



T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETKİLEŞEN BOZONLARIN FARKLI OPTİK ÖRGÜLER ÜZERİNDE GENLEŞME DİNAMİĞİ

Ali TAMBUĞA

YÜKSEK LİSANS

Fizik Anabilim Dalını

Eylül-2019
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ETKİLEŞEN BOZONLARIN FARKLI OPTİK ÖRGÜLER ÜZERİNDE GENLEŞME DİNAMİĞİ

Ali TAMBUĞA

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Ülfet ATAV

2019, 70 Sayfa

Jüri
Prof.Dr. Ülfet ATAV
Prof.Dr. Mehmet ERDOĞAN
Prof.Dr. Kaan MANİSA

Deneysel tekniklerdeki son gelişmeler, tuzaklar ve optik örgülerde bulunan ultra-soğuk atomik gazların özellikleri üzerinde hassas kontrol sağladı. Optik kafes üzerinde Bose Einstein Yoğuşmasının elde edilmesi, yeni türden fiziksel olaylara yol açar. Böyle sistemler, Hubbard tipi modellerin deneysel gerçeklikleri olarak düşünülebilir ve güçlü bir biçimde etkileşen düzen haline gelebilir.

Homojen Bose-Hubbard (BH) modelinin Superakışkan-Mott yalıtkan (SF-MI) kuantum faz geçişini göstermesi M. Fisher ve diğerleri tarafından tahmin edildi. Bu faz geçişinde, M. Greiner ve arkadaşları BH modellerinin en yakın komşuların etkileşimleriyle ilgili daha sonra yapılan çalışmalarda, süpersolid ve Yük Yoğunluğu Dalgası fazları gibi yeni kuantum fazların beklendiğini göstermiştir.

Tez çalışmam optik kafeste iki boyutlu dama tahtası bozon sistemi ile ilgilidir. Böyle bir sistem iyi bilinen BH Hamiltonyeni tarafından açıklanabilir. Gutzwiller ansatz'ı temel alan bir yaklaşımla Ortalama Alan (MF) rejimindeki problem ele alındı.

En yakın komşu bölgeler arasında etkili bir korelasyon potansiyeli kullanarak korelasyonları dolaylı olarak hesaplandı.

Sonuçlar çeşitli etkileşim kuvvetleri, etkili korelasyon potansiyelleri ve dama tahtası potansiyelinin potansiyel derinlik farkları için ayrı ayrı sunuldu.

Anahtar Kelimeler: Bose Einstein Yoğuşması, Bose Hubbard Modeli, Mott Yalıtkan Faz ve Super Akışkan Faz.

ABSTRACT

MS THESIS

EXPANSION DYNAMICS OF INTERACTING BOSONS ON VARIOUS OPTICAL LATTICES

Ali TAMBUĞA

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELÇUK UNIVERSITY THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN PHYSICS

Advisor: Prof. Dr. Ülfet ATAV

2019, 70 Pages

Jury

Prof.Dr. Ülfet ATAV

Prof.Dr. Mehmet ERDOĞAN

Prof.Dr. Kaan MANİSA

Recent developments in experimental techniques have allowed precise control over the properties of ultracold atomic gases in traps and optical lattices. Loading of a Bose Einstein Condensate onto an optical lattice leads to new kinds of physical phenomena. Such systems can be considered as experimental realizations of Hubbard-type models and can be brought to a strongly correlated regime.

It was predicted by M.Fisher et.al. that the homogeneous BH model exhibits the Superfluid-Mott insulator quantum phase transition. This phase transition was observed experimentally by M. Greiner et.al. Later studies of BH models with interactions extended to nearest neighbours had pointed out that novel quantum phases, like supersolid and Charge Density Wave phases are expected.

We consider a system of bosons on a 2D checkerboard optical lattice. Such a system can be described by the well known BH Hamiltonian. We study the problem in the mean-field regime, with an approach based on the Gutzwiller ansatz. We account for the correlations in an indirect way by using an effective correlation potential acting between the nearest neighbouring sites.

We present our results for various interaction strengths, effective correlation potentials and potential depth differences of the checkerboard potential.

Keywords: Bose Einstein Condensate, Bose Hubbard Model, Mott Insulator Phase and Super Fluid phase

ÖNSÖZ

Tez çalışmam Selçuk Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Anabilim Dalı öğretim üyesi Prof. Dr. Ülfet ATAV'ın danışmanlığıyla Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'ne yüksek lisans tez çalışması olarak sunulmuştur.

Tez çalışmam boyunca kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile her zaman bana yol gösterici ve destek olan, maddi ve manevi yardımlarını esirgemeyen değerli danışman hocam sayın Prof. Dr. Ülfet ATAV'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman yanımda olan ve bana destek olan eşim Nazlı TAMBUĞA'ya da teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

TEZ BİLDİRİMİ ..... **iii**

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **v**

ÖNSÖZ ..... **vi**

İÇİNDEKİLER ..... **vii**

SİMGELER VE KISALTMALAR ..... **ix**

1. GİRİŞ **1**

2. BOSE-EİNSTEİN YOĞUŞMASI **5**

3. DENEYSEL YÖNTEMLER **8**

3.1. Kuadrupol Tuzak 9
3.2. Dönen Manyetik Alanlı Tuzak (TOP Tuzağı): 9
3.3. Manyetik Şişeler: 10
3.4. Ioffe-Pritchard Tuzağı: 10
3.5. Lazerle Soğutma ve Doppler Etkisi: 11
3.6. Manyeto-Optik Tuzaklama (MOT): 12
3.7. Buharlaştırarak Soğutma: 12

4. BOSE-HUBBARD MODELİ **14**

5. ORTALAMA ALAN ÇÖZÜMÜ VE FAZ DİYAGRAMI **18**

6. KUANTUM FAZ GEÇİŞİ **21**

7. DİPOL DİPOL ETKİLEŞİM **26**

7.1. Dipol-Dipol Etkileşim Özellikleri 26
7.2. Uzun Aralık Etkileşimi: 26
7.3. Anizotropi: 27
7.4. Saçılma Özellikleri: 28
7.5. Fourier Dönüşümü: 28
7.6. Dipol-Dipol Etkileşimin Ayarlanması: 28
7.7. Dipolar Gazın Oluşturulması: 29

8. OPTİK ÖRGÜDE DİPOLAR GAZLAR: **31**

8.1. Periyodik ve Kuazi Periyodik Optik Örgüde Yoğunlasma 31
8.2. Optik Örgüde Bose-Einstein Yoğuşması: 32
8.3. Dipol-Dipol Etkileşimleri Nedeniyle Bloch Salınım Sönümü: 33
8.4. Güçlü Korelasyonlu Kafes Gazlarında Bose-Hubbard Hamiltoniyeni: 34
8.5. İki Kutuplu Kafes Gazlarının Kuantum Fazları: 36

9. GENİŞLETİLMİŞ BOSE-HUBBARD MODELİ..... 37

10. HUBBARD MODELLERİ VE TEORİK METODLAR 40

10.1. Gutzwiller Ortalama Alan Yaklaşımı 40
10.2. Dipolar Örgü Gazlarında Yarı Kararlı Durumlar (Metastable Phase) 42
10.3. Yük Yoğunluk Dalgası (Charge Density Wave-CDW)..... 45

11. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 47

KAYNAKLAR 57

ÖZGEÇMİŞ 60

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

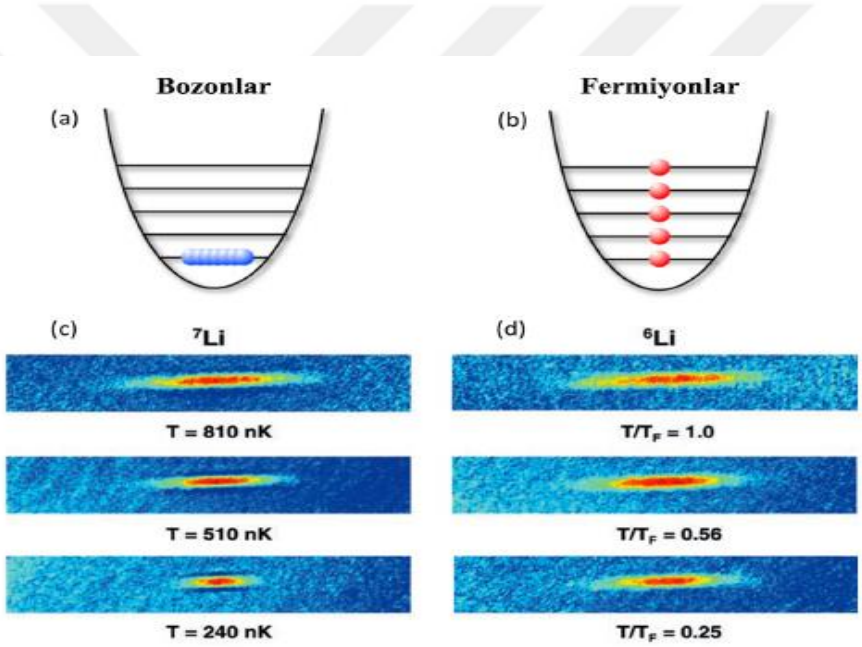
ω	:	Açısal frekans
I	:	Akım
e	:	Birim vektör
k_B	:	Boltzman sabiti
ψ	:	Dalga fonksiyonu
k	:	Dalga vektörü
U_{dd}	:	Dipol dipol etkileşim enerjisi
C_{dd}	:	Dipolar eşleşme sabiti
E	:	Elektrik alanı
$\widehat{H}$	:	Hamiltonyen operatörü
ϕ_i	:	i konumundaki düzen parametresi
$\vec{R}_i$	:	İ konumunu gösteren konum vektörü
$\hbar$	:	İndirgenmiş plank sabiti
μ	:	Kimyasal potansiyel
γ	:	Kompleks katsayı
λ	:	Lazer ışını dalga boyu
∇	:	Nabla Operatörü
H_{MF}	:	Ortalama alan enerjisi
N_S	:	Örgüdeki toplam konum sayısı
ρ	:	Parçacık yoğunluğu
g	:	Parçacıklar arası temas potansiyeli
h	:	Plank sabiti
α	:	Polarizasyon açısı
V	:	Potansiyel
s	:	Saçılma uzunluğu
$\hat{n}_i$	:	Sayı operatörü
T	:	Sıcaklık
J	:	Tünelleme operatörü
μ_0	:	Vakum geçirgenliği
ε_0	:	Vakumun elektrik geçirgenliği
W	:	Wannier fonksiyonu
$\hat{a}^\dagger$	:	Yaratma operatörü
U	:	Yerinde etkileşim potansiyeli
$\hat{a}$	:	Yok etme operatörü

Kısaltmalar

BCS	Bardeen Cooper Schrieffer
BEC	Bose-Einstein Yoğuşması
BHM	Bose-Hubbard Modeli
DMRG	Density-Matrix Renormalization Group
eBH	Genişletilmiş Bose-Hubbard Modeli
GPE	Gross–Pitaevskii Eşitliği
Ho	Harmonik Osilatör
HFB	Hartree-Fock-Bogoliubov
MOT	Magneto Optik Tuzak
MI	Mott Yalıtkan
Opt	Optik
MF	Ortalama Alan
QMC	Quantum Monte Carlo
SF	Süper Akışkan
SS	Süper Katı
GS	Taban Durum
CDW	Yük Yoğunluk Dalgası

1. GİRİŞ

Doğada bulanan parçacıklar spinleri tam sayı olanlar bozon yarım sayı olanlar da fermiyon olmak üzere ikiye ayrılır. Bozonların spinleri tam sayıdır ve dalga fonksiyonları simetriktir, fermiyonlar ise dalga simetrisini sağlamamaktadır. Bozonik ve Fermiyonik atomlara örnek olarak; ^{7}Li atomu (3 proton, 4 nötron ve 3 elektrona sahip 10*1/2 = 5 yani tam sayılı spini olup bozon) ve izotopu olan ^{6}Li atomu (3 proton, 3 nötron ve 3 elektrona sahip 9*1/2 = 9/2 yarım sayılı fermiyon) verilebilir. Fermiyonlar Pauli dışarlama ilkesi gereğince aynı kuantum durumunda bulunamayacağından birbirini iterken bozonlarda bu durum görülmemektedir. Bozonlar bu özelliğinden dolayı yoğuşarak çok büyük madde dalgalarına dönüşür (Şekil 1.1). Bu yoğuşma olayına Bose-Einstein Yoğuşması denir (Jochim, 2004).



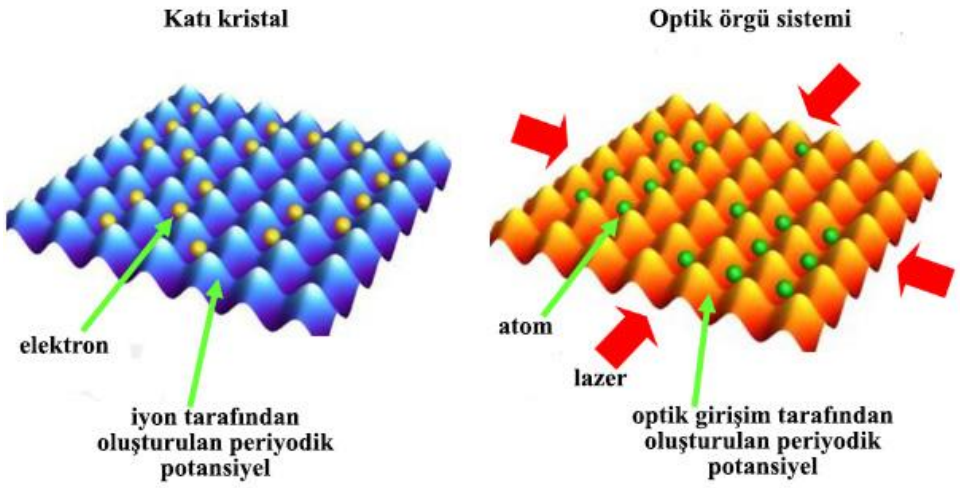
Şekil 1.1. Sırasıyla yoğuşma ve Fermi sıcaklığına yakın bozonların(^{7}Li) ve fermiyonların(^{6}Li) karşılaştırılması, bozonlar tek bir enerji seviyesinde olabilirken (a) fermiyonlar pauli ilkesi gereği aynı enerji seviyesinde olamamaktadır (b) (Duchon, 2013).

Deneysel olarak ultrasoğuk alkali atomik gazlarda Bose-Einstein yoğuşması 1995 yılında ^{87}Rb atomları kullanılarak JILA (Joint Institute for Laboratory Astrophysics)'da Anderson ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilmiştir (Anderson ve ark., 1995). Daha sonra ^{23}Na (Davis ve ark., 1995) ve ^{7}Li (Bradley ve ark., 1995) alkali atomlarında da Bose-Einstein Yoğuşması (BEC) olayı gerçekleştirilmiştir. Bu deneylerdeki amaç kuantum gazlarının optik ve manyetik tuzak içerisindeki makroskobik davranışlarını gözlemlemektir. Bu deneyleri

gerçekleştirmek için mikro kelvin derecesinde sıcaklıklara ulaşmak gerekiyordu. Bunu sağlamak için de atomların optik örgüde tuzaklanması gerekiyordu (Öztürk, 2005).

Optik örgü, birbirine göre ters yönde ilerleyen lazer ışınlarının girişim yaparak oluşturdukları periyodik potansiyeli olan yapılardır. Burada atomlar kristal benzeri yapı oluşturdukları için bu yapıya ışığın yapay kristali denilmektedir. Burada kullanılan lazer ışığının dalga boyu kristalin uzaydaki periyodikliğini belirlemektedir. Lazer ışınlarını yoğunluğunun değiştirilmesiyle optik örgünün derinliği değiştirilebildiği gibi farklı yönlerde girişim sağlanarak örgünün geometrik şeklide belirlenebilir. Hatta lazer ışınlarının genliklerinin değiştirilmesiyle örgüdeki atomlar arası etkileşim (Feshbach rezonansı) ve atomların örgüler arası tünellemesi dahi kontrol edilebilmektedir. Tuzaklanan atomun termal enerjisinin optik örgü yüksekliğini geçemeyecek kadar düşük olması gerekmektedir. Bu yüzden tuzaklanmadan önce atomların çok düşük sıcaklıklara kadar soğutulması gerekmektedir. Bu amaçla farklı soğutma teknikleri kullanılmaktadır (Manyetik Tuzaklar, Magneto-Optik Tuzaklar, Lazer ile Soğutma, Buharlaştırarak Soğutma gibi).

1998 yılında, Anderson ve Kasevich tarafından ilk kez optik örgüde Bose –Einstein yoğuşması deneysel olarak gerçekleştirildi (Anderson ve Kasevich, 1998).



Şekil 1.2. Optik kafes ve katı kristalinin karşılaştırılması (Department of Physics, 2019)

Katı kristal ile optik örgü sistemi arasındaki benzerlik Şekil 1.2'de gösterilmektedir. Katı kristal elektronlarının davranışı her ne kadar optik örgüde bulunan atomlara benzetilse de katı kristal kusurları (safsızlık ve örgü bozukluğu gibi) tam kristalleşmeye engeldir. Katı kristalde elektronların potansiyeli iyonlar tarafından coulomb çekim kuvvetiyle sağlanırken optik örgüde elektrik alana maruz kalan atomlarda AC- stark etkisi (elektrik dipol oluşumu) potansiyeli sağlamaktadır.

Optik örgüde tuzaklanan bozonik atomların davranışını tanımlamak için Bose-Hubbard Modeli (BHM) kullanılmaktadır. 1963 yılında ilk kez ultrasoğuk fermiyon bulunan optik örgü modelini J. Hubbard tanıttı (Hubbard, 1963) ve 1968 yılında da Lieb ve Wu bu modelin analitik olarak çözümünü yapmıştır (Lieb ve Wu, 1968). 1989 yılında M.P.A. Fisher ve arkadaşları bozonların optik örgü içerisinde kısa mesafeli etkileşimlerini açıklamak amacı ile Bose-Hubbard Hamiltonyeni tanımını yapmıştır. Bose-Hubbard modelinin öngördüğü süper akışkan ve Mott yalıtkan fazları arasındaki kuantum faz geçişlerini, bozonları kullanarak çok düşük sıcaklıklarda ilk defa Fisher ve arkadaşları deneysel olarak gerçekleştirmiştir (Fisher ve ark., 1989).

Sistemde hangi yönde faz geçişinin olacağı tuzaklanan bozonların kinetik enerjisi, tuzak bariyer yüksekliği ve parçacıklar arasındaki etkileşim enerjisine bağlıdır. Eğer tuzaklanan bozonların kinetik enerjisi örgü bariyer yüksekliğini geçecek kadar büyük ve parçacıklar arası etkileşim enerjisinden büyük ise sistem Süper akışkan faza geçerken, Kinetik enerjisinin bariyer yüksekliğini geçmeye yeterli olmaması durumunda bulunduğu örgü noktasında lokalize olacak ve Mott yalıtkan fazda kalacaktır (Aktaş, 2013).

Kuantum sistemlerin kararsız dinamiği geniş bir konudur. Bu alanda yapılan bazı çalışmalar:

Ultrasoğuk seyreltik bozonik gazların faz geçişlerinde lazer ışını ile sistem parametrelerini kontrol ederek optik potansiyel derinliğini değiştirip üst üste bindirilmiş harmonik tuzaklı optik kafeslerde ve optik süperkafeslerde Mott yapılarının oluşumu için örnekler sunulmuştur (Jaksch ve ark., 1998).

Optik kafesteki komşu atomların spin durumları arasındaki güçlü etkileşimi indükleyen ve kontrol eden genel bir teknik ile büyüklük, işaret ve anizotropi gibi spin değişim etkileşim özelliklerinin, optik potansiyelleri ayarlayarak tasarlanabileceğini gösterilmiştir (Duan ve ark., 2003) .

Yerinde fermiyon-bozon dönüşümü ve üç boyutlu genel doluluk faktörü olan çok bantlı bir Fermi-Bose Hubbard modeli önererek problemi çiftlenmiş Heisenberg spin modeline eşleyerek geniş pozitif ve negatif ayar değişimi limitinde Bose Hubbard ve Çiftlenmiş-Fermi Hubbard modellerinde kuantum faz geçişleri doğru şekilde yeniden üretilmiştir (Carr ve Holland, 2005).

Tuzaklayıcı potansiyelin kapatılmasından sonra optik kafes varlığında bozonik Mott yalıtkanların genişlemesi üzerine Gutzwiller ortalama alan yaklaşımını kullanarak önce tek yönde daha sonra iki yönde genişlemesine izin vererek Mott yalıtkanları durumları incelemiş

ve basit bir yoğuşmanın geliştiği görmüşlerdir. Bununla birlikte, bileşen bozonların birçok sıfır olmayan momentum modunu doldurduğunu bulmuşlardır (Jreissaty ve ark., 2011).

Bose-Hubbard modelindeki dinamik kararsızlığın bir öncüsü olarak yoğuşmaların yoğunluk modülasyonunu analiz ederek Dinamik Gutzwiller yaklaşımına dayanan sayısal simülasyonlar, yoğunluk modülasyonunun ana modunun yüksek etkileşim kuvvetine U ve momentum değişim hızına "α" bağlı olduğunu göstermişlerdir (Asaoka ve ark., 2014).

Lokal olmayan dipol-dipol etkileşimleriyle birbirine bağlanan çiftlenmiş tek boyutlu optik örgüdeki iki ve üç boyutta sıkıştırılmış dipolar bozon sistemlerini araştırmışlar ayrıca Mott yalıtkan ve süper akışkan fazların eş zamanlı varlığında iki ve üç parçacıklı sıkıştırılmış parçacıklar için gerçekleştirmişlerdir (Singh ve ark., 2017).

Sınırlı sıcaklığın, sınırlandırma potansiyelinden serbest bırakıldıktan sonra Bose-Einstein yoğuşmalarının (BECs) dinamikleri üzerindeki etkilerini araştırarak $T \neq 0$'da genleşmenin ilk aşamalarında, çok bağlantılı yoğuşmaların, sıfır sıcaklık durumuna kıyasla daha belirgin girişim halkalarına sahip olduğunu bulmuşlardır (Roy ve D.Angom, 2017).

Optik kafeslerde son zamanlarda gözlemlenen tek boyutlu Bose-Einstein atomik yoğuşmalarında şaşırtıcı derecede büyük sönümlemenin teorik bir uygulamasını yaparak zamana bağlı Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) hesaplamalarının, çeşitli kafes derinliği boyunca gözlenen sönümlemenin temel özelliklerini nitel olarak tanımlanabildiğini göstermiş, aynı zamanda yoğunlaşmış atomlarının tutarlı hareketinin, yoğunlaşmamış atomların düzensiz hareketi tarafından oluşturulan rastgele lokal potansiyel boyunca akmaya çalıştıkları şekilde bozulduğu bir şekle dayanarak, sönümleme için dalgalanma dağılım tipinin bir formülünü de türetmişlerdir (Gea-Banacloche ve ark., 2018).

Genişletilmiş Bose-Hubbard modeli (eBH)'nin yalıtım (Mott ve charge yoğunluğu dalgası) fazlarının momentum dağılımını d-boyutlu hiperkübik örgülerde yerinde ve en yakın komşu bozon-bozon itmesi ile hesaplamak için iki yöntem geliştirmişlerdir (Iskin ve Freericks, 2018).

2. BOSE-EİNSTEİN YOĞUŞMASI

Nispeten yeni bir deneysel araştırma alanı olmasına rağmen, bozonik parçacıkların Bose-Einstein Yoğuşması (BEC)'nın teorisi zaten çok iyi çalışılmış bir olaydı ve 1995 yılında ilk deneysel başarısı atom fiziğinde tamamen yeni bir dönem açtı. O zamandan beri, bu alan atom fiziği üzerinde çalışan bilim dünyasının büyük bir kısmının da dikkatini çekti.

Planck'ın kara cisim ışıma yasası üzerine, S. Bose'un belirli sıcaklığın altında düşük enerji durumunda toplanan tüm bozonların özel davranışlarını tanımlamak için 1 yıl önce yayınlanan çalışması Albert Einstein tarafından genişletildiğinde BEC fenomeni 1925 te öngörüldü. Einstein'ın sonucu istatistiksel mekaniğin yasalarından türetilmiştir ve teoride iyi tanımlanmış olmasına rağmen, pratik uygulamalara ilişkin bazı şüpheler Einstein'ın kendisi tarafından bile geliştirilmiştir.

Fenomen yaklaşık 20 yıl boyunca, bilim topluluğu tarafından neredeyse tamamen ihmal edildi, 1947'de Bogoliubov, F. London tarafından dokuz yıl önce tahmin edilen sıvı helyumdaki BEC ile süper akışkanlık arasında bir bağlantı kurdu. Bununla birlikte, svı helyumda mevcut olan güçlü etkileşimler, bu sistemdeki fenomeni oldukça karmaşık hale getirir, böylece ideal gazların basit teorisi uygulanamaz. İdeal gazlar söz konusu olduğunda, teori, parçacıklarla ilişkili de Broglie dalga boyu λ_{dB}'nin, parçacıkların aralarındaki ayrımla karşılaştırılabilir hale geldiğinde sistemin makroskopik olarak yoğuştuğunu öngörmüştür. İdeal bir gaz için, kuantum dejenerasyon eşiğinin,

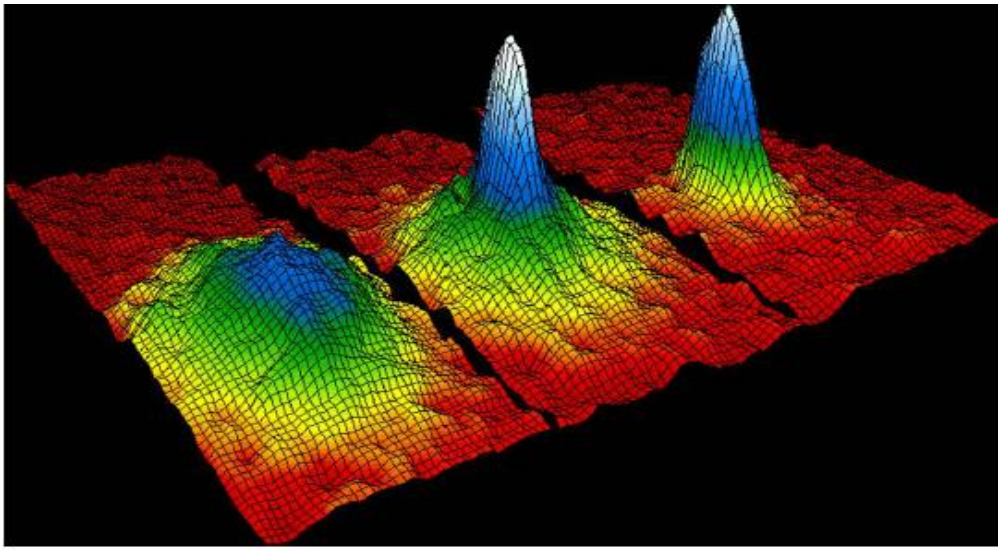
$$\rho = n\lambda_{dB}^3 = 2.612 \tag{2.1}$$

olması durumunda meydana geleceği tahmin (2.1) edildi. Burada "ρ" faz uzayı yoğunlunu verirken "n" ise gazların parçacık yoğunluğunu vermektedir. Gazların kinetik teorisinde termal de Broglie dalga boyu şöyle ifade edilebilir:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}} \tag{2.2}$$

Burada h plank sabiti, m parçacık kütlesi, T gaz sıcaklığını göstermektedir.

Denklem (2.2)'ye göre T gaz sıcaklığının azalması durumunda parçacıklara eşlik eden de Broglie dalga boyu artacağından dolayı dalga paketlerinin boyu parçacıklar aralarındaki mesafeye yaklaşır ve dalga paketlerinin süperpozisyonu oluşur. Böylece Bose-Einstein Yoğuşması elde edilmiş olur (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Bozonik yapıdaki atom bulutunun sırasıyla 400, 200 ve 50 nano Kelvin sıcaklığındaki yoğunluk profilleri (Cornell ve Wieman, 2002).

Oda sıcaklığında bir gaz için faz uzayı yoğunluğu 2.612'den çok daha küçüktür ve gazı sıkıştırmak yetmez, çünkü yüksek yoğunluklarda etkileşimler o kadar güçlüdür ki, normal yoğuşma kuantum dejenerasyonuna ulaşmadan çok önce gerçekleşir. Bu nedenle araştırma, basit etkileşimlerle tanımlanabilecek seyreltilmiş gazlara doğru ilerlemiştir. Bu tür deneylerde yer alacak ilk gaz, kriyojenik teknikler kullanılarak soğutulmuş, spin polarize atomik hidrojen gazı idi. Faz uzayı yoğunluğu, üç parçacıklı rekombinasyon nedeniyle bu deneylerde 0,05'in üzerine çıkmamıştı ve bu atom gazının kuantum dejenerasyonuna ulaşmasını engelledi.

MIT'deki bir grup, hidrojen gazının yoğunlaşmasını gözlemlemeden önce 12 yıl boyunca çalışmak zorunda kaldı. Bu adımı mümkün kılan anahtar unsurlar, manyetik tuzaklama ve buharlaşmalı soğutma tekniklerinin geliştirilmesiydi. Bu arada, alkali atomlar için lazer soğutma teknikleri geliştirildi; bu, sezyum atomlarının kriyojenik tekniklerin kısıtlamaları olmadan birkaç μK sıcaklığına soğutulmasına izin verdi. Lazer soğutma, manyetik tuzak ve buharlaşmalı soğutma birleşimi, zayıf etkileşimli bir alkali gazda BEC elde edilmesinde gerçek bir atılım sağlamıştır. Bu tür deneylerde, atomlar önce bir Manyeto-Optik Tuzakta (MOT) toplanmış ve soğutulmuştur; daha sonra radyo frekanslı buharlaşma ile daha da soğutuldukları bir manyetik tuzağa transfer edilmiştir. İlk üç alkali atomunun (Rb, Na, Li) BEC yoğuşmasına ulaşılması Einstein'ın bu fenomeni öngörmesinden 70 yıl sonra 1995 yılında mümkün olmuştur. Bu alan ilk deneylerden bu yana, hızlı bir şekilde büyüdü ve bugüne kadar, dünya çapında 40'tan fazla laboratuvarda BEC üretildi.

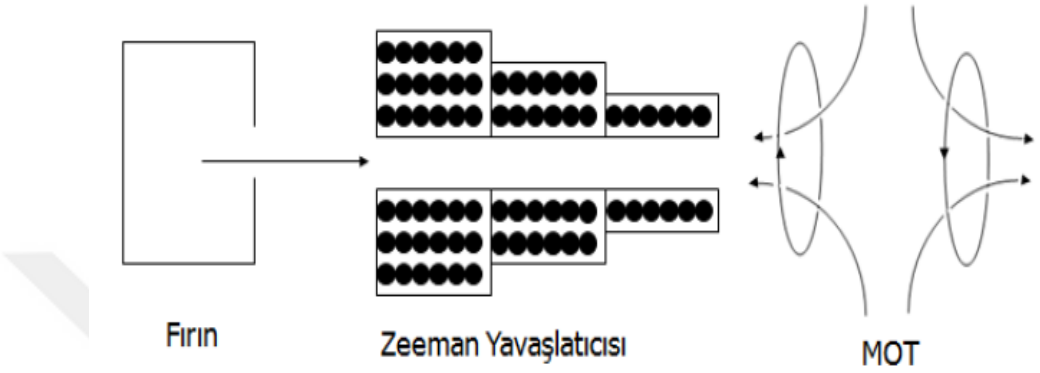
Yoğuşmalar elde etmek için kullanılan teknik, başlangıçta manyetik bir tuzaktaki buharlaşmalı soğutmaya dayanıyordu, şimdi ise tamamen optik tuzaklar kullanılarak üretilen BEC gittikçe daha yaygın hale geliyor. Yoğuşmada birkaç özel atom elde edilmiştir: H, He, ^{7}Li, ^{23}Na, ^{41}K, ^{85}Rb, ^{87}Rb, ^{133}Cs ve son zamanlarda çapraz-ışın dipol kapanında buharlaşma yoluyla iterbiyum ve krom yoğunlaştırılmıştır.

Bir BEC yapmak, eş fazlı foton kaynağına sahip bir lazer aracı geliştirmek ile aynı şekilde eş fazlı atom kaynağına sahip olmak anlamına gelir. Tuzağın en düşük enerji durumunda biriken atomların eş fazlılığı, belirli bir faz ile birlikte geliştiklerini ve bu nedenle tek bir dalga fonksiyonu ile tanımlanabilecekleri anlamına gelir. 1995'ten beri BEC, eş fazlı atom optiği, parçacık fiziği, süper akışkanlık, kuantum hesaplama ve moleküler kuantum gazları gibi farklı yönlerde birçok farklı uygulama bulmuştur.

Son zamanlarda kayda değer bir başarı, BCS-BEC sistemlerinin geçişinde $^{40}K_2$ ve $^{6}Li_2$ molekülleriyle yapılan BEC'in gözlemlenmesi olmuştur. Bu araştırmanın arkasındaki motivasyonlar arasında atom fizikçilerinin her zaman moleküler gazlara ve BEC'nin ortaya çıkmasıyla birlikte moleküler kuantum gazlara olan ilgileri vardır (Smirne, 2005).

3. DENEYSEL YÖNTEMLER

Bose-Einstein yoğuşmasını elde etmek için kriyojenik tekniklerle ulaşılamayacak kadar düşük sıcaklıklar gerekmektedir. Bu zorlu durum ancak lazer ışınlarının kullanmasıyla yeni metotlar geliştirmeye yardımcı olmuştur.



Şekil 3.1. BEY oluşturmada alkali atomları tuzaklama ve soğutmada kullanılan yöntemin şematik gösterimi (Townsend ve ark., 1997).

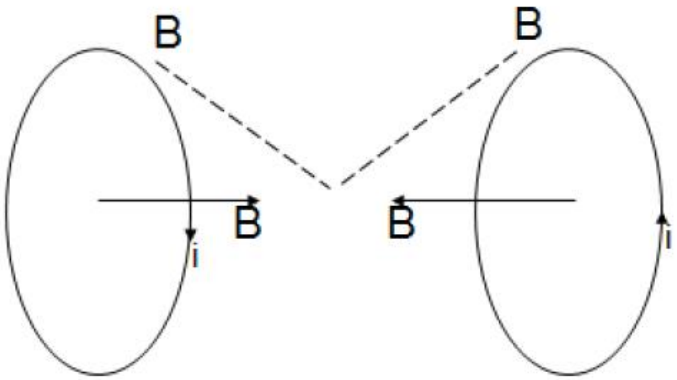
Alkali sodyum (Na) atom gazlarının Magneto Optik Tuzak (MOT) tarafından tuzaklanabilmesi için tuzaktan çok yavaş geçmeleri gerekmektedir. Bu yüzden bu gaz demeti 600 K sıcaklığındaki fırından geçeceği sırada hızı 800 m/s den 30 m/s ye düşerken sıcaklığı da 1 K civarında olacaktır. Burada atomların yavaşlamasını ve soğumasını sağlayan kuvvet sisteme birbirine zıt aynı doğrultuda gönderilen ışınların atomlar tarafından emilmesi sonucu oluşan radyasyon kuvvetidir.

MOT yaklaşık 10^{10} gibi yeterli sayıda atomu tuzakladığı anda tuzak açılarak lazer ışıkları kapatılır. Bu esnada atom yoğunluğu yaklaşık 10^{-6} m^3 olacak şekilde azalacaktır. Son aşamada buharlaştırma yöntemi kullanılarak lazer yoğunluğu azaltılıp tekrar artırılarak (birkaç kez) tuzaktaki yüksek enerjili atomların sistemi terk etmesine ve daha düşük sıcaklıkların (ortalama enerjisi düşük) elde edilmesine katkı sağlanmış olacaktır.

Bazı tuzaklama yöntemleri aşağıda verilmiştir.

3.1. Kuadrupol Tuzak

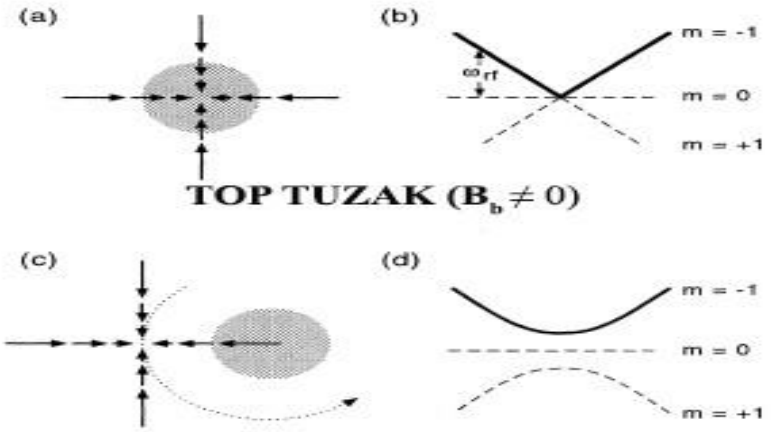
Karşılıklı olarak yerleştirilmiş Hemholtz bobinlerinden zıt yönde akım geçirilmesiyle zıt yönlü manyetik alanlar oluşturulur. Ortada manyetik alan vektörleri birbirini yok ederken kenarlara doğru artan oranda manyetik alan oluşacaktır.



Şekil 3.2. Zıt yönde akım geçirilerek manyetik alan oluşturulan Hemholtz bobini

Bu yöntemin dezavantajı ortada sıfır manyetik alanının oluşmasıdır; çünkü bu noktaya gelen atomların manyetik momentleri farklı olabilmektedir. Alana zıt yönlü yönlenmiş atom sistemi terk etmesi istenmeyen durum oluşturmaktadır.

3.2. Dönen Manyetik Alanlı Tuzak (TOP Tuzağı):



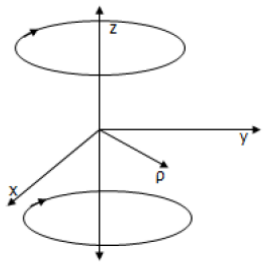
Şekil 3.3. Kuadropol tuzağın manyetik alan konfigürasyonu (a) ve silindirik olarak simetrik potansiyeli (b), TOP tuzağının anlık yatay alan konfigürasyonu (c), yörünge potansiyeli (d)

Bu yöntemin amacı kuadrupol yöntemde merkezde oluşan sıfır manyetik alan noktasını yok etmektir. Bu amaçla ilave ve manyetik yönelimi zamanla değişen dış manyetik alan eklenir. Alanın büyüklüğü her noktada sabitken sadece dönmeyle birlikte manyetik alanın yönü değişmektedir. Böylece kaçak nokta yok edilmiş olmaktadır (Petrich ve ark., 1995).

3.3. Manyetik Şişeler:

Karşılıklı yerleştirilmiş homojen manyetik alana sahip Hemholtz bobinlerinden aynı yönde akım geçirilerek elde edilmiştir.

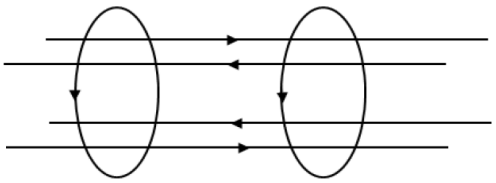
Bobinden uzaklaşıldıkça manyetik alan azalmakta ancak manyetik alan vektörleri aynı yönlü olduğundan toplam manyetik alan sıfır olmayacaktır. Plazma fiziğinde bu yöntem kullanılarak yüksek enerjili parçacıklar tuzaklanabilmektedir (Krall ve Trivelpiece, 1973).



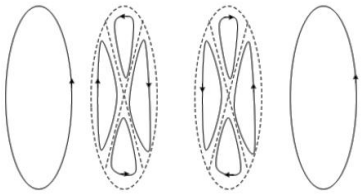
Şekil 3.4. Manyetik şişenin şematik gösterimi

3.4. Ioffe-Pritchard Tuzağı:

Pritchard, nötr parçacıkların manyetik alandan etkilenmeden tuzağı terk etmesi problemine karşı manyetik şişe içerisinde farklı yönlerde akım geçiren teller kullanarak nötr parçacıkların tuzaklanabilmesi için sıfır olmayan alan oluşturmuştur.



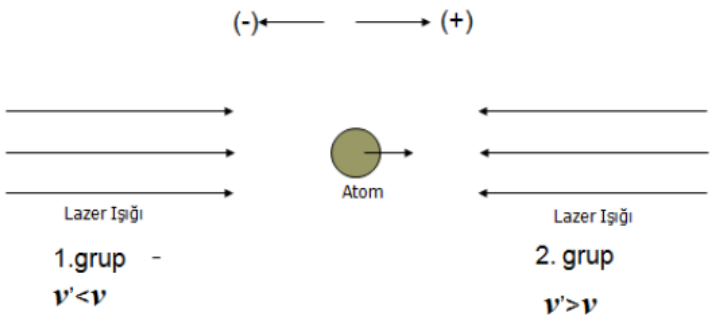
Şekil 3.5. a) Farklı yönlerde akım geçiren teller



Şekil 3.6. b) Yonca şeklinde bobin

3.5. Lazerle Soğutma ve Doppler Etkisi:

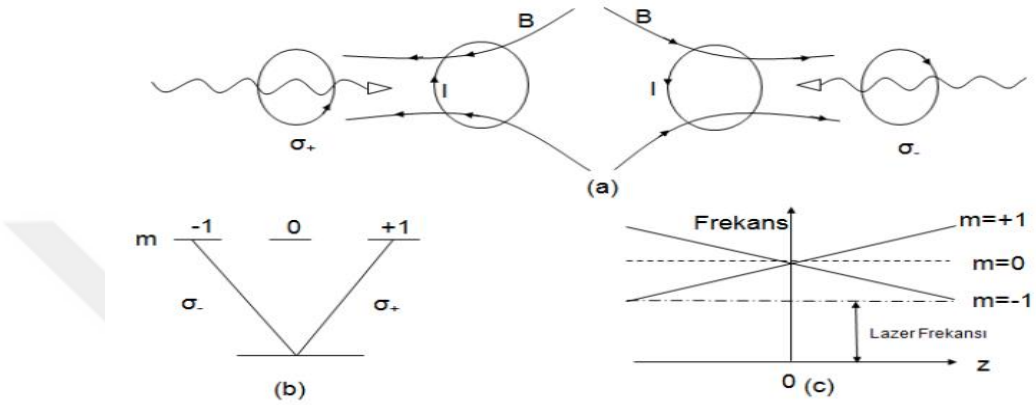
Bu yöntem atomların temel halden uyarılmış hale geçiş frekansına dayanmaktadır. Atomlar tuzak içerisinde hareket ederken uyarılma düzeyinin altında iki yönde lazer ışığına maruz bırakılır. Atomların hareket yönü ile lazer ışığının hareket yönünün farklı olması durumunda doppler etkisinden dolayı atom ışığın frekansını uyarılma frekansında algılayarak enerjisini soğurur **(v' > v, 2.grup)**. Daha fazla uyarılmış düzeyde kalamayacağından dolayı soğurduğu enerjiden daha büyük miktarını yüksek frekanslı ışık olarak yayınlar. Böylece atom enerji kaybederek soğumuş olacaktır. Lazer ışığıyla aynı yönde giden atom ışığın frekansını düşük algılayacağından dolayı uyarılmayacaktır **(v' < v, 1.grup)**.



Şekil 3.7. İki yönde ilerleyen lazer ışınları ve bir atomun gösterimi

3.6. Manyeto-Optik Tuzaklama (MOT):

Aynı frekans ile salınım yapan elektrik alanlardan π/2 faz kayması ile dairesel kutuplu lazer ışınları elde edilebilir. Buradaki amaç atomların lazer ışıklarının etkisiyle farklı alt durumlarına geçmesine ve buna bağlı olarak da manyetik alanla etkileşimlerinin değişmesine ve tuzakta tutulmasına yol açmaktır.

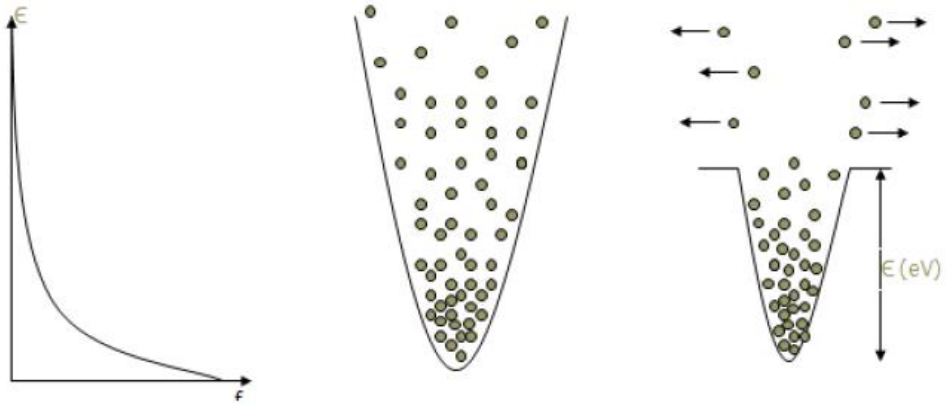


Şekil 3.8. a) MOT, b) geçişler, c) değişen manyetik alanın atomik geçişler üzerindeki etkileri (Barrett ve ark., 2001).

İlerlediği yönde saat yönüne ters dairesel kutuplu lazer ışınlarından +z yönünde ilerleyen σ+ demeti atomu m = +1, -z yönünde ilerleyen σ- demeti de m = -1 alt duruma geçmesine neden olur. Atomların bu farklı durumları (enerji seviyeleri) tuzak içerisindeki konumunu belirlemektedir. Lazer ışınları m = 0 durumunun altında ayarlanması durumunda –z konumundaki atom σ+ ve +z yönündeki atom σ- demetini soğurarak tuzak merkezinde kalacaktır.

3.7. Buharlaştırarak Soğutma:

Bose-Einstein Yoğuşmasını elde etmek için lazer ışığıyla soğutma yeterli değildir. Daha düşük sıcaklıkları elde etmek için buharlaştırma ile soğutmaya ihtiyaç duyulmaktadır.



Şekil 3.9. Buharlaşma ile soğutma yöntemi

Sıcaklık taneciklerin hareket enerjilerinin ortalama göstergesidir. Bu yöntemin amacı yüksek enerjili atomların sistemi terk etmesini sağlamaktır. Bunun için lazer ışınlarının yoğunluğu azaltılarak tuzak yüksekliği azaltılır ve böylece yüksek enerjili bozonik gazların sistemi terk etmesi sağlanır. Lazer ışınlarının yoğunluğu artırılarak tekrar tuzak yüksekliği artırılır. İçerde taneciklerin etkileşimi ile termal denge sağlandığında enerji tekrar artacağından dolayı bu işlem birkaç defa tekrar edilerek enerjisi yüksek bozonların sistemi terk etmesine ve ortalama enerjinin düşmesi yani sıcaklığın düşürülmesi sağlanmış olur. Seyrekleştirilmiş gazların (H_2) bu şekilde bir uygulaması ilk kez Hess tarafından teklif edilmiştir (Hess, 1986).

4. BOSE-HUBBARD MODELİ

İkinci kuantum formalizmi, yok etme $\hat{\psi}(\vec{r})$ ve yaratma $\hat{\psi}^{\dagger}(\vec{r})$ alan operatörleri kullanılarak temas etkileşen birçok parçacık bozon sisteminin Hamiltonyen operatörü,

$$\hat{H} = \int d^3 r \hat{\psi}^{\dagger}(r) \left[-\frac{\hbar \nabla^2}{2m} + V_{ext(r)} + \frac{g}{2} \hat{\psi}^{\dagger}(r) \hat{\psi}(r) - \mu \right] \hat{\psi}(r) \tag{4.1}$$

şeklinde verilir. Kareli parantez içerisindeki ilk terim kinetik enerjiyi vermektedir. Dış tuzaklama potansiyeli ise optik (Opt) potansiyel ile harmonik osilatör (Ho) potansiyelin toplamıdır. $V_{ext}(r) = V_{opt}(r) + V_{ho}(r)$ ve sırasıyla aşağıdaki eşitlik sağlanır.

$$V_{ext}(r) = \sum_{i=x,y,z} V_{0,i} \cos^2(k_i r_i) + \frac{1}{2} m \sum\nolimits_{i=x,y,z} w_i^r r_i^2 \tag{4.2}$$

Büyük kanonik toplulukta çalıştığımızdan buradaki kimyasal potansiyel μ toplam parçacık sayısını sabitler. Ek olarak, harmonik sınırlamanın optik kafesinkinden daha büyük bir ölçekte değişeceğini varsayalım, böylece manyetik tuzağın kafesin tek bir bölgesi üzerinde sabit olduğunu düşünebiliriz.

Bu formalizmde parçacık dalga fonksiyonlarını kullanarak alan operatörlerini yeniden yazabiliriz.

$$\hat{\psi}(\vec{r}) = \sum_{k} \Phi_k(\vec{r}) \hat{a}_k \tag{4.3}$$

$$\hat{\psi}^{\dagger}(\vec{r}) = \sum_{k} \Phi^*{}_k(\vec{r}) \hat{a}_k^{\dagger} \tag{4.4}$$

Burada k kuantum sayısıdır ve $[\Phi k(r)]_k$, bu duruma karşılık gelen dalga fonksiyonudur. $\hat{a}_k^{\dagger}$ yaratma operatörü ve $\hat{a}_k$ yok etme operatörlerinin Fock durumundaki formu aşağıda verilmiştir.

$$\hat{a}_k^{\dagger} |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle_k \tag{4.5}$$

$$\hat{a}_k |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle_k \tag{4.6}$$

Alan operatörleri ayrıca bozonlar için bilinen komutasyon ilişkilerini de sağlar.

$$\left[\hat{\psi}(\vec{r}),\hat{\psi}^{\dagger}(\vec{r}')\right]=\sum_{k=0}^{\infty}\phi_k(\vec{r})\phi_k^{*}(\vec{r}')=\delta^3(\vec{r}-\vec{r}') \tag{4.7}$$

$$\left[\hat{\psi}(\vec{r}),\hat{\psi}(\vec{\boldsymbol{r}}')\right]=\left[\hat{\psi}^{\dagger}(\vec{r}),\hat{\psi}^{\dagger}(\vec{\boldsymbol{r}}')\right]=\mathbf{0} \tag{4.8}$$

Bloch fonksiyonlarının tek parçacık spektrumunun izinli enerji seviyelerinden ve yasak enerji aralıklarından oluşan bantlarla belirlenmesi ve dalga fonksiyonunun α bant indeksi ve ħk quasi-momentumlu olması bilinen bir gerçektir. Bu duruma alternatif olarak $w_a(\vec{r}-\vec{R}_i)$ Wannier fonksiyonları kullanılabilir. Burada kullanılan $\vec{R}_i$, i örgü konumunu gösteren vektör iken $w_a(\vec{r})$ ise Bloch dalga fonksiyonunun fourier transformu olarak tanımlanabilir.

$$w_a(\vec{r})=\frac{1}{\sqrt{N_s}}\sum_{k}e^{-i\vec{k}.\vec{r}}\phi_{ak}(\vec{r}) \tag{4.9}$$

N_S örgüde bulanan toplam konum sayısını vermektedir. Alan operatörlerini Wannier fonksiyonlarını kullanarak yeniden şu şekilde yazılır.

$$\hat{\psi}(\vec{r})=\sum_{ak}\phi_{ak}(\vec{r})\hat{a}_{ak}=\sum_{a,i}w_a\left(\vec{r}-\vec{R}_i\right)\hat{a}_{a,i} \tag{4.10}$$

$$\hat{\psi}^{\dagger}(\vec{r})=\sum_{ak}\phi^{*}{}_{ak}(\vec{r})\hat{a}^{\dagger}{}_{ak}=\sum_{a,i}w^{*}{}_{a}\left(\vec{r}-\vec{R}_i\right)\hat{a}^{\dagger}{}_{a,i} \tag{4.11}$$

Parçacıklar birinci bandı diğer bantlardan ayıran yasak bölge aralığını geçecek kadar enerjiye sahip olmaması ve sistemin sıcaklığının düşük olmasıyla birlikte parçacıklar arası etkileşimin de bantlar arası geçişi sağlayacak kadar etkili olamamasından dolayı sistem birinci Bloch bandına yoğunlaşır. Tek bant üzerine yoğunlaşma sağlandığından dolayı alfa bant indeksi yazılmaz.

Eşitlik (4.1) kullanarak Hamiltonyen denklemi tekrar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{H} = -\sum_{i.j} J_{ij}\hat{a}_i^{\dagger}\hat{a}_j + \sum_{i,j,k,l} \frac{U_{i,j,k,l}}{2}\hat{a}_i^{\dagger}\hat{a}_j^{\dagger}\hat{a}_k\hat{a}_l - \sum_{i.j} \mu_{ij}\hat{a}_i^{\dagger}\hat{a}_j \tag{4.12}$$



Burada hamiltonyenin toplamını veren ifadeler tekrar şu şekilde yazılabilir:

$$J_{ij} = -\int d^3r w^*(\vec{r} - \vec{R}_i)\left[-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{opt}(\vec{r})\right] w(\vec{r} - \vec{R}_j) \tag{4.13}$$

$$U_{i,j,k,l} = g\int d^3r w^*(\vec{r} - \vec{R}_i) w^*(\vec{r} - \vec{R}_j) w(\vec{r} - \vec{R}_k) w(\vec{r} - \vec{R}_l) \tag{4.14}$$

$$\mu_{i,j} = \int d^3r w^*(\vec{r} - \vec{R}_i)\,[\mu - V_{ho}(\vec{r})]\, w(\vec{r} - \vec{R}_j) \tag{4.15}$$

Wannier fonksiyonları örgü konumlarının derinliğine bağlı olarak daha fazla lokalize olur. Yeterince derin bir optik potansiyel için yerinde etkileşim ($U_{i,i,i,i}$) ve kimyasal potansiyel ($\mu_{i,i}$) katkısı yüksektir. Kinetik enerji terimine $J_{i,i}$ sabit bir katkı sağlar. İntegraldeki türevin varlığından dolayı, en yakın komşu siteler için $J_{i,j} > 0$ için de pozitif bir matris elemanı vardır. i ve j bölgesinde lokalize olan Wannier fonksiyonları için Gaussian fonksiyonu yaklaşıklığı kullanılmıştır. Ancak, Gaussian fonksiyonlarının çizimde sadece niteliksellik sağlamıştır. Aslında, niceliksel olarak doğru olabilmek için, Wannier fonksiyonlarıyla uygun matris elemanlarının hesaplanması gerekir.

Parçacıklar aynı konumda lokalize olduğundan dolayı tüm indisler aynı olacak ve basitçe Bose-Hubbard homiltonyeni şu şekilde yazılabilir.

$$\hat{H}_{BH} = -\frac{J}{2}\sum_{\langle ij\rangle}\left(\hat{a}_i^{\dagger}\hat{a}_j + \hat{a}_j{}^{\dagger}\hat{a}_i\right) + \frac{U}{2}\sum_i \hat{n}_i(\hat{n}_i - 1) - \sum_i \mu_i\hat{n}_i \tag{4.16}$$

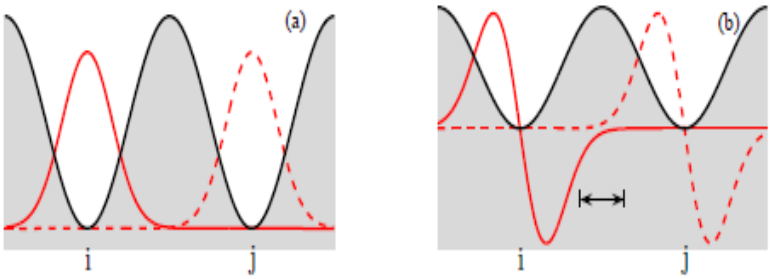
Burada $\langle i, j\rangle$, en yakın komşulardan toplamı gösterir. Tünelleme katsayısı hermisyendir $J = J_{i,j} = J_{j,i.}$ $U = g\int d^3r|\omega(r)|^4$ U yerinde etkileşim enerjisidir. $\hat{n}_i = \hat{a}_i^{\dagger}\hat{a}_i$, i alanındaki sayı operatörüdür ve her site için sabit bir katkı sağladığı için $J_{i,i}$'yi ihmal edilebilir. Harmonik

sınırlandırma, bir kafes alanında sabit olduğu varsayıldığından kimyasal potansiyelde dikkate alınmıştır.

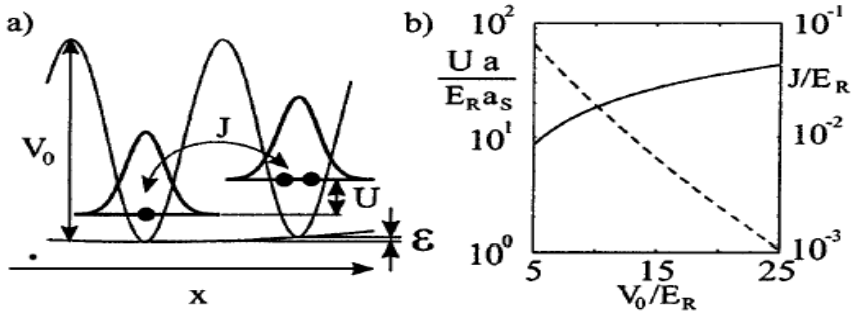
$$\mu_i = \mu - \frac{1}{2} m\vec{\omega}^2 . (R_i - R_0)^2 \qquad (4.17)$$

Burada $\vec{R}_0$ harmonik tuzağın merkeziyken $\vec{w}$ = (w_x ,w_y ,w_z) üç boyutlu (yönlü) harmonik tuzağın frekansıdır. Örgünün sağında bulunan ikinci terim her alanda farklılık gösteren kimyasal potansiyel enerjidir.

Şekil 4.2'de $V_{opt}(x) = V_0 \sin^2(kx)$ bir boyutlu optik örgü için k = 2π/λ dalga vektörü ile v_0 optik örgü derinliğinin fonksiyonu olarak hem yerinde etkileşim U (düz çizgi) hem de tünelleme katsayısı J (kesikli çizgi) gösterilmiştir. Buradaki tüm nicelikler $\hbar k$ momentumlu fotonun emilmesinden sonra atom tarafından kazanılan $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$ geri tepme enerjisi cinsinden (birimlerinde) gösterilmiştir.



Şekil 4.1. a) Örtüşmenin önemsenmediği i ve j komşu konumlarında iki gaussian fonksiyonunun lokalizasyonu, b) Gaussian fonksiyonlarının ilk türevi, okla gösterilen bölgede pozitif bir matris elementi $J_{i,j} > 0$'a yol açan negatif bir örtüşme gösterir.



Şekil 4.2. a) Bir boyutta optik kafesin şematik gösterimi; b) V_0 optik potansiyel derinliğine bağlı olarak yerinde etkileşim U (düz çizgi) ve tünelleme katsayısı J (kesikli çizgi) ölçeklenmiştir, yerinde etkileşim a/a_s (>>1) ile çarpılır, burada a = λ/2 örgü periyodudur ve a_s m eşit kütleli atomlar için s- dalga saçılma uzunluğudur.

5. ORTALAMA ALAN ÇÖZÜMÜ VE FAZ DİYAGRAMI

Basit bir ortalama-alan teorik yaklaşımında, sistemin Hamiltonyen'i kompleks bir ψ parametresi kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$H_{MF} = \sum_i (-\mu n_i + U n_i(n_i - 1) - \psi^* b_i - \psi b_i) \tag{5.1}$$

Bu temel olarak, komşu sitelerden gelen etki yerine kompleks değişkenli bir parametrenin kullanıldığı bir tek örgü noktalı hamiltonyendir. Temel durum enerjisini en aza indirmek için bu parametreyi serbestçe değiştirebiliriz ve varyasyonel ilke bize bu minimumun gerçek değerin altında olmayacağını garanti eder.

Aynı örgü noktasında bulunan parçacık sayısı durumları, hamiltonyenin öz durumlarıdır ve enerji E,

$$E = -\mu M + UM(M-1) = UM^2 - (\mu + U)M \tag{5.2}$$

eşitliği tarafından verilir. Burada M aynı örgü noktasında bulunan parçacık sayısıdır. Enerjiyi minimize eden M değeri, M = 1 + μ / U'dur. Ancak, en yakın tam sayıya yuvarlamamız gerekmektedir (n_0). Bu, μ / U Є N değerleri için bir dejenerasyona karşılık gelir, J > 0 olduğunda bu dejenerasyon kalkar.

Şimdi J'nin küçük olduğu bir hamiltonyeni ele alalım. Tünelleme terimi, bir pertürbasyon olarak değerlendirilebilir ve hamiltonyendeki diğer terimlerle komüte ettiği aşağıda gösterilmiştir.

$$\left[n_i, \sum_{\langle ij \rangle} (a_i^\dagger a_j + a_j^\dagger a_i)\right] = \sum_{\langle ij \rangle} (a_i^\dagger a_i a_i^\dagger a_j + a_i^\dagger a_i a_j^\dagger a_i - a_i^\dagger a_j a_i^\dagger a_i - a_j^\dagger a_i a_i^\dagger a_i) = \sum_{\langle ij \rangle} (a_i^\dagger a_j - a_j^\dagger a_i) = 0 \tag{5.3}$$

Son satırda, toplam en yakın komşular üzerinden toplanır ve antisimetri sebebiyle tüm terimler sadeleşir. Bu pertürbasyonun hamiltonyenin geri kalanıyla komüte etmesi gerçeği, bize adyabatik olarak J'yi artırırsak sistemin tam olarak aynı $N = \sum_i n_i$ öz değerine sahip bir öz durumda kalacağını gösterir. Böylece, küçük fakat sonlu bir J için,

$$\langle n_i \rangle = n_0(\mu/U) \tag{5.4}$$

tam sonucunu elde ederiz.

Yukarıdaki tartışma, faz diyagramında değişmeyen parçacık sayısı alanlarının bulunmasını açıklar. Bu alanlara Mott yalıtkanı (M.I.) fazı denir. Bu faz aşağıdaki durumdan dolayı sıkıştırılamaz olarak bilinir.

$$\frac{\partial\langle N\rangle}{\partial\mu} = 0 \tag{5.5}$$

Gözlenebilir bir değer, faz diyagramının sonlu bir kısmı üzerinde kuantumlu bir değerde sabittir. Yine, bu fenomen, sadece hamiltonyenlerle komüte eden bir pertürbasyonun varlığı ile mümkün olmaktadır.

Diğer limitte, yani tünellemenin hamiltonyende baskın olması halinde ($J \gg |U|$) alınır. Temel durum, kafesin tamamı boyunca lokalize olmayan parçacık durumlarından oluşacaktır. Komşu siteler güçlü bir şekilde çiftlenim gösterecek ve ψ sıfır olmayan bir değere sahip olacaktır. Gerçek taban durumu enerjisi ile ortalama alan taban durumu enerjisi arasındaki farkı (ΔE) alabiliriz ve ψ'ye göre minimize ederek aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$\frac{\Delta E}{M} = -zJ\langle a^{\dagger}\rangle\langle a\rangle + \langle a\rangle\psi^{*} + \langle a^{\dagger}\rangle\psi \Longrightarrow \psi = zJ\langle a\rangle \tag{5.6}$$

Tünelleme hamiltonyene baskın olduğunda, taban durum artık sayı operatörünün bir öz değeri değildir, daha ziyade aşağıdaki gibidir.

$$|\psi\rangle_{J\gg|U|} \propto \left(\sum_i a_i^{\dagger}\right)^{N} |0\rangle \tag{5.7}$$

Bu durumda ψ sonlu bir değere sahip olacak ve sistem aşırı akışkan (S.F.) durumunda olacaktır. Bu noktada neden iki fazı Mott yalıtkanı ve süper akışkan olarak adlandırdığımız üzerine bir açıklama yapmak uygun olacaktır. ψ alanının bir düzen parametresi için iyi bir aday olduğu açıktır. Bu nedenle, faz geçişi iyi tanımlanmıştır. Süper akışkanlık, uzun menzilli bir düzen gerektirir ve ψ, sıfır olmayan bir köşegen dışı elemandır (bozon yok etme operatörünün beklenen değeriyle orantılıdır). Ayrıca, sonlu ψ (1)'de mevcut olan $b \rightarrow be^{i\theta}$ simetrisini kırar ve fazdaki değişikliklere sertlik sağlar. Son olarak, faz sınırını belirlemek için ortalama alan

teorisini kullanalım. Bu fenomenolojik Landau teorisi kullanılarak yapılabilir. Landau serbest enerjisini şu şekilde tanımlayabiliriz:

$$L = r|\psi|^2 + s|\psi|^4 + O(|\psi|^6) \tag{5.8}$$

Faz geçişi r = 0 olduğunda gerçekleşecektir ve bu ikinci mertebeden pertürbasyon teorisi kullanılarak bulunabilir.

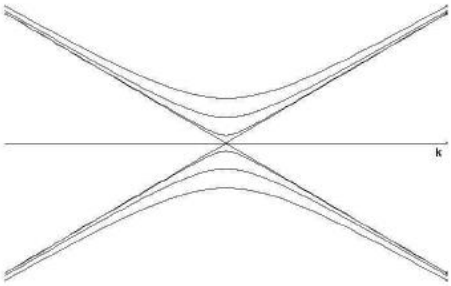
$$r = \xi(\mu/U)[1 - zJ\xi(\mu/U)] \tag{5.9}$$

$$\xi(\mu/U) = \frac{n_0(\mu/U) + 1}{Un_0(\mu/U) - \mu} + \frac{n_0(\mu/U)}{\mu - U(n_0(\mu/U) - 1)} \tag{5.10}$$

6. KUANTUM FAZ GEÇİŞİ

Kuantum faz geçişi, termal dalgalanmalarla değil kuantum mekaniğiyle sürülen bir geçiştir. Bir sistem mutlak sıfıra yaklaşırken termal dalgalanmalar donar ve kuantum mekanik etkiler gittikçe daha fazla alakalı hale gelir. Bu nedenle, bir sistemin sıfır kelvin'de bile kuantum faz geçişine izin verilir.

Sınırlı sayıda serbestlik derecesine sahip bir sistem, sınırlı sayıda terimin toplamı olan bir bölüşüm fonksiyonuyla tanımlanır. Bu terimlerin hepsi analitiktir ve bu nedenle bölüşüm fonkiyonu (ve tüm türevler) de analitiktir. Elde ettiğimiz analitik olmayan davranışı (faz geçişini) sonsuz sistem büyüklüğü limitinin alıması açıklar (analitik fonksiyonların sonsuz bir toplamı analitik olmayan bir sonuç verebilir).



Şekil 6.1. Yasaklanmış geçişler (k parametresinin bir fonksiyonu olarak) artan parçacık sayısıyla daha keskin olabilir.

Bir sistemin enerji durumları, elemanları az sayıda harici parametreye dayanan bir hermityen matrisi olan hamiltonyenin öz değerleridir. Şimdi, matematiksel olarak N sürekli gerçek parametrelere dayanan bir hermityen matrisin öz değerleri, N - 2 boyutlu bir manifold dışında birbirini kesmeyeceği gösterilebilir. Bu yüzden birkaç parametreye bağlı olan büyük bir sistem için enerji seviyeleri birbirini kesmeyecektir. Parametreleri adyabatik olarak değiştirildiği sürece, taban durumundaki bir sistem taban seviyesinde kalacaktır. Bununla birlikte, sistem boyutunu artırdıkça, izin verilmeyen geçiş daha keskin hale gelecektir, böylece sonsuz sistem sınırında asimptotik konisine yaklaşacaktır (Şekil 6.1). Bu noktadan sonra Adyabatik teorem önemsiz hale gelecek ve bir faz geçişi mümkün olacaktır.

1. Deneysel Doğrulama

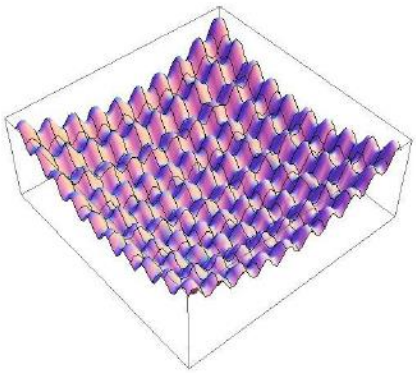
Bose-Hubbard hamiltonyeninin analizi, Josephson eklem dizilerinde elektron lokalizasyonunu ve gözenekli ortamda süperakışkan Helyum'u açıklamakta yardımcı olmuştur. Bununla birlikte, günümüzde ilginin çoğu, periyodik optik potansiyellerde (optik kafesler) tuzaklanmış seyreltik alkali gazlara yönelmiştir. Bu deneylerde, atomlar duran elektromanyetik dalgaların oluşturduğu potansiyellerde tuzaklanmakta ve dejenerasyon seviyesine kadar soğutulmaktadır. İyi kontrol edilen potansiyel derinlikler ve geometriler, optik kafes deneylerini yoğunlaştırılmış madde teorileri için özel kuantum simülasyonlarına dönüştürdü.

S.F. den M.I.'ye geçişin ilk ve en ünlü gözlemi, aşağıda verilen formdaki bir potansiyelde yaklaşık 2.10^5 ^{87}Rb (bosonik) atom kullanılarak yapıldı (Greiner ve ark., 2002).

$$V = V_0[\sin^2(kx) + \sin^2(ky) + \sin^2(kz)] \tag{6.1}$$

Harmonik bir potansiyel tarafından kaplanmış kılıf (Şekil 6.2).

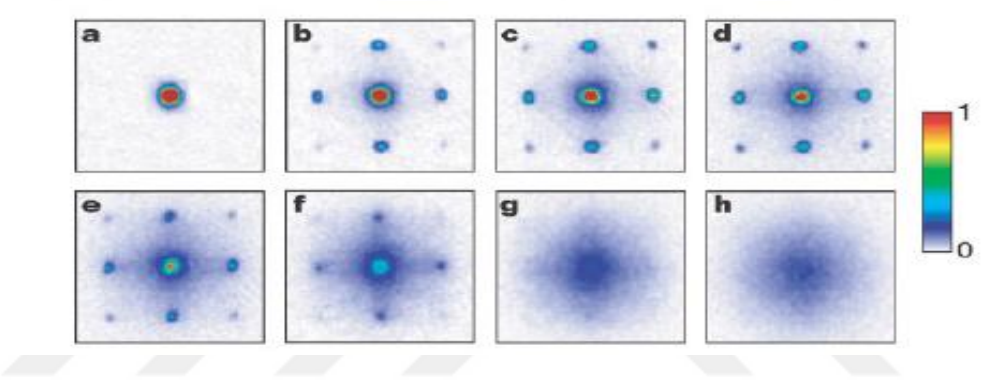
Bu tuzaktaki periyodik uzaklık, parçacıklar arası etkileşim mesafesinden çok daha büyük seçilir. Tuzaktaki atom sayısı genel kimyasal potansiyeli belirler ve J/U oranı V_0 tuzağının derinliği belirler. Ölçüm tekniği, periyodik potansiyel kapatıldıktan hemen sonra atom bulutunun soğurma görüntüsünü almaktan başka bir şey değildir. Bir atom bulutu böylece tek bir veri noktası verir. Herhangi bir sürekli veri eğrisi bu durumda birçok atom bulutunun hazırlanmasını gerektirir.



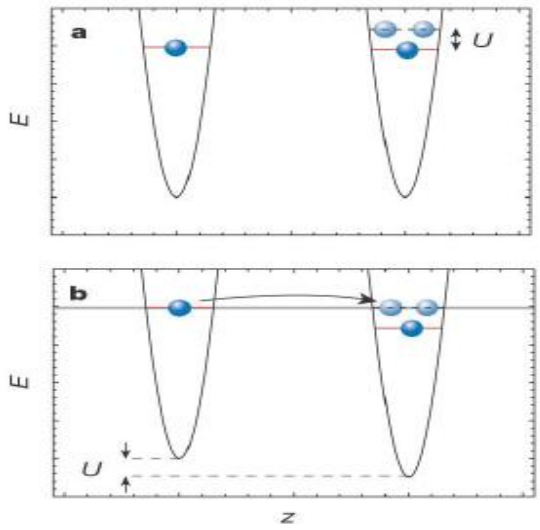
Şekil 6.2. Harmonik kabuklu sinüzoid potansiyel (2 boyutlu gösterimi).

Atomlar S.F. faz'da ise, daha sonra taban durum kafes boyunca lokalize değildir ve yüksek derecede bir faz tutarlılığı vardır. Atomları serbest bıraktığımız anda, ilk yakalama potansiyeli ile aynı simetriye sahip keskin bir girişim deseni görülmesi beklenebilir (bu durumda basit kübik). Bu aslında bir madde-dalgası girişimidir.

M.I. rejimi, atomları ayrı yerlerde kuvvetle lokalize eder. Sayı dalgalanmaları çok fazla enerji gerektirir ve atomik bulut genelinde faz uyumu yoktur. Tuzağı serbest bıraktığımızda hiçbir girişim tepesi görünmez. (Şekil 6.3), faz diyagramı boyunca çekilen gerçek olmayan renkli resimleri göstermektedir. Görüldüğü gibi girişim pikleri, J/U'nun daha küçük değerlerine doğru ilerledikçe yavaş yavaş kayboluyor. Bununla birlikte, pik genişliği artmaz. Bunun yerine, manyetik tuzağın genel harmonik potaniyeli tarafından kontrol edilen daha güçlü bir M.I. arka planı vardır.



Şekil 6.3. Atomları derinliği gittikçe artan (a → h) bir periyodik potansiyelden serbest bıraktıktan sonra çekilen absorbsiyon görüntüleri.

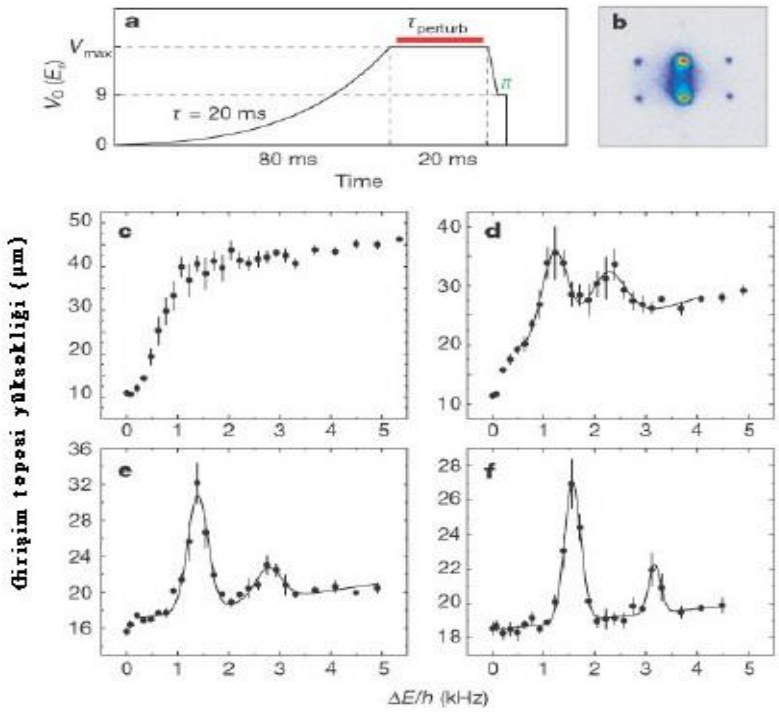


Şekil 6.4. (a) Bir parçacığı işgal edilmiş bir kafes noktasına taşımak için gereken enerji farkı. (b) "Eğik" bir pertürbasyon potansiyeli tünellemeyi enerji açısından uygun hale getirir.

Açıkçası, atom bulutu bir nokta değil, faz diyagramında dikey bir çizgi parçasıdır. M.I.'nin bir özelliği, uyarma spektrumunun aralıklı olmasıdır. Yani bir parçacık-deşik uyarımı oluşturmak sonlu bir enerji gerektirir, bu da (Şekil 6.4a) karikatürize edildiği gibi bir parçacığın zaten dolu olan bir komşu örgü noktasına yerleştirmek için gereken enerji U olarak düşünülebilir. Dolayısıyla, iki parçacığı aynı potansiyel kuyucuğa koymak zorunda kalırsak, doğru miktarda potansiyel gradyanı ekleyerek kafesi "eğmemiz" gerekir (Şekil 6.4b).

Bu uyarma enerjisi yasak aralığını gözlemlemek için yapılan bir deneyel çalışma aşağıda özetlenmiştir (Kondov, 2008):

Durum hazırlığı Şekil 6.5a'da açıklanmaktadır. Grafik, potansiyel V_0 derinliğini zamanın bir fonksiyonu olarak gösterir. İlk başta periyodik alan, sistemin temel durumda ($\Delta\tau$ = 80ms) gelişmesini sağlamak için adyabatik olarak artırılır. Maksimum (V_{max}) değere ulaştığında, pertürbe edici bir "eğim" alanını (20ms) açılır. Yine, yalnızca doğru miktarda eğim, bir parçacık-deşik uyarımı yaratacaktır. Sonra, periyodik potansiyel, S.F.faz'a karşılık gelecek değerlere düşürülür. Doğru miktarda "eğim" e sahip olunursa, sistemin son durumu uyarılmış bir durumdur. Uyarımlar, faz uyumunu bozarak kırınım tepe noktalarının genişlemesine neden olurlar (Şekil 6.5b).



Şekil 6.5. (a) Uyarılmış durumda bir sistemin hazırlanmasında V0 optik kafes derinliğinin zamanla değişimi. (b) Uyarılmış durum da başlatma nedeniyle S.F.'de girişim pikinin genişlemesi. (c) - (f) Tepe genişletme verileri, M.I.'nin boşluklu uyarma spektrumunu ortaya koymaktadır.

Şekil 6.5c, potansiyel gradyanın bir fonksiyonu olarak girişim tepe (pik) genişliğini gösterir. Şekil 6.5c, parazit tepe genişliğini a olarak göstermektedir. ΔE/h = 1.4 ve ΔE/h = 2.8'deki sivri uçlar, uyarma yasak aralığının kuantumlanmış enerjisini göstermektedir. Tepe genişlemesi, daha büyük bir kısmının uyarılmış MI durumunda hazırlanmasına karşılık gelen daha büyük V_{max} için daha belirgin hale gelir.

7. DİPOL DİPOL ETKİLEŞİM

7.1. Dipol-Dipol Etkileşim Özellikleri

$\hat{e}_1$ ve $\hat{e}_2$ birim vektörleri boyunca dipol momentleri olan ve göreceli pozisyonları r olan (Şekil 7.1a) iki parçacık için dipol-dipol etkileşimine neden olan enerji şu şekilde hesaplanır.

$$U_{dd}(\hat{r}) = \frac{C_{dd}}{4\pi}\frac{(\hat{e}_1.\hat{e}_2)r^2 - 3(\hat{e}_1.r)(\hat{e}_2.r)}{r^5} \tag{7.1}$$

Eşleşme sabiti C_{dd}, kalıcı bir manyetik dipol momenti μ olan parçacıklar için $\mu_0\mu^2$ (μ_0, vakum geçirgenliği) ve kalıcı bir elektrikli dipol momenti d olan parçacıklar için d^2 / ε_0 (ε_0, vakumun elektrik geçirgenliği)'dır. Bütün dipoller z yönünü (Şekil 7.1b) işaret ettiği polarize bir örnek için, bu ifade kolayca şu şekilde olur;

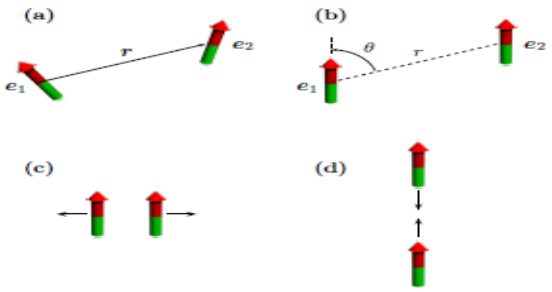
$$U_{dd}(r) = \frac{C_{dd}}{4\pi}\frac{1 - 3\cos^2\theta}{r^3} \tag{7.2}$$

Burada ki θ açısı polarizasyon yönü ile parçacığın göreli pozisyonu arasındaki açıdır. Dipol-dipol etkileşimlerin iki temel özelliği vardır, yani uzun mesafede ($\sim 1/r^3$) anizotropik karakterde kısa mesafede ise izotropiktir ve zıt özelliktedir.

7.2. Uzun Aralık Etkileşimi:

Bir sistemde uzun mesafeli etkileşimler bulunduğunda parçacık başına düşen enerji sadece yoğunluğa bağlı değildir ayrıca toplam parçacık sayısına da bağlıdır. Kapsamlı bir enerji elde etmek için gerekli bir koşulun, etkileşim potansiyelinin U (r) integralinin olduğunu görmek kolaydır.

$$\int_{r_0}^{\infty} U(r) d^D r \tag{7.3}$$

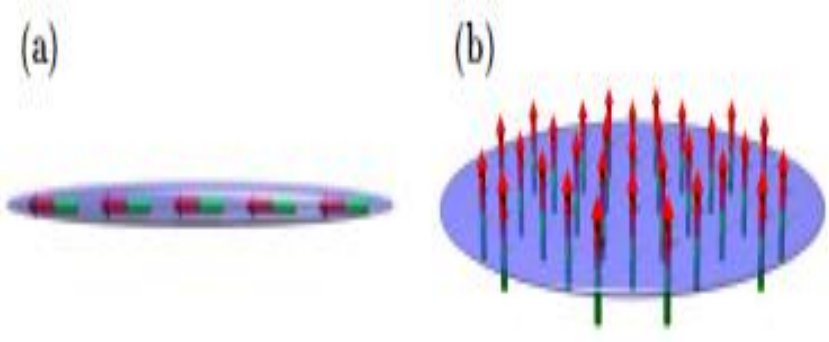


Şekil 7.1. Dipol-dipol etkileşen iki parçacığın etkileşimi, a) polarize olamayan durum, b) polarize durum, c) yanyana polarize olmuş dipoller birbirini itmesi (siyah oklar), d) uç uca polarize durumunda dipoller birbirini itmesi (siyah oklar).

Burada sistemin boyutu D dir. Uzun mesafelerde $1 / r^n$ gibi büyük mesafelerde azalan etkileşimler için bu, etkileşimin kısa mesafeli olduğunu düşünmek için $D < n$ olması gerektiği anlamına gelir. Böylece dipol dipol etkileşimler (n=3) üç boyutta uzun mesafeli , bir veya iki boyutta kısa mesafelidir.

7.3. Anizotropi:

Dipol-dipol etkileşimi, ikinci derece P_2 (cosθ), yani d-dalgası olan Legendre polinomunun açısal simetrisine sahiptir. θ, 0 ile $\pi / 2$ arasında değiştiğinden, $1-3\cos^2\theta$ faktörü 1 ile 2 arasında değişir ve bu nedenle dipol-dipol etkileşimi yan yana duran parçacıklar için itici iken uç uca duran parçacıklar için (iki kat daha fazla) çekicidir. Özel değer için - $\theta_m = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 54.7^{\circ}$ - yüksek kararlılıkta katı hal nükleer manyetik rezonansında kullanılır "sihirli açı" olarak adlandırılır dipol-dipol etkileşimi ortadan kalkar.



Şekil 7.2. Tuzaklanmış bir dipolar BEC'nin geometriye bağlı kararlılığı için sezgisel resim. a) Tuzak şeklinin yayvan (puro şeklinde) olması durumunda etkileşim çekicidir. Bu, yoğuşmanın karasızlığına yol açar. b) Güçlü sınırlama ekseni boyunca yönlendirilmiş dipollerle kutuptan basık (gözleme şeklindeki) bir tuzakta, dipol-dipol etkileşimi esasen iticidir ve BEC kararlıdır.

7.4. Saçılma Özellikleri:

Genellikle, iki atom arasındaki etkileşim potansiyeli aradaki mesafenin r olması durumunda büyük mesafelerde $-C_6 / r^6$ gibi davranır. Böyle bir van der Waals potansiyeli için, çok küçük çarpışma enerjisi limitinde yalnızca s dalgası saçılmasının rol oynadığı gösterilebilir.

Dipol-dipol etkileşimi durumunda, büyük mesafelerde $1 / r^3$ olarak yavaş azalma, düşük momentumdaki tüm ℓ, $\delta\ell \sim k$ ve tüm kısmi dalgaların saçılma genliğine katkıda bulunduğunu gösterir. Dahası, dipol dipol etkileşiminin anizotropisi nedeniyle, farklı açısal momentumlu kısmi dalgalar birbirleriyle birleşir. Bu nedenle, gerçek potansiyel kısa mesafeli izotropik temas etkileşimi ile değiştirilemez. Dipolar etkileşimin bu özelliği, polarize bir Fermi gazı durumunda ilginç bir sonuç doğurur. Düşük sıcaklıkta donduran kısa mesafeli bir etkileşimin aksine, dipol-dipol yoluyla etkileşen aynı fermiyonlar için çarpışma kesiti sıfır sıcaklıkta bile kaybolmaz.

7.5. Fourier Dönüşümü:

Sayısal hesaplamalarda kolaylık sağlaması açısından dipol-dipol etkileşimin Fourier dönüşümünü kullanmak uygundur.

$$\widetilde{U_{dd}}(k) = \int U_{dd}(r) e^{-ik.r} d^3r \tag{7.4}$$

(7.2)'den yola çıkarak şu sonuç elde edilir:

$$\widetilde{U_{dd}}(k) = C_{dd}(\cos^2 a - 1/3) \tag{7.5}$$

"α" Polarizasyon yönü ile k arasındaki açı.

Dikkate değer bir şekilde, üç boyutta, dipol-dipol etkileşiminin Fourier dönüşümü basitçe temas etkileşimi g olan dalga vektörü k'nin modülüne bağlı değildir.

7.6. Dipol-Dipol Etkileşimin Ayarlanması:

Dönen bir polarizasyon alanı kullanarak ve zaman ortalaması alınarak, dipol-dipol etkileşimini ayarlamak, yani etkin gücünü azaltmak ve hatta işaretini değiştirmek mümkündür.

Bu olay şöyle gerçekleşir: Manyetik alandaki manyetik dipoller μ durumunu gözönüne alalım (Şekil 7.3). Zaman ortalamalı potansiyel,

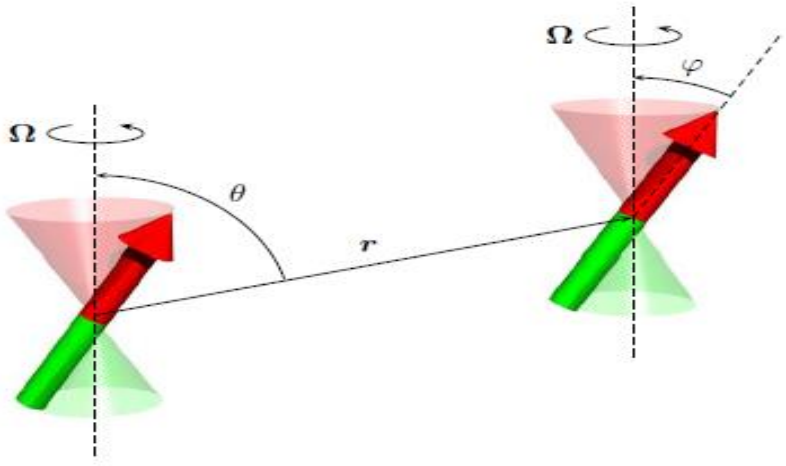
$$\langle U_{dd}(t)\rangle = \frac{C_{dd}}{4\pi}\frac{1-3\cos^2\theta}{r^3}\left[\frac{3\cos^2\varphi-1}{2}\right] \tag{7.6}$$

'dir. Burada dönen polarizasyon alanının açısı olan φ değiştirilerek etkileşim şiddeti ayarlanabilir.

7.7. Dipolar Gazın Oluşturulması:

Önemli dipol-dipol etkileşimlerine sahip olan bir kuantum gazını gerçekleştirmek için, bir elektrik dipol momenti d veya manyetik dipol momenti μ olan parçacıklar kullanılabilir. Genellikle, elektrik durumundaki dipolar bağlantı çok daha yüksektir. Aslında, bir atomik veya moleküler sistem için d'nin tipik büyüklük mertebesi, $d \sim q_e a_0$'dır; burada q_e, elektron yüküdür ve a_0, Bohr yarıçapı iken, manyetik momentler, Bohr manyetonu μ_B'nin mertebesindedir.

a_0 ve μ_B tanımlarını temel sabitler cinsinden kullanarak, manyetik / elektrik dipolar birleşme sabitlerinin oranı aşağıdaki gibidir.



Şekil 7.3. Dipol-dipol etkileşiminin ayarlanması, dipollerin z çevresinde döner bir alan kullanılarak elde edilebilir.

$$\frac{\mu_0 \mu^2}{d^2/\varepsilon_0} \sim a^2 \sim 10^{-4} \tag{7.7}$$

Burada, α ≃ 1/137 ince yapı sabitidir.

Belirli bir tür için, dipolar etkileşimin kuvvetini ölçmek için çeşitli nicelikleri tanımlamak uygundur. Dipol anından (yani, dipolar birleştirme sabiti C_{dd}) ve parçacığın kütlesi m'den, aşağıdaki uzunluk tanımlanabilir:

$$a_{dd} \equiv \frac{C_{dd} m}{12\pi\hbar^2} \tag{7.8}$$

Bu, 'kutupsal uzunluk', dipol-dipol etkileşiminin mutlak gücünün bir ölçüsüdür. Bununla birlikte, bazı durumlarda, sistemin fiziksel özelliklerini belirleyen, dipolar etkileşmenin nispi kuvvetini ve temas etkileşimlerini karşılaştıran bir nicelik olan, dipolar uzunluğunun s dalgası saçılma uzunluğuna oranıdır. Bu dipolar parametrenin dipolar etkilerini gözlemlemek istiyorsa ihmal edilmemiş olması gerekir.

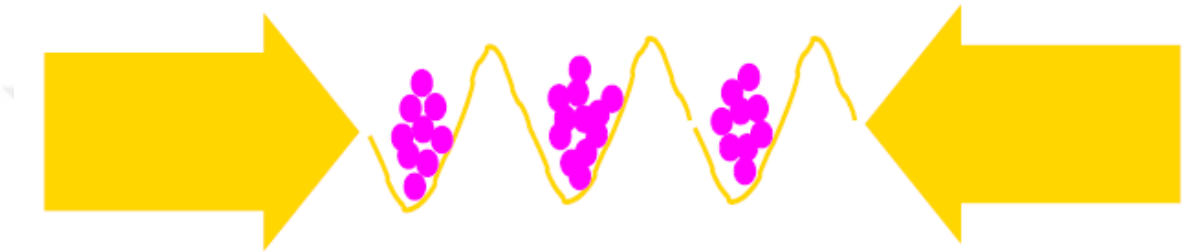
$$\varepsilon_{dd} \equiv \frac{a_{dd}}{a} = \frac{C_{dd}}{3g} \tag{7.9}$$

8. OPTİK ÖRGÜDE DİPOLAR GAZLAR:

8.1. Periyodik ve Kuazi Periyodik Optik Örgüde Yoğunlasma

Karşılıklı olarak bulundukları eksene paralel yerleştirilmiş lazer ışınları bir boyutlu ve doğrusal bir optik örgü oluşturmaktadır (Şekil 8.1).

Periyodik örgüyü iki periyotlu yapmak için aynı eksen üzerine lazerler 60° ve 120°'lik açılarda yerleştirilmelidir (Şekil 8.2).



Şekil 8.1. Tek periyotlu örgü ve bu örgüde yoğunlaşmanın gösterimi



Şekil 8.2. Çift periyotlu örgü ve bu örgüde yoğunlaşmanın gösterimi (Ekşioğlu, 2006)

Bu her iki durumda periyodik potansiyel altında tutulmaktadır. Tek periyotlu örgünün elektrik alan hesabı şu şekilde yapılmaktadır:

$$E = E_0 e^{i(kz-wt)} + E_0 e^{-i(wt+kz)} = 2E_0 e^{-iwt}\cos(kz) \tag{8.1}$$

Buna göre atomların enerjisi şu şekilde belirlenir:

$$U(z) \propto I \propto |E|^2 \propto E_0^2 \cos^2(kz) \tag{8.2}$$

Örgünün iki periyotlu olması durumunda da elektrik alan hesabı şu şekilde yapılmaktadır:

$$U(z) \propto |E|^2 = E_0^2 \cos^2(kz) + \beta^{1^2} \cos^2(kz/2) \tag{8.3}$$

Optik örgülerde aşırı soğuk atomlarda çalışmak Landau-Zener tünellenmesi, Bloch salınımları (oscillations) ve Wannier-Stark merdivenleri fenomenleri açısından önem taşımaktadır. Burada örgünün boyutunu kullandığımız lazer çiftini artırarak iki ya da üç gibi daha yüksek boyutlarda örgü elde edilebilmektedir. Lazerlerin yaptığı girişimler farklı geometride örgüler oluşturabilmektedir.

8.2. Optik Örgüde Bose-Einstein Yoğuşması:

Zayıf optik kafeslerin varlığında, sistemin tutarlılığı korunduğunda, Gross-Pitaevskii denklemi sistemin iyi bir tanımını sağlar. Periyodik potansiyel ve etkileşimlerin varlığından dolayı, katı hal fiziği ve lineer olmayan optiğin tipik fenomenlerine analojiler ayrı ayrı mümkündür.

En yaygın durumlarda, ultra soğuk gazlardaki etkileşimler, nokta benzeri bir etkileşim olarak kabul edilen çok iyi bir yaklaşımda olabilen s dalgası saçılması tarafından domine edilir. Tam uyumluluk durumunda, sistem makroskopik bir dalga fonksiyonu ile tanımlanır ve Gross–Pitaevskii Eşitliği (GPE)'ne uyar. Optik kafeslerin varlığında, V_{ext} periyodiktir ve $V_{ext}(r) = \sum_n V_n^{opt} \sin^2(\pi x_n/d_n)$ tarafından verilir, burada indeks n kafesin boyutudur ve d_n n'inci yönde kafes sabitidir. Dalga boyunun karşıt lazer ışınıyla oluşturulan kafesler için λ, kafes aralığı d = λ / 2'dir. Kafes potansiyelinin V_n^{opt} derinliği, lazer ışığının yoğunluğuna doğrusal olarak bağlıdır.

Tek bir parçacığın periyodik bir potansiyel içindeki spektrumunun, izin verilen enerji ve enerji boşluklarının bantları ile karakterize olduğu iyi bilinmektedir . Tüm kafes üzerinde delokalize edilmiş enerji öz durumlarının karşılığı (Bloch durumları), farklı kafes bölgelerinde merkezlenen dalga fonksiyonlarıdır (Wannier fonksiyonları). Yeterince derin periyodik potansiyeller için, Wannier fonksiyonları kafes bölgelerinde iyi konumlandırıldığında, sıkı

bağlanma düzenine ulaşılır: ilk bant, $E(q) = -2J\sum_n \cos(q_n d_n)$'yi alır, q_n farklı kafes yönlerinde quazi-momentum olur ve J, komşu kuyular arasındaki tünel parametresidir. Yeterince düşük etkileşimler ve sıcaklık için, sistemin fiziğini tanımlamak için ilk enerji bandı yeterlidir. Bu varsayımlar altında, ayrılmış lineer olmayan Schrödinger (DNLS) denklemi sistemin iyi bir tanımını sağlar.

GP çözümünün ötesindeki uyarımlar, Bogoliubov yönteminin periyodik potansiyeli içerecek şekilde genelleştirilmesiyle bulunabilir. Renormalize ses hızında fononik bir kol gösterirler. Yoğuşma hareketi için, Brillouin bölgesinin kenarında, dinamik karasızlıkların varlığını vurgulayan kompleks frekanslar bulunur. Teorik olarak açıklanan ve deneysel olarak gözlemlenen çok sayıda fenomen arasında kolektif salınımlar, Bloch salınımları, dinamik kararsızlıklar, Josephson salınımları, doğrusal olmayan kendi kendine kapanma, boşluk solitonları bulunmaktadır. Kolektif salınımlar periyodik potansiyeli hesaba katan etkin makroskopik dinamikler ile tanımlanabilir..

Genellikle optik kafeslerle yapılan deneylerde kullanılan alkalilerde, S dalgası saçılması diğer tüm etkileşim türlerine egemen olur. S dalgası saçılma uzunluğu azaldığında (örn. Bir Feshbach rezonansı vasıtasıyla) diğer etkileşim türlerinin varlığı nispeten arttırılır ve incelenebilir.

8.3. Dipol-Dipol Etkileşimleri Nedeniyle Bloch Salınım Sönümü:

Bloch salınımları, yarı iletken heteroyapılarda elektronların Bloch salınımlarından kısa bir süre sonra gözlenen, soğuk atomlarla araştırılan ilk katı hal olaylarından biri olmuştur. Birinci enerji bandı boyunca etkin kütlenin işaretinin değişmesi nedeniyle, sabit bir hızlanma varlığında uzayda salınımlardan oluşurlar. Elektronlar için, hızlanma sabit bir elektrik alanı tarafından sağlanırken, soğuk atomlar için optik kafes oluşturan iki lazer ışınının göreceli olarak frekans değişimi sırasında doğrusal bir artışla veya yerçekimi ile dikey bir düzende üretilir.

Bose-Einstein yoğunlaşmalarıyla, momentum dağılımının daha küçük genişliği sayesinde Bloch salınımları daha yüksek hassasiyetle ölçülebilir. Bununla birlikte, atomlararası etkileşimlerin varlığında, Brillouin bölgesinin dış bölgesindeki dinamik kararsızlıklar kümesi salınımların sönmesine neden olur. Bloch salınımlarının, yüzeylerden küçük mesafedeki hızlanmaların ve küçük kuvvetlerin hassas bir ölçüm aracı olarak ilgi çekmesi nedeniyle, önce polarize edilmiş fermiyonlar ve daha sonra azaltılmış s-dalga saçılma uzunluğuna sahip bozonlarla etkileşimleri azaltma girişimleri yapılmıştır. Saçılma uzunluğu bir Feshbach rezonansı vasıtasıyla sıfıra ayarlandığında, manyetik dipol-dipol etkileşimi tutarlılık süresi için

sınırlayıcı faktör haline gelir. Minimum çözülme noktası, dipollerin kafesin eksenine göre oryantasyonuna bağlı olarak saçılma uzunluğunun negatif veya pozitif değerlerine kaydırılır.

8.4. Güçlü Korelasyonlu Kafes Gazlarında Bose-Hubbard Hamiltoniyeni:

Alan başına derin optik kafesler ve az sayıda atom için, GPE tarafından sağlanan sistemin tutarlı açıklaması, korelasyonların artan etkisine bağlı olarak bozulmaktadır.

Son yılların en büyük başarılarından biri, Mott yalıtkan-aşırı akışkanın geçişinin deneysel gözlemiydi.

Sistemin uyumunu bozulmasına izin vermek için alan oparetörü tek band ve çok yönlü genişleme ile yer değiştirilir. $\hat{\psi}(r) = \sum_i w_i(r)\hat{a}_i$ burada $\hat{a}_i$, i örgüsünde lokolize olan Wannier fonksiyonunda bozon yok etme operatörüdür.

En yakın komşu yoğunlukların ötesindeki örtüşmenin ihmal edilmesiyle tanımlarsak,

$$J = -\int w_i^*(r)\left(\frac{\hbar^2\Delta}{2m} + V_{ext}(r)\right)w_{i+1}(r)d^3r, \tag{8.4}$$

$$U = g\int |w_i(r)|^4 d^3r, \tag{8.5}$$

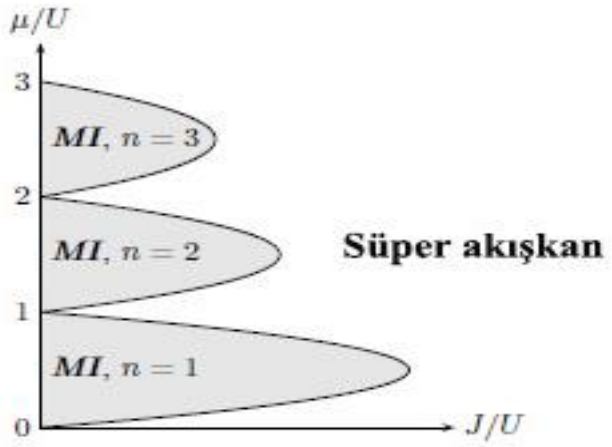
$n_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$, buradan ünlü Bose-Hubbard Hamiltonyeni formülü türetilir.

$$H = -\frac{J}{2}\sum_{\langle ij\rangle}\left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \hat{a}_j{}^\dagger \hat{a}_i\right) + \sum_i\left[\frac{U}{2}n_i(n_i-1) - \mu n_i\right], \tag{8.6}$$

Optik kafeslerde, Hamiltonyen parametreleri ışık yoğunluğunu değiştirerek doğru bir şekilde kontrol edilebilir. Işık şiddetini yükseltmek, kafes kuyularının dibindeki dalga fonksiyonlarının daha kuvvetli bir şekilde lokalizasyonu nedeniyle U etkileşim terimini arttırır ve aynı zamanda tünelleme J'yi üssel olarak azaltır.

Tünelleme etkileşimlere kıyasla bastırıldığında, bu Hamiltonyen her bir kafes bölgesinde çok sayıda dalgalanma ile karakterize edilen bir aşırı akışkan faz ve her kafesin kuyucuğu, herhangi dalgalanma olmadan tam sayıdaki atom sayısı ile dolu olan Mott yalıtkan faz arasında kuantum faz geçişi ortaya çıkarır. Faz geçişi ve nitel faz diyagramının doğası çok basit argümanlara dayanarak anlaşılabilir.

Tünellemenin sıfır olması J = 0 ve eşit doluluk (oyuk başına tam sayı n atomu), her kafesin tam olarak n atomu ile iyice doldurulmasıyla etkileşim enerjisi en aza indirilir. Enerji ile ilgili hususlar, doluluk faktörü n'nin kimyasal potansiyel (n-1), U < μ < nU aralığında enerjisel olarak tercih edildiğini söylemektedir. Kafes bölgelerinde tam olarak tamsayıyı işgal eden duruma Mott yalıtım durumu denir. J = 0'da bir parçacık boşluk uyarımı, etkileşim enerjisine eşit bir enerji ΔE = U'ya mal olduğu için, Mott durumu orantılı dolulukta en düşük enerji durumudur. J'nin sıfırdan farklı bir tünellemesi için, bir uyarım yaratmadaki enerji maliyeti, kinetik enerjiyi tercih eden parçacık sıçraması (hopping) sayesinde azalır. Bununla birlikte, büyük etkileşimler ve küçük tünelleme için kinetik enerjideki (~ J) kazanç, sonlu tünellemede de Mott yalıtım durumlarının varlığına yol açan etkileşim enerjisindeki (~ U) maliyetin üstesinden gelmek için yeterli değildir. Yeterince büyük tünelleme için, bunun yerine, parçacık sıçraması enerjik olarak uygun hale gelir ve sistem aşırı akışkan hale gelir. J - μ faz diyagramındaki Mott yalıtım durumunun temel durum olduğu bölgelere Mott lobları denir (bkz. Şekil 8.3). Orantılı olmayan doluluk için, alandan alana enerji harcamadan atlamakta serbest kalan ekstra atomlar vardır, böylece sistemin fazı her zaman süper akışkan olur. Orantılı olmayan yoğunluklardaki süper akışkan faz μ / U = [ρ] için J = 0'a kadar dayanır, burada [ρ] sembolü yoğunluğun tamsayı kısmını gösterir. Bir parçacığın eklenmesi veya çıkarılması için gereken sonlu enerji maliyeti nedeniyle, Mott fazı boşluklu ve sıkıştırılamaz halde iken, sıvı akışkan bölgelerde boşluk kaybolur ve sistem sıkıştırılabilir.



Şekil 8.3. Bose-Hubbard Hamiltonyeninin taban durumu için faz diyagramı şeması

Sonlu J'de lobların şeklini bulmak için karmaşık hesaplamalar gereklidir. Sadece bir boyutta nitel olarak çalışan ve daha büyük boyutlarda daha iyi çalışan, ortalama alan yaklaşımı dışında, lobların sınırını hesaplamaya izin veren kesin bir analitik yöntem yoktur.

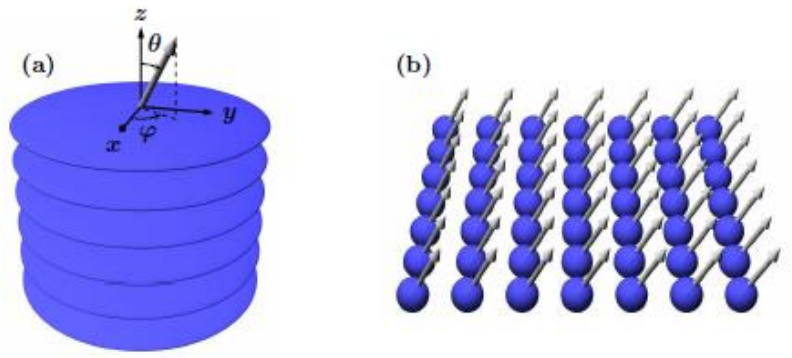
Düzeltmelerde yüksek dereceli pertürbatif güçlü eşleşme genişlemeleri ile elde edilir ve Quantum Monte Carlo (QMC) teknikleri kullanılarak kesin sayısal sonuçlar elde edilir.

Deneylerde, faz geçişi genişleyen bulutun girişimine bakılarak ve Mott fazındaki yasak enerji aralıklı uyarmaların ölçülmesiyle tanımlanmıştır. Harici bir sınırlandırma varlığında ortaya çıkan SF-MI kabuk yapısı, mikrodalga geçişi ve spin değiştirici çarpışmalar uzaysal olarak seçicilik kullanılarak gözlenebilir. Mott evresindeki kafesin altında bulunan düzenin, genişlemeden sonra bulutta bulunan yoğunluk dalgalanmalarındaki periyodik kuantum korelasyonlarının ölçümünden elde edilebileceği görülmüştür.

8.5. İki Kutuplu Kafes Gazlarının Kuantum Fazları:

Dipol-dipol etkileşimleri, Bose-Hubbard modeline uzun menzilli ve anizotropik etkileşimler içeren yeni bir temel bileşen ekler. Polarize dipollerin kafesleri için, Şekil 8.4'de çizildiği gibi, uzun menzilli etkileşimin varlığında genişletilmiş Bose-Hubbard Hamiltonyeni elde edilir.

ℓ iki optik kafes bölgesi i ve j arasındaki mesafedir. Genişletilmiş Bose-Hubbard Hamiltonyeni (9) yoğun olarak değinilmiştir. 2B kafeslerde sonlu menzilli etkileşimlerin varlığının yük yoğunluğu dalgası (dama tahtası) gibi yeni kuantum fazlarına yol açtığı tahmin edilmiştir, yani, aşırı akışkanlık ve yoğunluğun periyodik uzaysal modülasyonunun bir arada sunulmasını sağlayan, modüle edilmiş yoğunluğa sahip bir izolasyon fazıdır.



Şekil 8.4. 1 boyutta polarize dipol gazların (a) ve tekli 2 boyutta optik örgü tabakalarının (b) şematik gösterimi

9. GENİŞLETİLMİŞ BOSE-HUBBARD MODELİ

Alan operatörlerini Wannier fonksiyonlarına göre açar (4.12) ve yalnızca ilk Bloch bandına karşılık gelen en düşük indeksi tutulursa dipol etkileşimden dolayı gelen ek terim şu şekilde olur.

$$\hat{H}_{dd} = \frac{1}{2}\iint d^3r_1 d^3r_2 \hat{\psi}^\dagger(r_1)\hat{\psi}^\dagger(r_2)U_{dd}(r_1 - r_2)\hat{\psi}(r_1)\hat{\psi}(r_2) \tag{9.1}$$

Bu nedenle sadece alan operatörlerinin Wannier fonksiyonlarına göre açılmasından sonra, dipolar kısımdan (9.1) kaynaklanan terimleri Bose-Hubbard Hamiltonyen'e (8.6) eklememiz gerekir. Bu temelde son ifade şu şekilde olur.

$$\hat{H}_{dd} = \sum_{i,j,k,l} \frac{V_{i,j,k,l}}{2}\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_l \tag{9.2}$$

$V_{i,\,j,\,k,\,l}$ matris elemanları aşağıdaki integral ile verilir.

$$V_{i,j,k,l} = \iint d^3r_1\, d^3r_2 \omega^*(r_1 - R_i)\omega^*(r_2 - R_j)U_{dd}(r_1 - r_2)\omega(r_1 - R_k)\omega(r_2 - R_l) \tag{9.3}$$

Wannier fonksiyonları, optik kafes kuyuların dibinde, σ olarak kabul edilen uzaysal bir konumlandırma ile ortalanır. Yeterince derin optik potansiyeller için σ'nin optik kafes aralığı d'den çok daha küçük yani $\sigma \ll d$'den olduğunu varsayılır. Bu sınırda, her fonksiyon $w(r - R_i)$ sadece $r \sim R_i$ için sıfırdan farklıdır ve integral (9.3) i = k ve j = l indeksleri için sıfırdır. Bu nedenle integral için iki ana katkı vardır: (9.3) Off-site matris elemanı $V_{i,j,i,j}$ $k=i \neq j = l$ ye karşılık gelir ve on-site matris elemanı $V_{i,i,i,i}$ tüm indisler eşit olmasına karşılık gelir. Aşağıda bu iki katkının fiziksel anlamını açıklayacağız.

Off-site: Dipolar potansiyel U_{dd} $(r_1 - r_2)$ σ ölçeğinde yavaşça değişir, bu nedenle bir tanesi U_{dd} $(R_i - R_j)$ sabiti ile yaklaşık olarak hesaplanabilir ve integralden çıkarılabilir. Aşağıdaki integrale indirgenir.

$$V_{i,j,i,j} \simeq U_{dd}(R_i - R_j) \int d^3r_1 |\omega(r_1 - R_i)|^2 \int d^3r_2 |\omega(r_2 - R_j)|^2 \quad (9.4)$$

Bu durumda off-site hamiltonyeni şu şekilde olur:

$$\hat{H}_{dd}^{off-site} = \sum_{i \neq j} \frac{V_{i,j}}{2} \hat{n}_i \hat{n}_j \quad (9.5)$$

Son ifade de $V_{i,j} = U_{dd}(R_i - R_j)$ dir ve $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ i, örgüsündeki bozonik sayı operatörüdür. Toplam kafesin tüm farklı bölgeleri üzerinden alınır.

On-site: Aynı kafes bölgesinde, burada, $|r_1 - r_2| \sim 0$, dipolar potansiyel çok hızlı bir şekilde değişir ve $|r_1 - r_2| \to 0$ için ıraksar. Bu nedenle, yukarıdaki yaklaşım integral için artık geçerli değildir.

$$V_{i,i,i,i} = \iint d^3r_1 d^3r_2 \rho(r_1) U_{dd}(r_1 - r_2) \rho(r_2) \quad (9.6)$$

$\rho(r) = |\omega(r)|^2$ Buradaki parçacık yoğunluğu örgü alanında atomik uzaysal dağılım dikkate alınarak hesaplanmıştır. (9.6)'daki denklemin çözümü Fourier dönüşümü kullanılarak aşağıda verilmiştir.

$$V_{i,i,i,i} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \widetilde{U_{dd}}(k) \tilde{\rho}^2(k) \quad (9.7)$$

Böylece on-site dipolar hamiltonyeni şu şekilde olur.

$$\hat{H}_{dd}^{on-site} = \sum_i \frac{V_{i,i,i,i}}{2} \hat{n}_i(\hat{n}_i - 1) \quad (9.8)$$

Genişletilmiş Bose-Hubbard Hamiltonyeni, (8.6) yukarıda hesaplanan dipolar hamiltonyenlerin Bose–Hubbard hamiltonyenine eklenmesi ile elde edilir.

$$\widehat{H}_{eBH} = -J\sum_{\langle ij\rangle}\hat{a}_i^{\dagger}\hat{a}_j + \frac{U}{2}\sum_i \hat{n}_i(\hat{n}_i - 1) - \sum_i \mu_i\hat{n}_i + \sum_{i\neq j}\frac{V_{ij}}{2}\hat{n}_i\hat{n}_j \tag{9.9}$$

Burada U aynı konumu işgal eden parçacıklar arası temas potansiyeli enerjisi “g” ve dipolar potansiyel enerjinin toplamı olarak alınan on-site etkileşimdir.

$$U = g\int d^3r|\omega(r)|^4 + \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3k\widetilde{U_{dd}}(k)\tilde{\rho}^2(k) \tag{9.10}$$

10. HUBBARD MODELLERİ VE TEORİK METODLAR

10.1. Gutzwiller Ortalama Alan Yaklaşımı

Genleşme sırasında, parçacıklar güçlü bir şekilde etkileşime girer ve zamanın bir fonksiyonu olarak yoğunluk, momentum dağılım fonksiyonu ve yoğunlaşma kesri gibi gözlemlenebilir durumları hesaplanır. Bu çalışmada tüm hesaplamalar zamana bağlı Gutzwiller ortalama alan teorisi kullanılarak yapılmıştır. Bu, yüksek boyutlarda iyi bir yaklaşımdır. Bu ortalama alan teorisi, dalga fonksiyonunun Gutzwiller tipi yapı durumunda olduğu kısıtlamasına dayanmaktadır.

$$|\Psi_{MF}\rangle = \prod_{i=1}^{L} \sum_{n=0}^{n_c} \gamma_{in} |n\rangle_i \tag{10.1}$$

Burada, L kafes alanlarının sayısı dır, $|n\rangle_i$, kafes bölgesi i için Fock durumları ve γ_{in} karmaşık katsayılardır. "n" üzerinden olan toplam aslında tüm olası Fock durumları üzerindendir ancak tüm sonuçlarımızın n_c'den bağımsız olacağı şekilde yeterince büyük bir n_c değerinde bu toplam kesilir (bu çalışmada n_c =3 alınmıştır).

$$\langle \psi_{MF} | \hat{H} - \mu \hat{N} | \psi_{MF} \rangle \tag{10.2}$$

Büyük kanonik topluluk üzerinde çalışıldığından dolayı denklem (10.2)'de μ kimyasal potansiyeldir ve $\hat{N}$ toplam parçacık sayısı operatörüdür.

Enerjiyi minimize etmek için aşağıdaki denklem seti kurulmalıdır.

$$\sum_{\langle j \rangle_i} -J_{ij}\left[\sqrt{n+1}\gamma_{i(n+1)}\Phi_j^* + \sqrt{n}\gamma_{i(n-1)}\Phi_j\right] + n\left[\frac{U}{2}(n+1) + V_i - \mu\right]\gamma_{in} = 0 \tag{10.3}$$

$\Sigma_{\langle j \rangle_i}$ j'nin en yakın komşusu olan tüm i'lerin toplamını belirtir. $\gamma_{i(-1)} = \gamma_{i(n_c+1)} = 0$ alınmıştır ve $V_i = V_x x_i^2 + V_y y_i^2$ harici tuzaklama potansiyelidir. Aynı zamanda sistemin düzen parametresi olan ortalama Φ_j alanı, şöyle tanımlanır:

$$\Phi_j = \langle \hat{a}_j \rangle = \sum_{n=1}^{n_c} \sqrt{n}\, \gamma^*_{j(n-1)} \gamma_{jn} \tag{10.4}$$

Denklem (10.3) çözülerek, denklemde bulunan γ_{in} tüm katsayıları elde edilir. Denklem (10.1) ve böylece zamanın evrimi için başlangıç durumunu belirlenir.

Denklem çözümüne eş değer bir alternatif yaklaşım için denklem (10.3) kullanılabilir. Aşağıdaki ortalama alan çiftlenmiş Hamiltonyen'in temel durumunun bulunmasından ibarettir:

$$\hat{\mathcal{H}}_{MF} = -\sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} \left(\hat{a}_i^\dagger \Phi_j + \Phi_i^* \hat{a}_j - \Phi_i^* \Phi_j \right) + H.c. + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) + \sum_i (V_i - \mu)\, \hat{n}_i \tag{10.5}$$

Bu Hamiltoniyen, denklem (10.5)'deki tünelleme terimlerinin ayrılmasıyla elde edilir.

$$\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \simeq \hat{a}_i^\dagger \Phi_j + \hat{a}_j \Phi_i^* - \Phi_i^* \Phi_j, \tag{10.6}$$

Denklem (10.5) daha sonra sadece sabit komşu terimler olan Φ_j ile çiftlendiğinde, toplam Hamiltonyen tek örgüdeki Hamiltonyenler $\mathcal{H}_i$ üzerinden bir toplam olarak yazılabilir. Bu, ayrıştırılmış Hamiltoniyenin taban durumunun denklem (10.1) de sonuç durumu olarak yazılabileceği anlamına gelir. En uygun γ_{in} katsayıları seti, denklem (10.5)'deki Hamiltonyen'in taban durum özvektör bileşenleriyle, denklem (10.4)'deki şartlara bağlı olup, çözüm özuyumlu bir şekilde elde edilir. Uygulamada, bu duruma şu şekilde ulaşılmaktadır: γ_{in} 'nin bir setini elde etmek için ve her bölge de köşegenleştirilen bir ayrık Hamiltonyenler $\mathcal{H}_i$ oluşturmak için keyfi bir sıfır olmayan Φ_i^0 seti ile başlanılır. Bu başlangıç değerleri için denklem (10.5) çözülerek γ_{in}'ler hesaplanır, bu γ_{in} değerleri kullanılarak denklem (10.4)'ten yeni bir Φ_i^{yeni}seti hesaplanır. Denklem bu yeni setteki elemanlar, istenen belirli bir hassasiyette önceki setinkine Φ_i^0 eşit ise, kendi kendine tutarlılığa (özuyuma) ulaşılmış olur. Olmazsa, $\Phi_i^0 = \Phi_i^{yeni}$ kurulur ve yeni bir ayrık Hamiltonian takımı oluşturulur ve Φ_i^{yeni}'nin köşegenleştirilmesi ve bulunması süreci özuyumluluk sağlanana kadar yinelemeli olarak tekrarlanır. Hem denklem (10.3) hem de denklem (10.5)'e dayanan yaklaşımların nicel olarak tutarlı sonuçlar verdiğini doğrulanmıştır. Bununla birlikte, en azından bizim uygulamalarımızda, ortalama alanla ayrılan Hamiltoniyen temelli olan, denklem (10.3)'ün doğrudan çözümüne dayanandan daha kararlı ve daha hızlıdır.

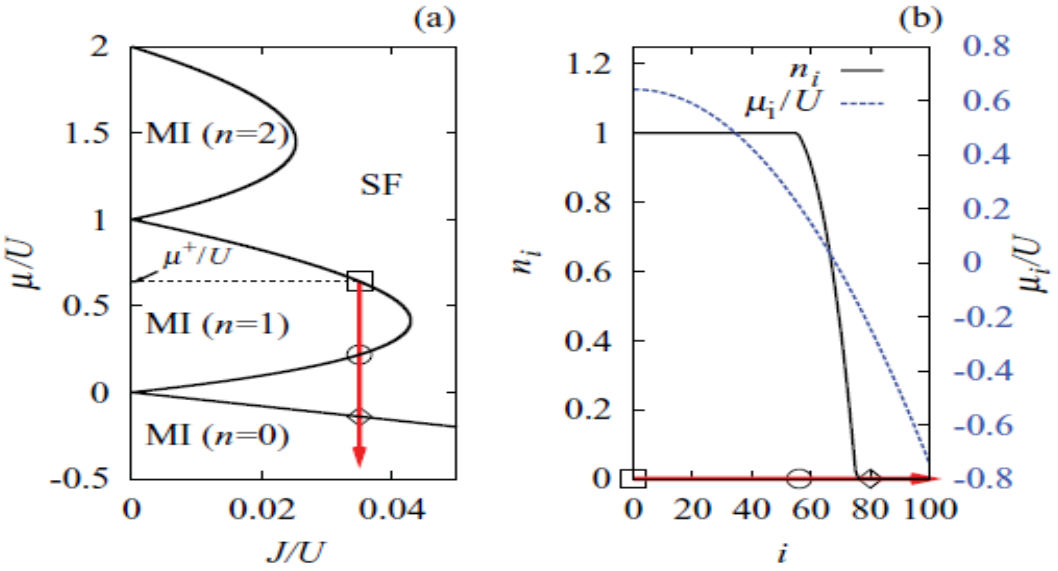
Tuzağı kapattıktan sonra, $|\psi_{MF}\rangle$'nin zaman evrimi, Lagrange fonkiyonunun beklenen değerini en aza indiren zamana bağlı varyasyon kullanılarak hesaplanır,

$$\langle\psi_{MF}|i\partial_t\hat{H} - \mu\hat{N}|\psi_{MF}\rangle \tag{10.7}$$

bu bize aşağıdaki çiftlenmiş diferansiyel denklem grubunu verir:

$$i\dot{\gamma}_{in} = -\sum_{\langle j\rangle_i} J_{ij}\left[\sqrt{n+1}\gamma_{i(n+1)}\Phi_j^* + \sqrt{n}\gamma_{i(n-1)}\Phi_j\right] + n\left[\frac{U}{2}(n-1) + V_i - \mu\right]\gamma_{in}. \tag{10.8}$$

Burada, denklem (10.3) ile aynı gösterimi kullanıyoruz. Denklemin (10.8) dalga fonksiyonunun normalize olmasını ve sistemdeki toplam parçacık N_b sayısını korurken zaman evrimi belirlediğine dikkat etmek önemlidir. Dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemini kullanarak bu Lx (nc + 1) diferansiyel denklemini sayısal olarak çözülür. Toplam enerji, parçacık sayısı ve normalizasyon izlenerek kendi kendine tutarlılık sağlanır.



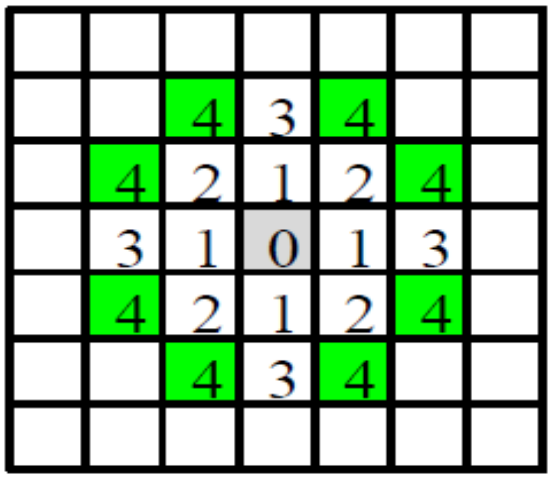
Şekil 10.1. (a) Bose-Hubbard modelinin 2 Boyutlu olarak ortalama alan faz diyagramı. Kırmızı ok, tuzağa düştüğünde, tuzağın ortasından uzaklaşırken yakalanan sistemde meydana gelen farklı izleri takip eder. (b) En büyük Mott alanlı LDA'dan elde edilen yoğunluk profili, mekansal olarak değişen kimyasal potansiyel μ_i/U ile birlikte çizilmiştir.

10.2. Dipolar Örgü Gazlarında Yarı Kararlı Durumlar (Metastable Phase)

Yarı kararlı durumlar örgü üzerindeki bozonlar arasında dipol dipol etkileşimi göz önüne aldığımız zaman taban durumundaki Süper akışkan ve Mott yalıtkan dışında oluşan faz

yapılarıdır. Bu yapılar Dama tahtası (checkerboard) ve süperkatı fazları (supersolid)'dır (Trefzger, 2009).

En yakın birinci komşular arasındaki dipol-dipol etkileşimin alınmasından sonra Dama tahtası ve Süperkatı fazları ortaya çıkar. Optik örgüye dik olarak konumlanmış ve göreli olarak aralarında r mesafesi bulunan dipoller arasındaki çekici etkileşim $U_{dd}(\vec{r}) = C_{dd}/(4\pi r^3)$ şeklinde hesaplanır. Burada işlemi kolaylaştırmak için mesafe kısa tutulur ve en yakın komşular üzerinden hesaplama yapılır. Şekil 10.2'de bu durum merkezi o olan örgü konumuna en yakın komşular üzerinden gösterilmektedir.



Şekil 10.2. 2 boyutlu bir optik örgü konumunun merkezi sıfır ile belirtilen en yakın dört komşusunun gösterimi.

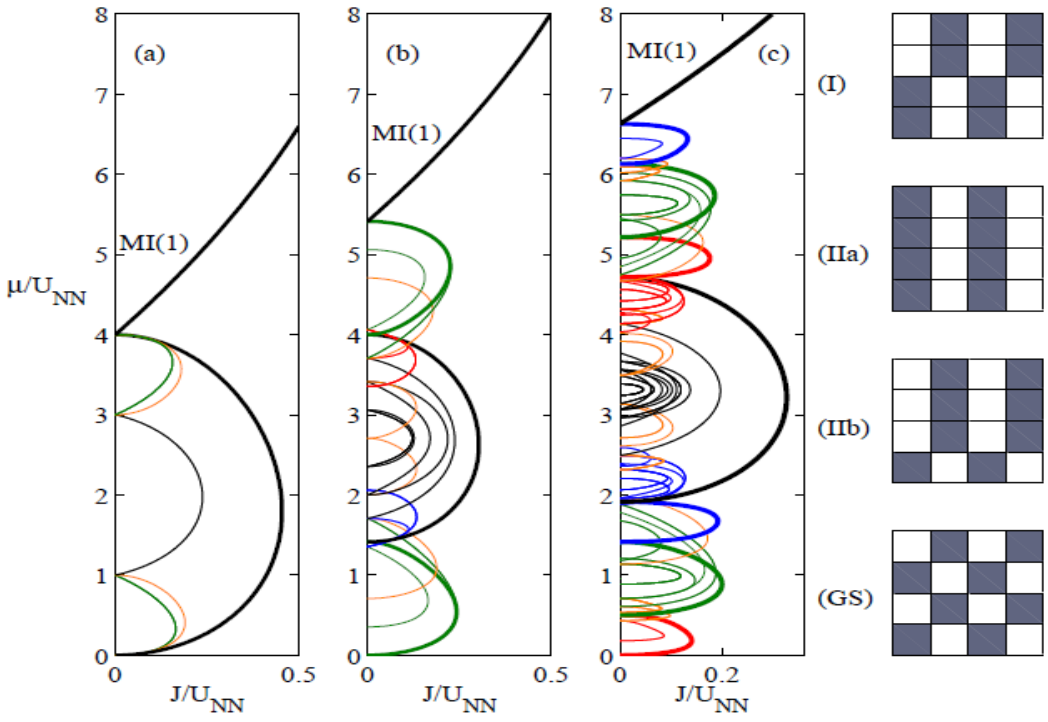
Yalıtkan dama tahtası bir dolu (gri) ve bir boş (beyaz) şeklinde gösterilirken süper akışkan ve süperkatı fazları her bir örgü konumunda sıfırdan farklı düzen parametresi ve değişen atom sayısı ile karakterize edilir.

Yarı kararlı durumun oluşabilmesi için öncelikle Mott yalıtkan loba sahip olunmalı daha sonrada hem örgüler arasında dipol dipol etkileşimi olmalı hem de durum enerjisinin taban durum enerjisinden yüksek olmalıdır. Bozonlar optik örgü üzerine dama tahtası ve süper akışkan fazda düzenli bir şekilde dağılım gösterirken Mott yalıtkan fazında tam olmayan doluluk oranına sahiptir. Örgünün doluluk oranı $v = N_a/N_b$ (atom sayısı/örgü konum sayısı) şeklinde hesaplanır.

Bose-Hubbard hamiltonyenlerinin çözümü aynı konum üzerinde etkileşim hesaplanırken sanal zamanı kullanarak taban duruma yaklaşırken dipolar etkileşimin olması durumunda başlangıç durumundaki farklılıklara bağlı olarak farklı yarı kararlı durumlara yaklaşır.

Christian Trefzger'ın 2009 yılında yaptığı tez çalışmasında dış tuzaklama yok iken taban durumu oluşturmak için elde ettiği yarı kararlı durumlar Şekil 10.3'de gösterilmiştir. 2 boyutlu ve her iki yönde 4 örgü konumuna sahip (9.9) denkleminin faz diyagramı a) en yakın birinci etkileşim b) en yakın ikinci etkileşim ve c) en yakın dördüncü etkileşim olacak şekilde çizilmiştir. Kalın çizgiler taban durumunu, ince çizgiler yarı kararlı durumunu ve aynı renkteki çizgiler ise aynı doluluk oranını göstermektedir.

Doluluk oranı tam sayı olan ($v = \bar{n}$ tam sayı) Bose-Hubbard faz diyagramı ve dipolar Bose-Hubbard faz diyagramı arasındaki farkın oluşması en yakın birinci komşu dipolar etkileşimiyle ortaya çıkmaktadır (Şekil 10.3 (a)). Yalıtkan lobunun $1 < \mu/U_{NN} < 3$ aralığında olması ve yoğunluk dağılımı doluluk oranının $\upsilon = 1/2$ olması ince çizgi ile gösterilmiştir (Şekil 10.3 (b)). $0 < \mu/U_{NN} < 1$ lob aralığında bulunan $\upsilon = 1/4, 5/16$ doluluk oranı ve $3 < \mu/U_{NN} < 4$ lob aralığında bulunan $\upsilon = 3/4, 11/16$ doluluk oranları yarı kararlı duruma karşılık gelmektedir (Şekil 10.3 (c)), ancak bu doluluk oranları için taban durum bulunamaz. Düzen parametresi, ϕ_i, taban durum loblarının hemen üzerinde sıfırdan farklı olarak Süperkatı (SS) fazları oluşturmaktadır.



Şekil 10.3. Dipol-dipol etkileşimlerinin birinci (a), ikinci (b) ve dördüncü (c) en yakın komşu örgülerde olduğu faz diyagramı. Kalın çizgiler taban durumunu, ince çizgiler yarı kararlı durumunu ve aynı renkteki çizgiler ise aynı doluluk oranını göstermektedir. Doluluk oranları (c)'de $\upsilon = 1/8$ ve $\upsilon = 1$ arasında yer almaktadır. Sağ sütunda doluluk oranı $\upsilon = 1/2$ olan yarı kararlı durumda en yakın birinci komşu (I) ile en yakın ikinci komşu (IIa, IIb) etkileşimler ve bu etkileşimlerden ortaya çıkan yarı kararlı durumlar taban durum (GS) verilmiştir.

Etkileşen en yakın komşu bozon sayısı oluşacak yarı kararlı durum sayısının artmasına yol açar. Hamilton parametreleri ve doluluk oranları da yarı kararlı durum sayısını etkilemektedir. Bir boyutu L olan karesel örgü alanının doluluk sayısı $\upsilon = 1/L^2$ olur ve bu ayrıca tüm doluluk ihtimallerini ve buna bağlı olarak da yarı kararlı durum konfigürasyonlarını belirler.

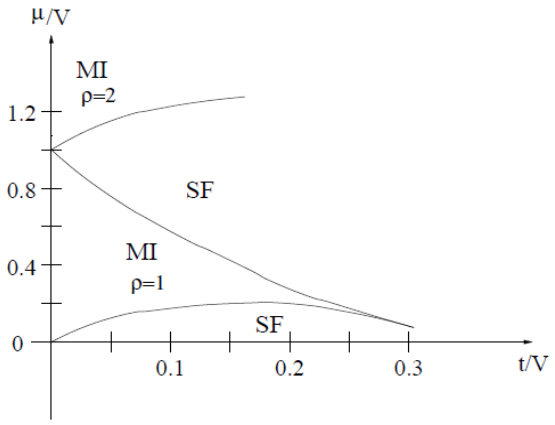
10.3. Yük Yoğunluk Dalgası (Charge Density Wave-CDW)

Genişletilmiş Bose-Hubbard Modeli denkleminde (9.9) eğer V = 0 ise, Hamiltoniyen sıradan BH Hamiltoniyen'e indirgenir.

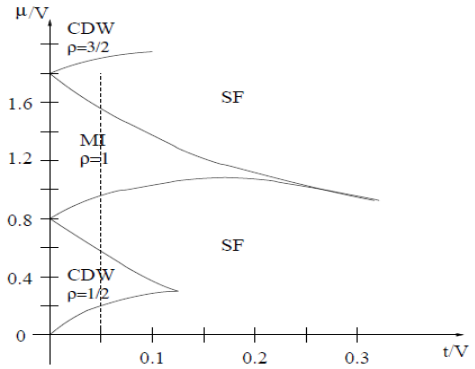
Genişletilmiş Bose-Hubbard modeli denkleminde dördüncü terim en yakın komşu bozonlar arasında itme kuvveti olan V'nin ($V \neq 0$) sıfıra eşit olmaması durumunda CDW fazı adı verilen yeni bir faz, yarım tamsayı yoğunluklarında ve küçük J / U'da oluşur ve Şekil 10.4'de gösterilen faz diyagramı ortaya çıkar. Bu CDW fazı, güçlü yerel yoğunluk dalgalanmalarıyla karakterize bir yalıtkandır. Mott-yalıtkan gibi, uyarma spektrumunda da bir boşluk vardır, korelasyon katlanarak bozulur ve sıkıştırılamaz. Atomları optik bir kafes içinde sınırlandırmak için, genellikle deneylerde manyetik bir tuzaklama potansiyeli uygulanır. Bu tuzaklar, Denklem (9.9)'da tanımlanan Hamiltonyen'e ikinci dereceden bir potansiyel terim eklenerek doğru bir şekilde modellenmiştir.

$$H_{trap} = \sum_{i=0}^{L} \frac{\omega^2}{2} (i - L/2)^2 n_i \tag{10.9}$$

Potansiyel, sınırlamanın merkezinde sıfır olacak şekilde uygulanır. Potansiyel güç parametresinin w sayısal simülasyonlarda, zincirin kenarlarında bozon olmadığından emin olmak için yeterince büyük seçilmesi gerekir. Bu potansiyelin eklenmesi sistemi homojen yapmaz ve bunun sonucu olarak farklı bölgelerde farklı fazlar ortaya çıkabilir. Bu faz ayrımı, V = 0 durumunda, yani geleneksel BH modelinde, tam köşegenleştirme, Monte Carlo ve Density-Matrix Renormalization Group (DMRG) teknikleri kullanılarak incelenmiştir. Öte yandan, $V \neq 0$ durumu, yani eBH modeli, bir sonlu boyutlu DMRG kullanılarak ve bir Gutzwiller ansatz kullanılarak bir tuzağın yokluğunda araştırılmıştır.



Şekil 10.4. Bose-Hubbard modelinin ilk Mott-yalıtkan (MI) loblarını ρ = 1 ve ρ = 2 yoğunlukta gösteren faz diyagramı (Urba ve ark., 2006).



Şekil 10.5. Genişletilmiş Bose-Hubbard modelinin V = 0.4 olan faz diyagramı. İlk lob, ρ = 1/2'de yük CDW'ye ve ikincisi de ρ = 1 yoğunluğunda Mott-Yalıtkanına (MI) karşılık gelir. Noktalı çizgi, uzaysal olarak değişken bir potansiyele sahip olan bir sistemin faz diyagramını nasıl tarayacağını ve faz ayrılmaya neden olduğunu gösterir (Urba ve ark., 2006).

Homojen olmayan sistemin yerel özellikleri, kafesteki farklı alanların farklı etkili kimyasal potansiyellere sahip olduğu varsayılarak belirlenebilirse, yerel yoğunluk yaklaşımı geçerli olacaktır. Alana bağlı kimyasal potansiyel μ_i, tuzak potansiyelini kimyasal potansiyelden μ çıkartarak tanımlanır.

$$\mu_i = \mu - \frac{\omega^2}{2}(i - L/2)^2 \tag{10.10}$$

Yerel yoğunluk yaklaşımı işe yararsa, o zaman hamiltonyenin belirli bir parametre kümesi için, homojen olmayan sistemin yerel özellikleri, j / U = sabit olan dikey bir çizgi boyunca bir yol izleyerek homojen sistemin faz diyagramından elde edilebilir (şekil 10.5'de gösterildiği gibi).

11. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

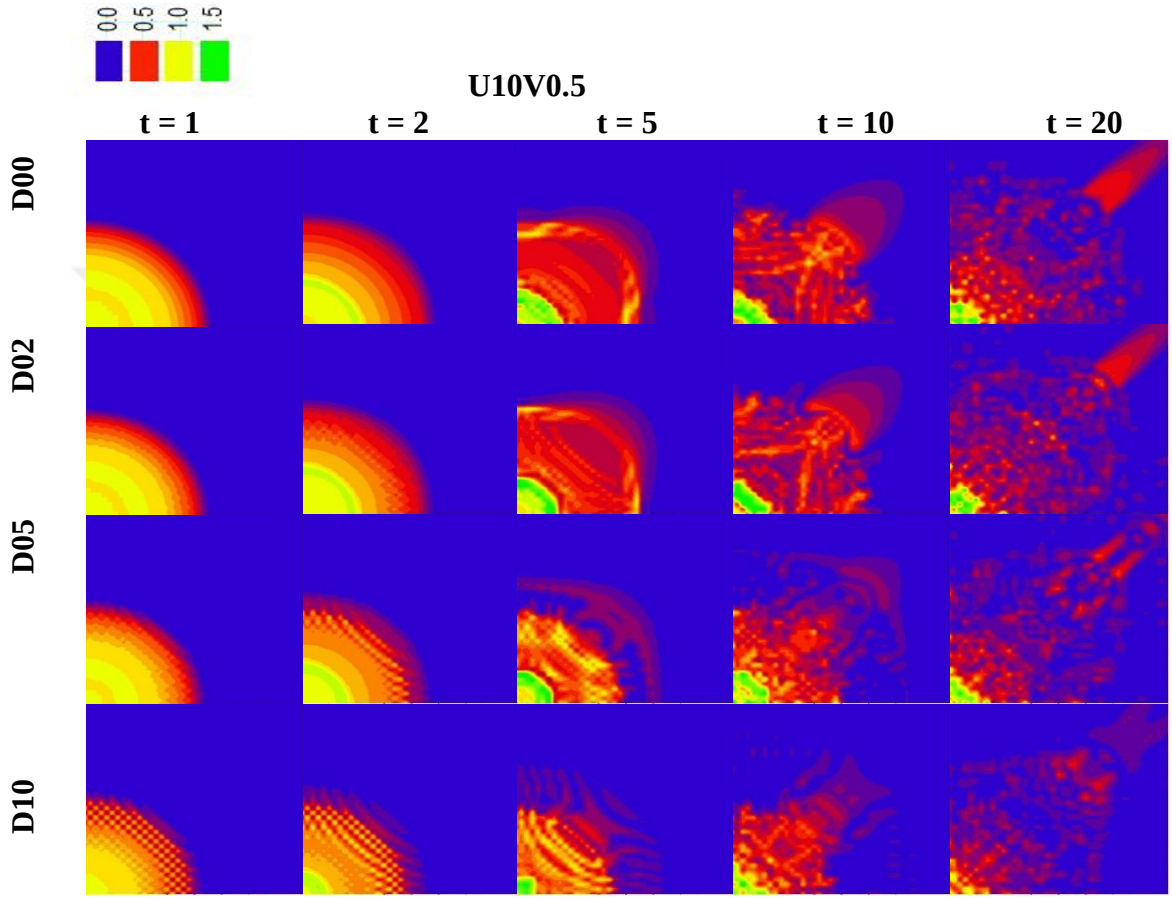
Hesaplama C ++ dilinde sayısal olarak yapıldıktan sonra, elde edilen veriler SigmaPlot-12 programına aktarıldı ve sistemin dörtte birinin (simetrik olduğu için) kontur grafiği çizilerek ve grafiğe aktarılarak aşağıda gösterilmiştir.

Hesaplamada (10.3) numaralı denklemde enerji değişimini minimum yapmak için yani sistemin kararlı halini bulmak için sağ taraf sıfıra eşitlendi. Tüm örgüler üzerinden oluşturulan diferansiyel denklem seti çözüldü.

Örgünün şekli kimyasal potansiyel farkı oluşturduğumuz durumlarda çift periyotlu hale getirilmiştir (Şekil 8.2).

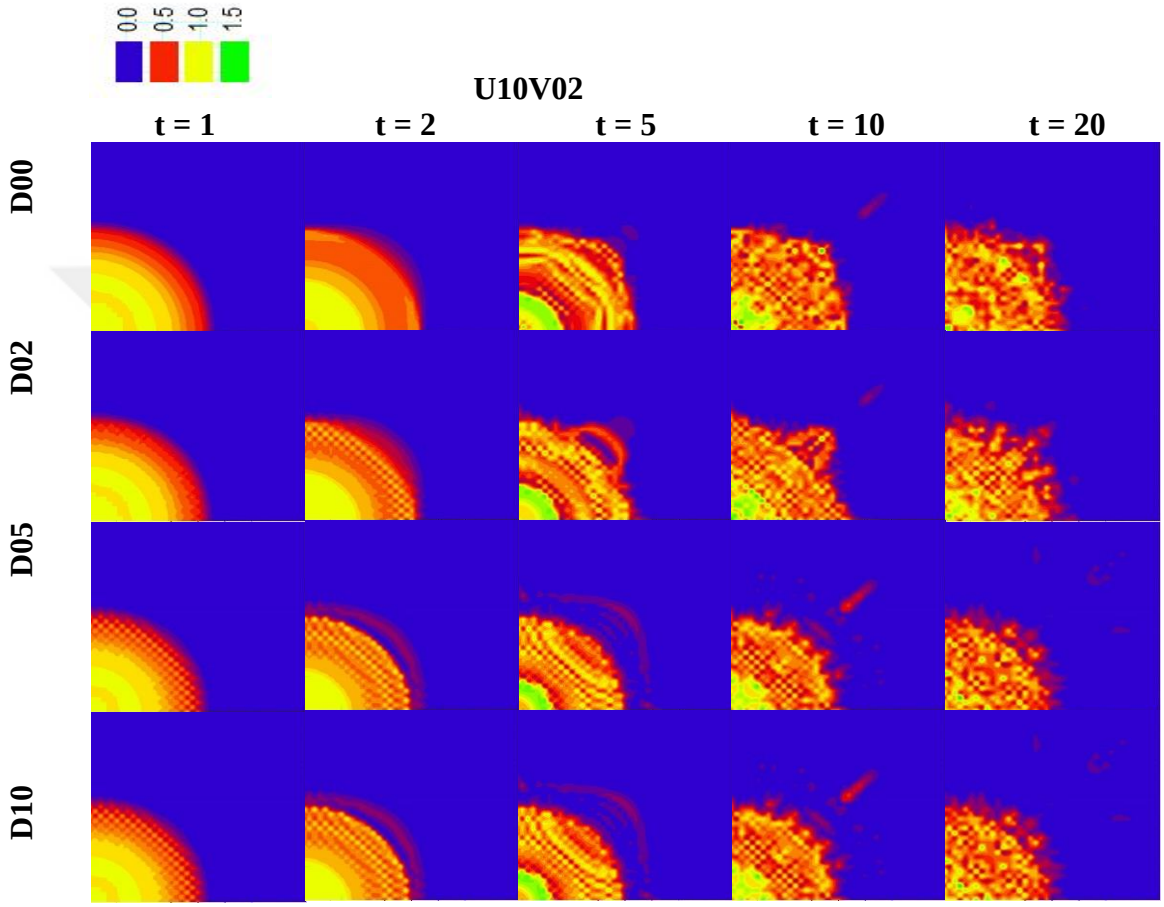
Kimyasal potansiyel farkı (D), Temas potansiyeli (U), korelasyon potansiyeli ($V_{cor)}$ ve zaman gibi değişen kafes parametrelerine göre sistemin parçacık yoğunluğu ve momentum dağılım fonksiyonu çizilerek sunulmuştur.

Düşük korelasyon ve etkileşim değerinde kimyasal potansiyel farkının artması durumunda sistemin başlangıçta dağılmaya direnç göstermesine rağmen daha yüksek potansiyel farkı olması durumunda bulut hızla dağılmaktadır (Şekil 11.1).



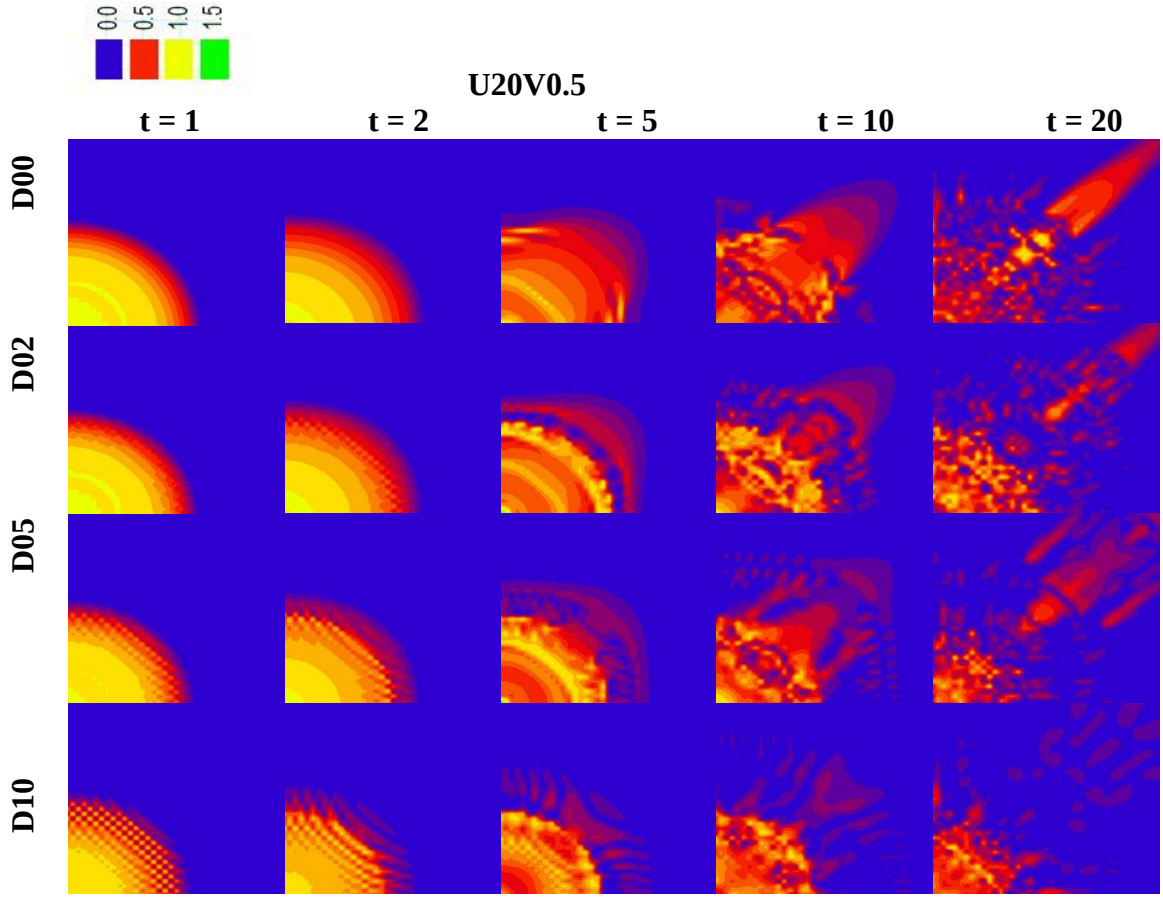
Şekil 11.1. Parçacıklar arası etkileşim (U = 10) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} = 0.5) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına göre parçacık yoğunluk grafiği. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Korelasyon değerinin yükselmesi durumunda sistem dağılmaya karşı direnç göstererek ve dairesel olan şekli karesel olmaya başlıyacaktır. Şekilde belirgin olarak görünen şeritler hesaplamada kullandığımız potansiyel farkın olduğu bölgeler olup bu bölgelerde parçacıklar lokalize olmakta ve bu görünümü sağlamaktadır (Şekil 11.2).



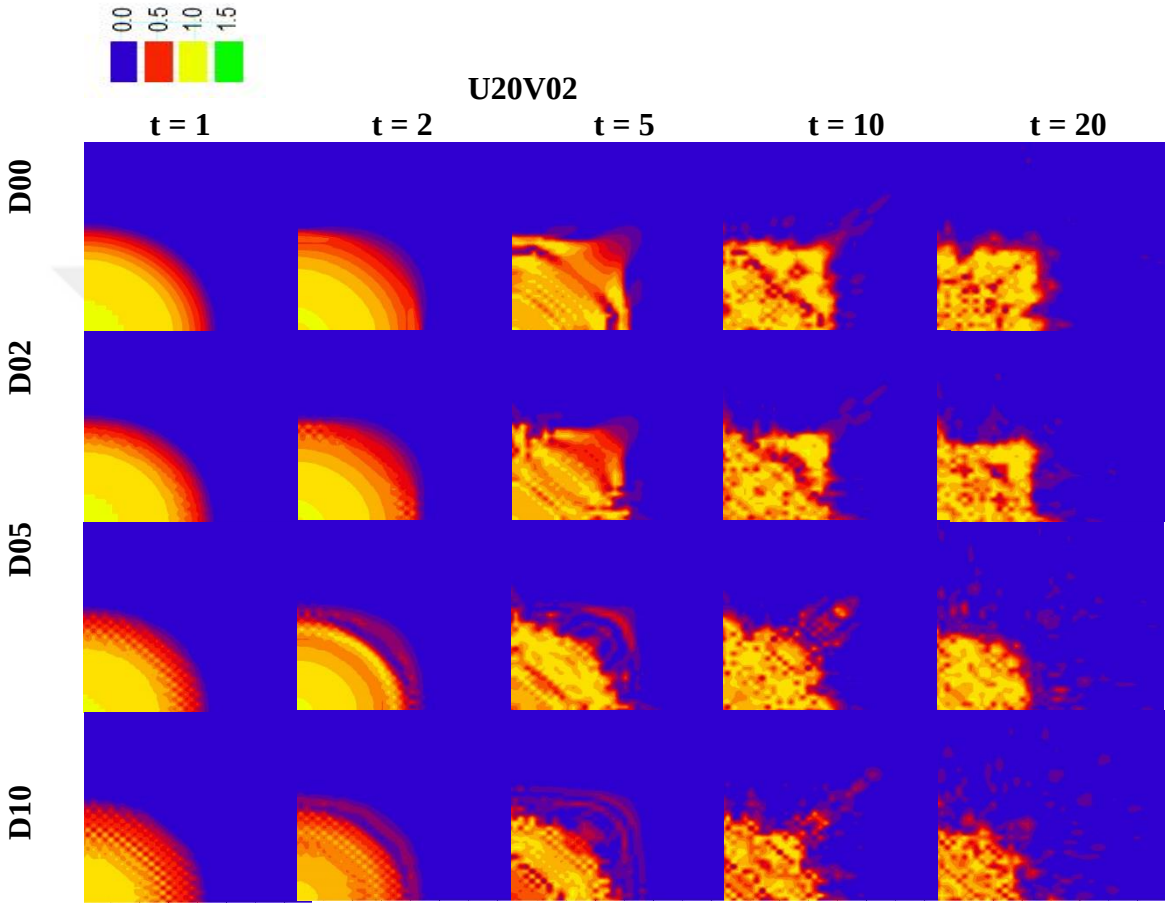
Şekil 11.2. Parçacıklar arası etkileşim (U = 10) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} = 2) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına göre parçacık yoğunluk grafiği. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Aynı örgüde bulunan parçacıklar arası temas potansiyel enerjinin artması durumunda korelasyon potansiyeli düşük olsa dahi temas potansiyeli düşük olan sisteme göre dağılmaya karşı direnç göstermektedir (**Şekil 11.3**).



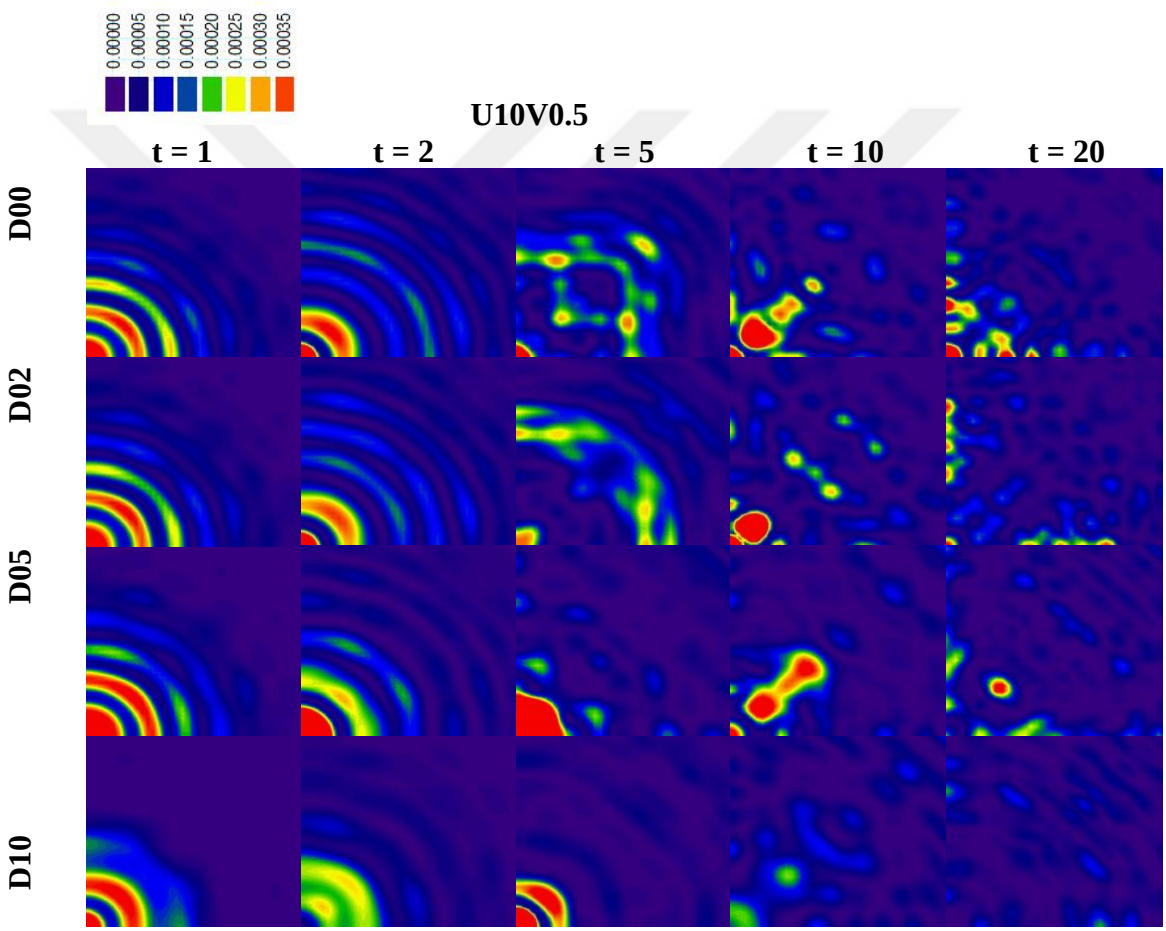
Şekil 11.3. Parçacıklar arası etkileşim (U = 20) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} = 0.5) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına göre parçacık yoğunluk grafiği. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Hem temas etkileşim potansiyeli hem de korelasyon potansiyel enerjinin artması durumunda dairesel olan şekil karesel olmaya başlarken sistem yoğunluğunda korunduğu yani dağılmadığı çok açık görülmektedir (**Şekil 11.4**).



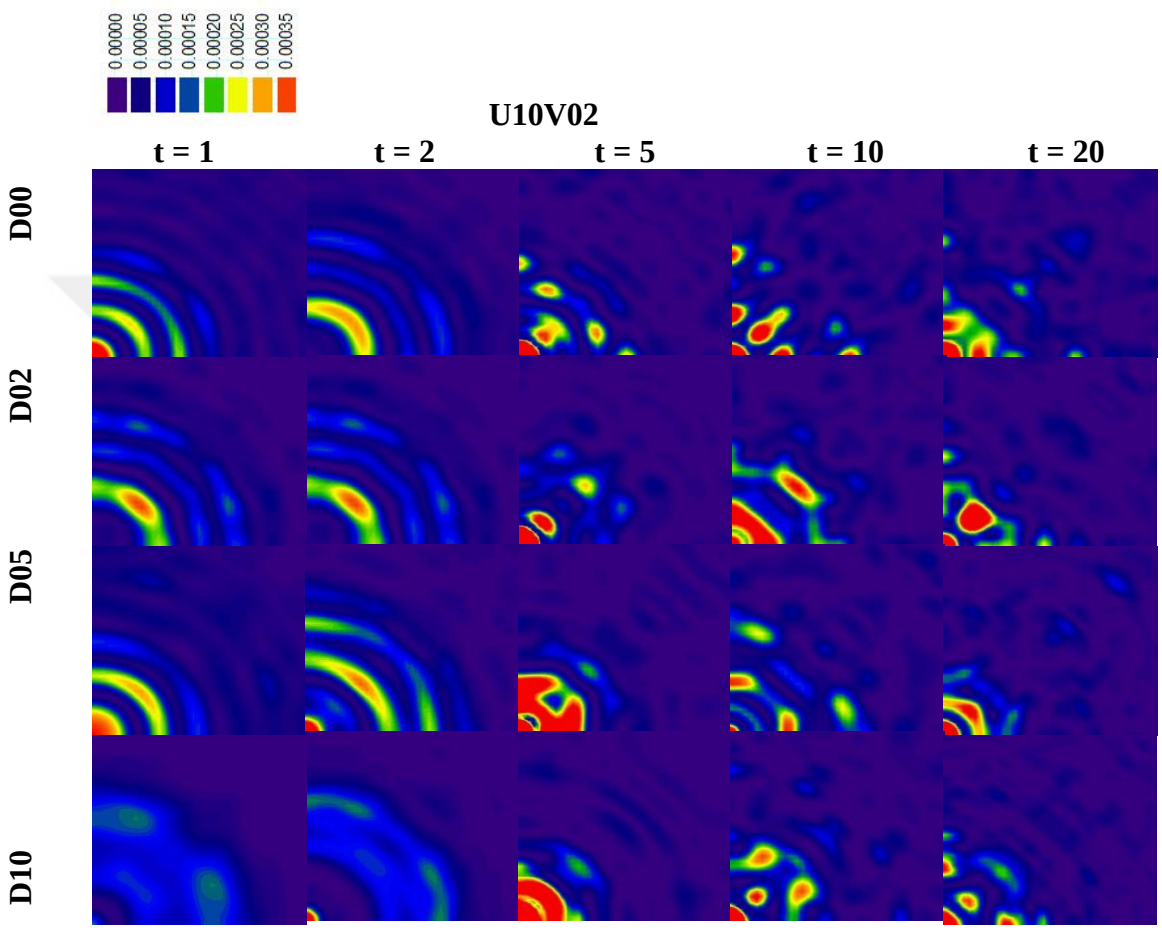
Şekil 11.4. Parçacıklar arası etkileşim (U = 20) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} = 2) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına göre parçacık yoğunluk grafiği. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Momentum dağılım fonksiyonu bize parçacıkların momentum değerlerinin yüksek olduğu bölgelerde (kırmızı) daha yoğun olarak bulunduğunu ve zamana bağlı olarakta genleşme hızı ve yönünü göstermektedir. Dalgalar halinde sistemde genişleme görülmesi sistemin periyodik olarak sabit potansiyel farkının olmasından kaynaklanmaktadır; ayrıca ilerleyen zamanda parçacıkların tekrar merkezde yoğunlaşması parçacıklar arasındaki korelasyondan kaynaklanmaktadır. Bu korelasyon sayesinde sistem şeklini korumaya devam edebilmektedir (Şekil 11.5).



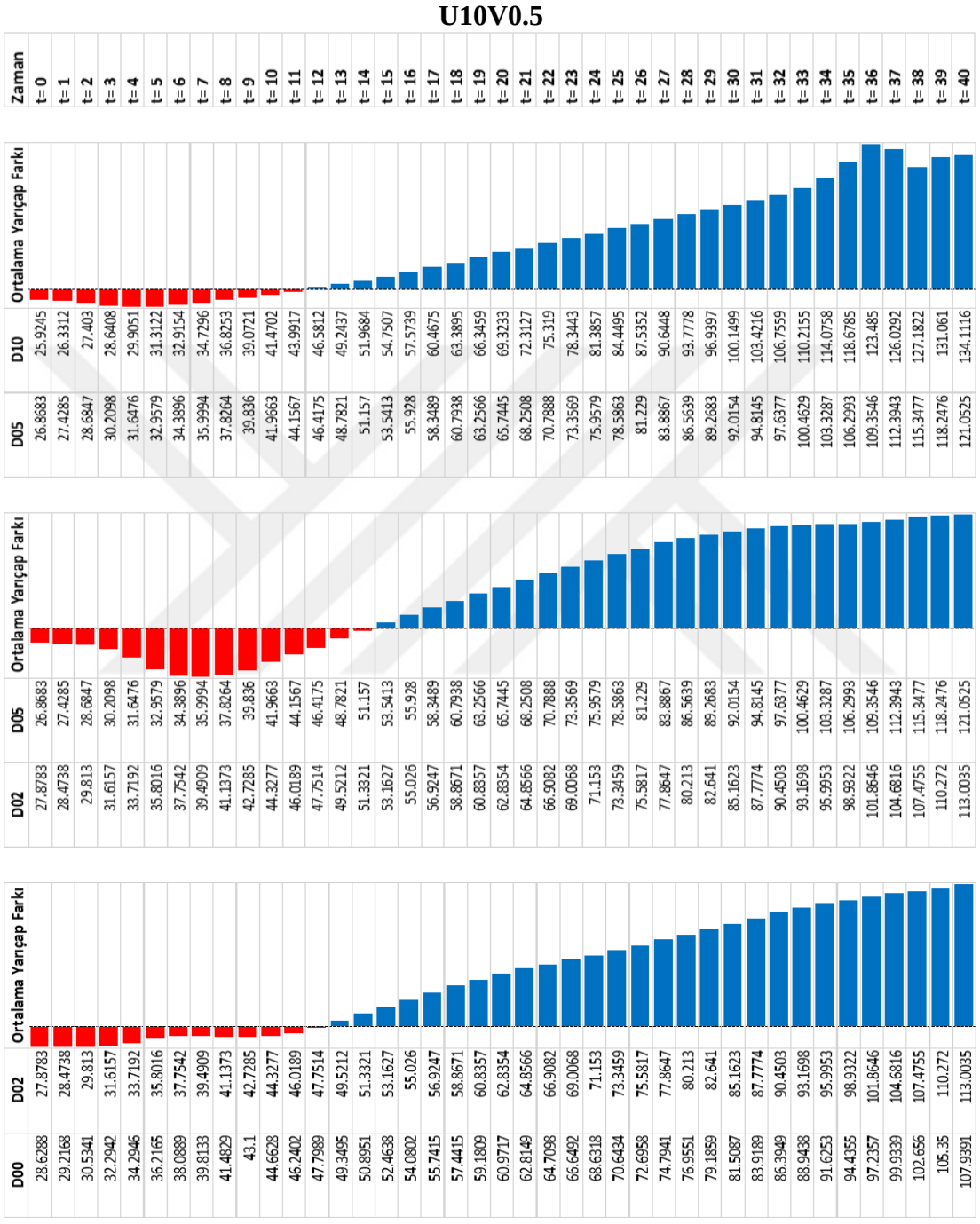
Şekil 11.5. Parçacıklar arası etkileşim (U = 10) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} = 0.5) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına göre momentum yoğunluk fonksiyonu grafiği. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Parçacıklar arası korelasyon değerinin yüksek olması durumunda momentum dağılımının dış bölgelerde yüksek olduğu görülmekte ancak zamanın ilerlemesiyle korelasyon değeri yüksek gelerek tekrar merkezde lokalize olmaktadır (Şekil 11.6).



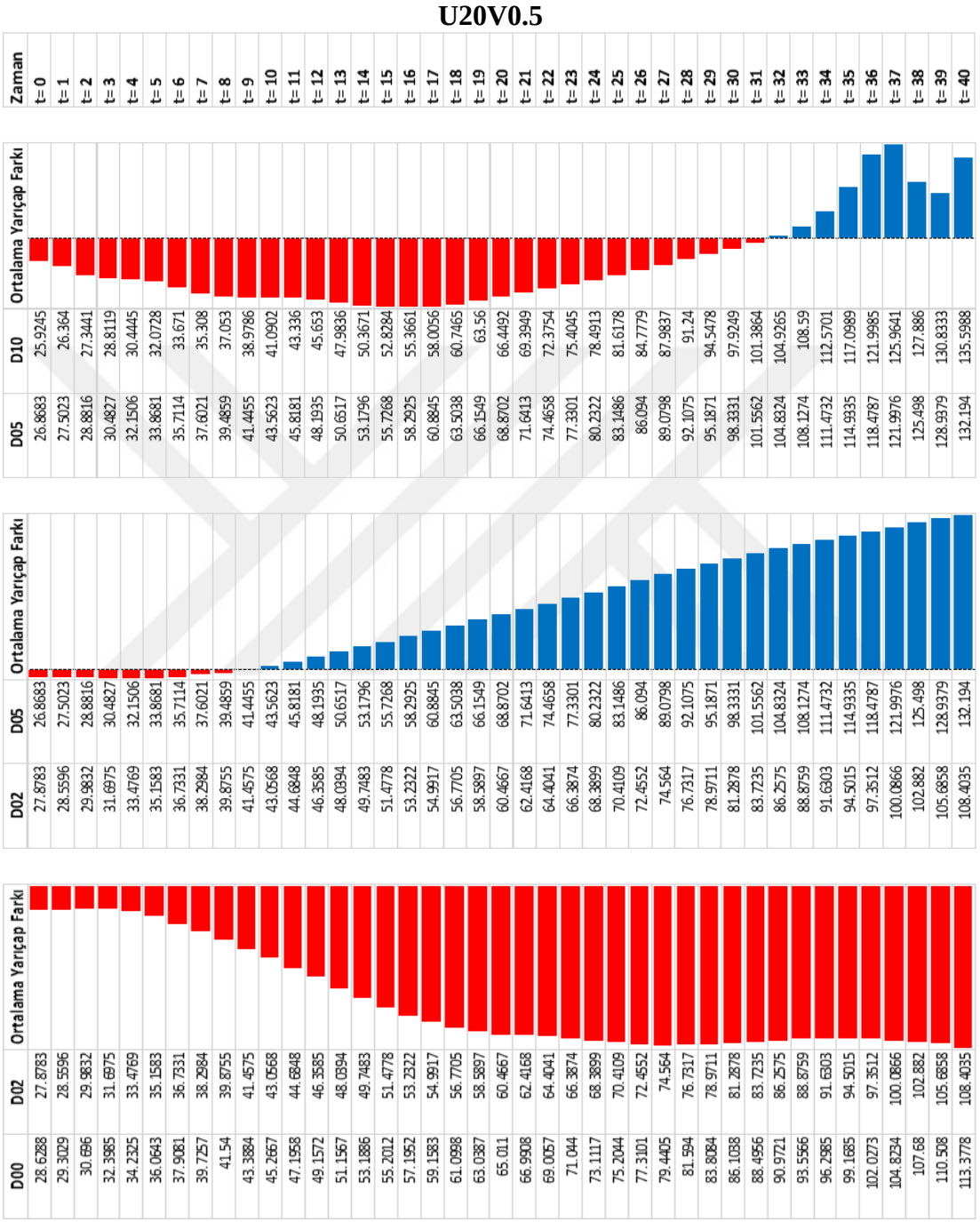
Şekil 11.6. Parçacıklar arası etkileşim (U = 10) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} = 0.5) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına göre momentum yoğunluk fonksiyonu grafiği. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Kimyasal potansiyel fark değerinin artırılmasıyla birlikte sistem kırmızı renkle gösterilen bölgede zamanla daha yavaş genleşmekte olduğu ortalama yarıçap değerleri arasındaki farktan görülmektedir (Şekil 11.7).



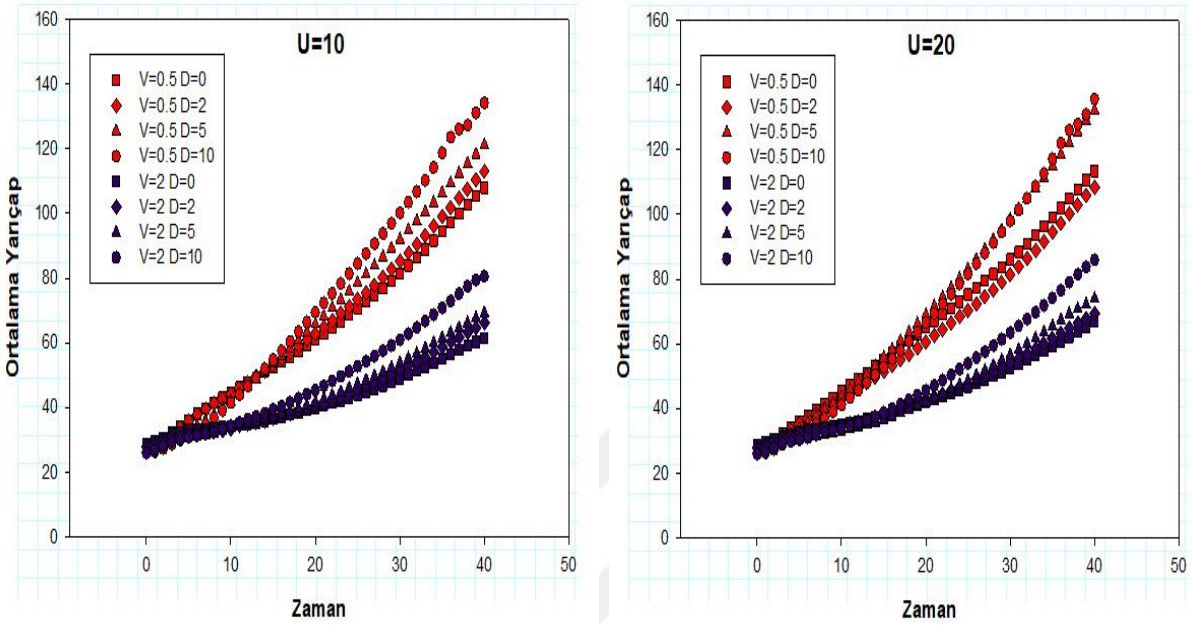
Şekil 11.7. Parçacıklar arası etkileşim (U=10) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} =0.5) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına bağlı ortalama yarıçap farkını gösteren grafik. Kırmızı azalan yarıçap, mavi artan yarıçapı göstermektedir. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Parçacıklar arası korelasyon değerinin yüksek olması durumunda ortalama bulut yarıçapı bazı durumlarda ciddi şekilde farklı olurken bazı durumlarda da azalmakta olduğu görülmektedir (Şekil 11.8).



Şekil 11.8. Parçacıklar arası etkileşim (U=20) ve korelasyon potansiyeli (V_{cor} =0.5) sabit olması durumunda zamana ve kimyasal potansiyel farkına bağlı ortalama yarıçap farkını gösteren grafik. Kırmızı azalan yarıçap, mavi artan yarıçapı göstermektedir. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Korelasyon potansiyelinin arttırılmasının, bulutun genişlemesini önemli ölçüde engellediği ve ortalama bulut yarıçapının daha yavaş bir artışına yol açtığı kolayca görülebilir (Şekil 11.9).



Şekil 11.9. Çeşitli kafes parametreleri için zamanın bir fonksiyonu olarak ortalama yarıçap. Zaman birimi ħ/J olarak alınmıştır.

Kimyasal potansiyel farkını (D) arttırmak, ilk başta daha yavaş bir genleşme hızıyla sonuçlanır, ancak daha sonra bulut yoğunlaştıkça, bu etki tersine döner ve genleşme hızı artan D ile artar.

KAYNAKLAR

Aktaş, S., 2013, Optik örgüde Genleşen Dipolar Bose Gazlarının Dinamiği, *Selçuk Üniversitesi*, 2-35.

Anderson, B. P. ve Kasevich, M. A., 1998, Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays, *Science*, 282 (5394), 1686-1689.

Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E. ve Cornell, E. A., 1995, Observation of Bose-Einstein Condensation, *Science*, 269 (5221), 198-201.

Asaoka, R., Tsuchiura, H., Yamashita, M. ve Toga, Y., 2014, Density Modulations Associated with the Dynamical Instability in the, *Journal of the Physical Society of Japan*, 83 (124001), 1-5.

Barrett, M. D., Sauer, J. A. ve Chapman, M. S., 2001, All Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate, *Physical Reviev Letters*, 87 (1).

Bradley, C. C., Sackett, C. A., Tollett, J. J. ve Hulet, R. G., 1995, Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 75 (9), 1687.

Carr, L. D. ve Holland, M. J., 2005, Quantum phase transitions in the Fermi–Bose Hubbard model, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 72 (3), 1-4.

Cornell, E. A. ve Wieman, C. E., 2002, Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments, *Revıews Of Modern Physıcs*, 74 (3), 875.

Davis, K. B., Mewes, M.-O., Andrews, M. R., van Druten, N. J., Durfee, D. S., Kurn, D. M. ve Ketterle, W., 1995, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 75 (22), 3969.

Department of Physics, T. I. o. T., 2019, Kozuma laboratory. http://www.kozuma-eng.sci.titech.ac.jp/.

Duan, L.-M., Demler, E. ve Lukin, M. D., 2003, Controlling Spin Exchange Interactions of Ultracold Atoms in Optical Lattices, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 91 (9).

Duchon, E. N., 2013, Quantum Phase Transitions in the Bose Hubbard Model and in a Bose-Fermi Mixture, *The Ohio State University*, 4.

Ekşioğlu, Y., 2006, Bose-Einstein Yoğuşması İle Lineer Sıralanmış Çeşitli Potansiyel Kuyularından Madde İletimi, *İstanbul Üniversitesi*, 12-13.

Fisher, M., Weichman, P. B., Grinstein, G. ve Fisher, D., 1989, Boson localization and the superfluid-insulator transition, *PHYSICAL REVIEW*, 40 (1), 546-570.

Gea-Banacloche, J., Rey, A. M. ı., Pupillo, G., J. Williams, C. ve W. Clark, C., 2018, Mean-field treatment of the damping of the oscillations of a 1D Bose gas in an optical, *PHYSICAL REVIEW A*, 73 (1), 1-8.

Greiner, M., Mandel, O., Esslinger, T., Hänsch, T. W. ve Bloch, I., 2002, Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms, *Nature*, 415 (6867), 39-44.

Hess, H. F., 1986, Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen, *Physical Review B*, 34 (5), 3476-3479.

Hubbard, J., 1963, Electron correlations in narrow energy bands, *Royal Society*, 276 (1365), 238-257.

Iskin, M. ve Freericks, J. K., 2018, Momentum distribution of the insulating phases of the extended Bose-Hubbard model, *PHYSICAL REVIEW A*, 80 (6), 1-10.

Jaksch, D., Bruder, C., Cirac, J. I., Gardiner, C. W. ve Zoller, P., 1998, Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 81 (15), 3108-3111.

Jochim, S., 2004, Bose-Einstein Condensation of Molecules, *Leopold-Franzens Üniversitesi Innsbruck*, 9.

Jreissaty, M., Carrasquilla, J., Wolf, F. A. ve Rigol, M., 2011, Expansion of Bose-Hubbard Mott insulators in optical lattices, *PHYSICAL REVIEW A*, 84 (4), 2-10.

Kondov, S., 2008, Bose-Hubbard Model, University of Illinois, Urbana-Champaign**:** 1-9.

Krall , N. A. ve Trivelpiece, A. W., 1973, Principles of Plasma Physics, *American Journal of Physics*, 41, 1380.

Lieb, E. H. ve Wu, F. Y., 1968, Absence of Mott transition in an exact solution of the short-range, one-band model in one dimension, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 20, 1445-1448.

Öztürk, T., 2005, Harmonik Olarak Tuzaklanmış Bozonlarda Bose-Eınsteın Yoğuşması, *Selçuk Üniversitesi.*, 1.

Petrich, W., Anderson, M. H., Ensher, J. R. ve Cornell, E. A., 1995, Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 74 (17), 3352.

Roy, A. ve D.Angom, 2017, Finite temperature expansion dynamics of Bose–Einstein condensates in ring traps, *Physics Letters A*, 381 (31), 2483-2488.

Singh, M., Mondal, S., Sahoo, B. K. ve Mishra, T., 2017, Quantum phases of constrained dipolar bosons in coupled one-dimensional optical lattices, *PHYSICAL REVIEW A*, 96 (5), 1-8.

Smirne, G., 2005, Experiments with Bose-Einstein Condensates in Optical Traps, *University of Oxford*, 1-3.

Townsend, C., Ketterle, W. ve Stringari, S., 1997, Bose-Einstein Condensation, *Physics World*, 10 (3), 29.

Trefzger, C., 2009, Ultracold Dipolar Gases in Optical Lattices, *Institut de Ciencies Fotoniques*, 2-38.

Urba, L., Lundh2, E. ve Rosengren, A., 2006, One-dimensional extended Bose-Hubbard model with a confining potential: a DMRG analysis, *Journal of Physics B Atomic Molecular and Optical Physics*, 39 (24), 3-5.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	**:**	Ali TAMBUĞA
Uyruğu	**:**	T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi	**:**	Zile, 02.08.1985
Telefon	**:**	5360324099
Faks	**:**	
e-mail	**:**	alifen_60@hotmail.com

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	**Zile Dinçerler75. Yıl Anadolu Lisesi, Zile,Tokat**	**2003**
Üniversite	:	**Gazi Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi, Kırşehir**	**2007**
Yüksek Lisans	:	**Selçuk Üniversitesi, Selçuklu, Konya**	**2019**
Doktora	:	**-**	**-**

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görevi**
2007-	**Milli Eğitim Müdürlüğü**	**Öğretmen**

UZMANLIK ALANI

Matematiksel Fizik, Bose-Einstein Yoğuşması

YABANCI DİLLER

İngilizce

BELİRTMEK İSTEĞİNİZ DİĞER ÖZELLİKLER

YAYINLAR*

POSTERLER

A. TAMBUĞA and Ü. ATAV, 2019, Expansion Dynamics Of İnteracting Bosons On Various Optical Lattices, ICMME-2019, 402-403.