PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

| | |
|---|---|
| **Titre:** Title: | Analyse d'un système radar intervéhiculaire en onde millimétrique (77 GHZ) |
| **Auteur:** Author: | Guillaume Ndjamba Nyami |
| **Date:** | 2019 |
| **Type:** | Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis |
| **Référence:** Citation: | Ndjamba Nyami, G. (2019). Analyse d'un système radar intervéhiculaire en onde millimétrique (77 GHZ) [Master's thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/3869/ |

**Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

| | |
|---|---|
| **URL de PolyPublie:** PolyPublie URL: | https://publications.polymtl.ca/3869/ |
| **Directeurs de recherche:** Advisors: | Jean-François Frigon |
| **Programme:** Program: | Génie électrique |

**Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal**
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

# ANALYSE D'UN SYSTÈME RADAR INTERVÉHICULAIRE EN ONDE MILLIMÉTRIQUE (77 GHZ)

GUILLAUME NDJAMBA NYAMI
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)
AVRIL 2019

© Guillaume Ndjamba Nyami, 2019.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ANALYSE D'UN SYSTÈME RADAR INTERVÉHICULAIRE EN ONDE MILLIMÉTRIQUE (77 GHZ)

présenté par : NDJAMBA NYAMI Guillaume
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. LAURIN Jean-Jacques , Ph. D., président
M. FRIGON Jean-François, Ph. D., membre et directeur de recherche
M. CARDINAL Christian, Ph. D., membre

# DÉDICACE

*À mes chers parents,*

# REMERCIEMENTS

Comme tout projet de recherche, celui de la maitrise nécessite un cadre académique adéquoit avec des personnels ayant des profils académiques et professionnels diversifiés et spécifiques. c'est l'une des raisons pour laquelle mes remerciements aussi généraux qu'ils soient s'adressent en particulier à tout **le personnel professionnel et estudiantin du centre de recherche Poly-Grames** pour leur soutien, conseils et suggestions d'idées à mon endroit.

Dans la même occasion, les projets de recherche nécessitent un encadrement spécifique d'un superviseur (professeur). A cet effet, mes remerciements aussi sincères qu'ils soient s'adressent à mon directeur de recherche le professeur **Jean - François Frigon** qui a donné de son temps pour un encadrement si riche accompagné des suggestions d'idées et d'enseignements.

Dans cette rubrique, je souhaiterai dire également un merci particulier aux professeurs **Jean - Jacques Laurin** et **Chahé Nerguizian** pour leurs suggestions d'idées et de collaboration relatives au sujet de recherche.

Enfin, mes remerciements vont à l'endroit de l'étudiant doctoral Ahmed Numan pour sa franche collaboration et ses disponibilités.

# RÉSUMÉ

Le nombre de capteurs et des données générées par les véhicules augmentent graduellement et devraient possiblement doubler d'ici 2020. L'avancée assez remarquable des techniques de communications sans fil pousse les recherches au plus haut niveau de la sécurité routière. A cet effet, le concept de sécurité routière relevant d'un facteur assez important dans la vaste partie des systèmes de transport intelligent, nécessite le déploiement d'infrastructures robustes capables d'implémenter des dispositifs à évitement de collision en circulation routière.

Au vu de ce constat, le concept de **détection intervéhiculaire par RADAR en ondes millimétrique** est celui-là qui répondrait aux exigences des techniques d'évitement de collision par le principe de détection d'obstacle et de positionnement. En effet, la détection d'obstacle par RADAR repose sur un élément crustial appelé **SER(Surface Equivalente RADAR)** [1] qui de par sa valeur peut améliorer ou pas le RSB (SNR) [2] ou du moins les performances du système. Par contre, cette valeur de la SER diffère d'une cible à l'autre ou d'un obstacle à l'autre et ceci dépendamment de sa surface radiante. Dans le cas spécifique de la circulation routière et des usagers de la route, la variation de la SER est fortement liée à la distance de la cible par rapport au RADAR et de l'angle d'incidence des signaux émis. Ceci dit, les faibles variations de distance ou d'angles d'incidence engendrent des grandes variations de la SER ce qui occasionne des pertes importantes de quelques décibels mètre carré des valeurs de la SER. Ces pertes aussi majeures qu'elles soient, dégradent significativement les performances du système.

Suite à cette problématique énoncée dans le paragraphe précédent, et dans le but de compenser les variations de la SER, un module de SER a été conçu au laboratoire Poly-Grames de l'école Polytechnique de Montréal. A cet effet, à partir de la mise en évidence de la SER conçue, le projet a pour objectif de concevoir et d'analyser les performances d'un système de détection par RADAR sur les aspects suivants : probabilité de détection ou de fausse alarme en terme de SNR et de portée, optimisation des paramètres de l'équation RADAR, modulation FMCW (Frequency Modulation Continuous Wave) [3], estimation des mesures de positionnement angulaire (AOA : Angle Of arrival) [4] et MSE (Mean Square Error) des angles dans le cas des algorithmes ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Inva-

1. Capacité d'une cible à remettre l'onde électromagnétique qui lui a été transmise de par la superficie de sa surface radiante
2. Rapport signal sur bruit dans les systèmes de communication ou de transmission des données
3. Modulation par ondes de fréquence continue
4. Angle d'arrivée des signaux incidents

riance Technique) [5].

Pour répondre à cette conception et à l'analyse des performances du système radar inter-véhiculaires, l'approche conceptuelle s'est faite sur quatre paliers. Dans un premier temps, une étude théorique sur les systèmes de détection binaire par radar a été mise en évidence dans le but d'analyser l'influence du paramètre d'atténuation($\alpha$) couramment représenté par le ratio entre la distance du radar à la cible($R$), la longueur d'onde ($\lambda_0$) et la SER ($\sigma$). Ce paramètre a permis de faire une analyse de performance du système vis-à-vis de la probabilité de détection ($P_d$), de fausse alarme ($P_{fa}$), de la probabilité d'erreur de région ($P_e$) et celle d'erreur par bits ($BER$). En se basant sur des critères de détection communément utilisés, le constat observé montre que les performances du système s'améliorent significativement lorsque le paramètre d'atténuation tend vers l'unité (pas d'atténuation) ou lorsque le nombre d'échantillon augmente également, ce qui garantit une forte proportion de détection comparativement à celle de fausse alarme telle que le montrent les courbes COR [6]. En bref, ceci confirme qu'un système dont l'atténuation est presque inexistant ou du moins que le nombre d'échantillons est assez considérable rencontre les bonnes exigences de performance.

La deuxième étape a consisté à faire le bilan de liaison sur une portée de dix mètres pour des mesures d'évitement de collision. Cette section avait pour objectif d'optimiser les paramètres de l'équation radar (la quantité de puissance transmise ($P_t$), le niveau minimal de puissance reçue ($P_{r_{min}}$), le niveau minimal de bruit thermique ($N_o$) et la plage de bande passante ($B$) requise sur un facteur de bruit de $3dB$) qui influencent significativement le SNR. Les résultats obtenus avec la SER expérimentale montrent que sur un SNR visé de $8\,dB$ (SNR requis minimal qui permet, par analogie à la détection binaire, de garantir une probabilité d'erreur par bit de l'ordre de $10^{-4}$), un facteur de bruit de $3\,dB$ et un gain d'étalement unitaire, le système admet une puissance transmise dans la gamme $0.2278\,dBmW < P_t < 10\,dBmW$ $(1.05\,mW < P_t < 10\,mW)$, une puissance reçue minimale dans la gamme $-123.8\,dBmW < P_{r_{min}} < -114.1dBmW$ et un niveau de bruit seuil dans la gamme $-162\,dBmW < N_{o_{seuil}} < -152\,dBmW$ d'où la bande passante de gamme $7.9\,KHz < B_{seuil} < 79.02\,KHz$. L'amélioration des performances du système se fera par la technique du gain d'étalement qui vise à améliorer la bande passante et à accroître la portée de détection. A cet effet, les performances en terme de probabilité de détection vis-à-vis du SNR et de la portée ont été analysées et on a pu constater que la portée de détection diminue considérablement quand la SER se dégrade significativement.

5. Algorithme d'estimation d'angle par la technique d'invariance rotationnelle d'un réseau linéaire d'antenne

6. Courbe caractérisant le comportement du récepteur entre la proportion de détection et celle des faux positifs

La troisième étape de ce projet a consisté à faire la conception d'un système radar à modulation à onde continue (FMCW) sur une fréquence centrale de $77\,GHz$. A l'issue de cette étude dont l'objectif était d'analyser l'influence de la SER sur le niveau de signal à la sortie du récepteur ainsi que les performances en terme de probabilité de détection vis à vis du nombre d'impulsion et du rapport cyclique des signaux émis, nous avons constaté que sur un gain d'étalement $N = 10^3$, donc une bande de $79.02\,MHz$, plus la SER est grande, meilleur est le niveau du signal sur les différentes positions de la cible. De plus, une légère variation de $-1\,dBsm$ entre 0° et 20° occasionne une chute d'environ $26.02\,dBmV$ d'amplitude, de même qu'entre 40° et 60° pour une variation de $-10\,dBsm$ on observe une chute de $35.55\,dBmV$ en traitement étendu et $36.88\,dBmV$ en traitement étroit. En bref sur une modulation FMCW, plus le rapport cyclique augmente ou que le nombre d'impulsions augmente graduellement, le système rencontre des bonnes performances en fonction des valeurs de la SER qui lorsqu'elles sont grandes, le système peut couvrir une plage au dessus de la portée maximale standard ($100\,m$) fixée par le ITU.

Enfin, vu que les valeurs de la SER dépendent de l'angle d'incidence des signaux. Il sera question dans cette dernière section, de faire une analyse sur les estimations des mesures de positionnement angulaire du spectre spatial. Cette estimation s'est faite sur deux algorithmes à savoir MUSIC et ESPRIT en mettant des hypothèses de performances basées sur le SNR, le nombre d'échantillons, l'espacement entre les éléments d'un réseau d'antennes et le nombre d'éléments du réseau d'antennes. De plus, dans le cas spécifique de l'algorithme ESPRIT qui donne des valeurs estimées ponctuelles d'angle comparativement à MUSIC qui en donne sous forme de spectre, le MSE a été calculé pour observer les erreurs angulaires d'un tel système. Au terme de ces travaux, il est clair d'observer qu'il y a plus de précision et une bonne résolution angulaire pour un grand nombre d'éléments dans le réseau, un haut SNR, un bon nombre d'échantillons à transmettre et un espacement entre les éléments inférieurs ou égal à l'espacement critique ($d \leq \lambda/2$).

En guise de conclusion, il est important de mentionner que la SER relève d'un facteur important pour garantir un bon SNR dans les systèmes radars ce qui donnerait des meilleures performances dans la détection d'obstacle pour améliorer la technique d'évitement de collision.

# ABSTRACT

The number of sensors and data generated by vehicles is gradually increasing and is expected to double by 2020. The remarkable advance of wireless communications techniques is driving research at the highest level of road safety. To this end, the concept of road safety is a fairly important factor in the vast range of intelligent transport systems, requiring the deployment of robusts infrastructures capable of implementing collision avoidance devices in traffic.

In view of this, the concept of inter-vehicular detection by RADAR in millimeter wave is the one that would meet the requirements of collision avoidance techniques by the principle of obstacle detection and positioning. Indeed, the obstacle detection by RADAR is based on a crustial element called RCS (RADAR Cross Section) which by its value can improve or not the SNR (Signal Noise Ratio) or at least the performance of the system. On the other hand, this RCS value differs from one target to another or from one obstacle to another and this depends on its radiant surface. In the specific case of road traffic and road users, the variation of RCS is strongly related to the distance from the target to RADAR and the angle of incidence of the transmitted signals. The small variations in distance or angles of incidence generate large variations of the RCS, which causes significant losses of a few decibels square meter of the RCS values. These losses as major as they are, significantly degrade the performance of the system.

Following this problem stated in the previous paragraph, and in order to compensate for variations in the RCS, a RCS module was designed at Poly-Grames Laboratory of electrical engineering department of Ecole Polytechnique de Montréal. To this end, from the highlighted RCS designed, the project aims to design and analyze the performance of a RADAR detection system on the following aspects: probability of detection or false alarm in term of SNR and range, optimization of parameters of the RADAR equation, FMCW modulation, estimation of angular position measurements and MSE of angles in the case of ESPRIT algorithms.

In response to this design and analysis of the radar system's performance, the conceptual approach was made at four levels. As a first step, a theoretical analysis of radar binary detection systems was carried out in order to analyze the influence of the parameter attenuation factor ($\alpha$) commonly represented by the ratio between the distance radar to target ($R$), the wavelength ($\lambda_0$) and the RCS ($\sigma$). This parameter made it possible to make a system performance analysis with respect to the probability of detection($P_d$), false alarm($P_{fa}$), error of region ($P_e$) and bit error rate ($BER$). Based on commonly used detection criteria, the observation show

that the system performance improves significantly when the attenuation parameter tends to the unit value (no attenuation) or when the number of samples also increases; the high detection proportion is guaranted comparatively to the false alarm proportion as shown by the $COR$ curves. In short, this confirm that, a system without attenuation or the number of samples is enough considerable meets the good performance requirements.

The second step was to do the link budget on a range of ten meters for collision avoidance measures. The purpose of this section was to optimize the parameters of the radar equation (the transmitted power ($P_t$), the minimum received power level ($P_{rmin}$), the minimum allowable thermal noise level ($N_o$) and the required bandwidth ($B$) range on a factor noise level of $3\,dB$) that significantly influence the SNR. The results obtained with the experimental RCS show that on a targeted SNR of $8\,dB$ (minimum required SNR which makes it possible, by analogy with the binary detection, to guarantee a bit error rate of the order of $10^{-4}$), a noise factor of $3\,dB$ and a unit spreading gain, the system admits a power transmitted in the range $0.2278\,dBmW < P_t < 10\,dBmW$ $(1.05\,mW < P_t < 10\,mW)$, a minimum received power in the range $-123.8 dBmW < P_{r_{min}} < -114.1 dBmW$ and a threshold noise level permissible in the range $-162\,dBmW < N_{o_{threshold}} < -152\,dBmW$ hence the range bandwidth $7.9\,KHz < B_{threshold} < 79.02\,KHz$. For this purpose, the performances in terms of detection probability with respect to the SNR and the range have been analysed and it has been found that the detection range decrease considerably when the RCS degrades significantly.

The third step of this project consisted in designing a continuous wave modulation radar system (FMCW) on a central frequency of $77\,GHz$. At the end of this study whose objective was to analyze the influence of the RCS on the signal level at the output of the receiver as well as the performance in terms of the probability of detection with respect to the number of pulses and of the cyclic ratio of emitted signals, we found that on a spreading gain $N = 10^3$, in the band $79.02\,MHz$, when the RCS is higher, the signal level is better at the different positions of the target. In addition, a slight variation of $-1\,dBsm$ between $0°$ and $20°$ causes a fall of about $26.02\,dBmV$ amplitude, as well as between $40°$ and $60°$ for a variation of $-10\,dBsm$ a fall of $35.51\,dBmV$ in stretch processing and $36.88\,dBmV$ in narrow processing. In short, on a FMCW modulation, when the cyclic ratio increases or the number of pulse increases gradually, the system meets good performance according to the RCS values which when large, the system can span a range above the standard maximum range ($100\,m$) set by the ITU.

The values of RCS depend on the incidence angle of the signals, in this last section, we will analyze the estimation of the angular positioning measurements for spatial spectrum. This estimation was made on two algorithms namely MUSIC and ESPRIT by putting performance

hypotheses based on the SNR, the number of samples, the spacings between the elements and the number of elements in the antenna network. In the specific case of the ESPRIT algorithm which gives point-angle estimated values in comparison with MUSIC which gives them in the form of a spectrum, the MSE has been calculated to observe the angular errors of such a system. At the end of this work, it is clear to observe that there is more precision and good angular resolution for a large number of elements in the network, a high SNR, a good number of samples to be transmitted and a spacing between elements less than or equal to critical spacing ($d \leq \lambda/2$).

In conclusion, It is important to mention that the RCS is an important factor in ensuring a good SNR in radar systems which would give better performance in obstacle detection to improve the collision avoidance technique.

# TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . . iii

REMERCIEMENTS . . . . . iv

RÉSUMÉ . . . . . v

ABSTRACT . . . . . viii

TABLE DES MATIÈRES . . . . . xi

LISTE DES TABLEAUX . . . . . xiv

LISTE DES FIGURES . . . . . xv

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . . xviii

LISTE DES ANNEXES . . . . . xix

CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . . 1
1.1 Problématique . . . . . 1
1.2 Objectifs du mémoire . . . . . 2
1.3 Revue de littérature . . . . . 3
1.3.1 Technique radar et surface équivalente radar (SER) . . . . . 3
1.3.2 Ondes millimétriques . . . . . 4
1.3.3 Communication intervéhiculaire et radar automobile . . . . . 5
1.3.4 Estimation des mesures de positionnement angulaire . . . . . 7
1.4 Structure du mémoire et schéma synoptique . . . . . 7
1.5 Contributions . . . . . 9

CHAPITRE 2 THEORIE SUR LA DETECTION BINAIRE DES SYSTEMES RADAR 11
2.1 Théorie sur la détection binaire . . . . . 11
2.1.1 Notion de base et définition . . . . . 11
2.1.2 Critères associés . . . . . 11
2.1.3 Les courbes COR et propriétés . . . . . 13
2.2 Application de la détection binaire dans les systèmes RADARS . . . . . 13
2.2.1 Modélisation du système RADAR . . . . . 14

2.2.2 Analyses des performances . . . . . 18
2.3 Conclusion . . . . . 30

CHAPITRE 3 BILAN DE LIAISON DU SYSTEME RADAR ET PERFORMANCES 32
3.1 Généralités sur les RADARS . . . . . 32
3.1.1 Historique et application de base . . . . . 32
3.1.2 Principe de fonctionnement . . . . . 33
3.1.3 Eléments d'un RADAR . . . . . 34
3.1.4 Classification des RADARS . . . . . 35
3.1.5 Surface Equivalente RADAR . . . . . 36
3.1.6 Equation RADAR . . . . . 38
3.2 RADAR et principe de fonctionnement spécifique . . . . . 41
3.2.1 Principe du RADAR Doppler . . . . . 41
3.2.2 Principe du RADAR à impulsion . . . . . 42
3.2.3 Principe du RADAR FMCW . . . . . 42
3.3 Détection RADAR . . . . . 42
3.4 Conception d'un système RADAR en onde millimétrique et analyse des résultats 44
3.4.1 Expressions analytiques et suppositions . . . . . 44
3.4.2 Conception à partir de la SER monostatique expérimentale . . . . . 45
3.5 Conclusion . . . . . 68

CHAPITRE 4 TECHNIQUE DE MODULATION FMCW ET PERFORMANCES . 70
4.1 Notions de base sur les modulations de fréquence . . . . . 70
4.1.1 Modulation de fréquence sinusoïdale . . . . . 70
4.1.2 Modulation de fréquence linéaire . . . . . 72
4.2 Structure de base et analyses des résultats du système de modulation FMCW 73
4.2.1 Signaux émis/reçus et caractéristiques . . . . . 74
4.2.2 Mixeur des signaux et filtrage par fenêtre : Cas du signal triangulaire 81
4.2.3 Notion de filtrage et traitement du signal . . . . . 85
4.3 Bilan de liaison et performances . . . . . 93
4.3.1 Variation du rapport cyclique . . . . . 93
4.3.2 Variation du nombre d'impulsions . . . . . 96
4.4 Conclusion . . . . . 99

CHAPITRE 5 ESTIMATION DES MESURES DE POSITIONNEMENT ANGULAIRE101
5.1 Introduction à l'estimation du DOA . . . . . 101
5.2 Connaissance de base de l'estimation du DOA . . . . . 101

5.2.1 Structure d'un système d'estimation du DOA . . . . . 101
5.2.2 Principe de base de l'estimation du DOA . . . . . 102
5.2.3 Considérations et modèles mathématiques de l'estimation du DOA . . 103
5.2.4 Facteurs influents l'estimation du DOA . . . . . 105
5.2.5 Etapes d'implémentation des algorithmes . . . . . 106
5.3 Résultats de simulation MUSIC - ESPRIT et analyses . . . . . 109
5.3.1 MUSIC . . . . . 109
5.3.2 ESPRIT . . . . . 111
5.4 Conclusion . . . . . 114

CHAPITRE 6 CONCLUSION GÉNÉRALE . . . . . 116
6.1 Synthèse des travaux . . . . . 116
6.2 Limitations de la solution proposée . . . . . 118
6.3 Améliorations futures . . . . . 118

RÉFÉRENCES . . . . . 120

ANNEXES . . . . . 125

# LISTE DES TABLEAUX


| | | |
|---|---|---|
| Tableau 3.1 | Expression des SER de quelques objets de bases | 38 |
| Tableau 3.2 | Probabilités sous hypothèses en détection radar | 43 |
| Tableau 3.3 | Valeur des puissances reçues avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$ | 63 |
| Tableau 3.4 | Valeur des puissances reçues avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$ | 64 |
| Tableau 3.5 | Valeur des niveaux de bruit avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$ | 65 |
| Tableau 3.6 | Valeur des niveaux de bruit avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$ | 66 |
| Tableau 3.7 | Valeur des bandes passantes avec $P_{t_{max}} = 10\,mW = 10\,dBmW$ | 67 |
| Tableau 3.8 | Valeur des bandes passantes avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$ | 67 |
| Tableau 3.9 | Plage de valeurs des paramètres $P_r$, $N_0$ et $B$ pour chaque valeur du gain d'étalement | 68 |
| Tableau 4.1 | Valeurs des résolutions en fréquences de battement, distance et vitesse | 80 |
| Tableau 4.2 | Valeurs d'ambiguïté en distance et vitesse | 81 |
| Tableau 4.3 | Différence de magnitude des spectres de puissance pour chaque valeur de la SER | 85 |
| Tableau 4.4 | Valeurs des niveaux des signaux échos pour chaque valeur de la SER | 93 |
| Tableau 4.5 | Valeur des rapports cycliques et temps de tranmission | 94 |
| Tableau 4.6 | Nombres d'impulsions et temps de transmission | 97 |
| Tableau 5.1 | Valeurs des angles estimés pour $n$ nombres d'éléments | 112 |
| Tableau 5.2 | Valeurs des angles estimés pour des valeurs de SNR | 113 |
| Tableau B.1 | Expression des filtres pour technique de fenêtre | 126 |

# LISTE DES FIGURES


Figure 1.1 Schéma synoptique . . . . . 8
Figure 2.1 Scénarios de détection radar - (a) Hypothèse $H_1$ : Présence de cible , (b) Hypothèse $H_0$ : Absence de cible . . . . . 15
Figure 2.2 génération des échantillons . . . . . 18
Figure 2.3 Probabilité dans le cas du détecteur MAP à N = 10 : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région . . 19
Figure 2.4 Courbes COR du détecteur MAP à N = 10 : (a) $\alpha = 1/3$, (b) $\alpha = 1/2$, (c) $\alpha = 3/4$, (d) $\alpha = 1$ . . . . . 20
Figure 2.5 Probabilité dans le cas du détecteur ML à N = 10 : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région . . 21
Figure 2.6 Courbes COR du détecteur ML à N = 10 : (a) $\alpha = 1/3$, (b) $\alpha = 1/2$, (c) $\alpha = 3/4$, (d) $\alpha = 1$ . . . . . 22
Figure 2.7 Probabilité dans le cas du détecteur Bayes à N = 10 : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région . . 23
Figure 2.8 Courbes COR du détecteur Bayes à N = 10 : (a) $\alpha = 1/3$, (b) $\alpha = 1/2$, (c) $\alpha = 3/4$, (d) $\alpha = 1$ . . . . . 24
Figure 2.9 Probabilité dans le cas du détecteur MAP à $\alpha = 1$ : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région . . 25
Figure 2.10 Courbes COR du détecteur MAP à $\alpha = 1$ : (a) $N = 10$, (b) $N = 20$, (c) $N = 40$, (d) $N = 80$ . . . . . 26
Figure 2.11 Probabilité dans le cas du détecteur ML à $\alpha = 1$ : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région . . . . 27
Figure 2.12 Courbes COR du détecteur ML à $\alpha = 1$ : (a) $N = 10$, (b) $N = 20$, (c) $N = 40$, (d) $N = 80$ . . . . . 28
Figure 2.13 Probabilité dans le cas du détecteur Bayes à $\alpha = 1$ : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région . . 29
Figure 2.14 Courbes COR du détecteur Bayes à $\alpha = 1$ : (a) $N = 10$, (b) $N = 20$, (c) $N = 40$, (d) $N = 80$ . . . . . 30
Figure 3.1 Scénario de fonctionnement radar - cible . . . . . 33
Figure 3.2 Eléments d'un radar . . . . . 35
Figure 3.3 Éléments de base dans la communication radar . . . . . 38
Figure 3.4 SER en fonctions des angles en Azimut [1, p. 71] . . . . . 45
Figure 3.5 SNR fonction de la distance (R) sous les contraintes du ITU . . . . . 47

Figure 3.6 Atténuation en espace libre en fonction de la distance (R) . . . . . 48
Figure 3.7 Puissance reçue en fonction de la distance (R) . . . . . 49
Figure 3.8 SNR en fonction du bruit thermique . . . . . 50
Figure 3.9 Bande passante en fonction du facteur de bruit . . . . . 51
Figure 3.10 Puissance transmise : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° . . . . . 52
Figure 3.11 Puissance reçue en fonction de la distance à $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW$ . 53
Figure 3.12 SNR en fonction du bruit thermique à $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW$ . . . . 54
Figure 3.13 Bande passante en fonction du facteur de bruit à $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW$ 55
Figure 3.14 SNR en fonction de la distance : (a) à $P_{t_{max}} = 10\,dBmW$ , (b) à $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW$ . . . . . 56
Figure 3.15 Probabilité de détection à 0° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R . . . . . 59
Figure 3.16 Probabilité de détection à 20° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R . . . . . 59
Figure 3.17 Probabilité de détection à 40° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R . . . . . 60
Figure 3.18 Probabilité de détection à 60° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R . . . . . 60
Figure 3.19 Puissance reçue en fonction de R avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° . . . . . 62
Figure 3.20 Puissance reçue en fonction de R avec $P_{t_{min}} = 0.2278dBmW = 1.054mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° . . . . . 63
Figure 3.21 SNR en fonction de $N_0$ avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° . . . . . 65
Figure 3.22 SNR en fonction de $N_0$ avec $P_{t_{min}} = 1.054\,mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° . . . . . 66
Figure 3.23 Bande passante en fonction de $F$ avec : (a) $P_{t_{max}} = 10mW$ ; (b) $P_{t_{min}} = 1.054\,mW = 0.2278\,dBmW$ . . . . . 67
Figure 4.1 Structure de base du système FMCW . . . . . 73
Figure 4.2 (a) Scénario Radar - Cible fixe, (b) Signal du Chirp : Emis et reçu . . 75
Figure 4.3 (a) Scénario Radar - Cible mobile, (b) Signal du Chirp : Emis et reçu 77
Figure 4.4 Signal triangulaire : Emis et reçu . . . . . 78
Figure 4.5 Fréquence de battement instantannée du signal triangulaire . . . . . 79
Figure 4.6 Structure simplifiée du mixeur avec filtre de fenêtre . . . . . 81
Figure 4.7 Magnitude du spectre de puissance : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° . . . . . 84

| | | |
|---|---|---|
| Figure 4.8 | Etage filtre et traitement | 86 |
| Figure 4.9 | Structure du filtre adapté et corrélateur | 86 |
| Figure 4.10 | Structure du corrélateur actif | 89 |
| Figure 4.11 | Densité spectrale de puissance dans la bande passante | 91 |
| Figure 4.12 | Niveau d'amplitude des signaux échos corrélés : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° | 92 |
| Figure 4.13 | Fréquence en fonction du temps pour diverses valeurs de $R_c$ | 95 |
| Figure 4.14 | $P_d$ en fonction de $R$ pour chaque valeur de $R_c$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° | 96 |
| Figure 4.15 | Fréquence en fonction du temps pour $n_p$ signaux transmis | 97 |
| Figure 4.16 | $P_d$ en fonction de $R$ pour chaque valeur de $n_p$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60° | 99 |
| Figure 5.1 | Illustration d'un réseau d'antenne | 102 |
| Figure 5.2 | Réseau linéaire d'antennes | 107 |
| Figure 5.3 | Fonctions de spectre de MUSIC : (a) variation du nombre d'éléments dans le réseau , (b) variation de l'espacement entre les éléments, (c) variation du SNR, (d) variation du nombre d'échantillons | 111 |
| Figure 5.4 | $MSE$ à : (a) $n = 8$ , (b) $n = 12$, (c) $n = 16$ | 112 |
| Figure 5.5 | $MSE$ à : (a) $n = 8$ , (b) $n = 12$, (c) $n = 16$ | 114 |

# LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

| | |
|---|---|
| AOA | Angle Of Arrival |
| ACC | Adaptive Cruise Control |
| BER | Bit Error Rate |
| COR | Courbe d'Opération du Recepteur |
| DOA | Direction Of Arrival |
| DSRC | Dedicated Short Range Communication |
| DFT | Discrete Fourier Transform |
| ESPRIT | Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique |
| FMCW | Frequency Modulation Continuous Wave |
| FFT | Fast Fourier Transform |
| HFSS | High Frequency Electromagnetic Field Simulation |
| ITU | International Telecommunication Union |
| ITS | Intelligent Transportation System |
| ISM | Industrial, Scientific and Medical |
| LMF | Linear Modulation Frequency |
| LRR | Long Range Radar |
| MUSIC | MUltiple SIgnal Classification |
| PIRE | Puissance Isotrope Rayonnée Equivalente |
| $P_d$ | Probalilité de détection |
| $P_{fa}$ | Probabilité de fausse alarme |
| $P_e$ | Probabilité d'erreur de région |
| RADAR | RAdio Detection And Ranging |
| RCS | Radar Cross Section |
| SER | Surface Equivalente RADAR |
| SNR | Signal Noise Ratio |
| V2V | Vehicle to Vehicule |
| V2I | Vehicle to Infrastructure |
| V2X | Vehicule to everything |

# LISTE DES ANNEXES

Annexe A Calcul de la fonction $Q(a, b)$ par la méthode de Parl . . . . . 125

Annexe B Expression des filtres par technique de fenêtre . . . . . 126

# CHAPITRE 1 INTRODUCTION

## 1.1 Problématique

Vu l'avancée futuriste dans les connectivités d'équipements en réseau, les véhicules et tout engin de transport ne seront pas du reste dans cette course technologique, car ceux-ci seront connectés dans le but d'établir une plateforme de communications entre véhicules question d'assurer et d'accroître la sécurité routière des usagers de la route dans le principe d'évitement de collision et d'assurer la bonne mise en place du concept de transport intelligent (ITS : Intelligent Transportation System). Cette technique reposera donc sur trois concepts à savoir [2], [3] :

- **V2V** : Concepts de communication entre véhicules
- **V2I** : Concepts de communication entre les véhicules et les infrastructures routières tels que les panneaux de signalisation, les bornes de recharges, les feux de signalisation, etc.
- **V2X** = V2V + V2I : Concepts de communication entre les véhicules et tout autre objet se situant sur la route.

Le nombre de capteurs (environ 100 de nos jours[2]) et des données générées par les véhicules augmentent graduellement et devraient possiblement doubler d'ici 2020. Les ondes millimétriques ont pour avantages d'accéder aux canaux à large bande passante, d'obtenir des débits de données plus importants et de réaliser instantanément les échanges des données bruts entre les véhicules et les infrastructures routières. Les systèmes cellulaires de cinquième génération (5G) pourraient être utilisés pour les systèmes de communication V2X ; cependant, le débit maximal est toujours limité à 100 Mbps pour une mobilité élevée, bien que des taux beaucoup plus bas soient typiques.

En effet, la conduite devient plus automatisée et vu cette avancée technologique pour des communications intervéhiculaires, l'enjeu réside sur les performances en terme de détection d'obstacles pour éviter des collisions. Cette détection rencontre les meilleures performances pour des valeurs quasi stables de la SER (Surface Equivalente Radar). Les récentes études attestent qu'un grand pourcentage (environ 90%) d'accidents mortels sont dûs aux erreurs humaines. On observe que la proportion de collision est réduite à 5% pour un temps de réponse des conducteurs d'environ deux secondes [4]. Les systèmes de sécurité routière étaient plus focalisés sur les systèmes de sécurité passifs (ceinture de sécurité, coussin gonflable, etc...), mais de nos jours les systèmes actifs aidant à éviter les accidents deviennent une question de

l'heure et plusieurs technologies ont vu le jour à savoir [4] :

- **Les capteurs laser** dont le principe de détection des cibles repose sur l'émission et réception d'impulsion lumineuse. Leurs performances se détériorent lors des conditions climatiques néfastes (pluies et poussières) qui absorbent et diffusent la lumière du laser.
- **Les capteurs à ultrasons**, fonctionnant sur la base des ondes sonores inaudibles rencontrent des inefficacités de performances pour des larges champs de vision, lors des conditions pluvieuses et lors des mesures des vitesses des cibles.
- **Les capteurs vidéo**, qui ont des possibilités de détection flexibles et moins couteuses. La vision par ordinateur donne des bonnes propriétés d'identification et de détection des cibles, par contre ces capteurs ne peuvent pas fonctionner lors des mauvaises conditions climatiques.
- **Les capteurs infrarouges** qui offrent une bonne résolution et une bonne visibilité la nuit par utilisation des bandes de fréquence entre les micro-ondes et les plages visibles. L'inconvénient majeur est qu'ils n'opèrent que dans les courtes distances.
- **Les capteurs RADAR**, fonctionnant dans la plage des ondes millimétriques, ceux-ci fournissent une bonne estimation de vitesse et distance dans toutes les conditions routières et météorologiques pratiques. Par contre, leurs difficultés résident dans l'identification des cibles.

La technologie de détection par capteurs RADAR rencontre plus d'avantages que les précédentes. Sa difficulté dans la détection ou l'identification des cibles repose sur la variation de plusieurs décibels par mètre carré de la SER des cibles lors d'un faible changement de position et de distance. Pour rendre le capteur RADAR plus efficace vis-à-vis de cette variation, des dispositifs très coûteux sont disponibles uniquement sur des véhicules de luxe. Suite à cette contrainte économique, un module de compensation des variations ou d'amélioration de la SER a été mis en évidence et sera greffé sur des véhicules. Vu cet avantage du système RADAR, son utilité dans les systèmes de détection intervéhiculaire en ondes millimétriques se fait valoir.

## 1.2 Objectifs du mémoire

Au vu de la problématique ciblée dans la section 1.1 et du module conçu dans [1] pour l'amélioration de la SER , il est donc question ici de faire la conception d'un système de détection mettant en évidence ce module de TAG [1].

Les progressions antérieures sur les recherches en communication intervéhiculaire en ondes millimétriques ont connu plusieurs paliers tels que la modélisation du canal sans fil en ondes

millimétrique, le développement des algorithmes d'alignement des faisceaux, la sécurité et enfin le prototypage. Ces différents paliers permettent de rendre possible les systèmes mixtes de RADAR et communication véhiculaire en onde millimétrique dans le but d'atteindre simultanément des faibles latences, d'avoir des grandes plages d'opération, de réduire les coûts et des tailles d'antennes et une utilisation efficace du spectre en ondes millimétriques [2], [5]. A cet effet, à partir du TAG conçu, l'objectif ici est donc de concevoir et d'analyser les performances d'un système de détection intervéhiculaire par RADAR sur les aspects spécifiques suivants : **probabilité de détection ou de fausse alarme, optimisation des paramètres de l'équation RADAR, étude de la modulation FMCW, estimation des mesures de positionnement angulaire (AOA/DOA), la détermination de la vitesse et de la distance des cibles**.

## 1.3 Revue de littérature

Dans le souci de mieux affirmer les recherches effectuées, il est souhaitable de prendre des informations adéquates sur les technologies passées, actuelles et futures. Cette section fera donc un résumé sur ces technologies en faisant un passage sur les techniques radars et la notion de SER (1.3.1), la position des ondes millimétriques sur les technologies de communication (1.3.2), le concept de communication intervéhiculaire (1.3.3) et enfin l'estimation angulaire d'angle (1.3.4).

### 1.3.1 Technique radar et surface équivalente radar (SER)

Le principe de base du radar repose sur la propagation des ondes électromagnétiques dont la réflexion peut être utilisée pour la détection de la présence d'une cible qui pourrait permettre de calculer sa position et sa vitesse. Les applications radars datent d'avant la Seconde Guerre mondiale, cette technique radar est principalement utilisée dans les applications militaires et civiles. Son implémentation dans les systèmes automobiles relève de la miniaturisation des composants RF dans les bandes de fréquences millimétriques, les systèmes de numérisation rapide et les processus dynamiques de traitement du signal. La configuration de base du radar est constituée d'une antenne émettrice et d'une antenne réceptrice avec son équipement de traitement et de détection. Ces deux antennes sont orientées dans la même direction [6], [4, p. 1-2].

La nature du signal écho est une source d'informations sur la cible. La distance de la cible au radar se trouve dans le temps nécessaire que prend l'énergie rayonnée pour se déplacer du radar à la cible et vise versa. Lorsque la cible se déplace, le radar peut prédire son emplacement

futur, ce déplacement occasionne un décalage fréquentiel du signal écho (effet Doppler) et permet au radar de séparer les cibles fixes des cibles mobiles. L'une des particularités du radar est qu'il est actif dans la mesure où il a son émetteur dont le fonctionnement ne dépend pas de la radiation ambiante régulièrement observée chez les capteurs optiques et infrarouges. De plus, il peut détecter des petites cibles peu importe la distance et est capable en tout temps, de mesurer leur portée avec précision.[7, p. 1.1].

La surface équivalente radar est la capacité de rétrodiffusion de l'onde électromagnétique par une cible. En réalité, la rétrodifusion n'est pas isotrope car une partie de l'énergie est absorbée par la cible. L'estimation de la SER dépend de la géométrie de la cible, la direction de propagation des faisceaux radars, la fréquence de transmission radar, le matériau de fabrication de la cible et de la polarisation des ondes utilisées. L'onde électromagnétique sous une polarisation spécifique est soit diffractée ou diffusée de façon omnidirectionnelle sur une cible. Ces ondes lorsqu'elles frappent la cible sont constituées en ondes ayant la même polarisation que l'antenne réceptrice d'une part et d'autre part en onde ayant une polarisation différente que l'antenne de réception, il s'agit donc respectivement d'une polarisation principale et orthogonale. A cet effet, la SER de la cible est définie par l'onde ayant la même polarisation que l'antenne réceptrice. La SER se détermine donc par le ratio de la densité de puissance reflétée par la cible vers l'antenne de réception sur la densité de puissance incidente sur la cible [8], [9, p. 485].

### 1.3.2 Ondes millimétriques

Les ondes millimétriques sont des fréquences comprises dans la plage de 30 à 300 $GHz$ c'est-à-dire des longueurs d'onde ($\lambda$) comprises entre 10 $mm$ à 1 $mm$. Ces faibles longueurs d'ondes ont pour avantages d'avoir une bonne résolution angulaire, une faible largeur de faisceaux avec des antennes de tailles modestes (très petite taille) et une possibilité d'intégration facile des réseaux d'antennes.

Les motivations qui encouragent l'utilisation des ondes millimétriques résident sur la réutilisation des fréquences via des courtes distances à cause de l'atténuation élevée, une large bande de fréquences disponible, car le spectre est peu développé avec une portée limitée et l'étroitesse des faisceaux qui rendent meilleurs la confidentialité et la sécurité inhérente. Les ondes millimétriques rencontrent de nos jours trois grands secteurs d'utilisation dont les bandes de fréquences offrent entre autres des nouveaux produits et services à savoir [10] :

— L'industrie des sciences médicales (ISM) avec une bande passante disponible de 5 $GHz$ ($59-64GHz$) à $60GHz$, qui permet des liaisons hautes vitesses pour WPAN(802.15.3c)

et des connexions sans fil haute définition pour les vidéos streaming (wireless HD). La capacité est de plusieurs gigabits par seconde.

— Les applications de radar automobile dans les bandes de $24 GHz$ $(22-29 GHz)$ utilisées pour des courtes portées avec une faible résolution d'environ $5\,cm$.

— Les systèmes de communications fixes point à point avec des bandes de $71-76\,GHz$, $81-86\,GHz$ et $92-96\,GHz$ qui produisent des liaisons hautes vitesses avec un débit de l'ordre de $10\,Gbps$.

— Les applications de radar automobile dans les bandes de $77\,GHz$ $(76-77\,GHZ)$ avec une portée maximale de 100 mètres applicables en conduite autonome (ACC [1]).

Dans le cadre de ce projet, la fréquence de $77\,GHz$ est utilisée car celle-ci est adaptée pour des radars automobiles d'une portée maximale de 100 mètres avec une connectivité à très forte mobilité et un accès aux canaux à large bande pour un échange des données brutes entre les véhicules et les infrastructures [2].

### 1.3.3 Communication intervéhiculaire et radar automobile

Le concept de communication intervéhiculaire prend naissance grâce à l'automatisation de véhicules qui regorgent de nos jours un grand nombre de capteurs générant des débits de données importants. Suite à cette automatisation, l'enjeu principal réside sur l'amélioration de la sécurité routière et l'éfficacité de la conduite à travers des radars de détection d'objets et les caméras visuels. Ces radars et caméras permettent de réaliser une conduite assistée à travers une détection d'angle mort, une assistance au changement de voie, une aide au stationnement, etc. Cette connexion intervéhiculaire se fait par communication sans fil dans le but d'échanger plus rapidement les données générées par les capteurs et d'élargir la plage de détection. La particularité de cette communication est d'obtenir les informations provenant des capteurs ou DSRC [2] comme source d'informations nécessaires pour la configuration de la liaison. De plus, cette communication entre véhicules réduit annuellement de 80% les accidents de la route [2].

La norme afférente IEEE 802.11 ad basée sur les radars longue portée (LRR [3]) a été développée pour des applications à 60 GHz des bandes sans licence. Ce développement s'est fait sur l'exploitation du préambule d'une trame de couche physique avec porteuse unique dont le principe est basé sur des séquences complémentaires avec de bonnes propriétés de

1. Système automatique d'ajustement de vitesse afin de maintenir une distance de sécurité
2. Communication sans fil dédiée de courte portée, unidirectionnelle ou bidirectionnelle et spécifiquement conçue pour des applications automobiles.
3. Capteur radar haut de gamme conçu pour des fonctionnalités avancées en conduite automobile

corrélation adaptées pour les radars. Ce système de communication active une forme d'onde commune pour les radars automobiles et un système de communication véhiculaire en ondes millimétriques basée sur la norme du réseau local sans fil et permettant une réutilisation du matériel. Le radar opère en full duplex dans le but de favoriser un cadre d'intégration de communication entre véhicule et le LRR. Cette nouvelle fonctionnalité basée sur la 802.11 ad est motivée par le développement des nouveaux systèmes qui tiennent compte de l'annulation et de l'isolation d'auto-interférence. A cet effet, des algorithmes de réception radar sont développés pour une détection de cible et une estimation des vitesses et distance dans un scénario multicible. Dans cette approche la cible est détectée à 99.99% avec une faible fausse alarme de $10^{-6}$, une puissance isotropique de $40\,dBm$ et une distance entre véhicules de $200\,m$. La norme 802.11 ad, basée sur les radars rencontre les exigences minimales de précision, de résolution en portée et d'estimation de vitesse pour les applications LRR [5].

Les radars traditionnels datant depuis la Deuxième Guerre mondiale étaient très exigeants en terme d'infrastructures. De nos jours le développement avancé des composants électroniques a favorisé les faibles coûts de fabrication radar en ondes millimétriques. Ces avancées ont permis le développement des systèmes miniaturisés facilement intégrables avec une faible puissance en ondes millimétriques et une amélioration des récepteurs de la technique traditionnelle hétérodyne [4] vers des techniques homodynes [5] dont l'avantage principal est son faible coût évitant de générer des signaux synchronisés à des fréquences différentes. Par contre, l'un des désanvatages est qu'il pourrait produire des niveaux de bruits supérieurs à $3\,dB$ par rapport aux bandes latérales de part et d'autres de la porteuses [11].

L'un des défis majeurs en communication véhiculaire en onde millimétrique est l'alignement du faisceau pour une liaison fréquente à forte mobilité. A cet effet, les algorithmes aidant à la performance de l'alignement des faisceaux sont développés dans le cadre des communications V2I [3]. C'est aussi dans cette optique que le TAG développé a été mis en évidence pour assurer une bonne retrodirectivité de l'onde réfléchie, la rotation de la polarisation pour distinguer l'onde émise par la cible et celle émise par le TAG [6] et enfin la modulation du signal réfléchi pour donner une signature au TAG.

L'évolution du radar automobile se base sur les techniques de son prédécesseur (le sonar de recul) majoritairement installé sur des véhicules il y a quelques années. Cette évolution favorise l'implémentation des capteurs tels que le radar, les capteurs d'aide à la vision et la commu-

4. Récepteur donnant de bonnes performances mais nécessite plusieurs signaux intermédiaires synchronisés avec le signal de sortie sur différentes fréquences

5. Technique de réception par conversion directe permettant de détecter les informations transmises sur une seule porteuse à conversion directe

6. Signature de reconnaissance d'une cible

nication de véhicule comme l'illustre la figure ci-dessous. De nos jours, deux grands types de radar sont observés sur le marché automobile : les radars anticollisions (radar moyenne portée) et les radars de régulation de distance (radar longue portée). Les fonctionnalités de ceux-ci sont en constante évolution et rendront autonomes les voitures de demain. Le rôle de ces capteurs repose sur trois concepts : Capturer(détection), réfléchir (traitement) et agir (Motopropulsion, châssis et freinage) [12, p. 11].

### 1.3.4 Estimation des mesures de positionnement angulaire

La difficulté du radar à détecter et à tracer les cibles est provoquée par la présence de plusieurs signaux inconnus ou bruités et de natures différentes sur le réseau d'antenne. A cet effet, cette difficulté dégrade les performances du radar. Pour pallier à cet inconvénient, la direction du faisceau, dans le but d'assurer un meilleur alignement et une bonne connectivité avec la cible, doit être connue. Une fois cette direction connue, l'ensemble du faisceau formé est dit adaptatif et le faisceau principal est dirigé vers la cible souhaitée. Cette technique nécessite donc l'utilisation d'algorithmes d'estimation d'angle d'arrivée à savoir MUSIC et ESPRIT [13].

Les performances d'estimation des angles nécessitent également la performance efficace des antennes. Le traitement des signaux dans ce contexte renforce les signaux utiles nécessaires en limitant aux maximums le bruit et les interférences dans une direction spécifique. Comparativement aux autres méthodes d'estimation conventionnelle du DOA, les techniques MUSIC et ESPRIT sont basées sur une estimation par la méthode de sous espace [14].

## 1.4 Structure du mémoire et schéma synoptique

Les objectifs du projet étant ciblés vis-à-vis de la problématique bien cadrée avec une revue de littérature sur les différents aspects technologiques passés ou actuels, il est question dans cette section de présenter les grandes activités qui ont jalonnées le projet. Pour atteindre significativement les objectifs fixés dans ce projet, le mémoire présent est réparti en six chapitres.

Le chapitre 2 met en évidence les notions théoriques de détection binaire à travers les hypothèses de présence et d'absence de cible. On fait dans la même occasion, une analyse critique sur l'influence du paramètre d'atténuation et du nombre d'échantillons.

La phase théorique étant bien assimilée, le chapitre 3 met en évidence la SER expérimentale dans le bilan de liaison des systèmes radars et l'analyse des performances relatives en terme de probabilité de détection.

Suite à la mobilité observée dans les communications véhiculaires, le chapitre 4 sera axé sur les techniques de modulation FMCW ainsi qu'une analyse du bilan de liaison et des performances vis-à-vis de cette technique. Dans ce chapitre, les analyses du bilan de liaison et des performances seront plus axées sur le rapport cyclique et le nombre d'inpulsions.

Le chapitre 5 quant à lui, se concentrera sur l'estimation angulaire du spectre spatial des signaux arrivants sur les antennes réceptrices. Cette estimation se fera à travers les algorithmes MUSIC et ESPRIT et ceci pour chaque angle des signaux incidents en Azimut arrivant sur la cible.

Enfin, le chapitre 6 couronnera les travaux effectués par une conclusion axée sur la synthèse, la limitation des solutions ou analyses proposées et des futures améliorations possibles.

Au vu de la structure du mémoire ci-dessus, le schéma synoptique du projet est constitué de quatre modules principaux (voir figure 1.1) à savoir : le module Emetteur - Récepteur Radar monostatique, la cible avec un TAG de SER $\sigma_j$ qui en détection intervéhiculaire fera allusion à un véhicule en mouvement ou non, le système de modulation FMCW et enfin le système d'estimateur d'angle d'arrivée des signaux au récepteur du Radar.

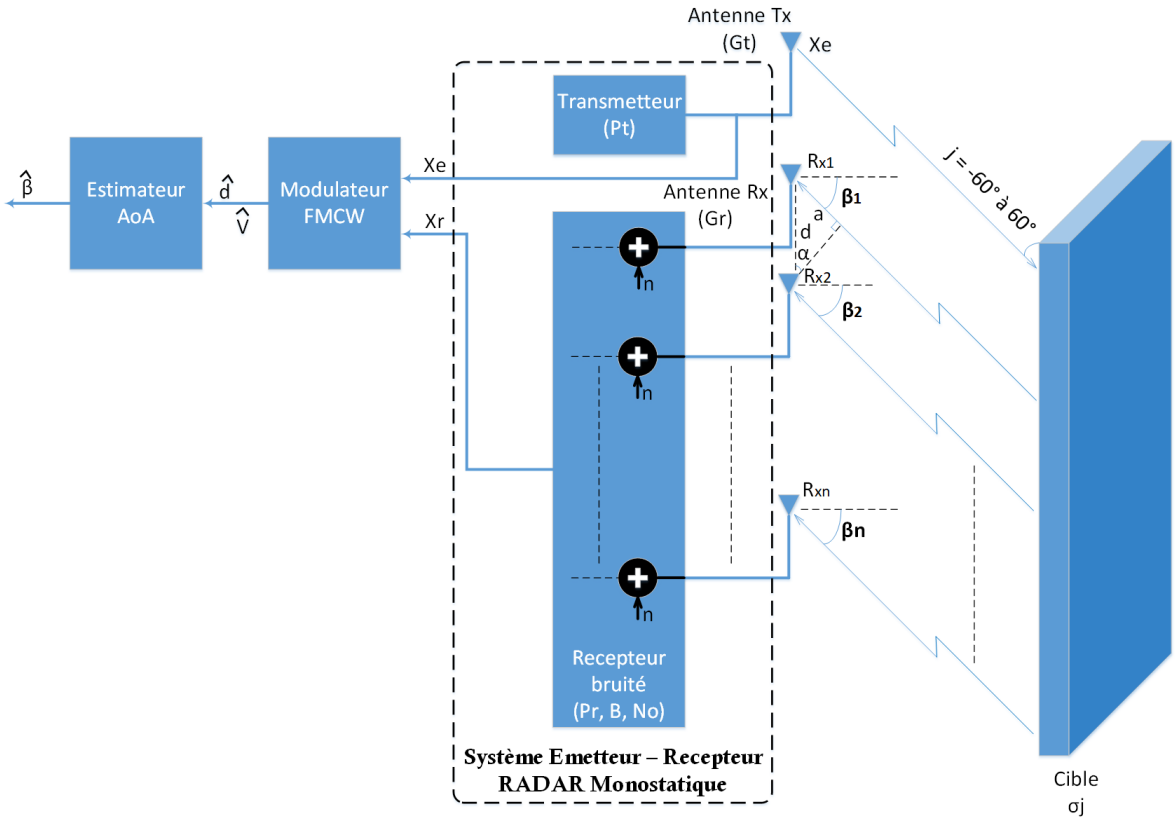



Figure 1.1 Schéma synoptique

En effet, le principe de communication entre la cible et le système Radar repose sur quatre phases :

— **Phase 1 :** Le transmetteur du Radar émet une puissance $PIRE$ [7] $= P_t G_t$ sur la cible avec une onde incidente à balayage angulaire azimutal $j = -60°$ à $60°$, donc sur un champ de vision de 120°, ce qui provoque les variations de la SER de la cible.

— **Phase 2 :** Le TAG de la cible à son tour, renvoie de façon rétrodirective [8] (dans la même direction que l'onde incidente) l'onde réfléchie vers les $n$ éléments du réseau d'antenne du récepteur Radar et ceci par rotation de polarisation dans le but de distinguer l'onde émise par la cible et celle émise par le TAG.

— **Phase 3 :** Les signaux émis et reçus sont introduits dans un démodulateur FMCW visant à estimer la distance et la vitesse.

— **Phase 4 :** Enfin, un estimateur d'angle ($\beta$) des signaux d'arrivées sur les $n$ éléments du réseau d'antennes du récepteur.

### 1.5 Contributions

Le TAG ainsi conçu, répondait aux besoins des sous systèmes rayonnant et a permi d'énumérer des travaux futurs tels que définis dans [1, p. 97]. De ces travaux futurs, les contributions de ce travail de recherche ont été définies dans le but de concevoir, analyser, évaluer et améliorer les performances d'un système radar intervéhiculaire à évitement de collision mettant en évidence le TAG de part les valeurs de sa SER.

En effet, les contributions basées sur cet objectif ci-dessus se sont faites sur les palliers suivants :

1. **Le bilan de liaison du système radar :**
   Le TAG a été mis en évidence dans un système radar pour enfin déterminer les paramètres tels que la quantité de puissance transmise ($P_t$), le niveau minimal de puissance reçue ($P_{r_{min}}$), le niveau minimal de bruit thermique ($N_o$) et la plage de bande passante ($B$) requise sur un facteur de bruit de $3\,dB$ dont les valeurs sont relatives aux valeurs de la SER du TAG suivant le champ de balayage angulaire et ceci sur une observation ($N = 1$).
2. **L'évaluation des performances du TAG :**
   A travers un système radar intervéhiculaire les performances dudit système sont évaluées sur la portée et la probabilité de détection relatives aux valeurs de la SER du

7. Puissance isotropiquement rayonnée équivalente
8. Retourner l'onde réfléchie dans la même direction que l'onde incidente dans le but d'assurer un bon alignement des faisceaux et de maximiser le beamforming

TAG. Ceci dit, la portée maximale observable est de $15\,m$ sur $P_d \geq 99\%$ et à incidence normale tandis que la portée minimale est de $7\,m$ sur une incidence de $60°$.

3. **L'amélioration des performances du système radar :**
   Compte tenu des faibles valeurs de la SER du TAG conçu, le défis dans ce cas est d'utiliser les techniques d'amélioration des performances définies ci-dessous. En effet, l'optique ici est d'obtenir une portée de détection supérieure ou égale à $10\,m$ avec $P_d \geq 99\%$ sur la plus faible valeur de la SER du TAG ($\sigma_{60°} = -32.8891\,dBsm$) obtenue sur une incidence de $60°$.

   (a) **La technique du gain d'étalement** permet d'améliorer principalement la bande passante ainsi que les autres paramètres du système radar. Cette pratique permet d'avoir un système ajustable à travers diverses valeurs du gain d'étalement choisies en fonction de la période du signal transmis. À cet effet, pour un signal transmis de période $T = 1\,\mu s$, la bande passante choisie est de $B = 79.02\,MHz$ pour un gain d'étalement $N = 10^3$ ; soit une amélioration de 7.89% par rapport à la bande passante maximale fixée par le ITU ($B = 1\,GHz$). De même, la puissance reçue sur ce gain $N = 10^3$, subit une amélioration de 26.33% par rapport à la puissance reçue sur une observation.

   (b) **La technique d'émission multiples d'impulsions et de variation du rapport cyclique**, basée sur la structure de modulation FMCW, permet d'accroitre la portée de détection. A cet effet, dans l'optique d'avoir $P_d \geq 99\%$, sur un gain d'étalement $N = 10^3$, la portée maximale $R = 15\,m$ sur une observation, passe à $R = 27\,m$ pour un rapport cyclique de 9.6% et à $R = 86\,m$ pour 19 impulsions transmises, soit une amélioration respective de 12% et de 71% par rapport à la distance maximale standard de $100\,m$ fixée par le ITU.

4. **Le traitement des signaux échos du TAG** dans le but d'évaluer le niveau de ces signaux échos au récepteur vis à vis de l'influence des valeurs variables de la SER du TAG. A cet effet, sur incidence normale à $10\,m$, le niveau du signal écho maximal en traitement étroit est de $45.28\,dBmV$ et celui en traitement étendu est de $44.32\,dBmV$.

5. **L'estimation angulaire du spectre des signaux au récepteur** afin de déterminer la direction angulaire du spectre des signaux à travers les algorithmes ESPRIT et MUSIC. En effet, une évaluation comparative de la performance en résolution et en précision angulaire du DOA de ces deux algorithmes montre que MUSIC serait plus apprécié qu'ESPRIT dans un système radar intervéhiculaire.

# CHAPITRE 2 THEORIE SUR LA DETECTION BINAIRE DES SYSTEMES RADAR

Dans cette section, les bases théoriques de la détection binaire dans les systèmes radars sont mises en évidence pour faire une analogie aux résultats expérimentaux dans les chapitres suivants. Le paramètre ($\alpha$) illustrant l'atténuation dans un système Radar ainsi que le nombre d'échantillons seront analysés dans les performances en terme de probabilité de détection ou de fausse alarme vis-à-vis du ratio entre la puissance transmise et le bruit thermique.

## 2.1 Théorie sur la détection binaire

### 2.1.1 Notion de base et définition

Comparativement au principe de détection multihypothèses, celle binaire repose sur deux hypothèses $H_0$ et $H_1$. Ces deux hypothèses en technique radar signifient la présence de cible ($H_1$) et son absence ($H_0$). La source étant discrète en détection, le signal émis peut prendre un nombre fini de valeurs. À cet effet, dans la détection binaire, la source ne prendra que deux valeurs d'hypothèses $H_0$, $H_1$ de probabilités respectives $P(H_0)$, $P(H_1)$ et en réception deux décisions possibles ayant chacune une région de décision. De ce fait, quatre scénarios sont possibles à explorer :

— Décider $H_1$ quand $H_1$ est vrai : Probabilité de détection ($P_d$)

— Décider $H_1$ quand $H_0$ est vrai : Probabilité de fausse alarme ($P_{fa}$)

— Décider $H_0$ quand $H_1$ est vrai : Probabilité de manqué ($P_m$)

— Décider $H_0$ quand $H_0$ est vrai

### 2.1.2 Critères associés

Les régions de décision sont assignées à chacune des hypothèses au moyen d'une règle dite règle de décision (2.1) qui partitionne l'espace d'observation en deux régions sous la base des critères associés dont le but est de mesurer la qualité de la décision. Dans ce contexte, nous ferons l'analyse de détection sous la base de quatre critères tels que MAP, ML, Bayes et Neyman Pearson.

$$\Gamma(y) = \begin{cases} H_1 & y \in R_1 \\ H_0 & y \in R_0 \end{cases} \tag{2.1}$$

$R_1$ et $R_0$ sont des régions d'observation de la variable aléatoire $y$ observée et respectivement associées aux hypothèses $H_1$ et $H_0$ avec pour probabilité conditionnelle $P(y/H_i)$. De façon générale, le rapport de vraisemblance $L(y)$ est défini comme le ratio des probabilités conditionnelles des observations $y$ sous les hypothèses $H_1$ ($P(y/H_1)$) et $H_0$ ($P(y/H_0)$) avec $\tau_B$, la valeur du ratio de vraisemblance [15, p. 23], [16, p. 85].

$$L(y) = \frac{P(y/H_1)}{P(y/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \tau_B \tag{2.2}$$

— **Critère MAP :** L'objectif de ce critère de décision est de maximiser la probabilité $P(H_i/y)$ *a posteori* dans le but de satisfaire la condition suivante

$$P(H_1/y) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} P(H_0/y) \tag{2.3}$$

Vu qu'il s'agit de maximiser la probabilité, l'équation (2.3) traduit la probabilité de chaque hypothèse en connaissant l'observation $y$. À cet effet, le rapport de vraisemblance $L(y)$ suite à la règle de décision est défini tel que

$$L(y) = \frac{P(y/H_1)}{P(y/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\pi_0}{\pi_1} = \frac{P(H_0)}{P(H_1)} = \tau_B \tag{2.4}$$

— **Critère ML :** Ce critère, comparativement au critère MAP, maximise le rapport de vraisemblance tel que $\pi_0 = \pi_1$, d'où $\tau_B = 1$. La règle de décision aura donc l'expression suivante

$$L(y) = \frac{P(y/H_1)}{P(y/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \tau_B = 1 \tag{2.5}$$

— **Critère de Bayes et choix des coûts :** Le critère de Bayes, quant à lui, s'appuie sur les coûts pour prendre des décisions entre les différentes hypothèses lorsqu'une des hypothèses est vraie. L'objectif de ce critère, dans sa règle de décision, est de minimiser le coût ou risque moyen de l'équation (2.6) en choisissant les régions de décision.

$$r = \pi_0(C_{00}P_{00} + C_{10}P_{10}) + \pi_1(C_{01}P_{01} + C_{11}P_{11}) \tag{2.6}$$

Le rapport de vraissemblance de Bayes a donc pour expression

$$L(y) = \frac{P(y/H_1)}{P(y/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\pi_0(C_{10} - C_{00})}{\pi_1(C_{01} - C_{11})} = \tau_B \tag{2.7}$$

Le choix des coûts est capital pour le test du rapport de vraissemblance car celui-ci est fonction des probabilités *a priori* ($\pi_0 = P(H_0)$ et $\pi_1 = P(H_1)$) et des coûts associés

$C_{ij}$. Ce rapport fait état du seuil de décision et celui-ci doit être optimal. La technique du choix de coût uniforme permet donc de mettre les erreurs à un coût identique : $C_{01} = C_{10} = 1$ et les bonnes décisions sur un coût nul : $C_{00} = C_{11} = 0$, l'expression simplifiée du risque moyen de Bayes de l'équation (2.6) s'interprète comme la probabilité d'erreur dans un système de communication numérique et s'écrit

$$r = \pi_0 P_{10} + \pi_1 P_{01} \tag{2.8}$$

Dans le cas où la condition $(C_{10} - C_{00}) = (C_{01} - C_{11})$ est satisfaite, le critère de Bayes est identique à celui de MAP.

— **Critère de Neyman Pearson :** En pratique, l'attribution des coûts réalistes et des probabilités *a priori* s'avère souvent difficile. À cet effet, le critère de Neyman Pearson quant à lui, a pour objectif de maximiser la probabilité de détection en choisissant un seuil de probabilité de fausse alarme sans assumer une connaissance des probabilités *a priori* et des coûts associés.

### 2.1.3 Les courbes COR et propriétés

Les courbes opérationnelles du récepteur caractérisent les performances du récepteur en terme de probabilité de détection vis-à-vis de la probabilité de fausse alarme ($P_d = f(P_{fa})$). Ces courbes ont des propriétés suivantes basées sur le rapport de vraisemblance :

— **Propriété 1 :** Elles sont des fonctions continues et monotones du rapport de vraisemblance

— **Propriété 2 :** Elles sont convexes dans le plan $(P_{fa}, P_d)$ lorsque $P_d \geq P_{fa}$

— **Propriété 3 :** Toutes les courbes COR sont situées au dessus de la droite $P_d = P_{fa}$

— **Propriété 4 :** En tout point de la courbe COR, dans le plan $(P_{fa}, P_d)$, la pente de la tangente est égale à la valeur du seuil de détection correspondant en ce point

## 2.2 Application de la détection binaire dans les systèmes RADARS

La détection binaire s'appliquant dans plusieurs domaines, il sera question dans cette section de l'exploiter pour analyser les performances en terme de détection d'un système radar. Cette analyse sera basée principalement par une modélisation du système radar qui mettra en évidence les hypothèses de présence et d'absence des cibles.

### 2.2.1 Modélisation du système RADAR

Cette modélisation repose sur deux hypothèses sur le signal aléatoire $\overrightarrow{y}/H_i$ reçu. L'hypothèse $H_1$ qui interprète la présence de cible, présente un signal formé d'un signal utile $\overrightarrow{u}$ qui est le produit d'un train de symboles $\overrightarrow{A}$ associé à un paramètre d'atténuation $\alpha$ et un bruit additif gaussien de moyenne $\mu = 0$ et de variance $N_0/2$ où $N_0$ est la puissance du bruit thermique au récepteur du radar. Quant à l'hypothèse $H_0$, il traduit l'absence de la cible d'où l'unique présence d'un bruit aléatoire gaussien.

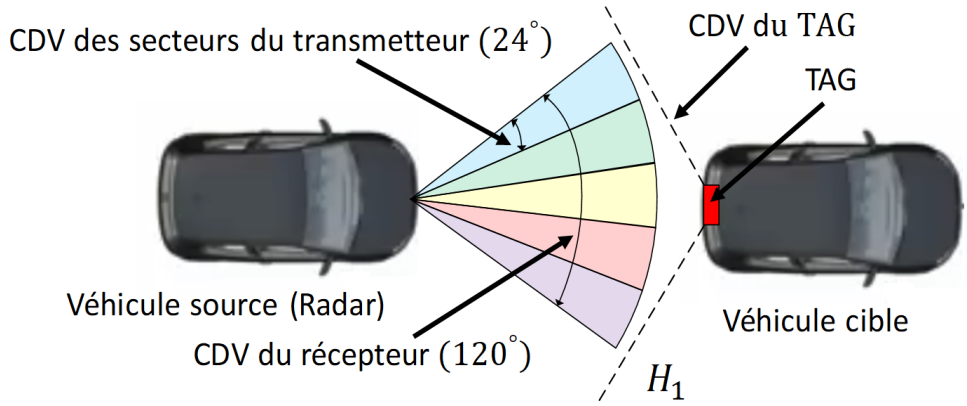
— **Tests d'hypothèses binaires**

$$\overrightarrow{y} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{n}, \qquad avec \qquad \overrightarrow{u} = \alpha\,\overrightarrow{A} \tag{2.9}$$

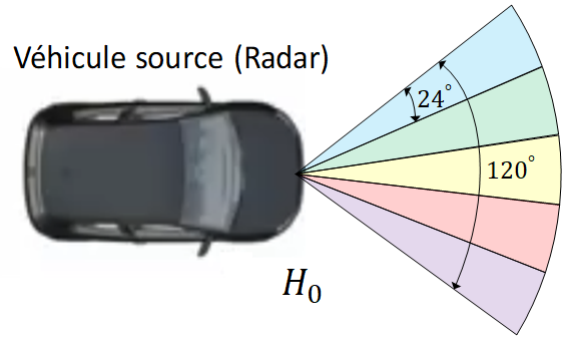
$$\begin{cases} H_1 : \text{Présence de cible} \Rightarrow \overrightarrow{y} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{n} \\ H_0 : \text{Absence de cible} \Rightarrow \overrightarrow{y} = \overrightarrow{u_0} + \overrightarrow{n} \end{cases} \tag{2.10}$$

$$avec \quad \begin{cases} \overrightarrow{u_1} = \alpha[1, -1, 1, \cdots, -1] & : \text{Séquence aléatoire de longueur N symboles.} \\ \overrightarrow{u_0} = \alpha[0, 0, 0, \cdots, 0]'_{1\times N} & \\ \overrightarrow{n} \sim N\left(0; \dfrac{N_0^I}{2}\right) & : \text{Vecteur de bruit blanc gaussien} \\ \alpha & : \text{Paramètre d'atténuation} \end{cases} \tag{2.11}$$

Les scénarios de la figure 2.1 illustrent les deux scénarios possibles en détection radar automobile.




(a)




(b)

Figure 2.1 Scénarios de détection radar - (a) Hypothèse $H_1$ : Présence de cible , (b) Hypothèse $H_0$ : Absence de cible

La région de décision, selon l'équation (2.12), est donc la partie réelle de la projection du signal reçu sur la direction $h$ entre $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_0}$, d'où la corrélation $\overrightarrow{h}^*\overrightarrow{y}$.

$$\text{Régions de décision : } \eta = \Re\{h^* y\} \text{ avec } h^* = (\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_0})^* \tag{2.12}$$

Le bruit thermique au récepteur est supposé aléatoire, gaussien et blanc. En considérant les équations (2.12) et (2.10), on obtient la loi que suit les régions d'observation conditionnelle montrer à l'équation (2.13)

$$\text{Bruit thermique : } \overrightarrow{n} \sim N\left(0; \frac{N_0}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \eta/H_0 \sim N\left(\mu_0; \sigma_0^2\right) \\ \eta/H_1 \sim N\left(\mu_1; \sigma_1^2\right) \end{cases} \tag{2.13}$$

Dans le souci de faire une meilleure étude du phénomène de détection radar, nous avons concilié l'aspect simulé et théorique des deux scénarios pour faire une analyse

comparative des performances d'un tel système. De plus, le paramètre d'atténuation $\alpha$ est mis en évidence par des valeurs inférieures ou égales à l'unité. À cet effet, l'absence d'atténuation se présente lorsque $\alpha$ tend vers 1 et la présence prononcée de l'atténuation se traduit pour des valeurs de $\alpha$ proche de 0. Les performances s'appuieront donc sur le paramètre $\alpha$ et le nombre $N$ d'échantillons en considérant les expressions simulées et théoriques ci-dessous.

— **Expressions analytiques sous les hypothèses : Cas simulé**

1. Paramètres globaux de simulation :
   - Bruit thermique : $N_{0_{dB}} = -10 : 5$ ; en $dBmW$,
   - Paramètre d'atténuation : $\alpha = \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right]$
   - Nombre d'échantillons : N = 10
   - Nombre d'expérience ou d'itération : $10^6$
   - Seuil de détection : $\tau_B$, dépendra du détecteur
2. Seuil et règle de décision optimale : $\eta = \Re\{h^* y\} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \ln(\tau_B) + \frac{1}{2}\|\overrightarrow{u_1}\|^2 - \frac{1}{2}\|\overrightarrow{u_0}\|^2 = \gamma$
   - Région $R_1$ : $\eta_{H_1} = \Re\{(\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_0})^*(\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{n})\} > \gamma$
   - Région $R_0$ : $\eta_{H_0} = \Re\{(\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_0})^*(\overrightarrow{u_0} + \overrightarrow{n})\} < \gamma$
3. Probabilité de détection : $Pd = P_{11} = P(\eta > \gamma | H_1) = P(\eta_{H_1} > \gamma)$
4. Probabilité de fausse alarme : $Pfa = P_{10} = P(\eta > \gamma | H_0) = P(\eta_{H_0} > \gamma)$
5. Probabilité d'erreur de région : $P_e = P(H_1|H_0)P(H_0) + P(H_0|H_1)P(H_1)$
   avec
   $P(H_0|H_1) = P_m$(Probabilité de manqué) $= P(H_1|H_0) = P_{10} = P_{fa}$ : cas des signaux symétriques.
   $\pi_1 = P(H_1) = 1 - \pi_0 = 1 - P(H_0)$
6. Probabilité d'erreur par bit : Selon la méthode de Monte Carlo

— **Expressions analytiques sous les hypothèses : Cas théorique**

Les probabilités des expressions d'équations (2.16), (2.17) et (2.18) sont des fonctions de densité de probabilité.

1. Moyenne et variance sous $H_0$ :

$$\begin{cases} \mu_0 = E[\eta|H_0] = 0 \\ \sigma_0^2 = Var[\eta|H_0] = \alpha^2 N \frac{N_0}{2} \end{cases} \Rightarrow \eta|H_0 \sim N\left(0; \alpha^2 N \frac{N_0}{2}\right) \qquad (2.14)$$

2. Moyenne et variance sous $H_1$ :

$$\begin{cases} \mu_1 = E[\eta|H_1] = \alpha^2 N \\ \sigma_1^2 = Var[\eta|H_1] = \alpha^2 N \dfrac{N_0}{2} \end{cases} \Rightarrow \eta|H_1 \sim N\left(\alpha^2 N; \alpha^2 N \frac{N_0}{2}\right) \tag{2.15}$$

3. Probabilité de détection :
   C'est la probabilité dans la région $R_1$, sachant qu'on est sous l'hypothèse $H_1$, donc $P(R_1/H_1)$.

$$Pd = P_{11} = P(\eta > \gamma|H_1) = P(\eta_{H_1} > \gamma) = Q\left(\frac{\gamma - \mu_1}{\sigma_1}\right) = Q\left(\frac{\gamma - \alpha^2 N}{\sqrt{\alpha^2 N \frac{N_0}{2}}}\right) \tag{2.16}$$

   avec $\gamma = \ln(\tau_B) + \frac{1}{2}\|\overrightarrow{u_1}\|^2 - \frac{1}{2}\|\overrightarrow{u_0}\|^2$ et $Q(x)$, la fonction de distribution normale standard.

4. Probabilité de fausse alarme :
   C'est la probabilité dans la région $R_1$, sachant qu'on est sous l'hypothèse $H_0$, donc $P(R_1/H_0)$.

$$Pfa = P_{10} = P(\eta > \gamma|H_0) = P(\eta_{H_0} > \gamma) = Q\left(\frac{\gamma - \mu_0}{\sigma_0}\right) = Q\left(\frac{\gamma}{\sqrt{\alpha^2 N \frac{N_0}{2}}}\right) \tag{2.17}$$

5. Probabilité d'erreur de région :
   C'est la probabilité dans la région $R_1$, sachant qu'on est sous l'hypothèse $H_0$ ou la probabilité dans la région $R_0$, sachant qu'on est sous l'hypothèse $H_1$.

$$P_e = P(H_1|H_0)P(H_0) + P(H_0|H_1)P(H_1) \tag{2.18}$$

6. Probabilité d'erreur par bits :
   C'est la probabilité liée au taux de bits en erreur.

$$BER = Q\left(\sqrt{\frac{2\alpha^2}{N_0}}\right) \tag{2.19}$$

### 2.2.2 Analyses des performances

Une fois la modélisation du système effectuée, cette section aura pour objectif de présenter les résultats afin de tirer des analyses pertinentes. Les résultats ainsi obtenus s'articuleront sur la probabilité de détection, de fausses alarmes, les courbes ROC, les probabilités d'erreur de région et les probabilités d'erreur par bits, et ceci, avec les trois types de détecteur MAP, ML et Bayes. Dans un premier temps, l'analyse sera faite sur l'influence du paramètre d'atténuation $\alpha$ et par la suite sur l'influence du nombre d'échantillons. Les résultats simulés sont obtenus par la méthode de Monte-Carlo et ceux théoriques par simple application des équations (2.16), (2.17), (2.18) et (2.19).

1. **Influence du paramètre $\alpha$ à N = 10**
   Dans ce cas, dix échantillons sont aléatoirement générés comme le montre la figure 2.2.

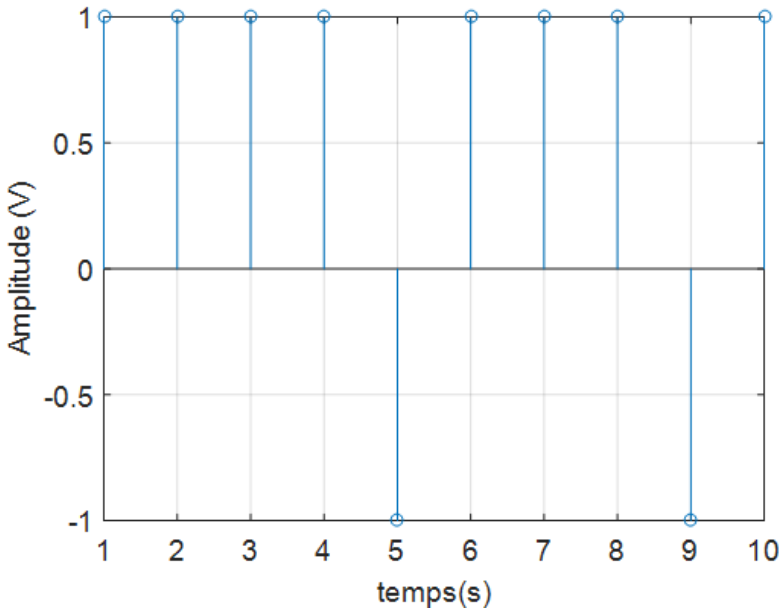



Figure 2.2 génération des échantillons

— **Cas du Détecteur MAP** : $\tau_B = \dfrac{\pi_0}{\pi_1}$
$\pi_0 = \dfrac{1}{4}$ et $\pi_1 = \dfrac{3}{4}$.

(a) **Probabilité d'erreur par bits (BER), de détection ($P_d$), de fausse alarme ($P_{fa}$) et d'erreur de région ($P_e$)**

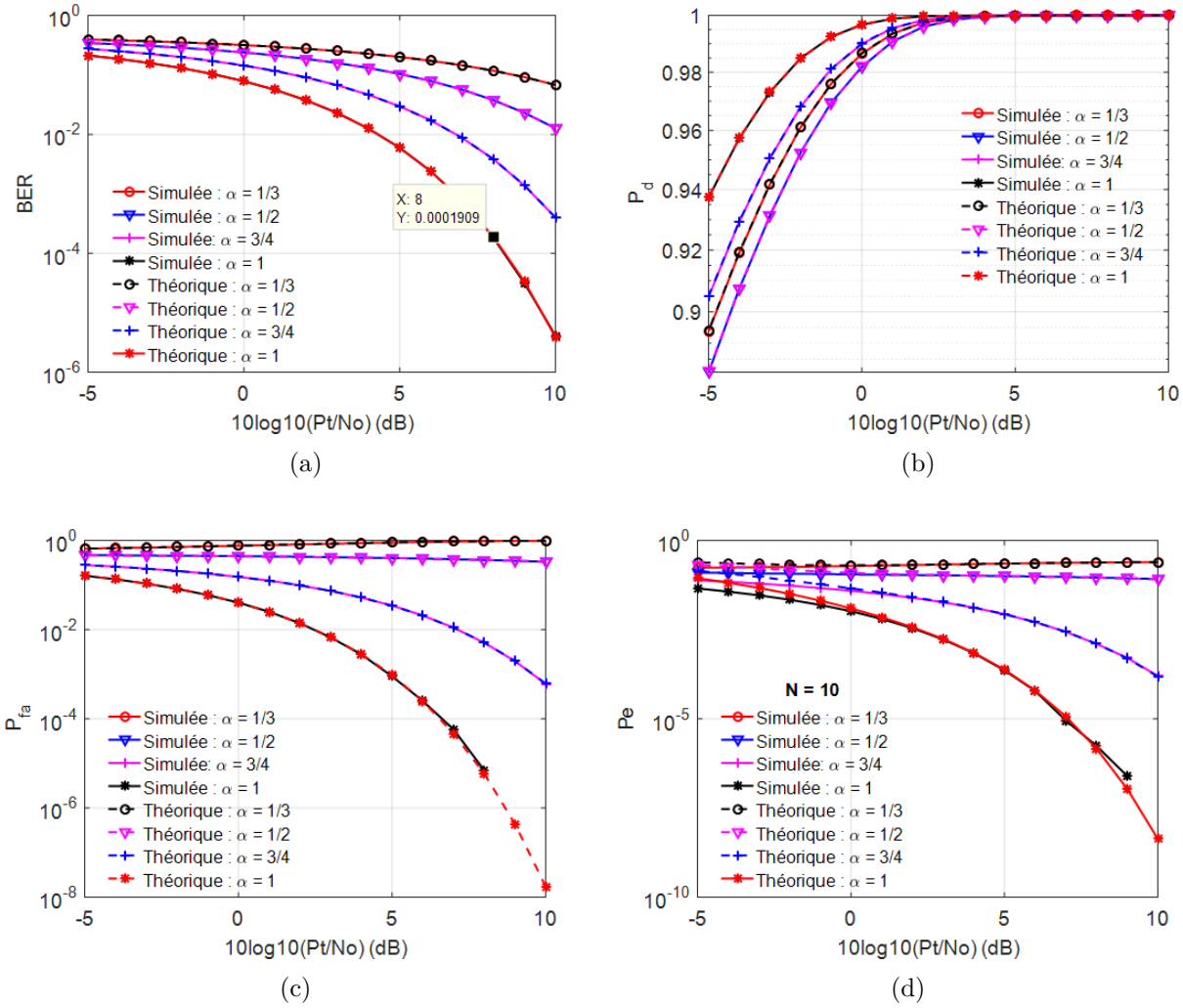



Figure 2.3 Probabilité dans le cas du détecteur MAP à N = 10 : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région

A la lecture de la figure 2.3, nous observons de façon générale une bonne cohérence entre les courbes simulées et théoriques. Lorsque $\alpha$ tend vers 0, la probabilité d'erreur augmente considérablement et avoisine 0.1 pour le ratio $P_t/N_0 = 10\,dB$, tandis que la proportion de détection est lente et converge significativement vers 1 lorsque le ratio $P_t/N_0$ franchi $0dB$, quant à la probabilité de fausse alarme, la proportion est grande et atteint l'unité ; celle d'erreur de région a une tendance similaire à celle de fausse alarme et graduellement tend vers 1.

Par contre, lorsque $\alpha$ tend vers 1, la proportion d'erreur par bit, d'erreur de région et de fausse alarme diminue considérablement et avoisine respective-

ment les valeurs d'ordre $10^{-6}$, $10^{-10}$ et $10^{-8}$ ; quant à la détection, pour le ratio $P_t/N_0 = 1.25\,dB$, elle est de 100% et 99% pour $\alpha < 1$. La dégradation du ratio $P_t/N_0$ à $-5\,dB$ provoque une détection de 89% lorsque $\alpha = 1/2$ et 94% lorsque $\alpha$ tend vers 1.

L'amélioration du ratio $P_t/N_0$ provoque une forte diminution du BER et une différence de $3\,dB$ s'observe entre les différentes courbes de valeurs $\alpha$.

(b) **Courbes COR**

Par analyse de la figure 2.4, pour $\alpha = 1/3$, la proportion de détection diminue et celle de fausse alarme augmente. Plus $\alpha$ tend vers 1, plus la proportion de détection est élevée.

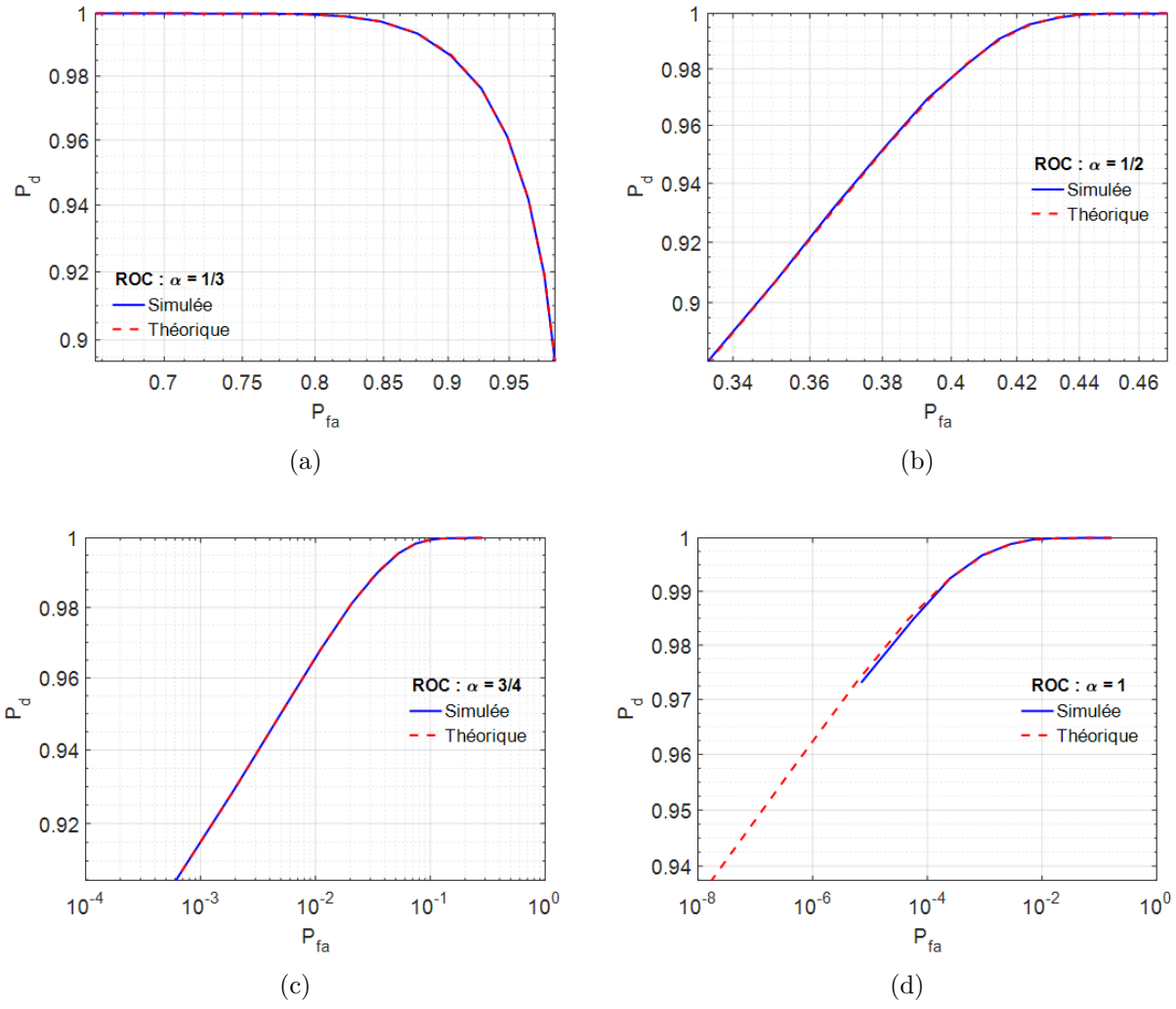



Figure 2.4 Courbes COR du détecteur MAP à N = 10 : (a) $\alpha = 1/3$, (b) $\alpha = 1/2$, (c) $\alpha = 3/4$, (d) $\alpha = 1$

— **Cas du détecteur ML** : $\tau_B = 1$

$\pi_0 = \pi_1$

(a) **Probabilité d'erreur par bits (BER), de détection ($P_d$), de fausse alarme ($P_{fa}$) et d'erreur de région ($P_e$)**

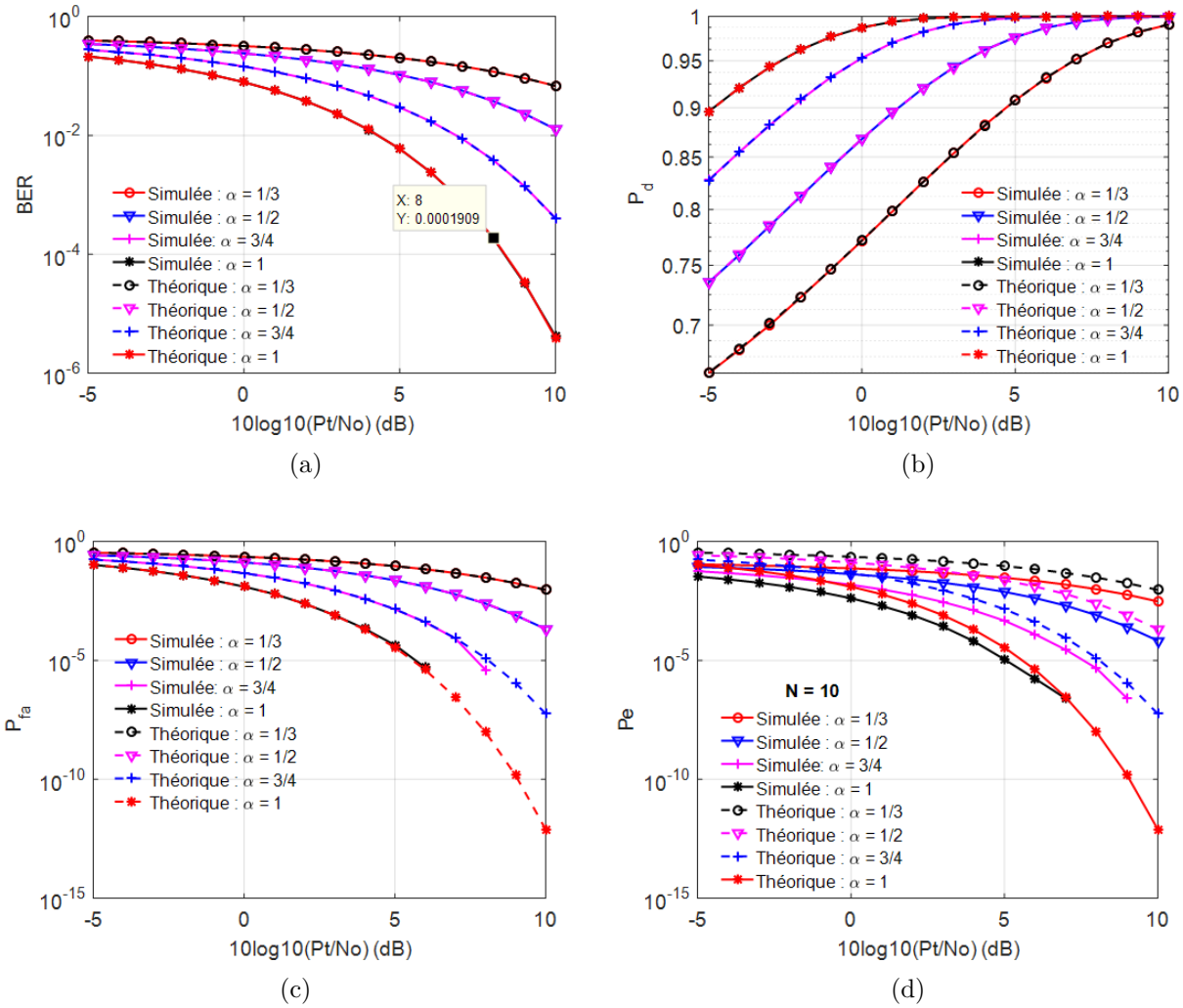



Figure 2.5 Probabilité dans le cas du détecteur ML à N = 10 : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région

Par lecture de ces graphiques et par comparaison au détecteur MAP, la détection dans ce cas converge moins rapidement lorsque $\alpha$ tend vers 1. À cet effet, Pour $Pt/N_0 = 10$ dB, on a une détection à 100% lorsque $\alpha$ tend vers 1 et à 98% lorsque $\alpha$ tend vers 0. Par contre la dégradation du ratio Pt/No à $-5\,dB$ provoque une détection de 65% lorsque $\alpha$ tend vers 0 et 90% lorsque

$\alpha$ tend vers 1. Quant à la probabilité de fausse alarme, celle-ci diminue considérablement et avoisine $10^{-12}$. Cette différence se perçoit dû au fait que selon l'équation (2.2) en détection ML, la règle de décision sous $H_1$ est identique à celle sous $H_0$.

(b) **Courbes COR**

Par lecture de la figure 2.6, nous constatons une très faible proportion de fausse alarme vis-à-vis de la proportion de détection. En effet, cette efficacité en faible proportion de fausse alarme donne des meilleures performances au système pour minimiser davantage les faux positifs.

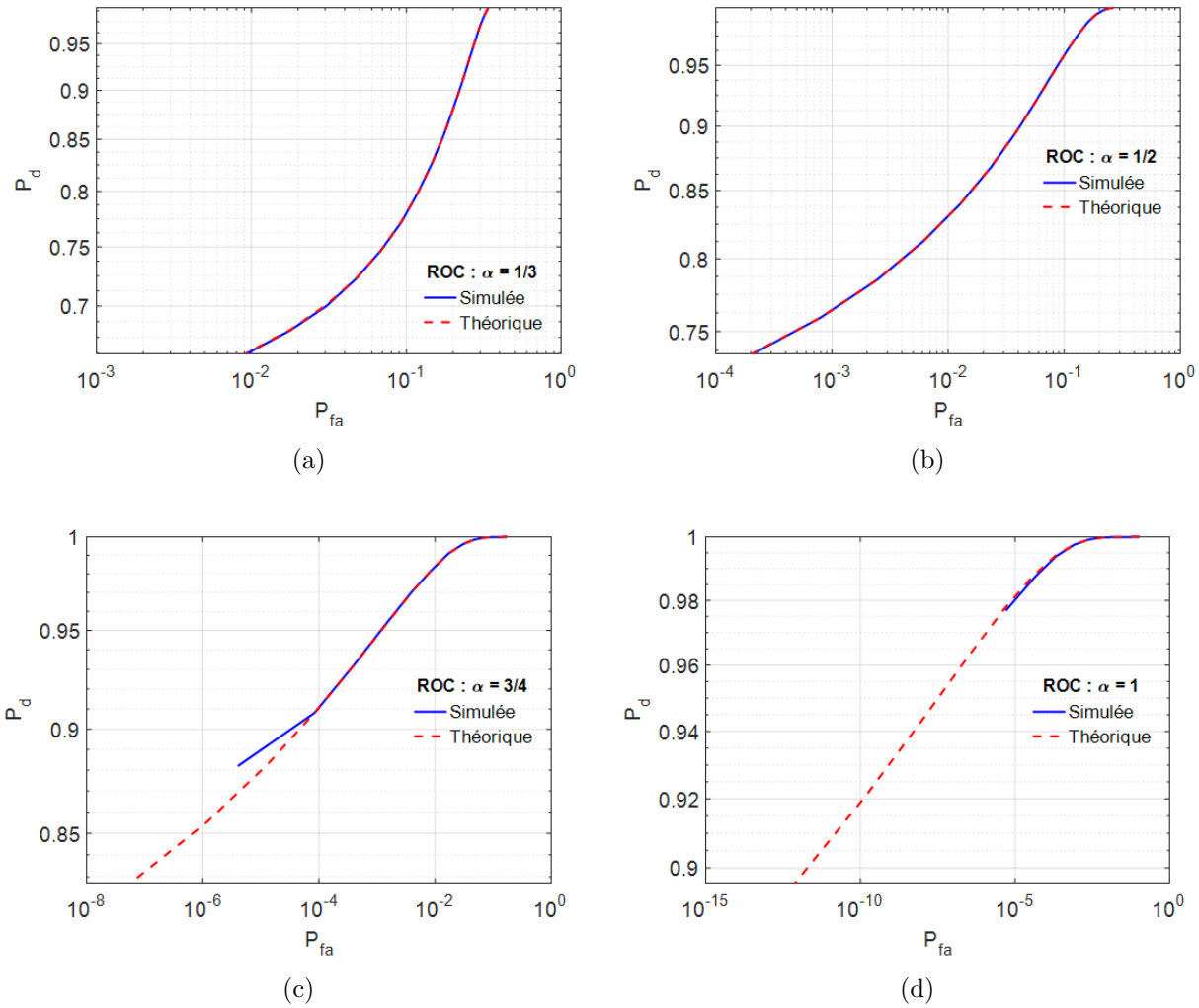



Figure 2.6 Courbes COR du détecteur ML à N = 10 : (a) $\alpha = 1/3$, (b) $\alpha = 1/2$, (c) $\alpha = 3/4$, (d) $\alpha = 1$

— **Cas du détecteur Bayes** : $\tau_B = \dfrac{\pi_0(C_{10} - C_{00})}{\pi_1(C_{01} - C_{11})}$

$C_{00} = C_{11} = 0\,;\ C_{01} = 1\,;\ C_{10} = 2\,;\ \pi_0 = \dfrac{1}{4}$ et $\pi_1 = \dfrac{3}{4}$ donc $\tau_B = \dfrac{2}{3}$

Les résultats obtenus sur ces valeurs sont les suivants :

(a) **Probabilité d'erreur par bits (BER), de détection ($P_d$), de fausse alarme ($P_{fa}$) et d'erreur de région ($P_e$)**

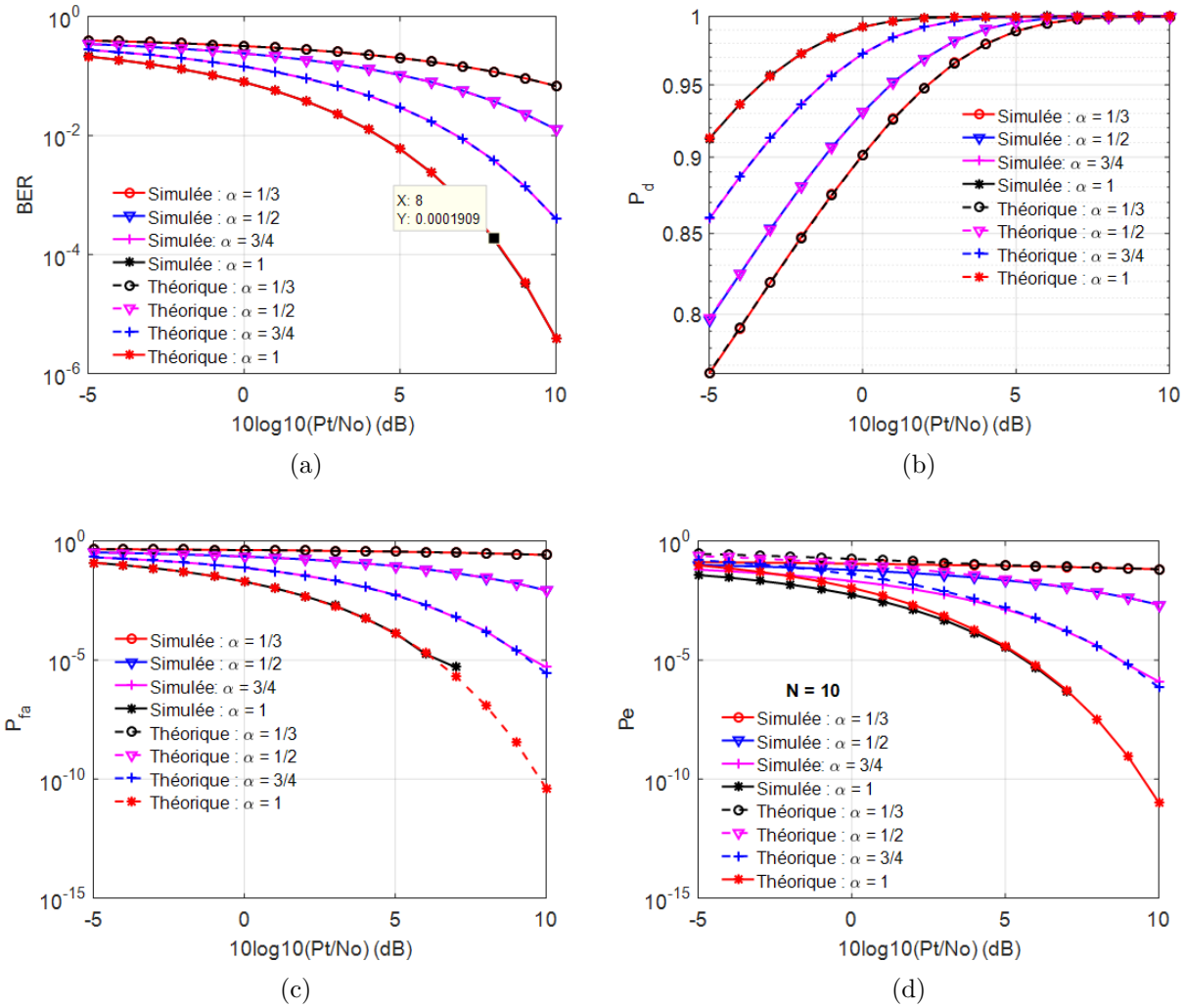



Figure 2.7 Probabilité dans le cas du détecteur Bayes à N = 10 : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région

Par lecture de ces graphiques nous observons une détection plus améliorée qu'en ML car sur la dégradation du ratio Pt/No à $-5\,dB$ on a une détection de 76% lorsque $\alpha = 1/3$ et 91% lorsque $\alpha$ tend vers 1. Par contre, la proportion

de fausse alarme est moins améliorée qu'en ML.

(b) **Courbes COR**

La figure 2.8 confirme une mauvaise amélioration de $P_{fa}$ comparativement au cas ML et notamment pour $\alpha = 1/3$. Par contre, la proportion de détection en Bayes tout comme en MAP est plus appréciée qu'en ML notamment pour des valeurs de $\alpha$ plus petit que 1.

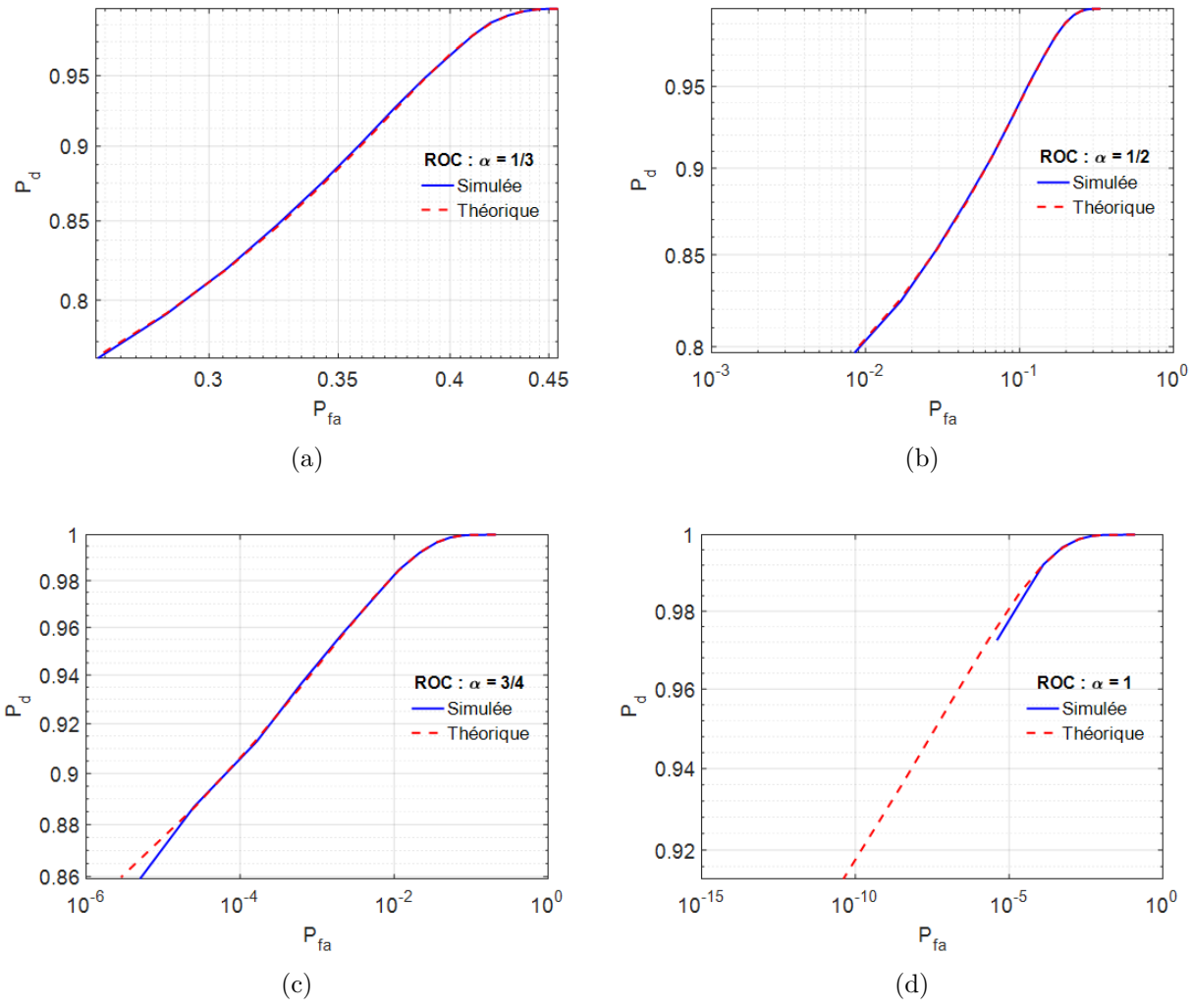



Figure 2.8 Courbes COR du détecteur Bayes à N = 10 : (a) $\alpha = 1/3$, (b) $\alpha = 1/2$, (c) $\alpha = 3/4$, (d) $\alpha = 1$

2. **Influence du nombre d'échantillons N à $\alpha = 1$**

Dans cette section, l'objectif est focalisé sur l'influence du nombre d'échantillons pour une valeur fixe de $\alpha$ qui précise qu'il n'y a pas d'atténuation dans le système. Les valeurs des paramètres coût $C_{ij}$, $\pi_0$ et $\pi_1$ restent inchangées.

— **Cas du Détecteur MAP** : $\tau_B = \dfrac{\pi_0}{\pi_1}$

(a) **Probabilité d'erreur par bits (BER), de détection ($P_d$), de fausse alarme ($P_{fa}$) et d'erreur de région ($P_e$)**

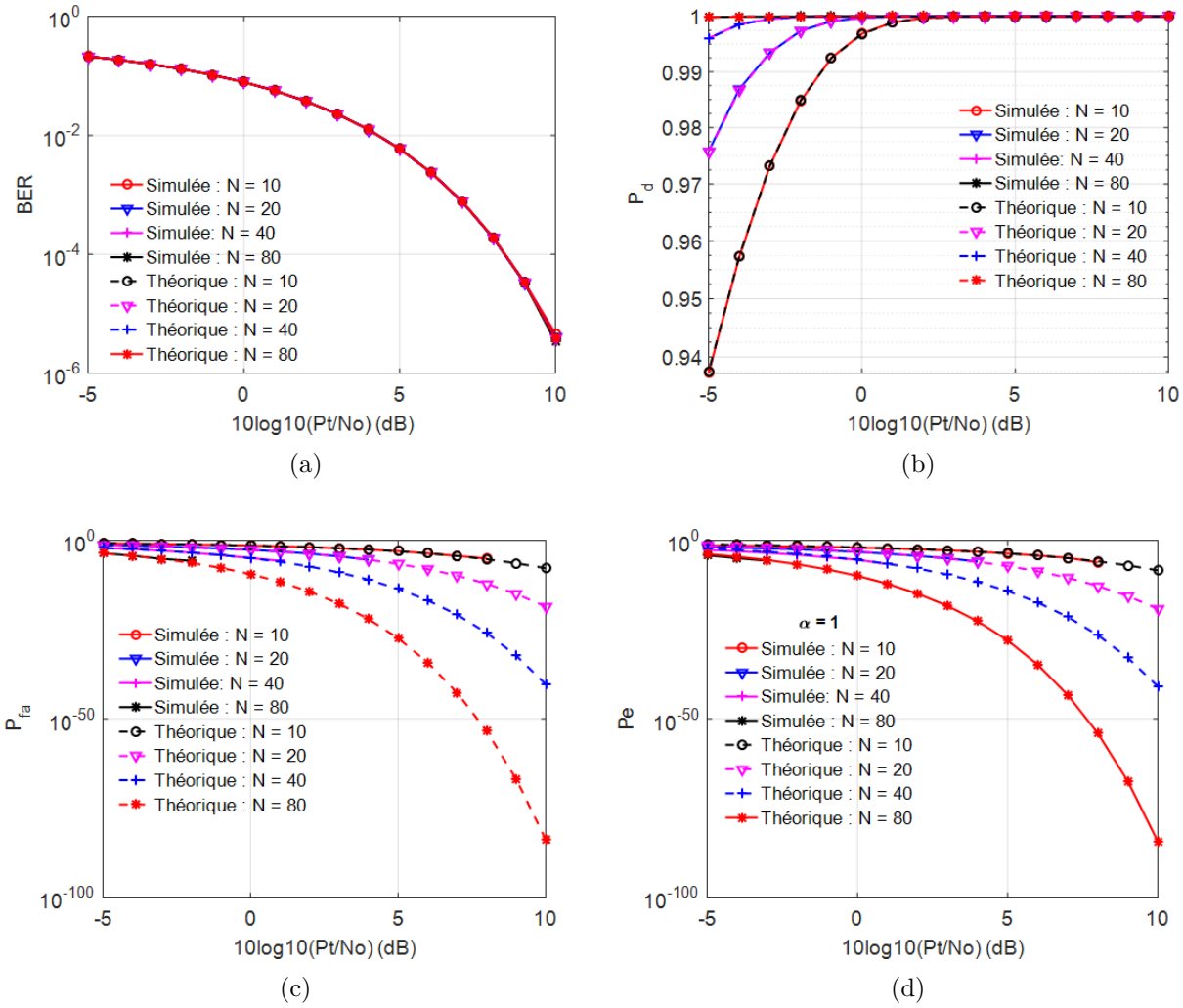



Figure 2.9 Probabilité dans le cas du détecteur MAP à $\alpha = 1$ : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région

A la lecture des graphiques de la figure 2.9, la probabilité d'erreur par bit étant théoriquement indépendante du nombre d'échantillons, il en est de même pour le cas simulé. Lorsque N augmente, en détection, les performances s'améliorent et atteignent 100% pour N = 80 échantillons ; de même $P_{fa}$ diminue considérablement dans l'ordre de $10^{-100}$ il en va de soit pour $P_e$. Par contre un

minimum de 10 échantillons fait observé une grande proportion de $P_{fa}$ et $P_e$ qui sont proches de 1 tandis que $P_d = 94\%$ sur le ratio $P_t/N_0 = -5\,dB$.

(b) **Courbes COR**

Nous observons sur la figure 2.10 une forte dégradation de $P_{fa}$ quand N augmente par contre la détection se sature progressivement vers 1 et maintient toujours une bonne proportion que celle de $P_{fa}$.

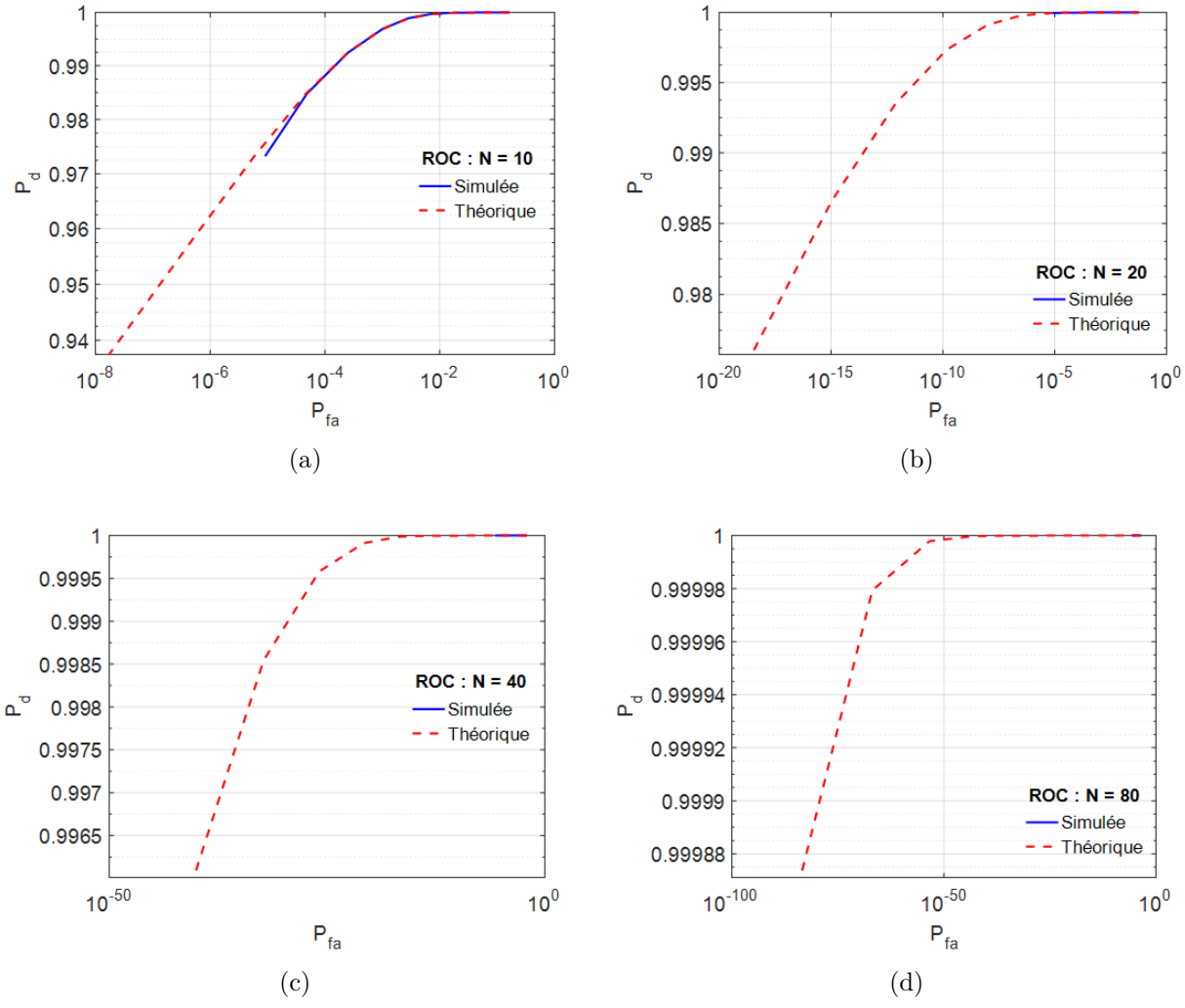



Figure 2.10 Courbes COR du détecteur MAP à $\alpha = 1$ : (a) $N = 10$, (b) $N = 20$, (c) $N = 40$, (d) $N = 80$

— **Cas du détecteur ML** : $\tau_B = 1$

(a) **Probabilité d'erreur par bits (BER), de détection ($P_d$), de fausse alarme ($P_{fa}$) et d'erreur de région ($P_e$)**

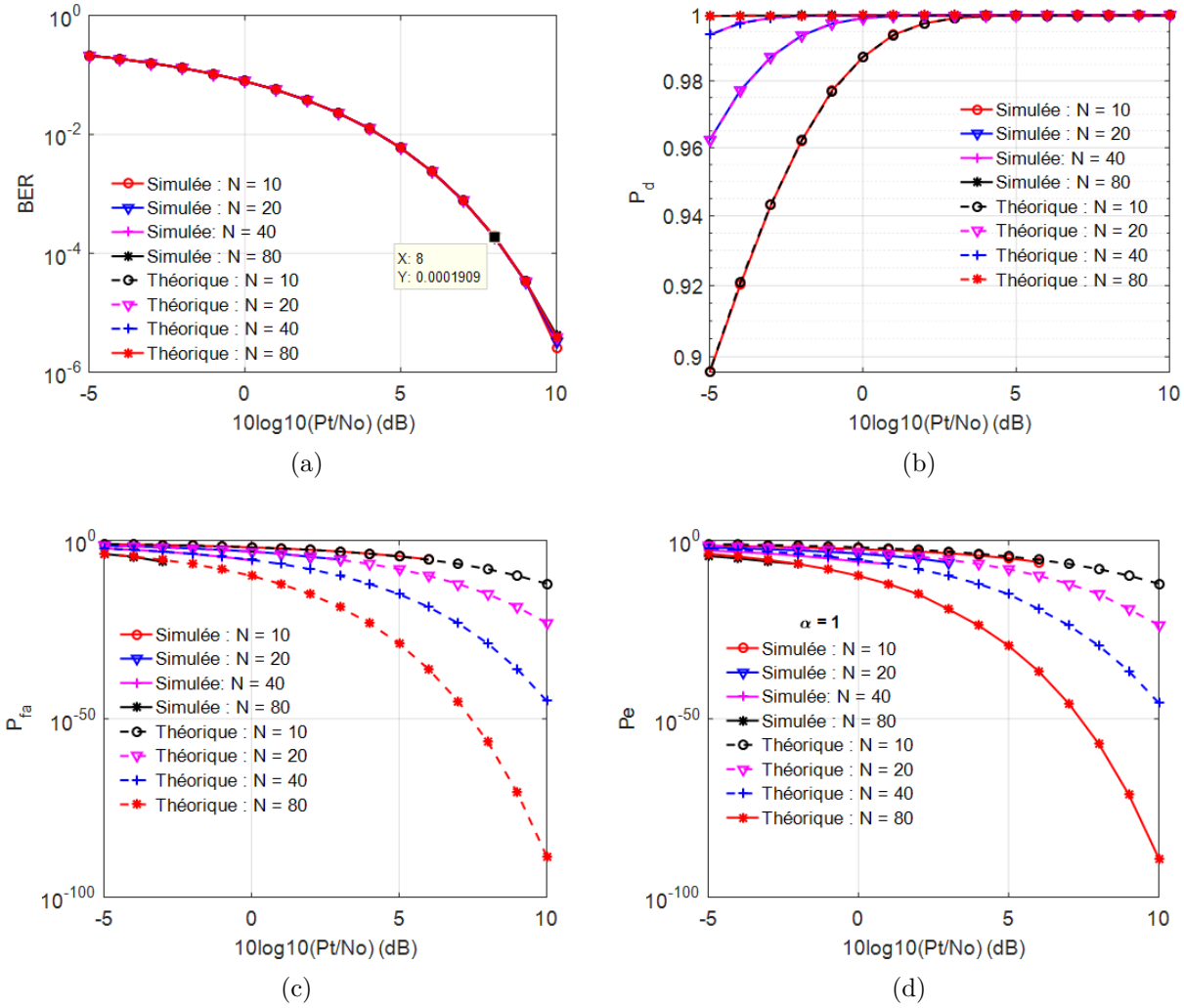



Figure 2.11 Probabilité dans le cas du détecteur ML à $\alpha = 1$ : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région

Comparativement à MAP, la proportion de détection en ML pour une dégradation de $P_t/N_0 = -5dB$ croit lentement sur une différence d'environ 4%. Par contre, la proportion de fausse alarme est quasi similaire dans le cas MAP.

(b) **Courbes COR**

Sur la lecture du graphique de la figure 2.12, en terme de fausse alarme, celle du détecteur ML atteint très vite de bonne performance (de l'ordre de $10^{-15}$) pour $N = 10$ comparativement en détecteur MAP qui par contre se rapproche très rapidement vers une détection de 100% qu'en ML.

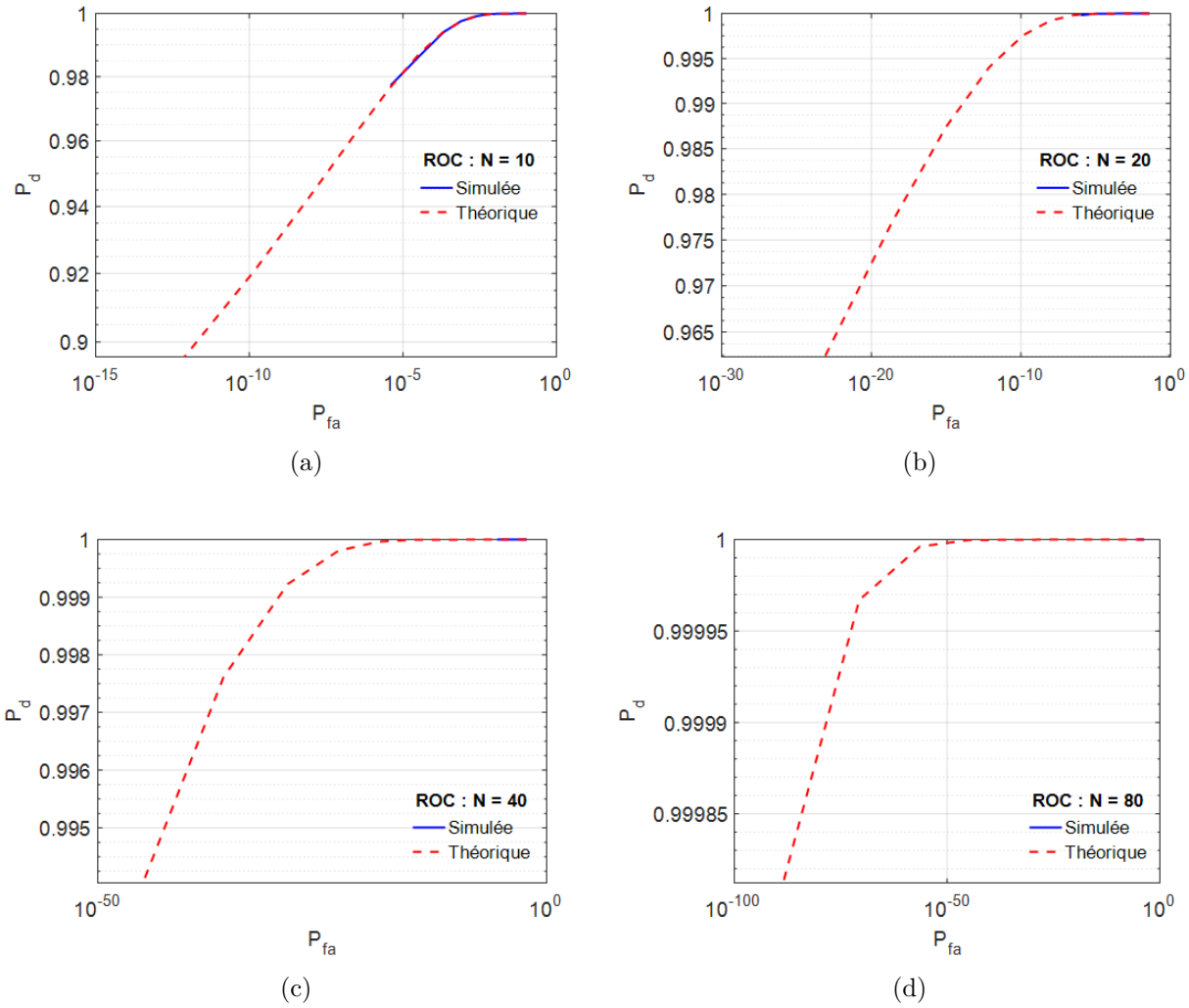



Figure 2.12 Courbes COR du détecteur ML à $\alpha = 1$ : (a) $N = 10$, (b) $N = 20$, (c) $N = 40$, (d) $N = 80$

— **Cas du détecteur Bayes** : $\tau_B = \dfrac{\pi_0(C_{10} - C_{00})}{\pi_1(C_{01} - C_{11})}$

(a) **Probabilité d'erreur par bits (BER), de détection ($P_d$), de fausse alarme ($P_{fa}$) et d'erreur de région ($P_e$)**

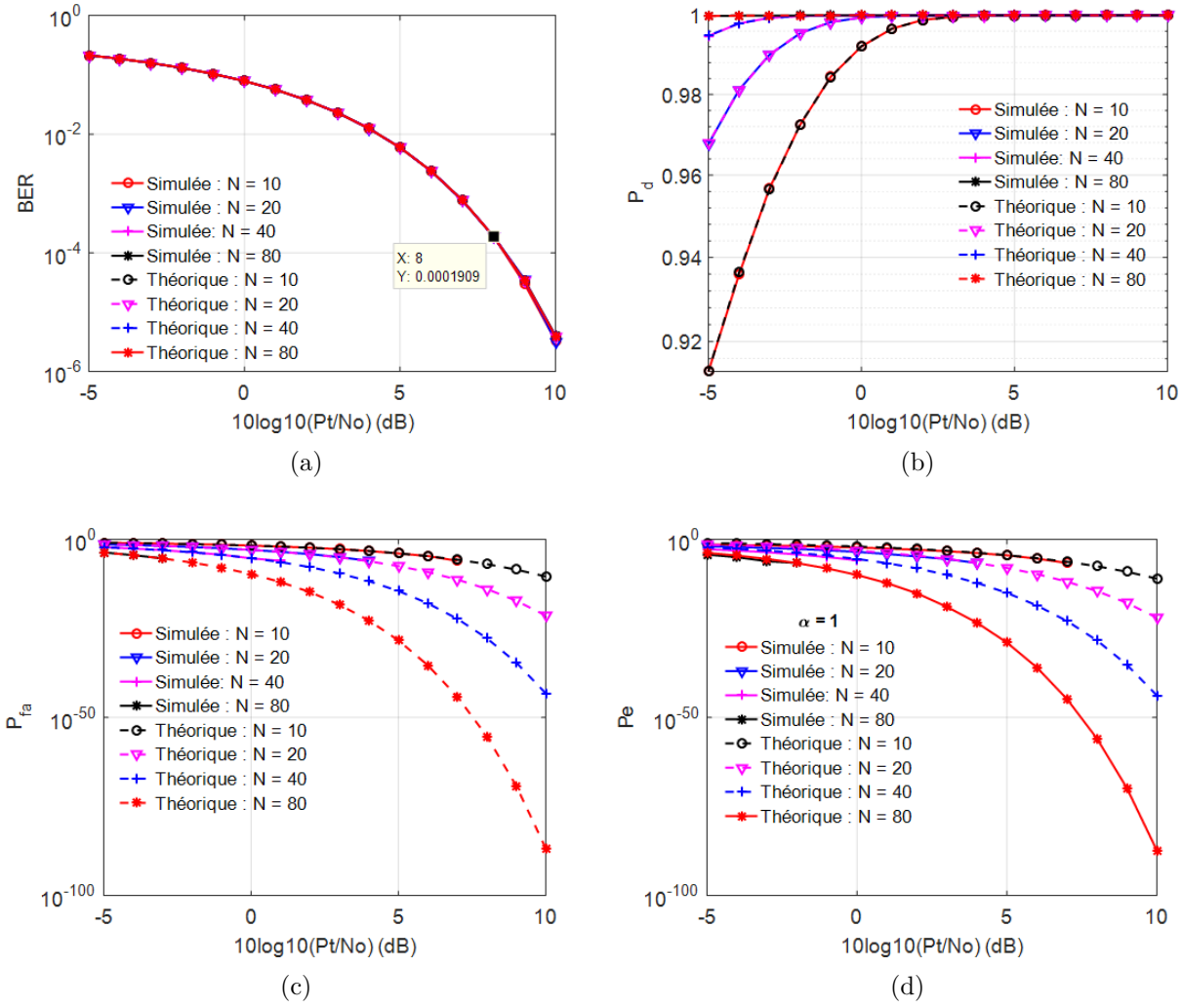



Figure 2.13 Probabilité dans le cas du détecteur Bayes à $\alpha = 1$ : (a) d'erreur par bit, (b) de détection, (c) de fausse alarme et (d) d'erreur de région

Comparativement en détection ML, pour un ratio $P_t/N_0 = -5\,dB$, on observe sur la figure 2.13 (b), un minimum de différence d'environ 2% sur la proportion de détection pour $N = 10$. Quant à $P_{fa}$, $P_e$ et $BER$, les résultats sont quasi-similaires aux études précédentes.

(b) **Courbes COR**

Les performances en terme de fausse alarme sont quasi-identiques en ML tout comme en Bayes (maximum d'orde $10^{-15}$) ce qui justifierait le fait que le détecteur MAP maximise la probabilité à posteriori, car le détecteur MAP en terme de détection rencontre plus rapidement les valeurs très proches de 100% de détection.

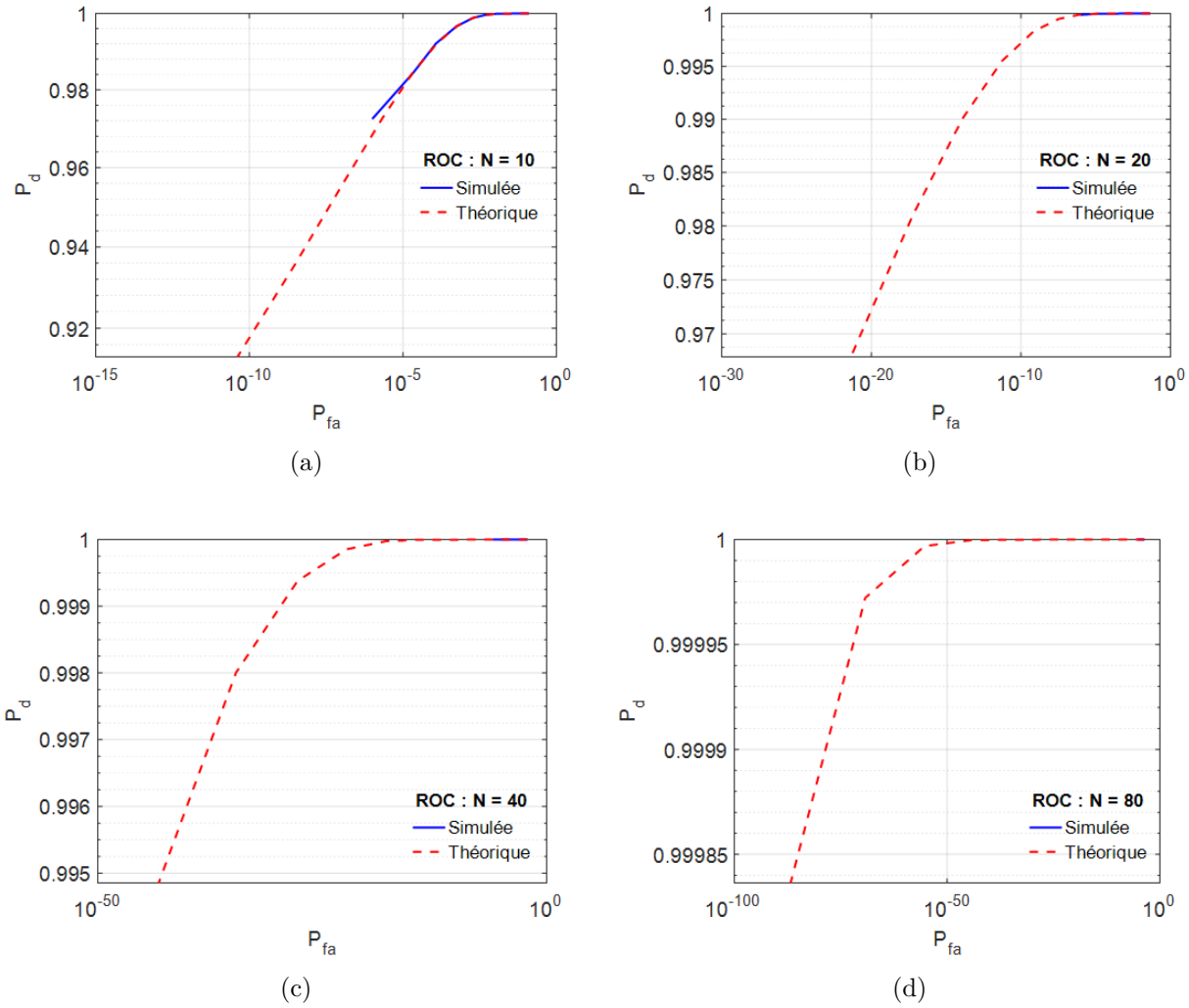



Figure 2.14 Courbes COR du détecteur Bayes à $\alpha = 1$ : (a) $N = 10$, (b) $N = 20$, (c) $N = 40$, (d) $N = 80$

## 2.3 Conclusion

Au vu de toutes les analyses effectuées, nous constatons que le paramètre d'atténuation $\alpha$ joue un rôle assez important dans la détection car plus il tend vers l'unité (pas d'atténuation), plus la détection est appréciée lorsque le ratio $P_t/N_0$ s'améliore également. Vis-à-vis du nombre d'échantillons, la détection est aussi améliorée lorsque ce nombre augmente. En bref, les performances du système en terme de probabilité de détection reposent sur l'atténuation des signaux reçus et le nombre d'échantillons à transmettre. Pour des signaux symétriques [1], la probabilité d'erreur de région est équivalente à celle de fausse alarme et diminue considé-

1. Signaux d'échantillons à amplitude égale en valeur absolue mais opposé

rablement lorsque le nombre d'échantillons augmente. Peu importe le nombre d'échantillons, la probabilité d'erreur par bit, dépend uniquement du paramètre d'atténuation et diminue lorsque ce dernier tend vers un.

En bref, l'étude théorique en détection binaire effectuée dans ce chapitre permet de comprendre que dans un système radar l'atténuation des signaux joue un rôle assez primordial dans les performances du système vis-à-vis de la proportion de détection des cibles, des proportions de fausses alarmes et des erreurs de décision. Nous allons donc nous attarder dans le prochain chapitre à l'étude du bilan de liaison dont dépend le facteur d'atténuation du signal.

# CHAPITRE 3 BILAN DE LIAISON DU SYSTEME RADAR ET PERFORMANCES

## 3.1 Généralités sur les RADARS

Une fois le principe de détection radar élaboré dans le chapitre précédent, le présent chapitre mettra en évidence un aperçu général sur la notion de radar en se basant sur l'historique des radars, leur principe de fonctionnement, les éléments qui les composent et leur classification. Par la suite, la partie importante en détection radar à savoir la surface équivalente radar sera également étudiée ainsi que l'équation radar. A l'issu de cette étude, la conception d'un système radar sera mise en évidence pour enfin analyser les performances du système radar avec le TAG conçu.

### 3.1.1 Historique et application de base

Le concept RADAR sur la signification anglaise **RAdio Detection And Ranging** repose sur les trois notions suivantes qui lui donnent le nom d'équipement de détection par onde radio :

- **RAdio :** Electromagnétique ou ondes radio
- **Detection :** Cible
- **Ranging :** Localisation en quatre dimensions

L'histoire du radar est une évolution des techniques de l'électronique fondée sur la stratégie militaire du $20^{ème}$ siècle. À cet effet, l'idée de repérer une cible à distance (télédétection), a pris naissance par application des lois de l'électromagnétisme du célèbre Christian Hülsmeyer. Lors des années 1920 et 1930, en vue de la préparation de la Deuxième Guerre mondiale, l'évolution des techniques de l'électronique apporte plus de fonctionnalités au radar. La technologie radar s'est aussi présentée dans le passé comme instrument d'observation météorologique pour l'étude des tempêtes. Avec l'évolution technologique au courant des dernières années, l'utilisation du radar devient de plus en plus apprivoisée pour l'identification ou la comparaison des données. Les applications du radar météorologique se sont progressivement diversifiées pour d'autres applications grâce à la capacité des ondes électromagnétiques à pénétrer dans les nuages ou tempête et à produire une résolution spatiale et temporelle élevée [17, p. 1].

Les paramètres importants d'un radar reposent sur la précision, la résolution, le volume surveillé et la cadence. Il se définit donc comme un instrument d'alerte et de mesure basée

sur l'angle d'azimut, d'élévation et la distance maximale de détection. Les angles d'azimuts et d'élévation sont déterminés à partir de l'orientation des antennes lorsque la cible est normalement sur les faisceaux principaux d'antennes. La vitesse quant à elle se mesure grâce au décalage Doppler de la cible.

### 3.1.2 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement du radar peu importe son application, repose sur deux scénarios (figure 3.1) permettant de mettre en évidence les ondes émises par la source et celles réfléchies par la cible. Les scénarios sont les suivants en considérant qu'il s'agit d'une cible passive

- Le radar émet une onde puissante par le biais d'une antenne de transmission. Les ondes électromagnétiques réfléchissent pour tout changement avec les constantes du milieu traversé.
- La cible à son tour réfléchit le signal avec une faible amplitude, car elle est passive. Ce signal est reçu par le radar, amplifié, traité et des décisions sur la détection de cible se font au niveau du récepteur du radar.

Les signaux émis par le radar peuvent se faire sous deux formes

- Les ondes ou signaux à impulsions : dans ce cas, le radar émet une impulsion et attend le retour du signal écho avant de faire une analyse sur les mesures à prendre.
- Les ondes ou signaux continus : L'émetteur radar émet continuellement les signaux à partir d'une antenne sans attendre le retour du signal écho

A la réception radar, le niveau du signal reçu dépend de la forme de la cible (surface radiante), la nature de la cible et l'orientation de la cible par rapport au radar.

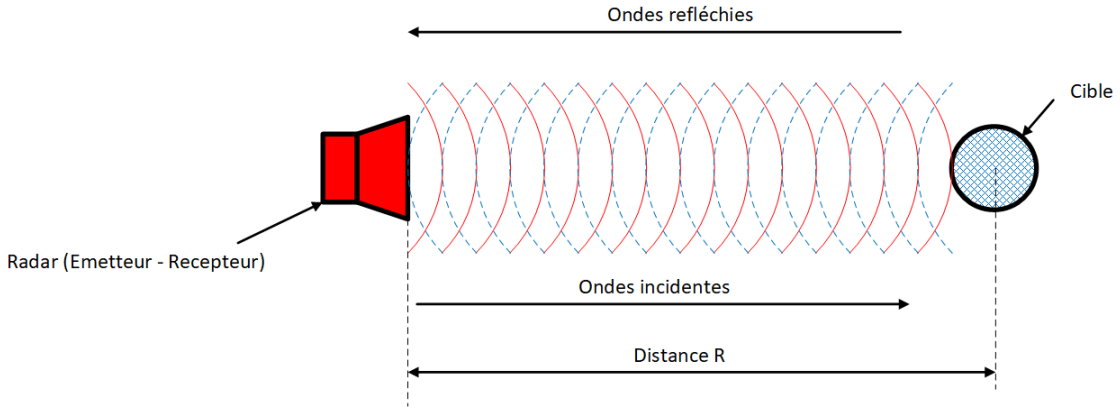



Figure 3.1 Scénario de fonctionnement radar - cible

### 3.1.3 Eléments d'un RADAR

L'architecture ci-dessous(figure 3.2 [17, p. 6]) présente les éléments principaux d'un radar. À cet effet, un radar comprend environ sept parties principales qui contribuent au bon fonctionnement du radar, ces blocs sont les suivants

- **Emetteur :** génère l'onde radio
- **Le duplexeur :** dirige l'onde vers l'antenne lors de l'émission ou vers le récepteur lors de la réception (dans le cas d'utilisation de deux antennes séparées, le duplexeur n'est pas nécessaire).
- **L'antenne :** diffuse l'onde électromagnétique vers la cible avec un minimum de perte. Elle joue un rôle majeur dans la détermination de sensibilité et de l'angle de résolution du radar. Ses propriétés importantes sont : Le gain, la bande passante, le niveau des lobes latéraux.
- **Le récepteur :** reçoit le signal incident, extrait des bruits parasites et amplifie le signal utile. Le récepteur habituellement utilisé est superhétérodyne [1].
- **Un étage de traitement (Exploitation et synchronisation) :** permet de traiter le signal brut afin d'extraire les données utiles à l'opérateur. L'ensemble de ces éléments du radar est interconnecté par différents signaux :
  - **1 :** Signaux de synchronisation
  - **2 :** Signaux de commande émission
  - **3 :** Signaux hyperfréquence émis
  - **4 :** Liaison duplexeur antenne
  - **5 :** Signaux hyperfréquences reçus
  - **6 :** Signaux traités par le récepteur
  - **7 :** Information angulaire de pointe
- **Le modulateur :** produit les impulsions de hautes puissances à travers un réseau conformateur d'impulsions ou le signal continu.

1. Récepteur conçu sur le mélange de fréquence pour convertir le signal reçu en une fréquence plus basse et intermédiaire, plus facile à utiliser que la fréquence directement reçue

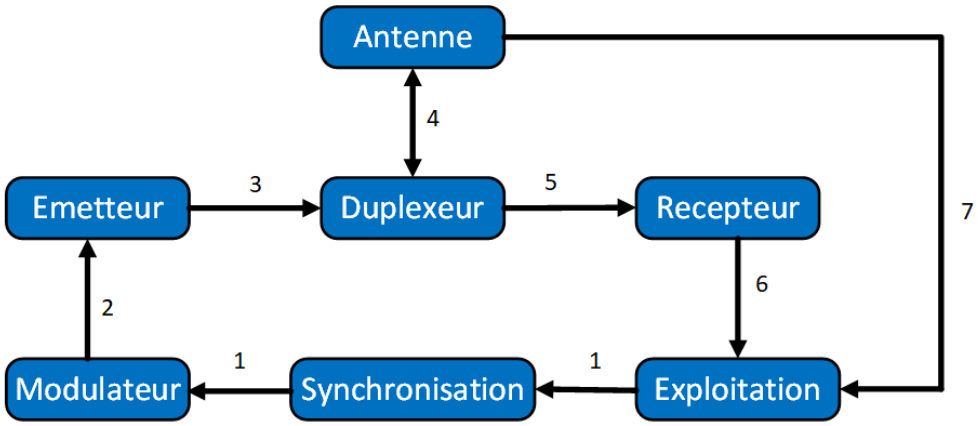



Figure 3.2 Eléments d'un radar

### 3.1.4 Classification des RADARS

Dépendamment des applications et des techniques utilisées, les radars sont classés en quatre grandes catégories. Il est donc question dans cette section de faire une classification brève en énumérant les secteurs d'application.

1. **RADAR Monostatique, bistatique**
   Dans cette catégorie de radars on distingue les radars classiques, bistatiques et à configuration multistatique.
   - **Radar classique : Radar monostatique :** dans cette configuration, émetteur et récepteur partagent la même électronique et une antenne commune ce qui permet de réduire l'encombrement et les coûts de synchronisation entre émetteur et récepteur. Seul le signal rétrodifusé par la cible est reçu par le radar. Ce type de radar est majoritairement utilisé en conduite automobile pour la détection d'angle mort et l'aide au stationnement.
   - **Radar bistatique :** Dans ce cas, émetteur et récepteur sont séparés. Donc, il y a cette possibilité de positionner l'émetteur et le récepteur à volonté dans le but d'explorer d'autres configurations de réflexion permettant d'augmenter le volume d'informations de la cible. Il est donc juste d'établir une bonne synchronisation entre l'émetteur et le récepteur. Les radars bistatiques dans la plus part des cas sont utilisés pour des communications oppotunistes.
   - **Radar à configuration multistatique :** un émetteur et plusieurs récepteurs.
2. **RADAR primaire et secondaire**
   - **Radar primaire :** le signal hyperfréquence émis est réfléchis par la cible puis reçu par le radar qui en est à l'origine. L'écho de la cible provient directement du

signal émis par le radar ; comme intérêt principal, la cible reste passive. Le radar primaire est plus appliqué pour la prise d'information de direction, de hauteur et de distance de la cible.

— **Radar secondaire :** la cible génère de façon active les signaux de réponse. Cela dit, le radar transmet un signal hyperfréquence, la cible est équipée d'un transpondeur qui le reçoit, le traite et ensuite, sur une fréquence différente, le transpondeur fait une mise en forme du signal reçu et émet un message de réponse qui peut être reçu et décodé par le radar secondaire. Cette réponse peut être l'altitude, un code d'identification ou encore un rapport de problème à bord comme une panne totale des radiocommunications. Le radar secondaire est axé sur des applications identiques à celles du radar primaire mais avec des informations supplémentaires telles que l'identification. La puissance émise est plus faible que celle du radar primaire.

3. **RADAR à impulsions et onde continue**

— **Radar à impulsions :** ce radar émet des impulsions de signaux hyperfréquences à forte puissance. Chaque impulsion suivie d'un temps de silence plus long que l'impulsion elle-même. Ce type de radar est couramment utilisé pour la mesure de la direction, la distance et la hauteur ou l'altitude.

— **Radar à ondes continues :** génère des signaux hyperfréquences continus. Le signal réfléchi est reçu et traité. Ce radar est couramment utilisé pour la mesure de vitesse et de position.

4. **RADAR imageur et non imageur**

— **Radar imageur :** donne une image de l'objet observé et cartographie la terre, les autres planètes, les astéroïdes ou autres objets célestes. Il est plus utilisé dans les applications militaires, dans la marine ou aviation civile pour la classification des cibles.

— **Radar non imageur :** ils sont classés en deux catégories, les cinémomètres radars pour la mesure de vitesse des véhicules par l'utilisation du principe de l'effet Doppler-Fizeau [2] et les altimètres qui sont des radars de mesure de distance verticale (altitude).

### 3.1.5 Surface Equivalente RADAR

La SER (Surface Equivalente Radar ou Surface Efficace Radar) ou RCS (Radar Cross Section) est une propriété physique inhérente des objets indiquant l'importance relative de la surface

2. Décalage fréquentiel d'une onde acoustique ou électromagnétique en émission et réception lorsque la cible bouge

de réflexion d'un faisceau électromagnétique qu'ils provoquent [17, p. 64] . En d'autres termes, c'est la mesure de la capacité d'une cible à refléter les signaux radar dans la direction du récepteur radar, c'est-à-dire une mesure du rapport de la puissance de rétrodiffusion par angle solide unitaire dans la direction du radar (en provenance de la cible) à la densité de puissance interceptée par la cible [18, p. 65].

Soient $Q_b$ la densité de puissance de rétrodiffusion de la cible mesurée au récepteur et $Q_t$ la densité de puissance incidente sur la cible, $Q_b = \dfrac{P_b}{4\pi R^2}$ avec $P_b = \sigma Q_t$ la puissance équivalent de transmission de la cible et $\sigma$ la SER. L'expression générale de la SER $\sigma$ peut s'écrire sous la forme des équations

$$\sigma = \frac{P_b}{Q_t} = \frac{Q_b}{Q_t} 4\pi R^2 \tag{3.1}$$

Par amplitude du champ électrique, on a :

$$\sigma = 4\pi \lim_{R\to\infty} \left( R^2 \frac{\left|E^b\right|^2}{\left|E^t\right|^2} \right) \tag{3.2}$$

La SER des cibles n'est pas effectivement modélisée comme une simple constante. En général, cette SER est fonction de la forme de l'objet, de la nature de ses matériaux constitutifs ainsi que de la longueur d'onde, des angles d'incidences et de réflexion du rayonnement ; elle est de même proportionnelle à la puissance des échos du composite. Une cible de SER $\sigma$ se comporte comme si elle captait $\sigma$ fois la densité de puissance dans laquelle elle est baignée et la réémettait de manière omnidirectionnelle.

La SER est aussi une comparaison du signal reflété par la cible avec le signal reflété par une sphère parfaitement lisse de section $1m^2$. À cet effet, elle s'exprime en $dBsm$ donc les décibels relatifs à $1m^2$ et est fortement dépendante de la fréquence (voir tableau 3.1) c'est à dire, plus la fréquence est grande, plus la SER est importante et les petites cibles sont facilement détectables. La SER d'une cible est facilement visualisée suivant trois facteurs : la section transversale projetée ou surface projetée, la réflectivité et la directivité d'où l'équation (3.3). La directivité est définie comme le rapport entre la puissance rayonnée vers le radar et la puissance rayonnée par une source isotrope tandis que la réflectivité est définie par le pourcentage de la puissance interceptée et dispersée par la cible (puissance rerayonnée).

$$\sigma = \text{Surface projetée} \times \text{Réflectivité} \times \text{Directivité} \tag{3.3}$$

Tableau 3.1 Expression des SER de quelques objets de bases

| Objets | Expression de la SER |
|---|---|
| Sphère | $\sigma = \frac{12\pi a^4}{\lambda^2}$, avec $a$ le rayon de la sphère |
| Plaque plate carrée | $\sigma = \frac{4\pi a^2}{\lambda^2}$, avec $a$ la longueur de la plaque |
| Cyclindre | $\sigma = \frac{2\pi r h^2}{\lambda}$, avec $r$ rayon du cylindre et $h$ sa hauteur |

### 3.1.6 Equation RADAR

L'équation radar est une expression qui traduit le bilan de puissance sur le trajet radar - cible - radar à partir d'une onde émise. Cette équation tient compte des caractéristiques de l'émetteur, du récepteur, des antennes d'émissions et réception, la nature de la cible (SER) et l'environnement. Le schéma ci-dessous (figure 3.3) met en évidence tous les éléments de base pouvant intervenir dans la liaison de communication radar.

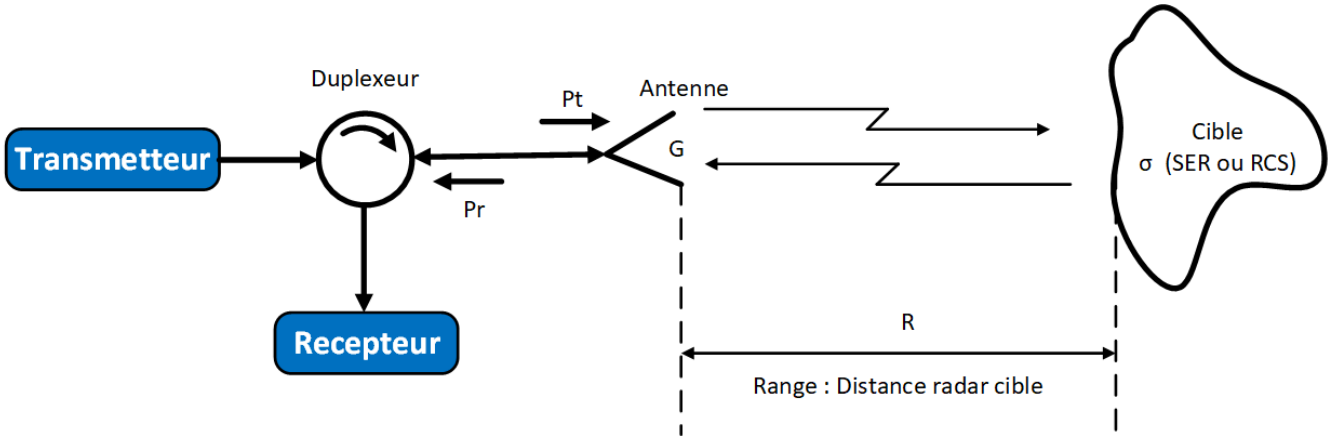



Figure 3.3 Éléments de base dans la communication radar

$P_t$ est la puissance de transmission, elle est appelée puissance crête dans le cas d'une impulsion (radar à impulsion) et puissance moyenne dans le cas d'une onde continue (radar à onde continue). $P_r$ est la puissance reçue au niveau du récepteur Radar. Soient $A$ la surface d'ouverture de l'antenne, $\eta$ l'éfficacité de l'antenne, $A_e$ la surface effective de l'antenne,

$G_t = G_r = G$ respectivement les gains d'antennes de transmission et réception, on a :

$$\begin{cases} G = \dfrac{4\pi A_e}{\lambda_0^2} \\ A_e = \eta A \end{cases} \tag{3.4}$$

Suite au schéma de la figure 3.3, les différentes phases de construction de l'équation radar sont :

1. **Densité de puissance sur la cible ($Q_t$)**

$$\begin{cases} Q_t = \dfrac{P_t}{4\pi R^2}, \text{ Antenne isotrope } (G_t = 1) \\ \\ Q_t = \dfrac{P_t G_t}{4\pi R^2}, \text{ Antenne directive } (G_t \neq 1) \end{cases} \tag{3.5}$$

2. **Puissance réémise par la cible ($P_b$)**

$$P_b = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2}\sigma \tag{3.6}$$

3. **Densité de puissance au niveau du récepteur Radar ($Q_R$)**

$$Q_R = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2}\frac{\sigma}{4\pi R^2} \tag{3.7}$$

4. **Puissance reçue par le radar ($P_{Radar}$)**
   Cette puissance est fonction de la puissance réémise par la cible. En tenant compte de l'équation (3.7) et de la suface effective de l'antenne ($A_e$) selon l'équation (3.4) on a :

$$P_r = P_{Radar} = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2}\frac{\sigma}{4\pi R^2}\frac{G_r \lambda_0^2}{4\pi} \tag{3.8}$$

   Dans ce projet, on tiendra compte du radar monostatique ($G_t = G_r = G$), à cet effet, l'équation radar s'écrit sous la forme

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 R^4} \tag{3.9}$$

   Si on note $P_{r_{min}}$ la puissance minimale détectable par le récepteur, nous aurons pour distance maximale de détection

$$R = R_{max} = \left(\frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 P_{r_{min}}}\right)^{1/4} \tag{3.10}$$

5. **Pertes dans le système ($L_{sys}$)**
   Comme tout système, celui du radar enregistre des pertes qui de façon théorique sont considérées négligeables. L'ensemble des pertes est ainsi constituée
   — Atténuations internes dans les circuits de l'émetteur et du récepteur : $A_i$
   — Pertes dûes aux fluctuations de la surface équivalente : $L_f$
   — Pertes dûes aux faisceaux (variation du gain pendant le balayage) : $L_{Ga}$
   — Pertes occasionnées par tout objet générant des échos de retour parasite : $L_o$
   donc l'ensemble des pertes est

$$L_{sys}(\,dB) = A_i(\,dB) + L_f(\,dB) + L_{Ga}(\,dB) + L_o(\,dB) \tag{3.11}$$

   En effet, ces pertes entraînent une diminution de la distance de détection, d'où

$$R_{max} = \left(\frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 P_{r_{min}} L_{sys}}\right)^{1/4} \tag{3.12}$$

   avec $L_{sys} > 1$
6. **Présence du bruit au récepteur**
   Soient $S_i$, $N_i$, $S_o$ et $N_o$, respectivement la puissance du signal, la puissance du bruit à l'entrée du récepteur et la puissance du signal et du bruit en sortie du récepteur. De plus, soient $G_{ar}$, le gain d'amplificateur au récepteur, $F$ le facteur de bruit, $K$ la constante de Boltzman, $T$ la température de bruit thermique et $B$ la bande passante du récepteur, nous avons la relation suivante : $F = \dfrac{\dfrac{S_i}{N_i}}{\dfrac{S_o}{N_o}}$ avec $S_o = GS_i$ , $F = \dfrac{N_o}{G_{ar} N_i}$ et $N_i = KTB$. Donc $F = \dfrac{N_o}{G_{ar} KTB}$, d'où $G_{ar} = \dfrac{N_o}{KTBF}$.

$$S_i = \frac{S_o}{G_{ar}} = KTBF\frac{S_o}{N_o} \tag{3.13}$$

   $P_{r_{min}} = S_{i_{min}}$, donc l'équation (3.13) peut s'écrire comme suit

$$P_{r_{min}} = KTBF\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{min} = KTBF\,\mathrm{SNR}_{min} \tag{3.14}$$

   L'équation (3.12) et (3.14), permettent d'écrire

$$R_{max} = \left(\frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 KTBF\,\mathrm{SNR}_{min}\, L_{sys}}\right)^{1/4} \tag{3.15}$$

A travers cette équation (3.15), les constats suivants peuvent être dégagés :

— Plus le $\text{SNR}_{min}$ augmente, plus la portée maximale $R_{max}$ diminue et la probabilité de détection augmente.

— La portée du radar est proportionnelle à la racine quatrième de la puissance du signal émis et de la valeur de la SER de la cible.

— Le choix de la fréquence affecte la portée (plus la fréquence est élevée plus la portée est réduite), la puissance émise et les pertes (moins de pertes pour les fréquences basses).

## 3.2 RADAR et principe de fonctionnement spécifique

Dans cette section, il sera question de mettre en évidence le principe de fonctionnement des différents types de radars couramment utilisés (radar Doppler, à impulsions et FMCW) et de faire une analogie avec leur application sur les automobiles (radar automobile).

### 3.2.1 Principe du RADAR Doppler

Le radar Doppler, contrairement au radar à impulsion est un radar à ondes continues dont le principe repose sur le décalage fréquentiel d'une onde électromagnétique en émission comme en réception lorsque la cible est en mouvement. De ce mouvement, le temps de trajet tient compte de la vitesse de la cible par l'expression de l'équation (3.16).

$$T = \frac{2D}{c} = \frac{2D_o}{c} \pm \frac{2V_d t}{c} \tag{3.16}$$

Le signe $(+)$ si la cible s'éloigne et $(-)$ si elle se rapproche. $D_o$ est la distance d'origine, $V_d$ la vitesse de déplacement, $t$ est l'intervalle de temps écoulé depuis l'origine et $c$ est la vitesse de la lumière. Les expressions mathématiques des signaux émis $(S_e)$ et reçus $(S_r)$ (non bruité) qui en découlent sont les suivantes

$$\begin{cases} S_e(t) = Acos(2\pi ft) \\ S_r(t) = Bcos(2\pi f(t-T)) = Bcos\left[2\pi f\left(t - \dfrac{2D_o}{c} \pm 2V_d\dfrac{t}{c}\right)\right] = Bcos\left[2\pi t\left(f \pm 2f\dfrac{V_d}{c}\right) + \varphi_o\right] \end{cases} \tag{3.17}$$

Avec A, l'amplitude du signal émis et B l'amplitude du signal reçu qui est fonction des paramètres de l'équation radar à savoir la puissance transmise $(P_t)$, la SER $(\sigma)$, le gain d'antenne $(G)$, la longueur d'ondes $(\lambda_o)$ et la portée $(R)$. De l'équation (3.17), nous déduisons

la fréquence doppler

$$f_d = \pm 2\frac{fV_d}{c} \tag{3.18}$$

### 3.2.2 Principe du RADAR à impulsion

Le récepteur du radar à impulsion traite une impulsion unique de fréquence et amplitude constantes avec la largeur d'impulsion ($\tau$) connue. Toute l'information utile est contenue dans le spectre. La discrimination en distance est fixée par $\tau$ et celle en vitesse est telle que $\Delta f_d > \frac{1}{\tau}$, avec $\Delta f_d$ la variation de la fréquence Doppler.
Selon le doppler du radar à impulsion, la détermination de la vitesse se fait sur une longue durée de mesure avec $n$ impulsions cohérentes. À cet effet, la largeur du spectre est $1/\tau$ et celle des raies $\frac{1}{nT_r}$ avec $T_r$ la période de répétition des impulsions. Dû à la répétition, deux cibles peuvent être confondues, sous une ambiguïté de distance $\Delta D = \frac{cT_r}{2}$ et de vitesse relative $\Delta V_r = \frac{\lambda}{2T_r}$.

### 3.2.3 Principe du RADAR FMCW

Le principe du radar FMCW repose sur la modulation linéaire de la fréquence d'émission au moyen d'un chirp . Les radars FMCW permettent la mesure de distance pour un chirp ou de vitesse et distance sur deux chirps (un ascendant et l'autre descendant). Soient $f_m$ la fréquence de modulation, $\Delta f$ la déviation de fréquence et $f_b$ fréquence de battement, alors $f_b = f_{emise} - f_{reçue}$, d'où $\frac{f_b}{t_r} = 2f_m\Delta f$ avec $t_r = \frac{2R}{c}$ ; ce qui permet d'obtenir la distance $R$

$$R = \frac{ct_r}{2} = \frac{cf_b}{4f_m\Delta f} \tag{3.19}$$

## 3.3 Détection RADAR

Il s'agit de la décision de la présence ou non d'une cible dans un volume d'espace donné à un instant donné. Cette décision est tout simplement une comparaison entre le signal reçu et un seuil dans lequel les pics de bruit peuvent donner lieu à une fausse alarme. En effet, le taux de fausse alarme dépend donc de l'intensité du signal provenant des interférences, du bruit de l'environnement, des échos parasites et des brouillages électroniques. Fort de ce constat, il est donc important de maintenir constant le taux de fausse alarme, ce qui nécessite

la création d'un seuil adaptatif aux variations : C'est le rôle du circuit CFAR [3] (Constant False Alarm Rate). Dans ce projet, nous considérons un taux de fausse alarme constant fixé selon la méthode de Neyman Pearson, ce qui rend donc inutile la mise en oeuvre ou l'étude du circuit CFAR. Le tableau 3.2 illustre les différentes hypothèses à prendre en considération lors d'une détection radar.

Tableau 3.2 Probabilités sous hypothèses en détection radar

| Décisions | Hypothèses vraies H | |
|---|---|---|
| | $H_o$ (Absence) | $H_1$ (Présence) |
| $H_o$ (Absence) | ($H_o$, $H_o$) : Décision correcte<br>Probabilité : 1 - $P_{fa}$ | ($H_o$, $H_1$) : Décision incorrecte<br>Probabilité de manqué : $P_m = 1 - P_d$ |
| $H_1$ (Présence) | ($H_1$, $H_o$) : Décision incorrecte<br>Probabilité de fausse alarme : $P_{fa}$ | ($H_1$, $H_1$) : Décision correcte<br>Probabilité de détection : $P_d$ |

La détection radar rencontre des bonnes performances avec l'assistance des techniques de filtrage et de compression d'impulsions adéquates. La notion de filtrage, quand celle-ci n'est pas bien paramétrée, est une problématique de la détection radar. À cet effet, le filtrage du signal permet d'assurer une meilleure visibilité du signal dans le bruit, d'avoir de meilleure performance de pouvoir séparateur et de précision, de faire un meilleur traitement du signal dans le but de laisser passer uniquement les signaux utiles et de ne pas sélectionner les échos faibles. En technique de compression d'impulsions, il existe deux techniques couramment utilisées, à savoir :

— **La technique de traitement par corrélation et filtrage adapté**, utilisée pour des canaux étroits. Le filtrage adapté est un filtrage optimal qui maximise le rapport signal sur bruit et le récepteur optimal associé est une corrélation entre l'observation et la conjuguée d'une copie du signal émis conservée jusqu'à l'instant d'observation.

— **La technique de traitement étendu ou corrélation active**, courament utilisée pour des canaux large bande. Dans cette technique, l'amélioration du rapport signal sur bruit est fonction de la largeur de l'impulsion. À cet effet, pour une bonne détection, il faudrait une impulsion de longue durée

Le principe de base de la compression d'impulsions repose sur la conciliation d'une grande portée et une bonne résolution, ce qui consiste à un étalement dans le temps du signal émis et une compression des impulsions dans le temps lors de la réception. En effet, le signal reçu n'a pas changé de caractéristique, seul le signal émis a été allongé dans le temps (répétition des impulsions émises).

3. Circuit permettant de calculer en permanence le seuil de décision question de le rendre adaptatif aux variations diverses

## 3.4 Conception d'un système RADAR en onde millimétrique et analyse des résultats

Dans cette section, il sera question de mettre en évidence le principe ou la philosophie de conception qui a permis de déterminer les valeurs des paramètres de l'équation radar. À cet effet, cette section contient deux axes : le premier fera allusion aux expressions analytiques et les suppositions utilisées lors des calculs de dimensionnement et le deuxième donnera toutes les étapes de conception mise en place et les valeurs obtenues.

### 3.4.1 Expressions analytiques et suppositions

1. **Equation radar sans bruit thermique :**

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 R^4} \text{ avec } \lambda_0 = \frac{c}{f} \text{ et } f = 77\,GHz \tag{3.20}$$

2. **Equation radar avec bruit thermique :**
   La présence du bruit thermique permet de quantifier le SNR du système

$$SNR = \frac{P_r}{N_0} = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 N_0 R^4} \Rightarrow P_r = N_0 SNR \text{ avec } N_0 = KTBF, \tag{3.21}$$

3. **Paramètres globaux de simulation :**
   Il s'agit des paramètres fixes qui resteront inchangés lors de tous les calculs de dimensionnement et qui ne font pas partir des paramètres à dimensionner.

$$\begin{cases} G_t = G_r = 15 \text{ dBi} & : \text{Gain d'antenne émission - réception} \\ R = \text{ 1 à 10 m} & : \text{Distance radar - cible} \\ K = 1.38 \times 10^{-23} & : \text{Constante de Boltzman} \\ T = 290 \text{ Kelvin} & : \text{Température de bruit thermique} \\ F = 3 \text{ dB} & : \text{Facteur de bruit} \\ f = 77 \text{ GHz} & : \text{Fréquence d'opération radar} \\ \sigma(\text{ SER }) & : \text{Surface Equivalente Radar} \end{cases}$$

4. **Suppositions analytiques :**
   - Pas de désalignement
   - Pas de dépolarisation
   - Pas de pertes atmosphériques et de pertes dans le système
   - Pas de désadaptation
   - Radar monostatique

### 3.4.2 Conception à partir de la SER monostatique expérimentale

1. **SER expérimentale obtenue en fonction des angles d'incidence en azimut**
   Le graphe de la figure 3.4 montre les variations de la SER en fonction des angles en Azimut des ondes incidentes qui arrivent sur la cible et obtenues par simulation sur HFSS du TAG présenté dans [1, p. 71].

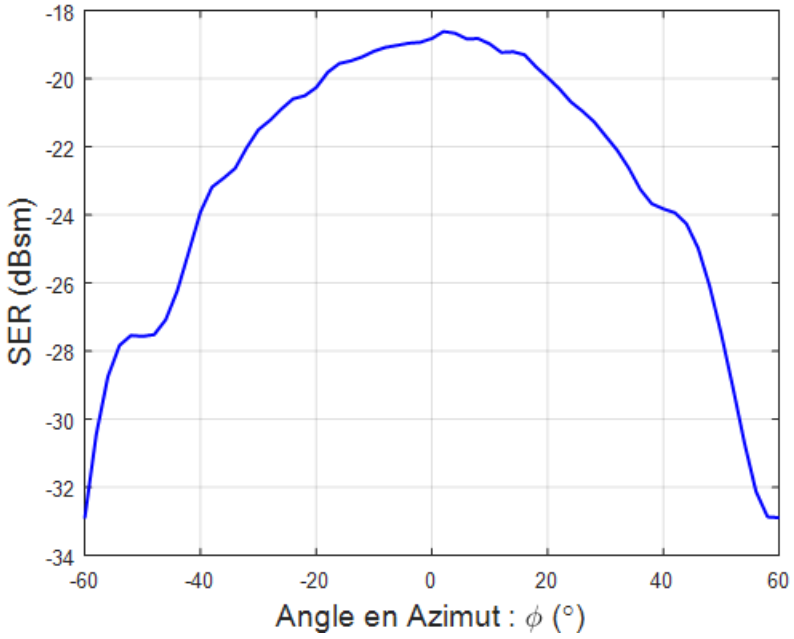



Figure 3.4 SER en fonctions des angles en Azimut [1, p. 71]

Par analyse de cette figure 3.4, nous constatons que la valeur de la SER est maximale lorsque la cible est sous incidence normale (0°). Dans le but d'avoir une analyse assez optimale des performances du système, nous choisissons quatre valeurs d'angle avec

leurs valeurs de SER correspondantes.

$$\begin{cases} \sigma_{0^\circ} & = -18.8169\ dBsm \\ \sigma_{20^\circ} & = -19.9629\ dBsm \\ \sigma_{40^\circ} & = -23.8213\ dBsm \\ \sigma_{60^\circ} & = -32.8891\ dBsm \end{cases} \tag{3.22}$$

2. **Contraintes de conception et observations conceptuelles**
   Les contraintes de conception ici sont vues sur deux volets : d'une part fixées par le ITU [4] et d'autre part sur les objectifs visés de conception.

   — **Contraintes fixées par le ITU selon la référence Rec. UIT-R M.1452** [19]

   (a) La puissance transmise maximale : $P_{t_{max}} = 10\,dBmW$

   (b) Le gain d'antenne émission - réception maximal : $G_{max} = 40\,dBi$

   (c) Bande passante maximale : $B_{max} = 1\,GHz$

   — **Contraintes sur objectifs visés**

   (a) Par analogie à la figure 2.3 (a), obtenir un SNR minimum requis de $8\,dB$, permet de garantir une probabilité d'erreur par bit de l'ordre de $10^{-4}$ qui donnera une qualité de service acceptable (QoS) pour le système radar.

   (b) Obtenir une probabilité de détection $P_d \geq 99\%$

   (c) Fixer le gain des antennes émission et réception à $15\,dBi$ de même que le facteur de bruit à $3\,dB$, permet de déterminer la bande passante requise sur la quantité de bruit minimal admissible.

   L'observation conceptuelle aura pour objectif de déterminer la valeur du SNR minimal possible sur $10\,m$ avec les contraintes maximales de conception. Par évaluation de l'équation (3.21), nous obtenons la figure 3.5. Une analyse simple de celle-ci permet d'observer une dégradation considérable d'environ $14\,dB$ du SNR sur $10\,m$ pour un changement d'angle de 0° à 60°. À cet effet, le SNR minimal sur $10\,m$ est de $16.92\,dB$. Dans la même occasion, avec une bande passante maximale, le bruit maximal pour $F = 3\,dB$ est $N_o = KTBF = -111\,dB$

4. Organisme des nations unies chargé de la régulation et de la standardisation des normes de télécommunication à travers le monde

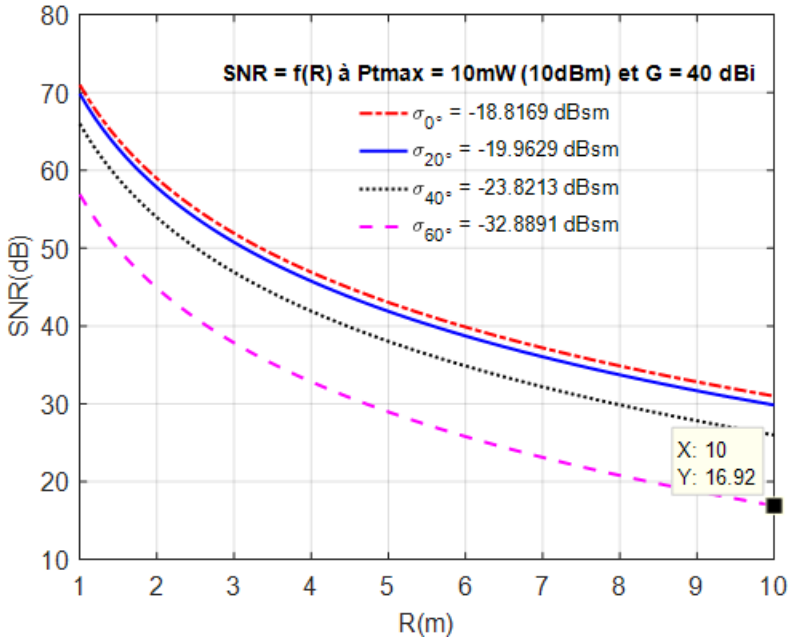



Figure 3.5 SNR fonction de la distance (R) sous les contraintes du ITU

3. **Dimensionnement des paramètres $P_t$, $P_r$, $B$ et $N_o$**
   Cette partie aura pour objectif de déterminer les valeurs des paramètres essentiels (Puissance de transmission : $P_t$, puissance reçue : $P_r$, bande passante : $B$ et niveau de bruit admissible : $N_o$) de l'équation radar en tenant compte des contraintes de conception. Le dimensionnement se fera en cinq sections dont les sections 2, 3 et 4 se feront d'abord sur une puissance transmise maximale et par la suite seront révisées avec une puissance transmise minimale question de trouver une plage de valeurs.

   — **Section 1 : Expression de l'atténuation en espace libre**
   **Objectif :** Analyser le comportement de l'atténuation en espace libre provoquée par la SER sur une portée de $10\,m$ en onde millimétrique ($f = 77\,GHz$).
   Cette atténuation, par analogie, est similaire au paramètre $\alpha$ étudié au chapitre 2.

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda_0^2}{(4\pi)^3 R^4} \Rightarrow \frac{P_t}{P_r} G^2 = \frac{(4\pi)^3 R^4}{\lambda^2 \sigma} = A_{or} = \alpha$$

$$A_{or}(dB) = -136.56 + 40\log(R) + 20\log(f) - 10\log(\sigma) \tag{3.23}$$

   où
   $R$ : Distance entre le radar et la cible (m)

$f$ : fréquence de fonctionnement du radar (Hz)
$\sigma$ : Surface équivalente radar de la cible ($m^2$)

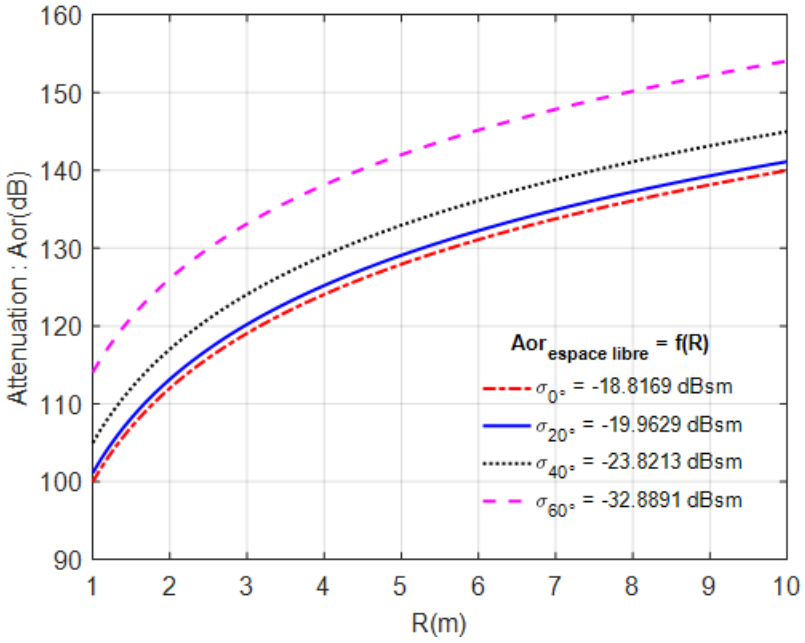



Figure 3.6 Atténuation en espace libre en fonction de la distance (R)

Par analyse de ce graphique (figure 3.6), nous constatons que plus la SER est faible plus l'atténuation est prononcée (cas à 60° : $A_{or} \approx 155\,dB$), dans le cas contraire, l'atténuation s'affaiblit (cas à 0° : $A_{or} \approx 140\,dB$), d'où une différence de $15\,dB$ sur une portée de $10\,m$. Il est donc important de mentionner que les cibles ayant une SER élevée permettent de garantir une bonne puissance en réception et que l'atténuation augmente graduellement avec la distance.

— **Section 2 : Puissance reçue en fonction de la distance (R)**

**Objectif :** déterminer la puissance reçue minimale sur $10\,m$ sous la seule influence de l'atténuation en espace libre.

L'expression de l'équation (3.20) est mise en évidence avec $P_{t_{max}} = 10\,dBm = 10\,mW$ et $G = 15\,dBi$. Par lecture du graphique de la figure 3.7, il y a une diminution considérable de la puissance reçue au fur et à mesure que la SER est faible et que la distance augmente. Avec un balayage angulaire de 0° à 60° (donc une différence d'environ $14\,dBsm$), il y a perte en puissance reçue d'environ $14.1\,dBmW$. À cet effet, sur $10\,m$, on obtient une puissance reçue minimale de $-114.1\,dBmW$.

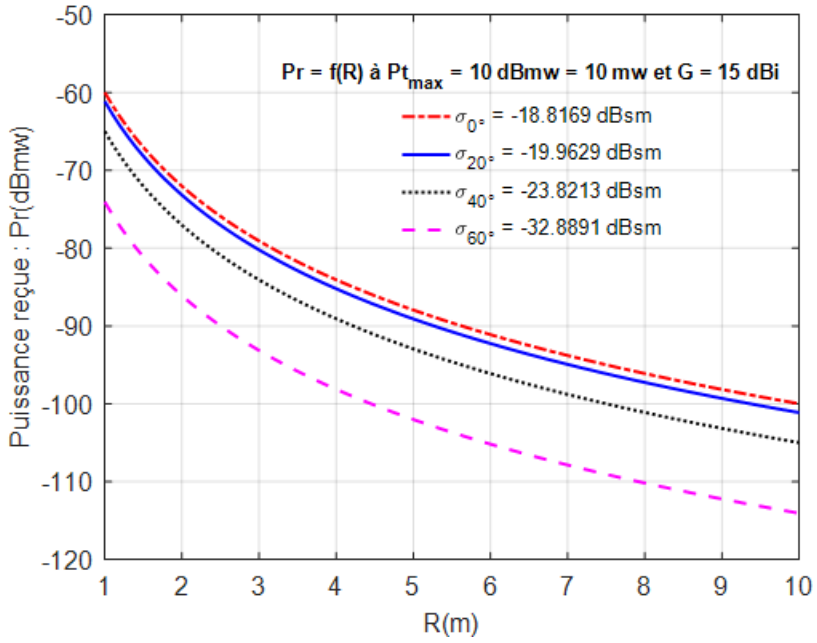



Figure 3.7 Puissance reçue en fonction de la distance (R)

— **Section 3 : Quantité de bruit thermique maximale admissible**

**Objectif :** déterminer la quantité de bruit admissible pour un SNR requis minimal de 8 $dB$ dans le but de garantir une qualité de service (QoS) acceptable avec probabilité d'erreur de l'ordre de $10^{-4}$.

A partir des puissances reçues minimales obtenues à la figure 3.7 sur une distance de 10 $m$, il est question de déterminer le SNR en appliquant le ratio de l'équation (3.24) pour chaque valeur de la SER aux angles respectifs ; d'où l'obtention du graphique ci-dessous (figure 3.8).

$$\text{SNR} = \frac{P_{r_{min}}}{N_o} \tag{3.24}$$

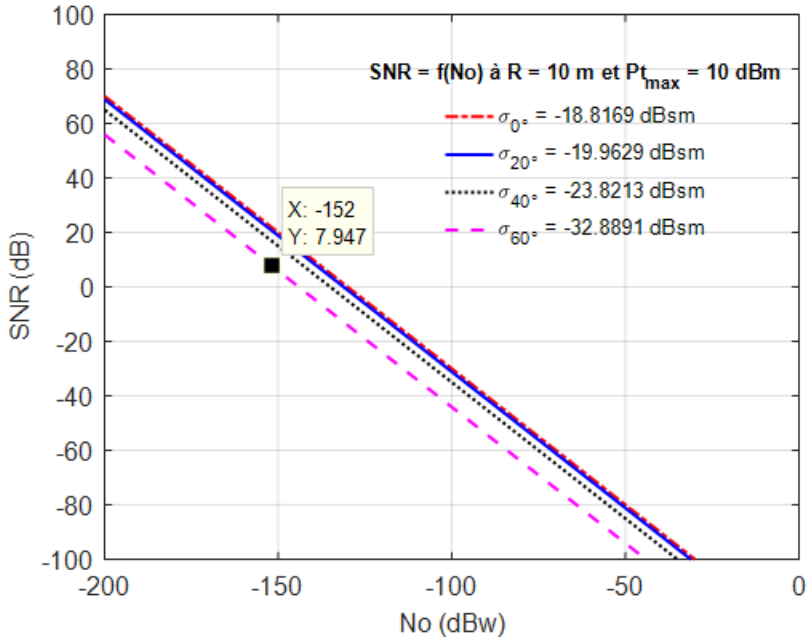



Figure 3.8 SNR en fonction du bruit thermique

Sur le $\text{SNR}_{min}$ de $8\,dB$, le système engendre un bruit thermique minimal $N_{o_{min}}$ de $-152\,dBW$ pour l'ensemble des valeurs des SER de la cible.

— **Section 4 : Bande passante correspondante au bruit thermique maximal**
**Objectif :** déterminer la bande passante correspondante au bruit de $-152\,dBW$ avec facteur de bruit de $3\,dB$.

Une fois le $N_{o_{seuil}} = -152dBW$, déterminé à la section 3, l'idée ici est de déterminer la bande passante par la relation

$$B = \frac{N_{o_{seuil}}}{KTF} \tag{3.25}$$

À cet effet, par lecture du graphique ci-dessous, la bande passante obtenue est $B = 79.02\,KHz$.

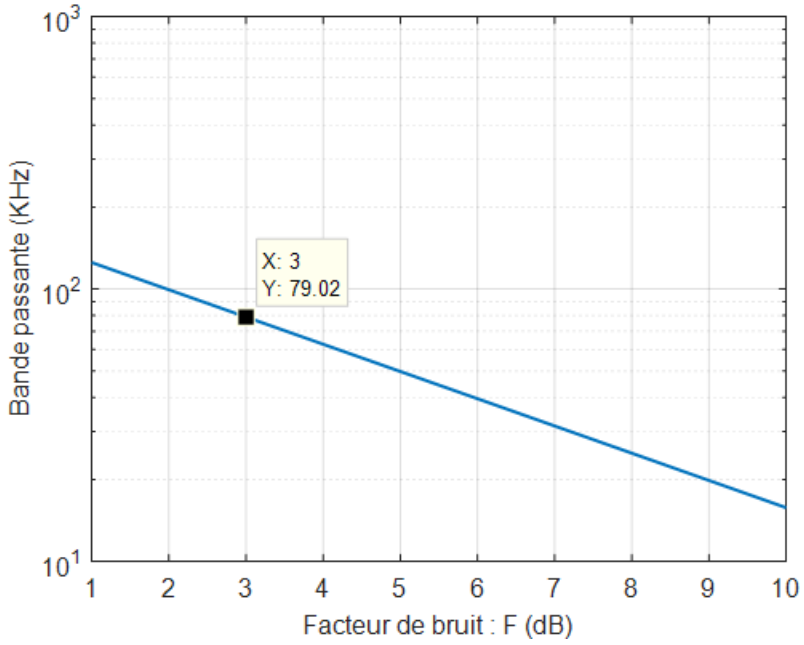



Figure 3.9 Bande passante en fonction du facteur de bruit

— **Section 5 : Quantité de puissance transmise minimale**

**Objectif :** obtenir la puissance transmise minimale ($P_{t_{min}}$) pour chacune des cibles au SNR requis minimal de $8dB$ avec seuil de bruit admissible $N_o = -152dBW$ ($-122\,dBmW$) sur une distance de $10\,m$.

L'équation (3.26) est mise en évidence pour une détermination de $P_{t_{min}}$ avec variation du SNR et de la distance R, d'où l'obtention des graphiques de la figure 3.10.

$$P_t = \frac{SNR(4\pi)^3 N_0 R^4}{G^2 \lambda_0^2 \sigma} \tag{3.26}$$

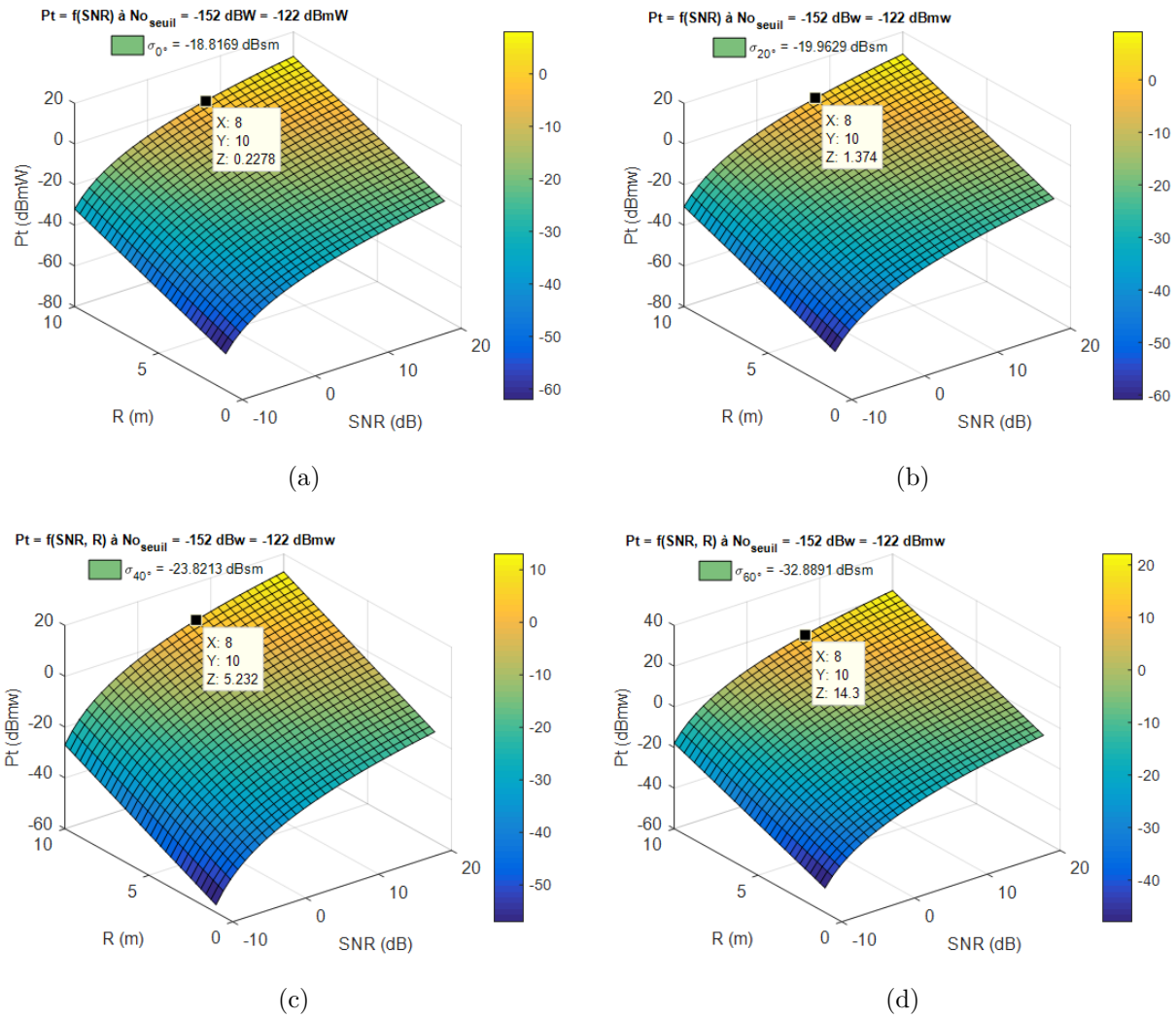



Figure 3.10 Puissance transmise : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

Par lecture des graphiques ci-dessus (figure 3.10), nous constatons pour un SNR = 8 $dB$ et à $R = 10\ m$ , qu'à 0°, $P_t = 0.2278\ dBmW \gg N_{o_{seuil}}$ ; à 20°, $P_t = 1.374\ dBmW \gg N_{o_{seuil}}$ ; à 40°, $P_t = 5.232\ dBmW \gg N_{o_{seuil}}$ et enfin à 60°, $P_t = 14.3 dBmW > 10 dBmW$ (contrainte fixée par le ITU). Alors, au vu de ces résultats, la puissance transmise minimale est $P_{t_{min}} = 0.2278\ dBmW = 1.05\ mW$. D'où la plage de puissance transmise du système

$$\boxed{0.2278\ dBmW < P_t < 10\ dBmW}$$

Une fois la puissance transmise minimale déterminée, les sections 2, 3 et 4 sont révisées pour déterminer les valeurs correspondantes sous l'influence de cette puissance.

(a) **Révision de la section 2 : Puissance reçue en fonction de la distance (R)**

L'objectif est identique à la section 2, mais cette fois-ci avec $P_{t_{min}} = 0.2278 dBmW = 1.05\, mW$. Sur la mise en évidence de l'équation (3.20), le graphe ci-dessous est obtenu.

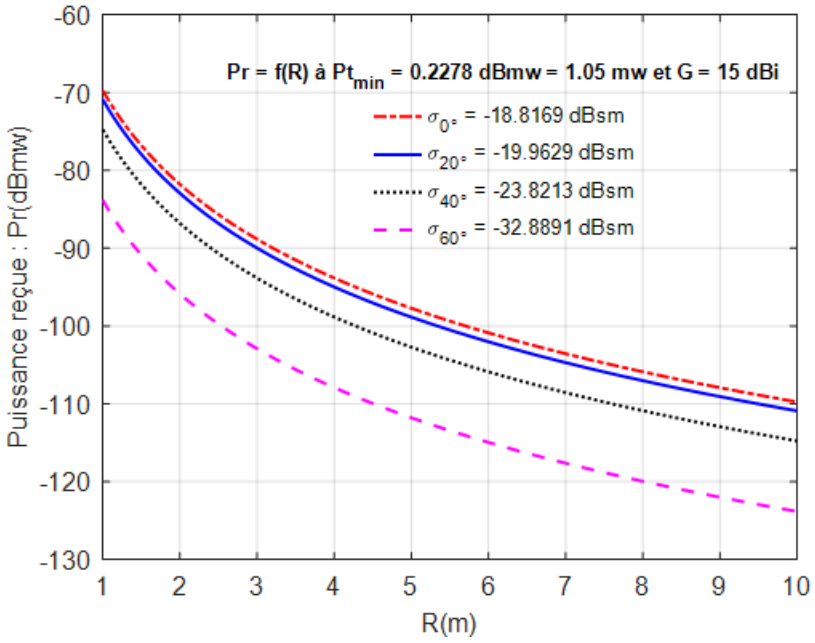



Figure 3.11 Puissance reçue en fonction de la distance à $P_{t_{min}} = 0.2278\, dBmW$

Sur $10\, m$, la puissance reçue minimale est $-123.8\, dBmW$. Donc, le système admet la plage de puissance reçue minimale suivante

$$\boxed{-123.8\, dBmW < P_{r_{min}} < -114.1\, dBmW}$$

(b) **Révision de la section 3 : Quantité minimale de bruit thermique admissible**

L'objectif est identique à la section 3, mais avec l'utilisation de $P_{t_{min}} = 0.2278\, dBmW = 1.05\, mW$. L'exploitation de la relation (3.24), donne le graphique ci-dessous.

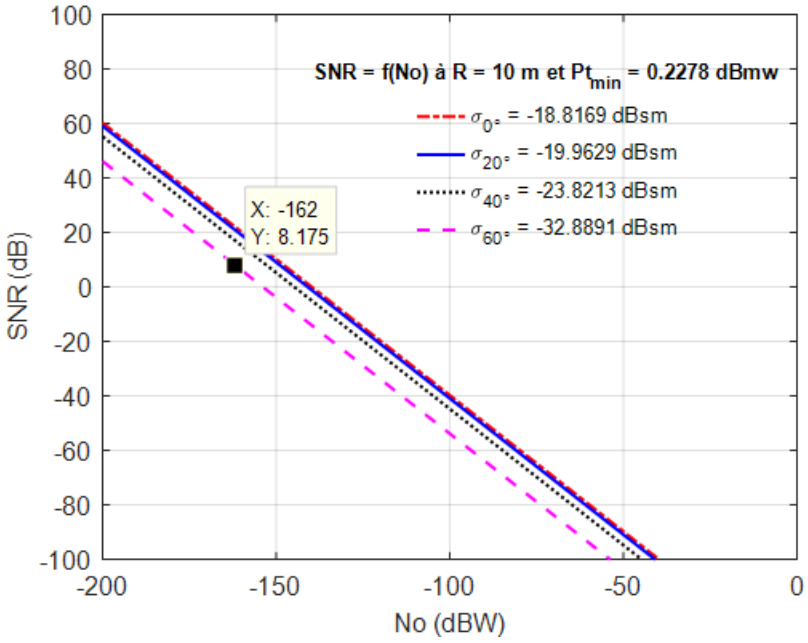



Figure 3.12 SNR en fonction du bruit thermique à $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW$

Avec $P_{t_{min}} = 0.2278 dBmW$, le système engendre un bruit seuil de $-162\,dBW$ pour l'ensemble des SER de la cible aux angles correspondants, d'où la plage de bruit admissible du système

$$\boxed{-162\,dBW < N_{o_{seuil}} < -152\,dBmW}$$

(c) **Révision de la section 4 : Bande passante correspondante au bruit thermique minimal**

L'objectif ici est également similaire à la section 4, mais avec l'utilisation de $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.05\,mW$. L'exploitation de la relation (3.25), donne le graphe ci-dessous.

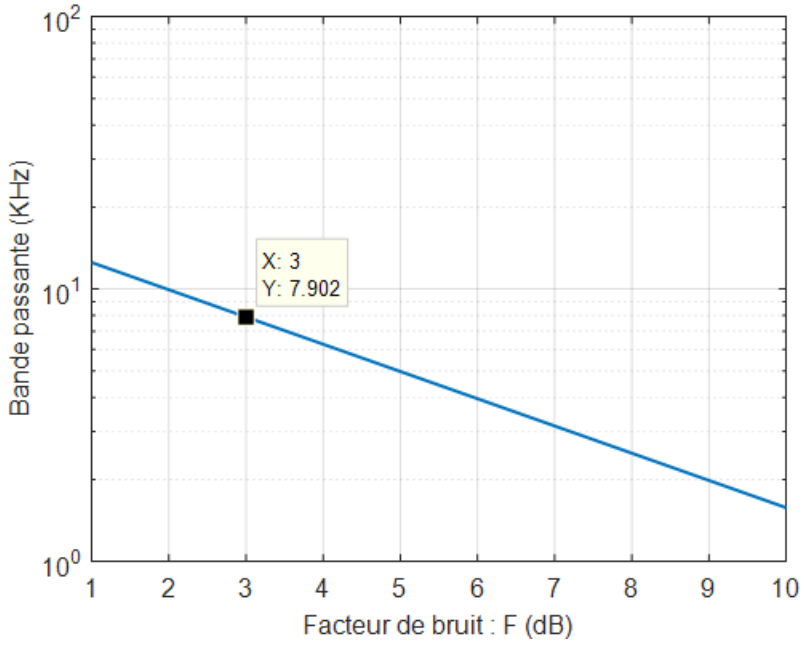


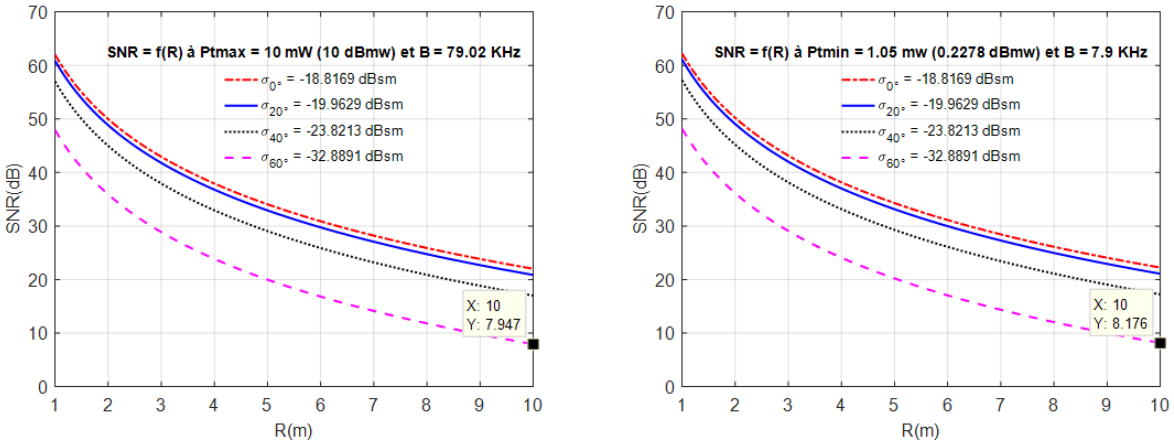

Figure 3.13 Bande passante en fonction du facteur de bruit à $P_{t_{min}} = 0.2278\, dBmW$

Sur le bruit $N_{o_{seuil}} = -162\, dBW$ avec $F = 3\, dB$, la bande passante obtenue est $7.902\, KHz$. À cet effet, le système admet pour plage de bande passante

$$\boxed{7.9\, KHz < B < 79.02\, KHz}$$

— **Section 6 : Justification des paramètres de conception**

Cette section viens justifier les démarches de conception à travers les graphiques de la figure 3.14 qui montrent que le $\text{SNR}_{min}$ requis et garanti sur $10\, m$ est bel et bien approximatif à $8\, dB$ avec la puissance transmise minimale ou maximale et des paramètres déterminés dans la conception.




(a) (b)

Figure 3.14 SNR en fonction de la distance : (a) à $P_{t_{max}} = 10\, dBmW$ , (b) à $P_{t_{min}} = 0.2278\, dBmW$

4. **Analyse des performances**

   L'objectif de cette section est de déterminer la probabilité de détection sur chaque position de la cible en fonction du SNR et de la distance enfin de quantifier les performances du système. À cet effet, il sera question dans un premier temps de définir toutes les expressions 4a et 4b ayant permis d'effectuer le calcul de la probabilité de détection. Enfin, l'analyse des résultats sera faite en 4c

   (a) **Algorithme de calcul de la probabilité de détection $P_D$ [9, p. 424-454].**

   — **Probabilité de fausse alarme :** La probabilité de fausse alarme en détection non cohérente, comparativement à une détection cohérente telle que définie au chapitre 2, est la probabilité lorsque l'échatillon $r$ du signal $r(t)$ dépassera le seuil de détection $v_T$ en présence du bruit $\sigma$ uniquement dans le radar.

$$P_{fa} = \int_{v_T}^{\infty} \frac{r}{\sigma^2} exp\left(\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr = \exp\left(\frac{-v_T^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3.27}$$

   Où

$$v_T = \sqrt{2\sigma^2 \ln\left(\frac{1}{P_{fa}}\right)} \tag{3.28}$$

   Dans cette étude, la $P_{fa}$ sera fixe et choisie selon le théorème de Neyman Pearson.

— **Probabilité de détection :** C'est la probabilité lorsque l'échatillon $r$ du signal $r(t)$ dépassera le seuil de détection $v_T$ en présence du bruit et du signal dans le radar.

$$P_D = \int_{v_T}^{\infty} \frac{r}{\sigma^2} I_0\left(\frac{rA}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) dr \tag{3.29}$$

Où $I_0$ est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 :

$$I_0(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\gamma \cos(\theta)}\, d\theta \tag{3.30}$$

Si le signal du radar est sinusoïdal d'amplitude A dont la puissance est $\frac{A^2}{2}$ ; en présence du bruit thermique de puissance $\sigma^2$, le SNR $= \frac{A^2}{2\sigma^2}$. Selon l'équation (3.28) on a : $\frac{v_T^2}{2\sigma^2} = \ln(\frac{1}{P_{fa}})$. Alors, la probabilité de détection peut être réécrite sous la forme

$$P_D = \int_u^{\infty} \frac{r}{\sigma^2} I_0\left(\frac{rA}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) dr = Q\left[\sqrt{\frac{A^2}{\sigma^2}}, \sqrt{2\ln\left(\frac{1}{P_{fa}}\right)}\right] \tag{3.31}$$

où

$$u = \sqrt{2\sigma^2 \ln\left(\frac{1}{P_{fa}}\right)} \tag{3.32}$$

$$Q[a, b] = \int_b^{\infty} \zeta I_0(a\zeta) e^{-(\zeta^2 + a^2)/2}\, d\zeta \tag{3.33}$$

Pour $P_{fa}$ très faible, $P_D$ est très faible, alors le seuil de détection $v_T$ augmente. L'expression approximée de $P_D$ peut s'écrire sous la forme

$$P_D \approx F\left(\frac{A}{\sigma} - \sqrt{2\ln\left(\frac{1}{P_{fa}}\right)}\right) \tag{3.34}$$

avec $F(x)$ la fonction de repartition ou fonction cumulative. L'approximation précise de $P_D$ s'écrit sous la forme

$$P_D \approx 0.5 \times \text{erfc}(\sqrt{-\ln P_{fa}} - \sqrt{\text{SNR} + 0.5}) \tag{3.35}$$

L'intégrale de l'équation (3.31) est très fastidieuse à calculer et peut être calculée par les techniques ou algorithmes d'intégration numérique telle que

la méthode de Parl [5] définie en annexe A

La probabilité de détection est donc définie par la probabilité de détection cumulative sur les $n^{ième}$ positions du trajet de la cible au radar.

$$P_{C_n} = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - P_{D_i}) \tag{3.36}$$

(b) **Expression du** SNR **en fonction d'une distance de référence** $R_0$

$$\text{SNR} = \frac{P_t G^2 \lambda_0^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_0 B F R^4} \tag{3.37}$$

Le ratio entre le SNR et le SNR obtenu à une distance de référence $R_0$

$$\frac{\text{SNR}}{(\text{SNR})_{R_0}} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^4 \tag{3.38}$$

$$(\text{SNR})_{dB} = (\text{SNR})_{R_0} + 40\log R_0 - 40\log R \tag{3.39}$$

(c) **Résultats et analyses**

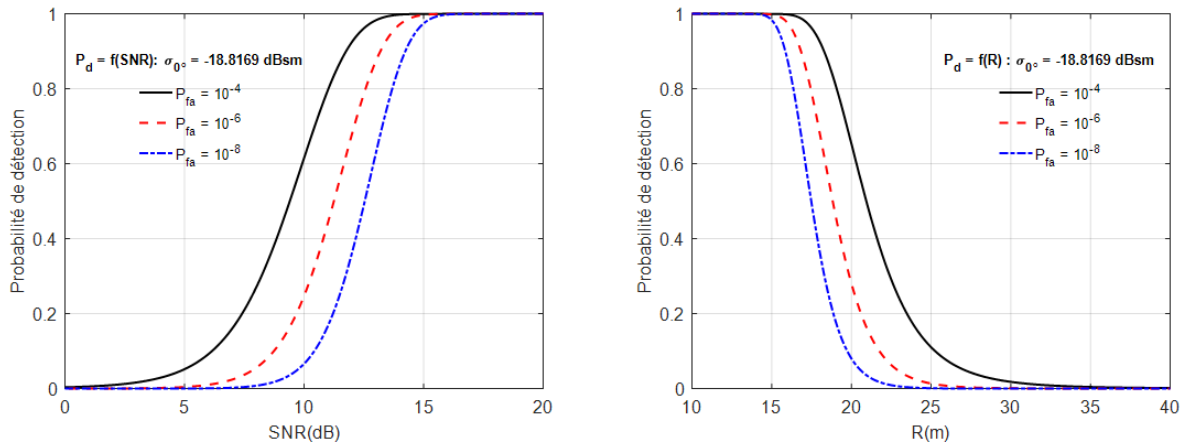
Pour mieux apprécier les performances du système, les résultats ci-dessous sont pris à leur valeurs minimales possibles en tenant compte des contraintes de conception.

$$\text{Paramètres de simulations : } \begin{cases} P_t = P_{t_{min}} & = 0.2278\, dBmW = 1.05\, mW. \\ G & = 15\, dBi \\ B_{min} & = 7.9\, KHz \\ F & = 3\, dB \end{cases} \tag{3.40}$$

i. **Cas d'une cible à la position angulaire** $0°$

Sur lecture de ces graphiques (figure 3.15), pour $P_{fa} = 10^{-4}$, nous observons : 10% de détection à $6\, dB$, 99,9% à $14\, dB$ et 29% à $8\, dB$. De même, 1.6% de détection minimale à $30\, m$, 99.95% de détection à $15\, m$ et 100% à $10\, m$.

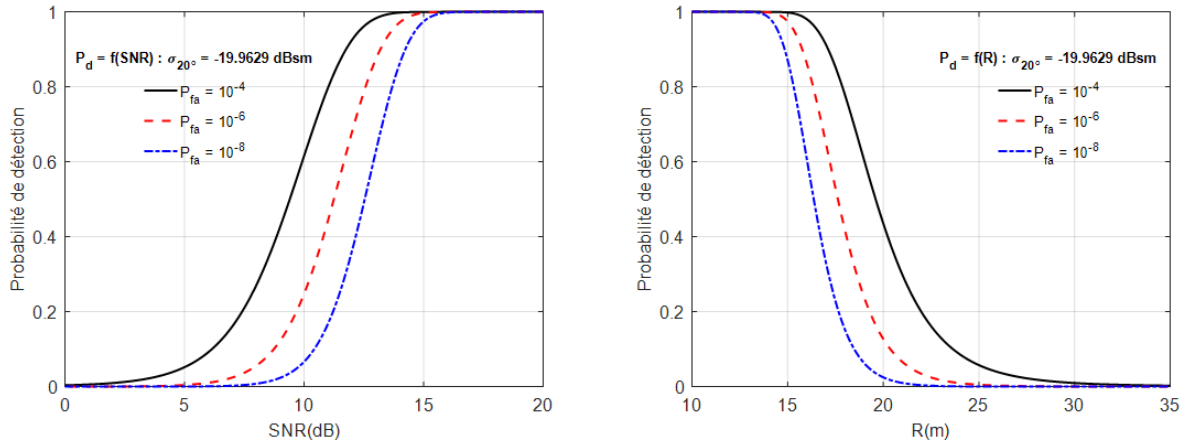
5. Méthode de calcul généralisée de la fonction $Q(x)$




(a) (b)

Figure 3.15 Probabilité de détection à 0° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R

ii. **Cas d'une cible à la position angulaire** 20°

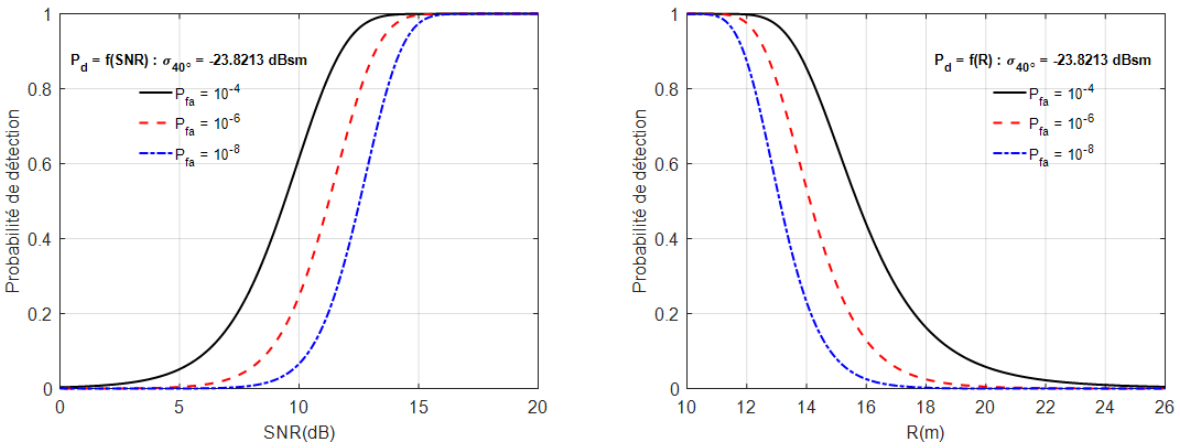



(a) (b)

Figure 3.16 Probabilité de détection à 20° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R

Sur lecture de ces graphiques (figure 3.16), pour $P_{fa} = 10^{-4}$, nous observons : 10% de détection à 6 $dB$, approximativement 99,8% à 14 $dB$ et 29% à 8 $dB$. De même, 5% de détection minimale à 25 $m$, 99.65% de détection à 15 $m$ et 100% à 10 $m$.

iii. **Cas d'une cible à la position angulaire** 40°

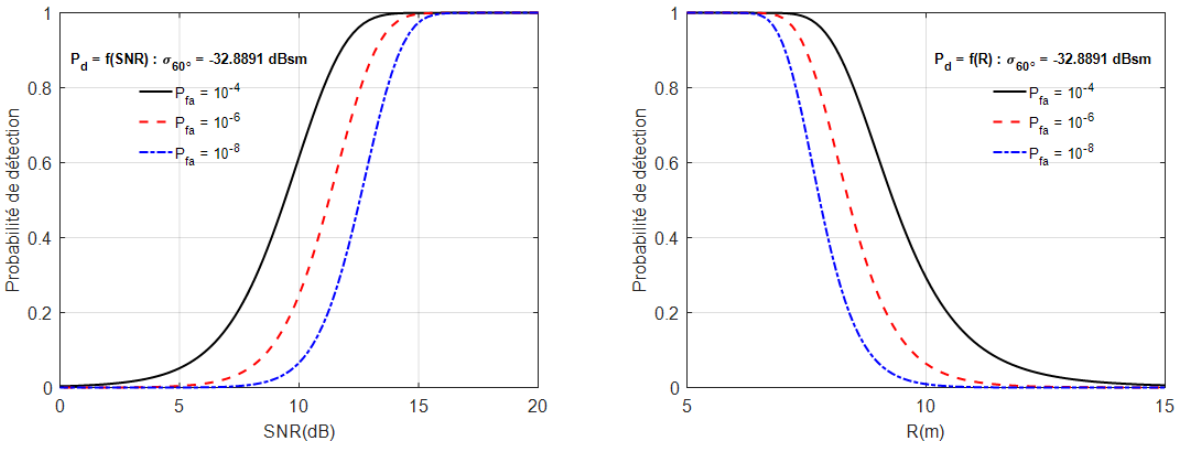



(a) (b)

Figure 3.17 Probabilité de détection à 40° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R

Sur lecture du graphique de la figure 3.17 ci-dessus, pour $P_{fa} = 10^{-4}$, nous observons : 10% de détection à $6\,dB$, 99,83% à $14\,dB$ et 30% à $8\,dB$. De même, 5% de détection minimale à $20\,m$, environ 60% de détection à $15\,m$ et 100% à $10\,m$.

iv. **Cas d'une cible à la position angulaire** 60°




(a) (b)

Figure 3.18 Probabilité de détection à 60° : (a) en fonction du SNR, (b) en fonction de R

Sur lecture de ces graphiques (3.18), pour $P_{fa} = 10^{-4}$, nous observons : 10% de détection à $6\,dB$, 99,82% à $14\,dB$ et environ 30% à $8\,dB$. De même, 5% de détection minimale à $12\,m$, 99.98% de détection à $7\,m$ et 30% à $10\,m$.

5. **Amélioration de la bande passante**

Pour rendre plus réaliste la bande passante du système, l'amélioration de celle-ci s'est faite par la technique du gain d'étalement ($N$) qui consiste à faire plusieurs observations du signal à la réception. L'expression utilisée est donc la suivante

$$SNR = \frac{P_r}{N_0} = \frac{NP_tG^2\sigma\lambda_0^2}{(4\pi)^3N_0R^4} \tag{3.41}$$

Cette amélioration entre autres, permet aussi d'ajuster le système pour se rapprocher de la réalité lors des analyses. À cet effet, il sera question dans un premier temps de déterminer l'ordre maximal du gain d'étalement en s'appuyant sur la contrainte du ITU ($B_{max} = 1\,GHz$), par la suite identifier les paramètres du système qui seront influencés et ceux qui ne le seront pas dans le but d'effectuer la conception sur les paramètres à ajuster.

(a) **Détermination de l'ordre maximal du gain d'étalement**

La bande passante sur une observation ($N = 1$) est comprise dans l'inetervalle des valeurs $7.9\,KHz < B < 79.02\,KHz$. À cet effet, le gain maximal d'étalement se détermine comme suit :

$$N_{max} = \frac{\text{Bande passante maximale du ITU}}{\text{Bande passante maximale } \grave{a}\ N = 1} = \frac{10^9}{0.7902 \times 10^5} = 1.26 \times 10^4 \approx 10^4 \tag{3.42}$$

D'où les Plages possibles du gain d'étalement $N$ : $10^4$, $10^3$, $10^2$, $10^1$ et 1, donc on a $7.9\,KHz < B < 0.7902\,GHz$

(b) **Paramètres du système qui seront influencés**

Le fait que le signal soit observé plusieurs fois à la réception permet d'ajuster la puissance reçue et la bande passante du système. Une fois la bande passante ajustée, le niveau de bruit le sera également.

(c) **Paramètres inchangés**

La puissance transmise ($P_t$) est l'élément fondamental qui ne sera pas ajusté de même que les éléments fixés selon les contraintes sur objectifs visés à savoir le SNR minimal requis de $8\,dB$, le gain des antennes ($G = 15\,dBi$) et la distance ($R = 10\,m$).

(d) **Analyse des résultats**

Dans cette section, toutes les valeurs à ajuster seront illustrées en fonction de

l'ordre du gain d'étalement et seront présentées sous forme de tableau pour enfin faire une analyse.

— **Valeurs des puissances reçues**

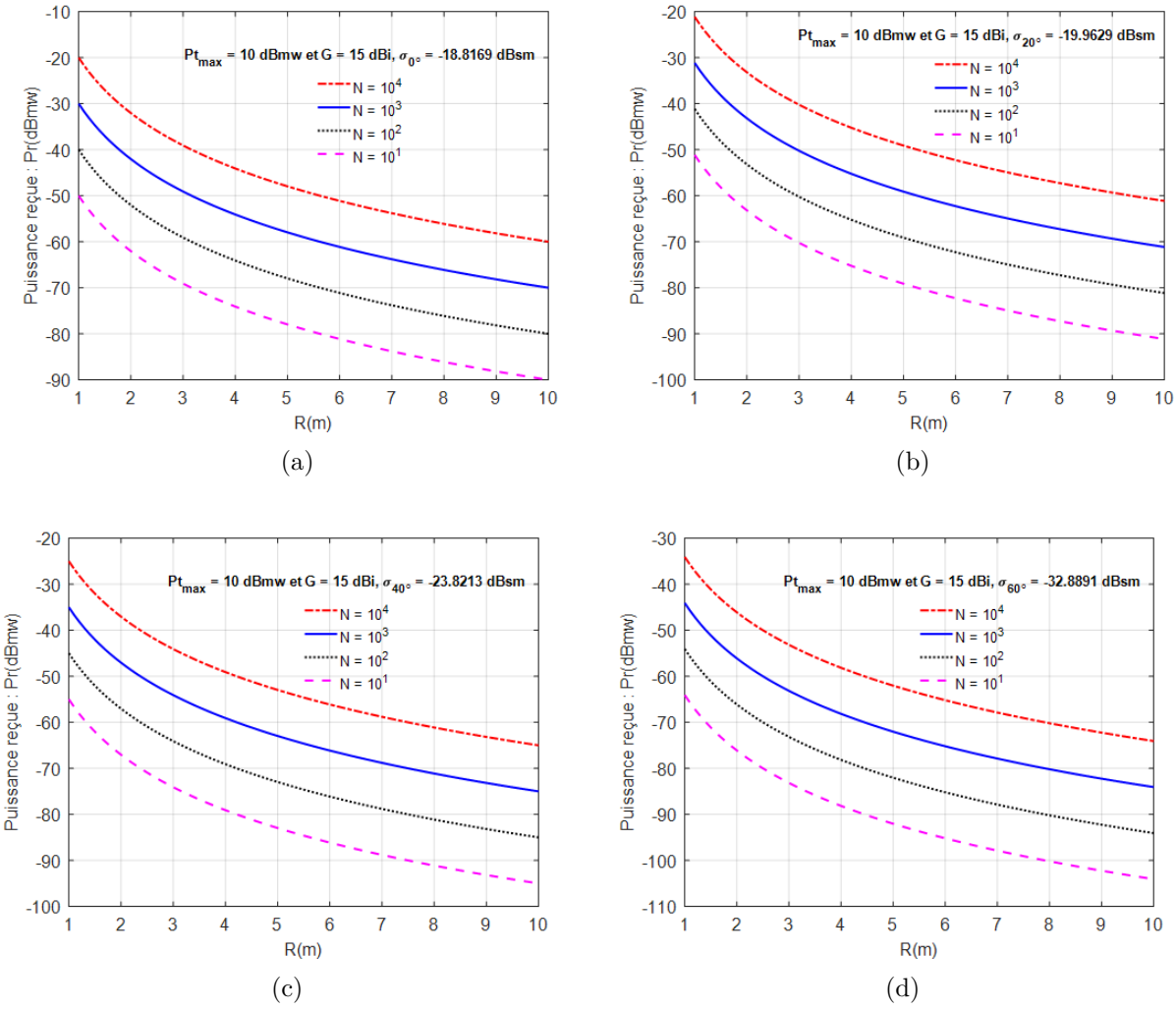



Figure 3.19 Puissance reçue en fonction de R avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

Par analyse des graphiques de la figure 3.19, ainsi que du tableau 3.3, nous avons une puissance reçue minimale sur $10\,m$, à 60° (faible valeur de la SER), donc à $N = 10$, $P_{r_{min}} = -104.1\,dBmW$ avec $P_{t_{max}} = 10\,dBmW$.

Tableau 3.3 Valeur des puissances reçues avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$

| $R = 10\,m,\ P_{t_{max}} = 10\,mW = 10\,dBmW$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| N | 10 | $10^2$ | $10^3$ | $10^4$ |
| $P_r(dBmW)$ à 0° | -89.98 | -79.98 | -69.98 | -59.98 |
| $P_r(dBmW)$ à 20° | -91.13 | -81.13 | -71.13 | -61.13 |
| $P_r(dBmW)$ à 40° | -94.99 | -84.99 | -74.99 | -64.99 |
| $P_r(dBmW)$ à 60° | -104.1 | -94.05 | -84.05 | -74.05 |

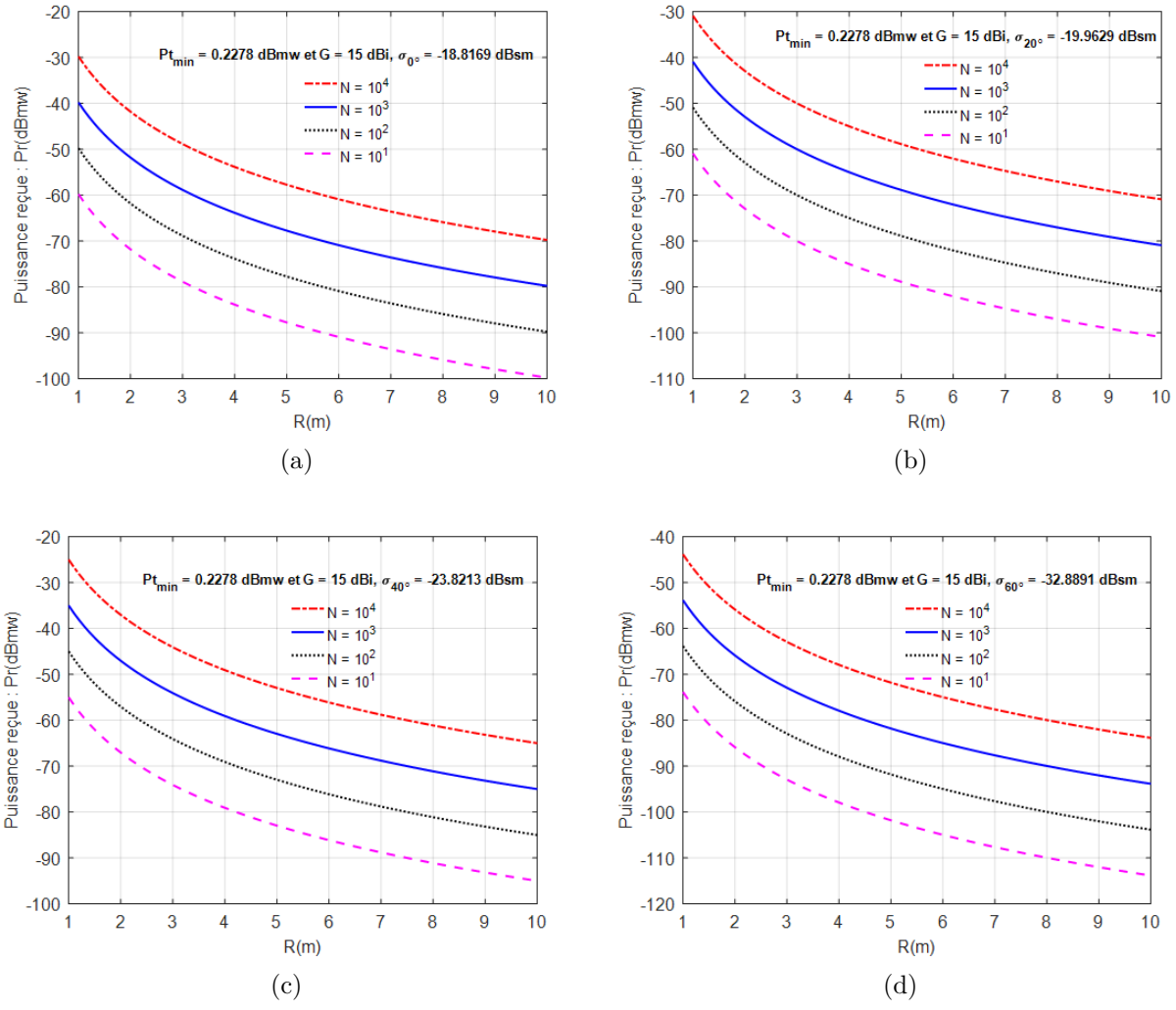



Figure 3.20 Puissance reçue en fonction de R avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

Dans les mêmes conditions d'analyse, les graphiques de la figure 3.20 et du tableau 3.4, montrent une puissance reçue minimale $P_{r_{min}} = -113.8\,dBmW$ avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW$.

Tableau 3.4 Valeur des puissances reçues avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$

| $R = 10\,m,\ P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| N | 10 | $10^2$ | $10^3$ | $10^4$ |
| $P_r(dBmW)$ à 0° | -99.75 | -89.75 | -79.75 | -69.75 |
| $P_r(dBmW)$ à 20° | -100.9 | -90.9 | -80.9 | -70.9 |
| $P_r(dBmW)$ à 40° | -94.99 | -84.99 | -74.99 | -64.99 |
| $P_r(dBmW)$ à 60° | -113.8 | -103.8 | -93.83 | -83.83 |

(e) **Valeurs minimales des niveaux de bruit admissibles**

Suite aux valeurs de puissances reçues déterminées dans la section précédente, par application de l'expression (3.41), les valeurs de $N_o$ sont déterminées tels que le montrent les graphes (figures 3.21 et 3.22) et tableaux (3.5 et 3.6) ci-dessous.

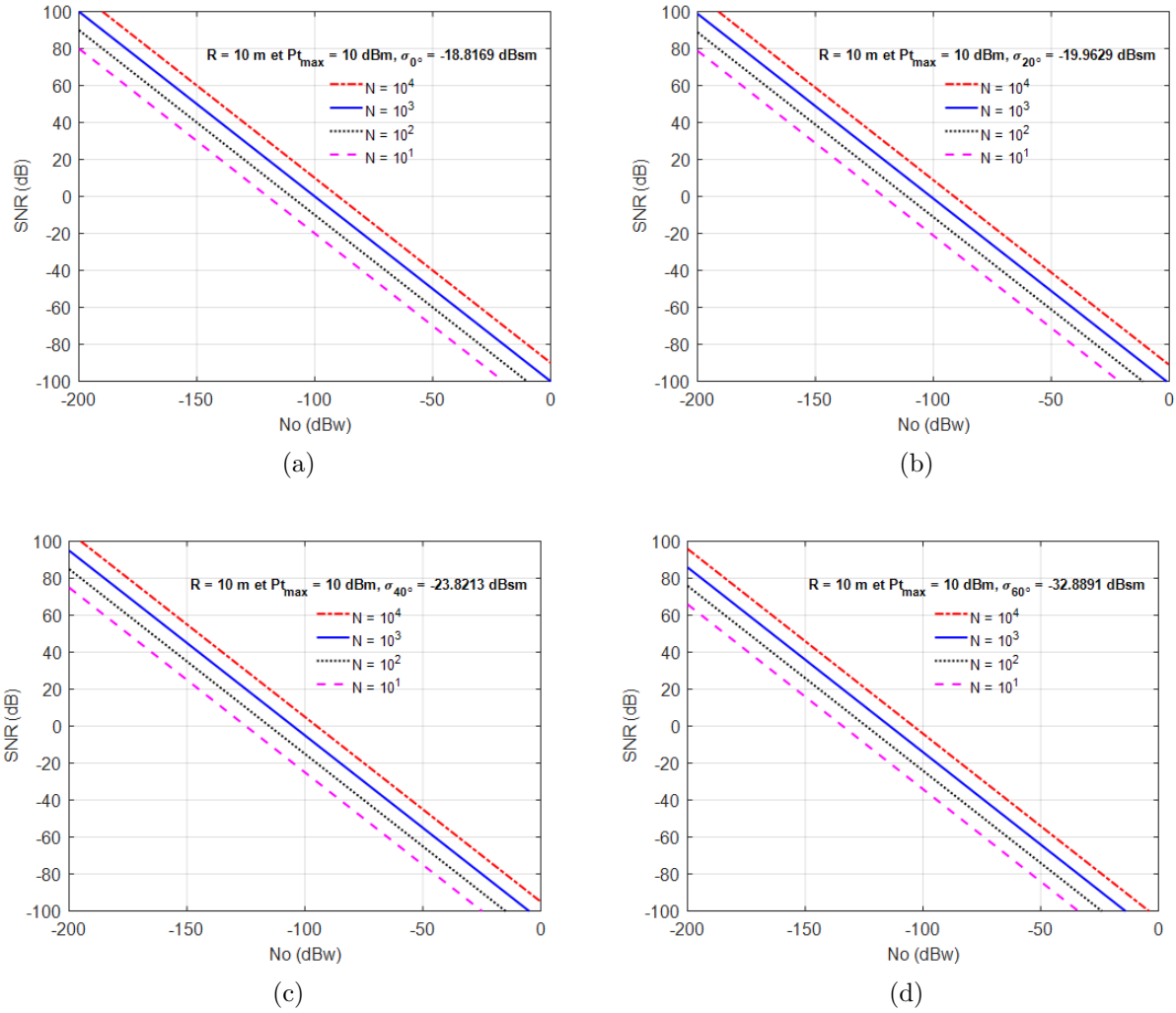



Figure 3.21 SNR en fonction de $N_0$ avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

Tableau 3.5 Valeur des niveaux de bruit avec $P_{t_{max}} = 10\,mW$

| $R = 10\,m$, $P_{t_{max}} = 10\,mW = 10\,dBmW$, SNR $\approx 8\,dB$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| N | 10 | $10^2$ | $10^3$ | $10^4$ |
| $N_0(dBW)$ à 0° | -128 | -118 | -108 | -98 |
| $N_0(dBW)$ à 20° | -130 | -120 | -110 | -100 |
| $N_0(dBW)$ à 40° | -133 | -123 | -113 | -103 |
| $N_0(dBW)$ à 60° | -142 | -132 | -122 | -112 |

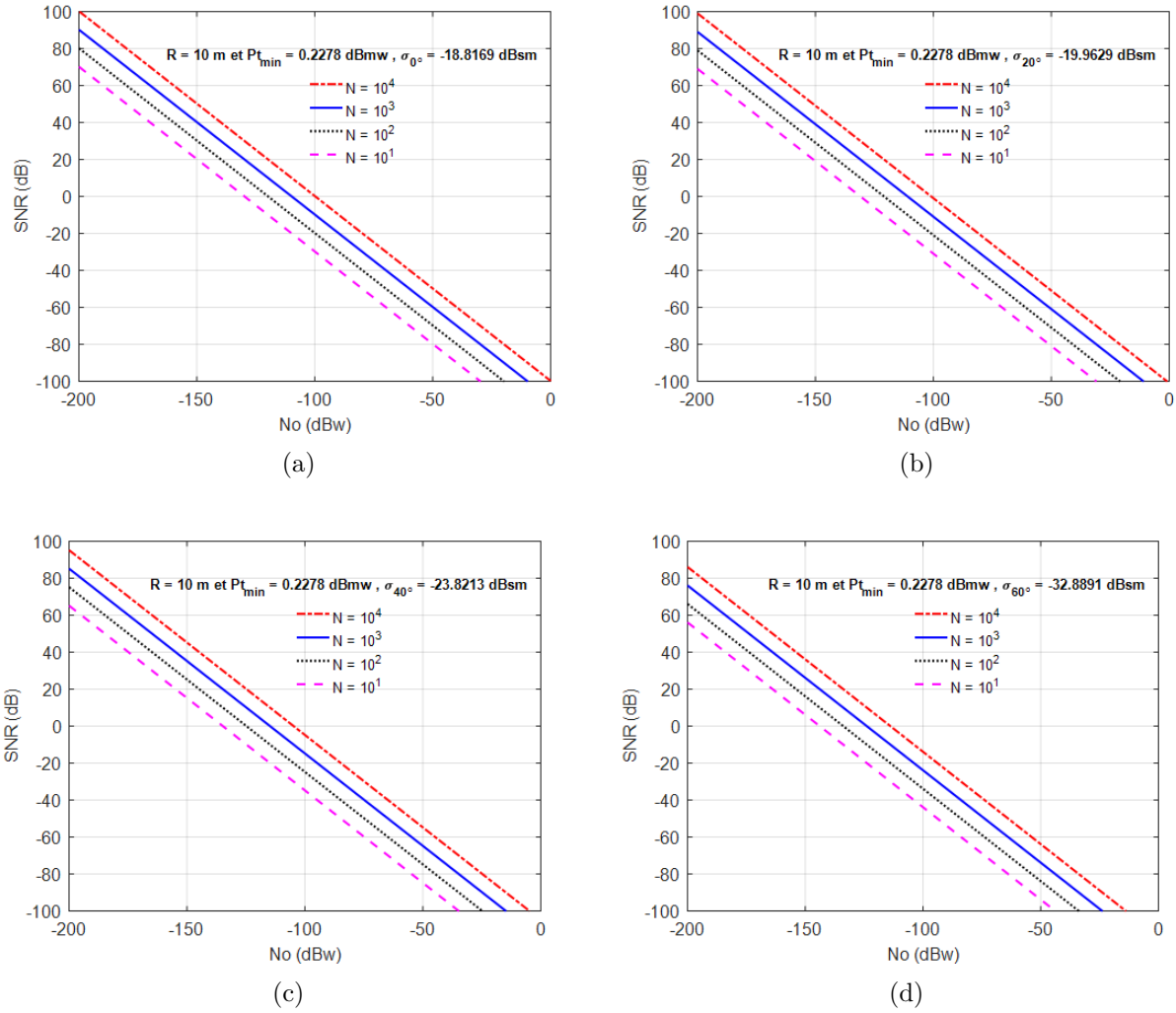



Figure 3.22 SNR en fonction de $N_0$ avec $P_{t_{min}} = 1.054\,mW$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

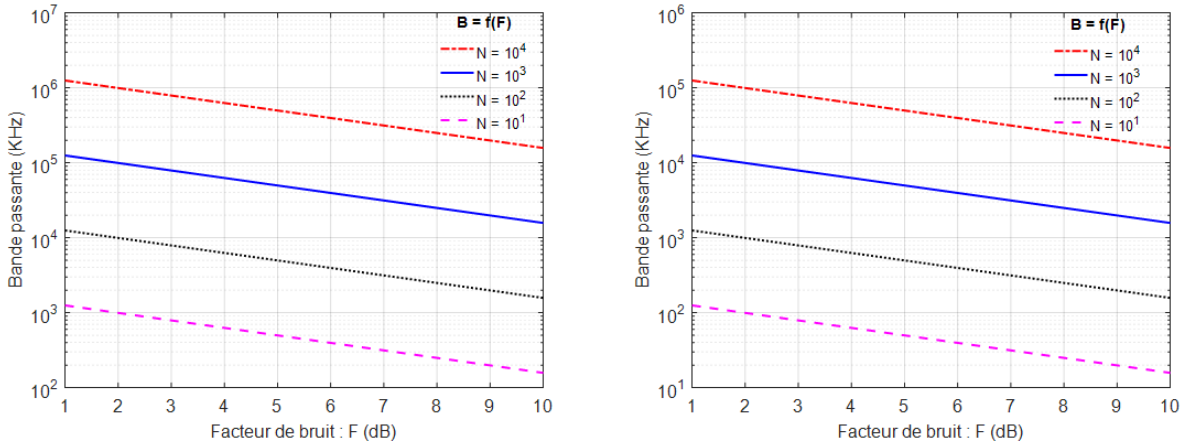
Tableau 3.6 Valeur des niveaux de bruit avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$

| $R = 10\,m,\ P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$, SNR $\approx 8\,dB$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| N | 10 | $10^2$ | $10^3$ | $10^4$ |
| $N_0(dBW)$ à 0° | -138 | -128 | -118 | -108 |
| $N_0(dBW)$à 20° | -139 | -129 | -119 | -109 |
| $N_0(dBW)$à 40° | -143 | -133 | -123 | -113 |
| $N_0(dBW)$ à 60° | -152 | -142 | -132 | -122 |

(f) **Valeur de la bande passante sur** $F = 3\,dB$

Avec les valeurs des niveaux de bruit obtenues dans la section précédente, il est

question dans celle-ci, de déterminer les bandes passantes correspondantes en recherchant pour chaque gain d'étalement, le niveau de bruit minimal admissible avec la puissance transmise maximale d'une part et d'autre part avec la puissance transmise minimale. Les graphiques ci-dessous illustrent le tracé des bandes passantes en fonction du facteur de bruit selon l'expression (3.25). À cet effet, pour $F = 3\,dB$, les tableaux ci-dessous donnent toutes les valeurs possibles de la bande passante pour chaque gain d'étalement.




(a) (b)

Figure 3.23 Bande passante en fonction de $F$ avec : (a) $P_{t_{max}} = 10\ mW$ ; (b) $P_{t_{min}} = 1.054\ mW = 0.2278\ dBmW$

Tableau 3.7 Valeur des bandes passantes avec $P_{t_{max}} = 10\,mW = 10\,dBmW$

| $R = 10\,m,\ P_{t_{max}} = 10\,mW = 10\,dBmW,\ \text{SNR} = 8\,dB$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| N | 10 | $10^2$ | $10^3$ | $10^4$ |
| $N_{0_{min}}(dBW)$ | -142 | -132 | -122 | -112 |
| $B(KHz)$ | 790.2 | 7902 | 79020 | 790200 |

Tableau 3.8 Valeur des bandes passantes avec $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$

| $R = 10\,m,\ P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW,\ \text{SNR} = 8\,dB$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| N | 10 | $10^2$ | $10^3$ | $10^4$ |
| $N_{0_{min}}(dBW)$ | -152 | -142 | -132 | -122 |
| $B(KHz)$ | 79.02 | 790.2 | 7902 | 79020 |

De façon générale, en tenant compte des résultats trouvés à la sous section 3 (Dimensionnement des paramètres $P_t$, $P_r$, $B$ et $N_o$) sous une observation ($N = 1$) au récepteur, nous pouvons avoir une plage des valeurs raisonnables des paramètres de l'équation radar qui définiront les spécifications du système en terme de bilan de liaison tout en offrant la possibilité qu'il soit ajustable. À cet effet, pour un gain d'étalement compris dans la fourchette $1 < N < 10^4$, les plages admissibles de l'équation radar sont :

$$\begin{cases} 0.2278\,dBmW & < & P_t & < & 10 & dBmW \\ -123.8\,dBmW & < & P_{r_{min}} & < & -74.05 & dBmW \\ -162\,dBW & < & N_{0_{seuil}} & < & -112 & dBW \\ 7.9\,KHz & < & B_{seuil} & < & 0.7902 & GHz \end{cases} \tag{3.43}$$

De facon plus explicite, en tenant compte des valeurs du gain d'étalement, nous disposons pour chaque valeur de ces derniers les plages des paramètres $P_r$, $N_o$ et $B$ tels que décrit dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3.9 Plage de valeurs des paramètres $P_r$, $N_0$ et $B$ pour chaque valeur du gain d'étalement

SNR $\approx 8\,dB$ et $R = 10\,m$

| N | $P_r(dBmW)$ | $N_0(dBW)$ | $B$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -123.8 $< P_{rmin} <$ -114.1 | -162 $< N_{0seuil} <$ -152 | 7.902 $KHz$ $< B_{seuil} <$ 79.02 $KHz$ |
| 10 | -113.8 $< P_{rmin} <$ -104.1 | -152 $< N_{0seuil} <$ -142 | 79.02 $KHz$ $< B_{seuil} <$ 790.2 $KHz$ |
| $10^2$ | -103.8 $< P_{rmin} <$ -94.05 | -142 $< N_{0seuil} <$ -132 | 790.2 $KHz$ $< B_{seuil} <$ 7902 $KHz$ |
| $10^3$ | -93.83 $< P_{rmin} <$ -84.05 | -132 $< N_{0seuil} <$ -122 | 7902 $KHz$ $< B_{seuil} <$ 79.02 $MHz$ |
| $10^4$ | -83.83 $< P_{rmin} <$ -74.05 | -122 $< N_{0seuil} <$ -112 | 79.02 $MHz$ $< B_{seuil} <$ 0.7902 $GHz$ |

## 3.5 Conclusion

En guise de conclusion sur ce chapitre, nous dirons que la position angulaire de la cible vis-à-vis du signal incident influence remarquablement les performances du système dû au fait que la SER change de valeur en fonction de l'angle. À cet effet, les cibles situées à une position qui donnera une faible SER imposent au système de communication une puissance transmise assez importante question d'avoir un bon SNR à la détection maximale. Par contre, lorsque la SER augmente, la détection se perçoit à environ 99 % sur une portée au-delà de 15 m environ, ce qui nécessite moins de puissance transmise pour dominer le bruit et les faux positifs.

La probabilité de détection vis-à-vis du SNR pour un $P_{fa}$ fixe reste quasiment identique peu importe la position angulaire de la cible. Cette probabilité varie donc sur les différents seuils de fausse alarme. Par contre, vis-à-vis de la portée, cette probabilité de détection varie et pour une SER très faible (cas à 60°), la portée maximale pour atteindre une proportion de détection $P_d \geq 99\%$ est inférieure à $10\,m$. Pour une si grande SER (cas à 0°), en incidence normale, la portée est de $15\,m$ sur $P_d = 99\%$.

La technique du gain d'étalement ayant permis d'avoir les paramètres ajustables de l'équation radar, ces derniers seront utilisables pour effectuer l'étude de la modulation FMCW dans le but d'avoir un concept proche de la réalité. À cet effet, les paramètres qui entreront en jeu dans le concept de modulation FMCW sont la bande passante, le bruit thermique et la puissance transmise minimale.

# CHAPITRE 4 TECHNIQUE DE MODULATION FMCW ET PERFORMANCES

L'un des enjeux importants en détection intervéhiculaire repose sur l'estimation de la distance et de la vitesse de la cible dûe à la mobilité de celle-ci. A cet effet, le concept de modulation FMCW dont le principe repose sur la modulation en fréquence d'un signal entretenu par continuité d'onde est mis en évidence pour effectuer cette estimation de distance et vitesse tout en évaluant les performances d'un tel système vis-à-vis des valeurs des SER de la cible en fonction de l'angle d'incidence des signaux émis.

Ce chapitre aura donc pour objectif de faire un bref aperçu sur la modulation en fréquence, d'analyser la structure de base du système FMCW ainsi que les performances de ce dernier vis-à-vis du nombre d'impulsions et du rapport cyclique.

## 4.1 Notions de base sur les modulations de fréquence

La modulation de fréquence, comparativement à la modulation d'amplitude, consiste à porter l'information par modification de la fréquence de la porteuse et non par variation d'amplitude. Sa particularité repose dans sa robustesse à transmettre l'information dans des conditions rudes de transmission telles que les atténuations et les niveaux de bruits importants.

La modulation de fréquence se fait majoritairement avec des sinusoïdes ou avec des fréquences linéaires couramment utilisées dans les systèmes RADAR FMCW.

### 4.1.1 Modulation de fréquence sinusoïdale

Dans ce contexte, le signal modulant à transmettre $x_m(t)$ est sinusoidal et modulé par une fréquence porteuse $f_0$. Soit le signal modulant d'expression

$$x_m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \tag{4.1}$$

avec $A_m$ et $f_m$, respectivement l'amplitude du signal modulant et sa fréquence. La fréquence instantanée du signal modulé $y(t)$, en analogie avec [9, p. 111], a pour expression

$$f(t) = f_0 + \Delta f x_m(t) \tag{4.2}$$

avec $\Delta f$ la déviation de fréquence, qui est définie comme étant la déviation de fréquence maximale induite par le signal modulé par rapport à la fréquence de la porteuse. À cet effet,

suite à l'équation (4.2), le signal modulé a pour expression [9, p. 64]

$$y(t) = A_0 \cos\left(2\pi \int_0^t f(t)dt\right) = A_0 \cos\left(2\pi f_0(t) + 2\pi\Delta f \int_0^t x_m(t)dt\right) \tag{4.3}$$

avec $A_0$ l'amplitude du signal de la porteuse. Le spectre de fréquence en modulation de fréquence renferme une série de fréquences infinies qui devient très vite négligeable. En considérant l'équation (4.1), l'expression du signal modulé (4.3) peut s'écrire sous la forme [9, p. 64]

$$y(t) = A_0 \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{A_m \Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\right) = A_0 \cos\left(2\pi f_0 t + \gamma \sin(2\pi f_m t)\right) \tag{4.4}$$

avec $\gamma = \dfrac{A_m \Delta f}{f_m}$, l'indice de modulation.

L'écriture de l'équation (4.4) par utilisation des fonctions de Bessel $J_n(\gamma)$ de première espèce d'ordre $n$ (rang harmonique) permet de simplifier les calculs et de considérer toutes les harmoniques représentatives de l'ordre correspondant. En effet, l'équation (4.4) peut simplement s'écrire sous la forme [9, p. 65]

$$y(t) = A_0 \Re\left(e^{2j\pi f_0 t} e^{j\gamma \sin(2\pi f_m t)}\right) = \Re\left(\widetilde{x}(t).e^{2j\pi f_o t}\right) \tag{4.5}$$

où

$$\widetilde{x}(t) = A_o e^{j\gamma \sin(2\pi f_m t)} = A_o \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\gamma) e^{2j\pi n f_m t} \quad \text{(selon la décomposition de Fourier)} \tag{4.6}$$

est l'enveloppe complexe du signal modulé avec une périodicité fréquentielle $f_m$ et $J_n(\gamma)$ les coefficients de la fonction de Bessel (les coefficients de la série de Fourier complexe) de premier type d'ordre $n$ et d'argument $\gamma$ tel que [9, p. 65]

$$J_n(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j((2\pi n f_m t) - \gamma \sin(2\pi f_m t))} dt \tag{4.7}$$

En tenant compte de la partie réelle de l'équation (4.6), l'équation (4.5), dans sa partie réelle s'exprime par la relation suivante [9, p. 66]

$$y(t) = A_o \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\gamma) \cos\left(2\pi(f_0 + n f_m)t\right) \tag{4.8}$$

À travers l'équation (4.8), nous constatons que la bande passante du signal modulé en fréquence est infinie. À cet effet, vu que la magnitude des raies spectrales d'ordre $n$ élevé est si

petite, l'expression de la bande passante s'approxime suivant la règle de Carson qui suit [9, p. 67]

$$B \approx 2(\gamma + 1) f_m \tag{4.9}$$

En technique Radar, selon l'équation (4.4), le signal reçu a pour expression [9, p. 64]

$$y_r(t) = A_r \cos\left(2\pi f_0(t-\tau) + \gamma \sin(2\pi f_m(t-\tau))\right) \tag{4.10}$$

avec $\tau$, le délai de parcours du signal de la cible au récepteur

$$\tau = \frac{2R}{c} \tag{4.11}$$

$c = 3 \times 10^8$ m/s est la célérité de la lumière dans le vide et $R$, la distance entre le Radar et la cible. $A_r$ est l'amplitude du signal reçu dont la valeur dépend des paramètres de l'équation Radar.

### 4.1.2 Modulation de fréquence linéaire

La modulation de fréquence linéaire, comme son nom l'indique est basée sur la modulation de fréquence des signaux non sinusoïdaux mais de fréquences linéaires dans le temps tels que les Chirps, les signaux en dents de scie et les signaux triangulaires. Cette technique est plus utilisée en technique Radars pour la mesure à la fois de la distance et de la vitesse de la cible.

La technique de modulation linéaire est couramment utilisée dans les systèmes Radar modernes. Le principe repose sur un balayage linéaire de la fréquence sur la largeur d'impulsion et dans la bande passante correspondante. L'expression de la phase instantanée pour un Chirp ascendant est écrit sous la forme [9, p. 111]

$$\phi(t) = 2\pi \left( f_0 t + \frac{\mu}{2} t^2 \right) \tag{4.12}$$

Avec

$$\mu = \frac{B}{T_{CPI}} : \text{Coefficient de modulation de fréquence linéaire} \tag{4.13}$$

$f_0$ est la fréquence centrale d'opération Radar et $T_{CPI}$ est l'intervalle de temps de traitement cohérent. De l'équation (4.12), la fréquence intantanée s'écrit

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) = f_0 + \mu t \qquad \text{avec} \qquad -T_{CPI} < t < T_{CPI} \tag{4.14}$$

Par simple analogie à la section précédente et plus précisément sur l'équation (4.2), dans

ce contexte nous dirons que le signal modulant en modulation linéaire est $x_m(t) = t$. En observant l'équation (4.5), la forme d'onde en modulation linéaire a pour expression [9, p. 112]

$$y(t) = \Re\left[\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{2\pi j\left(f_0 t + \frac{\mu}{2}t^2\right)}\right] \tag{4.15}$$

avec $rect(\frac{t}{T})$ est l'impulsion rectangulaire de largeur T. De façon plus simple, on peut écrire

$$y(t) = \Re\left[\tilde{x}(t)e^{2\pi j f_0 t}\right] = \Re\left[\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{\pi\mu j t^2} e^{2\pi j f_0 t}\right] \tag{4.16}$$

Le terme complexe exponentiel ($e^{2\pi j f_0 t}$) introduit un décalage fréquentiel sur la fréquence centrale $f_0$ et le spectre du signal $y(t)$ est compris dans l'enveloppe complexe $\tilde{x}(t)$.

## 4.2 Structure de base et analyses des résultats du système de modulation FMCW

Une fois les deux types de modulation couramment utilisés ayant été mis en évidence, dans cette section il sera question d'aller plus en détails sur l'étude et l'analyse des résultats pour un système de modulation FMCW basé sur une modulation linéaire de fréquence. Le système de base des modulations FMCW se résume au principe de transmission, réception et mixage [20]. Ce qui permet à ce que le signal modulé soit transmis, reçu et que les deux signaux soient multipliés dans le temps au moyen d'un mixeur pour enfin être traités.

Le mécanisme de base des modulations FMCW repose sur la structure suivante

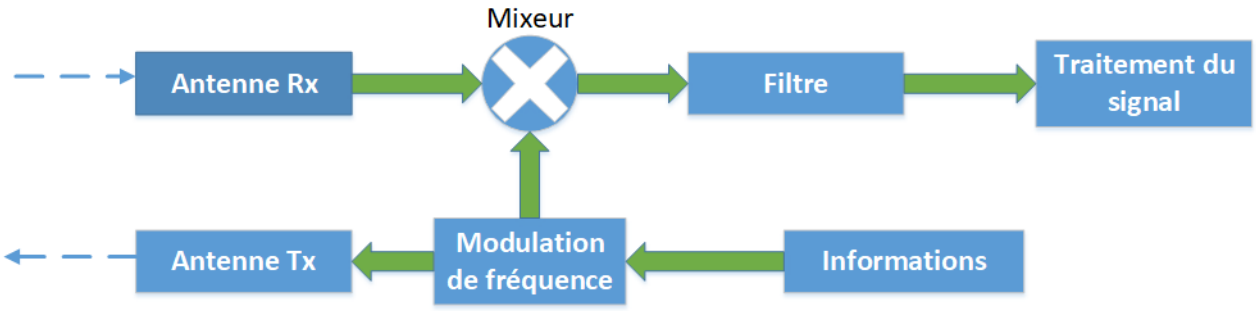



Figure 4.1 Structure de base du système FMCW

Cette structure tient sur un processus en quatre phases, à savoir :

— **Modulation en fréquence** du signal d'information

— **Transmission et réception** des signaux à travers les antennes $T_X$ et $R_X$

— **Mixage** dans le temps des signaux émis et reçus au moyen du mixeur dans le but d'obtenir les informations Doppler (vitesse) et de distance

— **Filtrage et traitement du signal** à travers les techniques de filtrage par fenêtre qui consistent à atténuer les lobes secondaires, les techniques de corrélation et filtre adapté pour des canaux étroits et enfin les techniques de corrélation active pour des canaux larges bandes.

En effet, cette section s'articulera sur cette structure afin de faire une analyse des résultats obtenus. Ainsi, les points à élaborer feront allusion aux différents types de signaux émis ou reçus, à l'étude du mixeur des signaux et filtrage par fenêtre et enfin, à la notion de filtrage et au traitement du signal.

### 4.2.1 Signaux émis/reçus et caractéristiques

Tout d'abord, vu que le système radar est ajustable, il serait impératif de déterminer la bande passante adéquate pour notre système FMCW en relation avec le chapitre 3. À cet effet, le choix d'un signal modulant transmis de période $T = 1\mu s$ ($f_m = 1/T = 1MHz$), permet de réquisitionner un minimum de bande passante de l'ordre $1MHz$. À cet effet, en se reférant au tableau de la page 68 du chapitre 3, la bande passante choisie pour un système réaliste est $B = 79.02MHz$ avec un gain d'étalement $N = 10^3$.

En modulation FMCW, il existe une multitude de signaux à transmettre. Les plus utilisés sont les suivants :

— **Un Chirp**, signal pseudo-périodique, utilisé dans la plupart du temps pour la détermination de la distance Radar - cible

— **Signaux en dents de scie**, utilisés sur des longues portées et lorsque l'influence de la fréquence Doppler pour l'estimation de vitesse est négligeable. De plus, l'estimation de la vitesse par ce signal engendre un processus de calcul assez fastidieux.

— **Signaux triangulaires**, génèrent deux fréquences de battement distinctives vis-à-vis de la fréquence Doppler à travers les fronts ascendants et descendants. Les deux fréquences de battement ainsi obtenues permettent de déterminer la distance et la vitesse de la cible.

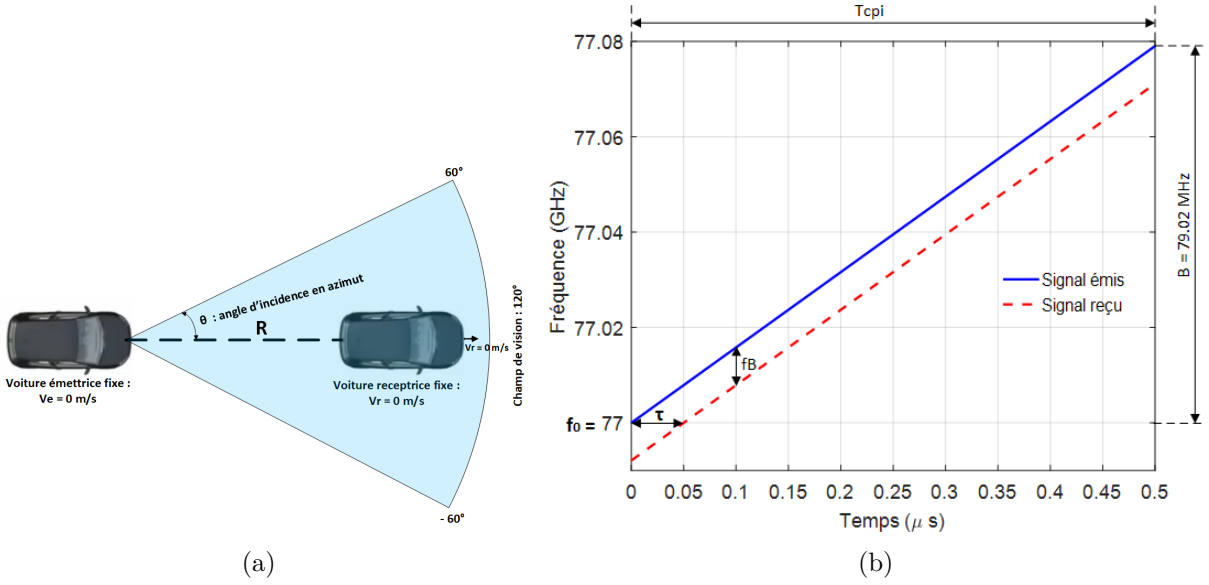
— **Signaux rectangulaires ou carrés**, utilisés pour mesurer précisément les distances de courtes portées. Son inconvénient réside dans son incapacité à distinguer plusieurs cibles.

A l'issue de cette énumération ci-dessus, le signal Chirp et triangulaire dans ce projet seront utilisés pour la détermination de la distance et de la vitesse dans les scénarios de cible fixe et cible mobile. De plus, ces deux signaux présentent plus d'avantages en ce qui concernent les objectifs de ce chapitre sur l'ensemble du projet.

1. **Signal pseudo-périodique(Chirp) et caractéristique**
   Dans cette section, il sera question d'analyser deux scénarios, l'un pour une cible fixe et l'autre pour une cible mobile dans le but de ressortir les équations utiles et d'analyser le comportement des signaux émis et reçus. Les paramètres de simulation permettant d'obtenir les signaux sont les suivants :

$$\begin{cases} B_{min} = 79.02\,MHz \quad \text{pour} \quad N = 10^3 & \text{Choisi pour un système réaliste} \\ f_0 = 77\,GHz & \\ T = 1\mu s & \text{Période du signal} \\ T_{CPI} = \dfrac{T}{2} & \text{Intervalle de traitement cohérent} \\ \tau = 0.1T_{CPI} & \text{Délai entre le signal émis et reçu} \end{cases} \tag{4.17}$$

   (a) **Cas d'une cible fixe**
   **Objectif :** Déterminer la distance Radar-cible pour une cible fixe (vitesse nulle). En pratique, il est recommandé d'avoir pour délai maximal $\tau = 0.1T_{CPI}$ [9, p. 70]. En exploitant les valeurs de l'équation (4.17), nous obtenons le signal ci-dessous.




(a) (b)

Figure 4.2 (a) Scénario Radar - Cible fixe, (b) Signal du Chirp : Emis et reçu

En émission, la fréquence instantanée a pour expression

$$f_e(t) = f_0 + \mu t \tag{4.18}$$

et celle en réception est

$$f_r(t) = f_0 + \mu(t - \tau) \qquad \text{avec } \tau = 0.05\,\mu s \tag{4.19}$$

Par analyse graphique entre les ratios fréquences et temps, on obtient la relation suivante qui permet de déterminer la fréquence de battement.

$$\frac{\tau}{T_{CPI}} = \frac{f_B}{B} \Rightarrow f_B = \frac{B\tau}{T_{CPI}} = 7.902\,MHz \tag{4.20}$$

La distance entre la cible et le Radar quant à elle, s'obtient par la relation suivante en ayant une connaissance de $\tau$ ou de $f_B$

$$R = \frac{c}{2}\tau = \frac{cT_{CPI}f_B}{2B} = 7.5\,m \tag{4.21}$$

(b) **Cas d'une cible mobile**

**Objectif :** Déterminer la distance et la vitesse de la cible lorsque celle-ci est en mouvement.

La fréquence instantanée du signal émis, étant toujours celle de l'équation (4.18), la présence de l'effet Doppler permet d'avoir la fréquence instantanée du signal reçu ci-dessous.

$$f_r(t) = f_0 - f_{B1} + \mu(t - \tau) \tag{4.22}$$

La nouvelle fréquence de battement, suite à la mobilité de la cible, tient compte de la fréquence de battement antérieur (équation 4.20) et de la fréquence Doppler, tel que

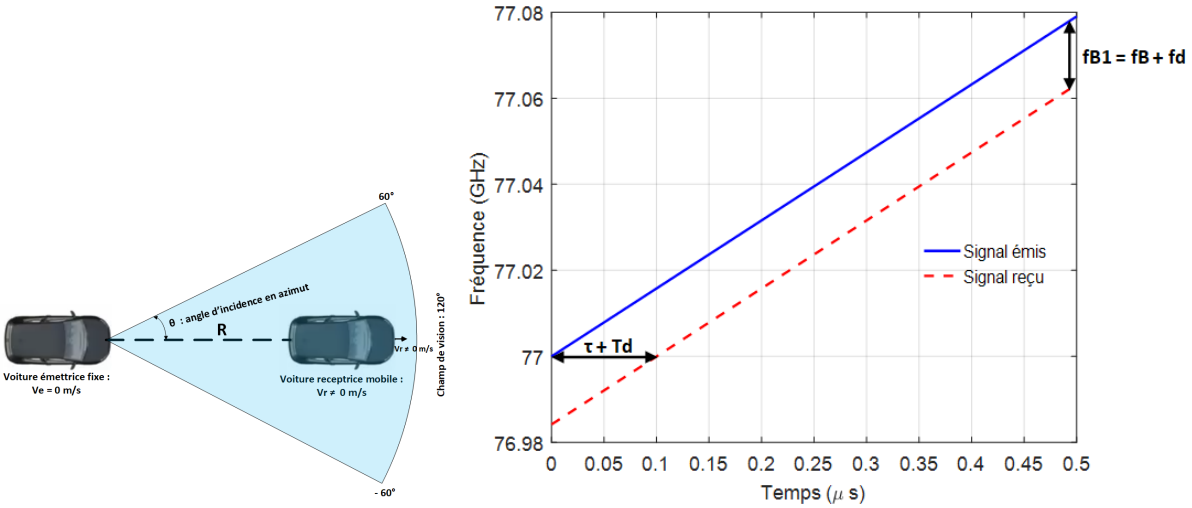
$$f_{B1} = f_B \pm f_d = \frac{B\tau}{T_{CPI}} \pm \frac{2f_0}{c}V = \frac{2BR}{cT_{CPI}} \pm \frac{2f_0}{c}V \tag{4.23}$$

Peu importe les deux cas pour cette équation, c'est à dire lorsque la cible s'éloigne (+) ou se rapproche (-), cette dernière est irrésolvable, car elle contient deux inconnues R et V. Le délai total, suite à l'effet Doppler a pour expression

$$T_p = \frac{2D}{c} = \frac{2R}{c} + \frac{2Vt}{c} = \tau + T_d \tag{4.24}$$

avec $R$, la distance d'origine entre la cible et le Radar, ce qui engendre un délai initial $\tau$ et $Vt$, distance due au déplacement dans le temps avec une vitesse $V$, d'où le délai de déplacement $T_d$

Le graphe de la figure ci-dessous (figure 4.3) n'est qu'une illustration graphique de ce scénario à l'issu duquel nous constatons que due à la mobilité et en comparaison avec la figure 4.2 (b), il y a un délai et une fréquence de battement supplémentaires engendrés par l'effet Doppler.




(a) (b)

Figure 4.3 (a) Scénario Radar - Cible mobile, (b) Signal du Chirp : Emis et reçu

2. **Signal triangulaire : Cas d'une cible mobile**

**Objectif :** Déterminer la vitesse et la distance d'une cible en déplacement.

La limitation du scénario précédent dans lequel la cible est mobile est irrésolvable sur un seul Chirp de signal car de façon pratique, on mesurera une seule fréquence de battement pour déterminer deux variables (vitesse et distance). À cet effet, le signal triangulaire vient donc pallier à cette limitation, car ce dernier engendre deux fréquences de battements sur chacun des fronts ascendants et descendants, ce qui produira donc un système de deux équations à deux inconnus.

Dans ce scénario, nous considérons un véhicule en déplacement avec une vitesse relative de 60 $Km/h = 16.66\, m/s$ ($f_d \approx 8.5\, KHz$). Les paramètres de simulation utilisés sont les suivants et les signaux émis et reçus sont observés à travers le graphique 4.4 qui présente deux fréquences de battement $f_{B_{up}}$ et $f_{B_{do}}$

$$\begin{cases} T = 1\mu s : \text{Période du signal} \\ \tau = 0.1 T_{CPI} \text{ avec } T_{CPI} = \dfrac{T}{2} \\ B_{min} = 79.02\, MHz \\ f_0 = 77\, GHz \\ \mu = \dfrac{B}{T_{CPI}} \\ n = 2 T_{CPI} B = 79 : \text{ Nombre d'échantillons} \\ T_s = \dfrac{T}{n} : \text{Période d'échantillonnage} \end{cases} \tag{4.25}$$

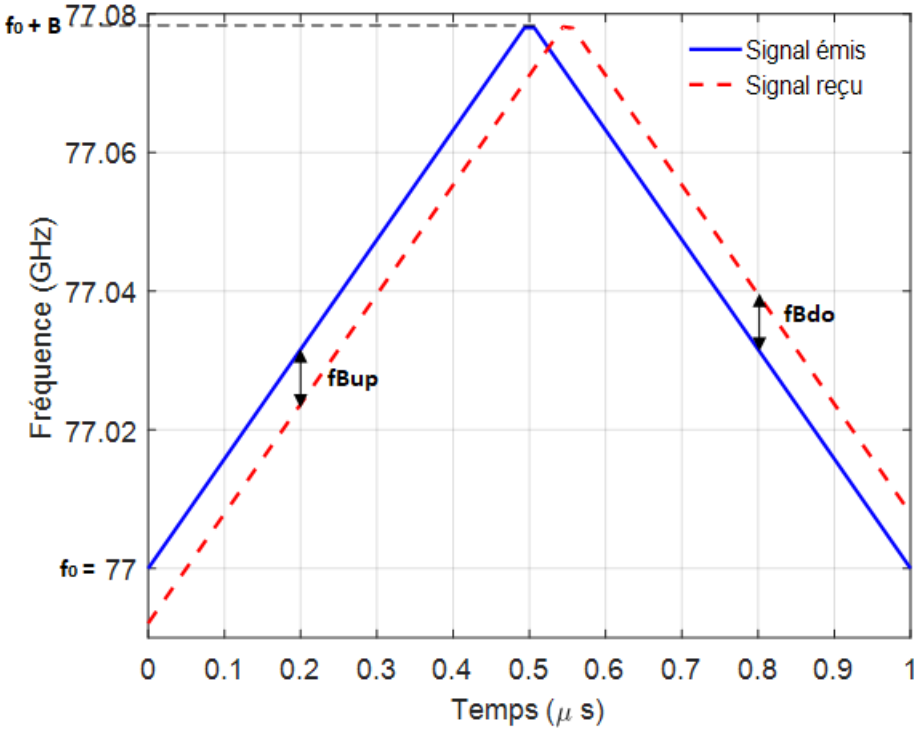



Figure 4.4 Signal triangulaire : Emis et reçu

(a) **Expression des fréquences instantannées en émission et réception**

Les signaux émis et reçus ont pour fréquences instantanées les expressions suivantes

Emis :

$$f_e(t) = \begin{cases} f_0 + \mu t : & 0 < t < T_{CPI} \\ f_0 - \mu(t - T) : & T_{CPI} < t < T \end{cases} \tag{4.26}$$

Reçu :

$$f_r(t) = \begin{cases} f_0 + f_d + \mu(t - \tau) : & 0 < t < T_{CPI} + \tau \\ f_0 + f_d - \mu(t - \tau - T) : & T_{CPI} + \tau < t < T + \tau \end{cases} \tag{4.27}$$

(b) **Calcul de la distance et de la vitesse**

L'estimation de la distance et de la vitesse nécessite dans un premier temps la détermination des fréquences de battement en effectuant une différence dans le temps entre les fréquences instantanées en réception et celle en émission tel que le montre l'expression suivante.

$$f_b(t) = f_r(t) - f_e(t) \tag{4.28}$$

De l'expression (4.28), le graphe de la figure 4.5 nous présente deux fréquences de battement à savoir $f_{bmin} = f_{B_{do}} = -7.8934\,MHz$, $f_{bmax} = f_{B_{up}} = 7.9106\,MHz$

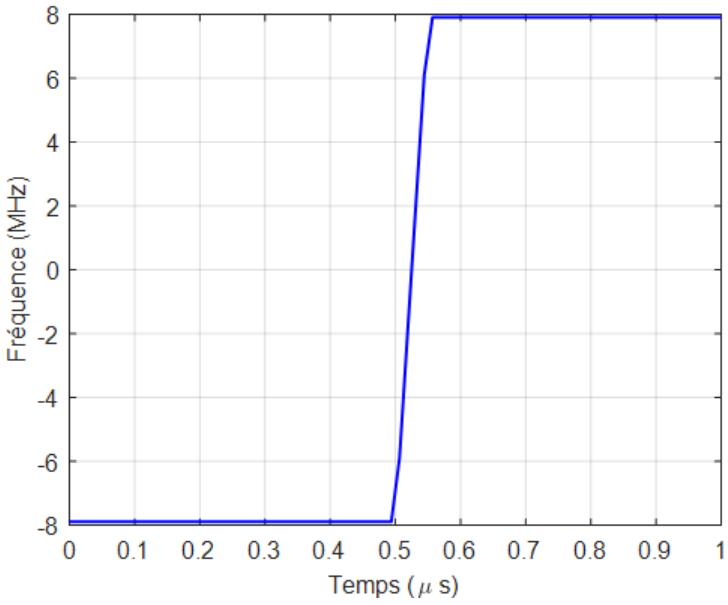



Figure 4.5 Fréquence de battement instantannée du signal triangulaire

Une détermination théorique, en s'appuyant sur le graphique de la figure 4.4 est

aussi faite à partir des expressions des fréquences de battement suivantes.

$$\begin{cases} f_{bmin} = f_{B_{do}} = f_d - f_B = f_d - \frac{B\tau}{T_{CPI}} = f_d - \frac{4BR}{Tc} = -7.8934\,MHz \\ f_{bmax} = f_{B_{up}} = f_d + f_B = f_d + \frac{B\tau}{T_{CPI}} = f_d + \frac{4BR}{Tc} = 7.9106\,MHz \end{cases} \tag{4.29}$$

De ces deux fréquences de battement, l'estimation de la distance (R) et de la vitesse (V) s'obtient par la relation suivante :

$$\begin{cases} R = \frac{Tc}{8B}(f_{B_{up}} - f_{B_{do}}) = 7.5\,m \\ V = \frac{c}{4f_0}(f_{B_{up}} + f_{B_{do}}) = 16.75\,m/s \approx 60Km/h \end{cases} \tag{4.30}$$

(c) **Performance en résolution et ambiguïté**

La résolution est définie comme étant la plus petite valeur (de fréquence de battement, de distance, de vitesse ou doppler) détectable entre deux cibles distinctes de même puissance et quant à l'ambiguïté celle-ci est la capacité de confondre les ondes des cibles situées à des positions distinctes. À cet effet, le tableau ci-dessous présente les valeurs d'ambiguïté en distance et vitesse du signal triangulaire, surtout que ce dernier de par sa simplicité d'exécution dans la détermination des paramètres de distance et vitesse sera utilisé pour l'analyse du mixage et de la technique du filtrage par fenêtre.

$$\tau_{max} = 0.1T_{CPI} \tag{4.31}$$

Tableau 4.1 Valeurs des résolutions en fréquences de battement, distance et vitesse

| Résolution | Expression | Valeurs |
|---|---|---|
| Fréquence de battement | $\Delta f_b = \dfrac{1}{T - \tau_{max}}$ | $1.05\,MHz$ |
| Distance | $\Delta R = \dfrac{cT}{2B}\Delta f_b$ | $2\,m$ |
| Vitesse ou doppler | $\Delta f_d = \dfrac{1}{nT}$ | $12.65\,KHz$, donc $V = 24.64\,m/s$ avec n=79 |

Tableau 4.2 Valeurs d'ambiguïté en distance et vitesse

| Ambiguïté | Expression | Valeurs |
|---|---|---|
| Distance | $R_{amb} = \frac{cT}{2}$ | $150\,m$ |
| Vitesse ou doppler | $V_{amb} = \frac{\lambda}{2T_s} = \frac{c}{2f_0T_s}$ | $153.9\,Km/s$ |

Par analyse des valeurs du tableau ci-dessus, nous constatons que sur l'influence du signal triangulaire caractérisé à la figure 4.4, le système Radar aura la capacité à détecter deux cibles distinctes situées à une distance minimale de $2\,m$ ou ayant une vitesse minimale de $24.64m/s$. Par contre, ledit système Radar, pourra également confondre deux cibles distinctes situées à $150\,m$ ou ayant une vitesse de $153.9\,Km/s$ avec $T_s$ la Période d'échantillonnage.

### 4.2.2 Mixeur des signaux et filtrage par fenêtre : Cas du signal triangulaire

**Objectif :** Obtenir les informations Doppler et de distance à partir des fréquences de battement avec infiltration du bruit thermique blanc et gaussien. De même, obtenir la magnitude de la densité spectrale de puissance des lobes principaux sur les fréquences de battement en comparaison avec les lobes secondaires.

La structure simplifiée du mixeur est décrite à la figure ci-dessous (4.6) dans laquelle les signaux émis et reçus sont modulés avec infiltration du bruit thermique $n(t)$ à la réception.

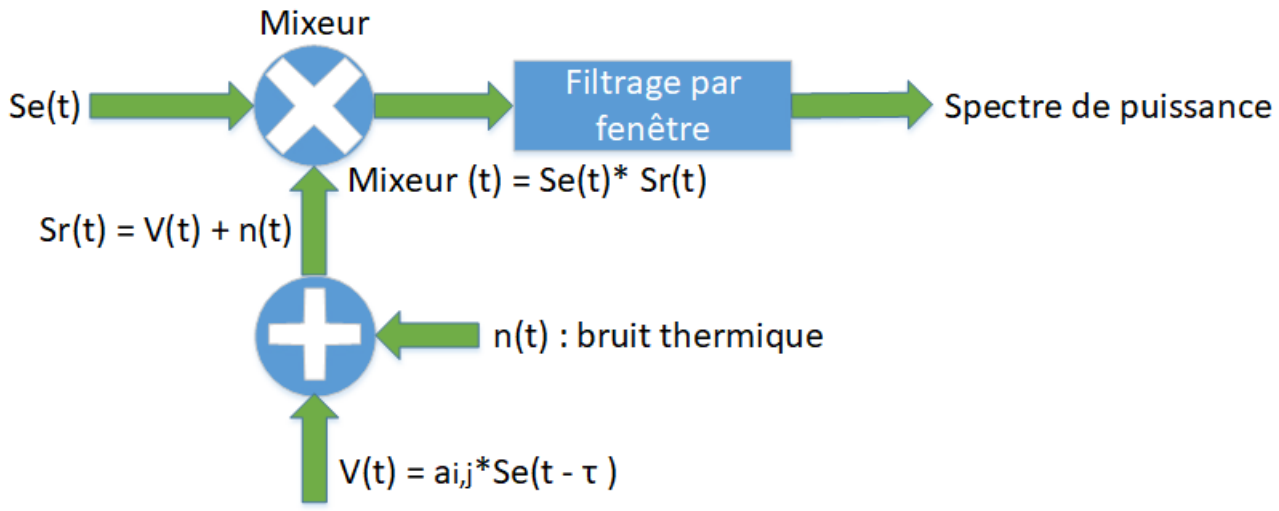



Figure 4.6 Structure simplifiée du mixeur avec filtre de fenêtre

1. **Expression des signaux triangulaires émis et reçus à l'entrée du mixeur**
   L'expression des signaux modulés en émission et en réception s'écrit tels que :
   En émission

$$S_e(t) = b\cos\left(2\pi f_0 t + 2\pi\int_0^t f_e(t)\right)\,dt = \begin{cases} b\cos(4\pi f_0 t + \pi\mu t^2); & 0 < t < T_{CPI} \\ b\cos(4\pi f_0 t - \pi\mu(t-T)^2); & T_{CPI} < t < T \end{cases} \tag{4.32}$$

   En réception :

$$S_r(t) = a_{i,j}\cos\left(2\pi f_0(t-\tau) + 2\pi\int_0^t f_r(t)\,dt\right) + n(t) \tag{4.33}$$

   Donc, plus explicitement on a

$$S_r(t) = \begin{cases} a_{i,j}\cos(4\pi f_0(t-\tau) + 2\pi f_d(t-\tau) + \pi\mu(t-\tau)^2) + n(t); & 0 < t < T_{CPI} + \tau \\ a_{i,j}\cos(4\pi f_0(t-\tau) + 2\pi f_d(t-\tau) - \pi\mu(t-\tau-T)^2) + n(t); & T_{CPI} + \tau < t < T + \tau \end{cases} \tag{4.34}$$

   A la sortie du mixeur, il s'agit d'une multiplication des signaux émis et reçus, tel que

$$\text{Mixeur}(t) = S_e(t)\cdot S_r(t) \tag{4.35}$$

   $b$ est le niveau d'amplitude normalisé du signal transmis à partir de la puissance isotropiquement rayonnée équivalente ($PIRE$), tel que

$$b = \sqrt{\frac{PIRE}{2}} = \sqrt{\frac{P_t G_t}{2}} \tag{4.36}$$

   Avec $G_t = G_r = 15\,dBi$ et $P_t = P_{t_{min}} = 1.054\,mW = 0.2278\,dBmW$ la valeur minimale de $P_t$ choisie à partir du dimensionnement des paramètres de l'équation Radar du chapitre 3 dans le but de mieux apprécier les performances du système sous faible puissance de transmission. De ce fait, $PIRE = 15.2278\,dBmW$
   $a_{i,j}$ est également le niveau d'amplitude du signal reçu dont la valeur dépend des paramètres de l'équation Radar. Plus précisément dans ce contexte, cette valeur dépend de la SER ($\sigma_j$) de la cible en fonction de ses positions angulaires azimutales $j$ et de la distance $R_i$ de celle-ci vis-à-vis du Radar. En référence au Chapitre précédent (chapitre 3) à la page 46, ces valeurs de la SER seront considérées avec $j = 0°$,$20°$,$40°$,$60°$ et $i$ :

indice de position de distance pour M cibles. Inspiré de l'équation Radar, $a_{i,j}$ s'écrit :

$$a_{i,j} = \sqrt{\frac{P_{r_{i,j}}}{2}} = \sqrt{\frac{NP_tG_tG_r\sigma_j\lambda_0^2}{2(4\pi)^3R_i^4}} \tag{4.37}$$

Le bruit thermique infiltré est blanc et gaussien qui suit une normale tel que

$$n \sim N\left(0, \frac{N_0}{2}\right) \ avec\ N_0 = -122\,dBW = -92\,dBmW \tag{4.38}$$

2. **Etude du filtrage par fenêtre et analyses des résultats**
   La technique de filtrage par fenêtre permet de réduire les niveaux des lobes secondaires vis-à-vis des lobes principaux question d'avoir un maximum de puissance dans la direction de propagation. S'agissant d'un filtre numérique, cette technique a pour étape de traitement, le processus suivant :
   - Détermination de la taille de la matrice du signal mixé
   - Génération des coefficients du filtre de fenêtre
   - Détermination du signal de sortie dans le domaine temporel
   - Enfin, détermination dudit signal dans le domaine fréquentiel (FFT)

   En effet, Il est question ici de choisir, quel type de fenêtre serait adéquate pour obtenir un lobe principal à spectre maximal sur les voisinages des fréquences de battement. Cette technique peut être applicable à l'entrée ou à la sortie du filtre principal. À cet effet, les quatre types de filtrage par fenêtre couramment utilisés en technique Radar pour le traitement du signal seront mis en évidence à savoir : la fenêtre rectangle qui par défaut est la fenêtre de reférence ou idéale, la fenêtre de Hamming, Hanning et Kaiser. Les expressions mathématiques desdits filtres de fenêtre sont définies en annexe B. Les graphiques et tableaux ci-dessous montrent le spectre obtenu à la sortie du filtre de fenêtre et ceci pour chaque position angulaire de la cible.

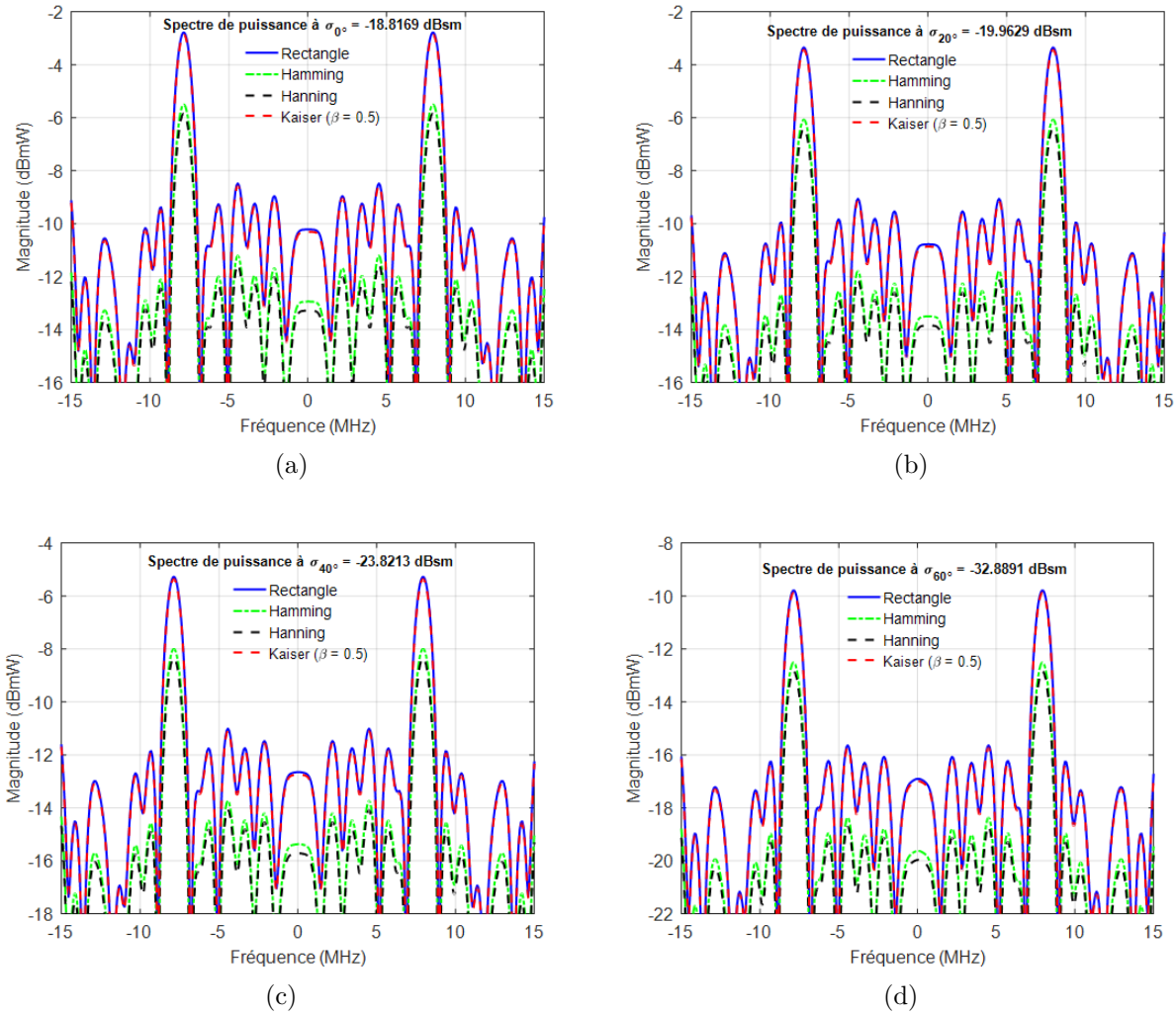



Figure 4.7 Magnitude du spectre de puissance : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

A la lecture de ces graphiques (figure 4.7) et du tableau 4.3, nous constatons que tous les lobes principaux sont quasiment situés sur les fréquences de battement, ce qui caractérise un bon alignement d'où le maximum de puissance dans la direction de propagation (beamforming). L'infiltration du bruit ne désaligne pas les lobes principaux sur les fréquences de battement mais diminue plutôt la magnitude de ceux-ci. Par une simple analyse vis-à-vis des positions angulaires de la cible, la magnitude, sur incidence normale (à 0°, donc $\sigma_{0°} = -18.8169\,dBsm$) des ondes transmises vers la cible, est plus importante sur l'ensemble des filtrages par fenêtre utilisés. Autrement dit, plus la SER est importante mieux la magnitude du spectre de puissance l'est aussi.

Tableau 4.3 Différence de magnitude des spectres de puissance pour chaque valeur de la SER

| Différence de Magnitude ( $dBmW$) sur $R_1 = 10\,m$ et $N_0 = -122\,dBW$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Fenêtre | Rectangle | Hamming | Hanning | Kaiser |
| $\sigma_{0^\circ} = -18.8169\,dBsm$ | 6.47 | 6.47 | 6.47 | 6.47 |
| $\sigma_{20^\circ} = -19.9629\,dBsm$ | 6.47 | 6.47 | 6.46 | 6.47 |
| $\sigma_{40^\circ} = -23.8213\,dBsm$ | 6.45 | 6.45 | 6.46 | 6.45 |
| $\sigma_{60^\circ} = -32.8891\,dBsm$ | 6.41 | 6.41 | 6.41 | 6.41 |

Sur la base des valeurs du tableau 4.3, qui montre la différence de magnitude entre les lobes principaux et secondaires, tous les filtres de fenêtre peuvent être utilisés de part la différence quasi identique entre la magnitude du lobe principale et celle du lobe secondaire. Par contre, pour l'ensemble des positions angulaires de la cible, la fenêtre de Kaiser est celle qui a les mêmes magnitudes (ou différence de magnitude) de puissance spectrale avec celle de la fenêtre de référence (fenêtre rectangle). À cet effet, la fenêtre Kaiser de paramètre par défaut $\pi$ sera donc utilisée pour la suite des analyses du système FMCW.

### 4.2.3 Notion de filtrage et traitement du signal

L'objectif de cette section est d'analyser l'influence des paramètres de l'équation Radar (en occurrence la SER et la distance cible - Radar($R$)) sur des signaux échos pour diverses positions de la cible et ceci suivant deux types de traitement à savoir :

— **Traitement par corrélation et filtre adapté(Traitement étroit)**, pour des canaux étroits et des canaux à bande moyenne en opération Radar. Le principe de ce dernier s'appuie sur le filtrage par corrélateur et le filtre adapté.

— **Traitement par corrélation active(Traitement étendu)**, pour canaux large bande et donc le principe s'appuie sur la technique de corrélation active.

Le filtre adapté est un filtre linéaire optimal dont le rôle est de maximiser le SNR dans la direction de propagation entre un signal connu et un bruit blanc. L'utilisation de ces filtres dans la plupart des cas se fait pour la détection optimale [1] d'un signal inconnu en corrélation avec un signal connu (signal de signature). Le corrélateur quant à lui permet l'extraction du signal écho Radar par multiplication entre le signal de sortie du filtre et le signal émis.

La figure ci-dessous (figure 4.8 ) illustre les étages à mettre en évidence pour avoir le niveau d'amplitude du signal écho. L'étage filtre fait référence aux filtres utilisés dans les deux

1. Identification des symboles transmis dans un canal de propagation

techniques (voir figures 4.9 et 4.10) et celui du traitement du signal fait référence au processus de corrélation et technique de filtrage par fenêtre.




Figure 4.8 Etage filtre et traitement

1. **Traitement par corrélation et filtre adapté : Pour canal étroit**
   Dans le but d'effectuer une compression d'impulsion, tous les signaux de retour de toutes les cibles doivent être collectés à travers une fenêtre de réception [2] et transmis à un circuit de filtrage adapté (voir figure 4.9). Suite aux avancées numériques, le processus de corrélation est exécuté numériquement grâce à la FFT [3] qui est implémentée en bande de base.

   (a) **Structure du filtre adapté et corrélateur**

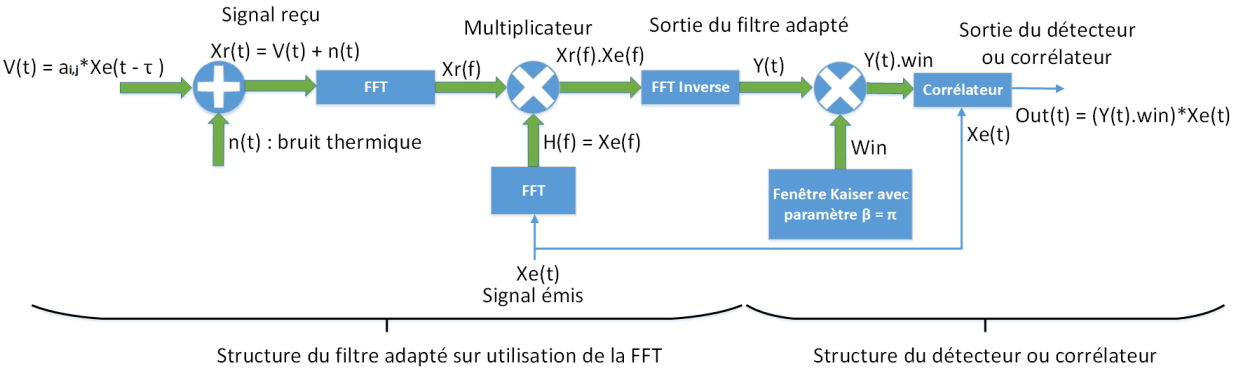



Figure 4.9 Structure du filtre adapté et corrélateur

L'expression à la sortie du filtre adapté $Y(t)$

$$Y(t) = X_e(t) * X_r(t) \tag{4.39}$$

or

$$\mathcal{F}(X_e(t) * X_r(t)) = X_e(f)X_r(f) \Rightarrow Y(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X_r(f)H(f)\} \tag{4.40}$$

2. Différence entre la distance maximale et minimale du Radar dans laquelle toutes les opérations Radar sont majoritairement effectuées
3. Processus de convolution rapide

Avec

$$X_e(t) = b\cos\left(2\pi f_0 t + 2\pi\int_0^t f_e(t)\,dt\right) \tag{4.41}$$

(b) **Expressions des signaux et caractéristiques**

La plage de réception permettant la détection des cibles est $R_{Rec} = R_{max} - R_{min} = 100\ m$. Pour un gain d'étalement de $N = 10^3$, la bande passante utilisée est $B = 79.02\ MHz$

Le signal émis pour un chirp a pour expression temporelle :

$$x_e(t) = b\exp\left[j2\pi\left(f_0 t + \frac{\mu}{2}t^2\right)\right] \qquad ;\ 0 \leqslant t \leqslant \tau_0 \tag{4.42}$$

avec $\mu = \dfrac{B}{\tau_0}$ ; $f_0 = 77\ GHz$ et $\tau_0 = 1\mu s$

En réception, le signal écho ou reçu, sous forme temporelle, s'écrit :

$$x_r(t) = (a_{i=1,j})\cdot\exp\left[j2\pi\left(f_0(t-t_1) + \frac{\mu}{2}(t-t_1)^2\right)\right] + n(t) \tag{4.43}$$

avec $t_1 = \dfrac{2R_1}{c}$, le délai dû à la distance entre la cible et le Radar.

La première phase du traitement est de faire un retour en bande de base en effectuant un mixage (multiplication) entre $x_e(t)$ de phase $2\pi f_0 t$ et $x_r(t)$ dans le but d'éliminer la fréquence $f_0$ dans l'expression de la fréquence instantanée. De ce mixage, découle une phase résultante qui après le filtrage passe bas, a pour expression

$$\phi(t) = 2\pi\left(-f_0 t_1 + \frac{\mu}{2}(t-t_1)^2\right) \tag{4.44}$$

pour M cibles sur des positions $R_1$, $R_2$,... ,$R_i$, on a l'expression instantanée de la phase sur des intervalles de temps $t_1$ distincts

$$\phi(t) = \sum_{i=1}^{M} 2\pi\left(-f_0 t_i + \frac{\mu}{2}(t-t_i)^2\right), \qquad t_i = \frac{2R_i}{C} \tag{4.45}$$

avec $i = 1, 2, \ldots, M$, dans cette étude, $R_1 = 10\ m$, $R_2 = 20\ m$, $R_3 = 40\ m$, et $R_4 = 80\ m$. La fréquence instantanée est donc

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\phi(t) = \mu(t-t_1) = \frac{B}{\tau_0}\left(t - \frac{2R_1}{c}\right) \tag{4.46}$$

Selon Nyquist, la fréquence d'échantillonnage s'obtient comme suit

$$f_s \geqslant 2B \Rightarrow f_s \approx 158.04\ MHz \tag{4.47}$$

De même que l'intervalle d'échantillonnage

$$\Delta t \leqslant \frac{1}{2B} \Rightarrow \Delta t \approx 6\, ns \tag{4.48}$$

La fréquence de résolution FFT sur une durée $\tau_0$ du Chirp est

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_0} \Rightarrow \Delta f = 1\, MHz \tag{4.49}$$

Enfin, le nombre d'échantillons minimum exploités en tenant compte des équations (4.48) et (4.49) est

$$N_e = \frac{1}{\Delta f \Delta t} = \frac{\tau_0}{\Delta t} = 2B\tau_0 = 158 \tag{4.50}$$

2. **Traitement par corrélation active : Pour canal étendu**
   La technique du traitement par corrélation active est normalement utilisée pour traiter les formes d'onde linéaire en modulation de fréquence avec des bandes passantes extrêmement élevées. Cette technique s'effectue en trois phases selon la structure ci-dessous (voir figure 4.10) :
   - Dans la première phase, les signaux échos vers le Radar sont mixés avec un signal de référence (signal transmis). Ensuite, le signal mixé est introduit dans un filtre passe bas pour enfin effectuer une détection cohérente [4]. L'un des avantages de la détection cohérente en technique Radar est la possibilité d'obtenir la plus petite différence dans la phase entre l'impulsion transmise et le signal écho afin d'en extraire la vitesse radiale de déplacement de la cible.
   - La deuxième phase quant à elle consiste à effectuer une conversion analogique numérique.
   - Enfin, la troisième étape consiste à l'utilisation du filtrage par fenêtre pour extraire les signaux proportionnellement aux positions relatives des cibles car en traitement étendu, il y a conversion efficace du retard temporel en fréquence et tous les signaux échos appartenant aux mêmes intervalles de distance produisent la même fréquence constante tels que :

$$f_1 = f_r - f_0 \tag{4.51}$$
$$f_2 = f_r - f_0 + \mu\Delta t \tag{4.52}$$
$$f_3 = f_r - f_0 + 2\mu\Delta t \tag{4.53}$$
$$f_n = f_r - f_0 + (n-1)\mu\Delta t \tag{4.54}$$

4. Détection des signaux en bande de base ayant quasiment la même phase

(a) **Structure du corrélateur actif**

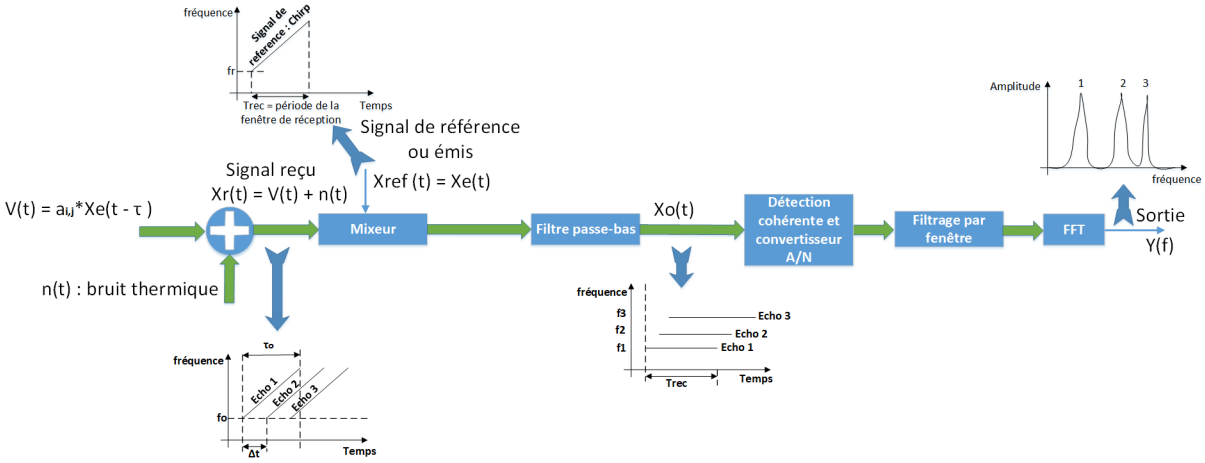



Figure 4.10 Structure du corrélateur actif

(b) **Expression des signaux et caractéristiques**

Le signal émis pour un chirp est celui identique à l'équation (4.42) de même que le signal reçu pour l'équation (4.43) avec $\mu = \dfrac{B}{\tau_0}$ ; $f_0 = 77\,GHz$ et $\tau_0 = 1\mu s$.

Le signal de référence à l'entrée du mixeur est défini par

$$x_{ref}(t) = b\exp\left[j2\pi\left(f_r t + \frac{\mu}{2}t^2\right)\right] \;\; ; \;\; 0 \leqslant t \leqslant T_{rec} \tag{4.55}$$

Généralement on choisit $f_r = f_0$, donc $x_{ref}(t) = x_e(t)$. $T_{rec}$ est le temps ou période de fenêtre de réception, définie par

$$T_{rec} = \frac{2(R_{max} - R_{min})}{c} = \frac{2R_{rec}}{c} \tag{4.56}$$

Le signal de sortie du filtre passe bas de gain unitaire est

$$x_0(t) = (ba_{i=1,j}) \cdot \exp[j(2\pi f_0 t_1 + 2\pi\mu t_1 t - \pi\mu t_1^2)] + n(t) \tag{4.57}$$

avec $t_1 = \dfrac{2R_1}{c}$, l'équation (4.57), s'écrit plus explicitement

$$x_0(t) = (ba_{i=1,j}) \cdot \exp\left[j\left(\left(\frac{4\pi BR_1}{c\tau_0}\right)t + \frac{2R_1}{c}\left(2\pi f_0 - \frac{2\pi BR_1}{c\tau_0}\right)\right)\right] + n(t) \tag{4.58}$$

Par simple approximation, dans le cas où $\tau_0 \gg \frac{2R_1}{c}$, l'équation (4.58), s'écrit

$$x_0(t) \approx (ba_{i=1,j}) \cdot \exp\left[j\left(\left(\frac{4\pi BR_1}{c\tau_0}\right)t + \frac{4\pi R_1}{c}f_0\right)\right] + n(t) \tag{4.59}$$

La fréquence instantanée du système est déduite par

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{4\pi BR_1}{c\tau_0}\right)t + \frac{4\pi R_1}{c}f_0\right] = \frac{2BR_1}{c\tau_0} \Rightarrow R_1 = \frac{f_1 c\tau_0}{2B} \tag{4.60}$$

Pour M cibles à des positions $R_1$, $R_2$, ... $R_m$, le signal reçu total est

$$x_r(t) = \sum_{i=1}^{M} a_{i,j} \exp\left[j2\pi\left(f_0(t-t_i) + \frac{\mu}{2}(t-t_i)^2\right)\right] + n(t) \qquad avec\ t_i = \frac{2R_i}{c} \tag{4.61}$$

En considérant l'équation (4.58) dans le même contexte avec M cibles, le signal total à la sortie du filtre est

$$x_0(t) = \sum_{i=1}^{M}(ba_{i,j}) \cdot \exp\left[j\left(\left(\frac{4\pi BR_i}{c\tau_0}\right)t + \frac{2R_i}{c}\left(2\pi f_0 - \frac{2\pi BR_i}{c\tau_0}\right)\right)\right] \tag{4.62}$$

La fenêtre de réception ainsi considérée permet de déterminer la fréquence de résolution entre deux cibles distinctes, tels que

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{2B}{c\tau_0}(R_2 - R_1) = \frac{2B}{c\tau_0}\Delta R = \frac{2B}{c\tau_0}\frac{c}{2B} = \frac{1}{\tau_0} \Rightarrow \Delta f = 1\ MHz \tag{4.63}$$

Le maximum de fréquences (échantillons) résolvables dans la région d'intérêt $\pm\frac{N_f\Delta f}{2}$ est tel que :

$$\frac{N_f\Delta f}{2} > \frac{2B(R_{max} - R_{min})}{c\tau_0} = \frac{2BR_{rec}}{c\tau_0} \Rightarrow N_f > 2BT_{rec} \approx 210 \tag{4.64}$$

avec $T_{rec} = \frac{2R_{rec}}{c} = \frac{2 \times 200}{3 \times 10^8} = 1.33\mu s$.
En général, la taille des échantillons FFT pour une bonne implémentation est définie par

$$N_{FFT} \geqslant N = 2^n\ avec\ n\ \in \mathbb{N}_+^* \tag{4.65}$$

De ce fait, l'intervalle d'échantillonnage est considéré comme suit

$$\Delta f = \frac{1}{T_s N_{FFT}} \Rightarrow T_s = \frac{1}{\Delta f N_{FFT}} \tag{4.66}$$

3. **Analyses des résultats sous une impulsion de Chirp**

   Dans cette section, il sera question d'analyser la densité spectrale de puissance obtenue sous une impulsion de chirp et de déterminer, au moyen des deux structures de traitement de la section 4.2.3 le niveau d'amplitude du signal écho aux sorties de ces deux structures.

   (a) **Densité spectrale de puissance dans la bande**

   La figure ci-dessous (figure 4.11), illustre le niveau de densité spectrale de puissance pour un chirp dans la bande passante du système de valeur 79.02 $MHz$ donc sur un gain d'étalement de $N = 10^3$.

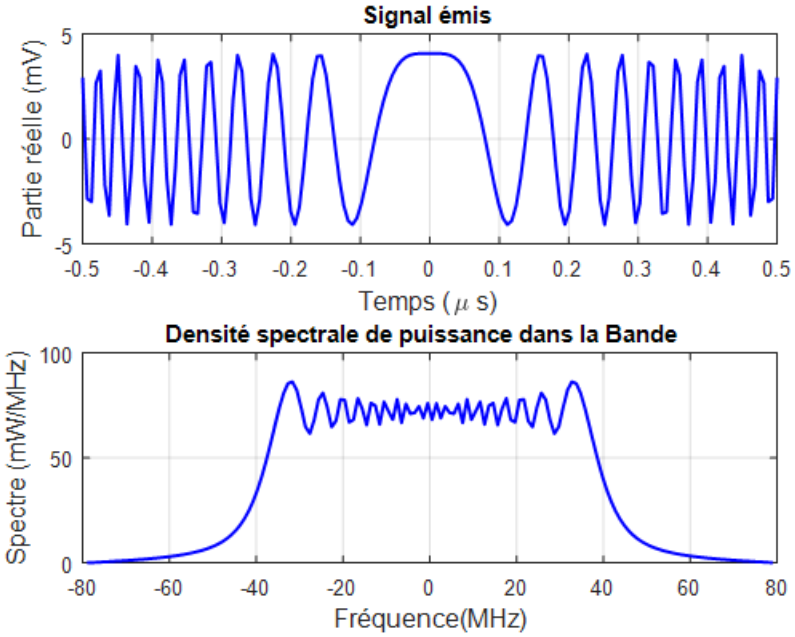



Figure 4.11 Densité spectrale de puissance dans la bande passante

A la lecture de cette figure, la densité de puissance garantie dans la bande passante est d'environ 76 $mW/MHz$ avec une amplitude maximale du signal émis de 4.08 $mV$. Il est donc claire de constater que l'amplitude du signal émis diminue progressivement au cours du temps (Chirp ou signal pseudo-périodique).

   (b) **Niveau d'amplitude du signal écho**

   Dans les graphiques ci-dessous (figure 4.12), nous disposons de quatre cibles placées respectivement aux positions $R_1 = 10\,m$, $R_2 = 20\,m$, $R_3 = 40\,m$ et $R_4 = 80\,m$ avec des positions angulaires 0°, 20°, 40° et 60° des ondes incidentes sur la cible.

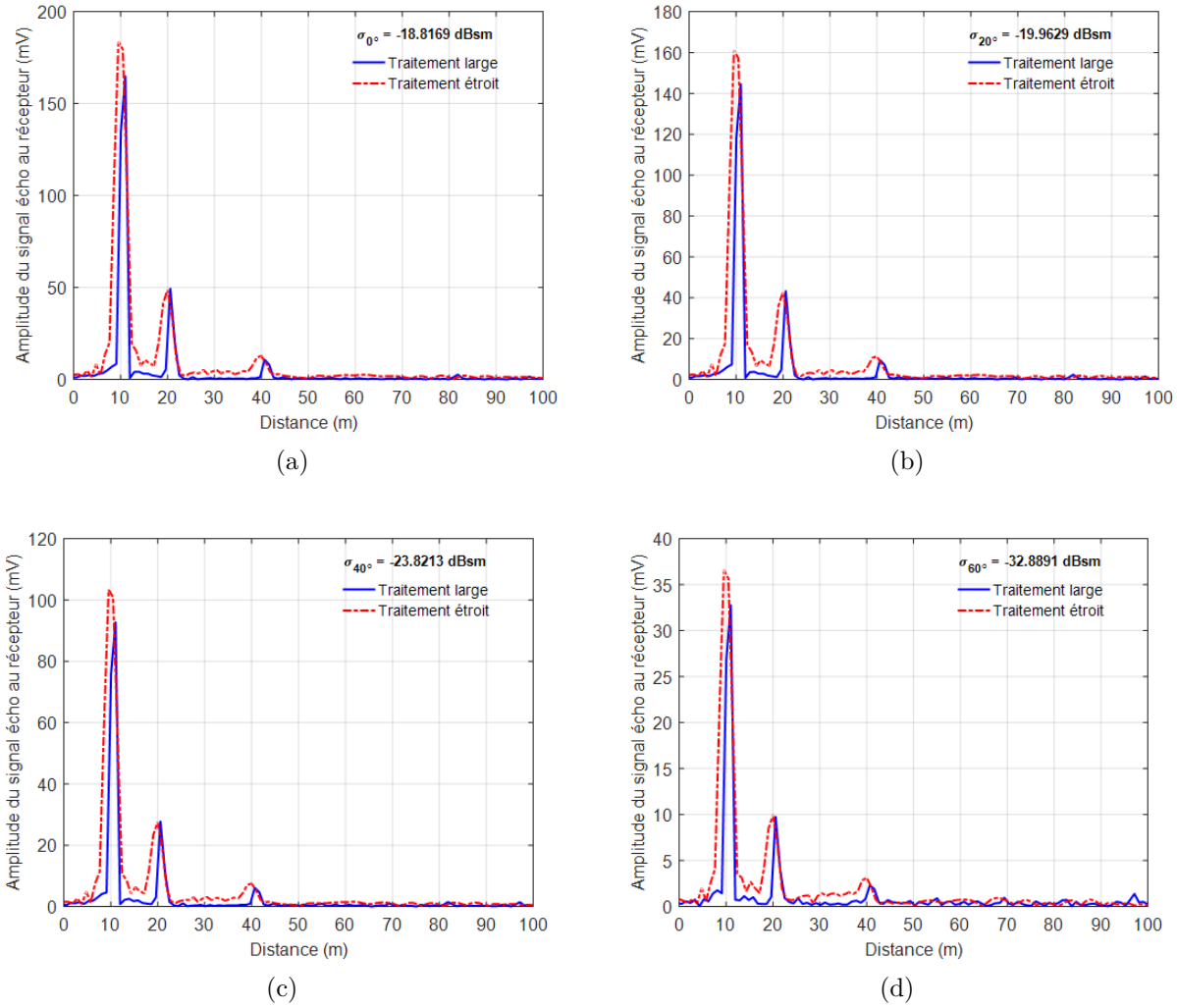



Figure 4.12 Niveau d'amplitude des signaux échos corrélés : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

Tels que décrits précédemment, les positions angulaires des ondes incidentes modifient la valeur de la SER, donc les niveaux d'amplitude du signal écho. À cet effet, l'objectif de cette analyse permet d'avoir le niveau d'amplitude des signaux échos sur des distances de positionnement des cibles plus précisément sur celle de 10 $m$. Par la suite, de voir sur quelle distance on observera une forte atténuation du signal.

A la lecture des graphiques de la figure 4.12, sur 10 $m$, nous constatons qu'une diminution de 1 $dBsm$ de la SER entre 0 et 20 degré entraine une diminution approximative de 26 $dBmV$ pour les deux types de traitement, de plus, une diminution de 10 $dBsm$ de la SER entre 40 et 60 degré entraine une diminution

approximative de 35.5 $dBmV$ pour le traitement large et 36.8 $dBmV$ pour le traitement étroit. En bref, un balayage angulaire de 0 à 60 degré entraine une diminution d'amplitude du signal écho d'environ 43.3 $dBmV$ pour le traitement étroit et 42.4 $dBmV$ pour le traitement large.

Au traitement large, le faisceau est plus étroit et directif comparativement au traitement étroit. Par contre, l'amplitude du traitement étroit est plus importante que celle du traitement large d'où la possibilité de maximiser le SNR avec le filtre adapté dans le cadre du traitement étroit. Le tableau ci-dessous (tableau 4.4) sur 10 $m$, montrent les niveaux d'amplitude des signaux échos pour les deux types de traitement.

Tableau 4.4 Valeurs des niveaux des signaux échos pour chaque valeur de la SER

Niveau du signal écho ( $dBmV$) sur $R_1 = 10\,m$ avec $N_0 = -122\,dBW$

| Traitement | Etroit | Large |
|---|---|---|
| $\sigma_{0^\circ} = -18.8169\,dBsm$ | 45.2 | 44.3 |
| $\sigma_{20^\circ} = -19.9629\,dBsm$ | 44.1 | 43.1 |
| $\sigma_{40^\circ} = -23.8213\,dBsm$ | 40.2 | 39.3 |
| $\sigma_{60^\circ} = -32.8891\,dBsm$ | 31.2 | 30.2 |

À travers ce tableau, nous constatons que plus la valeur de la SER diminue, plus le niveau du signal écho diminue également, de plus les graphiques de la figure 4.12, permettent de constater que la diminution de cette amplitude s'observe également au fur et à mesure que les cibles s'éloignent et la cible située à 80 $m$, renvoie des signaux échos complètement noyé dans le bruit.

## 4.3 Bilan de liaison et performances

Une fois le traitement du signal terminé, l'objectif de cette section est de déterminer le nombre d'impulsions minimal $n_{p_{min}}$ et le rapport cyclique minimal $R_{c_{min}}$ permettant de garantir un SNR de 8 $dB$ sur 10 $m$ afin d'analyser les performances du système en terme de probabilité de détection en fonction de la portée (distance R) sous l'influence du rapport cyclique $R_{c_{min}}$ et du nombre d'impulsions $n_{p_{min}}$ sur un seuil $P_{fa} = 10^{-6}$ de fausse alarme selon le théorème de Neyman Pearson.

### 4.3.1 Variation du rapport cyclique

1. **Calcul du rapport cyclique et représentation des signaux émis et reçus**

L'expression du SNR [9, p. 64] est définie telle que :

$$\text{SNR} = \frac{P_{r_{i,j}}}{N_0} = \frac{NP_{av}TG^2\sigma_j\lambda_0^2}{(4\pi)^3N_0TR_i^4} \tag{4.67}$$

avec

$$\begin{cases} P_{av} = P_{cw} = \dfrac{T_{CPI}}{T}P_t & : \text{Puissance moyenne transmise} \\ R_c = \dfrac{T_{CPI}}{T} & : \text{Rapport cyclique} \end{cases} \tag{4.68}$$

En tenant compte des expressions (4.68), l'expression (4.67) peut s'écrire

$$\text{SNR} = \frac{P_{r_{i,j}}}{N_0} = \frac{NR_cP_tTG^2\sigma_j\lambda_0^2}{(4\pi)^3N_0TR_i^4} \tag{4.69}$$

d'où l'expression du rapport cyclique ci-dessous

$$R_c = \frac{\text{SNR}(4\pi)^3N_0R_i^4}{NP_tG^2\sigma_j\lambda_0^2} \tag{4.70}$$

Par exploitation des paramètres ci-dessous

$$\begin{cases} P_t = P_{t_{min}} = 1.054\,mW = 0.2278\,dBmW \\ G = 15\,dBi \\ T = 1\mu s, \text{donc } T_{Total} = TR_cN \\ B = 79.02\,MHz \Rightarrow N_0 = -122\,dBW \text{ sur } F = 3\,dB \\ N = 10^3 \end{cases} \tag{4.71}$$

Les valeurs de $R_c$ obtenues par (4.70) et (4.71) sont présentées dans le tableau ci-dessous ainsi que le temps de transmission total des signaux tels que définis dans le tableau ci-dessous.

Tableau 4.5 Valeur des rapports cycliques et temps de tranmission

| $\text{SNR} = 8\,dB,\ R = 10\,m$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j$ (en degré) | 0 | 20 | 40 | 60 |
| $R_c$ (%) | 0.37 | 0.48 | 1.19 | 9.6 |
| $T_{Total} = TR_cN$ (en $\mu s$) | 3.7 | 4.8 | 11.9 | 96 |

A partir du rapport cyclique obtenu, la figure 4.13 montre une illustration graphique entre $T_{TCPI}$ et $T$ sur les différents signaux pouvant être transmis.

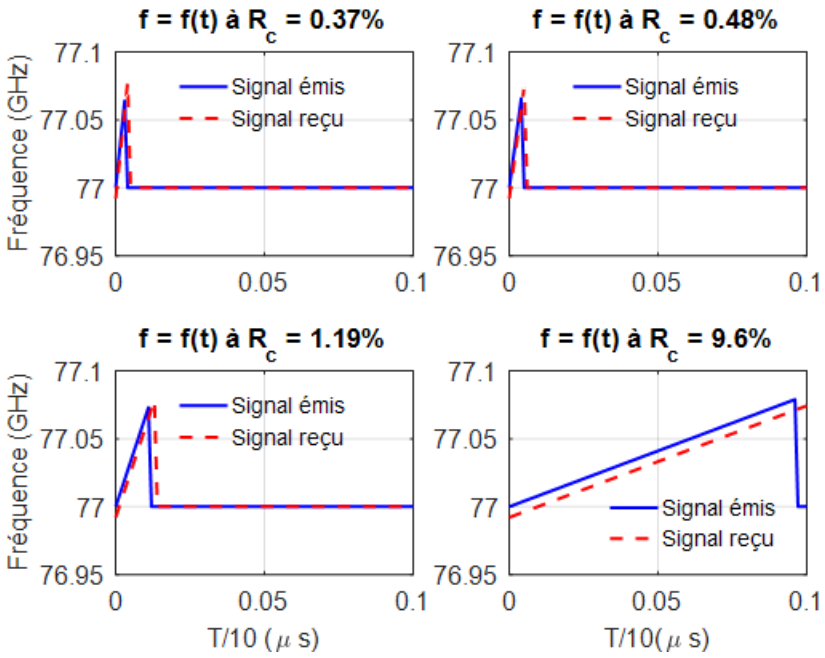



Figure 4.13 Fréquence en fonction du temps pour diverses valeurs de $R_c$

2. **Analyses des performances sur $P_d$**

   Les valeurs de $R_c$ ainsi obtenues permettent de déterminer les performances du système en terme de probabilités de détection. À cet effet, par application des équations (3.31), (3.35), (3.36) et du théorème de Parl (annexe A), la probabilité de détection est calculée et les graphiques de la figure 4.14 sont obtenues.

   Par lecture de ces graphiques, nous observons que pour une $P_d \geq 99\%$ et selon le balayage angulaire des ondes incidendes sur la cible, la plage de détection maximale varie entre

   (a) $12.2\,m < R_{max} < 27.5\,m$, à 0°

   (b) $11.4\,m < R_{max} < 25.7\,m$, à 20°

   (c) $9.1\,m < R_{max} < 20.6\,m$, à 40°

   (d) $5.4\,m < R_{max} < 12.2\,m$, à 60°

   Sur l'ensemble de ces courbes (figure 4.14), il est clair de constater que plus le rapport cyclique augmente, plus la portée et la probabilité de détection augmentent également. En effet, un balayage angulaire de 60° à 0° entraine une plage de détection maximale de $5.4\,m < R_{max} < 27.5\,m$. De même, plus la SER augmente, plus la plage de détection augmente également.

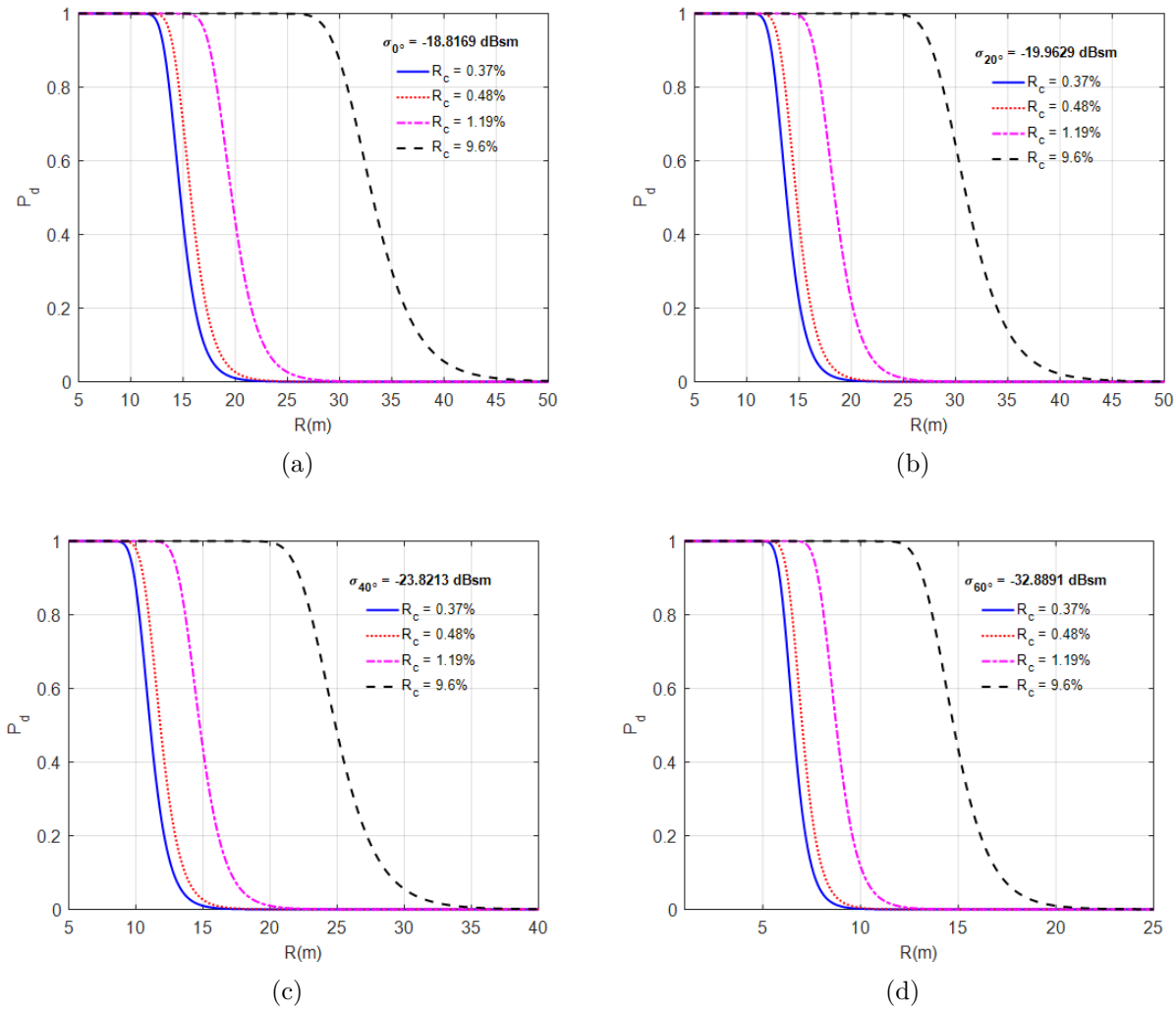



Figure 4.14 $P_d$ en fonction de $R$ pour chaque valeur de $R_c$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

### 4.3.2 Variation du nombre d'impulsions

Avec $n_p$ impulsions on a [9, p. 238] :

$$\text{SNR} = \frac{NP_t n_p R_c T G^2 \sigma_j \lambda_0^2}{(4\pi)^3 N_0 T R_i^4} = \frac{NP_t (n_p T_{CPI}) G^2 \sigma_j \lambda_0^2}{(4\pi)^3 N_0 T R_i^4} = \frac{P_{r_{i,j}}}{N_0} \tag{4.72}$$

1. **Calcul du nombre d'impulsions pour** $R_c = 50\%$
   Suite à l'expression (4.72), le nombre d'impulsions se détermine par l'expression

$$n_p = \frac{\text{SNR}(4\pi)^3 N_0 R_i^4}{NP_t R_c G^2 \sigma_j \lambda_0^2} \tag{4.73}$$

d'où l'obtention du nombre d'impulsions ainsi que le temps de transmission des signaux émis présentés dans le tableau ci-dessous. (4.71)

Tableau 4.6 Nombres d'impulsions et temps de transmission

| SNR $= 8\,dB$, $R = 10\,m$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j$ (en degré) | 0 | 20 | 40 | 60 |
| $n_p$ | 1 | 1 | 2 | 19 |
| $T_{Total} = Tn_pN$ (en ms) | 1 | 1 | 2 | 19 |

A partir du nombre d'impulsions obtenu, la figure 4.15 montre une illustration graphique entre $T_{CPI}$, $T$ et $n_p$ sur les signaux pouvant être transmis.

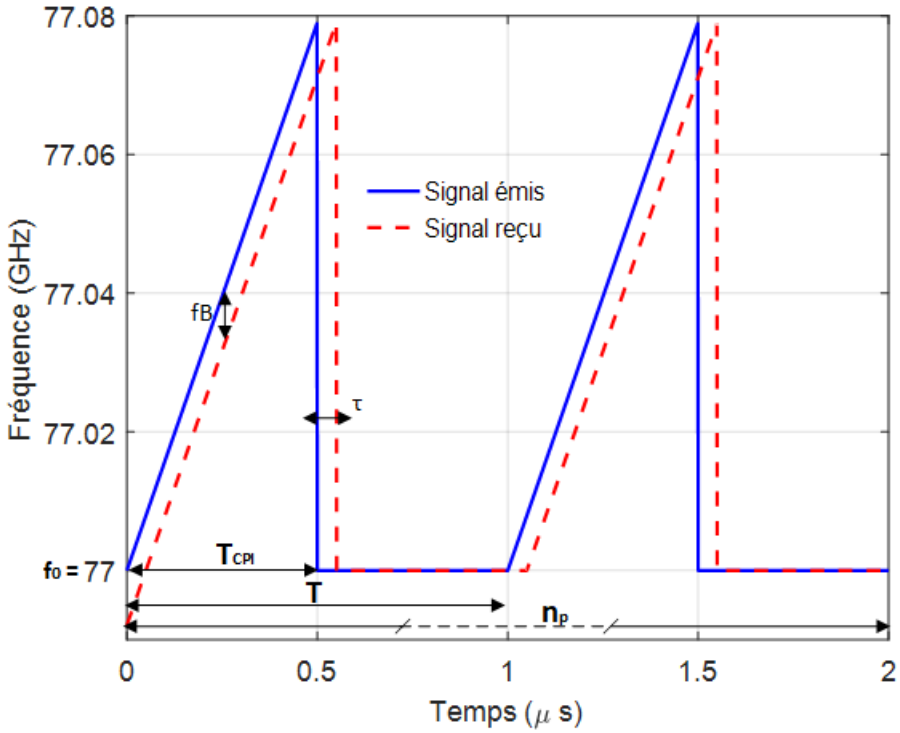



Figure 4.15 Fréquence en fonction du temps pour $n_p$ signaux transmis

2. **Analyse des performances sur $P_d$**

   Le nombre d'impulsions étant déterminé, il est question d'analyser les performances du système vis-à-vis de la probabilité de détection en fonction de la portée. À cet effet, par application des équations (3.31), (3.35), (3.36) et du théorème de Parl (annexe A), la probabilité de détection est calculée et les graphiques de la figure 4.16 ci-dessous sont obtenues.

Suite au balayage angulaire des ondes incidentes et par lecture des graphiques (figure 4.15) sur une $P_d \geq 99\%$, il est claire de constater que la plage de détection maximale varie de

(a) $41.5\,m < R_{max} < 86.7\,m$, à $0°$

(b) $38.9\,m < R_{max} < 81.2\,m$, à $20°$

(c) $31.1\,m < R_{max} < 65\,m$, à $40°$

(d) $18.4\,m < R_{max} < 38.5\,m$, à $60°$

Tout comme précédemment avec le rapport cyclique, la portée ou plage de détection augmente au fur et à mesure qu'il y a plus d'impulsion à transmettre, ce qui notamment garantit une grande probabilité de détection. En bref, un balayage angulaire de $60°$ à $0°$, entraine une plage de détection maximale de $18.4\,m$ à $86.7\,m$.

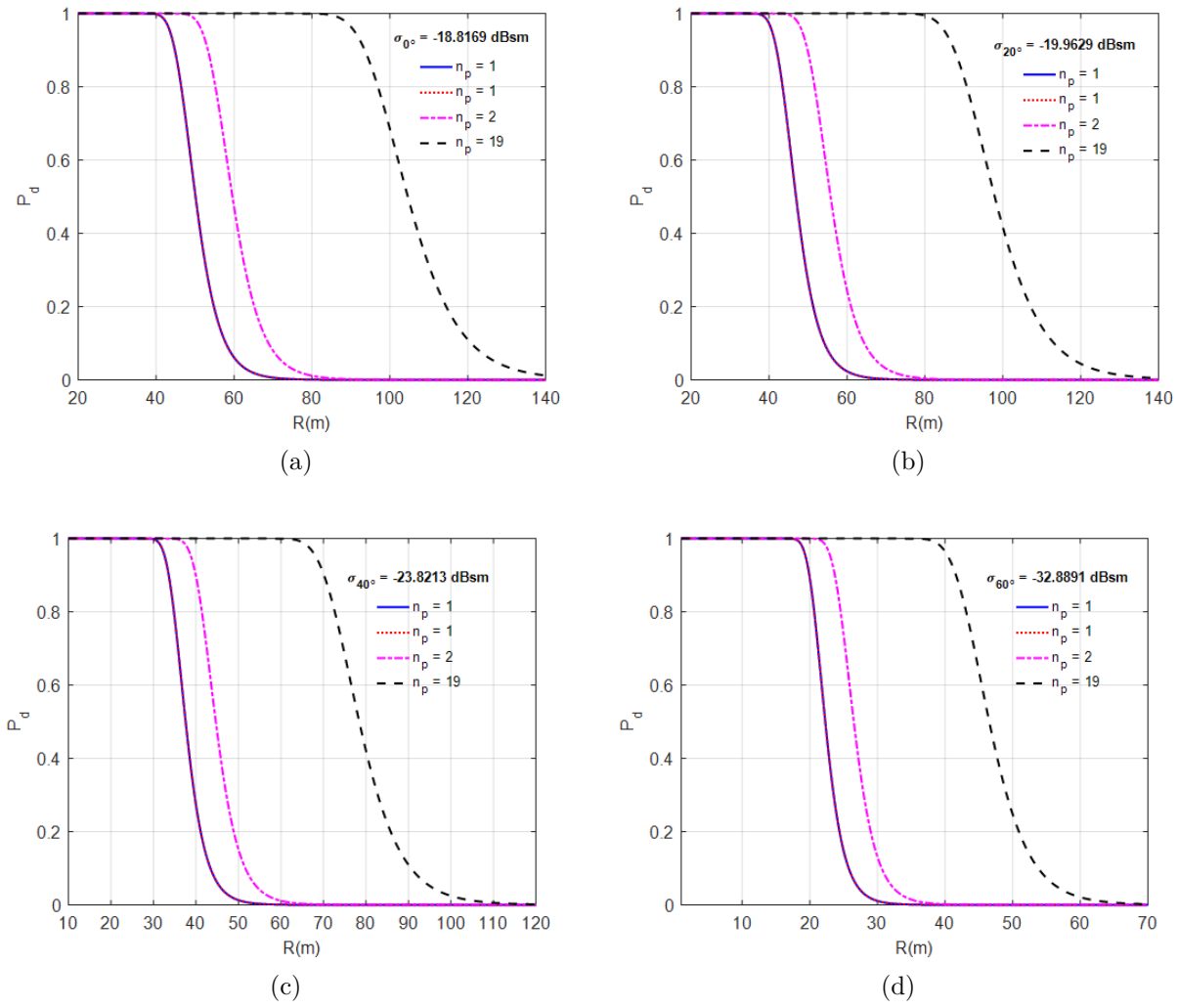



Figure 4.16 $P_d$ en fonction de $R$ pour chaque valeur de $n_p$ : (a) à 0° , (b) à 20°, (c) à 40°, (d) à 60°

## 4.4 Conclusion

En guise de conclusion, vu que les valeurs de la SER dépendent de l'angle d'incidence des signaux, nous constatons que sur incidence normale, la valeur de la SER augmente ce qui permet de garantir les bonnes performances du système tant au niveau du spectre de fréquence sur les lobes principaux, qu'au niveau d'amplitude du signal écho et sur la probabilité de détection vis-à-vis de la portée. Cette valeur importante de la SER garantit également une grande portée ou plage de détection aussi bien en variation de rapport cyclique qu'en variation du nombre d'impulsions.

Les brusques variations de la SER tout comme les légères variations (entre 0° et 20°) de celle-ci

influencent significativement les performances du système en terme de probabilité de détection vis-à-vis de la portée, du SNR et de la puissance reçue. Donc, la dégradation significative ou minimale de la SER engendre les dégradations des performances du système. Ainsi, une dégradation minimale d'environ 1 $dBsm$ entre 0° et 20° fait apparaitre une dégradation assez considérable de la portée maximale du système. Ceci dit, pour la variation du rapport cyclique, cette dégradation est d'environ $0.8m$ à $1.8m$ et en variation du nombre d'impulsions elle est de $2.6\,m$ à $5.5\,m$.

En FMCW, le nombre d'impulsions et le rapport cyclique permettent d'améliorer les performances du système en terme de probabilité de détection et de portée (plage de détection). Par contre, les performances en terme de probabilité de détection vis-à-vis de la portée pour $P_d \geq 99\%$ sont trois fois plus importantes avec la variation du nombre d'impulsions qu'avec la variation du rapport cyclique. De même, le temps de transmission avec le nombre d'impulsions est beaucoup plus long (environ 198 à 270 fois) qu'avec le rapport cyclique.

Sur $10\,m$, la sortie du modulateur FMCW rencontre des bons niveaux de tension lorsque la cible est sous incidence normale (0 degré). En ce qui concerne le type de traitement des signaux, celui étroit à filtre adapté maximise le SNR car peu importe la valeur de la SER, son amplitude de sortie est supérieure à celle du traitement étendu (Corrélation active).

# CHAPITRE 5 ESTIMATION DES MESURES DE POSITIONNEMENT ANGULAIRE

Le chapitre sur la modulation FMCW étant complété, il sera question dans ce chapitre de déterminer la direction spatiale du signal reçu lorsque la cible réfléchit l'onde électromagnétique reçue en provenance du radar. À cet effet, l'estimation angulaire est capitale et est essentiellement basée sur l'estimation de la direction d'angle d'arrivée (DOA).

Dans ce chapitre, quelques notions théoriques de bases seront abordées sur les techniques d'estimation du DOA les plus utilisées à savoir MUSIC et ESPRIT de part leur bonne résolution et précision [21] ; par la suite, la mesure des angles d'arrivée aux sorties des deux structures de traitement FMCW discutées dans le précédent chapitre est abordé et enfin, l'estimation de ces angles par simulation MATLAB des algorithmes MUSIC et ESPRIT suivi des analyses des résultats est effectuée.

## 5.1 Introduction à l'estimation du DOA

Compte tenu d'une large application du traitement des réseaux des signaux d'antennes, ledit traitement a pour objectif de renforcer les signaux utiles reçus par le réseau d'antennes, de limiter les interférences et le bruit pour enfin obtenir les paramètres du signal utile nécessaire pour l'estimation du DOA et le beamforming adaptatif. L'estimation du DOA pour des spectres linéaires est basée sur la transformée de Fourier. L'algorithme du DOA ainsi que son estimation se développe sur un bruit spatial gaussien et coloré ou non gaussien ou un bruit blanc gaussien. La limitation de la haute résolution du DOA est dûe aux conditions inconnues du canal, car lors du traitement d'un ensemble de signaux, le réseau d'antennes reçoit plusieurs signaux venant d'une seule source. À cet effet, le signal de la source est complètement inconnu ainsi que la transmission du canal.

## 5.2 Connaissance de base de l'estimation du DOA

### 5.2.1 Structure d'un système d'estimation du DOA

La structure d'estimation du DOA s'appuie sur trois éléments principaux : les signaux incidents spatiaux, le réseau de récepteur et les paramètres d'estimation. À cet effet, l'espace d'analyse peut être divisé en trois étages tels que :

— **Etage cible**, constitué des signaux sources

— **Etage d'observation**, étage récepteur des signaux réfléchis venant de l'étage cible.

— **Etage d'estimation**, qui utilise les techniques d'estimation spectrale

### 5.2.2 Principe de base de l'estimation du DOA

La cible estimée du DOA génère $N$ signaux de données ou échantillons qui sont utilisés par un algorithme spécifique pour estimer la valeur angulaire des multiples signaux. La différence de chemin existe lorsqu'un même signal arrive sur les différents éléments du réseau d'antennes. Cette différence de chemin conduit à une différence de phase entre les éléments du réseau. Ainsi, à travers cette différence de phase du signal entre les éléments du réseau, on peut estimer l'Azimut du signal qui est le principe de base de l'estimation du DOA. Par illustration sur la figure 5.1, entre deux antennes d'un même réseau, nous déterminerons le délai et la différence de phase.

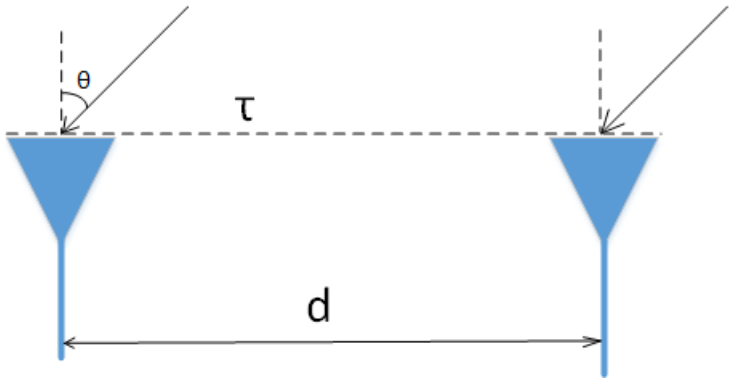



Figure 5.1 Illustration d'un réseau d'antenne

$d$ est la distance entre les deux éléments du réseaux d'antennes, $c = 3 \times 10^8\, m/s$ est la vitesse de la lumière dans le vide, $\theta$ est l'angle d'incidence du signal sur le réseau d'antenne et enfin $\tau$ le délai des signaux reçus par le réseau d'éléments tels que [14] :

$$\tau = \frac{d \sin\theta}{c} \tag{5.1}$$

Le phaseur entre les éléments du réseau en tenant compte de l'équation (5.1) est

$$\phi = e^{-j\omega\tau} = e^{-j\omega \dfrac{d \sin\theta}{c}} = e^{-j2\pi f \dfrac{d \sin\theta}{\lambda_0 f_0}} \tag{5.2}$$

Dans le cas où $f = f_0$, l'équation (5.3) s'écrit

$$\phi = e^{-j2\pi \frac{d \sin\theta}{\lambda_0}} \tag{5.3}$$

### 5.2.3 Considérations et modèles mathématiques de l'estimation du DOA

Pour une simulation MATLAB de l'estimation du DOA, les six considérations suivantes doivent être prises en compte :

- Toutes les sources de signaux ont la même polarisation, sont indépendantes et sont à bande étoite sur une fréquence centrale $f_0$
- Le réseau d'antenne est linéairement espacé et contient $n$ éléments tels que $n > N_s$ (nombre de source). Tous les éléments ont les mêmes caractéristiques et sont isotropes dans chaque direction.
- L'espacement entre les éléments du réseau d'antenne est tel que $d < \frac{\lambda}{2}$. Le cas critique est à $d = \frac{\lambda}{2}$
- Chaque élément d'antenne est dans la source de champ lointain. En d'autres termes, tous les signaux provenant des sources de signaux sont une onde plane.
- Pas de corrélation entre les éléments du réseau et les sources d'antennes. Le bruit $n(t)$ est blanc et gaussien de moyenne nulle.
- Chaque branche réceptrice a les mêmes caractéristiques.

Une approche ou modèle mathématique de l'estimation du DOA va du signal du front d'onde à la réponse du $m^{\text{ème}}$ élément du réseau dans le but d'avoir l'expression matricielle des signaux du réseau. Soit $i$, le nombre de sources des signaux sur le réseau d'antennes tels que $i = 1, 2, 3, \ldots, N_s$. Le signal $S_i$ est le signal de front d'onde à bande étroite dont l'expression est [21]

$$S_i(t) = s_i(t) e^{j\omega_i(t)} \tag{5.4}$$

Par analogie à l'équation (4.16) du chapitre 4, $s_i(t)$ est l'enveloppe complexe de $S_i(t)$ et $\omega_i(t)$ sa la pulsation angulaire, tel que

$$\omega_i = \omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} \tag{5.5}$$

avec $c = 3 \times 10^8\, m/s$ la célérité de la lumière dans le vide et $\lambda$, la longueur d'onde. En tenant compte du délai tel qu'illustré à la figure 5.1, nous dirons que $s_i(t-\tau) \approx s_i(t)$, d'où le signal de front d'onde, en tenant compte du retard, s'écrit

$$S_i(t-\tau) = s_i(t-\tau) e^{j\omega_0(t-\tau)} = s_i(t) e^{j\omega_0(t-\tau)} \tag{5.6}$$

Le premier élément du réseau étant pris comme point de référence, à l'instant $t$, le signal d'induction de l'élément du réseau $m(m = 1, 2, \ldots, n)$ de $n$ éléments, a pour expression l'équation ci-dessous à partir de la $i^{ème}$ source de signal dans le réseau linéaire espacé.

$$B_i s_i(t) e^{-j(m-1)\frac{2\pi d \sin\theta_i}{\lambda}}. \tag{5.7}$$

avec $B_i$, l'impact du réseau d'éléments identiques $m$ sur la source de signal. Les éléments du réseau n'ayant pas de direction, $B_i = 1$. $\theta_i$ est la direction d'angle du signal source $i$ et $(m-1)\frac{d \sin\theta_i}{\lambda}$ est la différence de phase du signal causée par la différence de chemin entre le $n^{ème}$ élément du réseau.

En tenant compte de l'équation (5.7) du signal d'induction dans le réseau, le signal de sortie dans le réseau linéaire est sous la forme

$$X_m(t) = \sum_{i=1}^{N_s} s_i(t) e^{-j(m-1)\frac{2\pi d \sin\theta_i}{\lambda}} + n_m(t). \tag{5.8}$$

En posant, $A_m(\theta_i) = e^{-j(m-1)\frac{2\pi d \sin\theta_i}{\lambda}}$ comme réponse du $m^{ème}$ élément du réseau du signal de la source $i$, on obtient une nouvelle expression de (5.8) tel que

$$X_m(t) = \sum_{i=1}^{N_s} A_m(\theta_i) s_i(t) + n_m(t). \tag{5.9}$$

dans laquelle, le plus fort signal de la source de signaux $i$ est $S_i$. À cet effet, l'expression matricielle de $X_m$ s'écrit tel que [21]

$$X = AS + n. \tag{5.10}$$

avec

$$\begin{cases} X = [X_1(t), X_2(t), \ldots, X_n(t)]^T \\ S = [S_1(t), S_2(t), \ldots, S_{N_s}(t)]^T \\ A = [A(\theta_1), A(\theta_2), \ldots, A(\theta_{N_s})]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ e^{-j\varphi_1} & e^{-j\varphi_2} & \ldots & e^{-j\varphi_{N_s}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-j(n-1)\varphi_1} & e^{-j(n-1)\varphi_2} & \ldots & e^{-j(n-1)\varphi_{N_s}} \end{bmatrix} \\ n = [n_1(t), n_2(t), \ldots, n_n(t)]^T : \quad \text{Vecteur ou sous espace bruit blanc et gaussien} \end{cases} \tag{5.11}$$

avec

$$\varphi_i = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_i. \tag{5.12}$$

De (5.12), l'estimation des angles de direction du spectre spatial des sources $i$ est

$$\tilde{\theta}_i = \arcsin\left(\frac{\lambda\varphi_i}{2\pi d}\right) \tag{5.13}$$

### 5.2.4 Facteurs influents l'estimation du DOA

A travers la modélistaion mathématique de la section précédente (5.2.3), nous constatons que l'estimation du DOA est influencée par quatre facteurs principaux à savoir [21] :

- **Le nombre d'éléments ($n$) du réseau d'antennes** affecte la résolution sur les performances d'estimation.
- **L'espacement ($d$)** entre les éléments du réseau d'antennes.
- **le nombre d'échantillons ($N$) ou snapshots**. Dans le domaine temporel, le nombre de snapshots est défini comme le nombre d'échantillons par contre dans le domaine fréquentiel, il est défini comme le nombre de sous-segment temporel de transformée discrète de Fourier (DFT [1])
- **Le SNR** qui affecte directement la performance de la super résolution [2] de l'estimation du DOA. A faible SNR, les performances de l'algorithme de super résolution diminuent considérablement.

1. Transformée de Fourier dans le domaine discret
2. Désigne le processus qui consiste à améliorer le niveau de détail, d'une image ou d'un système d'acquisition.

### 5.2.5 Etapes d'implémentation des algorithmes

Il existe une multitude d'algorithmes d'estimations angulaires du spectre des signaux. Par contre, les plus utilisés sont MUSIC et ESPRIT bien que leurs modes d'implémentation et d'estimation sont différentes [21]. À cet effet, avant de dégager les différents modes d'implémentations de ces deux algorithmes, il serait souhaitable de faire une brève description sur chacun d'entre eux à travers les paragraphes suivants.

L'idée de base de l'algorithme MUSIC consiste à conduire à une décomposition caractéristique pour la matrice de covariance de toutes les données de sortie du réseau. Ce qui manifestement entraine un sous espace de signal orthogonal avec un sous espace de bruit correspondant aux composants du signal. Ces deux sous espaces sont utiles pour constituer une fonction de spectre par la recherche de pics spectral et détecter les signaux DOA. Ceci dit, MUSIC exploite les propriétés du sous-espace bruit et est utilisé pour des réseaux avec une géométrie arbitraire connue. De plus, MUSIC est une implémentation unidirectionnelle [3] et partage le même caractère avec la méthode de vraisemblance maximale.

Comparativement à MUSIC, ESPRIT donne un résultat direct et numérique du DOA sans rechercher les pics d'où le calcul du MSE [4]. De même, il estime le DOA des signaux par rapport à une translation d'un système de capteurs (voir figure 5.2) et se base sur les propriétés d'invariance rotationnelle d'un réseau linéaire d'antennes. La méthode ESPRIT ne s'applique qu'à des réseaux linéaires et régulièrement espacés c'est à dire des réseaux qui sont invariants par translation en dimension 1 et enfin, ESPRIT est moins sensible au bruit, car il n'exploite que les propriétés du sous espace signal.

1. **MUSIC**

   Les étapes d'implémentation de l'algorithme MUSIC s'élaborent en quatre phases à savoir [21] :

   — Estimation de la matrice de covariance basée sur les N vecteurs des signaux reçus

   $$R_x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i)X^H(i) \tag{5.14}$$

   — Décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance. En tenant compte de l'équation (5.10) du signal de sortie dans le réseau linéaire, on a

   $$R_x = AR_sA^H + \sigma^2 I \tag{5.15}$$

3. Mise en oeuvre dans une seule direction
4. Mean Square Error : Erreur quadratique moyenne

— Comparaison de valeurs propres et vecteurs propres pour obtenir la matrice de bruit $E_n$ qui représente les restes $n - N_s$ des valeurs propres $V_j$ avec $n$ le nombre d'éléments du réseau d'antennes tels que

$$E_n = [V_{n+1}, V_{n+2}, \cdots, V_{N_s}] \tag{5.16}$$

Faire varier $\theta$ puis calculer la fonction de spectre définie par

$$P_{music}(\theta) = \frac{1}{A^H(\theta) E_n E_n^H A(\theta)} \tag{5.17}$$

et enfin obtenir les valeurs estimées du DOA en recherchant les pics dans le spectre.

2. **Notions de base sur ESPRIT**
Soient deux réseaux d'antennes $X$ et $Y$ identiques et déplacés d'un vecteur $\Delta$. La mesure des angles s'obtiendra par rapport au déplacement $\Delta$. ESPRIT, à cet effet, calcule le DOA par rapport à un déplacement linéaire du réseau. En général, il est simple de travailler avec un seul réseau de $M$ antennes qu'on peut décomposer en deux sous réseau $X$ et $Y$ de dimension $M - 1$. [21]
$\Delta$ correspond donc à l'écart entre deux antennes tel qu'indiqué dans la figure 5.2

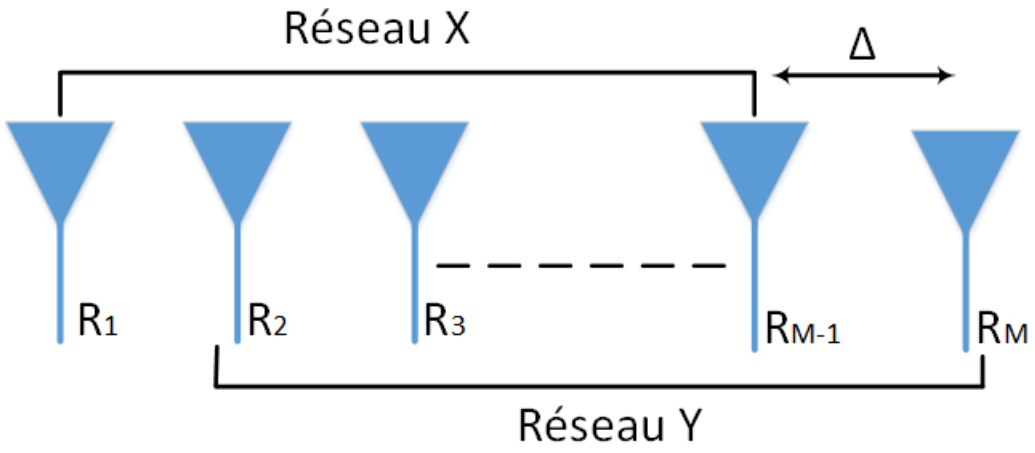



Figure 5.2 Réseau linéaire d'antennes

Le raisonnement de base d'ESPRIT est similaire à celui de MUSIC à la seule différence qu'au lieu de calculer la SVD (Singular Value Decomposition) d'une matrice d'autocorrélation et parcourir un spectre, on fait deux SVD des matrices $R_x$ et $R_y$ puis on cherche la matrice de

permutation permettant de passer de l'une à l'autre. Le réseau $X$ a pour expression [21].

$$X(t) = A(\theta)S(t) + B(t) \tag{5.18}$$

le signal capté par le sous réseau $Y$ est

$$Y(t) = A(\theta)\varphi S(t) + B(t) \tag{5.19}$$

avec $\varphi$ la matrice diagonale de $L \times L$ dimensions. Soit $\psi$, une transformation non singulière, on a la relation suivante [21] :

$$U_Y = U_X\psi \tag{5.20}$$

$U_X$ et $U_Y$ sont deux matrices de dimensions $(M-1) \times L$ avec des colonnes correspondants aux vecteurs propres des matrices de covariance $R_x$ et $R_y$. Les matrices $U_X$ et $U_Y$ sont liées à $A(\theta)$ par une transformation $T$, telle que

$$U_X = AT \tag{5.21}$$

et

$$U_Y = A\varphi T \Rightarrow \varphi = T\psi T^{-1} \tag{5.22}$$

Donc les valeurs propres de $\psi$ sont les éléments diagonaux de $\varphi$ et les colonnes de $T$ sont les vecteurs propres de $\psi$. Les angles estimés se trouvent par la relation

$$\tilde{\theta_n} = \arccos\left(\frac{arg(\lambda_l)}{2\pi\Delta}\right) \tag{5.23}$$

avec $\lambda_l$, valeur propre de $\psi$.

En effet, au vu de ces équations, les étapes d'implémentation de l'algorithme ESPRIT se font sur les phases suivantes :

- Génération des données,
  - Matrice des $T$ signaux d'entrées
  - Matrice de réseaux $A$
  - Signal de données avec ajout du bruit blanc Gaussien
- Matrice d'autocorrélation du signal arrivant sur le réseau,
- Fonction de localisation pour la détermination du DOA,
- Calcul du MSE entre le DOA réel ($\theta$) et celui estimé ($\tilde{\theta}$) afin de quantifier l'erreur quadratique moyenne d'estimation. Les valeurs de $\tilde{\theta}$ générées par ESPRIT étant discrètes,

le MSE effectué sur $K = 1000$ expériences a pour expression [16, p. 29] :

$$MSE = E\{(\theta - \tilde{\theta})^2\} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K=1000} (\theta - \tilde{\theta}_i)^2 \tag{5.24}$$

## 5.3 Résultats de simulation MUSIC - ESPRIT et analyses

Dans cette section, il est question d'analyser les résultats obtenus pour chaque type de circuit de traitement FMCW. Les angles à estimer seront donc mesurés à la sortie de ces deux structures FMCW enfin d'être estimés par les algorithmes MUSIC et ESPRIT.

Cette estimation se fera en fonction des paramètres pouvant influencer les performances d'estimation tels que définis dans la section 5.2.4. Les paramètres de bases pour la simulation sont les suivants :

$$\begin{cases} \text{Une cible placée aux différents angles } 0°,\ 20°,\ 40° \text{ et } 60° \text{ des faisceaux incidents} \\ f_0 = 77\,GHz, \text{ fréquence du signal central ou porteuse émise par le Radar} \\ \lambda = \frac{c}{f_0}, \text{ longueur d'ondes} \\ \omega = 2\pi f, \text{ pulsation du signal utile, avec } f = \dfrac{1}{T} = 1\,MHz,\ T = 1\mu s. \end{cases}$$

L'évaluation des performances de l'algorithme MUSIC se basera sur le nombre d'éléments dans le réseau d'antenne ($n$), l'espacement ($d$) entre ces éléments, le nombre d'échantillons ($N$) et la variation du SNR car MUSIC s'applique sur des réseaux d'antennes à géométrie arbitraire. ESPRIT, comparativement à MUSIC, effectue sa technique d'estimation uniquement sur des réseaux invariants, linéaires et régulièrement espacés ; l'estimation d'ESPRIT se fera sur la variation du nombre d'éléments dans le réseau d'antennes et le SNR.

### 5.3.1 MUSIC

#### Variation du nombre ($n$) d'éléments

Dans les applications prtiques, les prototypes radars utilisent des réseaux d'antennes de 16 éléments avec un espacement $d = \lambda/2$ [22] . À cet effet, pour simulation de l'algorithme MUSIC avec variation du nombre d'éléments (voir figure 5.3(a)), nous choisissons $n = 8$, 12 et 16 éléments avec des paramètres fixes suivants :

$$\begin{cases} d = \lambda/2 \\ SNR = 8\,dB \\ N = 210, \text{nombre d'échantillons maximal choisi par référence au traitement étendu} \end{cases}$$

**Variation de l'espacement ($d$) entre les éléments**

Partant de l'espacement critique $d = \lambda/2$ entre les éléments d'un réseau d'antennes, la simulation par la variation d'espacement des éléments du réseau s'est effectuée pour des valeurs de moitié et de double par rapport à $d$ à savoir $d/2 = \lambda/4$ et $2d = \lambda$. Enfin, les valeurs d'espacement choisies sont : $d = \lambda/4, \lambda/2$ et $\lambda$, ce qui permet d'obtenir le graphe de la figure 5.3(b) sous les valeurs fixes suivantes :

$$\begin{cases} n = 16, \text{nombre d'éléments dans le réseau d'antennes} \\ SNR = 8\,dB \\ N = 210, \text{nombre d'échantillons maximal choisi par référence au traitement étendu} \end{cases}$$

**Variation du SNR**

Par cohérence avec les différentes sections du projet, le rapport signal sur bruit minimal requis utilisé est de $8\,dB$. À cet effet, nous choisissons les valeurs à haut SNR (SNR $= 8\,dB$), à SNR nul et à faible SNR (SNR $= -8\,dB$) pour effectuer la simulation de l'algorithme MUSIC (voir figure 5.3(c)) avec des paramètres fixes suivants :

$$\begin{cases} d = \lambda/2 \\ n = 16, \text{nombre d'éléments dans le réseau d'antennes} \\ N = 210, \text{nombre d'échantillons maximal choisi par référence au traitement étendu} \end{cases}$$

**Variation du nombre $N$ d'échantillons**

Par référence au circuit de traitement étendu et étroit, le nombre d'échantillons mis en évidence est $N = 210$, nombre maximum d'échantillons pour traitement étendu, $N = 158$, nombre minimum d'échantillons pour traitement étroit et enfin la moyenne du nombre d'échantillons entre ces deux valeurs telle que $N_{moy} = 158$. Le graphique de la figure 5.3(d) a donc été obtenu pour les paramètres fixes suivants :

$$\begin{cases} d = \lambda/2 \\ n = 16, \text{nombre d'éléments dans le réseau d'antennes} \\ SNR = 8\,dB \end{cases}$$

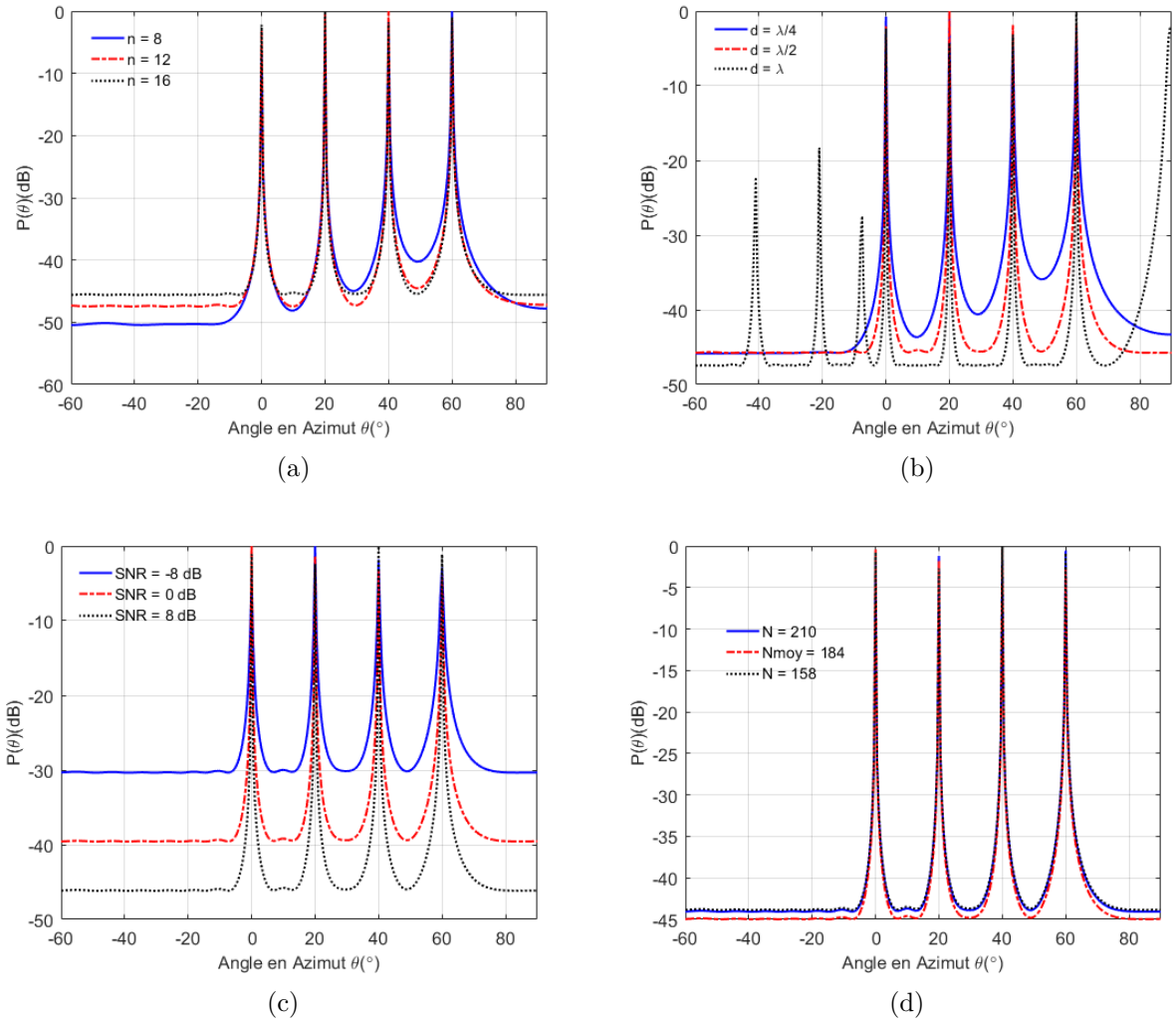



Figure 5.3 Fonctions de spectre de MUSIC : (a) variation du nombre d'éléments dans le réseau , (b) variation de l'espacement entre les éléments, (c) variation du SNR, (d) variation du nombre d'échantillons

Par analyse de ces graphiques, nous constatons que les faisceaux sont étroits et directifs lorsque $n$, $d$, $SNR$ et $N$ augmentent, ce qui rend meilleur l'estimation aux angles correspondants. De plus, lorsque $d$ est supérieure à la distance critique ($d = \lambda/2$), il y a présence de faux positifs et à haut SNR (SNR $= 8\,dB$), on assiste à une bonne résolution spectrale.

### 5.3.2 ESPRIT

En algorithme ESPRIT, l'estimation sera appréciée numériquement avec des valeurs ponctuelles et le $MSE$ qui quantifiera l'erreur quadratique moyenne entre le $DOA$ réel et le $DOA$ estimé. Cette étude tiendra sur deux paramètres tels que la variation du nombre d'éléments

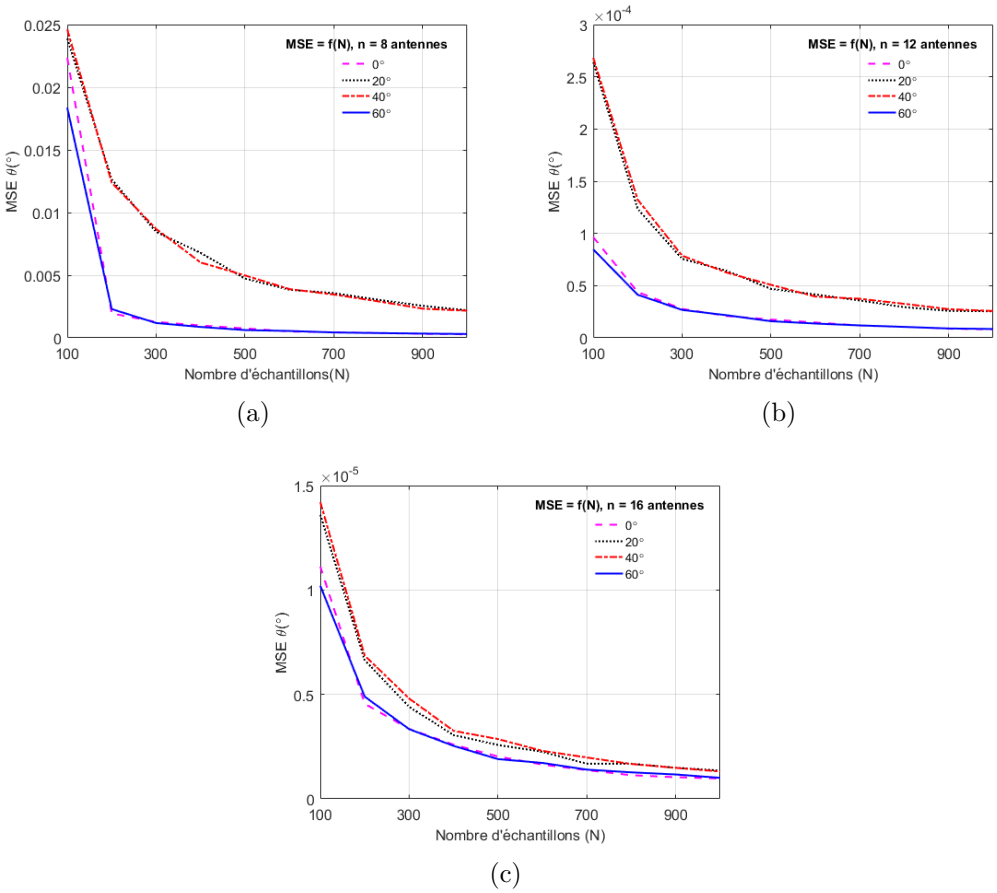
dans le réseau d'antennes et le SNR.

### Variation du nombre ($n$) d'éléments

Pour des valeurs $n = 8, 12, 16$, choisis précédement (voir section 5.3.1) nous obtenons les résultats suivants (figures 5.4). Le tableau ci-dessous donne les valeurs des angles estimés et ceux des angles réels $\beta$ dans les conditions suivantes : SNR $= 8\,dB$ et $d = \lambda/2$, .

Tableau 5.1 Valeurs des angles estimés pour $n$ nombres d'éléments

| SNR $= 8\,dB$, $d = \lambda/2$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\beta$ | 0° | 20° | 40° | 60° |
| $\sigma_j(\,dBsm)$ | -18.8169 | -19.9629 | -23.8213 | -32.8891 |
| DOA estimé à n = 8 | $-0.7°$ | 15.5° | 33.9° | 59.5° |
| DOA estimé à n = 12 | 0° | 19.8° | 39.8° | 60° |
| DOA estimé à n = 16 | 0° | 19.9° | 40° | 60° |




(a) (b)

(c)

Figure 5.4 $MSE$ à : (a) $n = 8$ , (b) $n = 12$, (c) $n = 16$

En observant les graphes de la figure 5.4, nous pouvons faire les analyses suivantes :

— Le $MSE$ diminue considérablement lorsque le nombre d'échantillon augmente.

— Une bonne estimation lorsque $n$ augmente. À cet effet, le $MSE$ est d'ordre $10^{-5}$ pour $n = 16$, nombre d'éléments dans le réseau d'antennes d'un radar typique en onde millimétrique ($77\,GHz$) avec espacement $d = \lambda/2$. Ce résultat traduit une bonne résolution telle que le montre le tableau 5.1 pour les valeurs du DOA estimé à $n = 16$.

— Les erreurs d'estimation à 0° et 60° sont faibles comparativement à 20° et 40° et cet écart plus observé à $n = 12$ relève des erreurs numériques d'estimation.

### Variation du SNR

Les valeurs de SNR mises en évidence pour évaluer les performances d'estimation sont $-8\,dB$, $0\,dB$ et $8\,dB$. Dans les conditions suivantes : $n = 16$ et $d = \lambda/2$, les angles ont été estimés et présentés dans le tableau ci-dessous. De même, les courbes caractéristiques du $MSE$ sont présentées à la figure 5.5.

Tableau 5.2 Valeurs des angles estimés pour des valeurs de SNR

$n = 16$, $d = \lambda/2$

| $\beta$ | 0° | 20° | 40° | 60° |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_j(\,dBsm)$ | -18.8169 | -19.9629 | -23.8213 | -32.8891 |
| DOA estimé à SNR $= -8\,dB$ | $-0.7°$ | 20° | 39.9° | 60.3° |
| DOA estimé à SNR $= 0\,dB$ | $-0.1°$ | 19.8° | 40.3° | 59.9° |
| DOA estimé à SNR $= 8\,dB$ | 0° | 20.1° | 40° | 60° |

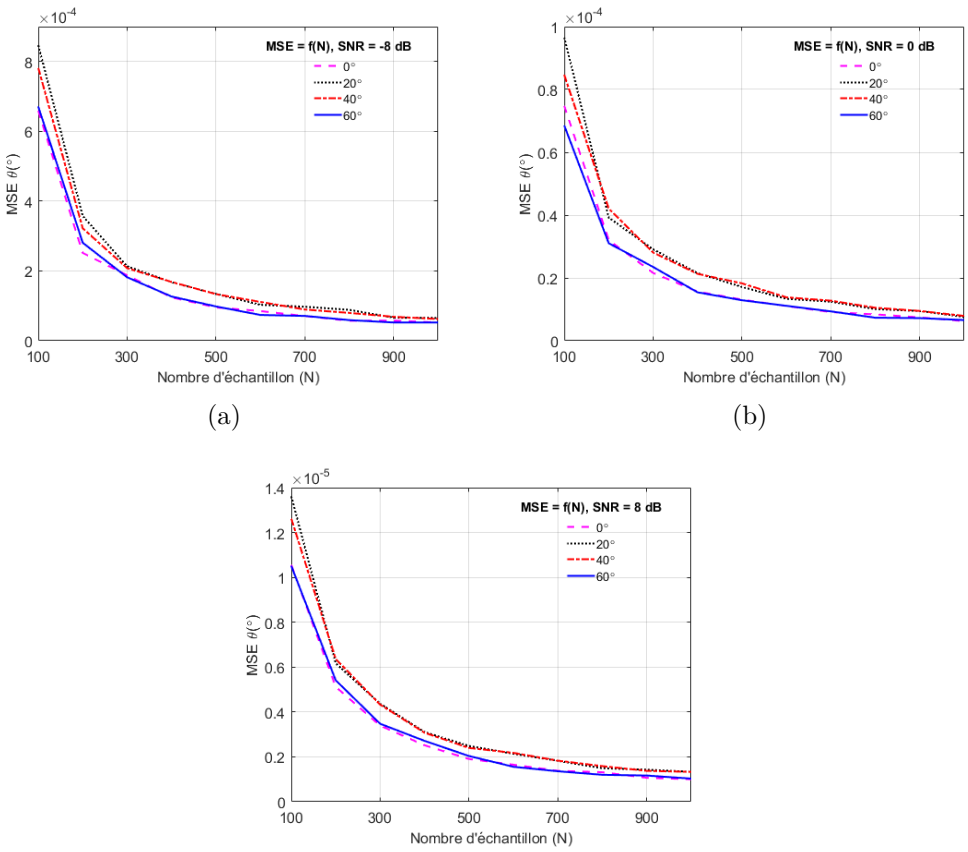



Figure 5.5 $MSE$ à : (a) $n = 8$ , (b) $n = 12$, (c) $n = 16$

Par observation entre les valeurs du tableau 5.2 et les graphes de la figure 5.5, il est clair de constater qu'il y a une bonne estimation d'ordre $10^{-5}$ à haut SNR (SNR $= 8\,dB$) tandis qu'à faible SNR, les erreurs d'estimation sont d'ordre $10^{-3}$. En effet, l'estimation s'améliore mieux quand le SNR s'améliore également.

## 5.4 Conclusion

Dans le cas pratique des systèmes radars intervéhiculaires pour détection ou évitement de collision, les angles estimés ont une tolérance d'erreurs acceptable d'environ 1° ($\Delta\theta \leq 1°$) par rapport aux angles réels. À cet effet, partant de ce contexte d'application et des résultats numériques obtenus en ESPRIT, nous pourrons dire que notre système, pour la plupart des scénarios d'expériences des tableaux 5.1 et 5.2, répond aux bonnes consignes d'estimation angulaire car presque tous les angles estimés rencontrent une erreur $\Delta\theta \leq 1°$.

En guise de conclusion et en faisant une analyse sommaire des résultats graphiques de MUSIC

et du MSE d'ESPRIT, nous constatons que l'algorithme MUSIC a une haute résolution, une précision et une stabilité d'estimation comparativement à ESPRIT car la majeure partie de son estimation angulaire oscille autour du DOA mesuré. Ces qualités de l'algorithme MUSIC attirent un grand nombre de chercheurs pour les analyses et les recherches approfondies.

# CHAPITRE 6 CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce chapitre il sera question de conclure sommairement sur les travaux effectués dans ce mémoire tout en présentant la limitation de la solution proposée et les travaux futurs pour une éventuelle amélioration.

## 6.1 Synthèse des travaux

Le TAG conçu dans [1] pour des systèmes à évitement de collision automobile a été mis en évidence dans ce travail de recherche . Le but de l'intégration de ce TAG était de concevoir un système de radar intervéhiculaire en ondes millimétriques qui a permis d'évaluer les performances de ce dispositif (TAG). Cette évaluation de performance s'articulait sur les points suivants :

- La probabilité de détection de cible vis-à-vis du SNR et de la portée ;
- Le bilan de liaison du système radar ;
- Le développement des techniques de modulation FMCW ainsi que le traitement du signal en bande de base pour l'estimation de la vitesse, de la distance et le niveau d'amplitude du signal écho au récepteur ;
- Enfin, l'estimation angulaire de la cible à travers les algorithmes MUSIC et ESPRIT.

A travers ces points ci-dessus, le travail effectué a été élaboré sur cinq chapitres spécifiques. L'élément important dans la conception d'un tel système de détection Radar réside dans les valeurs de la SER du TAG, qui lorsqu'elles se dégradent en fonction de la position angulaire des ondes incidentes, provoquent aussi la dégradation des performances du système.

En effet, en ce qui concerne le bilan de liaison sur une observation (gain d'étalement égal à 1) avec une portée de $10\,m$, un balayage angulaire de $0°$ à $60°$ engendre une dégradation de $-14.0722\,dBsm$ de la SER. Ce qui occasionne en considérant l'équation (3.23), une augmentation significative d'environ $15\,dB$ de l'atténuation en espace libre. De plus, un système ayant une puissance transmise minimale fixe de $P_{t_{min}} = 0.2278\,dBmW = 1.054\,mW$ et une contrainte en SNR = $8dB$ avec le même balayage angulaire, subit une dégradation de $-13.8\,dBmW$ de la puissance reçue (voir figure 3.11), d'où une diminution de $-14\,dBW$ ($-162dBW < N_0 < -148dBW$) du bruit thermique (voir figure 3.12). Ainsi sur un seuil minimal de bruit $N_{0_{min}} = -162\ dBW$, la bande passante minimale requise est 7.9 $KHz$, ce qui caratérise une utilisation d'environ 10% de la bande passante minimale requise ($B = 79.02\,KHz$) sous une puissance transmise maximale de $10\,mW$ ($10\,dBmW$) en une observation. La por-

tée de détection, dans les mêmes conditions (voir équation (3.40)) avec une contrainte de $P_d > 99\%$ à $P_{fa} = 10^{-6}$, est comprise dans la plage $7\,m < R_{max} < 15\,m$ suite à ce champ de vision (60° à 0°). Ce qui permet de constater une dégradation d'environ $8\,m$ de la portée de détection.

La technique de modulation FMCW, quant à elle, subira également sur le champ de vision, une dégradation de $-7.092\,dBmW$ sur la magnitude du spectre de puissance à la sortie du mixeur avec technique de filtrage par fenêtre Kaiser (voir figure 4.7). Les signaux échos enregistrent sous le même champ de vision, une diminution du niveau d'amplitude de $43.3\,dBmV$ en traitement étroit et $42.4\,dBmV$ en traitement étendu tels qu'indiqué au tableau 4.4. En terme de performance en plage de détection vis-à-vis d'un rapport cyclique de 0.37% à 9.6%, ladite plage varie complètement d'un intervalle de $12.2\,m < R_{max} < 27.5\,m$ pour 0° à un intervalle de $5.4\,m < R_{max} < 12.2\,m$ pour 60°, donc une diminution de la portée comprise entre $6.8\,m < R_{max} < 15.3\,m$. De même, pour un nombre d'impulsions de 1 à 19, les plages obtenues sont $41.5\,m < R_{max} < 86.7\,m$ pour 0° à une plage de $18.4\,m < R_{max} < 38.5\,m$ pour 60°, donc une diminution de la portée comprise entre $23.1\,m < R_{max} < 48.2\,m$.

En estimation angulaire du spectre spatial, le DOA estimé est assez proche de l'angle réel et les erreurs d'estimation sont majoritairement inférieures à 1°.

En guise de conclusion, il est important de faire une synthèse sur les points suivants :

— Les performances du système sous une observation ($N = 1$) permettent d'avoir une plage maximale de détection comprise entre $7\,m < R_{max} < 15\,m$, ce qui engendre une dégradation d'environ $8\,m$ suite à un balayage angulaire $0° < \theta < 60°$.

— L'amélioration des performances du système avec un gain d'étalement $N = 10^3$ observations, une bande passante $B = 79.02\,MHz$, sous un balayage angulaire $0° < \theta < 60°$, permet de rencontrer les performances en terme de portée de détection suivantes :

1. Pour un rapport cyclique de $0.36\% < R_c < 9.6\%$, la portée maximale de détection varie de $5.4\,m < R_{max} < 27.5\,m$, soit une amélioration d'environ 83% de $R_{max} = 15\,m$ sur une observation.
2. Pour un nombre d'impulsions de $1 < n_p < 19$ et un rapport cyclique $R_c = 50\%$, la portée maximale de détection varie de $18.4\,m < R_{max} < 86.7\,m$, donc une amélioration de 13.3% de $R_{max} = 100\,m$ fixée par le ITU.

Ceci dit, un système ajusté sur les paramètres ci-dessous, permettrait de garantir les bonnes performances en terme de portée de détection et d'estimation angulaire sous les contraintes suivantes : $P_d \geq 99\%$ à $P_{fa} = 10^{-6}$ et $\text{SNR} = 8\,dB$.

$$\begin{cases} N = 10^3, \text{gain d'étalement} \\ B = 79.02\ MHz, \text{bande passante} \\ P_t = 0.2278\ dBmW, \text{puissance transmise} \\ G_t = G_r = G = 15\ dBi; F = 3\ dB, \text{gain d'antenne émission - réception } (G) \text{ et facteur de bruit}(F) \\ n_p = 19 \text{ et } R_c = 50\%, \text{nombre d'impulsion } (n_p) \text{ et rapport cyclique } (R_c) \\ d = \lambda/2, \text{espacement entre les éléments du réseau d'antennes} \\ n = 16, \text{nombre d'éléments dans le réseau d'antennes} \end{cases}$$

## 6.2 Limitations de la solution proposée

La solution proposée rencontre des limitations de performance dû aux très faibles valeurs de la SER. Ces très faibles valeurs de la SER proviennent des contraintes techniques de conception du TAG pour la mesure et la simulation de la SER[1, p.96]. À cet effet, l'influence due à cette limitation de conception entraine les limitations de performance du système suivantes :

- Une très forte atténuation d'environ $155\ dB$ en espace libre sur une faible portée dix fois moins que la portée maximale standard de $100\ m$ définie par le ITU [19, P.4].
- L'exploitation abusive des ressources par la technique du gain d'étalement dans but de rencontrer les bonnes performances du système en terme de puissance reçue et d'amélioration de la bande passante.
- Une très forte dégradation du niveau d'amplitudes des signaux échos au récepteur FMCW.
- Une portée de détection inférieure à $100\ m$ permettant de garantir $P_d > 99\%$ malgré l'exploitation abusive des ressources telles que le rapport cyclique à 50% et le nombre maximal d'impulsions à 19.

## 6.3 Améliorations futures

Suite à des limitations citées ci-dessus, il est clair que le TAG conçu aussi bien que la conception du système radar auront des travaux futurs pour pousser plus loin l'obtention d'un système qui répondrait mieux aux exigences adéquates pour une implémentation pratique. Entre autres, quelques travaux possibles sont :

- L'amélioration de la conception du composant TAG dans le but d'avoir des valeurs de SER assez importantes (quasi-constante et positive) permettant de garantir :
  1. Une réduction significative de l'atténuation,

2. Une minimisation des dégradations,
3. Une amélioration de la portée de détection,
4. La limitation de l'exploitation abusive des ressources.

— La modélisation et l'estimation du canal radio en onde millimétrique des systèmes de communications intervéhiculaires par radar pour une mise en oeuvre plus appropriée avec le TAG en évidence.

— La possibilité de rendre le TAG actif lui donnerait la fonctionnalité de diffuseur modulé. Ce TAG actif permettrait, si possible, l'implémentation des techniques algorithmiques au radar lui permettant de mémoriser les signatures des TAG afin de réétablir la communication si celle-ci était au préalable interrompue question de faire un suivi de cible s'il y a lieu.

— Une mise en application par des tests pratiques à travers des laboratoires dédiés pour la circonstance.

# RÉFÉRENCES


[1] A. B. Numan, "Retroreflector and multibeam antenna for a millimeter wave collision avoidance system," Ph.D. dissertation, École Polytechnique de Montréal, Avril 2018.

[2] J. Choi, V. Va, N. Gonzalez-Prelcic, R. Daniels, C. R. Bhat, and R. W. Heath, "Millimeter-wave vehicular communication to support massive automotive sensing," *IEEE Communications Magazine*, vol. 54, no. 12, pp. 160–167, Décembre 2016.

[3] N. González-Prelcic, R. Méndez-Rial, and R. W. Heath, "Radar aided beam alignment in mmwave v2i communications supporting antenna diversity," in *2016 Information Theory and Applications Workshop (ITA)*, Jan. 2016, pp. 1–7.

[4] J.-P. Artis and S. Kemkemian, "The radar in the automotive domain," *Annales Des Télécommunications*, vol. 60, no. 3, pp. 326–356, Avr. 2005.

[5] P. Kumari, J. Choi, N. González-Prelcic, and R. W. Heath, "IEEE 802.11ad-based radar : An approach to joint vehicular communication-radar system," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 4, pp. 3012–3027, Avril 2018.

[6] J. F. Reintjes and G. T. Coate, *Principles of radar*, ser. Technology press publication. New York : McGraw-Hill, 1952.

[7] M. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*. New York : McGraw-Hill, 1962.

[8] K. Geary, J. S. Colburn, A. Bekaryan, S. Zeng, B. Litkouhi, and M. Murad, "Automotive radar target characterization from 22 to 29 ghz and 76 to 81 ghz," in *2013 IEEE Radar Conference (RadarCon13)*, Avril 2013, pp. 1–6.

[9] B. Mahafza, *Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB Third Edition*. Taylor & Francis, 2013.

[10] T. Rappaport, R. Heath, R. Daniels, and J. Murdock, *Millimeter Wave Wireless Communications*, ser. Prentice Hall Communications Engineering and Emerging Technologies Series from Ted Rappaport. Pearson Education, 2014.

[11] J. Artis and S. Kemkemian, "Low cost millimeter wave radars in the automotive field," in *2006 CIE International Conference on Radar*, Oct.. 2006, pp. 1–5.

[12] C.-E. Souria, "Conception of innovative packages for 77-GHz automotive radar : Application to the design of an optimized packaged radar receiver channel," Ph.D. dissertation, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2017.

[13] M. P. Priyadarshini and R. Vinutha, "Comparative performance analysis of music and esprit on ula," in *2012 International Conference on Radar, Communication and Computing (ICRCC)*, Déc. 2012, pp. 120–124.

[14] P. Gupta, K. Aditya, and A. Datta, "Comparison of conventional and subspace based algorithms to estimate direction of arrival (doa)," in *2016 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP)*, Avril 2016, pp. 0251–0255.

[15] H. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I : Detection, Estimation, and Linear Modulation Theory*. Wiley, 2004, no. ptie. 1.

[16] T. Schonhoff and A. Giordano, *Detection and Estimation Theory and Its Applications*. Prentice Hall, 2006.

[17] M. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*, ser. Professional Engineering. McGraw-Hill Education, 2005.

[18] L. Nicolaescu and T. Oroian, "Radar cross section," in *5th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service. TELSIKS 2001. Proceedings of Papers (Cat. No.01EX517)*, vol. 1, Sep. 2001, pp. 65–68 vol.1.

[19] *Système de commande et d'information des transports - Radars à faible puissance et à courte portée pour véhicule, à 60 GHz et 76 GHz*. Recommandation UIT-R M.1452, 2000.

[20] K. Parrish, "An overview of fmcw systems in matlab," Mai 2010.

[21] M. M. Abdalla, M. B. Abuitbel, and M. A. Hassan, "Performance evaluation of direction of arrival estimation using music and esprit algorithms for mobile communication systems," in *6th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC)*, Avril 2013, pp. 1–7.

[22] M. Schoor and B. Yang, "High-resolution angle estimation for an automotive fmcw radar sensor," vol. 2007-January, Cologne, Germany, 2007, pp. DIEHL – BGT Defence ; DLR ; et al. ; European Aeronautic Defence and Space Company (EADS) ; Helzel – Intelligente Hochfrequenz Messtechnik ; THALES –, angle estimation ;Antenna mismatch ;Direction of arrivalestimation(DOA) ;FMCW radar sensors ;High resolution ;Long-range radars ;Road traffic ;.

[23] E. Hoare, "Automotive millimetre-wave radar, current applications and future developments," in *2006 IET Seminar on the Future of Civil Radar*, Juin 2006, pp. 29–40.

[24] S. X. Li, Y. X. Cao, and X. Bi, "Millimeter wave radar for automotive blind spot detection system," in *Manufacturing Process and Equipment*, ser. Advanced Materials Research, vol. 694. Trans Tech Publications, Juillet 2013, pp. 1008–1012.

[25] D. Barton, *Radar Technology Encyclopedia*. Artech House, 1997.

[26] C. Oliver and S. Quegan, *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*, ser. SciTech radar and defense series. SciTech Publ., 2004.

[27] A. Bartsch, F. Fitzek, and R. H. Rasshofer, "Pedestrian recognition using automotive radar sensors," *Advances in Radio Science*, vol. 10, pp. 45–55, 2012.

[28] K. Kobayashi, T. Morita, H. Mukai, T. Kishigami, and Y. Nakagawa, "79 ghz-band coded pulse compression radar system performance in outdoor for pedestrian detection," in *2013 European Radar Conference*, Oct.. 2013, pp. 327–330.

[29] C. Kärnfelt, A. Péden, A. Bazzi, G. E. H. Shhadé, M. Abbas, and T. Chonavel, "77 ghz acc radar simulation platform," in *2009 9th International Conference on Intelligent Transport Systems Telecommunications, (ITST)*, Oct.. 2009, pp. 209–214.

[30] D. Kok and J. S. Fu, "Signal processing for automotive radar," in *IEEE International Radar Conference, 2005.*, Mai 2005, pp. 842–846.

[31] *Calcul de la propagation en espace libre*. Recommandation UIT-R P.525-2, (1978-1982-1994).

[32] *Radars anticollision pour véhicules et système de radiocommunication en ondes millimétriques pour les applications des systèmes de transport intelligents*. Recommandation UIT-R M.1452-2, (2000-2009-2012).

[33] D. Barton, *Radar System Analysis*, ser. Radar Library. Artech, 1976.

[34] R. Berkowitz, *Modern radar : analysis, evaluation, and system design*. Wiley, 1967.

[35] J. DiFranco and W. Rubin, *Radar detection*, ser. Prentice-Hall electrical engineering series : Information theory series. Prentice-Hall, 1968.

[36] C. Cook and M. Bernfeld, *Radar signals : an introduction to theory and application*, ser. Electrical science series. Academic Press, 1967.

[37] Z. Tong, R. Renter, and M. Fujimoto, "Fast chirp fmcw radar in automotive applications," in *IET International Radar Conference 2015*, Oct.. 2015, pp. 1–4.

[38] A. Bazzi, C. Kärnfelt, A. Péden, T. Chonavel, P. Galaup, and F. Bodereau, "Estimation techniques and simulation platforms for 77 ghz fmcw acc radars," *The European Physical Journal - Applied Physics*, vol. 57, no. 1, p. 11001, 2012.

[39] V. Winkler, "Range doppler detection for automotive fmcw radars," in *2007 European Radar Conference*, Oct.. 2007, pp. 166–169.

[40] L. Anitori, A. de Jong, and F. Nennie, "Fmcw radar for life-sign detection," in *2009 IEEE Radar Conference*, Mai 2009, pp. 1–6.

[41] H. Hansen, R. Lindop, D. Majstorovic, D. SCIENCE, T. O. E. A. E. WARFARE, R. DIVISION., D. Science, T. O. A. E. Warfare, and R. Division, *Collision Avoidance W-Band FMCW Radars in an Altimeter Application.* Defense Technical Information Center, 2006.

[42] C. Schroeder and H. Rohling, "X-band fmcw radar system with variable chirp duration," in *2010 IEEE Radar Conference*, Mai 2010, pp. 1255–1259.

[43] C. Wagner, A. Stelzer, and H. Jager, "Estimation of fmcw radar system performance using measurement data of a 77-ghz transmitter," in *2006 Asia-Pacific Microwave Conference*, Déc. 2006, pp. 1701–1704.

[44] P. Anh and Q. T. Cao, "Doa determination by using an antenna system without phase center and music algorithm," in *2005 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 4A, Juillet 2005, pp. 134–137 vol. 4A.

[45] M. L. Bencheikh and Y. Wang, "Joint dod-doa estimation using combined esprit-music approach in mimo radar," *Electronics Letters*, vol. 46, no. 15, pp. 1081–1083, Juillet 2010.

[46] ——, "Non circular esprit-rootmusic joint doa-dod estimation in bistatic mimo radar," in *International Workshop on Systems, Signal Processing and their Applications, WOSSPA*, Mai 2011, pp. 51–54.

[47] J. Ellinger, Z. Zhang, M. Wicks, and Z. Wu, "Polar signal detection : Multi-carrier waveform design for improved radar detection performance," in *MILCOM 2016 - 2016 IEEE Military Communications Conference*, Nov. 2016, pp. 912–917.

[48] P. Gupta and S. P. Kar, "Music and improved music algorithm to estimate direction of arrival," in *2015 International Conference on Communications and Signal Processing (ICCSP)*, Avril 2015, pp. 0757–0761.

[49] C. Koelen, M. Meinecke, and T. Teubner, "High resolution doa automotive radar with four receiving antennae," in *2006 International Radar Symposium*, Mai 2006, pp. 1–4.

[50] X. Zhang, L. Xu, L. Xu, and D. Xu, "Direction of departure (dod) and direction of arrival (doa) estimation in mimo radar with reduced-dimension music," *IEEE Communications Letters*, vol. 14, no. 12, pp. 1161–1163, Décembre 2010.

[51] I. Gresham, A. Jenkins, R. Egri, C. Eswarappa, N. Kinayman, N. Jain, R. Anderson, F. Kolak, R. Wohlert, S. P. Bawell, J. Bennett, and J. . Lanteri, "Ultra-wideband radar sensors for short-range vehicular applications," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 9, pp. 2105–2122, Sept. 2004.

[52] C. Kärnfelt, A. Péden, A. Bazzi, G. E. H. Shhadé, M. Abbas, and T. Chonavel, "77 ghz acc radar simulation platform," in *2009 9th International Conference on Intelligent Transport Systems Telecommunications, (ITST)*, Oct.. 2009, pp. 209–214.

# ANNEXE A Calcul de la fonction $Q(a,b)$ par la méthode de Parl

$$Q[a,b] = \begin{cases} \dfrac{\alpha_n}{2\beta_n} \exp\left(\dfrac{(a-b)^2}{2}\right) & a < b \\ \\ 1 - \left(\dfrac{\alpha_n}{2\beta_n} \exp\left(\dfrac{(a-b)^2}{2}\right)\right) & a \geqslant b \end{cases} \tag{A.1}$$

Avec

$$\alpha_n = d_n + \frac{2n}{ab}\alpha_{n-1} + \alpha_{n-2} \tag{A.2}$$

$$\beta_n = 1 + \frac{2n}{ab}\beta_{n-1} + \beta_{n-2} \tag{A.3}$$

$$d_{n+1} = d_n + d_1 \tag{A.4}$$

$$\alpha_0 = \begin{cases} 1 & a < b \\ \\ 0 & a \geqslant b \end{cases} \tag{A.5}$$

$$d_1 = \begin{cases} \dfrac{a}{b} & a < b \\ \\ \dfrac{b}{a} & a \geqslant b \end{cases} \tag{A.6}$$

# ANNEXE B Expression des filtres par technique de fenêtre

Tableau B.1 Expression des filtres pour technique de fenêtre

| Fenêtre | Expression |
|---|---|
| Rectangle | $w(n) = 1$ |
| Hamming : | $w(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$ |
| Hanning | $w(n) = 0.5\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right]$ |
| Kaiser | $w(n) = \frac{I_0\left[\beta\sqrt{1-\left(\frac{2n}{N}\right)^2}\right]}{I_0(\beta)}$ avec $N = f_s T$ |

$N = f_s T$ ; $I_0$, les zéros de la fonction Bessel et $n$, la séquence d'échantillonage. Les fonctions de fenêtre peuvent s'écrirent en fonction de $f_s$ en remplaçant N par $f_s T$.