Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.
Cilt 31, No 2, 449-455, 2016
DOI: 10.17341/gummfd.83503

Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University
Vol 31, No 2, 449-455, 2016

PİNYON-TİPİ TAKIMLA DİŞLİ İMALAT SİMÜLASYONUNDA EVOLVENT PARAMETRESİNİN EFEKTİF SINIRININ TAYİNİ

Mahmut Cüneyt FETVACI
İstanbul Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 34320, İSTANBUL
fetvacic@istanbul.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada pinyon-tipi takımla imal edilen evolvent dişlilerin bilgisayar simülasyonu ele alınmıştır. Dişli teorisinden hareketle kesici takımların ve imal edilen iç ve dış dişlilerin matematik modelleri verilmiştir. İmal edilen evolvent bölgenin diş başında sonlanmasını sağlayan tasarım parametresinin efektif limitinin bulunması araştırılmıştır. Kesici takımın ve imal edilen dişlinin grafiklerini elde etmek için bilgisayar programları geliştirilmiştir. Böylelikle çeşitli takım parametrelerinin imal edilen dişli geometrisindeki etkileri önceden incelenebilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Evolvent profil, helisel dişli, pinyon takım

DETERMINATION OF EFFECTIVE INVOLUTE PARAMETER LIMIT IN GENERATION SIMULATION OF GEARS MANUFACTURED BY PINION-TYPE CUTTERS

ABSTRACT

This paper studies the computerized tooth profile generation of involute gears cut with pinion-type cutters. Based on the theory of gearing the mathematical models of generating cutters and generated external and internal gears with involute teeth are given. Effective limits of design parameters that determine the actual tip circle radii of the generated gears are investigated. Computer simulation programs are developed to obtain graphs of generating tools and generated teeth surfaces. The effect of tool parameters on generated gear can be investigated before manufacturing.

Keywords: Involute profile, helical gears, pinion-type cutters

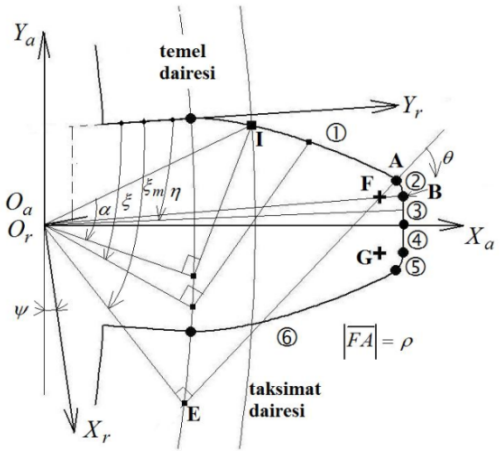
1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Evolvent profilli düz ve helisel dişli çarklar paralel eksenli millerde güç iletiminde yaygın olarak kullanılan mekanizmalardır. Dişli çarkların tasarım aşamasında çeşitli sayısal yöntemlerle gerilme analizi ve iletim hatası analizi yapılarak işletmedeki davranışı simüle edilir. Böylelikle hem yetersiz bir tasarımın yol açacağı hasarların önüne geçilmiş olur hem de zaman alıcı ve pahalı test yöntemlerine gerek kalmaz. Güvenilir bir bilgisayar destekli dişli tasarımının en önemli noktası diş geometrisinin yüksek hassasiyette matematik modellenmesidir. Dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için model oluşturmada literatürde yaygın olarak kullanılan metod Litvin tarafından sunulan vektör metodudur [1]. Takım yüzeyinin vektörel ifadesinden hareketle koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve dişli ana kanunu uygulanarak imal edilen dişlinin matematik modeli elde edilmektedir. Çok sayıda yazar bu metodu kullanarak hemen her tipten dişlinin modellenmesi ile ilgili çalışmalar yapmıştır [2-12]. Ayrıca vektör metodu çeşitli fonksiyonel ve imalat modifikasyonlarının (tepe boşaltması, bombe, taşlama payı vd.) uygulanmasına da imkan sağlamaktadır [13-18]. Açık literatürde gerek kremayer-tipi ve gerekse pinyon-tipi takımlarla dişli imalatının vektör metodu ile matematik modellenmesinde yüzeylerde bir noktanın geometrik yerini tayin eden parametrelerin değişim aralıkları ve yuvarlanma parametreleri gibi detaylar sıklıkla verilmemektedir. Evolvent bölgede takım için verilen parametrenin değişim aralığının limit değerlerinden birinin imal edilen dişlide diş başı çapının standart değerini tam sağlamadığı

makalelerdeki denklemlerle geliştirilen programların kullanıldığı bilgisayar simülasyonlarında gözlemlenmiştir. Bu farklılığın giderilmesi ya bir CAD programında ya da hesaplayıcı programa ilave bir algoritma ile sağlanmaktadır. Eş çalışan dişlilerin dönme-öteleme veya dönme-dönme hareketlerinde kavrama doğrusu üzerinde ölçülen yuvarlanma noktasına yaklaşma veya uzaklaşma mesafelerinin imal edilen evolvent bölgenin sınırının tayinine etki edebileceği düşüncesi yazarı bu çalışmaya motive etmiştir. Böylelikle herhangi bir ilave işleme gerek duyulmadan imal edilen evolvent bölgenin üst sınırının standart dişbaşı yarıçapında sonlanması otomatik olarak sağlanabilir. Pinyon takımla hem dış hem de iç dişlilerin imalatı yapılabilmektedir. İmal ettiği dişliye görünüş itibari ile benzeyen takımın baş yüksekliği arttırılmış ve yüzeylerine talaş kaldırıcı özellikler verilmiştir [19, 20]. Sunulan bu çalışmanın amacı ulaşılabilen açık literatürde verilmeyen evolvent bölgenin pinyon takım için alt sınırının tayinini ele almaktır. Bunun için temas noktasının geometrik yerinden hareketle kavrama doğrusunda katedilen mesafenin takım parametresi ile ilişkisi incelenecektir. İkinci bölümde pinyon tipi takımın matematik modellenmesi ele alınmıştır. Üçüncü bölümde imal edilen dış ve iç dişlilerinin modellenmesi ele alınmıştır. Evolvent bölge için efektif sınırın tayini dördüncü bölümde sunulmaktadır. Takip eden bölümde ise çeşitli dizayn parametrelerinin imal edilen dişli üzerindeki etkileri görselleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar altıncı bölümde vurgulanmıştır.

2. TAKIM YÜZEYLERİ (GENERATING SURFACES)

Bu bölümde yuvarlanma metodu ile iç ve dış dişlileri imal eden takımların matematik modelleri ele alınmıştır [3, 5, 21-23].



Şekil 1. Pinyon Takımın Alın Kesiti (Transverse Section of Pinion Cutter)

Şekil 1'de helisel dişli çarkların imalatında kullanılan evolvent profilli pinyon-tipi takım alın kesitte gösterilmiştir. Matematik model Chang ve Tsay'ın simetrik düz dişli pinyon takım modelinden uyarlanmıştır [3]. Takımın 1 ve 6. bölgeleri imal edilen dişlinin evolvent yanaklarını oluşturmaktadır. Dairesel yay formda 2 ve 5. bölgeler imal edilen çarkın diş kökünü, doğru formda 3 ve 4. bölgeler çarkın diş tabanını şekillendirmektedir. $S_r(X_r, Y_r)$ referans koordinat sistemi ve $S_a(X_a, Y_a)$ takım koordinat sistemidir. Koordinat sistemleri arasındaki bağa göre takım yüzeyindeki bir i bölgesinin $S_a(X_a, Y_a)$ koordinat sistemi yer vektörü aşağıdaki dönüşüm matrisi uygulanarak elde edilir [1, 3].

$$\mathbf{R}_a^i = \begin{Bmatrix} x_a^i \\ y_a^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\psi & \cos\psi \\ -\cos\psi & \sin\psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_r^i \\ y_r^i \end{Bmatrix} \tag{1}$$

Burada $\psi=\pi/2N_c+\tan\alpha_t-\alpha_t$ dönme açısı, α_t yuvarlanma noktasındaki alın kavrama açısı ve N_c dişli takımın diş sayısıdır. Normal kavrama açısı ve helis açısı verildiğinde alın kavrama açısı $\tan\alpha_t=\tan\alpha_n/\cos\beta$ ifadesiyle bulunur. Üst indis i sırasıyla 1, 2, 3, 4, 5 ve 6. bölgeleri gösterir. Şekil 1'de görüldüğü üzere takımın 1. ve 6. bölgeleri imal edilen helisel dişlinin evolvent yanaklarını oluşturmaktadır. Eğrisel parametre ξ evolvent bölgedeki bir noktanın konumunu tayin etmekte ve $0\le\xi\le\xi_m$ aralığında değişmektedir. Takımın 1. ve 6. bölgelerinin yer vektörleri S_a koordinat sisteminde aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir [3].

$$\mathbf{R}_a^{1,6} = \begin{Bmatrix} x_a^{1,6} \\ y_a^{1,6} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_b\cos(\xi-\psi) + r_b\xi\sin(\xi-\psi) \\ \mp r_b\sin(\xi-\psi) \pm r_b\xi\cos(\xi-\psi) \end{Bmatrix} \tag{2}$$

Burada r_b helisel dişli pinyon takımın temel dairesi yarıçapıdır. (2) numaralı denklemde üst işaret birinci (sol) alt işaret altıncı (sağ) bölgeleri ifade eder. İmal edilen dişlinin diş kökleri kesici takımın 2. ve 5. bölgeleri tarafından şekillendirilmektedir. Şekil 1'de görüldüğü üzere θ eğrisel parametresi yuvarlatılmış uçtaki bir noktanın koordinatını tayin etmekte ve $0\le\theta\le\pi/2-\tan^{-1}(\xi_m-(\rho/r_b))$ aralığında değişmektedir. Yuvarlatılmış ucun eğrilik merkezi maksimum evolvent noktası A'dan temel dairesine indirilen teğet doğrusu EA üzerindeki F noktasında konumludur. Takımın 2. ve 5. bölgelerinin yer vektörleri S_a koordinat sisteminde aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir [3].

$$\mathbf{R}_a^{2,5} = \begin{Bmatrix} r_b\cos(\xi_m-\psi) + r_b\xi_m\sin(\xi_m-\psi) \\ \mp r_b\sin(\xi_m-\psi) \pm r_b\xi_m\cos(\xi_m-\psi) \\ -\rho\sin(\xi_m-\psi) + \rho\sin(\theta+\xi_m-\psi) \\ \mp\rho\cos(\xi_m-\psi) \pm \rho\cos(\theta+\xi_m-\psi) \end{Bmatrix} \tag{3}$$

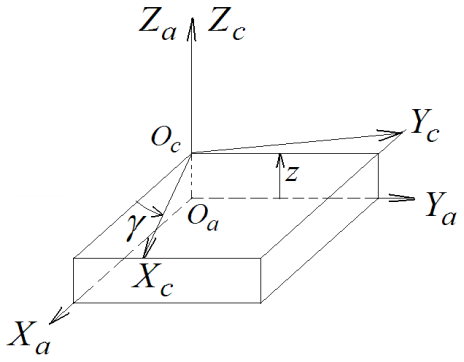
Bu denklemde ρ takımın yuvarlatılmış ucunun eğrilik yarıçapı ve ξ_m maksimum evolvent açısıdır. Üst işaret ikinci (sol) alt işaret beşinci (sağ) bölgeleri ifade eder. Kesici takımın 3. ve 4. bölgeleri imal edilen dişlinin tabanını şekillendirmektedir. Eğrisel parametre η takımın tavanındaki bir noktanın konumunu tayin

etmekte ve $\xi_m + \delta - \pi/2 \le \eta \le \tan\alpha_t - \alpha_t + \pi/2N_c$ aralığında değişmektedir. S_a koordinat sisteminde 3. ve 4. bölgelerin denklemleri aşağıda verilmiştir [3].

$$\mathbf{R}_a^{3,4} = \begin{Bmatrix} x_a^{3,4} \\ y_a^{3,4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_B \cos(\eta - \psi) \\ \pm r_B \sin(\eta - \psi) \end{Bmatrix} \tag{4a}$$

$$r_B = \sqrt{r_b^2 + (r_b \xi_m - \rho)^2} + \rho \tag{4b}$$

Bu denklemde r_B takımın baş dairesi yarıçapıdır ve $\delta = \pi/2 - \tan^{-1}(\xi_m - (\rho/r_b))$ dır. Üst işaret üçüncü (sol) alt işaret dördüncü (sağ) bölgeleri ifade eder. Şekil 2'de gösterildiği üzere alın kesite vida hareketi uygulanarak helisel dişli takımın diş yüzeyi S_c koordinat sisteminde (5) numaralı ifade ile elde edilebilir. Burada döndürme açısı $\gamma = z \times \tan\beta / r_c$ olarak hesaplanır ve r_c takımın taksimat dairesi yarıçapını gösterir.



Şekil 2. Helicoid Yüzey Oluşturmak İçin Koordinat Dönüşümü [1, 13] (Generation of a Helicoid)

$$\mathbf{R}_c^i = \begin{Bmatrix} x_c^i \\ y_c^i \\ z_c^i \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^i \\ y_a^i \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{5}$$

Diferansiyel geometriden, S_c koordinat sisteminde ifade edilen takım yüzeylerinin normal vektörleri (6) numaralı denklemle, birim normal vektörleri ise (7) numaralı denklemle hesaplanır [1].

$$N_c^i = \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z} \tag{6}$$

$$\mathbf{n}_c^i = \frac{\dfrac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \dfrac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z}}{\left| \dfrac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \dfrac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z} \right|} \tag{7}$$

Burada l_j parametresi sırasıyla takımın eğrisel parametreleri ξ, θ ve η yi gösterir.

Örnek olarak takımın evolvent formda 1 ve 6. bölgelerinin normal vektörleri ilgili ifadelerden bulunabilir. (8) numaralı denklemde üst işaret birinci (sol) alt işaret altıncı (sağ) bölgeleri ifade eder.

$$N_c^i = \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z} = r_b \xi \begin{Bmatrix} \mp \sin(\xi - \psi \mp \gamma) \\ -\cos(\xi - \psi \mp \gamma) \\ \cos\alpha_t \tan\beta \end{Bmatrix} \tag{8}$$

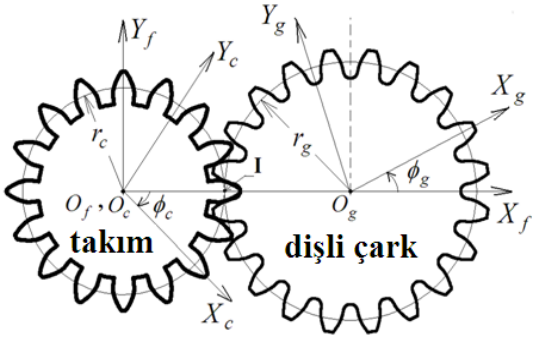
3. İMAL EDİLEN YÜZEYLER (GENERATED SURFACES)

Yuvarlanma metodunda takım ve imal edilen dişli (dişli taslağı) senkronize hareket ederler. Uygun koordinat sistemleri kullanılarak takım yüzeyi ile taslak yüzeyi arasında dönüşümün matematik ifadesi tesis edilir. Pinyon-tipi takım için dönüşümler aşağıda verilmiştir.

3.1 Dış Dişli Çark İmalatı (External Gear Generation)

İmal edilen dişli yüzeyleri denklemlerini elde etmek için Şekil 3'de görüldüğü üzere S_c helisel pinyon takımın koordinat, S_g imal edilen çark dişlisinin koordinat ve S_f sabit olan referans koordinat sistemleri kullanılır. Yuvarlanma prosesinde pinyon takım ϕ_c açısı kadar dönerken imal edilen çark ϕ_g açısı kadar dönmektedir. Dış dişli çark imali için takım koordinat sistemi ile çark koordinat sistemi arasındaki dönüşüm (9) numaralı denklemle ifade edilir [1].

$$[M_{gc}] = \begin{bmatrix} \cos(\phi_g + \phi_c) & \sin(\phi_g + \phi_c) & 0 & -(r_c + r_g)\cos\phi_g \\ -\sin(\phi_g + \phi_c) & \cos(\phi_g + \phi_c) & 0 & (r_c + r_g)\sin\phi_g \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$



Şekil 3. Pinyon Takım ile İmal Edilen Dişli Arasındaki Koordinat Bağı (Coordinate Relationship Between Pinion Cutter and Generated Gear)

ϕ_g ve ϕ_c dönme açıları arasındaki ilişki N_c takım diş sayısı ve N_g imal edilen diş sayısı olmak üzere $\phi_g = (N_c/N_g)\phi_c$ dir. I noktası ani dönme merkezi, r_c takım taksimat yarıçapı ve r_g çark taksimat yarıçapıdır.

Pinyon takım yüzeylerinin geometrik yeri imal edilen dişli çarkın koordinat sisteminde ifade edilir [1].

$$\mathbf{R}_g^i = \left[M_{gc}\right]\mathbf{R}_c^i \quad , (i = 1,...,6) \tag{10}$$

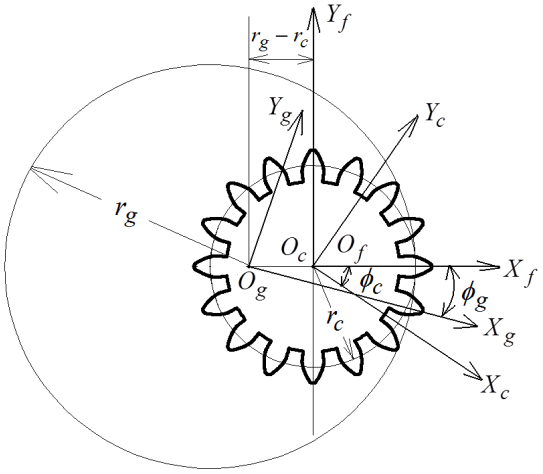
Dişli Ana Kanunu gereğince eşlenik diş profillerinin temas noktasındaki müşterek normali izafi ani dönme merkezinden (yuvarlanma dairelerinin değme noktası) geçmelidir. Bu kanunun matematiksel ifadesi eş çalışma denklemi S_c koordinat sisteminde (11) numaralı denklemde verilmiştir [1, 3].

$$\frac{X_c - x_c^i}{n_{cx}^i} = \frac{Y_c - y_c^i}{n_{cy}^i} \tag{11}$$

Burada $X_c=r_c cos\phi_c$ ve $Y_c=r_c sin\phi_c$, S_c koordinat sisteminde I noktasının koordinatları; x_c^i ve y_c^i kesici takım yüzeyinin koordinatları; n^i_{cx} ve n^i_{cy} birim normal vektörlerin kartezyen bileşenleridir. İmal edilen dişli çarkın matematik modeli ise pinyon kesici takımın geometrik yeri ile eş çalışma denkleminin bir kombinasyonudur. (10) ve (11) numaralı denklemler eşzamanlı çözülerek imal edilen dişli çark yüzeylerinin matematik modeli elde edilir.

3.2 İç Dişli Çark İmalatı (Internal Gear Generation)

Pinyon takım ve imal edilen iç dişli çark arasındaki kinematik bağ Şekil 4'de gösterilmektedir. Dış dişli çark için verilen denklemler geçerli olmakla birlikte koordinat dönüşüm matrisi (12) numaralı denklemde görüldüğü üzere farklılık arz eder [1].



Şekil 4. Pinyon Takım ile İmal Edilen İç Dişli Arasındaki Koordinat Bağı (Coordinate Relationship Between Pinion Cutter and Generated Internal Gear)

$$\left[M_{gc}\right] = \begin{bmatrix} \cos(\phi_g - \phi_c) & -\sin(\phi_g - \phi_c) & 0 & (r_g - r_c)\cos\phi_g \\ \sin(\phi_g - \phi_c) & \cos(\phi_g - \phi_c) & 0 & (r_g - r_c)\sin\phi_g \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

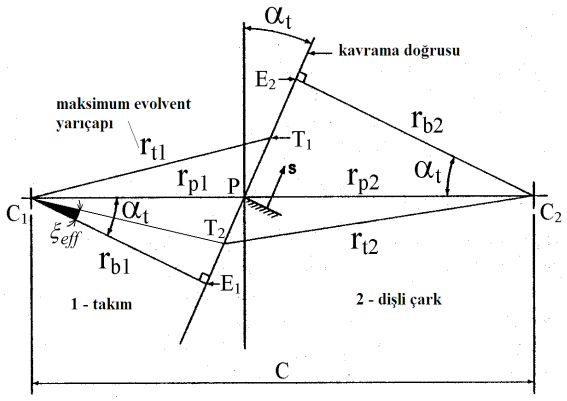
İmal edilen iç dişli çarkın matematik modeli ise pinyon kesici takımın geometrik yeri ile eş çalışma denkleminin bir kombinasyonudur. (10) ve (11) numaralı denklemler eşzamanlı çözülerek imal edilen dişli çark yüzeylerinin matematik modeli elde edilir.

Pinyon takımla iç ve dış dişli imalatında profil kaydırma durumunda matematik modelde eş çalışma taksimat yarıçapları göz önüne alınır [16].

4. EFEKTİF EVOLVENT PARAMETRE SINIRI (EFFECTIVE LIMIT OF INVOLUTE PARAMETER)

Çalışmanın bu bölümünde önceki bölümlerde ele alınan takımlarda evolvent parametresinin imal edilen dişlide diş başı yarıçapını sağlayan değerinin tayini ele alınmaktadır.

Pinyon-tipi takım ile dış dişlinin kavrama doğrusu Şekil 5'de gösterilmektedir. Temasın üst noktası takımın maksimum evolvent yarıçapı tarafından tayin edilir. Alt nokta T_2 ise imal edilen dişlinin diş başı dairesinin kavrama doğrusunu kestiği yerdir. Takımın temel dairesi yarıçapı r_{b1}, çarkın temel dairesi yarıçapı r_{b2}, çarkın diş başı dairesi yarıçapı r_{t2} ve alın kavrama açısı α_t ye bağlı olarak PT_2 mesafesi ve E_1T_2 mesafesi (13) numaralı denklem ile hesaplanır. Buradan evolvent parametresinin alt limitinin efektif değeri ξ_{min} bulunur. İmal edilen evolvent bölgeyi hesaplarken takım yüzeyi için verilen $0 \le \xi \le \xi_m$ yerine $\xi_{min} \le \xi \le \xi_m$ aralığı kullanılmalıdır.

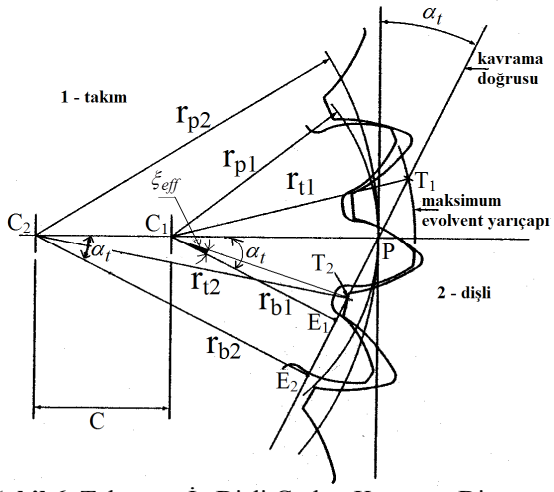


Şekil 5. Takım ve Dişli Çarkın Kavrama Diyagramı [24] (Meshing Diagram of Cutter and Gear)

$$\begin{aligned} \overline{PT_2} &= r_{b2}\tan\alpha_t - \sqrt{r_{t2}^2 - r_{b2}^2} \\ \overline{E_1T_2} &= (r_{b2}\tan\alpha_t - \sqrt{r_{t2}^2 - r_{b2}^2} + r_{b1}\tan\alpha_t) \\ \xi_{\min} &= \overline{E_1T_2} / r_{b1} \end{aligned} \tag{13}$$

Şekil 6'da pinyon-tipi takım ile iç dişli çarkın kavrama doğrusu gösterilmektedir. Temasın üst noktası takımın maksimum evolvent yarıçapı tarafından tayin edilir. Alt nokta T_2 ise imal edilen dişlinin diş başı dairesinin kavrama doğrusunu kestiği yerdir. Çarkın diş başı dairesi yarıçapı r_{t2} ve temel dairesi yarıçapı r_{b2} ye bağlı olarak E_2T_2 mesafesi ve E_1T_2 mesafesi (14) numaralı denklem ile hesaplanır. Buradan evolvent parametresinin alt limitinin efektif değeri ξ_{min} bulunur. İmal edilen evolvent bölgeyi hesaplarken takım yüzeyi için verilen $0 \le \xi \le \xi_m$ yerine $\xi_{min} \le \xi \le \xi_m$ aralığı kullanılmalıdır.

$$\overline{E_2T_2} = \sqrt{r_{t2}^2 - r_{b2}^2}$$
$$\overline{E_1T_2} = \sqrt{r_{t2}^2 - r_{b2}^2} - \tan\alpha_t (r_{b2} - r_{b1}) \quad (14)$$
$$\xi_{\min} = \overline{E_1T_2} / r_{b1}$$

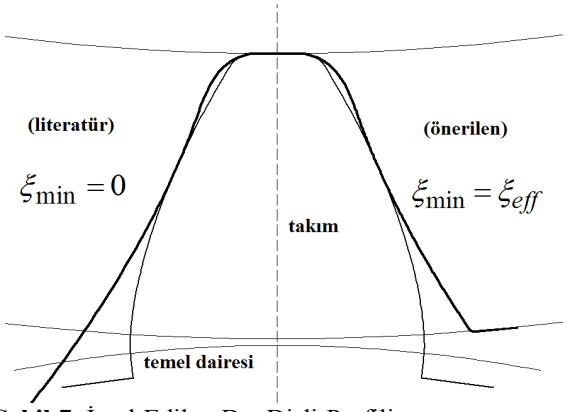


Şekil 6. Takım ve İç Dişli Çarkın Kavrama Diyagramı [24] (Meshing Diagram of Cutter and Internal Gear)

Yukarıda sunulan efektif parametre limitleri sadece imal edilen dişli profilini elde ederken kullanılmalıdır.

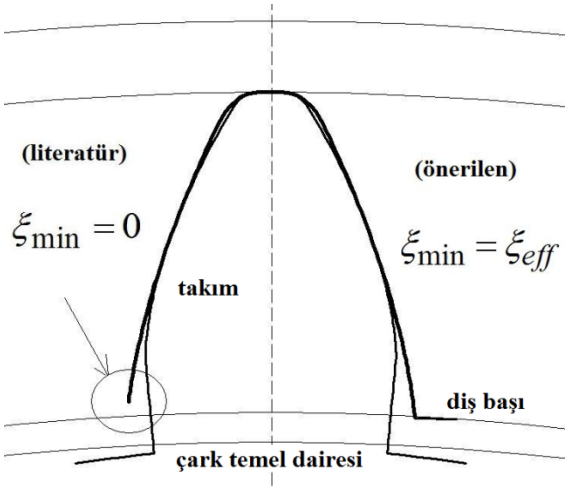
5. BİLGİSAYAR UYGULAMALARI (COMPUTER APPLICATIONS)

Önceki bölümlerde verilen matematik modellerden hareketle bilgisayar programları yazılmış ve çeşitli dizayn parametreleri için çıktılar görselleştirilmiştir. BASIC programlama dili ile GW-BASIC editöründe hazırlanan programların çıkış dosyaları GRAPHER grafik işlemci programında değerlendirilmiştir.



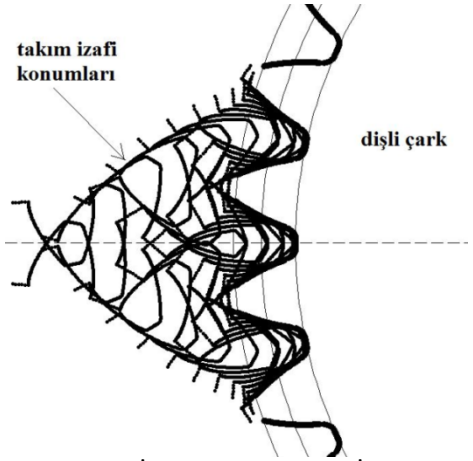
Şekil 7. İmal Edilen Dış Dişli Profili (Generated External Gear Tooth Profile)

Evolvent bölgeyi tayin eden parametrenin efektif limitleri ve literatürde kullanılan limitleri ile yapılan karşılaştırmalar aşağıda görselleştirilmiştir. Şekil 7'de pinyon şeklinde takım ve imal ettiği helisel dış diş profili alın kesitte gösterilmektedir. Normal modül $m_n=3$ *mm*, takım diş sayısı $N_c=20$, çark diş sayısı $N_g=30$, normal kavrama açısı $\alpha_n=20°$, helis açısı $\beta=35°$ ve takım uç eğrilik yarıçapı $\rho=0,2\times m_n$ olarak alınmıştır. Evolvent parametresinin önerilen alt limiti imal edilen evolventin standart uzunluğunu sağlamaktadır. Pinyon şeklinde takım ve imal ettiği iç düz dişli profili Şekil 8'de gösterilmektedir. Normal modül $m_n=3$ *mm*, takım diş sayısı $N_c=20$, çark diş sayısı $N_g=40$, normal kavrama açısı $\alpha_n=20°$, helis açısı $\beta=0°$ ve takım uç eğrilik yarıçapı $\rho=0,2\times m_n$ olarak alınmıştır. Seçilen takım ve çark diş sayıları, alttan kesme olmaması için $32\le N_g\le 200$ çark diş sayılarında takım diş sayısının $N_c\le 1,004\times N_g-9,162$ olma şartını sağlamaktadır [25]. Evolvent parametresinin önerilen alt limiti imal edilen evolventin standart uzunluğunu vermektedir.

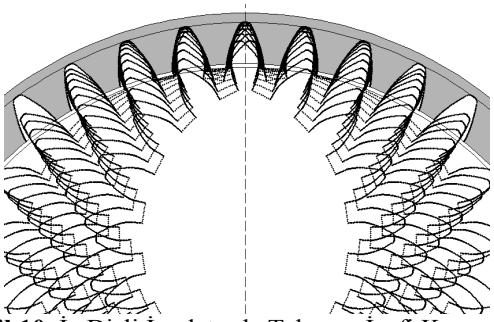


Şekil 8. İmal Edilen İç Dişli Profili (Generated Internal Gear Tooth Profile)

Şekil 9'da dış dişli imalatında takımın izafi yörüngeleri ve imal edilen profil gösterilmektedir. Benzer görselleştirme iç dişli çark için Şekil 10'da görülmektedir. Takımın izafi hareketlerinin görselleştirilmesi talaş geometrisinin tayininde kullanılabilir.



Şekil 9. Dış Dişli İmalatında Takımın İzafi Konumları (Relative Positions of Cutter During External Teeth Generation)



Şekil 10. İç Dişli İmalatında Takımın İzafi Konumları
(Relative Positions of Cutter During Internal Teeth Generation)

6. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Dişli çarkların seri imalatında yuvarlanma yöntemine göre talaş kaldıran takımlar kullanılmaktadır. Bu çalışmada imal eden takımların ve imal edilen dişlilerin matematik modelleri verilmiştir. Literatürde düz dişli çark için mevcut matematik model, evolvent düz ve helisel dişli simülasyonu için adapte edilmiştir. Uygun dönüşümler ile takımların taslakları şekillendirici yüzeyleri tesis edilmiştir. Takım-Taslak dönüşümleri uygulanarak imal edilen dişlilerin matematik modelleri elde edilmiştir. Literatürde mevcut çalışmalarda evolvent bölgeyi tayin eden parametrenin diş başında sonlanan evolvent uzunluğunu tam sağlamadığı tespit edilerek bu parametrenin efektif değeri araştırılmıştır. Kavrama doğrusunda kat edilen mesafeden hareketle imal edilen dişlinin diş başı dairesinde sonlanan efektif limit iç ve dış dişli için bulunmuştur. Böylelikle literatürde mevcut değerler kullanıldığında standart diş başı için gereken ilave algoritmaya veya CAD operasyonuna gerek kalmamaktadır. Önerilen parametrelerin doğruluğunu gösteren grafikler elde edilmiştir. Ayrıca diş açmada takımın izafi konumları da görselleştirilmiştir. Buradan hareketle talaş gemetrisi tayin edilebilir ve takım ömrü analizi için model tesis edilebilir. Bu çalışmada sunulan program yaklaşımı ile çeşitli dizayn parametrelerinin dişli geometrisi üzerindeki etkileri imalattan önce incelenebilir. Çalışmadaki matematik modeller beveloid dişlilere, eliptik dişlilere ve ayrıca asimetrik evolvent profilli dişlilere genişletebilinir.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENTS)

Bu çalışma, İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından desteklenmiştir. Proje No: BYP-38122.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Litvin, F.L., **Gear Geometry and Applied Theory**, Prentice Hall, New Jersey, A.B.D., 1994.
2. Tsay, C.-B., "Helical Gears with Involute Shaped Teeth: Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis and Stress Analysis", **Journal of Mechanical Design**, Cilt 110, No 4, 482-491, 1988.
3. Chang, S.-L. ve Tsay C.-B., "Computerized Tooth Profile Generation and Undercut Analysis of Noncircular Gears Manufactured with Shaper Cutters", **Journal of Mechanical Design**, Cilt 120, No 1, 92-99, 1998.
4. Liu, C.C. ve Tsay, C.-B., "Tooth Undercutting of Beveloid Gears", **Journal of Mechanical Design,** Cilt 123, No 4, 569-576, 2001.
5. Figliolini, G. ve Angeles, J., "The Synthesis of Elliptical Gears Generated by Shaper-Cutters", **Journal of Mechanical Design**, Cilt 125, No 4, 793-801, 2003.
6. Brauer, J., "A General Finite Element Model of Involute Gears", **Finite Elements in Analysis and Design**, Cilt 40, No 13-14, 1857-1872, 2004.
7. Chen, C.-F. ve Tsay, C.-B., "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth", **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, Cilt 45, No 12-13, 1531-1541, 2005.
8. Yang, S.-C., "Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis", **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, Cilt 26, No 5-6, 448-456, 2005.
9. Yang, S.-C., "Study on an Internal Gear with Asymmetric Involute Teeth", **Mechanism and Machine Theory**, Cilt 42, No 8, 977-994, 2006.
10. Wu, S.-Z. ve Tsai, S.-J., "Contact Stress Analysis of Skew Conical Involute Gear Drives in Approximate Line Contact", **Mechanism and Machine Theory**, Cilt 44, No 9, 1658-1676, 2009.
11. Fetvacı, C., "Computer Simulation of Helical Gears with Asymmetric Involute Teeth", **Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University**, Cilt 25, No 3, 441-447, 2010.
12. Chen, W.-L. ve Tsay, C.-B., "Mathematical Model and Tooth Surfaces of Recess Action Wormgears with Double-depth Teeth", **Mechanism and Machine Theory**, Cilt 46, No 12, 1840-1853, 2011.
13. Tsay, M.-F. ve Fong, Z.-H., "Novel Profile Modification Methodology for Moulded Face-gear Drives", **Journal of Mechanical Engineering Science**, Cilt 221, No 6, 715-725, 2007.
14. Chen, Y.-C. ve Tsay, C.-B., "Stress Analysis of a Helical Gear Set with Localized Bearing Contact", **Finite Elements in Analysis and Design**, Cilt 38, No 8, 707-723, 2002.
15. Kuang, J.-H. ve Chen, W.-L., "Determination of Tip Parameters for the Protuberance Preshaving Cutters", **Mechanism and Machine Theory**, Cilt 31, No 7, 839-849, 1996.
16. Tsay, C.-B., Liu,W.-Y. ve Chen, Y.-C., "Spur Gear Generation by Shaper Cutters", **Journal of**

Materials Processing Technology, Cilt 104, No 3, 271-279, 2000.

17. Huang, K. J. ve Su, H. W., "Approaches to Parametric Element Constructions and Dynamic Analyses of Spur/helical Gears Including Modifications and Undercutting", **Finite Elements in Analysis and Design**, Cilt 46, No 12, 1106-1113, 2010.

18. Deng, X., Hua, L., ve Han, X., "Research on the Design and Modification of Asymmetric Spur Gear", **Mathematical Problems in Engineering**, Cilt 2015, doi:10.1155/2015/897257, 2015.

19. Jelaska, D. T., **Gears and Gear Drives**, John Wiley & Sons, West Sussex, UK, 2012.

20. Çakmak, S., **Dişli Çarklar : Geometri-Mukavemet-Teknoloji**, İstanbul, 1980.

21. Fetvacı, C., "Definition of Involute Spur Gear Profiles Generated By Gear-Type Shaper Cutters", **Mechanics Based Design of Structures and Machines**, Cilt 38, No 4, 481-492, 2010.

22. Fetvaci, C., "Generation Simulation of Involute Spur Gears Machined by Pinion-Type Shaper Cutters", **Strojniski vestnik-Journal of Mechanical Engineering**, Cilt 56, No 10, 644-652, 2010.

23. Fetvacı, C., "Yuvarlanma Metodu ile İmal Edilen Asimetrik Evolvent Düz Dişlilerin Bilgisayar Simülasyonu", **Mühendis ve Makine**, Cilt 52, No 516, 60-69, 2011.

24. Colbourne, J.R., **The Geometry of Involute Gears**, Springer-Verlag, New Jersey, A.B.D., 1987.

25. Litvin, F. L., Hsiao, C. L., Wang, J. C., ve Zhou, X., "Computerized Simulation of Generation of Internal Involute Gears and their Assembly", **Journal of Mechanical Design**, Cilt 116, No 3, 683-689, 1994.