mu_3};\ d=\frac{K_{12}}{f_2\mu_2}-K_{23}\frac{f_1\mu_1}{f_2\mu_2f_3\mu_3}$$

$m^2=c-bA$ ve $A=\dfrac{aA-d}{c-bA}$ işaretlemeleri yapılmıştır.

$A=\dfrac{aA-d}{c-bA}$ denklemin çözümleri,

$$A_1=\frac{-(a-c)+\sqrt{(a-c)^2+4bd}}{2b};\ A_2=\frac{-(a-c)-\sqrt{(a-c)^2+4bd}}{2b}$$

olacaklardır. A_1 ve A_2' nin ifadeleri (16) denkleminde yerlerine yazıldıklarında,

$$\begin{aligned}&A_1u_1+u_2\\&=-\frac{N}{m_1^2}\left[\left(\frac{4B_1}{m_1^2}-D_1\right)\frac{I_0(m_1r)}{I_0(m_1R)}+D_1-B_1\left(r^2-R^2\right)-\frac{4B_1}{m_1^2}\right]\end{aligned} \qquad (17)$$

$$\begin{aligned}&A_2u_1+u_2\\&=-\frac{N}{m_2^2}\left[\left(\frac{4B_1}{m_2^2}-D_1\right)\frac{I_0(m_2r)}{I_0(m_2R)}+D_1-B_1\left(r^2-R^2\right)-\frac{4B_1}{m_2^2}\right]\end{aligned} \qquad (18)$$

elde edileceklerdir. Burada, $m_1^2=c-bA_1$; $m_2^2=c-bA_2$'dir. (17) ve (18) denklemlerin çözümünden 1. ve 2. fazların yerel hızları için,

$$\begin{aligned}u_1(r)=&-\frac{N}{A_1-A_2}\\&\left\{\begin{array}{l}\dfrac{1}{m_1^2}\left[\left(\dfrac{4B_1}{m_1^2}-D_1\right)\dfrac{I_0(m_1r)}{I_0(m_1R)}+D_1-B_1\left(r^2-R^2\right)-\dfrac{4B_1}{m_1^2}\right]\\-\dfrac{1}{m_2^2}\left[\left(\dfrac{4B_2}{m_2^2}-D_2\right)\dfrac{I_0(m_2r)}{I_0(m_2R)}+D_2-B_2\left(r^2-R^2\right)-\dfrac{4B_2}{m_2^2}\right]\end{array}\right\}\end{aligned} \qquad (19)$$

$$u_2(r)=\frac{N}{A_1-A_2}\left\{\begin{array}{l}\frac{A_2}{m_1^2}\left[\left(\frac{4B_1}{m_1^2}-D_1\right)\frac{I_0(m_1r)}{I_0(m_1R)}+D_1-B_1\left(r^2-R^2\right)-\frac{4B_1}{m_1^2}\right]\\ -\frac{A_1}{m_2^2}\left[\left(\frac{4B_2}{m_2^2}-D_2\right)\frac{I_0(m_2r)}{I_0(m_2R)}+D_2-B_2\left(r^2-R^2\right)-\frac{4B_2}{m_2^2}\right]\end{array}\right\} \quad (20)$$

ifadeleri elde edilecektir. (19) ve (20) ifadeleri (11) denkleminde yerlerine yazıldıklarında ise 3. fazın yerel hızı,

$$u_3(r)=\frac{N}{4f_3\mu_3}\left(r^2-R^2\right)+\frac{N}{A_1-A_2}\frac{1}{f_3\mu_3}\left\{\begin{array}{l}\frac{N_1}{m_1^2}\left[\left(\frac{4B_1}{m_1^2}-D_1\right)\frac{I_0(m_1r)}{I_0(m_1R)}+D_1-B_1\left(r^2-R^2\right)-\frac{4B_1}{m_1^2}\right]\\ -\frac{N_2}{m_2^2}\left[\left(\frac{4B_2}{m_2^2}-D_2\right)\frac{I_0(m_2r)}{I_0(m_2R)}+D_2-B_2\left(r^2-R^2\right)-\frac{4B_2}{m_2^2}\right]\end{array}\right\} \quad (21)$$

şeklinde bulunacaktır. Burada,

$$N_1 = f_1\mu_1 - A_2 f_2\mu_2 \;;\; N_2 = f_1\mu_1 - A_1 f_2\mu_2$$

işaretlemeleri yapılmıştır. Karışım fazlarının yerel hızları için (19), (20) ve (21) ifadelerine göre hesaplamalar yapılmıştır. Karışımda kullanılan maddelerin fiziksel özellikleri şu şekilde alınmıştır [11]:

1 indisli akışkan petrol; f_1= 0.6**;** $\mu_1 = 30.10^{-3}$ kg/ms; $\nu_{1i}=2.10^{-5}$ m^2/s**;** $\nu_1=3.33\ 10^{-5}$m^2/s; ρ_1=900 kg/m^3;

2 indisli madde saf su; f_2=0.3**;** $\mu_2 = 10^{-3}$ kg/ms**;** $\nu_{2i}=3.10^{-7}$ m^2/s**;** $\nu_2=1\ 10^{-6}$ m^2/s; ρ_2=1000 kg/m^3;

3 indisli ise kum; f_3= 0.1; μ_3 =12.8.10^{-3} kg/ms; $\nu_{3i}=1.16.10^{-6}$ m^2/s**;** $\nu_3=1.16\ 10^{-5}$ m^2/s; ρ_3=1100 kg/m^3;

fazlar arasındaki karşılıklı etkileşim katsayıları K_{12}=320 kgs/m^4 ; K_{23}=240 kgs/m^4 ; K_{13}=400 kgs/m^4, basınç gradyanı $\frac{\partial P}{\partial z}$ = N = -1 Pa/m, boru yarıçapı R = 0.02 m olarak alınmıştır.

3. NÜMERİK ÇÖZÜM (NUMERIC SOLUTION)

Elde edilen sonuçların doğru olduklarını gösterebilmek için incelenen problem nümerik yöntem ile de çözülmüştür. Üç fazlı karışımın boru içerisinden zorlanmış akışında kullanılan (4), (5) ve (6) denklemlerinin çözümü, sonlu fark denklemlerine dönüştürülerek yapılmıştır. Diferansiyel eşitlikleri sayısallaştırmada kullanılan sonlu fark denklemleri U_1 için aşağıda verilmiştir [12].

$$\frac{\partial U_1}{\partial t}=\frac{Ur_{,t+1}-Ur_{,t-1}}{2\Delta t} \quad (22)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial r}=\frac{Ur_{+1,t}-Ur_{-1,t}}{2\Delta r} \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial r^2}=\frac{Ur_{+1,t}-2Ur_{,t}+Ur_{-1,t}}{\Delta r^2} \quad (24)$$

Bu denklemlerle çözüm iteratif olarak yapılmaktadır. Şekil 2'de görüldüğü gibi çözüm bölgesi küçük parçalara (sonlu farklar) ayrılmakta, her bir nokta için diferansiyel denklemi sağlaması istenmektedir [13].

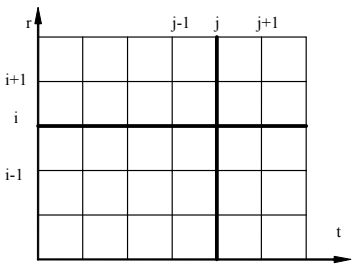
Sınır şartları başlangıçta belirlenmiş olup, çözümde bunlara uyularak her bir nokta için her iki akışkanın hızları hesaplanmaktadır. Her iterasyon işleminde bir önceki iterasyon sonuçları kullanılmakta ve böylece gerçeğe daha yakın değerler elde edilmektedir. Belirli tekrar sayısından sonra sonuçlar değişmez olmakta, yani gerçek değerlere ulaşılmış olup işlem bitirilmektedir.

Bu sonlu fark denklemlerinin (7), (8) ve (9) denklemlerinde yerine yazılmasıyla elde edilen sayısal denklemler geliştirilen bir "Visual Basic" programı yardımıyla bütün noktalar için hız değerleri hesaplanmıştır. Çözüm bölgesi zaman ekseni ve yarıçap boyunca 100 er eşit parçaya bölünmüş, böylece 100 x 100 = 10000 düğüm noktası olan ağ elde edilmiştir.

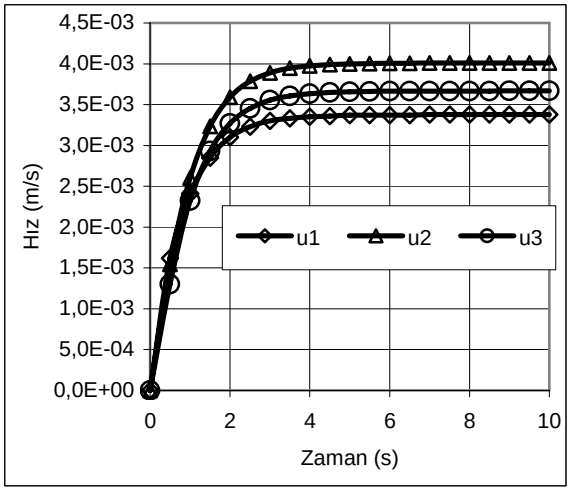
Kullanılan sınır şartları şu şekildedir: Başlangıçta bütün noktalarda hız sıfırdır. Zaman ilerledikçe basınç etkisiyle hızlar artmakta fakat boru cidarında her zaman hız sıfır kalmaktadır. Sonuçlar değişmez oluncaya kadar bu işleme devam edilmiştir. Yaklaşık 100,000 tekrar sonucunda bütün noktalarda her iki hız sabitlenmiş ve bu değerler grafikleri çizilmek üzere bir dosyaya kaydedilmiştir.

Karışımı oluşturan fazların yerel hızlarının zamana bağlı olarak kararlı hale geçişi Şekil 3'te verilmiştir.

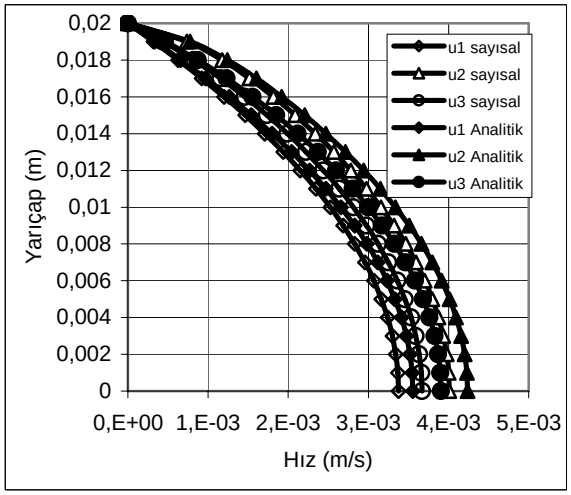
Şekil 3'ten zamana bağlı olarak yerel hızların 4. saniyede kararlı duruma ortalama olarak %99, 10.



Şekil 2. Çözüm bölgesinin sonlu parçalara ayrılması (Dividing finite elements of solution location)



Şekil 3. Yerel hızların zamanla değişimi (Velocity-time changes)



Şekil 5. Kararlı hal durumunda sayısal ve analitik çözümdeki hız değerleri (Velocity values according to the numerical and analytical solution in the steady state)

saniyede ise kararlı duruma ortalama olarak %99.9 oranında yaklaştıkları görülmektedir. Sayısal çözüm sonuçlarına göre t = 1.s, t = 5.s ve t = 10.s için yerel hız profilleri Şekil 4'te çizdirilmiştir. Yatay eksendeki her bir birim 5.10^{-4} m/s'ye karşılık gelmektedir.

Analitik ve sayısal çözüm sonuçlarını arasındaki hatayı değerlendirebilmek için her iki yolla elde edilen çözümlere göre yerel hız profilleri Şekil 5'te çizdirilmiştir.

Şekil 5'ten fazların analitik ve sayısal çözüm sonuçlarına göre çizilen yerel hız profilleri arasındaki farkın ortalama da U_1 için %5.3, U_2 için %5.7, U_3 için %6.5 oldukları görülmektedir.

4. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME (RESULTS AND DISCUSSION)

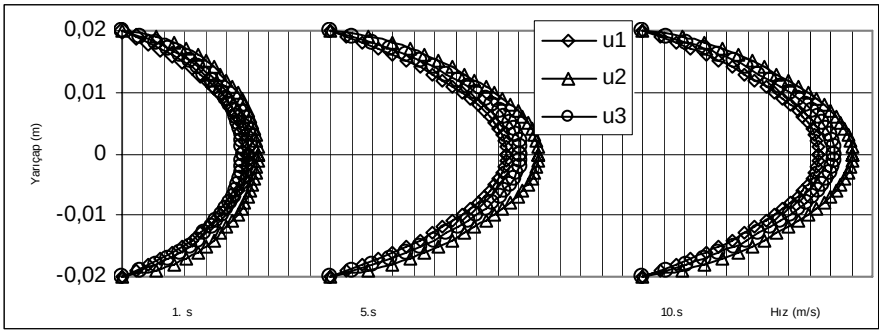
Makalede üç fazlı karışımların yatay silindirik borudaki akışları teorik olarak incelenmiştir. Problemin analitik yolla çözümü için D'Alambert yöntemi kullanılmıştır. Analitik çözüm sonucunda kararlı akış için fazların yerel hızlarının akışkanın fiziksel özelliklerine, boru yarıçapına ve koordinata bağlı olan dağılım ifadeleri elde edilmiştir. Kararlı akış için elde edilen analitik çözüm formüllerine göre hesaplamalar yapılmıştır. Kararsız akışın diferansiyel denklemleri sayısal yöntem ile de çözülmüştür. Kararlı akışın gelişim sürecini görmek için fazların yerel hızlarının zamana bağlı grafikleri çizilmiştir.

Yerel hızların kararlı durumdaki hız değerlerine ortalama olarak 4. saniyede %99, 10. saniyede %99.9 yaklaştıkları tespit edilmiştir.

Kararlı hal için her iki yöntemden elde edilen hız profillerinin birbirlerine yakınlıklarını görmek için; fazların yerel hızlarının boru kesiti boyunca dağılım grafikleri aynı eksen takımları içerisine çizilmiştir. Analitik ve sayısal çözüm sonuçları arasındaki farkın ortalama % 5.83 olduğu görülmüştür. Bu sonuçlar hesaplamaların doğru olduklarını göstermektedir.

SEMBOLLER (SYMBOLS)

f_1, f_2, f_3	: Fazların karışımın birim hacmindeki miktarları ($f_1 + f_2 + f_3 = 1$).
I_0	: Modifiye Bessel fonksiyonu
K_{12}, K_{23}, K_{13}	: Fazların karşılıklı etkileşim katsayısı (kgs/m^4)



Şekil 4. Farklı zamanlardaki hız profilleri (Velocity profile changes at different times)

$N = \frac{\partial P}{\partial z}$	: Basınç derecelenmesi
P	: Basınç (Pa)
R	: Boru yarıçapı (m)
r, z, φ	: Silindirik koordinatlar
t	: Zaman (s)
u_1, u_2, u_3	: Fazların eksen boyunca yerel hızları (m/s)
$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$	: Fazların hız vektörleri (m/s)
μ_1, μ_2, μ_3	: Dinamik viskoziteler (kg/ms)
$\nu_{1i}, \nu_{2i}, \nu_{3i}$	: Fazların indirgenmiş kinematik viskoziteleri (kg/ms)
ρ_1, ρ_2, ρ_3	: Fazların yoğunlukları (kg/m^3)

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Ghorai, S., Suri, V., Nigam, K.D.P., "Numerical Modeling of Three-Phase Stratified Flow in Pipes", **Chemical Engineering Science**, Cilt 60, 6637-6648, 2005.
2. Chen, X., Guo, L., "Flow Patterns and Pressure Drop in Oil–Air–Water Three-Phase Flow through Helically Coiled Tubes", **International Journal of Multiphase Flow,** Cilt 25(6-7), 1053-1072, 1999.
3. Dağlı, F., Kaleli, A., "Moody Diyagramının İki Fazlı Akışa Uygulanabilirliği", **Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi**, Cilt 20 (3-4), 37-39, 2000.
4. Öztürk, F., Apaydın, H., Walling, D.E., "Sakarya Havzasında Taşkınlarla Taşınan Asılı Sediment Miktarları", **Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences**, Cilt 25 (6), 643-650, 2001.
5. Badr, H.M. , Habib, M.A., Ben-Mansour, R., Said, S.A.M., "Numerical Investigation of Erosion Threshold Velocity In a Pipe with Sudden Contraction", **Computers & Fluids**, Cilt 34, 721–742, 2005.
6. Zhang, Q., Zhang, M., Jin, G., Dayou, L., Shu, C.W., "Modeling, Numerical Methods, and Simulation for Particle-Fluid Two-Phase Flow Problems", **Computers & Mathematics With Applications**, No 47 (8-9), 1437-1462, 2004.
7. Atik, K., Racabovadiloğlu, Z., "Sıvı-Katı İki Fazlı Karışımın Kararsız Hareketlerinin Sayısal ve Slezkin-Targ Yöntemiyle İncelenmesi", **Gazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi**, Cilt 21, No 4, 661-666, 2006.
8. Rahmatulin, H.A.,"Osnovı Gidrodinamiki Vzaimopronikayuşih Dvijeniy", **Prikladnaya matematika i mekanika**, Cilt 20, 1956.
9. Fayzullayev, D.F, **Laminarnoye dvijeniye mnogofaznıh sred b trboprovodah**, İzd. FAN, Taşkent, Özbekistan, 1966.
10. Latipov, K.Ş., "O Nekotorıh Zadaçah Neustanovivşixsya Teçeniy Dvuh Komponentnıh Vyazkih Sred", **İzv. AN UzSSR Ser. Teh. Nauk**, Cilt 4, 1963.
11. Fayzullayev, D.F, **Gidromekaniçeskiye Modeli Dvijeniya Smesey**, İzd. FAN, Taşkent, Özbekistan, 1972.
12. Çağal, B., **Sayısal Analiz**, Birsen Yayınevi, İstanbul, 1998.
13. Aldaş, K., Karabulut, H., "Yatay Bir Boru Üzerindeki Laminer Film Yoğuşmasının Silindirik ve Kartezyen Sınır Tabaka Denklemleriyle Simülasyonu", **Politeknik Dergisi**, Cilt 4, No 2, 53-60, 2001.