Pamukkale Univ Muh Bilim Derg, 22(4), 246-252, 2016

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi

Pamukkale University Journal of Engineering Sciences

Isıl parametreleri sıcaklıkla değişen iğne kanatların, parametrelerin değişimi yöntemi ile performans analizi

Performance analysis of pin fins with temperature dependent thermal parameters using the variation of parameters method

Cihat ARSLANTÜRK[1*]

[1]Makine Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.
carslan@atauni.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 18.05.2015, Kabul Tarihi/Accepted: 24.08.2015 doi: 10.5505/pajes.2015.49091
* Yazışılan yazar/Corresponding author Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Bu çalışmada, taşınım ve ışınımla ısı kaybeden ve ısı iletim katsayısı, ısı taşınım katsayısı ve yayma oranı sıcaklıkla değişen iğne kanatların ısıl performansları araştırılmıştır. Kanat denklemi boyutsuzlaştırılarak, kanat performansını etkileyen boyutsuz problem parametreleri elde edilmiştir. Doğrusal olmayan boyutsuz kanat denklemi, daha çok homojen olmayan doğrusal diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan ve doğrusal olmayan denklemlerin çözümü için de kullanılabileceği yakın zamanlarda kanıtlanan parametrelerin değişimi yöntemi ile çözülmüştür. Parametrelerin değişimi yöntemi çözümü, bilinen analitik çözümlerle ve bazı sayısal çözümlerle karşılaştırılmış ve sonuçların mükemmel bir uyum içinde olduğu görülmüştür. Isı transfer hızı ve kanat verimine boyutsuz problem parametrelerinin etkileri araştırılmış ve sonuçlar grafiksel olarak sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: İğne kanatlar, Değişken ısı iletim katsayısı, Değişken ısı taşınım katsayısı, Değişken yayma oranı, Parametrelerin değişimi yöntemi

Abstract

The performance of pin fins transferring heat by convection and radiation and having variable thermal conductivity, variable emissivity and variable heat transfer coefficient was investigated in the present paper. Nondimensionalizing the fin equation, the problem parameters which affect the fin performance were obtained. Dimensionless nonlinear fin equation was solved with the variation of parameters method, which is quite new in the solution of nonlinear heat transfer problems. The solution of variation of parameters method was compared with known analytical solutions and some numerical solution. The comparisons showed that the solutions are seen to be perfectly compatible. The effects of problem parameters were investigated on the heat transfer rate and fin efficiency and results were presented graphically.

Keywords: Pin fin, Variable thermal conductivity, Variable heat transfer coefficient, Variable surface emissivity, Variation of parameters method

1 Giriş

Kanatlı yüzeyler, bir katı yüzeyden çevreye olan ısı transferini artırmak için kullanılan ısıl ekipmanlardır. Bu konuda yapılan araştırmaları içeren geniş bir derleme çalışması literatürde mevcuttur [1]. Kanatçıklar; endüstriyel fırınlar, uçaklar ve uzay araçlarının radyatörleri, soğutma, ısıtma ve iklimlendirme işlemleri, kimya endüstrisi, elektronik devrelerin soğutulması gibi birçok alanda kullanılmaktadırlar. Çeşitli boyut ve geometrilere sahip olan kanatların, kullanıldıkları ortamlar değişik akış alanlarına dolayısıyla değişik ısı transfer modlarına sahiptir. Örneğin, buhar kazanlarında kaynama, kondenserlerde yoğuşma, konutlarda kullanılan radyatörlerin dış yüzeylerinde doğal taşınım, otomobil radyatörlerinde veya ısıtmada kullanılan konvektörlerde zorlanmış taşınım ile ısı transferi söz konusudur. Her ne kadar genellikle kanatların ısıl analizi sabit ısı taşınım katsayısı kabulüne göre yapılsa da, gerçekte farklı ısı transfer modları için ısı taşınım katsayıları kanat-çevre arasındaki sıcaklığın fonksiyonu şeklindedir [2]. Literatürde ısı taşınım katsayısının değişimini dikkate alan birçok çalışma mevcuttur [2]-[6]. Kanatların imal edildiği malzemelerin ısıl iletkenliklerinin sıcaklıkla değiştiği bilinmektedir. Özellikle kanat ve çevre arasındaki sıcaklık farklarının büyük olduğu durumlarda ısı iletim katsayısındaki bu değişimin kanattan atılan ısı miktarına etkisinin önemli olduğu vurgulanmaktadır. Literatürde, bu değişimi dikkate alan çok sayıda çalışma bulunmaktadır [3]-[12]. Ayrıca, kanatların çevre yüzeylerle ışınım ile ısı alış verişinde bulunduğu durumlarda, yüzey yayma oranının da değişkenliğini dikkate alan çalışmalar da mevcuttur [13]-[15]. Bir kanatlı yüzeyde çok sayıda kanat kullanıldığından minimum kanat malzemesi kullanarak istenen ısı transferinin sağlanması, maliyet açısından önem kazanmaktadır. Kanatların performansını doğru bir şekilde hesaplayabilmek için kanattan olan ısı transferinin mümkün olan en az kabulle hesaplanması gerekir. Bu nedenle ısı iletim katsayısı ve ısı taşınım katsayısının yanında yüzey yayma oranının sıcaklıkla değişiminin de göz önüne alınması gerekir.

Bu çalışmada, farklı ısı transfer modlarında çalışan iğne kanatların ısıl analizi yapılmıştır. Isı iletim katsayısı, ısı taşınım katsayısı ve yüzey ışınım yayma oranının bağlı değişken olan sıcaklığa bağlı olması nedeniyle, kanat denkleminin bütün terimleri nonlineer olmaktadır. Genel sonuçlar üretebilmek için kanat denklemi boyutsuzlaştırılmış ve sıcaklık dağılımına etki eden boyutsuz problem parametrelerini içeren, boyutsuz nonlineer kanat denklemi elde edilmiştir. Adı geçen bu parametreler iletim katsayısı ve yayma oranının sıcaklıkla değişimini temsil eden iletim katsayısı ve yayma oranı parametresi, kanadın ısıl ve geometrik özelliklerini içeren taşınım-iletim ve ışınım-iletim parametreleri ile boyutsuz çevre ve ortam sıcaklıklarıdır.

Boyutsuz kanat denklemi, homojen olmayan lineer diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan ve çok bilinen bir yöntem olan parametrelerin değişimi yöntemi (PDY) ile çözülmüştür [16]. Ancak, bu yöntemin lineer olmayan diferansiyel

denklemlerin çözümünde de etkin bir şekilde kullanılabileceği literatürden bilinmektedir [17]-[21]. Mohyud_Din ve diğ. [17], PDY'yi lineer olmayan çeşitli başlangıç ve sınır değer problemlerine başarılı bir şekilde uyguladılar. Rahmatullah ve Mohyud-Din [18], bu yöntemle nonlineer difüzyon problemlerini çözdüler. Çok yakın bir zamanda, Moore [19] yöntemi nonlineer direkt ve invers ısı transfer problemlerinin çözümünde kullanmıştır. Moore ve Jones [20], gri olmayan ve ışınıma katılan bir ortamdaki ışınım-iletim problemini bu yöntemle çözmüşlerdir. Moore [19], yöntemin doğruluğunu ve etkinliğini test etmek için literatürde bulunan çözümlerle bu yöntemden elde edilen sonuçları karşılaştırmış ve yöntemin doğru ve hassas sonuçlar verdiğini kanıtlamıştır. [19]-[21] numaralı referanslar, şu ana kadar PDY'nin doğrusal olmayan ısı transfer problemlerinin çözümünde kullanıldığı ilk çalışmalardır.

Kanat denkleminin çözülmesiyle elde edilen sıcaklık dağılımı bilinen sınırlı sayıda analitik çözüm ile ve bazı sayısal çözümlerle karşılaştırılarak yöntemin doğruluğu ve yakınsaklığı araştırılmış ve çözümler arasındaki uyumun mükemmel olduğu gösterilmiştir. Kanattan çevreye olan ısı transfer hızı problem parametrelerinin fonksiyonu olarak hesaplanmıştır. Ayrıca kanat verimi ve kanat etkenliğinin problem parametreleri ile değişimi incelenmiş ve sonuçlar grafiksel olarak sunulmuştur.

2 Problemin tanımı

Problemin matematiksel modeli aşağıdaki kabuller altında kurulmuştur:

1. Kararlı hal ısı transferi söz konusudur,
2. Kanat malzemesi homojen ve izotropiktir,
3. Isı iletim katsayısı ve yüzey yayma oranı sıcaklıkla doğrusal olarak değişmekte olup, ısı taşınım katsayısı sıcaklığın üstel bir fonksiyonudur,
4. Kanadın gövde sıcaklığı T_b, akışkan sıcaklığı T_∞ ve çevre yüzey sıcaklığı T_s üniformdur,
5. Kanat çapı kanat uzunluğuna göre çok küçük olduğundan sıcaklık dağılımı tek boyutludur,
6. Kanat ucundan ısı kaybı ihmal edilebilir.

Bu çalışmada, Şekil 1'de boyutları verilmiş olan ve bütün ısıl özellikleri (ısı iletim katsayısı, ısı taşınım katsayısı ve yüzey yayma oranı) sıcaklıkla değişen iğne kanatların performansları araştırılmıştır. Çapı D ve uzunluğu L olan kanadın taban sıcaklığı T_b , temas halinde olduğu çevre akışkanının sıcaklığı T_∞ ve ışınımla ısı alışverişinde bulunduğu çevre yüzeylerin sıcaklığı T_s ' dir. Isı taşınım katsayısı, ısı iletim katsayısı ve yüzey yayma oranı aşağıda verildiği gibi sıcaklığın fonksiyonudur.

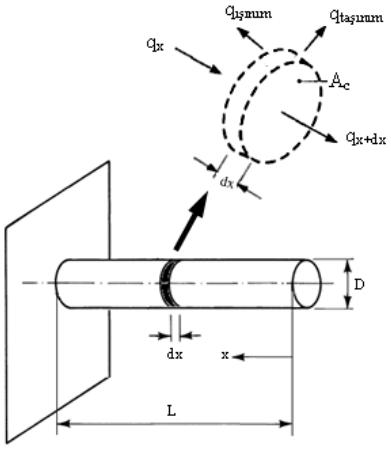
$$h(T) = h_b\left(\frac{T-T_\infty}{T_b-T_\infty}\right)^m \tag{1a}$$

$$k(T) = k_\infty(1+\lambda(T-T_\infty)) \tag{1b}$$

$$\varepsilon(T) = \varepsilon_s(1+\kappa(T-T_s)) \tag{1c}$$

Burada,h_b, $(T_b - T_\infty)$ sıcaklık farkına karşı gelen ısı taşınım katsayısı, k_∞ çevre akışkan sıcaklığındaki kanat malzemesinin ısı iletim katsayısını ve ε_s çevre yüzeylerin sıcaklığındaki kanat malzemesinin yüzey yayma oranını temsil etmektedir. m, kanadın bulunduğu ortamda etkin olan ısı transfer modunu temsil etmektedir. Örneğin, $m = 1/4$ ve $m = 1/3$ doğal taşınıma, $m = 2$ ve 3 ise kaynamalı ısı transferine karşı gelmektedir. Ayrıca λ ve κ sırasıyla, ısıl iletkenliğin ve yüzey yayma oranının sıcaklıkla değişimini temsil eden boyutlu parametrelerdir.

Şekil 1'deki diferansiyel eleman için enerji dengesi yazılırsa [23],



Şekil 1: Bir iğne kanadın şematik gösterimi.

$$\frac{d}{dx}\left(kA_c\frac{dT}{dx}\right)dx - ph(T-T_\infty)dx - p\varepsilon\sigma(T^4-T_s^4)dx = 0 \tag{2}$$

Denklem (2)'deki ilk terim, diferansiyel elemana iletimle giren ve çıkan enerjilerin farkını; ikinci ve üçüncü terimler ise sırasıyla, elemandan taşınım ve ışınımla ayrılan enerjileri göstermektedir. Ayrıca, A_c kanat kesit alanını, p kanat çevresinin uzunluğunu temsil etmekte olup, σ ise Stefan-Boltzmann sabitidir.

Problemin boyutsuz olarak ifade edilebilmesi için aşağıdaki boyutsuz parametre ve değişkenler tanımlanır.

$$X = \frac{x}{L} \qquad \gamma = \kappa T_b \qquad \beta = \lambda T_b \tag{3a}$$

$$\theta = \frac{T}{T_b} \qquad \theta_\infty = \frac{T_\infty}{T_b} \qquad \theta_s = \frac{T_s}{T_b} \tag{3b}$$

$$N_r = \frac{4\varepsilon_s\sigma T_b^3 L^2}{k_\infty D} \qquad N_c = \frac{4h_b L^2}{k_\infty D} \tag{3c}$$

Denklem (3)'teki N_c parametresi taşınımın iletime göre etkisini, N_r parametresi ise ışınımın iletime göre etkisini temsil etmektedir. Bu boyutsuz büyükler kullanılarak kanat denklemi ve sınır koşulları aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\left(1+\beta(\theta-\theta_\infty)\right)\frac{d^2\theta}{dX^2} + \beta\left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 - \frac{N_c(\theta-\theta_\infty)^{m+1}}{(1-\theta_\infty)^m} - N_r\left(1+\gamma(\theta-\theta_s)\right)(\theta^4-\theta_s^4) = 0 \tag{4a}$$

$$\frac{d\theta}{dX} = 0, \qquad X = 0'da \tag{4b}$$

$$\theta = 1, \qquad X = 1'de \tag{4c}$$

3 Doğrusal olmayan problemler için parametrelerin değişimi yöntemi

Aşağıdaki doğrusal olmayan diferansiyel denklem göz önüne alınsın.

$$L\theta = f(X,\theta,\dot{\theta}) \tag{5}$$

Burada, L ikinci mertebeden lineer bir operatörü göstermektedir. Denklem (5)'in homojen çözümü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\theta_c(X) = C_1\theta_{c,1}(X) + C_2\theta_{c,2}(X) \quad (6)$$

Burada, C_1 ve C_2 integrasyon sabitleri olup $\theta_{c,1}$ ve $\theta_{c,2}$ homojen denklemin lineer bağımsız çözümleridir. Denklem (5)'in aşağıdaki gibi bir özel çözüme sahip olması istenir [16].

$$\theta_p(X) = v_1(X)\theta_{c,1}(X) + v_2(X)\theta_{c,2}(X) \quad (7)$$

Doğrusal olmayan (5) denklemi için uygulanacak çözüm prosedürü, doğrusal denklemlerinki ile aynıdır [16].

$$\theta(X) = C_1\theta_{c,1}(X) + C_2\theta_{c,2}(X) + v_1(X)\theta_{c,1}(X) + v_2(X)\theta_{c,2}(X) \quad (8)$$

Burada,

$$v_1(X) = -\int_0^X \frac{f(X',\theta,\dot{\theta})\theta_{c,2}(X')}{W(\theta_{c,1}(X'),\theta_{c,2}(X'))}dX' \quad (9a)$$

$$v_2(X) = \int_0^X \frac{f(X',\theta,\dot{\theta})\theta_{c,1}(X')}{W(\theta_{c,1}(X'),\theta_{c,2}(X'))}dX' \quad (9b)$$

Burada W, Wronskian olup aşağıdaki şekilde tanımlanır [16].

$$W\left(\theta_{c,1}(X),\theta_{c,2}(X)\right) = \begin{vmatrix}\theta_{c,1}(X) & \theta_{c,2}(X)\\ \dot{\theta}_{c,1}(X) & \dot{\theta}_{c,2}(X)\end{vmatrix} \quad (9c)$$

Denklem (8)'in her iki tarafında da θ bulunduğundan, doğrusal denklemlerden farklı olarak, çözüm için iteratif bir yaklaşıma ihtiyaç duyulur. Her ne kadar iterasyondan dolayı kapalı formda bir çözüm elde edilemese de, eğer f fonksiyonu yalnız X ve θ 'nın fonksiyonu ise, Denklem (9a) ve (9b)'deki integraller sayısal olarak keyfi bir doğruluk derecesi ile hesaplanabileceklerinden, çözüm tam çözüm olarak kabul edilebilir. Eğer f fonksiyonu ayrıca θ'nın türevlerinin de fonksiyonu ise, bu türevler sonlu fark denklemleri ile yaklaşık olarak hesaplanabileceği için, çözüm tam çözüm olarak kabul edilemez [19].

Parametrelerin değişimi yöntemi, sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemlerine göre uygulanması son derece kolay bir yöntemdir. Bu yöntemde yapılan hesaplamalar sayısal integrasyon hesaplamalarından ibarettir. Sonlu elemanlar ve sonlu farklar yöntemlerinde, diferansiyel denklemi çok değişkenli cebirsel denklem takımlarına dönüştürmek ve bu denklem takımlarını çözmek gerektiğinden hesaplamalar daha karmaşıktır.

4 Sıcaklık dağılımı

(4a) ile verilen kanat denklemi (5) denkleminin formuna dönüştürülürse, aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} = \left(1+\beta(\theta-\theta_\infty)\right)^{-1}\left(-\beta\left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 + \frac{N_c(\theta-\theta_\infty)^{m+1}}{(1-\theta_\infty)^m} + N_r\left(1+\gamma(\theta-\theta_s)\right)\times(\theta^4-\theta_s^4)\right) \quad (10)$$

$$\theta_c(X) = C_1\theta_{c,1}(X) + C_2\theta_{c,2}(X) = C_1X + C_2 \quad (11)$$

(10) denkleminin özel çözümü ise Denklem (7) kullanılarak elde edilir.

$$\theta_p(X) = X\int_0^X f(X',\theta,\dot{\theta})dX' - \int_0^X X'f(X',\theta,\dot{\theta})dX' \quad (12)$$

Burada,

$$f(X,\theta,\dot{\theta}) = \left(1+\beta(\theta-\theta_\infty)\right)^{-1}\left(-\beta\left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 + \frac{N_c(\theta-\theta_\infty)^{m+1}}{(1-\theta_\infty)^m} + N_r\left(1+\gamma(\theta-\theta_s)\right)\times(\theta^4-\theta_s^4)\right) \quad (13)$$

boyutsuz sıcaklık dağılımı homojen ve özel çözümlerin toplamıdır.

$$\theta(X) = C_1X + C_2 + X\int_0^X f(X',\theta,\dot{\theta})dX' - \int_0^X X'f(X',\theta,\dot{\theta})dX' \quad (14)$$

Denklem (14)'deki C_1 ve C_2 sabitleri, Denklem (4b) ve (4c) ile verilen sınır koşulları kullanılarak hesaplanır ve sıcaklık dağılımı aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\theta(X) = 1 - \int_0^1 f(X,\theta,\dot{\theta})dX + \int_0^1 Xf(X,\theta,\dot{\theta})dX + X\int_0^X f(X',\theta,\dot{\theta})dX' - \int_0^X X'f(X',\theta,\dot{\theta})dX' \quad (15)$$

Denklem (15) iteratif olarak çözülür.

$$\theta^{n+1} = 1 - \int_0^1 f(X,\theta^n,\dot{\theta^n})dX + \int_0^1 Xf(X,\theta^n,\dot{\theta^n})dX + X\int_0^X f(X',\theta^n,\dot{\theta^n})dX' - \int_0^X X'f(X',\theta^n,\dot{\theta^n})dX' \quad (16)$$

θ için bir başlangıç sıcaklık profili tahmini yapılır. Bu tahmin (16) denkleminin sağ tarafında yerine yazılarak yeni bir sıcaklık profili bulunur. Bu işleme yakınsaklık sağlanıncaya kadar devam edilir.

5 Çözümün yakınsaklığı ve doğruluğu

Bu bölümde, PDY ile elde edilen çözümün yakınsaklığı ve doğruluğu araştırılacaktır. Kanat içindeki sıcaklık dağılımı (16) denkleminin iteratif olarak çözülmesi ile elde edilmektedir. Bu denklemdeki integraller, problem bölgesi M alt-bölgeye bölünüp trapez kuralı ile sayısal olarak çözülmüştür. Alt-bölge sayısından bağımsız bir çözüm için gereken minimum alt-bölge sayısı Tablo 1 incelenerek belirlenmiştir. Tablo 1'de farklı problem parametreleri için kanat uç sıcaklığının, çözümde kullanılan alt-bölge sayısına bağlı olarak değişimi görülmektedir. Tablodan bütün durumlar için $M = 20$ değerinin, alt-bölge sayısından bağımsız çözüm elde etmek için yeterli olduğu görülmektedir. Ancak, daha güven duyulacak çözümler için, bütün çözümlerde $M = 100$ alt-bölge sayısı kullanılarak integraller hesaplanmıştır.

Tablo 1: Kanat uç sıcaklığının alt-bölge sayısı ile değişimi ($N_r = 1.0, N_c = 1.0, \theta_s = 0.5, \theta_\infty = 0.5$).

	$m = 3$		$m = 1/3$	
M	$\gamma = -0.2$ $\beta = -0.4$	$\gamma = 0.2$ $\beta = 0.4$	$\gamma = -0.2$ $\beta = -0.4$	$\gamma = 0.2$ $\beta = 0.4$
4	0.767837	0.786117	0.724715	0.748972
6	0.766502	0.785141	0.723326	0.747959
8	0.766007	0.784728	0.722817	0.747601
10	0.765772	0.784557	0.722576	0.747435
12	0.765642	0.784463	0.722444	0.747344
14	0.765563	0.784408	0.722364	0.747291
16	0.765512	0.784369	0.722312	0.747255
18	0.765476	0.784685	0.722259	0.747232
20	0.765451	0.784326	0.722250	0.747215

PDY çözümünün doğruluğunu araştırmak için doğrusal olmayan kanat denklemi ayrıca, MAPLE programı ile sayısal olarak çözülmüştür. MAPLE, sonlu farklar yöntemi ve Richardson ekstrapolasyonu'nu kullanarak adi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümünü gerçekleştirmektedir [22]. PDY ve Sonlu Farklar Yöntemi (SFY) ile elde edilen çözümler Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2, sonuçlar arasındaki en büyük farkın 10^{-5}'den daha küçük olduğunu ve sonuçlar arasındaki uyumun mükemmel olduğunu göstermektedir.

Tablo 2: Sıcaklık dağılımı: PDY ve sayısal çözümün karşılaştırılması ($N_r = 1.0, N_c = 1.0, \theta_s = 0.5, \theta_\infty = 0.5$).

	$\gamma = -0.2, \beta = -0.4$		$\gamma = 0.2, \beta = 0.4$	
X	PDY	SFY	PDY	SFY
0.0	0.755658	0.755659	0.775621	0.775622
0.1	0.757428	0.757429	0.777424	0.777426
0.2	0.762793	0.762794	0.782876	0.782877
0.3	0.771927	0.771927	0.792103	0.792102
0.4	0.785137	0.785136	0.805325	0.805323
0.5	0.802899	0.802896	0.822877	0.822872
0.6	0.825913	0.825908	0.845230	0.845223
0.7	0.855199	0.855190	0.873037	0.873028
0.8	0.892255	0.892241	0.907195	0.907184
0.9	0.939339	0.939323	0.948940	0.948931
1.0	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000

6 Isı transfer hızı ve kanat verimi

Kanattan çevre akışkanına ve çevre yüzeylere taşınım ve ışınımla olan ısı transfer hızı aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\dot{Q} = \int_0^L \pi D h (T - T_\infty) dx + \int_0^L \pi D \sigma \varepsilon (T^4 - T_s^4) dx \qquad (17)$$

Boyutsuz ısı transfer hızı $\dot{q} = (\dot{Q}L)/(\pi D^2 T_b k_\infty)$ şeklinde tanımlanarak (18) denklemi ile ifade edilir.

$$\dot{q} = \frac{N_c}{4(1-\theta_\infty)^m} \int_0^1 (\theta - \theta_\infty)^{m+1} dX + \frac{N_r}{4} \int_0^1 \big(1 + \gamma(\theta - \theta_s)\big) \times (\theta^4 - \theta_s^4) dX \qquad (18)$$

Kanat verimi, kanattan olan ısı transfer hızının, kanattan olabilecek en büyük ısı transfer hızına oranı şeklinde tanımlanır [23].

$$\eta = \frac{\int_0^L \pi D h (T - T_\infty) dx + \int_0^L \pi D \sigma \varepsilon (T^4 - T_s^4) dx}{\pi D L h_b (T_b - T_\infty) + \pi D L \sigma \varepsilon_b (T_b^4 - T_s^4)} \qquad (19)$$

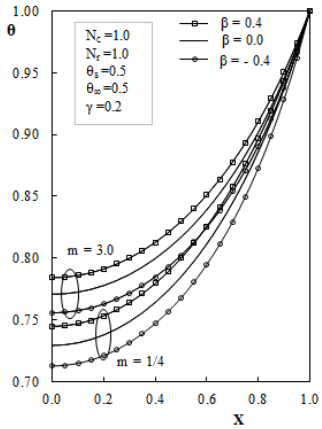
Kanat verimi, boyutsuz problem parametreleri cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\eta = \left(\frac{N_c}{(1-\theta_\infty)^m} \int_0^1 (\theta - \theta_\infty)^{m+1} dX + N_r \int_0^1 \big(1 + \gamma(\theta - \theta_s)\big) \times (\theta^4 - \theta_s^4) dX \right) \big(N_c (1 - \theta_\infty) + N_r \big(1 + \gamma(1 - \theta_s)\big)(1 - \theta_s^4) \big)^{-1} \qquad (20)$$

7 Bulgular ve tartışma

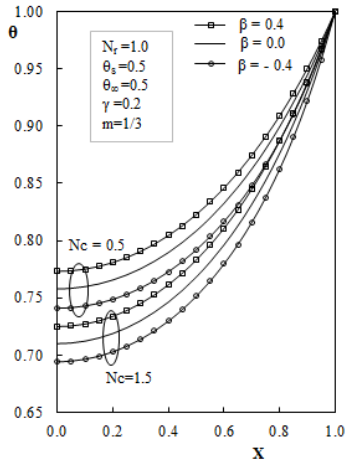
Bu bölümde problem parametrelerinin sıcaklık dağılımı, ısı transfer hızı ve kanat verimi üzerindeki etkileri tartışılacaktır. β parametresi, kanat malzemesinin iletkenliğinin sıcaklıkla değişimini temsil etmektedir. Uygulamada kullanılan bütün kanat malzemeleri dikkate alındığında, bu parametrenin değişim aralığının $(-0.5 < \beta < 0.5)$ olduğu literatürde belirtilmektedir [1]. $(\beta < 0)$ durumu malzemenin iletkenliğinin sıcaklıkla azalması, $(\beta > 0)$ durumu ise sıcaklıkla artması anlamına gelmektedir. γ parametresi ise yüzey yayma oranının sıcaklıkla değişimini temsil etmekte olup, $(-0.2 < \gamma < 0.2)$ aralığında değiştiği ifade edilmektedir [14]. γ'nın negatif değerleri sıcaklıkla azalmaya, pozitif değerleri ise artmaya karşı gelmektedir. N_c parametresi taşınımın iletime göre etkisini, N_r parametresi ise ışınımın iletime göre etkisini temsil etmektedir. Uygulamada her iki parametrenin de (0.0-2.0) aralığında değiştiği belirtilmektedir [14].

Şekil 2-5, problem parametrelerinin kanat içerisindeki sıcaklık dağılımına etkilerini araştırmak için çizilmiştir. Bu grafiklerin tümünden görüleceği gibi β parametresi artarken, boyutsuz sıcaklık değerlerinde bir artış olmaktadır. β'nın artması kanat malzemesinin ortalama ısı iletim katsayısını artırdığından, kanat içinde daha yüksek sıcaklık değerleri ortaya çıkmaktadır. Aynı sonuçlara Khani ve Aziz [12] ve Torabi ve diğ. [14] tarafından da ulaşılmıştır. Şekil 2'den ayrıca ısı transfer katsayısının sıcaklıkla değişimini temsil eden m parametresinin sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisini görmek de mümkündür. m parametresinin artması kanat üzerindeki ortalama taşınım katsayısı değerini düşmesine karşı geleceğinden, kanat içindeki sıcaklık değerlerinin daha yüksek olmasına sebep olmaktadır.

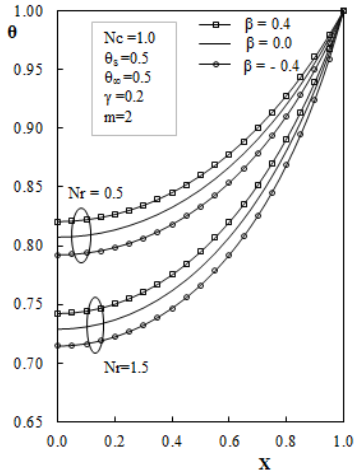


Şekil 2: Farklı taşınım katsayısı parametresi m ve ısı iletim parametresi β değerleri için sıcaklık dağılımı.

Şekil 3 ve Şekil 4, sırasıyla, N_c ve N_r parametrelerinin artmasının taşınım ve ışınım ısı transfer hızlarının artması sonucunu doğuracağından, sıcaklık değerlerinin düşmesine yol açtığını göstermektedir.

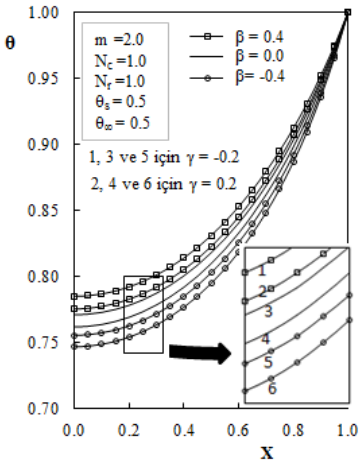


Şekil 3: Farklı taşınım-iletim parametresi N_c ve ısı iletim parametresi β değerleri için sıcaklık dağılımı.



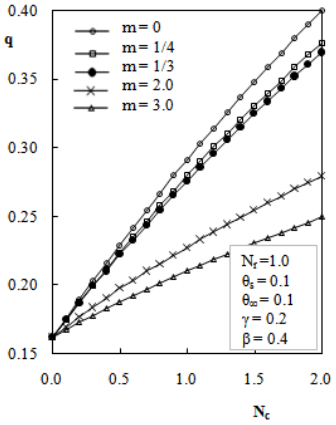
Şekil 4: Farklı taşınım katsayısı parametresi N_r ve ısı iletim parametresi β değerleri için sıcaklık dağılımı.

Şekil 5'ten yüzey yayma oranının sıcaklıkla değişimini simgeleyen γ parametresinin etkisi araştırılabilir. γ'nın düşük değerlerinde ortalama yayma oranı düşük olduğundan ışınımla ısı transfer hızı daha düşük değerlere sahip olacak, dolayısıyla sıcaklık değerleri daha yüksek olacaktır.



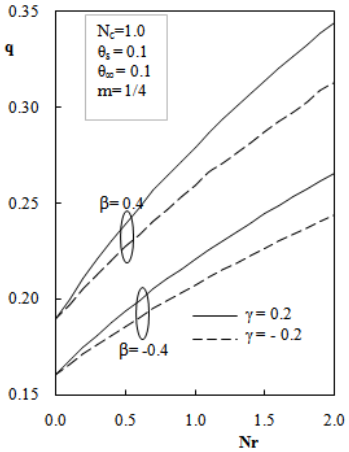
Şekil 5: Farklı yayma oranı parametresi γ ve ısı iletim parametresi β değerleri için sıcaklık dağılımı.

Şekil 6, beş farklı ısı taşınım parametresi için, boyutsuz ısı transfer hızının taşınım-ışınım parametresi N_c ile değişimini göstermektedir. N_c'nin artmasıyla yüzeyden olan taşınımla ısı transferi arttığından, toplam ısı transfer hızının artması beklenen bir sonuçtur. Ayrıca, m ısı taşınım parametresinin artan değerlerinde ısı transfer hızının azalması, ortalama taşınım katsayısının azalmasıyla açıklanabilir.



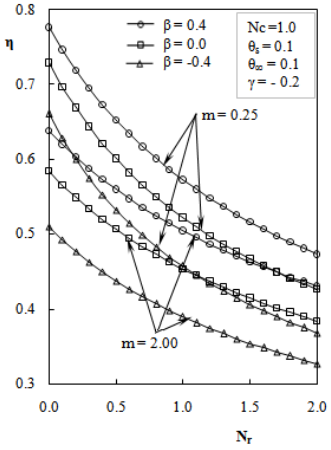
Şekil 6: Taşınım parametresi m'nin farklı değerleri için, boyutsuz ısı transfer hızının taşınım-iletim parametresi ile değişimi.

Şekil 7; $\beta, \gamma, ve\ N_r$ parametrelerinin ısı transfer hızına etkilerini göstermektedir. β ve γ'nın artan değerlerinde ısı transfer hızının arttığı ve bu artışın N_r'nin büyük değerlerinde daha fazla olduğu şekilden görülmektedir. N_r parametresinin artan değerleri yüzeyden ışınımla ısı geçişinin artışına karşı gelmektedir.

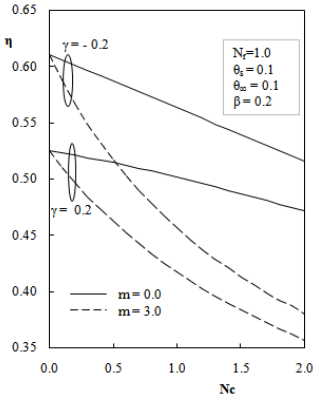


Şekil 7: Isı iletim parametresi β ve yayma oranı parametresi γ'nın farklı değerleri için, boyutsuz ısı transfer hızının ışınım-iletim parametresi ile değişimi.

Şekil 8 ve Şekil 9 kanat verimlerinin parametrelerle nasıl değiştiğini göstermektedir. Şekil 8'den N_r'nin artmasıyla verim değerlerinin azaldığı görülmektedir. β artarken verim değerleri artarken, m'nin artması verimin azalmasına yol açmaktadır. Şekil 9, kanat verimine N_c ve γ'nın etkilerini göstermek için düzenlenmiştir. Aynı m değeri için $\gamma = -0.2$ ve $\gamma = 0.2$ için çizilen verim eğrilerine bakıldığında, küçük N_r değerlerinde verimler arasındaki farkın büyük olduğu, N_r'nin değerinin artmasıyla bu farkın giderek küçüldüğü görülmektedir. Ayrıca, $N_r$parametresi artarken verimin azaldığı da Şekil 9'dan anlaşılmaktadır.



Şekil 8: Isı iletim parametresi β ve taşınım parametresi m'nin farklı değerleri için, kanat veriminin ışınım-iletim parametresi ile değişimi.



Şekil 9: Yayma oranı parametresi γ ve taşınım parametresi m'nin farklı değerleri için, kanat veriminin ışınım-iletim parametresi ile değişimi.

8 Sonuç

Bu çalışmada; ısı iletim katsayısı, yüzey yayma oranı ve ısı taşınım katsayısı sıcaklıkla değişen iğne kanatların ısıl performansı araştırılmıştır. Daha çok homojen olmayan doğrusal diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan parametrelerin değişimi yöntemi, bu çalışmada incelenen kanada ait doğrusal olmayan diferansiyel denklemin çözümünde kullanılmıştır. Literatürde doğrusal olmayan ısı transferi problemlerinin çözümünde kullanımı çok yeni olan parametrelerin değişimi yöntemi, doğrusal olamayan diferansiyel denkleminin çözümünü, sayısal integrasyona indirgeyerek iteratif bir çözüm sunmaktadır. Sayısal çözümden elde edilen sıcaklık dağılımı yardımıyla kanattan transfer edilen ısı ve kanat verimi problem parametrelerinin fonksiyonu olarak elde edilmiştir.

Literatürde de belirtildiği gibi [14], ısı iletim katsayısı ve yüzey yayma oranının sıcaklıkla artmasının, ısı transfer hızını artırdığı görülmüştür. Ancak, iletim katsayısındaki bir artışın kanat verimini artırdığı, yüzey yayma oranındaki aynı artışın ise verimde bir azalmaya yol açtığı gözlenmiştir. Ayrıca ısı transfer hızının, taşınım katsayısının sıcaklıkla değişimini simgeleyen m parametresi ile azaldığı ve kanat veriminin ise m parametresi ile arttığı belirlenmiştir.

9 Kaynaklar

[1] Kraus AD, Aziz A, Welty J. *Extended Surface Heat Transfer*. New York, USA, John Wiley & Sons Inc., 2001.

[2] Laor K, Kalman H. "Performance and optimum dimensions of different cooling fins with a temperature-dependent heat transfer coefficient". *International Journal Heat and Mass Transfer*, 39(9), 1993-2003, 1996.

[3] Aksoy IG. "Thermal analysis of annular fins with temperature-dependent thermal properties". *Applied Mathematics and Mechanics*, 34(11), 1349-1360, 2013.

[4] Chang MH. "Decomposition solution for fins with temperature dependent surface heat flux". *International Journal Heat and Mass Transfer*, 48(9), 1819-1824, 2005.

[5] Kim S, Huang CH. "A series solution of the non-linear fin problem with temperature dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient". *Journal of Physics D Applied Physics,* 40(9), 2979-2987, 2007.

[6] Khani F, Raji MA, Nejad HH. "Analytical solutions and efficiency of the nonlinear fin problem with temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient". *Communications in Nonlinear Science Numerical Simulation,* 14(8), 3327-3338, 2009.

[7] Arslanturk C. "Simple correlation equations for optimum design of annular fins with uniform thickness". *Applied Thermal Engineering,* 25(14-15), 2463-2468, 2005.

[8] Arslanturk C. "Correlation equations for optimum design of annular fins with the temperature dependent thermal conductivity". *Heat and Mass Transfer,* 45(4), 519-525, 2009.

[9] Kundu B, Bhanja D. "Performance and optimization analysis of a constructal T-shaped fin subject to variable thermal conductivity and convective heat transfer coefficient". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(1-3), 254-267, 2010.

[10] Bouaziz MN, Aziz A. "Simple and accurate solution for convective–radiative fin with temperature dependent thermal conductivity using double optimal linearization". *Energy Conversion and Management,* 51(12), 2776-2782, 2010.

[11] Kundu B. "Analytic method for thermal performance and optimization of an absorber plate fin having variable thermal conductivity and overall loss coefficient". *Applied Energy,* 87, 2243-2255, 2010.

[12] Khani F, Aziz A. "Thermal analysis of a longitudinal trapezoidal fin with temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient". *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation,* 15(3), 590-601, 2010.

[13] Torabi M, Aziz A. "Thermal performance and efficiency of convective-radiative t-shaped fin with temperature dependent thermal conductivity, heat transfer coefficient and surface emissivity". *International Communications in Heat and Mass Transfer,* 39(8), 1018-1029, 2012.

[14] Torabi M, Aziz A, Zhang K. "A comparative study of longitudinal fins of rectangular trapezoidal and concave parabolic profiles with multiple nonlinearities". *Energy,* 51, 243-256, 2013.

[15] Saedodin S, Barforoush MSM. "Comprehensive analytical study for convective-radiative continuously moving plates with multiple non-linearities". *Energy Conversion and Management*, 81, 160-168, 2014.

[16] Cengel YA, Palm WJ. *Differential Equations for Engineers and Scientists*. New York, USA, McGraw Hill, 2012.

[17] Mohyud-Din ST, Noor MA, Waheed A. "Variation of parameters method for initial and boundary value problems". *World Applied Sciences Journal,* 11(5), 622-639, 2010.
[18] Rahmatullah, Mohyud-Din ST. "Variation of parameters method for nonlinear diffusion equations". *International Journal of Modern Applied Physics,* 3(1), 48-56, 2013.
[19] Moore TJ. Application of Variation of Parameters to Solve Nonlinear Multimode Heat Transfer Problems. PhD Dissertation, Brigham Young University, USA, 2014.
[20] Moore TJ, Jones MR. "Analysis of the conduction-radiation problem in absorbing, emitting, non-gray planar media using an exact method". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 73, 804-809, 2014.
[21] Moore TJ, Jones MR. "Solving nonlinear heat transfer problems using variation of parameters". *International Journal Thermal Sciences*, 93, 29-35, 2015.
[22] Maple 16.00, © Maplesoft.
[23] Bergman TL, Lavine AS, Incropera, FP, DeWitt DP. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 7th ed. New Jersey, USA, John Wiley and Sons, 2011.