Gyroviskoz Manyetik Dönme Kararsızlığının Manyetohidrodinamik Rejimdeki İleri Hesaplamaları

Program Kodu: 3001

Proje No: 115F019

Proje Yürütücüsü:
Doç. Dr. Ebru DEVLEN

Araştırmacı:
Yrd. Doç. Dr. Ahmet DEVLEN

Bursiyerler:
Melis YARDIMCI
Deniz BİLGİN

TEMMUZ 2017
İZMİR

ÖNSÖZ

Zayıf manyetize olmuş ve diferansiyel dönen seyreltik plazmaların paralel viskozite, gyroviskozite ve ısı iletimi varlığında kararsız olduğu gösterilmiştir. Bu yeni kararsızlık oldukça güçlüdür ve tüm dalgasayılarında ortaya çıkmaktadır. Kararsızlığın serbest enerji kaynağı gyroviskoz kuvvetle eşleşen diferansiyel dönmedir. Bu yüzden gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığı olarak isimlendirilmiştir. Literatürdeki diğer kararsızlıklarla karşılaştırıldığında, ideal GvMRI'nın seyreltik plazma içeren astrofiziksel ortamlar için en uygun ve en güçlü olan bir kararsızlık olduğu gösterilmiştir (Devlen, 2011). Önceki çalışmada momentum korunum eşitliğindeki stres tensörünün viskozite katsayıları ve enerji denklemindeki ısı akısı teriminde olan ısı iletkenlik katsayısı sabit olarak alınmıştır. Ancak viskozite ve ısı iletkenlik katsayıları sabit değildir, basınç ve sıcaklığın bir fonksiyonudur (Braginskii, 1965; Socrates vd., 2008). Bu değişimleri dikkate alarak bu kararsızlığın detaylı şekilde incelenmesi oldukça önemlidir. GvMRI, seyreltik plazmalar içeren dev karadeliklerin etrafındaki toplanma akışlarına, ışınımsal olarak etkin olmayan toplanma akışlarına (RIAF), gökadaların yıldızlarası ortamına ve gökada kümelerinin küme içi ortamına ilişkin birçok problemi açıklayabilir. Özellikle RIAF'ların gözlemlerinden elde edilen verilerin, literatürdeki mevcut modellerle (ADAF veya Bondi modelleri) uyuşmadığı görülmüştür (Yuan vd., 2003). Bu yüzden RIAF'ların gözlemlerden çıkartılan özelliklerinin fiziğini içeren yeni bir disk/akış modeliyle teorik olarak anlaşılması gereklidir.

Bu projede, viskozite ve ısı iletkenlik katsayılarının tensörel yapısı dikkate alınarak GvMRI detaylı şekilde incelenmiştir. Bu ileri hesaplamalar kararsızlığın literatürdeki yerini sağlamlaştıracaktır. Bu projede GvMRI için tanımlanmış hesaplamalar literatürde ilk kez yapılmıştır. Sırasıyla

i) yalnızca momentum korunum eşitliğindeki stres tensörünün viskozite katsayılarındaki basınç değişimi,
ii) yalnızca enerji denklemindeki ısı akısı terimi içindeki ısı iletkenlik tensörünün katkısı,
iii) hem momentum korunum eşitliğindeki viskozite katsayılarının basınç değişimi hem de enerji denklemindeki ısı iletkenlik tensörünün katkısının birlikteliği

dikkate alınarak MHD denklemlerinin hem analitik hem de nümerik çözümleri yapılmıştır.

Bu çalışma, 115F019 nolu proje ile Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER iii

ŞEKİL LİSTESİ v

ÖZET vii

ABSTRACT ix

1. GİRİŞ 1

2. LİTERATÜR ÖZETİ 2

3. GEREÇ VE YÖNTEM 5

4. BULGULAR 8

4.1. Stres Tensörü İçindeki Viskozite Katsayılarındaki Basınç Teriminin Değişimi 8

4.2. Isı İletkenlik Tensörünün Katkısını Dikkate Alan MHD Denklemlerin Çözümü 14

4.3. Viskozite Katsayılarındaki Basınç Değişimi ile Isı İletkenlik Tensörünün Katkısı 19

5. SONUÇLAR 27

6. AÇIK PROBLEMLER VE İLERİYE BAKIŞ 28

7. KAYNAKLAR 30

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

1. $\kappa^2 = 1$, $\tilde{V}_{gyro}^{n} = 1$ ve $M_s^2 = 1$ iken en genel dağılma bağıntısının çözümü 11

2. $\kappa^2 = 1$, $\tilde{V}_{gyro}^{n} = -1$ ve $M_s^2 = 1$ iken en genel dağılma bağıntısının çözümü 13

3. $\theta = 30^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları 17

4. $\theta = 45^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları 17

5. $\theta = 60^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları 18

6. $\theta = 90^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları 18

7. $v_{A\phi} = 0.1 v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı 23

8. $v_{A\phi} = 0.5 v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı 24

9. $v_{A\phi} = 1 v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı 24

10. $v_{A\phi} = 2 v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı 24

ÖZET

Projemizin amacı, düşük çarpışmalı seyreltik plazmaların dinamiğini daha iyi kavramak için, gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığını (Gyroviscous Modified Magnetorotational Instability: GvMRI) yönbağımlı taşınım etkilerinin tümünü içeren disk denklemlerini kullanarak manyetohidrodinamik (MHD) rejimde incelemektir. Disk içindeki farklı etkiler farklı kararsızlıkların ortaya çıkmasına neden olabilir. Ortaya çıkacak çeşitli kararsızlıklar içinde GVMRI'nın baskın kararsızlık olup olmadığının araştırılması ana hedefimizdir.

Proje süresince izlenecek yöntem ve araştırma teknikleri kuramsal olup hesaplamalarımız hem analitik hem de sayısal yöntemler kullanılarak gerçekleştirildi. İlk olarak stres tensörü içindeki viskozite katsayılarının basınç değişimini içeren momentum korunum denklemini dikkate alarak MHD eşitliklerini çözdük. İkinci olarak ısı akısı terimi içindeki ısı iletkenlik tensörünün katkısını içeren enerji denklemini dikkate alarak MHD eşitliklerini çözdük. Son olarak da her iki etkiyi içeren MHD eşitliklerini çözdük. Dağılma bağıntıları bu etkileri içeren manyetohidrodinamik (MHD) denklemler kullanılarak bulundu. Dağılma bağıntısı bize ortaya çıkacak dalga modları hakkında bilgi verir. Bu dalga modlarının dalga sayısı – frekans diyagramları elde edilip, kararsızlık koşulları belirlendi. Disk denklemlerinin nümerik çözümleri yapılarak kararsızlığın büyüme oranları hesaplandı.

Işınımsal olarak etkin olmayan toplanma akışlarında kararsızlık koşulunun değiştiğini, diskin ölçek yüksekliği parametresi ve z boyunca olan sıcaklık gradyentinin denklemlere girdiğini ve GvMRI'nın büyüme oranlarının bu etkilerin dikkate alınmadığı durumda olan büyüme oranlarından daha yüksek olduğunu bulduk. Böylece tüm yönbağımlı taşınım etkilerinin dikkate alındığı durumda GvMRI'nın oldukça güçlü olduğu ve tüm dalgasayılarında ortaya çıktığı gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Toplanma diskleri/akışlar, kararsızlıklar, manyetohidrodinamik (MHD)

ABSTRACT

The aim of the project is to examine behaviour of the gyroviscous modified magnetorotational instability (GvMRI) in the magnetohydrodynamic (MHD) regime using disc equations which must include all the anisotropic transport effects to clearly comprehend the dynamics of weakly collisional dilute astrophysical plasmas. Different effects in disc may cause to reveal different instabilities. Our main goal is to search as to whether the GvMRI is the most dominant instability among revealed various instabilities.

Methodology and research techniques during the project are theoretical. The calculations were done by analytical as well as numerical methodologies. Firstly we solved MHD equations with the momentum conservation equation, including variation of viscosity coefficients with pressure in the stress tensor. Secondly, we solved MHD equations with the energy equation, including thermal conductivity tensor in heat flux. Finally we solved MHD equations taking into account these two effects together. Dispersion relations were derived by using MHD equations containing these effects. Dispersion relations give us knowledge about the wave modes of the instability. Wave number/frequency diagrams of these wave modes were drawn and the conditions for instability were revealed. Numerical solutions of the disk equations were done and the growth rates of the instability were calculated.

We found that the instability condition changes in the radiatively inefficient accretion flow, and the equations include the vertical scale height of disk and temperature gradient in the z-direction, and the growth rates of GvMRI are larger than the growth rates in the absence of these effects. Thus, it is seen that the GvMRI is so powerful and occurs at all wavenumbers in case all the anisotropic transport effects are considered.

Keywords: Accretion discs/flows, instabilities, magnetohydrodynamics (MHD).

1. GİRİŞ

Son yıllarda manyetik dönme kararsızlığı (Magnetorotational Instability: MRI) toplanma disklerinde açısal momentum taşınımının güçlü bir kaynağı olarak tanı kazanmıştır. Zayıf bir manyetik alanla sarılı ve dışa doğru azalan bir açısal hıza sahip toplanma diski lineer bağlamda kararsızdır (Balbus ve Hawley 1991, 1998). Kepler disklerinin yerel ve global simülasyonları MRI'nın çalkantıya yol açtığını ve böylece açısal momentum ve enerjinin dışarı taşındığını göstermiştir (Balbus, 2003). Eğer akışkan elemanlarından açısal momentum (10 AB büyüklüğündeki bir diskteki 1 $M_{\odot}$'lik kütlenin açısal momentumu 3×10^{53} cm^2 s^{-1} dir!) ve enerji uzaklaştırılırsa, madde içe doğru sarmallanacak ve merkezdeki gök cismi üzerine düşecektir. Böylesi bir işlemde uzaklaştırılması gereken enerji miktarı en iç yörüngenin bağlanma enerjisine eşittir. Yeterince sıkışık cisimler etrafındaki yörüngeler için maddenin durgun kütle enerjisinin önemli bir bölümü uzaklaştırılmalıdır. Örneğin, bir nötron yıldızı için bu değer durgun kütlesinin %10'u, bir karadelik için ise durgun kütlesinin %40'ı kadardır. Böylece toplanma, durgun kütlenin ışınıma dönüştürüldüğü bir işlemdir.

Diferansiyel dönen ve zayıf bir manyetik alan içeren toplanma disklerinde açısal momentumun merkezdeki gök cisminden dışarıya doğru hızlı ve yeğin bir biçimde taşınması sorunu, akışkanlar dinamiği (hidrodinamik:HD ve manyetohidrodinamik:MHD rejimde) ve kinetik kuramda (Maxwell – Boltzmann ve Vlasov denklemleri ile) incelenir.

MHD bağlamında, ideal manyetik dönme kararsızlığının birçok astrofiziksel toplanma akışında açısal momentum taşınım kaynağı olduğu ve yıldız/gökada manyetik alanları için dinamo kaynağı olduğuna ilişkin literatürde oldukça fazla çalışma vardır (örneğin derleme için bkz. Balbus ve Hawley, 1998; Stone ve Pringle, 2001).

Farklı astrofiziksel cisimlerin etrafındaki diskler farklı fiziksel koşullara sahip olduğundan farklı tür kararsızlıklar ve manyetik dönme kararsızlığının farklı versiyonları ortaya çıkabilir. Bu proje "seyreltik" (dilute) plazmadaki konveksiyon, dönme ve sonlu Larmor yarıçapı (gyroviskoz) etkilerinin uyarttığı kararsızlıkların MHD rejiminde incelenmesi ile ilgilidir. "Seyreltik" ile anlatılmak istenen fiziksel durumda, iyon Larmor yarıçapı iyon ortalama serbest yolundan ve diskin herhangi bir ölçek uzunluğundan çok küçüktür. Bu parametre uzayı aynı zamanda iyon cyclotron frekansının iyon–iyon ortalama çarpışma zamanından çok büyük olduğu uzaydır. Bu tür plazmalar dev karadeliklerin etrafındaki toplanma akışları, verimsiz ışınımlı toplanma akışları (Radiatively Inefficient Accretion Flow:RIAF), gökadaların yıldızlarası ortamı ve gökada kümelerinin küme içi ortamı gibi ortamlarda karşımıza çıkar.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Kısaca seyreltik plazmalarda ortaya çıkabilecek kararsızlıkların MHD rejiminde incelendiği çalışmalara göz atalım:

Seyreltik plazmada yerel olarak ortaya çıkan konveksiyondan ve dönmeden kaynaklanan tedirginliklerin etkisi Balbus (2001) tarafından incelenmiştir. Bu çalışmada açısal momentum gradyenti yerine açısal hız gradyenti, entropi gradyenti yerine de sıcaklık gradyenti alınarak klasik Høiland ölçütüne benzer bir ölçüt geliştirilmiştir. Manyetik alan ve ısı iletkenliğinin, açısal hız ve sıcaklık gradyentlerinde depolanmış olan serbest enerji kaynaklarını açığa çıkardığı gösterilmiştir. Bu çalışmadaki en önemli sonuç, manyetik alan içeren astrofiziksel plazmalarda HD bağlamında çalışmanın uygun olmadığıdır. Çalışma sonuçlarının, kütle toplanmasının gerçekleştiği ve x–ışını salan dizgelerde geçerli olduğu savunulmuştur. Daha sonra bu çalışmanın önerdiği kararlılık ölçütüne "Balbus ölçütü" olarak gönderi yapılarak koşulunun $(\partial P/\partial z)(\partial \ln T/\partial z) > 0$ gerçekleşmesi durumunda küçük dalgasayılı modların kararsız olacağı gösterilmiştir (Parrish ve Stone, 2005). Bu yazarlar ilgili parametre uzayında ortaya çıkan kararsızlığı manyetik ısı kararsızlığı (Magnetothermal Instability: MTI) olarak tanımladılar ve gökada kümelerinin gökadalararası ortamında x–ışını salan bölgelerin dış kısımlarındaki eş sıcaklık kesitinin MTI ile açıklanabileceğini gösterdiler. Seyreltik plazma içeren verimsiz ışınımlı süper kütleli karadeliklerin etrafındaki toplanma disklerinde (Radiatively Inefficient Accretion Flows: RIAF'lar) de ortaya çıkabilecek olan bu kararsızlığın kinetik versiyonu da çalışılmıştır.Çarpışmasız MRI'ya ilişkin dağılma bağıntısı ile karşılaştırılarak çeşitli parametrelere göre akı ve stres hesapları yapılmıştır (Islam, 2014).

Seyreltik ve katmanlaşmış plazmada, sıcaklığın orta katmandan üst katmanlara doğru azalması durumunda, yönbağımlı ısı iletkenliği ile zayıf manyetik alanın (manyetik enerji yoğunluğunun plazmanın ısı enerjisi yoğunluğundan daha düşük olduğu durum), diferansiyel dönen diskleri ısı kararsızlığına uğratacağı gösterilmiştir. Seyreltik plazmada stres tensörünün yönbağımlı olduğu ve bu durumun yıldızlararası disklere, gökada disklerine ve yeni oluşmakta olan gökada disklerine uygulanabileceğine işaret edilmiştir. Bununla birlikte sadece stres tensörünün paralel bileşeni hesaba katılmıştır (Balbus, 2004).

Sıcak, seyreltik astrofiziksel plazmada küçük ölçekli çalkantılı dinamo üretimi ve doyuma ulaşımı sorunu da araştırılmıştır. Çalışma sonuçları küçük ölçeklerde manyetik enerji yoğunluğunun plazmanın kinetik enerji yoğunluğundan daha büyük olduğuna işaret eder. Yönbağımlı viskoz streslerin gökada kümelerinin gökadalararası ortamında hızlı büyüyen plazma kararsızlıklarına neden olduğu görülmüştür. Bu araştırmacıların ilgilendiği ölçekler

çarpışmasız plazma ile ilgilidir. Braginskii viskozitesinin özelliklerine dikkat çekilmiştir: (1) viskoz ölçeklerden daha büyük ölçeklerde küçük ölçekli dinamo üretilebilir ve (2) bu ölçeklerde manyetik alana dik yöndeki hız gradyentleri varlığını sürdürebilir. Elde ettikleri sonuç, Braginskii viskozitesinin viskoz ölçeklerde tüm kinetik enerjiyi bastıramayacağına ve viskoz ölçeklerden daha küçük ölçeklerde de büyüyen kararsızlıkların tetikleneceğine işaret etmektedir (Schekochihin vd., 2004).

Seyreltik astrofiziksel plazmaların tam doğasını anlamak için, MHD denklemleri viskozite ve ısı iletimi ile tanımlanan yönbağımlı taşınım terimlerinin tümünü içermelidir (Braginskii, 1965). Bu yüzden Devlen (2011) yönbağımlı ısı iletim terimini de dikkate alarak sarmal manyetik alan geometrisi varlığında stres tensörünün bileşenleri olan paralel viskozite ve gyroviskozite etkilerini hesaba katarak zayıf manyetize olmuş seyreltik plazmaların kararlılık özelliklerini incelemiştir. Seyreltik plazma koşulu altında paralel viskozitenin gyroviskoziteden daha büyük olmasına rağmen kararsızlık koşulu ve kararsızlığın büyüme oranı üzerinde bir etkisinin olmadığı gösterilmiştir. Güçlü bir kararsızlığın (Gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığı; Gyrovisous Magnetorotational Instability:GvMRI) sonlu Larmor yarıçapı etkilerinden ortaya çıktığı gösterilmiştir. Bu yeni kararsızlık oldukça güçlüdür ve tüm dalgasayılarında ortaya çıkmaktadır. Aslında böylesi bir plazma MRI, MTI ve GvMRI gibi kararsızlıklara maruz kalacaktır. GvMRI'nın büyüme oranının ideal MRI (max. büyüme oranı 0.75Ω) ve MTI'dan (max. büyüme oranı 0.5Ω) çok daha büyük olduğu (max. büyüme oranı 3Ω) bulunmuştur. İdeal MTI'da plazma sıcaklığının çekim doğrultusunda arttığı zaman, kararsızlık ortaya çıkar. Oysa bu çalışmada sıcaklık çekim doğrultusunda artsa da azalsa da en az bir kararsız modun olduğu gösterilmiştir. Kararsızlığın serbest enerji kaynağı gyroviskoz kuvvetle eşleşen diferansiyel dönmedir. Bu kararsızlığın literatürde verilen diğer olası kararsızlıklardan çok daha kuvvetli olduğu açıktır. Kısacası bu kararsızlık seyreltik plazma içeren astrofiziksel ortamlar için en uygun ve en güçlü olan bir kararsızlıktır.

Kararsızlık sonucu ortaya çıkan dalga modlarının detaylı fiziksel yapısı incelenmiştir (Devlen, 2011). Sonlu Larmor yarıçapı etkisi hız gradyenti boyunca ek bir sürüklenme dalgası üretir. Sürüklenme, Alfven ve manyetik Coriolis dalgaları için dalgasayısı – frekans diyagramları elde edilmiştir. Bu kararsızlık, dev karadeliklerin etrafındaki toplanma akışları, verimsiz ışınımlı toplanma akışları, gökadaların yıldızlararası ortamı, gökada kümelerinin küme içi ortamı gibi seyreltik plazma içeren cisimlerin yanısıra kararsızlık sıcaklık gradyentinden bağımsız olduğundan yıldız koronalarındaki soğuk, yoğun gaz ile sıcak, yoğunluğu düşük plazma arasındaki geçiş bölgelerinde, toplanma diskleri ile yıldızlararası ortamda karşımıza çıkacaktır.

Böylesi geniş bir uygulama alanına sahip olan bir kararsızlığın detaylı şekilde incelenmesi oldukça önemlidir. Fiziksel olarak tüm yönbağımlı taşınım etkileri dikkate alındığında hala baskın karasızlık olup olmadığı gösterilmelidir. Önceki çalışmada (Devlen, 2011) momentum korunum eşitliğindeki stres tensörünün viskozite katsayıları ve enerji denklemindeki ısı akısı teriminde olan ısı iletkenlik katsayısı sabit olarak alınmıştır. Ancak viskozite ve ısı iletkenlik katsayıları sabit değildir, basınç ve sıcaklığın bir fonksiyonudur (Braginskii, 1965; Socrates vd., 2008). Bu projede, bu değişimler dikkate alınarak GvMRI detaylı şekilde incelenmiştir. Bu ileri hesaplamalar kararsızlığın literatürdeki yerini sağlamlaştıracaktır. Bu projede GvMRI için tanımlanmış hesaplamalar literatürde ilk kez yapılmıştır. Sırasıyla

i) yalnızca momentum korunum eşitliğindeki stres tensörünün viskozite katsayılarındaki basınç değişimi,

ii) yalnızca enerji denklemindeki ısı akısı terimi içindeki ısı iletkenlik tensörünün katkısı,

iii) hem momentum korunum eşitliğindeki viskozite katsayılarının basınç değişimi hem de enerji denklemindeki ısı iletkenlik tensörünün katkısının birlikteliği

dikkate alınarak MHD denklemlerinin hem analitik hem de nümerik çözümleri yapılmıştır.

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Seyreltik plazma için MHD denklemleri aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \tag{1}$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P - \nabla \cdot \mathbf{\Pi} + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c} \tag{2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) P + \frac{5}{3} P (\nabla \cdot \mathbf{v}) = -\frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{q} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{4}$$

(1) – (4) denklemlerinde ρ yoğunluk, **v** iyonların hızı, P skaler basınç, $\mathbf{\Pi}$ stres tensörü, $\mathbf{J} = (c/4\pi) \nabla \times \mathbf{B}$ akım yoğunluğu, $\mathbf{B}$ manyetik alan, $\mathbf{q}$ ısı akısıdır. Stres tensörü $\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Pi}^{\parallel} + \mathbf{\Pi}^{\perp} + \mathbf{\Pi}^{gv}$ paralel (||), dik (⊥) ve gyroviskoz (*gv*) bileşenlerin toplamı olarak verilir (Braginskii, 1965). Seyreltik plazmada dik viskozite, paralel viskoziteden $(r_L / l)^2$ çarpanı kadar daha küçüktür, r_L Larmor yarıçapı, *l* parçacıkların ortalama serbest yoludur. $\mathbf{\Pi}^{gv}$ en düşük dereceli FLR düzeltmesini gösteren strestir. Bu, bir gyro yörünge boyunca parçacıkların sürüklenme hızındaki değişimleri ölçer.

Stres tensörünün paralel (||) ve gyroviskoz (*gv*) bileşenleri şöyle verilir:

$$\mathbf{\Pi}^{\parallel} = \eta_0 (\mathbf{I} - 3\mathbf{bb})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{b}) \tag{5}$$

$$\mathbf{\Pi}^{gv} = \eta_2 \left\{ \mathbf{b} \times \mathbf{W} \cdot (\mathbf{I} + 3\mathbf{bb}) + \left[\mathbf{b} \times \mathbf{W} \cdot (\mathbf{I} + 3\mathbf{bb}) \right]^T \right\} \tag{6}$$

Burada $\mathbf{b} = \mathbf{B} / B$ manyetik alan boyunca olan birim vektör, $\mathbf{I}$ birim tensör, $\mathbf{W} = \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T - \frac{2}{3} \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{v}$ "rate of strain" tensörü, $\eta_0 = 0.96 \frac{P}{2\nu_i}$ ve $\eta_2 = \frac{P}{4\omega_{ci}}$ viskozite katsayıları, $\omega_{ci} = eB_0 / m_i c$ cyclotron frekansı, ν iyon çarpışma frekansıdır (Braginskii, 1965).

Seyreltik plazmada ısı akısı manyetik alan çizgileri boyunca alınır. Paralel ısı akısı

$$\mathbf{q} = -\chi_C \mathbf{bb} \cdot \nabla T \tag{7}$$

ile verilir. Burada $\chi_C \simeq 6\times10^{-7} T^{5/2}\ \mathrm{ergscm^{-1}K^{-1}}$ Coulomb iletkenliği, T sıcaklıktır (Spitzer, 1962).

Çalışma silindirik konsayı düzeneğinde (R,ϕ,z) yapılmıştır. Eksen bakışık olarak ortaya çıkan tedirginliklerin uzay – zaman değişimleri $\exp(ikR + i\,kz - i\omega t)$ biçiminde alınmıştır. Plazmadaki zayıf manyetik alanın sarmal biçiminde olduğu, bileşenlerinin ve manyetik alanın ϕ ekseniyle yaptığı açının da sırasıyla $B_z = B_0 \sin\theta$, $B_\phi = B_0 \cos\theta$ ve $\theta = \tan^{-1}(B_z / B_\phi)$ oldukları varsayılmıştır. B_0, manyetik alanın başlangıçtaki genliğidir ve θ tınıs açısı (*pitch angle)* olarak adlandırılır (Bu açının parçacık yörünge kuramındaki, parçacığın anlık hız vektörüyle manyetik alan arasındaki açıyla karıştırılmaması gerekiyor.). Denge durumunda plazmanın Kepler hız alanına sahip olduğu, diğer bir deyişle diferansiyel döndüğü, $v_\phi = R\Omega(R)$ ve plazma basıncının yönbağımsız olduğu varsayılmıştır. Ayrıca denge durumunda ortamın eşısılı olduğu varsayılarak ısı akısı boşlanmıştır. Üç farklı durum için (viskozite katsayılarındaki basınç değişimi, ısı iletkenlik tensörünün katkısı ve viskozite katsayılarındaki basınç değişimi ile ısı iletkenlik tensörünün birlikteliği) ayrı ayrı sırasıyla aşağıdaki işlemler yapılmıştır.

i) Denge durumu üzerine standart Wentzel – Kramers – Brillouin (WKB) tedirginlik (perturbation) analizi uygulanmıştır. Bu analize göre MHD denklemlerindeki tüm değişenler "0" alt indisiyle gösterilen denge değeri ile "δ" alt indisiyle gösterilen küçük tedirginlik değeri toplamı ile verilir:

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho,\ P = P_0 + \delta P,\ \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \delta\mathbf{v},\ \mathbf{\Pi} = \mathbf{\Pi}_0 + \delta\mathbf{\Pi},\ \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B},\ \mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \delta\mathbf{q}$$

ii) Bunlar (1) – (7) denklemlerine yerleştirilerek doğrusallaştırılmış (lineer) denklemler elde edilmiştir. Tedirginliklerin uzay – zaman değişimleri $\exp(ikR + i\,kz - i\omega t)$ biçiminde alınarak denklemler yeniden yazılmıştır. Bu denklem takımı $\mathbf{M}\cdot\delta\mathbf{X} = 0$ olarak matris biçiminde de yazılabilir. Bu matrisin katsayılar determinantı sıfıra eşitlenerek dağılma bağıntısı bulunmuştur. Bu bağıntı bize ortaya çıkacak fiziksel dalga modlarını söyler.

iii) Dönmenin olmadığı ve olduğu durumlar için bulunan dağılma bağıntılarından belirlenen dalga modları için dalgasayısı – frekans diyagramları elde edilmiştir.

iv) En genel dağılma bağıntısı kullanılarak, Routh – Hurwitz teoremine göre kararsızlık koşulu bulunmuştur. Bu koşul yorumlanarak kararsızlığın hangi fiziksel koşullarda ortaya çıkacağı belirlenmiştir.

v) Bazı koşullar altında bulunan karmaşık katsayılı denklemlerin nümerik çözümleri, *Laguerre kök bulma yöntemi* (Press vd., 1992) kullanılarak FORTRAN kodu ile elde edilmiştir. Bazı durumlar için bulunan karmaşık katsayı içermeyen dağılma bağıntısının çözümleri ise MATLAB kullanılarak elde edilmiştir.

vi) Kararsızlığın büyüme oranları hesaplanmıştır. Büyüme oranlarının bazı parametrelere göre (örneğin dalgasayısı ve/veya tınıs açısı, Mach sayısı, plazma beta parametresi gibi) değişimi iki boyutlu veya üç boyutlu grafiklerle gösterilmiştir. Bu grafikler yorumlanarak kararsızlığın bu parametrelere bağlı olarak nasıl değiştiği belirlenmiştir.

vii) Elde edilen çözümler önceki çalışmalarla (ideal GvMRI sonuçları ile) karşılaştırılarak değişimlerin önemi vurgulanmıştır.

4. BULGULAR

4.1 Stres Tensörü İçindeki Viskozite Katsayılarındaki Basınç Teriminin Değişimi

Devlen (2011) makalesinde η_0 ve η_2 viskozite katsayıları sabit alınmış ve reel katsayılı bir dağılma bağıntısı bulunmuştur. Ancak bu katsayılar basıncın dolayısıyla sıcaklığın bir fonksiyonudur (Braginskii, 1965; Socrates vd., 2008). (2) nolu momentum korunum denkleminde basınç gradyenti (∇P terimi) dikkate alındığından yine aynı denklemdeki stress tensörünün diverjansı ($\nabla\cdot\mathbf{\Pi}$ terimi) alınırken $\mathbf{\Pi}$ terimi içindeki (Denklem (5) ve (6)) $\eta_0 = 0.96\dfrac{P}{2\nu_i}$ ve $\eta_2 = \dfrac{P}{4\omega_{ci}}$ viskozite katsayılarının da değişimi dikkate alınmalıdır. Yani $\nabla\cdot\mathbf{\Pi}$ terimini hesaplarken $\nabla\cdot\left(\phi\mathbf{T}\right)=\left(\nabla\phi\right)\cdot\mathbf{T}+\phi\nabla\cdot\mathbf{T}$ vektörel ilişkisini kullanmalıyız (ϕ herhangi bir skaler, $\mathbf{T}$ herhangi bir tensördür.). Bu durumda tedirgin edilmiş ve doğrusallaştırılmış $\nabla\cdot\mathbf{\Pi}$ terimi

$$\nabla\cdot\left(P\mathbf{\Pi}\right)=\left(\nabla P\right)\cdot\delta\mathbf{\Pi}+\left(\nabla\delta P\right)\cdot\mathbf{\Pi}+P\nabla\cdot\delta\mathbf{\Pi}+\delta P\nabla\cdot\mathbf{\Pi} \tag{8}$$

biçiminde alınmalıdır. Devlen (2011) çalışmasında viskozite katsayıları sabit düşünüldüğünden Denklem (8)'in son iki terimi kullanılmıştı. Projenin bu kısmında ilk iki terimin katkısı da dikkate alınmıştır. Bu terimlerin dikkate alınmadığı Devlen (2011) makalesindeki dağılma bağıntısı reel katsayılı beşinci dereceden bir polinom biçimli iken, bu terimlerin katkısıyla dağılma bağıntısı imajiner katsayılı beşinci dereceden bir polinom biçimine dönüşmüştür. Boyutsuz dağılma bağıntısı şöyledir:

$$a_5'\gamma^5+\gamma^4\left(a_4'+ib_4'\right)+\gamma^3\left(a_3'+ib_3'\right)+...+\left(a_0'+ib_0'\right)=0 \tag{9}$$

$$a_5' = \left(1-\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}H\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right),$$

$$a_4' = \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M\left\{-\left(I+2\mathrm{c}\right)a_5'+A\Omega_I'\right\},$$

$$b_4' = \left[\left(2D\,\mathrm{c}\tilde{V}_p^n X+X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\right)a_5'+X\tilde{V}_p^n F\Omega_I'\right]$$

$$a_3' = \begin{pmatrix} -\tilde{\kappa}^2 - 2X - \tilde{N}^2 - \Omega'' X\tilde{V}_g^n\left(G+H\right) + 4AX\tilde{V}_g^n \\ -2D\,\mathrm{c}\,\tilde{V}_p^n\tilde{V}_{ther}^n X^2\,\mathrm{s}^2 + 2\,\mathrm{c}\left(\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\right)^2 I - \left(AX\tilde{V}_g^n\right)^2 \end{pmatrix} a_5' + \begin{pmatrix} \sqrt{XY} - 4D\frac{1}{2}\Omega'' X\tilde{V}_g^n - 2\tilde{V}_g^n XE + \left(X\tilde{V}_g^n\right)^2 EA \\ -X^2\tilde{V}_p^n\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\,F - \left(\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\right)^2 2\,\mathrm{c}\,A \end{pmatrix}\Omega_I'$$

$$b_3' = \left[\begin{pmatrix} -\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\left(X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\left[2\,\mathrm{c}+I\right] + 4D\,\mathrm{c}^2\,X\tilde{V}_p^n\right) \\ +\sqrt{X}\tilde{V}_p^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M\sin 2\theta\left(2 - X\tilde{V}_g^n A\right) \end{pmatrix} a_5' + \begin{pmatrix} X\tilde{V}_g^n E\sqrt{X}\tilde{V}_p^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M\sin 2\theta \\ +\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\left(X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\,A - 2\,\mathrm{c}\,X\tilde{V}_p^n F\right) \end{pmatrix}\Omega_I'\right]$$

$$a_2' = \begin{pmatrix} \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\left(2X\,\mathrm{c}+\Omega'' X\tilde{V}_g^n\left(I\,\mathrm{s}+B\,\mathrm{c}\right) + XI + \tilde{N}^2 I + 4Dc^2 X\tilde{V}_p^2 X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\right) \\ +\sqrt{X}\tilde{V}_{par}^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M\sin 2\theta X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\left(X\tilde{V}_g^n A - 2\right) \end{pmatrix} a_5'$$
$$+\begin{pmatrix} \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\left(-\sqrt{XY}\,2\,\mathrm{c}+2D\Omega'' X\tilde{V}_g^n 2\,\mathrm{c} - A\tilde{N}^2 + X\tilde{V}_p^2 F\,2\,\mathrm{c}\,X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2 - AX - 2\Omega''\,\mathrm{s}\right) \\ -X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\,X\tilde{V}_g^n E\sqrt{X}\tilde{V}_{par}^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M\sin 2\theta \end{pmatrix}\Omega_I'$$

$$b_2' = \begin{pmatrix} X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\left(-\tilde{\kappa}^2 - 2X - X\tilde{V}_g^n\Omega''\left(G+H\right) + P_M T + 4AX\tilde{V}_g^n - \left(AX\tilde{V}_g^n\right)^2\right) \\ +\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\left(2\,\mathrm{c}\,X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M I + \sqrt{X}\tilde{V}_{par}^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M\sin 2\theta\frac{1}{2}\Omega'' I\right) \\ +D\,\mathrm{c}\,X\tilde{V}_p^n\left(-2X - 2\tilde{N}^2 - \Omega'' X\tilde{V}_g^n G - 2\Omega''\right) \end{pmatrix} a_5'$$
$$+\begin{pmatrix} X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\left(\sqrt{XY} - 2D\Omega'' X\tilde{V}_g^n - 2X\tilde{V}_g^n E + \left(X\tilde{V}_g^n\right)EA\right) + X\tilde{V}_p^n F\left(-X - \tilde{N}^2 - \frac{1}{2}\Omega'' X\tilde{V}_g^n G - \Omega''\right) \\ +\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\left(\sqrt{X}\tilde{V}_{par}^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M\sin 2\theta\frac{1}{2}\Omega'' G - \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\,2\,\mathrm{c}\,X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2 A\right) \end{pmatrix}\Omega_I'$$

$$a_1' = \begin{pmatrix} \left(X + \frac{1}{2}\Omega'' X\tilde{V}_g^n B\right)\left(\tilde{N}^2 + X + \frac{1}{2}\Omega''\left(X\tilde{V}_g^n G + 2\right)\right) + X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\,2D\,\mathrm{c}\,X\tilde{V}_p^n\left(X - P_M T + \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\left(X\tilde{V}_g^n G + 2\right)\right) \\ -X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M I\sqrt{X}\tilde{V}_{par}^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M\sin 2\theta\frac{1}{2}\Omega'' \end{pmatrix} a_5'$$
$$+\begin{pmatrix} \left(-\sqrt{XY} + 2D\Omega'' X\tilde{V}_g^n\right)\left(\tilde{N}^2 + X + \frac{1}{2}\Omega''\left(X\tilde{V}_g^n G + 2\right)\right) + X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\,X\tilde{V}_p^n F\left(X - P_M T + \frac{1}{2}\Omega''\left(X\tilde{V}_g^n G + 2\right)\right) \\ -\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\sqrt{X}\tilde{V}_{par}^n\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\,\Omega''\sin 2\theta G \end{pmatrix}\Omega_I'$$

$$b_1' = \begin{pmatrix} X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\begin{pmatrix} -P_M TI + X\left(2\,\mathrm{c}+I\right) \\ +\Omega'' X\tilde{V}_g^n\left(\mathrm{s}\,I + \mathrm{c}\,B\right)\end{pmatrix}\end{pmatrix} a_5' + \begin{pmatrix} -\sqrt{XY}\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\,2\,\mathrm{c}\,X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2 \\ +X\tilde{V}_{ther}^n\,\mathrm{s}^2\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\,\tilde{x}_z P_M\begin{pmatrix} -AX + AP_M T \\ +2D\Omega'' X\tilde{V}_g^n 2\,\mathrm{c} - 2\Omega''\,\mathrm{s}\end{pmatrix}\end{pmatrix}\Omega_I'$$

$$a_0' = 0$$

$$b_0' = X\tilde{V}_{ther}^n \, \mathrm{s}^2 \left\{ \left(X + B\frac{1}{2}\Omega'' X\tilde{V}_g^n \right) a_5' + \left(2D\Omega'' X\tilde{V}_g^n - \sqrt{XY} \right)\Omega_I' \right\} \left(X - P_M T + \Omega'' + \frac{1}{2}\Omega'' X\tilde{V}_g^n G \right)$$

Denklemlerde yer alan $X = k_z^2 v_{Az}^2 / \Omega^2$, $Y = k_z^2 v_{A\phi}^2 / \Omega^2$, $\tilde{V}_{par}^n = V_{par} / \Omega X$, $\tilde{V}_{ther}^n = V_{ther} / \Omega X$, $\tilde{V}_{gyro}^n = V_{gyro} / \Omega X$, $\tilde{x}_z = Rk_z / \sqrt{X}$, $\tilde{\omega}_{ci} = \omega_{ci} / \Omega$, $\tilde{N} = N / \Omega$, $\tilde{\kappa} = \kappa / \Omega$, $\gamma = \omega / \Omega$ $P_M = -\left(3/5M_s^2\right)\left(d\,\mathrm{lnT}/d\,\mathrm{lnR}\right)$ ve $T = d\ln T / d\ln R$ olarak ifade edilir. $M_s = v_\phi / c_s$, Mach sayısıdır. v_{Az} ve $v_{A\phi}$ sırasıyla Alfven hızının dik ve toroidal bileşenleridir. $d\ln\Omega^2 / d\ln R = \Omega''$, $0.5(1/4\tilde{\omega}_{ci})\Omega'' I = \Omega_I'$, $d\Omega / d\ln R = \Omega'$, $\Omega_I = (1/4\omega_{ci})\Omega' I$, $N^2 = -(3/5\rho)(\partial P / \partial R)(d\ln P\rho^{-5/3} / dR)$, $\sin\theta = s$, $\cos\theta = c$ olarak yazılmıştır. $V_{par} = 0.96k_z^2\left(P / 2\nu\rho\right)$ paralel viskoziteden kaynaklanan enerji saçıcı sürecin zaman ölçeğinin tersi (paralel viskozite frekansı), $V_{ther} = 2k_z^2\chi\left(T / 5P\right)$ ısı iletiminden kaynaklanan enerji saçıcı sürecin zaman ölçeğinin tersi ya da ısıl frekans ve $V_{gyro} = k_z^2 P / 4\omega_{ci}\rho$ ise gyroviskozite stresin zaman ölçeğinin tersidir. θ tınıs açısına bağlı sabitler ise şunlardır:

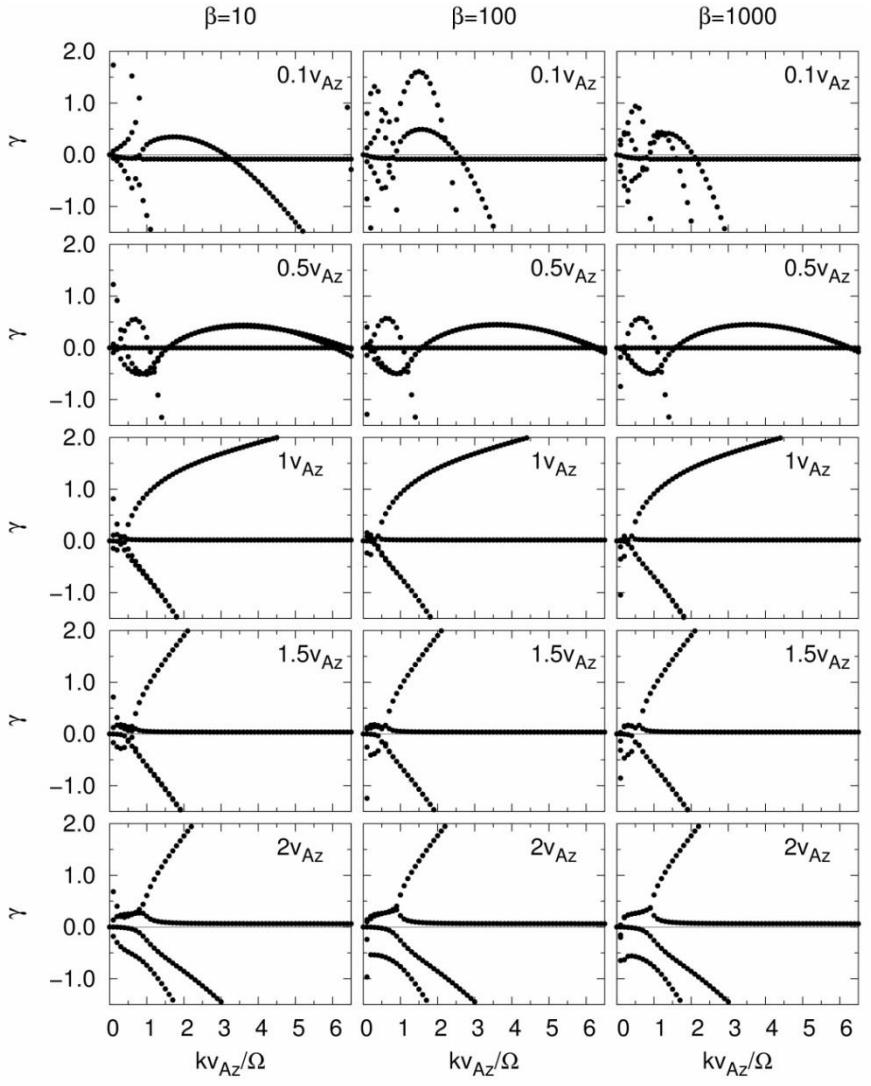
$A = \sin\theta\left(1 - 3\cos 2\theta\right)$, $B = \sin\theta(1 + 9\cos^2\theta - 3\sin^2\theta)$, $C = 2\sin^2\theta(-1 + 3\sin^2\theta)$, $D = 3\sin^2\theta\cos\theta$, $E = 2\cos\theta\left(1 + 3\sin^2\theta\right)$, $F = 2\sin\theta D - \sin 2\theta$, $G = \sin\theta(1 + 3\cos 2\theta)$, $H = 3\sin\theta\cos^2\theta$ ve $I = \cos\theta\left(1 + 3\cos 2\theta\right)$.

Boyutsuz dağılma bağıntısının çözümü bize karmaşık kökler vermektedir. Seçtiğimiz uzay–zaman ilişkisine göre dalga biçeminin üstel büyümesini verecek olan kısım karmaşık büyüme oranıdır. Kararsızlığın büyük ve güçlü olduğu büyüme oranı kullanılarak söylenir. Tedirginliklerin büyümesi $\exp\left(ikR + i\,kz - i\omega t\right)$ varsayılmıştı. Zamanla ne olur sorusunun yanıtını $\exp\left(-i\omega t\right)$ kısmı bize söyler. ω reel ve imajiner kısma sahip olabilir. Bu durumda $\exp\left[-i\left(\omega_R + i\omega_I\right)t\right]$ alınır. Bu ifade $\exp\left[-i\,\omega_R t + \omega_I t\right]$ olacağından tedirginliklerin zamanla büyümesi için $\omega_I \equiv \gamma_I > 0$ olması gerekir. Bu yüzden büyüme oranına karşılık dalga sayısı grafikleri çizdirilirken büyüme oranı ekseninde γ_I kullanılmıştır.

Seyreltik plazmalarda, plazma beta değeri $\beta = 8\pi P / B^2 \approx 200 - 2000$ civarında hesaplanmaktadır (Narayan ve Medvedev, 2001). Grafiklerde (Şekil 1 ve Şekil 2) beta değeleri için 10, 100 ve 1000 değişimi dikkate alınmıştır. Ayrıca boyutsuz ısıl frekans $\tilde{V}_{ther}^n = 1$

ile boyutsuz gyroviskoz frekans $\tilde{V}^n_{gyro}=1$ ve boyutsuz paralel viskoz frekans $\tilde{V}^n_{par}=100$ olarak alınmıştır. Mach sayısıda bir olarak alınmıştır (Mach sayısının değişimine de bakılmıştır. Mach sayısı arttıkça kararsızlık daha küçük dalgasayılarında ortaya çıkar.). Grafikler yukarıdan aşağıya doğru sırasıyla $v_{A\phi}=0.1v_{Az}$, $v_{A\phi}=0.5v_{Az}$, $v_{A\phi}=1v_{Az}$, $v_{A\phi}=1.5v_{Az}$ ve $v_{A\phi}=2v_{Az}$ değerlerine göre oluşturulmuştur. Burada $v_{A\phi}$ ile v_{Az} arasındaki ilişkisi $v_{Az}/v_{A\phi}=\tan\theta$ olacak şekilde tınıs açısına bağılıdır. Yukarıdan aşağı doğru $v_{A\phi}$ değeri arttıkça açı değerleri küçülmektedir.

Genel olarak bakıldığında grafiklerde iki ayrı kararsızlık bölgesi olduğu dikkat çekmektedir. Bunlardan birincisi küçük dalga sayılarında oluşurken, diğer bölge daha büyük dalga sayılarında oluşmaktadır.



Şekil 1. $\kappa^2=1$, $\tilde{V}^n_{gyro}=1$ ve $M_s^2=1$ iken en genel dağılma bağıntısının çözümü.

Şekil 1'de özellikle $0.1v_{Az}$ ve $0.5v_{Az}$ durumlarında, $kv_{Az}/\Omega \approx 1$ değeri iki bölgenin ayrım noktaları gibi görülmektedir. Bu iki durumda da birinci bölgenin dalga sayısı aralığı ikinci bölgeden daha küçüktür. $0.1v_{Az}$, $\beta = 10$ ve $\beta = 1000$ için ilk bölge daha büyük bir büyüme oranına sahip iken $\beta = 100$ olduğunda ikinci bölge kararsızlık açısından baskın hale gelmektedir. Ancak $0.5v_{Az}$ değerinde bu iki bölgenin davranışı ve büyüme oranları tüm beta değerlerinde benzerdir. Bu açı değerinde büyüme oranlarının değeri 0.5 civarıdır. Tınıs açısının 45° olduğu duruma karşılık gelen $1v_{Az}$ grafiklerinde birinci kararsızlık bölgesi neredeyse kaybolmuştur ve $kv_{Az}/\Omega \approx 0.5$ değerinden sonra büyüme oranı bir anda artışa geçmiştir. Bu davranış $1.5v_{Az}$ için de geçerlidir. Ancak açının küçülmesi ile birinci bölge kararsızlığının biraz olsun artmaktadır. Bu $2v_{Az}$ durumunda da ortaya çıkar.

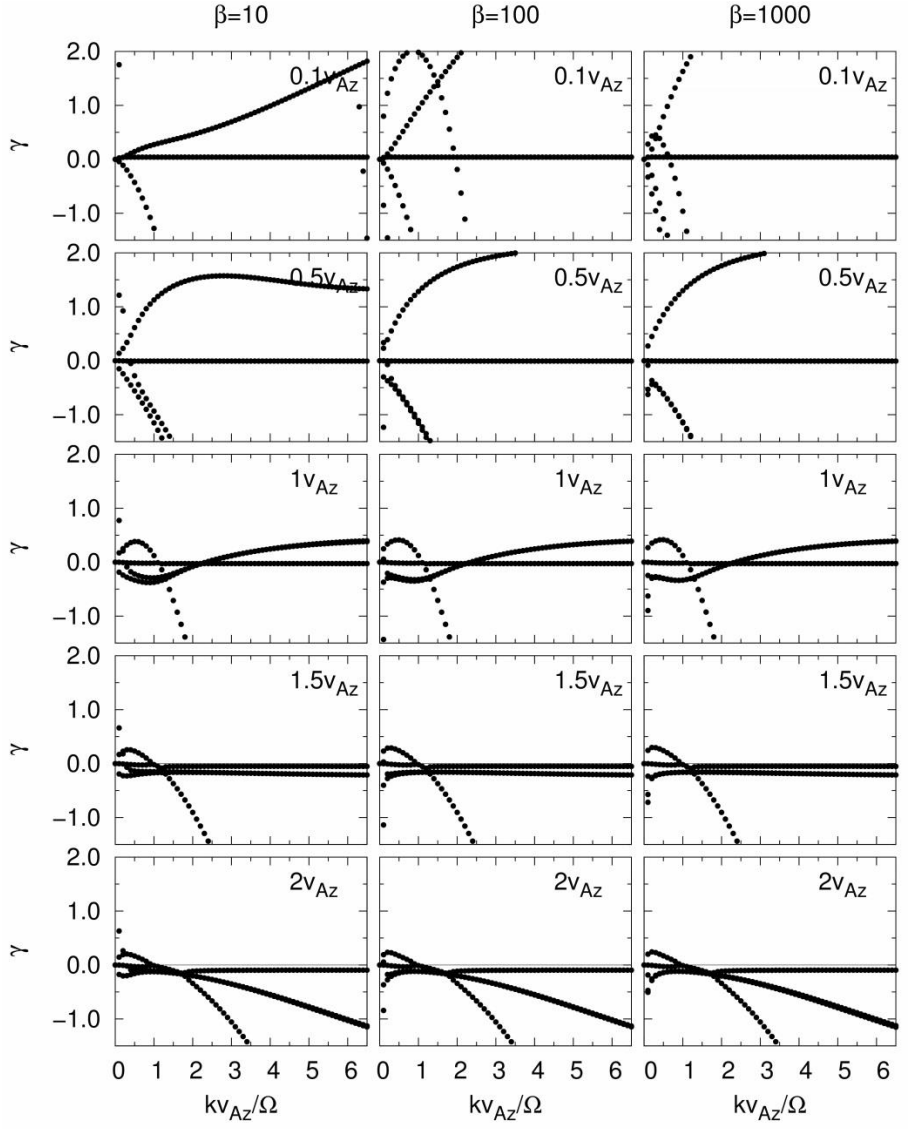
Şekil 1, $\tilde{V}^{n}_{gyro}$'nun pozitif olduğu durum (yani açısal hız vektörü ile manyetik alan vektörünün aynı yönlü ($\mathbf{\Omega} \uparrow\uparrow \mathbf{B}$) olduğu durum) için; Şekil 2 ise $\tilde{V}^{n}_{gyro}$'nun negatif olduğu durum (yani açısal hız vektörü ile manyetik alan vektörünün zıt yönlü ($\mathbf{\Omega} \uparrow\downarrow \mathbf{B}$) olduğu durum) için çizilmiştir.

$\tilde{V}^{n}_{gyro}$'nun pozitif olduğu Şekil 1'de $0.1v_{Az}$ durumu için kararsız olan birinci bölgenin büyüme oranı beta değeri artarken artmaktadır. Şekil 2'de ise beta değerinin artması ile birinci bölgenin büyüme oranı değeri küçülürken, daha küçük dalga sayılarında ikinci bir kararsızlık bölgesi oluşmaktadır. Bu kararsızlık bölgesinin büyüme oranı, beta arttıkça artar.

$0.5v_{Az}$ değerine sahip tüm beta değerlerinde birinci kararsızlık bölgesi kaybolmuştur. Betanın artması yani gaz basıncının baskın gelmesi durumunda ikinci kararsızlık bölgesinin büyüme oranı artmaktadır. $\beta = 10$ durumunda kararsızlık yaklaşık 1.5'a kadar çıkıyor iken $\beta = 100$ ve $\beta = 1000$ değerlerinde büyüme oranı 2 üzerine çıkar.

$1v_{Az}$ değerindeki Şekil 2 grafiklerine bakarsak, Şekil 1'deki $0.5v_{Az}$ durumuna karşılık gelen davranış görülmektedir. Bu grafiklerde dalga sayısının 1 ile 2.5 aralığında kararsızlık görülmemektedir. $\tilde{V}^{n}_{gyro}$'nun negatif olması $1.5v_{Az}$ ve $2v_{Az}$ değerlerinde kararsızlığın sadece $kv_{Az}/\Omega = 1$'den küçük dalga sayılarında oluşmasına ve büyüme oranlarının 0.3 değerlerine kadar düşmesine neden olmuştur.

Genel olarak $\tilde{V}_{gyro}^{n}$'nun negatif ve pozitif olması kararsızlık bölgelerini değiştirmektedir. Pozitif olduğu durumda, büyük açılarda kararsızlık alanı dar ve küçük büyüme oranlarına sahip iken, küçük açılarda kararsızlığın büyüme oranları büyüktür ve kararsızlık tüm dalga sayılarında görülür. Ancak $\tilde{V}_{gyro}^{n}$'nun negatif olması bu davranışı tersine döndürür.



Şekil 2. $\kappa^2 = 1$, $\tilde{V}_{gyro}^{n} = -1$ ve $M_s^2 = 1$ iken en genel dağılma bağıntısının çözümü.

Farklı parametrelerin değişimine karşılık büyüme oranlarının nasıl değiştiği ve kararsızlık koşulu üzerine ayrıntılı olarak çalışılmıştır. Projenin bu kısmı, projede bursiyer olarak çalışan Melis Yardımcı'nın yüksek lisans tezi olarak verilmiştir. Bu tez proje takip sistemine yüklenmiştir. Ayrıca 19 Eylül – 21 Eylül 2016 tarihleri arasında İstanbul Üniversitesi Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü'nde düzenlenen uluslararası katılımlı "Recent Advances

in Astrophysics: Inorganic Machines of the Universe" isimli sempozyumda "Transition from Stability to Instability in Accretion Flows (Toplanma Akışlarında Kararlılıktan Kararsızlığa Geçiş)" başlıklı sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

4.2 Isı İletkenlik Tensörünün Katkısını Dikkate Alan MHD Denklemlerin Çözümü

(7) denklemi ile verilen ısı akısı terimindeki χ_C Coulomb iletkenliği de sabit değildir ve aslında $\mathbf{X}=\mathbf{X}(\chi,\mathbf{b})$ bir tensördür ve iletkenlik $\chi=\chi_0 T^n \rho^m \kappa^p$ ile ifade edilebilir (Socrates vd., 2008). Yani, ısı akısı terimi $\mathbf{q}=-\chi_C \mathbf{bb}\cdot\nabla T$ biçiminde değil, $\mathbf{q}=-\mathbf{X}\cdot\nabla T$ olarak alınmalıdır. Bu durumda tedirgin edilmiş ve doğrusallaştırılmış ısı akısı

$$\delta\mathbf{q}=-\delta\mathbf{X}\cdot\nabla T-\mathbf{X}\cdot\nabla\delta T=-\chi\left[\frac{\delta\chi}{\chi}\mathbf{b}\left(\mathbf{b}\cdot\nabla T\right)+\delta\mathbf{b}\left(\mathbf{b}\cdot\nabla T\right)+\mathbf{b}\left(\delta\mathbf{b}\cdot\nabla T\right)-i\mathbf{b}\left(\mathbf{b}\cdot\mathbf{k}\right)\delta T\right] \qquad (10)$$

biçiminde olmalıdır. Isı tedirginliğini (10) denklemi biçiminde alacağımız bu ikinci çalışmada viskozite katsayılarını sabit alacağız.

Bölüm 3'te anlatılan yöntem kullanılarak nümerik çözümler için dağılma bağıntısı boyutsuz hale getirilmiştir:

$$\left(a_5+ib_5\right)\gamma^5+\left(a_4+ib_4\right)\gamma^4+\left(a_3+ib_3\right)\gamma^3+\left(a_2+ib_2\right)\gamma^2+\left(a_1+ib_1\right)\gamma+\left(a_0+ib_0\right)=0 \qquad (11)$$

$a_5=1$,

$b_5=0$,

$$a_4=\left(4X\tilde{V}_{ther}s^2\frac{1}{HM_A\sqrt{X}}\left(\frac{\partial\ln T}{\partial\ln z}\right)\right),$$

$$b_4=\left[X\tilde{V}_{par}6s^2\frac{k_\perp^2}{k^2}+X\tilde{V}_{ther}s^2\right],$$

$$a_3=\begin{bmatrix}-2X-\tilde{\kappa}^2\frac{k_z^2}{k^2}-Y\left\{\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\left(G+H\right)+2\frac{k_z^2}{k^2}\left(2sy^2-A\right)\right\}\\ -\frac{k_z^2}{k^2}\tilde{N}^2-\frac{1}{4}Y^2\frac{k_z^2}{k^2}\left(2s\,y^2-A\right)^2-X\tilde{V}_{par}6s^2\frac{k_\perp^2}{k^2}X\tilde{V}_{ther}s^2\end{bmatrix},$$

$$b_3=\left[24s^4\frac{k_\perp^2}{k^2}X^2\tilde{V}_{par}\tilde{V}_{ther}\frac{1}{HM_A\sqrt{X}}\left(\frac{\partial\ln T}{\partial\ln z}\right)\right],$$

$$a_2=\left[X\tilde{V}_{ther}s^2 4\frac{1}{HM_A\sqrt{X}}\left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln z}\right)\right]\left\{\begin{array}{l}-2X-\frac{k_z^2}{k^2}\tilde{\kappa}^2-\frac{1}{4}Y^2\frac{k_z^2}{k^2}\left(2\mathrm{s}y^2-A\right)^2\\+Y\left[-\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(G+H)-\frac{k_z^2}{k^2}2\left(2\mathrm{s}y^2-A\right)\right]\end{array}\right\},$$

$$b_2=\left[\begin{array}{l}X\tilde{V}_{ther}s^2\left\{\begin{array}{l}-2X-\frac{k_z^2}{k^2}\tilde{\kappa}^2+Y\left[-\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(G+H)-\frac{k_z^2}{k^2}2\left(2\mathrm{s}y^2-A\right)\right]\\-\frac{1}{4}Y^2\frac{k_z^2}{k^2}\left(2\mathrm{s}y^2-A\right)^2\end{array}\right\}\\+X\tilde{V}_{par}\left\{-X6s^2\frac{k_\perp^2}{k^2}-\tilde{N}^2\frac{k_z^2}{k^2}2D\mathrm{c}-\frac{k_z^2}{k^2}2Dc\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right\}\\-Y\frac{k_z^2}{k^2}y\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}6D-YX\tilde{V}_{par}\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}6s^2G\frac{k_\perp^2}{k^2}-\frac{1}{8}Y^2y\frac{k_z^2}{k^2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}6D\left(\frac{k_R^2}{k_z^2}2\mathrm{s}-A\right)\\+\frac{k_z^2}{k^2}X\tilde{V}_{ther}s^2\left[\frac{3}{5}\frac{1}{M_s^2}\left[\begin{array}{l}\frac{\partial\ln P}{\partial\ln R}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln R}-\frac{y}{H}\left(\frac{\partial\ln P}{\partial\ln R}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln z}+\frac{\partial\ln P}{\partial\ln z}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln R}\right)\\+\frac{y^2}{H^2}\frac{\partial\ln P}{\partial\ln z}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln z}\end{array}\right]\right]\end{array}\right],$$

$$a_1=\left[\begin{array}{l}\left(X+Y\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}G+\frac{k_z^2}{k^2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)\left(X+Y\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(2H+G)\right)+\frac{1}{8}Y^2\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2y^2\frac{k_z^2}{k^2}8D^2\\+\frac{k_z^2}{k^2}\tilde{N}^2\left[X+Y\frac{1}{4}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(G+2H)\right)\right]\\-\frac{k_z^2}{k^2}X\tilde{V}_{par}X\tilde{V}_{ther}\,\mathrm{s}^2\,2D\mathrm{c}\left[\frac{3}{5}\frac{1}{M_s^2}\left[\begin{array}{l}\frac{\partial\ln P}{\partial\ln R}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln R}-\frac{y}{H}\left(\frac{\partial\ln P}{\partial\ln R}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln z}+\frac{\partial\ln P}{\partial\ln z}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln R}\right)\\+\frac{y^2}{H^2}\frac{\partial\ln P}{\partial\ln z}\frac{\partial\ln T}{\partial\ln z}\end{array}\right]\right]\\+X\tilde{V}_{ther}s^2\left[\begin{array}{l}-X\tilde{V}_{par}\left[-X6s^2\frac{k_\perp^2}{k^2}-\frac{1}{\Omega^2}\frac{k_z^2}{k^2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}Dc\right]\\+Y\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}y\frac{k_z^2}{k^2}6D+YX\tilde{V}_{par}\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\frac{k_\perp^2}{k^2}6s^2G\\-\frac{1}{8}Y^2\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}y\frac{k_z^2}{k^2}6D\left(2sy^2-A\right)\end{array}\right]\end{array}\right],$$

$$b_1=\left[-4\frac{1}{HM_A\sqrt{X}}\left(\frac{\partial\ln T}{\partial\ln z}\right)X\tilde{V}_{ther}s^2\right]\left[\begin{array}{l}-X\tilde{V}_{par}\left\{-X6s^2\frac{k_\perp^2}{k^2}-\frac{k_z^2}{k^2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}Dc\right\}+Y\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}y\frac{k_z^2}{k^2}6D\\+YX\tilde{V}_{par}\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\frac{k_\perp^2}{k^2}6s^2G-\frac{1}{8}Y^2\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}y\frac{k_z^2}{k^2}6D\left(2sy^2-A\right)\end{array}\right],$$

$$a_0 = \left[X\tilde{V}_{ther} s^2 4 \frac{1}{HM_A\sqrt{X}} \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln z} \right) \right] \left\{ \begin{array}{l} \left(X + Y\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}G + \frac{k_z^2}{k^2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \right)\left(X + Y\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(G+2H) \right) \\ + y^2\frac{k_z^2}{k^2}Y^2\frac{1}{16}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \right)^2 8D^2 \end{array} \right\}$$

$$b_0 = \left[\begin{array}{l} \left[X\tilde{V}_{ther} s^2 \right] \left\{ \begin{array}{l} \left(X + Y\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}G + \frac{k_z^2}{k^2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \right)\left(X + Y\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(G+2H) \right) \\ + y^2\frac{k_z^2}{k^2}Y^2\frac{1}{16}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \right)^2 8D^2 \end{array} \right\} \\ -\frac{k_z^2}{k^2} X\tilde{V}_{ther} s^2 \left[X + Y\left(\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(G+2H) \right) \right] \left[\frac{3}{5}\frac{1}{M_s^2} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial \ln P}{\partial \ln R}\frac{\partial \ln T}{\partial \ln R} - \\ \frac{y}{H}\left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln R}\frac{\partial \ln T}{\partial \ln z} + \frac{\partial \ln P}{\partial \ln z}\frac{\partial \ln T}{\partial \ln R} \right) \\ + \frac{y^2}{H^2}\frac{\partial \ln P}{\partial \ln z}\frac{\partial \ln T}{\partial \ln z} \end{array} \right] \right] \end{array} \right].$$

Burada, $\gamma = \frac{\omega}{\Omega}$, $\tilde{N} = \frac{N}{\Omega}$, $\tilde{\kappa} = \frac{\kappa}{\Omega}$, $X = \frac{k_z^2 v_{Az}^2}{\Omega^2}$, $Y = \frac{k_z^2 v_D^2}{\Omega^2}$, $\tilde{V}_{par} = \frac{V_{par}}{\Omega X}$, $\tilde{V}_{ther} = \frac{V_{ther}}{\Omega X}$, $M_s^2 = \frac{v_\phi^2}{c_s^2}, M_A^2 = \frac{v_\phi^2}{v_A^2}$,

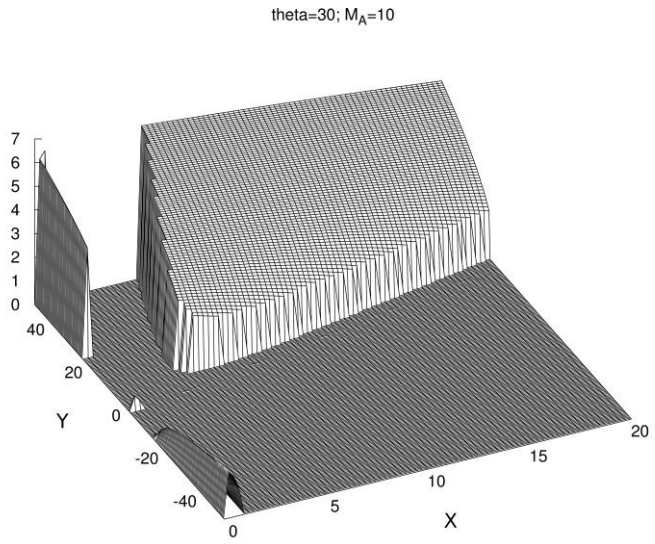
$y = \frac{k_R}{k_z}$, $H = \frac{z}{R}$, $k_\perp^2 = k_R^2 + k_z^2\cos\theta, v_D^2 = \frac{P\Omega}{2\rho\omega_{ci}}$ boyutsuz değişkenlerdir.

$A = \sin\theta(1 - 3\cos 2\theta)$, $B = \sin\theta(1 + 9\cos^2\theta - 3\sin^2\theta)$, $C = 2\sin^2\theta(-1 + 3\sin^2\theta), D = 3\sin^2\theta\cos\theta,$
$E = 2\cos\theta(1 + 3\sin^2\theta), \mathrm{F} = \sin 2\theta(3\sin^2\theta - 1)$, $G = \sin\theta(1 + 3\cos 2\theta)$, $H = 3\sin\theta\cos^2\theta,$
$I = (3\cos 2\theta + 1)\cos\theta$, $c = \cos\theta$, $s = sin\theta$
olarak alınmıştır.

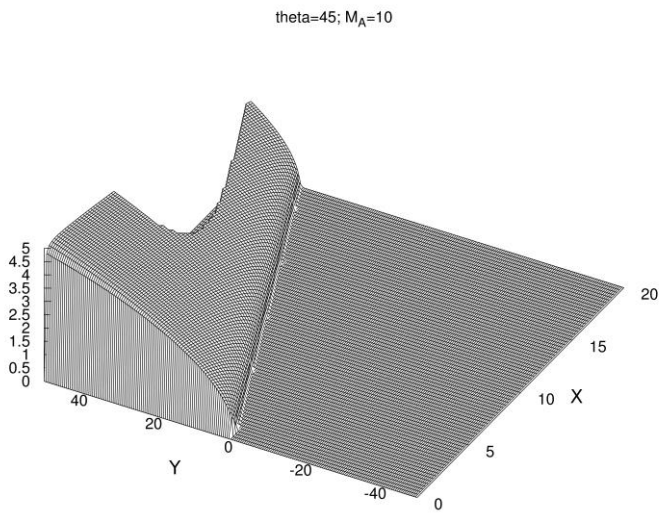
Bu dağılma bağıntısında ilk göze çarpan basınç ve sıcaklık değişimleridir. Basınç ve sıcaklığın R boyunca değişiminin yanısıra ısı iletkenlik tensörünün katkısından basınç ve sıcaklığın z boyunca değişimi de denklemlere kendiliğinden gelmiştir. Bu denklemin nümerik çözümleri Fortran kullanılarak yazılan kod ile çözüldü. Şekil 3, 4, 5 ve 6'da üç boyutlu grafikler üzerinde kararsızlık bölgeleri gösterilmiştir. Tüm şekillerde Mach ses sayısı 1, Mach Alfven sayısı 10 alınmıştır. Grafiklerde sıcaklık gradyentinin dışarıya doğru azaldığı varsayımı kullanılmıştır. Ayrıca grafiklerde Y ekseni $v_D^2 = \frac{P\Omega}{2\rho\omega_{ci}}$ ile orantılıdır. Y'nin negatif değerleri açısal hız vektörü $\boldsymbol{\Omega}$ ile manyetik alan vektörü $\mathbf{B}$'nin birbirine ters yönlü olduğunu, pozitif değerler ise bu vektörlerin aynı yönlü olduğuna işaret eder. $\theta = 30^\circ$ için Y'nin pozitif ve negatif olduğu bölgelerde iki kararsızlık bölgesi vardır. Pozitif değerlerde kararsızlığın

büyüme oranı oldukça yüksektir ve geniş bir dalgasayısı aralığına sahiptir. Negatif değerlerde ise büyüme oranı Ω düzeyindedir ve çok küçük dalgasayılarına sahiptir.

$\theta = 45^\circ$ için negatif değerlerdeki kararsızlık bölgesi kaybolur. Pozitif değerlerdeki kararsızlık bölgesi ise küçük dalgasayılarına kaymıştır ve büyüme oranları da bir miktar küçülmüştür. $\theta = 45^\circ$ durumu aynı zamanda manyetik alanın ϕ ile z bileşenlerinin birbirine eşit olduğu duruma karşılık gelir.

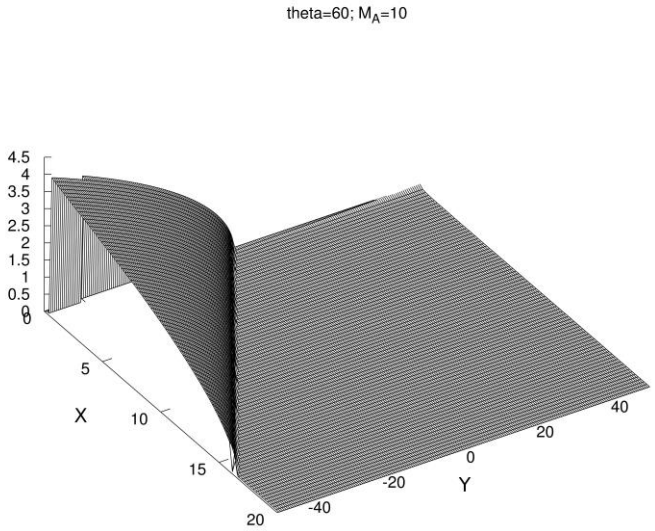


Şekil 3. $\theta = 30^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları.

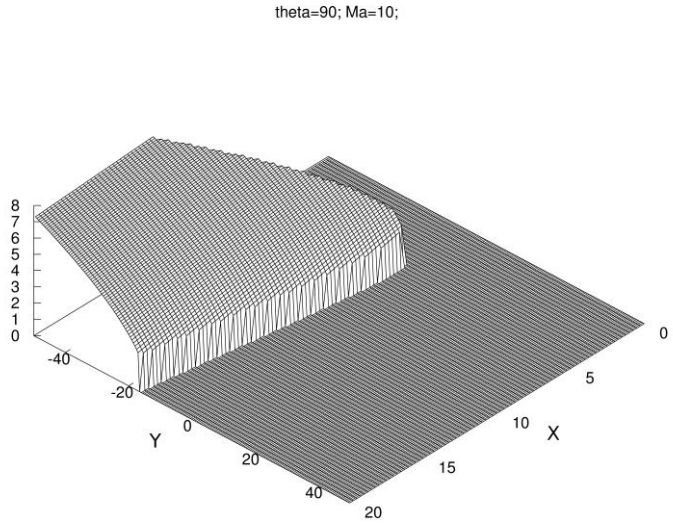


Şekil 4. $\theta = 45^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları.

$\theta = 60^\circ$ için kararsızlık bölgesi negatif Y değerlerinde ortaya çıkar. Hemen hemen tüm dalgasayıları kararsızdır. Kararsızlığın maksimum büyüme oranı 4Ω düzeyindedir. $\theta = 60^\circ$ durumu aynı zamanda manyetik alanın z bileşeninin ϕ bileşeninden büyük olduğu duruma karşılık gelir.



Şekil 5. $\theta = 60^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları.



Şekil 6. $\theta = 90^\circ$ için kararsızlığın büyüme oranları.

$\theta = 90^\circ$ için kararsızlık bölgesi $Y \leq -20$ değerlerinde ortaya çıkar. Kararsızlığın maksimum büyüme oranı yeniden artmıştır. $\theta = 90^\circ$ durumu manyetik alanın sadece z bileşeninin

olduğu duruma karşılık gelir. Sonuç olarak manyetik alanın ϕ bileşenin büyüklüğündeki artış kararsızlığın ortaya çıkması için açısal hız vektörü $\boldsymbol{\Omega}$ ile manyetik alan vektörü $\mathbf{B}$'nin birbiriyle aynı yönlü olmasını gerektirir.

Bu kararsızlık sonucu ortaya çıkan dalgaların iki boyutlu reel ve imajiner frekansına karşı dalga sayısı grafikleri de elde edilmiştir. Isı iletimi terimi içerisindeki ısı iletkenlik tensörünün katkısının dikkate alınmasıyla ortaya çıkan yeni kararsızlık ideal GvMRI'dan 2-3 kat daha büyük büyüme oranlarına sahiptir. Bu da bu kararsızlığın güçlü bir kararsızlık olduğunun göstergesidir.

Projenin bu kısmı 3 Mayıs – 7 Mayıs 2017 tarihleri arasında Budapeşte Macaristan'da düzenlenen uluslararası katılımlı "The 3rd International Conference on Engineering and Natural Science (ICENS)" isimli konferansta "Effect of Coulomb Thermal Conduction on the Gyroviscous Magnetorotational Instability" (Coulomb Isı İletiminin Gyroviskoz Manyetik Dönme Kararsızlığına Etkisi) başlıklı sözlü bildiri olarak sunulmuştur. ICENS Konferans bildiri kitabında basılmıştır (Devlen, E., Devlen, A. 2017. "Effect of the Coulomb Thermal Conduction on the Gyroviscous Magnetorotational Instability", III. International Conference on Engineering and Natural Science, Book of Proceedings 2017, Budapest, Hungary, 941-945pp, ISBN: 978-605-83575-5-6).

4.3 Viskozite Katsayılarındaki Basınç Değişimi ile Isı İletkenlik Tensörünün Katkısı

Bu kısımda hem Denklem (2) ile verilen momentum korunum denklemindeki stres tensörü içindeki viskozite katsayılarındaki basınç teriminin değişimi hem de Denklem (3) ile verilen enerji korunumu denklemindeki ısı iletimi terimi içindeki Coulomb iletkenliğinin tensor yapısı dikkate alınarak kararsızlık koşulu çıkartılmış ve dağılma bağıntısı elde edilmiştir.

Bölüm 3'te anlatılan yöntem kullanılarak nümerik çözümler için dağılma bağıntısı boyutsuz hale getirilmiştir:

$$a_5\gamma^5+\left(a_4+ib_4\right)\gamma^4+\left(a_3+ib_3\right)\gamma^3+\left(a_2+ib_2\right)\gamma^2+\left(a_1+ib_1\right)\gamma+\left(a_0+ib_0\right)=0 \qquad (12)$$

$$a_5=\left(1-\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}H\right)$$

$$a_4=\left[+K-\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M\left(I+2\cos\theta\right)a_5+\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M AJ\right]$$

$$b_4 = \left[\left(2D\cos\theta \tilde{V}_{par} X + X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \right) a_5 + X\tilde{V}_{par} FJ \right]$$

$$a_3 = \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} -\tilde{\kappa}^2 - 2X - \tilde{N}^2 - \dfrac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} Y \dfrac{1}{2}(G+H) + 2AY - \dfrac{1}{4} Y^2 A^2 \\ -2D\cos\theta \tilde{V}_{par} \tilde{V}_{ther} X^2 \sin^2\theta + 2\cos\theta \left(\dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \right)^2 I \end{array} \right) a_5 \\ + \left(\sqrt{XZ} - D\dfrac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} Y - YE + Y^2 \dfrac{1}{4} EA - X^2 \tilde{V}_{par} \tilde{V}_{ther} \sin^2\theta F - \left(\dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \right)^2 2\cos\theta A \right) J \end{array} \right]$$

$$b_3 = \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} -\dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \left(X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta (2\cos\theta + I) + 4D\cos^2\theta X \tilde{V}_{par} \right) \\ +\sqrt{X}\tilde{V}_{par} \dfrac{1}{\tilde{x}_z} \dfrac{5}{3} M_s^2 P_M \sin 2\theta \left(2 - Y\dfrac{1}{2} A \right) \end{array} \right) a_5 \\ + \left(\begin{array}{l} Y\dfrac{1}{2} E\sqrt{X}\tilde{V}_{par} \dfrac{1}{\tilde{x}_z} \dfrac{5}{3} M_s^2 P_M \sin 2\theta \\ +\dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \left(X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta A - 2\cos\theta X \tilde{V}_{par} F \right) \end{array} \right) J + X\tilde{V}_{par} 6 s^2 c^2 K \end{array} \right]$$

$$a_2 = \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \left(\begin{array}{l} 2X\cos\theta + \dfrac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} Y \dfrac{1}{2} (I\sin\theta + B\cos\theta) \\ +XI + \tilde{N}^2 I + 4D\cos^2\theta X \tilde{V}_{par} X \tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \end{array} \right) a_5 \\ +\sqrt{X}\tilde{V}_{par} \dfrac{1}{\tilde{x}_z} \dfrac{5}{3} M_s^2 P_M \sin 2\theta X \tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \left(Y\dfrac{1}{2} A - 2 \right) \end{array} \right) \\ + \left(\begin{array}{l} \dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \left(\begin{array}{l} -\sqrt{XZ}\, 2\cos\theta + 2D\dfrac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} Y \dfrac{1}{2} 2\cos\theta - A\tilde{N}^2 \\ +X\tilde{V}_{par} F\, 2\cos\theta X \tilde{V}_{ther} \sin^2\theta - AX - 2\dfrac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \sin\theta \end{array} \right) \\ -X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta Y \dfrac{1}{2} E\sqrt{X}\tilde{V}_{par} \dfrac{1}{\tilde{x}_z} \dfrac{5}{3} M_s^2 P_M \sin 2\theta \end{array} \right) J \\ + K \left\{ -2X - \tilde{\kappa}^2 + Y \left\{ -\dfrac{1}{2} \dfrac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} (G+H) + 2A \right\} - \dfrac{1}{4} Y^2 A^2 \right\} \end{array} \right]$$

$$b_2 = \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \left(-\tilde{\kappa}^2 - 2X - Y\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}(G+H) + P_M\frac{d\ln T}{d\ln R} + 2AY - \frac{1}{4}Y^2A^2 \right) \\ + \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M \left(\begin{array}{l} 2\cos\theta X\tilde{V}_{ther}\sin^2\theta \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M I \\ + \sqrt{X}\tilde{V}_{par}\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M \sin 2\theta \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} I \end{array} \right) \\ + D\cos\theta X\tilde{V}_{par}\left(-2X - 2\tilde{N}^2 - \frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}Y\frac{1}{2}G - 2\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \right) \end{array} \right) a_5 \\ + \left(\begin{array}{l} X\tilde{V}_{ther}^n \sin^2\theta \left(\sqrt{XZ} - D\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}Y - YE + EAY^2\frac{1}{4} \right) \\ + X\tilde{V}_{par}F\left(-X - \tilde{N}^2 - \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}Y\frac{1}{2}G - \frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \right) \\ + \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M \left(\begin{array}{l} \sqrt{X}\tilde{V}_{par}\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M \sin 2\theta \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}G \\ - \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M 2\cos X\tilde{V}_{ther}\sin^2\theta A \end{array} \right) \end{array} \right) J \end{array} \right]$$

$$a_1 = \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \left(X + \frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}Y(G+2H) \right)\left(\tilde{N}^2 + X + \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\left(Y\frac{1}{2}G + 2 \right) \right) \\ + X\tilde{V}_{ther}\sin^2\theta 2D\cos\theta X\tilde{V}_{par}\left(X - P_M\frac{d\ln T}{d\ln R} + \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\left(Y\frac{1}{2}G + 2 \right) \right) \\ - X\tilde{V}_{ther}\sin^2\theta \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M I\sqrt{X}\tilde{V}_{par}\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M \sin 2\theta \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \end{array} \right) a_5 \\ + \left(\begin{array}{l} \left(-\sqrt{XZ} + D\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}Y \right)\left(\tilde{N}^2 + X + \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\left(Y\frac{1}{2}G + 2 \right) \right) \\ + X\tilde{V}_{ther}\sin^2\theta X\tilde{V}_{par}F\left(X - P_M\frac{d\ln T}{d\ln R} + \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\left(Y\frac{1}{2}G + 2 \right) \right) \\ - \frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\sqrt{X}\tilde{x}_z P_M\sqrt{X}\tilde{V}_{par}\frac{1}{\tilde{x}_z}\frac{5}{3}M_s^2 P_M X\tilde{V}_{ther}\sin^2\theta \frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\sin 2\theta G \end{array} \right) J \end{array} \right]$$

$$b_1 = \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \left(\begin{array}{l} -P_M \dfrac{d\ln T}{d\ln R} I + \dfrac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} Y \dfrac{1}{2}\left(\sin\theta I + \cos\theta B\right) \\ +X\left(2\cos\theta + I\right) \end{array} \right) \end{array} \right) a_5 \\ + \left(\begin{array}{l} -\sqrt{XZ}\, \dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M 2\cos\theta X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \\ +X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \dfrac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}} \sqrt{X}\, \tilde{x}_z P_M \left(\begin{array}{l} -AX + AP_M \dfrac{d\ln T}{d\ln R} + 2D \dfrac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} Y\cos\theta \\ -2\dfrac{d\ln \Omega^2}{d\ln R}\sin\theta \end{array} \right) \end{array} \right) J \\ -K\left\{ -X\tilde{V}_{par} \left\{ -X 6s^2 c^2 - \dfrac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} Dc \right\} + YX\tilde{V}_{par} \dfrac{1}{4} \dfrac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} c^2 6s^2 G \right\} \end{array} \right\}$$

$$a_0 = K\left(X + Y\frac{1}{4}\frac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} G + \frac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} \right)\left(X + Y\frac{1}{4}\frac{d\ln \Omega^2}{d\ln R}\left(G + 2H\right) \right)$$

$$b_0 = X\tilde{V}_{ther} \sin^2\theta \left\{ \left(X + \frac{1}{4}\frac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} Y\left(G + 2H\right) \right) a_5 + \left(2D\frac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} Y\frac{1}{2} - \sqrt{XZ} \right) J \right\}$$
$$\times \left(X - P_M \frac{d\ln T}{d\ln R} + \frac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} + \frac{1}{2}\frac{d\ln \Omega^2}{d\ln R} Y\frac{1}{2} G \right)$$

Burada, $\gamma = \dfrac{\omega}{\Omega}$, $\tilde{N} = \dfrac{N}{\Omega}$, $X = \dfrac{k_z^2 v_{Az}^2}{\Omega^2}$, $Y = \dfrac{k_z^2 v_D^2}{\Omega^2}$, $Z = \dfrac{k_z^2 v_{A\phi}^2}{\Omega^2}$, $\tilde{V}_{par} = \dfrac{V_{par}}{\Omega X}$, $\tilde{V}_{ther} = \dfrac{V_{ther}}{\Omega X}$ boyutsuz değişkenlerdir. $V_{ther} = k_z^2 \dfrac{2\chi T}{5P}$, $V_{par} = k_z^2 \dfrac{0.96P}{2\nu\rho}$ ile tanımlıdır, sırasıyla ısı iletimi ve paralel viskozite kaynaklı enerji saçıcı (dissipation) sürecin ters zaman ölçekleridir. $N^2 = -(3/5\rho)(\partial P/\partial R)(d\ln P\rho^{-5/3}/dR)$ olup, Brunt-Vaisala frekansıdır. $v_D^2 = \dfrac{P\Omega}{2\omega_{ci}\rho}$ sürüklenme hızı, v_A^2, Alfven hızıdır. Ayrıca

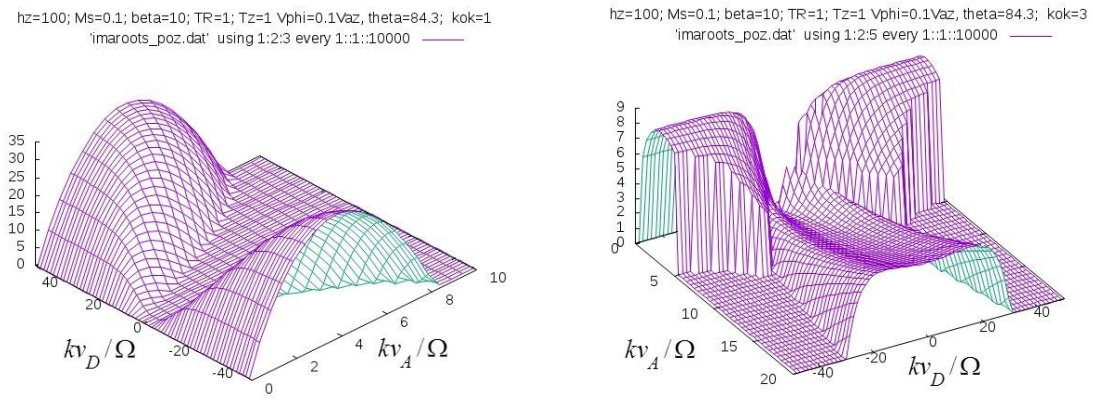
$A = \sin\theta\left(1 - 3\cos 2\theta\right)$, $B = \sin\theta(1 + 9\cos^2\theta - 3\sin^2\theta)$, $C = 2\sin^2\theta(-1 + 3\sin^2\theta)$,

$D = 3\sin^2\theta\cos\theta$, $E = 2\cos\theta\left(1 + 3\sin^2\theta\right)$, $F = 2\sin\theta D - \sin 2\theta$, $G = \sin\theta(1 + 3\cos 2\theta)$,

$H = 3\sin\theta\cos^2\theta$, $I = \cos\theta\left(1+3\cos 2\theta\right)$, $J = \left(\frac{1}{4\tilde{\omega}_{ci}}\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}I\right)$, $h = R/\mathrm{z}$, $P_M = \frac{3}{5}\frac{1}{M_s^2}\frac{\partial\ln P}{\partial\ln R}$

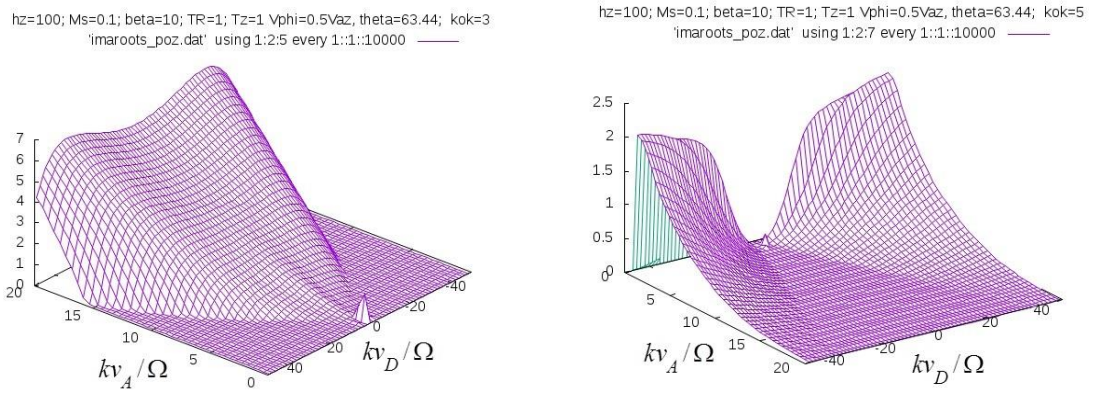
$K = \left[X\tilde{V}_{ther}s^2 4\frac{1}{hM_A\sqrt{X}}\left(\frac{\partial\ln T}{\partial\ln \mathrm{z}}\right)\right]$, M_A and M_s Alfven ve ses Mach sayılarıdır.

$h = R/\mathrm{z}$ diskin ölçek yüksekliği olup ince disk için $h \gg 1$ iken kalın diskte 1'e eşittir. Diskin ölçek yükseklik değeri, ters zaman ölçekleri, tınıs açısı, sıcaklık gradyenti, vs. parametrelerin değerlerine çeşitli değerler verilerek ortaya çıkan kararsızlığın büyüme oranı dalga sayısı ile gyroviskozite parmetresine göre hem iki hem de üç boyutlu grafikler çizilmiştir. Aşağıda ince diskte ϕ yönündeki manyetik alan değerinin, z yönündeki manyetik alanın değerinin farklı katında olduğu durumlar için elde edilen büyüme oranlarının kararlı kılıcı olan manyetik gerilme kuvveti (X) ile kararsız kılıcı gyroviskozite parametresine (Y) göre nasıl değiştiğinin birkaç örneği verilmiştir (Şekil 7-10).

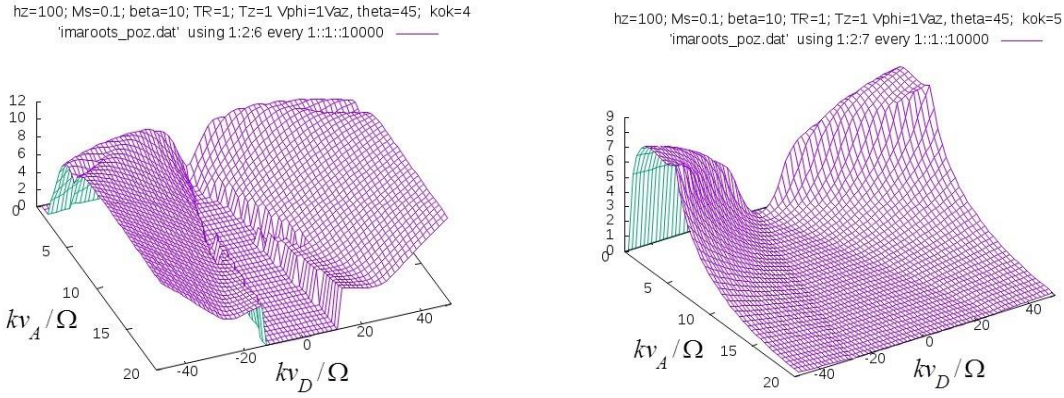


Şekil 7. $v_{A\phi} = 0.1v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı.

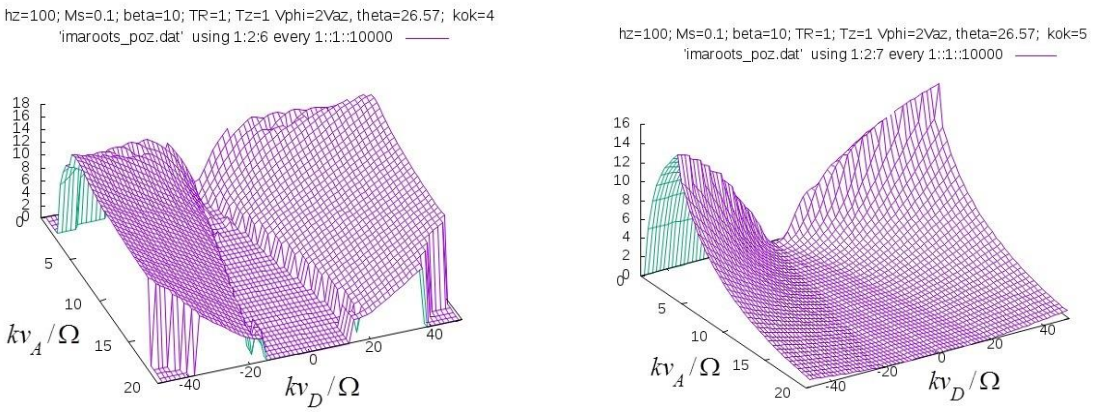
Tüm dalgasayıları için kararsız olan en az iki dalga modu vardır. Kararsızlığın maksimum büyüme oranları incelenen tüm durumlar için oldukça büyüktür. Isı iletimi ve viskozite tensörlerinin katkısını içeren gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığının bu yeni versiyonunun Devlen (2011) çalışmasındaki klasik gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığından çok daha güçlü ve büyük bir kararsızlık olduğu görülmüştür. Kararsızlığın büyüme oranı hem ϕ hem de z yönündeki sıcaklık gradyentinden bağımsız olup, ϕ ve z yönündeki manyetik alanın değerlerine bağlı olduğu görülmüştür. Ayrıca Devlen (2011) çalışmasındaki klasik gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığı, manyetik alan vektörü ile açısal hız vektörünün paralel ya da zıt yönlü olmasına bağlı iken; vizkoz ve ısı iletimi tensörlerinin katkısını içeren kararsızlığın, bu iki vektörün yönüne bağlı olmadığı görülmüştür.



Şekil 8. $v_{A\phi} = 0.5v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı.



Şekil 9. $v_{A\phi} = 1v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı.



Şekil 10. $v_{A\phi} = 2v_{Az}$ için kararsızlığın büyüme oranı.

Kararsızlık koşulu dik yöndeki manyetik alan varlığında

$$a_0 = \left[4V_{ther} \frac{1}{hM_A} \left(\frac{\partial \ln T}{\partial z} \right) \right] \left(k_z^2 v_A^2 + k_z^2 v_D^2 \frac{d\Omega^2}{d\ln R} + \frac{d\Omega^2}{d\ln R} \right) \left(k_z^2 v_A^2 + k_z^2 v_D^2 \frac{d\Omega^2}{d\ln R} \right) < 0 \qquad (13)$$

ile verilir.

Devlen (2011) çalışmasındaki klasik gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığının kararsızlık koşulu ise

$$a_0 = V_{ther} \left(k_z^2 v_A^2 + k_z^2 v_D^2 \frac{d\Omega^2}{d\ln R} + \frac{d\Omega^2}{d\ln R} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} \frac{\partial \ln T}{\partial R} \right) \left(k_z^2 v_A^2 + k_z^2 v_D^2 \frac{d\Omega^2}{d\ln R} \right) < 0 \qquad (14)$$

biçiminde elde edilmişti.

Daima $V_{ther} > 0; k_z^2 v_A^2 > 0$. Toplanma disklerinde ise daima $\frac{d\Omega^2}{d\ln R} < 0$ tür. Sürüklenme hızı $v_D^2 = \frac{mP\Omega}{2qB\rho}$ ile verildiğinden vektörel olarak açısal hız vektörü $(\mathbf{\Omega})$ ile manyetik alan vektörünün $(\mathbf{B})$ yönüne bağlıdır. $\mathbf{\Omega}$ ile $\mathbf{B}$'nin zıt yönlü olması durumunda negatif değer alacaktır. Bu durumda (13) ve (14) nolu eşitsizliklerdeki üçüncü çarpan pozitif olur. (14) nolu denklemde kararsızlığı ikinci çarpan belirler. İkinci çarpandaki $\frac{d\Omega^2}{d\ln R} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} \frac{\partial \ln T}{\partial R}$ ifadesinin negatif olması ve büyüklüğünün $k_z^2 v_A^2 + k_z^2 v_D^2 \frac{d\Omega^2}{d\ln R}$ toplamını geçmesi kararsızlık için gerekli koşuldur. Basınç daima dışarı doğru azaldığından koşul sıcaklığın R boyunca azalmasını gerektirir. (13) nolu eşitsizlikte ise kararsızlık koşulu tamamen değişir ve birinci çarpandaki sıcaklığın z boyunca değişimine bağlı hale gelir. Kararsızlık için z boyunca azalan sıcaklık yeterlidir. Böylece ısı iletimi ve viskozite tensörlerinin dikkate alınmasıyla toplanma disklerinde ve/veya toplanma akışlarında kararsızlık koşulunun da değiştiği elde edilen önemli sonuçlardan biridir.

Projenin bu kısmı 26 – 28 Ekim 2016 tarihleri arasında Çukurova Üniversitesi'nde uluslararası düzenlenen "1st International Mediterranean Science and Engineering Congress (IMSEC 2016)" isimli kongrede "Effects Of The Viscosity And Thermal Conductivity Tensors On The Gyroviscous Magnetorotational Instability (Viskozite ve Isı İletkenlik Tensörlerinin Gyroviskoz Manyetik Dönme Kararsızlığına Etkisi)" başlıklı sözlü bildiri olarak sunulmuştur

ve bildiri kitabında basılmıştır (Devlen, E. 2016. Sayfa 4168 - 4174. 1st International Mediterranean Science and Engineering Congress Proceedings Book, Çukurova University: e-ISBN 978-975-7537-12-31).

5. SONUÇLAR

Genel olarak gyroviskozite parametresinin pozitif olması (yani açısal hız vektörü ile manyetik alan vektörünün aynı yönde olması) durumunda, gyroviskozite parametresinin sayısal değerinin artması ile kararsızlığın büyüme oranı önemli miktarda azalmıştır. Negatif olduğunda ise, sayısal değerinin küçülmesi büyük açılarda büyüme oranını azaltmaktadır. Gyroviskozite parametresinin işaret değiştirmesi halinde büyük açılar ile küçük açılardaki kararsızlık alanları tersine döner. Büyük açılarda (özellikle $v_{A\phi} = 0.1 v_{Az}$) beta değişimi oldukça farklı davranışlar sergilese de açı küçüldükçe betanın büyük bir önemi kalmamaktadır. Mach sayısındaki artış büyüme oranını arttırırken, dönme kesiti büyüme oranlarında çok büyük değişimlere neden olmamıştır. Sonuç olarak ortaya çıkan kararsızlığın sıcaklık gradyentinden, dönme kesitinden ve plazma beta değerinden bağımsız olduğunu söyleyebiliriz. Ortaya çıkan üç biçem (dalga modu) (ısıl, konvektif ve sürüklenme biçemleri) farklı koşullar altında kararsız hale geçer. Gyroviskozite terimindeki basınç gradyentlerinden gelen katkılar konvektif kararsızlığın büyüme oranını arttırdığı görülmüştür. Ayrıca, gyroviskozite etkisi açısal hızın dışa doğru arttığı ya da azaldığı durumlarda diski kararsız kılabilir. Oysa klasik manyetik dönme kararsızlığında sadece dışa doğru azalan açısal hız kesiti kararsızlığa neden olur. Açısal hız vektörü ile manyetik alan vektörünün aynı ya da zıt yönlü olması kararlı kılıcı etkiye sahip değildir ve her durumda kararsız olan dalga sayısı vardır. Burada vurgulamamamız gereken bir diğer nokta da gyroviskozite terimi içinde basınç gradyentlerinin büyük dalga sayılarında ortaya çıkan konvektif kararsızlığa önemli bir katkıda bulunuyor olmasıdır. Büyüme oranları klasik manyetik dönme kararsızlığı ve klasik manyetik ısıl kararsızlık ile karşılaştırıldığında oldukça büyük değerler göstermektedir.

Isı iletkenlik tensörünün dikkate alınmasıyla diskin ölçek yüksekliği parametresi ($h = R / \mathrm{z}$) ve z boyunca olan sıcaklık gradyenti hem dağılma bağıntısına hem de kararsızlık koşuluna girmiştir. Böylece bu çalışma literatürde verilen diskin ölçek yüksekliği parametresine göre yapılan farklı disk sınıflarına (Abramowicz ve Fragile, 2013) uygulanabilir.

Önümüzdeki birkaç ay içerisinde, projede yapılan çalışmalar üç ayrı makale halinde SCI'ya giren bir dergiye gönderilecektir. Makalelerin yazım aşamasının sonuna gelinmiştir, grafiklerin makale formatına uygun biçimde çizilmesine başlanmıştır.

6. AÇIK PROBLEMLER VE İLERİYE BAKIŞ

Zayıf manyetize olmuş ve diferansiyel dönen seyreltik plazmaların paralel viskozite, gyroviskozite ve ısı iletimi varlığında kararsız olduğu gösterilmiştir. Bu yeni kararsızlık oldukça güçlüdür ve tüm dalgasayılarında ortaya çıkmaktadır. Kararsızlığın serbest enerji kaynağı gyroviskoz kuvvetle eşleşen diferansiyel dönmedir. Literatürdeki diğer kararsızlıklarla karşılaştırıldığında, GvMRI'nın seyreltik plazma içeren astrofiziksel ortamlar için en uygun ve en güçlü olan bir kararsızlık olduğu Devlen (2011) çalışmasında ve bu projede gösterilmiştir.

Devlen (2011) çalışmasında momentum korunum eşitliğindeki stres tensörünün viskozite katsayıları ve enerji denklemindeki ısı akısı teriminde olan ısı iletkenlik katsayısı sabit olarak alınmıştır. Ancak viskozite ve ısı iletkenlik katsayıları sabit değildir, basınç ve sıcaklığın bir fonksiyonudur (Braginskii, 1965; Socrates vd., 2008). Bu projede viskozite ve ısı iletkenlik katsayısının basınç ve sıcaklıkla değişimleri dikkate alınarak ve dev karadeliklerin etrafındaki ışınımsal olarak etkin olmayan (verimsiz ışınımlı) toplanma akışları (Radiatively Inefficient Accretion Flow: (RIAF) temel alınarak, GvMRI detaylı şekilde incelenmiştir. Çünkü, RIAF'ların gözlemlerinden elde edilen verilerin, literatürdeki mevcut ADAF veya Bondi modelleriyle uyuşmadığı görülmüştür (Yuan vd., 2003). Bu yüzden RIAF'ların gözlemlerden çıkartılan özelliklerinin fiziğini içeren yeni bir disk/akış modeliyle teorik olarak anlaşılması gereklidir. RIAF'lar Eddington–altı $\left(L \ll 0.1\dot{M}c^2\right)$ ışıtmalara sahiptir, yani toplanmayla üretilen enerjinin çok azının ışınımla uzaklaştırılmaktadır. Toplanma akışındaki çalkantılı streslerle açığa çıkan çekim potansiyel enerjisi ısı enerjisi olarak saklanır. Bu yüzden toplanan gaz çok sıcaktır, öyle ki kara deliğe yakın yerlerde $T \sim GMm_p / 3kR \sim 0.1m_pc^2 / k \sim 10^{12}\ ^\circ\mathrm{K}$ sıcaklığına sahiptir (Quataert, 2003). Bu düşük ışıtmalı diskler temelde diğer standart toplanma akışlarından farklı davranış sergilemektedir. RIAF'lar toplanma enerjisini ısıl hareket olarak sakladığından tıpkı bir "fırındaki kek" gibi kabararak kalın hale gelir. Sgr A*'nın kızılöte–moröte tayfında gördüğümüz gibi bu tür akışlar karacisim benzeri bir yapı da göstermezler. Oldukça farklı çoklu dalgaboylu tayfı sergilerler. Toplanmadan kaynaklı salınan çekimsel enerji ısı olarak depolandığı için, RIAF'lardaki plazma sıcak ve seyreltiktir (yani düşük yoğunlukludur). Bu akışlarda toplanma sürecinin gerçekleşmesi için dışa doğru açısal momentum taşınımı kadar ısı enerjisinin de dışa taşınımına ihtiyaç vardır. Bu ısı taşınımı, maddenin kara delik üzerine akış miktarını azaltabilir. GvMRI, RIAF'larda toplanmayı tanımlamak ve büyük oranda artmış ısı enerji akısının kaynağı olmak için en olası adaylardan biri olduğunu bu proje sonuçlarına bakarak rahatlıkla söyleyebiliriz.

Fiziksel olarak GvMRI hala baskın kararsızlıktır ve kararsızlığın büyüme oranları viskozite ve ısı iletkenlik katsayılarının sabit alındığı klasik GvMRI'dan 2-3 kat büyük elde edilmiştir. Klasik MRI'da maksimum büyüme oranı 0.75Ω iken, klasik GvMRI'da $3-4\Omega$, manyetik ısı kararsızlığında (MTI) 0.5Ω dır. Bu şu demek, bir dönme dönemi içinde kararsız modun büyümesi MRI'da eksponansiyel olarak 0.75 kat, MTI'da 0.5 kat, klasik GvMRI'da 3-4 kat iken bu projedeki durumlar için GvMRI'nın büyüme oranı genellikle 12-16 kat artmaktadır. Bu da GvMRI'nın diğerlerine göre bir dönme dönemi içinde çok daha hızlı büyüyeceğini ve daha güçlü bir kararsızlık olarak karşımıza çıkacağını söyler. Üstelik kararsızlık koşulu da değişir. Bölüm 4.3'de bahsedildiği üzere kararsızlık için z boyunca azalan sıcaklık yeterlidir.

Bu projedeki çözümlerde, özel olarak seyreltik plazma içeren astrofiziksel ortamlardan biri olan ışınımsal olarak etkin olmayan toplanma akışlarının gözlemsel ve teorik parametreleri kullanılmıştır. Seyreltik plazma içeren diğer astrofiziksel ortamlar şöyle sıralanabilir: Dev karadeliklerin etrafındaki toplanma akışları, gökadaların yıldızlararası ortamı, gökada kümelerinin küme içi ortamı, yıldız koronalarındaki soğuk, yoğun gaz ile sıcak, yoğunluğu düşük plazma arasındaki geçiş bölgelerinde, toplanma diskleri ile yıldızlararası ortam.

Seyreltik plazmaların gerçek doğasını anlamak için, MHD denklemlerinin mutlaka ve mutlaka yönbağımlı viskozite ve ısı taşınım terimlerini içermesi gerekmektedir. Bu terimler dikkate alındığında ortaya çıkan yeni kararsızlık GvMRI'dır. Böylece GvMRI geniş bir uygulama alanına sahiptir. Seyreltik plazma içeren her ortamda karşımıza çıkacaktır. Ancak farklı astrofiziksel ortamlar farklı fiziksel koşullara sahiptir. İlgilendiğimiz ortam koşullarına ve çözüm aradığımız probleme göre MHD denklemleri yeniden yazılmalıdır. Yukarıda bahsedilen ışınımsal olarak etkin olmayan toplanma akışlarının dışındaki tüm astrofiziksel seyreltik plazma içeren ortamlarda GvMRI'nın çalışan, baskın bir kararsızlık olup olmadığı sorusu açık bir problemdir. Uygun MHD denklemlerinin kullanılması ile yeni projeler ve yeni makaleler üretilebilir. Örneğin, karadeliğe yakın (en iç kararlı yörüngedeki) akış durumu için GVMRI'yı çalışmak istiyorsak Schwarzchild (dönmeyen karadelik) veya Kerr metriği (dönen karadelik) ile yazılmış relativistik MHD denklemlerini kullanmamız gereklidir. Böylesi bir çalışmayı Mart 2018 döneminde 1001 projesi olarak vermeyi planlıyoruz.

7. KAYNAKLAR

Abramowicz, M. A., Fragile, P. C., 2013. “Foundations of Black Hole Accretion Disk Theory”, *Living Rev. Relativity*, 16:1-88pp.

Balbus, S. A. 2001. “Convective and Rotational Stability of a Dilute Plasma”, The Astrophysical Journal, 562, 909-917.

Balbus, S. A. 2003. “Enhanced Angular Momentum Transport in Accretion Disks”, Annual Review of Astronomy & Astrophysics, 41, 555-597.

Balbus, S. A. 2004. “Viscous Shear Instability in Weakly Magnetized, Dilute Plasmas”, The Astrophysical Journal, 616, 857-864.

Balbus, S. A., Hawley, J. F. 1991. “A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I-Linear analysis. II-Nonlinear evolution”, The Astrophysical Journal, 376, 214-233.

Balbus, S. A., Hawley, J. F. 1998. “Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks”, Reviews of Modern Physics, 70, 1-53.

Braginskii, S. I. 1965. Sayfa 205. Reviews of Plasma Physics, Vol. 1, Editör: Leontovich M. A. , New York: Consultants Bureau.

Devlen, E. 2011, “The Anisotropic Transport Effects on Dilute Plasmas”, The Astrophysical Journal, 731:104(16pp).

Islam, T. 2014. “The Collisionless Magnetoviscous-thermal Instability”, The Astrophysical Journal, 787:53 (11pp).

Narayan, R., Medvedev, M. V. 2001. “Thermal Conduction in Clusters of Galaxies”, The Astrophysical Journal, 562:L129-L132pp.

Parrish, I. J., Stone, J. M. 2005. “Nonlinear Evolution of the Magnetothermal Instability in Two Dimensions”, The Astrophysical Journal, 633, 334-348.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. 1992. Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing, Cambridge Univ. Press, 1003p.

Quataert, E. 2003. “Radiatiely Inefficient Accretion Flow Models of Sgr A*”, Astronomische Nachrichten, 324:435-443pp.

Schekochihin, A. A., Cowley, S. C., Taylor, S. F., Maron, J. L., McWilliams, J. C. 2004. “Simulations of the Small-Scale Turbulent Dynamo”, The Astrophysical Journal, 612, 276-307.

Spitzer, L., 1962, Physics of Fully Ionized Gases (2nd ed.; New York: Wiley).

Socrates, A., Parrish, I.J., Stone, J. M., 2008, “Coulomb Bubbles: Overstable Driving Of Magnetoacoustic Waves Due To The Rapid And Anisotropic Diffusion Of Energy”, The Astrophysical Journal, 675, 357.

Stone, J. M., Pringle, J. E. 2001. “Magnetohydrodynamical non-radiative accretion flows in two dimensions”, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 322, 461-472.

Yuan, F., Quataert, E., Narayan, R. 2003. “Nonthermal Electrons in Radiatively Inefficient Accretion Flow Models of Sagittarius A*”, The Astrophysical Journal, 598, 301-31.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Doç. Dr. EBRU DEVLEN
Proje No:	115F019
Proje Başlığı:	Gyroviskoz Manyetik Dönme Kararsızlığının Manyetohidrodinamik Rejimdeki İleri Hesaplamaları
Proje Türü:	3001 - Başlangıç AR-GE
Proje Süresi:	24
Araştırmacılar:	AHMET DEVLEN
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	EGE Ü. FEN F. ASTRONOMİ VE UZAY BİLİMLERİ B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/06/2015 - 01/06/2017
Onaylanan Bütçe:	87300.0
Harcanan Bütçe:	57839.48
Öz:	Projemizin amacı, düşük çarpışmalı seyreltik plazmaların dinamiğini daha iyi kavramak için, gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığını (Gyroviscous Modified Magnetorotational Instability: GvMRI) yönbağımlı taşınım etkilerinin tümünü içeren disk denklemlerini kullanarak manyetohidrodinamik (MHD) rejimde incelemektir. Disk içindeki farklı etkiler farklı kararsızlıkların ortaya çıkmasına neden olabilir. Ortaya çıkacak çeşitli kararsızlıklar içinde GVMRI?nın baskın kararsızlık olup olmadığının araştırılması ana hedefimizdir. Proje süresince izlenecek yöntem ve araştırma teknikleri kuramsal olup hesaplamalarımız hem analitik hem de sayısal yöntemler kullanılarak gerçekleştirildi. İlk olarak stres tensörü içindeki viskozite katsayılarının basınç değişimini içeren momentum korunum denklemini dikkate alarak MHD eşitliklerini çözdük. İkinci olarak ısı akısı terimi içindeki ısı iletkenlik tensörünün katkısını içeren enerji denklemini dikkate alarak MHD eşitliklerini çözdük. Son olarak da her iki etkiyi içeren MHD eşitliklerini çözdük. Dağılma bağıntıları bu etkileri içeren manyetohidrodinamik (MHD) denklemler kullanılarak bulundu. Dağılma bağıntısı bize ortaya çıkacak dalga modları hakkında bilgi verir. Bu dalga modlarının dalga sayısı ? frekans diyagramları elde edilip, kararsızlık koşulları belirlendi. Disk denklemlerinin nümerik çözümleri yapılarak kararsızlığın büyüme oranları hesaplandı. Işınımsal olarak etkin olmayan toplanma akışlarında kararsızlık koşulunun değiştiğini, diskin ölçek yüksekliği parametresi ve z boyunca olan sıcaklık gradyentinin denklemlere girdiğini ve GvMRI?nın büyüme oranlarının bu etkilerin dikkate alınmadığı durumda olan büyüme oranlarından daha yüksek olduğunu bulduk. Böylece tüm yönbağımlı taşınım etkilerinin dikkate alındığı durumda GvMRI?nın oldukça güçlü olduğu ve tüm dalgasayılarında ortaya çıktığı gösterilmiştir.
Anahtar Kelimeler:	Toplanma diskleri/akışlar, kararsızlıklar, manyetohidrodinamik (MHD)
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır
Projeden Yapılan Yayınlar:	1- Işınımsal Olarak Etkin Olmayan Toplanma Akışları (Tez (Araştırmacı Yetiştirilmesi) - Yüksek Lisans Tezi),

TÜBİTAK