mühendislikdergisi
Dicle Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
Cilt: 8, Sayı: 3, 463-474
Temmuz 2017

Yığma yapılarda doğrusal olmayan artımsal analiz için bir yöntem önerisi

İhsan Engin BAL [*,1]

[1] *İstanbul Teknik Üniversitesi, Deprem Mühendisliği ve Afet Yönetimi Enstitüsü*

Makale Gönderme Tarihi: 09.09.2016 Makale Kabul Tarihi: 02.12.2016

Öz

Yığma yapılar, betonarme ve çelik yapılara nazaran daha gevrek bir deprem davranışı sergilemektedirler. Gerek tarihi yapıların ve gerekse konut tipi binaların çoğunluğu, özellikle donatısız yığma yapı tarzında inşa edildiğinden ve harç çekme dayanımı ihmal edilebilecek derecede küçük olduğundan, çekme gerilmelerinin neredeyse hiç karşılanmadığı bu sistemlerde doğrusal olmayan davranış daha gözle görülür hasar seviyelerine ulaşmadan bile oldukça kolay gerçekleşebilmektedir. Özellikle deprem gibi yatay yükler ve bunlara bağlı momentler altında beklenen doğrusal olmayan davranışın analitik olarak tespiti ise oldukça zordur. Mevcut malzeme ve eleman modelleri, analiz yöntemleri ve bunların kısmi olarak kullanıldığı yazılımlar, örneğin basit bir yığma yapının deprem yükleri altındaki çevrimsel davranışını kabul edilebilir bir yakınlıkla verebilecek mertebede değildir. Bunun önündeki en büyük engellerden biri yakınsama problemidir. Yığma malzemenin homojen olarak modellendiği sonlu elemanlar yaklaşımlarında yüksek derece doğrusal olmayan davranışın analitik olarak tespiti, çatlak modellerine ve bu çatlakların yayılması ile ilgili yaklaşımlara bağlıdır.

Bu makalede, her adımda elastik analiz yapılan ve dolayısı ile yakınsama problemi olmayan, monotonik yükler altında doğrusal olmayan yığma davranışını elde etmeye yarayan bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem gerek analiz hızı ve gerekse yakınsama garantisi nedeni ile oldukça avantajlı olmakla birlikte, çözümün doğruluğu konusunda karşılaşılan bazı zorluklar da bu makalede irdelenmiştir. Önerilen yöntemin çevrimsel davranış için de genişletilmesi ve deneysel sonuçlar ile karşılaştırılması konusunda yazarın çalışmaları devam etmektedir.

Anahtar Kelimeler: *Yığma yapılar; doğrusal olmayan davranış, artımsal yöntem, monotonik yükleme*

[*]Yazışmaların yapılacağı yazar: Yrd. Doç. Dr. İhsan Engin BAL, iebal@itu.edu.tr, 0212 285 7527

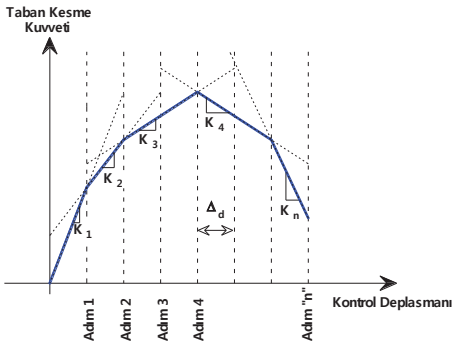
Giriş

Yığma yapılar genelde kırılgan, çekme dayanımı çok düşük olan ve hatta bazı durumlarda hiç olmayan malzemeler ile inşa edildikleri için doğrusal davranışı takiben ani kırılma ile birlikte dayanım kaybı yaşayacakları ve göçmeye çok hızlı bir şekilde ulaşacakları, diğer bir deyişle sünekliğin ihmal edilecek kadar az olacağı düşünülmektedir. Ayrıca bu tip yapıların zaten doğrusal olmayan bölgede çalışması da istenen bir durum değildir. Tüm bunlara yığma yapılarda doğrusal olmayan analiz yapmanın pratikteki zorlukları da eklendiğinde, genel olarak yığma yapıların doğrusal analiz yolu ile çözümlenerek, davranışlarının belirlenmesi daha anlamlı gözükmektedir. Ancak birçok durumda, özellikle yapı kapasitesinin tespitinin önem kazandığı hallerde, doğrusal olmayan analiz de önemli hale gelmektedir.

Önerilen Yöntem

Bu makalede önerilen yöntemin şematik gösterimi Şekil 1'de, yönteme ait akış diyagramı ise Şekil 2'de görülebilir. Yöntem, belirli özelliklere sahip bir elastik analiz yazılımı ile bir de programlama dilinin kullanımını, ayrıca analiz sırasında sürekli olarak bu iki yazılımın haberleşmesinin sağlanmasını gerektirmektedir. Bu makalede önerilen yöntemin uygulanması için OpenSees ve Matlab yazılımları kullanılmıştır.

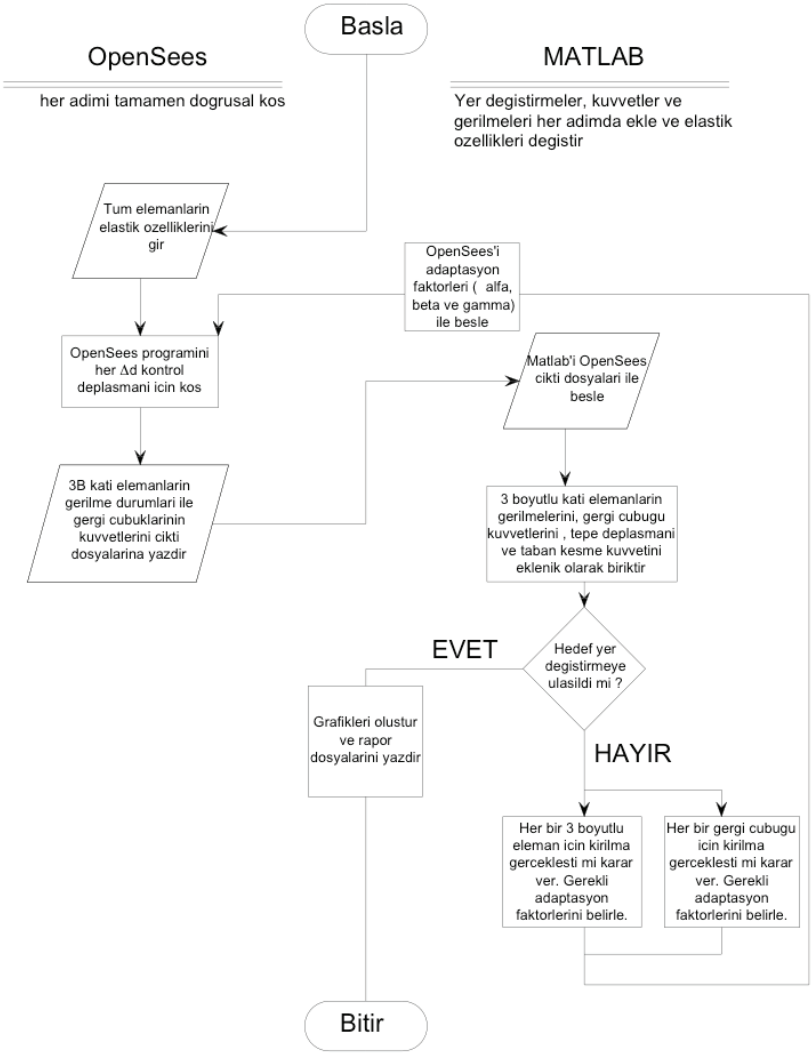
Şekil 1'de gösterilen taban kesme kuvveti – tepe yer değiştirmesi grafiğinde bir önceki analiz adımının sonucundan devam edilmekte, ayrıca ilgili analiz adımında negatif sekant rijitlik tarif edilmesi yolu ile genel kapasite eğrisinde de negatif bir eğim mümkün olmaktadır. Şekil 1'de gösterilen her bir Δ_d analiz adımında hesaplanan ilgili rijitlikler, pozitif veya negatif değerler alabilmektedirler. Bu makalede önerilen yöntemde yığma olarak inşa edilen duvarlar 8 düğüm noktalı elemanlarla (OpenSees programındakı Brick8N elemanı) tarif edilmiştir. Elemanın bir prizma olmasına gerek yoktur. Kimi elemanlar prizma şeklindeyken, bazıları ise 6 yüzlü düzensiz elemanlardır.



Şekil 1. Doğrusal Olmayan İkinci Yaklaşıma Ait Şematik Kapasite Eğrisi

Yöntemde analizi yapılan tüm adımlar yeteri kadar küçük elastik adımlar şeklindedir. Her bir adımda OpenSees programındaki model elastik olarak analiz edilir. Ancak her bir adım analiz edilmeden önce her elemanın daha önceden belirlenen limit durumu aşıp aşmadığı kontrol edilir. Bunun yapılabilmesi için yığma malzemeye ait kırılma yüzeyleri oluşturulmalı ve her bir elemanın ortalama gerilme durumu (8 düğüm noktasındaki gerilmelerin ortalaması) bu kırılma yüzeyi ile karşılaştırılmalıdır. Kırılma yüzeyine ve hasarın belirlenmesine ait detaylar aşağıdaki bölümlerde verilmiştir.

Özetlemek gerekirse bu yöntemde her bir eleman, elemanın Gauss noktalarında değil de tamamında kontrol edilerek, hasar durumuna ve bu hasara bağlı olarak elastisite modüllerinin (ve kayma modülünün) alacağı değerler her adımda değiştirilmektedir. Bu durum yöntemin kısıtlarından biridir zira teorik olarak bir elemanın gerilme durumu ve hasarları, o elemanın integrasyon (Gauss) noktalarında kontrol edilmelidir. Bu yöntemde ise gerilmeler, tek bir elemanda ortalama gerilme olarak kontrol edilmektedir. Bu durum bir dezavantaj oluşturmakla birlikte, eleman boyutlarının yeter derecede küçük seçildiği durumlarda bundan



Şekil 2. Doğrusal Olmayan İkinci Yaklaşıma Ait Akış Diyagramı

kısıtlamadan kaynaklanan hatalar en aza indirilebilir.

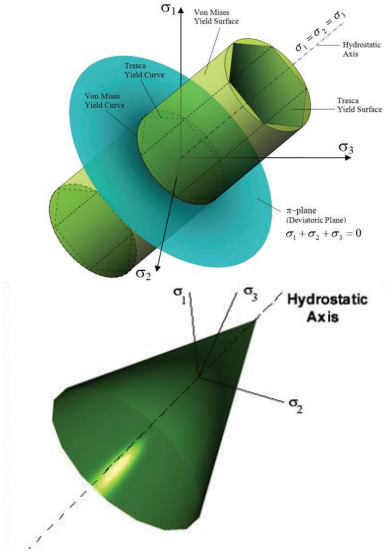
Önerilmekte olan bu yöntemin birtakım dezavantajları mevcuttur. Genel olarak bu dezavantajlar şöyle sıralanabilir:

- İki boyutlu elemanlar için oluşturulan kırılma yüzeyinin 3 boyutlu elemanlarda ve her iki yönde kullanılması (yani yatay düzlemdeki birbirine dik gerilmelerin birbirleri ile etkileşiminin ihmal edilmesi)
- Yüklemenin deplasman kontrollü olmasının yapının gerçekçi yük dağılımını yansıtmaması
- Elemanların hasar durumlarının belirlenmesinde eleman Gauss noktaları yerine tüm elemanda ortalama bir gerilme durumu kullanılması.

Malzemenin lineer olmayan davranışının temsili ve kullanılan kırılma yüzeyi

Genel olarak ilk temel problem kullanılacak modelin detayı ile ilgili ortaya çıkmaktadır. Literatürde mikro ve makro şeklinde iki tip model mevcuttur. Mikro modellerde tuğlalar ve (eğer varsa) harç katmanları ayrı ayrı modellenmektedir. Yapılan çalışmaların sonunda (Lourenço, 1997) mikro modellerin küçük yapılarda ve harç ile tuğlalar (veya taşlar) arasındaki etkileşimin önem taşıdığı çalışmalarda kullanılmasının en uygunu olduğunu savunmuşlardır. Buna mukabil makro modellerde yapı elemanları homojen (tuğla/taş ve harcın beraber aynı anda modellendiği) olarak modellenmekte ve bu elemanlara ait gerilme-şekil değiştirme bağıntıları ile kırılma yüzeyleri en başta tarif edilmektedir. Makro modeller daha büyük yapılar için ve genelde her bir malzemeden çok yapının tümünün davranışının araştırıldığı durumlarda daha faydalı olmaktadırlar. Bu değerlendirmelere göre, bu çalışmaya konu olan yığma yapıların doğrusal olmayan analizi için makro modellerin daha uygun olduğu düşünülmektedir.

Yapının makro modellerle tarif edilebilmesi için malzemeye ait kırılma hipotezinin tarif edilmesi gerekmektedir. Genelde üç boyutlu katı bir malzeme için üç asal gerilmeye bağlı (σ1, σ2 ve σ3) kırılma yüzeyleri tarif edilmektedir. Gerek mevcut programlar içerisinde ve gerekse literatürde çok sayıda kırılma hipotezi bulunmaktadır. Ancak bu hipotezlerden bir kısmı malzemenin üzerindeki basınca duyarlı iken bir kısmı değildir. Bir başka deyişle, beton ve yığma gibi malzemelerde dayanım çevresel basınç ile artmaktadır ve kırılma hipotezinin de bu gerçeği dikkate alabilmesi gereklidir. Örneğin, von Mises ve Tresca kırılma yüzeylerinde dayanım çevresel basınç ile artmamaktadır (Şekil 5-üst). Buna karşılık, Drucker-Prager hipotezinde ise bu durum dikkate alınmaktadır (Şekil 5-alt).



Şekil 3. von Mises ve Tresca (üstte) İle Drucker-Prager (altta) Kırılma Hipotezleri Açısından Malzemenin Dayanımının Çevresel Basınç İle Olan İlişkisinin Grafiksel Gösterimi

Yukarıdaki açıklamalara göre Drucker-Prager modelinin betonarme ve yığma için en uygun kırılma hipotezi olduğu söylenebilir. Ancak bu hipotez de izotropik *(dayanım ve rijitliği her yönde aynı olan)* malzemeler için geliştirilmiştir. Oysa yığma binalarda kullanılan yığma malzeme ortotropik *(dayanım ve rijitliği*

her üç yönde de farklı olan) bir malzemedir ve bu malzemede dayanım, asal gerilmenin duvar yatay ve düşey eksenlerinde bulunan harç *(veya kuru birleşim)* zayıflık düzlemlerine göre yaptığı açı ile değişmektedir. Bu durumda kırılma hipotezinin 3 eksenli değil 4 veya 5 eksenli olması gerekmektedir çünkü 4 *(ve gerekirse 5)* numaralı parametreler, örneğin birinci asal gerilmenin, bu zayıflık düzlemleri ile yaptığı açı olmalıdır. Bu konuda yapılan çalışmalar daha çok yığma dolgu duvarları üzerine yoğunlaşmıştır ve bahsedilen konuda geniş bir literatür mevcuttur (bkz. Page, 1983; Dhanasekar vd, 1985).

Bu makalede kullanılması önerilen yöntem ise, üç boyutlu yapıda birbirine dik iki planda *(X-Z ve Y-Z planları)* birbirinden bağımsız iki kırılma hipotezi kullanılmasıdır. Bu kırılma hipotezleri, yukarıda bahsedilen "dayanımın asal gerilmenin zayıflık düzlemleri ile yaptığı açıya bağlılığı" konusunu da çözmektedir. Çünkü burada önerilecek olan kırılma hipotezinde gerilmeler Kartezyen sisteme oturan gerilmelerdir *(σ_1, σ_2 ve σ_3 yerine σ_x, σ_z ve τ_{xz})*. Burada verilen kırılma hipotezi ilk olarak (Ganz ve Thürlimann, 1982*)* tarafından önerilen ve (Lu and Heuer, 2007) tarafından çekme-çekme bölgesi daha detaylı olarak incelenip geliştirilen kırılma hipotezidir *(bkz. Şekil 2)*. (Ganz ve Thürlimann, 1982) tarafından önerilen ilk hipoteze ait kriterler ve bu kriterlerin kırılma hipotezi yüzeyinde oluşturduğu geometriler (bkz. Şekil 4) aşağıdaki gibidir:

Bölge I – Düzlem – Yatay harç katmanlarında çekme kırılması (*Tension failure at joints);*

$$(1+\omega_m)^2\tau_{xy}^2+\left(\omega_m(\sigma_x+f_{mx})-\sigma_y\right)\left(\sigma_x+f_{mx}-f_{my}-\omega_m(\sigma_y+f_{my})\right)\le 0 \quad (1)$$

Bölge II – Koni – Tuğlada basınç kırılması: (*Compression failure in brick);*

$$\tau_{xy}^2-\left(\sigma_x+f_{mx}\right)\left(\sigma_y+f_{my}\right)\le 0 \quad (2)$$

Bölge III – Silindir – Tuğlada kayma kırılması*: (Shear failure in brick);*

$$\tau_{xy}^2+\sigma_y\left(\sigma_y+f_{my}\right)\le 0 \quad (3)$$

Bölge IV – Düzlem – Harç katmanlarında çekme kırılması (Tension failure at joints);

$$4\omega_m\tau_{xy}^2-\left(\omega_m f_{my}-\sigma_y\left(1-\omega_m\right)\right)^2\le 0 \quad (4)$$

Bölge V – Düzlem – Yatay harç katmanlarında kayma kırılması (Shear in bed joints);

$$\tau_{xy}^2-\left(c-\sigma_x\tan\varphi\right)^2\le 0 \quad (5)$$

Bölge VI – Düzlem – Düşey harç katmanlarında kayma kırılması (Shear along perpendicular joints);

$$\tau_{xy}^2\left(1+\frac{2a_L}{a_s}\tan\varphi\right)^2-\left(\sigma_x\tan\varphi+\sigma_y\frac{2a_L}{a_s}-c\right)^2\le 0 \quad (6)$$

Burada f_{mx} ve f_{my} yığmanın *x* ve *y (esasen yatay ve düşey)* yönlerdeki basınç dayanımıdır. *c* yığma malzemenin kohezyonu, ϕ *i*çsel sürtünme açısı, ω_m yatay harç bağlantısına paralel yönde çekme ve basınç dayanımlarının oranı, a_L bir tuğla elemanı ve harcın toplam yüksekliği, a_S bir tuğla elemanı ve harcın toplam genişliğini göstermektedir. Yine yukarıdaki denklemlerde σ_x yatay yöndeki gerilmeyi ve σ_y de düşey yöndeki gerilmeyi göstermektedir. Benzer şekilde τ_{xy} kayma gerilmelerini temsil etmektedir.

(Lu ve Heuer, 2007) yukarıda verilen kırılma hipotezinin çekme bölgesi için daha detaylı çalışmalar yaparak (Ganz ve Thürlimann, 1982) modelini, aşağıda verildiği şekilde, bir miktar değiştirmişlerdir:

Bölge I – Koni – Yatay harç katmanlarında çekme kırılması (*Tension failure at joints);*

$$\tau_{xy}^2+\left(\sigma_x-f_{tx}\right)\left(\sigma_y-f_{ty}\right)\le 0 \quad (7)$$

Bölge II – Koni – Tuğlada basınç kırılması: (*Compression failure in brick);*

$$\tau_{xy}^2-\left(\sigma_x+f_{mx}\right)\left(\sigma_y+f_{my}\right)\le 0 \quad (8)$$

Bölge III – Silindir – Tuğlada kayma kırılması: *(Shear failure in brick);*

$$\tau_{xy}^2+\sigma_y\left(f_{my}-f_{ty}+\sigma_y\right)-f_{my}f_{ty}\le 0 \quad (9)$$

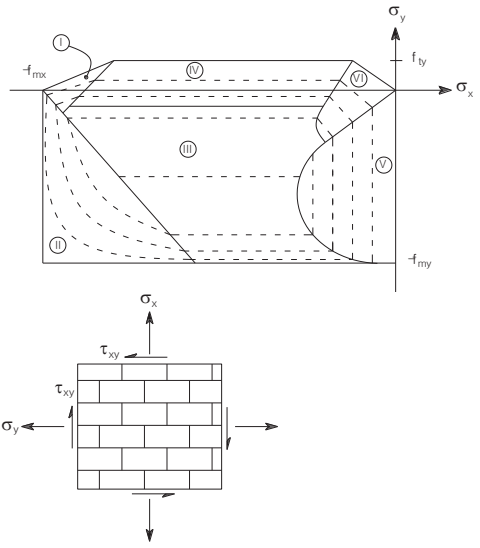
Bölge IV – Düzlem – Yatay harç katmanlarında kayma kırılması (*Shear in bed joints);*

$$\tau_{xy}^2 - (c - \sigma_x \tan\varphi)^2 \le 0 \qquad (10)$$

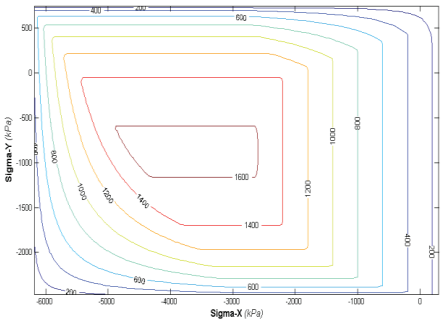
Bölge V – Düzlem – Birleşim bölgelerinde çekme kırılması (*Tension failure at joints – tension cut-off);*

$$\tau_{xy}^2 + \sigma_x^2 + 2\frac{cCos\varphi - f_{tx}Sin\varphi}{1 - Sin\varphi}(\sigma_x - f_{tx}) - 2\sigma_x f_{tx} + f_{tx}^2 \le 0 \qquad (11)$$

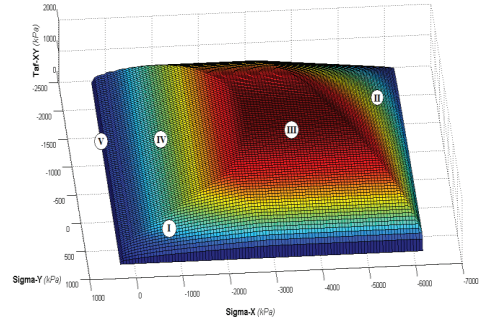
Yukarıda verilen kriterlerde, f_{tx} ve f_{ty} yatay birleşimlere sırasıyla dik ve paralel çekme dayanımlarıdır. Bu yeni kriterlere göre elde edilen örnek bir kırılma yüzeyi Şekil 5 ve Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 4. Çekme dayanımı olan malzeme için eş-kayma eğrileri (Ganz ve Thürlimann, 1982) (üstte) ve yığma üzerinde kabul edilen yön tayini (altta)



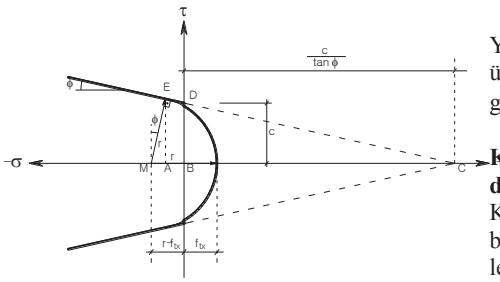
Şekil 5. (Lu ve Heuer, 2007) kırılma hipotezi kullanılarak oluşturulan örnek eş gerilme eğrileri



Şekil 6. (Lu ve Heuer, 2007) kırılma hipotezi kullanılarak oluşturulan 3B kırılma yüzeyi

Çekme gerilmelerinin sınırlandırılması

Yukarıda verilen kırılma hipotezi denklemlerinin en önemli parametrelerinden biri de çekme gerilmelerinin nasıl sınırlandırıldığıdır. Bahsi geçen yayında (Lu ve Heurer, 2007) detaylı verilmemekle birlikte, aşağıda bu önemli parametrenin çıkartılışı da izah edilmiştir. Çekme gerilmelerinin kırılma hipotezi yüzeyinde nasıl göründüğü grafiksel olarak Şekil 7'de verilmiştir.



Şekil 7. Kırılma hipotezi yüzeyinde çekme gerilmelerinin sınırlandırılması

Çekme gerilmelerinin sınırlandırılması, genel olarak dairenin denkleminin aşağıdaki gibi yeniden yazılması ile elde edilmektedir:

$$\tau_{xy}^2 + \left(\sigma_x - \left(f_{tx} - r\right)^2\right) = r^2 \qquad (12)$$

Denklem 12'nin yeniden yazılması durumunda:

$$\tau_{xy}^2 + \sigma_x^2 - 2\left(f_{tx} - r\right)\sigma_x + \left(f_{tx}^2 - 2rf_{tx} + r^2\right) = r^2 \qquad (13)$$

BCD ve ACE üçgenleri arasındaki benzerlikten, dairenin yarıçapı, r, hesaplanabilir:

$$\frac{\dfrac{c}{\tan\varphi}}{\dfrac{c}{\tan\varphi} + \left(r - f_{tx} - rSin\varphi\right)} = \frac{c}{rCos\varphi} \qquad (14)$$

Bu durumda dairenin yarıçapı:

$$r = \left[\frac{c}{\tan\varphi} + \left(r - f_{tx} - rSin\varphi\right)\right]\frac{Sin\varphi}{Cos^2\varphi} \qquad (15)$$

Denklemin her iki tarafının $Cos2\varphi$ ile çarpılması ve Denklem 15'in yeniden düzenlenmesi sonucunda:

$$r\left(Cos^2\varphi + Sin^2\varphi\right) - rSin\varphi = cCos\varphi - f_{tx}Sin\varphi$$

$$r = \frac{cCos\varphi - f_{tx}Sin\varphi}{1 - Sin\varphi} \qquad (16)$$

Denklem 15'in Denklem 12'ye yerleştirilmesi durumunda:

$$\tau_{xy}^2 + \sigma_x^2 + 2\frac{cCos\varphi - f_{tx}Sin\varphi}{1 - Sin\varphi}\left(\sigma_x - f_{tx}\right) - 2\sigma_x f_{tx} + f_{tx}^2 \le 0 \qquad (17)$$

Yukarıdaki Denklem 17'den de anlaşılacağı üzere, yatay derzlere dik doğrultudaki çekme gerilmesi c/tanϕ değerini aşamaz.

Kırılma hipotezi yüzeyinin dışında plastik davranış

Kırılma hipotezi yüzeylerinin hidrostatik basınçla değiştiği teorilerde önemli problemlerden biri de, gerilmeler kırılma yüzeyini aştıktan sonraki davranışın nasıl olacağıdır. Konsept olarak, her bir Gauss noktasındaki gerilme ve birim şekil değiştirmeler incelenerek hasara karar verilmelidir. Bu hasarlar çatlama, akma veya yığmada kagir birimlerinden birbirlerinden ayrılmaları şeklinde olabilir. Bu hasar durumları gerçekleştiğinde bunlara karşı gelen yeni iç kuvvet ve gerilmelerin hesaplanıp ilgili integrasyon noktalarına dağıtılması gerekir. Akma ve kırılma yüzeylerinin arka arkaya kullanılması durumunda ise, bu uygulamanın her iki yüzeyde de ayrı ayrı yapılması icap eder. Hasarın tespitinde kırılma yüzeyinin şekli önemli rol oynar. Kırılma yüzeyinin ilgili hasara denk gelen gerilme noktalarındaki şekli, hasar tipini de kontrol eder. Örneğin RMC (Rounded Mohr-Coulomb) kırılma yüzeyi direk çekmede bile elemanda kesme göçmesine yönelik sonuç verirken, Leon beton modeli (Menetrey ve Willam, 1995) aynı durum için hem çekme ve hem de kesme göçmesi sonuçlarını verebilir. Dolayısı ile kırılma hipotezi ile hasar arasında doğrudan bir ilişki vardır.

Kırılma hipotezi yüzeyinin dışına çıkılması durumundaki doğrusal olmayan davranışı formüle etmek için yapılan çalışmaların başında (Owen ve Figuerias, 1983) sayılabilir. Bu çalışmada yazarlar, ortotropik malzemede malzeme akslarına dayalı bir pekleşme modeli geliştirmişlerdir. (Swan ve Çakmak, 1994) çalışmasında ise Hill hipotezine uygun lineer bir pekleşme modeli sunulmuştur. (Lourenço, 1997) çalışmasında Owen ve Figuerias'ın çalışmasını geliştirmiş, buna her malzeme aksı için ayrı ve bağımsız enerji ve hasar bağıntıları eklemiştir.

(Galanti v.d. 2000) elastik ve kırılgan malzemeler için tek eksenli davranışa dayanan bir hasar modeli geliştirmişler, çalışmalarında, plastik birim şekil değiştirmelerin takibi için bir hasar fonksiyonu önermişlerdir. Bu yaklaşımda hasar, plastik birim şekil değiştirmelerin kırılma hipotezi yüzeyinden ne kadar uzaklaştıklarının bir fonksiyonudur.

(Asteris ve Tzamtzis, 2003) ise kırılma hipotezi yüzeyine teğet geçen başka bir plana dik yöndeki vektörün plastik davranışı tarif için kullanılmasını önermektedirler. Burada her bir plastik birim şekil değiştirme artımının farklı eksenlerdeki (σ_x, σ_y veya τ_{xy}) izdüşümleri bulunur ve hasara buna göre karar verilir.

Bu makalede, (Galanti v.d., 2000; Asteris ve Tzamtzis, 2003) çalışmaları beraber kullanılmıştır. Buna göre, gerilmedeki sonsuz küçük bir değişim, kısmen elastik ve kısmen de plastik olan bir birim şekil değiştirmeye denk gelir:

$$\delta\{\varepsilon\}=\delta\{\varepsilon\}_e+\delta\{\varepsilon\}_p \qquad (18)$$

Elastik birim şekil değiştirme artışları, basitçe elastisite matrisinin [D] tersine $[C]=[D]^{-1}$ eşittir. C matrisi 2 boyutlu ve 4 düğüm noktalı bir eleman için aşağıdaki gibidir:

$$[C]=\begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{xz}}{E_z} & 0 \\ \frac{-\nu_{xz}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} \end{bmatrix} \qquad (19)$$

Bu durumda elastik birim şekil değiştirme artışları aşağıdaki gibi olur:

$$\delta\{\varepsilon\}_e = [C]\ \ \delta\{\sigma\} \qquad (20)$$

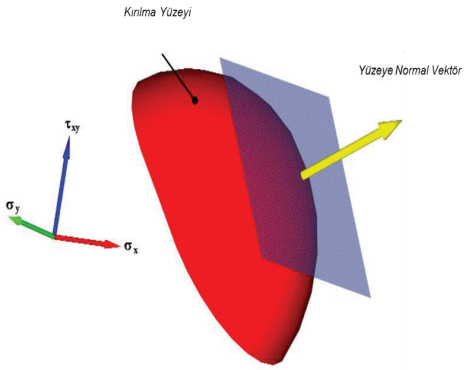
Plastik birim şekil değiştirmelerdeki artışlar ise daha karmaşıktır. Bu artışlar, kırılma hipotezi yüzeyinin şeklinde bağlıdır. Kırılma hipotezi yüzeyi aşağıdaki gibi tarif edilmiş ise:

$$f(\sigma_x,\sigma_z,\tau_{xz}) = 0 \qquad (21)$$

bu yüzeye teğet olan ve kırılma hipotezi yüzeyine σ_x,σ_y ve τ_{xy} noktalarında temas eden düzlem bulunmalıdır. Eğer kırılma yüzeyini tarif eden kapalı fonksiyon (σ_x,σ_z,τ_{xz}) noktaları için f (σ_x,σ_z,τ_{xz}) = 0 durumunu sağlıyor ise, bu yüzeye normal olan vektör eğimi aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$S=\nabla f(\sigma_x,\sigma_z,\tau_{xz})=\frac{\partial f}{\partial \sigma_x}i+\frac{\partial f}{\partial \sigma_z}j+\frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}}k \qquad (22)$$

Denklem 22'de i, j ve k, σ_x,σ_z, ve τ_{xz} akslarına paralel birim vektörlerdir. Kırılma hipotezi yüzeyine teğet düzlem ile buna normal olan vektörün grafik gösterimi Şekil 8'de verilmiştir. Denklem 22'de verilen *"S"* vektörü *"akış vektörü"* olarak adlandırılmaktadır, bu vektörün uzunluğu ise ||S|| ile gösterilmektedir.



Şekil 8. Gerilmelerin kırılma yüzeyinden çıktığı noktadaki yüzeye dik vektörün gösterimi

Bu durumda plastik birim şekil değiştirmeler:

$$\delta\{\varepsilon\}_p = [C]_p\ \ \delta\{\sigma\} \qquad (23)$$

Şeklinde yazılabilir. Burada $[C]_p$ faktöre edilmiş pik davranış sonrası uyum matrisidir.

$$[C]_p=\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha E_{x,p}} & \frac{-\nu_{xz}}{\beta E_{z,p}} & 0 \\ \frac{-\nu_{xz}}{\beta E_{z,p}} & \frac{1}{\beta E_{z,p}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma G_{xz,p}} \end{bmatrix} \qquad (24)$$

Burada pik davranış sonrası elastisite modülü değerleri ilgili adım için negatif değerler alabilmektedirler. Ayrıca bu elastisite modülleri çekme ve basınç için farklı değerler alabilmektedirler. Denklem 24'te verilen α, β ve γ katsayıları ise aşağıda Denkler 25, 26 ve 27'de verilmiştir.

$$\alpha = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} \right) / \|S\| \tag{25}$$

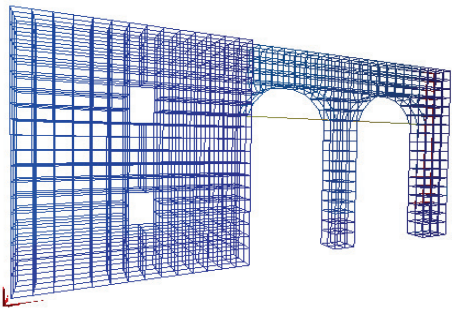
$$\beta = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_z} \right) / \|S\| \tag{26}$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} \right) / \|S\| \tag{27}$$

α, β ve γ değerleri ile S değeri, kırılma hipotezi yüzeyinin aşıldığı noktada hesaplanmalıdır. Adım adım analizin her adımında, o adımdaki gerilmeler kırılma yüzeyinin içerisinde ise elastik başlangıç özellikleri korunarak analize devam edilir. Eğer ilgili adımda gerilmelerin koordinatları kırılma hipotezi yüzeyinin dışında bir noktayı işaret ediyorsa, bu durumda bu noktanın kırılma yüzeyine en yakın olduğu noktanın koordinatları tespit edilir. Tam bu noktada α, β, γ ve S değerleri hesaplanır, bunlara bağlı olarak da E_x, E_z ve G_{xz} değerleri değiştirilir.

Örnek bir analiz

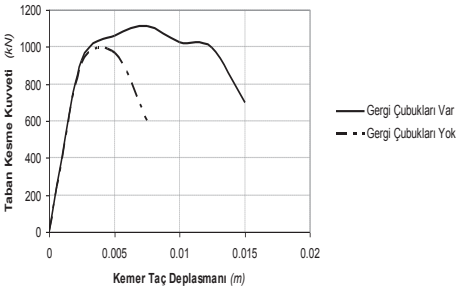
Bu makale kapsamında önerilen doğrusal olmayan analiz yöntemi, OpenSees ve Matlab programları kullanılarak İstanbul Atik Ali Paşa Camii'nin taşıyıcı akslarından birine uygulanmıştır. Seçilen yapı ile ilgili daha detaylı bilgi (Yüksel, 1983) kaynağında bulunabilir. Bu aks üzerinde yapılan analizler için OpenSees programında 1440 elemanlı bir model kurulmuştur (bkz. Şekil 9).



Şekil 9. OpenSees ile kurulan kemerli yığma yapı modeli, İstanbul Atik Ali Paşa Camii ana taşıyıcı aksı

Matlab'da bu amaçla hazırlanan yazılım, Şekil 5 ve Şekil 6'da verilen kırılma hipotezi yüzeylerini hem demir kenetli küfeki taşı ve hem de tuğla yığma için oluşturmakta ve her bir elemanın gerilme durumunu (bu yüzeylerin içinde mi dışında mı kaldığı ile dışarıda ise hangi bölgeden dışarı çıktığını) saptamaktadır. Bu sayede her bir elemanın kırılma tipi (çekme veya basınç gerilmesinde mi yoksa kayma gerilmesinden mi, veya bunların bir kombinasyonu şeklinde gerçekleşen bir gerilmeden mi kırıldığı) tespit edilmektedir.

Önerilmekte olan analiz yönteminin tutarlılığını kontrol etmek amacı ile, Atik Ali Paşa Camii'nin taşıyıcı aksı bir kez de kemer gergi çubukları olmadan analiz edilmiştir. Buna göre, Şekil 10'da görüldüğü üzere, gergi çubuklarının bulunduğu ve bulunmadığı durumlar arasındaki en belirgin fark sistemin sünekliğidir. Gergi çubuklarının bulunmadığı durumda, aşırı derecede rijit olan bu sistemden beklenebilecek davranış, sistemin dayanımı aşılır aşılmaz sistemde ani bir dayanım kaybı olmasıdır ki öyle de olmuştur. Ancak gergi çubuklarının bulunduğu durumda, gergi çubuklarının sistemin sünekliğini yaklaşık olarak 2'den 4~4.5'a çıkardığı gözlemlenmektedir (Şekil 10).



Şekil 10. Önerilen lineer olmayan analiz yöntemiyle elde edilen Atik Ali Paşa Camii'nin kapasite eğrisi

Önerilen yöntemde program önce zati ağırlıklar altında sistemin analizini yapmakta, çıkan gerilme değerleri ilgili dosyalara yazıldıktan sonra yatay yüklemeye başlanmaktadır. Uygulanan belirli bir yük profili sabit tutularak, verilen hedef deplasman artımını sağlayacak yük katsayısı elde edilmektedir. Önerilen yöntemde analiz adım aralığı kullanıcı tarafından belirlenmektedir. Yöntemin analiz adım aralığı için verilen deplasman değerine hassas olduğu gözlemlenmiştir. Bu yüzden adım aralığının birkaç denemeden sonra kullanıcı tarafından atanması gereklidir. Bunun için adım aralığının seçiminden bağımsız bir sonuç elde edilinceye kadar adım aralığı değiştirilerek 10-15 adım kadar adım icra edilmeli ve sonuçlar bir önceki analizle karşılaştırılmalıdır. Bu tip bir iterasyon sonlu elemanlar ağı kullanılan ve hatta doğrusal olan her modelde gereklidir.

Atik Ali Paşa Camii'nin ana aksına ait modelde bulunan 1440 eleman için, 50 adımdan oluşan bir analiz, normal bir bilgisayarda 6dk kadar sürmektedir. Her bir eleman 6 yüzlü katı eleman olarak modellenmiştir. OpenSees programında bu tip elemanların modellenmesi için Brick8N elemanları kullanılmıştır. Her bir adım elastik elemanlarla çözüldüğünden modelin yakınsamama gibi bir problemi olmamaktadır.

Analizin her bir adımında yatay düzlemdeki gerilme değeri, düşey düzlemdeki gerilme değeri ve bunların arasındaki kayma gerilme değerleri okunmakta ve çıktı dosyalarına yazılmaktadır. Bu gerilme değerleri daha sonra MATLAB programının içerisinde daha önceden her bir eleman için birikmiş olan gerilme değerlerine eklenmekte ve bu kümülatif gerilme değeri de, yukarıda izah edildiği gibi, oluşturulan kırılma yüzeyi ile karşılaştırılmaktadır. Bunun sonucunda her bir elemanın hasar derecesine ve elastisite modülü ile kayma modülünün hangi faktör ile çarpılacağına karar verilmektedir.

Sonuçlar ve Tartışma

Yığma yapılar, özellikle de donatısız inşa edilen yığma yapılar, sünek olmayan deprem davranışı sergilemektedirler. Deprem yükleri gibi yatay yükler altında gerçekleşen doğrusal olmayan davranışın analitik olarak tespiti ve temsilinde birtakım problemler yaşanmaktadır. Bu problemler genel itibari ile malzemenin yüksek oranda doğrusal olmayan davranışa ulaşması ile birlikte dayanım ve rijitlikteki ani düşüşler ve bunların beraberinde getirdiği yakınsama problemleridir. Bu tip zorluklar, yığma yapıların doğrusal olmayan davranışı ile ilgili analitik çalışmaları en çok kısıtlayan parametrelerin başında gelmektedir.

Bu çalışmada, her adımı doğrusal bir analiz olarak icra edilen, malzemenin anizotropik, doğrusal olmayan ve gevrek davranışını doğru modelleyebilecek bir yöntem önerilmiştir. Yöntemin her adımı doğrusal bir analiz adımı içerdiğinden, analitik olarak iterasyon problemleri de ortadan kalmaktadır. Buna mukabil analiz süreleri de oldukça kısalmaktadır. Bu makalede, önerilen yöntemin teorik altyapısı ve icra adımları verilmiş, örnek bir uygulama da gösterilmiştir. Önerilen yöntemin yığma yapılarda hızlı ve etkin bir analiz aracı olabileceği gösterilmiştir.

Kaynaklar

Asteris P.G., Tzamtzis A.D., (2003). On the use of a regular yield surface for the analysis of unreinforced masonry walls, *Electronic Journal of Structural Engineering*, 3.

Dhanasekar M., Page A. W. and Kleeman P. W., (1985). The failure of brick masonry under biaxial stresses, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 79(2), 295-313.

Galanti F.M.B., Scarpas T. and Vrouwenvelder A. C. W., (2000). Finite Element Techniques for Simulation of Infilled Reinforced Concrete Buildings Under Earthquake Loading, 12th World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand, paper no:0263.

Ganz HR, Thürlimann B., (1982). Versuche über die Festigkeit von zweiachsig beanspruchtem Mauerwerk. Report No. 7502-3, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zurich.

Lourenço P.B. (1997). An anisotropic macro-model for masonry plates and shells: Implementation and validation. Research Report, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering, and University of Minho, Department of Civil Engineering.

Lu S., and Heuer R., (2007). Seismic assessment of lifeline masonry structures using an advanced material model, *Structural Control and Health Monitoring*, (14), 321-332.

Menetrey P., and Willam K.J. (1995). Triaxial failure criterion for concrete and its generalization, *ACI Structural Journal*, 92(3), 311-318.

Owen D.R.J. and Figuerias J.A., (1983). Elasto-plastic analysis of anisotropic plates and shells by the Semiloof element, *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 19(4), 521-539.

Page A. W. (1983). The strength of brick masonry under tension-compression, *International Journal of Masonry Construction*, 3(1), 26-31.

Swan C.C. and Çakmak A.S., (1994). A hardening orthotropic plasticity model for non-frictional composites: Rate formulation and integration algorithm, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 37(5), p. 839-860.

Yüksel A (1983). II. Beyazıt ve Yavuz Selim Dönemi Osmanlı Mimarisi, İstanbul Fetih Vakfı Yayınları.

A method proposal for step-wise nonlinear analyses of masonry structures

Extended abstract

Masonry structures, due to their material properties especially, exceed the elastic limits and start responding in the inelastic range even after small amplitudes of load, much earlier than attaining the "point of yield". Both in historical and modern civil masonry construction, most of the masonry structures are of unreinforced type, where the tensile strength of mortar is negligible. As a result, nonlinear behaviour in the unreinforced masonry structures is quite easy to be attained. Capturing the nonlinear response, on the other hand, especially under earthquake-like lateral loads, is quite difficult with the existing analytical tools.

Available analytical approaches, material constitutive models and the existing software are not able to provide help in capturing, even for a simple 2-storey masonry, the nonlinear cyclic response. In the homogenized finite element models, the accuracy of the model largely relies on how the modelling approach handles the cracks and the crack development. The available models cause serious problems in convergence when the large level of nonlinearity is present and because cracks are difficult to follow numerically. The problem becomes even more pronounced when the type of loading dictates not only crack opening but also crack closing.

Apart from the very high level of non-lineariy, masonry materials are also highly anisotropic or orthotropic. It is known that most of the construction materials exhibit certain degree of anisotropy. In cases where the anisotropy is negligible, formulation of the behaviour in section and member levels becomes significantly easier. When the behaviour of materials assumed as isotropic, such as in the case of concrete and steel, the load response can be easily demonstrated by employing well known yield or failure criteria such as Coulomb or von Mises. On the other hand, for clay bricks for example, despite the fact that the clay itself is a homogenous and isotropic material, the structure of the brick with its cores introduces certain anisotropy. Furthermore, mortar joints and the type of the bond add to the anisotropic behaviour.

There are quite many difficulties in accurately modelling the behaviour of anisotropic materials. Additionally to the intrinsic difficulties in the mechanical formulation of anisotropic materials, there is also a lack of comprehensive experimental results both for pre- and post-peak behaviours. Several anisotropic plasticity models have been proposed along the last decades, both from purely theoretical and experimental standpoints as failure criteria.

The difficulties in capturing the anisotropic response accurately stem from the material-dependent difficulties as well as physical problems such as the element dimensions. An entire reinforced concrete beam or column can be modelled by using two nodes at minimum, and 12 DOFs. Masonry, however, needs to be modelled with finite elements, leading thus to higher number of DOFs to be solved even for the same size of element with reinforced concrete.

The inherent modelling difficulties for unreinforced masonry lead to often problematic convergence issues. In practice, nonlinear analysis of unreinforced masonry in large nonlinearity is not a feasible endeavour in most of the cases.

This paper proposes a simplified step-wise method where every analysis step is linear elastic. The approach introduces displacement steps to the structure where the element stresses are cumulatively collected in a separate software where the decisions on the failure type and damage level of each element are also made. This approach cancels out the problems of non-convergence completely, leading to a more realistic analysis time ranges. The proposed approach takes into account the material inelasticity as well as the anisotropy. One of the strong points of the proposed approach is that it can easily capture the negative post-peak slope, which is characteristic of unreinforced masonry. The proposed method is applied to a load bearing piece of a historical construction just to check the consistency of the approach. The proposed method, as its current form, is applicable for monotonic loading only, whilst the adaptation of the method to cyclic loading as well as proof analyses with experiments are among future developments.

Keywords: *Masonry structures, nonlinear response, step-wise approach, monotonic loading*