İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TABAKALI ORTAMLARA GÖMÜLÜ CİSİMLERE İLİŞKİN TERS SAÇILMA PROBLEMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. M. Lütfi YARAR

Anabilim Dalı : Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği

Programı : Telekomünikasyon Mühendisliği

MART 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TABAKALI ORTAMLARA GÖMÜLÜ CİSİMLERE İLİŞKİN TERS SAÇILMA PROBLEMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. M. Lütfi YARAR
(504051345)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 21 Mart 2009
Tezin Savunulduğu Tarih : 24 Mart 2009

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ali YAPAR (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. İbrahim AKDUMAN (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Lale Tükenmez ERGENE (İTÜ)

MART 2009

ÖNSÖZ

Tezin ortaya çıkma sürecinin tüm aşamalarında verdiği destek ve danışmanlıktan dolayı Doç. Dr. Ali Yapar'a teşekkür ederim.

İTÜ Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü'ndeki kıymetli bazı bilim insanlarının bu tezin ortaya çıkması için gerekli birikime ciddi katkıları oldu; kendilerine teşekkür ederim: Doç. Dr. Ali Yapar, Arş. Gör. Fatih Yaman, Yrd. Doç. Dr. Funda Akleman, Prof. Dr. İbrahim Akduman, Yüksek Mühendis Mehmet Çayören, Yrd. Doç. Dr. Özgür Özdemir, Doç. Dr. Selçuk Paker, Arş. Gör. Serkan Şimşek.

İTÜ'deki Telekomünikasyon Mühendisliği Yüksek Lisans Programı'na başvururken bana referans vermekte tereddüt etmeyen Prof. Dr. Aydın Akan (İstanbul Üniversitesi) ve Prof. Dr. Hakan A. Çırpan'a (İstanbul Üniversitesi) desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Desteklerinden dolayı İTÜ Mustafa İnan Kütüphanesi'ndeki tüm çalışma arkadaşlarıma dört kişi nezdinde teşekkür etmek istiyorum: Ayhan Kaygusuz, Buket Benek, Mehmet Fatih Gök, Yunus Emre Selçuk.

Problemi tartışmayı kabul ettikleri ve zaman ayırdıkları için jüri üyelerine teşekkür ederim.

Verdikleri her türlü destekten dolayı aileme teşekkür ederim.

Mart 2009

M. Lütfi Yarar

Elektrik Elektronik Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **iii**
İÇİNDEKİLER ..... **v**
KISALTMALAR ..... **vii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **ix**
SEMBOL LİSTESİ ..... **xi**
ÖZET ..... **xiii**
SUMMARY ..... **xv**
1. GİRİŞ **1**
2. DÜZ SAÇILMA PROBLEMİNİN MODELLENMESİ VE ÇÖZÜLMESİ **7**
2.1 Problemin Geometrisi 7
2.2 Üç Tabakalı Uzay için Green Fonksiyonu 7
2.3 Cisimden Saçılan Alanın Tanımlanması 11
2.3.1 Cismin içindeki alan dağılımı 14
2.3.2 Herhangi bir bölgedeki alan dağılımı 17
3. GÖMÜLÜ CİSİMLERİN KONUMLARININ TESPİTİ **19**
4. GÖMÜLÜ CİSİMLERİN NEWTON YÖNTEMİ İLE GÖRÜNTÜLENMESİ **23**
5. SAYISAL SONUÇLAR **27**
5.1 MoM ile Elde Edilen Alan Dağılımları ile Analitik Çözümün Karşılaştırılması 27
5.2 Gömülü Cisimlerin Tespiti ve Görüntülenmesine İlişkin Nicel Sonuçlar ve Görüntüleme Parametrelerinin Sonuçlara Etkisi 29
5.2.1 Çalışma frekansı 30
5.2.2 Tikhonov regülarizasyon parametresi 31
5.2.3 ν başlangıç değerleri 33
5.2.4 Gömülü cismin şekli 34
5.2.5 Gömülü cismin bünye parametreleri 36
5.2.6 Seçilen görüntüleme bölgesinin büyüklüğü 40
5.2.7 Üç tabakanın varlığı (ikinci arayüzden yansıyan dalgalar) 44
5.2.8 İki cismin gömülü olduğu durum 47
5.2.9 Sinyal gürültüsü 50
6. SONUÇ **55**
KAYNAKLAR **57**
EKLER **59**
ÖZGEÇMİŞ **87**

KISALTMALAR

MoM **:** Method of Moments
RC **:** Radiation Condition
SIBC **:** Standard Impedance Boundary Condition
TM **:** Transverse Magnetic

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Problemin geometrisi. 8
Şekil 2.2 : MoM ile sayısallaştıma yapılırken kullanılan hücre yapısı. 14
Şekil 5.1 : MoM ile elde edilen alan dağılımları ile analitik çözümün karşılaştırılması. 28
Şekil 5.2 : Referans geometri. 29
Şekil 5.3 : Cismin konum tespiti. 30
Şekil 5.4 : Görüntüleme bölgesinin permitivite değerleri. 31
Şekil 5.5 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.00000001$ için yapılan görüntüleme. 32
Şekil 5.6 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. 32
Şekil 5.7 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.000001$ için yapılan görüntüleme. 33
Şekil 5.8 : $\nu = -0.5$ ve $\tau = 0.00000001$ için yapılan görüntüleme. 34
Şekil 5.9 : Cismin konum tespiti. 35
Şekil 5.10 : Görüntüleme bölgesinin permitivite değerleri. 35
Şekil 5.11 : $\nu = -1$ ve $\tau = 0.00001$ için yapılan görüntüleme. 36
Şekil 5.12 : Cismin konum tespiti. 37
Şekil 5.13 : Görüntüleme bölgesinin permitivite değerleri. 37
Şekil 5.14 : $\nu = -2.1$ ve $\tau = 0.00000001$ için yapılan görüntüleme. 38
Şekil 5.15 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. 38
Şekil 5.16 : Cismin konum tespiti. 39
Şekil 5.17 : Görüntüleme bölgesinin permitivite değerleri. 39
Şekil 5.18 : $\nu = -3$ ve $\tau = 0.000001$ için yapılan görüntüleme. 40
Şekil 5.19 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. 40
Şekil 5.20 : Cismin konum tespiti. 41
Şekil 5.21 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.000000005$ için yapılan görüntüleme. 41
Şekil 5.22 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. 42
Şekil 5.23 : Görüntüleme bölgesinin permitivite değerleri. 43
Şekil 5.24 : $\nu = -0.4$ ve $\tau = 0.00002$ için yapılan görüntüleme. 43
Şekil 5.25 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. 44
Şekil 5.26 : Cismin konum tespiti. 45
Şekil 5.27 : $\nu = -1$ ve $\tau = 0.003$ için yapılan görüntüleme. 45
Şekil 5.28 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. 46
Şekil 5.29 : $\nu = -1$ ve $\tau = 0.015$ için yapılan görüntüleme. 47
Şekil 5.30 : Cisimlerin konum tespiti. 48
Şekil 5.31 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.00000001$ için yapılan görüntüleme (ilk cisim). 48

Şekil 5.32 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.00000001$ için yapılan görüntüleme (ikinci cisim). ... 49
Şekil 5.33 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması (ilk cisim). ... 49
Şekil 5.34 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması (ikinci cisim). ... 50
Şekil 5.35 : Cismin konum tespiti. ... 51
Şekil 5.36 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.000000001$ için yapılan görüntüleme. ... 51
Şekil 5.37 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. ... 52
Şekil 5.38 : Cismin konum tespiti. ... 52
Şekil 5.39 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.000001$ için yapılan görüntüleme. ... 53
Şekil 5.40 : Orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin karşılaştırılması. ... 53
Şekil A.1 : Problemin geometrisi. ... 59
Şekil A.2 : İki tabakalı uzay. ... 64
Şekil A.3 : Örnek bir durum için geometrik optik serisi. ... 66
Şekil A.4 : Ters Fourier dönüşümünde kullanılabilecek integral çizgilerinin kümesi (regülerlik bandı). ... 70
Şekil A.5 : Deforme (dejenere) regülerlik çizgisi. ... 70
Şekil B.1 : Dielektrik silindirden saçılma. ... 79
Şekil C.1 : Cismin konum tespiti (150MHz). ... 81
Şekil C.2 : Cismin permitivite değerleri için yapılan görüntüleme (150MHz). ... 81
Şekil C.3 : Cismin konum tespiti (1000MHz). ... 82
Şekil C.4 : Cismin permitivite değerleri için yapılan görüntüleme (1000MHz). ... 82
Şekil C.5 : Cismin konum tespiti (1500MHz). ... 83
Şekil C.6 : Cismin permitivite değerleri için yapılan görüntüleme (1500MHz). ... 83
Şekil C.7 : Cismin konum tespiti (2000MHz). ... 84
Şekil C.8 : Cismin permitivite değerleri için yapılan görüntüleme (2000MHz). ... 84
Şekil C.9 : Cismin konum tespiti (3000MHz). ... 85
Şekil C.10 : Cismin permitivite değerleri için yapılan görüntüleme (3000MHz). ... 85

SEMBOL LİSTESİ

E	**:** Elektrik alan
k	**:** Kompleks dalga sayısı
ω	**:** Açısal frekans
μ	**:** Permiabilite
ε	**:** Permitivite
σ	**:** İletkenlik
j	**:** Akım yoğunluğu
I	**:** Akım genliği
V	**:** Elektriksel potansiyel
ρ	**:** Yük yoğunluğu
u	**:** Alan (elektrik alan çözümleri)
t	**:** Zaman
d	**:** İkinci tabakanın kalınlığı
∂D	**:** Gömülü cisimlerin bulunduğu bölge(ler)
Z	**:** Empedans (dalga empedansı)
ν	**:** Cisim fonksiyonu
τ	**:** Tikhonov regülarizasyon parametresi
G	**:** Green fonksiyonu
A, Â	**:** Fourier dönüşüm çiftleri

TABAKALI ORTAMLARA GÖMÜLÜ CİSİMLERE İLİŞKİN TERS SAÇILMA PROBLEMLERİ

ÖZET

Bu tezde, tabakalı ortamlara gömülü cisimlere ilişkin ters saçılma problemleri ele alınmıştır. Üç tabakalı uzayda ikinci (ara) tabakaya gömülü yanına yaklaşılamayan cisimlerin tespiti ve görüntülenmesi problemi incelenmiştir.

İlk olarak düz saçılma problemi modellenmiş ve çözülmüştür. Bu çerçevede üç tabakalı uzayın Green fonksiyonu elde edilmiş ve çözümün doğruluğu analitik olarak ispat edilmiştir. Saçılan alan ikinci tür Fredholm integral denklemi ile ifade edilmiş ve MoM ile oluşturulan linner denklem sistemi çözülerek hesaplanmıştır. Ulaşılan saçılan alan ifadesi, mümkün bir klasik çözümle karşılaştırılmış ve doğruluğu ortaya konmuştur.

İkinci olarak SIBC (standard impedance boundary condition) ile tanımlanabilen birinci arayüzün yüzey empedansından hareketle gömülü cisimlerin konum tespiti yapılmıştır.

Son olarak konum tespitinden hareketle seçilen görüntüleme bölgelerinde cisimler Newton Yöntemi ile görüntülenmeye çalışılmıştır. Saçılan alan için tanımlanan data ve cisim denklemlerinin oluşturduğu sistem Newton Yöntemi iteratif bir şekilde uygulanarak cisim fonksiyonu için çözülmüştür. Problemin nonlineer karakterinden dolayı denklem sisteminde bir regülarizasyon yapmak gerekmiştir. Bu çerçevede Tikhonov regülarizasyonu söz konusu denklem sistemine uygulanmıştır. Görüntüleme parametrelerinin görüntüleme verimliliğine etkisi birçok açıdan incelenmiş (çalışma frekansı, Tikhonov regülarizasyon parametresi, ν başlangıç değerleri, gömülü cismin şekli, gömülü cismin bünye parametreleri, seçilen görüntüleme bölgesinin büyüklüğü, ikinci arayüzden yansıyan dalgalar, iki cismin gömülü olduğu durum, sinyal gürültüsü) ve nicel sonuçlarıyla ortaya konmuştur.

Sonuç olarak Newton Yöntemi'nin çalışılan dalga boyuna göre daha küçük boyuttaki cisimler için oldukça etkin bir görüntüleme sağladığı anlaşılmıştır.

INVERSE SCATTERING PROBLEMS ON DIELECTRIC OBJECTS EMBEDDED IN A LAYERED MEDIUM

SUMMARY

In this thesis inverse scattering problems on dielectric objects embedded in a layered medium is considered. Detection and reconstruction of inaccessible objects embedded in the second layer of a three planarly layered medium is studied.

First forward scattering problem is considered. Green function for three planarly layered medium is represented and showed the correctness of the solution analitically. Scattered field is defined by a Fredholm integral equation of the second kind and computed by solving the linear equation system which is generated by MoM. Then the obtained scattered field is compared with the results of the classical solution of "scattering from a dielectric cylinder" problem in order to show its consistency.

Second the embedded objects are detected by using the surface impedance characteristic of the first interface which is defined for standard impedance boundary condition (SIBC).

Finally the embedded objects are reconstructed on reconstruction domains which are selected by the guidance of the information of the surface impedance characteristic. Then the data and object equations defined for the scattered field are solved for object function by applying Newton Method iteratively. Because of the nonlinear character of the problem some kind of regularization has to be applied to the system. Tikhonov regularization is applied to the system for this purpose. The effects of parameters used in reconstruction (operating frequency, Tikhonov regularization parameter, initial guess of v, shape of the embedded object, permitivity characteristic of the embedded object, size of the reconstruction domain, reflection from the second interface, two embedded object case, signal-to-noise ratio) are studied and reported as quantitative results.

Newton Method can be effectively used in reconstruction of embedded objects which have smaller sizes than the operating wavelength.

1. GİRİŞ

Uzaktan yapılacak birtakım elektromagnetik aydınlatma ve ölçümlerle yanına yaklaşılamayan cisimlerin konumlarının tespiti ve fiziksel özelliklerinin (bünye parametrelerinin) ve geometrik şekillerinin yapılara ve malzemelere zarar vermeden görüntülenmesi elektromagnetik ve uzaktan algılama çalışmalarında oldukça geniş ve önemli bir yer tutar. Bu çalışmaların insan hayatına yansıyan faydalarına bir sınır koymak da son derece zordur: Yer altındaki maden ve su yataklarının, obruk öncesi oluşumların ve mayınların tespiti; denizaltıların ve deniz mayınlarının tespiti; duvar içine (arkasına) gömülü (konuşlanmış) cisimlerin ya da duvar içindeki hava boşluklarının tespiti; baraj duvarlarının sağlamlık ve kalite testleri; insan ve hayvan dokularının incelenmesi, bunlarda oluşabilecek çeşitli tümörlerin tespiti ve özellikle beyin tomografisi hemen akla gelebilecek uygulamalardır. Görüldüğü gibi bu çalışmaların askeri, sınaî, biyomedikal gibi farklı birçok alanda çeşitli uygulamaları mevcuttur.

Elektromagnetik saçılma çalışmalarında uygulamalar genellikle iki ana problem halinde ele alınarak gerçekleştirilir:

- Düz problem
- Ters problem

Dalga kaynağının (kaynaklarının) ve tüm fiziksel ve geometrik özelliklerin (ortam ve cisim özelliklerinin) bilinip herhangi bir bölgedeki alan dağılımının (saçılan alanın) tanımlanması (hesaplanması) problemi "düz problem"dir. Dalga kaynağının (kaynaklarının) ve ilgilenilen bir bölgedeki alan dağılımının bilinip fiziksel ve geometrik özelliklerin bir kısmının ya da tümünün bilinmemesi ve belirlenmeye çalışılması problemi "ters problem"dir. Açıkça anlaşılacağı üzere düz problemin tek (ünik) bir çözümü bulunmaktadır. Bu tip problemler "well-posed" olarak adlandırılır. Ters saçılma probleminin ise tek bir çözümü bulunmamaktadır. Dahası olası hangi çözümlerin var olduğu ve ne oldukları da belirgin değildir. Yapılan ölçümlerdeki

ufak bir hata ya da farklılık bilinmeyene ilişkin tanımlamalar ve hesaplamalar üzerinde çok büyük etki yapıyor olabilir. Tek bir çözümü bulunmayan ve hatta olası çözümler açısından da kararsızlıklar söz konusu olan bu tip problemler "ill-posed" olarak adlandırılmaktadır ve yine açıkça anlaşılacağı üzere düz probleme göre başarımları daha zor ve çaba gerektiren bir niteliktedir.

Bu çalışmanın amacı üç tabakalı uzayda ikinci (ara) tabakaya gömülü cisimlerin konumlarının tespiti ve fiziksel ve geometrik özelliklerinin görüntülenmesidir. Bu çerçevede hemen akla gelebilecek uygulamalar duvar içinin görüntülenmesi; obruk öncesi oluşumlarda obruk üstündeki zeminin görüntülenmesi, sağlamlığının ve dayanıklılığının analizi; baraj duvarlarının sağlamlık ve dayanıklılık analizi olarak verilebilir. Çalışmaya konu olan problem iki boyutlu olarak ele alınmış ve incelenmiştir; fakat aynı zamanda üç boyutlu probleme bir giriş niteliği taşımaktadır.

Çalışmada ilk olarak düz problem modellenmiş ve çözülmüştür. Düz problem elektromagnetik aydınlatmanın ve ortam ve cismin geometrisi ve fiziksel özelliklerinin bilindiği durum olarak ele alınmıştır. Bu çerçevede ilk olarak Helmholtz dalga denklemi probleme ilişkin sınır koşulları kullanılarak çözülmüştür. Homojen ve izotropik ortamlar için vektörel dalga denklemi skaler dalga denklemine indirgenebilmektedir.

İki boyutta TM polarizasyonlu bir akım kaynağı (çizgisel kaynak) ile yapılan aydınlatma için Helmholtz dalga denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{cases} \Delta E + k^2 E = -i\omega\mu\, j \\ j = I.\delta(x-y) = I.\delta(x_1-y_1).\delta(x_2-y_2) \end{cases} \quad \textbf{(1.1)}$$

Denkleme düz problem açısından bakıldığında E ve j'nin istenen sırada olmadığı görülmektedir. Bu durum elektrostatikteki Poisson denklemine benzemektedir:

$$\Delta V = -\frac{1}{\varepsilon}.\rho \quad \textbf{(1.2)}$$

Burada da yük dağılımı bilinip potansiyel hesaplanmak istendiğinde V ve ρ'nun istenen sırada olmadığı görülmektedir. (1.1) ve (1.2) denklemlerinde E ve V ile

işleme giren kısımlar bir operatör olarak ele alınabilir. Dolayısıyla E ve V'nin ikinci dereceden lineer diferansiyel operatörlerle işleme girdiği açıktır:

$$L.u = f \tag{1.3}$$

Bu durumda (1.3) denkleminin (daha doğrusu L operatörünün) tersinin alınması gerekmektedir ki bu problem terminolojide ikinci dereceden lineer diferansiyel operatörlere ilişkin Green fonksiyonunun bulunması olarak adlandırılır. Green fonksiyonunu bulmak verilen $f = f(x)$ için $u = u(x)$ değerlerini bulmak demektir.

(1.1) denklemine ilişkin Green fonksiyonunun bulunabilmesi için ortam geometrisi ve kaynağın konumundan hareketle tanımlanacak sınır koşullarına ihtiyaç vardır. Bunlar Dirichlet ve Neumann tipi sınır koşullarıdır. Söz konusu bu sınır koşulları gerekli olmakla birlikte yeterli değildir. Bir çözüm yazabilmek için bunlara ek olarak bir sınır koşulu daha yazılmalıdır. Elektrostatikte Poisson denkleminin çözümü yapılırken sınırsız bir uzayda bulunan bir yükün etrafındaki potansiyel değerlerinin yükten uzaklaştıkça azaldığı ve yükten sonsuz uzaklıkta sıfır olduğu kabul edilir. Burada yük dağılımının, denklemin çözümünün yapıldığı boyutlarda sonsuza uzamaması gerekir. Aksi halde bu sınır koşulu geçerliliğini yitirir ve ulaşılan ifadeler (integraller) ıraksamaya başlar. Benzer bir yaklaşım elektrodinamik için de geçerlidir: RC (fiziksel dalga yayınım koşulu). Bu koşul sınırsız bir uzayda bir kaynaktan uyarılan dalgaların oluşturduğu alanların şiddetinin kaynaktan uzaklaştıkça zayıfladığını ve sonsuzda sıfır olduğunu açıklamaktadır. Elektrostatiktekine benzer şekilde burada da akım dağılımının, denklemin çözümünün yapıldığı boyutlarda sonsuza uzamaması gerekir.

Tabakalı uzaylarda Helmholtz dalga denkleminin Green fonksiyonu için çözümü Fourier tipi integraller kullanılarak yapılabilmektedir. Tabakalı uzaylar bir boyutta inhomojenliğe sahiptirler. Bu açıdan bir eksen (boyut), dalga davranışındaki değişkenliği diğerine göre daha fazla tetiklemektedir. Fourier tipi integraller üzerinden yapılan çözümde temel fikir dalga davranışını söz konusu diğer boyutta geçici olarak bastırmak ve öncelikle inhomojenliğin görüldüğü boyutta tanımlamak, daha sonra ters dönüşüm ile söz konusu diğer boyuttaki davranışı da katmaktır. Bu çerçevede Green fonksiyonu iki farklı yoldan elde edilebilmektedir. İlk olarak eldeki

sınır koşulları da kullanılarak oluşturulan lineer denklem sistemi çözülerek; ikinci olarak ise iki tabakalı uzaya ilişkin çözümler kullanılarak geometrik optik serileri yoluyla elde edilebilmektedir. İki farklı yolun bulunması ulaşılan çözümün sağlamasının yapılmasına da imkân vermektedir. Özellikle ikinci yol oldukça ilginçtir ve detaylarıyla ele alınmıştır.

Elde edilen Green fonksiyonundan hareketle cisimlerin bulunmadığı durum için ilgilenilen bir bölgedeki alan dağılımı tanımlanabilir: E_0 ya da daha sade bir ifadesiyle u_0.

Cisimlerin bulunduğu durum için alan dağılımı

$$u = u_0 + u_s \tag{1.4}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada u_s cisimlerin varlığının alan dağılımına olan etkisini ifade eder. u_s alanı Helmholtz dalga denkleminde u yerine $u_0 + u_s$ yazılarak çekilebilmekte, elde edilen Green fonksiyonu da kullanılarak ikinci çeşit Fredholm integral denklemi ile tanımlanabilmektedir. Bu çalışmada, ulaşılan bu denklem MoM ile sayısallaştırılmış ve u_s için çözülmüştür.

Burada ana hatları ile anlatılan düz probleme ilişkin matematiksel detaylar Bölüm 2'de bulunmaktadır.

Ters problem ise cisimlerin konumlarının tespiti ve fiziksel özellikleri ve geometrik şekillerinin görüntülenmesini içermektedir.

İlk olarak cismin bulunduğu ve bulunmadığı durumlar için birinci arayüzün yüzey empedansı SIBC ile tanımlanmış ve buradan da birinci arayüzün empedans karakteristiğine cisimlerin yaptığı etki ifade edilmiştir. Bu iki yüzey empedansının ve söz konusu bu etkinin tanımı için $u(x_1,0)$, $\frac{\partial u(x_1,0)}{\partial x_2}$, $u_0(x_1,0)$ ve $\frac{\partial u_0(x_1,0)}{\partial x_2}$ ifadelerine (ya da datalarına) ihtiyaç vardır.

Pratik açıdan bakıldığında $u_0(x_1,0)$ ve $\dfrac{\partial u_0(x_1,0)}{\partial x_2}$ daha önce yapılan tanımlamalardan elde edilebilir. Ayrıca $u(x_1,\ell)$, $\ell>0$ datası ve dolayısıyla $u_s(x_1,\ell)=u(x_1,\ell)-u_0(x_1,\ell)$ datası da elimizdedir. Anlaşılacağı üzere $u(x_1,\ell)$ ya da $u_s(x_1,\ell)$ datası kullanılarak $u_s(x_1,0)$ ve $\dfrac{\partial u_s(x_1,0)}{\partial x_2}$ dataları ve buradan da hareketle cisimlerin konumları hakkında bilgi veren karakteristik elde edilmiştir. Böylece ters problemin ilk adımı olarak cisimlerin konum tespiti yapılmıştır. Bu kısma ilişkin detaylar Bölüm 3'te bulunmaktadır.

İkinci olarak, elde edilen konum bilgilerinden hareketle cisimler için görüntüleme bölgeleri seçilmiş ve cisimler bu bölgelerde fiziksel özellikleri ve geometrik şekilleri ile görüntülenmeye çalışılmıştır. Cisimlerin konumlarının tespitinden hareketle görüntüleme bölgelerinin belirlenmesi gerçek çözümle ilgisi olmayan birçok çözümün dışarıda bırakılması anlamına gelmektedir. Böylece cisimlerin daha etkin bir şekilde görüntülenmesi sağlanabilmektedir. Görüntüleme Newton metodunun iteratif bir şekilde uygulanmasıyla gerçekleştirilmiştir. Problemin nonlineer karakterinden dolayı söz konusu denklem sisteminde bir regülarizasyon yapmak gerekmektedir. Bu çerçevede Tikhonov regülarizasyonu söz konusu denkleme uygulanmıştır. Cisimlerin görüntülenmesi konusu Bölüm 4'te detaylarıyla ele alınmıştır.

Bu çalışma boyunca oluşturulan teorik altyapıların uygulamadaki anlamlılığı ve geçerliliği Bölüm 5'te ele alınmış ve etkin bazı durumlar nicel sonuçlarıyla ortaya konmuştur.

Tüm çalışma boyunca zaman faktörü $e^{-i\omega t}$ olarak alınmıştır.

2. DÜZ SAÇILMA PROBLEMİNİN MODELLENMESİ VE ÇÖZÜLMESİ

2.1 Problemin Geometrisi

Çalışmaya konu olan problem ve ilgili parametreleri Şekil 2.1'de görülmektedir. Görüldüğü üzere üç tabakalı bir ortam geometrisi üzerinde çalışmaktayız. Tabakaların her biri magnetik olmayan, lineer, homojen, izotropik dielektrik malzemelerden oluşmaktadır. Buna karşın ortam geometrisi açıkça görüldüğü gibi bir boyutta (Ox_2 ekseninde) magnetik olmayan, lineer, inhomojen, izotropik; diğer boyutta (Ox_1 ekseninde) ise magnetik olmayan, lineer, homojen, izotropik bir yapıdadır.

Problem iki boyutlu bir problemdir. Aydınlatma birinci tabakadan zamanla değişimi sinüsoidal TM polarize bir çizgisel kaynak ile yapılmaktadır. Birinci tabakada yapılan alan ölçümleri kullanılarak ikinci tabakaya gömülü cisim(ler) görüntülenmeye çalışılmaktadır.

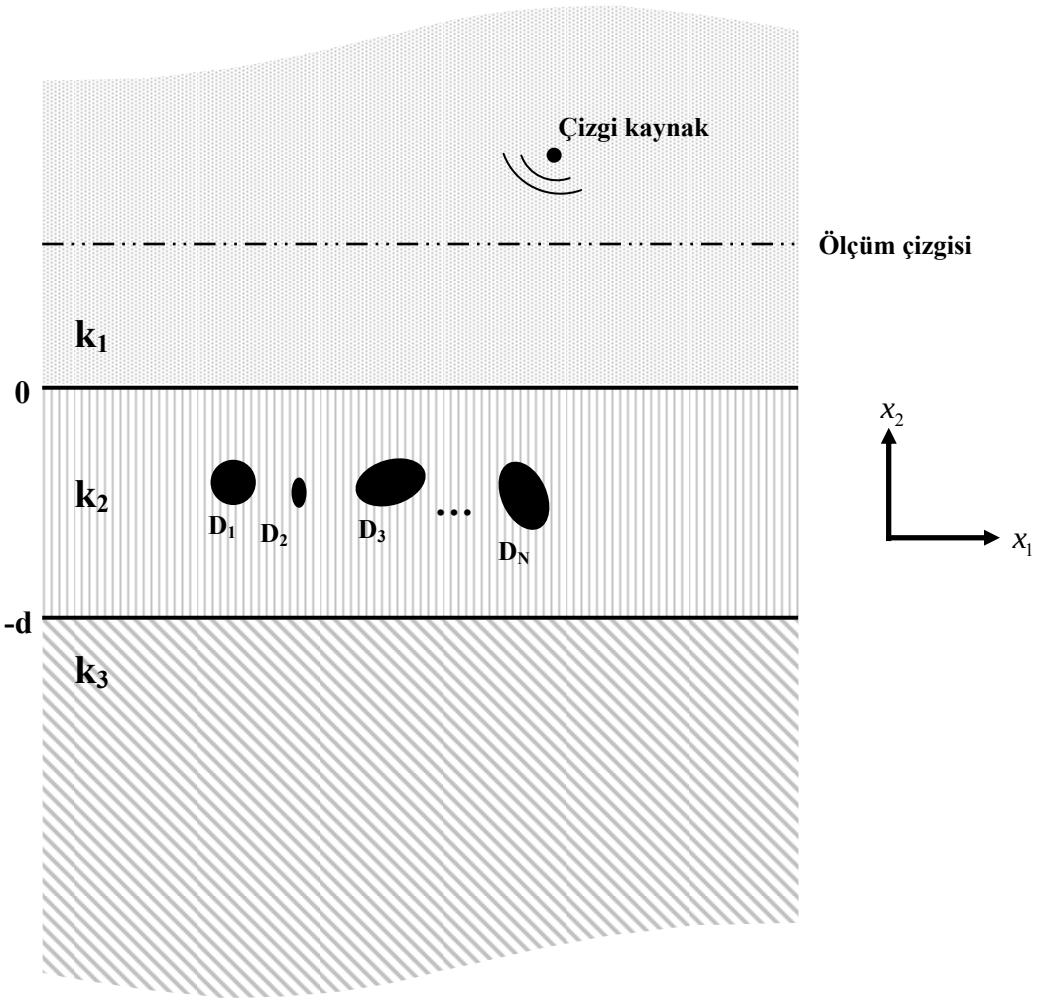
Bu geometri, çalışma boyunca referans geometridir.

2.2 Üç Tabakalı Uzay için Green Fonksiyonu

Ele aldığımız dalga denklemi ilgilendiğimiz geometri açısından

$$\begin{cases} \Delta E_0 + k^2 E_0 = -i\omega\mu I.\delta(x-y) \\ E_0 = E_0(x_1, x_2),\ \varepsilon = \varepsilon(x_2),\ \mu = sbt \text{ (magnetik olmayan)},\ \sigma = \sigma(x_2) \\ k^2 = \omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu = k^2(x_2) \end{cases} \quad \textbf{(2.1)}$$

şeklindedir.



k_1, k_2, k_3	:	birinci, ikinci ve üçüncü ortamların kompleks dalga sayıları (magnetik olmayan, lineer, homojen, izotropik dielektrik malzemeler)
d	:	ikinci tabakanın kalınlığı [metre] (d>0)
$y = (y_1,y_2)$	:	zamanla değişimi sinüsoidal TM polarize çizgisel kaynağın konumu
$x = (x_1,x_2)$	:	hedef noktanın konumu (koordinat sistemi)
$\partial D = D_1, D_2, \ldots$	:	ikinci tabakaya gömülü magnetik olmayan, lineer, inhomojen, izotropik cisimler

Şekil 2.1 : Problemin Geometrisi

Denklemi daha basit olarak

$$\begin{cases} \Delta u_0 + k^2 u_0 = -\delta(x-y) \\ E_0 = i\omega\mu I.u_0 \end{cases} \qquad \textbf{(2.2)}$$

şeklinde yazabiliriz. Böylece denklemi u_0 temelinde çözebilir ve basit bir katsayı çarpımıyla E_0'a geçebiliriz.

$$\begin{cases} \Delta G + k^2 G = -\delta(x-y) = -\delta(x_1-y_1).\delta(x_2-y_2) \\ G = G(x;y) = G(x_1,x_2;y_1,y_2) \end{cases} \quad \textbf{(2.3)}$$

$$k = k(x_2) = \begin{cases} k_1 & ;\ x_2 > 0 \\ k_2 & ;\ -d < x_2 < 0 \\ k_3 & ;\ x_2 < -d \end{cases} \quad \textbf{(2.4)}$$

Bu denklemin çözümü Fourier tipi integraller yoluyla yapılabilir. Bu çözüm ve ilgili tüm detaylar Ek A'da bulunmaktadır. Burada sadece çalışmada kullanılacak kısımlar verilecektir:

$$G(x;y) = \begin{cases} G_{11}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ;\quad y_2 > 0 \ \vee\ x_2 > 0 \\ G_{12}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ;\quad y_2 > 0 \ \vee\ -d < x_2 < 0 \\ G_{21}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ;\quad -d < y_2 < 0 \ \vee\ x_2 > 0 \\ G_{22}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ;\quad -d < y_2 < 0 \ \vee\ -d < x_2 < 0 \end{cases} \quad \textbf{(2.5)}$$

$$G_{11}(x;y) = \frac{i}{4}.H_0^{(1)}\left(k_1.|x-y|\right) + \int_L e^{-\gamma_1(x_2+y_2)}.C_{111}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon \quad \textbf{(2.6)}$$

$$G_{12}(x;y) = \int_L e^{-\gamma_1 y_2-\gamma_2 x_2}.C_{121}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon + \int_L e^{-\gamma_1 y_2+\gamma_2 x_2}.C_{122}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon \quad \textbf{(2.7)}$$

$$G_{21}(x;y) = \int_L e^{-\gamma_1 x_2-\gamma_2 y_2}.C_{211}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon + \int_L e^{-\gamma_1 x_2+\gamma_2 y_2}.C_{212}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon \quad \textbf{(2.8)}$$

$$G_{22}(x;y)=\frac{i}{4}.H_0^{(1)}\left(k_2.|x-y|\right)$$

$$+\int_L e^{-\gamma_2(x_2+y_2)}.C_{221}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon+\int_L e^{\gamma_2(x_2+y_2)}.C_{222}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon$$

$$+\int_L e^{\gamma_2(y_2-x_2)}.C_{223}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon+\int_L e^{\gamma_2(x_2-y_2)}.C_{224}.e^{i\upsilon(x_1-y_1)}.d\upsilon \qquad \textbf{(2.9)}$$

$$C_{111}=\frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{e^{2\gamma_2 d}.(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_1-\gamma_2)+(\gamma_2-\gamma_3).(\gamma_2+\gamma_1)}{P} \qquad \textbf{(2.10)}$$

$$C_{121}=C_{211}=\frac{1}{2\pi}.\frac{(\gamma_2-\gamma_3)}{P} \qquad \textbf{(2.11)}$$

$$C_{122}=C_{212}=\frac{1}{2\pi}.\frac{e^{2\gamma_2 d}.(\gamma_3+\gamma_2)}{P} \qquad \textbf{(2.12)}$$

$$C_{221}=\frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{(\gamma_2-\gamma_3).(\gamma_2+\gamma_1)}{P} \qquad \textbf{(2.13)}$$

$$C_{222}=\frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{e^{2\gamma_2 d}.(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_2-\gamma_1)}{P} \qquad \textbf{(2.14)}$$

$$C_{223}=C_{224}=\frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{(\gamma_2-\gamma_3).(\gamma_2-\gamma_1)}{P} \qquad \textbf{(2.15)}$$

$$P=e^{2\gamma_2 d}.(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_2+\gamma_1)+(\gamma_3-\gamma_2).(\gamma_2-\gamma_1) \qquad \textbf{(2.16)}$$

Görüldüğü gibi bu bölümde sadece $y_2>0$ ve $-d<y_2<0$ için birinci ve ikinci tabakaya ilişkin Green fonksiyonu verilmiştir. $y_2>0$ için birinci tabakaya ilişkin Green fonksiyonu, cismin (cisimlerin) bulunmadığı durumda kaynaktan uyarılan dalgaların davranışını (u_0) tanımlamada; diğer üçü ise kaynaktan uyarılan dalgalar cisme (cisimlere) çarptığında üzerinde (üzerlerinde) oluşan akımlar sebebiyle indüklenen dalgaların (u_s) davranışını tanımlamada kullanılacaktır.

(2.5-16) aynı zamanda ele aldığımız durumlar için Green fonksiyonunun spektral reprezentasyonunu ifade etmektedir: Düzlemsel dalgaların süperpozisyonu ile Green fonksiyonunun ifade edilmiş halidir.

2.3 Cisimden Saçılan Alanın Tanımlanması

Cismin (cisimlerin) varlığı durumunda alan dağılımının ifadesi

$$u\left(x_1, x_2\right) = u_0\left(x_1, x_2\right) + u_s\left(x_1, x_2\right) \tag{2.17}$$

şeklinde verilebilir. Burada u_0 cismin (cisimlerin) bulunmadığı durum için ilgilendiğimiz ölçüm çizgisindeki (hatta ölçüm bölgesindeki) alan değerlerini, u_s ise cismin (cisimlerin) varlığının alan değerlerine etkisini ifade eder. Böylece ölçüm çizgisindeki toplam alanı bu ikisinin toplamı olarak ifade edebiliriz.

Ele aldığımız Helmholtz dalga denklemi açısından bakıldığında tüm çözümü Green fonksiyonu temelinde yapabiliriz.

u_s alanı Helmholtz dalga denkleminde u yerine $u_0 + u_s$ yazılarak çekilebilir:

$$\Delta u + \kappa^2\left(x\right).u = 0 \tag{2.18}$$

$$\Delta u_0 + k^2\left(x\right).u_0 = 0 \tag{2.19}$$

$$\kappa^2\left(x\right) = \begin{cases} k^2\left(x\right) & ; \quad x \notin \partial D \\ \\ {k_D}^2\left(x\right) & ; \quad x \in \partial D \end{cases} \tag{2.20}$$

$${k_D}^2\left(x\right) = \omega^2.\varepsilon_D\left(x\right).\mu\left(x\right) + i.\sigma\left(x\right).\omega.\mu\left(x\right) = \omega^2\varepsilon_D\mu + i\sigma\omega\mu \tag{2.21}$$

$$k^2 = \begin{cases} k_1{}^2 & ;\ x_2 > 0 \ \vee \ x \notin \partial D \\ k_2{}^2 & ;\ -d < x_2 < 0 \ \vee \ x \notin \partial D \\ k_3{}^2 & ;\ x_2 < -d \ \vee \ x \notin \partial D \end{cases} \qquad \textbf{(2.22)}$$

$$\Rightarrow \qquad \Delta u_s + k^2 u_s = -k^2 . v(x) . u$$

$$v(x) = \begin{cases} \dfrac{k_D{}^2}{k^2} - 1 & ;\quad x \in \partial D \\ 0 & ;\quad x \notin \partial D \end{cases} \qquad \textbf{(2.23)}$$

$$G \,/\, \Delta u_s + k^2 u_s = -k^2 . v . u$$

$$u_s \,/\, \Delta G + k^2 G = -\delta(x - y)$$

$$G\Delta u_s - u_s \Delta G = -k^2 . v . u . G + u_s . \delta(x - y)$$

$$\Rightarrow \quad \iint_{R^2} \left[G\Delta u_s - u_s \Delta G = -k^2 . v . u . G + u_s . \delta(x - y) \right] . dx \qquad \textbf{(2.24)}$$

Denklemin sol tarafı sıfıra eşittir (RC):

$$0 = \iint_{R^2} \left[-k^2 . v . u . G + u_s . \delta(x - y) \right] . dx$$

$$\Rightarrow \quad u_s(x) = \iint_{\partial D} k^2(y) . v(y) . u(y) . G(x; y) . dy \qquad \textbf{(2.25)}$$

Cismin ikinci tabakada bulunduğu özel durum için k^2 ifadesini integral dışına alabiliriz:

$$u_s(x) = k_2{}^2 . \iint_{\partial D} G(x; y) . u(y) . v(y) . dy \qquad \textbf{(2.26)}$$

$$u(x) = u_0(x) + u_s(x)$$

$$= u_0(x) + k_2^2 . \iint_{\partial D} G(x;y).u(y).v(y).dy \qquad \textbf{(2.27)}$$

Görüldüğü üzere u_s ikinci tür Fredholm integral denklemi ile ifade edilir; bilinmeyen, integralin hem içinde hem de dışındadır. Bu integralin analitik olarak alınması mümkün olmadığından bu aşamadan sonra MoM ile sayısallaştırma yapılarak u (ve u_0, u_s) alanı tanımlanacaktır. Kullanılacak ızgara sisteminde hücre boyutları için üst sınır $\frac{\lambda}{10}$'dur. İdeal değerler $\frac{\lambda}{20}$, $\frac{\lambda}{40}$ civarlarıdır. Daha küçük hücre boyutları da hatayı artırabilmektedir. MoM ile sayısallaştırma yapılırken kullanılan hücre yapısı Şekil 2.2'de görülmektedir.

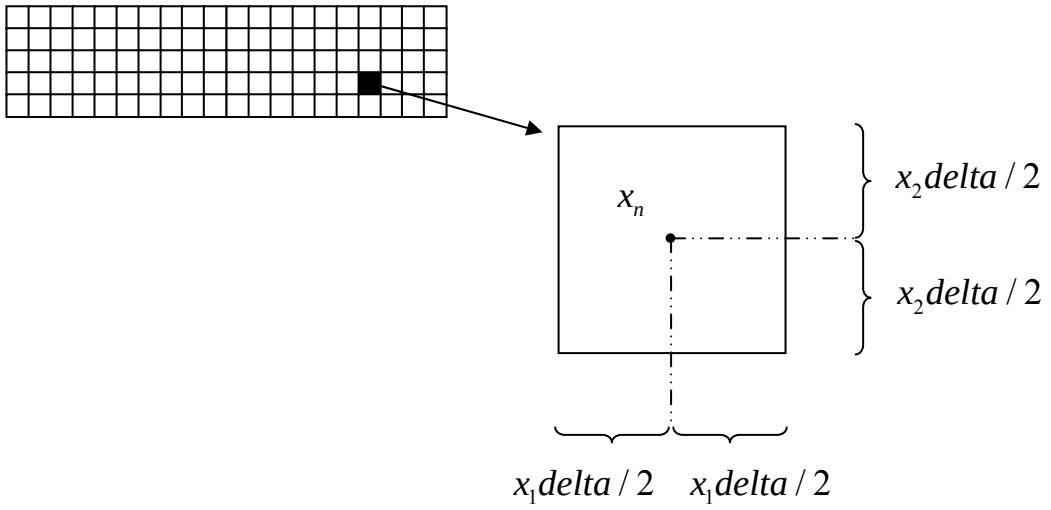
$$u_s(x) \approx k_2^2 . \sum_{n=1}^{N} \iint_{x_n} G(x;y).u(y).v(y).dy \qquad \textbf{(2.28)}$$

$$u(x) = u_0(x) + u_s(x)$$

$$\approx u_0(x) + k_2^2 . \sum_{n=1}^{N} \iint_{x_n} G(x;y).u(y).v(y).dy$$

$$\approx u_0(x) + k_2^2 . \sum_{n=1}^{N} u(x_n).v(x_n). \iint_{x_n} G(x;y).dy \qquad \textbf{(2.29)}$$

Oluşan bu denklemde sol taraftaki u değerleri herhangi bir yerdeki alan değerleri; sağ taraftaki u değerleri ise cismin bulunduğu bölgelerdeki (cismin içindeki) alan değerleridir. Bu durumda önce cismin içindeki alan değerlerini bularak denklemin sağ tarafında u alanlarından kaynaklanan belirsizliği ortadan kaldırabiliriz. Böylece herhangi bir yerdeki alanı kolayca hesaplayabiliriz.



Şekil 2.2 : MoM ile Sayısallaştırma Yapılırken Kullanılan Hücre Yapısı

2.3.1 Cismin İçindeki Alan Dağılımı

Cismin içindeki alan dağılımını bulmak için aşağıdaki lineer denklem sistemini çözmek gerekmektedir:

$$u(x_s) = u_0(x_s) + k_2{}^2 . \sum_{t=1}^{N} u(x_t).v(x_t). \iint_{x_t} G(x_s; y).dy \quad ; \quad s = 1, N \qquad \textbf{(2.30)}$$

Oluşan bu lineer denklem sistemi şu şekilde çözülür:

$$[a_{st}]. \begin{bmatrix} u(x_1) \\ u(x_2) \\ . \\ . \\ . \\ u(x_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0(x_1) \\ u_0(x_2) \\ . \\ . \\ . \\ u_0(x_N) \end{bmatrix} \Rightarrow A.U = U_0 \Rightarrow U = A^{-1}.U_0 \qquad \textbf{(2.31)}$$

$$a_{st} = \begin{cases} 1 - k_2{}^2 . v(x_t). \iint_{x_t} G(x_s; y).dy \quad ; \quad s = t \\ \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad ; \quad s, t = 1, N \\ \\ -k_2{}^2 . v(x_t). \iint_{x_t} G(x_s; y).dy \quad ; \quad s \neq t \end{cases} \qquad \textbf{(2.32)}$$

a_{st} katsayılarını aşamalı bir şekilde hesaplamak işlemi kolaylaştıracaktır:

i. $$a_{st} = \iint_{x_t} G(x_s; y).dy \qquad \textbf{(2.33a)}$$

ii. $$a_{st} = k_2{}^2.v(x_t).a_{st} \qquad \textbf{(2.33b)}$$

iii. $$[a_{st}] = I_{N\times N} - [a_{st}] \qquad \textbf{(2.33c)}$$

$-d < y_2 < 0 \ \vee \ -d < x_2 < 0$ için;

i.

$$a_{st} = \iint_{x_t} G(x_s; y).dy$$

$$= \iint_{x_t} \frac{i}{4}.H_0^{(1)}\left(k_2.|x_s - y|\right).dy$$

$$+\iint_{x_t}\int_{L} e^{-\gamma_2(x_{2s}+y_2)}.C_{221}.e^{i\upsilon(x_{1s}-y_1)}.d\upsilon + \iint_{x_t}\int_{L} e^{\gamma_2(x_{2s}+y_2)}.C_{222}.e^{i\upsilon(x_{1s}-y_1)}.d\upsilon$$

$$+\iint_{x_t}\int_{L} e^{\gamma_2(y_2-x_{2s})}.C_{223}.e^{i\upsilon(x_{1s}-y_1)}.d\upsilon + \iint_{x_t}\int_{L} e^{\gamma_2(x_{2s}-y_2)}.C_{224}.e^{i\upsilon(x_{1s}-y_1)}.d\upsilon$$

$$\approx \begin{cases} \dfrac{i\pi\alpha}{2k_2}.H_1^{(1)}\left(k_2\alpha\right) - \dfrac{1}{k_2{}^2} & ; \quad s = t \\ \dfrac{i\pi\alpha}{2k_2}.J_1\left(k_2\alpha\right).H_0^{(1)}\left(k_2.|x_s - x_t|\right) & ; \quad s \neq t \end{cases}$$

$$+\frac{2}{\pi}.\int_{L} C_{221}.e^{i\upsilon(x_{1s}-x_{1t})}.\frac{\sin\left(\upsilon.x_1 delta/2\right)}{\upsilon}.\frac{1}{\gamma_2}.e^{-\gamma_2(x_{2s}+x_{2t})}.\sinh\left(\gamma_2.x_2 delta/2\right).d\upsilon$$

$$+\frac{2}{\pi}.\int_{L} C_{222}.e^{i\upsilon(x_{1s}-x_{1t})}.\frac{\sin\left(\upsilon.x_1 delta/2\right)}{\upsilon}.\frac{1}{\gamma_2}.e^{\gamma_2(x_{2s}+x_{2t})}.\sinh\left(\gamma_2.x_2 delta/2\right).d\upsilon$$

$$+\frac{2}{\pi}.\int_L C_{223}.e^{i\upsilon(x_{1s}-x_{1t})}.\frac{\sin(\upsilon.x_1 delta/2)}{\upsilon}.\frac{1}{\gamma_2}.e^{\gamma_2(x_{2t}-x_{2s})}.\sinh(\gamma_2.x_2 delta/2).d\upsilon$$

$$+\frac{2}{\pi}.\int_L C_{224}.e^{i\upsilon(x_{1s}-x_{1t})}.\frac{\sin(\upsilon.x_1 delta/2)}{\upsilon}.\frac{1}{\gamma_2}.e^{\gamma_2(x_{2s}-x_{2t})}.\sinh(\gamma_2.x_2 delta/2).d\upsilon$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{x_1 delta.x_2 delta}{\pi}} \qquad \textbf{(2.34a)}$$

ii.

$$a_{st}=k_2{}^2.v(x_t).a_{st} \qquad \textbf{(2.34b)}$$

iii.

$$[a_{st}]=I_{N\times N}-[a_{st}] \qquad \textbf{(2.34c)}$$

Artık

$$U=A^{-1}.U_0 \qquad \textbf{(2.35)}$$

yazarak u alanını kolaylıkla hesaplayabiliriz.

$$E_0=i\omega\mu I.u_0 \qquad \textbf{(2.36)}$$

olduğunu bildiğimizden kolaylıkla

$$E=i\omega\mu I.u \qquad \textbf{(2.37)}$$

yazabiliriz. Benzer şekilde u_s alanı için

$$E=E_0+E_s \;\Rightarrow\; E_s=i\omega\mu I.(u-u_0)=i\omega\mu I.u_s \qquad \textbf{(2.38)}$$

yazabiliriz. Bu ifadelerin başka herhangi bir bölgedeki alan için de aynı şekilde yazılabileceği gösterilebilir. (Cismin içindeki u_s alanı ile ilgilenmemekle birlikte ölçüm alacağımız bölgeler açısından E_s alanının nasıl tanımlanacağı önemlidir.)

2.3.2 Herhangi Bir Bölgedeki Alan Dağılımı

Herhangi bir bölgedeki alan dağılımı için de (2.29) ifadesi geçerlidir:

$$u(x) = u_0(x) + u_s(x)$$

$$\approx u_0(x) + {k_2}^2 . \sum_{t=1}^{N} u(x_t).v(x_t). \iint_{x_t} G(x;y).dy \qquad \textbf{(2.29')}$$

Özel olarak $x_2 > 0$ bölgesindeki alan dağılımı ile ilgilenmekteyiz. Bundan dolayı (2.29)'daki $G(x;y)$ ifadesi (2.8) ile verilir:

$$G(x;y) = \int_L e^{-\gamma_1 x_2 - \gamma_2 y_2}.C_{211}.e^{i\upsilon(x_1 - y_1)}.d\upsilon + \int_L e^{-\gamma_1 x_2 + \gamma_2 y_2}.C_{212}.e^{i\upsilon(x_1 - y_1)}.d\upsilon \qquad \textbf{(2.8')}$$

Bu durumda (2.29')'da yer alan $\iint_{x_t} G(x;y).dy$ ifadesi de şu şekilde olacaktır:

$$\iint_{x_t} G(x;y)\,dy = \frac{2}{\pi}\int_L C_{211} e^{i\upsilon(x_{1s} - x_{1t})}.\frac{\sin(\upsilon.x_1 delta/2)}{\upsilon}.\frac{1}{\gamma_2}.e^{-\gamma_1 x_{2s} - \gamma_2 x_{2t}} \sinh(\gamma_2 x_2 delta/2)\,d\upsilon$$

$$+\frac{2}{\pi}\int_L C_{212} e^{i\upsilon(x_{1s} - x_{1t})}.\frac{\sin(\upsilon.x_1 delta/2)}{\upsilon}.\frac{1}{\gamma_2}.e^{-\gamma_1 x_{2s} + \gamma_2 x_{2t}} \sinh(\gamma_2 x_2 delta/2)\,d\upsilon$$

(2.39)

(2.34a) ve (2.39)'daki $\frac{\sin\left(\upsilon.x_1 delta/2\right)}{\upsilon}$ kesri sinc fonksiyonları cinsinden de ifade edilebilir:

$$\frac{\sin\left(\upsilon.x_1 delta/2\right)}{\upsilon} \equiv \frac{x_1 delta}{2}.\mathrm{sinc}\left(\upsilon.x_1 delta/2\right) \qquad \textbf{(2.40)}$$

3. GÖMÜLÜ CİSİMLERİN KONUMLARININ TESPİTİ

Bu bölümde ölçüm çizgisinde elde edilen datadan hareketle cismin (cisimlerin) birinci arayüzün altında yaklaşık olarak nerede bulunabileceği incelenecektir.

Düz saçılma problemi "well-posed" olarak adlandırılan türde bir problemdir; yani tek (ünik) çözümü olan bir problemdir. Ters problem ise "ill-posed" olarak adlandırılan türdedir; yani birden fazla çözüm söz konusu olabilir. Yapılan ölçümlerde bir miktar gürültünün de olabileceği göz önüne alındığında belirli bir hata yüzdesi ile çalışmak gerekecektir ki bu da olası çözümlerin sayısını daha da artırır. Zaten teorik açıdan olası çözümlerin sayısına bir sınır konamamaktadır. Bu açıdan cisimlerin şekillerinin geri kazanımına geçmeden önce bunların konumlarının yaklaşık olarak belirlenmesi, problemin gerçeğe uygun en yakın değerleri üretecek olası çözüme indirgenmesini sağlamaya yarar.

Ölçüm çizgisi boyunca alınan u datasından hareketle birinci arayüz boyunca yüzey empedansı SIBC ile tanımlanabilir. Elde edilecek bu empedans karakteristiği cisimlerin hizasında belirgin bir değişim gösterecektir. Bu karakteristikten hareketle görüntüleme bölgesi (bölgeleri) sınırlı ve olabildiğince küçük seçilecek; böylece bu "ill-posed" problem için gerçeğe en yakın sonuçları üretmek mümkün olacaktır.

Gömülü cisimlerin bulunduğu durum için yüzey empedansı şu şekilde tanımlanır:

$$Z\left(x_1, x_2 = 0^+\right) = \frac{u\left(x_1, x_2 = 0^+\right)}{\partial u\left(x_1, x_2 = 0^+\right) / \partial x_2} \tag{3.1}$$

Gömülü cisimlerin bulunmadığı durum için ise yüzey empedansı şu şekildedir:

$$Z_0\left(x_1, 0^+\right) = \frac{u_0\left(x_1, 0^+\right)}{\partial u_0\left(x_1, 0^+\right) / \partial x_2} \tag{3.2}$$

Bu ikisinden hareketle cisimlerin konumları hakkında bilgi veren empedans karakteristiği elde edilebilir:

$$Z_s\left(x_1,0^+\right)=Z\left(x_1,0^+\right)-Z_0\left(x_1,0^+\right) \qquad \textbf{(3.3)}$$

$u_0\left(x_1,x_2=0^+\right)$ ve $\dfrac{\partial u_0\left(x_1,x_2=0^+\right)}{\partial x_2}$ dataları Bölüm 2 boyunca yapılan çözümler kullanılarak hesaplanabilir.

Ölçüm çizgisinde alınan ölçüm dolayısıyla $u\left(x_1,\ell\right),\ \ell>0$ datası da elimizdedir. Yine Bölüm 2 boyunca yapılan çözümler kullanılarak $u_0\left(x_1,\ell\right)$ datası hesaplanabilir. Dolayısıyla

$$u_s\left(x_1,\ell\right)=u\left(x_1,\ell\right)-u_0\left(x_1,\ell\right) \qquad \textbf{(3.4)}$$

datası elimizdedir. Bu $u_s\left(x_1,\ell\right)$ datasından hareketle $u_s\left(x_1,0^+\right)$ ve $\dfrac{\partial u_s\left(x_1,0^+\right)}{\partial x_2}$ datalarını bulmamız gerekmektedir.

İkinci tabakadaki cisimlere çizgi kaynaktan uyarılan dalgalar çarptığında bunlar üzerinde bir akım indüklendiğinden ve bu akım da u_s alanını oluşturan dalga yayılımına sebep olduğundan u_s'in davranışı bir kaynaktan uyarılan dalgalar gibi ele alınabilir. Bu çerçevede şu ifadeleri yazmak mümkündür:

$$\hat{u}_s\left(\upsilon,x_2\right)=\int_{-\infty}^{\infty}u_s\left(x_1,x_2\right).e^{-i\upsilon x_1}.dx_1$$

$$=\begin{cases} A(\upsilon).e^{-\gamma_1 x_2} & ;\quad x_2>0 \\ B(\upsilon).e^{-\gamma_2 x_2}+C(\upsilon).e^{\gamma_2 x_2} & ;\quad -d<x_2<0 \\ D(\upsilon).e^{\gamma_3 x_2} & ;\quad x_2<-d \end{cases} \qquad \textbf{(3.5)}$$

Eldeki $u_s\left(x_1,\ell\right)$ datası için de benzer şekilde

$$\hat{u}_s\left(\upsilon,\ell\right)=\int_{-\infty}^{\infty}u_s\left(x_1,\ell\right).e^{-i\upsilon x_1}.dx_1 \tag{3.6}$$

yazılabilir. Ancak $u_s\left(x_1,\ell\right)$ datası tüm Ox_1 ekseni boyunca alınmadığından integralin sınırları da sonlu olacaktır:

$$\hat{u}_s\left(\upsilon,\ell\right)=\int_{>-\infty}^{<\infty}u_s\left(x_1,\ell\right).e^{-i\upsilon x_1}.dx_1\equiv A\left(\upsilon\right).e^{-\gamma_1\ell} \tag{3.7}$$

$\hat{u}_s\left(\upsilon,\ell\right)$ hesaplandıktan sonra $\hat{u}_s\left(\upsilon,0^+\right)$ hesaplanabilir. Buradan da $u_s\left(x_1,0^+\right)$ hesaplanabilir:

$$u_s\left(x_1,0^+\right)=\frac{1}{2\pi}.\int_L\hat{u}_s\left(\upsilon,0^+\right).e^{i\upsilon x_1}.d\upsilon \tag{3.8}$$

L bandı (veya çizgisi) üzerinden alınan bu integral ilgilendiğimiz $x_2>0$ bölgesi yani birinci tabaka açısından üç parçaya ayrılabilir:

$$\int_{-\infty}^{-\mathrm{Re}\left(k_1\right)}\ldots+\int_{-\mathrm{Re}\left(k_1\right)}^{\mathrm{Re}\left(k_1\right)}\ldots+\int_{-\mathrm{Re}\left(k_1\right)}^{\infty}\ldots \tag{3.9}$$

Bu parçalardan birincisi ve üçüncüsü sönümlü modları (evanescent modes) , ikincisi ise propagasyon yapan modları (propagating modes) üreten kısımlardır. Cisimlerin konumlarının tespiti problemi ya da diğer bir deyişle $x_2=\ell$ 'de ölçülen saçılan alandan hareketle $x_2=0^+$ 'daki alan değerlerinin elde edilmesi problemi "ill-posed" türdedir ve bundan dolayı bir regülarizasyon yapılması gerekmektedir. Problemin "ill-posed" türde olmasının temel kaynağı sönümlü modlardır. Bu açıdan ölçümü "yeterince" uzaktan yaparak ele aldığımız integralde propagasyon yapan modları üreten kısmı daha baskın hale getirebiliriz. İntegralin sınırlarını da $\pm\mathrm{Re}\left(k_1\right)$ civarlarında seçebiliriz. Anlaşılacağı üzere ölçüm yapılan uzaklığın cisme (cisimlere) ve dolayısıyla tabakaların sınırlarını belirleyen arayüzlere olan uzaklığı ile söz konusu integralin sınırları arasında bir ilişki vardır. Bu ilişki elbette çalışma

frekansından, tabakaların karakteristiklerinden (malzemelerin bünye parametrelerinden), v.s. etkilenmektedir.

$\frac{\partial u_s\left(x_1,0^+\right)}{\partial x_2}$ de benzer şekilde hesaplanabilir:

$$\frac{\partial \hat{u}_s\left(\upsilon,x_2\right)}{\partial x_2}=\begin{cases} -\gamma_1.A(\upsilon).e^{-\gamma_1 x_2} \quad ; \quad x_2>0 \\ \\ \ldots \\ \\ \ldots \end{cases} \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial \hat{u}_s\left(\upsilon,\ell\right)}{\partial x_2}=-\gamma_1.A(\upsilon).e^{-\gamma_1 \ell} \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial \hat{u}_s\left(\upsilon,0^+\right)}{\partial x_2}=-\gamma_1.A(\upsilon) \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial u_s\left(x_1,0^+\right)}{\partial x_2}=\frac{1}{2\pi}.\int_L -\gamma_1.A(\upsilon).e^{i\upsilon x_1}.d\upsilon \tag{3.13}$$

4. GÖMÜLÜ CİSİMLERİN NEWTON YÖNTEMİ İLE GÖRÜNTÜLENMESİ

Bu bölümde konum tespiti yapılarak seçilen görüntüleme bölgelerinde cisimlerin fiziksel ve geometrik özelliklerinin görüntülenmesi ele alınacaktır. Bu çerçevede Newton yöntemi iteratif bir şekilde uygulanarak görüntüleme bölgesine ilişkin $v(x)$ cisim fonksiyonu elde edilmeye çalışılacaktır.

Bölüm 2'de (2.28) ve (2.29) ile verilen denklemler u_s ve u alanları ile v cisim fonksiyonu (object function) arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır:

$$u_s(x) \approx k_2^2 . \sum_{n=1}^{N} \iint_{x_n} G(x;y).u(y).v(y).dy \qquad \textbf{(2.28')}$$

$$u(x) = u_0(x) + u_s(x)$$

$$\approx u_0(x) + k_2^2 . \sum_{n=1}^{N} \iint_{x_n} G(x;y).u(y).v(y).dy$$

$$\approx u_0(x) + k_2^2 . \sum_{n=1}^{N} u(x_n).v(x_n). \iint_{x_n} G(x;y).dy \qquad \textbf{(2.29')}$$

(2.28') ile verilen data denkleminden anlaşılacağı üzere $u_s(x)$ alanı $v(x)$'in bir fonksiyonu gibi ele alınabilir:

$$F(v) \approx k_2^2 . \sum_{n=1}^{N} \iint_{x_n} G(x;y).u(y).v(y).dy \qquad \textbf{(4.1)}$$

Söz konusu bu nonlineer integral denklem lineerleştirilebilir ve daha sonra Newton yöntemi kullanılarak $v(x)$ cisim fonksiyonu için çözülebilir. Bu denklem $u_s(x)$ için şu şekilde lineerleştirilmiş bir denklemle yer değiştirebilir:

$$F(v)+F'(v).\delta v = u_s(x) \qquad \textbf{(4.2)}$$

Denklemdeki $F'(v).\delta v$ ifadesi Frechet türevi olarak adlandırılır ve (4.2) denklemi $v(x)$ cisim fonksiyonunun yaklaşık değerini bulmak üzere δv için çözülür. Burada (4.2)'deki u alanlarının hesaplanması için (2.29') ile verilen cisim denklemine başvurulur. Newton yöntemi, söz konusu bu denklem çiftinin (data ve cisim denklemleri) δv için iteratif bir şekilde çözülerek $v(x)$ cisim fonksiyonuna gittikçe daha iyi bir yaklaşıklık değerinin atanmasını ifade eder:

$$F'(v^m).\delta v^{m+1} = u_s(x) - F(v^m) \qquad \textbf{(4.3)}$$

$$v^{m+1} = v^m + \delta v^{m+1} \qquad \textbf{(4.4)}$$

Ters problemin "ill-posed" karakterinden dolayı F' operatörünün (matrisinin) klasik çözümü mevcut değildir. Bundan dolayı denklemde bir regülarizasyon yapılması gerekmektedir. Bu çerçevede Tikhonov regülarizasyonu (4.3) denklemine uygulanabilir:

$$\left(\tau_m + F'^*.F'\right).\delta v = F'^*.\left[u_s(x) - F\right] \qquad \textbf{(4.5)}$$

Burada F'^*, F' operatörünün "adjoint"ını, τ_m ise regülarizasyon parametresini gösterir. τ_m parametresinin olabildiğince küçük seçilmesi ve her bir iterasyonda gittikçe küçültülmesi ya da en azından sabit kalması probleme yapılan müdahalenin sınırlı olması açısından esastır.

Anlatılan bu iterasyon prosedürü şu şekilde özetlenebilir:

i. v cisim fonksiyonu için başlangıç değer(ler)ini seç.

ii. v değer(ler)i için (2.29') ile verilen cisim denklemini çöz ve u alan değerlerini elde et.

iii. v değer(ler)ini ve u alan değerlerini kullanarak (4.5) ile verilen (lineerleştirilmiş data) denklemi(ni) eldeki u_s datasından hareketle δv için çöz.

iv. v değer(ler)ini $v = v + \delta v$ olarak güncelle.

v. $\sum|\delta v|$ toplamı önceden belirlenmiş bir değerden daha küçük ise dur; aksi halde elde edilen yeni v değer(ler)i ile birlikte ii'ye dön.

5. SAYISAL SONUÇLAR

5.1 MoM ile Elde Edilen Alan Dağılımları ile Analitik Çözümün Karşılaştırılması

Ters saçılma probleminin doğru çözülmesi düz saçılma probleminin doğru kurulmuş olmasına bağlıdır. Bu çerçevede analitik çözümü mümkün olan dielektrik silindirden saçılma probleminin analitik çözümü ile aynı problemin (2.28) ile verilen denklem yoluyla yapılan çözümü karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma Şekil 5.1'de görülmektedir. Çalışma frekansı olarak 300 MHz kullanılmıştır.

Dielektrik silindirden saçılma probleminin geometrisi ve analitik çözümü Ek B'de bulunmaktadır.

MoM ile yapılan hesaplama için parametreler:

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_0$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$

$d = 4m$

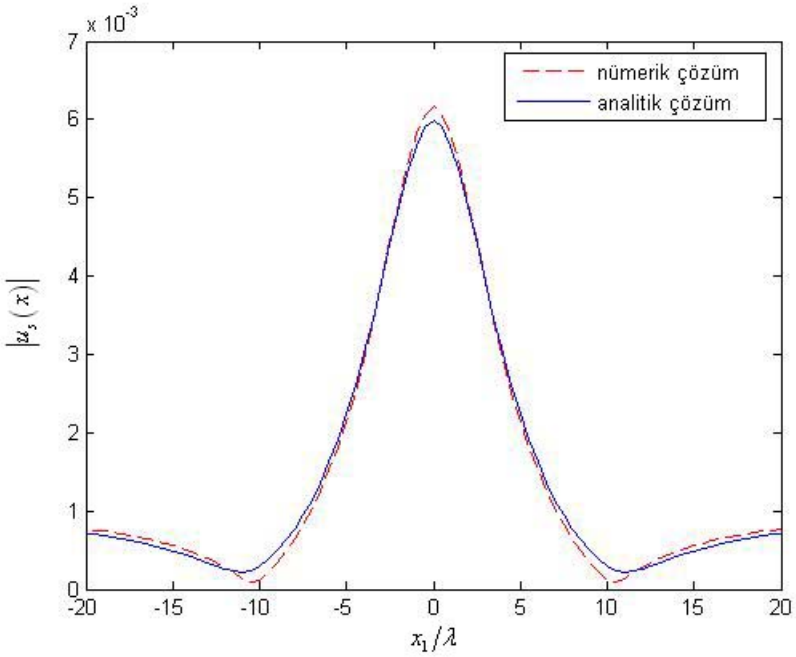
$x_1 delta = x_2 delta = \dfrac{\lambda}{20}$

$\varepsilon_D = 3\varepsilon_0$, $\mu_D = \mu_0$, $\sigma_D = 0$

∂D: $(0,-0.3)m$ merkezli $0.25m$ yarıçaplı dielektrik silindirin $\dfrac{\lambda}{20}$ ile ızgaralanmış hali

y kaynak noktası: $(0,5)m$

x alan noktaları: $x_1 = [-20 : 10.x_1 delta : 20]m$, $x_2 = 4m$



Şekil 5.1 : MoM ile Elde Edilen Alan Dağılımları ile Analitik Çözümün Karşılaştırılması

Analitik çözüm için parametreler:

$\varepsilon_1 = \varepsilon_0,\ \mu_1 = \mu_0,\ \sigma_1 = 0$

$x_1 delta = x_2 delta = \dfrac{\lambda}{20}$

$\varepsilon_2 = 3\varepsilon_0,\ \mu_2 = \mu_0,\ \sigma_2 = 0$

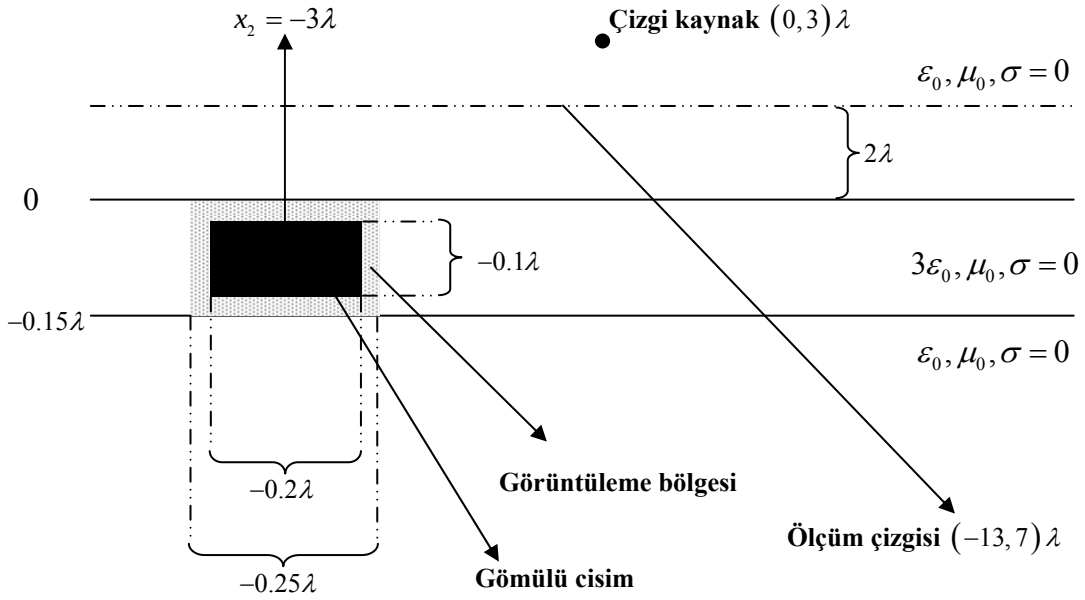
∂D: $(0,-0.3)m$ merkezli $0.25m$ yarıçaplı dielektrik silindir

y kaynak noktası: $(0,5)m$

x alan noktaları: $x_1 = [-20:10.x_1 delta:20]m,\ x_2 = 4m$

5.2 Gömülü Cisimlerin Tespiti ve Görüntülenmesine İlişkin Nicel Sonuçlar ve Görüntüleme Parametrelerinin Sonuçlara Etkisi

Bu bölümde referans alınacak bir problem geometrisi üzerinden cismin tespiti ve görüntülenmesi yapılacak ve görüntüleme parametrelerinin sonuçlara etkisi tartışılacaktır. Referans alınacak problem geometrisi ve ilgili parametreleri Şekil 5.2'de görülmektedir.



Şekil 5.2 : Referans Geometri

Referans çalışma frekansı 300 MHz olarak seçilmiştir. Cisimlerin konum tespiti yapılırken sönümlü modları bastırabilmek için kaynak noktası ve ölçüm çizgisi yeterli uzaklığa çekilebilmektedir. Ayrıca konum tespitinde kullanılan ölçüm çizgisinin genişliği ve örnekleme sayısı da farklıdır. Yapılan konum tespitine dayanılarak uygun konumlardan yeni bir ölçüm alınmakta ve cisim görüntülenmeye çalışılmaktadır.

Bölüm 5.2 boyunca gerçekleştirilen uygulamalarda aksi belirtilmedikçe konum tespiti yapılırken kullanılan ölçüm çizgisi ve kaynak noktasına ilişkin bilgiler şu şekildedir:

Ölçüm çizgisi: $x_1 = \left[-15\lambda : \frac{\lambda}{4} : 15\lambda \right],\ x_2 = 10\lambda$

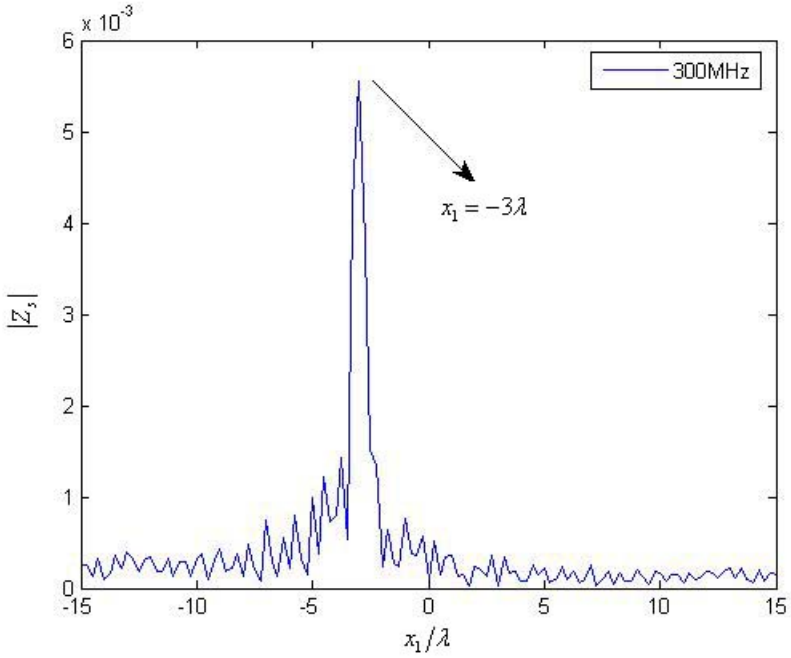
Kaynak noktası: $y_1 = 0,\ y_2 = 12\lambda$

Yine Bölüm 5.2 boyunca yapılan görüntülemelerde özel olarak belirtilmedikçe iterasyon sayısı 35'tir.

5.2.1 Çalışma Frekansı

Tüm boyutlandırmalar dalga boyu cinsinden yapıldığı takdirde cisimlerin tespiti ve görüntülenmesi çalışma frekansından etkilenmemektedir. Burada 150, 300, 1000, 1500, 2000 ve 3000 MHz için $v = -1.9$ başlangıç değerleri ve $\tau = 0.00000001$ Tikhonov regülarizasyon parametresi kullanılarak cisim etkin bir şekilde görüntülenmiştir.

Referans çalışma frekansı 300 MHz için cismin konum tespiti Şekil 5.3, orijinal permitivite değerleri Şekil 5.4 ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme Şekil 5.5'te görülmektedir. Şekil 5.6'da da orijinal permitivite değerleri ile yapılan görüntülemenin bir karşılaştırması verilmiştir.



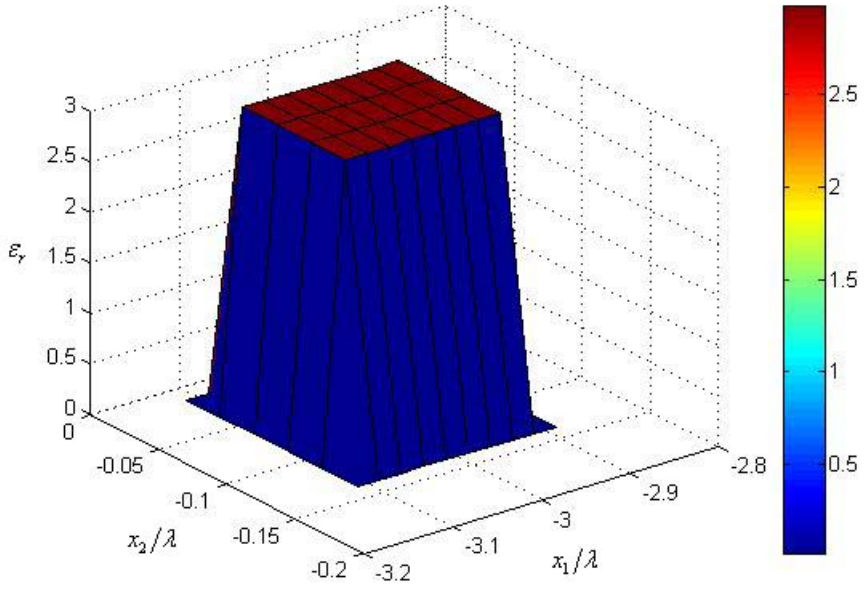
Şekil 5.3 : Cismin Konum Tespiti

Diğer frekanslar için yapılan tespit ve görüntülemeler Ek C'de bulunmaktadır.

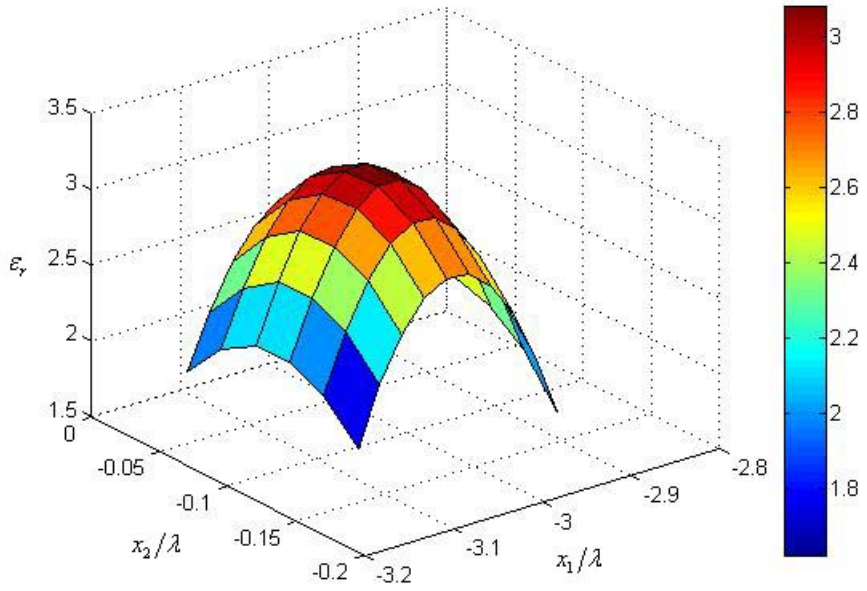
Genel olarak dalga boyuna göre daha küçük boyutlara sahip cisimler daha etkin bir şekilde görüntülenebilmektedir.

5.2.2 Tikhonov Regülarizasyon Parametresi

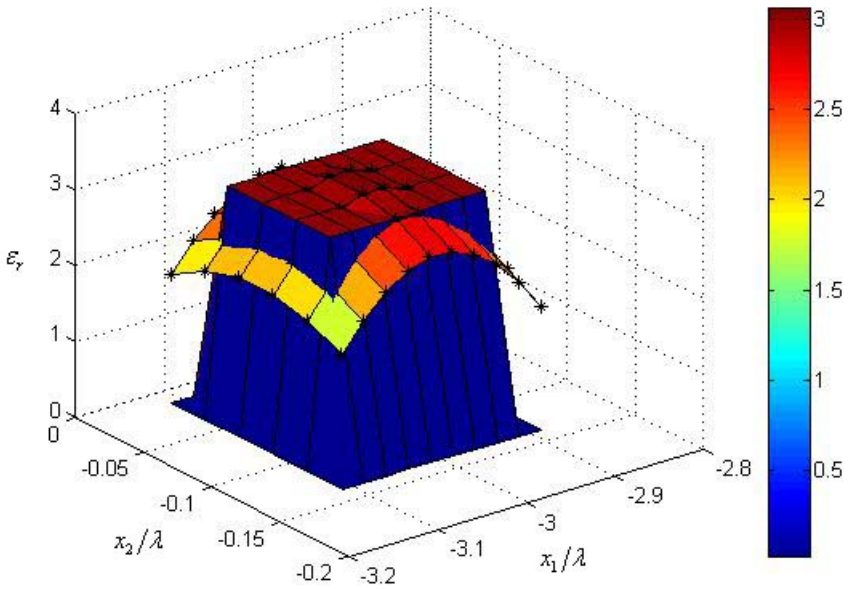
Görüntüleme verimliliği Tikhonov regülarizasyon parametresine sıkı bir şekilde bağlıdır. Bu parametrede yapılacak ufak bir değişiklik görüntüleme verimini önemli derecede değiştirebilmektedir.



Şekil 5.4 : Görüntüleme Bölgesinin Permitivite Değerleri

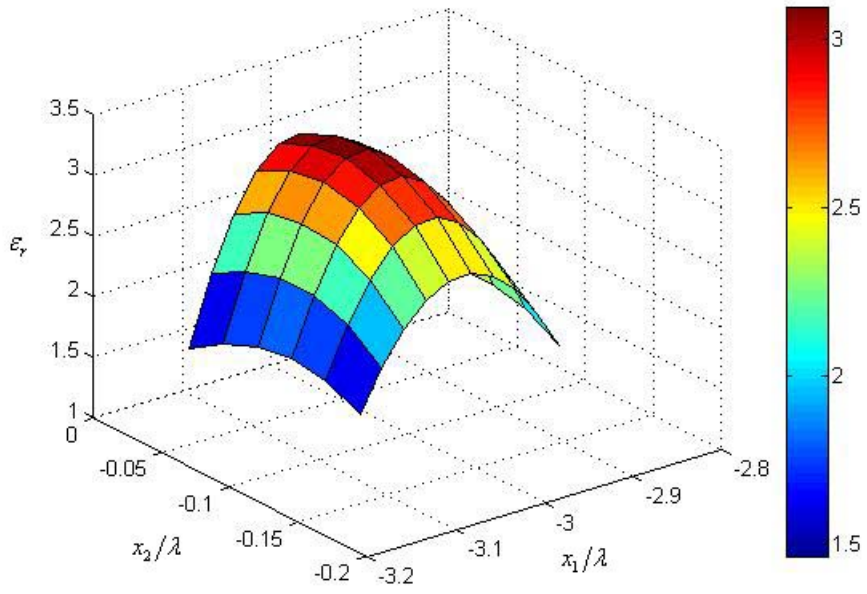


Şekil 5.5 : $v = -1.9$ ve $\tau = 0.00000001$ için Yapılan Görüntüleme



Şekil 5.6 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

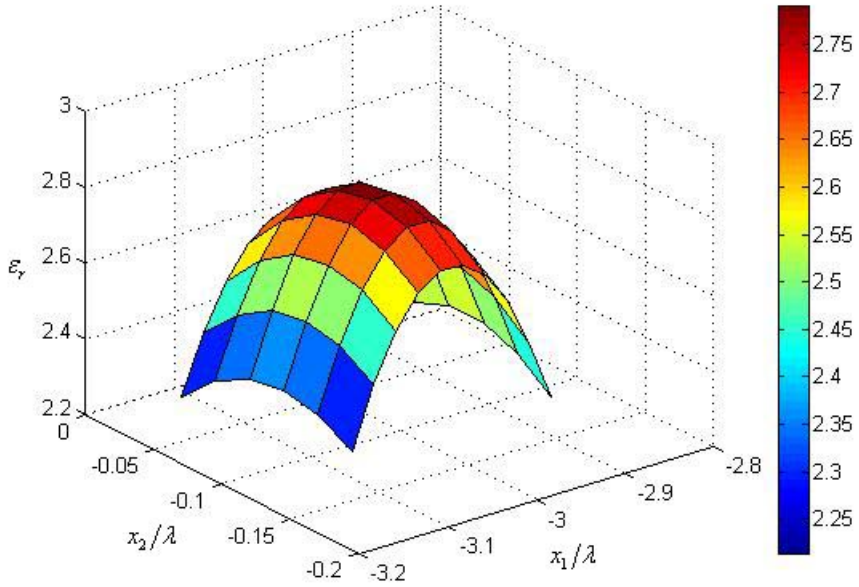
Şekil 5.5'te yapılan görüntülemede Tikhonov regülarizasyon parametresini $\tau = 0.00000001$ yerine $\tau = 0.000001$ seçtiğimizde Şekil 5.7'deki gibi bir görüntüleme elde edilmektedir:



Şekil 5.7 : $v = -1.9$ ve $\tau = 0.000001$ için Yapılan Görüntüleme

5.2.3 v Başlangıç Değerleri

Görüntüleme verimliliği v başlangıç değerlerinin seçimine sıkı bir şekilde bağlıdır. Farklı başlangıç değerleri seçimi görüntülemenin verimini önemli derecede değiştirebilmektedir. Şekil 5.5'te yapılan görüntülemede başlangıç değerlerini $v = -1.9$ yerine $v = -0.5$ olarak seçtiğimizde Şekil 5.8'deki gibi bir görüntüleme elde edilmektedir.

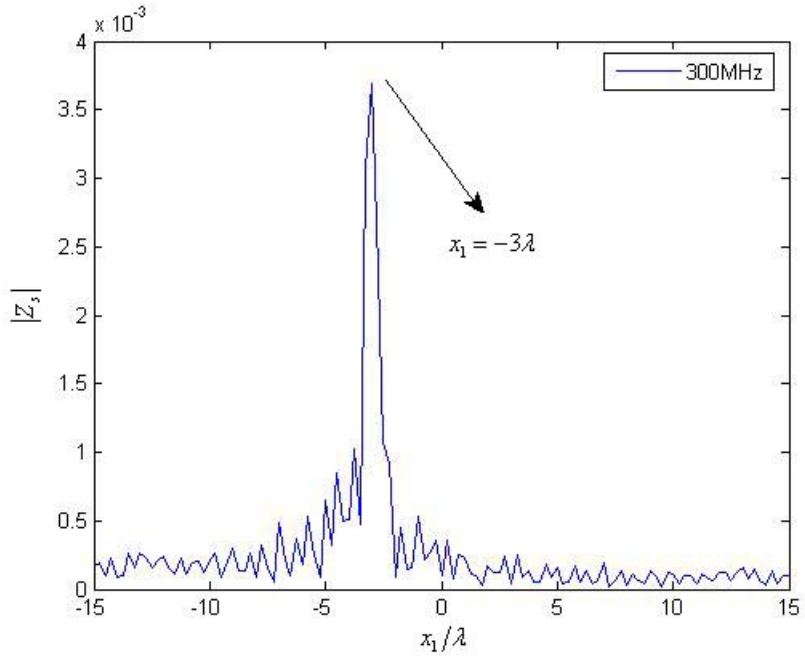


Şekil 5.8 : $v = -0.5$ ve $\tau = 0.00000001$ için Yapılan Görüntüleme

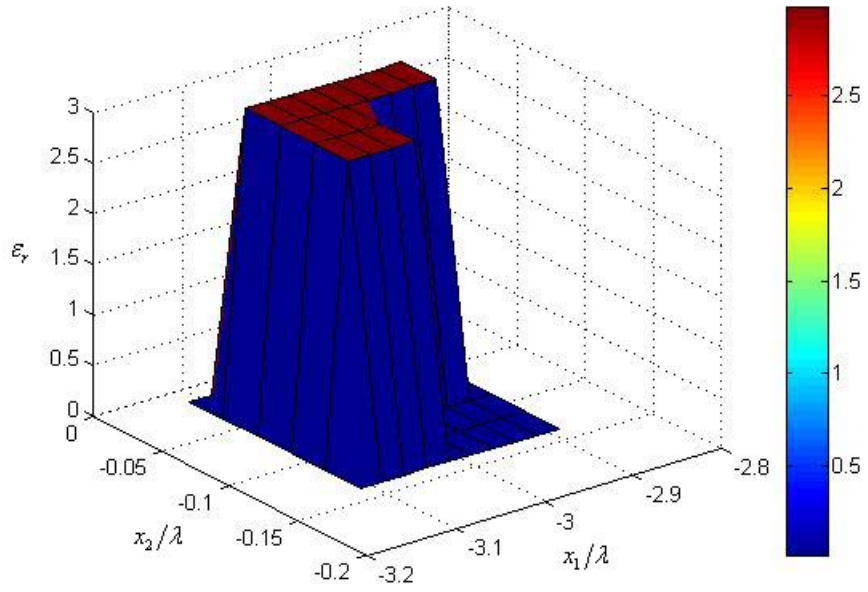
5.2.4 Gömülü Cismin Şekli

Gömülü cismin şekli görüntüleme verimliliğini olumlu veya olumsuz yönde etkileyebilmektedir; cisim üzerindeki içbükeylikler ve dışbükeylikler (girintiler ve çıkıntılar) büyüklüklerine göre görüntüleme verimliliğini etkilemektedir.

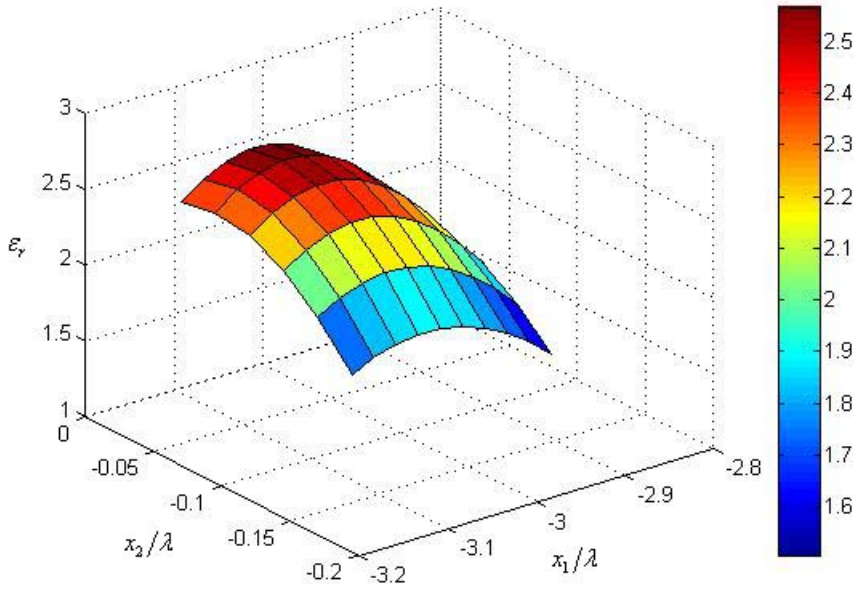
Şekil 5.2 ile verilen referans geometrideki cismin dörtte birinin kesilmesiyle oluşan cismin tespiti, orijinal permitivite değerleri ve elde edilen görüntüleme sırasıyla Şekil 5.9,10,11'de görülmektedir. Bu örnekte başlangıç değerleri $v = -1$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi de $\tau = 0.00001$ olarak alınmıştır. Referans geometri için yapılan uygulama ile karşılaştırıldığında regülarizasyon parametresi daha büyüktür ki bu da probleme daha çok müdahale ettiğimiz anlamına gelmektedir.



Şekil 5.9 : Cismin Konum Tespiti



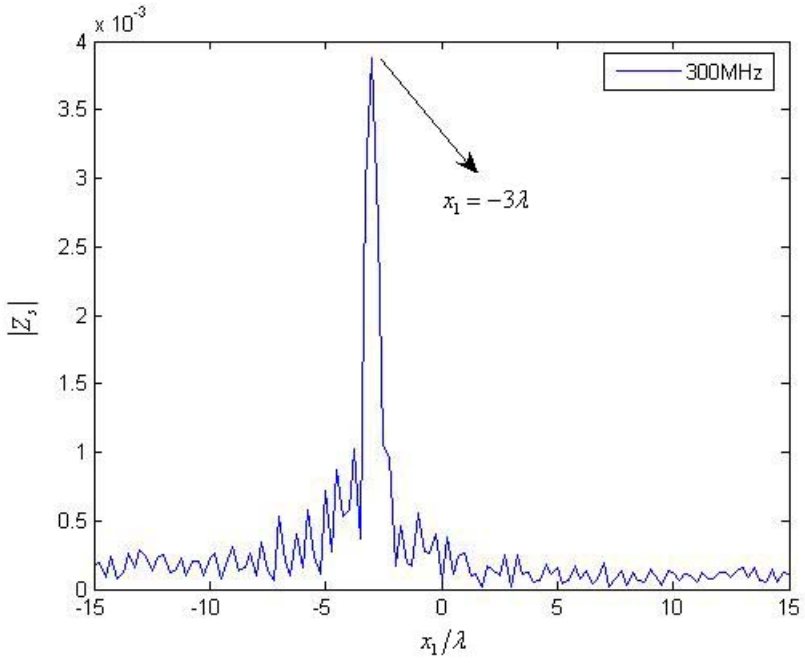
Şekil 5.10 : Görüntüleme Bölgesinin Permitivite Değerleri



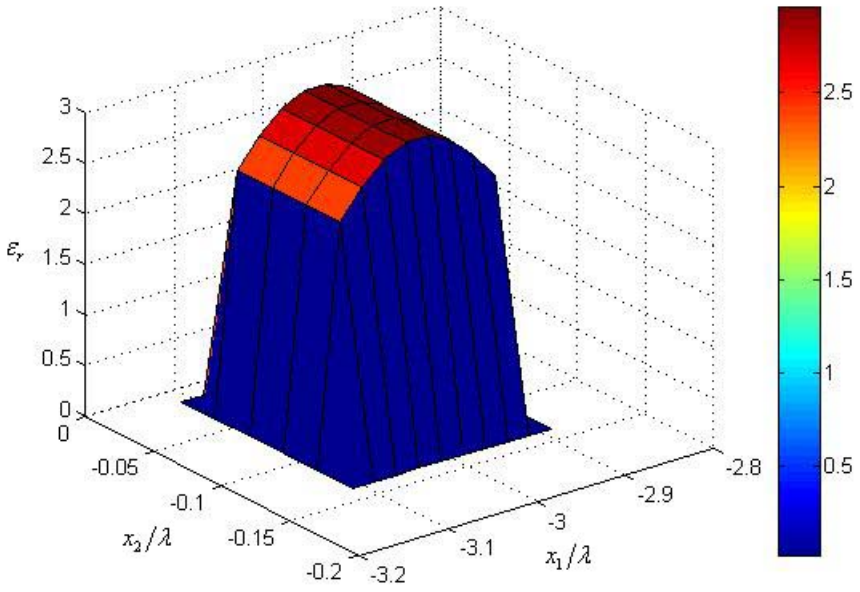
Şekil 5.11 : $\nu = -1$ ve $\tau = 0.00001$ için Yapılan Görüntüleme

5.2.5 Gömülü Cismin Bünye Parametreleri

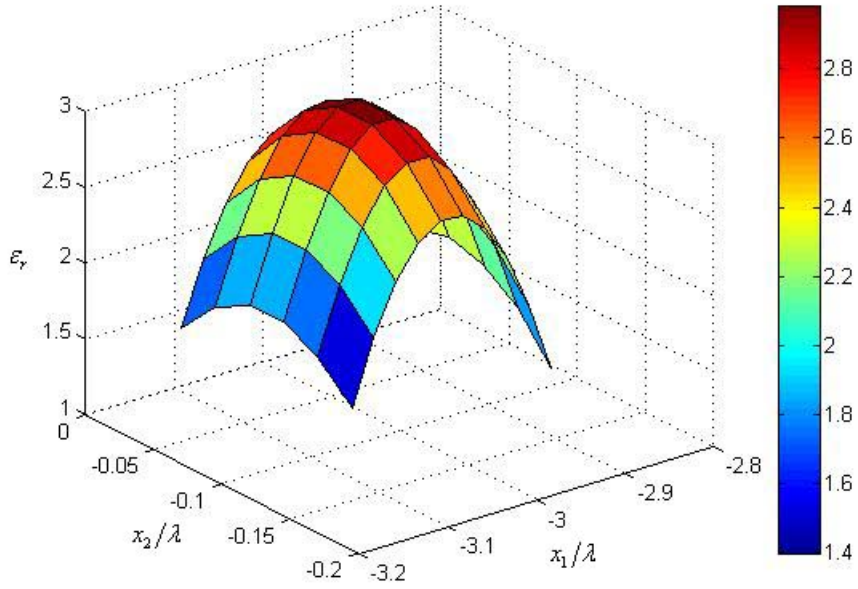
Gömülü cismin inhomojenliği görüntüleme verimliliğini olumlu veya olumsuz yönde etkileyebilmektedir; bünye parametrelerinin cisim içerisindeki dağılımının sürekli fonksiyonlar cinsinden ne ölçüde ifade edilip edilemediği bu durumu belirlemektedir. Parametrelerin bir noktadan diğerine değişimi yumuşak bir geçişle oluyorsa cismin görüntülenmesi daha iyi bir verimlilikle gerçekleştirilebilmektedir. Buna bir örnek olması açısından Şekil 5.2 ile verilen referans geometride gösterilen cismin permitivite değerlerinin x_1 ekseni boyunca sinüsoidal olarak değiştiği durum ele alınmıştır. Bu duruma ilişkin cisim tespiti, permitivite değerleri ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme ve karşılaştırmaları sırasıyla Şekil 5.12,13,14,15'te verilmiştir. Bu örnekte başlangıç değerleri $\nu = -2.1$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi de $\nu = 0.00000001$ olarak seçilmiştir.



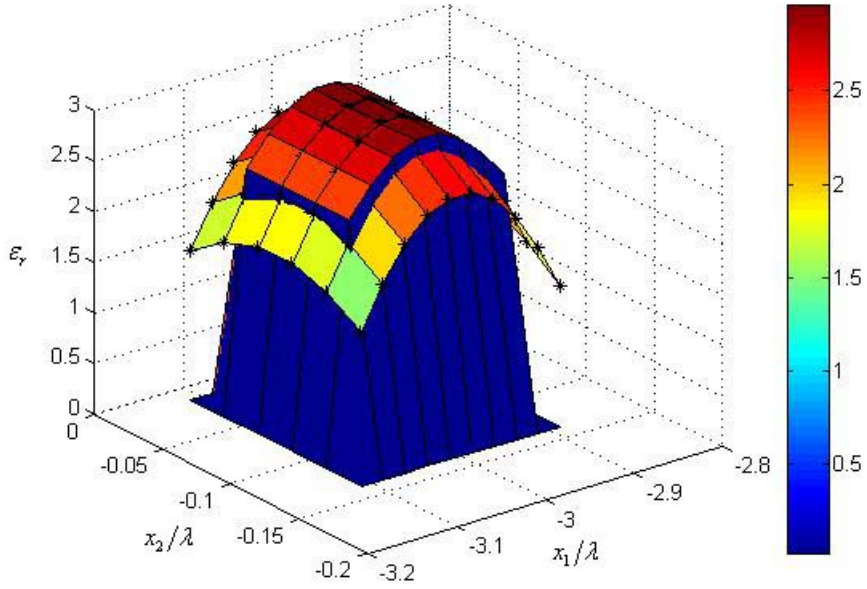
Şekil 5.12 : Cismin Konum Tespiti



Şekil 5.13 : Görüntüleme Bölgesinin Permitivite Değerleri

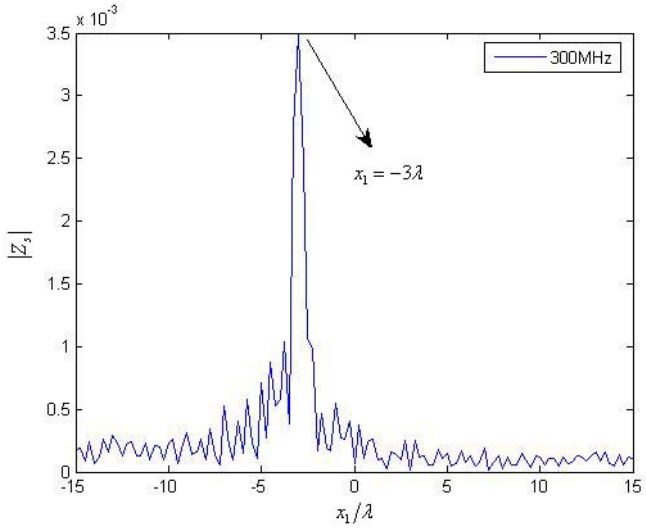


Şekil 5.14 : $\nu = -2.1$ ve $\tau = 0.00000001$ için Yapılan Görüntüleme

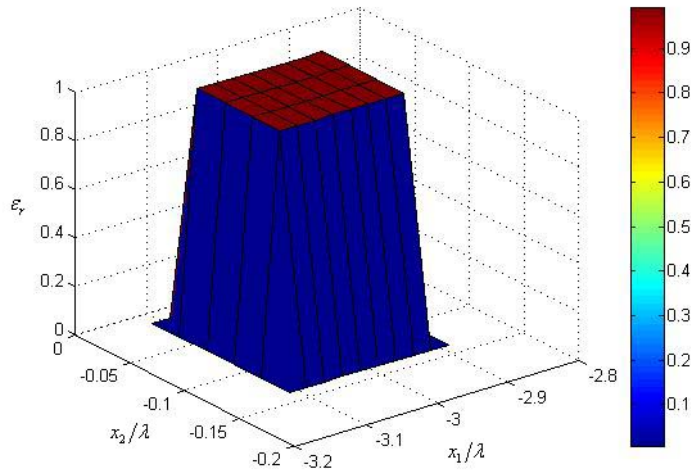


Şekil 5.15 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

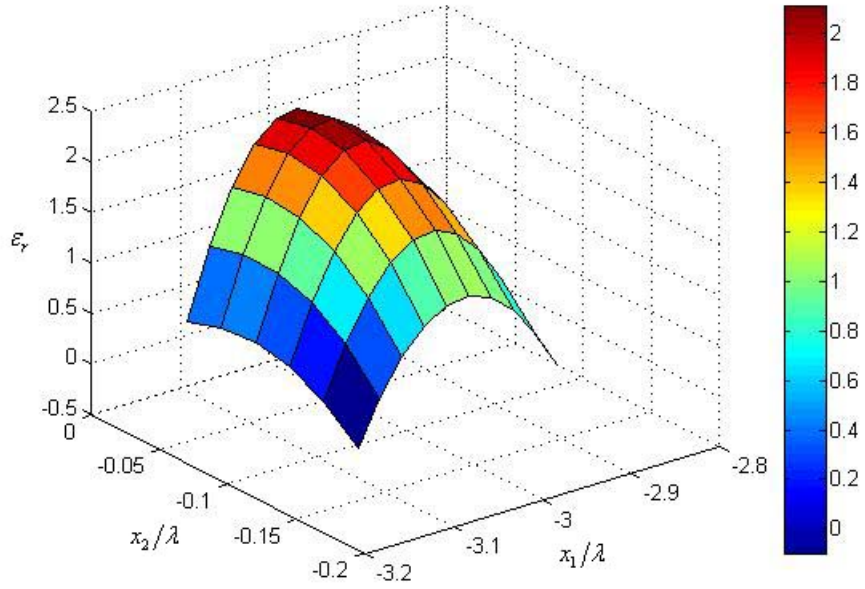
Gömülü cisimlerin tespiti ve görüntülenmesi kadar tabaka içerisindeki hava boşluklarının tespiti ve görüntülenmesi de çok önemlidir. Hava boşluklarının tespiti, permitivite değerleri ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme ve karşılaştırmaları sırasıyla Şekil 5.16,17,18,19'da verilmiştir. Bu örnekte başlangıç değerleri $v=-3$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi de $v=0.000001$ olarak seçilmiştir. Cismin gömülü olduğu tabakanın permitivitesinin cismin permitivitesinden büyük olduğu durumlarda görüntüleme kalitesinin düştüğü anlaşılmaktadır.



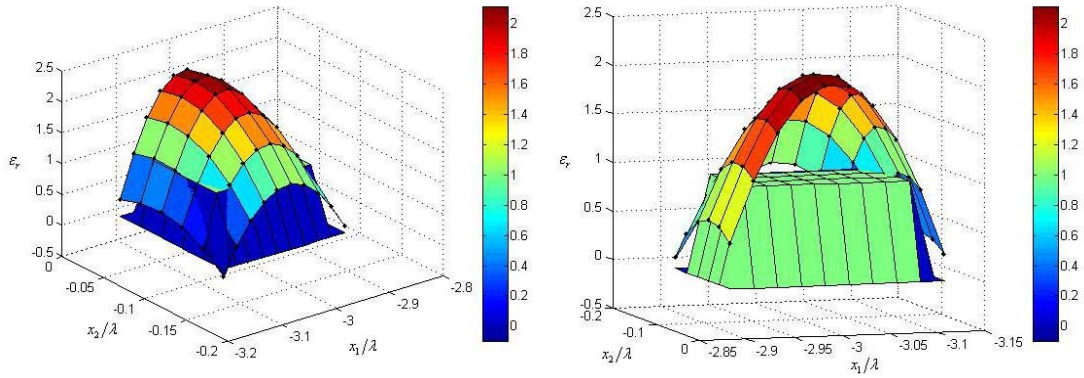
Şekil 5.16 : Cismin Konum Tespiti



Şekil 5.17 : Görüntüleme Bölgesinin Permitivite Değerleri



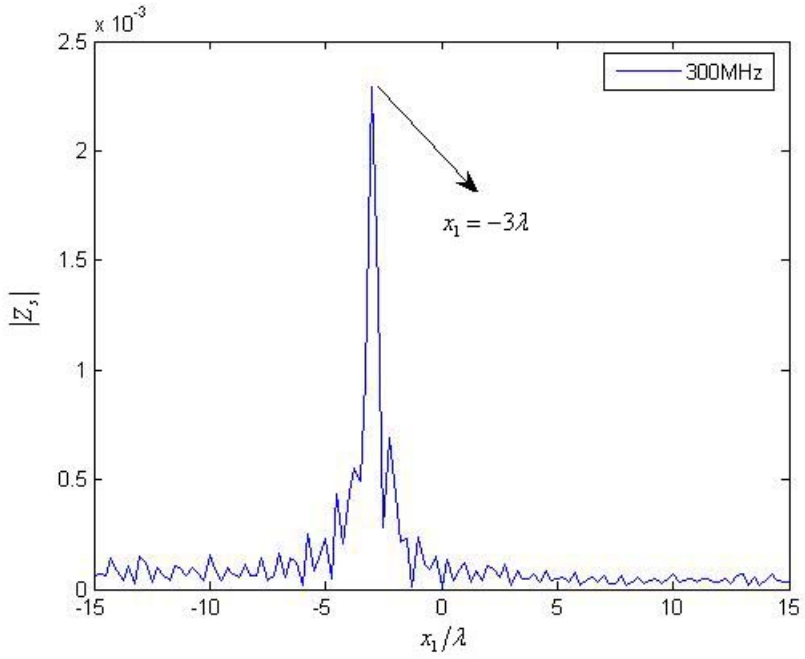
Şekil 5.18 : $\nu = -3$ ve $\tau = 0.000001$ için Yapılan Görüntüleme



Şekil 5.19 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

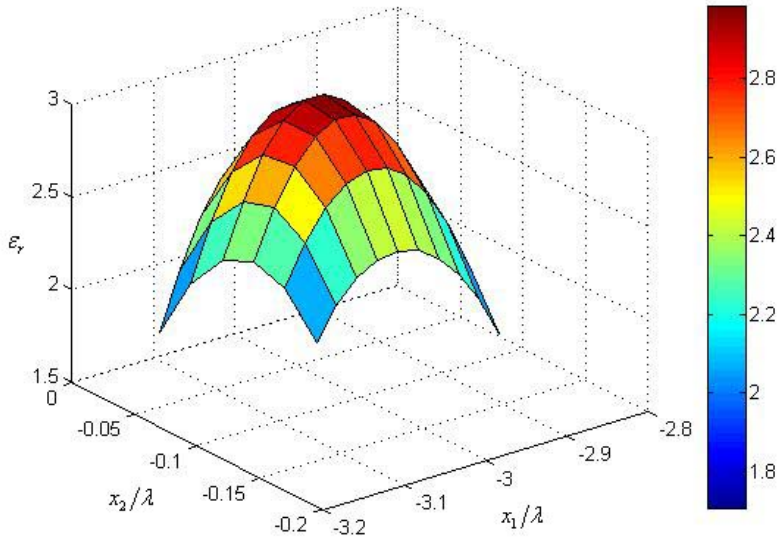
5.2.6 Seçilen Görüntüleme Bölgesinin Büyüklüğü

Şekil 5.2 ile verilen referans geometride ikinci tabakanın kalınlığı $d = 0.3\lambda$ alınmış ve cismin tespiti ve görüntülemesi yapılmıştır. Şekil 5.20'de gömülü cismin tespitine ilişkin empedans karakteristiği görülmektedir.

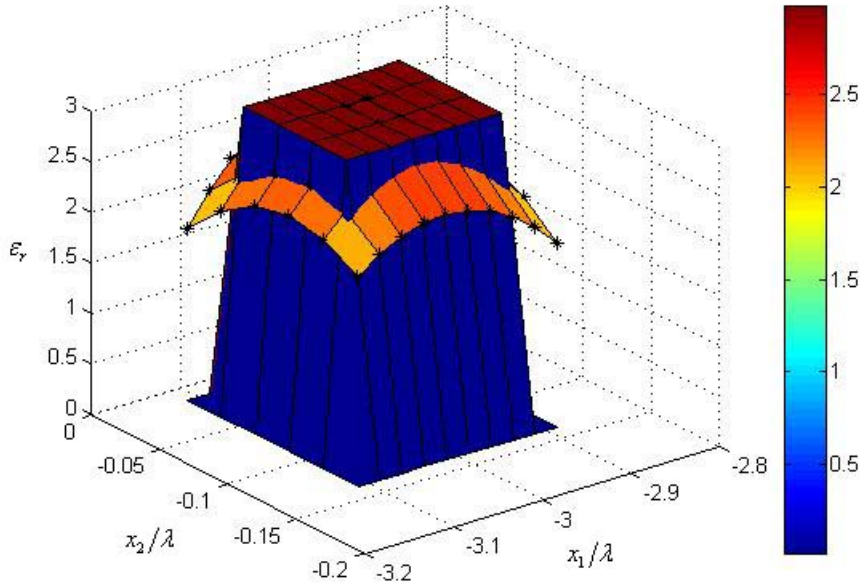


Şekil 5.20 : Cismin Konum Tespiti

İkinci tabakanın kalınlığının artması cismin görüntülenme verimliliğini azaltıcı etki yapmaktadır. Buna ilişkin incelemelerin sonuçları Şekil 5.21,22'de görülmektedir. Bu örnekte başlangıç değerleri $v = -1.9$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi $v = 0.000000005$ olarak alınmış ve 25 iterasyon gerçekleştirilmiştir. Bu şekiller Şekil 5.5,6 ile karşılaştırılabilir.

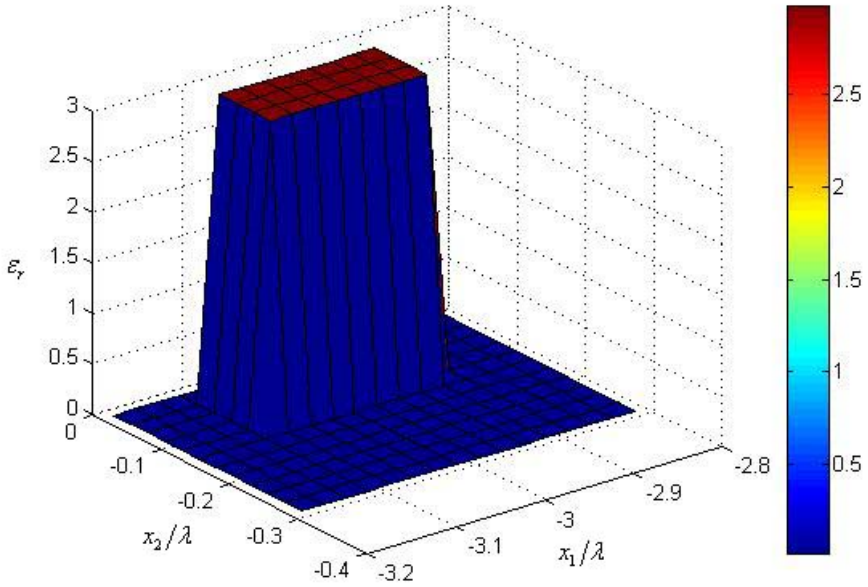


Şekil 5.21 : $v = -1.9$ ve $\tau = 0.000000005$ için Yapılan Görüntüleme

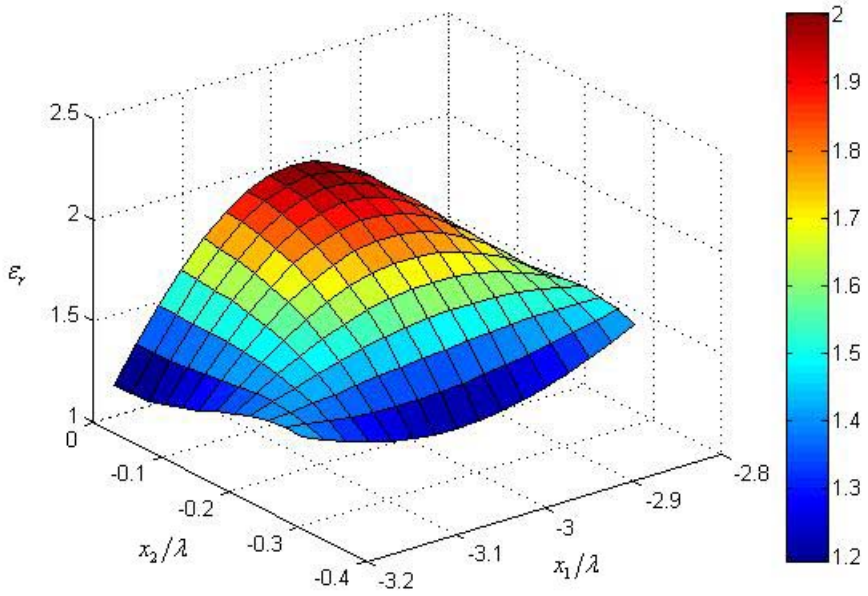


Şekil 5.22 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

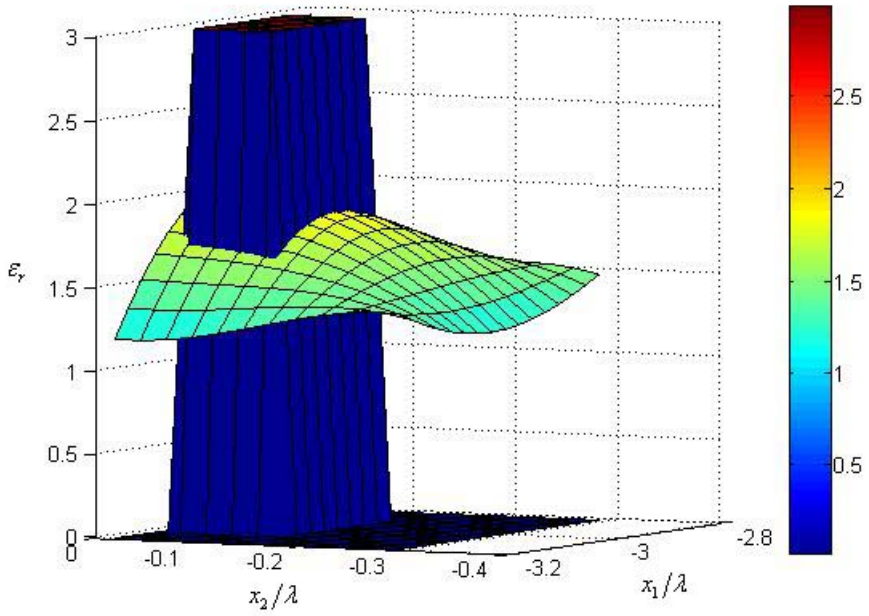
Görüntüleme bölgesi büyütüldüğünde daha iyi bir odaklanma elde edilmektedir. Ancak cismin bünye parametrelerinin (permitivitesinin) görüntüleme verimliliği azalmaktadır. Bu durum Şekil 5.23,24,25'te verilmiştir. Bu örnekte başlangıç değerleri $\nu = -0.4$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi $\nu = 0.00002$ olarak alınmıştır yani regülarizasyon parametresi daha büyük alınmıştır. Bu da probleme daha fazla müdahale edildiği anlamına gelmektedir.



Şekil 5.23 : Görüntüleme Bölgesinin Permitivite Değerleri



Şekil 5.24 : $\nu = -0.4$ ve $\tau = 0.00002$ için Yapılan Görüntüleme



Şekil 5.25 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

5.2.7 Üç Tabakanın Varlığı (İkinci Arayüzden Yansıyan Dalgalar)

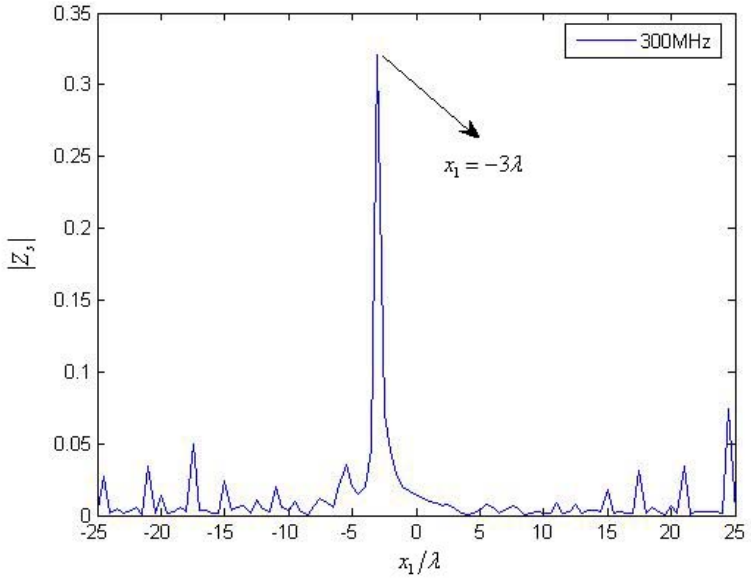
İki tabakalı uzay yerine üç tabakalı uzayda çalışmak, diğer bir deyişle ikinci arayüzün varlığı ve bu arayüzün sebep olduğu dalga yansımasının u_s alanına yaptığı katkılar görüntüleme verimliliğini olumlu yönde etkilemektedir. Referans geometride ikinci ve üçüncü ortamın parametreleri birebir aynı alınarak iki tabakalı uzaya dönülmüş ve cismin tespiti ve görüntülenmesi yapılmaya çalışılmıştır. Bunun sonuçları Şekil 5.26,27,28'de görülmektedir. Bunlar Şekil 5.3,5,6 ile verilen sonuçlarla karşılaştırıldığında bu olumlu etki görülmektedir.

Şekil 5.26 ile verilen konum tespiti yapılırken kullanılan ölçüm ve kaynak noktasına ilişkin bilgiler şu şekildedir:

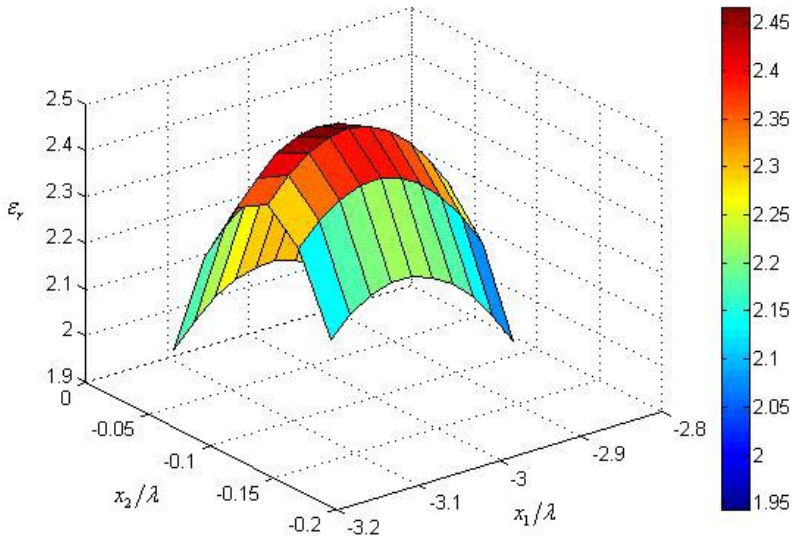
Ölçüm çizgisi: $x_1 = \left[-20\lambda : \frac{\lambda}{2} : 20\lambda \right],\ x_2 = 10\lambda$

Kaynak noktası: $y_1 = 0\,,\ y_2 = 12\lambda$

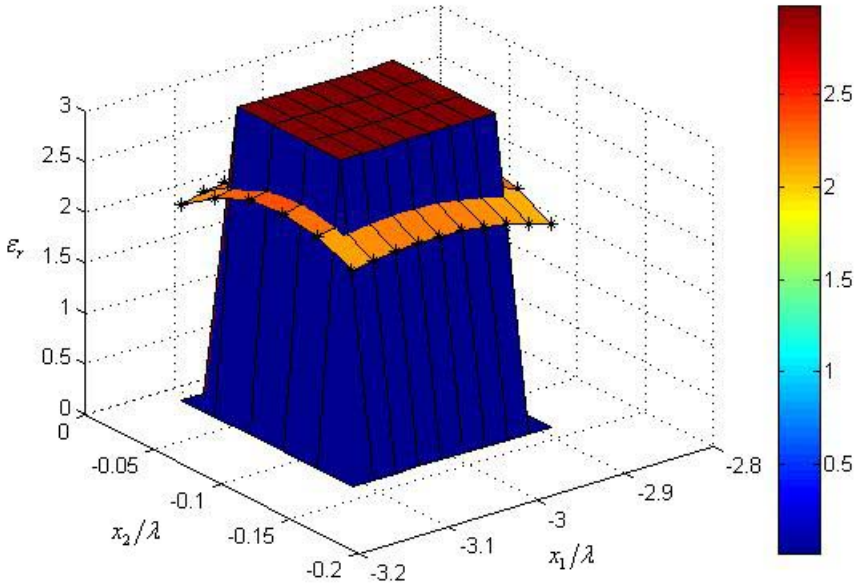
Bu örnekte başlangıç değerleri $\nu = -1$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi $\nu = 0.003$ olarak alınmış ve 25 iterasyon uygulanmıştır. Görüldüğü üzere regülarizasyon parametresi üç tabakalı eşdeğerine göre oldukça büyüktür ki bu da probleme daha çok müdahale etmek anlamına gelmektedir.



Şekil 5.26 : Cismin Konum Tespiti

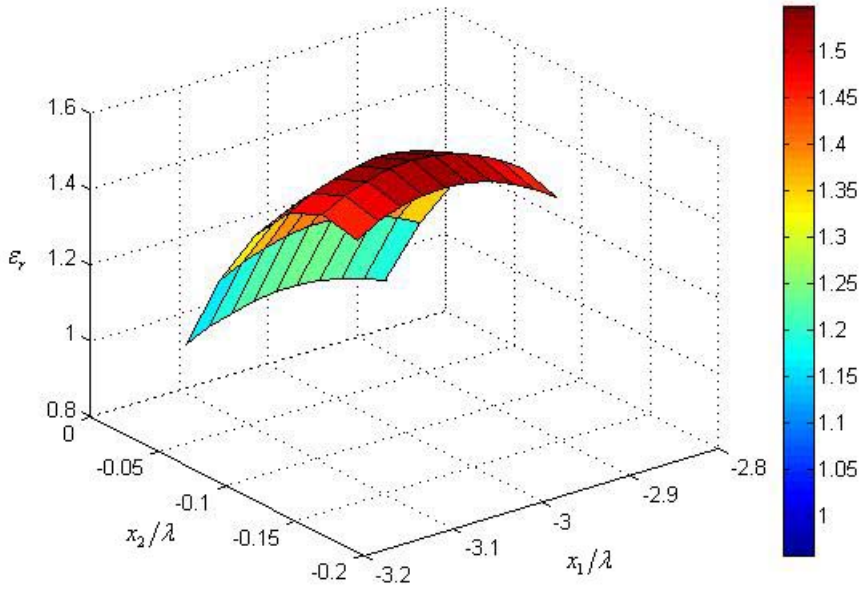


Şekil 5.27 : $\nu = -1$ ve $\tau = 0.003$ için Yapılan Görüntüleme



Şekil 5.28 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

Üç tabakalı uzaydaki görüntüleme sonuçları Tikhonov regülarizasyon parametresinde yapılan oynamalara karşı daha toleranslıdır; iki tabakalı uzaydaki sonuçlar bu oynamalara karşı oldukça duyarlıdırlar. Şekil 5.5 ve Şekil 5.7'de görüldüğü üzere regülarizasyon parametresi 100 katına çıkarıldığı halde sonuçlar belirli bir kararlılıktadır. Fakat bu parametrenin seçimine olan sıkı bir bağlılık halen mevcuttur. Şekil 5.29'da ise Şekil 5.27 ile verilen görüntülemede regülarizasyon parametresi sadece 5 katına çıkarılmıştır ki buradan üç tabakalı uzaylardaki sonuçların daha kararlı oldukları anlaşılmaktadır. Diğer bir deyişle ikinci arayüzün varlığı olası çözümleri barındıran kümeyi daraltıcı bir etki yapmaktadır.



Şekil 5.29 : $v=-1$ ve $\tau=0.015$ için Yapılan Görüntüleme (25 İterasyon)

5.2.8 İki Cismin Gömülü Olduğu Durum

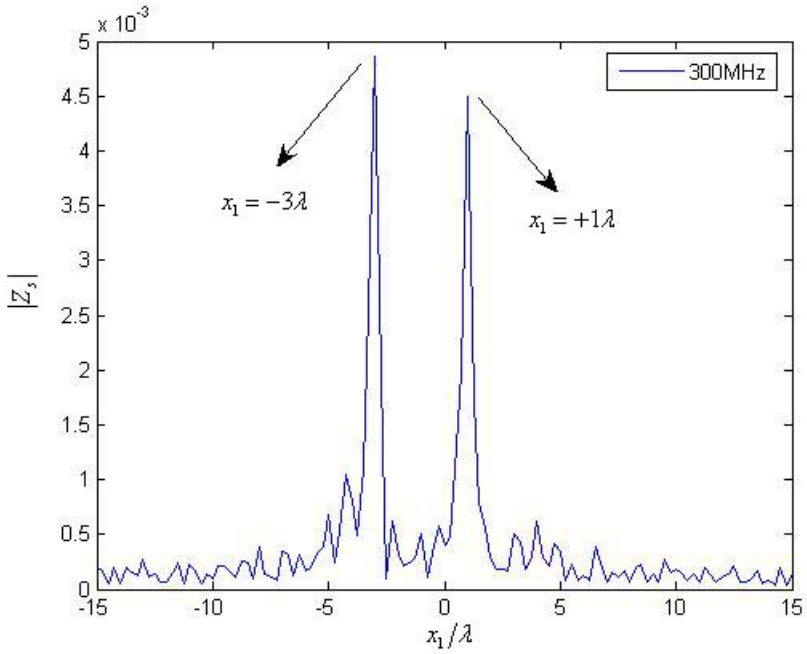
İki cismin gömülü olduğu durumda cisimlerin tespiti yapılırken kullanılan ölçüm çizgisi ve kaynak noktasına ilişkin bilgiler şu şekildedir:

Ölçüm çizgisi: $x_1=\left[-15\lambda:\frac{\lambda}{2}:15\lambda\right],\ x_2=20\lambda$

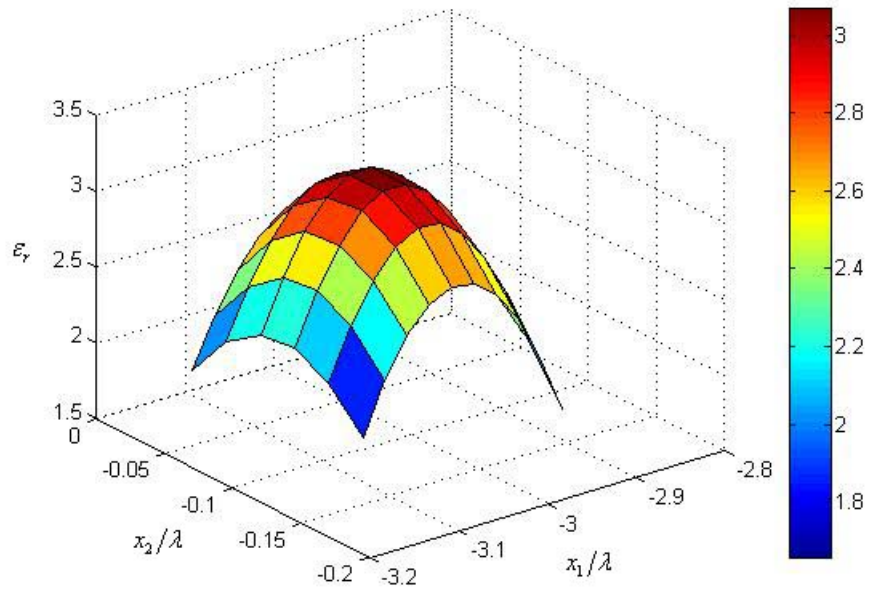
Kaynak noktası: $y_1=0,\ y_2=25\lambda$

Cisimlerin her ikisi de referans geometride belirtilen cisimdir. İlkinin konumu ve görüntüleme bölgesi referans geometride belirtildiği gibidir. İkincisi ise kaynağın 1λ sağındadır ve bu cisim için de ilk cisim için seçilen görüntüleme bölgesi aynen seçilmiştir.

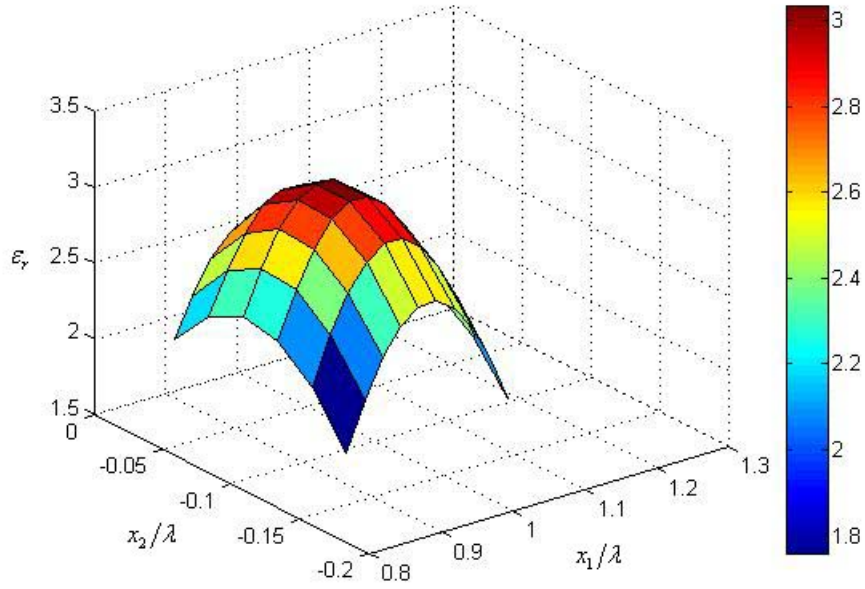
Şekil 5.30'da cisimlerin konum tespiti görülmektedir. Şekil 5.31'de ilk cisim, Şekil 5.32'de ise ikinci cisim için yapılan görüntülemeler verilmiştir. Bu örneklerde başlangıç değerleri $v=-1.9$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi $\tau=0.00000001$, ölçüm çizgisi ise $(-13,11)\lambda$ aralığı olarak alınmıştır.



Şekil 5.30 : Cisimlerin Konum Tespiti

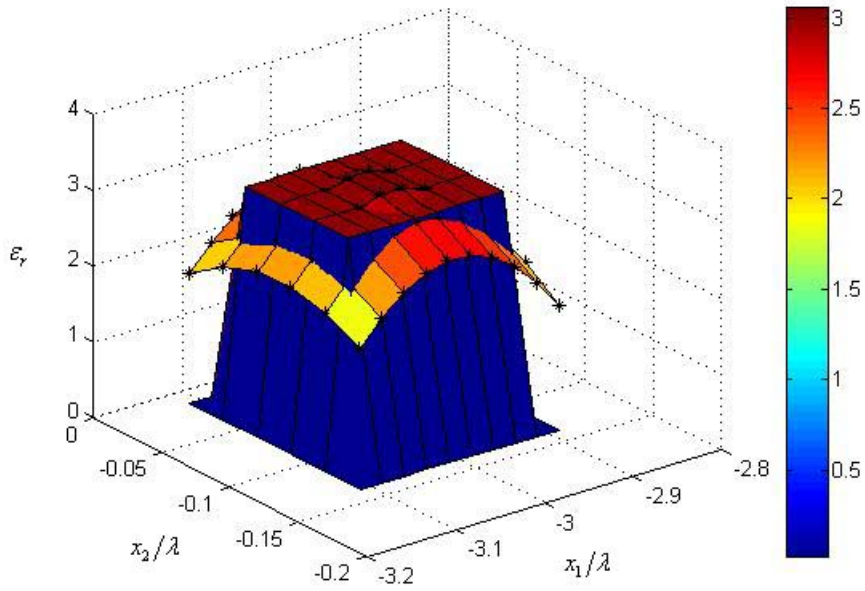


Şekil 5.31 : $v = -1.9$ ve $\tau = 0.00000001$ için Yapılan Görüntüleme (İlk Cisim)



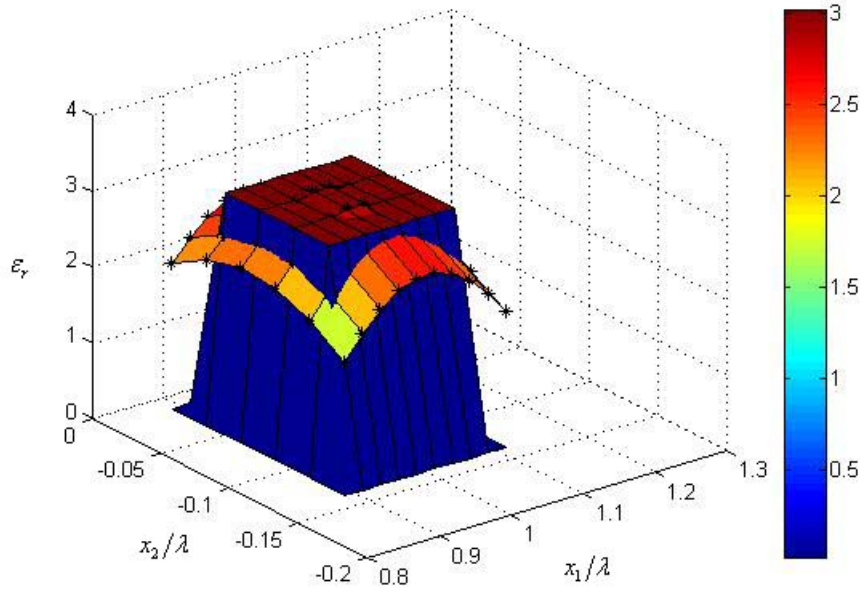
Şekil 5.32 : $v = -1.9$ ve $\tau = 0.00000001$ için Yapılan Görüntüleme (İkinci Cisim)

Şekil 5.33'te ilk cismin orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin bir karşılaştırması verilmiştir.



Şekil 5.33 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması (İlk Cisim)

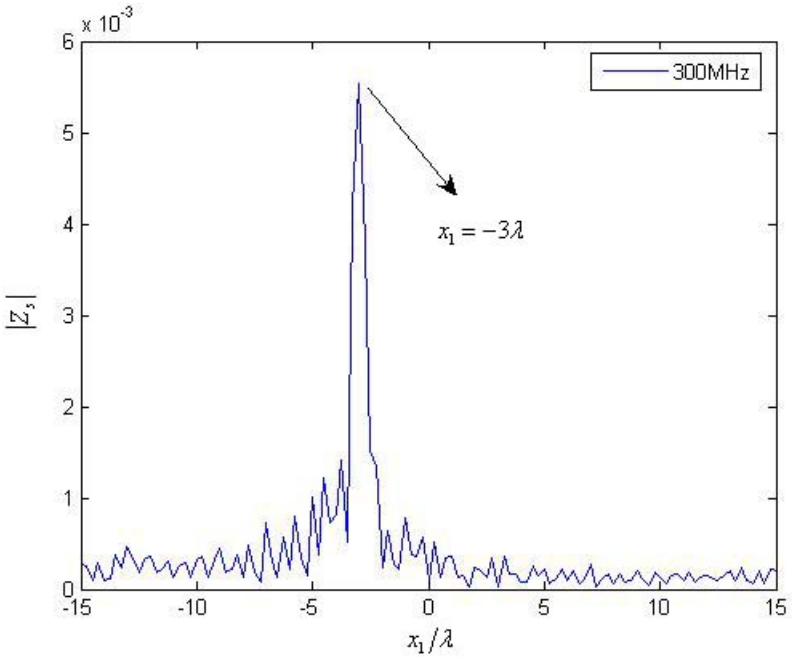
Şekil 5.34'te ikinci cismin orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin bir karşılaştırması verilmiştir.



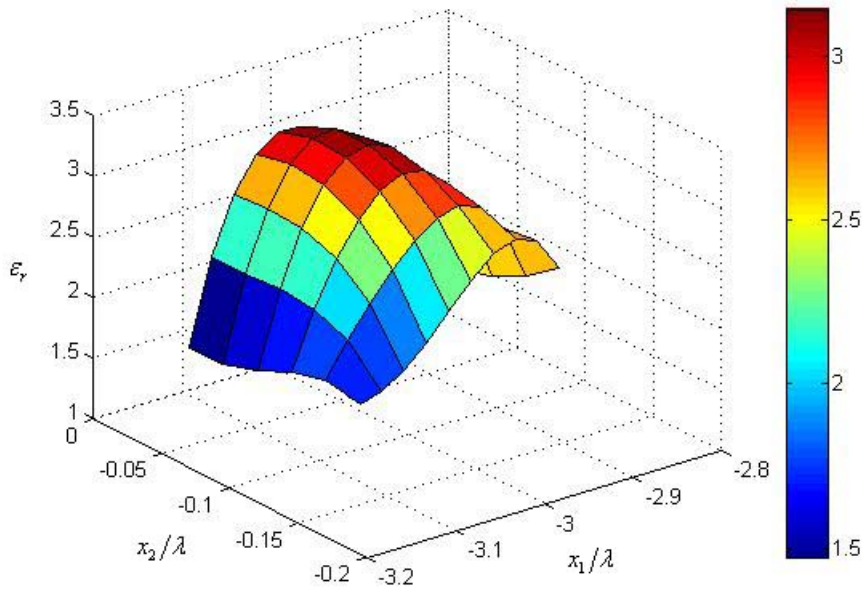
Şekil 5.34 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması (İkinci Cisim)

5.2.9 Sinyal Gürültüsü

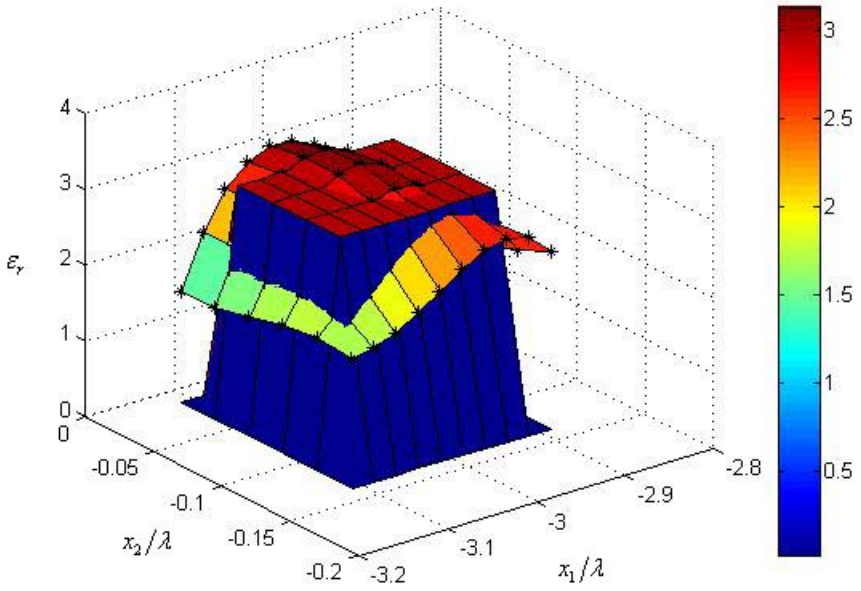
Sinyal gürültüsü görüntüleme verimliliğini etkilemektedir. Şekil 5.2 ile verilen referans geometri ve uygulaması için $SNR = 0.03$ oranında bir sinyal gürültüsü ile cismin tespiti ve görüntülenmesi Şekil 5.35 ve Şekil 5.36'da verilmiştir. Bu örnekte başlangıç değerleri $\nu = -1.9$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi $\tau = 0.000000001$ olarak alınmıştır. Şekil 5.37'te ilk cismin orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin bir karşılaştırması verilmiştir.



Şekil 5.35 : Cismin Konum Tespiti

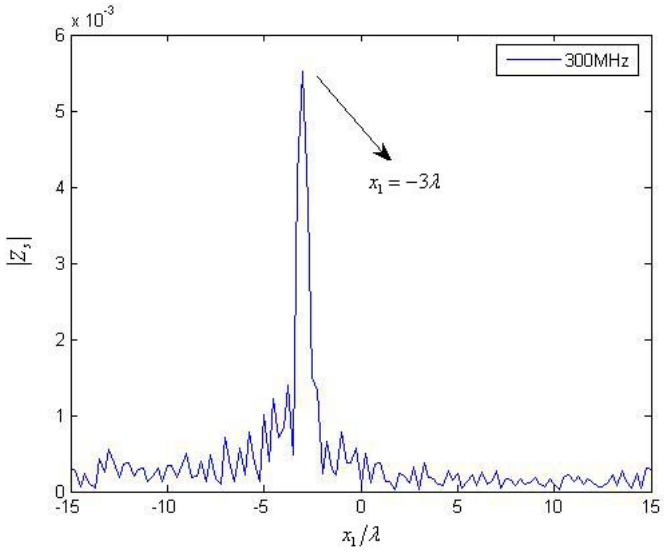


Şekil 5.36 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.000000001$ için Yapılan Görüntüleme

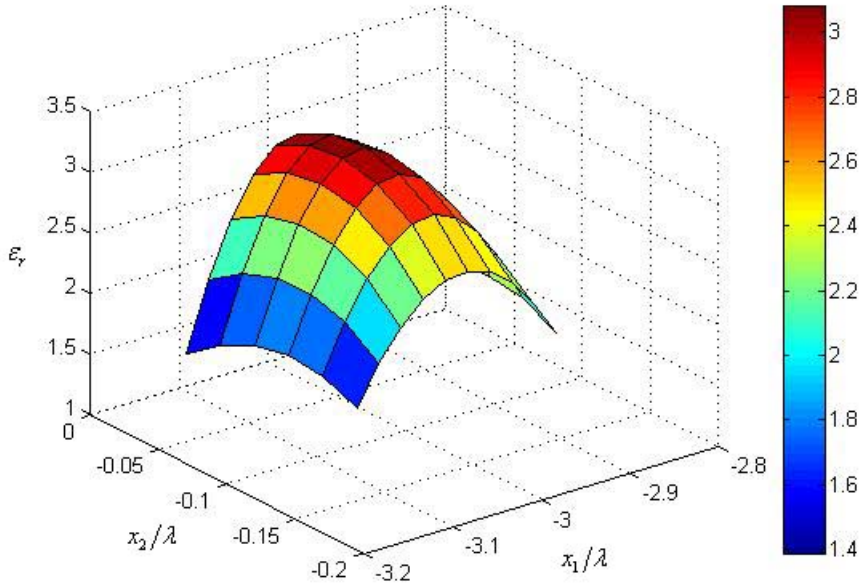


Şekil 5.37 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

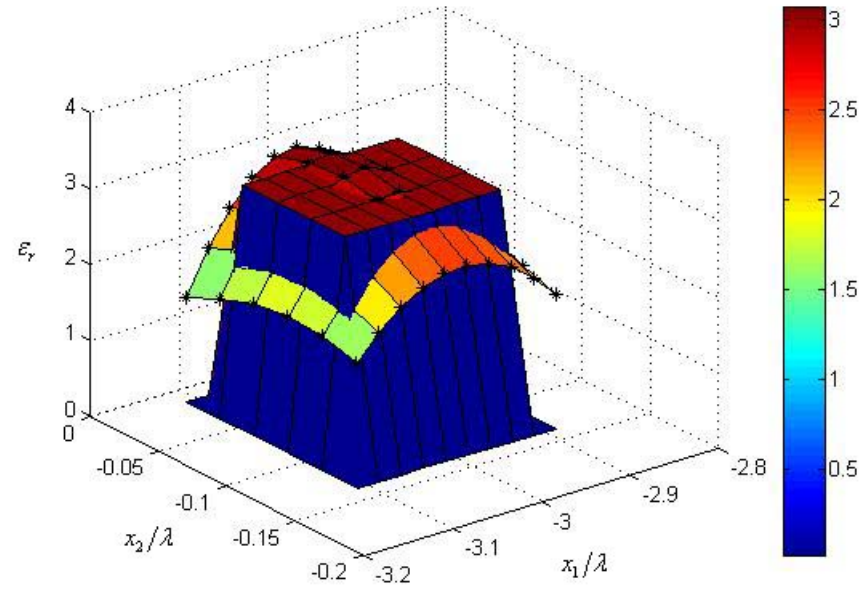
Şekil 5.2 ile verilen referans geometri ve uygulaması için $SNR = 0.08$ oranında bir sinyal gürültüsü ile cismin tespiti ve görüntülenmesi ise Şekil 5.38 ve Şekil 5.39'da verilmiştir. Bu örnekte başlangıç değerleri $v = -1.9$ ve Tikhonov regülarizasyon parametresi $\tau = 0.000001$ olarak alınmıştır. Şekil 5.40'ta ilk cismin orijinal permitivite değerleri ve yapılan görüntülemenin bir karşılaştırması verilmiştir



Şekil 5.38 : Cismin Konum Tespiti



Şekil 5.39 : $\nu = -1.9$ ve $\tau = 0.000001$ için Yapılan Görüntüleme



Şekil 5.40 : Orijinal Permitivite Değerleri ve Yapılan Görüntülemenin Karşılaştırılması

Cismin tespiti sinyal gürültüsüne karşı oldukça bağışıklıdır. Cismin görüntülenmesi ise sinyaldeki gürültü oranından etkilenmektedir. Gürültü oranı sınırlı oldukça bu etki de sınırlı kalmaktadır.

6. SONUÇ

Üç tabakalı uzayın Green fonksiyonu elde edilmiş ve çözümün doğruluğu analitik yollardan ispatlanmıştır. Ayrıca analitik çözümü mümkün olan bir problem kullanılarak düz saçılma probleminin doğru kurulduğu ortaya konmuştur.

Problem geometrisine ilişkin tüm boyutlandırmalar dalga boyu cinsinden yapıldığı takdirde cismin tespitinde ve görüntülenmesinde frekansın bir etkisi bulunmamaktadır. Genel olarak çalışılan dalga boyuna göre daha küçük cisimlerin daha etkin bir şekilde görüntülenebildiği anlaşılmıştır.

Görüntülemenin verimi cisim fonksiyonu için seçilen başlangıç değerlerine ve Tikhonov regülarizasyon parametresine sıkı bir şekilde bağlıdır. Buna göre bu parametrelerin belirli aralıklardan seçilmesi gerekmektedir ve bu aralıklar ilgili probleme göre değişmektedir; bazı uygulamalarda bu aralıklar son derece daralmaktadır.

Gömülü cismin şekli görüntüleme verimliliğini olumlu veya olumsuz yönde etkileyebilmektedir; cismin sahip olduğu girintiler ve çıkıntılar büyüklüklerine göre görüntüleme verimliliğini etkilemektedir.

Gömülü cismin inhomojenliği görüntüleme verimliliğini olumlu veya olumsuz yönde etkileyebilmektedir; bünye parametrelerinin cisim içerisindeki dağılımının sürekli fonksiyonlar cinsinden ne ölçüde ifade edilip edilemediği bu durumu belirlemektedir. Parametrelerin bir noktadan diğerine değişimi yumuşak bir geçişle oluyorsa cismin görüntülenmesi daha iyi bir verimlilikle gerçekleştirilebilmektedir.

Cismin gömülü olduğu tabakanın permitivitesinin cismin permitivitesinden büyük olduğu durumlarda görüntüleme verimliliğinin düştüğü anlaşılmaktadır.

Görüntüleme bölgesi büyütüldüğünde daha iyi bir odaklanma elde edilmektedir. Ancak cismin bünye parametrelerinin (permitivitesinin) görüntülenme verimliliği azalmaktadır.

İki tabakalı uzay yerine üç tabakalı uzayda çalışmak, diğer bir deyişle ikinci arayüzün varlığı görüntüleme verimliliğini son derece olumlu bir şekilde etkilemektedir. Bu durum ayrıca olası çözümler açısından bir kararlılık da sağlamaktadır. Diğer bir deyişle görüntüleme verimi açısından Tikhonov regülarizasyon parametresi ve cisim fonksiyonunun başlangıç değerlerine sıkı bir bağlılık devam etmekle birlikte çözümlerin Tikhonov regülarizasyon parametresine olan duyarlılığı ikinci arayüzün varlığı sebebiyle azalmakta yani çözümler bu parametreye karşı daha toleranslı hale gelmektedir. İkinci tabakanın kalınlığı artırıldıkça görüntüleme verimliliği düşmektedir. Bu durum anlaşılır bir durumdur; bu tabakanın kalınlığı arttıkça dalga çözümlerinde hibrid-mod yerine normal mod yaklaşımı da kullanılabilir hale gelmektedir. Yani ortam gittikçe iki tabakalı duruma benzemektedir.

Birden fazla cismin varlığı durumunda da cisimlerin tespiti ve görüntülenmesi etkin bir şekilde gerçekleştirilebilmektedir. Bunun için cisimler arasında dalga boyu cinsinden yeterli uzaklığın bulunması gerekmektedir.

Cisimlerin konum tespiti sinyal gürültüsüne karşı son derece bağışıklı olmakla birlikte görüntülenmesi bundan etkilenmektedir. Bu açıdan SNR değerinin belirli bir seviyeyi aşmaması gerekmektedir.

KAYNAKLAR

[1] **Akduman, İ. and Yapar, A**., 2001. Surface Impedance Determination of a Planar Boundary by the Use of Scattering Data, *IEEE Transactions on Antennas an Propagation,* **Vol. 49, No. 2,** 304-307.

[2] **Chew, W.C.,** 1995. Waves and Fields in Inhomogeneous Media, IEEE Press Series on Electromagnetic Waves, New York.

[3] **Griffith, D.J.,** 2003. Elektromagnetik Teori, Gazi Kitabevi Tic. Ltd. Şti., Ankara.

[4] **Ishimaru, A.,** 1991. Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering, Prentice Hall, New Jersey.

[5] **Richmond, J.H.**, 1963. Scattering by a Dielectric Cylinder of Arbitrary Cross Section Shape, *IEEE Transactions on Antennas an Propagation,* **Vol. 13, No. 3,** 334-341.

[6] **Sadiku, M.N.O.,** 2000. Numerical Techniques in Electromagnetics, CRC Press, Florida.

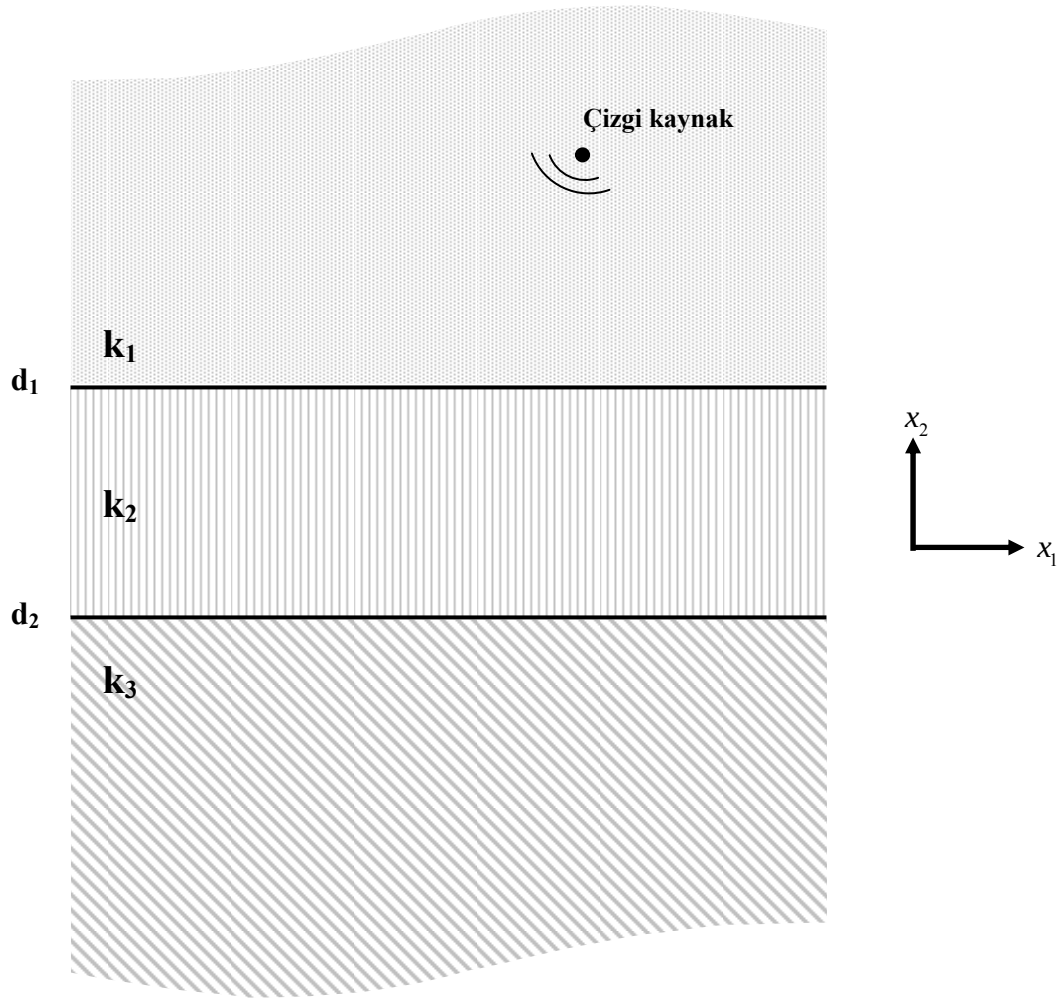
[7] **Senior, T.B.A and Volakis J.L.,** 1995. Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics, IEE Press, New York.

[8] **Şahintürk, H**., **Yapar, A**. **and Akduman, İ**., 2004. On the Use of Surface Impedance in the Detection and Location of Buried Objects, *AEÜ International Journal of Electronics and Communications,* **Vol. 58,** 249-255.

[9] **Yaman, F. and Yapar, A**., 2006. One-Dimensional Profile Inversion of a Planar Layer Bounded by an Inhomogeneous Impedance Boundary, *DIPED-2006 Proceedings.*

[10] **Yapar, A**., 2004. A Regularized Newton Method for One-Dimensional Profile Inversion of a Lossy Cylinder, *AEÜ International Journal of Electronics and Communications,* **Vol. 60,** 590-595.

Ek A. ÜÇ TABAKALI UZAYA İLİŞKİN GREEN FONKSİYONU



k_1, k_2, k_3	:	birinci, ikinci ve üçüncü ortamların kompleks dalga sayıları (magnetik olmayan, lineer, homojen, izotropik dielektrik malzemeler)
d_1, d_2	:	birinci ve ikinci arayüzlerin bulunduğu x_2 düzeyleri ($d_1, d_2 \in R, d_1 > d_2$)
$y = (y_1,y_2)$	:	zamanla değişimi sinüsoidal TM polarize çizgisel kaynağın konumu
$x = (x_1,x_2)$	:	hedef noktanın konumu (koordinat sistemi)

Şekil A.1 : Problemin Geometrisi

Şekil A.1'de verilen üç tabakalı uzay için şu ifadeleri yazmak mümkündür:

$$\begin{cases} \Delta G + k^2 G = -\delta(x-y) = -\delta(x_1 - y_1).\delta(x_2 - y_2) \\ G = G(x;y) = G(x_1, x_2; y_1, y_2) \end{cases} \quad \textbf{(A.1)}$$

$$k = k(x_2) = \begin{cases} k_1 \quad ; \quad x_2 > d_1 \\ k_2 \quad ; \quad d_2 < x_2 < d_1 \\ k_3 \quad ; \quad x_2 < d_2 \end{cases} \quad \textbf{(A.2)}$$

Bu denklemin çözümü Fourier tipi integraller yoluyla yapılabilir. Bu kapsamda Fourier dönüşüm çiftlerini tanımlayalım:

$$\begin{cases} \widehat{G}(\upsilon, x_2; y_1, y_2) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x_1, x_2; y_1, y_2).e^{-i\upsilon x_1}.dx_1 \\ G(x_1, x_2; y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi}.\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{G}(\upsilon, x_2; y_1, y_2).e^{i\upsilon x_1}.d\upsilon \end{cases} \quad \textbf{(A.3)}$$

Fourier dönüşümünü dalga denkleminin kendisine uygulayarak $\widehat{G}$ fonksiyonunu elde edebiliriz:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[\Delta G + k^2 G = -\delta(x-y) = -\delta(x_1 - y_1).\delta(x_2 - y_2) \right].e^{-i\upsilon x_1}.dx_1 \quad \textbf{(A.4)}$$

$$x \to \pm\infty \quad ; \quad G \to 0 \quad \text{(RC)} \quad \textbf{(A.5)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \widehat{G}}{\partial x_2} - \gamma_j \widehat{G} = -e^{-i\upsilon y_1}.\delta(x_2 - y_2) \quad ; \quad \gamma_j = \sqrt{\upsilon^2 - k_j^{\,2}} \ , \ j = 1,2,3 \quad \textbf{(A.6)}$$

$y_2 > d_1$ için;

$$\widehat{G}(\upsilon, x_2; y_1, y_2) = \begin{cases} A_1.e^{-\gamma_1 x_2} + B_1.e^{\gamma_1 x_2} \quad ; \quad x_2 > y_2 \\ C_1.e^{-\gamma_1 x_2} + D_1.e^{\gamma_1 x_2} \quad ; \quad d_1 < x_2 < y_2 \\ E_1.e^{-\gamma_2 x_2} + F_1.e^{\gamma_2 x_2} \quad ; \quad d_2 < x_2 < d_1 \\ G_1.e^{-\gamma_3 x_2} + H_1.e^{\gamma_3 x_2} \quad ; \quad x_2 < d_2 \end{cases} \quad \textbf{(A.7)}$$

$d_2 < y_2 < d_1$ için;

$$\widehat{G}(\upsilon, x_2; y_1, y_2) = \begin{cases} A_2.e^{-\gamma_1 x_2} + B_2.e^{\gamma_1 x_2} & ; \quad x_2 > d_1 \\ C_2.e^{-\gamma_2 x_2} + D_2.e^{\gamma_2 x_2} & ; \quad y_2 < x_2 < d_1 \\ E_2.e^{-\gamma_2 x_2} + F_2.e^{\gamma_2 x_2} & ; \quad d_2 < x_2 < y_2 \\ G_2.e^{-\gamma_3 x_2} + H_2.e^{\gamma_3 x_2} & ; \quad x_2 < d_2 \end{cases} \qquad \textbf{(A.8)}$$

$y_2 < d_2$ için;

$$\widehat{G}(\upsilon, x_2; y_1, y_2) = \begin{cases} A_3.e^{-\gamma_1 x_2} + B_3.e^{\gamma_1 x_2} & ; \quad x_2 > d_1 \\ C_3.e^{-\gamma_2 x_2} + D_3.e^{\gamma_2 x_2} & ; \quad d_2 < x_2 < d_1 \\ E_3.e^{-\gamma_3 x_2} + F_3.e^{\gamma_3 x_2} & ; \quad y_2 < x_2 < d_2 \\ G_3.e^{-\gamma_3 x_2} + H_3.e^{\gamma_3 x_2} & ; \quad x_2 < y_2 \end{cases} \qquad \textbf{(A.9)}$$

Elde edilen bu ifadelerdeki katsayıları bulmak için sınır koşullarını kullanırız:

i. Dirichlet tipi sınır koşulu: G fonksiyonu $x_2 = d_1$, $x_2 = d_2$ ve $x_2 = y_2$'de süreklidir.

ii. Neumann tipi sınır koşulu: $\dfrac{\partial G}{\partial x_2}$ fonksiyonu $x_2 = d_1$ ve $x_2 = d_2$'de süreklidir. $x_2 = y_2$'de ise kaynak noktasına ilişkin tekilliği içerir.

iii. RC: Fiziksel dalga yayınım koşulu. Sınırlandırılmamış bir uzayda alan değerleri kaynaktan uzaklaştıkça zayıflar ve sonsuzda sıfır olurlar.

Şekil A.1'de görülen durum için sınır koşulları:

$$\widehat{G}\left(x_2 \to d_1^{+}\right) - \widehat{G}\left(x_2 \to d_1^{-}\right) = 0 \qquad \textbf{(A.10)}$$

$$\widehat{G}\left(x_2 \to d_2^{+}\right) - \widehat{G}\left(x_2 \to d_2^{-}\right) = 0 \qquad \textbf{(A.11)}$$

$$\widehat{G}\left(x_2 \to y_2^{+}\right) - \widehat{G}\left(x_2 \to y_2^{-}\right) = 0 \qquad \textbf{(A.12)}$$

$$\frac{\partial \widehat{G}\left(x_2 \to d_1^{+}\right)}{\partial x_2} - \frac{\partial \widehat{G}\left(x_2 \to d_1^{-}\right)}{\partial x_2} = 0 \qquad \textbf{(A.13)}$$

$$\frac{\partial \widehat{G}\left(x_2 \to d_2^{+}\right)}{\partial x_2} - \frac{\partial \widehat{G}\left(x_2 \to d_2^{-}\right)}{\partial x_2} = 0 \qquad \textbf{(A.14)}$$

$$\frac{\partial \widehat{G}\left(x_2 \to y_2^{+}\right)}{\partial x_2} - \frac{\partial \widehat{G}\left(x_2 \to y_2^{-}\right)}{\partial x_2} = -1 \qquad \textbf{(A.15)}$$

$$\widehat{G}\left(x_2 \to \pm\infty\right) = 0 \qquad \textbf{(A.16)}$$

Bu sınır koşulları kullanılarak her bir durum için altı bilinmeyenli birer lineer denklem sistemi oluşturulabilir; RC'den hareketle kolaylıkla $B_n = G_n = 0$, $\left(n = 1,2,3\right)$ yazılarak katsayıların sayısı altıya düşürülür. Altı bilinmeyenli bu üç lineer denklem sistemi ayrı ayrı çözülerek A_n, C_n, D_n, E_n, F_n, H_n, $\left(n = 1,2,3\right)$ katsayıları elde edilebilir.

Katsayıların elde edilmesine ilişkin alternatif ve etkili diğer bir yöntem ise "ışın yaklaşımı" ya da "geometrik optik serileri" adı verilen yöntemdir. Buna göre önce iki tabakalı uzayın katsayıları elde edilir ve buradan hareketle üç tabakalı uzayın katsayıları geometrik optik serileri (farklı faz ve genlikteki ışınların süperpozisyonu) yoluyla ifade edilir.

İlgilendiğimiz denklem sisteminin altı bilinmeyenli bir sistem olması 6×6'lık kare matrisin tersinin alınmasına eşdeğer bir işlem olduğundan bu sistemin analitik çözümü dikkat isteyen ve hata yapmaya açık bir iştir. Bu açıdan bakıldığında en anlamlı yol sistemi bahsedilen iki yöntemle de çözüp elde edilen katsayıları karşılaştırmaktır. Böylece birbirinden tamamen farklı iki yöntemle elde edilen katsayılar çakıştırılıp doğrulukları garantilenebilir. Bu çalışma kapsamında her iki yöntemle de katsayılar elde edilmiş ve üst üste oturtulmuştur.

İlk yöntem yani oluşturulan lineer denklem sisteminin çözümünün altı bilinmeyenli olması dışında bir özelliği yoktur. Burada esas olarak ikinci yöntem yani geometrik optik serileri ya da ışın yaklaşımı adı verilen yöntem üzerinde durulacaktır.

A.1 Işın Yaklaşımı (Geometrik Optik Serileri)

İki tabakalı uzayın Green fonksiyonu da (A.1) ile verilen denklemin uygun sınır koşulları kullanılarak Fourier tipi integraller yoluyla çözülmesiyle elde edilir. Şekil A.2'de görülen durum için Green fonksiyonunun Fourier dönüşümü şu şekildedir:

$$\widehat{G}(\upsilon, x_2; y_1, y_2) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\gamma_1}.e^{-\gamma_1|x_2-y_2|}.e^{-i\upsilon y_1} + \dfrac{1}{2\gamma_1}.\dfrac{\gamma_1-\gamma_2}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d}.e^{-\gamma_1(x_2+y_2)}.e^{-i\upsilon y_1} \\ \qquad\qquad ; \quad y_2 > d \vee x_2 > d \\ \dfrac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d}.e^{-\gamma_1 y_2+\gamma_2 x_2}.e^{-i\upsilon y_1} \quad ; \quad y_2 > d \vee x_2 < d \\ \dfrac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d}.e^{\gamma_2 y_2-\gamma_1 x_2}.e^{-i\upsilon y_1} \quad ; \quad y_2 < d \vee x_2 > d \\ \dfrac{1}{2\gamma_2}.e^{-\gamma_2|x_2-y_2|}.e^{-i\upsilon y_1} + \dfrac{1}{2\gamma_2}.\dfrac{\gamma_2-\gamma_1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{-2\gamma_2 d}.e^{\gamma_2(x_2+y_2)}.e^{-i\upsilon y_1} \\ \qquad\qquad ; \quad y_2 < d \vee x_2 < d \end{cases}$$

(A.17)

İfadelerden görüldüğü üzere her terimde sürekli olarak ortaya çıkan bir çarpan vardır ve kaynağın bulunduğu ortama bağlıdır:

$$\frac{1}{2\gamma_j}.e^{-i\upsilon y_1} \quad ; \quad j = 1,2 \qquad \textbf{(A.18)}$$

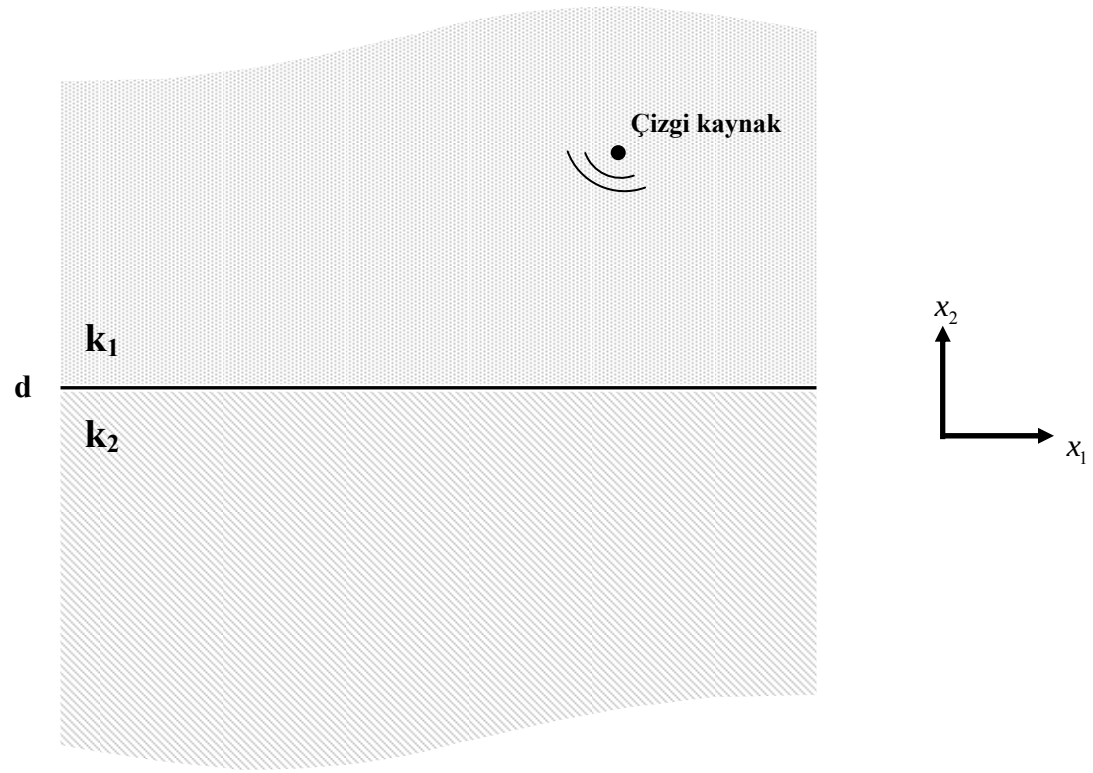
Yine ifadelerden anlaşılacağı üzere yansıma ve iletim katsayısı olarak kabul edilebilecek ve kullanılabilecek şu ifadeler söz konusudur:

$$R_{ij} = \frac{\gamma_i - \gamma_j}{\gamma_i + \gamma_j} \quad ; \quad i, j = 1,2 \qquad \textbf{(A.19)}$$

$$T_{ij} = \frac{2\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_j} \quad ; \quad i, j = 1,2 \qquad \textbf{(A.20)}$$

$e^{2\gamma_1 d}$, $e^{(\gamma_1-\gamma_2)d}$, $e^{-2\gamma_2 d}$ ifadelerinin dalganın arayüzdeki davranışı ile ilgisi olmadığı açıktır: Kolaylıkla $d = 0$ yazılabilir. Bunların arayüzün bulunduğu x_2 düzeyiyle ve bunun sebep olduğu faz, genlik, v.s. farkları ile ilgisi olduğu açıktır.

Şimdi eldeki bu bilgilerden hareketle üç tabakalı ortam için Green fonksiyonunu ışın yaklaşımı ile elde edelim.



Şekil A.2 : İki Tabakalı Uzay

Şekil A.1 göz önüne alındığında kaynak noktası y_2 üç, hedef nokta x_2 üç farklı pozisyonda bulunabilir. Dolayısıyla dokuz farklı durum söz konusudur:

$y_2 > d_1$; $x_2 > d_1$

$d_2 < x_2 < d_1$

$x_2 < d_2$ **(A.21)**

$d_2 < y_2 < d_1$; $x_2 > d_1$

$d_2 < x_2 < d_1$

$x_2 < d_2$ **(A.22)**

$y_2 < d_2$; $x_2 > d_1$

$d_2 < x_2 < d_1$

$x_2 < d_2$ **(A.23)**

Bu dokuz farklı durum için oluşan dalgaları sırasıyla yazalım.

$y_2 > d_1 \ \vee \ x_2 > d_1$ için;

i. direkt dalga

ii. birinci arayüzden yansıyan dalga

iii. ikinci arayüzden yansıyan dalgalar (geometrik optik serisi)

$y_2 > d_1 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1$ için;

i. en son birinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

ii. en son ikinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

$y_2 > d_1 \ \vee \ x_2 < d_2$ için;

i. en son ikinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

$d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ x_2 > d_1$ için;

i. en ilk birinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

ii. en ilk ikinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

$d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1$ için;

i. direkt dalga

ii. en ilk birinci arayüze en son birinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

iii. en ilk birinci arayüze en son ikinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

iv. en ilk ikinci arayüze en son birinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

v. en ilk ikinci arayüze en son ikinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

$d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ x_2 < d_2$ için;

i. en ilk birinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

ii. en ilk ikinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

$y_2 < d_2 \ \vee \ x_2 < d_1$ için;

i. en son birinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

$y_2 < d_2 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1$ için;

i. en son birinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

ii. en son ikinci arayüze çarpan dalgalar (geometrik optik serisi)

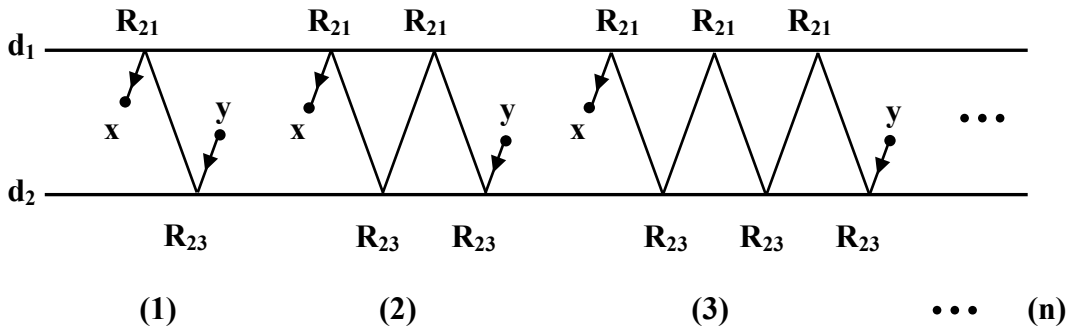
$y_2 < d_2 \ \vee \ x_2 < d_2$ için;

i. direkt dalga

ii. ikinci arayüzden yansıyan dalga

iii. birinci arayüzden yansıyan dalgalar (geometrik optik serisi)

Örnek olması açısından ortaya çıkan bu geometrik optik serilerinden birini; $d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1$ durumu için oluşan geometrik optik serilerinden biri olan "en ilk ikinci en son birinci arayüze çarpan dalgalar"ı ele alalım.



Şekil A.3 : Örnek Bir Durum İçin Geometrik Optik Serisi

Şekil A.3'ten görüldüğü üzere (n) durumu için alanın ölçüsü:

$$e^{-\gamma_2(y_2-d_2)}.e^{-\gamma_2(d_1-x_2)}.{R_{21}}^n.{R_{23}}^n.\left[e^{-\gamma_2(d_1-d_2)}\right]^{2n-1} = e^{\gamma_2(x_2-y_2)}.\left[R_{21}.R_{23}.e^{-2\gamma_2(d_1-d_2)}\right]^n \qquad \textbf{(A.24)}$$

olarak hesaplanır. $R_{21} \le 1$, $R_{23} \le 1$ ve $e^{-2\gamma_2(d_1-d_2)} \le 1$ olduğundan söz konusu bu seri yakınsaktır. Böylece toplam alanın ölçüsü

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{\gamma_2(x_2-y_2)}.\left[R_{21}.R_{23}.e^{-2\gamma_2(d_1-d_2)}\right]^n = e^{\gamma_2(x_2-y_2)}.\frac{R_{21}.R_{23}.e^{-2\gamma_2(d_1-d_2)}}{1-R_{21}.R_{23}.e^{-2\gamma_2(d_1-d_2)}} \qquad \textbf{(A.25)}$$

ile verilir. R_{21} ve R_{23} ifadeleri

$$R_{21} = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \tag{A.26}$$

$$R_{23} = \frac{\gamma_2 - \gamma_3}{\gamma_3 + \gamma_2} \tag{A.27}$$

şeklindedir. Bunları toplam alanın ölçüsü olarak bulduğumuz ifadede yerine yazalım:

$$e^{\gamma_2(x_2-y_2)} \cdot \frac{(\gamma_2-\gamma_3).(\gamma_2-\gamma_1)}{e^{2\gamma_2(d_1-d_2)}.(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_2+\gamma_1)+(\gamma_3-\gamma_2).(\gamma_2-\gamma_1)} \tag{A.28}$$

Bu durum için sürekli olarak ortaya çıkan çarpanı da kattığımızda ele alınan x noktasında oluşan toplam alanı bulmakta kullanılan $\hat{G}$ fonksiyonuna bu serinin yaptığı katkıyı bulmuş oluruz:

$$e^{\gamma_2(x_2-y_2)} \cdot \frac{1}{2\gamma_2} \cdot \frac{(\gamma_2-\gamma_3).(\gamma_2-\gamma_1)}{e^{2\gamma_2(d_1-d_2)}.(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_2+\gamma_1)+(\gamma_3-\gamma_2).(\gamma_2-\gamma_1)} .e^{-i\upsilon y_1} \tag{A.29}$$

Benzer şekilde söz konusu dokuz farklı durum için ortaya çıkan tüm dalga tipleri elde edilebilir; geometrik optik serisi olarak ifade edilenler yakınsak seri toplamıdır, diğerleri ise tek bir ışın ile ilgili alan değerlerine katkı yapmaktadır.

Sonuç olarak Şekil A.1'de görülen üç tabakalı uzayın Green fonksiyonu ve ilgili parametreleri şu şekildedir:

$$G(x_1,x_2;y_1,y_2) = \begin{cases} G_{11}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad y_2 > d_1 \ \vee \ x_2 > d_1 \\ G_{12}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad y_2 > d_1 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1 \\ G_{13}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad y_2 > d_1 \ \vee \ x_2 < d_2 \\ G_{21}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ x_2 > d_1 \\ G_{22}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1 \\ G_{23}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ x_2 < d_2 \\ G_{31}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad y_2 < d_2 \ \vee \ x_2 > d_1 \\ G_{32}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad y_2 < d_2 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1 \\ G_{33}(x_1,x_2;y_1,y_2) & ; \quad y_2 < d_2 \ \vee \ x_2 < d_2 \end{cases} \tag{A.30}$$

$$G_{11}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\frac{i}{4}.H_0^{(1)}\left(k_1\left|x-y\right|\right)+\int_L e^{-\gamma_1\left(x_2+y_2\right)}.C_{111}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.31}$$

$$G_{12}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\int_L e^{-\gamma_1 y_2+\gamma_2 x_2}.C_{121}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon+\int_L e^{-\gamma_1 y_2-\gamma_2 x_2}.C_{122}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.32}$$

$$G_{13}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\int_L e^{-\gamma_1 y_2+\gamma_3 x_2}.C_{131}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.33}$$

$$G_{21}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\int_L e^{-\gamma_1 x_2+\gamma_2 y_2}.C_{211}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon+\int_L e^{-\gamma_1 x_2-\gamma_2 y_2}.C_{212}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.34}$$

$$\begin{aligned}G_{22}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=&\frac{i}{4}.H_0^{(1)}\left(k_2\left|x-y\right|\right)\\&+\int_L e^{\gamma_2\left(x_2+y_2\right)}.C_{221}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon+\int_L e^{-\gamma_2\left(x_2+y_2\right)}.C_{222}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon\\&+\int_L e^{\gamma_2\left(y_2-x_2\right)}.C_{223}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon+\int_L e^{\gamma_2\left(x_2-y_2\right)}.C_{224}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon\end{aligned} \tag{A.35}$$

$$G_{23}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\int_L e^{\gamma_2 y_2+\gamma_3 x_2}.C_{231}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon+\int_L e^{-\gamma_2 y_2+\gamma_3 x_2}.C_{232}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.36}$$

$$G_{31}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\int_L e^{\gamma_3 y_2-\gamma_1 x_2}.C_{311}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.37}$$

$$G_{32}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\int_L e^{\gamma_3 y_2+\gamma_2 x_2}.C_{321}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon+\int_L e^{\gamma_3 y_2-\gamma_2 x_2}.C_{322}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.38}$$

$$G_{33}\left(x_1,x_2;y_1,y_2\right)=\frac{i}{4}.H_0^{(1)}\left(k_3\left|x-y\right|\right)+\int_L e^{\gamma_3\left(x_2+y_2\right)}.C_{331}.e^{i\upsilon\left(x_1-y_1\right)}.d\upsilon \tag{A.39}$$

$$C_{111}=\frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_1}.\frac{e^{2\gamma_2\left(d_1-d_2\right)}.\left(\gamma_3+\gamma_2\right).\left(\gamma_1-\gamma_2\right)+\left(\gamma_2-\gamma_3\right).\left(\gamma_2+\gamma_1\right)}{P} \tag{A.40}$$

$$C_{121}=\frac{1}{2\pi}.\frac{e^{\left(\gamma_2+\gamma_1\right)d_1}.e^{-2\gamma_2 d_2}.\left(\gamma_3+\gamma_2\right)}{P} \tag{A.41}$$

$$C_{122}=\frac{1}{2\pi}.\frac{e^{\left(\gamma_2+\gamma_1\right)d_1}.\left(\gamma_2-\gamma_3\right)}{P} \tag{A.42}$$

$$C_{131}=\frac{1}{2\pi}.\frac{e^{\left(\gamma_2+\gamma_1\right)d_1}.e^{-\left(\gamma_3+\gamma_2\right)d_2}.2\gamma_2}{P} \tag{A.43}$$

$$C_{211}=C_{121} \tag{A.44}$$

$$C_{212}=C_{122} \tag{A.45}$$

$$C_{221} = \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{e^{-2\gamma_2 d_2}.(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_2-\gamma_1)}{P} \quad \textbf{(A.46)}$$

$$C_{222} = \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{e^{2\gamma_2 d_1}.(\gamma_2-\gamma_3).(\gamma_2+\gamma_1)}{P} \quad \textbf{(A.47)}$$

$$C_{223} = \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{(\gamma_2-\gamma_3).(\gamma_2-\gamma_1)}{P} \quad \textbf{(A.48)}$$

$$C_{224} = C_{223} \quad \textbf{(A.49)}$$

$$C_{231} = \frac{1}{2\pi}.\frac{e^{-(\gamma_3+\gamma_2)d_2}.(\gamma_2-\gamma_1)}{P} \quad \textbf{(A.50)}$$

$$C_{232} = \frac{1}{2\pi}.\frac{e^{2\gamma_2 d_1}.e^{-(\gamma_3+\gamma_2)d_2}.(\gamma_2+\gamma_1)}{P} \quad \textbf{(A.51)}$$

$$C_{311} = C_{131} \quad \textbf{(A.52)}$$

$$C_{321} = C_{231} \quad \textbf{(A.53)}$$

$$C_{322} = C_{232} \quad \textbf{(A.54)}$$

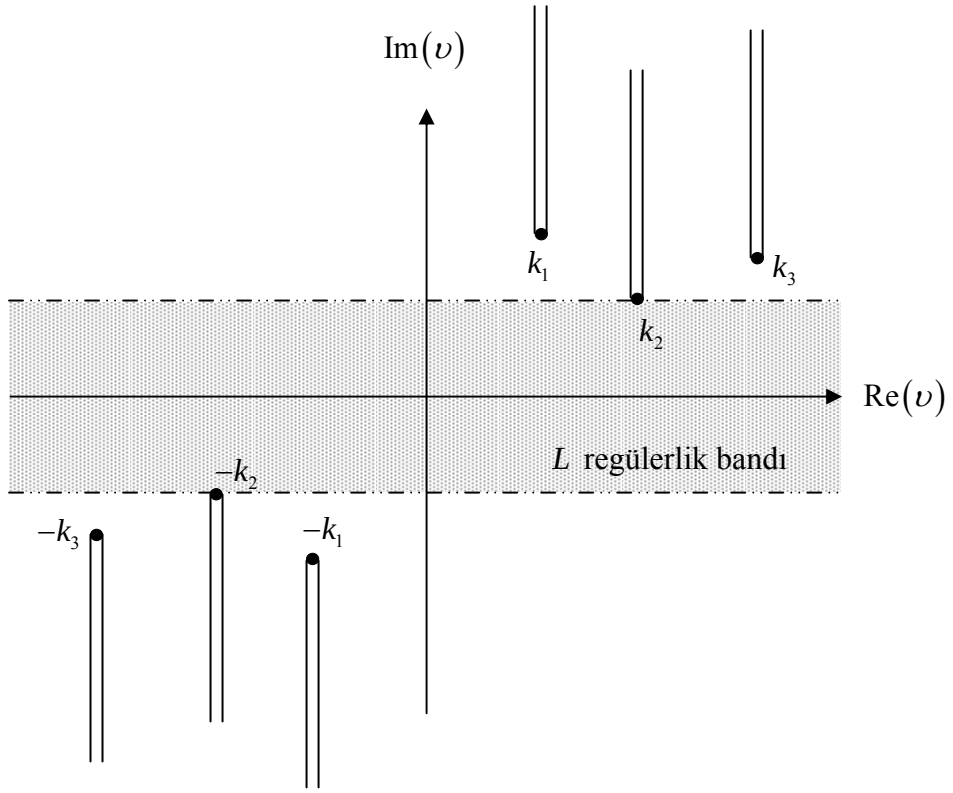
$$C_{331} = \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_3}.e^{-2\gamma_3 d_2}.\frac{e^{2\gamma_2(d_1-d_2)}.(\gamma_3-\gamma_2).(\gamma_2+\gamma_1)+(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_2-\gamma_1)}{P} \quad \textbf{(A.55)}$$

$$P = e^{2\gamma_2(d_1-d_2)}.(\gamma_3+\gamma_2).(\gamma_2+\gamma_1)+(\gamma_3-\gamma_2).(\gamma_2-\gamma_1) \quad \textbf{(A.56)}$$

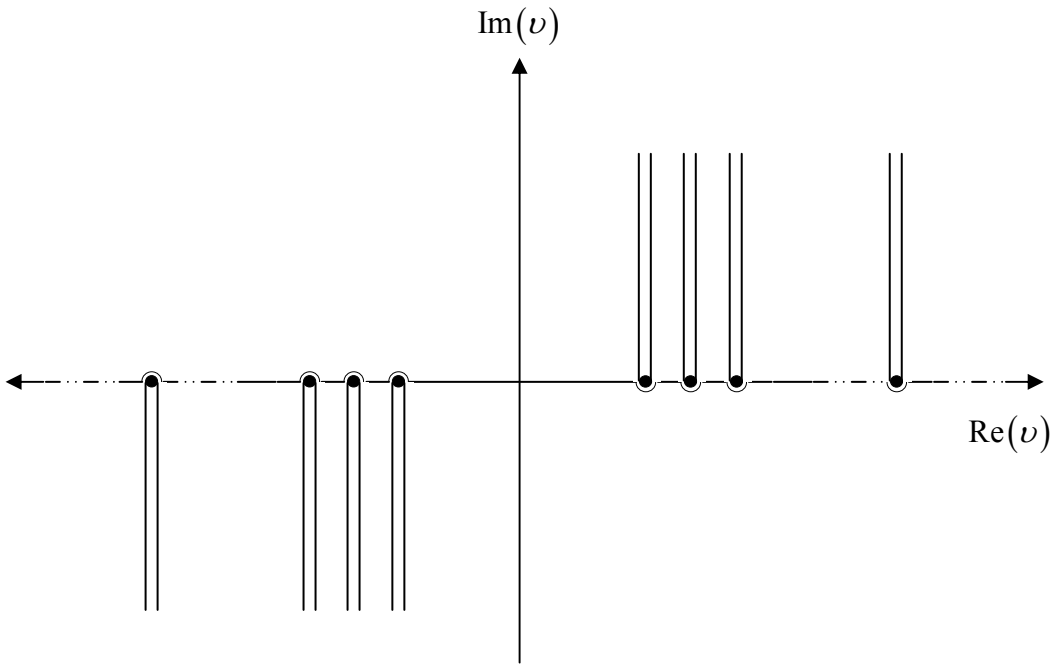
Green fonksiyonunu Fourier dönüşümü üzerinden yazmak için alınan ters dönüşümde kullanılan integral çizgisinin, "L" regülerlik bandı içinde kalmasına ve $\gamma_j = \sqrt{\upsilon^2 - k_j^{\,2}}$, $j = 1,2,3$ ifadelerinin $\left(\mathrm{Re}\left(k_j\right), \mathrm{Im}\left(k_j\right)\right)$ noktalarında sebep olduğu dallanma noktalarının üzerinden atlanarak diğer yapraklara geçmemesine dikkat edilmelidir.

Şekil A.4'te görüldüğü üzere L regülerlik bandının kalınlığı $\min\left[\mathrm{Im}\left(k_j\right)\right]$ tarafından belirlenmektedir. $\min\left[\mathrm{Im}\left(k_j\right)\right] = 0$ olduğunda yani üç tabakalı (veya $n \in Z^+$ tabakalı) uzayın malzemelerinden en az biri iletkenlik içermediğinde (kayıpsız olduğunda) L bandı reel sayı eksenine dönüşecek ve bu kayıpsız ortam ya da ortamların $\pm\mathrm{Re}\left(k_j\right)$ değerlerindeki dallanma noktalarında deformasyona uğrayacaktır. Bu anlamda en genel durum tüm malzemelerin kayıpsız olduğu durumdur. Buna ilişkin örnek bir L regülerlik çizgisi ve oluşan deformasyonlar Şekil A.5'te görülmektedir.

Şekil A.4'teki k_j değerlerinin büyüklük küçüklük ilişkilerinin j indisleriyle hiçbir ilgisi yoktur.



Şekil A.4 : Ters Fourier Dönüşümde Kullanılabilecek İntegral Çizgilerinin Kümesi (Regülerlik Bandı)



Şekil A.5 : Deforme (Dejenere) Regülerlik Çizgisi

(A.30-56) aynı zamanda ele aldığımız durumlar için Green fonksiyonunun spektral reprezentasyonunu ifade etmektedir: Düzlemsel dalgaların süperpozisyonu ile Green fonksiyonunun ifade edilmiş halidir.

A.2 Elde Edilen Sonuçların Doğruluğunun Kontrolü (Sağlaması)

Elde edilen bu sonuçların doğruluğunu ortaya koymak için çeşitli sağlamalar yapılabilir.

Birinci olarak lineer denklem sisteminden gelen çözümle ışın yaklaşımı ile ulaşılan çözümün üst üste oturması gerekmektedir. Elde edilen iki çözüm tam olarak üst üste oturmaktadır. Ortaya çıkan ifadelerin görüntüsü açısından yalnızca şu fark vardır: $d_2 < y_2 < d_1 \ \vee \ d_2 < x_2 < d_1$ durumu için direkt dalga (alan) ifadesi $x_2 > y_2$ ya da $x_2 < y_2$ olmasına bağlı olarak sırası ile $e^{\gamma_2(x_2-y_2)}$ ya da $e^{\gamma_2(y_2-x_2)}$ ifadesini içeren terime katışık olarak çıkmaktadır. Bu açıdan bakıldığında ışın yaklaşımı direkt dalganın ayıklanması açısından daha avantajlıdır.

İkinci olarak üç tabakalı uzayı iki ve tek tabakalı uzaya çeviren tüm limit durumları için Green fonksiyonu ve parametreleri, iki ve tek tabakalı uzayın Green fonksiyonu ve parametrelerine dönüşmelidir. Bu limit durumlarını sıralayalım:

$y_2 > d_1$ için;

$$\gamma_2 \to \gamma_1,\ \gamma_3 \to \gamma_2,\ d_2 \to d_1,\ d_2 \to -\infty,\ d_1 = d_2 \to -\infty \qquad \textbf{(A.57)}$$

$d_2 < y_2 < d_1$ için;

$$\gamma_2 \to \gamma_1,\ \gamma_3 \to \gamma_2,\ d_2 \to d_1,\ d_1 \to \infty,\ d_2 \to -\infty,\ d_1 = -d_2 \to \infty \qquad \textbf{(A.58)}$$

$y_2 < d_2$ için;

$$\gamma_2 \to \gamma_1,\ \gamma_3 \to \gamma_2,\ d_2 \to d_1,\ d_1 \to \infty,\ d_1 = d_2 \to \infty \qquad \textbf{(A.59)}$$

Şimdi bu limitleri uygun şekilde alalım ve çözümün doğruluğunu ortaya koyalım.

A.2.1 $y_2 > d_1$ için Limitler

$\gamma_2 \to \gamma_1$ için;

$$C_{111} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{\gamma_1-\gamma_3}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_2} \qquad \textbf{(A.60)}$$

$$C_{121} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1} \quad \textbf{(A.61)}$$

$$C_{122} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{\gamma_1-\gamma_3}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_2} \quad \textbf{(A.62)}$$

$$C_{131} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_3)d_2} \quad \textbf{(A.63)}$$

$\gamma_3 \to \gamma_2$ için;

$$C_{111} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{\gamma_1-\gamma_2}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_1} \quad \textbf{(A.64)}$$

$$C_{121} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d_1} \quad \textbf{(A.65)}$$

$$C_{122} \to 0 \quad \textbf{(A.66)}$$

$$C_{131} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d_1} \quad \textbf{(A.67)}$$

$d_2 \to d_1$ için;

$$C_{111} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{\gamma_1-\gamma_3}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_1} \quad \textbf{(A.68)}$$

$$C_{121}.e^{\gamma_2 d_1} + C_{122}.e^{-\gamma_2 d_1} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{\gamma_1 d_1} \quad \textbf{(A.69)}$$

$$C_{131} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_3)d_1} \quad \textbf{(A.70)}$$

$d_2 \to -\infty$ için;

$$C_{111} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{\gamma_1-\gamma_2}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_1} \quad \textbf{(A.71)}$$

$$C_{121} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d_1} \quad \textbf{(A.72)}$$

$$C_{122} \to 0 \quad \textbf{(A.73)}$$

$C_{131} \to ?$ (Anlamsız) **(A.74)**

$d_1 = d_2 \to -\infty$ için;

$C_{111} \to 0$ **(A.75)**

$C_{121} \to ?$ (Anlamsız) **(A.76)**

$C_{122} \to ?$ (Anlamsız) **(A.77)**

$C_{131} \to ?$ (Anlamsız) **(A.78)**

A.2.2 $d_2 < y_2 < d_1$ için Limitler

$\gamma_2 \to \gamma_1$ için;

$$C_{211} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1} \quad \textbf{(A.79)}$$

$$C_{212} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{\gamma_1-\gamma_3}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_2} \quad \textbf{(A.80)}$$

$C_{221} \to 0$ **(A.81)**

$$C_{222} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_1}.\frac{\gamma_1-\gamma_3}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{2\gamma_1 d_2} \quad \textbf{(A.82)}$$

$C_{223} \to 0$ **(A.83)**

$C_{224} \to 0$ **(A.84)**

$C_{231} \to 0$ **(A.85)**

$$C_{232} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_3)d_2} \quad \textbf{(A.86)}$$

$\gamma_3 \to \gamma_2$ için;

$$C_{211} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d_1} \quad \textbf{(A.87)}$$

$C_{212} \to 0$ **(A.88)**

$$C_{221} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{\gamma_2-\gamma_1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{-2\gamma_2 d_1} \quad \textbf{(A.89)}$$

$$C_{222} \to 0 \quad \textbf{(A.90)}$$

$$C_{223} \to 0 \quad \textbf{(A.91)}$$

$$C_{224} \to 0 \quad \textbf{(A.92)}$$

$$C_{231} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{\gamma_2-\gamma_1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{-2\gamma_2 d_1} \quad \textbf{(A.93)}$$

$$C_{232} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2} \quad \textbf{(A.94)}$$

$d_2 \to d_1$ için;

$$C_{211}.e^{\gamma_2 d_1} + C_{212}.e^{-\gamma_2 d_1} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{\gamma_1 d_1} \quad \textbf{(A.95)}$$

$$C_{221}.e^{2\gamma_2 d_1} + C_{222}.e^{-2\gamma_2 d_1} + C_{223} + C_{224} + \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1} \quad \textbf{(A.96)}$$

$$C_{231}.e^{\gamma_2 d_1} + C_{232}.e^{-\gamma_2 d_1} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{-\gamma_3 d_1} \quad \textbf{(A.97)}$$

$d_1 \to \infty$ için;

$C_{211} \to ?$ (Anlamsız) **(A.98)**

$C_{212} \to ?$ (Anlamsız) **(A.99)**

$$C_{221} \to 0 \quad \textbf{(A.100)}$$

$$C_{222} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{\gamma_2-\gamma_3}{\gamma_3+\gamma_2}.e^{2\gamma_2 d_2} \quad \textbf{(A.101)}$$

$$C_{223} \to 0 \quad \textbf{(A.102)}$$

$$C_{224} \to 0 \quad \textbf{(A.103)}$$

$$C_{231} \to 0 \quad \textbf{(A.104)}$$

$$C_{232} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_2}.e^{(\gamma_2-\gamma_3)d_2} \quad \textbf{(A.105)}$$

$d_2 \to -\infty$ için;

$$C_{211} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d_1} \quad \textbf{(A.106)}$$

$$C_{212} \to 0 \quad \textbf{(A.107)}$$

$$C_{221} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{\gamma_2-\gamma_1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{-2\gamma_2 d_1} \quad \textbf{(A.108)}$$

$$C_{222} \to 0 \quad \textbf{(A.109)}$$

$$C_{223} \to 0 \quad \textbf{(A.110)}$$

$$C_{224} \to 0 \quad \textbf{(A.111)}$$

$C_{231} \to ?$ (Anlamsız) **(A.112)**

$C_{232} \to ?$ (Anlamsız) **(A.113)**

$d_1 = -d_2 \to \infty$ için;

$C_{211} \to ?$ (Anlamsız) **(A.114)**

$C_{212} \to ?$ (Anlamsız) **(A.115)**

$$C_{221} \to 0 \quad \textbf{(A.116)}$$

$$C_{222} \to 0 \quad \textbf{(A.117)}$$

$$C_{223} \to 0 \quad \textbf{(A.118)}$$

$$C_{224} \to 0 \quad \textbf{(A.119)}$$

$C_{231} \to ?$ (Anlamsız) **(A.120)**

$C_{232} \to ?$ (Anlamsız) **(A.121)**

A.2.3 $y_2 < d_2$ için Limitler

$\gamma_2 \to \gamma_1$ için;

$$C_{311} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_3)d_2} \quad \textbf{(A.122)}$$

$$C_{321} \to 0 \quad \textbf{(A.123)}$$

$$C_{322} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_3)d_2} \quad \textbf{(A.124)}$$

$$C_{331} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_3}.\frac{\gamma_3-\gamma_1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{-2\gamma_3 d_2} \quad \textbf{(A.125)}$$

$\gamma_3 \to \gamma_2$ için;

$$C_{311} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_2)d_1} \quad \textbf{(A.126)}$$

$$C_{321} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{\gamma_2-\gamma_1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{-2\gamma_2 d_1} \quad \textbf{(A.127)}$$

$$C_{322} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2} \quad \textbf{(A.128)}$$

$$C_{331} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_2}.\frac{\gamma_2-\gamma_1}{\gamma_2+\gamma_1}.e^{-2\gamma_2 d_1} \quad \textbf{(A.129)}$$

$d_2 \to d_1$ için;

$$C_{311} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{(\gamma_1-\gamma_3)d_1} \quad \textbf{(A.130)}$$

$$C_{321}.e^{\gamma_2 d_1} + C_{322}.e^{-\gamma_2 d_1} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{-\gamma_3 d_1} \quad \textbf{(A.131)}$$

$$C_{331} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_3}\frac{\gamma_3-\gamma_1}{\gamma_3+\gamma_1}.e^{-2\gamma_3 d_1} \quad \textbf{(A.132)}$$

$d_1 \to \infty$ için;

$C_{311} \to ?$ (Anlamsız) **(A.133)**

$$C_{321} \to 0 \qquad \textbf{(A.134)}$$

$$C_{322} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{\gamma_3+\gamma_2}.e^{(\gamma_2-\gamma_3)d_2} \qquad \textbf{(A.135)}$$

$$C_{331} \to \frac{1}{2\pi}.\frac{1}{2\gamma_3}.\frac{\gamma_3-\gamma_2}{\gamma_3+\gamma_2}.e^{-2\gamma_3 d_2} \qquad \textbf{(A.136)}$$

$d_1 = d_2 \to \infty$ için;

$C_{311} \to ?$ (Anlamsız) **(A.137)**

$C_{321} \to ?$ (Anlamsız) **(A.138)**

$C_{322} \to ?$ (Anlamsız) **(A.139)**

$C_{331} \to 0$ **(A.140)**

A.3 Karşılıklılık İlkesi (Reciprocity Theorem)

Tabakalı uzaylar karşılıklılık ilkesine (reciprocity theorem) uyan ortamlardır. Bu ise elde edilen Green fonksiyonu için şu eşitliği yazmayı mümkün kılmaktadır:

$$G(x_1,x_2;y_1,y_2) = G(y_1,y_2;x_1,x_2) \qquad \textbf{(A.141)}$$

(A.3)'teki tanımlamalar çerçevesinde şu ifadeleri yazmak da mümkündür:

$$\begin{aligned} G(x_1,x_2;y_1,y_2) &= \frac{1}{2\pi}.\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{G}(\upsilon,x_2;y_1,y_2).e^{i\upsilon x_1}.d\upsilon \\ &\equiv \frac{1}{2\pi}.\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{G}(\upsilon,y_2;x_1,x_2).e^{i\upsilon y_1}.d\upsilon \\ &= G(y_1,y_2;x_1,x_2) \end{aligned} \qquad \textbf{(A.142)}$$

(A.44,45,52-54) ifadeleri bu durumun açık sonuçlarıdır:

$$C_{ijk} = C_{jik} \quad ; \quad i,j = 1,2,3\,,\ k \in Z^+ \qquad \textbf{(A.143)}$$

A.4 Engebeli Yüzeyler

(A.30-56) ile verilen çözüm düzlemsel tabakalı (planarly layered) ortamlar için Green fonksiyonunu ifade etmektedir. Söz konusu bu çözüm her ne kadar farklı faz ve genlikteki ışınların süperpozisyonu ile ifade edilebiliyor olsa da sonuç olarak altı bilinmeyenli üç lineer denklem sisteminin çözümüdür. Bu açıdan söz konusu bu çözüm $d_1 = d_1(x_1)$, $d_2 = d_2(x_1)$ alınarak engebeli yüzeylerle (rough surfaces) üç tabakaya ayrılmış uzaylar için de Green fonksiyonunun çözümü olarak kullanılabilir. Burada bir çözüm yazarken $\min\left[d_1(x_1)\right]$, $\max\left[d_1(x_1)\right]$, $\min\left[d_2(x_1)\right]$, $\max\left[d_2(x_1)\right]$ değerlerine ve kaynak ve alan noktalarının konumlarına dikkat edilmelidir.

A.5 Farklı Problem Geometrileri

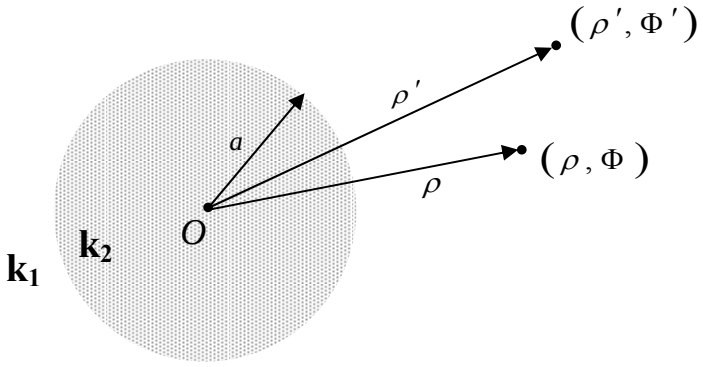
(A.30-56) ile verilen Green fonksiyonu çözümünün uygun limitleri alınarak farklı problem geometrilerine ilişkin Green fonksiyonu çözümleri de elde edilebilir. Örneğin

$$\sigma_1 = \sigma_3 \to \infty \quad \Rightarrow \quad \gamma_1 = \gamma_3 \to -a + ia\,,\ a \to \infty \tag{A.144}$$

alınarak iki yönden PEC yüzeylerle sınırlandırılmış ve çizgisel kaynakla aydınlatılan bir ortamda kılavuzlanan dalgalar için bir çözüm yazılabilir. Burada söz konusu yüzeyler düzlemsel olabileceği gibi $\min\left[d_1(x_1)\right]$, $\max\left[d_1(x_1)\right]$, $\min\left[d_2(x_1)\right]$, $\max\left[d_2(x_1)\right]$ değerlerine ve kaynak ve alan noktalarının konumlarına dikkat edilmek koşuluyla engebeli de olabilir. Benzer şekilde alınacak limitlerle söz konusu olabilecek birçok farklı problem geometrisi için (A.30-56)'dan hareketle uygun çözümler yazmak mümkündür.

Ek B. DÜZ SAÇILMA PROBLEMİNİN KARŞILAŞTIRMASINDA KULLANILAN PROBLEM GEOMETRİSİ VE GREEN FONKSİYONU

Düz saçılma probleminin karşılaştırmasında kullanılan problem geometrisi Şekil B.1'de görülmektedir.



Şekil B.1 : Dielektrik Silindirden Saçılma

$\rho' > a$ için;

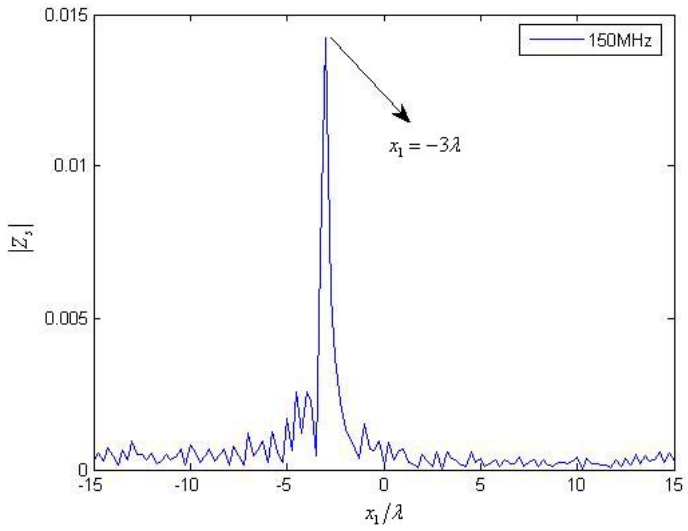
$$G(\rho, \Phi; \rho', \Phi') = \begin{cases} \dfrac{i}{4}.H_0^{(1)}\left(k_1\left|\vec{\rho}-\vec{\rho'}\right|\right) \\ +\dfrac{i}{4}.\sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{12}^{(n)}.H_n^{(1)}(k_1\rho').H_n^{(1)}(k_1\rho).e^{in(\Phi-\Phi')} \quad ; \quad \rho > a \\ \dfrac{i}{4}.\sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{12}^{(n)}.H_n^{(1)}(k_1\rho').J_n(k_2\rho).e^{in(\Phi-\Phi')} \quad ; \quad \rho < a \end{cases} \tag{B.1}$$

$$R_{12}^{(n)} = \frac{J_{n-1}(k_1a).J_n(k_2a).k_1 - J_n(k_1a).J_{n-1}(k_2a).k_2}{H_n^{(1)}(k_1a).J_{n-1}(k_2a).k_2 - H_{n-1}^{(1)}(k_1a).J_n(k_2a).k_1} \tag{B.2}$$

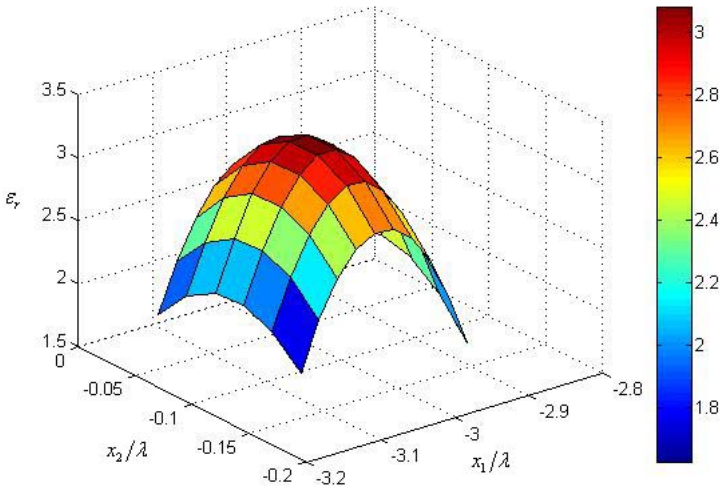
$$T_{12}^{(n)} = \frac{H_n^{(1)}(k_1a)}{J_n(k_2a)}.R_{12}^{(n)} + \frac{J_n(k_1a)}{J_n(k_2a)} \tag{B.3}$$

Ek C. ÇALIŞMA FREKANSININ CİSMİN TESPİTİNE VE GÖRÜNTÜLENMESİNE ETKİSİ

150 MHz için cismin konum tespiti Şekil C.1 ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme Şekil C.2'de görülmektedir. Orijinal permitivite değerleri Şekil 5.4'te verilmişti.

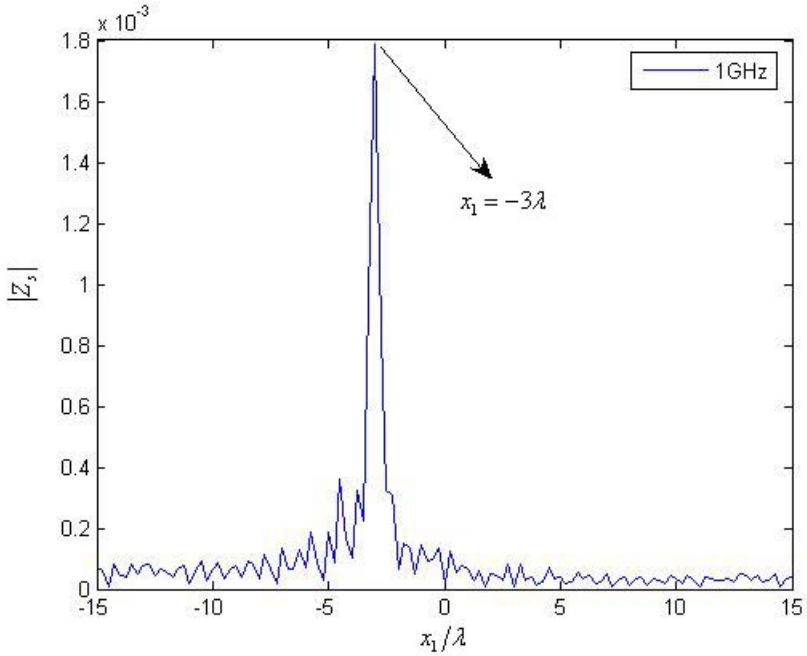


Şekil C.1 : Cismin Konum Tespiti (150 MHz)

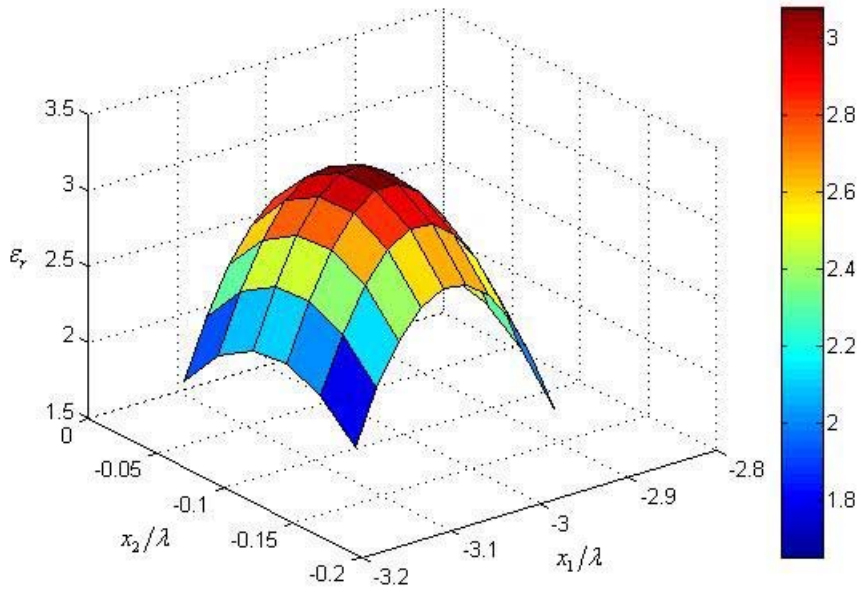


Şekil C.2 : Cismin Permitivite Değerleri için Yapılan Görüntüleme (150 MHz)

1000 MHz için cismin konum tespiti Şekil C.3 ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme Şekil C.4'te görülmektedir.

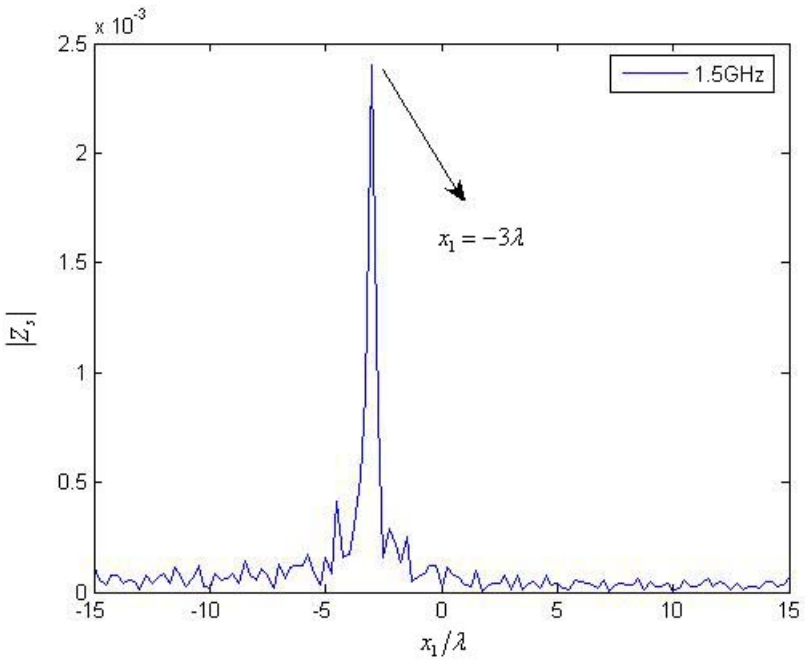


Şekil C.3 : Cismin Konum Tespiti (1000 MHz)

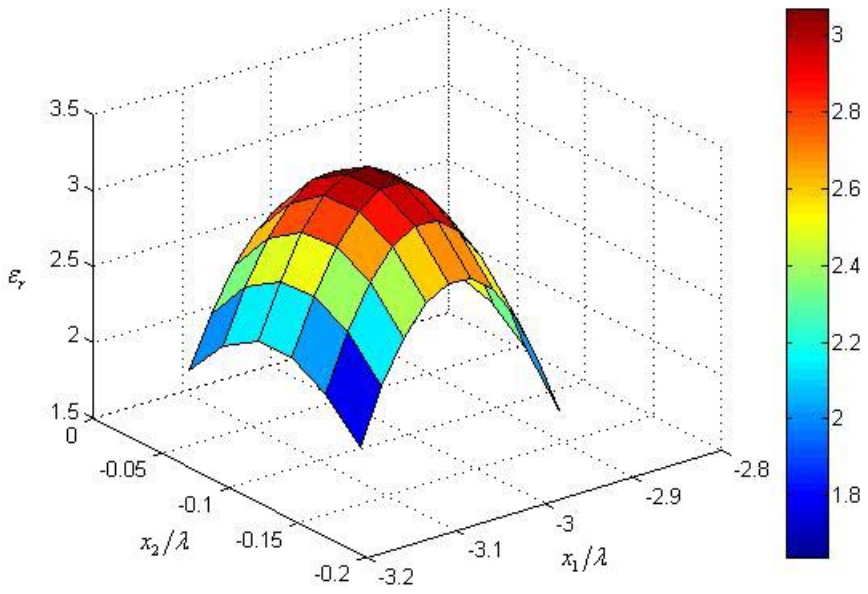


Şekil C.4 : Cismin Permitivite Değerleri için Yapılan Görüntüleme (1000 MHz)

1500 MHz için cismin konum tespiti Şekil C.5 ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme Şekil C.6'da görülmektedir.

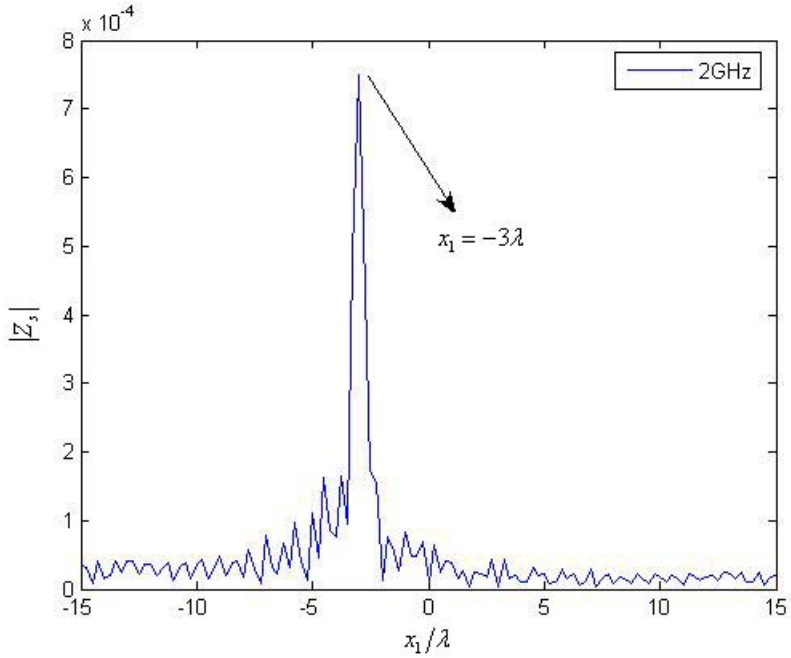


Şekil C.5 : Cismin Konum Tespiti (1500 MHz)

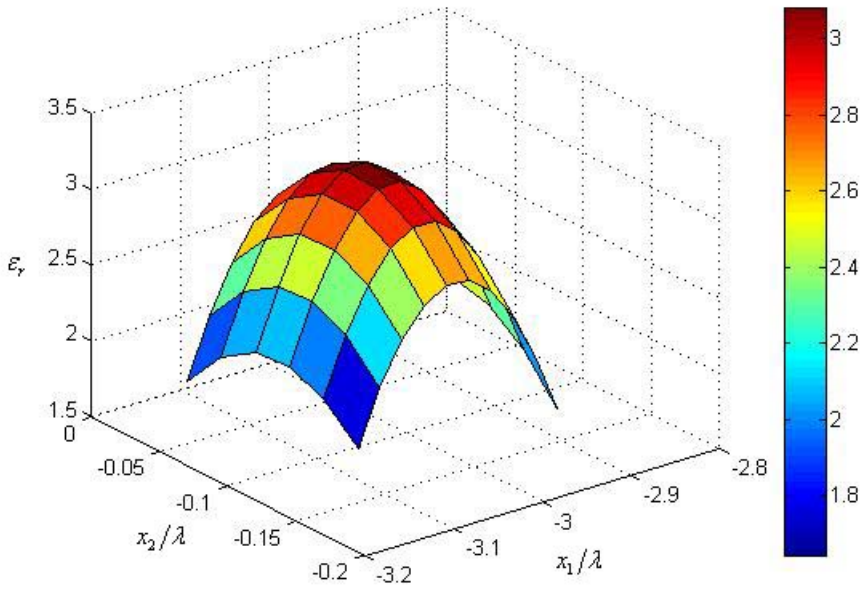


Şekil C.6 : Cismin Permitivite Değerleri için Yapılan Görüntüleme (1500 MHz)

2000 MHz için cismin konum tespiti Şekil C.7 ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme Şekil C.8'de görülmektedir.

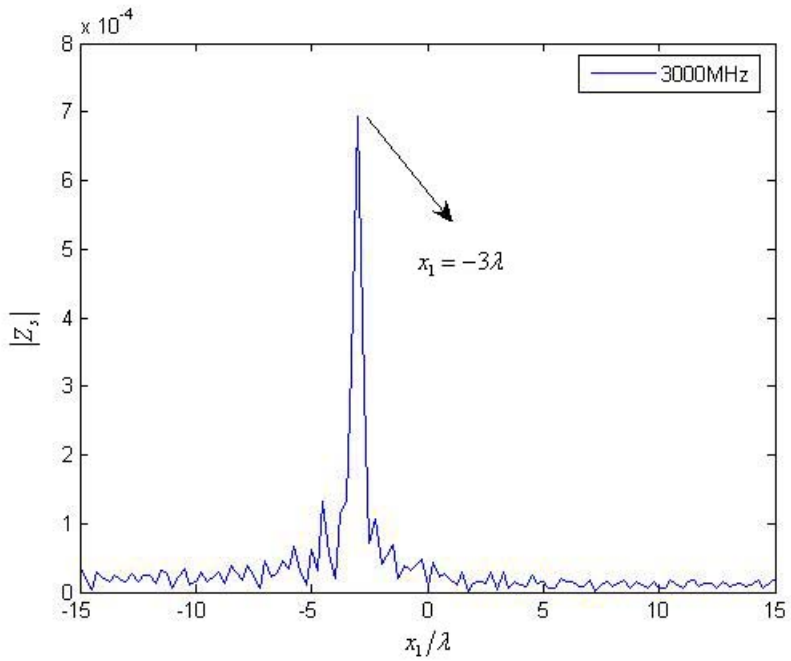


Şekil C.7 : Cismin Konum Tespiti (2000 MHz)

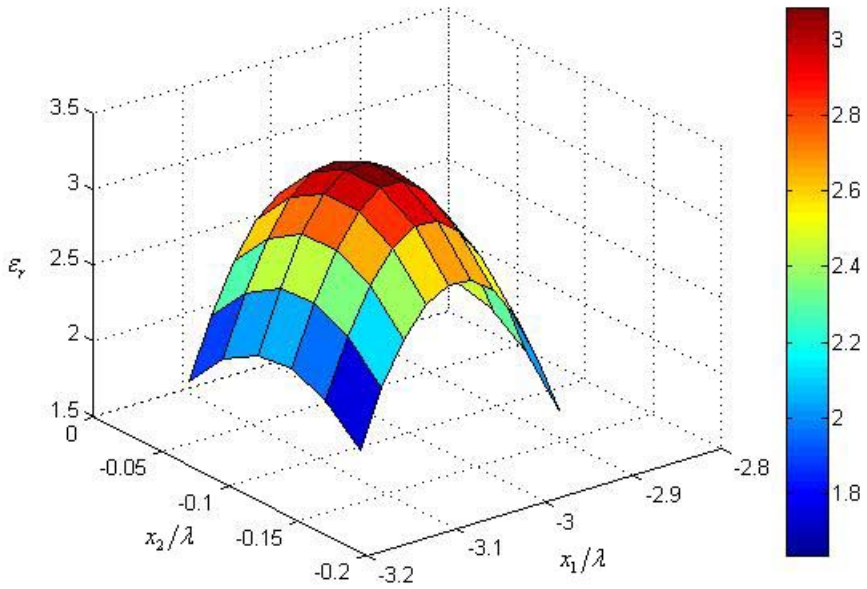


Şekil C.8 : Cismin Permitivite Değerleri için Yapılan Görüntüleme (2000 MHz)

3000 MHz için cismin konum tespiti Şekil C.9 ve permitivite değerleri için yapılan görüntüleme Şekil C.10'da görülmektedir.



Şekil C.9 : Cismin Konum Tespiti (3000 MHz)



Şekil C.10 : Cismin Permitivite Değerleri için Yapılan Görüntüleme (3000 MHz)

ÖZGEÇMİŞ

M. Lütfi Yarar 2005 yılında İstanbul Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden lisans derecesi aldı. 2006 yılında İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü'nde yüksek lisans eğitimine başladı. Halen Telekomünikasyon Mühendisliği Yüksek Lisans Programı'na kayıtlı yüksek lisans öğrencisidir.