



T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KALIN CİDARLI BORULARDA ZAMANLA PERİYODİK OLARAK DEĞİŞEN DIŞ YÜZEY SICAKLIĞI SINIR ŞARTI İLE LAMİNER AKIŞ ISIL GELİŞME BÖLGESİ GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİ

AZİZ HAKAN ALTUN

DOKTORA TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

2013
KONYA

Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

DOKTORA TEZİ

KALIN CİDARLI BORULARDA ZAMANLA PERİYODİK OLARAK DEĞİŞEN DIŞ YÜZEY SICAKLIĞI SINIR ŞARTI İLE LAMİNER AKIŞ ISIL GELİŞME BÖLGESİ GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİ

Aziz Hakan ALTUN

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof.Dr. Şefik BİLİR

2013, 103 Sayfa

Jüri
Prof. Dr. Şefik BİLİR
Prof. Dr. Saim KOÇAK
Prof. Dr. Necdet ÖZBALTA
Doç. Dr. Ali KAHRAMAN
Yrd. Doç. Dr. Selçuk DARICI

Kalın cidarlı borularda, laminer akış ısıl gelişme bölgesi geçici rejim birleşik ısı transferi, iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimi dikkate alınarak incelenmiştir. Problem iki bölgeli ve başlangıçta eşit sıcaklıkta olan bir boruda, hidrodinamik olarak gelişmiş akış için, alt akış bölgesinde zamanla periyodik olarak değişen cidar dış yüzey sıcaklığı sınır şartı ile ele alınmıştır. Problem bir sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüş ve problemi tanımlayan dört boyutsuz parametrenin, cidar kalınlık oranı, cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı ve Peclet sayısı ile açısal frekansın ısı transferi karakteristikleri üzerindeki etkilerini belirleyebilmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır.

Gerek cidar ve gerekse akışkan eksenel iletimi nedeniyle üst akış bölgesine doğru önemli miktarda ısı transfer edilmektedir. Isı transferi karakteristiklerinin cidar dış yüzeyindeki periyodik sıcaklık değişimine benzer şekilde zamanla periyodik olarak değiştiği görülmüştür. Sonuçlar parametre değerlerinden ve açısal frekanstan büyük ölçüde etkilenmektedir.

Anahtar Kelimeler: Borularda laminer akış ısı transferi, Birleşik ısı transferi, Geçici rejimde ısı transferi, Periyodik sıcaklık değişimi, Sayısal çözüm.

ABSTRACT

Ph.D THESIS

TRANSIENT CONJUGATED HEAT TRANSFER IN THERMALLY DEVELOPING LAMINAR FLOW IN THICK WALLED PIPES WITH TIME PERIODICALLY VARYING EXTERNAL WALL TEMPERATURE BOUNDARY CONDITION

Aziz Hakan ALTUN

The GraduateSchool of Natural and Applied Science of SelcukUniversity
The Degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering

Advisor: Prof. Dr. Şefik BİLİR

2013, 103 Pages

Jury
Prof. Dr. Şefik BİLİR
Prof. Dr. Saim KOÇAK
Prof. Dr. Necdet ÖZBALTA
Assoc. Prof. Ali KAHRAMAN
Assist. Prof. Selçuk DARICI

Transient conjugated heat transfer for thermally developing laminar flow in thick walled pipes is analysed involving two-dimensional wall and fluid axial conduction. A two-regional pipe is considered which is initially isothermal and the problem is handled for hydrodynamically developed flow with periodically time-varying outer wall temperature in the downstream region. The problem is solved numerically by a finite-difference method and a parametric study is done to analyse the effects of four defining parameters namely, wall thickness ratio, wall-to-fluid conductivity ratio, wall-to-fluid thermal diffusivity ratio and the Peclet number and also the effect of angular frequency.

Considerable amount of heat is transferred through the upstream side due to both wall and fluid axial conduction. It is seen that the heat transfer characteristics are changing periodically in time similar to the periodic change in outside wall temperature. The results are found to be sensitive to the parameter values and angular frequency.

Key Words: Laminar flow heat transfer in pipes, Conjugate heat transfer, Transient heat transfer, Periodic temperature variation, Numerical solution.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada bilgi ve tecrübelerini aktaran ve de bizlerden desteğini esirgemeyen danışmanım Prof.Dr. Şefik BİLİR'e ve her türlü konuda yardımlarını esirgemeyen Yrd.Doç.Dr. Ali ATEŞ'e, Dr. Ulaş ATMACA'ya ve Araş Gör. Abdullah ÇAKAN'a sonsuz teşekkür ederim.

Ayrıca tez çalışmam boyunca beni anlayışla karşılayan ve sabır gösteren eşime ve oğluma sonsuz teşekkür ederim.

Aziz Hakan ALTUN

KONYA–2013

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **İV**

ABSTRACT ..... **V**

TEŞEKKÜR ..... **V**

SİMGELER VE KISALTMALAR ..... **İX**

1. GİRİŞ **1**

1.1 Geçici Rejim, Birleşik Isı Transferi ve Eksenel İletim **1**

1.2. Kaynak Araştırması **2**

1.3 Problemin Tanımı **4**

2. TEORİK ESASLAR **6**

2.1 Temel Denklemler **6**

2.2. Başlangıç ve Sınır Şartları **8**

2.3 Boyutsuzlaştırma **10**

2.3.1 Boyutsuz Parametreler 10

2.3.2 Enerji Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması 11

2.3.3 Başlangıç ve Sınır Şartlarının Boyutsuzlaştırılması 14

3. SAYISAL ÇÖZÜMLEME **20**

3.1 Ağ Sistemi ve Düğüm Noktası Sayısı **20**

3.2. Diferansiyel Denklemlerin Ayrıklaştırılması **22**

3.2.1 Cidar Tarafı Diferansiyel Denklemlerin Ayrıklaştırılması 22

3.2.2 Akışkan Tarafı Diferansiyel Denklemlerin Ayrıklaştırılması 24

3.2.3 Başlangıç ve Sınır Şartlarının Ayrıklaştırılması 29

3.3 Çözüm **36**

4. AĞDAN BAĞIMSIZLIK (GCI) ANALİZİ **39**

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA **43**

6. SONUÇ **83**

7. KAYNAKLAR **85**

EKLER **89**

Ek 1. Sayısal Türev ve Sayısal İntegral **89**

Ek 2. Enterpolasyon **90**

ÖZGEÇMİŞ **91**

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simge	Açıklama
a	ayrıklaştırılmış denklem katsayısı
A	alan
c_p	özgül ısı
d	cidar kalınlığı
D_1, D_2	integral sabitleri (denklem 3.12, 3.14)
f	kütlesel kuvvet, ağırlık faktörü (denklem 2.1)
F_s	güvenlik faktörü (denklem 4.5)
Fo	Fourier sayısı
Gz	Graetz sayısı
h	ısı taşınım katsayısı, düğüm noktaları arası mesafe (denklem 4.1)
J	ısı akısı (denklem 3.6)
k	ısı iletkenlik katsayısı
K	$Pe^2 (1-r'^2)$ (denklem 3.11)
L	uzunluk
Nu	Nusselt sayısı
p	basınç, analiz seviyesi (denklem 4.3)
Pe	Peclet sayısı
Pr	Prandtl sayısı
q	ısı akısı
r	radyal koordinat, yarı çap, düğüm noktaları arasındaki mesafelerin oranı (denklem 4.1)
Re	Reynolds sayısı
t	zaman
T	sıcaklık
T_o	sistemin başlangıç sıcaklığı
u	eksenel hız
v	radyal hız
w	açısal hız
x	eksenel koordinat

α	ısıl yayılım katsayısı
δr	radyal konum farkı
δx	eksenel konum farkı
Δr	radyal basamak uzunluğu
Δt	zaman aralığı
ΔT	periyodik sıcaklık değişim genliği
Δx	eksenel basamak uzunluğu
ε	değer farkı (denklem 4.2)
ϵ	değer oranı (denklem 4.6)
θ	açısal koordinat
μ	dinamik viskozite
ν	kinematik viskozite
ρ	yoğunluk
Φ	viskoz sönüm faktörü
ω	açısal frekans
Ω	Boyutsuz açısal frekans

Alt İndisler

b	yığık
c	kesit
e, w, n, s	*e, w, n, s* kontrol hacim yüzeylerinde
E, W, N, S,P	E, W, N, S, P düğüm noktalarında
f	akışkan
i	ara yüzey (iç yüzey)
L	uzunluk
m	ortalama
o	dış yüzey
r	radyal
w	cidar
wf	cidar akışkan oranı
wi	cidar akışkan ara yüzeyi
x	eksenel

Üst İndisler

$'$	boyutsuz
0	önceki zaman adımında
1	şimdiki zaman adımında.

1. GİRİŞ

1.1 Geçici Rejim, Birleşik Isı Transferi ve Eksenel İletim

Isıl koşulların zamanla değiştiği sistemlerde, belirli bir noktada sıcaklık veya ısı akısı da zamana bağlı olarak değişir. Bu tip problemlerde gerçekleşen ısı transferine geçici rejim ısı transferi denir (Kakaç ve Yener 1993). Geçici rejim ısı transferi problemleri ise periyodik ve periyodik olmayan problemler olarak iki gruba ayrılabilir. Periyodik problemlerde sistemin herhangi bir noktasındaki sıcaklık, zamanla periyodik değişimler gösterir. Çeliğe su verilme sırasında sıcaklık dağılımı, ısıtılan veya soğutulan bir fırının duvarındaki sıcaklık dağılımı periyodik olmayan problemlere tipik örneklerdir. Yeryüzü sıcaklığının yıllık veya günlük değişimi, binaların, güneş enerjili sistemlerin gün boyunca ısınma ve gece boyunca soğuması ile ortaya çıkan sıcaklık değişimi, alternatif akımlı elektrik dirençlerindeki sıcaklık değişimi ve kütle debisi zamanla değişen ısı değiştiricileri periyodik problemlere tipik örneklerdir.

Boru içi akışlarda da görülebilen periyodik problemlerin ısı transferi analizlerinde genel olarak, akışkan-cidar ara yüzeyinde sıcaklık veya ısı akısı belirlenir. Bunun için enerji denkleminin akış bölgesinde çözülmesi gerekir. Akışkan-cidar ara yüzeyinde önceden bilinmeyen koşullar, katı cidarın boyutlarına ve fiziksel özelliklerine bağlı olduğu gibi, akışkanın da akış şartlarına ve fiziksel özelliklerine bağlıdır. Cidardaki ısı iletimini ve akışkan tarafındaki taşınımı birleştiren bu tür problemlere "birleşik ısı transferi (conjugate heat transfer)" adı verilir. Cidar kalın ve cidar malzemesinin ısı iletkenlik katsayısı küçük ise akışkan tarafındaki ısı transferi bundan büyük ölçüde etkilenir. Bu nedenle conjugation (iletim ve taşınımın aynı anda olması) bu tür problemlerde dikkate alınmalıdır.

Geçmişte yapılan çalışmaların bir kısmında akışkan eksenel iletimi dikkate alınmamıştır. Ancak düşük Peclet sayılı akışlarda, ısının eksenel yönde yayılmasında cidar iletimi yanısıra akışkan eksenel iletiminin de önemli etkisi vardır. Cidar ve akışkan eksenel iletimi akışkanın borunun ısıtılan bölgesine gelmeden önce ısınmasına neden olur (Faghri ve Sparrow, 1980). Dolayısıyla bu tür problemler iki bölgeli borularda ele alınmalı ve ısı transferi karakteristikleri hem üst ve hem de alt akış bölgeleri için belirlenmelidir. Öte yandan akışkan eksenel iletiminin etkisi sadece ısıl

gelişme bölgesinde görülür ve ısıl olarak gelişmiş bölgede yerel ısı transferi karakteristiklerini etkilemez.

Bu çalışmada, kalın cidarlı borularda, laminer akış ısıl gelişme bölgesi geçici rejim birleşik ısı transferi, zamanla periyodik olarak değişen dış yüzey sıcaklığı sınır şartı altında, iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimi dikkate alınarak incelenmiştir.

1.2. Kaynak Araştırması

Boru ve kanallarda, laminer akış geçici rejim ısı transferi birçok araştırmacı tarafından sınır ya da giriş şartları ani veya periyodik değişme halinde incelenmiştir. Araştırmacıların çoğu ince cidarlı problemleri incelemişlerdir. Bu durumda dış yüzeydeki koşul iç yüzeyde de aynen geçerli kabul edilebilir ve enerji denklemi sadece akışkan bölgesi için çözülür. Birleşik olarak adlandırılan problemlerde ise cidar-akışkan ara yüzeyindeki koşul önceden bilinmemektedir ve enerji denklemleri hem cidar hem de akışkan bölgesi için çözülmelidir. Literatürde periyodik sınır şartı ile ele alınan problemlerin çoğu, konumla periyodik olarak değişen durumlar için incelenmiş ve az sayıdaki araştırmacılar problemi zamana bağlı periyodik değişen sınır şartları ile incelemişlerdir.

Laminer akışta zorlanmış taşınım ile ilgili geniş bir kaynak araştırması Shah ve London (1978) tarafından yapılmıştır. Benzer olarak birleşik ısı transferi problemleri ile ilgili geniş bir kaynak araştırması Dorfman (2010) tarafından sunulmuştur. Dorfman kitabında çeşitli birleşik ısı transferi problemlerini çözümleri ile birlikte vermiştir.

Literatürde, bu çalışmaya konu olan zamanla periyodik olarak değişen sınır şartının ele alındığı problemlere bakıldığında, ya giriş sıcaklığının ya da dış yüzeydeki sınır şartının zamanla periyodik olarak değiştiği görülmektedir. Bu tür çalışmaların ilkini Siegel (1963)'ın yaptığı görülmüştür. Çalışmasında paralel plakalar arasında zorlanmış taşınımda konumun ve zamanın sinüzoidal fonksiyonu olarak cidardan ısıtılan akışı incelemiştir. İnce cidarlı ve üniform akışlı olarak ele aldığı problemi geçici rejimde sayısal olarak çözmüştür. Çeşitli ısıl kapasite değerleri için sonuçları grafikler halinde göstermiştir.

Giriş sıcaklığının zamanla sinüzoidal olarak değiştiği bir durumu ele alan Sparrow ve Farias (1968), paralel plakalı kanallarda geçici rejim ısı transferini incelemişlerdir. Sonuçları farklı parametrik değerler için cidar sıcaklığı, yığık sıcaklık

ve Nusselt sayısının zamana göre değişimlerini gösteren grafikler halinde vermişlerdir. Sonuç olarak boyutsuz açısal frekansın artması ile cidar sıcaklık değişiminde genliğin azaldığını ve gecikme fazının da arttığını ve yığık sıcaklığın da benzer şekilde etkilendiğini göstermişlerdir. Aynı zamanda çok küçük ısıl kapasite değerlerinde yığık sıcaklığının ve cidar sıcaklığının çok az farklılık gösterdiğini ama büyük ısıl kapasite değerlerinde cidar sıcaklığının hemen hemen sabit kaldığını, yığık sıcaklığın ise değiştiğini göstermişlerdir. Fourcher ve Mansouri (1997), parelel plakalı bir kanalda, zamanla değişen giriş sıcaklığında birleşik ısı transferini ele almışlardır. Problemde dış yüzeyde taşınım ve cidar ısıl direncinin etkilerini incelemiştir. Çalışmada cidar eksenel iletimi ihmal edilmesine rağmen cidarda eksenel yöndeki sıcak dağılımları dikkate alınmıştır. Sonuçları sonlu farklar çözümü ile kıyaslamışlar ve oldukça benzer olduğunu göstermişlerdir. Dış yüzey ısı akısı zamanla periyodik olarak değişen borularda ısı transferini inceleyen Pearlstein ve Dempsey (1988), çalışmalarında düşük Peclet sayılı, hidrodinamik olarak gelişmiş akışı araştırmışladır. Sonuçları yığık sıcaklık, ısı akısı ve radyal sıcaklık dağılımları halinde vermişlerdir. Eksenel konumla ve zamanla iç ısı üretimi değişen paralel plakalı bir kanalda, birleşik ısı transferini inceleyen Sucec (2002), yığık sıcaklık, cidar sıcaklığı ve yüzey ısı akısını zamana ve konuma bağlı olarak belirlemiştir. Barletta ve Zanchini (2003), eğimli bir paralel plakalı kanalda, plakalardan birinde periyodik olarak değişen, diğerinde ise sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı altında laminer akışta, birlikte doğal ve zorlanmış taşınımı incelemişlerdir. Çalışmada sonuçlar boyutsuz sıcaklık, ısı akısı, hız, sürtünme faktörü ve basınç düşüsü değerlerinin salınımı cinsinden verilmiştir. Barletta ve Rossi di Schio (2004), Düşey bir boruda, dış yüzey sıcaklığı zamanla periyodik olarak değişen sınır şartı ile, birlikte doğal ve zorlanmış taşınımı incelemişlerdir. Analitik olarak gerçekleştirdikleri çözümde Prandtl sayısı, açısal frekans, Grashof sayısı ve Reynolds sayısının etkilerini incelemişlerdir. Barletta ve ark. (2008), açık denizlerde petrol taşımacılığında kullanılan borularda çevre ile olan ısı transferini incelemişlerdir. Denizlerin sığ bölgelerinde toprak altında bulunan bu boruların ısı transferi analizini, deniz suyu sıcaklığının yıllık değişimini dikkate alarak yapmışlardır. Toprak derinliği, boru çapı ve toprağın ısıl özellikleri ile değişen sonuçları endüstriyel tasarımlarda kullanılan yaklaşık bir metoda göre belirlenen sonuçlarla kıyaslamışlardır. Conti ve ark. (2012) mikro-kanallarda birleşik ısı transferi problemini ısı akısının zamanla periyodik ve ani olarak değiştiği

durumlar için incelemişlerdir. Çalışmalarında ısı akısı genliği, giriş hızı, geometri ve cidar kalınlığının etkilerini belirlemişlerdir.

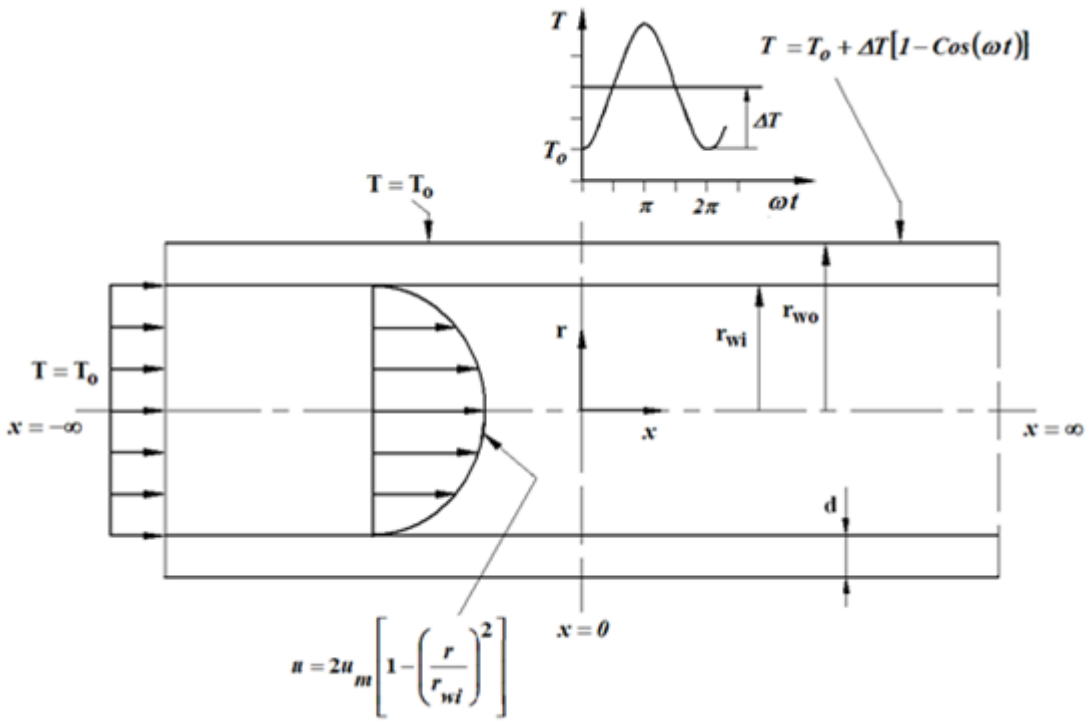
Konuma bağlı periyodik olarak değişen sınır şartlarının ele alındığı problemleri de Hsu (1965), Patankar ve ark. (1978), Quaresma ve Cotta (1994), Barletta ve Zanchini (1995), Barletta ve Rossi di Schio (1999, 2000), Zniber ve ark. (2005), Barletta ve Magyari (2007), Barletta ve ark. (2008, 2009) değişik koşullarda ele almışlardır.

Literatürde cidar ve akışkan eksenel iletimlerini göz önüne alan, sayısal çözümler de bulunmaktadır. Bilir (1995, 2002)'de borularda sürekli ve geçici rejim için birleşik ısı transferi ile ilgili geniş kaynak araştırmaları vermiştir. Bilir ve Ateş (2003)' de yaptıkları çalışmada, üst akış bölgesi cidarı sabit bir sıcaklıkta tutulurken alt akış bölgesinde cidar dış yüzeyinde taşınım sınır şartı ile problemi çözmüşlerdir. Benzer olarak Ateş ve ark. (2010) üst akış bölgesinde cidar dış yüzeyi yalıtılmış, alt akış bölgesinde ise sabit ısı akısı uygulanması durumunda problemi ele almışlardır. Bu çalışmalarda ısı transferi karakteristikleri sayısal olarak belirlenmiştir.

Kalın cidarlı borularda, zamanla periyodik olarak değişen dış yüzey sıcaklığı sınır şartı altında, cidar ve eksenel akışkan iletiminin dikkate alındığı, laminer akış ısıl gelişme bölgesi geçici rejim birleşik ısı transferi problemi ile ilgili çalışmaya literatürde rastlanılmamıştır.

1.3 Problemin Tanımı

Bu çalışmada kalın cidarlı bir boruda, laminer akış ısıl gelişme bölgesi, geçici rejim birleşik ısı transferi problemi incelenmiştir. Cidarda iki boyutlu iletim ile düşük Peclet sayılı akışlarda akışkan eksenel iletimi dikkate alınmıştır. Problemin şematik diyagramı ve koordinat sistemi Şekil1.1'de verilmiştir.



Şekil 1.1 Problemin şematik resmi ve koordinat sistemi

Akış iki bölgelidir ve boru her iki yönde sonsuz uzunluktadır. Üst akış bölgesinin uzağında (x=-∞) akışkan uniform bir T_o sıcaklığı ile boruya girmektedir ve bu tüm sistemin başlangıç sıcaklığıdır. Üst akış bölgesinde akış hidrodinamik olarak gelişmektedir. Zamanın başlangıcında, ($t=0$), borunun alt akış bölgesi, zamanla periyodik olarak değişen dış yüzey sıcaklığı sınır şartı ile ısıtılmaya başlanmaktadır. Akışkan ve cidarın tüm fiziksel özellikleri sabittir ve viskoz sönüm ihmal edilmiştir.

2. TEORİK ESASLAR

2.1 Temel Denklemler

Boru içi akışta, silindirik koordinat sisteminde r, θ ve x yönlerindeki hız bileşenleri sırası ile v, w ve u olarak tanımlanırsa, sıkıştırılamaz ve sabit viskoziteli bir akışkan için momentum denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

r- yönünde

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{w^2}{r}+u\frac{\partial v}{\partial x}=f_r-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial r} +\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial (rv)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right] \tag{2.1}$$

θ - yönünde

$$\frac{\partial w}{\partial t}+v\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{vw}{r}+u\frac{\partial w}{\partial x}=f_\theta-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial \theta} +\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial (rw)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right] \tag{2.2}$$

x - yönünde

$$\frac{\partial u}{\partial t}+v\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}+u\frac{\partial u}{\partial x}=f_x-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial x} +\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right] \tag{2.3}$$

Sürekli, hidrodinamik olarak gelişmiş, laminer, eksenel simetrik ve kütlesel kuvvetlerin olmadığı bir akışta eksenel yöndeki hız profili için;

$$u=2u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right] \tag{2.4}$$

elde edilir. Bu ifade borularda Hagen-Poiuselle hız profili olarak adlandırılır.

Silindirik koordinat sisteminde sıkıştırılamayan ve özellikleri değişmeyen bir akışkan için enerji denklemi,

$$\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}+v\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+u\frac{\partial T}{\partial x}\right)=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right]+\Phi \tag{2.5}$$

şeklinde yazılabilir (Kakaç ve Yener, 1993). Bu denklemdeki $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ terimi, giriş bölümünde bahsedilen eksenel iletim terimi, Φ ise viskoz sönüm terimidir. Silindirik koordinat sisteminde Φ aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned}\Phi = 2\mu&\left\{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{1}{r}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta}+v\right)\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\right\}\\&+\mu\left\{\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r}\right)\right)^2\right\}\end{aligned} \tag{2.6}$$

Laminer, hidrodinamik olarak gelişmiş, eksenel simetrik akış şartlarında ve viskoz sönümün ihmal edildiği bir problem için enerji denklemi şu şekilde sadeleşir.

$$\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}\right)=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] \tag{2.7}$$

Cidar tarafında enerji denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\rho_w c_{pw}\frac{\partial T_w}{\partial t}=k_w\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_w}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2}\right] \tag{2.8}$$

Hagen-Poiuselle hız profili (denklem 2.4), enerji denklemi (2.7)' ye taşınarak akışkan tarafı enerji denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\rho_f c_f\left(\frac{\partial T_f}{\partial t}+2u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right]\frac{\partial T_f}{\partial x}\right)=k_f\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2}\right] \tag{2.9}$$

2.2. Başlangıç ve Sınır Şartları

Problemin formülasyonunun tamamlanabilmesi için, başlangıç ve sınır şartlarının belirlenmesi gerekir.

Cidar tarafı enerji denklemi (2.8) için başlangıç ve sınır şartları;

Zamanın başlangıcında

$t = 0$ da $T_w = T_o$ (2.10.a)

Üst akış bölgesinin uzağında

$x = -\infty$ da $T_w = T_o$ (2.10.b)

Alt akış bölgesinin uzağında

$x = \infty$ da $\frac{\partial T_w}{\partial x} = 0$ (2.10.c)

Dış Yüzeyde

Üst akış bölgesinde , $r = r_{wi} + d$ de $x \prec 0$ için $T_w = T_o$ (2.10.d)

Alt akış bölgesinde, $r = r_{wi} + d$ de $x \geq 0$ için $T_w = T_o + \Delta T\left[1 - Cos(\omega t)\right]$ (2.10.e)

Ara yüzeyde

$r = r_{wi}$ de $T_w = T_f$ ve $k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial r}$ (2.10.f)

Akışkan tarafı enerji denklemi (2.9) için başlangıç ve sınır şartları;

Zamanın başlangıcında

$t = 0$ da $T_f = T_o$ (2.11.a)

Üst akış bölgesinin uzağında

$x = -\infty$ da $T_f = T_o$ (2.11.b)

Alt akış bölgesinin uzağında

$$x = \infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \tag{2.11.c}$$

Ara yüzeyde

$$r = r_{wi} \quad \text{de} \quad T_f = T_w \quad \text{ve} \quad k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \tag{2.11.d}$$

Boru ekseninde

$$r = 0 \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \tag{2.11.e}$$

Enerji denklemlerinin başlangıç ve sınır şartları ile çözülmesi ile hem cidar hem de akışkan bölgesi için sıcaklık dağılımı belirlenir. Bunun yanı sıra akışkan yığık sıcaklığı, T_b, ara yüzey ısı akısı, q_{wi}, ve ara yüzeydeki Nusselt sayısı, Nu_i sırası ile aşağıdaki ifadelerden hesaplanır.

$$T_b = \frac{1}{A_c u_m} \int_{A_c} u T_f \, dA_c \tag{2.12}$$

$A_c = \pi r_{wi}^2$, $dA_c = 2\pi r dr$ ve denklem (2.4) ile

$$T_b = \frac{1}{\pi r_{wi}^2 u_m} \int_0^{r_{wi}} 2u_m \left[1 - \left(\frac{r}{r_{wi}} \right)^2 \right] T_f \, 2\pi r dr$$

$$T_b = \frac{4}{r_{wi}^2} \int_0^{r_{wi}} r \left[1 - \left(\frac{r}{r_{wi}} \right)^2 \right] T_f \, dr \tag{2.13}$$

$$q_{wi} = -k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r = r_{wi}} \tag{2.14}$$

$q_{wi} = h_i(T_{wi} - T_b)$ ve $Nu_i = \dfrac{2r_{wi}h_i}{k_f}$ ile

$$Nu_i = \frac{-2r_{wi}\left(\dfrac{\partial T_f}{\partial r}\right)_{r=r_{wi}}}{(T_{wi} - T_b)} \tag{2.15}$$

2.3 Boyutsuzlaştırma

Çözümlerden elde edilecek sonuçların genelleştirilebilmesi için, denklemlerin boyutsuz hale getirilerek çözüm yapılması daha uygundur. Bu nedenle denklemler ile başlangıç ve sınır şartları boyutsuz hale getirilmiştir. Boyutsuz parametrelerin tanımlanabilmesi için her bir değişken uygun bir referans değerine bölünmüştür.

2.3.1 Boyutsuz Parametreler

Boyutsuz sıcaklık

$$T' = \frac{T - T_o}{\Delta T} \tag{2.16}$$

Boyutsuz eksenel koordinat

$$x' = \frac{x}{r_{wi}Pe} = \frac{2}{Gz} \tag{2.17}$$

Boyutsuz radyal koordinat

$$r' = \frac{r}{r_{wi}} \tag{2.18}$$

Boyutsuz cidar kalınlığı (cidar kalınlık oranı)

$$d' = \frac{d}{r_{wi}} \tag{2.19}$$

Cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı

$$k_{wf} = \frac{k_w}{k_f} \tag{2.20}$$

Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı

$$\alpha_{wf} = \frac{\alpha_w}{\alpha_f} \tag{2.21}$$

Boyutsuz zaman

$$t' = \frac{t\alpha_f}{r_{wi}^2} = Fo \tag{2.22}$$

Peclet sayısı

$$Pe = \mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr} = \frac{2r_{wi}u_m\rho_f c_{pf}}{k_f} \tag{2.23}$$

Boyutsuz açısal frekans

$$\Omega = \frac{r_{wi}^2\omega}{\alpha_f} \tag{2.24}$$

2.3.2 Enerji Denklemlerinin Boyutsuzlaştırılması

Yukarıda tanımlanan boyutsuz parametreler ile diferansiyel denklemler şu şekilde boyutsuz hale getirilebilir.

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} = \frac{\partial\left(\frac{T-T_o}{\Delta T}\right)}{\partial\left(\frac{t\alpha_f}{r_{wi}^2}\right)} = \frac{\frac{1}{\Delta T}\partial T}{\frac{\alpha_f}{r_{wi}^2}\partial t} = \frac{r_{wi}^2}{\Delta T\alpha_f}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha_f \Delta T}{r_{wi}^2}\frac{\partial T'}{\partial t'} \tag{2.25}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial r'} = \frac{\partial\left(\frac{T-T_o}{\Delta T}\right)}{\partial\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)} = \frac{\frac{1}{\Delta T}\partial T}{\frac{1}{r_{wi}}\partial r}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\Delta T}{r_{wi}}\frac{\partial T'}{\partial r'} \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} = \frac{\partial}{\partial\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)} = r_{wi}\frac{\partial}{\partial r}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r_{wi}}\frac{\partial}{\partial r'} \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = \frac{\partial\left(\frac{T-T_o}{\Delta T}\right)}{\partial\left(\frac{x}{r_{wi}Pe}\right)} = \frac{\frac{1}{\Delta T}\partial T}{\frac{1}{r_{wi}Pe}\partial x} = \frac{r_{wi}Pe}{\Delta T}\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\Delta T}{r_{wi}Pe}\frac{\partial T'}{\partial x'} \tag{2.28}$$

$$\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} = \frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial T'}{\partial x'}\right) = \frac{\partial}{\partial\left(\frac{x}{r_{wi}Pe}\right)}\left[\frac{r_{wi}Pe}{\Delta T}\frac{\partial T}{\partial x}\right] = \frac{\frac{r_{wi}Pe}{\Delta T}}{\frac{1}{r_{wi}Pe}}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{r_{wi}^2 Pe^2}{\Delta T}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\Delta T}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \tag{2.29}$$

(2.25-2.29) no'lu ifadeler denklem (2.8)'e uygulanırsa;

$$\rho_w c_{pw}\frac{\alpha_f \Delta T}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_w'}{\partial t'} = k_w\left[\frac{1}{r' r_{wi}}\frac{1}{r_{wi}}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r' r_{wi}\frac{\Delta T}{r_{wi}}\frac{\partial T_w'}{\partial r'}\right) + \frac{\Delta T}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2}\right]$$

$$\Rightarrow \alpha_f \frac{\Delta T}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_w'}{\partial t'} = \alpha_w \left[\frac{\Delta T}{r_{wi}^2}\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_w'}{\partial r'}\right) + \frac{\Delta T}{r_{wi}^2}\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_w}{\partial x'^2}' \right]$$

ve cidar tarafı için boyutsuz diferansiyel denklem;

$$\frac{1}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T_w'}{\partial t'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_w'}{\partial r'}\right) + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2} \tag{2.30}$$

şeklinde elde edilir.

Yine (2.25-2.29) no'lu ifadeler denklem (2.9)'a uygulanırsa;

$$\rho_f c_f \left(\frac{\alpha_f \Delta T}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + 2u_m \left[1 - \left(\frac{r' r_{wi}}{r_{wi}} \right)^2 \right] \frac{\Delta T}{r_{wi} Pe}\frac{\partial T_f'}{\partial x'} \right)$$
$$= k_f \left[\frac{1}{r' r_{wi}}\frac{1}{r_{wi}}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r' r_{wi}\frac{\Delta T}{r_{wi}}\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{\Delta T}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha_f}\left(\frac{\Delta T \alpha_f}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + 2u_m\left(1 - r'^2\right)\frac{\Delta T}{r_{wi}^2}\frac{1}{2u_m}\frac{k_f}{\rho_f c_{pf}}\frac{\partial T_f'}{\partial x'} \right)$$
$$= \frac{\Delta T}{r_{wi}^2}\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{\Delta T}{r_{wi}^2}\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f}{\partial x'^2}'$$

ve akışkan tarafı için boyutsuz diferansiyel denklem

$$\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + \left(1 - r'^2\right)\frac{\partial T_f'}{\partial x'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2} \tag{2.31}$$

şeklinde elde edilir.

Boyutsuz eksenel uzunluğun, x', tanımı için $\frac{x}{r_{wi}}$ yerine $\frac{x}{r_{wi}Pe}=\frac{2}{Gz}$ kullanılmıştır. Bu denklemler (2.30) ve (2.31) de görüldüğü gibi *Pe* parametresinin sadece eksenel iletim terimi içerisinde yer almasını sağlar. Peclet sayısı büyüdükçe eksenel iletimin etkisi küçülür ve bu terim ihmal edilebilir.

2.3.3 Başlangıç ve Sınır Şartlarının Boyutsuzlaştırılması

Başlangıç ve sınır şartları, daha önce tanımlanan boyutsuz değişkenler ile aşağıdaki gibi boyutsuz hale getirebilir.

Cidar tarafı

Zamanın başlangıcında (*t=0*)

$t=0$ için $t'=0$ ve $T_w=T_o$ için $T'_w=0$ olur. Böylece

$$t'=0 \text{ da } \quad T'_w=0 \tag{2.32.a}$$

olur.

Üst akış bölgesinin girişinde ($x=-\infty$)

$x=-\infty$ için $x'=-\infty$ ve $T_w=T_o$ için $T'_w=0$ olur. Böylece

$$x'=-\infty \text{ da } \quad T'_w=0 \tag{2.32.b}$$

olur.

Alt akış bölgesinin uzağında ($x=\infty$)

$x=\infty$ için $x'=\infty$ ve $\frac{\partial T_w}{\partial x}=\frac{\Delta T}{r_{wi}Pe}\frac{\partial T'_w}{\partial x'}=0\Rightarrow\frac{\partial T'_w}{\partial x'}=0$ olur. Böylece,

$$x'=\infty \text{ da } \quad \frac{\partial T'_w}{\partial x'}=0 \tag{2.32.c}$$

olur.

Dış Yüzeyde ($r = r_{wi} + d$)

$r = r_{wi} + d$ için $r' = 1 + d'$ olur.

Üst akış bölgesinde, $x \prec 0$ için $x' \prec 0$ ve $T_w = T_o$ için $T'_w = 0$,

Alt akış bölgesinde, $x \geq 0$ için $x' \geq 0$, $T_w = T_o + \Delta T\left[1 - Cos(\omega t)\right]$

$\Rightarrow \dfrac{T_w(x) - T_o}{\Delta T} = \left[1 - Cos\left(\dfrac{\alpha_f \Omega}{r_{wi}^2}\dfrac{t' r_{wi}^2}{\alpha_f}\right)\right] \Rightarrow T'_w = \left[1 - Cos(\Omega t')\right]$ olur. Böylece

$r' = 1 + d'$ de ve $x' \prec 0$ için $T'_w = 0$ ve (2.32.d)

$r' = 1 + d'$ de ve $x' \geq 0$ için $T'_w = \left[1 - Cos(\Omega t')\right]$ (2.32.e)

olur.

Ara yüzeyde ($r = r_{wi}$)

$r = r_{wi}$ için $r' = 1$ ve $T_f = T_w$ için $T_f{}' = T_w{}'$

$k_w \dfrac{\partial T_w}{\partial r} = k_f \dfrac{\partial T_f}{\partial r} \Rightarrow \quad k_w \left(\dfrac{\Delta T}{r_{wi}}\right)\dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = k_f \left(\dfrac{\Delta T}{r_{wi}}\right)\dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}$ ve $k_{wf} = \dfrac{k_w}{k_f}$ ile

$r' = 1$ de $T'_f = T'_w$ ve $\dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = \dfrac{1}{k_{wf}}\dfrac{\partial T'_f}{\partial r'}$ (2.32.f,g)

olur.

Akışkan Tarafı

Zamanın başlangıcında ($t = 0$)

$t = 0$ için $t' = 0$ ve $T_f = T_o$ için $T'_f = 0$ olur. Böylece

$t' = 0$ da $T'_f = 0$ (2.33.a)

olur.

Üst akış bölgesi uzağında ($x = -\infty$)

$x = -\infty$ için $x' = -\infty$ ve $T_f = T_o$ için $T'_f = 0$ olur. Böylece

$x' = -\infty$ da $T'_f = 0$ (2.33.b)

olur.

Alt akış bölgesi uzağında ($x=\infty$)

$x=\infty$ için $x'=\infty$ ve $\dfrac{\partial T_f}{\partial x}=0$ için $\dfrac{\partial T_f}{\partial x}=\dfrac{\Delta T}{r_{wi}Pe}\dfrac{\partial T_f'}{\partial x'}=0\Rightarrow\dfrac{\partial T_f'}{\partial x'}=0$ olur.

Böylece

$$x'=\infty \text{ da } \quad \frac{\partial T_f'}{\partial x'}=0 \tag{2.33.c}$$

Boru ekseninde $(r=0)$

$r=0$ için $r'=0$ ve $\dfrac{\partial T_f}{\partial r}=0$ için $\dfrac{\partial T_f'}{\partial r'}=0$ olur. Böylece

$$r'=0 \text{ da } \frac{\partial T_f'}{\partial r'}=0 \tag{2.33.d}$$

olur.

Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$)

$r=r_{wi}$ için $r'=1$ ve $T_f=T_w$ için $T_f'=T_w'$

$$k_w\frac{\partial T_w}{\partial r}=k_f\frac{\partial T_f}{\partial r}\Rightarrow \quad k_w\left(\frac{\Delta T}{r_{wi}}\right)\frac{\partial T_w'}{\partial r'}=k_f\left(\frac{\Delta T}{r_{wi}}\right)\frac{\partial T_f'}{\partial r'} \text{ ve } k_{wf}=\frac{k_w}{k_f} \text{ ile}$$

$$r'=1 \text{ de} T_f'=T_w' \text{ ve } \quad \frac{\partial T_f'}{\partial r'}=k_{wf}\frac{\partial T_w'}{\partial r'} \tag{2.33.e,f}$$

elde edilir.

Problem boyutsuz formda yeniden şu şekilde ifade edilebilir.

Cidar tarafı için diferansiyel denklem;

$$\frac{1}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'_w}{\partial t'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'_w}{\partial r'}\right) + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} \tag{2.34}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$$t' = 0 \text{ da } \quad T'_w = 0 \tag{2.35.a}$$

$$x' = -\infty \text{ da } \quad T'_w = 0 \tag{2.35.b}$$

$$x' = \infty \text{ da } \quad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \tag{2.35.c}$$

$$r' = 1 + d' \text{ de ve } x' \prec 0 \text{ için } \quad T'_w = 0 \tag{2.35.d}$$

$$r' = 1 + d' \text{ de ve } x' \geq 0 \text{ için } \quad T'_w = \left[1 - Cos(\Omega t')\right] \tag{2.35.e}$$

$$r' = 1 \text{ de } T'_f = T'_w \quad \text{ve} \quad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}}\frac{\partial T'_f}{\partial r'} \tag{2.35.f,g}$$

Akışkan tarafı için diferansiyel denklem;

$$\frac{\partial T_f'}{\partial t'} + \left(1 - r'^2\right)\frac{\partial T_f'}{\partial x'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right) + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2} \tag{2.36}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$$t' = 0 \quad da \quad T_f' = 0 \tag{2.37.a}$$

$$x' = -\infty \text{ da} \quad T_f' = 0 \tag{2.37.b}$$

$$x' = \infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial x'} = 0 \tag{2.37.c}$$

$$r' = 0 \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial r'} = 0 \tag{2.37.d}$$

$$r' = 1 \quad \text{de} \quad T_f' = T_w' \quad \text{ve} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial r'} = k_{wf}\frac{\partial T_w'}{\partial r'} \tag{2.37.e,f}$$

Yığık sıcaklık, ara yüzey ısı akısı ve Nusselt sayısı ise boyutsuz formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Boyutsuz yığık sıcaklık,

$$T_b' = \frac{T_b - T_o}{\Delta T} \tag{2.38}$$

şeklinde tanımlanırsa, denklem (2.13), (2.16) ve (2.18) ile

$$T_b' = \frac{\dfrac{4}{r_{wi}^2}\int_0^1 r' r_{wi}\left(1-r'^2\right)\left[T_f'\,\Delta T + T_0\right]d\left(r' r_{wi}\right) - T_0}{\Delta T}$$

$$= \frac{4\Delta T\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)T_f'\,dr' + T_0\left(4\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)T_f'\,dr' - 1\right)}{\Delta T}$$

ve $4\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)dr' = 1$ olduğu için

$$T_b' = 4\int_0^1 r'\left(1-r'^2\right)T_f'\,dr' \tag{2.39}$$

Boyutsuz ara yüzey ısı akısı,

$$q_{wi}' = \frac{q_{wi}}{k_f \Delta T / r_{wi}} \tag{2.40}$$

şeklinde tanımlanırsa, denklem (2.14) ve (2.26) ile

$$q_{wi}' = \frac{-k_f \dfrac{\Delta T}{r_{wi}}\left(\dfrac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1}}{k_f \Delta T / r_{wi}} = -\left(\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1} \tag{2.41}$$

olur ve denklemler (2.15), (2.26) ve (2.38) ile

$$Nu_i = \frac{-2r_{wi}\dfrac{\Delta T}{r_{wi}}\left(\dfrac{\partial T_f'}{\partial r}\right)_{r'=1}}{\Delta T T_{wi}' + T_o - \Delta T T_b' - T_o} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Nu_i = \frac{-2\left(\dfrac{\partial T_f'}{\partial r}\right)_{r'=1}}{T_{wi}' - T_b'} \tag{2.42}$$

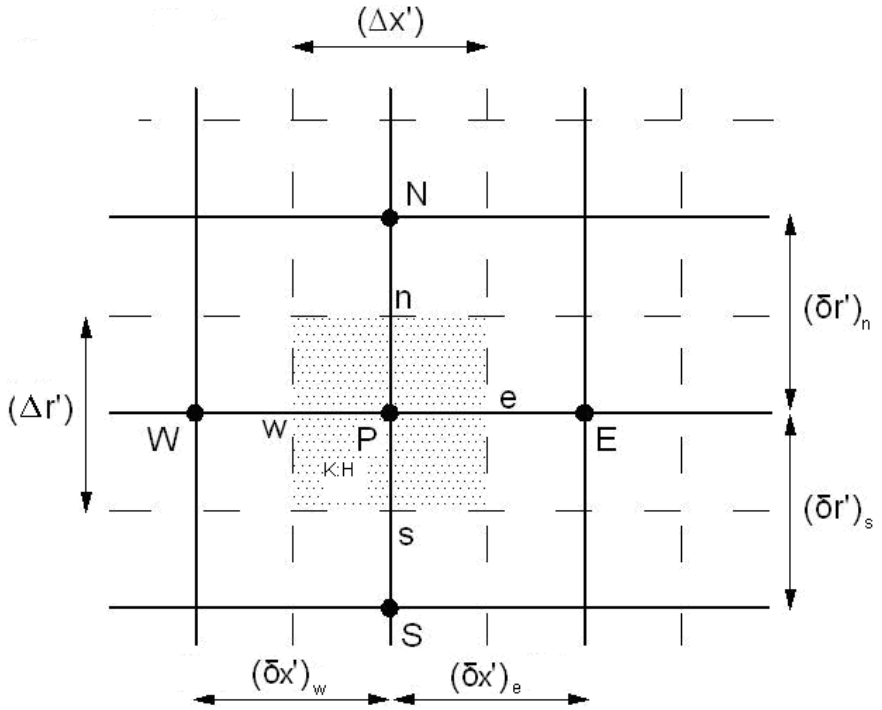
3. SAYISAL ÇÖZÜMLEME

Problemin temel denklemleri birbirine bağlı doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemlerdir. Akış alanı kontrol hacimlere bölünmüş ve diferansiyel denklemler ayrıklaştırılmıştır.

3.1 Ağ Sistemi ve Düğüm Noktası Sayısı

Problemi sayısal olarak çözmek için, hesaplama alanının (akış alanı ve boru cidarı) kontrol hacimlerine bölünerek bir ağ sistemi oluşturmak gerekir. Teorik olarak problem alanının her noktası için diferansiyel denklem cebirsel olarak ifade edilebilir. Bu da sonsuz sayıda cebirsel denklem anlamına gelmektedir. Ancak sonsuz sayıda denklemi çözmek mümkün olmadığı için, diferansiyel denklemler belirli sayıdaki noktalarda cebirsel olarak ifade edilir. Bu noktalara düğüm noktası ve bu noktaların oluşturduğu sisteme de ağ sistemi adı verilir.

Problemin sonlu farklar yöntemiyle çözülebilmesi için diferansiyel denklemlerin, başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması (diskritize edilmesi) gerekir. Denklem (2.34) ile denklem (2.36)'daki iletim terimleri merkezi fark formülleri ile, taşınım terimleri ayrıntıları bir sonraki bölümde açıklanacak bir kesin çözüm profili ile her iki denklemdeki zamana bağlı terimler ise tam implicit yöntem ile ayrıklaştırılmıştır. Ayrıklaştırma Patankar'ın kontrol hacim yaklaşımı (Patankar 1980) ile Şekil 3.1'de görülen iki boyutlu bir ağ sistemindeki P noktası çevresinde gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.1'de kontrol hacmi merkezi P, komşu kontrol hacimlerinin merkezleri N, W, S ve E dir. Komşu kontrol hacimlerinin yüzeyleri n, w, s ve e olarak tanımlanmıştır. Şekildeki notasyon belirtilen referanstaki orijinal haline uygun olarak verilmiştir.



Şekil 3.1 Ağ sistemi

Çözüm bölgesinin gerek cidar ve gerekse akışkan tarafı, ara yüzeyde sıcaklıkların ve ısı akılarının sürekliliği şartları ile bir bütün olarak ele alındığı ve konum koordinatları ile her iki taraf belirgin bir şekilde tanımlanabildiği için, gösterimde sadelik sağlamak gayesi ile bundan sonraki bölümlerde sıcaklıklar için *w* ve *f* indisleri kullanılmayacaktır.

3.2. Diferansiyel Denklemlerin Ayrıklaştırılması

3.2.1 Cidar Tarafı Diferansiyel Denklemlerin Ayrıklaştırılması

Denklem (2.34), her iki tarafı r' ile çarpılarak ve T'_w yerine T' yazarak

$$\frac{r'}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'}{\partial t'}=\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)+\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \tag{3.1}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu denklem *P* noktası çevresindeki kontrol hacminde ve t' ile $t'+\Delta t'$ zaman aralığında integre edilirse; düğüm noktası sıcaklığının tüm kontrol hacim için geçerli olduğu varsayımı ile soldaki terim için

$$\int_s^n\int_w^e\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\frac{r'}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'}{\partial t'}dt'dx'dr'=\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}\left(T_P'^{1}-T_P'^{0}\right)\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P$$

elde edilir. Burada t' anı 0 üst indisi ile $t'+\Delta t'$ anı ise 1 üst indisi ile gösterilmiştir. Denklem (3.1)'in sağ tarafındaki ilk terim

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_w^e\int_s^n\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)dr'dx'dt'=\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_w^e\left[\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_n-\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_s\right]dx'dt'$$

$$=\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\left[r'_n\frac{T'_N-T'_P}{\left(\delta r'\right)_n}-r'_s\frac{T'_P-T'_S}{\left(\delta r'\right)_s}\right]\left(\Delta x'\right)_P dt'$$

$$=\left\{f\left[r'_n\frac{T_N'^{1}-T_P'^{1}}{\left(\delta r'\right)_n}-r'_s\frac{T_P'^{1}-T_S'^{1}}{\left(\delta r'\right)_s}\right]-\left(1-f\right)\left[r'_n\frac{T_N'^{0}-T_P'^{0}}{\left(\delta r'\right)_n}-r'_s\frac{T_P'^{0}-T_S'^{0}}{\left(\delta r'\right)_s}\right]\right\}\left(\Delta x'\right)_P\Delta t'$$

şeklinde gösterilebilir. Burada *f* bir ağırlık faktörüdür ve tam implict yöntemde *f*=1 alınır. Bu terim,

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_w^e\int_s^n\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)dr'dx'dt'=\left[r'_n\frac{T_N'^{1}-T_P'^{1}}{\left(\delta r'\right)_n}-r'_s\frac{T_P'^{1}-T_S'^{1}}{\left(\delta r'\right)_s}\right]\left(\Delta x'\right)_P\Delta t'$$

haline gelir.

Benzer şekilde sağdaki ikinci terim

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_{s}^{n}\int_{w}^{e}\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}dx'dr'dt' = \frac{r'_P}{Pe^2}\left[\frac{T'^{1}_E - T'^{1}_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'^{1}_P - T'^{1}_W}{(\delta x')_w}\right](\Delta r')_P(\Delta t')$$

şekline dönüşür.

Ayrıklaştırılmış terimler birleştirilerek, sadeleştirme gayesiyle 1 üst indisi kaldırılarak cidar bölgesi için ayrıklaştırılmış denklem

$$\begin{aligned}\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}\left(T'_P - T'^{0}_P\right)(\Delta x')_P(\Delta r')_P = &\left[r'_n\frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s\frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s}\right](\Delta x')_P(\Delta t') \\ &+ \frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta t')\end{aligned} \tag{3.2}$$

elde edilir. Bu denklem Δt'ye bölünerek ve yeniden düzenlenerek şöyle de ifade edilebilir.

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a^0_P T'^{0}_P \tag{3.3}$$

elde edilir. Buradaki katsayılar,

$$a_E = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{(\Delta r')_P}{(\delta x')_e} \tag{3.4.a}$$

$$a_W = \frac{r'_p}{Pe^2}\frac{(\Delta r')_P}{(\delta x')_w} \tag{3.4.b}$$

$$a_N = \frac{r'_n(\Delta x')_P}{(\Delta r')_n} = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5\right)(\Delta x')_P \tag{3.4.c}$$

$$a_S = \frac{r'_s}{(\Delta r')_s}(\Delta x')_P = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5\right)(\Delta x')_P \tag{3.4.d}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P}{(\Delta t')} \tag{3.4.e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{3.4.f}$$

3.2.2 Akışkan Tarafı Diferansiyel Denklemlerin Ayrıklaştırılması

Denklem (2.36)'da T'_f yerine T' yazılır ve bu denklemin her iki tarafı r' ile çarpılır ve yeniden düzenlenirse,

$$r' \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'}\left[\left(r' - r'^3\right)T' - \frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'}\right] = \frac{\partial}{\partial r'}\left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'}\right) \tag{3.5}$$

elde edilir. Bu denklem

$$r' \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial J'_x}{\partial x'} = \frac{\partial J'_r}{\partial r'} \tag{3.6}$$

şeklinde de yazılabilir. Burada;

$$J'_x = \left(r' - r'^3\right)T' - \frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'} \tag{3.7}$$

x-yönündeki ısı akısı ve

$$J'_r = r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \tag{3.8}$$

r-yönündeki ısı akısı olarak tanımlanır.

Denklem (3.6)'nın sol tarafındaki birinci terim tam implict yöntem ile ayrıklaştırabilir. Sağ taraftaki terim ise sadece iletim terimleri içerdiği için cidar tarafında olduğu gibi merkezi fark formülleri ile ayrıklaştırılabilir.

Denklem (3.6)'nın sol tarafındaki ikinci terim ise hem iletim hem de taşınım terimleri içermektedir.

Taşınım problemlerin sonlu farklar ile çözümünde yakınsama için merkezi fark formülleri çok düşük Peclet sayılı (Pe<2) akışlar için güvenle kullanılabilir. Bu tarz problemlerde bir alternatif olan "üst akış" (upwind) formülü ise iletim etkisini tümüyle yok saydığı için ancak Pe>50 olan akışlar için uygundur (Patankar 1980). Bu çalışmada da etkisi göz önüne alınan akışkan eksenel iletimi genelde Pe<50 olan akışlar için söz konusudur. Bu nedenle burada bu akış şartları için geliştirilen bir ayrıklaştırma formülü kullanılacaktır. Problemin sürekli rejimde tek boyutlu halinin kesin çözümüne dayalı olarak geliştirilen formül, Patankar'ın kesin çözüm (exact profil) olarak adlandırdığı genel profilin (Patankar, 1980) iki boyutlu (r, x)silindirik koordinat sitemleri için bir versiyonu olarak nitelendirilebilir. Daha önce bazı çalışmalarda (Bilir 1992, 1994, 1995) kullanılan profil ile bilgi (Bilir, 1992)'de ayrıntılı olarak verilmiştir ve aşağıda özetlenmiştir.

Denklem (3.6) ile karakterize edilen problemin x-yönünde bir boyutlu, sürekli hali için diferansiyel denklem

$$\frac{dJ_x}{dx} = 0 \tag{3.9}$$

veya

$$\frac{d}{dx}\left[\left(r' - r'^3\right)\cdot T' - \frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'}\right] = 0 \tag{3.10}$$

halini alır. Herhangi bir radyal konum için $r' = sb$ ve $K = Pe^2(1-r'^2)$ alınarak bu denklem

$$\frac{d^2T'}{dx'^2} - K\frac{dT'}{dx'} = 0 \tag{3.11}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ikinci dereceden tek bilinmeyenli, sabit katsayılı doğrusal ve homojen diferansiyel denklemin genel çözümü;

$$T'(x') = D_1 + D_2 e^{Kx'} \tag{3.12}$$

ve $0 \le x' \le L'$ gibi bir çözüm aralığında aşağıdaki sınır şartları ile

$$x' = 0 \quad \text{da} \quad T' = T_0' \tag{3.13.a}$$

$$x' = L' \text{ de } T' = T_{L'}' \tag{3.13.b}$$

denklemin kökleri

$$D_1 = T_0' - \frac{T_0' - T_{L'}'}{1 - e^{KL'}} \tag{3.14.a}$$

$$D_2 = \frac{T_0' - T_{L'}'}{1 - e^{KL'}} \tag{3.14.b}$$

elde edilir. Bunlar genel çözümde yerlerine konularak ve $K = Pe^2(1 - r'^2)$ yazılarak

$$\frac{T' - T_0'}{T_{L'}' - T_0'} = \frac{exp\left[Pe^2(1 - r'^2)x'\right] - 1}{exp\left[Pe^2(1 - r'^2)L'\right] - 1} \tag{3.15}$$

elde edilir. Şekil 3.1'deki ağ sisteminde e noktasına bu profil şu şekilde uygulanabilir.

$T' = T_e'$, $T_0' = T_P'$, $T_{L'}' = T_E'$, $L' = (\delta x')_e$ alınarak;

$$\frac{T_e' - T_P'}{T_E' - T_P'} = \frac{exp\left[Pe^2(1 - r_e'^2)x_e'\right] - 1}{exp\left[Pe^2(1 - r_e'^2)(\delta x')_e\right] - 1} \tag{3.16}$$

veya

$$T'_e = T'_P + \left(T'_E - T'_P\right)\left\{\frac{exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)x'_e\right]-1}{exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)(\delta x')_e\right]-1}\right\} \tag{3.17}$$

yazılabilir. Buradan,

$$\left.\frac{dT'}{dx'}\right)_e = \left(T'_E - T'_P\right)\left\{\frac{\left[Pe^2(1-r'^2_e)\right]\ exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)x'_e\right]}{exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)(\delta x')_e\right]-1}\right\} \tag{3.18}$$

yazılabilir. Denklem (3.18) *e* noktası için ifade edildiğinde;

$$J_e = \left(r'_e - r'^3_e\right)T'_e - \frac{r'_e}{Pe^2}\left(\frac{\partial T'}{\partial x'}\right)_e \tag{3.19}$$

ve denklem(3.17) ve (3.18), denklem (3.19)'a taşınarak,

$$\begin{aligned} J_e = \left(r'_e - r'^3_e\right)&\left\{T'_P + \left(T'_E - T'_P\right)\left[\frac{exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)x'_e\right]-1}{exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)(\delta x')_e\right]-1}\right]\right\} \\ &-\frac{r'_e}{Pe^2}\left(T'_E - T'_P\right)\left\{\frac{\left[Pe^2(1-r'^2_e)\right]exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)x'_e\right]}{exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)(\delta x')_e\right]-1}\right\} \end{aligned} \tag{3.20}$$

ve sadeleştirilerek;

$$J_e = \left(r'_e - r'^3_e\right)\left\{T'_P + \frac{\left(T'_P - T'_E\right)}{exp\left[Pe^2(1-r'^2_e)(\delta x')_e\right]-1}\right\} \tag{3.21}$$

elde edilir. Benzer şekilde Şekil 3.1'deki *w* noktası için

$$J_w = \left(r'_w - r'^3_w\right)\left\{T'_W + \frac{\left(T'_W - T'_P\right)}{exp\left[Pe^2\left(1 - r'^2_w\right)\left(\delta x'\right)_w\right] - 1}\right\} \tag{3.22}$$

yazılabilir. $J_e - J_w$ yazılarak da denklem (3.5)'in sol tarafındaki ikinci terim ayrıklaştırılmış olur. $r_e = r_w = r_p$ olduğu için ve ısı akısının tüm $\Delta r'$ ara yüzeyi boyunca ve $\Delta t'$ zaman süresince geçerli olduğu varsayılarak

$$J_e - J_w = \left(r'_P - r'^3_P\right)\left\{\begin{array}{l}\left[T'_P + \dfrac{\left(T'_P - T'_E\right)}{exp\left[Pe^2\left(1 - r'^2_p\right)\left(\delta x'\right)_e\right] - 1}\right] \\ \quad - \left[T'_w + \dfrac{\left(T'_w - T'_P\right)}{exp\left[Pe^2\left(1 - r'^2_p\right)\left(\delta x'\right)_w\right] - 1}\right]\end{array}\right\}\left(\Delta r'\right)_p \Delta t' \tag{3.23}$$

elde edilir. Denklem (3.5)'in sol tarafındaki birinci terim tam implict yöntem ile sağ taraftaki terim ise merkezi fark formülü ile ayrıklaştırılarak denklem (3.23) ile birleştirilirse akışkan tarafı için ayrıklaştırılmış denklem şu şekilde elde edilir.

$$r'_P\left(T'_P - T'^0_P\right)\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P + \left(r'_P - r'^3_P\right)\left\{\left[T'_P + \frac{\left(T'_P - T'_E\right)}{exp\left[Pe^2\left(1 - r'^2_p\right)\left(\delta x'\right)_e\right] - 1}\right]\right.$$

$$\left. - \left[T'_W + \frac{\left(T'_W - T'_P\right)}{exp\left[Pe^2\left(1 - r'^2_p\right)\left(\delta x'\right)_w\right] - 1}\right]\right\}\left(\Delta r'\right)_P \Delta t' \tag{3.24}$$

$$= \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{\left(\delta r'\right)_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{\left(\delta r'\right)_s}\right]\left(\Delta x'\right)_P \Delta t'$$

Bu denklem $\Delta t'$ ile bölünerek ve yeniden düzenlenerek şöylede ifade edilebilir.

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^0_P \tag{3.25}$$

$$a_E = \left(r'_P - r'^3_P \right) \frac{(\Delta r')_P}{exp\left[Pe^2 (1 - r'^2_p)(\delta x')_e \right] - 1} \tag{3.26.a}$$

$$a_w = \left(r'_P - r'^3_P \right) \frac{exp\left[Pe^2 (1 - r'^2_p)(\delta x')_w \right](\Delta r')_P}{exp\left[Pe^2 (1 - r'^2_p)(\delta x')_w \right] - 1} \tag{3.26.b}$$

$$a_N = \frac{r'_n (\Delta x')_P}{(\delta r')_n} = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right)(\Delta x')_P \tag{3.26.c}$$

$$a_S = \frac{r'_s (\Delta x')_P}{(\delta r')_s} = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right)(\Delta x')_P \tag{3.26.d}$$

$$a_P^0 = r'_P \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P}{\Delta t'} \tag{3.26.e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{3.26.f}$$

3.2.3 Başlangıç ve Sınır Şartlarının Ayrıklaştırılması

Başlangıç ya da sınır şartı olarak sıcaklıkların belirtildiği durumlar dışındaki şartların geçerli olduğu düğüm noktaları için yeni ayrıklaştırılmış denklemler elde etmek gerekir.

Cidar tarafı;

Alt akış bölgesinin uzağında (2.35-c)

$$x' = \infty \text{ da} \qquad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial T'_w}{\partial x'}\right)_P = \frac{T'_E - T'_W}{(\delta x')_w + (\delta x')_e} = 0 \Rightarrow T'_E = T'_W \text{ olur.}$$

Sınırda $(\delta x')_w = (\delta x')_e$ alınırsa, denklem (3.2)'nin sağ tarafındaki ikinci terim

$$\frac{r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta t') = \frac{2r'_P}{Pe^2}\left(\frac{T'_W - T'_P}{(\delta x')_w}\right)(\Delta r')_P(\Delta t')$$

haline gelir. Böylece (2.35.c) şartının geçerli olduğu durumlarda ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir.

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^0_P \qquad (3.27)$$

$$a_E = 0 \qquad (3.28.a)$$

$$a_W = \frac{2r'_p}{Pe^2}\frac{(\Delta r')_P}{(\delta x')_w} \qquad (3.28.b)$$

$$a_N = \frac{r'_n(\Delta x')_P}{(\Delta r')_n} = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5\right)(\Delta x')_P \qquad (3.28.c)$$

$$a_S = \frac{r'_s}{(\Delta r')_s}(\Delta x')_P = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5\right)(\Delta x')_P \qquad (3.28.d)$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}}\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P}{(\Delta t')} \qquad (3.28.e)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \qquad (3.28.f)$$

Ara yüzeyde (2.35.g)

$$r' = 1 \text{ de } \quad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}$$

Patankar'ın (1980) harmonik ortalama yöntemi ile denklem (3.2)'nin sağ tarafındaki ilk terim;

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wf}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P (\Delta t')$$

şekline dönüşür. Bu durumda ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^0_P \qquad (3.29)$$

$$a_E = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{(\Delta r')_P}{(\delta x')_e} \qquad (3.30.a)$$

$$a_W = \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{(\Delta r')_P}{(\delta x')_w} \qquad (3.30.b)$$

$$a_N = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) (\Delta x')_P \qquad (3.30.c)$$

$$a_S = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \frac{(\Delta x')_P}{k_{wf}} \qquad (3.30.d)$$

$$a_P^0 = \frac{r_p'}{\alpha_{wf}} \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P}{(\Delta t')} \tag{3.30.e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{3.30.f}$$

Akışkan tarafı için;

Alt akış bölgesinin uzağında (2.37.c)

$$x' = \infty \text{'da} \qquad \frac{\partial T_f'}{\partial x'} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right)_P = \frac{T_E' - T_W'}{(\delta x')_w + (\delta x')_e} = 0 \Rightarrow \qquad T_E' = T_W'$$

olur. Ayrıca $(\delta x')_w = (\delta x')_e$ alınarak denklem (3.24)'ün sol tarafındaki ikinci terim;

$$\left(r_P' - r_P'^3\right)\left\{\left[T_P' + \frac{(T_P' - T_W')}{exp\left[Pe^2(1 - r_e'^2)(\delta x')_w\right] - 1}\right] - \left[T_w' + \frac{(T_w' - T_p')}{exp\left[Pe^2(1 - r_w'^2)(\delta x')_w\right] - 1}\right]\right\}(\Delta r')_P \Delta t'$$

ve sadeleştirilirse

$$\left(r_P' - r_P'^3\right)\left[T_P' - T_w' + \frac{2(T_P' - T_w')}{exp\left[Pe^2(1 - r_p'^2)(\delta x')_w\right] - 1}\right](\Delta r')_P \Delta t'$$

Böylece ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir.

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^0 \tag{3.31}$$

$$a_E = 0 \tag{3.32.a}$$

$$a_w = \left(r'_P - r'^{3}_P \right) \frac{exp\left[Pe^{2}\,(1 - r'^{2}_p)(\delta x')_w \right] + 1}{exp\left[Pe^{2}\,(1 - r'^{2}_p)(\delta x')_w \right] - 1} (\Delta r')_P \tag{3.32.b}$$

$$a_N = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) (\Delta x')_P \tag{3.32.c}$$

$$a_S = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) (\Delta x')_P \tag{3.32.d}$$

$$a_P^0 = r'_P \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P}{\Delta t'} \tag{3.32.e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{3.32.f}$$

Boru ekseninde (2.37.d)

r′ = 0 ’da $\quad \dfrac{\partial T'_f}{\partial r'} = 0 \Rightarrow \left(\dfrac{\partial T'_f}{\partial r'} \right)_P = \dfrac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_N + (\delta r')_S} = 0 \Rightarrow T'_N = T'_S$ ve $(\delta r')_n = (\delta r')_s$

alınarak denklem (3.24)’ün sağ tarafı;

$$\left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_N}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P \, \Delta t' \Rightarrow r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n \text{ ve}$$

$r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_s = r'_p - 0.5(\delta r')_n$ yazılarak $2r'_p \left[\dfrac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} \right] (\Delta x')_P \, \Delta t'$ halini alır. Böylece ayrıklaştırılmış denklem

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^{0}_P \tag{3.33}$$

$$a_E = \frac{\left(1 - r_P'^{\,2}\right)\left(\Delta r'\right)_P}{exp\left[Pe^{\,2}\left(1 - r_p'^{\,2}\right)\left(\delta x'\right)_e\right] - 1} \tag{3.34.a}$$

$$a_w = \left(1 - r_P'^{\,2}\right)\frac{exp\left[Pe^{\,2}\left(1 - r_p'^{\,2}\right)\left(\delta x'\right)_w\right]}{exp\left[Pe^{\,2}\left(1 - r_p'^{\,2}\right)\left(\delta x'\right)_w\right] - 1}\left(\Delta r'\right)_P \tag{3.34.b}$$

$$a_N = \frac{2}{\left(\delta r'\right)_n}\left(\Delta x'\right)_P \tag{3.34.c}$$

$$a_S = 0 \tag{3.34.d}$$

$$a_P^0 = \frac{\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta r'\right)_P}{\Delta t'} \tag{3.34.e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{3.34.f}$$

Sınırların ve sınır şartlarının kesiştiği köşe noktalarında ayrıklaştırılmış denklemler aşağıdaki gibidir.

Alt akış bölgesinin uzağında, ara yüzeyde (2.35.c) ve (2.35.g);

(2.35.c) şartında denklem (3.2)'nin sağ tarafındaki ikinci terim $\frac{2r_P'}{Pe^{\,2}}\left(\frac{T_W' - T_P'}{\left(\delta x'\right)_w}\right)\left(\Delta r'\right)_P\left(\Delta t'\right)$ ve (2.35.g) şartında sağ taraftaki ilk terim $\left[r_n'\frac{T_N' - T_P'}{\left(\delta r'\right)_n} - \frac{r_s'}{k_{wf}}\frac{T_P' - T_S'}{\left(\delta r'\right)_s}\right]\left(\Delta x'\right)_P\left(\Delta t'\right)$. Böylece ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^{0} T'^{0}_P \tag{3.35}$$

$$a_E = 0 \tag{3.36.a}$$

$$a_W = \frac{2r'_p}{Pe^2}\frac{(\Delta r')_P}{(\delta x')_w} \tag{3.36.b}$$

$$a_N = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5\right)(\Delta x')_P \tag{3.36.c}$$

$$a_S = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5\right)\frac{(\Delta x')_P}{k_{wf}} \tag{3.36.d}$$

$$a_P^{0} = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}}\frac{(\Delta x')_P(\Delta r')_P}{(\Delta t')} \tag{3.36.e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{3.36.f}$$

Alt akış bölgesinin uzağında, boru ekseninde (2.37.c) ve (2.37.d),

(2.37.c) şartından denklem (3.24)'ün sol tarafındaki ikinci terim $\left(r'_P - r'^{3}_P\right)\left[T'_P - T'_W + \frac{2(T'_P - T'_W)}{exp\left[Pe^2(1 - r'^{2}_p)(\delta x')_w\right] - 1}\right](\Delta r')_P \Delta t'$ ve (2.37.d) şartından denklem (3.24)'ün sağ tarafı $2r'_p\left[\frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n}\right](\Delta x')_P \Delta t'$ olur. Böylece ayrıklaştırılmış denklem

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^0_P \tag{3.37}$$

$$a_E = 0 \tag{3.38.a}$$

$$a_w = \left(1 - r_P'^{\,2}\right) \frac{exp\left[Pe^{2}\,(1 - r_p'^{\,2})(\delta x')_w\right] + 1}{exp\left[Pe^{2}\,(1 - r_p'^{\,2})(\delta x')_w\right] - 1} (\Delta r')_P \tag{3.38.b}$$

$$a_N = \frac{2}{(\delta r')_n} (\Delta x')_P \tag{3.38.c}$$

$$a_S = 0 \tag{3.38.d}$$

$$a_P^{0} = \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P}{\Delta t'} \tag{3.38.e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{3.38.f}$$

3.3 Çözüm

Sıcaklık dağılımı, ayrıklaştırılmış denklemler kullanılarak Gauss-Seidel iterasyon yöntemiyle belirlenmiştir. Hesaplama bölgesi olarak, radyal yönde eksenel simetri nedeni ile cidar dış yüzeyi ile boru ekseni arasında sınırlanan alan, eksenel yönde ise benzer bir çalışma (Bilir, 2002) sonuçlarından tahmin edilerek hem üst akış hem de alt akış bölgelerindeki sınırlanan alan olarak belirlenmiştir. Bu sınırlar seyrek ağ sistemleri ile denenerek gerek cidar tarafında gerekse akışkan tarafında $x = -\infty$ ve $x = \infty$ daki sınır şartlarının sağlandığı kontrol edilmiştir.

Düğüm noktaları hem cidar hem de akışkan tarafına dağıtılmıştır. Yapılan denemeler ile hesaplama bölgesine radyal yönde 24 adet kontrol hacim yerleştirilmesi tatminkâr sonuçlar vermiştir. Bunlardan 8'i cidar tarafına 16'sı ise akışkan tarafına yerleştirilmiştir. Cidar tarafında radyal basamak uzunlukları birbirine eşit ve $d'/8$ olarak alınmıştır. Akışkan tarafında ise ilk sekiz radyal basamak uzunluğu cidar-akışkan ara yüzeyine yakın tarafta cidar tarafındakine eşit, eksen tarafındaki diğer sekiz kontrol hacmin radyal yöndeki basamak uzunluğu ise kalan mesafeyi sekiz eşit parçaya bölerek belirlenmiştir. Bu şekilde özellikle ara yüzeye yakın bölgelerde düğüm noktaları sıkıştırılarak hassasiyet arttırılmıştır. Aynı nedenle eksenel yönde de borunun ısıtılmaya

başlandığı kesit civarında (x=0) daha sık düğüm noktaları yerleştirilmiştir. Bu kesitin her iki tarafında da ilk eksenel basamak uzunluğu 0.001 olarak alınmış ve hem üst akış hem de alt akış bölgelerine doğru basamak uzunlukları bir öncekinin 1.4 katı arttırılarak eksenel yönde doğrusal olarak gerdirilmiştir. Akış yönündeki toplam düğüm noktası sayısı, hesaplama bölgesinin uzunluğu ile belirlendiği için ve bu uzunluk parametre değerlerine bağlı olarak değiştiği ve özellikle Peclet sayısı ve cidar kalınlık oranından önemli ölçüde etkilendiği için farklı olabilmektedir. Ancak çok uç parametrik değerlerin dışında üst ve alt akış bölgelerinde genellikle 28er düğüm noktası kullanılmıştır. Böylece tüm hesaplama bölgesi 24 X 56'lık düğüm noktası sistemleri ile karakterize edilmiştir.

Zaman adımı, dış yüzeydeki periyodik sıcaklık değişimine uyum sağlamak gayesi ile $\pi/1800$ olarak alınmıştır. Periyodiklikten dolayı ısı transferi ve karakteristiklerdeki değişim hem hızlı hem de sürekli olduğundan çözüm doğruluğunu ya da hassasiyeti arttırmak için zaman adımı küçük ve sabit alınmıştır.

Her zaman adımındaki sıcaklık dağılımı Patankar'ın (1980) çizgi-çizgi (line by line) yöntemiyle belirlenmiştir. Bir deneme esnasında hesaplama bölgesindeki noktaların hangi sıra ziyaret edileceği, çözüme çabuk ulaşmak açısından önemlidir. Araştırmacılar, noktalar taranırken öncelikle sıcaklıkların verildiği sınır bölgelerinden içlere doğru ve taşınım problemlerinde akış doğrultusunda hareket etmenin çözümü hızlandırdığını ortaya koymuşlardır (Patankar, 1980). Bu nedenle denemeler esnasında düğüm noktaları dış cidardan eksene doğru taranmış ve akış yönünde süpürülmüştür. Cidar-akışkan ara yüzeylerinde fiziksel özelliklerdeki ani değişimleri kontrol etmek için Patankar'ın (1980) harmonik ortalama yaklaşımı kullanıldığından, cidar ve akışkan tarafı denemelerinde sürekli çözüm prosedürü uygulanmış, bilgi transferi ise ara yüzeyde çakışan sınır şartları ile sağlanmıştır. Herhangi bir deneme esnasında bir önceki denemede hesaplanmış olan ara yüzey sıcaklıkları, akışkan tarafı için sınır şartı olarak kullanılmıştır. Cidar tarafında deneme yapılırken ise ara yüzey ısı akıları, akışkan tarafından cidar tarafına bilgi aktarılmak için kullanılmıştır.

Çözümlerde hassasiyet limiti 10^{-7} olarak alınmıştır. Dış yüzey sıcaklığı zamanla periyodik olarak değiştiği için çözümler sonunda sistem sürekli periyodik rejime ulaşmaktadır. Tüm düğüm noktalarındaki sıcaklığın bir periyot sonraki farkı 10^{-4} ün altına düştüğü zaman da sistem sürekli periyodik rejime ulaşmış kabul edilmiştir.

Sistem zamanın başlangıcında birkaç denemede çözüme ulaşırken ilerleyen zaman adımlarında deneme sayısının arttığı, ancak periyodik değişimin tepe noktaları civarında deneme sayısının azaldığı ve sürekli periyodik rejime ulaşıncaya kadar bu şekilde devam ettiği görülmüştür. Deneme sayısı ve zaman adımı sayısı parametre değerlerine bağlı olmakla beraber genellikle bir zaman dilimi için ortalama 60-120 deneme ve toplam olarak ortalama 10000 denemede sonuçlara ulaşılmıştır.

Yığık sıcaklıkların ve ara yüzey ısı akılarının hesaplanması için kullanılan, denklem (2.39) daki integral, Simpson sayısal integrasyon yöntemi ile (Hildebrand, 1976), denklem (2.41) veya denklem (2.42) deki türev ise Newton-Gregory fark formülleri ile (Spiegel, 1971) hesaplanmıştır. Bu yöntemlerin detayları sırasıyla Ek 1 de verilmiştir.

Sıcaklık dağılımını, önceki kısımlarda anlatılan iteratif yöntemle belirleyen ve diğer ısı transferi karakteristiklerini hesaplayan bir bilgisayar programı yazılmıştır. Aynı program içerisinde yer alan bir grafik çözümleme alt programı ile sonuçlar doğrudan grafik tarzında alınabilmektedir. Karakteristik eğrilerin çiziminde, belirgin çözüm noktalarının arası, Langrange enterpolasyon formülü (Aktaş, Öncül ve Ural, 1981) kullanılarak belirlenen ara değerler ile doldurulmuştur. Bu yöntemin detayı da Ek 2 de verilmiştir.

4. AĞDAN BAĞIMSIZLIK (GCI) ANALİZİ

Sayısal çözümlerde kesin sonuçlar bilinemediği için bilinen değerlerden hareketle bir belirsizlik tahmini geliştirilir. Ağdan bağımsızlık analizi, sonlu elemanlar, sonlu hacimler ve sonlu farklar gibi yöntemlere uygulanabilen belirsizlik tahminleri için geliştirilmiş en güvenilir ve en yaygın olarak tercih edilen yöntemdir. (Minkowycz ve ark. 2006). Bunun için yoğun, orta ve seyrek sıklıkta ağlar çözüm alanına yerleştirilir ve aynı konum ve zaman anında herhangi bir sonuç değeri için belirsizlik belirlenebilir.

Ağdan bağımsızlık analizi için öncelikle denklem (4.1)'den farklı yoğunlukta ağ sistemleri için düğüm noktaları arası mesafelerin (kontrol hacim basamak uzunlukları) oranı belirlenir.

$$r = \frac{h_2}{h_1} \tag{4.1}$$

Düğüm noktaları arasındaki mesafe oranı (r) kolaylık açısından genellikle iki katı alınır.

ε her bir ağ sistemi için aynı noktada elde edilen değerlerin farkıdır ve denklem (4.2)'den belirlenir.

$$\varepsilon_{2,1} = f_2 - f_1 \tag{4.2}$$

Analizin seviyesi, p, denklem (4.3)'den hesaplanır.

$$p = \frac{\left|\ln\left|\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}\right|\right|}{\ln\left(r_{21}\right)} \tag{4.3}$$

Ağ sistemi için kesin değer yaklaşık olarak denklem (4.4)'ten belirlenir.

$$f\left[\text{kesin deger}\right] \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{\left(r^p - 1\right)} \tag{4.4}$$

GCI değeri denklem (4.5)'den hesaplanır.

$$GCI_{12} = \frac{F_s \left| \epsilon_{12} \right|}{r^p - 1} * 100 \tag{4.5}$$

GCI değeri iki sistemin yüzde olarak ne kadar yakın olduğu hakkında bilgi verir. (4.5) denklemindeki ϵ_{12} terimi denklem (4.6)'den bulunur.

$$\epsilon_{12} = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \tag{4.6}$$

Denklem (4.5)'teki F_s değeri bir güvenlik faktörüdür. Üç veya daha fazla ağ sisteminin karşılaştırılması durumunda F_s değerinin 1,25 olarak alınması tavsiye edilir (Slater, 2011). İki veya daha fazla sistem için yapılan analiz sonuçlarının karşılaştırılması için (4.7) denkleminden faydalanılır (Roache, 1994).

$$GCI_{23} = r^p \, GCI_{12} \tag{4.7}$$

Bu denklemin sol tarafındaki değer sağ tarafına ne kadar yakın ise yaklaşım o oranda başarılıdır.

Ağdan bağımsızlık analizi, ısıtmanın başladığı kesitte, sürekli periyodik rejimde, yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısı için yoğun, orta ve seyrek ağ sistemleri ile elde edilen değerler ile yapılmıştır. Ayrıca zaman ağından bağımsızlık analizi için zaman adımları değiştirilerek, aynı konumda sürekli periyodik rejimdeki yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısı değerleri incelenmiştir.

Ayrıntılı hesaplama örneği aşağıda verilmiştir. Analiz için yoğun, orta ve seyrek ağ sistemleri belirlenirken, düğüm noktaları arası mesafe oranları 2 olarak seçilmiştir. Buna göre çözüm alanına uygulanan yoğun, orta ve seyrek ağ sistemleri Tablo 4.1'de gösterilmiştir.

Tablo 4.1. Çeşitli ağ sistemlerinde düğüm noktaların dağılımı

	Eksenel yönde düğüm noktası sayısı		Radyal yönde düğüm noktası sayısı
	Üst akış bölgesi	Alt akış bölgesi	
Yoğun ağ	56	56	48
Orta sıklıkta ağ	28	28	24
Seyrek ağ	14	14	12

Peclet sayısının 5, cidar kalınlık oranının 0.1, ısı iletkenlik katsayısı oranının 10, ısıl yayılım katsayısı oranının 1 alındığı ortalama parametrik değerleri ve açısal frekansın 1 olduğu durum için sürekli periyodik rejimde ve ısıtmanın başladığı kesitte ($x'=0$) üç farklı ağ sistemi için elde edilen yığık sıcaklıklar ve arayüzey ısı akısı değerleri Tablo 4.2' de verilmiştir.

Tablo 4.2'den yığık sıcaklık değerlerinin karşılaştırma sonucu, Denklem (4.7) ile;

$$\frac{0.17021}{2^{2.61961}\cdot 0.0276} = 1.00345$$

ara yüzey ısı akısı değerleri için karşılaştırma sonucu:

$$\frac{0.0262}{2^{0.4045}\cdot 0{,}019706} = 1.00447$$

Elde edilen sonuçlar 1'e çok yakın olduğundan uygulanan orta sıklıkta ağ sisteminin sonuçları tatminkârdır. Yani çalışmanın sonuçları ağdan bağımsızdır denilebilir.

Tablo 4.2. x′=0'da sürekli rejimde yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısının farklı ağ sistemlerine göre değerleri

	Yoğun ağ	**Orta sıklıkta ağ**	**Seyrek ağ**	***r***	***p***	**Kesin değer**	**$GCI_{yoğun\text{-}orta}$**	**$GCI_{orta\text{-}seyrek}$**
Yığık sıcaklık (T_b')	0,42146	0,42098	0,41803	2	2,61961	0,42158	0,0276	0,17021
Ara yüzey ısı akısı (q_{wi}')	1,5445	1,53662	1,54705	2	0,4045	1,56885	0,019706	0,0262

Çözümün zaman ağından bağımsızlığı

Zaman adımı $\pi/1800$ yerine, önce $\pi/900$ daha sonra $\pi/3600$ alınarak çözümler tekrarlanmıştır. Borunun zamanla ısıtılmaya başlandığı kesitte *(x′=0)*, elde edilen yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısı değerleri Tablo 5.3'te verilmiştir. Bu değerler; yine Peclet sayısının 5, cidar kalınlık oranının 0.1, ısı iletkenlik katsayısı oranının 10, ısıl yayılım katsayısı oranının 1 ve açısal frekansın 1 alındığı değerler ile yapılan çözümden elde edilen ve sürekli periyodik rejimdeki sonuçlardır.

Tablo 5.3 incelendiğinde çözümün zaman ağından da bağımsız olduğu görülmektedir.

Tablo 5.3 Çeşitli zaman adımları için yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısı değerleri

Zaman Adımı	Yığık Sıcaklık (T_b')	Ara yüzey ısı akısı (q_{wi}')
$\pi/1800$	0,42098	1,53662
$\pi/900$	0,42066	1,53662
$\pi/3600$	0,42098	1,53593

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Ele alınan birleşik ısı transferi problemi dört boyutsuz parametreye ve boyutsuz açısal frekansa bağlıdır. Bunlar Peclet sayısı, *Pe*, cidar-kalınlık oranı, *d'*, cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, k_{wf}, cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı, α_{wf} ve boyutsuz açısal frekans, Ω dır. Çözümler bu parametrelerin farklı kombinasyonları için yapılmıştır. *Pe*=1, 5, ve 20; *d'*=0.02, 0.1 ve 0.3; k_{wf} =0.1, 1, 10, 100 ve 1000; α_{wf} =0.1, 1, ve 10 ve Ω =1, 60, 900, 3000 ve 9000. Burada Ω değerleri, sınır şartındaki değişim periyoduna uyum sağlaması için zaman adımının katları olarak alınmıştır. Diğer parametre değerleri ise mühendislik açısından uygulamada söz konusu olabilecek değerler arasından ve problem için öngörülen koşulların anlamlı seviyede olabileceği şekilde (örneğin cidar ve akışkan eksenel iletimi) seçilmiştir.

Taşınım ile ısı transferi problemlerinde sonuçlar geleneksel olarak yerel Nusselt sayıları ile ifade edilir. Ancak birleşik problemlerde, Nusselt sayısı, tanımında üç bilinmeyen karakteristik (q_{wi}, T_{wi} *ve* T_b) içerdiği için bu pek uygun değildir ve sonuçlar daha anlamlı mesaj içeren ara yüzey ısı akısı q_{wi} ile ifade edilir (Faghri ve Sparrow, 1980; Schutte ve ark. 1992). Burada da sonuçlar genellikle boyutsuz ara yüzey akısı değerleri ile verilmiştir. Ancak problemin özelliklerini daha iyi görebilmek için bazı sonuçlar ara yüzey ve akışkan yığık sıcaklıkları ile de ifade edilmiştir.

Şekil 5.1 de ortalama parametre değerleri (*Pe*=5, *d'*=0.1, k_{wf}=10, α_{wf}=1) ile oluşturulan bir kombinasyon ile ve Ω=1 için, ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi görülmektedir. Bu şekil ve benzerleri sadeleştirme amacıyla iki parça halinde, üst akış ve alt akış bölgeleri için ayrı verilmiştir. Şekiller 5.2 ve 5.3 de ise aynı parametre değerleri ve Ω=1 için, yine farklı eksenel konumlarda ara yüzey sıcaklığı ve akışkan yığık sıcaklığının zamana göre değişimleri görülmektedir.

Bu şekillerin birlikte incelenmesinden çıkarılabilecek ilk sonuç, gerek cidar ve gerekse akışkan eksenel iletimi nedeniyle borunun üst akış bölgesine, akışa ters yönde önemli ölçüde ısı transfer edildiği ve bunun akışkanın borunun ısıtılan alt akış bölgesine gelmeden önce ön ısıtılmasına neden olduğudur.

Ara yüzey sıcaklığı, yığık sıcaklık ve ısı akısı eğrileri, alt akış bölgesi dış yüzey sıcaklığındaki değişime uygun olarak, zamanla periyodik olarak değişmektedir. Bu periyodik değişim tüm eksenel konumlar için, üst akış bölgesindeki ön ısıtma mesafesinin başlangıcından itibaren ısıl gelişme bölgesinin tamamında ve tam gelişmiş

bölgede görülmektedir. Burada olduğu gibi küçük açısal frekans değerleri için periyot büyüdüğünden, sistem ikinci periyodun hemen başlangıcında (t'=7.854) sürekli periyodik rejime girmektedir. Görüldüğü gibi sürekli periyodik rejimde herhangi bir eksenel konum için ısı transferi karakteristiklerinin zamanla değişimi tüm periyotlarda aynı olmaktadır.

Üst akış bölgesinin uzağındaki eksenel konumlar dışında, ara yüzey sıcaklıklarının yığık sıcaklıklardan daha büyük olduğu görülmektedir. Üst akış bölgesi dış yüzey sıcaklığı, boru ısıtılmaya başladıktan sonra da sistemin başlangıç sıcaklığı olan T_0 da sabit tutulduğu için, cidarda eksenel iletim ile geriye doğru transfer edilen ısı kısmen dış yüzeyden kaybolmaktadır. Dolayısıyla eksenel iletim nedeniyle akışkan tarafında üst akış bölgesinde ısının daha gerilere yayıldığı söylenebilir. Aynı nedenle üst akış bölgesinin uzağında, akışkan tarafında sıcaklık cidar tarafına kıyasla daha yüksek olmakta ve akışkandan cidara ısı transfer edilmektedir. Bu, bu bölgelerde görülen negatif ara yüzey ısı akısı değerlerini açıklamaktadır. Negatif ara yüzey ısı akısı değerleri ve aynı zamanda değerlerdeki değişim genliği, alt akış bölgesine doğru önce artmakta, ancak ısıtılan bölgeye yaklaşıldıkça azalmakta ve ısı akısı önce kısmen sonra tümüyle pozitif değerler almaktadır. Üst akış bölgesinin ısıtılan bölgeye yakın konumlarında hızlı radyal ve eksenel cidar iletimi, cidar tarafında sıcaklıkların akışkan tarafına kıyasla daha yüksek olmasına neden olmaktadır.

Alt akış bölgesinde, ısıtılan bölgenin başlangıç bölümlerinde hızlı cidar iletimi ara yüzey sıcaklığının akışkan sıcaklığına kıyasla daha hızlı artmasına ve ara yüzey ısı akısı değerlerinin artarak bir maksimuma ulaşmasına neden olmaktadır. Belirli bir eksenel mesafe sonrasında ise taşınımın etkisini arttırmasıyla akışkan sıcaklığı yükselmekte ve ısı akısı değerleri ve değişim genliği azalmaya başlamaktadır. Isıl gelişme bölgesinin sonlarına doğru ve tam gelişmiş bölgede ise ara yüzey ve yığık sıcaklıklardaki değişim hızı birbirine yakın olmaktadır ve dolayısıyla ısı akısı değerleri ve genlik iyice azalmaktadır. Herhangi bir periyotta, cidar sıcaklığındaki değişim akışkan tarafından daha erken başladığı için de, periyodun sıcaklık artış sürecinde ara yüzey sıcaklıkları daha yüksek olmakta ve pozitif ısı akısı değerleri görülmektedir. Sıcaklığın azalış sürecinde ise ara yüzey sıcaklığından daha yüksek yığık sıcaklık değerleri negatif ısı akısına neden olmaktadır.

Tam gelişmiş bölgede, sürekli periyodik rejimde ara yüzey ısı akısı eğrileri ortalaması sıfır, genliği 0.5 olan bir değişim göstermekte ve cidardan akışkana net ısı

transferi beklenildiği gibi sıfır olmaktadır. Yine tam gelişmiş bölgede, sürekli periyodik rejimde hem ara yüzey ve hem de yığık sıcaklık eğrilerinin ortalama değeri 1 dir. Ara yüzey sıcaklığının genliği, dış yüzey sıcaklığı gibi 1 ancak yığık sıcaklık için değişim genliği bu parametre değerleri için 0.98 civarındadır.

Farklı eksenel konumlardaki ara yüzey ısı akısı eğrileri arasında bir miktar faz farkı oluşmakta ve bu üst akış bölgesinde gerilere doğru gidildikçe ve alt akış bölgesinde tam gelişmiş bölgeye doğru yaklaşıldıkça daha belirgin hale gelmektedir.

Şekil 5.4 de aynı parametre değerleri ve Ω=1 için, akışkan sıcaklığının farklı radyal konumlarda zamana göre değişimi, bir örnek olarak ısıtmanın başladığı kesitte (x'=0), verilmiştir. Görüldüğü gibi tüm radyal konumlar için sıcaklık, arayüzey ve yığık sıcaklıklarda olduğu gibi, dış yüzey sıcaklığına uygun olarak periyodik bir değişim göstermektedir. Ara yüzeyden boru eksenine doğru gidildikçe sıcaklıklar ve sıcaklıklardaki değişim genliği de azalmaktadır.

Ele alınan problemdeki bağımsız değişkenler içerisinde, problemin gelişimi açısından belki de en önemlisi açısal frekans, Ω, dır. Buraya kadar olan sonuçlar ısı transferi karakteristiklerinin değişimini daha net görebilmek açısından, alt akış bölgesinde dış yüzeyden uygulanan periyodik sıcaklık değişiminin uzunca bir periyotta ve yavaş gerçekleştiği, nispeten küçük bir açısal frekans için verilmiştir. Bu bölümde problem sonuçları, farklı açısal frekans değerleri için incelenecektir.

Şekiller 5.5-5.8, yukarıda tanımlanan ortalama parametre değerleri ile, birden büyük değişik açısal frekans, Ω, değerleri için ara yüzey ısı akısının, 5.9-5.12 ara yüzey sıcaklığının, 5.13-5.16 ise yığık sıcaklığın farklı eksenel konumlarda zamanla değişimini göstermektedir. Ω nın birden küçük değerleri için ısı transferi karakteristiklerinin değişim eğilimi Ω=1 için elde edilen sonuçlarla tümüyle aynı olmakta, genlik değişmemekte ancak Ω küçüldükçe periyot büyümektedir. Bu nedenle burada küçük Ω değerleri için sonuçlar verilmemiştir. Ω=60 a kadar olan açısal frekans değerleri için de Ω=1 ile benzer değişim eğiliminin sürdüğünü ancak periyodun gittikçe azaldığı söylenebilir. Ω=60 dan sonra şekiller biraz farklılaşmakta, tüm eksenel konumlar için periyodik ara yüzey ısı akısı eğrileri geçici rejimin başlangıç safhalarında önce bir maksimum değere yükselmekte daha sonra azalmaktadır. Açısal frekans arttıkça bu maksimum değerler önce artmakta daha sonra bir miktar azalmakta ancak değişim genliği sürekli azalmaktadır. Dolayısıyla açısal frekansın büyümesiyle eğrilerdeki bu farklılaşma daha belirginleşmekte ve sistemin geçici rejimden sürekli

periyodik rejime geçiş süreci daha iyi görülebilmektedir. Sistem sürekli periyodik rejime belirli sayıdaki periyot sonrasında girmekte ve geçici rejimdeki periyot sayısı Ω büyüdükçe artmaktadır. Öte yandan, geçici rejimde artan periyot sayısı nedeniyle şekiller 5.5-5.16, ısı transferi karakteristikleri eğrilerindeki büyük Ω değerleri için ortaya çıkan farklılaşma eğilimini daha net görebilmek için geçici rejimin başlangıç safhaları için verilmiştir. Bu nedenle sürekli periyodik rejim sonuçları bu şekillerde görülmemektedir.

Ω nın 9000 den büyük değerleri için dış yüzey sıcaklığının değişim periyodu çok küçülmekte ve sistemin ataleti bu değişimi algılayamamaktadır. Dolayısıyla ısı transferi karakteristiklerindeki periyodik değişim genliği tümüyle yok olmakta ve sonuçlar alt akış bölgesinde dış yüzey sıcaklığında aniden ΔT kadar sabit sıcaklık artışı uygulanan benzer bir problemin (Bilir, 2002) sonuçları ile aynı olmaktadır.

Tüm açısal frekans değerleri için, tam gelişmiş bölgede ara yüzey ısı akısının ortalama değeri sıfır, ara yüzey ve yığık sıcaklığın ortalama değerleri ise asimptotik değer olan 1 olmaktadır. Açısal frekansın üst akış bölgesindeki ön ısıtma mesafesini, ısıl gelişme mesafesini ve sürekli periyodik rejime ulaşma süresini etkilemediği, tüm Ω değerleri için ısıl gelişmenin x'=2 civarında gerçekleştiği, sürekli periyodik rejime ise yaklaşık olarak t'=12.6 da ulaşıldığı görülmektedir.

Bu bölümde parametre (d', k_{wf} , Pe ve α_{wf}) değerlerinin ısı transferi karakteristikleri üzerine olan etkileri incelenecektir. α_{wf} hariç diğer üç parametrenin etkisi Ω=1 için ele alınmıştır.

Şekil 5.17 de ara yüzey ısı akısının değişik eksenel konumlarda zamanla değişimi üç farklı cidar kalınlık oranı için parametize edilerek ve üst akış ve alt akış bölgeleri için ayrı iki parça halinde verilmiştir. İnce cidarlı borularda üst akış bölgesinde görülen negatif ısı akısı daha büyük değerlere ulaşmıştır. Cidarda eksenel iletim ile geriye doğru üst akış bölgesine transfer edilen ısı dış yüzeyden hızlıca kaybolarak cidar sıcaklığının düşmesine neden olmaktadır. Kalın cidarlı borularda ise artan cidar eksenel iletimi nedeniyle daha yüksek cidar sıcaklığı ve pozitif ısı akısı görülmektedir. İnce cidarlı borularda, cidardaki ısıl direnç ve ısıl kapasite de düşük olduğu için, dış yüzeyden giren ısı ara yüzeye hızlı bir şekilde iletilmektedir. Bu nedenle ısıtılan bölgenin hemen başlangıcında çok yüksek pozitif ısı akısı değerleri ve çok yüksek değişim genliği görülmektedir. İlerleyen eksenel konumlarda ise taşınımın etkisini arttırmasıyla ortalama ısı akısı ve değişim genliği azalmaktadır. Tam gelişmiş

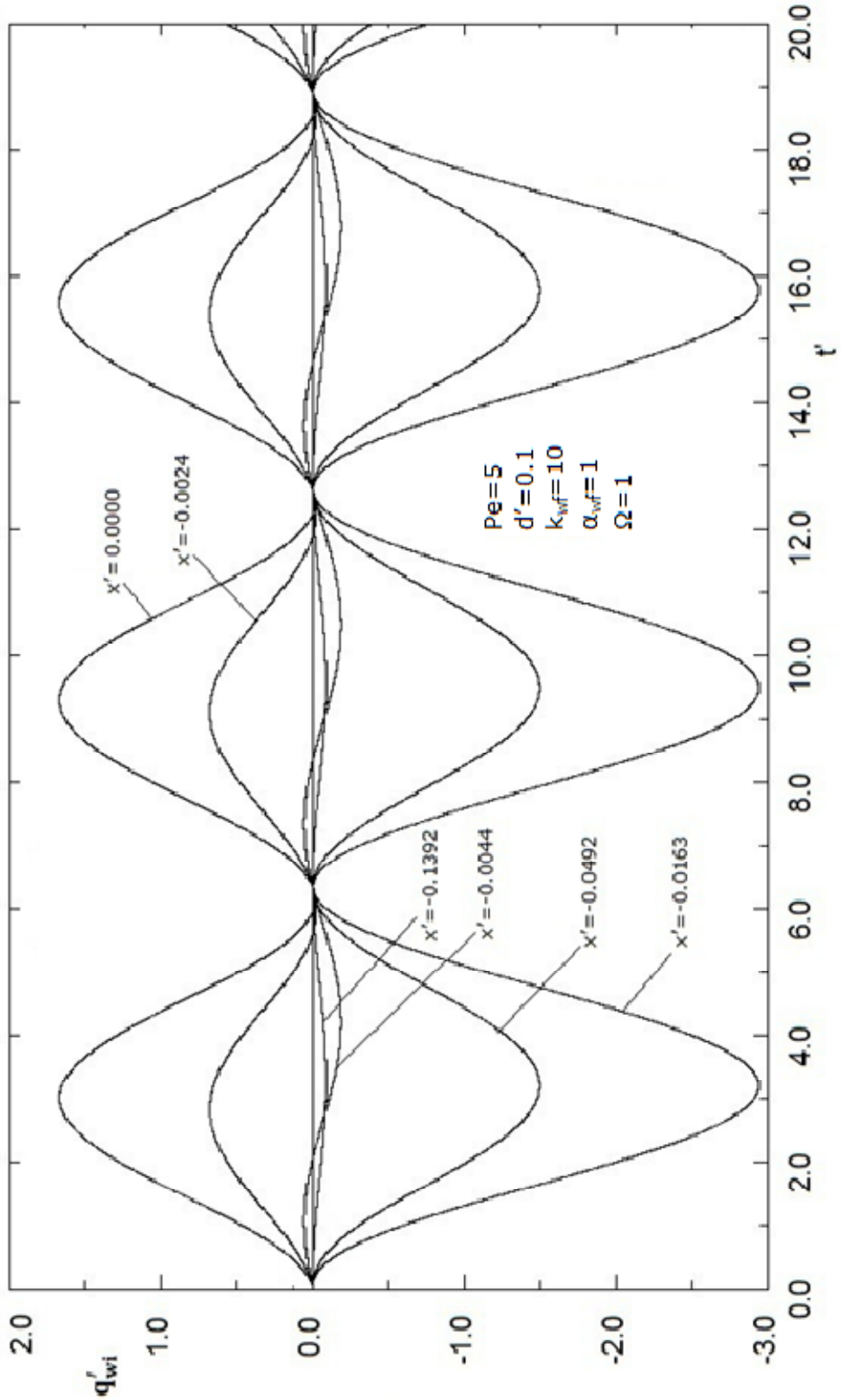
bölgede ise tüm cidar kalınlık oranı değerleri için ısı akısı eğrileri çakışmaktadır. Isıl gelişme mesafesi ve sürekli periyodik rejime ulaşma süresi cidar kalınlık oranından etkilenmemektedir.

Şekil 5.18 de cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi görülmektedir. Eğriler beş farklı k_{wf} değeri için verilmiştir. Hızlı cidar iletimi nedeniyle büyük k_{wf} değerlerinde tüm eksenel konumlar için daha büyük ara yüzey ısı akısı değerleri ve değişim genliği görülmektedir. Ön ısıtma mesafesinin tüm k_{wf} değerleri için aynı olduğu, ısıl gelişme mesafesinin ve sürekli periyodik rejime ulaşma süresinin ise k_{wf} =0.1 haricindeki tüm değerleri için değişmediği görülmektedir. Çok küçük cidar iletkenliği, k_{wf} =0.1, diğerlerine göre ısıl gelişme mesafesini arttırmış (x'=4), sürekli periyodik rejime ulaşma süresini arttırmış (t'=11) ve tam gelişmiş bölgede diğerlerine göre belirgin bir faz farkı oluşturmuştur. k_{wf} >100 için bu parametrenin etkisinin kaybolduğu söylenebilir.

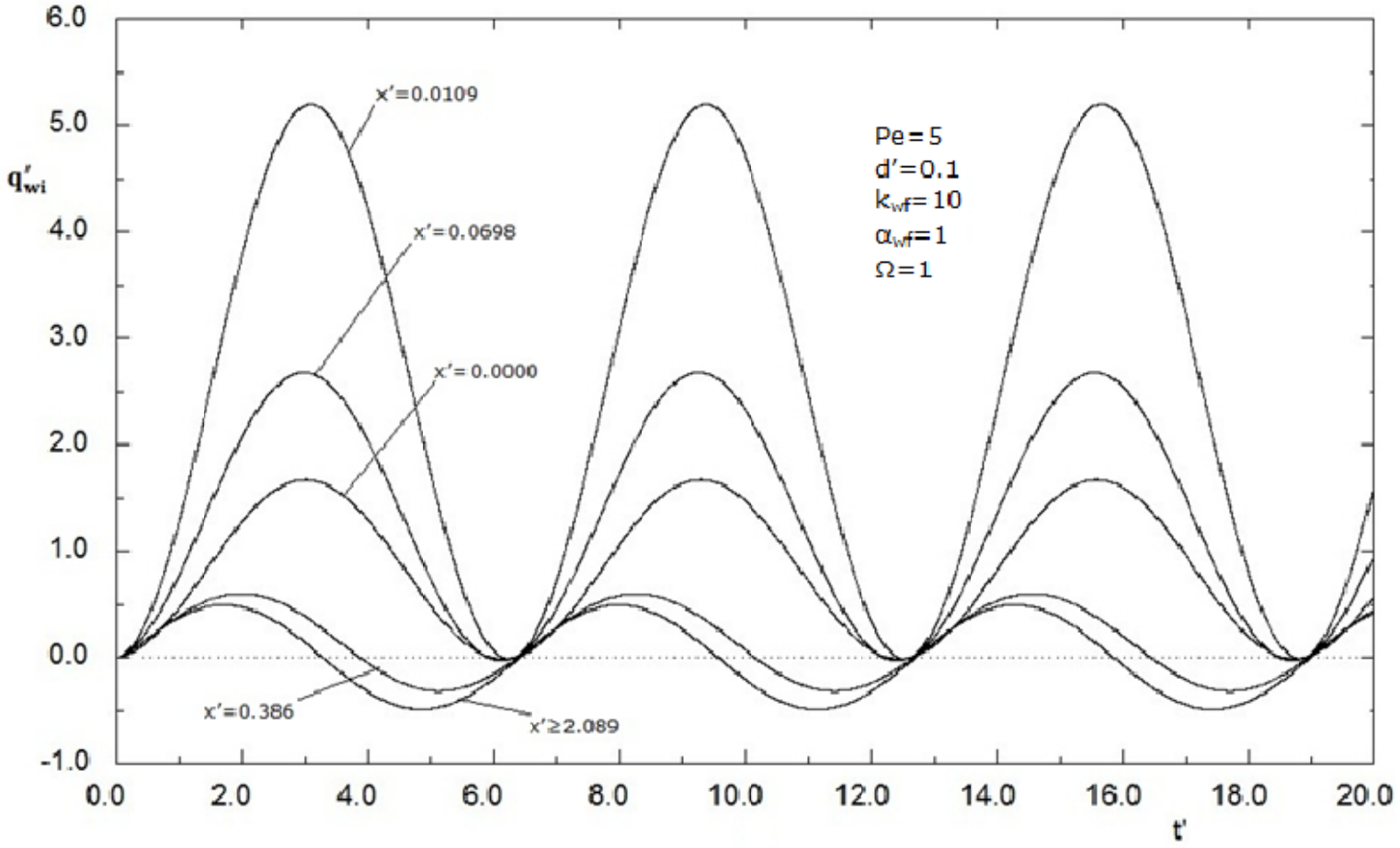
Şekil 5.19 Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkilerini göstermektedir. Düşük Peclet sayısı için akışkan eksenel iletimi arttığı için, akışkan tarafında ısı daha gerilere doğru yayılmakta ve akışkanın ön ısıtma mesafesi artmaktadır. Dolayısıyla üst akış bölgesinin uzağında daha büyük ve değişim genliği fazla negatif ısı akısı değerleri görülmektedir. Düşük Peclet için taşınım etkisi azaldığı için ısıl gelişme mesafesi de yaklaşık iki kat büyümüş ancak Peclet sayısının sürekli periyodik rejime ulaşma süresini etkilemediği görülmüştür. Peclet sayısının 20 den büyük değerleri için bu parametrenin etkisini kaybettiği söylenebilir.

Problemin bağımsız parametrelerinden açısal frekans ile en fazla etkileşim içerisinde olanı cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısıdır. α_{wf} deki değişim küçük Ω değerleri için yeterince hissedilmektedir. Nitekim, Şekil 5.20 de görüldüğü gibi Ω=1 için ısı akısı eğrilerindeki değişim tüm α_{wf} değerleri için hemen hemen aynı olmaktadır. Çok büyük Ω değerleri için de, daha önce bahsedildiği gibi, Ω nın etkisi kaybolmaktadır. Bu nedenle α_{wf} in ısı transferi karakteristikleri üzerine olan etkileri ilaveten, bu etkilerin en iyi görülebildiği ortalama bir değerde, Ω=60 için Şekil 5.21 de ele alınmıştır. Görüldüğü gibi, küçük α_{wf} için sistem ataleti arttığı için tüm eksenel konumlarda ısı akısı hem mutlak değer olarak hem de değişim genliği itibarıyla azalmaktadır. Çok küçük α_{wf} için diğerlerine kıyasla değişim eğrilerinde önemli bir faz farkı da oluştuğu görülmektedir. Şekil 5.21 α_{wf} in etkilerini geçici rejimin başlangıç safhaları için vermektedir. Bu nedenle Şekiller 5.22-24, üç farklı α_{wf} için (0.1, 1 ve 10),

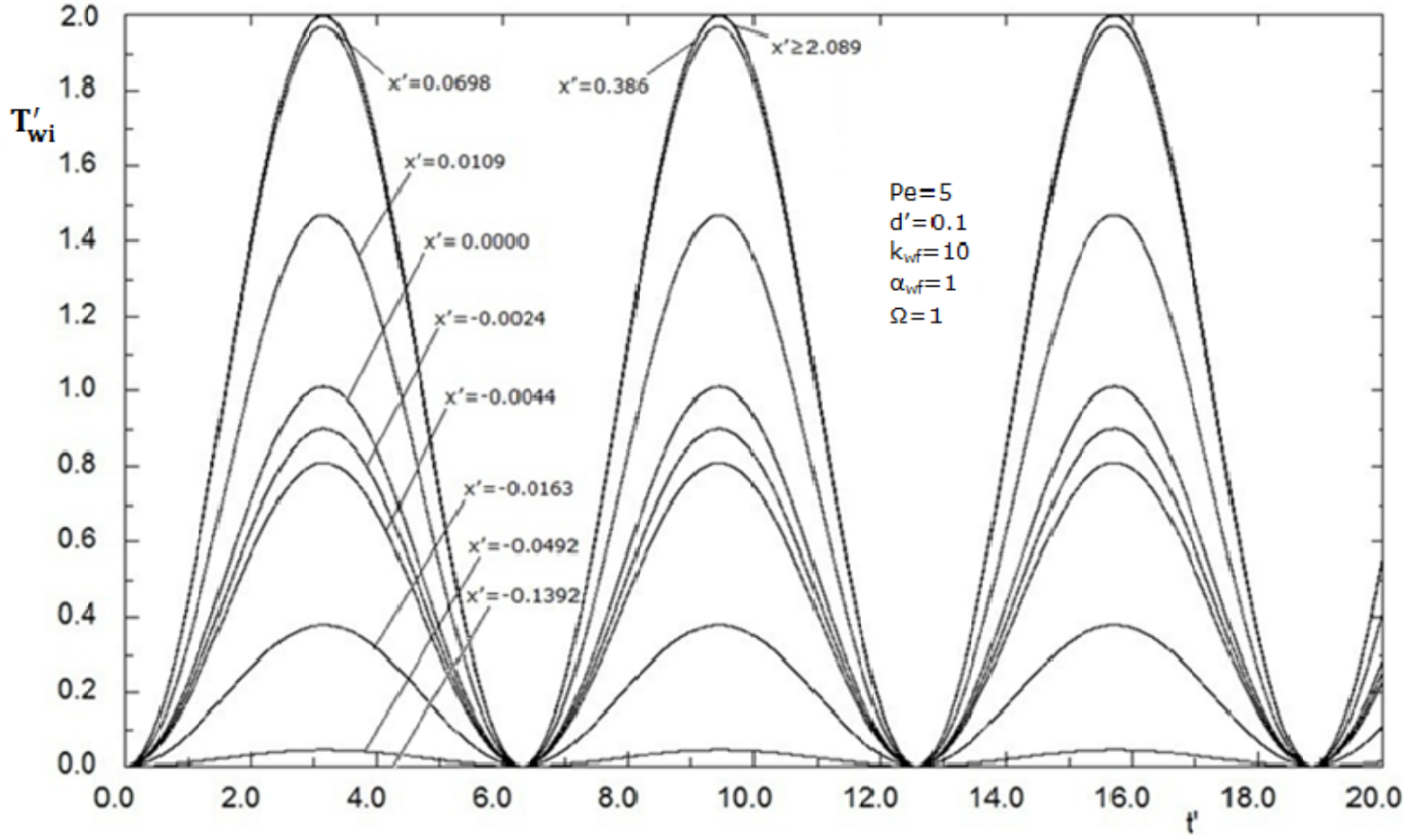
tam gelişmiş bölgede geçici rejim süresinin tümünü kapsayacak şekilde hazırlanmıştır. Görüldüğü gibi, büyük Ω değerleri için, α_{wf} in değişmesi tam gelişmiş bölgede ve geçici rejimin başlangıç ve ara safhalarında olduğu gibi, sürekli periyodik rejimde de ısı akısı hem mutlak değer hem de değişim genliği açısından farklılıklar oluşturmaktadır. Isıl yayılım katsayısı oranındaki değişim ısıl gelişme mesafesini ve periyodik sürekli rejime ulaşma süresini etkilememiştir. Büyük Ω değerlerinde de α_{wf} in 10 dan büyük değerleri için etkisini tamamen kaybettiği söylenebilir.



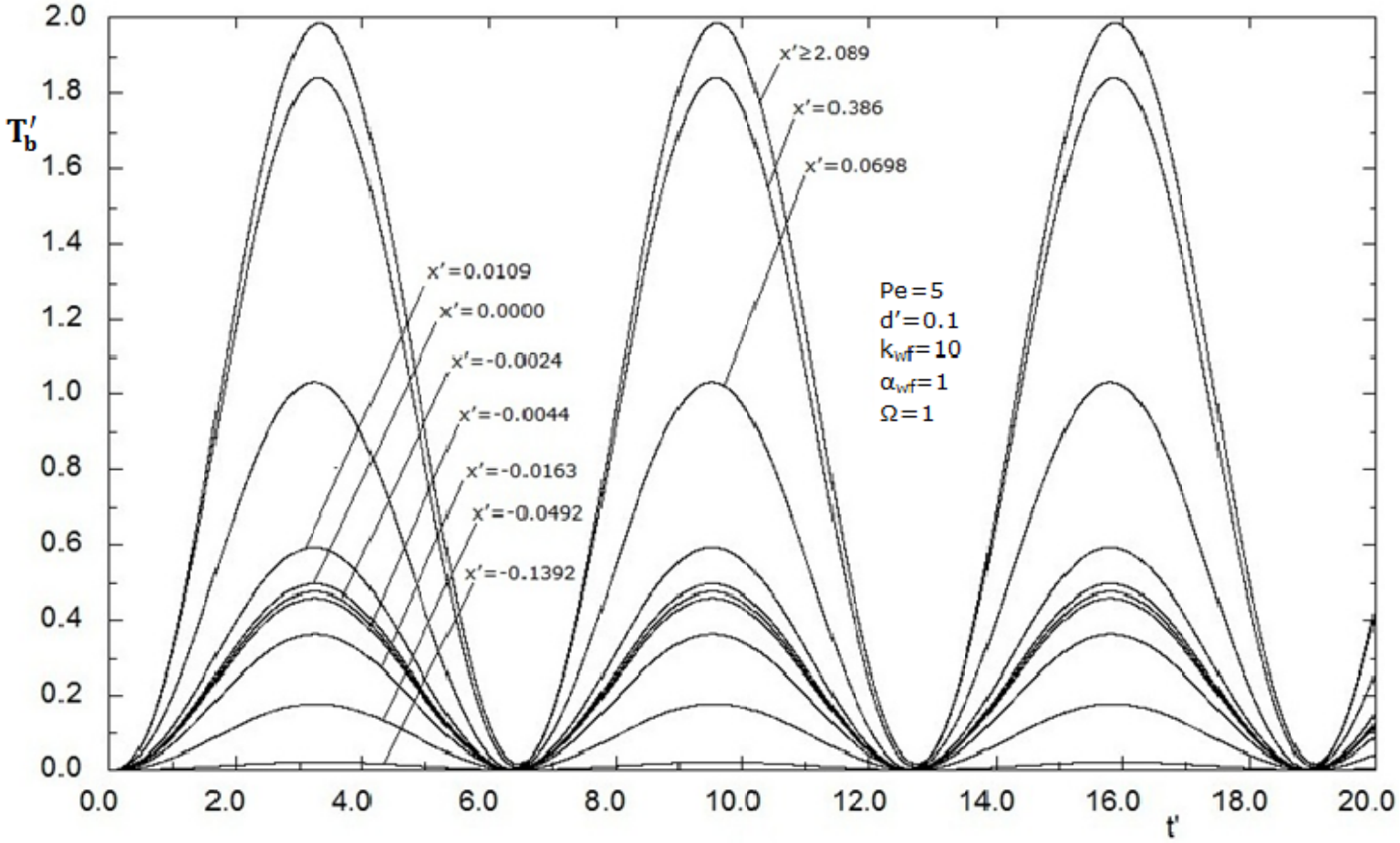
Şekil 5.1.a Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=1), (üst akış bölgesi)



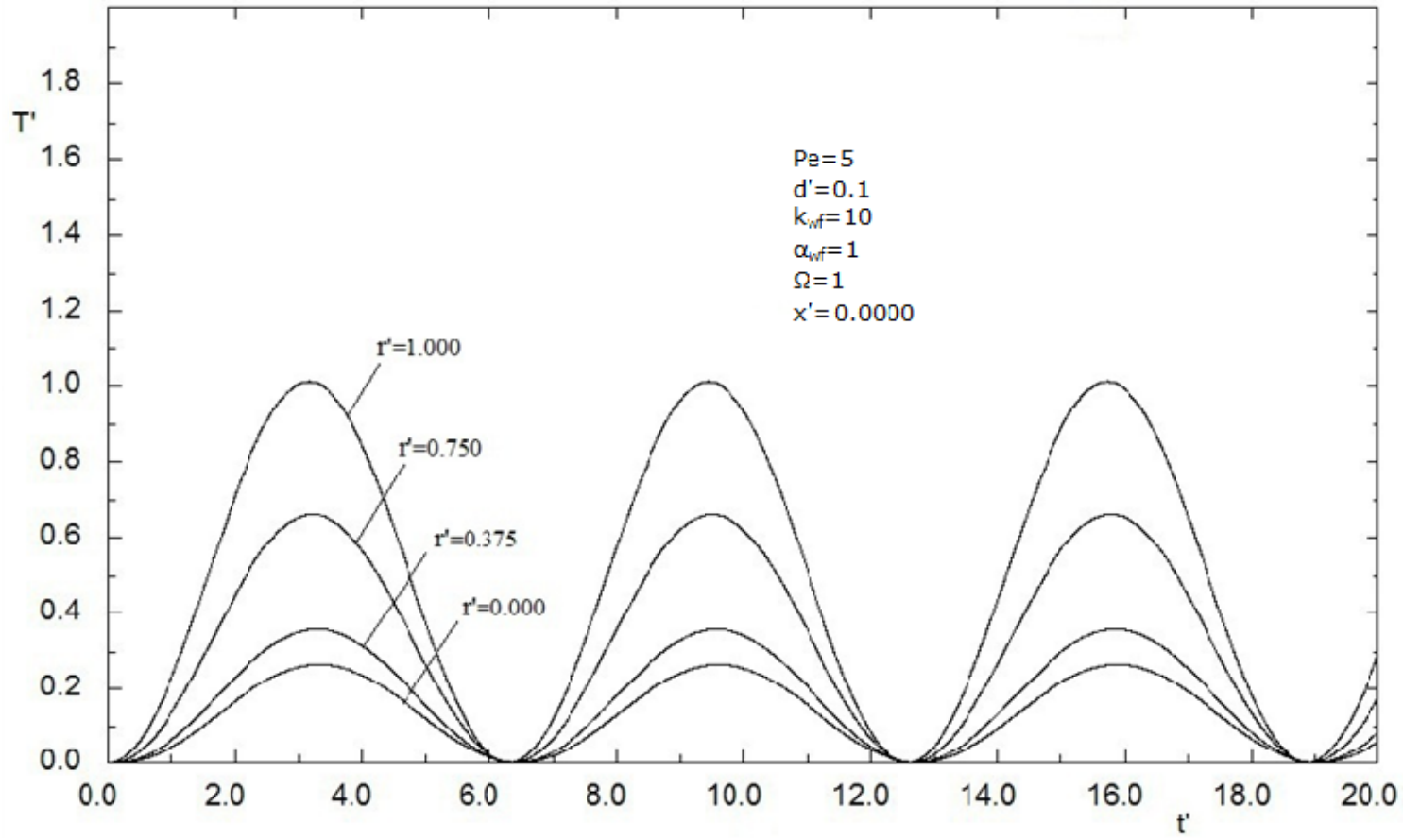
Şekil 5.1.b Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=1), (alt akış bölgesi)



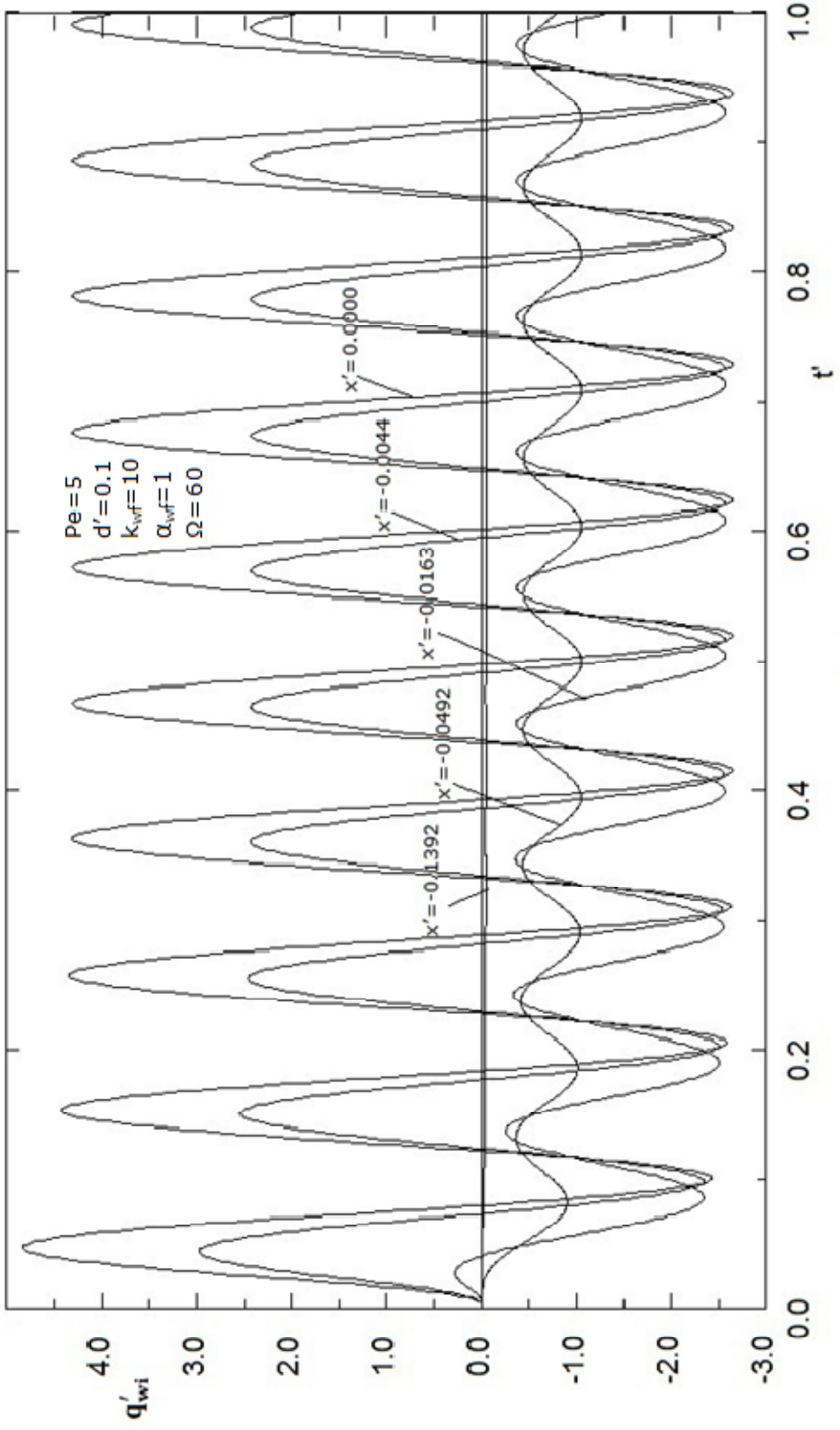
Şekil 5.2 Ara yüzey sıcaklığının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=1)



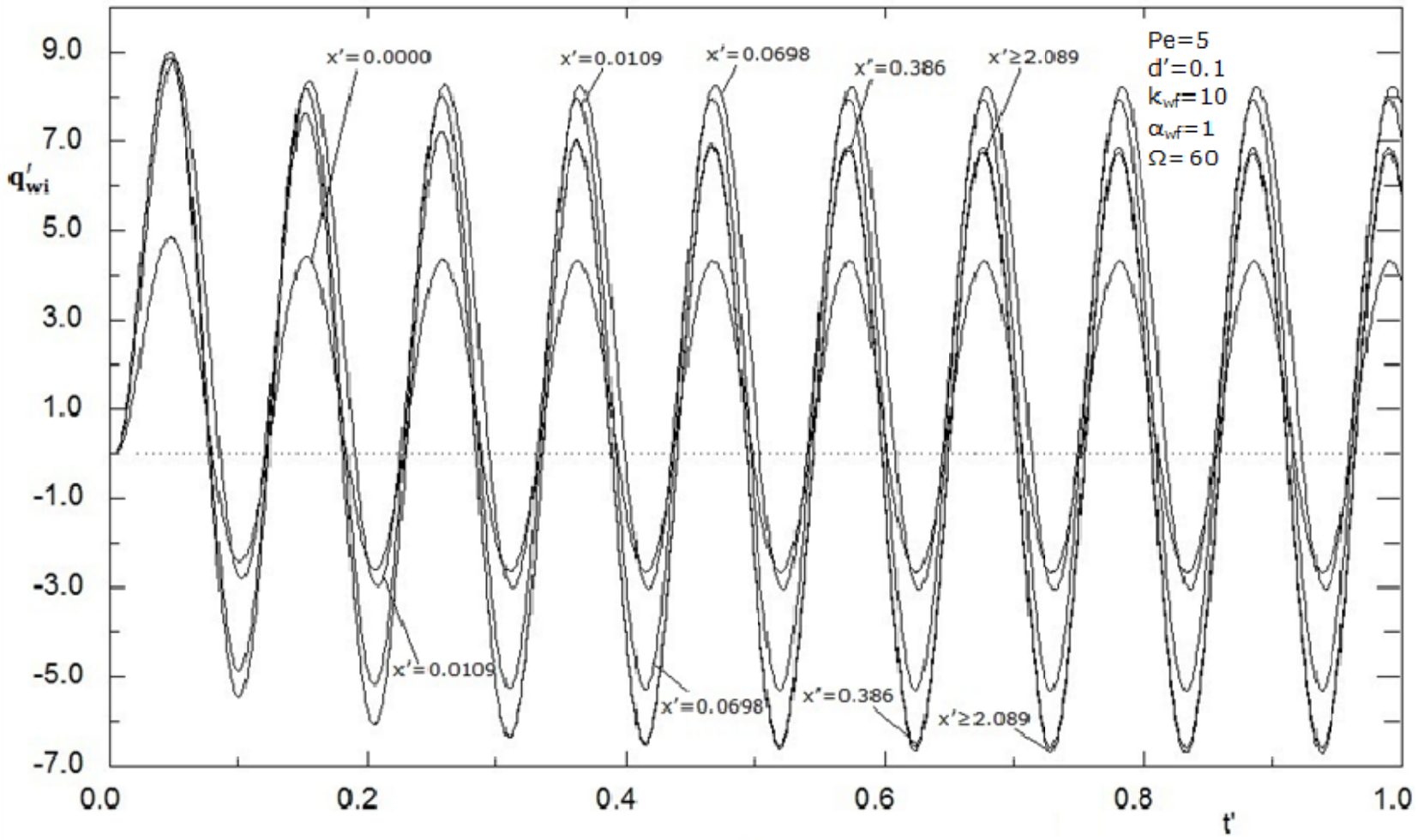
Şekil 5.3 Yığık sıcaklığın farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=1)



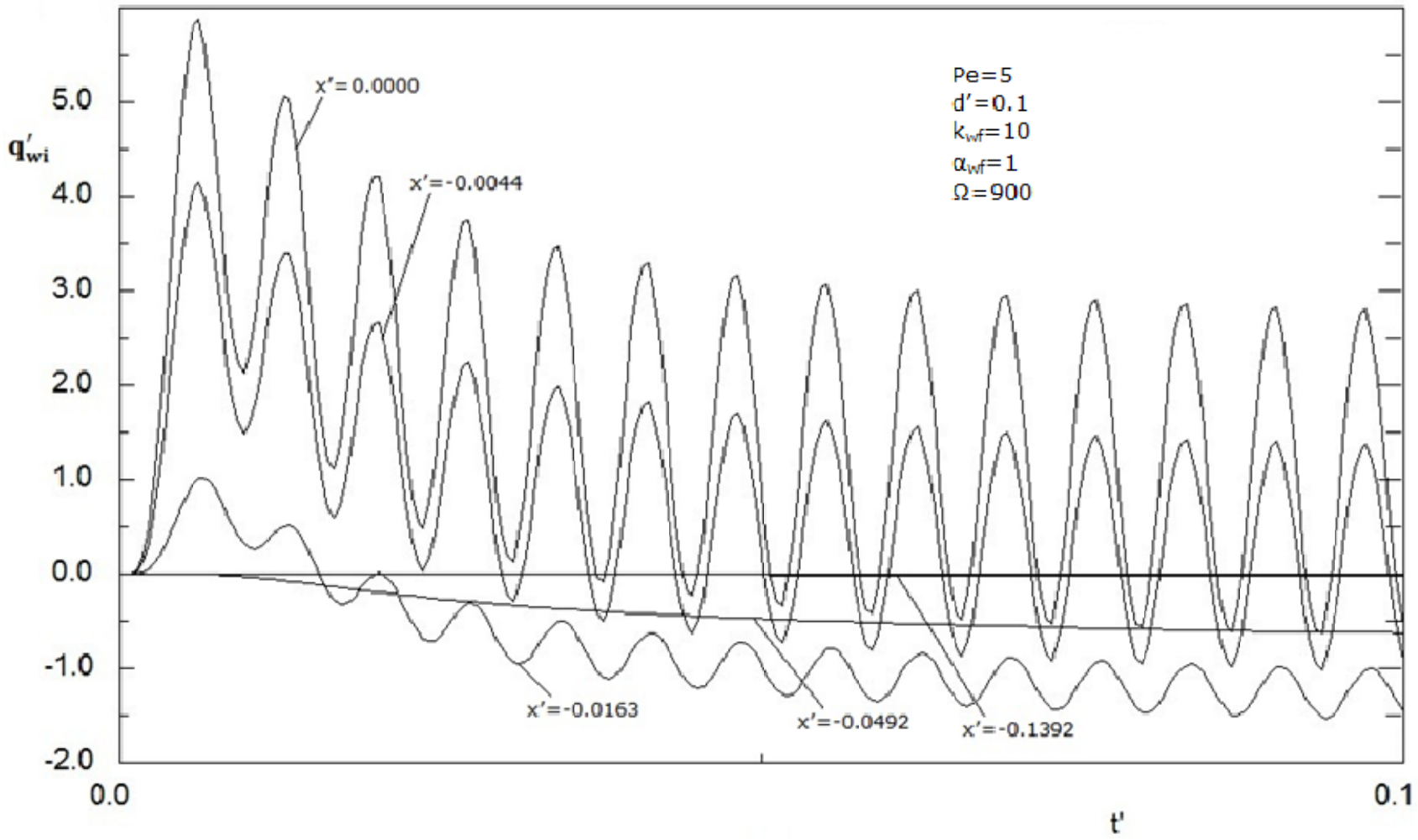
Şekil 5.4 Farklı radyal konumlarda akışkan sıcaklığının zamana göre değişimi (x'=0.000)



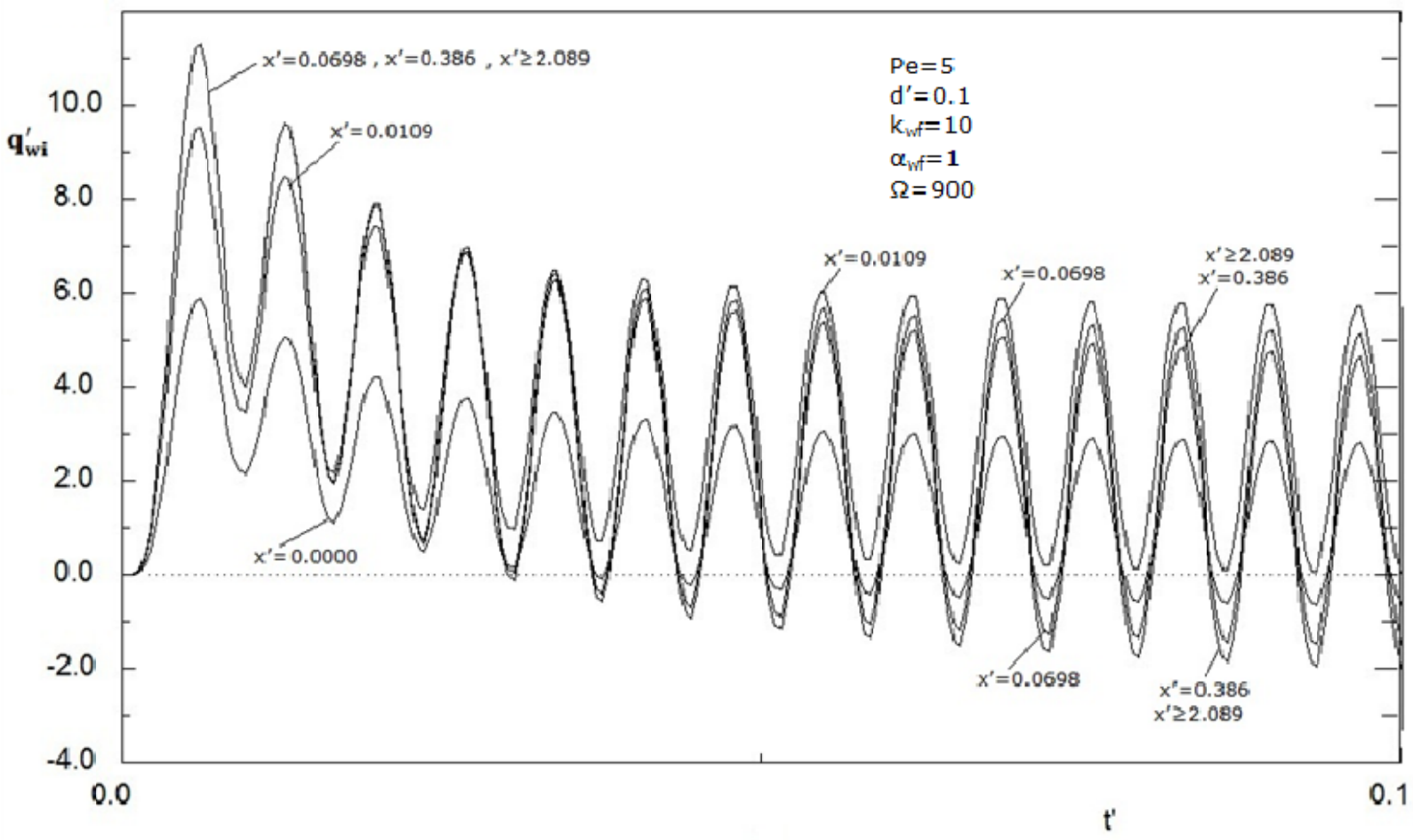
Şekil 5.5.a Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=60), (üst akış bölgesi)



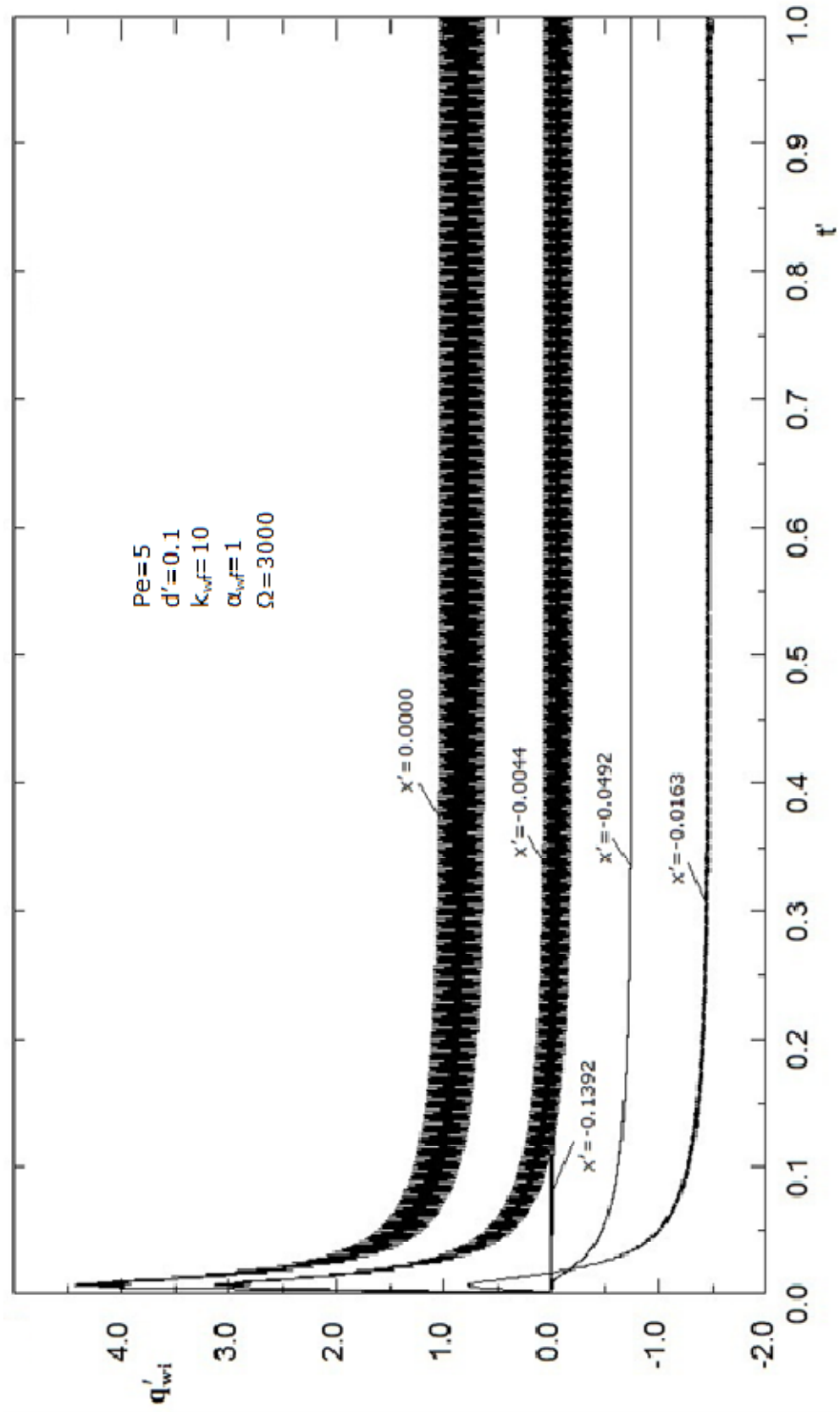
Şekil 5.5.b Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=60), (alt akış bölgesi)



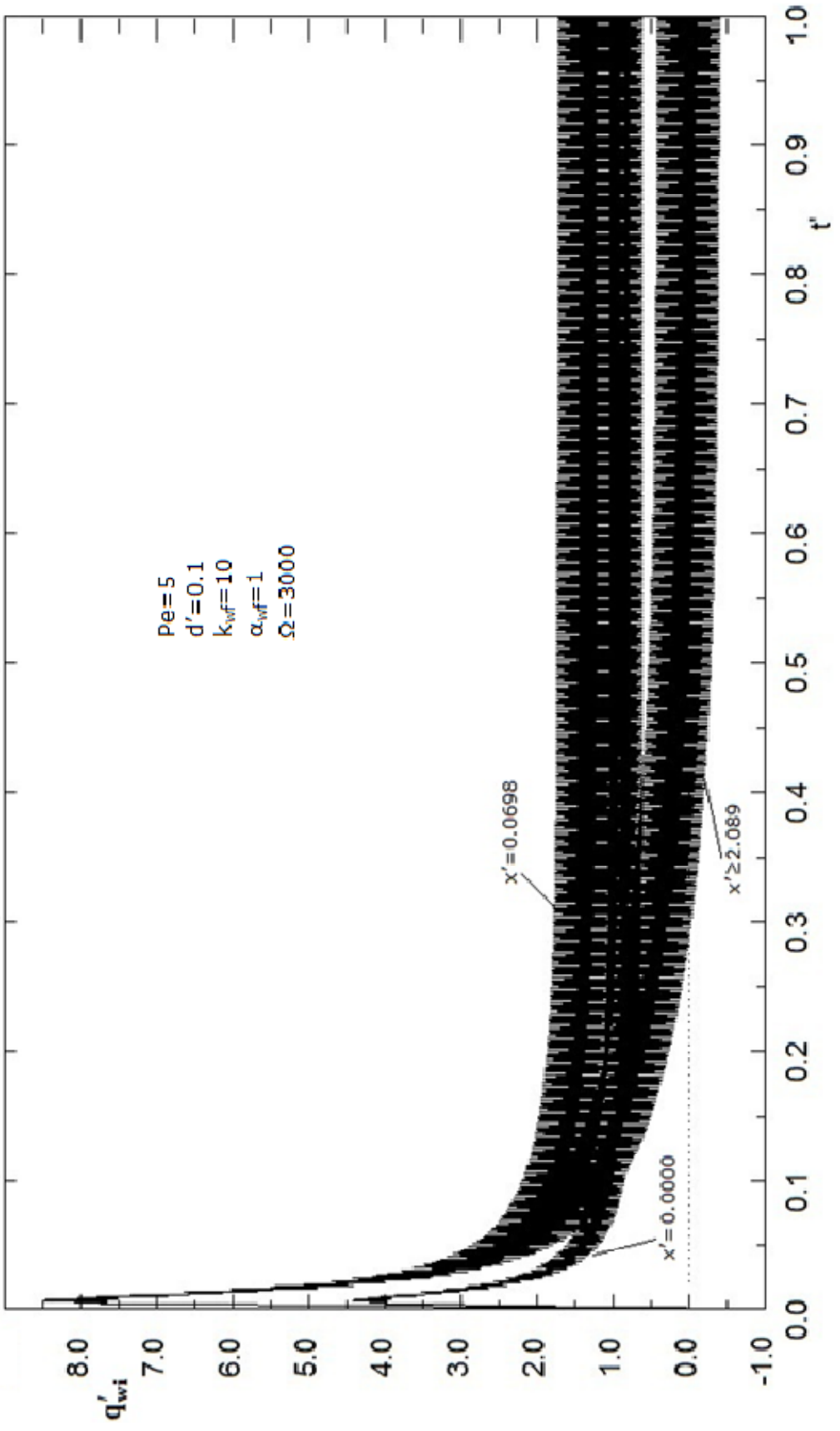
Şekil 5.6.a Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=900), (üst akış bölgesi)



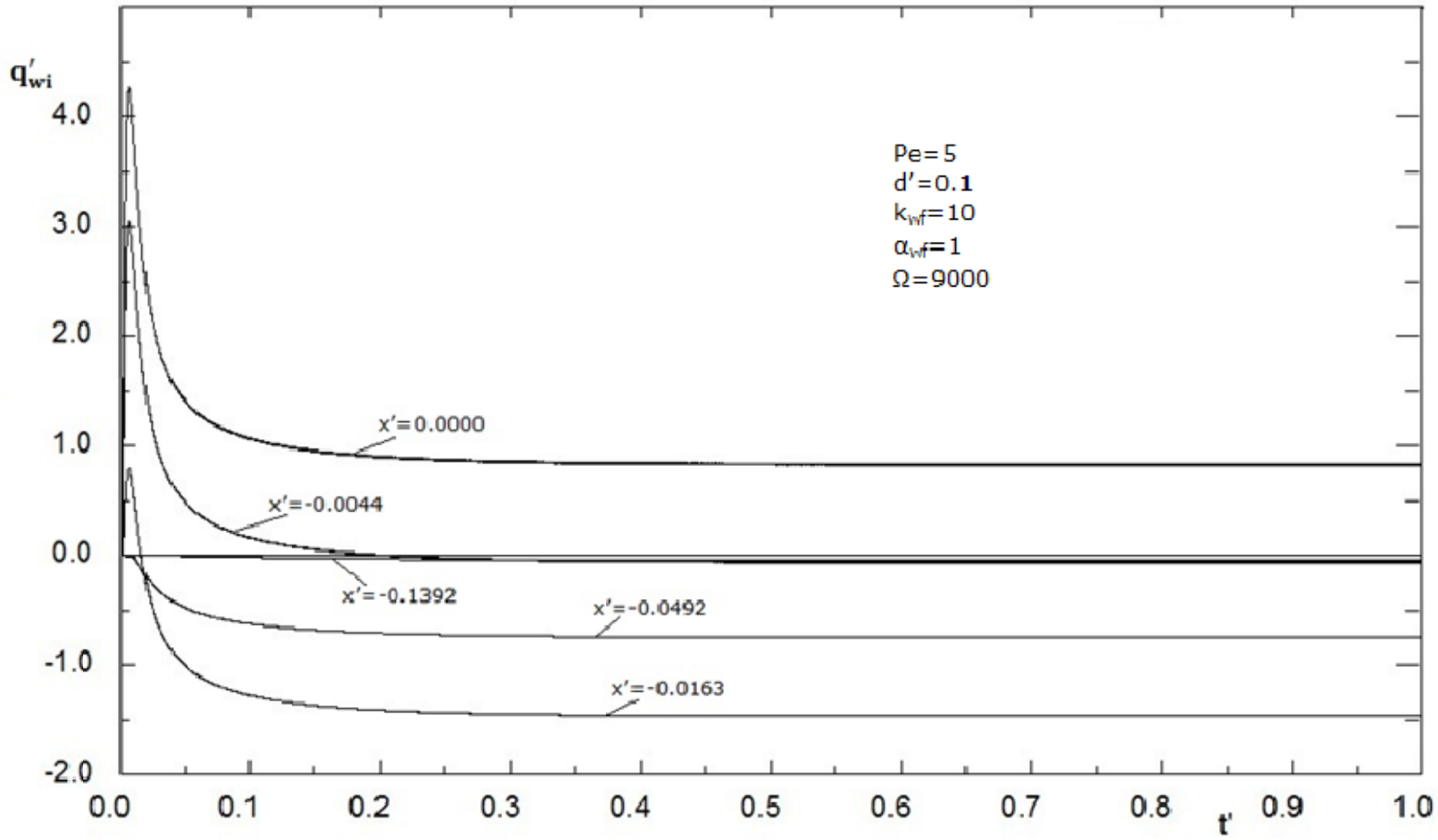
Şekil 5.6.b Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=900), (alt akış bölgesi)



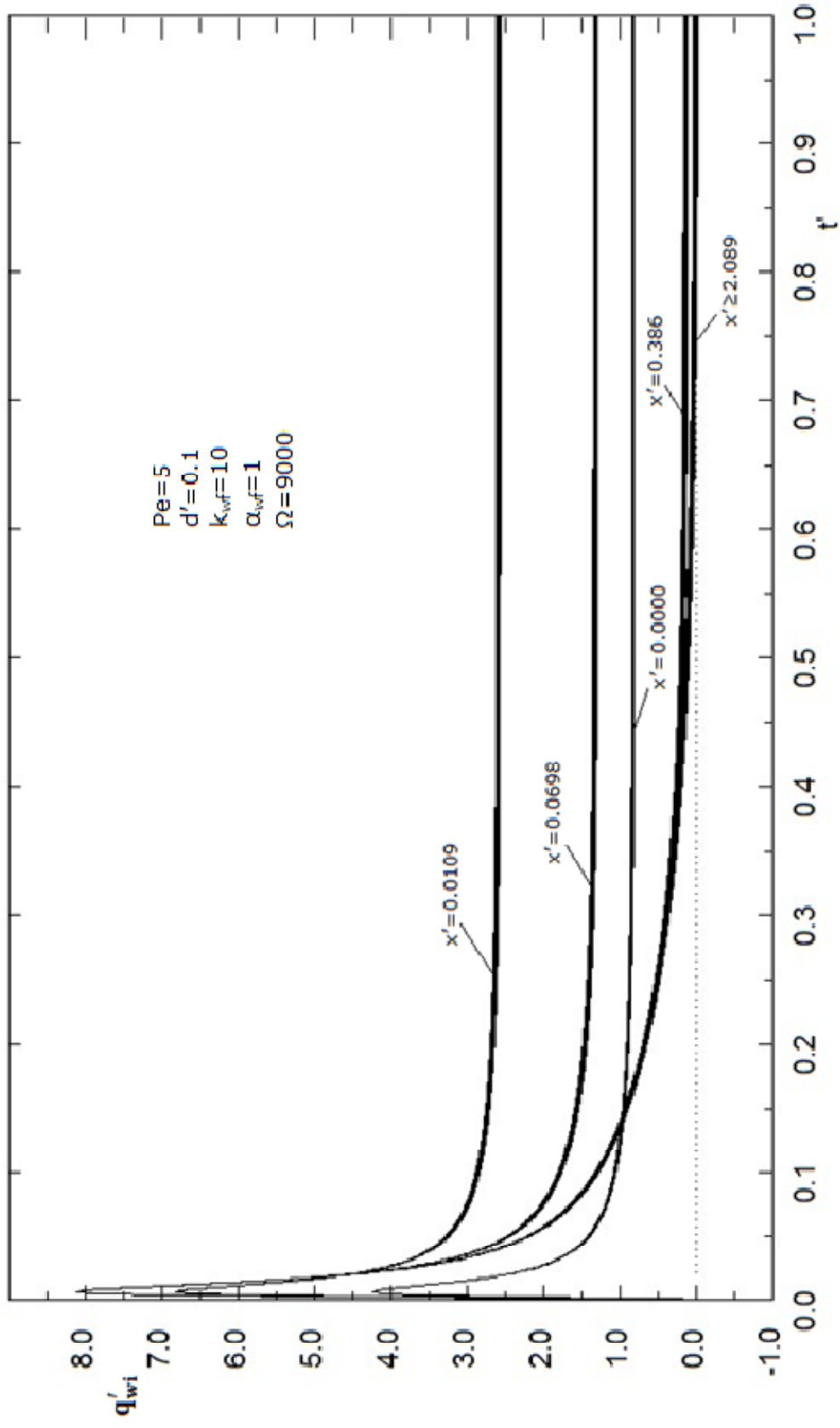
Şekil 5.7.a Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=3000), (üst akış bölgesi)



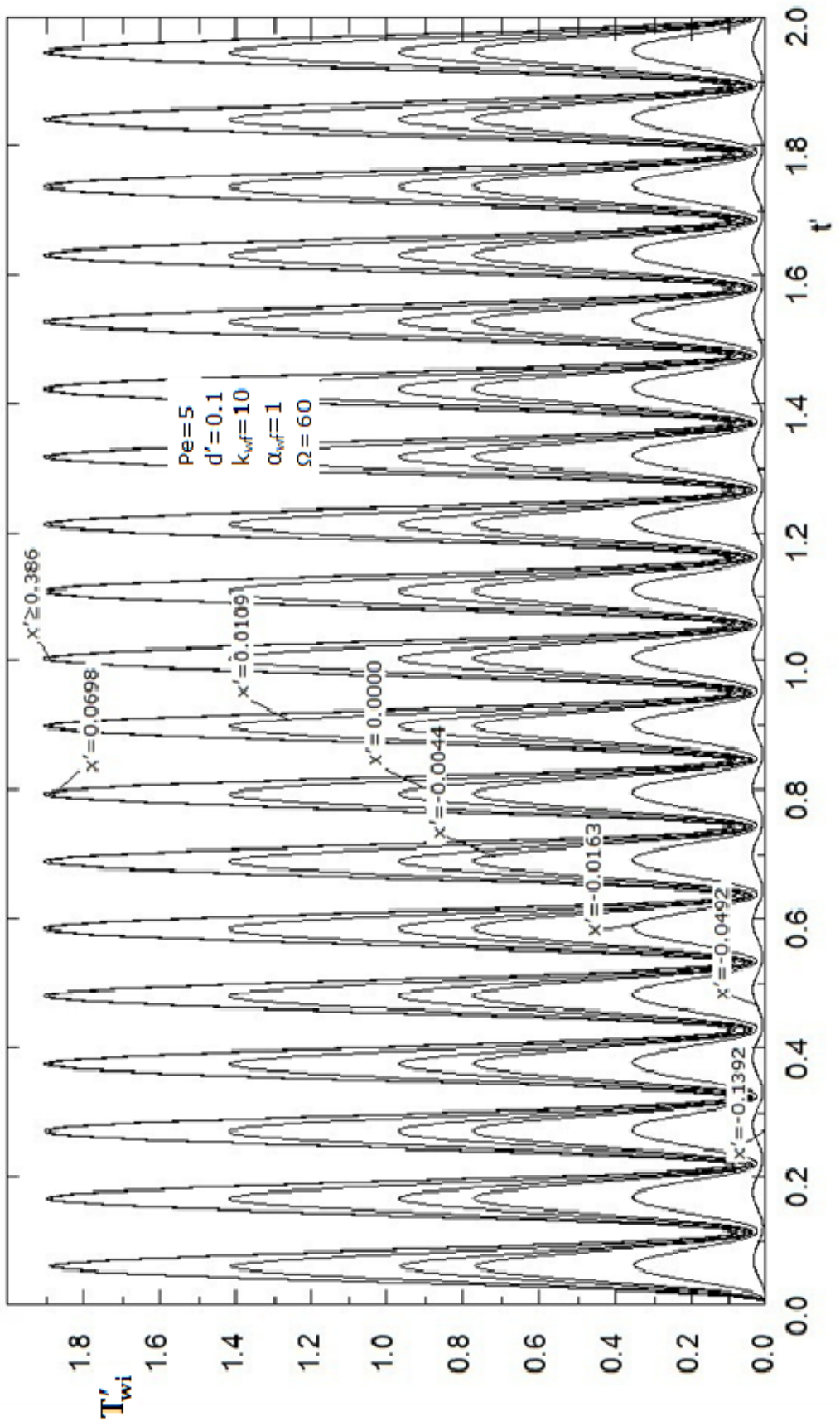
Şekil 5.7.b Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=3000), (alt akış bölgesi)



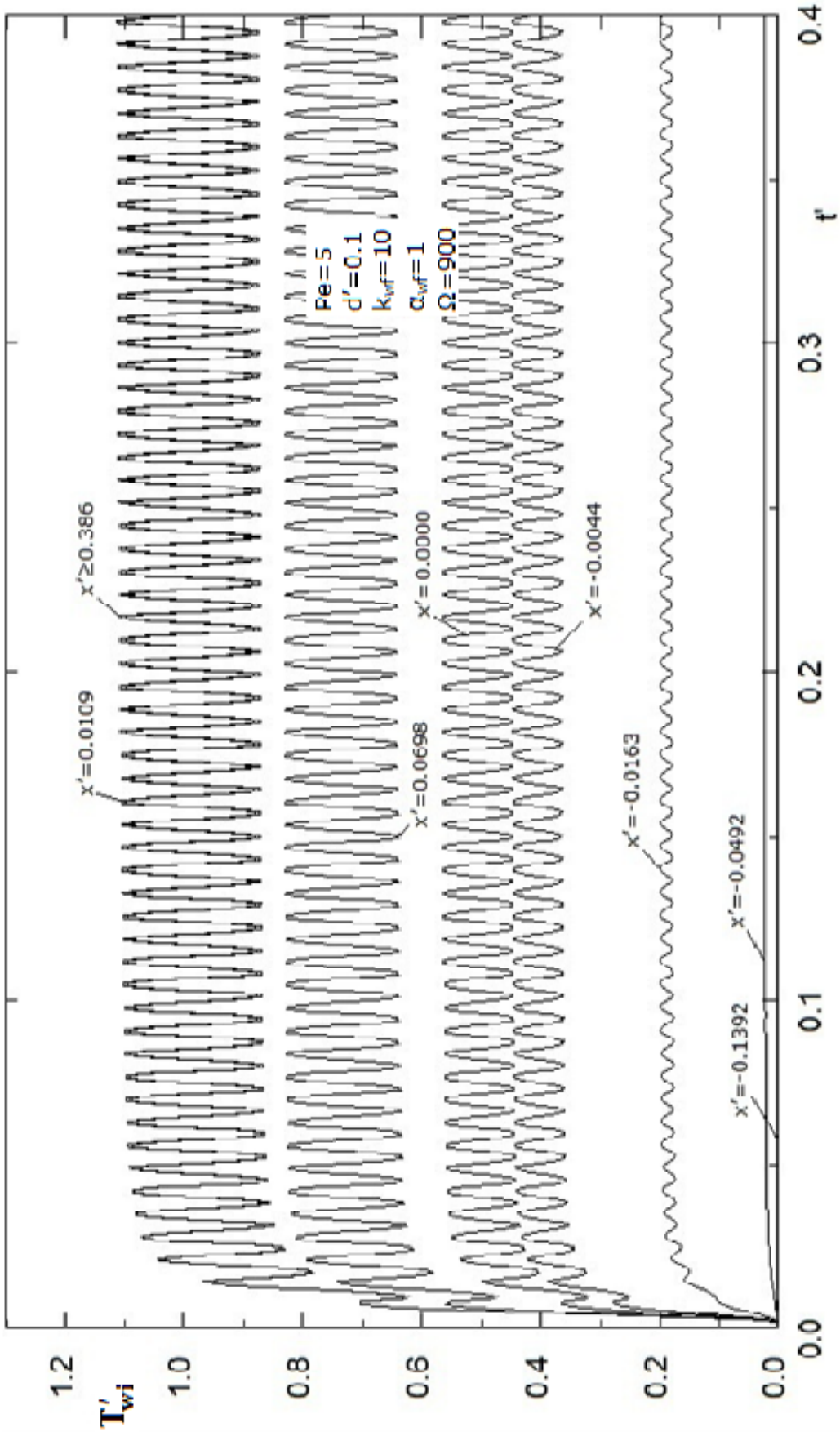
Şekil 5.8.a Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=9000), (üst akış bölgesi)



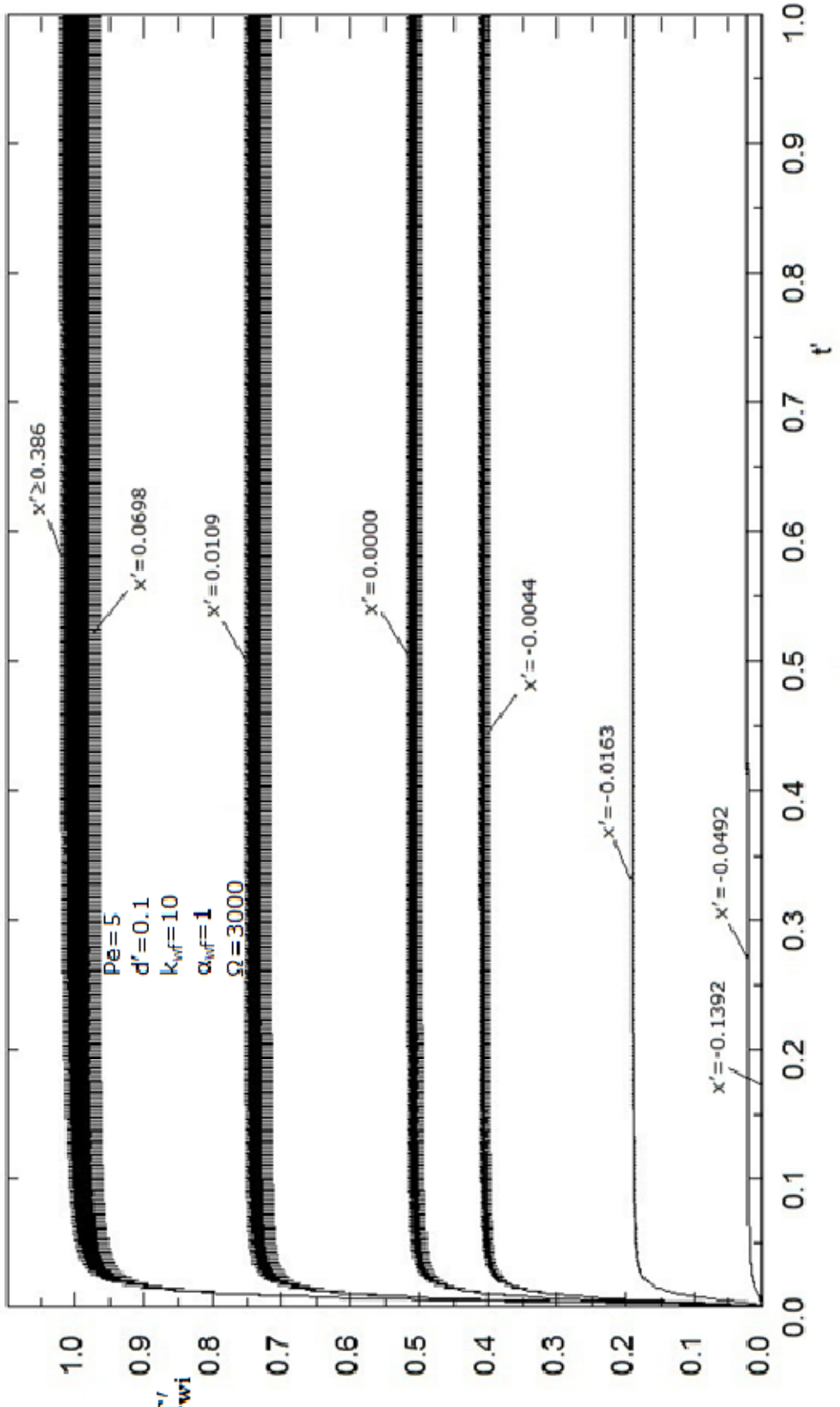
Şekil 5.8.b Ara yüzey ısı akısının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=9000), (alt akış bölgesi)



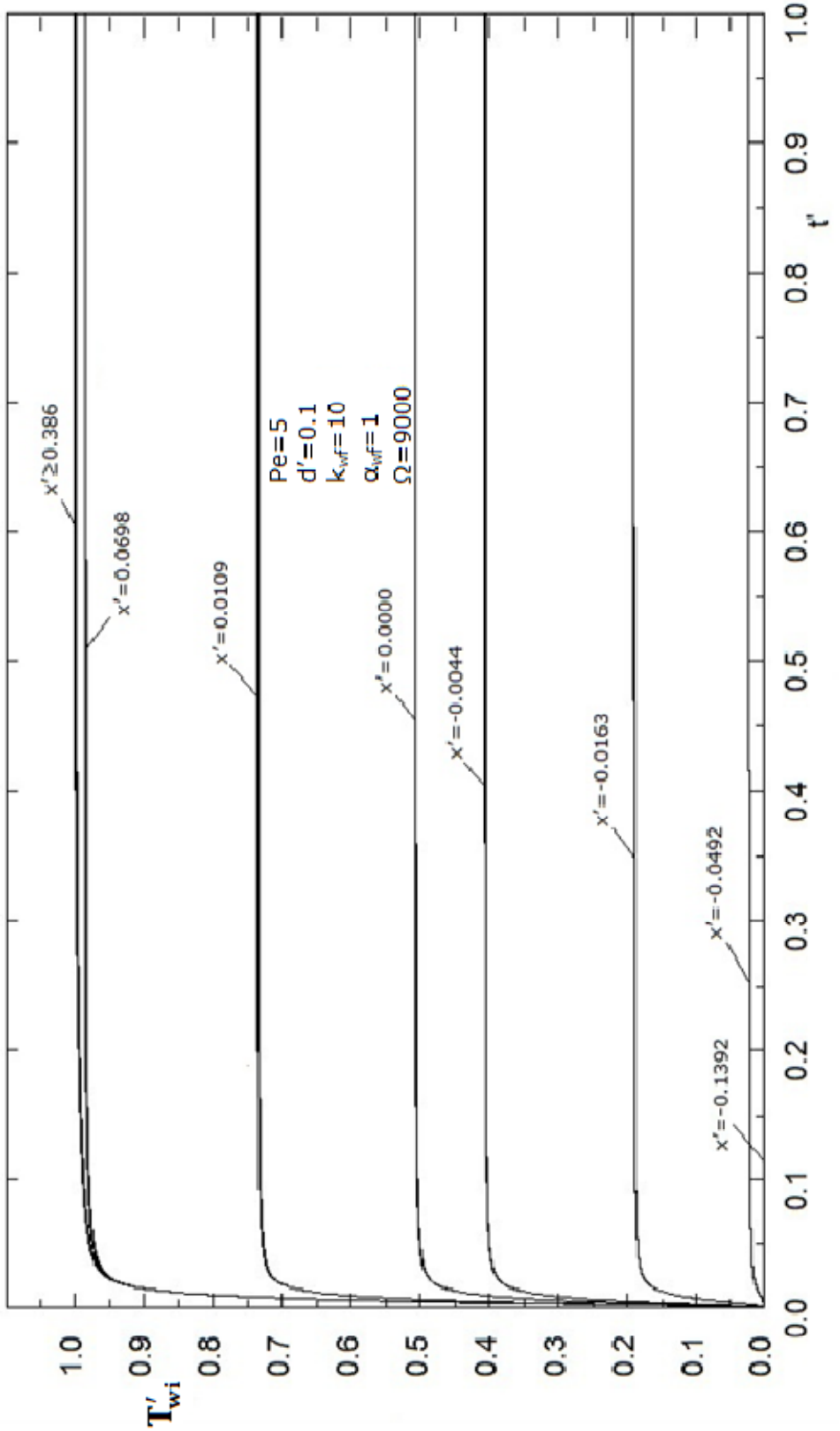
Şekil 5.9 Ara yüzey sıcaklığının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=60)



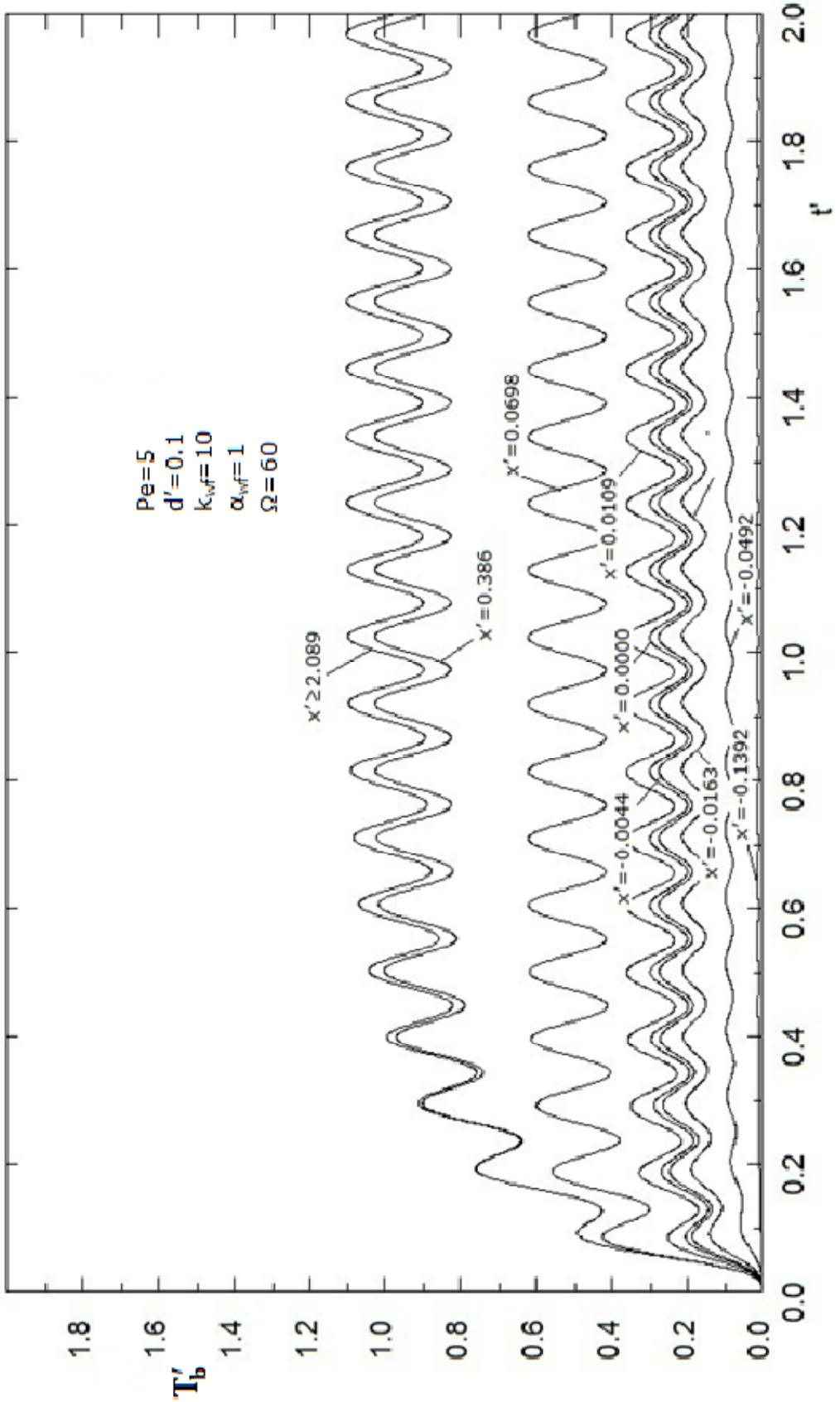
Şekil 5.10 Ara yüzey sıcaklığının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=900)



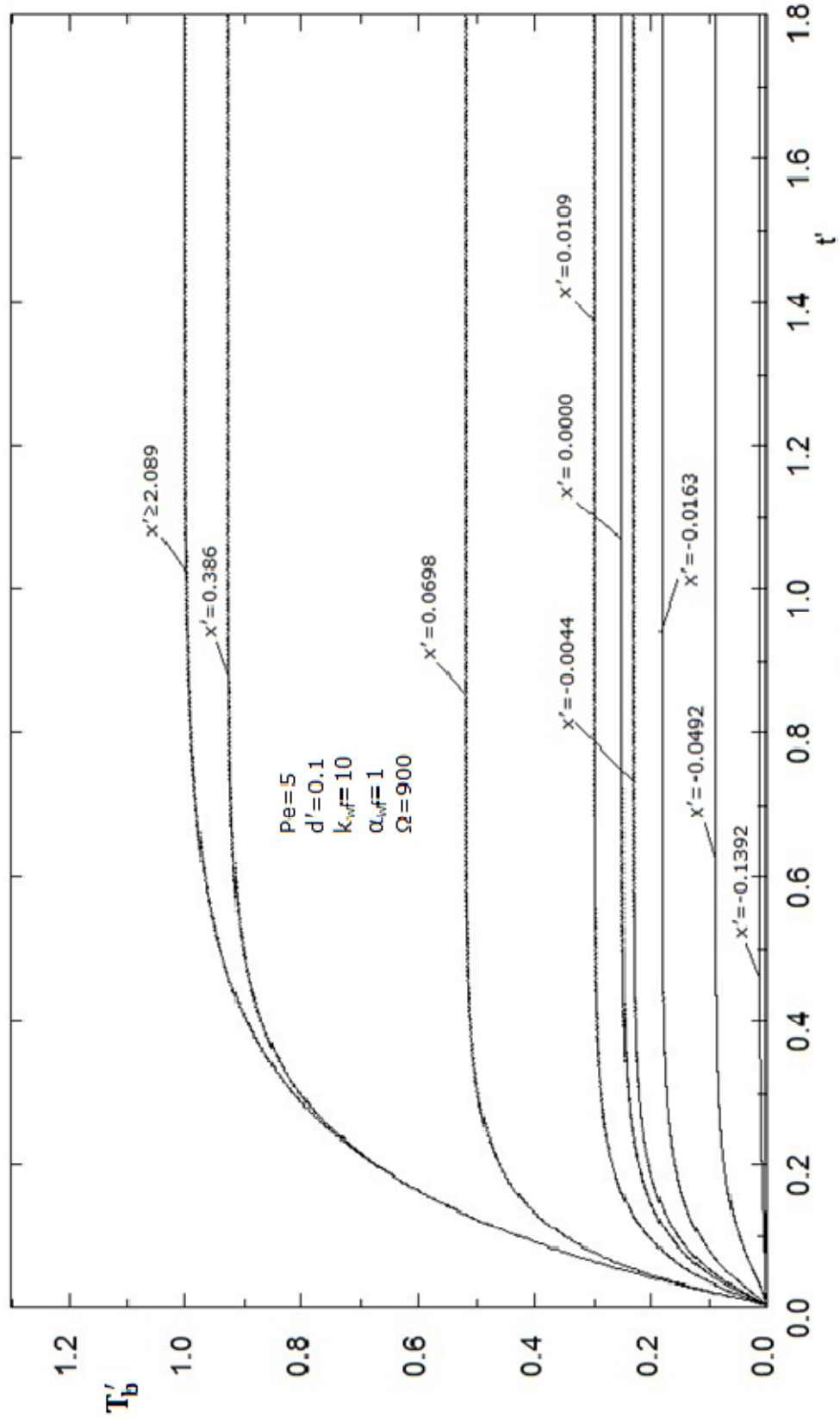
Şekil 5.11 Ara yüzey sıcaklığının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=3000)



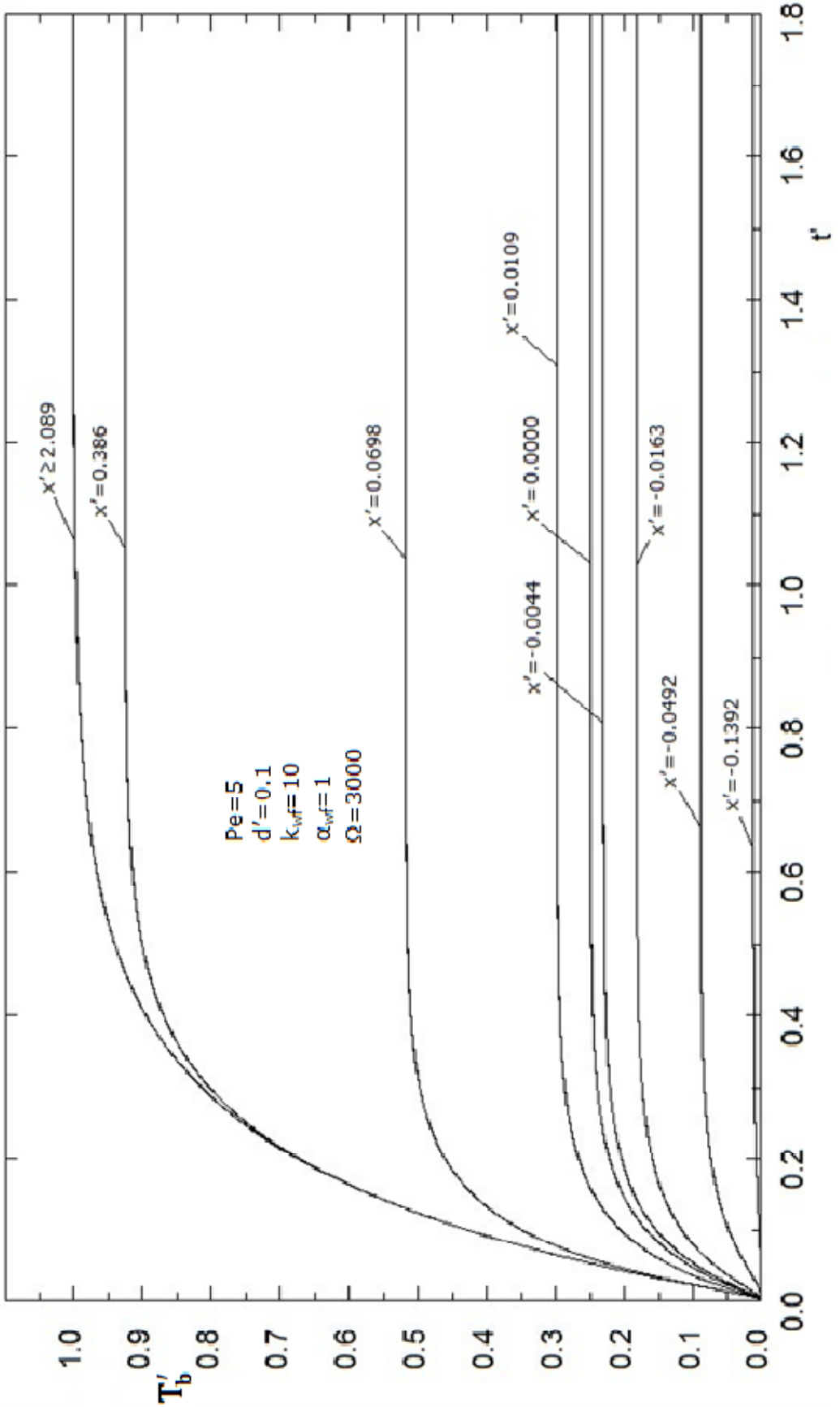
Şekil 5.12 Ara yüzey sıcaklığının farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=9000)



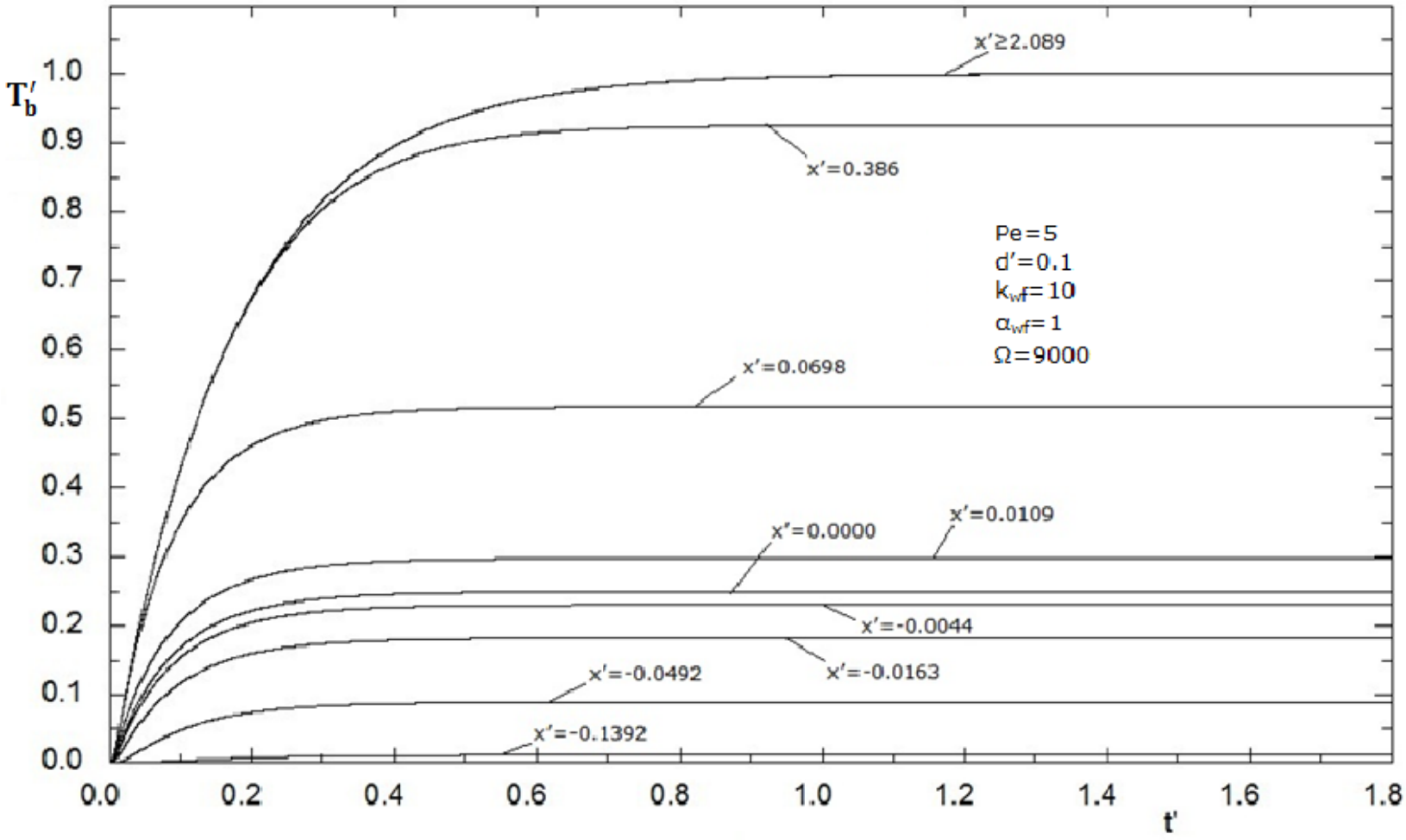
Şekil 5.13 Yığık sıcaklığın farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=60)



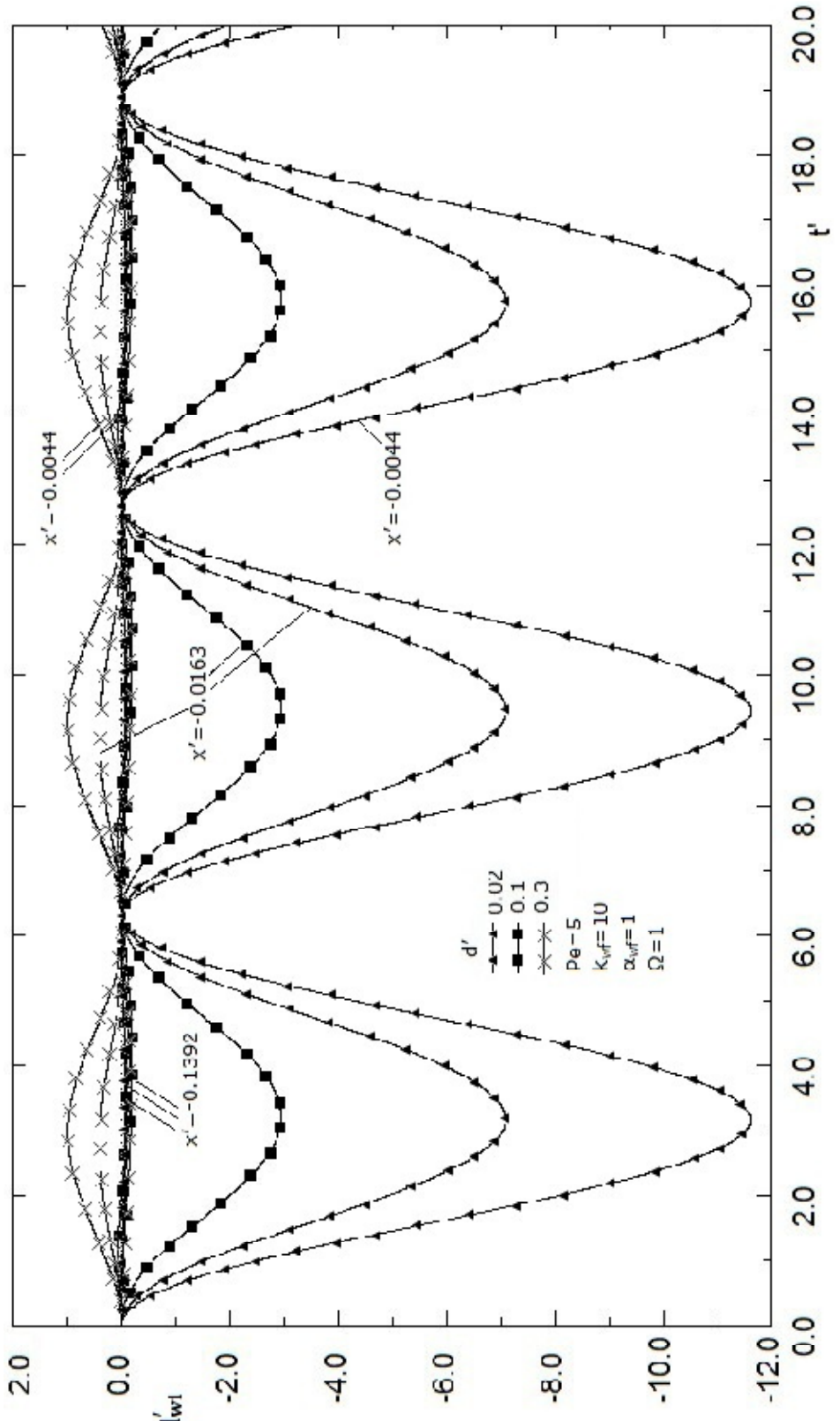
Şekil 5.14 Yığık sıcaklığın farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=900)



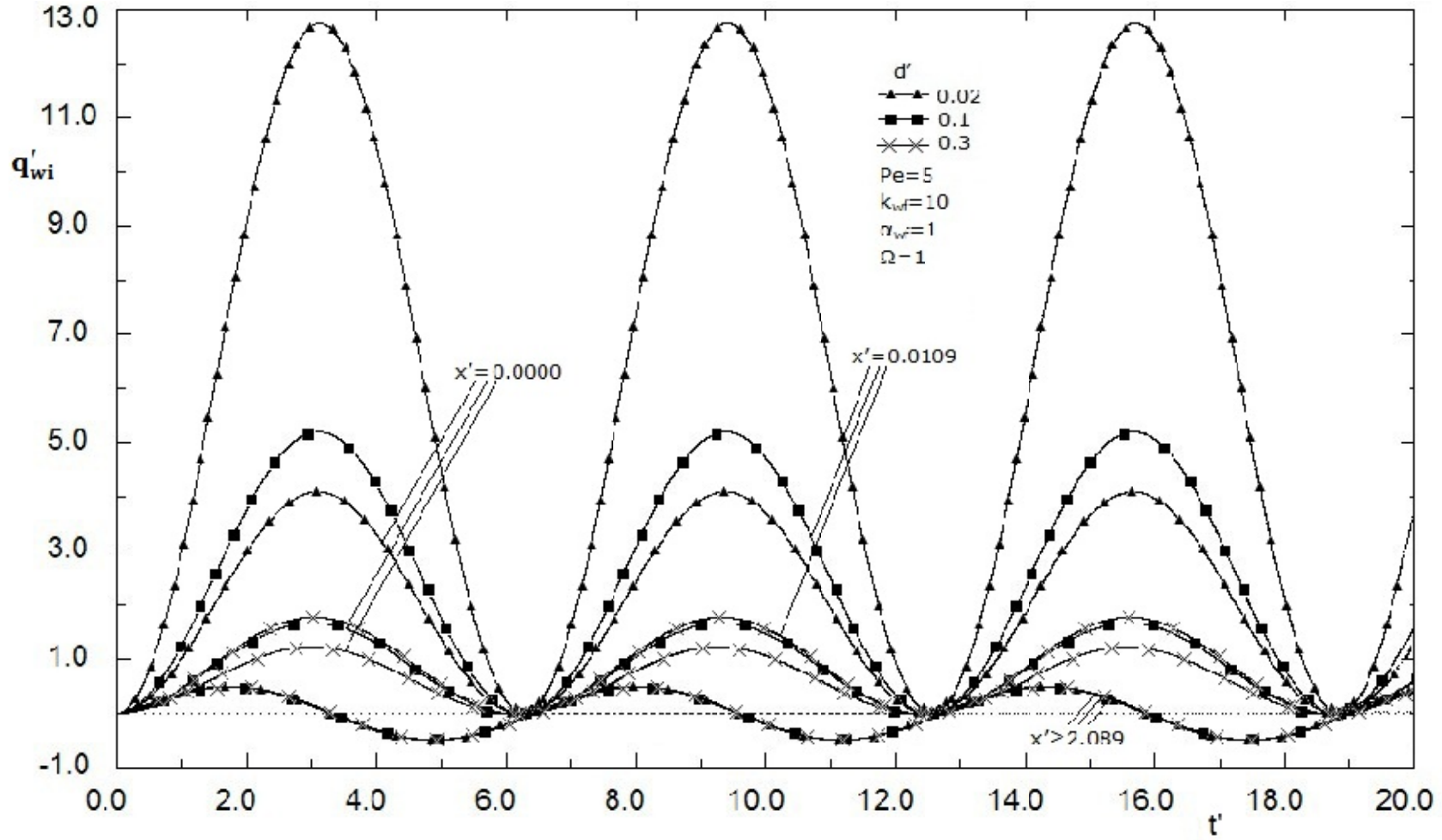
Şekil 5.15 Yığık sıcaklığın farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=3000)



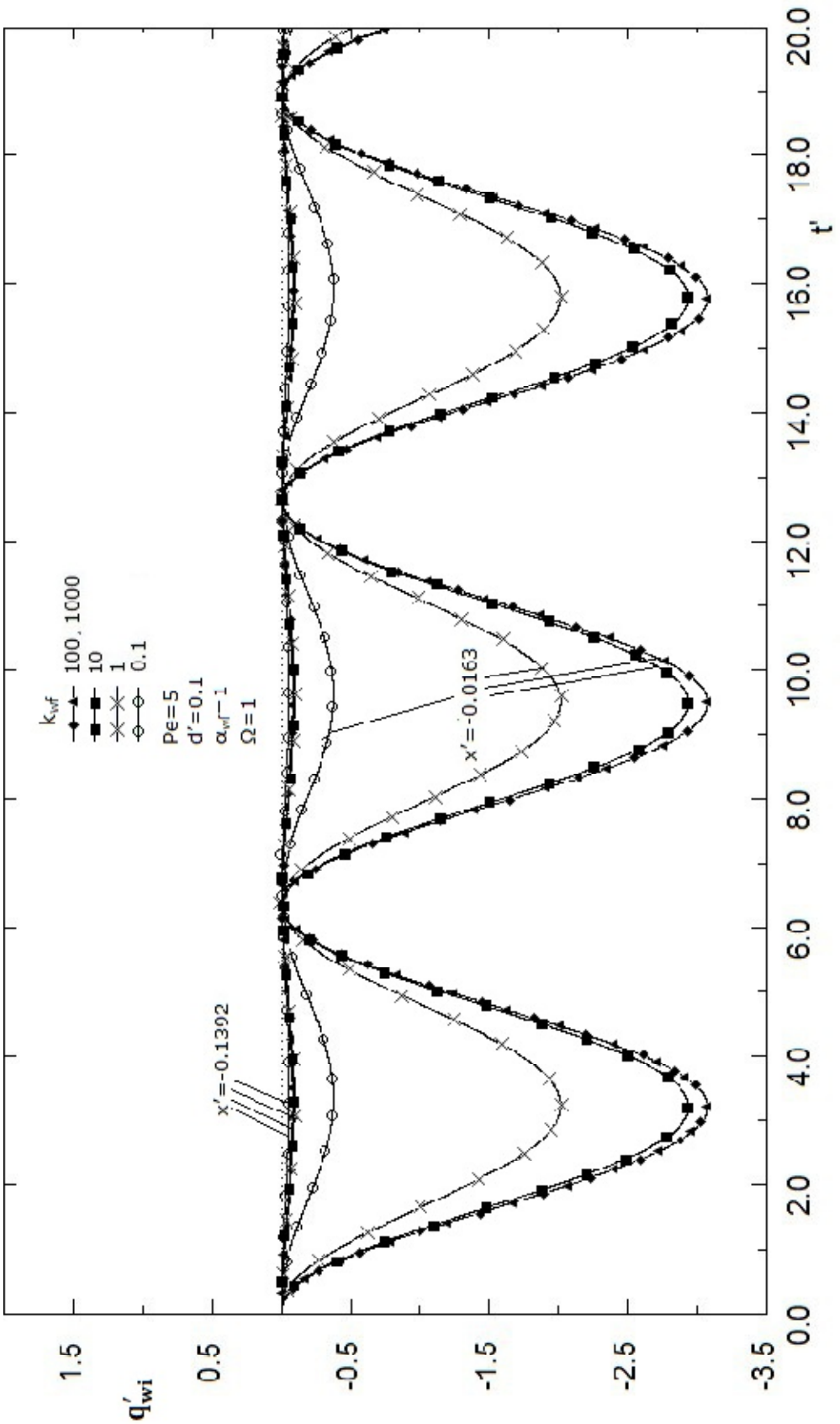
Şekil 5.16 Yığık sıcaklığın farklı eksenel konumlarda zamana göre değişimi (Ω=9000)



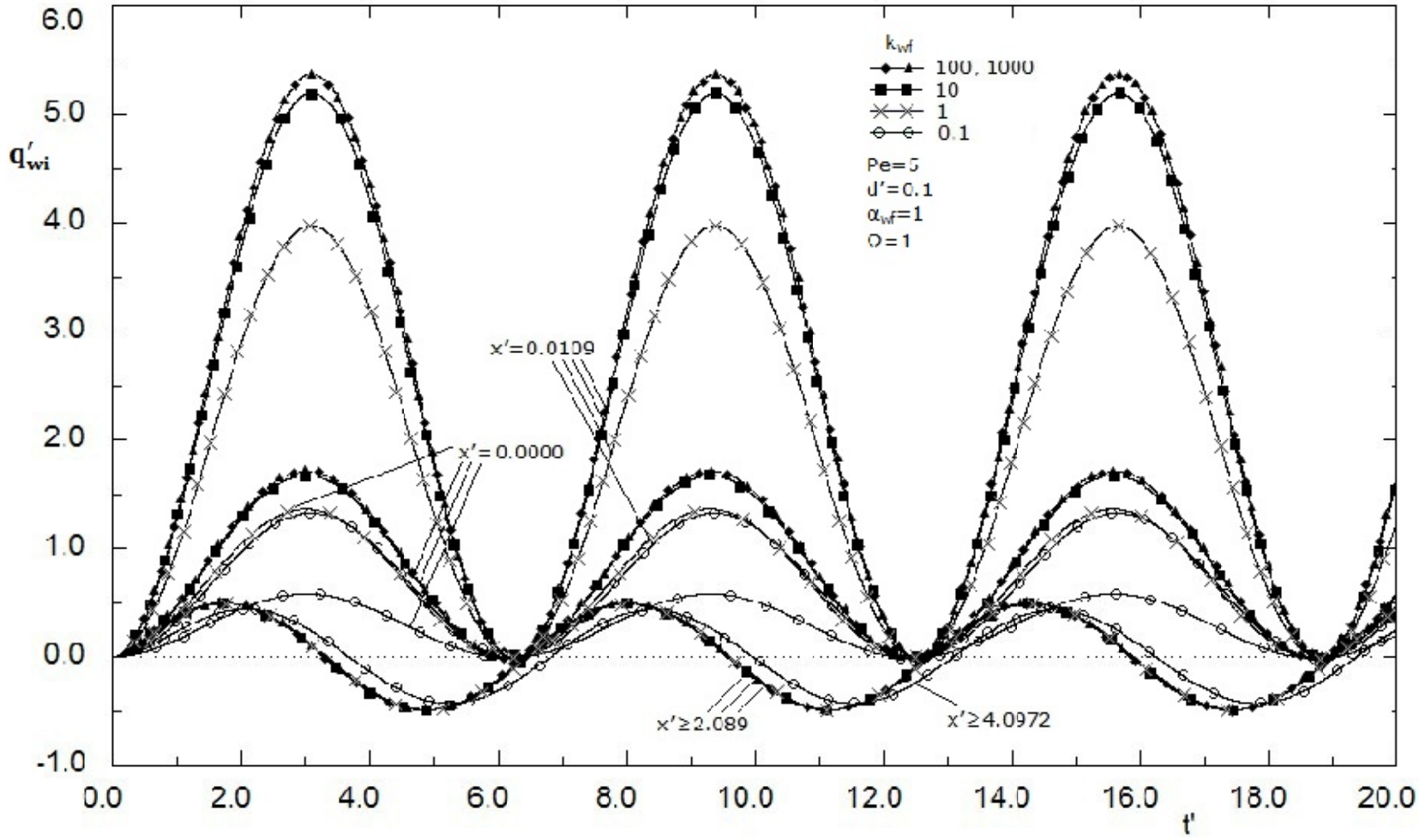
Şekil 5.17.a Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (üst akış bölgesi)



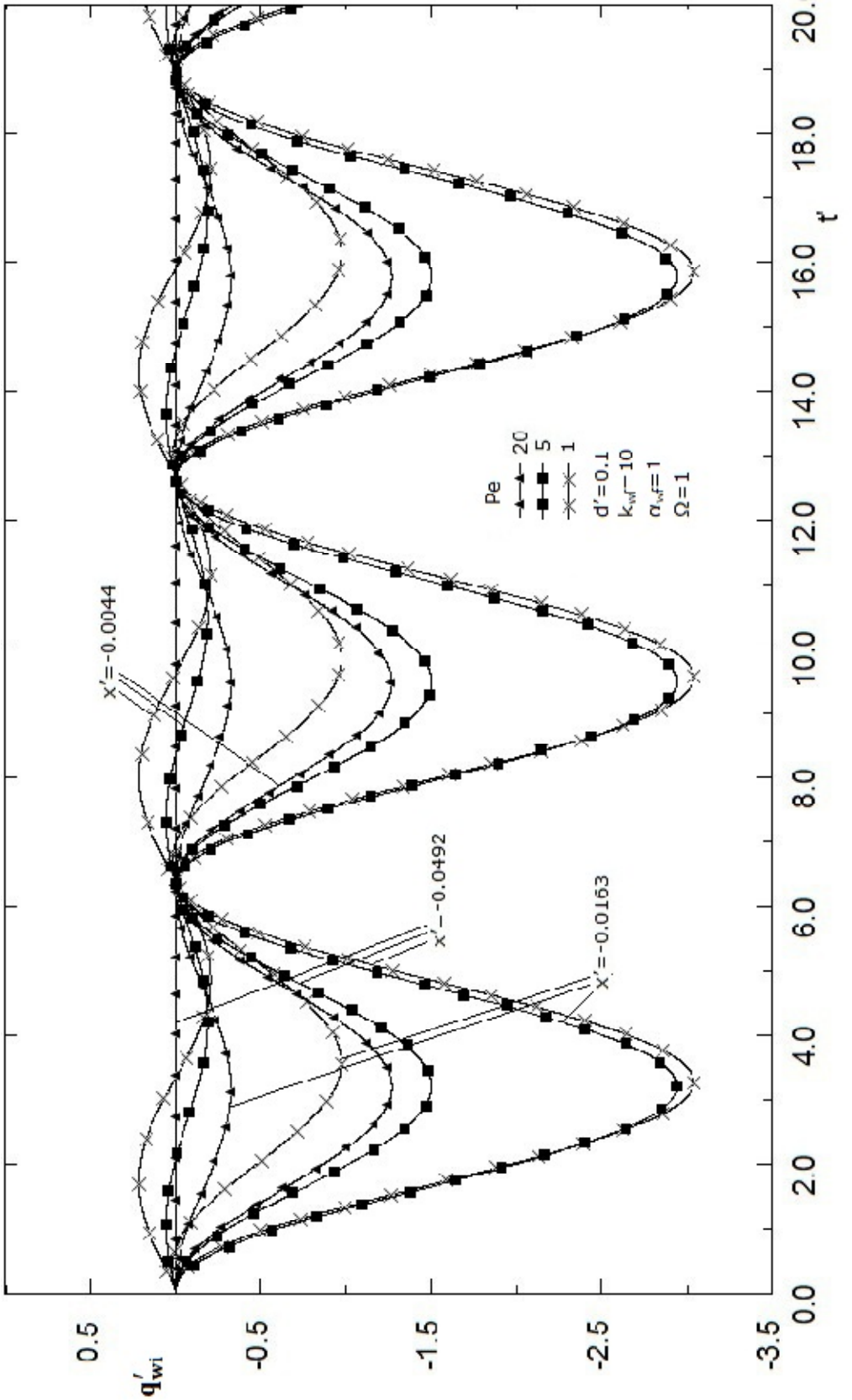
Şekil 5.17.b Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (alt akış bölgesi)



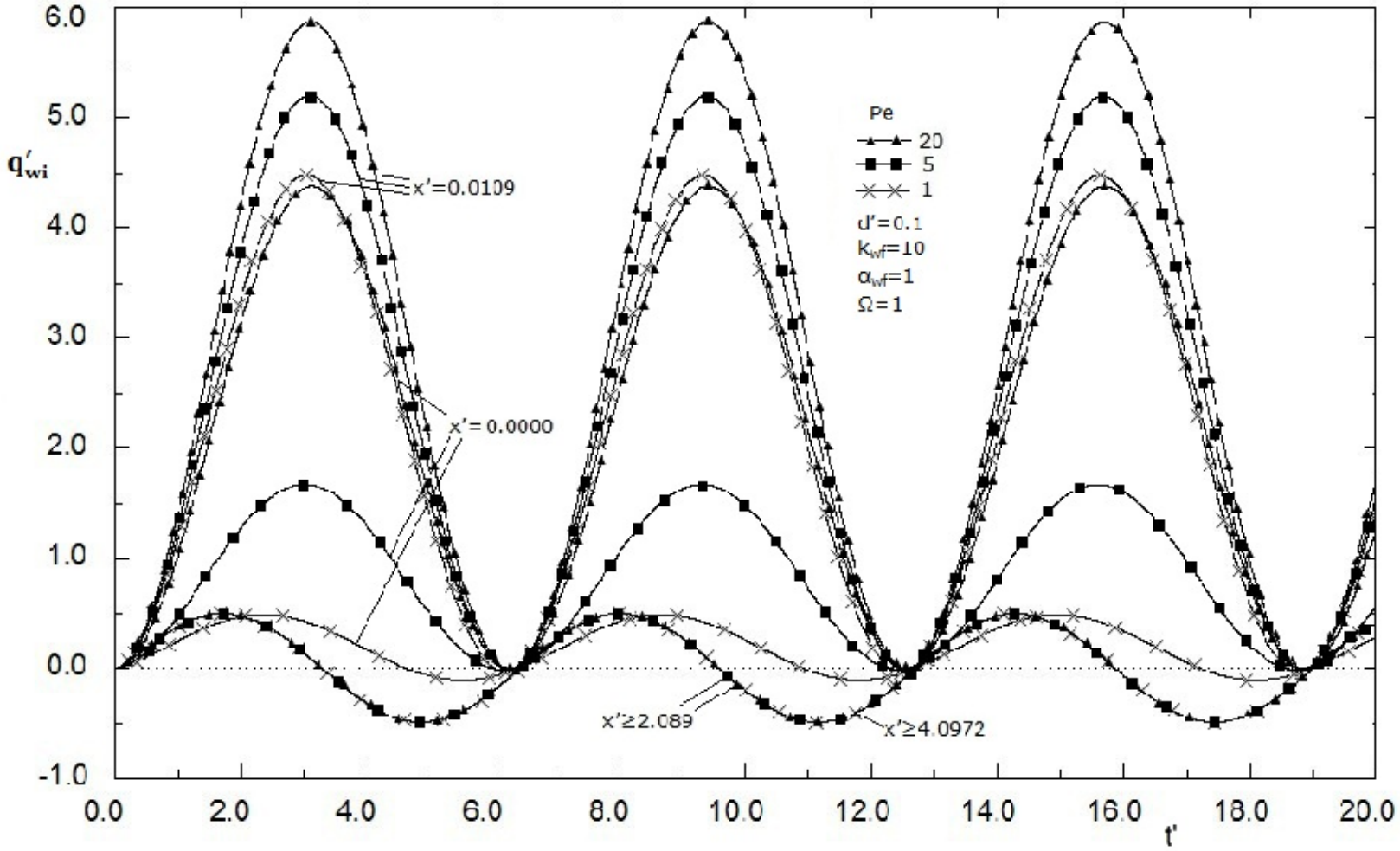
Şekil 5.18.a Cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (üst akış bölgesi)



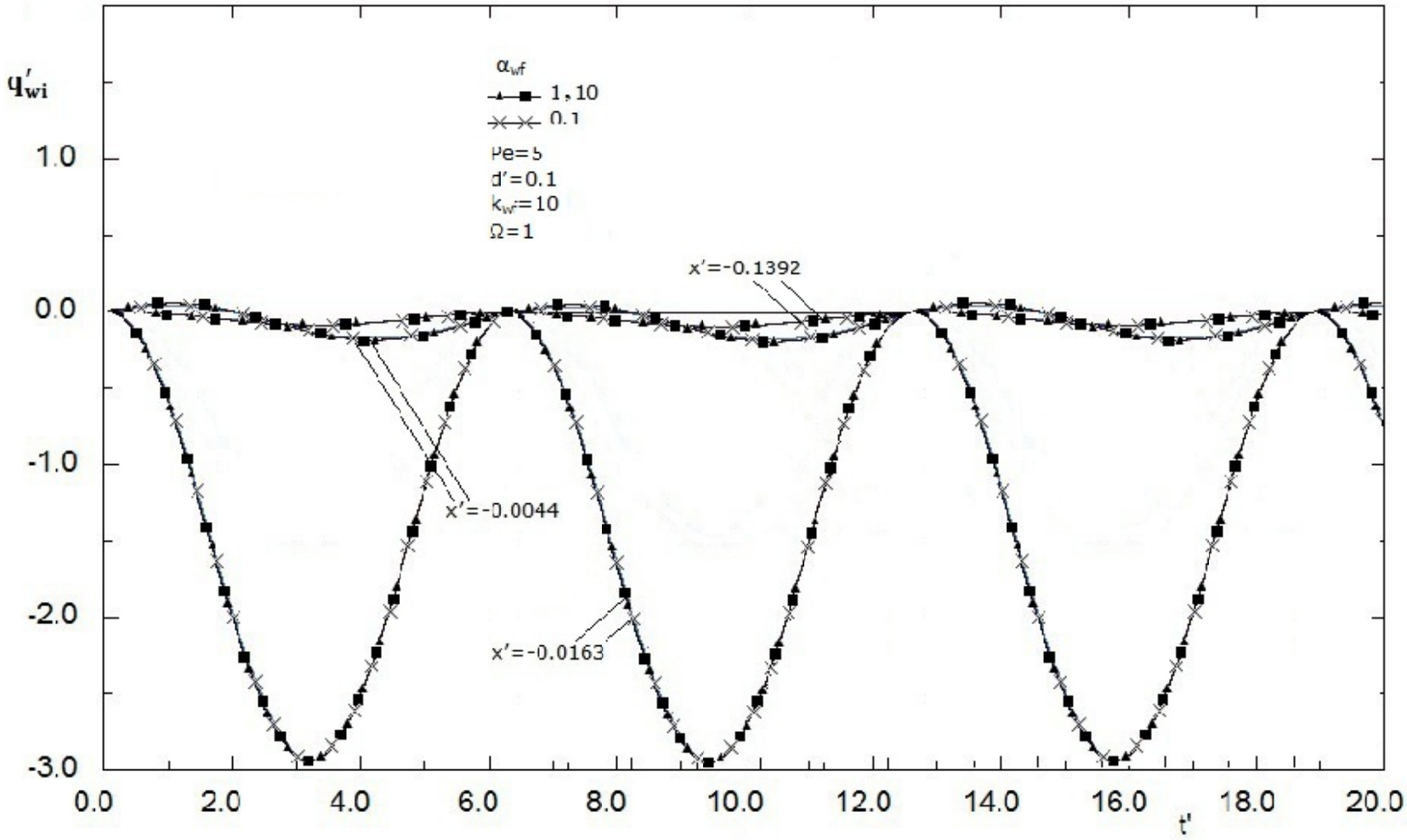
Şekil 5.18.b Cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (alt akış bölgesi)



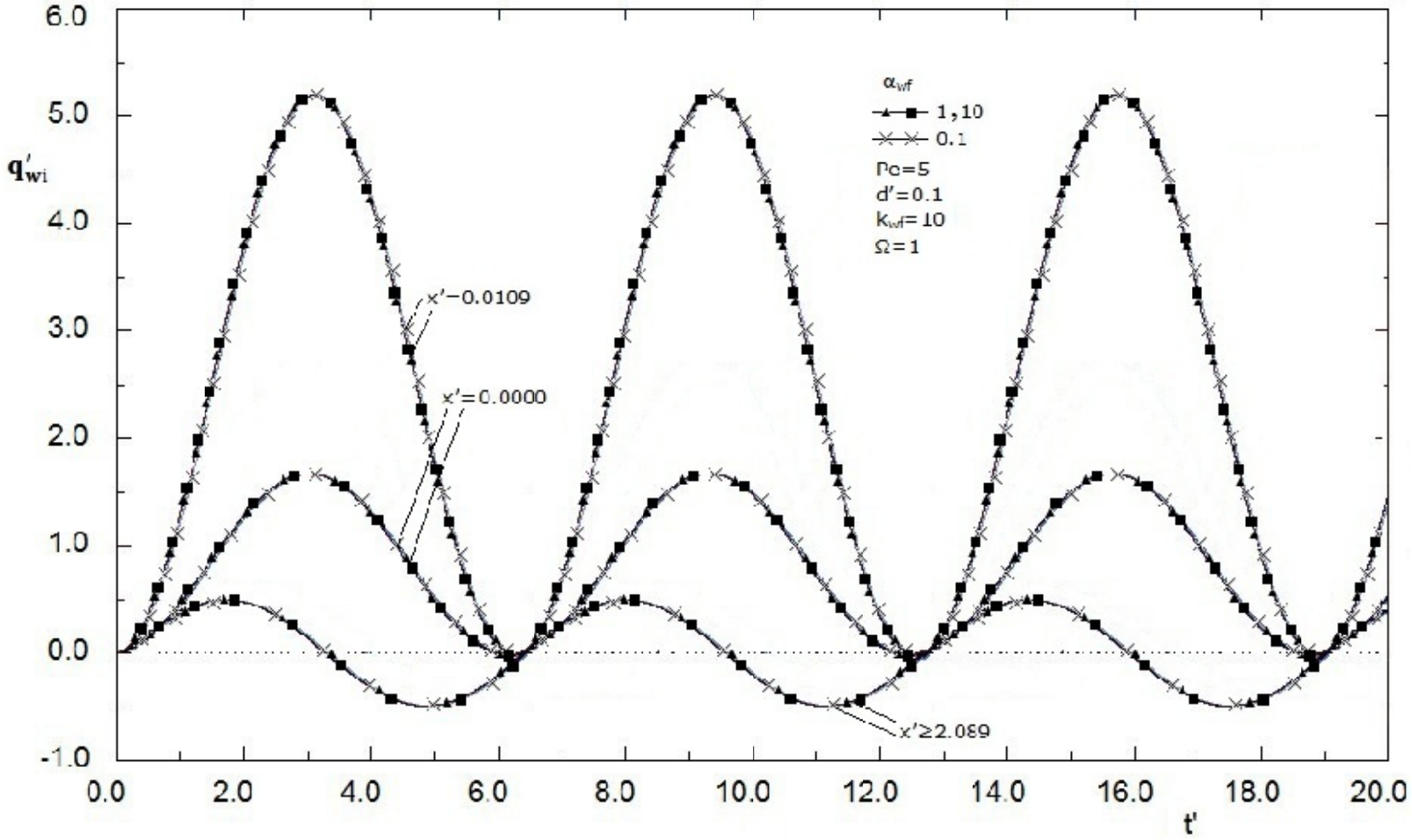
Şekil 5.19.a Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (üst akış bölgesi)



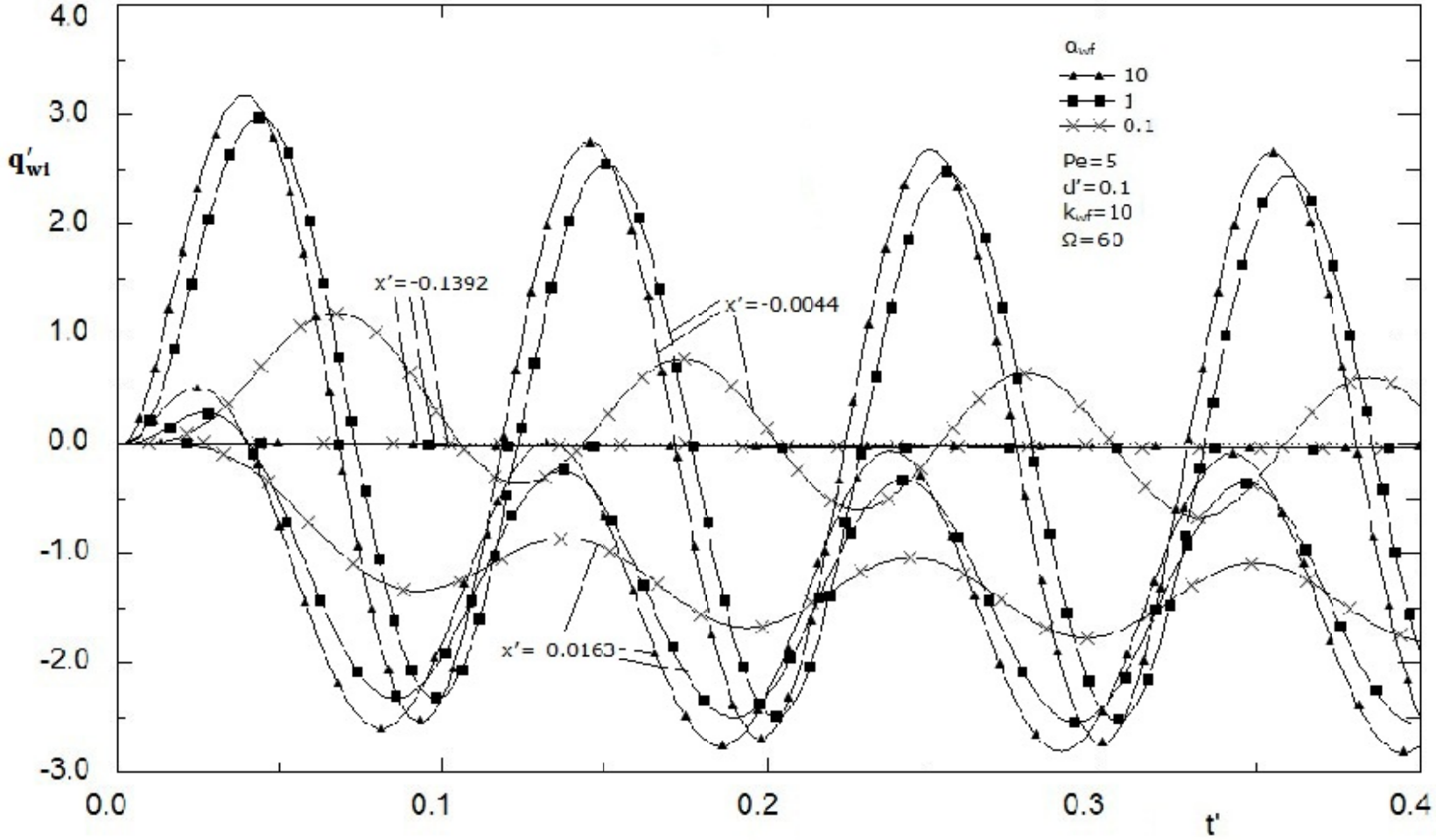
Şekil 5.19.b Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (alt akış bölgesi)



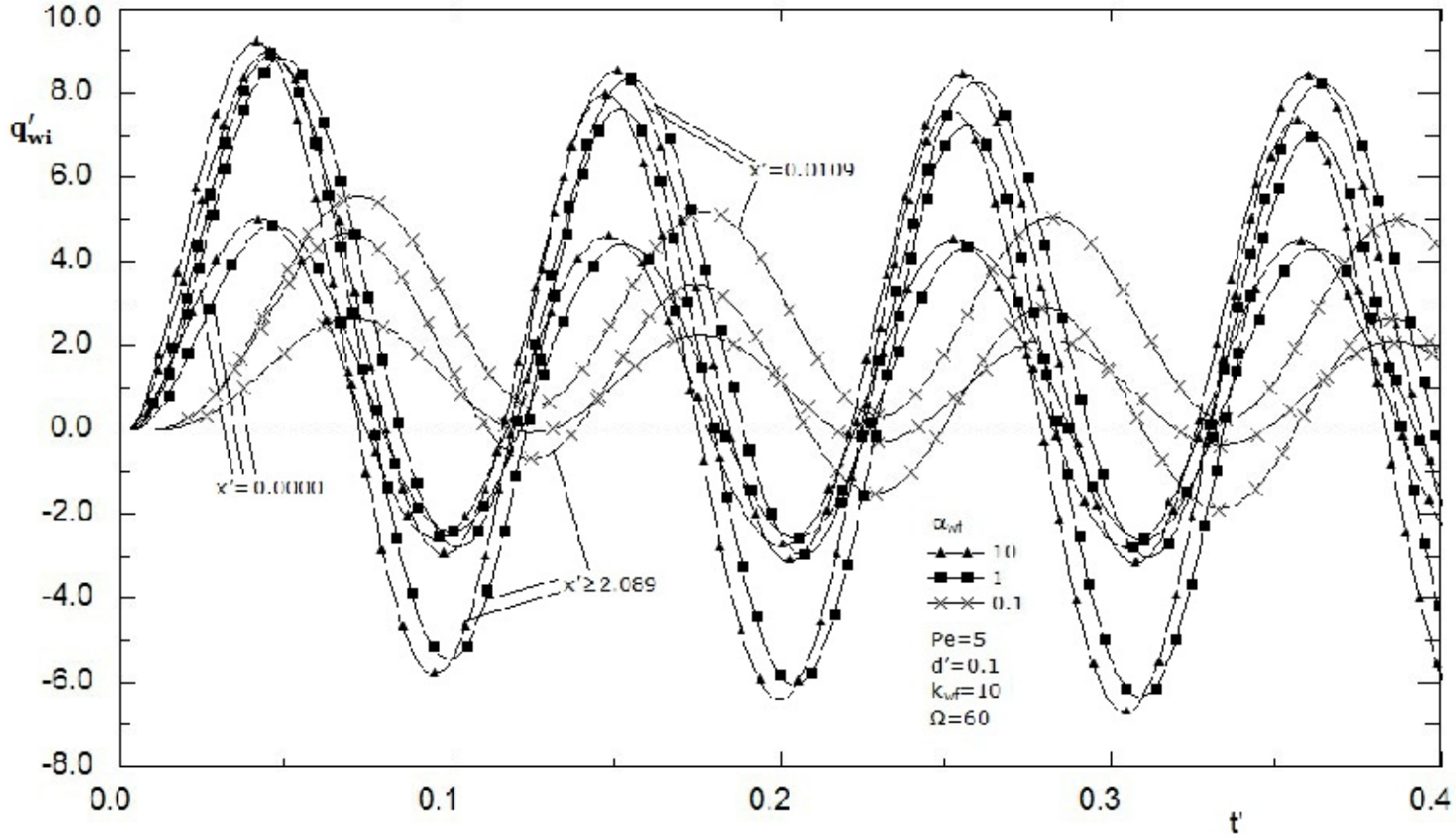
Şekil 5.20.a Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (üst akış bölgesi)



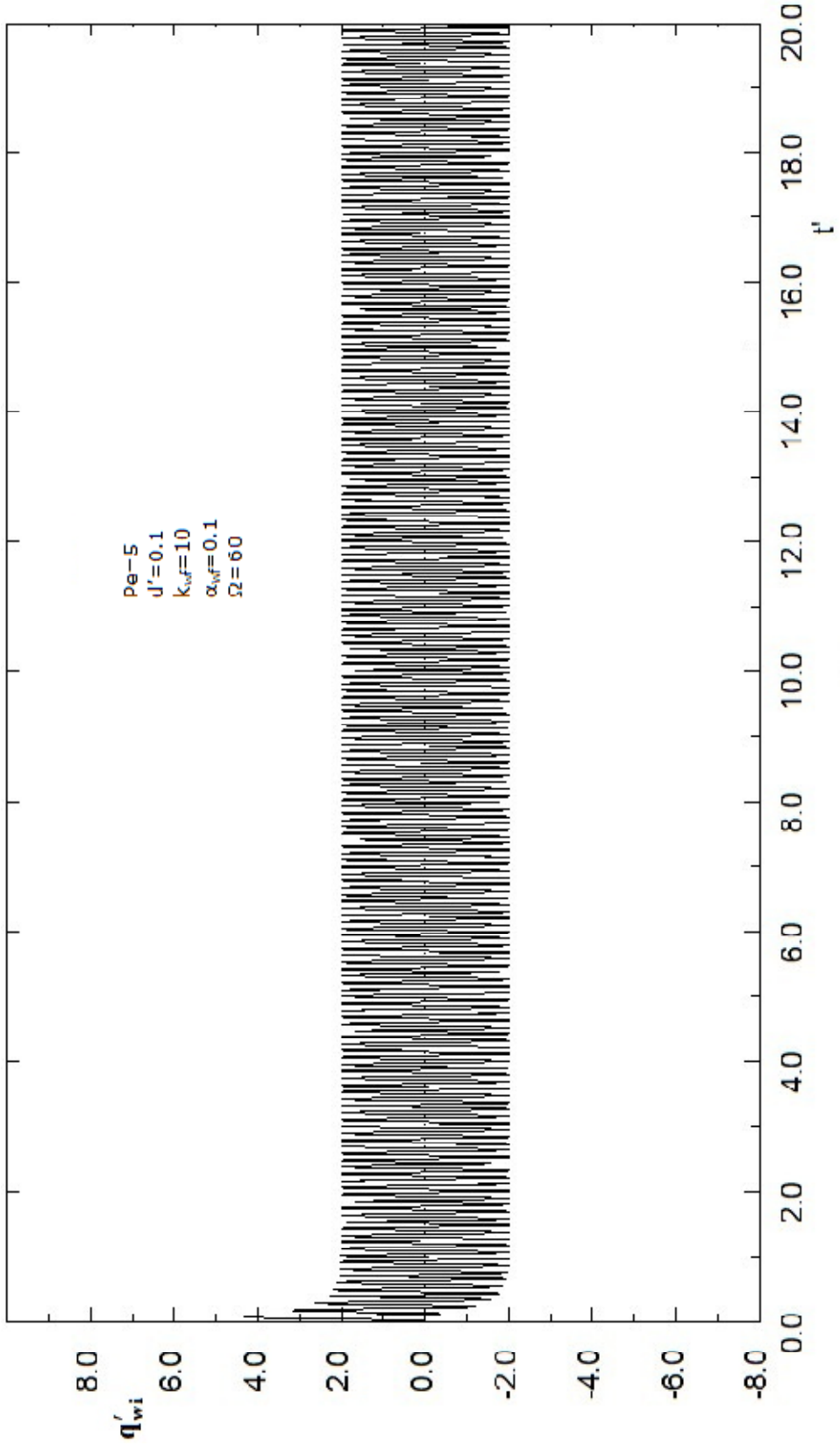
Şekil 5.20.b Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=1), (alt akış bölgesi)



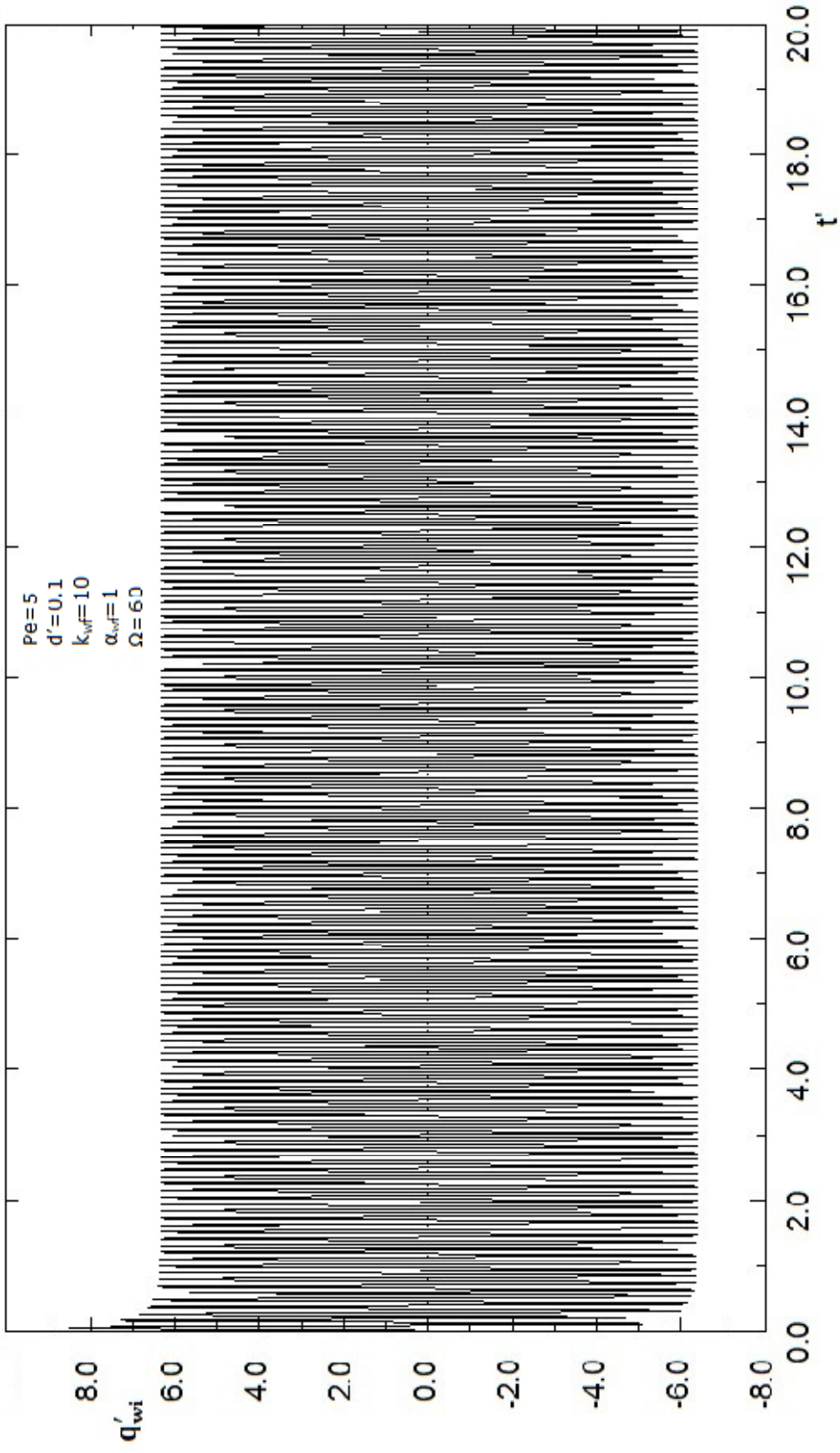
Şekil 5.21.a Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=60), (üst akış bölgesi)



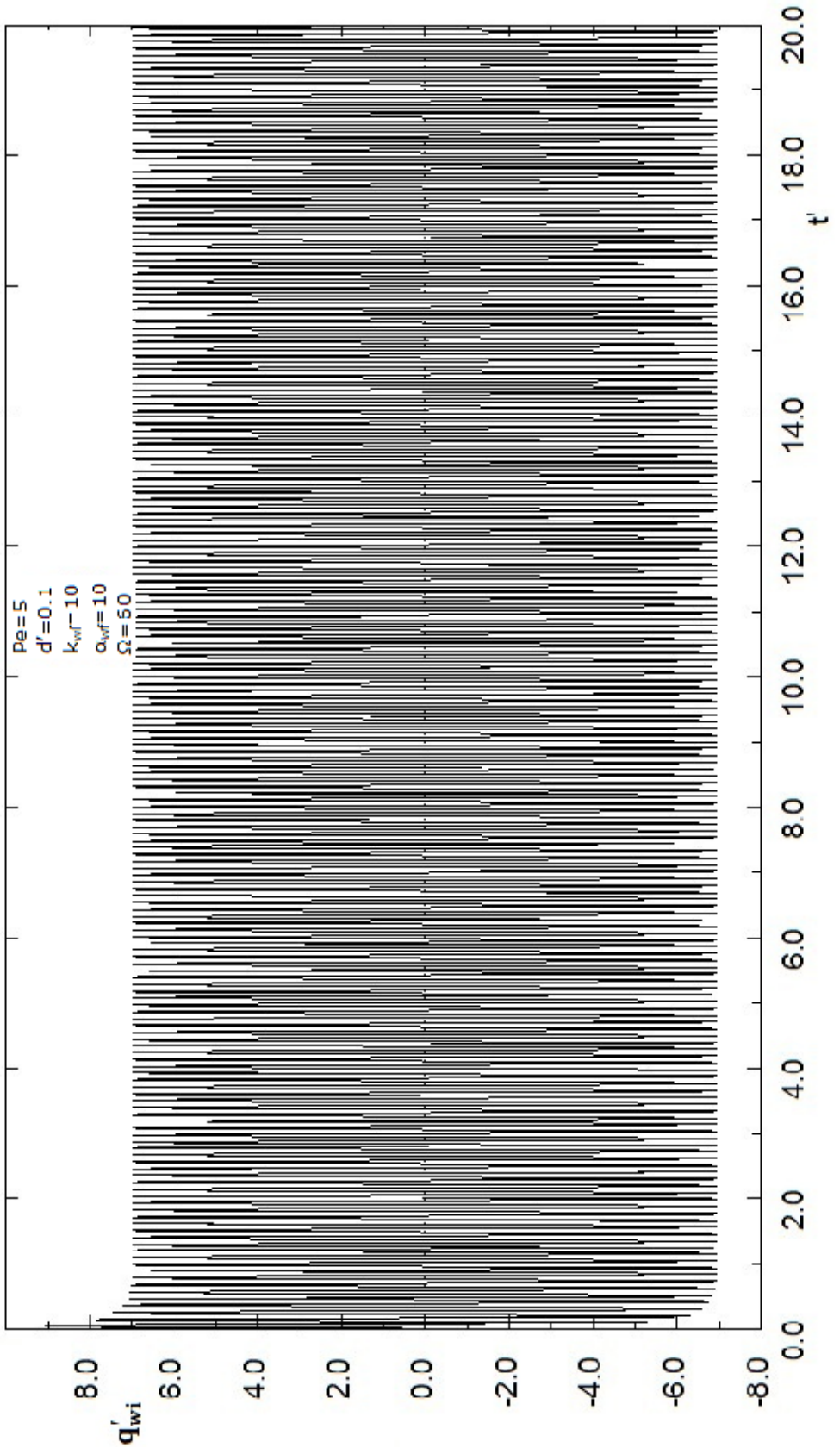
Şekil 5.21.b Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (Ω=60), (alt akış bölgesi)



Şekil 5.22 Tam gelişmiş bölgede ara yüzey ısı akısının zamanla değişimi (Ω=60), (α_{wf}=0.1)



Şekil 5.23 Tam gelişmiş bölgede ara yüzey ısı akısının zamanla değişimi (Ω=60), (α_{wf}=1)



Şekil 5.24 Tam gelişmiş bölgede ara yüzey ısı akısının zamanla değişimi (Ω=60), (α_{wf}=10)

6. SONUÇ

Kalın cidarlı borularda, laminer akış ısıl gelişme bölgesi geçici rejim birleşik ısı transferi, iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimi göz önüne alınarak incelenmiştir. Problem iki bölgeli bir boruda, hidrodinamik olarak gelişmiş akış için, alt akış bölgesinde aniden başlayan ve zamanla periyodik olarak değişen cidar dış yüzey sıcaklığı sınır şartı altında ele alınmıştır. Problem bir sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüş, problemi tanımlayan dört boyutsuz parametrenin, d', k_{wf}, Pe, α_{wf} ve boyutsuz açısal hızın, Ω, etkilerini belirleyebilmek için parametrik bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar şu şekilde özetlenebilir.

1. Hem cidar hem de akışkan tarafında eksenel iletim nedeniyle borunun üst akış bölgesine, akışa ters yönde önemli ölçüde ısı transfer edilmekte ve bu akışkanın borunun ısıtılan alt akış bölgesine gelmeden önce ön ısıtılmasına neden olmaktadır. Peclet sayısı azaldıkça bu ön ısıtma mesafesi de artmaktadır.

2. Alt akış bölgesi dış yüzey sıcaklığındaki periyodik değişime uygun olarak, ısı transferi karakteristikleri de tüm eksenel konumlarda zamanla periyodik olarak değişmektedir. Sürekli periyodik rejimde herhangi bir eksenel konum için ısı transferi karakteristiklerinin zamanla değişimi tüm periyotlarda aynı olmaktadır.

3. Üst akış bölgesinin özellikle uzak konumlarında, akışkan eksenel iletiminin cidar eksenel iletiminden daha etkin olduğu durumlarda (küçük d', k_{wf}, ve Pe) akışkan tarafında sıcaklıkların daha yüksek olması nedeniyle negatif ısı akısı görülmektedir. Benzer şekilde, alt akış bölgesinde de özellikle tam gelişme bölgesine yaklaşıldıkça bir periyodun sıcaklık azalış sürecinde, ara yüzey sıcaklığından daha yüksek yığık sıcaklık değerleri negatif ısı akısına neden olmaktadır.

4. Isıtılan bölgenin başlangıç bölümlerinde hızlı radyal cidar iletimi nedeniyle ara yüzey ısı akısı değerleri artarak bir maksimuma ulaşmakta, belirli bir eksenel mesafe sonrasında ise taşınımın etkisini arttırmasıyla akışkan sıcaklığı yükselmekte ve ısı akısı değerleri ve değişim genliği azalmaya başlamaktadır. Tam gelişmiş bölgede ve sürekli periyodik rejimde, parametre değerlerinden ve açısal frekansdan bağımsız

olarak, ara yüzey ısı akısının ortalama değeri sıfır, ara yüzey ve yığık sıcaklığın ortalama değerleri ise asimptotik değer olan 1 olmaktadır. Tam gelişmiş bölgede, sürekli periyodik rejimde cidardan akışkana net ısı transferi beklenildiği gibi sıfırdır.

5. Farklı eksenel konumlardaki ara yüzey ısı akısı eğrileri arasında bir miktar faz farkı oluşmakta ve bu üst akış bölgesinde gerilere doğru gidildikçe ve alt akış bölgesinde tam gelişmiş bölgeye doğru yaklaşıldıkça daha belirgin hale gelmektedir.

6. Büyük Ω değerleri için ara yüzey ısı akısı eğrileri geçici rejimin başlangıç safhalarında önce bir maksimum değere yükselmekte daha sonra azalmaktadır. Açısal frekans arttıkça bu maksimum değerler önce artmakta daha sonra bir miktar azalmakta ancak değişim genliği sürekli azalmaktadır. Geçici rejimdeki periyot sayısı Ω büyüdükçe artmaktadır. Çok büyük Ω değerleri için ısı transferi karakteristiklerindeki periyodik değişim genliği tümüyle yok olmakta ve sistem sınır şartı değişikliğini sanki dış yüzey sıcaklığında ani bir sıcaklık artışı gibi algılamaktadır

7. Problemin, parametre değerlerinden ve açısal frekanstan önemli oranda etkilendiği ancak çok uç değerler dışında ısıl gelişme mesafesinin ve sürekli periyodik rejime ulaşma süresinin çok fazla değişmediği görülmüştür. k_{wf} >100, Pe>20, α_{wf} >10 veΩ >9000 için bu parametrelerin etkilerinin kaybolduğu söylenebilir.

7. KAYNAKLAR

Aktaş, Z., Öncül, H., Ural, S., 1984, *Sayısal Çözümleme*, C. 1, 279-297, ODTÜ

Ateş, A., Darıcı, S. and Bilir, Ş.,2010, Unsteady conjugated heat transfer in thick walled pipes involving two-dimensional wall and axial fluid conduction with uniform heat flux boundary condition, ,*International Journal of Heat and Mass Transfer* 53 (23-24): 5058-5064.

Barletta , A. and Magyari, E., 2007, Forced convection with viscous dissipation in the thermal entrance region of a circular duct with prescribed wall heat flux, International Journal of Heat and Mass Transfer 50, 26–35

Barletta, A. and Schio, E.R.,1999, Effects of viscous dissipation on laminar forced convectionwith axially periodic wall heat flux, *Heat and Mass Transfer* 35: 9-16.

Barletta, A.and Schio, E.R., 2000,Periodic forced convection with axial heat conduction in a circular duct, *International Journal of Heat and Mass Transfer*43: 2949-2960.

Barletta, A. and Schio, E. R.,2004, Mixed convection flow in a vertical circular duct with time-periodic boundary conditions: steady-periodic regime, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47: 3187-3195.

Barletta, A.,, Schio, E. R., Comini, G. and P. D'Agaro, 2008, Conjugate forced convection heat transfer in a plane channel: Longitudinally periodic regime,*International Journal of Thermal Sciences,*47, 43–51.

Barletta, A., Schio E. R., Comini, G. and D'Agaro, P., 2009, Wall coupling effect in channel forced convection with streamwise periodic boundary heat flux variation, *International Journal of Thermal Sciences,* 48, 699–707.

Barletta, A. and Zanchini, E., 1995, Laminar forced convection with sinusoidal wall heat flux distribution: axially periodic regime, *Heat and Mass Transfer*. 31: 41-48

Barletta, A.and Zanchini, E.,2003, Time-periodic laminar mixed convection in an inclined channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46: 551–563.

Barletta, A., Zanchini, E., Lazzari, S.and Terenzi, A., 2008, Numerical study of heat transfer from an offshore buried pipeline under steady-periodic thermal boundary conditions, *Applied Thermal Engineering* 28:1168–1176.

Bilir Ş., 1992, Numerical solution of Graetz problem with axial conduction, *Numerical Heat Transfer*, 21, 493-500.

Bilir Ş., 1995, Laminar flow heat transfer in pipes including two dimensional wall and fluid axial conduction,*International Journal of Heat and Mass Transfer* 38(9): 1619-1625.

Bilir,Ş., 2002, Transient conjugated heat transfer in pipes involving two dimensional wall and axial fluid conduction, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (8): 1781-1788.

Bilir, Ş. and Ateş, A., 2003, Transient conjugated heat transfer in thick walled pipes with convective boundary conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46 (14): 2701-2709.

Conti, A., Lorenzini, G. and Jaluria, Y., 2012, Transient conjugate heat transfer in straight microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55, 532–7543.

Dorfman, A.S., 2010, Conjugate problems in convective heat transfer, *CRC Press*.

Faghri, M.and Sparrow, E.M., 1980, Simultaneous Wall and Fluid Axial Conduction in Laminar Pipe-Flow Heat Transfer, *Journal of Heat Transfer*, 102, 58-63.

Fourcher, B.and Mansouri, K.,1997,An approximate analytical solution to the Graetz problem with periodic inlet temperature, *Int. J. Heat and Fluid Flow,*18:229-235.

Hildebrand, F.B., 1976, Advanced Calculus for Applications, *Prentice- Hall*, 170-111

Hsu C.J., 1965, Heat transfer in a Round Tube with Sinüsoidal Wall Heat Flux Distirbution*A.I.Ch.E Journal*, 11(4), 690-695.

Kakaç, S. and Yener, Y., 1993, Heat Conduction, Third Edition, *Taylor & Francis Press*.

Minkowycz, W.J., Sparrow, E.M., Murthy J.Y., 2006, Handbook of Numerical Heat Transfer, Second Edition, , John Wiley and Sons, Inc.

Patankar, S.V., 1980, Numerical heat transfer and fluid flow, *McGraww Hill Book Comp*.

Patankar, S.V., Lıu, C.H., and Sparrow, E.M., 1978, The Periodic Thermally Developed Regime in Ducts with Streamwise Periodic Wall Temperature or Heat Flux, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 21, 557-565

Pearlstein, A.J., and Dempsey, B.P., 1988, Low Peclet Number Heat Transfer in a Laminer Tube Flow Subjected to Axially Varying Wall Heat Flux, *Journal of Heat Transfer* 110.3, 796-798.

Quaresma, J.N.N., and Cotta R.M., 1994, Exact Solutions for Thermally Developing Tube Flow with Variable Wall Heat Flux, *International Communications of Heat and Mass Transfer*, 21(5): 729-742.

Roache, P.J., 1994, Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies, *Transactions of ASME Journal of Fluid Engineering*, 116 (Sept), 405-413.

Schutte D.J., Rahman, M.M., Faghri, A., 1992, Transient conjugate heat transfer in a Thick-Walled Pipe with developing laminar flow, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, 21,2, 163-186.

Shah, R.K.and London, A.L., 1978, Laminar flow forced convection in ducts, Academic Press.

Siegel, R., 1963, Forced Convection in a Channel with Wall Heat Capacity and with Wall Heating Variable with Axial Position and Time, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 6, 607-620.

Slater, J.W., 2011, Examining Spatial (Grid) Convergence [online], http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html, [Ziyaret Tarihi: 22. Aralık. 2012].

Spiegel, M.R., 1971, Finite Difference and Difference Equations, Sahaum's Series, McGraww Hill Book Comp, 122

Sparrow, E.M. and De Farıas,F. N., 1968, Unsteady heat transfer in ducts with time-varying inlet temperature and participating walls, *Int. J. Heat Mass Transfer,*11, 837-853.

Sucec, J., 2002, Unsteady forced convection with sinusoidalduct wall generation: the conjugate heat transfer problem, International Journal of Heat and Mass Transfer, 45, 1631–1642.

Zniber, K., Oubarra A., and Lahjomri, J., 2005, Analytical Solution to the Problem of Heat Transfer in an MHD Flow Inside a Channel with Prescribed Sinusoidal Wall Heat Flux, *Energy Conversion and Manaegement*, 46, 1147-1163.

EKLER

Ek 1. Sayısal Türev ve Sayısal İntegral

Newton-Gregory formülüne göre bir fonksiyonun herhangi bir k noktasındaki türevi, fonksiyonun bu noktadaki ve bu noktadan önce eşit aralıklarla dizilmiş bilinen üç noktadaki değerlerine göre şöyle hesaplanabilir (Hildebrand, 1976).

$$f' = \frac{1}{h}\left[\nabla f(k) + \frac{1}{2}\nabla^2 f(k) + \frac{1}{3}\nabla^3 f(k)\right] \qquad \text{(E1.1)}$$

Burada h, noktalar arasındaki mesafedir. $\nabla f(k)$, $\nabla^2 f(k)$, $\nabla^3 f(k)$ ifadeleri ise şöyle tanımlanabilir.

$$\nabla f(k) = f(k) - f(k-h) \qquad \text{(E1.2)}$$

$$\nabla^2 f(k) = [f(k) - f(k-h)] - [f(k-h) - f(k-2h)] \qquad \text{(E1.3)}$$

$$\nabla^3 f(k) = \{[f(k) - f(k-h)] - [f(k-h) - f(k-2h)]\} - \{[f(k-h) - f(k-2h)] - [f(k-2h) - f(k-3h)]\} \qquad \text{(E1.4)}$$

N pozitif bir sayı olmak üzere herhangi bir *f(x)* fonksiyonunun Simpson'un *1/3* kuralına göre *x=a* ile *x=a+Nh* aralığındaki integrali şu formülle yaklaşık olarak hesaplananilir (Spiegel, 1971).

$$\int_a^{a+Nh} f(x)dx = \frac{h}{3}[f(a) + 4f(a+h) + 2f(a+2h) + 4f(a+3h) + \ldots + f(a+Nh)] \qquad \text{(E1.5)}$$

Ek 2. Enterpolasyon

Herhangi bir *f(x)* fonksiyonunun (n+1) adet ayrık noktada değerleri biliniyorsa yani çözümü varsa, Langrange enterpolasyon formülü uygulanarak ara noktaların değerleri hesaplanabilir (Aktaş, Öncül ve Ural, 1984),

$$F(x)=\sum_{i=0}^{n} L_i(x) f_i \tag{E2.1}$$

ifadesi Langrange enterpolasyon formülüdür. Burada L_i terimleri daha açık olarak;

$$L(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)(x_i-x_2)...(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})...(x_i-x_n)} \tag{E2.2}$$

şeklinde yazılabilir.

Bilinen üç nokta için yukarıdaki formüller şöyle uygulanabilir.

$$L_0=\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \tag{E2.3}$$

$$L_1=\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \tag{E2.4}$$

$$L_2=\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_{21}-x_1)} \tag{E2.5}$$

$$F(x)=L_0 f_0+L_1 f_1+L_2 f_2 \tag{E2.6}$$

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	**:**	Aziz Hakan ALTUN
Uyruğu	**:**	T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi	**:**	Ermenek / 12.02.1978
Telefon	**:**	0 332 223 27 18
Faks	**:**	0 332241 06 51
e-mail	**:**	ahaltun@selcuk.edu.tr

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	Çınarlı Endüstri Meslek Lisesi, İZMİR	1994
Üniversite	:	SelçukÜniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, KONYA	2000
Yüksek Lisans	:	Selçuk Üniversitesi, KONYA	2004

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görevi**
2000-	Selçuk Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

UZMANLIK ALANI: Borularda laminer akış ısı transferi, taşınım ile ısı transferi

YABANCI DİL: İngilizce

YAYINLAR:

Ulaş ATMACA, Suna KARGICI, ŞefikBİLİR, Mustafa TINKIR, **Aziz Hakan ALTUN**, "Modelling the effects of elbows at the entrance of pipes on turbulent heat transfer by Neuro-Fuzzy approach", *1.International Symposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE), Kuşadası, AYDIN, 3-5 Haziran 2010*).

Aziz Hakan ALTUN, Şefik BİLİR, Mustafa TINKIR, UlaşATMACA, Saim KOÇAK, "Investigation of Elbow Turn Effects on Pressure Drop in Turbulent Pipe Flow By Adaptive Neuro-Fuzzy Approach", *1. International Symposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE), Kuşadası, AYDIN, 3-5 Haziran 2010*.

Aziz Hakan ALTUN, Şefik BİLİR, Mustafa TINKIR, UlaşATMACA, Saim KOÇAK, "Investigation of The Blockage Effects on Pressure Drop in Turbulent Pipe Flow By Adaptive Neuro-Fuzzy Approach",*1. International Symposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE), Kuşadası, AYDIN, 3-5 Haziran 2010*.

A.H. Altun, U. Atmaca, Ş. Bilir, S. Kargıcı, "The effects of elbows at the inlet of pipes on heat transfer and pressure loss in turbulent heat transfer", *Mechanisms, Mechanics of the Machines, Machine Building and Energetic Technologies, National Conference with International Participation, Countryside Bacadjika, Bulgaristan, 25-27 June, 2010*.

Aziz Hakan Altun, Şefik Bilir, Şükrü Ulaş Atmaca, "Borularda türbülanslı akışta dirsek ve tıkama elemanlarının basınç kaybına etkileri", *16. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, Kayseri, 30 Mayıs-2 Haziran 2007*.

Saim KOÇAK, **A.Hakan ALTUN**, Enerji İhtiyacımız ve Nükleer Enerji, *TMMOB Makine Mühendisleri Odası Konya Şubesi Bülteni*, Eylül, 2004