**T.C.**
**DİCLE ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# AKARSULARDA BOYUNA YAYILIM KATSAYISININ ENTROPİ DESTEKLİ BULANIK MODELLEMEYLE BELİRLENMESİ

**Cengiz COŞKUN**

**DOKTORA TEZİ**

**MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**DİYARBAKIR**
**Ocak – 2018**

T.C

DİCLE ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

DİYARBAKIR

Cengiz COŞKUN tarafından yapılan "Akarsularda Boyuna Yayılım Katsayısının Entropi Destekli Bulanık Modellemeyle Belirlenmesi" konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Matematik Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesinin

| Ünvanı | Adı Soyadı |
|---|---|
| Başkan: | Prof. Dr. Hasan İlhan TUTALAR |
| Üye : | Yrd. Doç. Dr. Abdullah BAYKAL |
| Üye : | Prof. Dr. Z. Fuat TOPRAK |
| Üye : | Prof. Dr. Hasan KÜRÜM |
| Üye : | Doç. Dr. Mehmet KARAKÖSE |

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 15/01/2018

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

/ /2018

Doç. Dr. Sevtap SÜMER EKER

ENSTİTÜ MÜDÜR V.

( MÜHÜR )

# TEŞEKKÜR

Danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Abdullah BAYKAL'a, çalışmam boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren hocam Sayın Prof. Dr. Z. Fuat TOPRAK'a ve Prof. Dr. Hasan İlhan TUTALAR'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasında her an beni yalnız bırakmayıp bana destek olan ve beni daima yüreklendiren sevgili eşim Zelal COŞKUN'a, sıkıntılı günlerimde bana mutluluk ve moral kaynağı olan çocuklarım Azad ve Cevdet Aram'a, manevi desteğini esirgemeyen arkadaşım A. Mahmut YÜCELEN'e teşekkürlerimi sunarım.

# İÇİNDEKİLER

**Sayfa**


**TEŞEKKÜR** ..... I
**İÇİNDEKİLER** ..... II
**ÖZET** ..... V
**ABSTRACT** ..... VI
**ÇİZELGE LİSTESİ** ..... VII
**ŞEKİL LİSTESİ** ..... VIII
**EK LİSTESİ** ..... X
**KISALTMA VE SİMGELER** ..... XI
**1. GİRİŞ** ..... 1
**2. KAYNAK ÖZETLERİ** ..... 7
2.1. Akarsularda Boyuna Yayılım Katsayısı (ABYK)'nın Modellenmesine İlişkin Kaynaklar ..... 7
2.1.1. ABYK Modellemesinde Belirlenimci Yöntemlere İlişkin Kaynaklar ..... 7
2.1.2. ABYK Modellemesinde Belirsizlikçi Yöntemlere İlişkin Kaynaklar ..... 8
2.2. Modellemede Kullanılan Yöntemlere İlişkin Kaynaklar ..... 9
**3. MATERYAL VE METOT** ..... 11
3.1. Materyal ..... 11
3.1.1. Veri Kümeleri ..... 11
3.1.2. Akarsularda Akış ve Yayılım ile İlgili Genel Kavramlar ..... 12
3.1.2.1. Akarsularda Yayılım ..... 13
3.1.2.2. Akışkan Ortamda Yayılım Çeşitleri ..... 14
3.1.2.3. Önceki Çalışmalar ..... 15
3.1.3. Entropi ..... 17
3.1.3.1. Belirsizliğin ve Seçenek Miktarının Ölçütü Olarak Entropi ..... 18
3.1.3.2. Entropinin Pratikteki Kullanımı ..... 27
3.1.3.3. Entropi Kullanımına Bir Örnek ..... 27
3.1.4. Küme ..... 30
3.1.4.1. Bulanık Küme ..... 30
3.1.4.2. Küme Gösterimi ..... 31
3.1.4.3. Bulanık Kümelerde Eşitlik ..... 34
3.1.4.4. Bulanık Kümelerde İşlemler ..... 34
3.1.4.5. Bulanık Küme İşlemlerinde Alternatif Yöntemler ..... 37
- t-norm işlemler ..... 37
- t-conorm işlemler ..... 38
3.1.5. Mantık ve Akıl Yürütme ..... 38

3.1.5.1. Klasik Mantık ..... 39
3.1.5.2. Bulanık Mantık ..... 41
3.1.6. Bulanık Modelleme ..... 42
3.1.7. Bulanık Modellemede Entropi ..... 45
3.1.7.1. Kim ve Russel'in Çalışması: Minimum Entropi ile Bulanıklaştırma ..... 46
3.2. Metot ..... 48
3.2.1. Bulanıklaştırma ..... 48
3.2.1.1. Bağımlı Değişkene Ait Bulanık Kümelerin Belirlenmesi ..... 49
3.2.1.2. Bağımsız Değişkenlere Ait Bulanık Kümelerin Belirlenmesi ..... 52
- Baskın Çıktı Kümeleri ..... 55
3.2.2. Bulanık Kuralların Oluşturulması ..... 56
3.2.2.1. Kural Ağırlığının Belirlenmesi ..... 56
3.2.2.2. Ham Kural Ağırlığı ..... 56
3.2.2.3. Yakınlık Derecesi (YD) ..... 57
3.2.2.4. Ayrıştırma Fonksiyonları ve Örnekler ..... 60
3.2.2.5. Bulanık Kuralların Oluşturulması Örnek Uygulama ..... 61
3.2.2.6. Küçük Ağırlıklı Kuralların Elenmesi ..... 64
3.2.2.7. Yazılım Tarafından Örnek Veri İçin Oluşturulan Kurallar ..... 64
3.2.3. Çıkarım ..... 65
3.2.3.1. Çalışmada Kullanılacak Çıkarım Yöntemi ..... 65
3.2.3.2. Ateşlenen Kurala Ait Çıktı Bulanık Kümenin Belirlenmesi ..... 66
3.2.3.3. Çıktı Bulanık Kümeye Ait Alanın Hesaplanması ..... 67
3.2.3.4. Ateşlenen Kurallardan Çıktı Değerinin Belirlenmesi ..... 67
3.2.4. Yazılım ..... 68
3.2.4.1. Veri Yükleme ..... 69
3.2.4.2. Değişkenlerin Düzenlenmesi ..... 69
3.2.4.3. Bağımsız Değişkenlere Ait Bulanık Kümelerin Oluşturulması ..... 70
3.2.4.4. Bulanık Kuralların Oluşturulması ..... 70
3.2.4.5. Yeni Bir Örnek İçin Tahmin Sonucu Oluşturma ..... 70
3.2.4.6. Oluşturulan Modelin Yeniden Kullanımı ..... 70
3.2.5. ABYK Bulanık Modeli ..... 71
3.2.5.1. ABYK'nın Tahminlemesine Yönelik Önceki Çalışmalar ..... 71
3.2.5.2. Bulanık Modelin Oluşturulması ..... 72
3.2.5.3. Bağımlı Değişkene Ait Üyelik Fonksiyonları ..... 73
3.2.5.4. Bağımsız Değişkenlere Ait Üyelik Fonksiyonları ..... 73
3.2.5.5. Bulanık Kurallar ..... 73
3.2.5.6. Sonuç Çıkarımı ..... 74
**4. BULGULAR VE TARTIŞMA** ..... 75

4.1. Oluşturulan Bulanık Model Testine Ait İstatiksel Sonuçlar ..... 75
4.2. Sonuçların Diğer Çalışma Sonuçları ile Karşılaştırılması ..... 76
- RMSE değerinin yorumlanması ..... 78
- Uç Değerlere Ait Tahmin Sonuçları ..... 79
**5. SONUÇ VE ÖNERİLER** ..... 81
5.1. Hazırlanan Program Üzerine Sonuç ve Öneriler ..... 81
5.2. Yeni Yöntem Üzerine Sonuç ve Öneriler ..... 82
5.3. Oluşturulan ABYK Modeli Üzerine Sonuç ve Öneriler ..... 83
**6. KAYNAKLAR** ..... 85
EKLER ..... 91
ÖZGEÇMİŞ ..... 113

# ÖZET

AKARSULARDA BOYUNA YAYILIM KATSAYISININ ENTROPİ DESTEKLİ BULANIK MODELLEMEYLE BELİRLENMESİ

DOKTORA TEZİ

Cengiz COŞKUN

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANA BİLİM DALI

2018

Bir sistemin belirli şartlar altında nasıl bir sonuç üreteceğini belirlemek için modelleme yapılır. Çok sayıda modelleme yöntemi vardır. Bulanık modelleme, bulanık küme ve bulanık mantık teorileri üzerinde kurulmuş bir modelleme yöntemidir.

Akarsularda yayılım hızı, suya karışmış olan yabancı maddelerin bir bölgeden diğer bölgelere ulaşmasında geçen süreyi belirler. Yayılım hızının belirlenmesi, çevre kirliliği gibi ekolojik yapıya verilen zararların en aza indirgenebilmesi için alınabilecek önlemlerin ve felaket anında yapılması gereken çalışmaların kapsam ve niteliğinin belirlenmesinde önem teşkil eder. Akarsularda yayılım, yayılımın yönüne göre, boyuna, yanal ve dikey yayılım olmak üzere üç başlık altında incelenir.

Bu tezde akarsularda boyuna yayılım hızını belirleyen akarsularda boyuna yayılım katsayısı (ABYK)'nın bulanık modelleme ile belirlenmesine yönelik bir çalışma yapılmıştır. İlk olarak ABYK'nın belirlenmesine yönelik var olan çalışmalar ve modellemelerde kullanılan bağımsız değişkenler incelenmiştir. Bulanık kümeler ve bulanık mantık konuları incelenmiş; bulanık bir modelleme yapılırken izlenilmesi gereken yol irdelenmiş ve belirsizliğin bir ölçütü olan entropi kavramı ve Chebyshev eşitsizliği kullanılarak bulanık kümelerin ve elde edilen bulanık kümelerle bulanık kuralların oluşturulmasına yönelik yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemi kullanarak model oluşturan bir program Java dili ile geliştirilmiştir. Geliştirilmiş olan bu yazılım ile ABYK'nın bulanık bir modeli oluşturulmuştur. Son olarak, elde edilen model sonuçları, yapılmış olan diğer çalışma sonuçları ile karşılaştırılmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Bulanık modelleme, üyelik fonksiyonları, entropi, bulanık kuralların oluşturulması, akarsularda boyuna yayılım katsayısı

## ABSTRACT

PREDICTION OF LONGITIDUNAL DISPERSION COEFFICIENT BY FUZZY MODELING BASED ON ENTROPY

Ph.D. THESIS

Cengiz COŞKUN

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
UNIVERSITY OF DICLE

2018

Modeling refers to the collection of procedures to produce a representation of a system in order to determine the output of the system given the inputs. There are many different modeling methods. Fuzzy modeling is one of the modeling methods, based on fuzzy sets and fuzzy logic.

Dispersion speed in rivers determines the duration of dispersion of contaminants from one location to another. Determination of dispersion speed is important in order to define necessary preventive precautions and policy to reduce the negative impacts of an ecologic disaster such as environmental pollution or to define the actions to be taken in case. Dispersion in rivers can be classified into three categories according to the direction of the dispersion: longitudinal, vertical and lateral dispersion.

In this Ph.D. thesis, it is aimed to build a fuzzy model to predict the longitudinal dispersion coefficient that determines the longitudinal dispersion speed in rivers. This study includes the application of a new approach on fuzzy modeling for membership function generation that uses entropy and Chebyshev's inequality. Also a new software that automatically creates fuzzy model according to the new approach, has been implemented. Firstly previous works on predicting the longitudinal coefficients of rivers are studied. Then fuzzy sets, fuzzy logic and the steps in constructing a fuzzy model are analyzed. Next, our new approach on constructing the membership functions using Chebyshev's inequality and the measure of uncertainty –entropy- and creating fuzzy rules are described. A fuzzy model is then constructed using data available in the literature gathered from more than 30 rivers in the USA. Finally the results of the constructed fuzzy model and its comparison with the previous works are given and found to be successful compared to existing studies.



**Key Words:** Fuzzy modeling, membership functions, entropy, fuzzy rule generation, longitudinal dispersion coefficient for rivers.

# ÇİZELGE LİSTESİ


| Çizelge No | | Sayfa |
|---|---|---|
| **Çizelge 3.1.** | Bağımsız değişken bulanık kümelerine ait baskın çıktıların, kuralda yer alan bağımlı değişkene ait bulanık kümeyle benzerlik dereceleri | 59 |
| **Çizelge 3.2.** | Örnek Iris verisi için kural oluştururken kullanılacak bulanık kümeler | 62 |
| **Çizelge 3.3.** | İkinci veri örneği için kurallar oluşturulurken kullanılacak bulanık kümeler | 63 |
| **Çizelge 3.4.** | Literatürdeki bazı modellere ait tahmin sonuçlarının gerçek değerlerle korelasyon katsayıları | 71 |
| **Çizelge 3.5.** | ABYK modellemesine ilişkin çalışmalara ait istatiksel sonuçlar | 76 |
| **Çizelge 3.6.** | Uç değerler için eski çalışmalara ait tahmin sonuçları (Toprak ve Cigizoğlu 2008) | 80 |

# ŞEKİL LİSTESİ


| Şekil No | | Sayfa |
|---|---|---|
| **Şekil 3.1.** | Akış çeşitleri | 12 |
| **Şekil 3.2.** | Gruplanmış olayda belirsizlik | 19 |
| **Şekil 3.3.** | Yaş Grubu ve Ev Sahibi kıstaslarına göre ağaç yapısındaki dallanma | 28 |
| **Şekil 3.4.** | Bulanık model yapısı | 43 |
| **Şekil 3.5** | Max-min metodu ile sonuç çıkarma | 45 |
| **Şekil 3.6.** | Entropi kullanarak bulanık kümelerin belirlenmesi | 46 |
| **Şekil 3.7.** | Entropi kullanarak elde edilen üyelik fonksiyonu (İlk bölmeleme) | 47 |
| **Şekil 3.8.** | Entropi kullanarak elde edilen üyelik fonksiyonu (Üçüncü bölmeleme) | 47 |
| **Şekil 3.9.** | Bağımlı değişkenin üçgen bulanık kümelere ayrılması | 50 |
| **Şekil 3.10.** | Bağımlı Değişkenin Gausyan Bulanık Kümelere Ayrılması | 52 |
| **Şekil 3.11.** | Bağımlı değişkenin tekton bulanık kümelere ayrılması | 52 |
| **Şekil 3.12.** | Bağımsız değişkenler için oluşturulmuş gausyan bulanık kümeler | 55 |
| **Şekil 3.13.** | Veri kümesinden kural tabanı oluşturma | 57 |
| **Şekil 3.14.** | Sepal Length için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları | 58 |
| **Şekil 3.15.** | Sepal Width için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları | 58 |
| **Şekil 3.16.** | Petal Length için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları | 59 |
| **Şekil 3.17.** | Bağımlı değişken olan Petal Width için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları | 59 |
| **Şekil 3.18.** | Iris verisi için elde edilen kuralların oluşturulduğu ekran görüntüsü | 65 |
| **Şekil 3.19.** | Bulanık kuralın ateşlenmesine ait ekran görüntüsü | 67 |
| **Şekil 3.20.** | Örnek IRIS verisi için yazılıma ait sonuç çıkarımı ekran görüntüsü | 68 |
| **Şekil 3.21.** | Model oluşturulurken izlenen yol | 72 |

**Şekil 3.22.** Hata değerlerine ait histogram 78

**Şekil 3.23.** Hata Değerlerine ait Normal Q-Q dağılım Grafiği 79

# EK LİSTESİ


| Ek No | | Sayfa |
|---|---|---|
| **EK 1.** | Modellemede kullanılan ABYK veri kümesi | 91 |
| **EK 2.** | IRIS verisi ile bulanık kurallar oluşturulurken veri kümesindeki ilk örnek ile kuralların oluşturulması ve kural ağırlıklarının hesaplanması | 93 |
| **EK 3.** | IRIS verisi ile bulanık kurallar oluşturulurken veri kümesindeki ikinci örnek ile kuralların oluşturulması ve kural ağırlıklarının hesaplanması | 95 |
| **EK 4.** | IRIS Verisi için oluşturulmuş kural tabanı (program çıktısı) | 98 |
| **EK 5.** | Bağımsız değişkenlerin düzenlendiği ekran görüntüsü | 100 |
| **EK 6.** | Bağımlı değişkenin düzenlendiği ekran görüntüsü | 101 |
| **EK 7.** | Bağımsız değişkenlere ait bulanık kümelerin oluşturulduğu ekran görüntüsü | 102 |
| **EK 8.** | Bulanık kuralların oluşturulduğu ekran görüntüsü | 103 |
| **EK 9.** | ABYK modeli ile yeni bir örnek için tahminleme yapılması. (Program çıktısı) | 104 |
| **Ek 10.** | Eski çalışmaların tahmin sonuçlarının gerçek değerlerle dağılım grafiği (Toprak ve Savcı 2007) | 105 |
| **EK 11.** | Bağımlı değişkene (ABYK) ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları | 106 |
| **EK 12.** | Oluşturulan ABYK modelinde bağımlı değişkene ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları (Program Çıktısı) | 107 |
| **EK 13.** | Bağımsız değişkene ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları (Program çıktısı) | 108 |
| **Ek 14.** | Bağımsız Değişkenlere ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları (Program çıktısı) | 109 |

## KISALTMA VE SİMGELER

ABYK : Akarsularda Boyuna Yayılım Katsayısı

ANFIS : Uyarlamalı Sinirsel Bulanık Çıkarım Sistemi

ANN : Yapay Sinir Ağları

BLBK : Bağımlı Değişkene Ait Bulanık Kümeler

BSBK : Bağımsız Değişkenlere Ait Bulanık Kümeler

DE : Diferansiyel evrim

FFBP : İleri Yönlü Geri Bildirimli Yapay Sinir Ağı Yöntemi

GA : Genetik Algoritma

HKA : Ham Kural Ağırlığı

MAE : Ortalama Mutlak Hata

MAPE : Ortalama Mutlak Yüzde Hata

MSE : Ortalama Karesel Hata

MLP : Çok Katmanlı Algılayıcı

MF : Üyelik Fonksiyonu

MT : Model Ağacı

R : Korelasyon katsayısı

RBF : Radyal Tabanlı Fonksiyon

RMSE : Ortalama Karekök Karesel Hata

SVM : Destek Vektör Makinesi

YAY : Yaklaşık Akıl Yürütme

YD : Yakınlık Derecesi

log : Logaritma

$D_g^i$ : i indisli verinin gerçek değeri

$D_t^i$ : i indisli verinin tahmin değeri

$\cong$ : Yaklaşık eşitlik

$\overline{D}$ : D değişkeninin ortalaması

$\mu_A$ : A bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu

$\psi_A$ : A klasik kümesinin karakteristik fonksiyonu

$\in$ : Elemanıdır

$\cup$ : Birleşim

$\cap$ : Kesişim

$\subseteq$ : Altküme

$\wedge$ : Mantıksal ve

$\vee$ : Mantıksal veya

$\sum$ : Bulanık kümelerde ayrık elemanlı bulanık küme liste operatörü; matematik işlemlerde toplam sembolü

$\int$ : Sürekli değerlerden oluşan bulanık küme liste operatörü

$=$ : Eşittir

$<$ : Küçüktür

$>$ : Büyüktür

$\leq$ : Küçük veya eşittir

$\geq$ : Büyük veya eşittir

# 1. GİRİŞ

Akarsularda boyuna yayılım katsayısı, ABYK, akarsularda yabancı maddelerin akıntı boyunca yayılımına ilişkin katsayıdır. Yabancı maddelerin, birim zamanda yayılım gösterdiği alanı ifade eder. Birimi $m^2$/sn'dir. Bu katsayıya ilişkin ilk çalışma Taylor (1953, 1954)'da görülür. Taylor, yabancı maddelerin akıntı içerisindeki yayılımlarının ve yoğunluk değişiminin matematiksel ifadesini verirken yayılım katsayısını kullanmıştır. Denklemde sabit bir sayı olan bu katsayının değeri akarsu yatağının ve akıntının özelliklerine göre değişir. Akademik literatürde bir akarsuya ait boyuna yayılım katsayısının değerini belirlemek için farklı modelleme yöntemleri uygulanmıştır.

Modelleme, herhangi bir sisteme ait bilinen değerlerle bilinmeyen değerler arasındaki ilişkinin ifade edilerek soyut gerçekliğin somutlaştırılmasıdır. Model ise gerçeğin en yakın somutlaştırılmış halidir. Model, tahminde bulunma ve karar verme amacı ile oluşturulur. Modellemede kullanılan yöntemleri, belirlenimci (deterministik) ve belirsizlikçi yöntemler olarak ikiye ayırmak mümkündür. Bu çalışmada, belirsizlik terimi üç farklı anlamda kullanılmaktadır. İlki, belirlenimci yaklaşımın zıttı olan yöntemleri ifade etmek için kullanılan "belirsizlikçi yöntem" ifadesinde geçen anlamdır. İkincisi, keskin mantık anlayışına alternatif olarak ortaya çıkan bulanıklık kavramına ilişkin anlam; üçüncüsü ise entropi kavramına ilişkin olan ve farklı seçeneklerden dolayı ortaya çıkan belirsizlik anlamıdır. Bu terimin farklı üç anlamı karıştırılmamalıdır.

Belirlenimci yöntemler, belirsizlik ya da olasılık içermeyen, kesin sonuçlara ulaştıran yöntemlerdir. Bu yöntemler, bilimsel bir kesinliğe sahip olan, ya da belli bir kesinlik seviyesine indirgenebilir durumlarda tercih edilir. Örneğin, sürtünmesiz bir ortamda r uzunluğundaki bir ipin ucundaki nesnenin diğer ucu merkez olacak şekilde merkez etrafında sabit bir v hızı ile döndürüldüğünde herhangi bir t anındaki pozisyonu matematiksel ve fiziksel bilgilerle ifade edilebilir. Bazı olaylarda, kesinlik, belli bir kabul edilebilirlik derecesine kadar ihmal edilebilir. Laboratuvar gibi ideal bir ortamda deney yaparak elde edilmiş olan verilerle oluşturulan model, gerçek ortamda ihmal edilebilir sapmalar gösterebilir.

Belirlenimci yöntemler, kesin sonuçlar üretmesine rağmen gerçek hayatta ulaşılması zor ve zaman alıcı çalışmalar gerektirebilir. Örneğin, üzerine yüzbinlerce

delik açılması gereken elektronik kartları basmak için lazer uçlu hassas deliciler kullanılır. Verimi arttırmak için lazer ucun izlemesi gereken yol önceden belirlenir. 100 000 delik açılacak kartlar için Kaba-Kuvvet Yöntemi ile en doğru rotayı bulabilmek için göz önüne alınması gereken yol sayısı 100 000 faktöriyel kadar olacaktır. Problemin çözümünde dünya üzerindeki en iyi bilgisayar kullanılacak olsa bile kesin sonuç yüzlerce yılda bulunabilecektir. Böyle durumlarda tam sonuç yerine kabul edilebilir hata oranı ile sonuçlar üretmek tercih edilebilir. Kabul edilebilir hata 3.5% kabul edildiğinde 1 000 000 noktaya sahip bir ağda bile bu hesaplamayı yapmak için birkaç dakikalık zaman aralığı yeterli olacaktır (Ross 2010). Böylece, model oluşturulurken zamandan kazanılır. Diğer taraftan, oluşturulmuş olan modelin karar alma süresi de önemlidir. Otomatik kontrol edilen aygıtların karşılaştıkları herhangi bir anormal durumda vereceği tepkiyi belirlemek için oluşturulmuş belirlenimci bir model, uzun hesaplamalar içeren karmaşık ve çözümü zaman alıcı matematiksel işlemler gerektirebilir. Aygıtın, tepki süresini kısaltmak için, kesin sonuçlar üreten çözümler yerine belirsizlikçi yöntemler tercih edilebilir. Bu noktada, sistemin kritiklik derecesi de göz önüne alınarak, hız veya kesinlik arasında tercih yapılır.

Belirsizlikçi yöntemlerin tercih edilmesinin bir diğer nedeni de incelenen konunun bir kesinliğe sahip olmaması, sisteme etki eden parametrelerin belirlenememesi veya kesin sonuçlar elde edilemeyecek şekilde gürültü ve kaos içermesidir. Biyolojik, tıbbi, ekonomik, sosyal, politik olaylar gibi karmaşık sistemler genelde bu yapıdadır. Bu sistemleri etkileyen parametreler çok çeşitli ve belirsizdirler. Bir hisse senedinin değeri üzerinde, şirketin geliri, ileriye dönük yatırımları, şirketin sahip olduğu her türlü mal ve kapital, borç durumu gibi parametreler etkili olduğu gibi; işlem gördüğü borsadaki eğilim, ülke ekonomisi, ülkedeki politik durum, şirket pazarının durumu ve pazarın geleceği gibi diğer pek çok parametre de etkilidir. Bu tür sistemlerde kesin sonuçlar elde edebilecek belirlenimci çözümler mümkün olmayabilir veya elde edilen model çok karmaşık ve uygulanamaz olabilir.

Dolayısı ile belirsizlikçi yöntemler, zaman kısıtası sebebi ile kesinlikten feragat edilmesi gereken sistemlerde ya da bir kesinliğe sahip olmayan, kendi içerisinde belirsizlikler taşıyan kaotik, gürültülü sistemlerde tercih edilen yöntemlerdir. Olasılık, istatistik, genetik algoritma, yapay sinir ağları, bulanık mantık, vb. yöntemler belirsizlikçi yöntemlerdir. Belirsizlikçi yöntemleri kullanırken modeli oluşturulacak

olan sistemin içyapısı hakkında bilgi sahibi olunması zorunlu değildir. Sistemin girdi ve çıktılarına ait yeterli sayıdaki örnek, model oluşturmada yeterli olacaktır. Bu tip modelleme yöntemlerine kara kutu yöntemler denir. Elde edilen model, daha sonra karşımıza çıkacak olan farklı veriler neticesinde sistemin nasıl bir çıktı oluşturacağına ilişkin tahmin yapmada ve bu durumda atılacak yönetimsel adımları belirlemede kullanılır. Bu çalışmada kullanılacak olan bulanık modelleme yöntemi de bir belirsizlikçi yöntemdir. Belirsizlikçi yöntemlerde, belirlenimci çözümlerin temel aldığı kesinlik, yerini belirsiz ya da yaklaşık değerlere bırakır.

Belirsizlik, uzun yıllar boyunca matematik bilimi tarafından kabul görmemiştir. Klasik matematiğin temelleri olan Aristo mantığının katı bir kesinlik anlayışı vardır. Ancak ikili mantığa dayalı matematiğin mimarı kabul edilen Aristo bile belirsizliğin varlığını inkar etmez[1]. Buna rağmen belirsizliğin matematik alanına girmesi uzun yıllar almıştır. Avrupa'da 1500 ve 1600'lü yıllarda şans oyunlarının yaygınlaşması matematikte yeni yaklaşım arayışlarını birlikte getirmiştir. 1494 yılında olasılığı konu edinen, Fra Luca Paccioli'nin yazdığı "Summa de aritmetica, geometria, proportioni e proportionalita" (Karaçay 2006) adlı kitap ve olasılık kurallarının şans oyunlarındaki rolünün ilk defa ele alındığı 1550 tarihli Geronimo Cardano'nun "Liber de Ludo Aleae" adlı kitabı (Ross 2010) bu döneme ait ilk örneklerdir. 15. ve 16. YY'larda henüz emekleme çağında olan olasılık kuramı 17. ve 18. yüzyıllarda gelişir. Olasılık kuramı, klasik matematiğin kesinlik anlayışına farklı bir bakış açısı getirmiştir. Ancak bu yaklaşım, belirsizliği olasılıkla ilişkilendirir. Anlaşılmazlık, belirsizlik, bulanıklık gibi kavramların dile getirilmeye başlanması 1900'lü yıllardan sonra olur. Felsefeci Max Black (1937) anlaşılmazlık, belirsizlik anlamındaki "vagueness" kavramını irdeler. Ona göre, gündelik kelimeler kesinlik ifade etmemektedir. "genç", "uzun", "şişman", vb kelimeler kesin değerler ifade etmekte midir? Hangi yaş aralığı için genç kavramı kullanılacaktır? Bilimsel ifadelerde bile çoğu zaman belirsizlik taşıyan kavramlar vardır. Hatta bir matematikçinin, bir teori oluştururken kullandığı ideal nesnelerin, istenilen özelliklere sahip olması imkânsızdır; doğada ancak yaklaşık olarak bulunabilir. Örneğin, matematikte kullanılan nokta, doğru gibi terimler, doğada, tanımlandıkları ideallikte var olamazlar.

[1] "It's the mark of an instructed mind to rest satisfied with that degree of precision which the nature of the subject admits, and not to seek exactness where only an approximation of the truth is possible" Aristotle.

Bulanıklığın, matematiksel anlamda alt yapısının kurulması ilk defa 1960'lı yıllarda Lotfi Aliasker Zadeh tarafından olmuştur. Zadeh (1965)'te bulanık küme ve (1975)'te bulanık mantık kuramlarını ortaya koymuştur. İlk zamanlarda bilimsel çevrenin ilgisini pek çekmeyen bu yeni kuramlar, bulanık sistemlerin ortaya çıkması ve teknolojik aygıtlarda bulanık karar mekanizmalarının kullanılmaya başlanmasıyla ilgi çekmeye başlamıştır.

Bulanıklık, insan algısı ile ilgili olan, keskin değerlere dayanmayan değerlendirmelerden kaynaklanır. Dolayısı ile bulanık kümeler de insan algısı ile yakından ilişkilidir. Örneğin insan yaşının Bebek, Çocuk, Ergen, Orta Yaşlı, Yaşlı ve İhtiyar gibi sınıflandırılması insandan insana değişen bir algı sonucudur. 14 yaşındaki bir kişiyi, bazıları "Çocuk" kümesinde, bazıları ise "Ergen" kümesinde gösterebilir. İnsan algısının yanında, içerisinde bulunulan çevre de kararlarımızı etkileyen bir faktördür: günlük hayatta Uzun kümesine koyabileceğimiz bir kişiyi bir basketbol takımı için değerlendirdiğimizde Kısa ya da Normal kümelerine koyabiliriz. Asfalt olmayan bir dağ yolunda 50 km/sa hızla gitmekte olan bir aracı Çok Hızlı kümesine koyarken aynı hızdaki bir aracı otoban için düşündüğümüzde Çok Yavaş kümesine koyarız. Bulanıklaştırılamayacak bazı kavramlar da vardır; örneğin Atlar kümesi dediğimizde, bir aslanı Atlar kümesinde tanımlamak; ya da Devletler kümesi dediğimizde Ankara'nın bu kümeye ait olduğunu söylemek doğruluk değeri taşımayacaktır.

Küme kavramı, matematik biliminin temel kavramlarından biridir. Bu kavram matematik tarihi boyunca matematikçilerin ve felsefecilerin tartıştığı, paradokslar ihtiva eden; ancak sayılar gibi soyut kavramların somutlaştırılmasında ve anlamlandırılmasında kullanılan temel kavramdır. Aristo mantığına dayalı klasik küme anlayışında, evrensel kümede var olan herhangi bir üye, bu evrensel kümede tanımlı bir kümeye ya üyedir ya da değildir; üyelik 0 ya da 1 değerleri ile ifade edilebilir. Bulanık kümelerde ise üyelik net değildir ve [0,1] aralığında değer alan üyelik fonksiyonu ile ifade edilir.

İlk yıllarda, bulanık küme kuramının, olasılık kuramının bir formu olduğu iddiası, akademik çevrelerde çokça kabul edilen bir bakış açısı olmuştur. Gerçekten de bu iki kuramın birbirine benzerliği, özellikle bulanık küme kuramının üyelik derecesini [0,1] aralığında alırken, olasılık kuramında üyelik derecesinin aynı aralığın sadece uç

değerleri, {0,1}, ile belirleniyor olması, bu izlenimi verir. Ancak kuramları oluşturan 16 aksiyomdan biri olan Excluded Middle Aksiyomu'nun farklılık göstermesi ki diğer aksiyomlar birebir aynıdır, bu iki kuramın farklı kuramlar olduklarının kanıtıdır. İki kuramın benzerliği ve farklılığı B. Gaines (1978)'de irdelenmiştir.

Bulanık modellemede küme kavramı yanında incelenmesi gereken bir diğer konu da mantıksal kavramlardır. Klasik mantık, akıl yürütme ve nasıl sonuca ulaşılması gerektiği ile ilgilenir. Mantık kuralları ile akıl yürüterek eldeki bir bilgiden farklı bilgilere ulaşılır. Klasik mantık, hipotezlerin ispatlanmasında bilimsel çalışmaların felsefi altyapısıdır. Günlük hayatımızda da karar alırken ya da bir sonuç çıkarırken aslında mantık biliminin yaklaşımını kullanırız. Görme yetisini yitiren biri, manava meyve almaya gittiğinde geçmiş tecrübeleriyle oluşturmuş olduğu "Eğer büyük, yuvarlak ve az pürüzlü ise portakaldır"; "Eğer küçük, yuvarlak ve çok pürüzlü ise mandalinadır" gibi çıkarımlara dayanarak, eline aldığı bir meyvenin ne olduğunu tahmin eder. Meyve, eski bilgilerindeki gerektirme işlemlerinin öncülünü sağlıyor ise daha önceden doğruluğunu kabul ettiği gerektirmenin doğruluğunu koruyabilmesi için ardıl önermenin de doğru olması gerektiği ile sonuca ulaşılmış olur. Bu yaklaşım, bilimsel ispatlarda sıkça karşılaşılan "Modus Ponens" yöntemidir.

Bulanık kümelerin klasik kümelere benzerliği, bulanık mantıkla klasik mantık arasında da mevcuttur. Klasik mantıkta bir önerme doğruluk değerini {0,1}'de alırken, bulanık mantıkta [0,1] aralığında değer alır. Klasik mantıkta bir önerme ya doğrudur ya da yanlıştır; Doğru Önermeler kümesi ve Yanlış Önermeler kümesi gibi önermeler kümeleri düşünüldüğünde klasik mantıkta bu iki kümenin kesişimi boş küme olurken bulanık mantıkta bu söylenemez. Klasik mantıkta bir önerme bu iki kümeden sadece birine ait olmalıdır. Bulanık mantıkta ise bir önerme bu kümelere [0,1] aralığındaki değerlerle bağlı olacağından her ikisine farklı bir üyelik derecesi ile ait olabilir.

Klasik mantığın kuralları ile yapılan sonuç çıkarma ve eldeki bir veya birkaç önermeyi kullanarak bir diğer önermenin geçerliliğini ispatlama bulanık mantık ile de gerçekleştirilir. Bu yaklaşım, bulanık modellerde, bulanık kurallardan sonuç elde etmenin temel mekanizmasını oluşturur. Bulanık kurallardan sonuç çıkarmada kullanılan Mamdani ve Sugeno yöntemleri bu mekanizmayı temel alır.

Bulanık modelleme insanın düşünme ve karar alma mekanizmasını çağrıştırır. Değişkenlerin bulanık kümelere ayrılması, insanın nesneleri sınıflandırarak gruplandırmasına; bu kümeleri kullanarak mantık kuralları ile sonuca ulaşması ise insanın karar alma mekanizmasına benzer. Günlük hayatımızda kullandığımız bazı teknolojik ürünlerde bulanık model uygulamaları görebiliriz. Bulanık mantıkla çalışan bulaşık makineleri, buzdolapları, çamaşır makineleri bunlara örnek verilebilir.

Bu tez çalışmasında bulanık model oluşturmada yeni bir tümevarımsal yöntem tasarlanmış ve bu yöntemin uygulanabilmesi için bir yazılım geliştirilmiştir. Yöntemde belirsizlik ölçütü olan entropiden faydalanılmış, bulanık kümeler oluşturulurken Chebyshev eşitsizliğini kullanan yeni bir yaklaşım uygulanmıştır. Ortaya konulan bu yeni yöntem için java programı yazılmıştır. Geliştirilen programla ABYK'nın tahminlenmesi için bir bulanık model oluşturulmuştur. Modeli oluşturmak için 65 örnek içeren veri kümesinden faydalanılmıştır. Oluşturulan model ile elde edilen sonuçlar literatürdeki diğer sonuçlar ile karşılaştırılmış, elde edilen sonuçların başarılı olduğu görülmüştür.

# 2. KAYNAK ÖZETLERİ

## 2.1. Akarsularda Boyuna Yayılım Katsayısı (ABYK)'nın Modellenmesine İlişkin Kaynaklar

ABYK'nın modellenmesine ilişkin var olan çalışmalar belirlenimci yöntemler ve belirsizlikçi yöntemler olarak ikiye ayrılabilir.

### 2.1.1. ABYK Modellemesinde Belirlenimci Yöntemlere İlişkin Kaynaklar

Taylor (1954), kütle korunum ilkesini temel alarak kapalı tüp içinde türbülanslı akışlarda partiküllerin yayılımını ve konsantrasyonlarının değişimini ifade eden genel bir diferansiyel denklem vermiştir. ABYK, bu denklemde bir katsayı olarak yer alır.

ABYK'nın belirlenmesine yönelik belirlenimci çalışmalar Taylor'un bu eşitliğini temel alır. Bu çalışmalarda, Taylor eşitliğinin açık akarsular için uyarlanması, bu modeldeki sabit terimlerin iyileştirilmesi ve akarsularda etkisi büyük olan kanal şeklinin modele yansıtılması hedeflenir.

ABYK'yı ilk kez, Elder (1959), Taylor'un denklemini temel alarak matematiksel bir fonksiyon olarak ifade etmiştir. Elder çalışmasında laboratuvar ölçümlerini kullanmış ve dikey hız bileşeninin logaritmik dağılım gösterdiğini kabul etmiştir.

Fischer (1967, 1975), Taylor'un kütle korunumu denklemine istinaden ortaya koyduğu kabulleri kullanarak türbülanslı akışlarda yanal ve çapraz hız bileşenlerdeki değişimlerin dikey hız bileşenlerindeki değişimlerden daha etkili olduğunu söylemiş ve ABYK'yı bu bileşenlerin etkisini içerecek şekilde formüle etmiştir.

Liu (1977), ABYK'nın yaklaşık değerini, enine hız bileşenlerinin etkisini göz önüne alarak ifade etmiştir.

Seo ve Cheong (1998), ABYK'yı Amerika'daki 26 ırmaktan elde edilen 55 örnekli veri kümesini kullanarak doğrusal olmayan regresyon analizi, boyutsal analiz ve bir basamak Huber metodu ile formüle etmiştir.

Koussis ve Mirasol (1998), Fischer (1967,1968)'daki orijinal denklemleri Karman'ın noksanlık yasasını (Karman Defect Law) kullanarak yeniden düzenlemiştir.

Kashefipour ve Falconer (2002), Amerika'daki 30 ırmaktan alınan 81 örnekli veri kümesini kullanarak regresyon ve boyutsal analiz yöntemleri ile ABYK'yı ifade etmiştir.

Şahin (2014), hidrolik çapı kullanarak boyut analizi ve en küçük kareler yöntemi ile model oluşturmuştur.

Disley ve Gharabaghi (2015), akarsu eğiminin etkisini modele yansıtmak için Froude sayısını dikkate alarak regresyon analiz ile ABYK'yı matematik fonksiyon olarak ifade etmişler.

### 2.1.2. ABYK Modellemesinde Belirsizlikçi Yöntemlere İlişkin Kaynaklar

Teknolojik gelişmelerin yaşanması ile birlikte, 2000'li yıllarda ABYK'nın modellenmesine yönelik belirsizlikçi yöntemler kullanılmaya başlanmıştır. Özellikle bilgisayar teknolojisinin gelişmesi bu yöntemlerin uygulanabilirliğini arttırmıştır. Bu tür çalışmalarda elde edilen sonuçların teorik çalışma sonuçlarına göre daha iyi sonuçlar ürettiği görülmüştür.

Toprak (2004)'te ABYK'nin tahminlenmesine yönelik bulanık model oluşturmuş, çalışmasında konuya ilişkin geniş bir literatür çalışması sunmuştur.

Toprak ve Savcı (2007)'de ve Toprak (2007)'de ABYK'nın belirlenmesi için bulanık modelleme metodu uygulamışlar. Toprak (2009)'de ABYK'yı tahmin etmek için SMRGT adını verdiği bulanık yöntem geliştirerek bu yöntemle bulanık model oluşturmuştur.

Sahay ve Dutta (2009), Sahay (2013) genetik algoritma kullanarak problemi ele almışlar.

Sahay (2011), ABYK'yı tahminlemek için Feed Forward Back Propagation (FFBP) kullanarak yapay sinir ağ modeli oluşturmuştur.

Toprak ve ark. (2013), Amerika'da 30'dan fazla akarsudan elde edilmiş olan veri kümesini kullanarak yapay sinir ağları metodu ile boyutsuz yayılım katsayısını belirlemek için model oluşturmuşlar. Boyutsuz yayılım katsayısı, yayılım katsayısının derinlik ve hız bileşenlerinden arındırılmış halidir.

Toprak (2013) ABYK ve modellenmesi hakkında detaylı bir inceleme yazısı sunmuştur.

Tütmez ve Yüceer (2013), geoistatistik bir yöntem olan kriging regresyon metodunu kullanarak ABYK'nın modelini oluşturmuşlar.

ABYK'nın modellemesine yönelik diğer bazı belirsizlikçi yöntemler kullanan çalışmalar, Haghiabi (2016), Parsaie ve Haghiabi (2015), Najafzade ve Tafarojnoruz (2016), Sattar ve Gharabaghi (2015), Shahidi ve Taghipour (2012) şeklindedir.

### 2.2. Modellemede Kullanılan Yöntemlere İlişkin Kaynaklar

Bu çalışma kapsamında entropi kavramı incelenmiş, bunun için bilimsel kaynaklar araştırılmıştır. Warren Weaver'ın eklemeleri ile Claude E. Shannon'ın aynı adlı, 1948 tarihli makalesinin sunulduğu, "The Mathematical Theory of Communication" adlı kitap (1998), veri iletişim teknolojisini temellendirir ve bunu yaparken kullandığı entropi kavramını tanıştırır. İlk baskısı 1949 yılında çıkan bu kitap konusunda bir başyapıt özelliği taşımaktadır. Warren Weaver'in ön yazısıyla beraber kitap halinde basılan bu çalışma on binlerce kopya satış yapmıştır.

Entropi kavramının detaylıca anlaşılabilmesi için Robert B. Ash'e ait "Information Theory" (1990) ve John R. Pierce'e ait "An Introduction to Information Theory" (2014) isimli kitaplardan yararlanılmıştır.

Veri madenciliği ile ilgili Witten ve Frank'e ait "Data Mining Practical Machine Learning Tools and Techniques" (2005) isimli kitaptan entropi ölçütünün karar ağaçlarının oluşturulmasına yönelik kullanımı incelenmiştir.

Irwin Miller ve Marylees Miller'a ait "John E. Freund's Mathematical Statistics with Applications" kitabı çalışmada yer alan istatiksel hesaplamalar için bir kaynak olarak kullanılmıştır (Miller ve Miller 2004).

Timothy J. Ross'un "Fuzzy Logic with Engineering Applications" (Ross 2010) kitabından bulanık küme, bulanık mantık, mantıksal sonuç çıkarımı ve bulanık model oluşturma konularında faydalanılmıştır.

L.A. Zadeh (1965)'te bulanık küme teorisini ortaya koymuş. (1973)'te ve (1975)'te bulanık mantık ve bulanık mantık ile akıl yürüterek sonuca ulaşma ve karar

alma konularını incelemiştir. Bu çalışmalar bulanık küme ve bulanık mantık teorilerinin ortaya atıldığı ilk bilimsel yayınlardır.

Mamdani ve Assilian, (1975) çalışmalarında endüstriyel yapıya ait bir buhar motoru ve buhar kazanının otomatik kontrolü için bulanık model oluşturmuşlar. Yapılan bu çalışma, bulanık modelle gerçekleştirilmiş ilk örneklerdendir. Çalışmalarında Zadeh'in 1973'teki çalışmalarını temel almışlar. Bulanık modellemede sık kullanılan Mamdani karar alma mekanizması bu çalışmanın bir ürünüdür.

Kim ve Russel (1993) üyelik fonksiyonlarını belirlerken entropiden faydalanmışlar. Önerdikleri yöntemde her değişken aralığı üzerinde baştan sona kadar bir nokta gezdirerek minimum belirsizlik (minimum entropi) değerini verdiği noktayı belirlemişler ve bu noktayı değişkenlerin bulanık kümelerini oluşturmak için temel almışlar.

Chen ve Tsai (2004) çalışmalarında örnek veri kümesini kullanarak sınıflandırma yapan bir bulanık model oluşturma yöntemi geliştirmişler. Modelde kullanılacak değişkenleri belirlemek için girdi değişkenlerin, çıktı sınıf değerleri ile olan korelasyon katsayısını kullanmışlar. Belirledikleri değişkenler için veri kümesini çıktı sınıfına göre gruplandırıp örneklerin minimum, ortalama ve maksimum değerlerini hesaplamışlar. Bu değerleri, oluşturacakları üçgen bulanık kümelerin sırasıyla sol, üst ve sağ köşe noktaları olarak atamış ve bu noktaları örnek sayısına göre daha önceden belirlenecek bir kaydırma değeri ile uygun miktarda kaydırarak üçgen bulanık kümeleri oluşturmuşlar. Oluşmuş olan bulanık kümeleri kullanarak bulanık kuralları elde etmişler.

# 3. MATERYAL VE METOT

## 3.1. Materyal

Bu çalışmada, bulanık model oluşturmak ve ilgili yazılımı geliştirmek için iki farklı veri kümesi kullanılmıştır. Daha önce geliştirilmiş modellere ait çalışmalar ve sonuçları incelenmiş; çalışma kapsamında, akarsularda akış, bulanık küme, bulanık mantık ve entropi konularına ilişkin bilimsel kaynaklar araştırılmıştır. Tezin uygulama kısmında, bulanık model oluşturmak için java programlama dili ile Netbeans geliştirme ortamında yeni bir program geliştirilmiş ve ABYK modeli oluşturulmuştur.

### 3.1.1. Veri Kümeleri

Bu doktora çalışmasında iki farklı veri kümesi kullanılmıştır. Birinci veri, program geliştirme ve test aşamasında kullanılmış olan Iris veri kümesidir. Iris bir bitki çeşidi olan süsen çiçeğidir. Bu veri UCI veri deposundan (UCI Machine Learning Repository) 11 Eylül 2015 tarihinde indirilmiştir. İlk defa Fisher (1936) tarafından yayınlanmış olan veri günümüze kadar pek çok bilimsel çalışmada kullanılmıştır. Süsen çiçeğinin taç ve çanak yapraklarının en ve genişlik bilgilerini ve bitkinin türünü içeren bu veri 150 örnekten oluşmaktadır. Verinin bilimsel çalışmalarda kullanılmasının amacı sayısal olan yaprakların boyut bilgilerini kullanarak çiçeğin türünün tahminlenmesidir. Bu çalışmada, bu veri geliştirilmiş olan yazılımın testinde kullanılmıştır.

İkinci veri kümesi ABYK'ya ait veri kümesidir. Bu veri, Amerika'daki 30'dan fazla akarsuda yapılan ölçüm sonuçlarına ait veri kümesidir. Veri, Fischer (1968), Yotsukura ve Fischer (1970), McQuivey ve Keefer (1974), Nordin ve Sabol (1974) ve Godfrey ve Frederick (1970) çalışmalarına aittir.

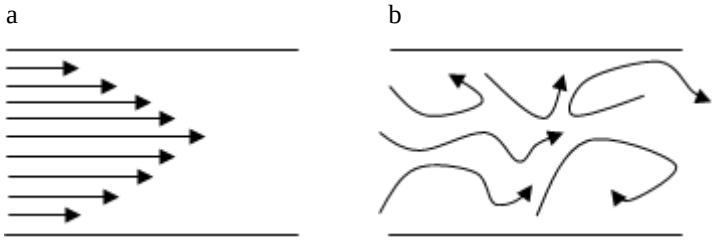
Yapılmış olan çalışmalarda, ölçümü alınan akarsuyun ortalama ara kesit hızı, akıntının derinliği, genişliği, makaslama mukavemet hızı, eğimi gibi bilgiler elde edilmiştir. Ölçümü yapan araştırmacının dikkati ve titizliği; kullanılan yöntem ve araçların farklılığı; akarsu boyunca her noktada hız, derinlik, genişlik gibi özelliklerin değişkenliği; elde edilmiş olan bu verilerin doğruluk derecesinin, ya da en azından bu veriler üzerinde yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçların sorgulanmasına sebep olabilir. Ancak yapılmakta olan çalışmalarda bu veri kullanılagelmiş olup pek çok çalışmada bu veri temel alınmaktadır.

Bu veri kümesinin kullanıldığı bazı çalışmalar, Seo ve Cheong (1998), Kashefipour ve Falconer (2002), Toprak ve Savcı (2007), Toprak ve Cigizoğlu (2008), Toprak (2009)'tır.

Toprak ve Cigizoğlu (2008)'da, veri kümesindeki 96 örnekten 31 tanesi, bağımsız değişkenlerin benzerliğine rağmen bağımlı değişkenin göstermiş olduğu tutarsızlık göz önünde tutularak elenmiş, 65 örnekten oluşan altküme kullanılmıştır. Bu çalışmada da model oluşturulurken Toprak ve Cigizoğlu (2008)'nda kullanılan 65 örnek kullanılmıştır. Kullanılan veri kümesi Ek 1'de verilmiştir.

### 3.1.2. Akarsularda Akış ve Yayılım ile İlgili Genel Kavramlar

Sıvı akışları düzgün (Laminar) ve türbülanslı (Turbulent) olmak üzere iki grupta incelenir. Düzgün akışlar, aralarında herhangi bir ayraç olmaksızın birbirine paralel katmanlar şeklinde gerçekleşir. Bunlar düzenli ve yumuşak akış biçimidir (Şekil 3.1. a). Diğer taraftan, girdaplar barındıran, düzensiz bir şekilde farklı hızlarla ve değişken yönlere ilerleyen akış türleri ise türbülanslı akış olarak adlandırılır. Türbülanslı akışlarda enine yayılım, düzgün akışlara göre daha hızlı olur (Şekil 3.1. b).




**Şekil 3.1.** Akış çeşitleri (a: Düzgün akış; b: Türbülanslı akış)

Bir akışın türünü belirlemede Reynolds Sayısı (Re) kullanılır (3.1). Re bir akıştaki atalet (inertial) kuvvetlerin akışmazlık (viskozite) kuvvetlerine oranıdır. Bir akıştaki akışmazlık kuvvetleri atalet kuvvetlerine kıyasla önemsenmeyecek derecede küçük ise bu tip akışlar türbülanslı akışlardır. Farklı bir ifade ile bir akışa ait Re büyük ise akış türbülanslı, küçük ise akış düzgündür.

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{Atalet Kuvvetleri}}{\text{Akışmazlık Kuvvetleri}} = \frac{\rho v_S D_H}{\mu} \qquad (3.1)$$

$\rho$ : Sıvı Ortamın Yoğunluğu

$v_s$ : Sıvının ortalama Hızı

$D_H$ : Hidrolik Çap (Kesit alanının, kesit alanı ile ilişkili ıslak çevreye oranı)

$\mu$ : Sıvının Mekanik viskozitesi

Genel olarak Re, 2040'tan büyük ise akış türbülanslı; 2040'tan küçük ise düzgün olarak sınıflandırılır. Düzgün akışın özel bir durumu olarak Re'nin 1'den küçük olduğu durumlarda ise akış sürünme (Stokes) akış olarak anılır. Sürünme akışlarda atalet kuvvetleri, akışmazlık kuvvetleri yanında ihmal edilebilir.

#### 3.1.2.1. Akarsularda Yayılım

Akışkan ve boşluklu ortamlarda madde taşınımı farklı yollarla gerçekleşebilir. Yabancı maddeler difüzyon, adveksiyon veya dispersiyon sonucu ortam içerisinde taşınabilir.

Difüzyon, sıvıya karışmış olan madde parçacıklarının ya da moleküllerin rastgele Brownian hareketinden kaynaklı yer değiştirmesinden oluşur. Maddenin, yoğun olduğu yerden daha az yoğun olduğu yöne doğru hareketiyle gerçekleşir.

Adveksiyon, maddenin akışkan içerisindeki akıntılar sebebi ile bozulmadan ve dağılmadan, akışla birlikte taşınmasıdır.

Bu doktora tezinin konusu olan yayılım, sıvı akışlardaki hız ve hızdaki değişimlere bağlı olarak gerçekleşen madde taşınımıdır. Yayılım, difüzyon ya da adveksiyona göre daha sert ve belirgin bir taşınım şeklidir. Yayılım gerçekleşiyor ise aynı zamanda diğer taşınım şekilleri de kaçınılmazdır.

Yayılım terimi farklı bilim alanlarında farklı anlamlarda kullanılır. Optik, istatistik, fizik, kimya, hidroloji, ekoloji ve askeri alanlarda farklı anlamları vardır. Kelimenin genel anlamı "Madde veya objelerin farklı bir ortam içerisinde ya da üzerinde dağılması"dır.

Irmak, dere, su kanalları, göller gibi ortamlar içerisinde farklı maddelerin yayılımı, hidroloji biliminin bir konusudur ve yaklaşık olarak son yüzyıl başlarından beri çeşitli kimyasallar, atıklar gibi yabancı maddelerin su ortamında yayılımı pek çok bilimsel çalışmanın konusu olmuştur.

Özellikle son yüzyıllarda sanayinin hızlı gelişimi, insan yerleşimlerindeki hızlı yoğunlaşma ve yerleşim yerlerindeki su ihtiyaçlarının karşılanması, artan su ihtiyacına bağlı olarak atık suyun insan sağlığına, yaşamsal ve çevresel sağlığa uygun bir şekilde yönetilmesi gerekliliği, su ve su mekaniği konuları üzerine yapılan çalışmaların sayısını ve önemini artırmıştır. Durgun ve akıntılı sularda sıvı, katı ya da gaz halindeki yabancı maddelerin göstermiş olduğu yayılım karakteristiği de inceleme konularından biri olmuştur.

Akarsularda bilinçli olarak ya da kazara suya karışan yabancı maddelerin akarsu boyunca yayılım karakteristiğinin belirlenmesi, bu suyu kullananlar için büyük önem arz eder. ABYK'nın modellenmesine yönelik çalışmalar farklı akarsularda yapılan deney ve gözlemler sonucunda elde edilmiş olan veriler kullanılarak yapılmıştır. Veriler, akarsulara takip edilmesi kolay olan madde (sıvı, katı) konularak farklı noktalarda ölçüm ve gözlemler yapılarak elde edilir.

ABYK'nın modellenmesine yönelik yapılmış olan ilk çalışmalar matematiksel yöntemlerdir. Daha sonraki çalışmalarda genel olarak bu fonksiyonlardaki sabit değerler, eldeki verileri kullanarak daha doğru sonuçlara ulaşmak amacıyla, iyileştirilmeye çalışılmıştır. Bilgisayar sistem ve yazılımların gelişmesi ile beraber Yapay Sinir Ağları, Genetik Algoritma ve Bulanık Modelleme yöntemleri gibi farklı modelleme teknikleri de sonraki çalışmalarda kullanılmıştır.

Problem, kendi içerisinde belirsizlikler barındırması ve elde edilen verilerin ölçüm ve gözlemlerle elde edilmiş olmasından dolayı, geniş ölçekte belirsizlik karakteristiği taşımaktadır. Dolayısı ile belirlenimci çözümlerin yanı sıra bulanık mantık gibi kendi içerisinde belirsizlik özellikleri taşıyan ve bu karakterdeki problemlerin modellemesinde ön plana çıkan yöntemler, problemin çözümünde farklı ve önemli bir basamak teşkil etmektedir.

#### 3.1.2.2. Akışkan Ortamda Yayılım Çeşitleri

Akışkan ortamlarda yayılım, yayılımın gerçekleştiği yön bakımından enine yayılım, boyuna yayılım ve dikey yayılım olmak üzere üçe ayrılır. Yayılım hızı ve karakteristiği, yayılımın yönüne bağlı olduğundan yayılım katsayısı farklılık gösterir ve bilimsel çalışmalarda her sınıf için farklı modeller oluşturulmuştur. Bu çalışmaların amacı akarsu ya da durgun sulardaki enine, boyuna ve dikey yayılım katsayısının

belirlenmesine yöneliktir. Bu doktora çalışmasında da boyuna yayılım katsayısının kurulacak bir bulanık model ile belirlenmesi hedeflenmiştir.

#### 3.1.2.3. Önceki Çalışmalar

ABYK'nın matematiksel yöntemle ifade edilmesine yönelik çalışmalar, Taylor'un (1953, 1954) kapalı tüp içinde düzgün akışlı sıvılardaki partiküllerin yayılımını ve derişiminin değişimini ifade eden çalışmasını temel alır. Taylor'da taşıyıcı sıvı ortamın türdeş, her noktasında aynı fiziksel ve kimyasal özelliğe sahip olduğu; akış boyunca sıvı yüksekliğinin değişmediği varsayımları kabul edilmiştir. Taylor'un yayılım katsayısını ($D_1$) içeren eşitliği (3.2)'de verilmiştir (C: kirletici derişimi, x: akış yönündeki uzaklık, A: kesit alanı, U: ortalama arakesit hızı, $D_1$: yayılım katsayısı).

$$A\left(\frac{\partial C}{\partial t}\right) = -UA\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[D_1 A\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)\right] \tag{3.2}$$

Taylor'un bu çalışması, takip eden belirlenimci yaklaşımlı çalışmalar için temel oluşturur. Sonraki belirlenimci çalışmalar (3.2)'deki $D_1$'in belirlenmesine yöneliktir. Elder (1959), boyuna yayılım katsayısını laboratuvar ölçümlerine dayanarak Taylor yöntemiyle matematiksel bir fonksiyon olarak ifade etmiştir (3.3) ($D_l$: Boyuna Yayılım Katsayısı, H: Derinlik, $U_*$:Makaslama Direnç Hızı, U: Ortalama Arakesit Hızı, W: Genişlik). Bu fonksiyon deneysel sonuçlara bağlı olarak elde edilmesine karşın gerçek değerlerin çok altında kalmaktadır (Kashefipour ve Falconer 2002, Toprak 2007, Toprak ve Cigizoglu 2008, Sahay 2011).

$$D_l = 5.93 \times H \times U_* \tag{3.3}$$

Fischer (1975), çapraz hız bileşenlerinin yayılımda daha önemli etkileri olduğunu söylemiş ve Elder (1959)'in formülünü bu bileşenlerin de etkisini içerecek şekilde formüle etmiştir (3.4).

$$D_l = \frac{0.011 \times U^2 \times W^2}{H \times U_*} \tag{3.4}$$

Liu (1977), enine hız bileşenlerinin etkisini göz önüne alarak boyuna yayılım katsayısının yaklaşık değerini (3.5) ile ifade etmiştir.

$$D_l = 0.18 \times \left(\frac{U_*}{U}\right)^{15} \times \frac{U^2 \times W^2}{H \times U_*} \quad (3.5)$$

Seo ve Cheong (1998), Amerika'daki 26 ırmaktan elde edilen 55 örnekli veri kümesini kullanarak doğrusal olmayan değişken analizi, boyutsal analiz ve bir basamak Huber metodu ile (3.6) denklemine ulaşmıştır.

$$\frac{D_l}{H \times U_*} = 5.915 \times \left(\frac{W}{H}\right)^{0.62} \times \left(\frac{U}{U_*}\right)^{1.428} \quad (3.6)$$

Koussis ve Mirasol (1998), Fischer (1967, 1968, 1975)'daki orijinal denklemleri Karman'ın noksanlık yasasını (Karman Defect Law) kullanarak yeniden düzenlemişler (3.7). Formüldeki ø değeri 16 gerçek veri kullanılarak değişken analizi ile 0.6 olarak belirtilmiştir. Çalışmalarında, elde ettikleri fonksiyon sonuçlarını Fischer (1975)'in (3.4)'deki fonksiyonunun sonuçları ile karşılaştırmışlar ve gerçek değerlere daha yakın sonuçlar elde ettiklerini ifade etmişlerdir.

$$D_l = \frac{\emptyset \times U_* \times W^2}{H} \quad (3.7)$$

Kashefipour ve Falconer (2002) aynı veri kümesini kullanarak regresyon ve boyutsal analiz yöntemleri ile ABYK'yı (3.8), (3.9) ile ifade etmişlerdir.

$$D_l = 10.612 \times H \times U \times \frac{U}{U_*} \quad (3.8)$$

$$D_l = \left[7.428 + 1.775 \left(\frac{W}{H}\right)^{0.62} \times \left(\frac{U_*}{U}\right)^{0.572}\right] \times H \times \left(\frac{U^2}{U_*}\right) \quad (3.9)$$

Şahin (2014), hidrolik çapı ($R_h$) kullanarak boyut analizi ve en küçük kareler yöntemi ile (3.10)'a ulaşmıştır.

$$D_1 = 48 \left(\frac{U}{U_*}\right)^{0.47} R_h U \quad (3.10)$$

Disley ve Gharabaghi (2015), oluşturdukları modeli (3.11) ile ifade etmişlerdir.

$$\frac{D_l}{U_* H} = 3.563 \left(\frac{U}{g\,H}\right)^{-0.4117} \left(\frac{W}{H}\right)^{0.6776} \left(\frac{U}{U_*}\right)^{1.0132} \quad (3.11)$$

Sonraki çalışmalarda, bilgisayar teknolojilerinin gelişmesi ile belirsizlikçi yöntemler kullanılmaya başlanmıştır. Yapılan çalışma sonuçları karşılaştırıldığında belirsizlikçi yöntemler matematiksel yöntemlere göre daha başarılı görülmektedir.

Toprak (2004)'teki doktora çalışmasında ABYK'nin tahminlenmesine yönelik bulanık model oluşturmuştur. Elde ettiği model sonuçları, önceki çalışmalara göre daha başarılı olmuştur.

Toprak ve Savcı (2007)'de boyuna yayılım katsayısının belirlenmesi için bulanık modelleme yöntemini uygulamışlar ve eski çalışma sonuçlarıyla yaptıkları karşılaştırmada daha iyi sonuçlar elde ettiklerini ifade etmişlerdir.

Sahay (2011), FFBP kullanarak yapay sinir ağ modeli oluşturmuş, elde ettiği sonuçları eski çalışmalarla karşılaştırmış ve bu metotla daha iyi sonuçlara ulaştığını ifade etmiştir.

Toprak ve ark. (2013) yapay sinir ağları metodu ile boyutsuz yayılım katsayısını belirlemek için model oluşturmuş, sonuçlarını eski çalışmalarla karşılaştırmış ve daha iyi sonuçlar elde ettiklerini ifade etmişlerdir. Çalışmada Feed Forward Neural Network (FFNN), Radial Basis Neural Network (RBNN) ve Generalized Regression Neural Network (GRNN) metotlarını kullanmışlar; en iyi sonuçları sırasıyla FFNN ve bulanık modelleme metotlarıyla elde ettiklerini belirtmişlerdir.

Belirsizlikçi yöntemler kullanılarak ABYK'yı tahminlemeye yönelik diğer bazı çalışmalar ve kullanılan yöntemler şunlardır: Sahay ve Dutta (2009), Sahay (2013), genetik algoritma; Madvar ve ark. (2009), Uyarlamalı Sinirsel Bulanık Çıkarım Sistemi (ANFIS); Azamatullah ve ark. (2011), Destek Vektör Makinesi (SVM); Haghiabi (2016), çok-değişkenli uyarlanabilir regresyon; Parsaie ve Haghiabi (2015), Çok Katmanlı Algılayıcı (MLP) sinir ağı ve RBF sinir ağı; Najafzade ve Tafarojnoruz (2016), bulanık-sinir ağı; Sattar ve Gharabaghi (2015), genetik algoritma; Shahidi ve Taghipour (2012), M5 karar ağaçları.

### 3.1.3. Entropi

"A Mathematical Theory of Communication" isimli makalesinde Shannon, bilgi ve bilginin ölçülmesi, iletişim kanallarının kapasitesi, mesajların kodlanması, ayrık ve sürekli kanallar, gürültüsüz ve gürültülü kanallar ve bu kanallarda hatasız iletişim

yapmayı sağlayacak kapasitenin belirlenmesi gibi konulara açıklık getirmiştir. Shannon bütün bu kapsamlı çalışmasını "entropi" kavramını kullanarak oluşturmuştur. Fizik, istatistik ve termodinamik gibi bilim dallarında da karşılaşılan entropi kavramı kabaca bir düzensizlik ölçütüdür. Shannon'ın bilgi miktarını ölçmek için kullandığı entropi kavramı Bilgi Entropisi (Information Entropy) olarak da adlandırılır. Shannon'ın bilgi entropisi denklemi (3.12), Boltzmann'ın kinetik teorisindeki entropi denklemi (3.13) ile benzerlik gösterir.

$$H = -c \sum p_i \log (p_i) \tag{3.12}$$

$$S = k \log(w) \tag{3.13}$$

#### 3.1.3.1. Belirsizliğin ve Seçenek Miktarının Ölçütü Olarak Entropi

Entropi çeşitlilik, belirsizlik ya da seçenek miktarının ölçütüdür. İçerisinde 9 beyaz, 1 kırmızı top bulunan bir kutudaki belirsizlik, içerisinde 5 beyaz, 5 kırmızı top bulunan kutudaki belirsizliğe göre daha azdır. Tamamen aynı renk topların bulunduğu bir kutuda ise belirsizlik yoktur.

Biri 85% olasılıkla tura gelen hileli bir parayla; diğeri 50% olasılıkla tura gelen normal bir parayla bahis oyunu oynandığı bilinen iki ayrı masadan hangisinde oyun oynamak daha kolaydır? Elbette hileli masada doğru tahminde bulunmak daha kolaydır; bu masada belirsizlik daha azdır ve "tura" gelme şansı yüksektir. Farklı seçeneklerin olduğu bir oyunda seçeneklerin olasılıkları eşitlendikçe belirsizlik artar; seçeneklerden birinin olasılığı arttıkça/azaldıkça belirsizlik azalır. Dolayısı ile belirsizlik seçenek miktarıyla ve seçeneklerin taşıdıkları olasılıkla ilişkilidir.

Entropi aynı zamanda bilgi ölçütüdür. Bir noktadan diğer bir noktaya bir top ile mesaj gönderirken iki farklı renkli top kullanılacak olursa karşı tarafa gönderilebilecek mesaj sayısı iki olacaktır. Fazla sayıda renkli toplar kullanıldığında ise gönderilebilecek mesaj sayısı artacaktır. Seçenek sayısının artması, belirsizliğin artması anlamına geldiği gibi aynı zamanda oluşturulabilecek bilgi miktarının artması demektir.

n tane ve her biri sırasıyla $p_1$, $p_2$, …, $p_n$ olasılığa sahip farklı seçenekten oluşan bir küme alalım. Bu kümedeki belirsizlik miktarını nasıl ölçeriz? Böyle bir ölçüt olduğunu kabul edelim ve bunu $H(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ fonksiyonu ile gösterelim. Shannon, burada şu çıkarımları yapmıştır:

i. H fonksiyonu $p_i$ üzerinde sürekli bir fonksiyondur.

ii. Eğer bütün seçeneklerin olasılıkları eşit ise, $p_1= p_2=\ldots= p_n = 1/n$, seçenek sayısı (n) arttıkça H değeri de artmalıdır. Yani H, n'nin monoton artan bir fonksiyonudur.

iii. Bir seçim olayına ait belirsizlik, aynı olaya ait alt seçimlerin belirsizliklerinin ağırlıklı toplamına eşittir.

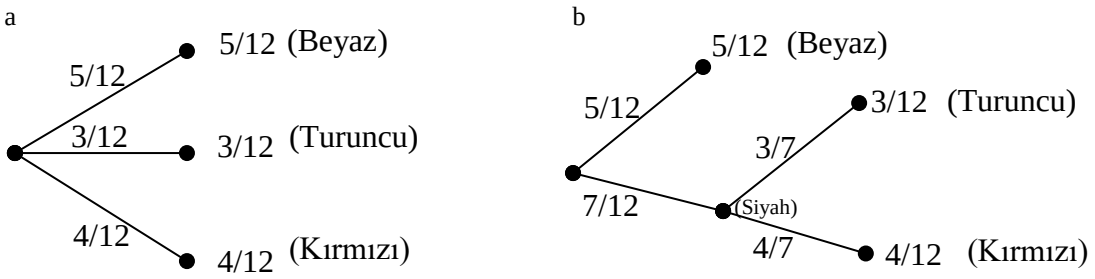
Üçüncü çıkarımı örnekle açıklayalım; İçerisinde 5 beyaz, 4 kırmızı ve 3 turuncu top olan kutudaki belirsizlik $H_1=H(5/12, 4/12, 3/12)$ kadardır. Şimdi turuncu ve kırmızı topları yıkanabilir bir boya ile siyaha boyadığımızı düşünelim (Şekil 3.2.), bu durumda kutuda 5 beyaz ve 7 siyah top vardır ve siyah topların aslında turuncu ve kırmızı olduğunu bilmiyor olsaydık belirsizlik H(5/12, 7/12) olacaktı. Ancak kutudan bir top çektiğimizde çıkan top siyah ise hala bir belirsizlik vardır, çünkü bu top kırmızı veya turuncu olabilir. Buradaki belirsizlik ise H(4/7, 3/7) kadardır. Ve bu belirsizlik sadece siyah top çekildiğinde devam etmektedir. Çekilen top beyaz olsaydı belirsizlik kalmamış olacaktı. Bu durumda toplam belirsizlik

$$H_2 = H(5/12, 7/12) + 7/12\ H(4/7, 3/7) + 5/12\ H(1)$$

olur. Çekilen beyaz top ise belirsizlik kalmayacağından (H(1)= 0 olduğundan);

$$H_2 = H(5/12, 7/12) + 7/12\ H(4/7, 3/7)$$

bulunur ve iii. gereğince ilk kompozisyondaki belirsizlik miktarı ikinci kompozisyondaki belirsizlik miktarına eşittir. Yani $H_1=H_2$ olur.




**Şekil 3.2.** Gruplanmış olayda belirsizlik (a: tek olayda belirsizlik; b: alt bölümlerden oluşan olayda belirsizlik)

X ayrık değerli rastgele bir sayı olsun. X rastgele sayısının alabileceği değerler $x_1, x_2, \dots, x_n$ ve ilişkili olasılık değerleri $p_1, p_2, \dots, p_n$ için $p_i > 0$ ve $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ olmak üzere X rastgele değişkeninin belirsizliği $H(p_1, p_2, \dots, p_n)$ ya da H(X) ile gösterilir. $p_i$ olasılıklı bir $x_i$ olayına ilişkin belirsizlik miktarını $h(p_i)$ ile gösterelim. X rastgele sayısının $x_i$ değerini aldığı bir deneyde açığa çıkan bilgi miktarı ya da kaybolan belirsizlik miktarı $h(p_i)$ olur. Entropi fonksiyonu (H), $x_i$ olaylarına ait $h(p_i)$ değerlerinin ortalamasıdır (3.14), bu sebeple H, ortalama belirsizlik olarak ifade edilir.

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{i=1}^{n} p_i h(p_i) \tag{3.14}$$

$X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ rastgele değişkeni için, bütün $x_i$ değerlerine ait olasılıklar eşit, yani $p_1 = p_2 = \dots = p_n$ (bir başka deyişle X rastgele değişkeni tekdüze dağılıma sahip) olsun. $F(n) = H(p_1, p_2, \dots, p_n)$ veya $F(n) = H(1/n, 1/n, \dots, 1/n)$ şeklindeki F fonksiyonunu; X'in ayrık değerlerinin sayısını, belirsizlik miktarına bağlayan bir fonksiyon olarak tanımlayalım. Bu durumda F fonksiyonu monoton artandır. Yani M > M' için F(M) > F(M') olur. Yani seçenek sayısı arttıkça belirsizlik de artar.

X, Y bağımsız olaylara ilişkin rastgele sayılar olmak üzere, tekdüze dağılımlı bir X ayrık rastgele sayısı ile tekdüze dağılımlı bir Y ayrık rastgele sayısı alalım. X'in alabileceği değerler $x_1, x_2, \dots, x_n$ ve olasılıkları $p_1^x = p_2^x = \cdots = p_n^x$; ve Y'nin alabileceği değerler $y_1, y_2, \dots y_m$ ve olasılıkları $p_1^y = p_2^y = \cdots = p_m^y$ olsun. X için belirsizlik miktarı F(n) ve Y için belirsizlik miktarı F(m) olur. X,Y rastgele sayılarının birlikte değerlendirildiği bir XY bileşik olayına ait rastgele sayı için alabilecek değerler sayısı mn tanedir ve bu rastgele sayı da tekdüze dağılım özelliği gösterir ($p_1^{xy} = p_2^{xy} = \cdots = p_{mn}^{xy}$). Bu bileşik rastgele sayının belirsizlik miktarı F(mn) olur. Bu bileşik deneyde X rastgele sayısının değeri belli olduğunda geriye kalan belirsizlik miktarı Y'nin belirsizlik miktarına eşit olacaktır. X ve Y bağımsız olaylara ait rastgele değişkenler olduğundan X'in değerini öğrenmek Y hakkında herhangi bir bilgi vermez. Benzer şekilde Y 'nin değeri belli olduğunda ise geriye kalan belirsizlik miktarı X'in belirsizlik miktarına eşit olacaktır. Her iki rastgele sayı da belli olduğunda ise belirsizlik kalmayacaktır. Dolayısı ile F(mn)= F(m)+F(n) olmalıdır.

Buraya kadar belirsizlik miktarı yani entropi ile ilgili söylemiş olduğumuz çıkarımlara ait dört aksiyomu verelim:

**Aksiyom 1 :** F(n) = H(1/n, 1/n, … , 1/n) şeklindeki F fonksiyonu monoton artan bir fonksiyondur.

**Aksiyom 2 :** F(mn)= F(m) + F(n)  (m, n tamsayı)

**Aksiyom 3 :** (Gruplama Aksiyomu)

$$H(p_1, p_2, \dots, p_m) = H(p_1 + p_2 + \cdots + p_r +, p_{r+1} + p_{r+2} + \cdots + p_m) + \left[(p_1 + p_2 + \cdots + p_r)H\left(\frac{p_1}{\sum_{i=1}^{r} p_i}, \frac{p_2}{\sum_{i=1}^{r} p_i}, \dots, \frac{p_r}{\sum_{i=1}^{r} p_i}\right)\right] + \left[(p_{r+1} + p_{r+2} + \cdots + p_m)H\left(\frac{p_{r+1}}{\sum_{i=r+1}^{m} p_i}, \frac{p_{r+2}}{\sum_{i=r+1}^{m} p_i}, \dots, \frac{p_m}{\sum_{i=r+1}^{m} p_i}\right)\right]$$

**Aksiyom 4 :** H(p,1-p) sürekli bir fonksiyondur.

**Teorem :** Yukarıda verilen dört aksiyomu sağlayan tek fonksiyon (3.15) formundadır.

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = -c\sum_{i=1}^{n} p_i \log(p_i) \qquad (3.15)$$

**İspat:** Teoremin ispatı için (3.15)'ün dört aksiyomu sağladığının (a) ve verilen aksiyomların sadece (3.15) ile ifade edilebileceğinin gösterilmesi (b) gerekir.

a) "(3.15), dört aksiyomu sağlar" ifadesinin doğruluğunu göstermek için (3.15)'den yola çıkarak aksiyomların geçerliliğini göstereceğiz.

- "(3.15), birinci aksiyomu sağlar"

$$F(n) = H\left(\underbrace{\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}}_{n\ tane}\right) = -c\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\log\left(\frac{1}{n}\right),\ n = 1,2,\dots$$

n' > n olacak şekilde bir tamsayı alalım; n' = n + k ($k \in Z^+$). F(n') > F(n) ispatlarsak F'in monoton artan olduğunu söyleriz.

$$F(n) = -c\left(\underbrace{\frac{1}{n}\log\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n}\log\left(\frac{1}{n}\right) + \cdots + \frac{1}{n}\log\left(\frac{1}{n}\right)}_{n\ tane}\right) = -cn\frac{1}{n}\log\left(\frac{1}{n}\right) = c\log(n)$$

Benzer şekilde n' için $F(n') = c\log(n') = c\log(n + k)$ bulunur.

log(x) değeri x > 0 için monoton artan olduğundan $c\log(n+k) > c\log(n)$ olur ve F(n') > F(n) ispatlanmış olur. Yani F fonksiyonu monoton artandır.

- "(3.15), ikinci aksiyomu sağlar"

$$F(mn) = H\left(\overbrace{\frac{1}{mn},\frac{1}{mn},\dots,\frac{1}{mn}}^{mn\ tane}\right) = -c\sum_1^{mn}\frac{1}{mn}\log\left(\frac{1}{mn}\right)$$

$$= -c\left(\overbrace{\frac{1}{mn}\log\left(\frac{1}{mn}\right)+\frac{1}{mn}\log\left(\frac{1}{mn}\right)+\cdots+\frac{1}{mn}\log\left(\frac{1}{mn}\right)}^{mn\ tane}\right)$$

$$= -c\left(\log\left(\frac{1}{m}\right)+\log\left(\frac{1}{n}\right)\right) = \left(-c\log\left(\frac{1}{m}\right)\right)+\left(-c\log\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

$$= \left(-cm\frac{1}{m}\log\left(\frac{1}{m}\right)\right)+\left(-cn\frac{1}{n}\log\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

$$= \left(-c\sum_1^m\frac{1}{m}\log\left(\frac{1}{m}\right)\right)+\left(-c\sum_1^n\frac{1}{n}\log\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

$$= F(m)+F(n)$$

- "(3.15), üçüncü aksiyomu (Gruplama Aksiyomu) sağlar"

$$-c\sum_1^m p_i\log p_i \overset{?}{=} -c\left[\overbrace{\left(\sum_{i=1}^r p_i\right)\left(\log\left(\sum_{i=1}^r p_i\right)\right)+\left(\sum_{i=r+1}^m p_i\right)\left(\log\left(\sum_{i=r+1}^m p_i\right)\right)}^{A}\right]$$

$$+\left(\sum_{i=1}^r p_i\right)\left[-c\left(\sum_{i=1}^r\left(\frac{p_i}{\sum_{i=1}^r p_i}\log\frac{p_i}{\sum_{i=1}^r p_i}\right)\right)\right]$$

$$+\left(\sum_{i=r+1}^m p_i\right)\left[-c\left(\sum_{i=r+1}^m\left(\frac{p_i}{\sum_{i=r+1}^m p_i}\log\frac{p_i}{\sum_{i=r+1}^m p_i}\right)\right)\right]$$

$$= -c\left[A+\sum_{i=1}^r\left(p_i\log\left(\frac{p_i}{\sum_{i=1}^r p_i}\right)\right)+\sum_{i=r+1}^m\left(p_i\log\left(\frac{p_i}{\sum_{i=r+1}^m p_i}\right)\right)\right]$$

$$= -c\left[A + \sum_{i=1}^{r}\left(p_i \log p_i - p_i \log \sum_{i=1}^{r} p_i\right) + \sum_{i=r+1}^{m}\left(p_i \log p_i - p_i \log \sum_{i=r+1}^{m} p_i\right)\right]$$

$$= -c\left[\sum_{i=1}^{r} p_i \log p_i + \sum_{i=r+1}^{m} p_i \log p_i\right]$$

$$= -c\sum_{i=1}^{m} p_i \log p_i$$

eşitlik ispatlandı. Dolayısı ile gruplama aksiyomu (3.15) tarafından sağlanmaktadır.

- "(3.15), dördüncü aksiyomu sağlar"

$$H(p, 1-p) = -c\sum_{i=1}^{2} p_i \log p_i = -c(p \log p + (1-p)\log(1-p))$$

$0<p<1$ olduğundan (0,1) aralığında log(p) ve log(1-p) tanımlı ve süreklidir. Bu terimlerin skaler sayıyla çarpımı da tanımlı ve sürekli olacağından H(p,1-p) fonksiyonu da süreklidir.

b) "Verilen dört aksiyom sadece (3.15) formunda ifade edilebilir" ifadesinin doğruluğunu göstermek için aksiyomlardan yola çıkarak (3.15)'e ulaşacağız.

- Önce $F(m^a)=aF(m)$ olduğunu gösterelim.

a = 1 için $F(m^1) = F(m)$ dir. (a = k-1) için $F(m^{k-1}) = (k-1)F(m)$ olduğunu kabul edelim ve k için kontrol edelim:

İkinci aksiyomu kullanarak $F(m^k) = F(m^{k-1}.m) = F(m^{k-1}) + F(m)$ yazalım.

Bu eşitlikte $F(m^{k-1})$ yerine $(k-1)F(m)$ yazarsak $F(m^k) = (k-1)F(m) + F(m)$

$$\Rightarrow F(m^k) = k\,F(m) \qquad (3.16)$$

bulunmuş olur.

- F(m) = c log m olduğunu gösterelim: (m=1,2,… ve c pozitif sayı)

m=1 için F(1)=F(1x1)=F(1)+F(1) (aksiyom 2) $\Rightarrow$ F(1) = 2F(1) $\Rightarrow$ F(1) = 0 = c log(1) doğrulanmış olur.

m>1 için M>1 olmak üzere M pozitif bir tamsayı olsun. M'nin herhangi ardışık iki kuvveti arasında en az bir tane 2'nin tamsayı kuvveti olan sayı bulunur. Yani k ve r pozitif tam sayı olmak üzere $M^k \leq 2^r < M^{k+1}$ eşitsizliğini sağlayan en az bir r tamsayısı vardır. 1. aksiyomu kullanarak $F(M^k) \leq F(2^r) < F(M^{k+1})$ yazabiliriz.

(3.16) ile kF(M) ≤ rF(2) < (k+1)F(M) eşitsizliğine ulaşılır. Elde edilmiş bu eşitsizliği pozitif olan r F(M) çarpımına bölelim

$$\Rightarrow k/r \leq F(2) / F(M) < (k+1)/r \qquad (3.17)$$

bulunur.

Benzer şekilde, logaritma fonksiyonu, tabanı 1'den büyük olduğunda, monoton artan bir fonksiyon olduğundan;

$\log(M^k) \leq \log 2^r < \log M^{k+1} \Rightarrow k \log M \leq r \log 2 < (k+1) \log M$

$$\Rightarrow k/r \leq \log 2 / \log M < (k+1)/r \qquad (3.18)$$

bulunur.

(3.17) ve (3.18)'teki eşitsizliklere dikkat edilirse F(2)/F(M) ve log(2)/log(M) sayılarının ikisi de [k/r,(k+1)/r) aralığında yer almaktadır. Aynı aralıkta yer alan iki sayı arasındaki farkın aralık uzunluğundan büyük olamayacağı gerçekliği ile:

$$\left|\frac{F(2)}{F(M)} - \frac{\log 2}{\log M}\right| < \frac{k+1}{r} - \frac{k}{r} \Rightarrow \left|\frac{F(2)}{F(M)} - \frac{\log 2}{\log M}\right| < \frac{1}{r}$$

bulunur. r sayısı herhangi bir sayı olabileceğinden (k'yı ne kadar büyük alırsak alalım; M için herhangi bir r bulunabilecektir) $r \to \infty$ alalım, bu durumda $\frac{1}{r} \to 0$ olur ve

$$\frac{F(2)}{F(M)} = \frac{\log 2}{\log M} \Rightarrow F(M) = \frac{F(2)}{\log 2} \log M$$

bulunur. $\frac{F(2)}{\log 2}$ değerine c dersek

$$F(M) = c \log M \text{ olur.} \tag{3.19}$$

şimdi, $p_1+p_2=1$ olmak üzere M=2 için $H(p, 1-p) = -c[p \log p + (1-p)\log(1-p)]$ olduğunu gösterelim $(0 < p < 1, p \in Q)$:

p rasyonel sayısını $p = \frac{r}{s}$ şeklinde yazalım. (r ve s pozitif tamsayı, r < s)

s tane ayrık değerli tekdüze dağılımlı bir olayda belirsizlik

$$F(s) = H\left(\overbrace{\frac{1}{s}, \frac{1}{s}, \ldots, \frac{1}{s}}^{s \text{ tane}}\right)$$

olur. Gruplama aksiyomu ile,

$$F(s) = H\left(\underbrace{\frac{1}{s} + \frac{1}{s} + \cdots \frac{1}{s}}_{r \text{ tane}}, \underbrace{\frac{1}{s} + \frac{1}{s} + \cdots \frac{1}{s}}_{(s-r) \text{ tane}}\right) + \frac{r}{s} H\left(\underbrace{\frac{1}{s}, \frac{1}{s}, \ldots, \frac{1}{s}}_{r \text{ tane}}\right) + \frac{s-r}{s} H\left(\underbrace{\frac{1}{s}, \frac{1}{s}, \ldots, \frac{1}{s}}_{s-r \text{ tane}}\right)$$

$F(s) = c \log s$ olduğundan (3.19)

$$c \log s = H\left(\frac{r}{s}, \frac{s-r}{s}\right) + \frac{r}{s} F(r) + \frac{s-r}{s} F(s-r)$$

$$= H(p, 1-p) + pc \log r + (1-p)c \log(s-r)$$

ve buradan

$$H(p, 1-p) = c \log s - pc \log r - (1-p)c \log(s-r)$$

$$= -c[p \log r - p \log s + p \log s - \log s + (1-p) \log(s-r)]$$

$$= -c\left[p \log\left(\frac{r}{s}\right) - (1-p) \log s + (1-p) \log(s-r)\right]$$

$$= -c[p \log p + (1-p)(\log(s-r) - \log s)]$$

$$= -c[p \log p + (1-p)\log(1-p)] \tag{3.20}$$

p rasyonel sayı olduğunda $H(p, 1-p) = -c[p \log p + (1-p)\log(1-p)]$ olduğunu ispatladık. p sayısı irrasyonel olduğunda $H(p, 1-p)$ sürekli fonksiyon olduğundan eşitlik geçerliliğini koruyacaktır.

• İspatımızın son basamağında $n \geq 2$ olmak üzere dört aksiyomu sağlayan tek fonksiyonun $H(p_1, p_2, \dots, p_n) = -c\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$ formunda olduğunu göstererek ispatımızı sonlandıralım:

n=2 için ispat verilmişti (3.20). n > 2 için; n = m-1 iken doğru olduğunu kabul edelim ve n = m için doğruluğunu göstererek ispatımızı tamamlamış olalım:

$H(p_1, p_2, \dots, p_n)$ fonksiyonunu gruplama aksiyomu ile birinci grup 1,2,..m-1 ve ikinci grup sadece m indisli parametreyi kapsayacak şekilde yeniden yazalım:

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = H(p_1 + p_2 + \cdots p_{m-1}, p_m)$$

$$+(p_1 + p_2 + \cdots + p_{m-1}) H\left(\frac{p_1}{\sum_{i=1}^{m-1} p_i}, \frac{p_2}{\sum_{i=1}^{m-1} p_i}, \dots, \frac{p_{m-1}}{\sum_{i=1}^{m-1} p_i}\right) + p_m F(1)$$

Tek seçenek barındıran bir durumda belirsizlik olmadığından (F(1)=0);

$$= -c[(p_1 + p_2 + \cdots + p_{m-1}) \log(p_1 + p_2 + \cdots + p_{m-1}) + p_m \log p_m]$$

$$+(\sum_{i=1}^{m-1} p_i)\left[-c\left(\sum_{i=1}^{m-1}\left(\frac{p_i}{\sum_{i=1}^{m-1} p_i} \log \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{m-1} p_i}\right)\right)\right]$$

$$= -c[(\sum_{i=1}^{m-1} p_i) \log(\sum_{i=1}^{m-1} p_i) + p_m \log p_m$$

$$+(\sum_{i=1}^{m-1} p_i)\left(\sum_{i=1}^{m-1}\left(\frac{p_i}{\sum_{i=1}^{m-1} p_i} \log \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{m-1} p_i}\right)\right)\Big]$$

$$= -c[p_m \log p_m + \sum_{i=1}^{m-1} p_i \log p_i]$$

$$= -c(\sum_{i=1}^{m} p_i \log p_i)$$

### 3.1.3.2. Entropinin Pratikteki Kullanımı

Entropi denkleminde (3.15) logaritma tabanı için genelde 2 değeri kullanılır. Bilgisayar elektroniğinde de işlemler "0-1", "açık-kapalı" gibi ikili sistem üzerinden çalıştığı için logaritma 2 tabanı kullanmak anlamlıdır. Taban için 2'den farklı bir değer de alınabilir. Farklı bir taban kullanılabilmesinin sebebi bu değişikliğin sadece c sabitini etkilemesidir: $\log_a x = \log_a b \log_b x$ dönüşümü düşünüldüğünde sabit c sayısının $\log_a b$ sabiti kadar değiştiği görülebilir (3.21).

$$\begin{aligned} H(p_1, p_2, .., p_n) &= -c \sum_{i=1}^{n} p_i \log_a p_i \\ &= -c \sum_{i=1}^{n} p_i \log_a b \log_b p_i \\ &= -c \log_a b \sum_{i=1}^{n} p_i \log_b p_i \\ &= -c' \sum_{i=1}^{n} p_i \log_b p_i \qquad (c' = c\log_a b) \end{aligned} \tag{3.21}$$

Denklemde yer alan c pozitif sayısına herhangi bir değer verilebilir: entropi bir ölçü olduğundan bu sabitin değişmesi uygulamalarda bir sorun oluşturmaz. Uygulamalarda bu sabit genelde 1 alınır; (3.15)'deki "-" işaretinin sebebi, $0<p<1$ olduğundan, negatif çıkan $\log p$ değeridir. Entropi ölçütünün birimi bit'tir.

Bu çalışmada entropi kullanılmasındaki sebep, entropinin belirsizliğin bir ölçütü olması; benzer alanlarda yaygın olarak kullanılması; üyelik fonksiyonlarını belirlerken, değer aralıklarını farklı bölmelere ayırdığımızda hangi bölmelemenin belirsizliği daha çok azalttığını belirlemede iyi bir gösterge olmasıdır.

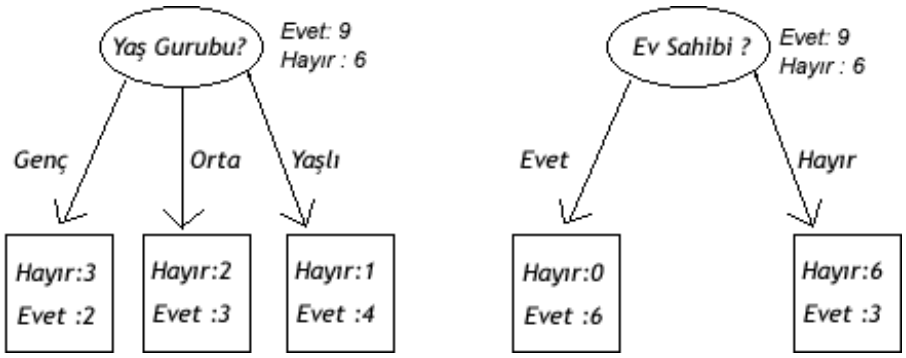
### 3.1.3.3. Entropi Kullanımına Bir Örnek

Entropinin kullanıldığı bir örnek veri madenciliğinde kullanılan karar ağacı yapılarıdır. Karar ağaçları en çok bilinen ve uygulanan sınıflandırma metotlarından biridir. Grafiksel gösterimi yukarıdan aşağı tek bir noktadan başlayarak dallara ayrılan ve uç noktalarda verinin sınıflarının belirtildiği yapraklara ulaşan ağaç şeklindedir. Bir örneğin hangi sınıfa ait olduğunu belirlemek için en üst noktadan başlanarak uç bir noktaya kadar dallar takip edilir. Geçilen her ara noktada bir niteliğe bağlı olarak uygun dal takip edilmelidir.

Ağaç yapısı oluştururken kullanılan farklı yöntemlerden biri entropiden yararlanır. Veriyi hangi niteliğe göre gruplamanın daha çok fayda sağlayacağı hesaplanır. Bunun için eldeki verinin entropisi hesaplanır. Tüm niteliklere göre gruplama yapılarak elde edilen her durum için entropi hesaplanır ve bilgi kazancının maksimum olduğu nitelik o basamakta veriyi bölmede kullanılır. Buradaki bilgi kazancı, ilk durumdaki belirsizlik miktarı ile bölünmeden sonra ortaya çıkan durumların belirsizlikleri arasındaki farktır. Bu fark belirsizliğin ne kadar azaldığını ifade eden ölçüttür. Özetle, belirsizliği maksimum düzeyde azaltan nitelik, ağaç yapısında o basamakta kullanılan nitelik olacaktır.

Aşağıdaki örnekte 15 kişilik gruptaki kişiler kredi verilebilir olup olmamalarına göre Evet-Hayır olarak iki sınıfa ayrılmıştır. Kişilerin özellikleri olarak yaş bilgisi ve ev sahibi olup olmadığı nitelikleri veride tutulmaktadır. Bu 15 kişiden 9'u kredi verilebilir, 6'sı kredi verilemez olarak belirtilmiştir. Bu veri kümesini kullanarak oluşturulacak karar ağacında hangi niteliğin öncelikli kıstas olarak kullanılacağını entropi kavramını kullanan Bilgi Kazancı yöntemini kullanarak yapalım.

Bunun için her iki nitelik –yaş grubu ve ev sahipliği- kullanılarak ayrı ayrı dallanmalar yapılır (Şekil 3.3.). Her kıstas için o noktadaki Bilgi Kazancı hesaplanır. Bilgi kazancı entropiler arasındaki farktır, diğer bir ifade ile belirsizlik farkıdır. Belirsizlik miktarını maksimum ölçüde azaltan nitelik o noktadaki bölümleyici kıstas olarak seçilir.




**Şekil 3.3.** Yaş Grubu ve Ev Sahibi kıstaslarına göre ağaç yapısındaki dallanma

- Yaş Grubu Niteliği (YG) kıstas olarak kullanıldığında

Kök düğümde entropi:

$$\text{Entropi (YG)} = (-(6/15) \times \log_2(6/15)) + (-(9/15) \times \log_2(9/15)) = 0.971$$

Alt Düğümlerde Entropi:

$$\text{Entropi}(YG_{genç}) = (-(3/5) \times \log_2(3/5)) + (-(2/5) \times \log_2(2/5)) = 0.971$$

$$\text{Entropi}(YG_{orta}) = (-(2/5) \times \log_2(2/5)) + (-(3/5) \times \log_2(3/5)) = 0.971$$

$$\text{Entropi}(YG_{yaşlı}) = (-(1/5) \times \log_2(1/5)) + (-(4/5) \times \log_2(4/5)) = 0.722$$

Alt düğümlerdeki Entropiler Toplamı:

$$\text{Entropi}(YG_{ALT}) = (5/15 \times 0.971) + (5/15 \times 0.971) + (5/15 \times 0.722) = 0.888$$

Elde Edilen Bilgi Kazancı :

$$\text{Bilgi Kazancı} = \text{Entropi}(YG) - \text{Entropi}(YG_{ALT}) = 0.971 - 0.888 = 0.083$$

- Ev Sahibi Niteliği (ES) kıstas olarak kullanıldığında

Kök düğümde entropi :

$$\text{Entropi (ES)} = (-(6/15) \times \log_2(6/15)) + (-(9/15) \times \log_2(9/15)) = 0.971$$

Alt Düğümlerde Entropi:

$$\text{Entropi}(ES_{evet}) = (-(0/6) \times \log_2(0/6)) + (-(6/6) \times \log_2(6/6)) = 0$$

$$\text{Entropi}(ES_{hayır}) = (-(6/9) \times \log_2(6/9)) + (-(3/9) \times \log_2(3/9)) = 0.918$$

Alt düğümlerdeki Entropiler Toplamı:

$$\text{Entropi}(ES_{ALT}) = (6/15 \times 0) + (9/15 \times 0.918) = 0.551$$

Elde Edilen Bilgi Kazancı :

$$\text{Bilgi Kazancı} = \text{Entropi}(ES) - \text{Entropi}(ES_{ALT}) = 0.971 - 0.551 = 0.42$$

Sırasıyla 0.083 ve 0.42 bilgi kazancı sağlayan “yaş grubu” ve “ev sahibi” kıstaslarından “ev sahibi” kıstası daha büyük bilgi kazancına sahip olduğu için bu düğümde “ev sahibi” niteliği bölümleyici kıstas olarak kullanılır. Şekil 3.3.’te dikkat edilirse Ev Sahibi kıstası kullanılarak dallanma yapıldığında uç yapraklar daha homojen (saf)’dir. Yani belirsizlik bu dallanmada biraz daha fazla azalmıştır.

### 3.1.4. Küme

Küme kavramı matematiğin temel kavramlarından biridir. Küme, soyut bir kavramdır. Klasik bir kümenin sınırları keskin bir şekilde belirlidir. Bulanık kümelerde ise sınırlar belirsizdir. Örneğin Sınıftaki Öğrencilerden İsmi A harfi ile başlayanlar şeklinde tanımlanan bir klasik küme için bir kişi ya o kümededir ya da değildir. İsmi Ali olan öğrenci bu kümede yer alır; ismi Bülent olan öğrenci ise bu kümede yer almaz. Ancak sınıfta bulunan öğrencilerden boyu uzun olanlar kümesi dediğimizde bir kişi farklı değerlendirmelere göre farklı kümelerde yer alabilir. Boyu 1.70 m olan bir öğrenci A şahsı tarafından uzun boylular kümesinde yer alabileceği gibi B şahsı tarafından orta boylular kümesinde değerlendirilebilir. Klasik kümelerde bir nesne o kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Ancak bulanık kümelerde bir nesne bir kümeye ya da birden fazla kümeye farklı derecelerle ilişkilendirilebilir.

**Tanım:** U bir klasik küme, A da U kümesinin klasik bir alt kümesi olsun.

$$\psi_A(x) = \begin{cases} 0, & x \notin A \\ 1, & x \in A \end{cases}$$

şeklinde tanımlı $\psi_A$ fonksiyonuna A kümesinin Karakteristik Fonksiyonu denir. A'nın herhangi bir elemanı için $\psi_A$ değeri 1; A'ya ait olmayan herhangi bir nesne için ise $\psi_A$ değeri 0 olur.

**Örnek:** U kümesi Doğal sayılar kümesi olsun. A ise U kümesinde tanımlı tek sayılar kümesi olsun. Bu durumda $\Psi_A(5) = 1$ ve $\Psi_A(4) = 0$ olacaktır. Diğer bir deyişle $5 \in A$ ve $4 \notin A$ olur.

#### 3.1.4.1. Bulanık Küme

Aristo'dan itibaren matematiğe bakış açısı katı bir kesinlik içerir. Diğer taraftan, matematik yaşamdan esinlenir ve gerçek yaşamda kesinlik her zaman mümkün değildir. Doğa, belirsizlikler içerir. Bunun yanında insan algısı da çoğu zaman belirsizlik kaynağıdır. On altıncı yüzyılda yaygınlaşan şans oyunları ile gelişen olasılık hesaplamaları kesinlik anlayışına yeni bir bakış açısı getirmiş olsa da belirsizliğin tam anlamı ile yirminci yüzyılda matematiğin konusu olduğu görülür. Belirsizlik, anlaşılmazlık gibi kavramlar 1900'lü yıllardan itibaren felsefi alanda tartışılmaya başlanmıştır. Felsefi anlamda tartışmaya açılan bu kavramların matematiksel temeli

1960'larda Zadeh tarafından atılmıştır. Bulanık küme teorisi bu kavramların matematiksel altyapısını oluşturur.

**Tanım:** Bir U evrensel kümesinin bulanık altkümesi $A:U \rightarrow [0,1]$ şeklindeki fonksiyonla tanımlıdır. Bulanık alt kümeler bulanık küme olarak adlandırılır.

Bu tanımda fonksiyonun değer kümesi [0,1] aralığı yerine bu aralıktaki iki elemanlı {0,1} kümesi olsaydı tanım klasik bir kümeyi ifade etmiş olacaktı. Dolayısı ile "klasik kümeler, bulanık kümelerin özel bir durumudur" denilebilir. A bulanık kümesi $\overline{A}, \tilde{A}$ şeklinde gösterilebilir. Bu tezde A şeklinde ifade edilecektir.

**Tanım:** $A : U \rightarrow [0,1]$ şeklinde verilen bir bulanık küme için A fonksiyonuna Üyelik Fonksiyonu denir ve $\forall u \in U$ için A(u) değerine u'nun bulanık kümedeki üyelik derecesi denir. Genelde, bir A bulanık kümesine ait üyelik fonksiyonu için $\mu_A$ ifadesi kullanılır.

**Tanım:** $x \in U$ ve A, U'da tanımlı bulanık bir küme olmak üzere $\mu_A(x) > 0$ koşulunu sağlayan x'lerin oluşturduğu kümeye A bulanık kümesinin desteği denir. destek(A) = $\{x| \mu_A(x) >0\}$ şeklindedir.

**Tanım:** $x \in U$ ve A, U'da tanımlı bulanık bir küme olmak üzere $\mu_A(x) = 1$ koşulunu sağlayan x'lerin oluşturduğu kümeye A bulanık kümesinin göbeği denir. göbek(A) = $\{x| \mu A(x) =1\}$ şeklindedir.

**Tanım:** Bir bulanık kümenin göbek kümesi boş küme değilse o bulanık küme normal'dir.

Yaygın olarak bulanık modellemede normal bulanık kümeler kullanılır. Bu çalışmamızda da normal bulanık kümeler kullanılacaktır.

#### 3.1.4.2. Küme Gösterimi

Klasik kümelerin bir gösterim şekli liste yöntemidir. Liste yöntemi ile klasik bir A kümesi A= {4, 6, 8, 10, 12, 14, 16} şeklinde gösterilir.

Bulanık bir A kümesi ise liste yöntemi ile

$$A = \left\{\frac{0.1}{4} + \frac{0.2}{6} + \frac{0.3}{8} + \frac{0.8}{10} + \frac{1}{12} + \frac{0.8}{14} + \frac{0.3}{16} + \frac{0.1}{18}\right\}$$

şeklinde gösterilir. Bu ifadede toplama işareti ve kesir çizgisi matematiksel toplama ya da bölme işlemini değil, sırasıyla birleşimi ve üyelik derecesini ifade eder. Buna göre; $\mu_A$ (x), A bulanık kümesinin Üyelik Fonksiyonu olmak üzere $\mu_A(4) = 0.1$; $\mu_A(10) = 0.8$ ve $\mu_A(16) = 0.3$'tür.

Ayrık terimler içeren bulanık kümelerin toplamlar şeklinde ifadesi (3.22, 3.23), sürekli terimler içeren bulanık kümeler için (3.24) şeklindedir. Bu ifadelerdeki $\sum$ ve $\int$ işaretçileri birleşim anlamında kullanılmaktadır.

$$A = \left\{\frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \cdots\right\} \tag{3.22}$$

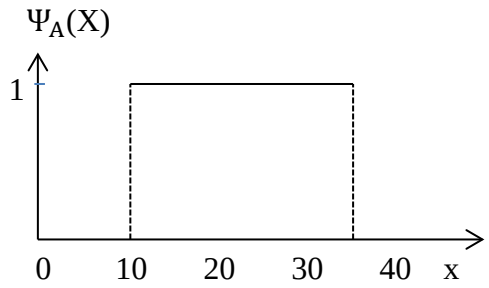
$$A = \left\{\sum \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}\right\} \tag{3.23}$$

$$A = \left\{\int \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}\right\} \tag{3.24}$$

Klasik kümelerin bir diğer gösterim şekli Venn Şemalarıdır. Bulanık kümeler ise üyelik fonksiyonlarının Kartezyen Koordinatları üzerinde gösterilmesi ile ifade edilir. Bulanık kümeler için genelde üyelik fonksiyonları üçgen, yamuk, sinüzoidal, gauss eğrisi, çan eğrisi, vb. fonksiyonlar seçilir.

**Örnek:** Aşağıda "Genç" kümesinin sırasıyla klasik küme; ve bulanık küme (a- üçgen b- Yamuk c- S-fonksiyon d- Gausyan) gösterimi verilmiştir.

"Genç" klasik kümesinin karakteristik fonksiyonu ile gösterimi:

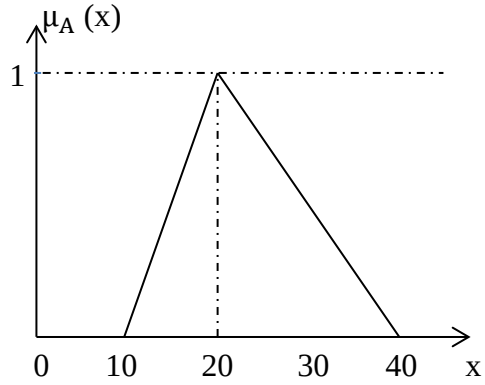



$$\psi_A(x) = \begin{cases} 0, & x < 10 \ \vee \ x > 35 \\ 1, & 10 \leq x \leq 35 \end{cases}$$

($\Psi_A$: A Kümesinin Karakteristik Fonksiyonu)

"Genç" Kümesinin Bulanık Küme gösterimleri**:**

a) Üçgen Bulanık Küme

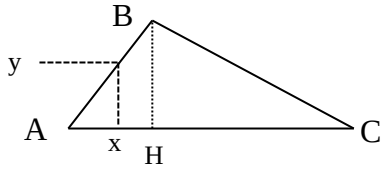



$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-10}{20-10}, & 10 \le x \le 20 \\ \dfrac{40-x}{40-20}, & 20 < x \le 40 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

a, b, c sırasıyla A,B,C noktalarının apsis değeri alınırsa $\mu_A$ (X), üçgen benzerliğinden kolayca ulaşılabilir.

Üçgenin ilk yarısı ( $\overset{\Delta}{AHB}$ )için;

y= (x-a) / (b-a)

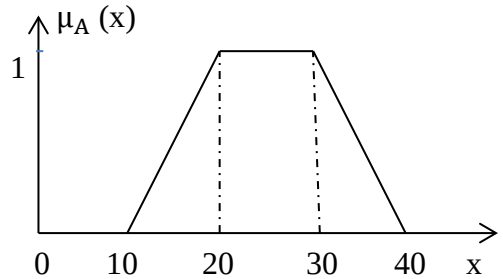



Benzer şekilde üçgenin diğer yarısı ( $\overset{\Delta}{BHC}$ ) için;

y= (c-x)/(c-b) bulunur.

- a, b, c köşelerin apsis değeri olmak üzere – yaygın olarak üçgen üyelik fonksiyonları, A(x; a, b, c) şeklinde gösterilir.

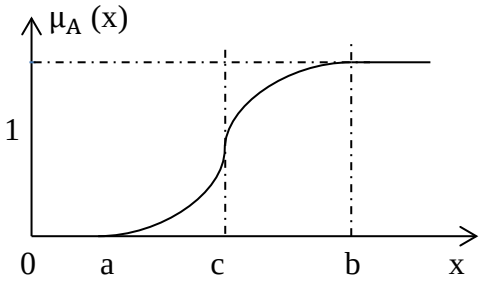
b) Yamuk Bulanık Küme




$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-10}{20-10}, & 10 \le x \le 20 \\ 1, & 20 < x \le 30 \\ \dfrac{40-x}{40-30}, & 30 < x \le 40 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

Yamuk şeklindeki üyelik fonksiyonu, üçgen üyelik fonksiyonlarda olduğu gibi benzerlik bağıntıları kullanılarak elde edilebilir.

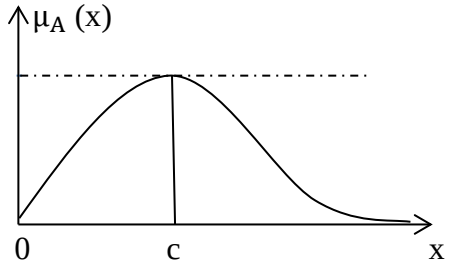
c) S-fonksiyonu Tanımlı Bulanık Küme




$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2, & a \le x \le c \\ 1 - 2\left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2, & c \le x \le b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

$\left(c = \frac{a+b}{2}\right)$

d) Gausyan Bulanık Küme




$$\mu_A(x) = e^{\left[-\frac{1}{2}\left|\frac{x-c}{s}\right|^m\right]}$$

c : Tepe noktası

s : Genişlik

m : Bulanıklaştırma Katsayısı

Modelleme yapılacak herhangi bir uygulamada üyelik fonksiyonlarının tipi uygulamaya göre, uygulamayı yapacak kişi tarafından belirlenir. Genelde üçgen, gausyan veya yamuk üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır.

### 3.1.4.3. Bulanık Kümelerde Eşitlik

**Tanım:** U bir klasik küme; A, B kümeleri U kümesi üzerinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere $\forall x \in U$ için $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ ise A ve B bulanık kümeleri eşittir denir ve A = B şeklinde ifade edilir.

### 3.1.4.4. Bulanık Kümelerde İşlemler

Klasik kümelerde tanımlı birleşim, kesişim ve tümleyen işlemleri bulanık kümelerde de tanımlıdır. U evrensel küme ve $\wp(U)$, U'nun tüm alt kümelerini içeren

kuvvet kümesi olsun. $A, B \in \wp(U)$ olmak üzere, verilen iki A, B klasik kümesi için birleşim ( $A \cup B$ ), kesişim ( $A \cap B$ ) ve tümleyen ($A'$) işlemleri

$$( A \cup B ) = \{x : x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

$$( A \cap B ) = \{x : x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

$$A' = \{x : x \in U \text{ ve } x \notin A\}$$

şeklinde ifade edilir. Bu işlemlerin Karakteristik Fonksiyonları aşağıdaki kurallara uyar:

$$\Psi_{A\cup B}(x) = \text{maks}\{\Psi_A(x), \Psi_B(x)\}$$

$$\Psi_{A\cap B}(x) = \min\{\Psi_A(x), \Psi_B(x)\}$$

$$\Psi_{A'}(x) = 1 - \Psi_A(x)$$

Bulanık kümelerde birleşim, kesişim ve tümleyen işlemlerine ait üyelik fonksiyonu değerleri, klasik küme işlemlerine ait karakteristik fonksiyon değerlerine benzerdir. A ve B, U evrensel kümesinde iki bulanık alt küme; ve A(x) B(x) bu kümelerin üyelik fonksiyonları olsun. Bu kümelerin birleşim, kesişim ve tümleyen işlemlerine ait üyelik fonksiyon değerleri;

$$(A \cup B)(x) = \text{maks}\{A(x), B(x)\}$$

$$(A \cap B)(x) = \min\{A(x), B(x)\}$$

$$A'(x) = 1 - A(x)$$

şeklindedir. Klasik kümelerde geçerli olan $A \cap A' = \emptyset$ ve $A \cup A' = U$ kuralları bulanık kümeler için geçerli değildir.

**Örnek :** U, 1'den 10'a kadar olan doğal sayılar kümesi olmak üzere, U üzerinde A ve B bulanık kümeleri $A = \left\{\frac{0.1}{2} + \frac{0.7}{5} + \frac{0.3}{7} + \frac{0.8}{8} + \frac{1}{9}\right\}$ ve $B = \left\{\frac{0.1}{3} + \frac{0.2}{5} + \frac{0.5}{9}\right\}$ şeklinde verilsin. $(A \cup B)$, $(A \cap B)$ ve $A'$ kümeleri;

1. $(A \cup B)(x) = \text{maks}\{A(x), B(x)\}$ kuralı ile;

x = 2 ise $(A \cup B)(2) = \text{maks}\{A(2), B(2)\} = 0.1$

x = 3 ise $(A \cup B)(3) = \text{maks}\{A(3), B(3)\} = 0.1$

x = 5 ise $(A \cup B)(5) = \text{maks}\{A(5), B(5)\} = 0.7$

x = 7 ise $(A \cup B)(7) = \text{maks}\{A(7), B(7)\} = 0.3$

x = 8 ise $(A \cup B)(8) = \text{maks}\{A(8), B(8)\} = 0.8$

x = 9 ise $(A \cup B)(9) = \text{maks}\{A(9), B(9)\} = 1$

Böylece $(A \cup B) = \left\{\frac{0.1}{2} + \frac{0.1}{3} + \frac{0.7}{5} + \frac{0.3}{7} + \frac{0.8}{8} + \frac{1}{9}\right\}$ olur.

2. $(A \cap B)(x) = \min\{A(x), B(x)\}$ kuralı ile

x = 2 ise $(A \cap B)(2) = \min\{A(2), B(2)\} = 0$

x = 3 ise $(A \cap B)(3) = \min\{A(3), B(3)\} = 0$

x = 5 ise $(A \cap B)(5) = \min\{A(5), B(5)\} = 0.2$

x = 7 ise $(A \cap B)(7) = \min\{A(7), B(7)\} = 0$

x = 8 ise $(A \cap B)(8) = \min\{A(8), B(8)\} = 0$

x = 9 ise $(A \cap B)(9) = \min\{A(9), B(9)\} = 0.5$

Böylece $(A \cap B) = \left\{\frac{0.2}{5} + \frac{0.5}{9}\right\}$ bulunur.

3. $A'(x) = 1 - A(x)$ kuralı ile

x = 2 ise $A'(2) = 1 - A(2) = 1 - 0.1 = 0.9$

x = 5 ise $A'(5) = 1 - A(5) = 1 - 0.7 = 0.3$

x = 7 ise $A'(7) = 1 - A(7) = 1 - 0.3 = 0.7$

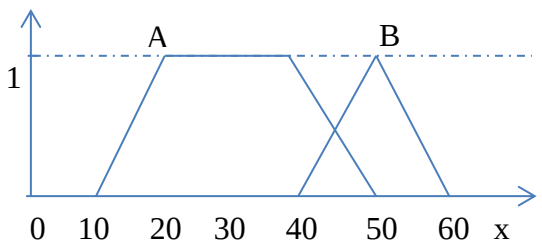
x = 8 ise $A'(8) = 1 - A(8) = 1 - 0.8 = 0.2$

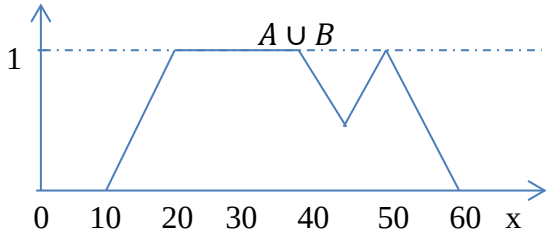
x = 9 ise $A'(9) = 1 - A(9) = 1 - 1 = 0$

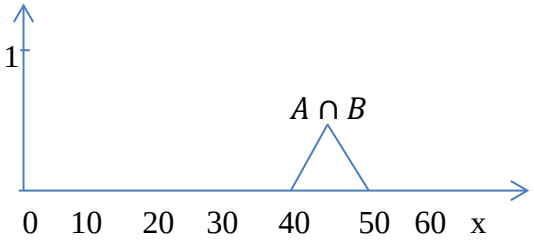
ve U'da bulunup A(x) = 0 olan 1,3,4,6,10 için $A'(x) = 1 - A(x) = 1 - 0 = 1$ olur.

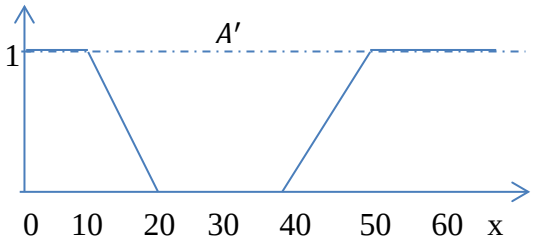
Böylece $A' = \left\{\frac{1}{1} + \frac{0.9}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{1}{6} + \frac{0.7}{7} + \frac{0.2}{8} + \frac{1}{10}\right\}$ bulunur.

**Örnek:** Grafikte üyelik fonksiyonları verilmiş olan A ve B bulanık kümeleri için $A \cup B$, $A \cap B$ ve $A'$ bulanık kümeleri aşağıda verilmiştir.




### 3.1.4.5. Bulanık Küme İşlemlerinde Alternatif Yöntemler

3.1.4.4'te verilen bulanık kümelerdeki kesişim ve birleşim işlemlerinde kullanılan min ve maks işlemleri standart bulanık işlemlerdir. Alternatif olarak, min ve maks işlemleri yerine sırasıyla herhangi bir t-norm ve t-conorm işlem kullanılabilir. Standart kesişim işlemi olan min işlemi, t-norm olarak tanımlı tüm işlemler arasında en büyük değeri; standart birleşim işlemi olan maks işlemi ise t-conorm olarak tanımlı tüm işlemler arasında en küçük değeri verir.

**- t-norm işlemler**

$T: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ fonksiyonu herhangi $x, y, z \in [0,1]$ için yalnız ve yalnız aşağıdaki dört özelliği sağlıyorsa t-normdur.

1. $T(x, y) = T(y, x)$
2. $y \leq z$ ise $T(x, y) \leq T(x, z)$
3. $T\big(x, T(y, z)\big) = T(T(x, y), z)$

4. $T(x, 1) = x$

Örnek t-norm işlemler:

- $T_{min}(x,y)= \min(x,y)$ (minimum t-norm - Gödel t-norm)
- $T_p(x,y) = x \cdot y$ (çarpım t-norm)
- $T_L(x, y) = maks(x + y – 1, 0)$ (Lukasiewicz t-norm)

- **t-conorm işlemler**

T: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu herhangi $x, y, z \in [0,1]$ için yalnız ve yalnız aşağıdaki dört özelliği sağlıyorsa t-conormdur.

1. $T(x, y) = T(y, x)$
2. $y \leq z$ ise $T(x, y) \leq T(x, z)$
3. $T\big(x, T(y, z)\big) = T(T(x, y), z)$
4. $T(x, 0) = x$

Örnek t-conorm işlemler:

- $T_{maks}(x, y)= maks(x, y)$ (maksimum t-conorm - Gödel t-conorm)
- $T_p(x, y) = x + y - x \cdot y$ (çarpım t-conorm)
- $T_L(x, y) = \min(x + y, 1)$ (Lukasiewicz t-conorm)

### 3.1.5. Mantık ve Akıl Yürütme

Mantık, doğru düşünme bilimidir. Düşüncenin düşünce ile doğrulanması bilimi olarak da tarif edilir. Var olan bilgileri kullanarak akıl yürütme ve yeni fikirlerin doğruluğunun gösterilmesi mantık kuralları çerçevesinde yapılır. Bilimsel problemlerin çözülmesinde de mantık kurallarına uyulması gerekir.

Mantık bilginin içeriği ile ilgilenmez. Akıl yürütürken, ya da bir düşünceyi doğrularken ön kabullerden sonuca ulaşılır. Sonuca mantık kuralları ile ulaşıldığında, sonuç ön kabullerle çelişmez. Ön kabuller doğru ise sonuç da doğru olacaktır. Ön kabullerden biri ya da bazıları yanlış ise yanlış veya doğru sonuçlar elde edilebilir. Ancak bu durum çelişki yaratmayacaktır, sistem kendi içerisinde tutarlı olacaktır.

Bilim dünyasında uzun yıllar boyunca akıl yürütürken ya da yeni bilgilere ulaşırken klasik mantık yaklaşımı kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan bulanık mantık yaklaşımı ise son yüzyılda ortaya çıkmıştır. Bulanık mantık ile akıl yürütme klasik yaklaşıma benzerlik göstermekle birlikte, temel ilkeleri farklıdır. Bulanık mantık ile sonuç çıkarma işlemine Yaklaşık Akıl Yürütme, YAY -Approximate Reasoning- denir.

#### 3.1.5.1. Klasik Mantık

Yunan felsefeci Aristo, mantık biliminin kurucusu kabul edilir. Bu sebeple klasik mantık, Aristo Mantığı diye de adlandırılır. Bir yargının tek bir doğruluk derecesine sahip olabileceğini ifade eden çelişmezlik ilkesi ve bir varlığın sadece kendisinden ya da kendisinden olmayandan olabileceğini, farklı bir üçüncü varlık olamayacağını ifade eden Üçüncü Halin İmkânsızlığı İlkesi Aristo mantığının temel ilkelerindendir.

Mantıkta bir yargıyı ifade eden cümleye önerme denir. Klasik mantıkta U tüm önermeleri içeren bir evrensel küme olmak üzere, doğruluk fonksiyonu, $T: u \in U \rightarrow \{0,1\}$ şeklinde tanımlıdır. Herhangi bir p önermesi için T(p) 0 ya da 1 değerini alır.

Klasik mantıkta önermelerde kullanılan kümeler klasik kümelerdir Dolayısı ile bir önermenin doğruluk derecesi, ilgili kümeye aitlik derecesi ile ilişkilidir. “Ali uzun boyludur.” önermesinde Uzun Boylular Kümesi klasik kümedir. Bu kümenin tanımı, “Boyu 1.80m’ye eşit veya büyük olanlar kümesi” şeklinde ise Ali ya bu kümenin içindedir ya da değildir. Ali bu kümeye ait ise aitlik derecesini ifade eden karakteristik fonksiyon değeri 1, değilse 0 olur. Bu önermenin doğruluk değeri T(p) de buna göre 0 ya da 1 değerlerinden birini alır.

Klasik mantıkta “ve”, “veya”, “değil”, “gerektirme” ve “denklik” bağlaçları kullanılır. Bu bağlaçlarla basit önermelerden birleşik önermeler elde edilir. Bu tip önermelerin doğruluk değeri önermelerdeki basit önermelerin doğruluk değerleri ile hesaplanır. Böylece karmaşık ifadelerin doğruluk değeri mantıksal olarak belirlenebilir.

Karar alma ya da sonuç çıkarma, günlük hayatımızda geçmişteki tecrübelerimizi ya da bilgilerimizi kullanarak gerçekleştirdiğimiz bir eylemdir. Matematik ve diğer bilim dallarında ise bu eylemlerin keskin bir şekilde tanımlanmış mantık kuralları ile

yapılması gerekir. Olmayana ergi, tümevarım ve tümdengelim yöntemleri sıkça kullanılan yöntemlerdir.

Kural tabanlı sistemlerde, kural tabanı, doğruluğu kabul edilen kuralları içerir. Akıl yürütürken bu kuralların doğruluğundan yola çıkılarak sonuç elde edilir. Karışık toplanmış elma ve mandalinaları ayıran bir otomat "Eğer meyve yumuşak ve pürüzlü ise mandalinadır", "Eğer meyve sert ve pürüzsüz ise elmadır" şeklinde belirlenmiş kurallara göre meyveleri ayırıyor ise, pürüzlü ve yumuşak yeni bir meyve için "bu meyve mandalinadır" şeklinde sonuç çıkarır. Bu çıkarım, insan aklının da verilen kurallar yardımıyla anında karar verebileceği bir sonuçtur.

Klasik mantık ile bu sonuca ulaşılması şu şekilde sağlanabilir: A "Sert", B "yumuşak, C "pürüzlü" ve D "pürüzsüz", E "Elma ve M "Mandalina kümelerini ifade etsin. Verilmiş kurallar:

$$(x \in B) \wedge (x \in C) \rightarrow x \in M$$

$$(x \in A) \wedge (x \in D) \rightarrow x \in E$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu kurallar sistemin kural tabanıdır ve bu önermelerin doğruluk değeri 1 kabul edilmiştir.

Otomata gelen yeni bir y meyvesi için pürüzlü $(y \in B)$ ve yumuşak $(y \in C)$ olduğu belirlenirse, y'nin hangi meyve türünden olduğunu belirlemek için kural tabanındaki kurallar değerlendirilir. Doğruluğu kabul edilen bu kuralların yeni gelen herhangi bir y için doğruluk derecesini koruması düşünülür.

$(x \in B) \wedge (x \in C) \rightarrow x \in M$ kuralında;

$$[(y \in B) \wedge (y \in C) \rightarrow (y \in M)] \equiv 1$$

$$[1 \wedge 1 \rightarrow T(y \in M)] \equiv 1$$

$$T(y \in M) \equiv 1$$

bulunur ve "$y \in M$ olmalıdır" sonucuna varılır.

$(x \in A) \wedge (x \in D) \rightarrow x \in E$ kuralında ise;

$$[(y \in A) \wedge (y \in D) \rightarrow (y \in E)] \equiv 1$$

$$[0 \wedge 0 \rightarrow T(y \in E)] \equiv 1$$

sonucuna ulaşılır ve bu sonuca göre $y \notin E$ olması, diğer bir ifadeyle $y \in M$ olması, denkliği bozmayacağından kural ihlal edilmemiş olur. Bu örnekte y'nin elma olduğu ($y \in E$, ya da $y \notin M$) sonucuna varılmış olsa idi, kural tabanındaki birinci kuralın çelişkiye düşeceği kolaylıkla ispatlanabilirdi.

Klasik mantıkta "ve" işlemi için minimum, "veya" işlemi için maksimum, "değil" işlemi için 1'den çıkarma işlemi kullanılır.

$1 \wedge 0 \equiv \min(1,0) \equiv 0$

$1 \vee 0 \equiv \text{maks}(1,0) \equiv 1;$

$T(p) = x$ ise $T(p') = 1 - x \qquad (x \in \{0,1\})$

### 3.1.5.2. Bulanık Mantık

Bulanık mantıkta önermeler bulanık kümeleri içerir. Bu önermeler, sınırları keskin belirlenmiş yargılar ifade etmezler. Bir önermenin doğruluk değeri [0,1] aralığındadır. Herhangi bir bulanık kümeyle ilişkilendirilmiş bir basit önermenin doğruluk değeri, bulanık kümenin üyelik fonksiyonunun değerine eşittir. A, U evrensel kümesinde tanımlı bulanık bir küme olmak üzere herhangi bir $x \in U$ için $x \in A$ şeklindeki basit bir p önermesinin doğruluk değeri $T(p) = \mu_A(x)$'dir.

Bulanık mantıkta klasik mantıkta olduğu gibi "ve", "veya", "değil", "gerektirme" ve "denklik" bağlaçları tanımlıdır. Benzer şekilde "ve" işlemi için minimum: $0.1 \wedge 0.3 = \min(0.1, 0.3) = 0.1$; "veya" işlemi için maksimum: $0.1 \vee 0.3 = \text{maks}(0.1, 0.3) = 0.3$; "değil" işlemi için 1'den çıkarma işlemi: $T(p) = 0.3$ ise $T(p') = 1 - 0.3 = 0.7$ kullanılır. Bulanık kümelerde kesişim ve birleşim işlemlerinde min ve maks işlemlerine alternatif olarak kullanılan t-norm ve t-conorm işlemler bulanık mantıkta da "ve" ve "veya" bağlaçları için kullanılabilir.

Yapay zeka alanında bilgiyi ifade etmenin pek çok yöntemi vardır. Bunlardan en yaygını "Eğer ... (öncül) ise … (ardıl)'dır" şeklindeki kurallardır. Bulanık sistemlerde de bilgiyi ifade etmek için bulanıklık içeren bulanık kurallar kullanılır. Kurallardaki öncül ve ardıllar "ve", "veya" ya da "değil" bağlaçları ile birleştirilmiş önermelerden oluşur.

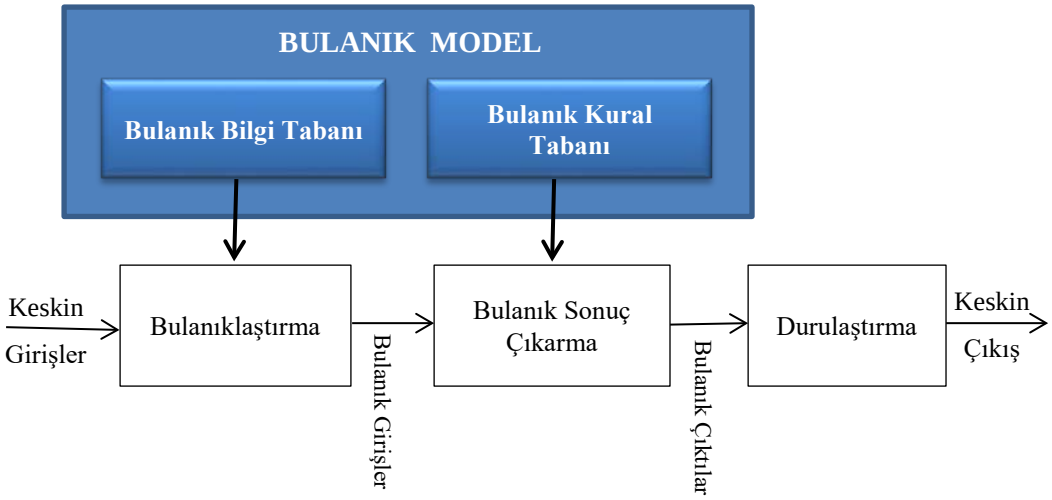
Bulanık modellerde, bulanık kural tabanı kullanılır. Kural tabanı, bulanık önermeler içeren ön kabulleri ifade eden bulanık kurallardan oluşur. Mamdani (Mamdani ve Assilian 1975), Sugeno (Takagi ve Sugeno 1985, Sugeno ve Kang 1988) ve Tsukamoto (Tsukamoto 1979) yöntemleri en çok kullanılan YAY yöntemleridir. Bu yöntemler arasındaki temel fark, kural tabanındaki bulanık kurallara ait ardılların türüdür. Mamdani yönteminde ardıllar bulanık kümelerden; Sugeno metodunda lineer fonksiyonlardan; Tsukamoto yönteminde ise monoton üyelik fonksiyona sahip bulanık kümelerden oluşur. Bu doktora tezinde sonuç çıkarmada Mamdani yöntemi kullanılacaktır.

### 3.1.6. Bulanık Modelleme

Dinamik sistemlerde sistemin nasıl bir çıktı oluşturacağı ya da sistem çıktısına göre nasıl bir tepki verilmesi gerektiği bu sistemlere ait modeller oluşturularak belirlenir. Bu modelleri oluşturmanın bir yolu matematiksel bir tasarımın oluşturulmasıdır. Çoğu durumda dinamik sistemlerin diferansiyel denklemleri fizik kurallarından çıkarılabilir. Örneğin hareket halinde olan bir nesnenin hızı, konum değişikliğinin zamana bağlı türevi ile; ivmesi, hız değerinin zamana bağlı türevi ile elde edilebilir. Bu denklemler ile bu nesnenin konumu ve hızı ile ilgili bilgiler veren bir model oluşturulmuş olur. Gerçek hayatta var olan belirsizlik ve karmaşıklıklar matematiksel modelin oluşturulmasını zorlaştırabilir. Bu tarz sistemlerin modellemesinde yapay sinir ağları, genetik algoritma, istatistiksel yöntemler, olasılık yöntemler ve bulanık modelleme gibi belirlenimci olmayan yöntemler kullanılabilir.

Doğadaki çoğu olay ya da nesne insan algısı ile değerlendirilir. Bulanık modelleme, insan algısının temel alındığı yöntemdir. Oluşturulan bir bulanık modelde bulanık bilgi tabanı, bulanık kural tabanı bulunur ve bulanıklaştırma, bulanık sonuç çıkarma ve durulaştırma motorlarını içerir (Şekil 3.4.).

Klimalı bir odada, odadaki kişi ortamın sıcaklığına göre klimayı çalıştırır, derecesini azaltır ya da artırır. Burada kişi önce odanın sıcaklığını kendi algısı ile değerlendirir. Bu değerlendirme kişiden kişiye değişir. Kişiye göre ortam biraz sıcak ise klimanın soğutma derecesi arttırılır; ortam çok serin ise derece düşürülür. Bu basit anlamda bir bulanık modeldir. Kişi tamamen algıya ve tecrübelerine bağlı olarak sistemde ideal ortama ulaşmak için kontrol ve yönetme mekanizması kurmuştur.




**Şekil 3.4.** Bulanık model yapısı

Klimada bir de termostat olsun ve odadaki kişi bu termostata bakarak oda sıcaklığını ideal düzeyde tutmaya çalışsın. Bu durumda önce odanın sıcaklık derecesine bakar okunan değere göre odanın soğuk, serin, biraz sıcak, sıcak ya da çok sıcak olduğu yorumunu yapar. Bu işlem bulanık modellemede bulanıklaştırma basamağına benzer. Daha sonra ne yapılacağına karar verir. Eğer ortam çok sıcak ise klimanın derecesini yükseltir. Derecenin biraz yükseltileceği yargısı bulanıklık taşır. Kişi klimanın derecesinin artırım ya da azaltım miktarını kendi algısı ile değerlendirerek belirler, örneğin termostatın derecesi 29 gösteriyor ise klimanın çalışma derecesini 10 birim arttırır. Bu değeri belirlemek bulanık modellemede durulaştırma işlemine benzer.

Bulanık modeller daha önceden edinilmiş tecrübeler ya da oluşturulmuş olan bilgiler kullanılarak gerçekleştirilir. Daha sonra bu model kullanılarak sistemin yönetimi, kontrolü yapılır veya ileriye dönük sistem çıktısı tahminleri yapılabilir. Bulanık model oluşturulurken var olan tecrübe ya da bilgi ile önce sistemdeki değişkenler bulanıklaştırılır ve bulanık kurallar oluşturulur. Bir önceki örneği ele alalım; klimalı odada yaşayan kişi ortam sıcaklığını kendi algısı ile Çok Soğuk, Soğuk, Serin, İdeal, Sıcak ve Çok Sıcak gibi bulanık kümelere ayırmıştır. Sonra tecrübeleri ile "Oda çok soğuk ise klimanın derecesini çok azalt" "Oda soğuk ise klimanın derecesini biraz azalt" "Oda ideal veya Serin ise klimaya dokunma" "Oda Sıcak ise klimanın derecesini biraz artır" ve "Oda Çok sıcak ise klimanın derecesini Çok artır" gibi kurallar oluşturmuştur. Ve artık oluşturmuş olduğu bu kurallar bütünü ile odanın sıcaklığını oda koşullarına göre karar vererek düzenler.

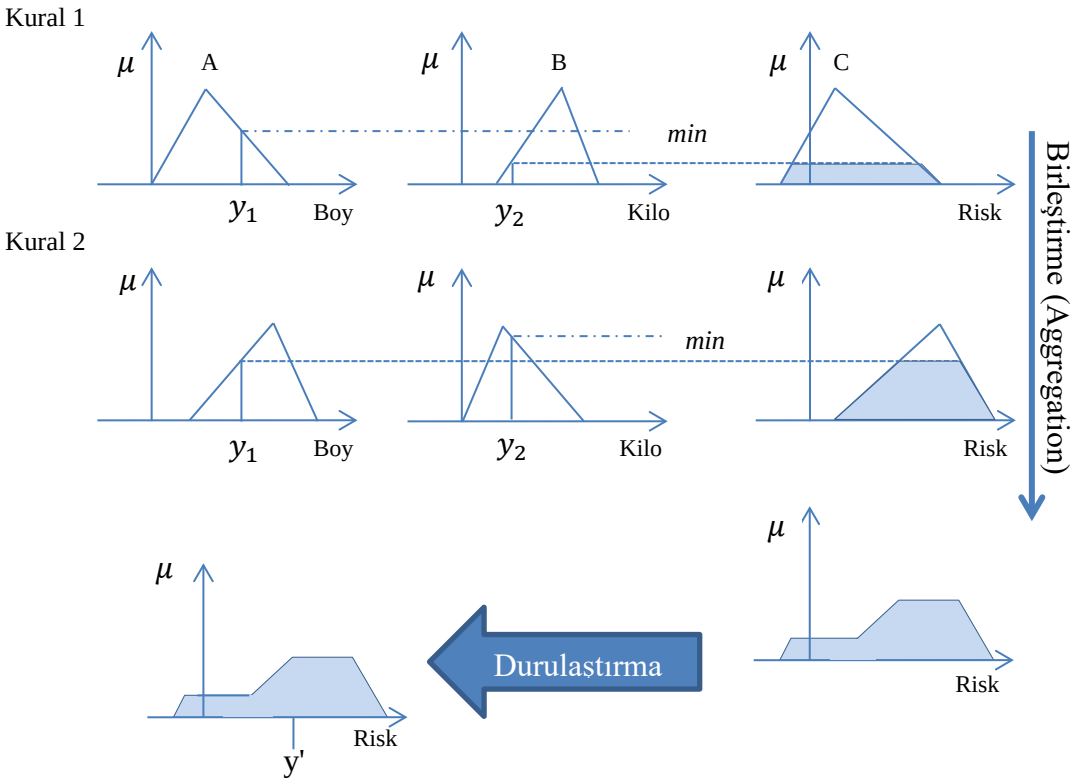
Bulanık modellerde bulanık kural tabanından yaklaşık akıl yürütme ile sonuca ulaşılır. “Kişi kısa boylu ve şişman ise şeker hastalığı riski yüksektir.” önermesi bulanık kümelerle ifade edilmiş bir bulanık kural olsun. Bu önermedeki A=”kısa boylular”, B=”şişmanlar”, C= “şeker hastalığı riski yüksek olanlar” kümeleri bulanık kümelerdir. Herhangi bir kişinin bu kümelere üyelik derecesi üyelik fonksiyonu ile belirlenir ve [0,1] aralığında değer alır. Örneğimizdeki bulanık kural $(x \in A) \wedge (x \in B) \rightarrow (x \in C)$ şeklinde ifade edilebilir. Bir y kişisi için $\mu_A(y)$ ve $\mu_B(y)$ üyelik değerleri kullanılarak bulanık kurala ait öncülün doğruluk derecesi, öncüldeki mantıksal bağlaca göre - $\wedge$ ise min; $\vee$ ise maks işlemi ile- belirlenerek kuralın ardılındaki C bulanık kümesinden sonuç bulanık kümesi elde edilir.

Bu örnekte öncül $S = (x \in A) \wedge (x \in B)$’dir. S’nin doğruluk değeri $T(S) = \min(\mu_A(y), \mu_B(y))$ bulunur. Bulanık kural $S \rightarrow P$ şeklinde sadeleştirilmiş olur $(P = (x \in C))$. Sonuç bulanık kümesi, T(S) değerinin C bulanık kümesini kesiminden elde edilir. Kural tabanında bulunan her bir bulanık kural için sonuç bulanık kümeleri aynı yöntemle belirlenir (Şekil 3.5.).

Her kuraldan elde edilen sonuç bulanık kümeleri birleştirme –aggregation- işlemi yapılarak y örneğinin sonuç değeri bulanık küme olarak elde edilir. Birleştirme işleminde, kural tabanındaki kurallar “veya” bağlacı ile bağlı ise sonuç değeri sonuç bulanık kümelerinin birleşimi ile; “ve” bağlacı ile bağlı ise sonuç bulanık kümelerinin kesişimi ile belirlenir. Yaygın olarak kurallarda öncüller “ve”; kurallar ise “veya” bağlacı ile bağlı olur ve “ve” bağlacı için t-norm işlemi olan min; “veya” bağlacı için t-conorm işlemi olan maks işlemi kullanılır. Bu nedenle bu yaklaşıma max-min yöntemi denir. Standart min, maks işlemleri yerine diğer t-norm ve t-conorm işlemler de kullanılabilir. Diğer bir yaygın yaklaşımda “ve” bağlacı için öncüllerde min işlemi yerine bir t-norm olan çarpım işlemi kullanılır ve bu yaklaşıma max-prod yöntemi denir.

Birleştirme işlemleri sırasında kurallara ait ağırlık değeri kullanılabilir. Kuralların ağırlık değeri kural oluşturma aşamasında kuralın etkisi göz önüne alınarak verilir.

Birleştirme sonucu elde edilen bulanık küme sonucu, durulaştırma işleminden geçirilerek sayısal sonuç elde edilir. Durulaştırma için “Ağırlık Merkezi (Centroid) Yöntemi”, “Alan Açıortayı Yöntemi”, “En Büyük Üyelik Dereceli Elemanların Orta




**Şekil 3.5.** Max-min metodu ile sonuç çıkarma

Noktası (Mean of Maxima – MOM) Yöntemi", "En Büyük Dereceli Elemanlardan Küçük Olanı (Smallest Of Maxima – SOM) Yöntemi", "En Büyük Dereceli Elemanlardan Büyük Olanı (Largest of Maxima –LOM) Yöntemi", "Ağırlıklı Ortalama Yöntemi", "Toplamların Merkezi (Center of Sums) Yöntemi", "En Büyük Alanın Merkezi (Center Of Largest Area) Yöntemi" gibi farklı yöntemler kullanılmaktadır. Şekil 3.5.'de iki bulanık kuralı tanımlanmış sistemde sonuç bulanık kümelerinin belirlenmesi ve bu kümelerin birleştirilerek sonuç çıkarma ve durulaştırma işlemleri gösterilmiştir.

Değişkenlerin bulanıklaştırılması, bulanık kuralların oluşturulması ve oluşturulmuş olan kurallardan sonuç çıkarımı üzerine farklı yaklaşımlar mevcuttur. Her yaklaşımın kendine özgü artısı ya da eksisi mevcuttur. Bu çalışmada Shannon'un bilgi entropisi kavramını ve verilere ait istatiksel değerleri kullanarak bulanıklaştırma yapılması amaçlanmıştır.

### 3.1.7. Bulanık Modellemede Entropi

Entropi, belirsizliğin bir ölçütüdür. Açıktır ki bir sistemde ne kadar çok farklı öğe mevcut ise belirsizlik o kadar büyük olacaktır. Türdeş sistemlerde ise belirsizlik

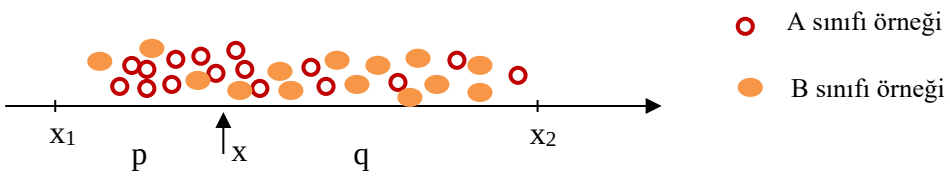
azdır. Bu çalışmada amaç, veriye ait bağımsız değişkenleri, bağımlı değişkene göre entropisi minimum olacak şekilde bulanık kümelere ayırarak üyelik fonksiyonlarını belirlemek ve oluşturulan bulanık kümeleri kullanarak bulanık kuralları oluşturup sistemin bulanık modeline ulaşmaktır. Bulanıklaştırma işleminde entropinin kullanıldığı benzer bir yöntem Kim ve Russel (1993)'de yayınlanmıştır.

#### 3.1.7.1. Kim ve Russel'in Çalışması: Minimum Entropi ile Bulanıklaştırma

Bulanık modellemede bağımsız değişkenlerin bulanıklaştırma işleminde farklı yöntemler kullanılmaktadır. Genetik algoritma, yapay sinir ağları, Kalman Filtreleme, istatistik, olasılık ve matematiksel metotlarla farklı yöntemlere ilişkin literatürde yayınlanmış makaleler mevcuttur (Toprak 2007).

Eldeki veriyi genelleme yolu ile üyelik fonksiyonlarına ayırma izlenilen yollardan biridir. Kim ve Russel çalışmalarında veriyi minimum entropiye sahip olacak şekilde ikiye bölerek bir döngü şeklinde istenilen sayıda parçaya ulaşıncaya kadar parçalama ve bu parçaları bulanık kümelere dönüştürme yoluna gitmişlerdir. Yöntemlerinde, bağımsız değişkenler üzerinde hareketli bir x noktasının geçtiği tüm noktalar için entropi hesaplanmış ve minimum entropiye sahip nokta bölme noktası olarak kabul edilmiş; bu işlem istenilen sayıda bulanık küme oluşturuncaya kadar döngü şeklinde uygulanmıştır.

Şekil 3.6.'da Kim ve Russel'ın bir X girdi değişkenine ait bulanık kümeleri oluştururken sayı doğrusu üzerinde çıktı değerlerine göre (A ve B sınıfları) [$x_1$, $x_2$] aralığında entropiyi minimum yapacak x noktasının tespiti gösterilmiştir. x değeri [$x_1$,$x_2$] aralığında hareket halindedir ve her nokta için entropi hesaplanır. Entropinin minimum olduğu nokta iki bulanık kümenin kesiştiği nokta olur.




**Şekil 3.6.** Entropi kullanarak bulanık kümelerin belirlenmesi (Kim ve Russel 1993)

Herhangi bir $x \in [x_1, x_2]$ için entropi hesabı (3.25.) ile verilmiştir. Burada p terimi $[x_1, x]$ aralığı, q terimi ise $[x, x_2]$ aralığı için kullanılmıştır. Bu aralıkta minimum

entropi değerini veren x noktası PRI (primary threshold value) (Şekil 3.7.); sonrakiler sırayla SECn (Secondary Threshold Value), TERn (Tertiary Threshold Value) şeklinde adlandırılmıştır. Bu noktalar kullanılarak değişkenin üyelik fonksiyonu üçgen yapı şeklinde elde edilmiştir (Şekil 3.8.).

$$S(x) = p(x)S_p(x) + q(x)S_q(x) \tag{3.25}$$

$p(x) = n_p/n$ ($n_p$: p bölgesindeki örnek sayısı; n: toplam örnek sayısı)

$q(x) = n_q/n$ ($n_q$: q bölgesindeki örnek sayısı; n: toplam örnek sayısı)

$S_p(x)$ : (p bölgesindeki entropi)

$S_q(x)$ : (q bölgesindeki entropi)

$$S_p(x) = -(p_1(x)\ln p_1(x) + p_2(x)\ln p_2(x)) \tag{3.26}$$

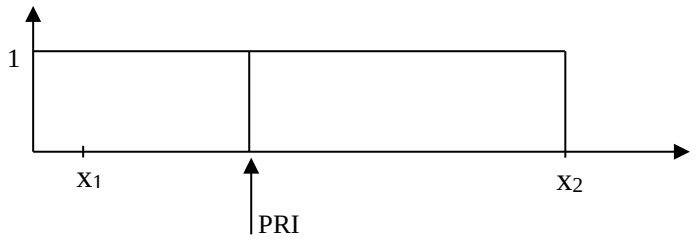
$$S_q(x) = -(q_1(x)\ln q_1(x) + q_2(x)\ln q_2(x)) \tag{3.27}$$

$p_1(x)$ (A sınıfının p bölgesindeki oranı)

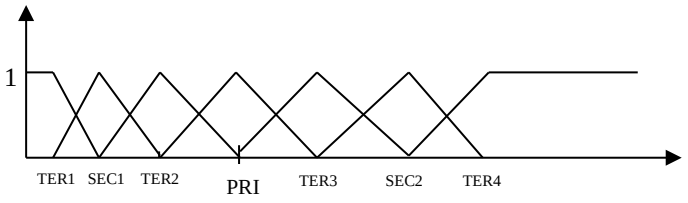
$p_2(x)$ (B sınıfının p bölgesindeki oranı)

$q_1(x)$ (A sınıfının q bölgesindeki oranı)

$q_2(x)$ (B sınıfının q bölgesindeki oranı)




**Şekil 3.7.** Entropi kullanarak elde edilen üyelik fonksiyonu (İlk bölmeleme) (Kim ve Russel 1993)




**Şekil 3.8.** Entropi kullanarak elde edilen üyelik fonksiyonu (Üçüncü bölmeleme sonucu) (Kim ve Russel 1993)

### 3.2. Metot

Bu çalışmada yeni bir bulanık modelleme yönteminin geliştirilmesi ve geliştirilen bu yeni yöntemle ABYK'nın modellenmesine yönelik çalışma yapılması amaçlanmıştır. Bu yeni yöntemin Java programlama dili ile Netbeans Program Geliştirme ortamında yazılımı hazırlanmış ve geliştirme aşamasında Iris verisi kullanılarak yazılım testleri yapılmıştır. Yazılımın tamamlanmasından sonra geliştirilen bu yazılımla ABYK bulanık modeli oluşturulmuştur. Yazılım, bulanıklaştırma, bulanık kuralları oluşturma, durulaştırma ve sonuç çıkarma işlemlerini içermektedir.

Yöntemde, önce bağımlı değişken, bulanık kümelere ayrılır. Bağımlı değişken için oluşturulan bulanık kümeler kullanılarak bağımsız değişkenler bulanıklaştırılır. Bağımsız değişkenlerin bulanıklaştırılmasında entropiden faydalanılmıştır. Elde edilmiş olan bulanık kümeler ve eldeki veriler kullanılarak bulanık kurallar oluşturulmuştur.

Bir sisteme ait bulanık kümeler ve bulanık kurallar bulanık modelin temelini teşkil eder. Bu çalışmada sunduğumuz bu yazılımla bir sisteme ait yeterli sayıda veri ile sistemin bulanık kümeleri ve bulanık kurallarından oluşan bilgi tabanı oluşturulur. Bu bilgi tabanı kullanılarak sonuç çıkarımı yapılabilir.

Yazılımımızda sonuç çıkarma işleminde Mamdani Yöntemi kullanılmıştır. Sonucu bilinmeyen girdi değerleri ile karşılaşıldığında yazılım, oluşturulmuş olan modele göre çıktı değerini tahmin etmektedir. Tahmin sonucu bulanık bir kümedir. Sayısal sonuç elde edebilmek için durulaştırma yapılır. Geliştirilen yazılım durulaştırma işleminde "Alan Açıortaylarının Ağırlıklı Merkezi Yöntemi"ni kullanmaktadır.

Program geliştirilirken test amaçlı olarak Iris verisi kullanılmıştır. Iris verisi için model oluşturulmuş ve geliştirilen yöntemin başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Program tamamlandıktan sonra, ABD'de 30'dan fazla akarsudan elde edilmiş olan veri kullanılarak ABYK'nın bulanık modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan model test edilmiş ve var olan eski çalışma sonuçları ile bu çalışmanın sonuçları karşılaştırılmıştır.

#### 3.2.1. Bulanıklaştırma

Veri kümesi, girdilerden ve bir çıktıdan oluşmaktadır. Bu dokümanda girdi yerine bağımsız değişken; çıktı yerine bağımlı değişken ifadeleri kullanılacaktır.

Bulanıklaştırma işleminde sisteme ait olan tüm değişkenlerin bulanık kümelerinin oluşturulması gerekir.

Yöntemimizde bağımsız değişkenlerin bulanık kümeleri, bağımlı değişkenin bulanık kümelerine göre belirleneceğinden, önce bağımlı değişkene ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir.

Veri kümemiz, ($X_1$, $X_2$,.., $X_n$, Y) şeklinde n adet bağımsız ve bir bağımlı değişkenden Y oluşsun. Buna göre bulanıklaştırma, bulanık kuralların oluşturulması, sonuç çıkarma ve durulaştırma işlemleri, takip eden başlıklar altında anlatılmıştır.

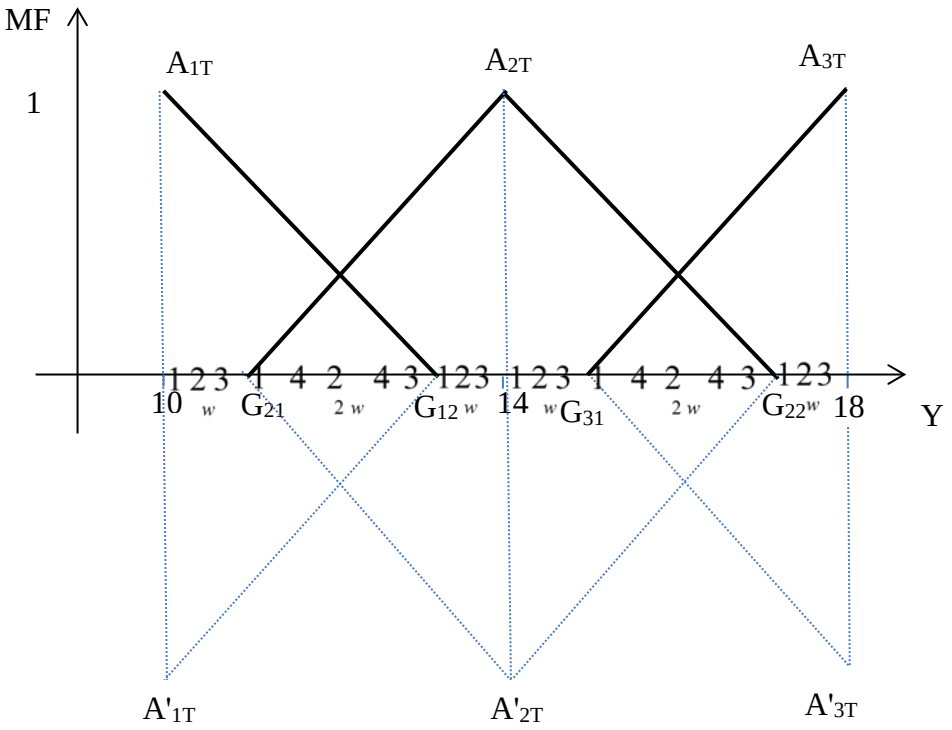
#### 3.2.1.1. Bağımlı Değişkene Ait Bulanık Kümelerin Belirlenmesi

Bağımlı değişkene ait bulanık kümelerin (BLBK) oluşturulması, SMRGT metodundaki (Toprak 2009) bağımsız değişkenlerin bulanıklaştırılması yöntemine benzer şekilde uygulanmıştır. Bağımlı değişkenin değer aldığı aralık, kullanıcının belirteceği sayıda bulanık kümeye ayrılır. Toprak'ta üçgen bulanık kümeler kullanılmıştır. Bu çalışmada yazacağımız yazılımda üçgen bulanık kümeler yanında gausyan ve tekton bulanık kümelerin kullanımı da mümkün olacaktır. Gausyan bulanık kümeler oluşturulurken, benzer şekilde, eşit genişliğe sahip gausyan eğriler oluşturulacaktır. Tekton bulanık kümeler ise değişkenin aldığı her ayrık değerde üyelik derecesi 1 olacak şekilde tanımlanacaktır.

SMRGT metodunda ikizkenar üçgenler kullanılmakta olup ilk ve son bulanık kümeler tepe noktasından inen bir dikme ile kesilmiş şekildedir. Üçgenler değişken aralığında eşit mesafelerle ayrılmış ve komşu üçgenler bulanıklık sağlamak amacı ile belirli oranda kesişime sahip olacak şekilde oluşturulmuştur. Kesişim miktarı, üçgenlerdeki ağırlık merkezi oranı olan 2:1 ölçütü ile belirlenmektedir.

Bu çalışmada, [10,18] aralığında tanımlı bir Y bağımlı değişkeni için kullanıcı 3 adet üçgen bulanık küme oluşturmak istiyor ise üyelik fonksiyonunu ifade eden üçgenler şu şekilde oluşturulacaktır:

Üçgen bulanık kümenin yatay ekseni kestiği noktalar, komşu üçgenlerin tepe noktalarının yatay eksene göre simetriği ile elde edilecek üçgenlerin ağırlık merkezi kullanılarak elde edilecektir (Şekil 3.9.). Ağırlık merkezinin dikey tabana uzaklığına ayak (w) dersek tepe apsisine uzaklığı 2:1 oranı ile 2w olacaktır. Böylece tepe noktaları




**Şekil 3.9.** Bağımlı değişkenin üçgen bulanık kümelere ayrılması

arasındaki yatay uzaklık 4w olacaktır. Şekil 3.9.'de değişken aralığının 3 üçgen bulanık kümeye ayrılışı gösterilmiştir. Görüldüğü gibi 3 bulanık küme için değişken aralığı 8 ayağa ayrılacaktır. Genel olarak, $n_w$ ayak sayısı olmak üzere, bir değişken için tanımlı olduğu aralıkta $n_w = 4 \times m - 4$ adet ayak olduğu kolayca görülür (m:bulanık küme sayısı). Ayak uzunluğu da değişken aralık uzunluğunun ayak sayısına $n_w$ bölümü ile bulunacaktır: $w = (y_{maks} - y_{min}) / n_w$

Bulanık Küme sayısı, m= 3

Ayak Sayısı $n_w = 4 \cdot m - 4 = 4 \cdot 3 - 4 = 8$

Ayak Uzunluğu $w = (y_{maks} - y_{min})/n_w = (18 - 10) / 8 = 1$

Y değişkenine ait bulanık kümelere ait üçgen formasyonların tepe noktaları:

İlk Üçgenin Tepe Noktasının apsisi: $A_{1T}=10$;

İkinci Üçgenin Tepe Noktasının apsisi: $A_{2T} = A_{1T} + 4 \cdot 1 = 10 + 4 = 14$

Üçüncü Üçgenin Tepe Noktasının apsisi: $A_{3T} = A_{2T} + 4 \cdot 1 = 18$

Tepe noktaları elde edildikten sonra üçgenlerin yatay ekseni kesme noktaları belirlenecektir. Sözgelimi $G_{12}$ noktası, tepe noktasının apsisinden-Apsis($A_{1T}$)'den 3 ayak uzaklıkta olacak şekilde belirlenecektir.

Apsis($G_{12}$)= Apsis($A_{1T}$) + 3w = 10 + 3.1= 13

Apsis($G_{21}$) = Apsis ($A_{2T}$) – 3w = 14 – 3.1= 11

Apsis($G_{22}$) = Apsis ($A_{2T}$) + 3w = 14 + 3.1= 17

Apsis($G_{31}$) = Apsis($A_{3T}$) – 3w = 18-3.1 = 15

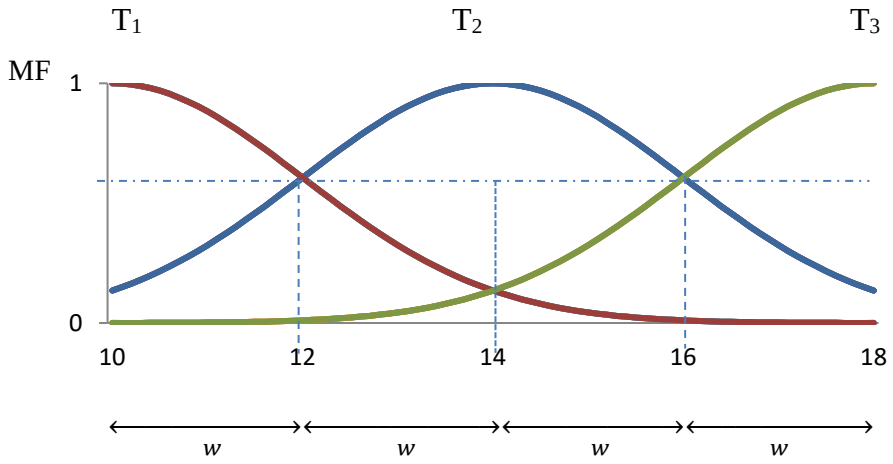
Tepe noktalarının ve yatay eksenle kesişim noktalarının belirlenmesiyle üçgen bulanık kümeler tanımlanmış olur. Sözgelimi 2. üçgen {(11,0), (14,1)), (17,0)} noktaları ile ifade edilmiş olur.

Yukarıda, üçgen bulanık kümelerin nasıl oluşturulacağı anlatılmıştır. Gausyan bulanık kümelerin oluşturulmasında da aynı yöntem kullanılacak ancak buradaki ayak sayısı $2 \times n - 2$ formülü ile hesaplanacak ve tepe noktaları arasında 2 ayak mesafesi bulunacaktır (Şekil 3.10.). Başlangıç değeri ilk gausyan eğrisinin merkezi olmak üzere diğer merkez noktaları 2w değeri eklenerek belirlenecektir. Dolayısı ile, örnekte ayak sayısı $n_w = 2 \times 3 - 2 = 4$ ayak genişliği $w = \frac{(18-10)}{4} = 2$ bulunur. Merkez noktaları da $T_1 = 10,\ T_2 = T_1 + 2 \times w = 14,\ T_3 = T_2 + 2 \times w = 18$ olur.

$$A(X) = e^{\frac{-1}{2}(\frac{x-c}{s})^2} \tag{3.28}$$

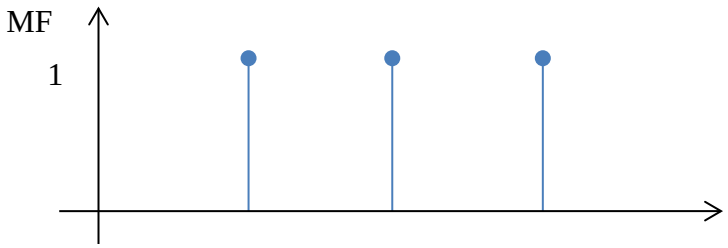
$$A(X_i) = e^{\frac{-1}{2}(\frac{x-T_i}{w})^2} \tag{3.29}$$

Gausyan bulanık kümeler için kullanılan 3.28'de s=w ve $c_i=T_i$ (i=1..m) kullanılarak bulanık kümelere ait gausyan fonksiyonları oluşturulur (3.29).




**Şekil 3.10.** Bağımlı Değişkenin Gausyan Bulanık Kümelere Ayrılması

Sınıflandırma için kullanılan tekton bulanık kümeler ise Y değişkeninin değer alabileceği her noktada üyelik fonksiyonu değeri 1 olacak şekilde oluşturulacaktır (Şekil 3.11.).




**Şekil 3.11.** Bağımlı değişkenin tekton bulanık kümelere ayrılması

Hazırlanan yazılımda, BLBK yukarıda anlatılmış olan yöntemle kullanıcının belirlediği üyelik fonksiyonu tipine göre -üçgen, gausyan veya tekton- otomatik olarak oluşturulur. Kullanıcı, program arayüzünden, oluşturulmuş olan üyelik fonksiyonlarını değiştirebilir. Tekton bulanık kümeler sınıflandırma amacı ile kullanılmak üzere yazılıma eklenmiştir.

### 3.2.1.2. Bağımsız Değişkenlere Ait Bulanık Kümelerin Belirlenmesi

BLBK belirlendikten sonra bağımsız değişkenlere ait bulanık kümeler (BSBK) belirlenecektir. Bağımsız değişkenler bulanıklaştırılırken, bağımlı değişkene ait her bulanık küme tanımı için bağımsız değişken aralığındaki ağırlık merkezi ve standart sapması belirlenecektir. Standart sapma, örneklerin merkeze göre dağılımının bir ifadesidir. Chebyshev eşitsizliği ile, istenilen orandaki örneğin, ağırlık merkezi etrafında

yer alacağı aralık belirlenebilir. İstenilen oranda örnek içeren aralık belirlenerek bağımsız değişken aralığı bölmelere ayrılır. Elde edilen bölmelemelerden hangisinin minimum entropiye sahip olduğu belirlenerek bulanık kümeler oluşturulur. Bölmeleme işlemi durma koşulları sağlanana kadar döngü şeklinde yinelemeli olarak devam edecektir. Durma koşulları, elde edilen bölmede kalan örnek sayısı, bölme aralığının uzunluğu ve bölme aralığındaki etkin sınıf oranı ile belirlenecektir. Hazırlanmış olan yazılımda durma koşullarını belirleyen parametrik değerlerin kullanıcı tarafından girilmesi sağlanmıştır.

N, verideki örnek sayısı olmak üzere, bağımlı değişkenin (Y), bulanık küme sayısı, m; üyelik fonksiyonları $MF_Y^j$ (j=1,..m) olsun. $X_i$ bağımsız değişkeninin Y bulanık kümelerine göre ortalaması ($\mu_{X_i}^j$) ve standart sapma değeri ($\sigma_{X_i}^j$) sırasıyla (3.30) ve (3.31) ile belirlenir.

$$\mu_{X_i}^j = \frac{\sum_{k=1}^{N} MF_Y^j(y_k) \times x_{ik}}{\sum_{k=1}^{N} MF_Y^j(y_k)} \tag{3.30}$$

$$\sigma_{X_i}^j = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N} MF_Y^j(y_k) \times \left(x_{ik} - \mu_{X_i}^j\right)^2}{\sum_{k=1}^{N} MF_Y^j(y_k)}} \tag{3.31}$$

Bulunan bu değerlerle $X_i$ değişken aralığı:

a) $\sqrt{2}\sigma_{X_i}^j \leq$ param_SupportWidthTreshold ise

$$\left[X_{i,min},\ \mu_{X_i}^j - \sqrt{2}\sigma_{X_i}^j\right]; \left[\mu_{X_i}^j - \sqrt{2}\sigma_{X_i}^j,\ \mu_{X_i}^j + \sqrt{2}\sigma_{X_i}^j\right]; \left[\mu_{X_i}^j + \sqrt{2}\sigma_{X_i}^j, X_{i,maks}\right]$$

b) $\sqrt{2}\sigma_{X_i}^j >$ param_SupportWidthTreshold ise

$$\left[X_{i,min}, \mu_{X_i}^j\right];\ \left[\mu_{X_i}^j, X_{i,maks}\right]$$

aralıklarına bölünecektir.

Bu aralıklar hesaplanırken "Bir dağılımda en az ($1-1/k^2$) oranındaki adet, ortalama değerin k standart sapma uzaklığında olmalıdır" şeklinde ifade edilebilen Chebyshev eşitsizliği göz önüne alınarak, örnek sayısının en az %50'si bu aralıkta olacağından, k değeri için $\sqrt{2}$ kullanılmıştır. Eğer $\sqrt{2}\sigma_{X_i}^j$ değeri,

param_SupportWidth_Treshold değerinden küçük ise (a), aralık üç parçaya bölünecek ve örneklerin en az %50 adedinin bulunduğu $\mu_{X_i}^{j}$'nın $\sqrt{2}\sigma_{X_i}^{j}$ komşuluğu durma parametrelerine bakılmaksızın bulanıklaştırma amacı ile işaretlenecek; büyük ise (b), örnekler geniş bir aralığa dağılmış demektir ve bu durumda aralık, $\mu_{X_i}^{j}$ değeri orta nokta olmak üzere iki parçaya bölünecektir.

Daha sonra elde edilen m adet farklı bölmeleme için entropi değeri hesaplanacak ve minimum entropiye sahip olan bölmeleme esas alınıp işlemlere bu bölmeleme üzerinden devam edilecektir.

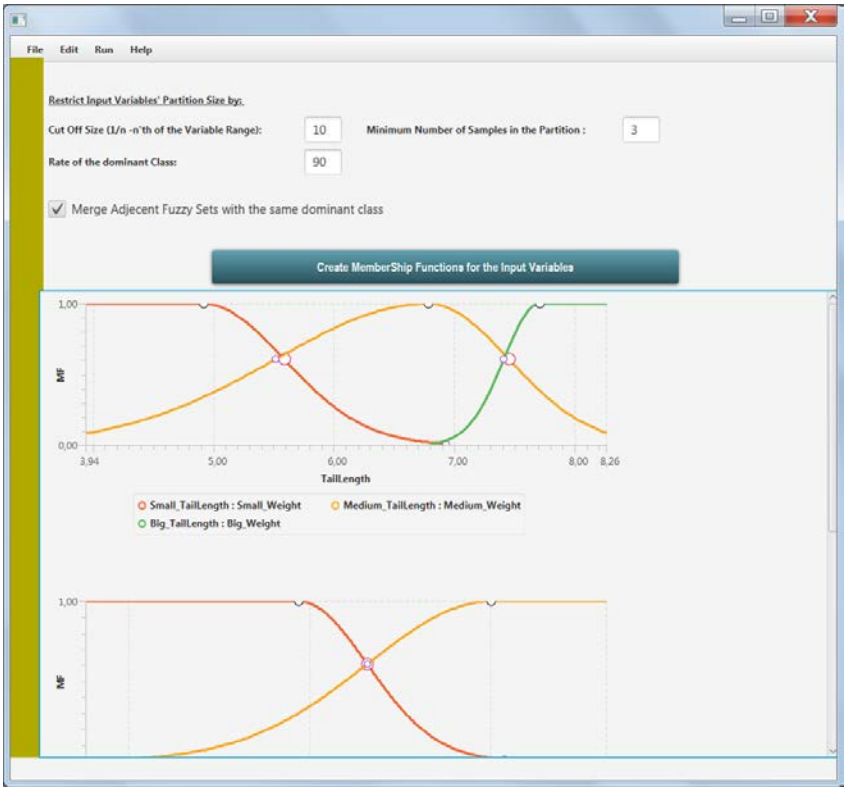
Minimum entropiye sahip bölmeleme belirlendikten sonra durma parametrelerine bağlı olarak her bir bölme için yapılacak işlem belirlenecektir. Ayrıca bölme, önceki basamakta bulanıklaştırma amacı ile işaretlendi ise durma parametrelerine bakılmaksızın bulanıklaştırılacaktır. (Durma parametre isimleri programımızda kullanılan isimlerin ingilizce olması sebebi ile yazılımda isimlendirildiği şekilde verilmiştir.) Durma parametreleri:

- param_SupportWidth_Treshold: Bu parametre ile elde edilen bölmenin uzunluğu karşılaştırılacak; eğer bölme uzunluğu, bu parametrenin değerinden küçük ise döngüden çıkılacak ve bu bölme için bir bulanık küme oluşturulacaktır. param_SupportWidth_Treshold değeri, programda kullanıcı tarafından belirlenecek bir değer olup, varsayılan değer olarak değişken aralığının 10%'u olarak hesaplanmıştır ( $\left|X_{i,maks} - X_{i,min}\right| \times 10\%$ )
- param_minNumSamples_inPartition: Eğer elde edilen bölmedeki örnek sayısı bu değerden küçük ise döngüden çıkılacak ve bölme için bir bulanık küme oluşturulacaktır.
- Param_minRatio_forThePartition: Eğer bölmede var olan bir çıktı sınıfı, aralıkta belli bir oranın üzerinde baskınsa, bu bölme bir bulanık kümeye dönüştürülecektir. Örneğin bir bölmedeki Y çıktısının A bulanık kümesine ait örnekleri bu bölmede %90 veya üzerinde ise bu bölme bulanık kümeye çevrilecektir.)

Bu işlemler sonucunda bir bulanık kümeye dönüşmediği için sonlandırılmamış olan her bölme, tüm bu işlemlere tekrar sokularak yeni bölmelere ayrılacak ve

yinelemeli şekilde bölmelere ayrılarak tüm aralık bulanık kümelere dönüştürülene kadar işlemler devam edecektir.

Değişken aralığı bulanık kümelere ayrıldıktan sonra değişkene ait ilk bulanık kümenin tepe noktasından önceki; son bulanık kümenin tepe noktasından sonraki değerleri için üyelik fonksiyon değeri 1'e eşitlenmiştir. Şekil 3.12.'de bağımsız değişkenler için oluşturulmuş örnek gausyan bulanık kümeler görülmektedir.




**Şekil 3.12.** Bağımsız değişkenler için oluşturulmuş gausyan bulanık kümeler

- **Baskın Çıktı Kümeleri**

Bağımsız değişkenlere ait bulanık kümeler oluşturulurken bulanık kümenin tanımlanacağı aralıkta baskın çıktı bulanık kümesi belirlenecektir. Baskın çıktı kümesi, girdi değişkenin o aralığında en yoğun düzeyde yer alan çıktı bulanık kümesidir. Baskın çıktı kümeleri, aralıktaki örnek çıktı kümelerinin MF değerlerinin oranları hesaplanarak belirlenecektir. Eğer aralıkta herhangi bir baskın değer yoksa "undefined" olarak tanımlanacaktır. Bulanık kuralların oluşturulması sırasında baskın çıktı kümeleri yakınlık derecelerinin hesaplanmasında kullanılacaktır. Bulanık kuralların oluşturulması bölümünde yakınlık derecesinin nasıl hesaplanacağı anlatılacaktır.

### 3.2.2. Bulanık Kuralların Oluşturulması

Bir sistemdeki çıktı değişkeni ile girdi değişkenleri arasındaki ilişkiden faydalanarak, bir grup girdi değeri için, çıktı değeri tahmin edilebilir. Bulanık modellerde bu ilişki, bulanık kurallar ile ifade edilmektedir. Bulanık kurallar, bulanık kümelerle ifade edilen "Eğer … ise … dır" şeklindeki bulanık önermelerden oluşur. Bu çalışmada bulanık kuralların oluşturulmasında kullanılacak yöntem, tanımlanmış olan bulanık kümeleri ve örnek verileri kullanmaktadır.

Çalışma kapsamında hazırlanacak olan programın geliştirilme aşamasında IRIS verisi kullanılmıştır. Bu veride bitkilere ait sepal Length(çanak yaprağı uzunluğu), Sepal Width (çanak yaprağı genişliği), Petal Length (taç yaprağı uzunluğu), Petal Width (taç yaprağı genişliği) ve sınıfı (türü: Iris Setosa, Iris Versicolour, Iris Virginica) değerleri bulunmaktadır.

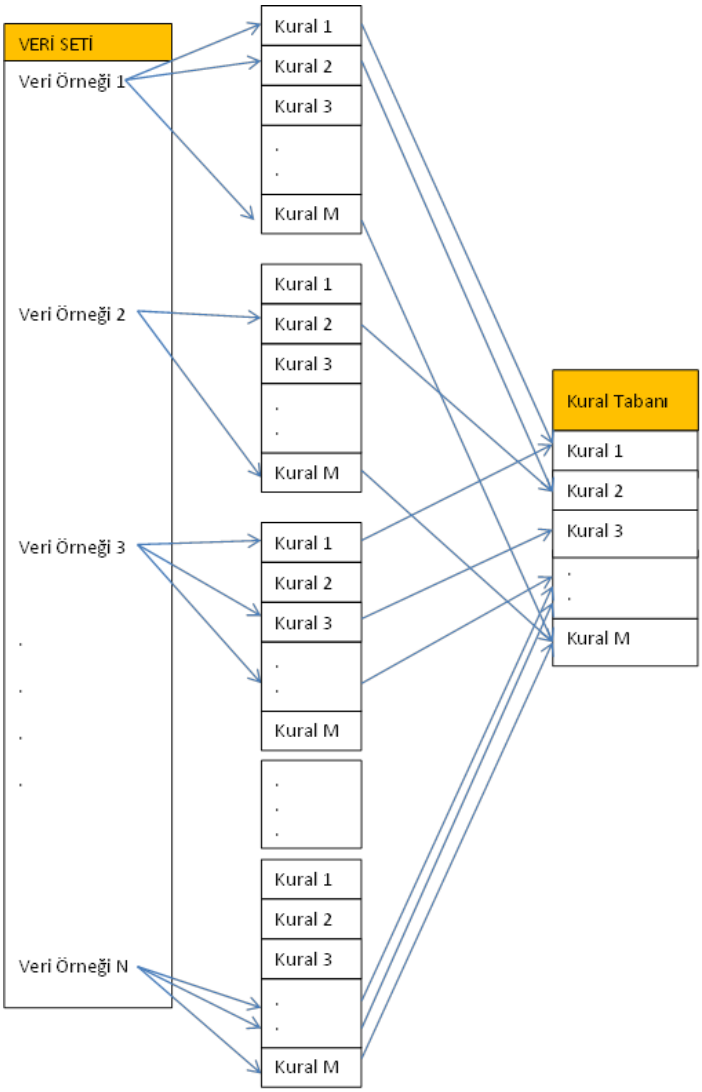
Yöntemimizde bulanık kural tabanı oluşturulurken her örnek için, oluşturulabilecek tüm kurallar oluşturulur. Önce, her örneğin sahip olduğu tüm değişken değerleri için üye olduğu bulanık kümeler tespit edilir. Üye olunan bulanık kümeler tespit edilirken bulanık kümelerdeki üyelik değerine bakılır. Elde edilen bulanık kümelerin tüm kombinasyonları için kurallar oluşturulur ve bu kurallara ağırlık atanır. Farklı örneklerden elde edilen tüm kurallar birleştirilerek bulanık kural tabanı oluşturulur (Şekil 3.13.).

#### 3.2.2.1. Kural Ağırlığının Belirlenmesi

Kural ağırlığı, kuralın etki miktarını belirler. Bulanık modellerde kural ağırlığı kullanmak zorunlu değildir ve tüm kurallar eşit ağırlığa sahip şekilde oluşturulabilir. Bu çalışmada her kurala farklı ağırlıkların atandığı bir yöntem izlenmiştir. Kural ağırlıkları kuralların oluşturulma sırasında belirlenmiştir. Kural ağırlıkları [0,1] aralığında rasyonel değer alır. Bu çalışmada, önce ham kural ağırlığı hesaplanacak; sonra Ayrıştırma Fonksiyonu kullanılarak kural ağırlığı hesaplanacaktır.

#### 3.2.2.2. Ham Kural Ağırlığı

Kural oluşturulurken, ham kural ağırlığı, girdi değişkenlerinin MF değerlerinin minimumu ve çıktı MF değerinin çarpımı ile elde edilecektir (3.32).




**Şekil 3.13.** Veri kümesinden kural tabanı oluşturma

$$\text{HKA} = \min(\text{MF}(x_1^j), \text{MF}(x_2^j), .. \text{MF}(x_n^j)) \times \text{MF}_Y(y^j) \quad (3.32)$$

Kural ağırlığı ise Yakınlık Derecesini (YD) göz önüne alarak, ayrıştırma fonksiyonu ile ham kural ağırlığından hesaplanacaktır.

### 3.2.2.3. Yakınlık Derecesi (YD)

Yakınlık derecesi, girdi bulanık kümelerindeki baskın çıktı bulanık kümelerinin, oluşturduğumuz kuraldaki çıktı bulanık kümesine olan maksimum benzerliğini ifade etmektedir.

Baskın çıktı kümeleri, program arayüzündeki Şekil 3.14. Şekil 3.15. ve Şekil 3.16.'te verilen bağımsız değişkenlere ait bulanık kümelerin MF diyagramlarında

bulanık küme isimlerinin yanında parantez içinde gösterilmiştir. Örneğin Şekil 3.14.'de SL değişkenine ait Small bulanık kümesinin baskın çıktı bulanık kümesi "Small PetalWidth"; Big bulanık kümesine ait baskın çıktı kümesi "Medium++ PetalWidth"tir.

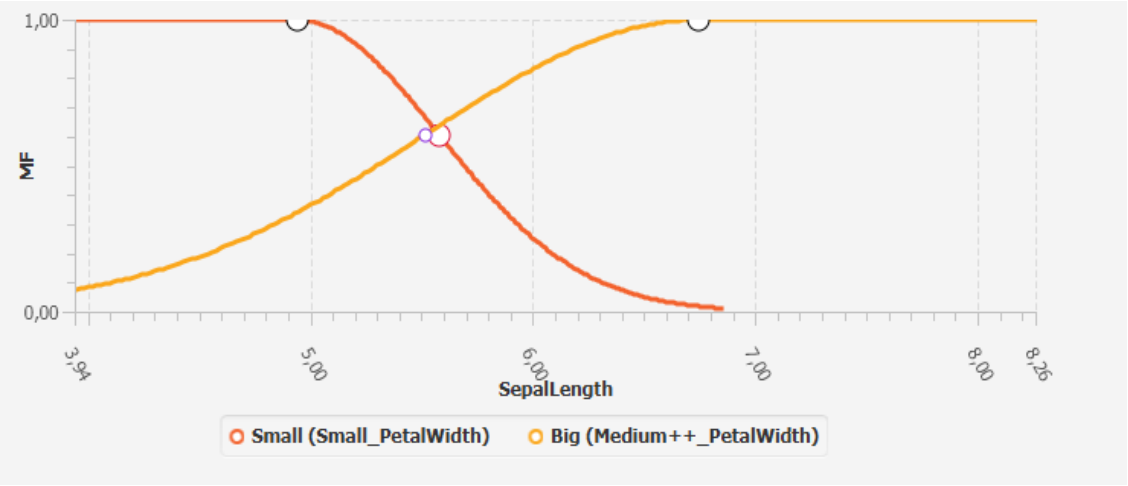
Oluşturmakta olduğumuz kural, "Eğer SL Small ise ve SP Medium ise ve PL Big ise PW Small'dur" olsun. Girdi değişkenleri için baskın çıktı kümeleri:

Small SL için Small PetalWidth

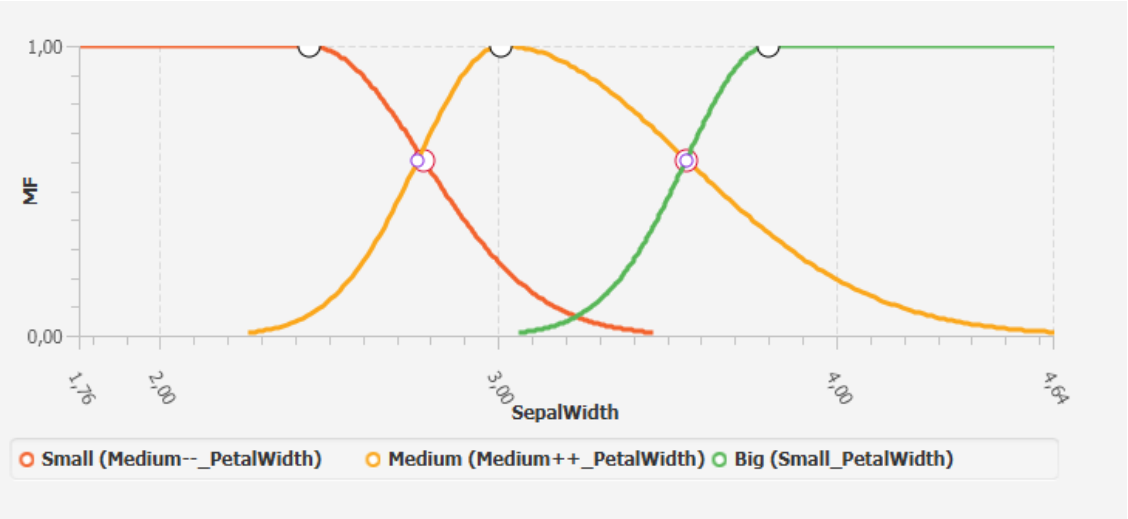
Medium SP için Medium++ PetalWidth

Big PL için Medium++ PetalWidth

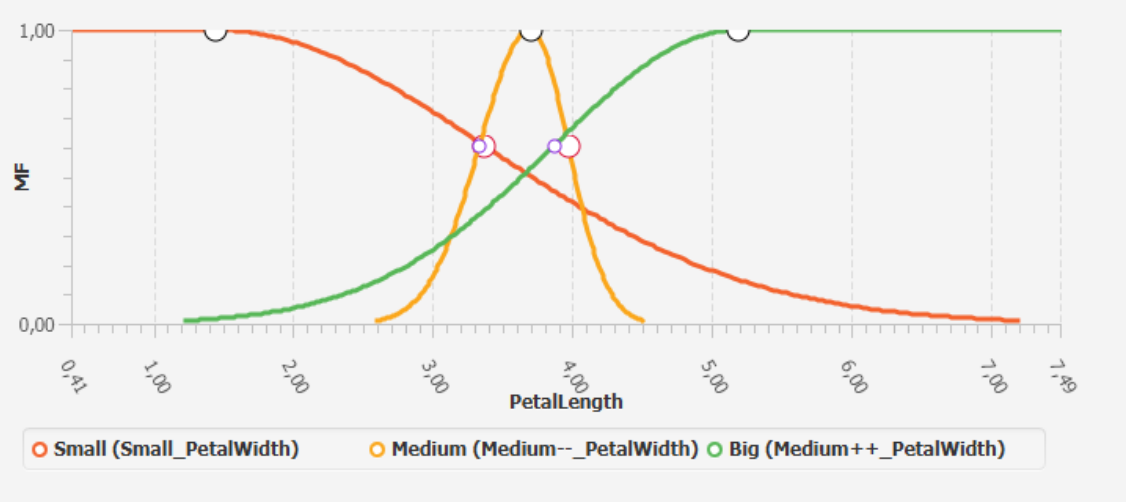
olduğu Şekil 3.14., Şekil 3.15. ve Şekil 3.16.'dan görülebilir.



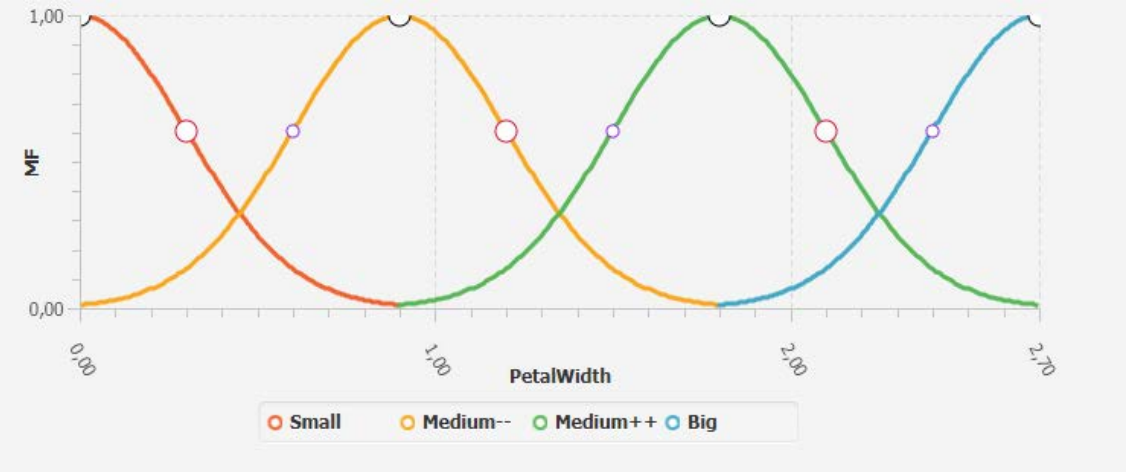

**Şekil 3.14.** Sepal Length için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları




**Şekil 3.15.** Sepal Width için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları




**Şekil 3.16.** Petal Length için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları




**Şekil 3.17.** Bağımlı değişken olan Petal Width için oluşturulan bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonları

Oluşturulmakta olan "… ise PW Small'dur" kuralındaki Small PW bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu ile girdilerdeki baskın çıktı kümelerin üyelik fonksiyonlarının kesişim noktalarının maksimumu bize benzerlik derecesini verecektir. Çizelge 3.1.'de kuralımızdaki Small PW bulanık kümesi ile girdilerimizin baskın çıktı kümelerinin benzerlik dereceleri verilmiştir. (Bu değerler Şekil 3.17.'den elde edilmiştir.)

**Çizelge 3.1.** Bağımsız değişken bulanık kümelerine ait baskın çıktıların, kuralda yer alan bağımlı değişkene ait bulanık kümeyle benzerlik dereceleri

| | Kuraldaki bağımsız değişkenlere ait bulanık kümeler | | |
|---|---|---|---|
| | SL Small | SP Medium | PL Big |
| Baskın Çıktı kümeleri | Small | Medium++ | Medium++ |
| Small PW ile Benzerlik derecesi | 1 | 0 | 0 |

Yakınlık derecesi, elde edilen bu benzerlik derecelerinin maksimumu olarak alınır. Örneğimizde oluşturacağımız kural için yakınlık derecesi YD = maks(1, 0, 0) = 1 olarak belirlenir. Burada maks işlemi yerine ortalama ya da min işlemi gibi farklı işlemler de kullanılabilir.

#### 3.2.2.4. Ayrıştırma Fonksiyonları ve Örnekler

Ayrıştırma fonksiyonları, YD göz önüne alınarak, ham kural ağırlığından kural ağırlığını hesaplamak amacıyla kullanılacaktır. Ayrıştırma fonksiyonu, YD büyük ise sonucu büyüterek kural ağırlığını artıracak, YD küçük ise sonucu küçülterek kural ağırlığını azaltacak şekilde oluşturulacaktır. (3.33), (3.34), (3.35)'te ayrıştırma fonksiyonu olarak kullanılabilecek farklı fonksiyonlar verilmiştir. (0<HKA<1; 0<YD<1)

$$\mathrm{HKA}^{(1-\mathrm{YD})\times 2+1} \tag{3.33}$$

$$\mathrm{HKA}^{\frac{(9-(8\times \mathrm{YD}))}{3}} \tag{3.34}$$

$$HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} \tag{3.35}$$

Kural ağırlıkları, YD değeri 1'e yaklaştıkça (benzerlik arttıkça) fonksiyondaki üst değeri küçülecek, böylece fonksiyon değeri artış gösterecek; YD değeri 0'a yaklaştıkça (benzerlik azaldıkça) üst değeri büyüyecek ve fonksiyon değeri küçülecektir.

Dikkat edilirse, (3.33)'deki örnek fonksiyonda YD değeri 0'a yaklaştıkça üst değeri 3'e yaklaşacak ve fonksiyon değeri küçülecek; ancak, YD değeri 1'e yaklaştıkça üst değeri 1'e yaklaşacak ve fonksiyon değeri HKA değerine yaklaşacaktır. Bu fonksiyon kullanılırsa benzeşmeyen değerler için kural ağırlığı düşürülmüş olacak ancak benzeşen değerler için fonksiyon değeri artmayacak yani benzerliğin kural ağırlığına artan bir etkisi olmayacaktır.

(3.34)'de ise YD değeri 0'a yaklaşırken fonksiyon değeri ham kural ağırlığının 3'üncü kuvvetine yaklaşacak yani değer küçülecek; YD değeri 1'e yaklaşırken fonksiyon değeri HKA'nın 3 dereceden köküne yaklaşacak ve değer artacaktır. (3.35) de, (3.34)'e benzerdir.

Özetle, ayrıştırma fonksiyonu, eğer oluşturulacak kurala ait çıktı değeri ile girdilere ait bulanık kümelerin baskın çıktı değerleri birbirine benzer ise kural ağırlığını arttırmak; eğer değerler benzemez ise kural ağırlığını azaltmak için kullanılacaktır. Bu amaçla farklı birçok fonksiyon tanımlanabilir. Bu çalışmada geliştirilen yazılımda ayrıştırma fonksiyonu olarak (3.35)'teki fonksiyon kullanılmıştır.

#### 3.2.2.5. Bulanık Kuralların Oluşturulması Örnek Uygulama

IRIS veri kümesi, genelde, sürekli değerlerden oluşan Sepal Length, Sepal Width, Petal Length ve Petal Width özelliklerini kullanarak bitkinin türünü belirlemek amacıyla kullanılmaktadır. Bu bölümde örnek verideki Sepal Length, Sepal Width, Petal Length değişkenleri kullanılarak Petal Width tahmini yapacak şekilde bir model için bulanık kuralların nasıl oluşturulacağı anlatılacaktır.

Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları Sepal Length için Şekil 3.14.'te, Sepal Width için Şekil 3.15.'te, Petal Length için Şekil 3.16.'da ve bağımlı değişken olan Petal Width için Şekil 3.17.'de verildiği gibi ve verilerden ikisi

| Sepal Length(SL) | Sepal Width(SW) | Petal Length(PL) | Petal Width(PW) |
|---|---|---|---|
| 5.1 | 3.5 | 1.4 | 0.2 |
| 6.0 | 2.9 | 4.0 | 1.0 |

şeklinde olsun.

Birinci veri ile ortaya çıkabilecek kuralları bulmak için her değişkenin ateşleyeceği bulanık kümeler bulunur. Bunun için MF değeri pozitif olacak bulanık kümelerin belirlenmesi gerekecektir (çalışmada $MF(x) \geq 0.001$ kullanılmıştır).

SL = 5.1 için, Şekil 3.14.'te görüldüğü üzere, $MF_{SL_Small}(5.1) = 0.4$; $MF_{SL_Big}(5.1) = 0.95$ olduğundan, kurallar oluşturulurken SL için kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Small, Big} olacaktır.

SW = 3.5 için, Şekil 3.15.'te görüldüğü üzere, $MF_{SW_Small}(3.5) = 0$; $MF_{SW_Medium}(3.5) = 0.68$; $MF_{SW_Big}(3.5) = 0.41$ olduğundan, kurallar oluşturulurken SW için kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Medium, Big} olacaktır.

PL = 1.4 için, Şekil 3.16.'da görüldüğü üzere $MF_{PL_Small}(1.4) = 1$; $MF_{PL_Medium}(1.4) = 0$; $MF_{PL_Big}(1.4) = 0.01$ olduğundan, kurallar oluşturulurken PL için kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Small, Big} olacaktır.

Bağımlı değişken PW için $F_{PW_Small}(0.2)=0.86$; $MF_{PW_Medium--}(0.2) = 0.02$; $MF_{PW_Medium++}(0.2)= 0$; $MF_{PW_Big}(0.2)=0$ değerlerine ulaşılır (Şekil 3.17.). PW için kurallar oluşturulurken kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Small, Medium--} olacaktır.

**Çizelge 3.2.** Örnek Iris verisi için kural oluştururken kullanılacak bulanık kümeler

| **SL** | **SW** | **PL** | **PW** |
|---|---|---|---|
| Small (0.4) | Medium(0.68) | Small (1.0) | Small (0.86) |
| Big (0.95) | Big (0.41) | Big (0.01) | Medium-- (0.02) |

Birinci veri örneğimizden oluşturulacak kurallar Çizelge 3.2.'de yer alan bulanık kümeleri kullanacaktır. Çizelgede bulanık küme isimlerinin yanındaki parantez içindeki değer, örnek verimizin MF değeridir. Kurallar, bu kümelerin tüm kombinasyonları üretilerek elde edilecektir. Buna göre oluşturulacak kural sayısı $2^4$=16 tane olacaktır. Bu kurallardan ilki "Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Small'dur." kuralıdır. Bu kural için kural ağırlığı,

Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.68, 1.0) x 0.86 =0.4 x 0.86= 0.344

Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 0, 1)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.344^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.344^{0.25} = 0.7658$

şeklinde hesaplanır. Elde edilecek 16 kuralın ve ağırlıklarının hesaplanması Ek 2'de verilmiştir.

Birinci veri örneğinin oluşturacağı kurallar ve bu kuralların ağırlıkları belirlenmiş oldu. Benzer şekilde ikinci veri örneği (SL=6.0, SW=2.2, PL=4.0 ve PW=1.0) için oluşabilecek kurallar bulunur. Bunun için aynı adımlar takip edilir. Önce bu değerler için ateşlenebilecek bulanık kümeler belirlenir:

SL = 6.0 için, Şekil 3.14.'te görüldüğü üzere, $MF_{SL_Small}(6) =0.24$; $MF_{SL_Big}(6) = 0.81$ olduğundan, kurallar oluşturulurken SL için kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Small, Big} olacaktır.

SW=2.9 için Şekil 3.15.'te görüldüğü üzere, $MF_{SW_Small}(2.9) = 0.36$; $MF_{SW_Medium}(2.9) = 0.92$; $MF_{SW_Big}(2.9) = 0$ olduğundan, kurallar oluşturulurken SW için kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Small, Medium} olacaktır.

PL=4.0 için Şekil 3.16.'da görüldüğü üzere, $MF_{PL_Small}(4.0) = 0.39$; $MF_{PL_Medium}(4.0) = 0.59$; $MF_{PL_Big}(4.0) = 0.68$ olduğundan, kurallar oluşturulurken PL için kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Small, Medium, Big} olacaktır.

Bağımlı değişken PW için $MF_{PW_Small}(1.0) = 0$; $MF_{PW_Medium--}(1.0) = 0.92$; $MF_{PW_Medium++}(1.0) = 0.03$; $MF_{PW_Big}(1.0)=0$ değerlerine ulaşılır (Şekil 3.17.). PW için kurallar oluşturulurken kullanılacak bulanık kümeler kümesi {Medium--, Medium++} olacaktır.

**Çizelge 3.3.** İkinci veri örneği için kurallar oluşturulurken kullanılacak bulanık kümeler

| **SL** | **SW** | **PL** | **PW** |
|---|---|---|---|
| Small (0.24) | Small (0.36) | Small (0.39) | Medium-- (0.92) |
| Big (0.81) | Medium (0.92) | Medium (0.59) | Medium++ (0.03) |
| | | Big (0.68) | |

İkinci örnekle oluşturulacak bulanık kurallar Çizelge 3.3.'de yer alan bulanık kümeleri kullanacaktır. Kurallar, bu kümelerin tüm kombinasyonları üretilerek elde edilecektir. Buna göre oluşturulacak kural sayısı $2^3 \times 3 = 24$ olacaktır. Elde edilecek 24 kuralın belirlenerek ağırlıklarının hesaplanması EK 3'de verilmiştir..

İki örneğinin oluşturabileceği kurallar üretilmiş oldu. Eğer veri daha çok sayıda örnekten oluşuyor ise her veri örneği için bu işlemler yapılarak her örnek için ağırlıklandırılmış kurallar üretilir. Sonrasında kural tabanını oluşturmak için bu kurallar birleştirilecektir. Dikkat edilirse farklı veri örnekleri için aynı kurallar oluşturulmuş olabilir. Örneğin birinci veri örneğimizin oluşturduğu 2 numaralı kural:

Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

Kural ağırlığı: $9 \times 10^{-7}$

ve ikinci veri örneğimizin oluşturduğu 7 numaralı kural:

Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

Kural ağırlığı: 0.013

farklı ağırlıkla oluşturulmuş aynı kuraldır. Kural tabanı oluşturulurken aynı kurallar tek bir kural olarak kural tabanına eklenir. Böyle kuralların ağırlıkları da kural ağırlıklarının ortalaması olarak atanacaktır. Dolayısı ile 2 ve 7 numaralı kurallar kural tabanına

Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

Kural ağırlığı: (9x10-7+0.013)/2

olarak geçer.

#### 3.2.2.6. Küçük Ağırlıklı Kuralların Elenmesi

Veri örneklerinden kurallar oluşturulurken bazı kuralların ağırlıkları oldukça küçük değerlere sahip olabilmektedir. Bu tarz kuralların tahminlemeyi yaparken etkisi az olacağından iki türlü eleme yapılacaktır.

Birinci eleme veri örneğinden kurallar oluşturulurken gerçekleştirilecektir. Eğer kural ağırlığı değer olarak 0.01'den küçük olursa dikkate alınmayacaktır.

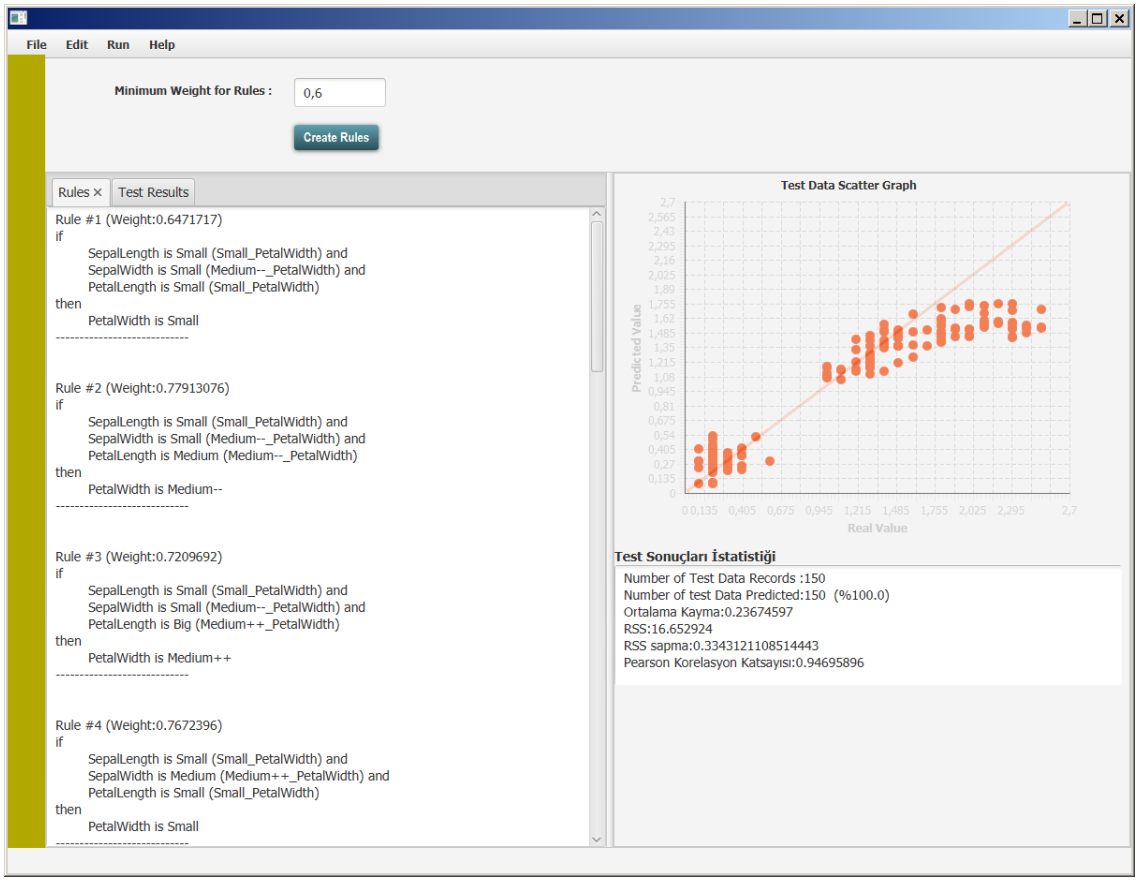
Diğer bir eleme de kural tabanı hazırlanırken yapılacaktır. Eğer birleştirilme sonrasında oluşturulmuş olan kuralların ağırlığı önceden belirlenmiş bir değerin altında olursa kural tabanına eklenmeyecektir. Bu değer, program arayüzünden modellemeyi yapan kullanıcı tarafından girilecektir.

Kural tabanındaki etkisiz/az etkili kurallar elenerek kural tabanı sadeleştirilmiş olacaktır.

#### 3.2.2.7. Yazılım Tarafından Örnek Veri İçin Oluşturulan Kurallar

Çalışma kapsamında geliştirilen yazılım için IRIS verisi kullanılarak geliştirme testleri yapılmış ve model için gerekli bulanık kümeler ve bulanık kurallar oluşturularak geliştirilmiş olan yöntemin başarısı test edilmiştir.

Ek 4'de IRIS verisi için program tarafından oluşturulmuş kural tabanı verilmiştir. Kural tabanı 15 kuraldan oluşmuştur. Şekil 3.18.'de kuralların oluşturulduğu arayüz görülebilir. Kurallar oluşturulurken küçük ağırlıklı kuralların elenmesi için gereken parametre değeri 0.6 olarak girilmiştir.




**Şekil 3.18.** Iris verisi için elde edilen kuralların oluşturulduğu ekran görüntüsü

### 3.2.3. Çıkarım

Bir sistemin modeli oluşturulduktan sonra, bu model kullanılarak yeni veriler hakkında tahminlemeler yapılabilir. Modelin tahminlerinde tam bir doğruluk beklememek gerekir. Ancak yapılan tahminlerin gerçek değere yakınlığı modelin başarısının bir göstergesidir.

#### 3.2.3.1. Çalışmada Kullanılacak Çıkarım Yöntemi

Mamdani yönteminde tahminlemesi yapılmakta olan yeni bir veri için önce bulanık kurallar ateşlenerek çıktı bulanık kümeleri oluşturulur. Ateşlenen tüm kurallar için elde edilen çıktı bulanık kümelerinden, Aggregation (Birleştirme) işlemi yapılarak sonuç bulanık kümesi elde edilir. Elde edilen sonuç bulanık kümesinden durulaştırma işlemi yapılarak tahmin değeri elde edilmiş olur.

Bu çalışmada kural tabanında yer alan her kuralın bir ağırlık derecesi vardır. Tahminlemesi istenilen veri örneğine ait girdi değerleri ile önce ateşlenecek bulanık

kurallar belirlenir. Her ateşlenen kural için kuralda yer alan girdi değişkenlerine ait bulanık kümelerin MF değerleri hesaplanarak bu değerlerin en küçüğü belirlenir. Bu değerin, kuralda yer alan bağımlı değişkene ait bulanık kümeyi kestiği doğrultu altında kalan alan o kurala ait çıktı bulanık kümesidir. Ateşlenen tüm kurallar için belirlenen çıktı bulanık kümeleri ve kural ağırlıkları kullanılarak birleştirme işlemi ile tahmin değeri hesaplanır.

Çalışmada birleştirme işlemi sırasında "Alan Açıortayı Yöntemi" kullanılmıştır. Ateşlenen her kurala ait çıktı bulanık küme alanını iki eşit parçaya bölen merkez nokta belirlenir. Çıktı bulanık küme alanı kural ağırlığı ile ağırlıklandırılır. Bütün kuralllar için belirlenen çıktı bulanık kümelerine ait merkez noktaların sahip oldukları alan ağırlığı ile ortalaması belirlenerek sonuç bulanık kümesinin merkezi elde edilir. Bu değer, girilen veri için modelin tahmin sonucudur.

#### 3.2.3.2. Ateşlenen Kurala Ait Çıktı Bulanık Kümenin Belirlenmesi

Bir veri için kural tabanındaki bir kural değerlendirilirken önce verinin kuralı ateşleyip ateşlemediğine bakılır. Kuralın ateşlenmesi için veriye ait girdi değerlerinin, girdi değişkenlerine ait bulanık kümelere üyeliğinin 0'dan büyük olması gerekir. Ateşleme derecesi de bu değerlerin minimumudur. Ateşleme derecesi çıktı bulanık kümesini belirler.

Örneğin Sepal Length:5.6, Sepal Width:2.7 ve Petal Length: 4.2 girdi değerlerine sahip bir veri için çıktı değeri tahminlenmek istendiğinde:

Kural tabanı Ek 4'de verilmiş olan kuralları içersin. 1 numaralı kural:

Rule #1 (Weight:0.6471717)

if SepalLength is Small and SepalWidth is Small and PetalLength is Small

then PetalWidth is Small

şeklindedir ve bu kuralda geçen bulanık kümeler için ilgili verinin üyelik dereceleri:

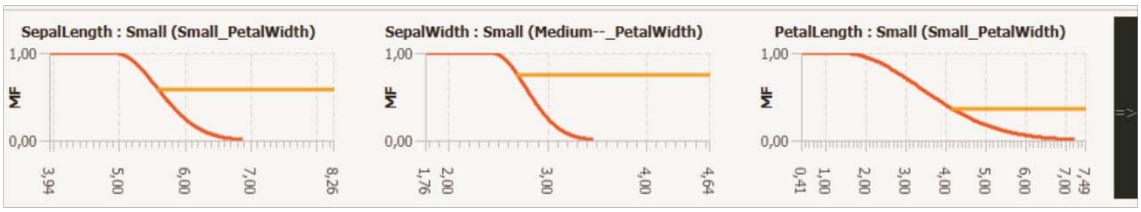
Şekil 3.14.'den SL=5.6 değeri için $MF_{SL_Small}(5.6) = 0.58 > 0$

Şekil 3.15.'den SW=2.7 değeri için $MF_{SW_Small}(2.7) = 0.71 > 0$

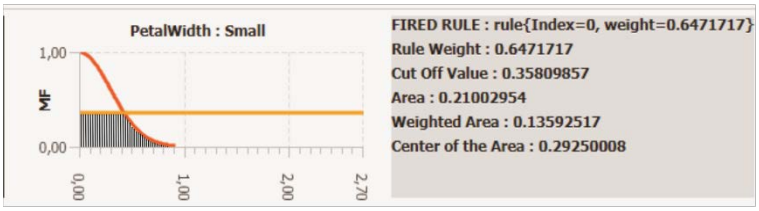
Şekil 3.16.'ten PL=4.2 değeri için $MF_{PL_Small}(4.2) = 0.358 > 0$

bulunur. Şekil 3.19.'da görüldüğü gibi kural ateşlenmektedir (a) ve kuraldaki bağımlı değişken bulanık kümesi olan Small PetalWidth üyelik fonksiyonunu, ateşleme derecesi olan, min(0.58, 0.71, 0.35) = 0.358 doğrultusunda kesmektedir (b). y = 0.358 doğrusunun, bulanık küme üyelik fonksiyonunu keserek, X-ekseni arasında oluşturduğu taralı bölge, kurala ait çıktı bulanık kümesidir Şekil 3.19.(b).

**a**




**b**




**Şekil 3.19.** Bulanık kuralın ateşlenmesine ait ekran görüntüsü (a: kuraldaki bağımsız değişkenlere ait bulanık kümeler; b: bağımlı değişkene ait bulanık küme; ve çıktı bulanık kümesi)

### 3.2.3.3. Çıktı Bulanık Kümeye Ait Alanın Hesaplanması

Geliştirilen yazılımda kurala ait çıktı bulanık kümesinin altında kalan alan hesaplanırken Riemann Sum metodu kullanılmıştır. Bunun için ilgili alanın tanımlı olduğu x-ekseni aralığı 300 parçaya bölünmüş; $f$ fonksiyonu $f: x \rightarrow y \mid y = \min(MF(x), AteşlemeDerecesi)$ olarak tanımlanmak üzere, $\{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{300}\}$ noktalarının oluşturduğu $[x_0,x_1]$, $[x_1,x_2]$,…., $[x_{299},x_{300}]$ aralıklarının her biri için $A_n = (x_{n+1} - x_n) \times f\left(\frac{x_n + x_{n+1}}{2}\right)$ şeklinde hesaplanan alanların toplamı olarak alınmıştır $(0 \leq n < 300)$.

### 3.2.3.4. Ateşlenen Kurallardan Çıktı Değerinin Belirlenmesi

T kümesi, kural tabanındaki kurallar kümesi;

R kümesi, örnek veri için ateşlenen kurallar kümesi, $R \subseteq T$

n, R kümesinin eleman sayısı (ateşlenen kural sayısı) olmak üzere;

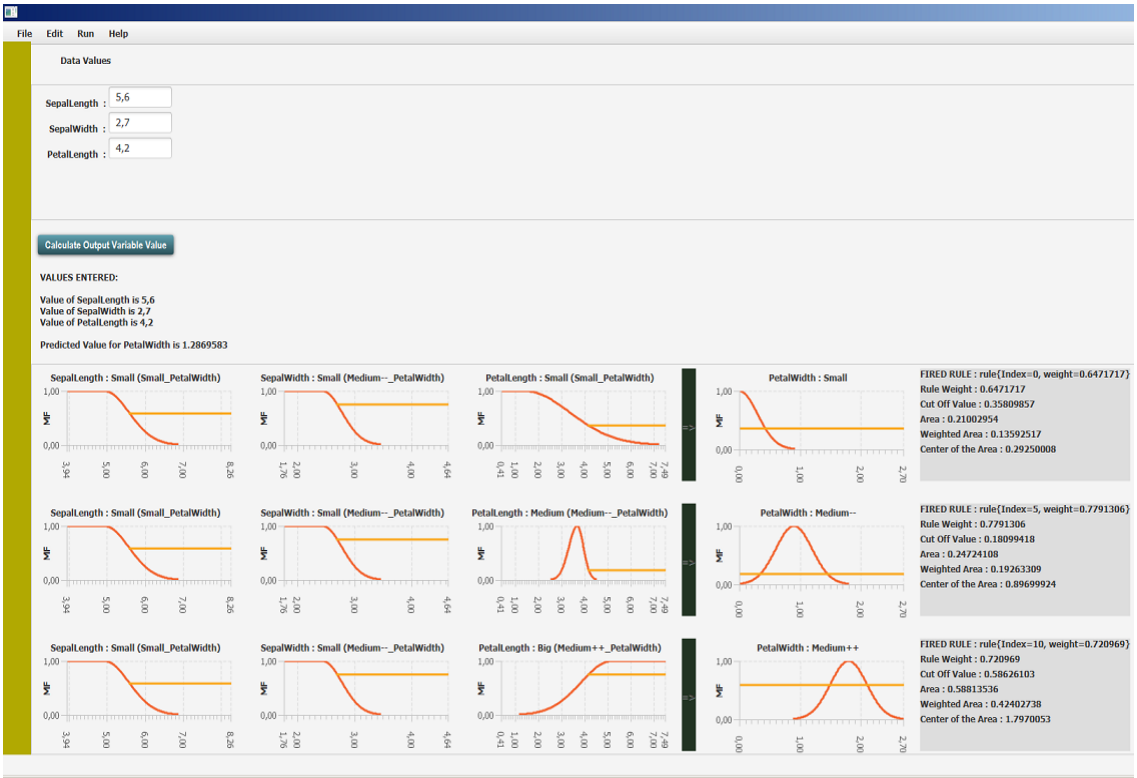
$\forall r_i \in R$ için $(i \leq n)$, çıktı bulanık kümesinin alan büyüklüğü ($A_i$) ve alan açıortayı ($C_i$)bulunur ve $r_i$ kuralının kural ağırlığı ($KA_i$) kullanılarak Ağırlıklı Alan (WA) hesaplanır (3.36).

$$WA_i = A_i \times KA_i \tag{3.36}$$

Bundan sonra, ateşlenmiş olan her kuralın alan Açıortayı ($C_i$) ve Ağırlıklı Alanı $WA_i$ kullanılarak tahmin değeri (TD) hesaplanır (3.37).

$$TD = \frac{\sum_{i=1}^{n} WA_i \times C_i}{\sum_{i=1}^{n} WA_i} \tag{3.37}$$

Şekil 3.20.'da Sepal Length:5.6, Sepal Width:2.7 ve Petal Length: 4.2 şeklinde girilen örneğin tahminlendiği programa ait ekran görülmektedir. Girilen değerler için çıktı tahmin sonucu 1.2869 olmuştur.




**Şekil 3.20.** Örnek IRIS verisi için yazılıma ait sonuç çıkarımı ekran görüntüsü

### 3.2.4. Yazılım

Bulanık model oluşturmak için oluşturulan yöntem java program dili ile programlanmıştır. Programda matematiksel ifadelerin okunabilir görünmesi için latex

uyumu sağlayan jLatexmath kütüphanesi kullanılmıştır. Program, bulanık model oluşturmak ve kullanıcının oluşturulan modele müdahalesini sağlamak için gerekli arayüzleri barındırmaktadır. Oluşturulan model için test verileri ile tahminleme yaparak Ortalama Karesel Hata (MSE), Ortalama Karekök Karesel Hata (RMSE), Ortalama Mutlak Hata (MAE), Ortalama Mutlak Yüzde Hata (MAPE) ve korelasyon katsayısı (r) değerleri hesaplanır.

#### 3.2.4.1. Veri Yükleme

Program, veriyi metin tipinde hazırlanmış dosyadan okuyabilir. Metin dosyasında bulunan değerlerin virgül, noktalı virgül, sekme ya da boşluk gibi bir karakterle ayrılmış olması gerekir. Program, metin dosyasında her örnek için satır halinde ayraçlarla ayrılmış veriyi okuyarak parçalar. Satırın en sonunda bulunan değer bağımlı değişken, önceki değerler bağımsız değişkenler olarak belirlenir.

#### 3.2.4.2. Değişkenlerin Düzenlenmesi

Programda, bağımsız değişkenlerin ve bağımlı değişkenin düzenlendiği iki farklı arayüz vardır.

Birinci arayüzde bağımsız değişkenlerin isimleri, değişkenlere ait bulanık küme tipi -gausyan, üçgen- ayarlanabilir. Bağımsız değişkenlerden birisi bağımlı değişken olarak yeniden tanımlanabilir. Ayrıca okunmuş olan veriden test ve öğrenme kümeleri oluşturulabilir. Bunun için test verisinin elle seçilmesi, benzer yapıdaki farklı bir dosyadan okunması, okunmuş olan ilk kümeden istenilen orandaki örneğin rastgele atanması ve kullanıcı tarafından sayısı belirtilen adette örneğin test amacıyla kullanılması seçenekleri vardır. Ek 5'te bu arayüze ait görüntü verilmiştir

İkinci arayüzde bağımlı değişken için değer aralığı belirlenebilir, bu değişken için oluşturulacak bulanık küme sayısı girilebilir ve bulanık küme tipi -gausyan, üçgen, tekton- seçilebilir. Bu ekranda kullanıcının istemiş olduğu sayıda ve şekilde bulanık küme oluşturulur. Oluşturulan bulanık kümelerin grafikleri ve anahtar değerleri tablo şeklinde kullanıcıya sunulur. Kullanıcı, bulanık kümelerin anahtar değerlerini, tabloda değerleri değiştirerek ya da grafik üzerindeki tutacakları sürükleyerek değiştirebilir. Grafiklerin matematiksel ifadeleri grafik üzerindeki üst tutacaklar tıklanarak görüntülenebilir. Ek 6'da bu arayüze ait görüntü verilmiştir.

#### 3.2.4.3. Bağımsız Değişkenlere Ait Bulanık Kümelerin Oluşturulması

Bu ekran, kullanıcının gerekli parametreleri girdiği ve bağımsız değişkenlere ait bulanık kümelerin oluşturulduğu arayüzdür. Bu parametreler, 3.2.1.2'de anlatılan param_SupportWidth_Treshold, param_minNumSamples_inPartition, Param_min-Ratio_forThePartition parametreleridir. Bu arayüzde girilen parametre değerlerine göre bulanık kümeler oluşturulur ve oluşturulan bulanık kümelere ait grafikler ekranda kullanıcıya gösterilir. Kullanıcı, grafik üzerindeki tutacakları sürükleyerek bulanık kümeye ait üyelik fonksiyonlarını değiştirebilir. Ek 7'de bu arayüze ait ekran görüntüsü verilmiştir.

#### 3.2.4.4. Bulanık Kuralların Oluşturulması

Bu arayüzde, kullanıcı, minimum kural ağırlığını girerek bulanık kuralları oluşturur. Girilen parametre değerinden küçük ağırlığa sahip kurallar, kural tabanından silinirler. Test kümesinde bulunan örnekler, oluşturulmuş kurallara göre değerlendirilir ve her örnek için model tahmini yapılır. Gerçek değer ve tahmin sonuçlarına ait dağılım grafiği oluşturulur; korelasyon katsayısı ve hata değerleri hesaplanır. Ek 8'de ilgili ekran görüntüsü verilmiştir.

#### 3.2.4.5. Yeni Bir Örnek İçin Tahmin Sonucu Oluşturma

Programda, bağımsız değişken değerleri bilinen bir örneğe ait bağımlı değişken değerinin tahminlenmesi için bir arayüz geliştirilmiştir. Bu arayüzde, kullanıcı bağımsız değişkenlere ait değerleri girer; girilen bu değerlere göre bağımlı değişken değeri tahminlenir. Tahminleme yapılırken ateşlenen kurallar ve bu kuralların oluşturduğu bulanık sonuç kümeleri grafiksel olarak ekrana yansıtılır. Şekil 3.20.'da, örnek bir veri için tahminleme yapılan ekran görüntüsü; Ek 9'da, oluşturulan ABYK modeli ile tahminleme yapılırken kuralların ateşlenmesi işlemine ait ekran çıktısı verilmiştir.

#### 3.2.4.6. Oluşturulan Modelin Yeniden Kullanımı

Yeni bir model oluşturulduğunda oluşturulan model Model Kaydetme arayüzünde dijital ortamda kaydedilebilir. Bu model, farklı zamanlarda model yükleme arayüzünde programa yüklenerek çalışmalara devam edilebilir.

### 3.2.5. ABYK Bulanık Modeli

ABYK bulanık modelini oluştururken uygulanan bulanıklaştırma, bulanık kuralların oluşturulması ve sonuç çıkarma işlemlerinde izlenilen yöntem, önceki bölümlerde anlatılmıştır. Bulanık model oluşturmak için bu yöntemleri kullanan program geliştirilmiş ve program kullanılarak ABYK'nın bulanık modeli oluşturulmuştur. Bu bölümde ABYK'nın modellenmesine yönelik var olan çalışmalardan bahsedilmiş, oluşturulmuş olan ABYK bulanık modeline ait bulanık kümeler ve bulanık kural tabanı hakkında bilgi verilmiştir.

#### 3.2.5.1. ABYK'nın Tahminlemesine Yönelik Önceki Çalışmalar

Literatürde, ABYK'nın tahminlemesine yönelik farklı yaklaşımları kullanan çeşitli makaleler bulunabilir. Matematiksel yaklaşımlar, yapay sinir ağları, bulanık modelleme, adaptif sinir-bulanık çıkarım sistemler (ANFIS), Destek Vektör Makineleri (SVM), regresyon literatürde bulunabilecek bazı yöntemlerdir. Elder (1959,1954), Fischer (1967), Seo ve Cheong (1998), Kashefipour ve Falconer (2002), Rowinski ve ark. 2005, Toprak ve Cigizoğu(2008), Toprak ve Savcı(2007), Toprak (2009), Madvar ve ark. (2009), Azamathulla ve ark. (2011), Haghiabi (2016), Najafzadeh ve Tafarojnoruz (2016), Parsaie ve Haghiabi (2015), Sattar ve Gharabaghi (2015), Şahin (2014), Tutmez ve Yuceer (2013) , Etemad-Shahidi ve Taghipour (2012), bunlara örnek verilebilir.

Çizelge 3.4.'te oluşturulmuş olan modellerin tahmin sonuçlarının gerçek değerlerle ilişkili korelasyon katsayıları verilmiştir (Toprak 2007).

Ek 10'da yapılmış olan çalışmalara ait model sonuçlarının gerçek değerlerle karşılaştırmalı grafiği görülebilir (Toprak ve Savcı 2007).

**Çizelge 3.4.** Literatürdeki bazı modellere ait tahmin sonuçlarının gerçek değerlerle korelasyon katsayıları (Toprak, 2007)

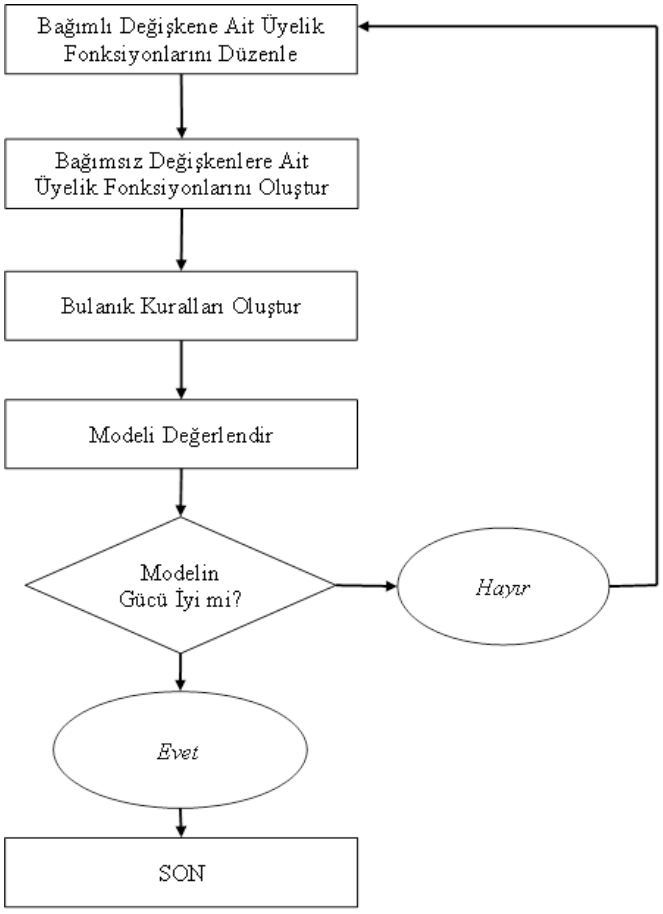
| DEĞİŞKENLER | $D_1^{(1)}$ | $D_1^{(2)}$ | $D_1^{(3)}$ | $D_1^{(4)}$ | $D_1^{(5)}$ | $D_1^{(6)}$ | $D_1^{(7)}$ | $D_1^{(8)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Öğrenme** | 0.78 | 0.58 | 0.81 | 0.52 | 0.89 | 0.86 | 0.55 | 0.97 |
| **Test** | 0.33 | 0.98 | 0.97 | 0.40 | 0.97 | 0.97 | 0.96 | 1.00 |

**$D_1^{(1)}$ : Elder(1959); $D_1^{(2)}$ : Fischer(1975); $D_1^{(3)}$ : Seo and Cheong(1998); $D_1^{(4)}$ : Koussis and Mirasol(1998); $D_1^{(5)}$ : Kashefipour and Falconer (2002) (I); $D_1^{(6)}$ : Kashefipour and Falconer (2002) (II); $D_1^{(7)}$: Liu (1977); $D_1^{(8)}$ : Toprak (2007)**

### 3.2.5.2. Bulanık Modelin Oluşturulması

Modelin oluşturulması java ile geliştirilen yazılımla yapılmıştır. Bulanık model oluşturulurken bu raporun metot bölümünde anlatılmış olan bulanıklaştırma, bulanık kuralların oluşturulması ve sonuç çıkarma yöntemi uygulanmıştır.

Bulanık kümeler ve kurallar oluşturulurken farklı parametre değerleri kullanılarak, hata değerleri minimize; pearson korelasyon katsayısı maksimize edilecek şekilde en iyi sonuç elde edilinceye kadar modelleme tekrarlanmıştır. Şekil 3.21.'de model oluştururken izlenen yol, akış diyagramı şeklinde ifade edilmiştir. Elde edilen model ile veri kümesinde yer alan örnekler için tahminleme yapılmış, oluşturulan her model için modelin gücü değerlendirilirken, elde edilen tahmin sonuçları ile gerçek değerler arasındaki korelasyon katsayısı, mutlak hata, ortalama mutlak hata, ortalama rölatif mutlak hata değerleri belirlenmiştir. Özellikle korelasyon katsayısı, ortalama mutlak hata, ortalama rölatif mutlak hata değerleri hesaplanarak modelimizin gücü




**Şekil 3.21.** Model oluşturulurken izlenen yol

değerlendirilmiştir. Ayrıca minimum ve maksimum yayılım katsayısı değerlerine sahip örnekler için tahmin değerleri ile gerçek değerlerinin kıyaslamaları yapılmıştır.

#### 3.2.5.3. Bağımlı Değişkene Ait Üyelik Fonksiyonları

Modelimizin bağımlı değişkeni olan ABYK'ya ait bulanık kümeler için gausyan tipli bulanık kümeler kullanılmıştır.

Bağımlı değişken için oluşturulacak bulanık kümelerin uygun bir sayıda tanımlanması gerekir. Bu sayının gereğinden fazla arttırılması, aşırı-uyma (overfitting) etkisine ya da veri yetersizliği sebebi ile başarısız bir model oluşmasına sebep olabilir. Ayrıca çok sayıdaki bulanık küme, model oluşturma süresini olumsuz etkileyecektir. Az sayıdaki bulanık küme ise, yetersiz-uyma (underfitting) etkisi yapabilir. Bu da modelin gücünü azaltır.

Bu çalışmada ABYK değişkeni 10 bulanık kümeye ayrılmıştır. Uygulanan yöntem 3.2.1.1'de anlatılmıştır. Oluşturulan bulanık kümelere ait MF grafiği Ek 11'de; bu kümelere ait üyelik fonksiyonlarının matematiksel ifadeleri ise Ek 12'de verilmiştir.

#### 3.2.5.4. Bağımsız Değişkenlere Ait Üyelik Fonksiyonları

Veri kümesinde yer alan bağımsız değişkenler – yükseklik (H), Genişlik (W), Ortalama Ara Kesit hızı (U) ve Makaslama Mukavemet Hızı (U*) – için gausyan bulanık kümeler kullanılmıştır. Bulanık kümelerin oluşturulması için kullanılan yöntem 3.2.1.2'de anlatılmıştır.

Elde edilen bulanık kümelere ait MF grafikleri Ek 13'te; bu fonksiyonlara ait matematiksel ifadeler Ek 14'te verilmiştir.

#### 3.2.5.5. Bulanık Kurallar

Bulanık Kurallar oluşturulurken izlenen yöntem 3.2.2.'de anlatılmıştır. Bu yöntem uygulanırken Minimum Kural Ağırlığı parametresi için 0.51 değeri kullanılmış; uygulanan yöntem sonucunda 962 tane bulanık kural oluşmuştur. Bulanık kurallardan birkaç örnek şu şekilde oluşmuştur:

Rule #1 (Weight:0.8426321)
if H (m) is S9 and W (m) is Extra Small and U (m/s) is S8 and U* (m/s) is S9

then D1 (m2/s) is Extra Small

Rule #2 (Weight:0.7619236)
if H (m) is S9 and W (m) is Extra Small and U (m/s) is S8 and U* (m/s) is S8
then D1 (m2/s) is Extra Small

Rule #961 (Weight:0.69071853)
if H (m) is B8 and W (m) is Extra Big and U (m/s) is B and U* (m/s) is S6
then D1 (m2/s) is Big

Rule #934 (Weight:0.743328303)
if H (m) is B8 and W (m) is Extra Big and U (m/s) is B and U* (m/s) is S5
then D1 (m2/s) is Big

#### 3.2.5.6. Sonuç Çıkarımı

Yeni bir örnek ile karşılaşıldığında oluşturulan model kullanılarak örneğe ait ABYK tahminlenebilmektedir. Geliştirilen programda bağımsız değişken değerleri girildiğinde bağımlı değişken için değer tahmininin verildiği bir arayüz bulunmaktadır.

Ek 9'da, bir örneğe ait bağımsız değişken değerleri için, ateşlenen kurallar ve ateşlenen kurallardan elde edilen bulanık çıktı kümelerinin yer aldığı ekran görüntüsü verilmiştir. Elde edilen çıktı bulanık kümelerden, birleştirme ve durulama yapılarak tahmin değeri belirlenir.

## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında entropi kavramı kullanılarak yeni bir bulanık model yöntemi geliştirilmesi, bu yöntemi kullanan bir yazılımın geliştirilmesi ve bu yazılımla ABYK'ya ait yeni bir bulanık model oluşturulması amaçlanmıştır. Çalışma kapsamında java programlama dili kullanılarak, bu tezde ortaya konulan yöntemin uygulandığı bir program geliştirilmiştir. Programın geliştirilme aşamasında IRIS veri kümesi kullanılarak yazılım testleri yapılmış ve bu test kümesi için oluşturulan modelin başarılı olduğu görülmüştür.

Program arayüzlerinde bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonlarının grafiksel gösterimi sağlanmış; model geliştirilirken girilmesi gereken parametrelerin kullanıcı tarafından girilmesine imkan sağlanmış ve yapılan işlemlerin kullanıcı tarafından anlaşılabilir olması için bu arayüzler kullanışlı bir şekilde tasarlanmıştır.

Çalışma kapsamında hazırlanmış olan programla ABYK modeli oluşturulmuş, test sonuçlarına ilişkin istatiksel değerler belirlenmiş ve önceki çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

### 4.1. Oluşturulan Bulanık Model Testine Ait İstatiksel Sonuçlar

ABYK Modeli oluşturulduktan sonra veri kümesi test verisi olarak kullanılmış; hazırlanmış olan programda tahmin sonuçları ile ölçülmüş değerlerin dağılım grafiği oluşturulmuş ve istatistiksel sonuçlar elde edilmiştir (Ek 8). Programda MSE (4.1), RMSE (4.2), MAE (4.3), MAPE (4.4) ve r (4.5) değerleri hesaplanmaktadır.

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(D_t^i - D_g^i\right)^2 \tag{4.1}$$

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(D_t^i - D_g^i\right)^2}{n}} \tag{4.2}$$

$$\mathrm{MAE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|D_t^i - D_g^i\right| \tag{4.3}$$

$$\mathrm{MAPE} = \frac{100}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left|D_t^i - D_g^i\right|}{D_g^i} \tag{4.4}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(D_t^i - \overline{D_t}\right)\left(D_g^i - \overline{D_g}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(D_t^i - \overline{D_t}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(D_g^i - \overline{D_g}\right)^2}} \tag{4.5}$$

Ek 8'de görüleceği gibi tahmin sonuçları ile gerçek değerler arasındaki korelasyon katsayısı 0.99873596; tahmin değerleri için MSE 157.97041, RMSE 12.568628, MAE 9.517691, MAPE 37.574604 olarak belirlenmiştir.

### 4.2. Sonuçların Diğer Çalışma Sonuçları ile Karşılaştırılması

Tahmin sonuçlarının gerçek değerlerle olan dağılım grafiği (Ek 8), diğer çalışmalara ait dağılım grafikleri (Ek 10) ile karşılaştırıldığında görülmektedir ki çalışmamızın sonuçlarına ait grafik X = Y doğrusu etrafında daha lineer bir şekilde yayılmaktadır. Bu da çalışmamıza ait sonuçların sistemi daha iyi modellediğinin bir göstergesidir. Daha iyi bir karşılaştırma yapılabilmesi için diğer istatiksel sonuçların karşılaştırılması gerekir.

**Çizelge 3.5.** ABYK modellemesine ilişkin çalışmalara ait istatiksel sonuçlar

| Yazar | MSE | RMSE | MAE | MAPE | r |
|---|---|---|---|---|---|
| Elder (1959) | 50 657 | 32 | 102 | 98 | 0.78 |
| McQuivey ve Keefer (1974) | 35 870 077 | 598974 | 118 320 | 51 798 | 0.1 |
| Fischer (1967) | 3 578 526 | 1891 | 833 | 331 | 0.66 |
| Fischer (1975) | 2 250 343 | 216 | 378 | 287 | 0.58 |
| Liu (1977) | 2 524 865 | 229 | 453 | 591 | 0.59 |
| Iwasa ve Aya (1991) | 112 535 | 335 | 149 | 191 | 0.55 |
| Li ve ark. (1998) | 207 419 | 455 | 219 | 93 | 0.32 |
| Seo ve Cheong (1998) | 46 356 | 31 | 75 | 124 | 0 81 |
| Koussis ve Rodriguez-Mirasol (1998) | 92 562 | 43 | 113 | 252 | 0.52 |
| Deng ve ark. (2001) | 708 674 | 841 | 353 | 169 | 0.62 |
| Kashefipur ve Falconer (2002) | 9 665 | 14 | 49 | 92 | 0.89 |
| Toprak (2004) | 995 | 80 | 17 | 28 | 1 |
| Toprak ve Savcı (2007) | 2 501 | 56 | 26 | 63 | 0.97 |
| Toprak ve ark. (2008) - RBF | 125 | 2 | 6 | 48 | 1 |
| Madvar ve ark (2009) | 230 | 15 | 9 | 63 | 0.99 |
| Azamathulla ve ark. (2011) | | 0.0078 | | | 0.95 |
| Toprak ve ark. (2013) - FFNN | 123 812 | | 228 | 46 | 0.96 |
| Parsaie ve ark. (2015) | | 0.035 | 0.063 | | 0.97 |
| Disley ve ark. (2015) | | 25 | | | 0.93 |
| Haghiabi ve ark. (2016) | | 0.063 | 0.035 | | 0.97 |
| Najafzadeh ve ark. (2016) | | 60 | | | 0.9 |
| Bu Çalışma | 157 | 13 | 10 | 38 | 0.99 |

Bu çalışmada elde edilen modelle yapılan tahmin değerleri ile gerçek değerler arasındaki korelasyon katsayısı, r, 0.99873596 çıkmıştır. Bu değer Çizelge 3.5.'de verilen diğer çalışmaların çoğuna göre 1 sayısına daha yakındır. Elde edilmiş olan bu

değer, tabloda verilen çalışmalardan Toprak (2004), Toprak ve Cigizoğlu (2008) ve Madvar ve ark. (2009) çalışmalarına ait korelasyon katsayısına yakındır. Korelasyon katsayısının 1'e yakın olması, tahmin sonuçlarının gerçek değerlerle yüksek bir korelasyona sahip olduğuna işaret eder. Tablodan görüleceği üzere belirlenimci yaklaşım ile yapılan çalışmalara ait korelasyon katsayısı, belirsizlikçi yöntemler ile yapılan çalışmalara göre daha düşüktür. Dolayısı ile belirsizlikçi yöntemlere ait tahminler, belirlenimci çalışmalara ait tahminlere göre gerçek değerlerle daha yüksek bir korelasyon göstermektedir. Çizelge 3.5.'teki çalışmalara ait değerler, Toprak ve Cigizoğlu (2008) ve Riahi-Madvar ve ark. (2009)'dan alınmış, bazı değerler ise ilgili çalışma sonuçlarından alınarak yeniden düzenlenmiştir. Tablodaki bazı değerler, çalışma sonuçlarında verilmediği için boş bırakılmıştır.

MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri belirlenimci çalışma sonuçlarına göre çok daha küçük değerlere sahiptir. Bu da modelin bu çalışmalara göre daha iyi tahminler oluşturduğunu, hata miktarlarının daha küçük olduğunu gösterir. Ancak belirsizlikçi yöntemleri kullanan diğer çalışma sonuçlarına ait hata istatistiklerinin daha küçük değerlere sahip olduğu görülmektedir. Bu çalışmadaki hata istatistikleri belirlenimci çalışmalara göre daha küçük, belirsizlikçi yöntemlere göre büyük değerlidir.

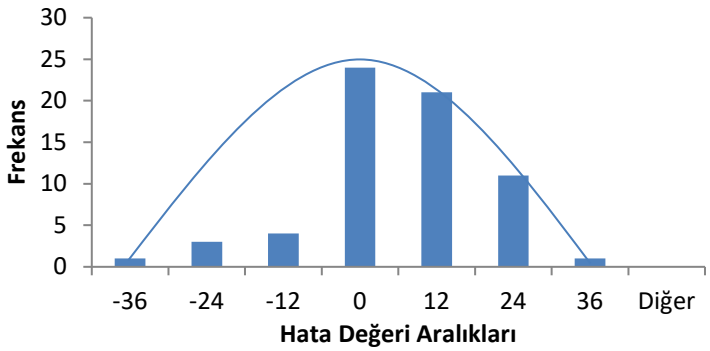
Najafzadeh, GA, DE ve MT, ANN tabanlı yöntemlerle elde edilen ABYK modellerinin istatiksel sonuçlarını karşılaştırmış. GA ve DE tabanlı model testine ait istatiksel sonuçların daha iyi olduğunu, kendi önerileri olan Neuro-Fuzzy tabanlı NF-GMDH-PSO yönteminin ise GA ve DE ayarında ve MT ve ANN modellerden biraz daha iyi sonuç verdiğini söylemiştir. Yine aynı makalede ABYK'ya ait deneysel denklemlerin karşılaştırılması yapılmıştır. Belirlenimci yöntemlere ait sonuçların belirsizlikçi yöntemlere ait sonuçlara göre daha kötü olmasının yanında Deng ve ark. (2001) ve Kashefipour ve Falconer (2002) modellerine ait sonuçların en iyi sonuçlara sahip belirlenimci denklemler olduğu ifade edilmiştir. Bu iki modele ait sonuçların da kendi yöntemleri ile yakın sonuçlar ürettiği söylenmiştir. Elder (1959) denkleminin ise akarsulardaki ABYK'nın tahminlemesinde yeterli doğrulukta sonuçlar vermediği ifade edilmiştir. Haghiabi (2016) MARS (Multivariate adaptive regression splines) tekniği ile; Parsaie ve Haghiabi (2015) Radyal Tabanlı Fonksiyon (RBF) ve Çok Katmanlı Algılayıcı (MLP) yapay sinir ağı ile ABYK modellerini oluşturmuşlar.

Bütün bu çalışma sonuçlarında, bu çalışmada elde edilen sonuçlarda olduğu gibi, belirsizlikçi yöntemlere ait sonuçların, ABYK modellemesinde, deneysel denklemlere göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, belirsizlikçi yöntemleri kullanan Toprak (2004), Toprak ve Savcı (2007), Toprak ve ark. (2008) , Madvar ve ark (2009), Toprak ve ark. (2013), Disley ve ark. (2015) ve Najafzadeh ve Tafarojnoruz (2016)'nın çalışma sonuçlarına göre daha başarılı; Azamathulla ve ark. (2011), Parsaie ve ark. (2015), Haghiabi ve ark. (2016) 'na göre daha başarısız görülmektedir. Daha başarılı görülen bu üç çalışmaya ait hata değerlerinin diğer çalışma değerleriyle kıyaslandığında çok düşük görülmesi bu değerlerin doğruluğuna şüphe uyandırmaktadır.

- **RMSE değerinin yorumlanması**

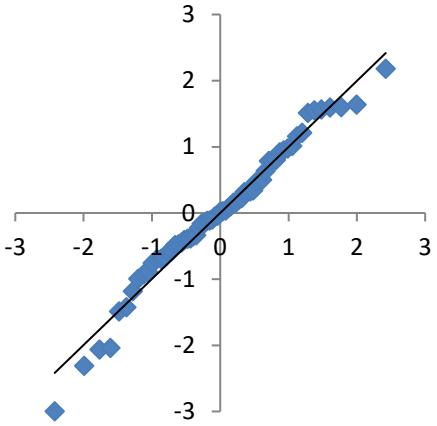
Hata değerleri, model başarısının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. RMSE değeri, hata değerlerinin standart sapmasıdır. Bu değer, hata değerlerinin beklenen değer etrafındaki dağılımının bir göstergesidir.

Hata değerlerine ait, histogram şekil 3.22.'de verilmiştir. Bu grafikte histogram çubuklarının dizilimi çan eğrisine uymaktadır. Bu da, bu değerlerin normal dağılıma sahip olduğu ihtimalini gösterir.




**Şekil 3.22.** Hata değerlerine ait histogram

Hata değerlerine ait oluşturulmuş normal q-q grafiği şekil 3.23.'te verilmiştir. Bu grafikte, hata miktarlarına ilişkin z değerlerinin, x = y doğrultusunda dağılım gösterdiği söylenebilir. Bu doğrultu, ideal bir normal dağılıma aittir. Histogram grafiğinde olduğu gibi, buradaki paralellik de, hata değerlerinin normal dağılım gösterdiğine yorumlanabilir.




**Şekil 3.23.** Hata Değerlerine ait Normal Q-Q dağılım Grafiği

Şekil 3.22. ve şekil 3.23.'deki grafikler bu şekilde yorumlanarak hata miktarlarının normal dağılıma sahip olduğu varsayımı yapılabilir. Bu varsayımla, tahmin değeri ile gerçek değerler arasında olasılıklı bir ilişki ifade edilebilir: %95 doğruluk payı ile tahmin sonucunu ifade edebilmek için Z tablosunda 0.025 olasılık değerine karşılık gelen z değeri 1.96'dır. Dolayısı ile hata değerlerine ait dağılımın normal dağılım olduğunu varsayarak, tahmin sonuçları % 95 ihtimal ile gerçek değerin $1.96 \times \text{RMSE} \cong 24.64$ komşuluğunda yer alacaktır. Bu modelle elde edilmiş bir T tahmin sonucu ifade edilirken "gerçek değer, %95 olasılıkla $[\text{T} - 24.64, \text{T} + 24.64]$ aralığındadır" denilebilir.

Hata değerlerine ait dağılımın, normal ya da herhangi başka özel bir dağılıma uymadığı kabul edilirse, benzer bir çıkarımı Chebyshev eşitsizliğinden yararlanarak yapabiliriz. %95 olasılık ile tahmin sonucunu değerlendirebilmek için Chebyshev eşitsizliğinde k sayısı yaklaşık 4.47 bulunur. Bu durumda, tahmin sonuçları, %95 olasılıkla gerçek değerin $4.47 \times \text{RMSE} \cong 56.21$ komşuluğunda yer alır. Bir T tahmin sonucuna ilişkin "gerçek değer, %95 olasılıkla $[\text{T} - 56.21, \text{T} + 56.21]$ aralığındadır" denilebilir.

**- Uç Değerlere Ait Tahmin Sonuçları**

ABYK verisindeki minimum, maksimum yayılım katsayısı değerlerine sahip örnekler için modelimizin verdiği tahmin değerleri ile eski modellere ait aynı örnekler için tahmin sonuçları karşılaştırılmıştır. Verideki minimum ABYK değeri 1.9; maksimum değer ise 1 486.5'tir. Toprak ve Cigizoğlu (2008)'dan alınan Çizelge 3.6.'da

bazı çalışmalara ait modellerin bu değerler için tahmin sonuçları verilmiştir. Bu çalışmada minimum ABYK için tahmin sonucu 6.31; maksimum ABYK için ise 1 486.25 bulunmuştur. Minimum değer için bulunan sonuç, Toprak (2008)'deki GRNN ve FFBP modelleri ile Liu (1977) dışındaki diğer tahmin sonuçlarına göre kötüdür. Maksimum değer olan 1 486.5 için ise model 1 486.25 sonucunu vermiştir. Bu sonuç ise diğer çalışma sonuçlarına göre çok daha iyidir.

**Çizelge 3.6.** Uç değerler için eski çalışmalara ait tahmin sonuçları (Toprak ve Cigizoğlu,2008)

| | Min | Maks |
|---|---|---|
| Gerçek Değer | 1.90 | 1 486.5 |
| Elder (1959) | 0.05 | 2.9 |
| Fischer (1975) | 2.02 | 3 679.9 |
| Liu (1977) | 9.40 | 2 899.4 |
| Koussis ve Mirasol (1998) | 5.24 | 866.9 |
| Seo ve Cheong (1998) | 5.24 | 1 382.0 |
| Kashefipour ve Falconer (2002) | 2.42 | 1 171.1 |
| Toprak (2004) | 0.50 | 1 412.4 |
| Toprak ve ark. (2008) RBF | 2.82 | 806.2 |
| Toprak ve ark. (2008) GRNN | 18.22 | 884.0 |
| Toprak ve ark. (2008) FFBP | 10.06 | 1 050.1 |
| Bu çalışma | 6.31 | 1 486.25 |

Minimum uç değer için tahmin sonucu kötü olsa da, hata istatistiklerinin diğer çalışmalara göre çok daha iyi çıkması modelin başarılı olduğu sonucunu destekler. Ayrıca minimum uç değere yakın değere sahip örnekler için tahmin sonuçları oldukça başarılıdır. Ek 8'de verilen dağılım grafiğinde tahmin sonuçlarının gerçek değerlere yakınlığı görülebilmektedir.

Maksimum uç değer için tahmin oldukça başarılıdır. Ancak bu başarı, modelin başarılı olduğunu söylemek için yetersiz kalabilir. Yüksek ABYK değerine sahip örnek sayısının azlığı, modeli oluştururken aşırı uyum yaparak bu aralıklarda tahmin sonuçlarını olumlu yönde etkilemiş olabilir. Ayrıca, öğrenme aşamasında az sayıda kural oluşumuna sebep olacak ve kuralları az sayıdaki örneğe uyduracaktır. Bu da model başarısının istatiksel değerlendirmesini olumlu etkileyecek ve görünen başarısızlığı azaltıcı etki yapacaktır. Her ne kadar bu konuda modele büyük bir başarı atfetmemek gerekse de, diğer bilimsel çalışmalarda da aynı verilerin kullanılmış olması sebebi ile karşılaştırma yapıldığında daha başarılı olduğu ifade edilebilir.

# 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada bulanık modellemede yeni bir yöntem önerilmiş, bu yeni yöntemi kullanan bir program geliştirilmiş, bu programla ABYK'nın bulanık modellemesi gerçekleştirilmiş, oluşturulan modelin başarısı var olan çalışmalarla karşılaştırılarak değerlendirilmiştir.

Önerilen yöntemde bulanık kümeler oluşturulurken entropi ve istatistiksel değerler kullanılmıştır. Değişken aralıkları ortalama ve standart sapma değerleri kullanılarak aralıklara bölünmüş ve elde edilen bölmeler için minimum entropi değerine sahip bölmeleme belirlenerek bulanık kümeler oluşturulmuştur. Yöntem yoğun matematiksel işlem gerektirdiğinden bilgisayar teknolojisinden yararlanılmıştır. Hazırlanan program, farklı veri kümelerini işleyebilecek şekilde geliştirilmiştir.

## 5.1. Hazırlanan Program Üzerine Sonuç ve Öneriler

Program, Java dili ile geliştirilmiştir. Grafik çizimi, kompleks matematiksel işlemlerin hesaplanması, üstel fonksiyonlara ait grafiklerin alan hesabı ve matematiksel ifadelerin gösterimi gibi konularda istenilen verimin ve görselliğin sağlanabilmesi için özel çalışmalar gerektirmiştir. Bu sebeple Matlab gibi matematik temelli bir programlama dili tercih edilebilir.

Model oluşturulurken BLBK'ler otomatik olarak oluşturuluyor olsa da modelin başarısını artırmak için kullanıcının müdahalesine ihtiyaç olabilmektedir. BSBK'ler ise bu çalışmada anlatılmış olan yeni yöntemle oluşturulmaktadır. Model oluşturulurken kullanılan parametreler ve bulanık kümeler modelin başarısını etkilemektedir. BLBK'ler ve gerekli parametreler deneme yolu ile en başarılı sonucu verecek şekilde deneme yöntemi ile belirlenmelidir. Program arayüzü, model oluşturulduktan sonra bulanık kümeler ve parametreler üzerinde değişikliğe izin vererek modelin farklı bir yapılanmayla denenmesine izin vermektedir. Model başarısının değerlendirilmesi amacı ile program, model oluşturulduktan sonra her bir veri örneği için tahminleme yapmakta, korelasyon katsayısını ve hata istatistiklerini hesaplamakta, dağılım grafiğini oluşturmaktadır.

Program, önerilen yöntem doğrultusunda bulanık model oluşturmaktadır ve çalışmanın amacı kapsamındaki gereklilikleri içerecek şekilde tamamlanmıştır. Program

ve önerilen yöntem geliştirilerek daha verimli ve kullanışlı bir bulanık model oluşturma aracı elde edilebilir.

Program, çalışma kapsamında kalınarak sadece Mamdani yöntemi ile sonuç çıkarımını içermektedir. Bu yönteme ek olarak Sugeno ve Tsukamato yöntemleri de programa eklenebilir. Ayrıca durulaştırmada kullanılan alan açıortayları yöntemine ek olarak diğer durulaştırma yöntemleri de programa eklenerek, kullanıcının parametrik olarak seçebileceği herhangi bir yöntemi kullanabilmesine imkan tanınabilir.

### 5.2. Yeni Yöntem Üzerine Sonuç ve Öneriler

Önerilen yöntemle model oluşturulurken, kullanılan parametre değerlerini modeli oluşturan kullanıcının belirlemesi ve BLBK'ler üzerinde kullanıcı müdahalesi ile model iyileştirmesi yapılması, aşırı uyuma sebep olabilecektir. Aşırı uyum, model başarısının yanlış değerlendirilmesine yol açabilir. Bu da, elde edilen modelin gerçekte çok hatalı sonuçlar üretmesine ve sistemi olduğundan çok farklı şekilde yansıtmasına sebep olabilecektir. Aşırı uyumu en aza indirgemek için, öğrenme veri kümesinin yeterli sayıda olmasına ve bağımlı değişken aralığının tamamında yoğun ve yeterli dağılım gösteren örnek içermesine dikkat edilmesi gerekir.

Ayrıca, BLBK sayısının gerekenden fazla oluşturulması da aşırı uyuma sebep olabilecektir. Bu sebeple, BLBK'lerin minimum ve yeterli sayıda olmasına dikkat edilmesi gerekir. Gereğinden fazla BLBK sayısı, aşırı uyuma sebebiyet verebileceği gibi oluşturulan modelin karmaşık olmasına, gereksiz kurallar üretilmesine, sonuç çıkarmada gerekli iş gücünün artmasına sebep olabilecektir.

BLBK'lerin oluşturulması için yeni bir iyileştirme üzerinde düşünülebilir; kullanıcı faktörünün ortadan kaldırılması, modelin gerçek başarısını arttıracak ve model başarısının objektif değerlendirilmesini sağlayacaktır.

BSBK'ler bu çalışmada önerilen yöntemle oluşturulmuştur. Değişken aralıkları Chebyshev eşitsizliği kullanılarak bölmelere ayrılmış, belirsizliğin en fazla azaldığı bölünme, bulanık kümelerin oluşturulmasında kullanılmıştır.

Chebyshev eşitsizliği kullanılırken örneklerin dağılımı hakkında herhangi bir bilgi olmadığı kabul edilmiştir. Eğer örnek dağılımının hangi dağılıma ait olduğu bilinirse, bölme işleminde aynı oranda örnek barındırabilecek daha küçük aralıklar elde

edilebilecektir. Çalışmada, Chebyshev eşitsizliği kullanılırken, aralık uzunluğunun %50 örneği kapsayacak şekilde standart sapmanın $\sqrt{2}$ katı kullanılmıştır. Eğer örnek dağılımının normal dağılımdan geldiği biliniyor olsa idi, aynı orandaki örneği yaklaşık olarak standart sapmanın 0.67 katı komşuluğu gibi daha küçük bir alanda belirlemiş olacaktık (0.67 değeri Z tablosundan alınmıştır). Bu sebeple, yöntem, farklı dağılım türlerine göre farklı bölmeleme yapabilecek parametrik yapıya kavuşturulabilir. Bu bağlamda, hazırlanmış olan programda, örnek dağılımı hakkında bilgi sahibi olunduğu durumlarda, kullanıcıya dağılım türünü seçme imkanı verilerek değişken aralıklarının daha verimli bölmelere ayrılması sağlanabilir. Bunun için program arayüzüne farklı dağılım türlerinden seçme yapılabilmesi için bir seçme alanı eklenebilir.

Uygulanan yöntem diğer çalışma sonuçlarıyla karşılaştırıldığında başarılı bulunmuştur. Bu başarıda, entropi kavramının etkisinin ne olduğu irdelenmelidir. Bunun için, belirsizlik yerine örnek yoğunluğu gibi farklı parametrelerin temel alınacağı bir yöntem ile bulanık modelleme yapılarak başarılarının karşılaştırılması bu konu hakkında bilgi verebilir.

### 5.3. Oluşturulan ABYK Modeli Üzerine Sonuç ve Öneriler

Çalışma kapsamında önerilen yöntemle geliştirilmiş olan ABYK'ya ait bulanık model, önceki çalışmalarla kıyaslandığında, belirlenimci yöntemlere göre daha iyi; belirsizlikçi yöntemlerin bir kısmına yakın veya daha iyi, bir kısmına göre ise daha kötü sonuçlar üretmiştir. Karşılaştırmalar, ilgili çalışma sonuçlarının derlendiği farklı makalelerde verilmiş olan dağılım grafikleri, korelasyon katsayısı ve hata değerleri üzerinden yapılmıştır. Bu kıyaslamalara göre, önerilmiş olan yöntem sonucu, başarılı olarak nitelendirilebilir.

## 6. KAYNAKLAR

Ash, R. B. 1990. Information Theory. Dover Publications, sayfa:339, New York, USA.

Azamathulla, H. M., Wu, F. 2011. Support vector machine approach for longitudinal dispersion coefficients in natural streams. ***Applied Soft Computing***,11(2): 2902-2905.

Black, M. 1937. Vagueness: an exercise in logical analysis. ***Philosophy of Science***, 4(4):427-455.

Chen, S.-M., Tsai, F.M. 2004. A New Approach to Construct Membership Functions and Generate Fuzzy Rules from Training Instances. Proceedings of 2004 IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Budapeşte, Macaristan, 831-836

Deng, Z. Q., Bengtsson, L., Singh, V. P., Adrian, D. D. 2001. Longitudinal dispersion coefficient in single channel streams. ***Journal of Hydraulic Engineering***, 128(10), 901-916.

Disley, T., Gharabaghi, B., Mahboubi, A., McBean, E. A. 2015. Predictive equation for longitudinal dispersion coefficient. ***Hydrological Processes***, *29*(2): 161-172.

Elder, J. W. 1959. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. ***Journal of Fluid Mechanics***, 5(4): 544-560.

Etemad-Shahidi, A., Taghipour, M. 2012. Predicting Longitudinal Dispersion Coefficient in Natural Streams Using M5 Model Tree. ***Journal of Hydraulic Engineering***, 138(6): 542-554.

Fischer, H. B. 1967. The mechanics of dispersion in natural streams. ***J.Hydraulic Div.***, 93(6): 187–216.

Fischer, H. B. 1968. Dispersion predictions in natural streams. ***Dispersion predictions in natural streams***, 94(5): 927-944.

Fischer, H. B. 1975. "Simple method for prediction dispersion in streams" discussion by R.S. McQuivey ve T.N. Keefer. ***Journal of Environment Engineering Division***, ASCE 101, 453-455.

Fisher, R. A. 1936. The use of multiple measurements in taxonomic problems. ***Annual Eugenics***, 7(2): 179-188.

Gaines, B. 1978. Fuzzy and probability uncertainty logics. ***Inf.Control***, 38: 154-169.

Godfrey, R. G., Frederick, B. J. 1970. Stream dispersion at selected sites. Washington, D.C.: U.S. Geological Survey Professional Paper, 433-K.

Haghiabi, A. H. 2016. Prediction of longitudinal dispersion coefficient using multivariate adaptive regression splines. ***J. Earth Syst. Sci.***, 125(5): 985-995.

Iwasa, Y., Aya, S. 1991. Predicting longitudinal dispersion coefficient in open channel. Proceedings of International Symposium on Environmental Hydraulics, Hong Kong, 505-510.

Karaçay, T. 2006. Olasılığın Matematiksel Temelleri. İstanbul Kültür Üniversitesi, Mantık, Matematik ve Felsefe IV.Ulusal Sempozyumu,. Foça, Turkey, 10-20.

Kashefipour, S. M., Falconer, R. A. 2002. Longitudinal dispersion coefficients in natural streams. ***Water Research***, 36(6): 1596-1608.

Kim, C., Russel, B. D. 1993. Automatic generation of Membership Function and Fuzzy Rule using Inductive reasoning. Third International Conference on Industrial Fuzzy Control and Intelligent Systems, Houston, Texas, USA, 93-96.

Koussis, A., Mirasol, J. R. 1998. Hydraulic estimation of dispersion coefficient for streams. ***Journal of Hydraulic Engineering***; *124*(3): 317-320.

Li, Z., Huang, J., Li, J. 1998. Preliminary study on longitudinal dispersion coefficient for the Gorges reservoir. Proceedings of the Seventh International Symposium Environmental Hydraulics, 16-18 Aralık. Hong Kong, Çin.

Liu, H. 1977. Predicting dispersion coefficient of stream. ***Journal of Environment Engineering Division***, 103(1): 59-69.

Mamdani, E., Assilian, S. 1975. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. ***International Journal of Man-Machine Studies***, *7*(1): 1-13.

McQuivey, R., Keefer, T. 1974. Simple Method for prediction dispersion in streams. ***J Environ Eng.***, 100(4), 997-1011.

Miller, I., Miller, M. 2004. John E. Freund's Mathematical Statistics with Applications. Prentice Hall, 7. Baskı, Sayfa:614, New Jersey, USA.

Najafzadeh, M., Tafarojnoruz, A. 2016. Evaluation of neuro-fuzzy GMDH-based particle swarm optimization to predict longitudinal dispersion coefficient in rivers. ***Environ Earth Sci.***, 75:157.

Nordin, C. F., Sabol, G. V. 1974. Empirical data on longitudinal dispersion in rivers. Water-Resouces Investigations Report. U.S.: U.S. Geological Survey.

Parsaie, A., Haghiabi, A. H. 2015. Predicting the longitudinal dispersion coefficient by radial basis function neural network. ***Model. Earth Syst. Environ.***, 1:34.

Pierce, J. R. 2014. An Introduction to Information Theory. Dover Publications, 2. Baskı, Sayfa: 305, New York, USA.

Riahi-Madvar, H., Ayyoubzadeh, S. A., Khadangi, E., Ebadzadeh, M. M. 2009. An expert system for predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams by using ANFIS. ***Expert Systems with Applications***, 36: 8589-8596.

Ross, T. J. 2010. Fuzzy Logic with Engineering Applications. John Wiley & Sons Ltd., 3.Baskı, Sayfa 585, West Sussex, UK.

Sahay, R. R. 2011. Prediction of longitudinal dispersion coefficients in natural rivers using artificial neural network. ***Environmental Fluid Mechanics***, 11(3): 247-261.

Sahay, R. R. 2013. Predicting longitudinal dispersion coefficients in sinuous rivers by genetic algorithm. ***J. Hydrol. Hydromech.***, 61(3): 214-221.

Sahay, R. R., Dutta, S. 2009. Prediction of longitudinal dispersion coefficients in natural rivers using genetic algorithm. ***Hydrol Res***, 40(6): 544-552.

Sattar, A. M., Gharabaghi, B. 2015. Gene expression models for prediction of longitudinal dispersion coefficient in streams. ***Journal of Hydrology***, 5*24*: 587-596.

Seo, W., Cheong, S. 1998. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams. ***Journal of Hydraulic Engineering***, 124(1): 25-32.

Shannon, C. E., Weaver, W. 1998. The Mathematical Theory of Communication. University of Illinois Press, Sayfa:125, USA.

Sugeno, M., Kang, G. 1988. Structure Identification of Fuzzy Model. ***Fuzzy Sets Syst.***,28: 15-33.

Şahin, S. 2014. An Empirical Approach for Determining Longitudinal Dispersion Coefficients in Rivers. ***Environ. Process.***, 1: 277-285.

Takagi, T., Sugeno, M. 1985. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. ***IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.***, 15(1): 116-132.

Taylor, G. 1953. The dispersion of soluble matter in solvent flowing through a tube. ***Proceedings of the Royal Society of London***, 186-203.

Taylor, G. 1954. The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe. ***Proceedings of the Royal Society of London,*** 446-468.

Toprak, Z. F. 2004. Akarsularda Boyuna Dispersiyon Katsayısının Bulanık Mantık Yöntemi ile Belirlenmesi. Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul. 138 Sayfa.

Toprak, Z. F. 2007. Longitudinal Dispersion Coefficient Modeling in Natural Channels using Fuzzy Logic. ***Clean***, *35*(6): 626-637.

Toprak, Z. F. 2009. Flow Discharge Modeling in Open Canals Using a New Fuzzy Modeling Technique (SMRGT). ***Clean***, *37*(9): 742-752.

Toprak, Z. F. 2013. A review on the longitudinal dispersion in channels. 2nd Int. Conf. On Hydrology and Groundwater Expo, Raleigh NC, US: OMICS Group, 26-27 Ağustos.

Toprak, Z. F., Cigizoglu, H. K. 2008. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams by artificial intelligence methods. ***Hydrological Processes***, 22(20): 4106–4129.

Toprak, Z. F., Hamidi, N., Kisi, O., Gerger, R. 2013. Modeling Dimensionless Longitudinal Dispersion Coefficient in Natural Streams using Artificial Intelligence Methods. ***KSCE Journal of Civil Engineering***,18(2): 718-730.

Toprak, Z., Savcı, M. E. 2007. Longitudinal dispersion modeling in natural channels by fuzzy logic. ***CLEAN Soil Air Water***, 35(6): 626-637.

Tsukamoto, Y. 1979. An Approach to fuzzy reasoning method. Editörler: Gupta, M. M., Ragade, R. K.,Yager, R. R., Advances in Fuzzy Set Theory and Applications. Elsevier, Sayfa: 137-149. Amsterdam.

Tutmez, B., Yuceer, M. 2013. Regression Kriging Analysis for Longitudinal Dispersion Coefficient. ***Water Resour Manage***, 27(9): 3307-3318.

UCI Machine Learning Repository. Iris Veri Kümesi. Erişim: "https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Iris" Erişim Tarihi: 9 11, 2015.

Witten, I. H., Frank, E. 2005. Data Mining Practical Machine Learning Tools and Techniques. Morgan Kaufmann Publishers , 2. Baskı, Sayfa:524, San Fransisco, CA, USA.

Yotsukura, N., Fischer, H. B., Sayre, W. W. 1970. Measurement of mixing characteristics of the Missouri River between Sioux City, Iowa,and Plattsmouth, Nebraska. U.S.: Geological Survey Water Supply Paper 1899-G.

Zadeh, L. A. 1965. Fuzzy Sets. *Inf. Control, 8*(3), 338 - 353.

Zadeh, L. A. 1973. Outline of a New Approach to the Analysis of complex Systems and Decision Processes. ***IEEE Trans.***, SMC-3(1): 28-44.

Zadeh, L. A. 1975. Fuzzy logic and approximate reasoning. ***Synthese***, 30(3): 407-428.

# EKLER

**EK 1.** Modellemede kullanılan ABYK veri kümesi

| No | Bölge | H (m) | W (m) | U (m/s) | U* (m/s) | $D_1$ ($m^2$/s) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Copper creek, VA | 0.49 | 15.9 | 0.21 | 0.079 | 19.52 |
| 2 | Copper creek, VA | 0.84 | 18.3 | 0.52 | 0.1 | 21.4 |
| 3 | Copper creek, VA | 0.49 | 16.2 | 0.25 | 0.079 | 9.5 |
| 4 | Clinch river, TN | 2.13 | 59.4 | 0.86 | 0.104 | 53.88 |
| 5 | Clinch river, TN | 2.09 | 53.3 | 0.79 | 0.107 | 46.45 |
| 6 | Power river, TN | 0.85 | 33.8 | 0.16 | 0.055 | 9.5 |
| 7 | Clinch river, VA | 0.58 | 36 | 0.3 | 0.049 | 8.08 |
| 8 | Coachell canal, CA | 1.56 | 24.4 | 0.67 | 0.043 | 9.57 |
| 9 | Bayou Anacoco | 0.41 | 19.8 | 0.29 | 0.044 | 13.94 |
| 10 | Antietam creek | 0.39 | 15.8 | 0.32 | 0.06 | 9.29 |
| 11 | Antietam creek | 0.52 | 19.8 | 0.43 | 0.069 | 16.26 |
| 12 | Monocacy river | 0.32 | 35.1 | 0.21 | 0.043 | 4.65 |
| 13 | Monocacy river | 0.45 | 36.6 | 0.32 | 0.051 | 13.94 |
| 14 | Monocacy river | 0.87 | 47.5 | 0.44 | 0.07 | 37.16 |
| 15 | Missouri river | 3.56 | 201.2 | 1.27 | 0.082 | 836.13 |
| 16 | Missouri river | 3.11 | 196.6 | 1.53 | 0.077 | 891.87 |
| 17 | Elkhorn river | 0.3 | 32.6 | 0.43 | 0.046 | 9.29 |
| 18 | Elkhorn river | 0.42 | 50.9 | 0.46 | 0.046 | 20.9 |
| 19 | John Day river | 0.56 | 25 | 1.01 | 0.137 | 13.94 |
| 20 | Comite river | 0.26 | 12.5 | 0.31 | 0.043 | 6.97 |
| 21 | Comite river | 0.41 | 15.8 | 0.37 | 0.055 | 13.94 |
| 22 | Amite river | 0.81 | 36.6 | 0.29 | 0.068 | 23.23 |
| 23 | Amite river | 0.8 | 42.4 | 0.42 | 0.068 | 30.19 |
| 24 | Sabine river | 2.04 | 103.6 | 0.56 | 0.054 | 315.87 |
| 25 | Sabine river | 4.75 | 127.4 | 0.64 | 0.081 | 668.9 |
| 26 | Muddy creek | 0.81 | 13.4 | 0.37 | 0.077 | 13.94 |
| 27 | Sabine river, Texas | 0.98 | 35.1 | 0.21 | 0.041 | 39.48 |
| 28 | White river | 0.55 | 67.1 | 0.35 | 0.044 | 30.19 |
| 29 | Antletam Creek, MD | 0.66 | 11.89 | 0.43 | 0.085 | 20.9 |
| 30 | Antletam Creek, MD | 0.48 | 21.03 | 0.52 | 0.069 | 25.9 |
| 31 | Monocacy River, MD | 0.71 | 92.96 | 0.16 | 0.046 | 41.4 |
| 32 | Monocacy River, MD | 0.65 | 51.21 | 0.62 | 0.044 | 29.6 |
| 33 | Monocacy River, MD | 1.15 | 97.54 | 0.32 | 0.058 | 119.8 |
| 34 | Salt Greek, NE | 0.5 | 32 | 0.24 | 0.038 | 52.2 |
| 35 | Difficult Run, VA | 0.31 | 14.48 | 0.25 | 0.062 | 1.9 |
| 36 | Little Pincy Creek, MD | 0.22 | 15.85 | 0.39 | 0.053 | 7.1 |
| 37 | Bayou Anacoco, LA | 0.45 | 17.53 | 0.32 | 0.024 | 5.8 |
| 38 | Comite River, LA | 0.23 | 15.7 | 0.36 | 0.039 | 69 |
| 39 | Tickfau River, LA | 0.59 | 14.94 | 0.27 | 0.08 | 10.3 |
| 40 | Tangipahoa River, LA | 0.81 | 31.39 | 0.48 | 0.072 | 45.1 |
| 41 | Red River, LA | 3.96 | 161.54 | 0.29 | 0.06 | 130.5 |
| 42 | Red River, LA | 3.66 | 152.4 | 0.45 | 0.057 | 227.6 |
| 43 | Red River, LA | 1.74 | 155.14 | 0.47 | 0.036 | 177.7 |
| 44 | Sabine River, LA | 1.65 | 116.43 | 0.58 | 0.054 | 131.3 |
| 45 | Sabine River, TX | 0.5 | 14.17 | 0.13 | 0.037 | 12.8 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | Sabine River, TX | 0.51 | 12.19 | 0.23 | 0.03 | 14.7 |
| 47 | Mississippi River, MO | 4.94 | 533.4 | 1.05 | 0.069 | 457.7 |
| 48 | Wind/Bighorn River, WY | 1.37 | 44.2 | 0.99 | 0.142 | 184.6 |
| 49 | Wind/Bighorn River, WY | 2.38 | 85.34 | 1.74 | 0.153 | 464.6 |
| 50 | Copper Creek, VA | 0.49 | 16.66 | 0.2 | 0.08 | 16.84 |
| 51 | Powell River, TN | 0.87 | 36.78 | 0.13 | 0.054 | 15.5 |
| 52 | Clinch River, VA | 0.61 | 28.65 | 0.35 | 0.069 | 10.7 |
| 53 | Copper Creek, VA | 0.84 | 19.61 | 0.49 | 0.101 | 20.82 |
| 54 | Conchella Canal, CA | 1.58 | 24.69 | 0.66 | 0.041 | 5.92 |
| 55 | Clinch River VA | 2.41 | 53.24 | 0.66 | 0.107 | 36.93 |
| 56 | Copper Creek, VA | 0.47 | 16.76 | 0.24 | 0.08 | 24.62 |
| 57 | Missoury River, IA | 3.28 | 180.59 | 1.62 | 0.078 | 1486.45 |
| 58 | Bayou Anacoco, LA | 0.94 | 25.91 | 0.34 | 0.067 | 32.52 |
| 59 | Bayou Anacoco, LA | 0.91 | 36.58 | 0.4 | 0.067 | 39.48 |
| 60 | Nooksack River, WA | 0.76 | 64.01 | 0.67 | 0.268 | 34.84 |
| 61 | Wind/Bighorn River, WY | 1.1 | 59.44 | 0.88 | 0.119 | 41.81 |
| 62 | Wind/Bighorn River, WY | 2.16 | 68.58 | 1.55 | 0.168 | 162.58 |
| 63 | John Day River, OR | 2.47 | 34.14 | 0.82 | 0.18 | 65.03 |
| 64 | Yadkin River, NC | 2.35 | 70.1 | 0.43 | 0.101 | 111.48 |
| 65 | Yadkin River, NC | 3.84 | 71.63 | 0.76 | 0.128 | 260.13 |

**EK 2.** IRIS verisi ile bulanık kurallar oluşturulurken veri kümesindeki ilk örnek ile kuralların oluşturulması ve kural ağırlıklarının hesaplanması

1. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Small'dur.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.68, 1.0)* 0.86 =0.4*0.86= 0.344

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 0, 1)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.344^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.344^{0.25} = 0.7658$

2. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.68, 1.0)* 0.02 =0.4*0.02= 0.008

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.008^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.008^{2.875} = 9x10^{-7}$

3. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Small'dur.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.68, 0.01)* 0.86 =0.01*0.86= 0.0086

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 0, 0)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{0.25} = 0.3045$

4. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.68, 0.01)* 0.02 =0.01*0.02= 0.0002

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{2.875} = 2x10^{-11}$

5. Eğer SL Small ise ve SW Big ise ve PL Small ise PW Small'dur.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.41, 1.0)* 0.86 =0.4*0.86= 0.344

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 1,1)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.344^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.344^{0.25} = 0.7658$

6. Eğer SL Small ise ve SW Big ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.68, 1.0)* 0.02 =0.4*0.02= 0.008

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.008^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.008^{2.875} = 9x10^{-7}$

7. Eğer SL Small ise ve SW Big ise ve PL Big ise PW Small'dur.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.41, 0.01)* 0.86 =0.01*0.86= 0.0086

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 1, 0)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{0.25} = 0.3045$

8. Eğer SL Small ise ve SW Big ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.4, 0.41, 0.01)* 0.02 =0.01*0.02 = 0.0002

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3, 0.3)=0.3

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{2.875} = 2x10^{-11}$

9. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Small'dur.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.68, 1.0)* 0.86 =0.68*0.86= 0.5848

Yakınlık Derecesi YD= Maks(0, 0, 1)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.5848^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.5848^{0.25} = 0.8745$

10. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.68, 1.0)* 0.02 =0.68*0.02= 0.0136

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0136^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0136^{2.875} = 4x10^{-6}$

11. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Small'dur.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.68, 0.01)* 0.86 =0.01*0.86= 0.0086

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0, 0,0)=0

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{4} = 4 \times 10^{-9}$

12. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.68, 0.01)* 0.02 =0.01*0.02= 0.0002

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{2.875} = 2x10^{-11}$

13. Eğer SL Big ise ve SW Big ise ve PL Small ise PW Small'dur.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.41, 1.0)* 0.86 =0.41*0.86= 0.3526

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0, 1,1)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.3526^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.3526^{0.25} = 0.77058$

14. Eğer SL Big ise ve SW Big ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.68, 1.0)* 0.02 =0.68*0.02= 0.0136

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0136^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0136^{2.875} = 4x10^{-6}$

15. Eğer SL Big ise ve SW Big ise ve PL Big ise PW Small'dur.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.41, 0.01)* 0.86 =0.01*0.86= 0.0086

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0, 1,1)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0086^{0.25} = 0.3045$

16. Eğer SL Big ise ve SW Big ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.95, 0.41, 0.01)* 0.02 =0.01*0.02 = 0.0002

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3, 0.3)=0.3

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0002^{2.875} = 2x10^{-11}$

**EK 3.** IRIS verisi ile bulanık kurallar oluşturulurken veri kümesindeki ikinci örnek ile kuralların oluşturulması ve kural ağırlıklarının hesaplanması

1. Eğer SL Small ise ve SW Small ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.36, 0.39)* 0.92 =0.24*0.92= 0.2208

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 1,0.3)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{0.25} = 0.6855$

2. Eğer SL Small ise ve SW Small ise ve PL Small ise PW Medium++'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.36, 0.39)* 0.03 =0.24*0.03 = 0.0072

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 0.3, 0.07)=0.03

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{2.875} = 6.9\text{x}10^{-7}$

3. Eğer SL Small ise ve SW Small ise ve PL Medium ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.36, 0.59)* 0.92 = 0.24*0.92 = 0.2208

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 1, 1)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{0.25} = 0.6855$

4. Eğer SL Small ise ve SW Small ise ve PL Medium ise PW Medium++'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.36, 0.59)* 0.03 = 0.24*0.03 = 0.0072

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 0.3,1)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{0.25} = 0.2913$

5. Eğer SL Small ise ve SW Small ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.36, 0.68)* 0.92 =0.24*0.92= 0.2208

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 1,0.3)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{0.25} = 0.6855$

6. Eğer SL Small ise ve SW Small ise ve PL Big ise PW Medium++'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.36, 0.68)* 0.03 =0.24*0.03= 0.0072

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 0.3, 1)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{0.25} = 0.2913$

7. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.92, 0.39)* 0.92 =0.24*0.92= 0.2208

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.2208^{2.875} = 0.013$

8. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium++'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.92, 0.39)* 0.03 =0.24*0.03= 0.0072

   Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 1, 0.07)=1

   Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0072^{0.25} = 0.2913$

9. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Medium ise PW Medium--'dir.

   Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.92, 0.59)* 0.92 =0.24*0.92= 0.2208

Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 0.3, 1)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.2208^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.2208^{0.25}= 0.6855$

10. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Medium ise PW Medium++'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.92, 0.59)* 0.03 =0.24*0.03= 0.0072

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 1,1)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.0072^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.0072^{0.25}= 0.2913$

11. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.92, 0.68)* 0.92 =0.24*0.92= 0.2208

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.2208^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.2208^{2.875}= 0.013$

12. Eğer SL Small ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Medium++'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.24, 0.92, 0.68)* 0.03 =0.24*0.03= 0.0072

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.07, 1, 1)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}= 0.0072^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.0072^{0.25}= 0.2913$

13. Eğer SL Big ise ve SW Small ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.36, 0.39)* 0.92 =0.36*0.92= 0.3312

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 1,0.3)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.3312^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.3312^{0.25}= 0.7586$

14. Eğer SL Big ise ve SW Small ise ve PL Small ise PW Medium++'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.36, 0.39)* 0.03 =0.36*0.03= 0.0108

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 0.3, 0.07)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}= 0.0108^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.0108^{0.25}= 0.3224$

15. Eğer SL Big ise ve SW Small ise ve PL Medium ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.36, 0.59)* 0.92 =0.36*0.92= 0.3312

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 1, 1)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}= 0.3312^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.3312^{0.25}= 0.7586$

16. Eğer SL Big ise ve SW Small ise ve PL Medium ise PW Medium++'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.36, 0.59)* 0.03 =0.36*0.03= 0.0108

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 0.3,1)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}= 0.0108^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.0108^{0.25}= 0.3224$

17. Eğer SL Big ise ve SW Small ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.36, 0.68)* 0.92 =0.36*0.92= 0.3312

    Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 1,0.3)=1

    Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}= 0.3312^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}}=0.3312^{0.25}= 0.7586$

18. Eğer SL Big ise ve SW Small ise ve PL Big ise PW Medium++'dir.

    Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.36, 0.68)* 0.03 =0.36*0.03= 0.0108

Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 0.3, 1)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0108^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0108^{0.25} = 0.3224$

19. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium--'dir.

Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.92, 0.39)* 0.92 =0.39*0.92= 0.3312

Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.3312^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.3312^{2.875} = 0.0417$

20. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Small ise PW Medium++'dir.

Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.92, 0.39)* 0.03 =0.39*0.03= 0.0117

Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 1, 0.07)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0117^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0117^{0.25} = 0.3289$

21. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Medium ise PW Medium--'dir.

Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.92, 0.59)* 0.92 =0.59*0.92= 0.5428

Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3, 1)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.5428^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.5428^{0.25} = 0.8583$

22. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Medium ise PW Medium++'dir.

Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.92, 0.59)* 0.03 =0.59*0.03= 0.0177

Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 1,1)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0177^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0177^{0.25} = 0.3647$

23. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Medium--'dir.

Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.92, 0.68)* 0.92 =0.68*0.92= 0.6256

Yakınlık Derecesi YD= Maks(0.3, 0.3,0.3)=0.3

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.6256^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.6256^{2.875} = 0.2596$

24. Eğer SL Big ise ve SW Medium ise ve PL Big ise PW Medium++'dir.

Ham Kural ağırlığı: Min (0.81, 0.92, 0.68)* 0.03 =0.68*0.03= 0.0204

Yakınlık Derecesi YD= Maks(1, 1, 1)=1

Kural ağırlığı: $HKA^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0204^{\frac{(16-(15\times YD))}{4}} = 0.0204^{0.25} = 0.3779$

**EK 4**. IRIS Verisi için oluşturulmuş kural tabanı (program çıktısı)

Rule #1 (Weight:0.6471717)
if SepalLength is Small and SepalWidth is Small and PetalLength is Small
then PetalWidth is Small

Rule #2 (Weight:0.77913076)
if SepalLength is Small and SepalWidth is Small and PetalLength is Medium
then PetalWidth is Medium--

Rule #3 (Weight:0.7209692)
if SepalLength is Small and SepalWidth is Small and PetalLength is Big
then PetalWidth is Medium++

Rule #4 (Weight:0.7672396)
if SepalLength is Small and SepalWidth is Medium and PetalLength is Small
then PetalWidth is Small

Rule #5 (Weight:0.6954617)
if SepalLength is Small and SepalWidth is Medium and PetalLength is Medium
then PetalWidth is Medium--

Rule #6 (Weight:0.7131604)
if SepalLength is Small and SepalWidth is Medium and PetalLength is Big
then PetalWidth is Medium++

Rule #7 (Weight:0.7338031)
if SepalLength is Small and SepalWidth is Big and PetalLength is Small
then PetalWidth is Small

Rule #8 (Weight:0.6728174)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Small and PetalLength is Small
then PetalWidth is Small

Rule #9 (Weight:0.75915027)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Small and PetalLength is Medium
then PetalWidth is Medium--

Rule #10 (Weight:0.7855311)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Small and PetalLength is Big
then PetalWidth is Medium++

Rule #11 (Weight:0.65040445)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Medium and PetalLength is Small
then PetalWidth is Small

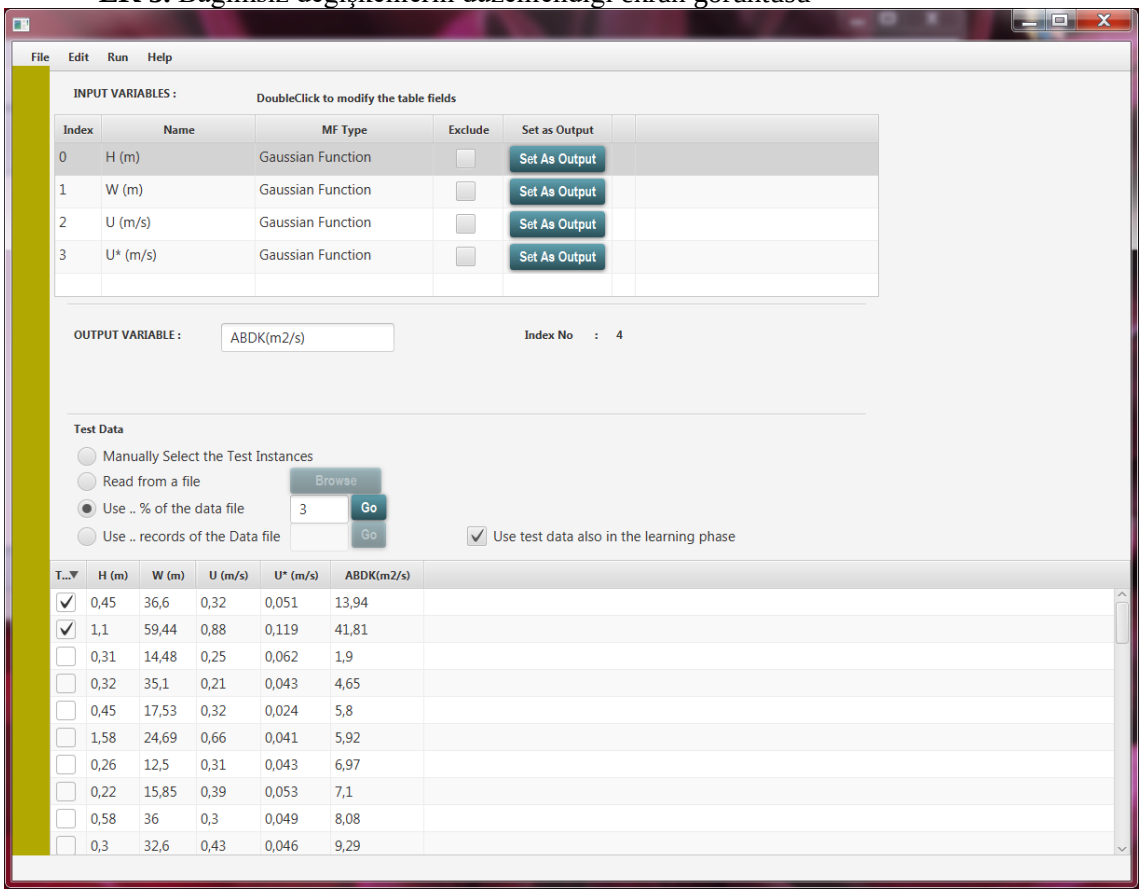
Rule #12 (Weight:0.6954617)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Medium and PetalLength is Medium
then PetalWidth is Medium--

Rule #13 (Weight:0.8089644)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Medium and PetalLength is Big
then PetalWidth is Medium++

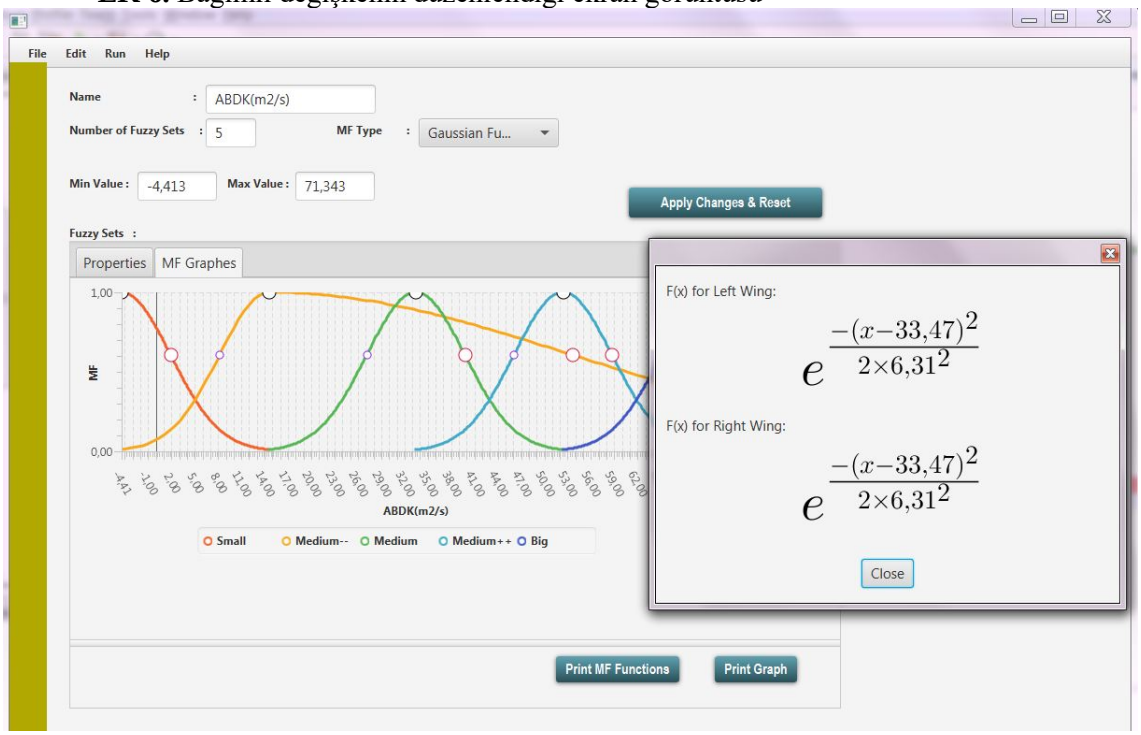
Rule #14 (Weight:0.68389213)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Big and PetalLength is Small
then PetalWidth is Small

Rule #15 (Weight:0.8007376)
if SepalLength is Big and SepalWidth is Big and PetalLength is Big
then PetalWidth is Medium++

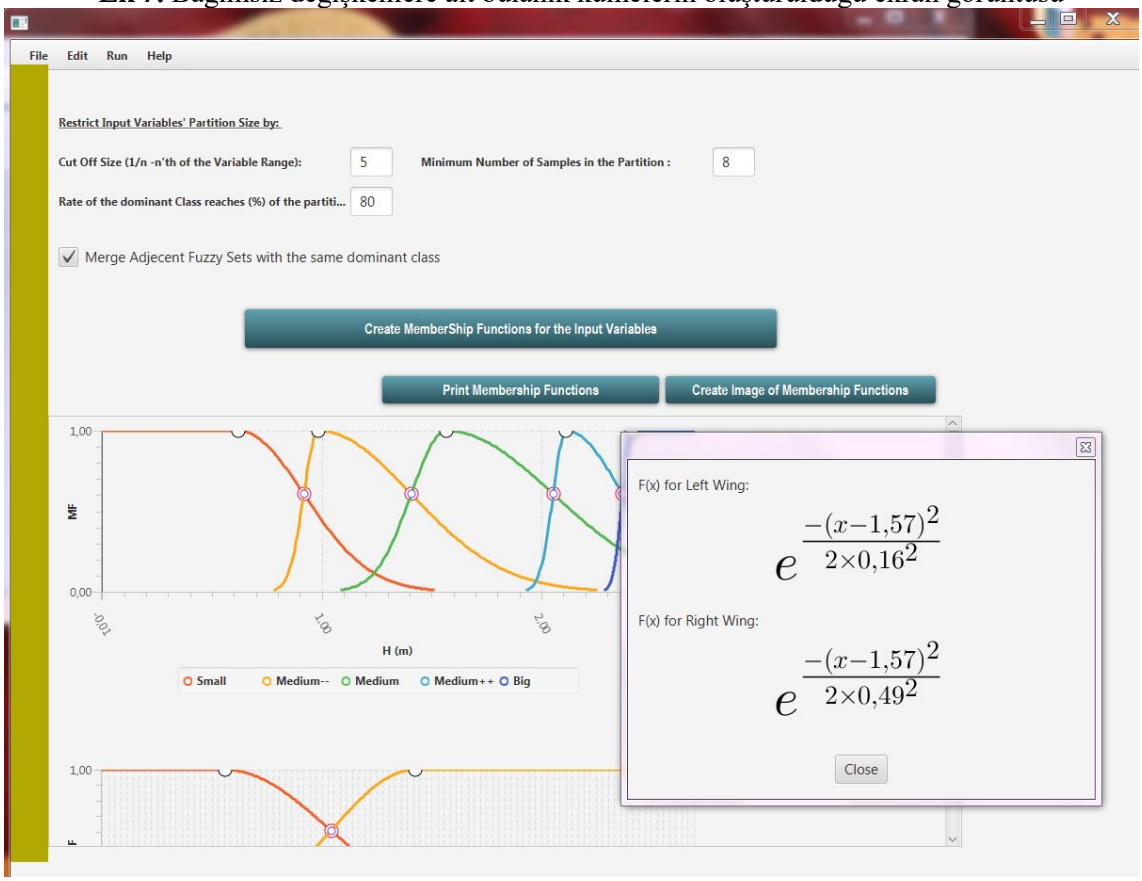
**EK 5.** Bağımsız değişkenlerin düzenlendiği ekran görüntüsü



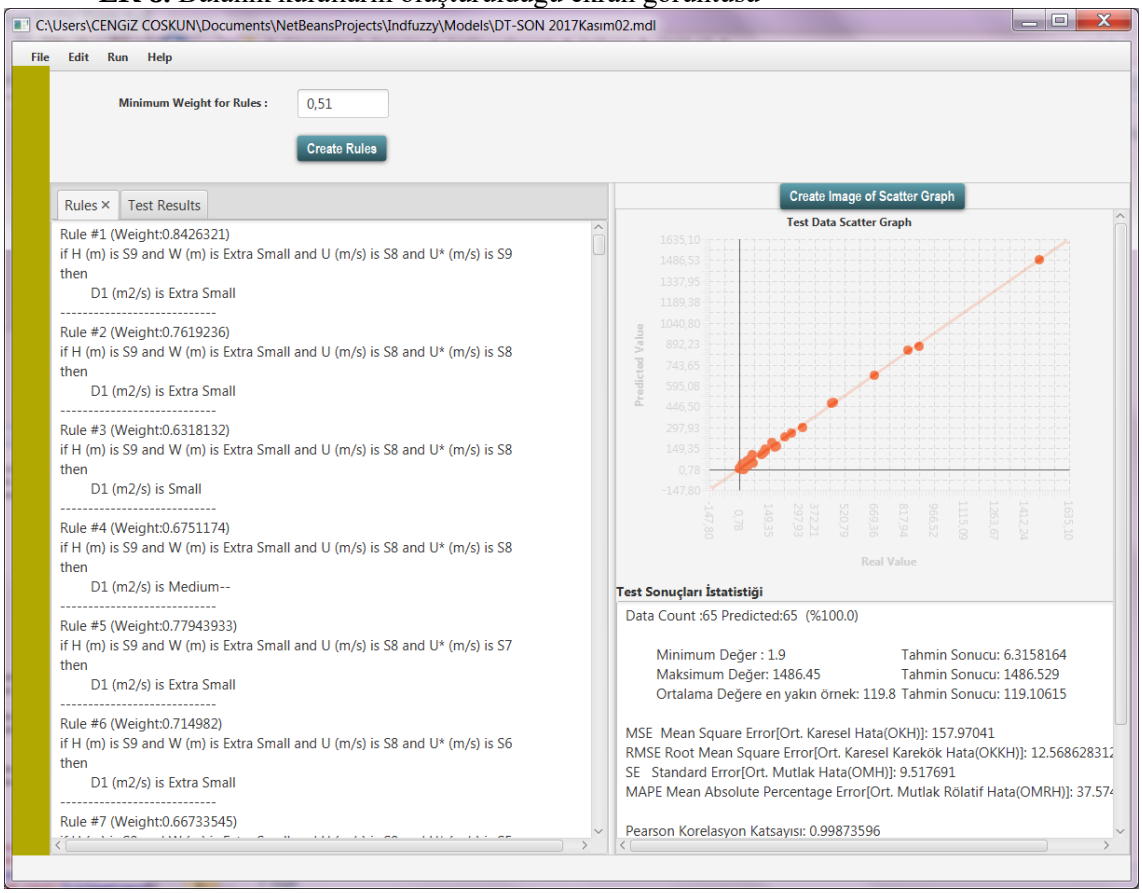
**EK 6.** Bağımlı değişkenin düzenlendiği ekran görüntüsü



**Ek 7.** Bağımsız değişkenlere ait bulanık kümelerin oluşturulduğu ekran görüntüsü



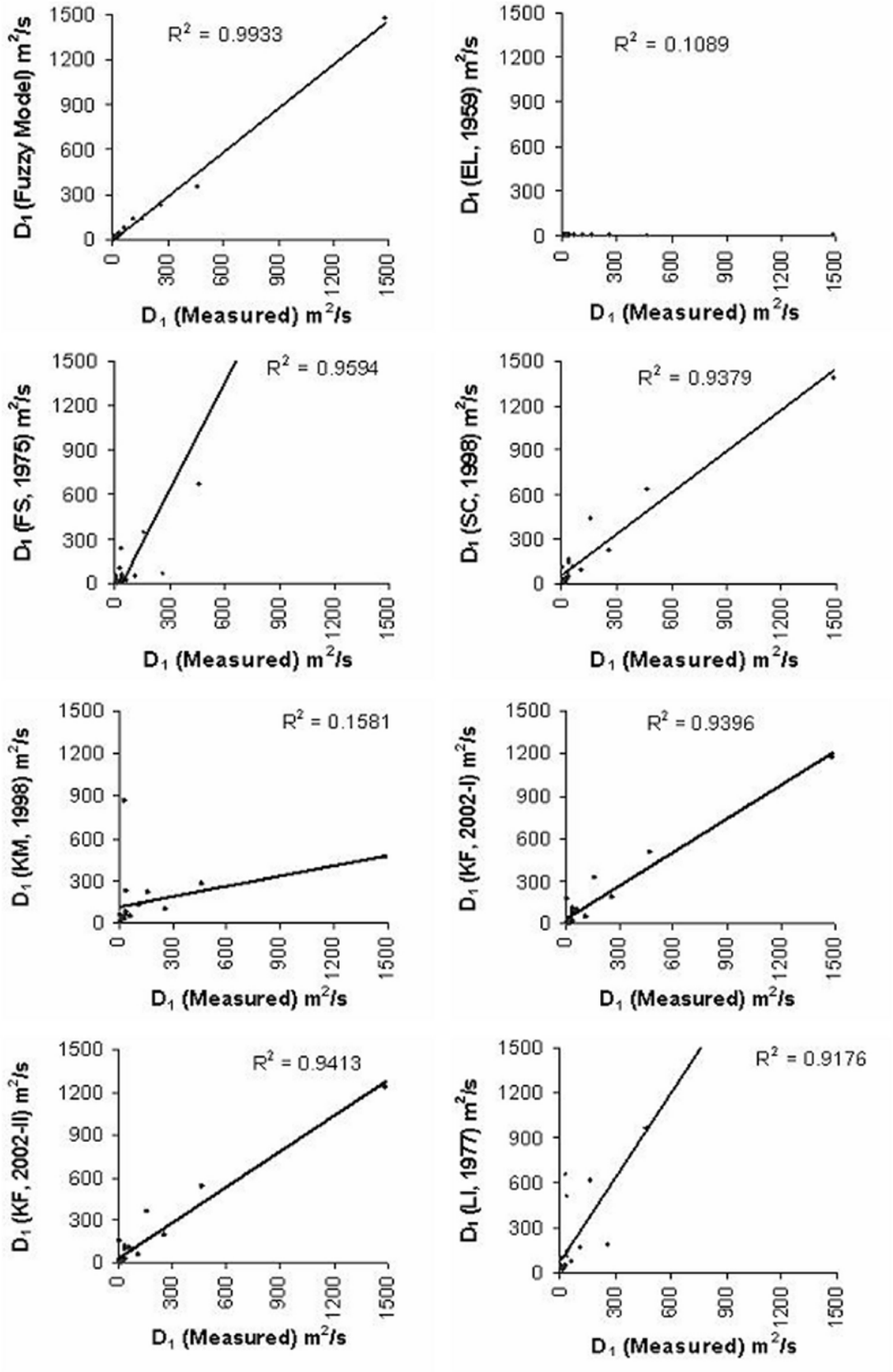
**EK 8.** Bulanık kuralların oluşturulduğu ekran görüntüsü



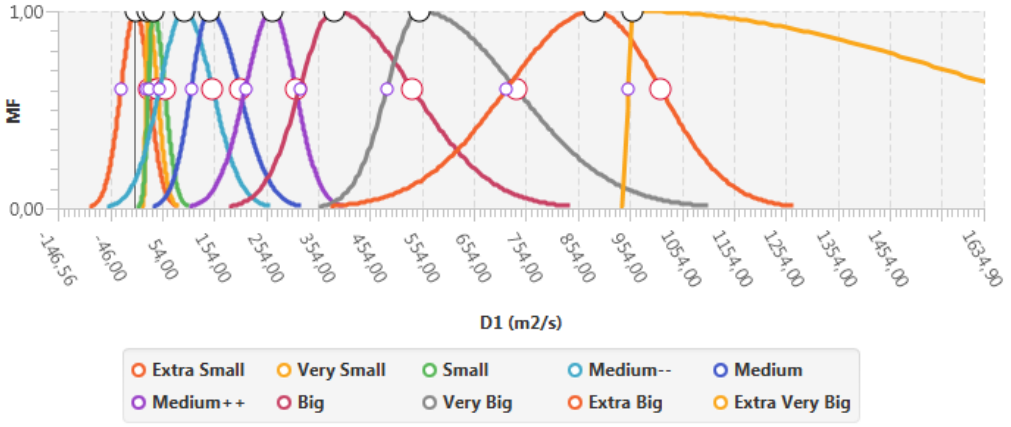
**Ek 9.** ABYK modeli ile yeni bir örnek için tahminleme yapılması. (Program çıktısı)



**EK 10.** Eski çalışmaların tahmin sonuçlarının gerçek değerlerle dağılım grafiği (Toprak ve Savcı,2007)



**EK 11.** Bağımlı değişkene (ABYK) ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları (ekran görüntüsü)



**EK 12.** Oluşturulan ABYK modelinde bağımlı değişkene ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları (Program Çıktısı)

**D1 (m2/s) bağımlı değişkenine ait Üyelik Fonksiyonları:**

$$\mu^{D1(m2/s)}_{ExtraSmall_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3{,}00)^2}{2\times 28{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{ExtraSmall_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3{,}00)^2}{2\times 26{,}0000^2}}$$

$$\mu^{D1(m2/s)}_{VerySmall_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-26{,}00)^2}{2\times 3{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{VerySmall_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-26{,}00)^2}{2\times 19{,}0000^2}}$$

$$\mu^{D1(m2/s)}_{Small_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-37{,}00)^2}{2\times 9{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{Small_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-37{,}00)^2}{2\times 22{,}0000^2}}$$

$$\mu^{D1(m2/s)}_{Medium--_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-97{,}00)^2}{2\times 48{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{Medium--_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-97{,}00)^2}{2\times 54{,}0000^2}}$$

$$\mu^{D1(m2/s)}_{Medium_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-145{,}00)^2}{2\times 35{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{Medium_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-145{,}00)^2}{2\times 58{,}0000^2}}$$

$$\mu^{D1(m2/s)}_{Medium++_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-266{,}00)^2}{2\times 52{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{Medium++_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-266{,}00)^2}{2\times 45{,}0000^2}}$$

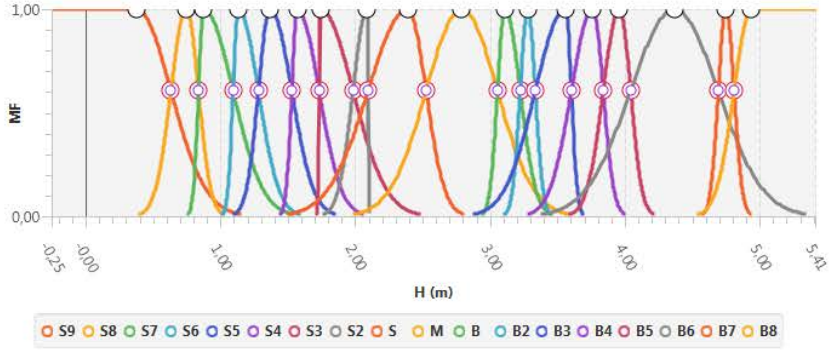
$$\mu^{D1(m2/s)}_{Big_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-384{,}70)^2}{2\times 65{,}7000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{Big_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-384{,}70)^2}{2\times 151{,}3000^2}}$$

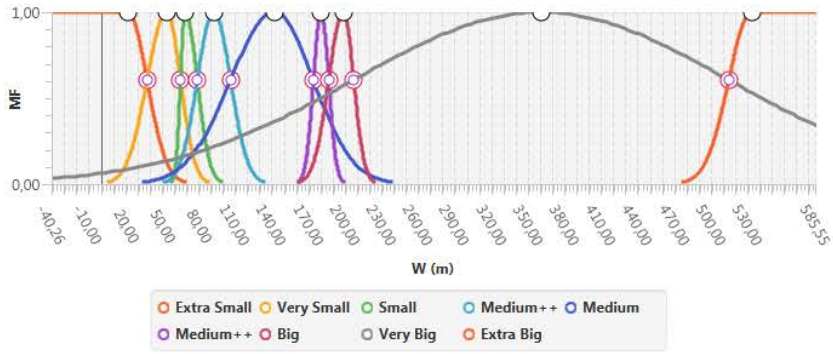
$$\mu^{D1(m2/s)}_{VeryBig_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-550{,}00)^2}{2\times 63{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{VeryBig_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-550{,}00)^2}{2\times 185{,}0000^2}}$$

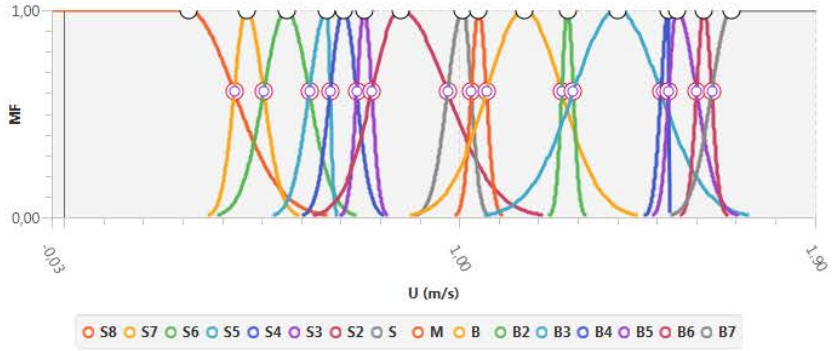
$$\mu^{D1(m2/s)}_{ExtraBig_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-885{,}00)^2}{2\times 168{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{ExtraBig_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-885{,}00)^2}{2\times 128{,}0000^2}}$$

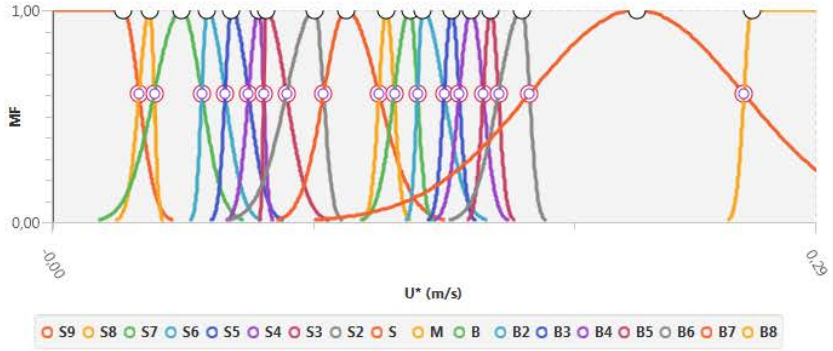
$$\mu^{D1(m2/s)}_{ExtraVeryBig_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-958{,}00)^2}{2\times 6{,}0000^2}} \qquad \mu^{D1(m2/s)}_{ExtraVeryBig_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-958{,}00)^2}{2\times 717{,}0000^2}}$$

**EK 13.** Bağımsız değişkene ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları (Program çıktısı)



**EK 14.** Bağımsız Değişkenlere ait bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları (Program çıktısı)

**H (m) değişkenine ait Üyelik Fonksiyonları:**

$$\mu^{H(m)}_{S9_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,38)^2}{2\times 9998,3691^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S9_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,38)^2}{2\times 0,2549^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S8_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,75)^2}{2\times 0,1137^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S8_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,75)^2}{2\times 0,0905^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S7_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,88)^2}{2\times 0,0376^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S7_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,88)^2}{2\times 0,2187^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S6_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,13)^2}{2\times 0,0382^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S6_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,13)^2}{2\times 0,1499^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S5_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,37)^2}{2\times 0,0882^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S5_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,37)^2}{2\times 0,1593^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S4_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,57)^2}{2\times 0,0409^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S4_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,57)^2}{2\times 0,1620^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S3_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,74)^2}{2\times 0,0078^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S3_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,74)^2}{2\times 0,2438^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S2_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-2,09)^2}{2\times 0,1062^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S2_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-2,09)^2}{2\times 0,0062^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{S_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-2,39)^2}{2\times 0,2935^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{S_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-2,39)^2}{2\times 0,1365^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{M_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-2,79)^2}{2\times 0,2645^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{M_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-2,79)^2}{2\times 0,2645^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,11)^2}{2\times 0,0548^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,11)^2}{2\times 0,1138^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B2_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,28)^2}{2\times 0,0562^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B2_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,28)^2}{2\times 0,0562^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B3_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,56)^2}{2\times 0,2238^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B3_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,56)^2}{2\times 0,0438^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B4_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,76)^2}{2\times 0,1581^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B4_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,76)^2}{2\times 0,0781^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B5_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,96)^2}{2\times 0,1199^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B5_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-3,96)^2}{2\times 0,0833^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B6_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-4,37)^2}{2\times 0,3253^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B6_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-4,37)^2}{2\times 0,3253^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B7_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-4,75)^2}{2\times 0,0562^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B7_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-4,75)^2}{2\times 0,0605^2}}$$

$$\mu^{H(m)}_{B8_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-4,94)^2}{2\times 0,1295^2}} \qquad \mu^{H(m)}_{B8_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-4,94)^2}{2\times 9993,0498^2}}$$

**W (m) değişkenine ait Üyelik Fonksiyonları:**

$$\mu^{W(m)}_{ExtraSmall_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-22,36)^2}{2\times 10020,3516^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{ExtraSmall_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-22,36)^2}{2\times 15,6306^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{VerySmall_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-53,98)^2}{2\times 15,9857^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{VerySmall_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-53,98)^2}{2\times 11,4443^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{Small_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-69,08)^2}{2\times 3,6547^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{Small_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-69,08)^2}{2\times 10,0553^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{Medium{+}{+}_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-92,63)^2}{2\times 13,4955^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{Medium{+}{+}_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-92,63)^2}{2\times 13,8608^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{Medium_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-142,04)^2}{2\times 35,5543^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{Medium_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-142,04)^2}{2\times 32,3394^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{Medium{+}{+}_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-180,59)^2}{2\times 6,2085^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{Medium{+}{+}_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-180,59)^2}{2\times 6,2085^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{Big_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-198,85)^2}{2\times 12,0546^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{Big_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-198,85)^2}{2\times 8,5555^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{VeryBig_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-361,09)^2}{2\times 153,6831^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{VeryBig_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-361,09)^2}{2\times 153,6831^2}}$$

$$\mu^{W(m)}_{ExtraBig_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-533,40)^2}{2\times 18,6254^2}} \qquad \mu^{W(m)}_{ExtraBig_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-533,40)^2}{2\times 9464,5898^2}}$$

**U (m/s) değişkenine ait Üyelik Fonksiyonları:**

$$\mu^{U(m/s)}_{S8_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,31)^2}{2\times 9998,3047^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S8_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,31)^2}{2\times 0,1168^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{S7_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,46)^2}{2\times 0,0312^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S7_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,46)^2}{2\times 0,0435^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{S6_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,56)^2}{2\times 0,0574^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S6_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,56)^2}{2\times 0,0579^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{S5_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,67)^2}{2\times 0,0442^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S5_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,67)^2}{2\times 0,0088^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{S4_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,71)^2}{2\times 0,0335^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S4_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,71)^2}{2\times 0,0335^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{S3_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,76)^2}{2\times 0,0192^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S3_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,76)^2}{2\times 0,0192^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{S2_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,85)^2}{2\times 0,0721^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S2_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,85)^2}{2\times 0,1195^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{S_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,01)^2}{2\times 0,0392^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{S_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,01)^2}{2\times 0,0208^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{M_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,05)^2}{2\times 0,0192^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{M_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,05)^2}{2\times 0,0192^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{B_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,16)^2}{2\times 0,0954^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{B_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,16)^2}{2\times 0,0954^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{B2_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,27)^2}{2\times 0,0146^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{B2_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,27)^2}{2\times 0,0146^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{B3_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,40)^2}{2\times 0,1108^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{B3_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,40)^2}{2\times 0,1108^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{B4_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,53)^2}{2\times 0,0192^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{B4_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,53)^2}{2\times 0,0008^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{B5_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,55)^2}{2\times 0,0192^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{B5_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,55)^2}{2\times 0,0508^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{B6_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,62)^2}{2\times 0,0192^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{B6_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,62)^2}{2\times 0,0192^2}}$$

$$\mu^{U(m/s)}_{B7_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,69)^2}{2\times 0,0504^2}} \qquad \mu^{U(m/s)}_{B7_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-1,69)^2}{2\times 9996,3008^2}}$$

**U* (m/s) değişkenine ait Üyelik Fonksiyonları:**

$$\mu^{U*(m/s)}_{S9_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,03)^2}{2\times 9998,0176^2}} \qquad \mu^{U*(m/s)}_{S9_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,03)^2}{2\times 0,0062^2}}$$

$$\mu^{U*(m/s)}_{S8_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,04)^2}{2\times 0,0042^2}} \qquad \mu^{U*(m/s)}_{S8_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,04)^2}{2\times 0,0016^2}}$$

$$\mu^{U*(m/s)}_{S7_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,05)^2}{2\times 0,0104^2}} \qquad \mu^{U*(m/s)}_{S7_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,05)^2}{2\times 0,0078^2}}$$

$$\mu^{U*(m/s)}_{S6_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,06)^2}{2\times 0,0021^2}} \qquad \mu^{U*(m/s)}_{S6_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,06)^2}{2\times 0,0068^2}}$$

$$\mu^{U*(m/s)}_{S5_{(LEFT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,07)^2}{2\times 0,0025^2}} \qquad \mu^{U*(m/s)}_{S5_{(RIGHT)}}(x) = e^{\frac{-(x-0,07)^2}{2\times 0,0065^2}}$$

$$\mu_{S4_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}08)^2}{2\times 0{,}0040^2}} \qquad \mu_{S4_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}08)^2}{2\times 0{,}0018^2}}$$

$$\mu_{S3_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}08)^2}{2\times 0{,}0008^2}} \qquad \mu_{S3_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}08)^2}{2\times 0{,}0079^2}}$$

$$\mu_{S2_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}10)^2}{2\times 0{,}0109^2}} \qquad \mu_{S2_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}10)^2}{2\times 0{,}0034^2}}$$

$$\mu_{S_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}11)^2}{2\times 0{,}0087^2}} \qquad \mu_{S_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}11)^2}{2\times 0{,}0125^2}}$$

$$\mu_{M_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}13)^2}{2\times 0{,}0029^2}} \qquad \mu_{M_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}13)^2}{2\times 0{,}0029^2}}$$

$$\mu_{B_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}14)^2}{2\times 0{,}0061^2}} \qquad \mu_{B_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}14)^2}{2\times 0{,}0029^2}}$$

$$\mu_{B2_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}14)^2}{2\times 0{,}0021^2}} \qquad \mu_{B2_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}14)^2}{2\times 0{,}0081^2}}$$

$$\mu_{B3_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}15)^2}{2\times 0{,}0029^2}} \qquad \mu_{B3_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}15)^2}{2\times 0{,}0029^2}}$$

$$\mu_{B4_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}16)^2}{2\times 0{,}0046^2}} \qquad \mu_{B4_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}16)^2}{2\times 0{,}0046^2}}$$

$$\mu_{B5_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}17)^2}{2\times 0{,}0029^2}} \qquad \mu_{B5_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}17)^2}{2\times 0{,}0029^2}}$$

$$\mu_{B6_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}18)^2}{2\times 0{,}0091^2}} \qquad \mu_{B6_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}18)^2}{2\times 0{,}0029^2}}$$

$$\mu_{B7_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}22)^2}{2\times 0{,}0411^2}} \qquad \mu_{B7_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}22)^2}{2\times 0{,}0411^2}}$$

$$\mu_{B8_{(LEFT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}27)^2}{2\times 0{,}0029^2}} \qquad \mu_{B8_{(RIGHT)}}^{U*(m/s)}(x) = e^{\frac{-(x-0{,}27)^2}{2\times 9997{,}7227^2}}$$

# ÖZGEÇMİŞ

1976 yılında Sivas'ta doğdum. İlköğrenimimi Sivas'ta Alparslan İlköğretim Okulu'nda, orta öğrenimimi Sivas Selçuk Anadolu Lisesi'nde, lise öğrenimimi Diyarbakır Cumhuriyet Fen Lisesi'nde tamamladım.

1994 yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü'nü kazandım ve 1998 yılında mezun oldum.

1998-2001 yılları arasında İstanbul'da Koç Bank A.Ş.'de yazılım geliştirme uzmanı olarak; 2001-2006 yılları arasında Rotterdam, Hollanda'da DHB Bank Nederlands NV'de yazılım geliştirme uzmanı olarak çalıştım. 2006 yılında Türkiye'ye dönerek sırasıyla SSS Yazılım'da ve HSBC Bank AŞ, Sistem Geliştirme Bölümünde proje yöneticisi olarak çalıştım. 2008 yılında Diyarbakır Dicle Üniversitesi'nde akademik uzman kadrosu ile işe başladım

2008 yılında Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Bölümü'nde tezli yüksek lisans programına başladım ve 2010 yılında yüksek lisans eğitimini tamamladım. 2011 yılında aynı bölümde doktora eğitimine hak kazandım.

Çalışma hayatına halen Dicle Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi'nde devam etmekteyim.

Cengiz COŞKUN

**T.C.**
**DİCLE ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI İNTİHAL RAPORU FORMU**

| **ÖĞRENCİ BİLGİLERİ** | |
|---|---|
| **ADI VE SOYADI** | Cengiz COŞKUN |
| **ÖĞRENCİ NO** | 11804504 |
| **EĞİTİM – ÖĞRETİM YILI** | 2017-2018 |
| **YARIYIL** | ☒ Güz ☐ Bahar |
| **ANABİLİM DALI** | MATEMATİK |
| **PROGRAM** | DOKTORA |
| **TEZ KONUSU** | Akarsularda Boyuna Yayılım Katsayısının Entropi Destekli Bulanık Modellemeyle Belirlenmesi |
| **İNTİHAL RAPORU BİLGİLERİ** | |
| **RAPOR TÜRÜ** | Tez Savunma Sınavı Sonrası |
| **SAYFA SAYISI** | 113 |
| **BENZERLİK ORANI** | %12 |
| **RAPORLAMA TARİHİ** | 08/02/ 2018 |

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmamın kapak sayfası, giriş, ana bölümler, sonuç ve tartışma kısımlarından oluşan toplam 113 sayfalık kısmına ilişkin, 08/02/2018 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından *Turnitin* adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan intihal raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 12 'tür.

Uygulanan filtrelemeler:

- ☐ Kabul/Onay sayfaları hariç,
- ☐ Kaynakça hariç
- ☐ Alıntılar hariç/dâhil
- ☐ Diğer

Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Programlarda Tez Çalışması İntihal Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve bu Uygulama Esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edilmesi durumunda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Cengiz COŞKUN

| | |
|---|---|
| 09/02/ 2018 | 09/02/ 2018 |
| Yrd.Doç.Dr.Abdullah BAYKAL | Prof.Dr.H.Özlem GÜNEY |
| **Tez Danışmanı** | **Anabilim Dalı Başkanı** |