Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.
Cilt 30, No 2, 273-279, 2015

Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University
Vol 30, No 2, 273-279, 2015

GAUSS HÜZMESİNİN YÜKSEK FREKANSLARDA PLAZMA ORTAMLA ETKİLEŞİMİ

Selçuk Alparslan AVCI*, Erkan AFACAN
Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 06570, Maltepe, Ankara
selcukavci@gazi.edu.tr, e.afacan@gazi.edu.tr

(Geliş/Received: 04.12.2014; Kabul/Accepted: 25.12.2014)

ÖZET

Sayısal yöntemler, elektromanyetik problemlerin çözümünde uzun yıllardan beri kullanılmaktadır. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesi sayısal yöntemlerin yaygınlaşmasına yol açmıştır. Son yıllarda en çok kullanılan sayısal yöntemlerden bir tanesi zaman bölgesinde sonlu farklar yöntemidir (FDTD). Bu makalede, elektromanyetik dalgaların iki boyutlu plazma ortam içindeki yayılmaları zaman bölgesinde sonlu farklar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. PML ve Mur tipi emici sınır koşulları (ABC) kullanılarak elektromanyetik dalgaların problem uzayının sınırlarında nasıl davrandığı araştırılmıştır. Yapılan simülasyonlarda, PML tipi emici sınır koşulunun Mur tipi emici sınır koşuluna göre daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Zaman bölgesinde sonlu farklar yöntemi, yayılma, plazma ortam, gauss hüzmesi

GAUSSIAN BEAM INTERACTION AT HIGH FREQUENCIES WITH PLASMA MEDIUM

ABSTRACT

Numerical methods have been used for the solution of electromagnetic problems for long years. The advancement of the computer technology has led the numerical methods to obtain a widespread usage. One of the most frequently used numerical methods in recent years is finite difference time domain method (FDTD). In this paper, the propagation of electromagnetic waves in a two dimensional plasma medium is investigated via finite difference time domain method. The behaviour of electromagnetic waves at the boundaries of the problem space has been studied by using PML and Mur type absorbing boundary conditions (ABC). In simulations, it is shown that PML type absorbing boundary condition gives better results than Mur type absorbing boundary condition.

Keywords: Finite difference time domain method, propagation, plasma medium, gaussian beam

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Elektromanyetik problemlerin çözümlerinde en çok kullanılan sayısal yöntemlerden birisi zaman bölgesinde sonlu farklar yöntemidir (FDTD). Son zamanlarda bilgisayar teknolojisinin gelişmesi ile bu yöntem daha çok kullanılır hale gelmiştir. FDTD ilk olarak 1966 yılında K. S. Yee tarafından tanıtılmıştır. Yee, Maxwell denklemleri için izotropik ortamlarda başlangıç sınır değer problemlerinin çözümünü doğrudan zaman bölgesinde bu sayısal yöntem ile gerçekleştirmiştir [1]. Daha sonra, Mur ve Berenger tarafından, Yee hücrelerinin kararlı sınır koşulları için emici elektromanyetik alan denklemleri zamanda sonlu farklar yöntemi ile düzenlenmiştir. Bunun sonucunda iki ve üç boyutlu yapılarda elde edilen sayısal sonuçların emici sınır şartları açısından daha doğru olarak uygulanabileceği gösterilmiştir [2, 3]. Bu makalede, serbest uzayda oluşturulan Gauss biçimli ve sinüzodial bir elektromanyetik dalganın plazma ortam ile karşılaştığında nasıl yayıldığı incelenmiştir.

2. İKİ BOYUTLU FDTD DENKLEMLERİ (2D-FDTD EQUATIONS)

FDTD Yöntemi, Maxwell denklemlerindeki kısmi türev operatörlerinin merkezi farklar yöntemine dayalı

sonlu farklar karşılıkları ile değiştirilip, doğrudan zaman ve konum bölgelerinde sayısallaştırılmasına dayanır. Genel bir elektromanyetik dalga için iki boyutlu Maxwell denklemi,

$$E_z^{n+1}(i,j) = E_z^{n}(i,j) + Z\frac{\Delta\tau}{\Delta x}\begin{bmatrix} H_y^{n+1/2}(i+1/2,j) \\ -H_y^{n+1/2}(i-1/2,j)\end{bmatrix}, \quad (1)$$
$$- Z\frac{\Delta\tau}{\Delta y}\begin{bmatrix} H_x^{n+1/2}(i,j+1/2) \\ -H_x^{n+1/2}(i,j-1/2)\end{bmatrix}$$

şeklinde yazılabilir. Burada Z

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad (2)$$

ile verilen plazma ortamın karakteristik empedansıdır.

3. EMİCİ SINIR KOŞULLARI (ABSORBING BOUNDARY CONDITIONS)

Emici sınır koşulları kullanılarak bölge sınırlarında elektromanyetik alan davranışının daha doğru bir şekilde modellenebileceği gösterilmiştir. Mur ve Berenger tarafından geliştirilmiş olan iki tür emici sınır koşulu bulunmaktadır.

3.1. Mur Tipi Emici Sınır Koşulu (Mur Type Absorbing Boundary Condition)

FDTD yönteminde iterasyon sonucunda bir sonraki hücreye ait alan bileşenleri hesaplanmaktadır. Ancak bu bağıntıda sınırın dışarısında yer alan elektromanyetik alan bileşenlerine de ihtiyaç duyulduğundan sınır üzerindeki teğet manyetik ve elektrik alan bileşenlerinin değerleri bu şekilde elde edilemez. Bu yüzden açık bölge sınır koşullarının, sadece yüzeye teğet elektrik alan bileşenleri için elde edilmesi yeterlidir [4]. Tek yönlü dalga denklemi için oluşturulan emici sınır koşulu denklemi Mur tarafından FDTD algoritmasına uygun hale getirilmiştir [2].

$$E_z^{n+1}(0,j) = E_z^{n}(1,j) + \frac{c\,\Delta t - \Delta}{c\,\Delta t + \Delta}\left(E_z^{n+1}(1,j) - E_z^{n}(0,j)\right) \quad (3)$$

Burada c ışık hızıdır.

3.2. PML Tipi Emici Sınır Koşulu (PML Type Absorbing Boundary Condition)

Maxwell denklemleri için en esnek ve en etkili emici sınır şartlarından biri Berenger tarafından geliştirilen mükemmel uyumlandırılmış tabaka (PML) yöntemidir. Bu yöntemde, bir A ortamında yayılan elektromanyetik dalganın farklı bir B ortamı ile karşılaşması durumunda, yansıma miktarı ortamların dielektrik sabitlerine ve manyetik geçirgenlik sabitlerine bağlı olarak değişir [3]. Elektriksel akı yoğunluğu D_z,

$$D_z^{n+1/2}(i,j) = g_{i3}(i)g_{j3}(j)D_z^{n-1/2}(i,j) + g_{i2}(i)g_{j2}(j)(0.5)\begin{bmatrix} H_y^{n}(i+1/2,j) \\ -H_y^{n}(i-1/2,j) \\ -H_x^{n}(i,j+1/2) \\ +H_x^{n}(i,j-1/2)\end{bmatrix} \quad (4)$$

ile verilmiştir. Burada, g_{i2}, g_{i3} ve x_n(i) parametreleri,

$$g_{i2}(i) = \left(\frac{1}{1+x_n(i)}\right), \quad (5)$$

$$g_{i3}(i) = \left(\frac{1-x_n(i)}{1+x_n(i)}\right), \quad (6)$$

$$g_{j2}(j) = \left(\frac{1}{1+x_n(j)}\right), \quad (7)$$

$$g_{j3}(j) = \left(\frac{1-x_n(j)}{1+x_n(j)}\right), \quad (8)$$

$$x_n(i) = 0.33\,x\left[\frac{i}{pml_boyu}\right]^3, \quad (9a)$$

i=j=1, 2,.., pml_boyu (9b)

olarak verilmektedir. x_n, PML'in boyutlarına göre değişen bir katsayıdır.

4. PLAZMA (PLASMA)

Manyetize plazma ortamın dielektrik geçirgenlik sabiti [5];

$$\varepsilon^*(\omega) = 1 + \frac{\omega_P^{\,2}}{\omega(jv_C - \omega)} \quad (10)$$

ile verilmektedir. Burada ω_P

$$\omega_P = 2\pi f_P \quad (11)$$

şeklinde verilmekte olup, v_C elektron çarpışma frekansını, f_P plazma frekansını göstermektedir. (10) denklemi açılarak

$$\varepsilon^*(\omega) = 1 + \frac{{\omega_P}^2 / v_C}{j\omega} - \frac{{\omega_P}^2 / v_C}{v_C + j\omega}, \qquad (12)$$

ifadesi elde edilir. (12) denkleminin Z- dönüşümü alındığında

$$\varepsilon^*(\omega) = \frac{1}{\Delta t} + \frac{{\omega_P}^2 / v_C}{1 - z^{-1}} - \frac{{\omega_P}^2 / v_C}{1 - e^{-v_C \cdot \Delta t} z^{-1}}, \qquad (13)$$

elde edilir. (13) denkleminde elde edilen dielektrik sabiti (14) denkleminde yerine konulduğunda,

$$D(z) = \varepsilon^*(z) E(z) \Delta t, \qquad (14)$$

$$D(z) = E(z) + \frac{{\omega_P}^2 \Delta t}{v_C}.$$

$$\left[\frac{\left(1 - e^{-v_C \Delta t}\right) z^{-1}}{1 - \left(1 + e^{-v_C \cdot \Delta t}\right) z^{-1} + e^{-v_C \cdot \Delta t} z^{-2}} \right] . E(z), \qquad (15)$$

denklemi elde edilir.

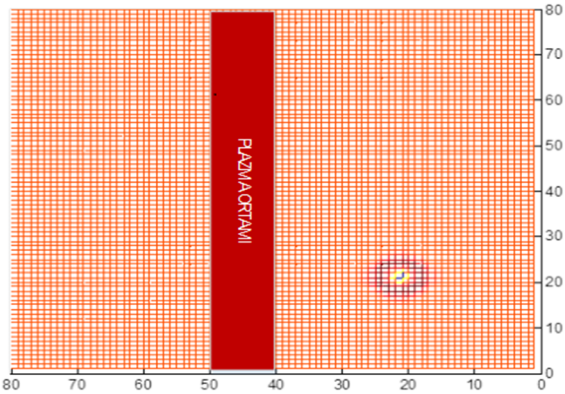
5. PLAZMA ORTAM SİMÜLASYONLARI (PLASMA MEDIUM SIMULATIONS)

Sinüs ve Gauss darbelerinin çarpımıyla bir elektromanyetik dalga

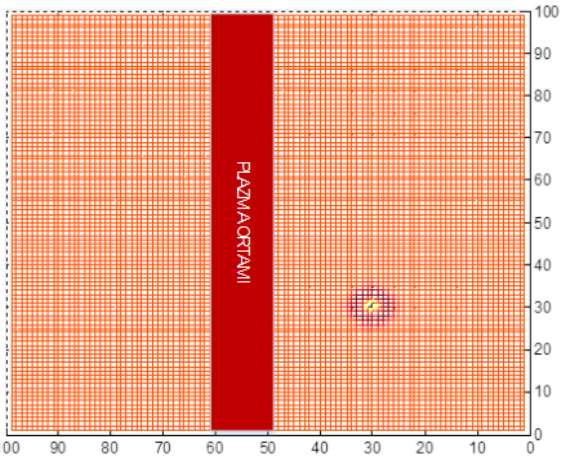
$$f(t) = e^{-0.5\left(\frac{t_0 - T}{w}\right)^2} x \sin(2\pi f \Delta t T), \qquad (16)$$

şeklinde oluşturulmuştur. Burada t_0 darbenin başlangıç anındaki tepe noktasını, T periyodu, w darbenin genişliğini ve Δt zaman adımını gösterir. PML tipi emici sınır koşulu için i=80, j=80 boyutunda bir hücre ve Mur tipi emici sınır koşulu için i=100, j=100 boyutunda bir hücre kullanılmıştır.

PML tipi emici sınır koşulu için oluşturulan hücrede x-yönünde 40 ile 50 (Şekil 1), Mur tipi emici sınır koşulu için x-yönünde 50 ile 60 (Şekil 2) arasında plazma ortam, diğer yerlerde ise serbest uzay bölgesi oluşturulmuştur. Simülasyon sonuçları C++ ve MATLAB programları ile elde edilmiştir.

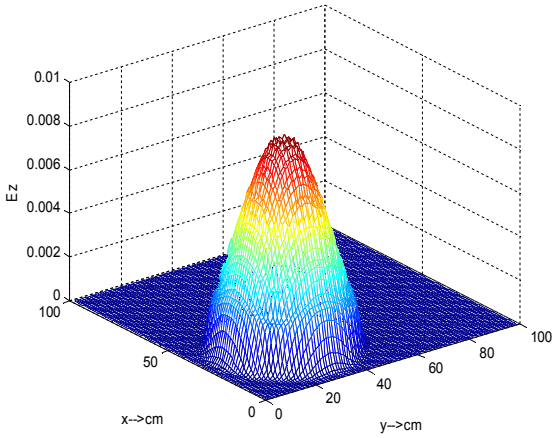


Şekil 1. PML tipi emici sınır koşulu için problem uzayı (Problem space for PML type ABC)



Şekil 2. Mur tipi emici sınır koşulu için problem uzayı (Problem space for Mur type ABC)

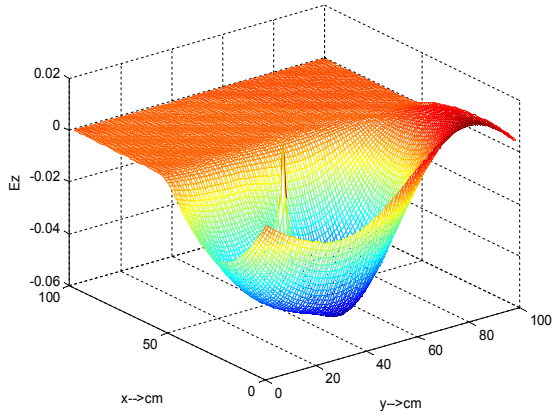
Şekil 3'de n=50 zaman adımında serbest uzayda oluşan dalganın şekli gözlenmiştir (Mur tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).



Şekil 3. Mur tipi emici sınır koşulu için n=50 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=50 time step for Mur type ABC)

Şekil 4'de x-yönünde 50. ve 60. birim hücre arasında oluşturulan plazma ortamıyla karşılaşan dalganın plazma frekansı 500 THz iken geri yansıdığı gözlenmiştir.

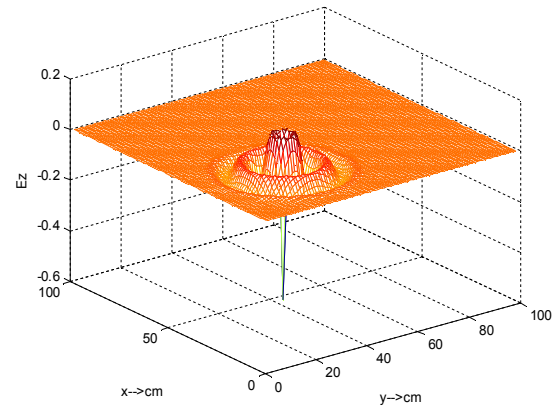
(Mur tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).



Şekil 4. Mur tipi emici sınır koşulu için n=300 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=300 time step for Mur type ABC)

Şekil 5'de n=50 zaman adımında serbest uzayda oluşan dalganın şekli gösterilmiştir

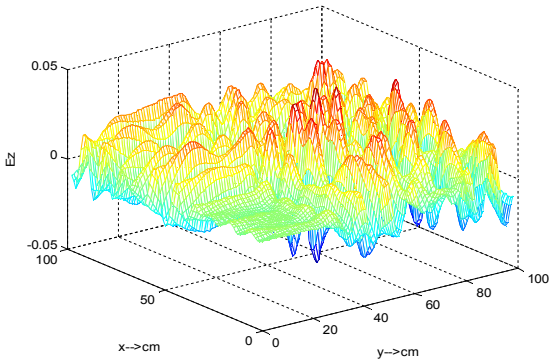
(Mur tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).



Şekil 5. Mur tipi emici sınır koşulu için n=50 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=50 time step for Mur type ABC)

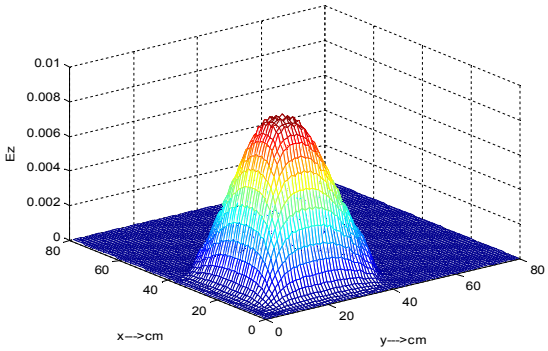
Şekil 6'da x-yönünde 50. ve 60. birim hücre arasında oluşturulan plazma ortamıyla karşılaşan dalga, plazma frekansı 4000 THz iken plazma bölgesinden geçerek Mur tipi emici sınır koşulundan dolayı sönümlenmektedir

(Mur tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).



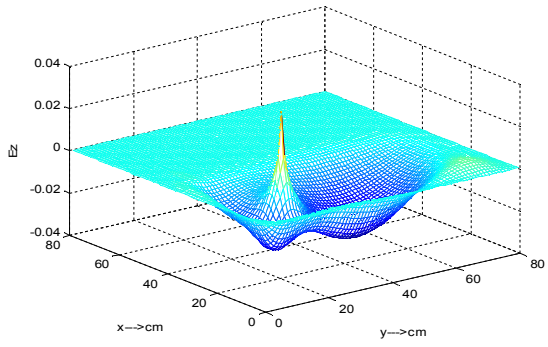
Şekil 6. Mur tipi emici sınır koşulu için n=300 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=300 time step for Mur type ABC)

Şekil 7'de n=50 zaman adımında dalganın serbest uzaydaki durumu gözlenmiştir (PML tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).



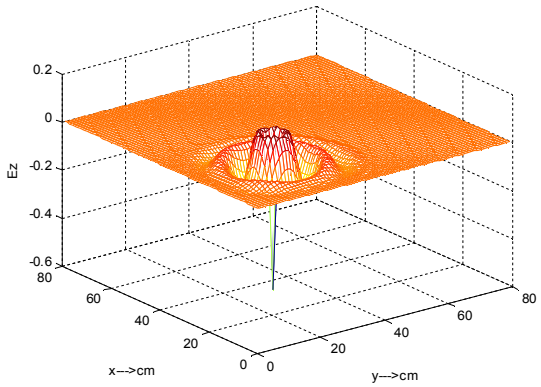
Şekil 7. PML tipi emici sınır koşulu için n=50 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=50 time step for PML type ABC)

Şekil 8'de x-yönünde 40. ve 50. birim hücre arasında oluşturulan plazma ortamıyla karşılaşan dalganın plazma frekansı 500 THz iken geri yansıdığı gözlenmiştir (PML tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).



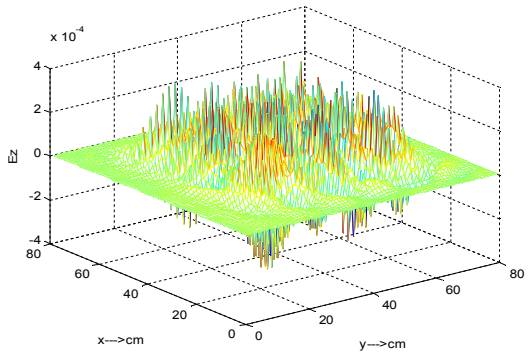
Şekil 8. PML tipi emici sınır koşulu için n=300 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=300 time step for PML type ABC)

Şekil 9'da n=50 zaman adımında dalganın serbest uzaydaki şekli gözlenmiştir (PML tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).

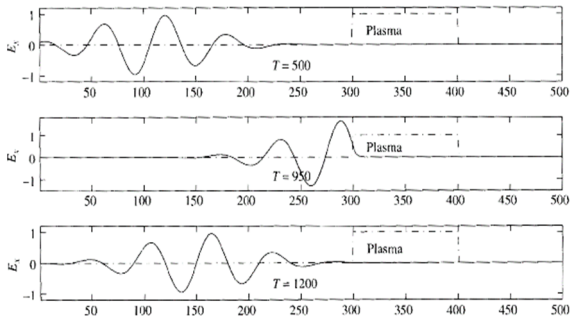


Şekil 9. PML tipi emici sınır koşulu için n=50 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=50 time step for PML type ABC)

Şekil 10'da x-yönünde 40. ve 50. birim hücre arasında oluşturulan plazma ortamıyla karşılaşan dalga plazma frekansı 4000 THz iken plazma bölgesinden geçerek PML tipi emici sınır koşulundan dolayı sönümlenmektedir (PML tipi emici sınır koşulu kullanıldığında).

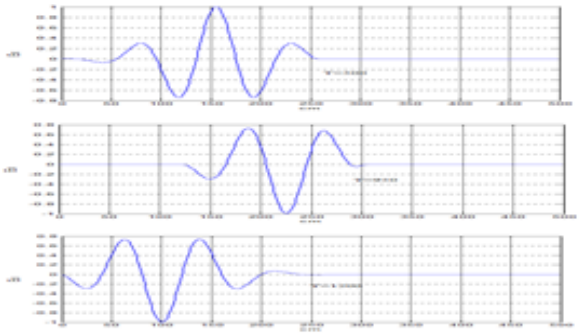


Şekil 10. PML tipi emici sınır koşulu için n=300 zaman adımında elektromanyetik alan dağılımı (Electromagnetic field spread in n=300 time step for PML type ABC)

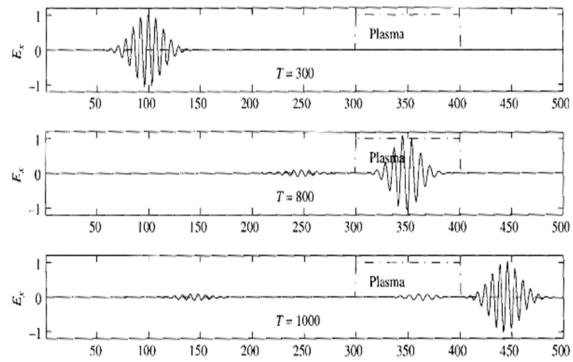


Şekil 11. Serbest uzayda yayılan ve plazma ortama çarpan elektromanyetik dalganın simülasyonu [5] (Simulation of an electromagnetic wave propagating in free space and striking a plasma medium)

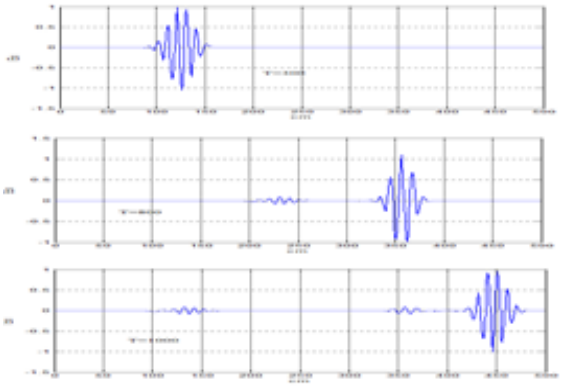
Şekil 11'de 1D-FDTD için f=500 THz iken [5]'ten alınan sonuçlar ve Şekil 12'de 1D-FDTD için f=500 THz iken bu çalışmada elde edilen sonuçlar görülmektedir. Her iki sonuçta da belli bir adımdan sonra plazma ortamıyla karşılaşan dalga plazma ortamdan geri yansımaktadır. [5] nolu referansta 2D-FDTD için plazma ortam sonuçları olmadığından karşılaştırma yapılamamıştır.



Şekil 12. Serbest uzayda yayılan ve plazma ortama çarpan elektromanyetik dalganın simülasyonu (Simulation of an electromagnetic wave propagating in free space and striking a plasma medium)

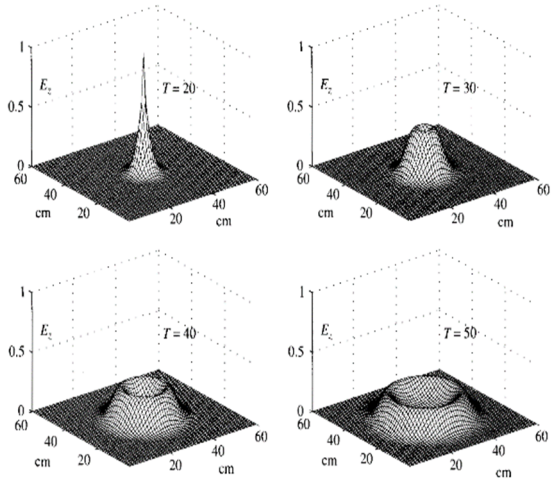


Şekil 13. Serbest uzayda yayılan ve plazma ortama çarpan elektromanyetik dalganın simülasyonu [5] (Simulation of an electromagnetic wave propagating in free space and striking a plasma medium)

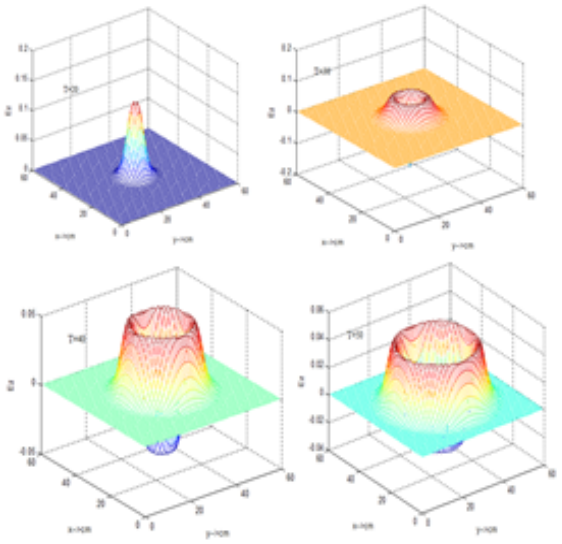


Şekil 14. Serbest uzayda yayılan ve plazma ortama çarpan elektromanyetik dalganın simülasyonu (Simulation of an electromagnetic wave propagating in free space and striking a plasma medium)

Şekil 13'teki 1D-FDTD için f=4000 THz iken [5]'ten alınan sonuçlar ve Şekil 14'deki 1D-FDTD için f=4000 THz iken bu çalışmada elde edilen sonuçlar yorumlandığında, her iki sonuçta da belli bir adımdan sonra plazma ortamla karşılaşan dalganın plazma ortamın içinden geçmiş olduğu görülmektedir.



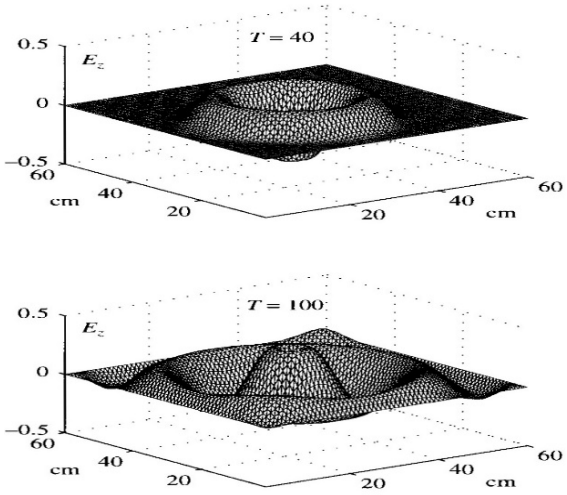
Şekil 15. 2D-FDTD için serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin yayılımı [5] (Propagation of the created Gaussian pulse in free space for 2D-FDTD)



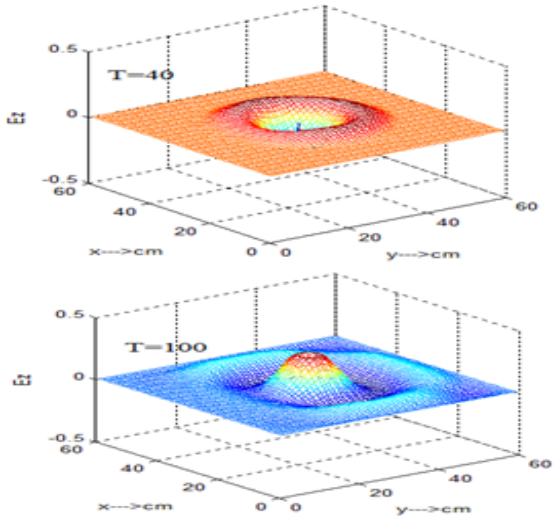
Şekil 16. 2D-FDTD için serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin yayılımı (Propagation of the created Gaussian pulse in free space for 2D-FDTD)

Şekil 15'teki 2D-FDTD için serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin yayılımının [5]'ten alınan sonuçları ile Şekil 16'da 2D-FDTD için bu çalışma kapsamında serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin yayılımının sonuçları birbiri ile aynıdır.

Şekil 17'de 2D-FDTD için serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin PML katmanına çarptığındaki davranışı [5] ile, Şekil 18'de 2D-FDTD için bu çalışma kapsamında serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin PML katmanına çarptığındaki davranışı aynıdır.



Şekil 17. 2D-FDTD için serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin PML katmanına ulaştığındaki davranışı [5] (Behavior of the Gaussian pulse in free space when it reaches the PML layer for 2D-FDTD)



Şekil 18. 2D-FDTD için serbest uzayda oluşturulan Gauss darbesinin PML katmanına ulaştığındaki davranışı (Behavior of the Gaussian pulse in free space when it reaches the PML layer for 2D-FDTD)

6. SONUÇ (CONCLUSION)

Bu makalede, iki farklı emici sınır koşulu kullanılarak iki boyutlu zaman bölgesinde sonlu farklar yöntemi ile serbest uzayda oluşturulan elektromanyetik dalganın düşük frekanslarda plazma ortamından geri yansıdığı, yüksek frekanslarda ise plazma ortamından geçtiği ve ortam sınırlarında emici sınır koşullarından dolayı sönümlendiği gözlenmiştir.

İki emici sınır koşulundan PML tipi emici sınır koşulunun Mur tipi emici sınır koşuluna oranla daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir. Plazma ortamların elektromanyetik uyumluluk amaçlı olarak elektronik harp sistemlerinde kullanılması son zamanlarda yaygınlık kazanmaktadır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Yee, K. S., "Numerical Solutions of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", **IEEE Transactions Antennas Propagation**, Cilt 14, No 3, 302-307, 1966.
2. Mur, G., "Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic Field Equations", **IEEE Transactions Electromagnetic Compatibility**, Cilt 23, No 4, 377-382, 1981.
3. Berenger, J. P., "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", **Journal of Computational Physics**, Cilt 114, No 2, 185-200, 1994.
4. Taflove, A. and Hagness, S. C., **Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain**, 3. Baskı, Artech House, Norwood, A.B.D., 2005.
5. Sullivan, D. M., **Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method**, 2. Baskı, Wiley, New Jersey, A.B.D., 2013..