Gemi ve Deniz Teknolojisi
Sayı: 223, Haziran 2023
ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/
Araştırma Makalesi

Farklı Ağ Elemanı Boyutlarının ve Türbülans Modellerinin Düz Levha Sürtünme Direnci Üzerindeki Etkisinin Sayısal Olarak İncelenmesi

Erhan Aksu

Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Bölümü, Sürmene Deniz Bilimleri Fakültesi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye

eaksu@ktu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-9333-8371

ÖZET

Geminin hız gereksinimini karşılayacak makine gücünü belirlemek için gemi direncinin doğru bir şekilde tahmin edilmesinde kullanılan model deneyleri yönteminde model deneylerinin sonuçları ölçeklendirilerek modelden gemiye aktarılır ve gemi direnci belirlenir. Bu aktarımda uygulanan işlem adımlarında düz bir levhanın sürtünme direncinin belirlenmesi önemli bir rol oynamaktadır. Bu çalışmada iki boyutta düz bir levha üzerindeki akış 7 farklı Reynolds sayısı aralığında hesaplamalı akışkanlar dinamiği kullanılarak standart k-ε (gelişmiş duvar yaklaşımı ile) ve SST k-ω türbülans modelleri ile analiz edilmiştir. Analizler neticesinde yerel ve toplam sürtünme katsayıları ampirik bağıntılarla karşılaştırılmış, farklı ağ boyutlarının sayısal çözümler üzerinde etkisi incelenmiş ve türbülans modelleri karşılaştırılmıştır. Öncelikle akış yönünde eleman sayısı ve ilk ağ elemanın duvardan olan mesafesinin değiştirildiği ağ yapıları oluşturulmuştur. Bu ağ yapılarının seçilen türbülans modellerinde sürtünme direnç katsayıları ile olan ilişkisini belirleyebilmek için en düşük ve en yüksek hızda analizler gerçekleştirilmiştir. Analizler neticesinde akış yönündeki eleman sayısının toplam direnç katsayısı üzerinde etkisinin çok az olduğu görülmüştür. Buna karşın ilk ağ elemanın duvardan olan mesafesi özellikle düşük Reynolds sayısında gerçekleştirilen analizlerde etkilidir. En düşük ve en yüksek hızlarda gerçekleştirilen analizlerde yerel sürtünme direnç katsayısı eğrisinin ampirik bağıntılarla olan uyumlu olduğu ağ yapısında tüm hızlar için analizler gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak toplam sürtünme direnç katsayısı ve maksimum sınır tabaka kalınlıkları SST k-ω türbülans modeline göre standart k-ε (gelişmiş duvar yaklaşımı ile) türbülans modelinde daha büyük çıkmaktadır.

Anahtar kelimeler: Düz levha, sürtünme direnci, hesaplamalı akışkanlar dinamiği, ağ yapısı

Makale geçmişi: Geliş 07/02/2023 – Kabul 09/03/2023

https://doi.org/10.54926/gdt.1248594

GMO Journal of Ship and Marine Technology
Issue: 223, June 2023
ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Journal homepage: http://www.gmoshipmar.org/
Research Article

Numerical Investigation of the Effect of Different Grid Element Sizes and Turbulence Models on the Friction Resistance of Flat Plates

Erhan Aksu

Department of Naval Architecture and Marine Engineering, Surmene Faculty of Marine Sciences, Karadeniz Technical University, Trabzon, Türkiye

eaksu@ktu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-9333-8371

ABSTRACT

In the model testing method, the results of the model testing are scaled and transferred from the model to the ship, and the ship resistance is determined to accurately estimate the resistance of the ship to determine the engine power that meets the speed requirement of the ship. The evaluation of the frictional resistance of a flat plate is critical to the process steps used in this transfer. In this study, the flow on a flat plate is analyzed in two dimensions using computational fluid dynamics in the 7 different Reynolds numbers with standard k-ε (with an enhanced wall treatment) and SST k-ω turbulence models. As a result of the analyzes, local and total friction coefficients are compared with empirical relationships, the effect of different grid sizes on numerical solutions is investigated and turbulence models are compared. In the first step, structures are developed where the number of elements in the flow direction and the distance of the first grid element from the wall are modified. The lowest and highest velocity analysis is performed to determine the relationship of these grid structures to the resistance coefficients in the selected turbulence models. The analysis shows that the number of elements in the flow direction has little impact on the total resistance coefficient. However, the distance from the wall of the first grid element is particularly effective in analyzing the low Reynolds number. Analyzes are performed for all velocities in the grid structure where the local frictional resistance coefficient curve is compatible with empirical correlations in the analyzes performed at the lowest and highest velocities. As a result, the total frictional drag coefficient and maximum boundary layer thicknesses are larger in the standard k-ε turbulence model (with an enhanced wall treatment) than in the SST k-ω turbulence model.

Keywords: Flat plate, friction resistance, computational fluid dynamics, grid structure

Article history: Received 07/02/2022 – Accepted 09/03/2022

ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/
Araştırma Makalesi

1.Giriş

Geminin toplam direncinin tahmini gemi tasarımında geminin hızının ve makine gücünün belirlenmesi açısından oldukça önemli bir konudur. Toplam direnci tahmin etmek için kullanılan yöntemlerden birisi, model deneylerinden elde edilen sonuçların ölçeklendirilmesine dayanmaktadır. Temelde bu yaklaşım ında Froude (Froude, 1872; Froude, 1874; Froude, 1955) ve Hughes (Hughes, 1954) yöntemleri olmak üzere iki ana metot vardır. Toplam direnç; Froude yönteminde artık ve levha sürtünme direnci, Hughes yönteminde ise dalga ve viskoz direnç (1+k form katsayısı ile levha sürtünme direncinin çarpımı) olmak üzere iki bileşene ayrılır. Levha sürtünme direnci, model veya tam ölçekli gemi uzunluğuna eşit aynı ıslak yüzey alanına sahip düz bir levhanın direnci hesaplanarak bulunur. Bu yaklaşımlarda düz bir levhanın sürtünme direncinin doğru tahmin edilmesi geminin toplam direncinin belirlenmesi açısından oldukça önemlidir.

Düz bir levhanın sürtünme katsayısının Reynolds sayısına bağlı olarak değişimini veren pek çok deneysel ve sayısal çalışma literatürde mevcuttur. İlk olarak, Prandlt 1904 yılında sürtünme etkilerinin yalnızca akışkan içerisinde hareket eden bir cismin yakınında yaşandığı düşüncesiyle yüzey üzerinden akan bir akışkanda sınır tabaka kavramını tanıtmıştır (Anderson, 2005). Von Karman sınır tabaka denklemini sınır tabakası boyunca entegre ederek integral denklemini türetmiştir (Von Kármán, 1921). Sınır tabaka kalınlıklarını hesaplamak için yaygın olarak kullanılan yaklaşım yöntemlerinin çoğu için temel olan bu denklem von Karman momentum denklemi olarak bilinir. Schoenherr (Schoenherr, 1932) deneysel verileri Prandtl-von Karman teorisi ışığında yeniden değerlendirerek düz bir levha için Reynolds sayısı ve sürtünme direnç katsayısı arasında ilişkiyi ortaya koyan bir formül tanımlamıştır. Schoenherr formülünün çeşitli varyasyonları içerisinde yer alan ve popüler olan, Madrid'de Uluslararası Çekme Tankı Komisyonu (ITTC) toplantısında sunulan, model-gemi korelasyon hattı olarak kullanılan ITTC 1957 (ITTC, 1957) yaklaşımıdır. ITTC-57 çizgisi düz bir levha korelasyon çizgisi değil, form faktörü düzeltmesi içeren bir gemi-model korelasyon çizgisidir (Gorski, 2011). ITTC-57 gemi-model korelasyon çizgisi, Hughes'un düz levha sürtünme çizgisi yaklaşımına dayanmaktadır ve aslında % 12 form etkisine sahip Hughes formülüdür ve ITTC-57 yüksek Reynolds değerlerinde Schoenherr formülüyle uyumlu, ancak küçük Reynolds değerlerinde Schoenherr formülünün üzerindedir (Molland, 2017). Düz bir levha için önerilen bir diğer yaklaşımda Grigson (Grigson, 1999) iki Reynolds sayısı aralığında momentum integral denklemi ve Coles duvar-iz yasasına (Coles, 1956) dayanarak yeni bir sürtünme direnci eğrisi üretmiştir. Grigson'un formülasyonunda iddia edilen iyileşme, teorik gelişme ve geosim araştırmalarında form faktörleri için gözlemlenen iyileştirilmiş tutarlılığa dayanmaktadır (Bose, 2002). Katsui vd. (Katsui, 2005) tarafından önerilen formül momentum-integral denklemi ve Coles duvar-iz yasası temelinde tam bir diferansiyel denklemin çözümüne dayanmaktadır. Grigson ve Katsui formülasyonları karşılaştırıldığında hem model ölçekli hem de tam ölçekli Reynolds sayıları için iki yöntem arasındaki sürtünme katsayısında önemli farklılıklar olduğu görülmektedir. (Campana, 2008). Düz bir levhanın sürtünme hattı çizgisinin simüle edildiği çalışmalarda arasında Date ve Turnock (Date, 1999) RANS (Reynolds Ortalamalı Navier Stokes) temelli akış çözücüsü kodunda standart ve RNG k-ε türbülans modellerini kullanarak düz levhanın çeşitli uzunlukları ve Reynolds sayısı aralığındaki akışlar için viskoz akış hesaplamaları yapmışlardır. Eça ve Hoekstra (Eça, 2008) yedi farklı türbülans modelinde (Menter ve Spalart–Allmaras tek denklem türbülans modelleri, Wilcox k-ω iki denklem türbülans modeli, k-ω türbülans modelinin TNT, BSL, SST versiyonları ve $k-\sqrt{k}L$ iki denklem modeli) ve 14 farklı Reynolds sayısında sonsuz ince bir levhanın sürtünme direnci katsayısının sayısal olarak hesaplanması üzerine bir çalışma sunmuşlardır. Wang vd. (Wang, 2015) SST k-ω türbülans modeli ile RANS

akış çözücü kullanarak iki boyutlu düz bir levha sürtünme direnci hesaplamış, literatürdeki yaklaşımlarla karşılaştırmış ve DTMB5415, KVLCC2, SUBOFF formlarının tam ölçekli viskoz direncini tahmin etmiştir. Park (Park, 2015) tarafından Reynolds sayısına bağlı olarak form faktöründeki ölçek etkisini ITTC 1957, Grigson ve Katsui sürtünme direnci eğrileriyle bağlantılı olarak hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemiyle incelenmiştir. Korkmaz vd. (Korkmaz, 2019) EASM ve SST k-ω türbülans modellerini kullanarak, farklı Reynolds sayısı aralığında sonsuz ince düz bir levhanın sürtünme direnci katsayısı sayısal olarak hesaplanmıştır. Zeng vd. (Zeng, 2019) çalışmalarında hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemini kullanarak, sığ su koşullarında geminin dip yüzeyindeki sığ su etkilerini hesaplamak için sayısal bir sürtünme çizgisi önermiştir.

Bu çalışmada düz bir levha üzerindeki akış, hesaplamalı akışkanlar dinamiği kullanılarak, ilk ağ hücresinin duvardan olan mesafesi ve elemanların akış yönündeki boyutları değiştirilerek elde edilmiş olan ağ yapıları standart k-ε (gelişmiş duvar yaklaşımı (Enhanced Wall Treatment) ile) ve SST k-ω türbülans modelleri ile analiz edilmiş, analiz sonucunda elde edilen yerel ve ortalama sürtünme katsayıları ampirik bağıntılarla karşılaştırılmış, farklı ağ yapılarının sayısal çözümler üzerinde etkisi incelenmiş ve türbülans modelleri karşılaştırılmıştır.

2.Materyal ve Metot

Akışkanlar dinamiği problemlerinin çözümü ve simülasyonu için geliştirilmiş olan hesaplamalı akışkanlar dinamiği sayısal yöntem ve algoritmaları kullanan tasarım değişkenlerinin deneysel yöntemlere göre daha hızlı ve daha kolay değerlendirilmesine olanak sağlayan bir yöntemdir. HAD (hesaplamalı akışkanlar dinamiği) ön işlem (pre-processing), hesaplama (CFD solver) ve art işlem (post-processing) adımlarından oluşmaktadır. Ön işlem sürecinde katı model ve çözüm ağı oluşturma, hesaplama sürecinde sınır koşulları, çözüm algoritmaları, yakınsama kriterleri gibi alt başlıkların belirlenmesi ve son olarak art işlem sürecinde akış görüntüleri ve ilgili büyüklüklerin hesaplanması gerçekleşir. HAD yönteminde genel olarak akışı temsil eden kütle, momentum ve enerji diferansiyel yapıdaki korunum denklemleri ayrıklaştırma teknikleri yardımıyla cebirsel denklem takımını dönüştürülerek çözüm aranır. Bu bağlamda HAD yazılımlarından birisi olan Ansys Fluent ticari yazılımı düz bir levha üzerindeki akış için kullanılmıştır.

2.1. Problem tanımı

Sınır tabaka, akışkanın viskozitesinden dolayı katı-sıvı etkileşiminin meydana geldiği, viskoz kuvvetlerin önemli olduğu ince bir akışkan tabakadır. Akışkan hızının serbest akış hızının %99'una ulaştığı nokta sınır tabakanın üst sınırı olarak kabul edilmiştir. Duvar ile bu üst sınır hattı arasında kalan bölgede, duvar kaymama koşulu nedeniyle, akış hızı ve türbülans miktarları, duvar yüzeyinden itibaren doğrusal olmayan bir şekilde sıfırdan ani bir şekilde değişir. Sınır tabakanın çözülmesi duvar kayma gerilmesi, yüzey basıncı gibi büyüklüklerin katı yüzey üzerindeki etkisinin doğru bir şekilde belirlenmesini sağlamaktadır.

Serbest akım hızına sahip akışkanın bir katı yüzey üzerinde hareket etmesiyle sırasıyla laminer, geçiş ve türbülanslı sınır tabaka bölgeleri oluşur. Tam gelişmiş türbülanslı sınır tabaka bölgesi toplamda dört alt bölgeden oluşur: viskoz alt tabaka (viscous sublayer), tampon tabaka (buffer layer), logaritmik tabaka (log-law layer) ve dış tabaka (outer layer). Duvara en yakın bölge olan viskoz alt tabakada (y^+(boyutsuz duvar

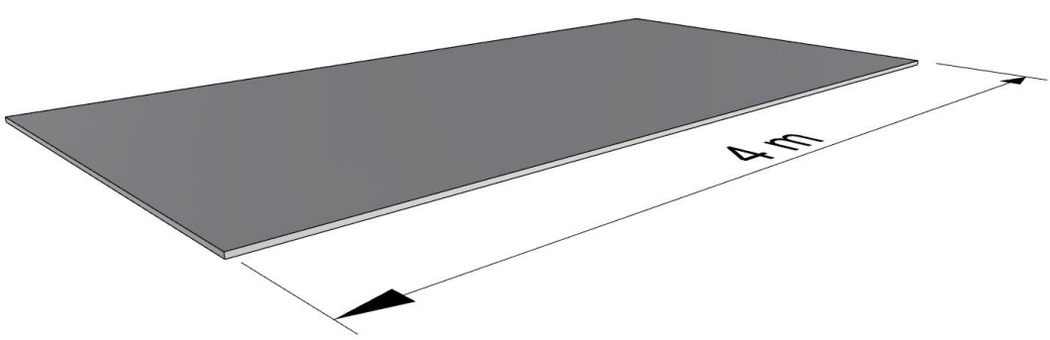
ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/
Araştırma Makalesi

mesafesi)<5) akış laminerdir ve viskoz kayma gerilmesi baskın, türbülans kayma gerilmesi ise ihmal edilebilirdir. Bir üst tabaka olan tampon tabakada (5<y $^{+}$<30) ise hem viskoz kayma gerilmesi hem de türbülans kayma gerilmesi ihmal edilemeyecek kadar önemlidir. Logaritmik tabakada (30<y $^{+}$<300) hem türbülans kayma gerilmesi hem de viskoz kayma gerilmesi önemli olmakla birlikte türbülans kayma gerilmesi viskoz kayma gerilmesine göre daha baskındır. Son olarak dış tabakada (300<y $^{+}$) türbülans kayma gerilmesi baskın, viskoz kayma gerilmesi ihmal edilebilir düzeydedir.

Hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde duvara yakın bölgeyi modelleyebilmek için yüksek Reynolds ve düşük Reynolds sayısı modelleri olmak üzere temelde iki yaklaşım mevcuttur. Yüksek Reynolds sayısı modellerinde duvar fonksiyonları adı verilen yarı ampirik bağıntılar kullanılarak duvar ile logaritmik tabaka arasında ilişki kurulur. Düşük Reynolds sayısı modellerinde ise viskoz alt tabakayı modelleyebilmek için türbülans modeline ek bir fonksiyon eklenmeksizin türbülans modellerinde bazı parametreler tanımlanarak düzenlemeler yapılır. Düşük Reynolds sayılı modeller yüksek Reynolds sayılı modellere göre sınır tabakayı daha doğru tahmin etmekle birlikte viskoz alt tabakayı hesaplayabilmek için yüksek sayıda ağ elemanı gerektirdiğinden daha fazla hesaplama maliyetine sebep olmaktadır. Ayrıca bu tabakada kullanılacak ağ elemanları yüksek en boy oranına sahip olacaktır. Seçilmiş olan türbülans modelleri ile düz levha üzerindeki akış probleminde, sınır tabakada kullanılacak olan elemanların hassasiyetinin belirlenmesi hedeflenmiştir.

2.2. Geometri ve ağ üretimi

Akış problemlerinde genel olarak bir cisim etrafındaki akışkanın hızı, üç boyutta değişmesine rağmen bazı durumlarda bir yöndeki hız değişimi diğer yönlere göre oldukça küçük kalabilir ve göz ardı edilebilir. Bu durumda düz bir levha etrafındaki akışta olduğu gibi akış iki boyutlu incelenerek analizler kolaylaştırılabilir. Şekil 1'de görüleceği üzere 4 m uzunluğuna sahip kalınlığı çok ince olan düz bir levha iki boyutta ele alınmıştır.



Şekil 1. Düz levha perspektif resmi

HAD yönteminde en önemli adımları arasında yer alan ağ üretimi, matematiksel denklemleri uygulayabilmek için akış alanının belirli büyüklükte elemanlara ayrıklaştırılması işlemidir. Güvenilir sonuçlar elde etmek için uygun ağ seçimi, HAD analizlerinde dikkate alınması gereken faktörlerden bir tanesidir. Çünkü ağın yapısı simülasyonun doğruluğu, yakınsaması ve hızı üzerinde önemli etkiye sahiptir.

Ağ üretiminde ilk olarak duvar yakınındaki akışın davranışı daha ayrıntılı yakalayabilmek için duvar yüzeyi boyunca katmanlı bir ağ yapısı kullanmak sonuçların doğruluğu açısından oldukça önemlidir. Duvar yakınındaki ilk ağ elemanının yüksekliği aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\tau_w = \frac{C_f \rho {U_\infty}^2}{2} \tag{1}$$

$$U_{fric} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{2}$$

$$\Delta_S = \frac{y^+ \mu}{U_{fric} \rho} \tag{3}$$

Burada τ_w duvar kayma gerilmesini, U_∞ serbest akım hızını, U_{fric} sürtünme hızını, ρ akışkanın yoğunluğunu, μ dinamik viskoziteyi, Δ_S duvardan olan mesafeyi temsil etmektedir. Burada kullanılan boyutsuz parametre y^+ değeri uygulamada en düşük ve en yüksek hız için 0.5, 1, 5 ve 10 olarak seçilmiştir. Düz levha üzerinde türbülanslı bir sınır tabakada yerel sürtünme katsayısı C_f Prandtl–Schlichting (Schlichting, 1979) formülasyonu ile tahmin edilmiştir. Serbest akım hızına da bağlı olan ilk ağ elemanın duvardan olan uzaklıkları en düşük ve en yüksek hız için Tablo 1'de y^+=1 için ara hızlardaki değerler ise Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 1. İlk ağ elemanının duvardan olan mesafesinin en düşük ve en yüksek akış hızına göre değişimi

	Δ_S [mm] (U1 hızı için)	Δ_S [mm] (U7 hızı için)
y^+=0.5	0.02458	0.00014
y^+=1	0.04915	0.00029
y^+=5	0.24576	0.00144
y^+=10	0.49153	0.00289

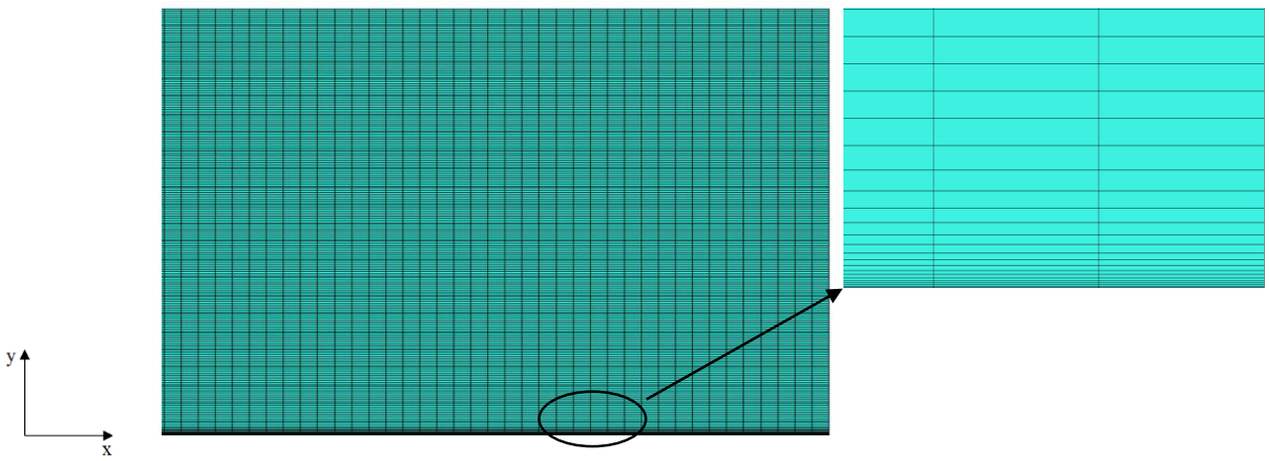
Tablo 2. y^+=1 için ilk ağ elemanının duvardan olan mesafesinin diğer akış hızlarına göre değişimi

	U2	U3	U4	U5	U6
Δ_S [mm]	0.02108	0.00900	0.00383	0.00162	0.00069

Akış alanının ayrıklaştırılmasında bir diğer konu kullanılan elemanların bağlantı şekilleri ve tipi ile ilgili seçimdir. Uygulamada kullanılan yapısal ağlarda, ağın iç kısmındaki bütün ağ noktaları eşit sayıda bitişik elemana sahiptir ve bunun neticesi olarak iki boyutlu olan bu problemde dörtgen elemanlar kullanılmıştır. Şekil 2'de kullanılan yapısal ağ ve dikdörtgen elemanlar görülmektedir.

Uygulamada ağ bağımsızlığı ve akış yönünde ağ elemanlarının sayısının etkisinin incelenmesi için y ekseninde maksimum eleman boyutu sabit tutularak akış yönünde eleman sayısı değiştirilmiştir. Bu bağlamda akış yönünde (x doğrultusunda) eşit aralıklı olmak üzere ağ elemanları boyutları sırasıyla 5 mm, 10 mm, 20 mm ve 40 mm alınmıştır. Akışa dik yönde (y doğrultusunda) ilk elemanın yüzeyden olan mesafesine ve Reynolds sayısına bağlı olarak eleman sayıları artırılarak y doğrultusunda elemanın maksimum boyutu üst sınırda 5 mm olması tüm ağ yapılarında sağlanmıştır. Ayrıca katmanlı ağ yapısında birbirini izleyen her bir elemanın kenar uzunluğundaki artış oranı uygulamada 1.2 olarak seçilmiştir.

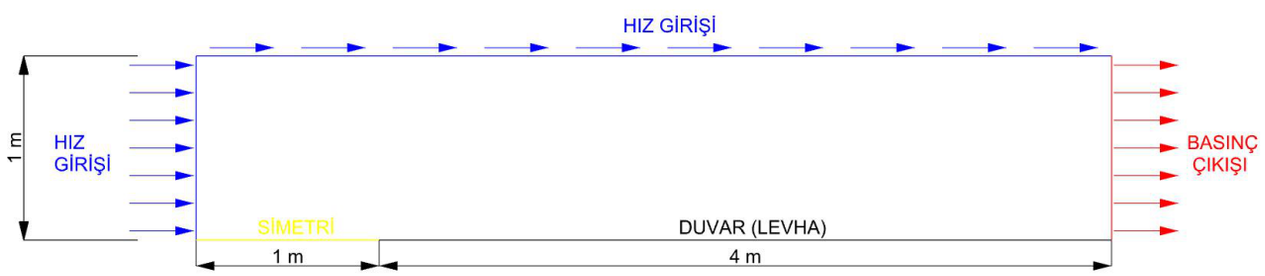
ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/
Araştırma Makalesi



Şekil 2. Akış alanının ağ yapısı

2.3. Sınır koşulları ve nümerik çözüm

Şekil 3'te görüleceği üzere düz bir levha üzerinde viskoz bir akışı analiz etmek için 2 boyutlu bir akış alanı oluşturulmuştur. Serbest akış oluşmasını sağlamak için giriş sınırı levhanın 1 m önüne yerleştirilmiştir. Üst sınır levhanın 1m yukarısında çıkış sınırı ise levhanın bitimindedir.



Şekil 3. Akış alanı boyutları ve sınır koşulları

Giriş sınırında uniform hız profil şartı ile akışkan akış alanına dik bir şekilde 7 farklı hızda girerek analizler 7 farklı Reynolds sayısında aralığında gerçekleştirilmiştir ve Tablo 3'te değerler verilmiştir.

Tablo 3. Reynolds sayısı ve hız aralıkları

No	Re_L	$\log(Re_L)$	U_∞ [m/s]
1	2.0E+06	6.3	0.50
2	5.0E+06	6.7	1.26
3	1.3E+07	7.1	3.16
4	3.2E+07	7.5	7.94
5	7.9E+07	7.9	19.94
6	2.0E+08	8.3	50.08
7	5.0E+08	8.7	125.80

Reynolds sayısı levhanın uzunluğuna (L) ve serbest akım hızına (U_∞) bağlı olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Re_L = \frac{U_\infty L}{\nu} \tag{4}$$

Burada ν kinematik viskoziteyi temsil etmektedir ve uygulamada suyun 20 ^{0}C' deki özellikleri kullanılmıştır. Ayrıca girişte türbülans yoğunluğu ve türbülanslı viskozite oranı sırasıyla %1 ve 2 olarak seçilmiştir. Çıkış sınırında basınç sınır koşulu kabul edilerek gösterge basıncı 0 Pa olarak alınmıştır. Üst sınırda hız giriş şartı kabul edilmek suretiyle y doğrultusundaki hız bileşeni sıfır, x doğrultusunda hız bileşeni ise giriş hızına eşit alınarak serbest akım hızı sağlanmıştır. Levha için ise kaymama koşulu ile duvar sınır şartı oluşturulmuştur. Levha ile giriş sınırı arasındaki açıklıkta akışa dik yöndeki tüm akış miktarlarının hızı ve türevlerinin sıfır olması için simetri sınır koşulu uygulanmıştır.

Akışı temsil eden korunum (süreklilik) ve Navier-Stokes denklemlerinin karmaşıklığını azaltmak ve çözülebilir hale getirmek için kullanılan Reynolds ayrıştırması temel araçlardan birisidir. Reynolds ayrıştırması ile ilgili akış değişkenlerini, ortalama ve çalkantı büyüklerinin toplamı olarak yazmak mümkündür. Sonuç olarak kartezyen koordinat sisteminde zamandan bağımsız sıkıştırılamaz akış için kütle ve momentum denklemi (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations (Reynolds ortalamalı Navier Stokes denklemi)) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(u_i) = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\rho\overline{u_i{}'u_j{}'}\right) \tag{6}$$

Bu denklemlerde u_i, u_j terimleri ortalama hızları, $u_i{}', u_j{}'$ terimleri çalkantı hızlarını, ρ akışkan yoğunluğunu, μ dinamik viskoziteyi, δ_{ij} terimi Kronecker delta fonksiyonunu, P terimi akışkan basıncını göstermektedir. Altı adet bilinmeyeni barındıran $\left(-\rho\overline{u_i{}'u_j{}'}\right)$ terimi Reynolds gerilmesi olarak isimlendirilir ve türbülans etkisini temsil eder. Bu durum denklemleri tamamlamak için bir modelleme metodolojisinin gerekliliğini ortaya koyar. Yaygın olarak kullanılan Boussinesq (Boussinesq, 1877) hipotezinde türbülans gerilmeleri aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$-\rho\overline{u_i{}'u_j{}'} = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\left(\rho k + \mu_t\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)\delta_{ij} \tag{7}$$

Boussinesq hipotezinde, viskoz gerilmelerin tam hız gradyanlarıyla ilişkili olduğu gibi türbülans gerilmeleri de ortalama hız gradyanlarıyla ilişkilidir (Glegg, 2017) ve bu denklemde μ_t türbülans viskozitesini k ise türbülans kinetik enerjisini temsil eder. Türbülans viskozitesi, farklı türbülans modelleri ile hesaplanır ve eklenen diferansiyel denklem sayısına göre modelleme seviyesi belirlenir.

İki denklemli modeller arasında yer alan türbülanslı akış koşullarını simüle etmek için yaygın olarak kullanılan standart k-ε türbülans modelinde (Launder, 1983) türbülans kinetik enerjisi k ve yayılma hızı ε için taşınım denklemleri, türbülans viskozitesi ve model sabitleri aşağıdaki gibidir:

ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + G_k + G_b - \rho\varepsilon - Y_M + S_k \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}(G_k + C_{3\varepsilon}G_b) - C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (9)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

$$C_{1\varepsilon} = 1.44;\ C_{2\varepsilon} = 1.92;\ C_{3\varepsilon} = 1.3;\ C_\mu = 0.09;\ \sigma_k = 1.0;\ \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (11)$$

Bu denklemlerde, G_k ortalama hıza bağlı türbülans kinetik enerjisinin oluşumu, G_b kaldırma kuvvetine bağlı türbülans kinetik enerjisinin üretimi, Y_M sıkıştırılabilir türbülanstaki çalkantılı genleşmenin genel yayılma hızına katkısı, S_k ve S_ε kaynak terimleri, σ_k ve σ_ε k ve ε için türbülans Prandlt sayıları ve $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, C_μ model sabitleridir.

Düşük Reynolds sayılı bir model olan k-ε türbülans modeli ancak duvar fonksiyonu ile kullanılabilir. Uygulamada kullanılan gelişmiş duvar yaklaşımı (enhanced wall treatment), yakın duvar model metodu olup iki katmanlı model ile gelişmiş duvar fonksiyonunu birleştirir. Duvara yakın ağ, viskoz alt katmanı çözebilecek kadar iyiyse (tipik olarak $y^+ \approx 1$), o zaman gelişmiş duvar işlemi geleneksel iki katmanlı bölgesel modelle aynı olacaktır (Fluent, 2015).

İki denklemli modellerden birisi olan SST k-ω türbülans modeli Menter (Menter, 1994) tarafından geliştirilmiştir. Bu model k-ω türbülans modeli ile k-ε türbülans modelini birleştirerek sınır tabakasının iç bölgesinde k-ω türbülans modelini, serbest akışta k-ε türbülans modelini kullanır. Bu modelde kinetik enerjisi k ve yayılma hızı ω için taşınım denklemleri, türbülans viskozitesi ve model sabitleri aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + G_k - Y_k + S_k \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (13)$$

$$\Gamma_k = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right);\ \Gamma_\omega = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right);\ \mu_t = \frac{\rho k}{\omega}\frac{1}{max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (14)$$

$$\alpha^* = \alpha_\infty^*\left(\frac{\alpha_0^* + Re_t/Re_k}{1 + Re_t/Re_k}\right);\ Re_t = \frac{\rho k}{\mu\omega};\ \alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3};\ \beta_i = 0.072; \quad (15)$$

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1\ y\ddot{u}ksek\ Reynolds\ Sayısı\ için \quad (16)$$

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1-F_1)/\sigma_{k,2}};\ \sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1-F_1)/\sigma_{\omega,2}} \quad (17)$$

$$F_1 = tanh(\phi_1^4);\ \phi_1 = min\left[max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2}\right];\ D_\omega^+ = max\left[2\rho\frac{1}{\sigma_{\omega,2}}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10}\right] \quad (18)$$

$$F_2 = tanh(\phi_2^2);\ \phi_2 = max\left[2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right] \quad (19)$$

$$\sigma_{k,1} = 1.176;\ \sigma_{\omega,1} = 2.0;\ \sigma_{k,2} = 1.0;\ \sigma_{\omega,2} = 1.168;\ \alpha_1 = 0.31 \quad (20)$$

Bu denklemlerde yukarıda belirtilen standart k-ε türbülans modelinde yer alan terimlerden farklı olarak Y_K ve Y_ω türbülanstan dolayı k ve ω'nın yayılmasını, D_ω çapraz difüzyon terimini, S_ω kaynak terimini, Γ_k ve Γ_ω terimleri k ve ω için etkin yayılmayı, α^* terimi düşük Reynolds sayısı düzeltmesi için viskoziteyi azaltan katsayı, σ_ω terimi ω için türbülans Prandlt sayısı, F_1 ve F_2 harmanlama fonksiyonu, $\sigma_{k,1}$, $\sigma_{\omega,1}$, $\sigma_{k,2}$, $\sigma_{\omega,2}$, α_1, β_i model sabitleridir.

Hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde akışı temsil eden diferansiyel yapıdaki denklemlerin cebirsel denklem takımına dönüştürülmesi için kullanılan yaklaşımlardan birisi sonlu hacim yöntemidir. Sonlu hacim yönteminde akış alanı elemanlara ayrıklaştırılır ve diferansiyel denklemler her bir eleman üzerinde entegre edilir. İlgili büyüklükler genellikle kontrol noktalarında hesap edildiği için kontrol noktalarını çevreleyen kontrol hacmi yüzeylerindeki değerler interpolasyon yardımıyla hesap edilir ve bu uygulamada ikinci derece ileri gidişli şema (second order upwind scheme) seçilmiştir. Entegrasyon neticesinde elde edilmiş olan ayrıklaştırılmış denklemler sınır koşullarını da kapsayacak şekilde düzenlenerek tekrarlı olarak çözülür. İteratif çözüm yöntemlerinden olan basınca dayalı çözücülerde, basınç alanı, süreklilik ve momentum denklemlerinin bir kombinasyonundan elde edilmiş basınç veya basınç düzeltme denklemi çözülerek hesaplanır. Çalışma kapsamında basınca bağlı denklemler için yarı kapalı yöntem (semi-implicit method for pressure linked equations) algoritması denklem takımının çözülmesi için seçilmiştir. Yakınsama kriteri değeri $1x10^{-6}$ alınmıştır ve denklem sistemindeki hata bu artık değerin altına düşene kadar çözüm yinelenmiştir.

2.4. Yerel ve toplam sürtünme direnç katsayıları

Akışkanlarda sürtünme, akışkanın molekülleri arasındaki çekim ve akışkanın akışa paralel bir yüzey ile etkileşimden kaynaklanmaktadır. Akışkan sabit bir yüzey üzerinden aktığında, akışkanın viskozitesi özelliği nedeniyle yüzeye yapışır, tamamen durur. Sonuç olarak yüzey üzerinde hareket eden herhangi bir akışkan, kayma gerilmesine neden olur. Duvar kayma gerilmesi olarak isimlendirilen bu gerilme, yüzeyde akan bir sıvının duvara uyguladığı kuvvetin teğetsel bileşenin yüzey alanına oranıdır. Boyutsuz bir parametre olan sürtünme katsayısı ise duvar kayma geriliminin serbest akışın dinamik basıncına oranı olarak tanımlanır ve birim genişlik için yerel sürtünme katsayısı aşağıdaki gibi yazılır:

$$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{0.5\rho U_\infty^2};\ \tau_w = \mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)_{y=0} \quad (21)$$

1908 yılında Blasius tarafından levha etrafındaki laminer akış için yerel sürtünme katsayısı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (White, 2006):

$$C_{f,x} = 0.664/(Re_x)^{-2} \quad (22)$$

ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/
Araştırma Makalesi

Düz bir levha paralel üzerindeki akışta tam türbülanslı sınır tabaka için literatürde önerilen yerel sürtünme katsayıları aşağıdaki gibidir:

a. Prandtl–Schlichting (Schlichting, 1979) formülü:

$$C_{f,x} = (2log_{10}(Re_x) - 0.65)^{-2.3} \quad (23)$$

b. Schultz–Grunow (Schultz-Grunow, 1941) formülü:

$$C_{f,x} = 0.37\big(log_{10}(Re_x)\big)^{-2.584} \quad (24)$$

c. White (White, 2006) formülü:

$$C_{f,x} = 0.455\big(ln(0.06Re_x)\big)^{-2} \quad (25)$$

Yerel sürtünme katsayısının levha uzunluğu boyunca integre edilmesiyle toplam sürtünme katsayısı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$C_F = \frac{1}{L}\int_0^L C_{f,x}\, dx \quad (26)$$

Düz bir levha paralel üzerindeki akışta tam türbülanslı sınır tabaka için literatürde önerilen toplam sürtünme katsayıları ise aşağıdaki gibidir:

a. Schoenherr (Schoenherr, 1932) formülü:

$$0.242/C_F = log_{10}(Re_l C_F) \quad (27)$$

b. Prandtl–Schlichting (Schlichting, 1979) formülü:

$$C_F = 0.455\big(log_{10}(Re_l)\big)^{-2.58} \quad (28)$$

c. Schultz–Grunow (Schultz-Grunow, 1941) formülü:

$$C_F = 0.427(log_{10}(Re_l) - 0.407)^{-2.64} \quad (29)$$

d. Hughes (Hughes, 1954) formülü:

$$C_F = 0.067(log_{10}(Re_l) - 2)^{-2} \quad (30)$$

e. ITTC 1957 (ITTC, 1957) model-gemi korelasyon formülü:

$$C_F = 0.075(log_{10}(Re_l) - 2)^{-2} \quad (31)$$

f. Grigson (Grigson, 1999) formülü:

$$C_F = G0.075(log_{10}(Re_l) - 2)^{-2} \quad (32)$$

$$G = 0.9335 + 0.147(log_{10}(Re_l) - 6.3)^2 - 0.071(log_{10}(Re_l) - 6.3)^3; 1.5x10^6 \leq Re_l \leq 7x10^7$$

$$G = 1.0096 + 0.0456(log_{10}(Re_l) - 7.3) - 0.013944(log_{10}(Re_l) - 7.3)^2 + 0.0019444(log_{10}(Re_l) - 7.3)^3; 2x10^7 \leq Re_l \leq 6x10^9$$

g. Katsui (Katsui, 2005) formülü:

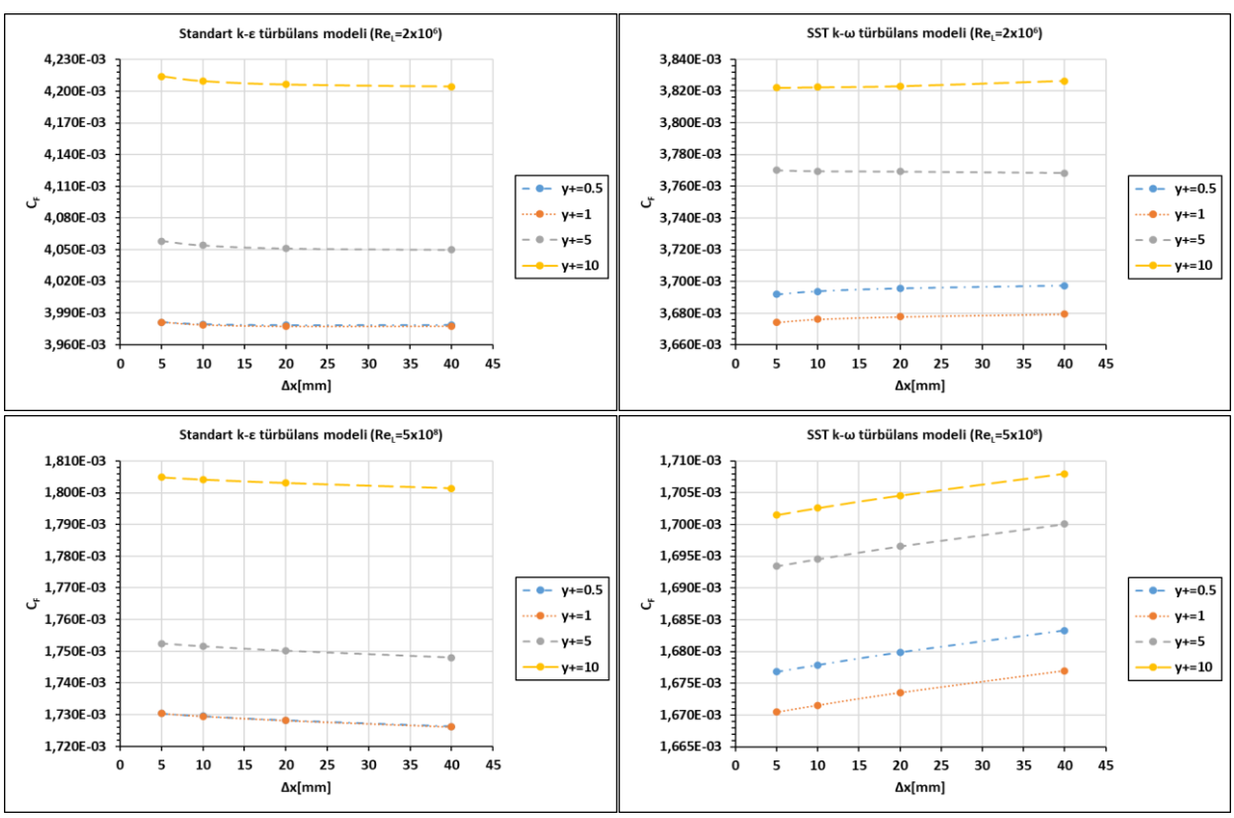
$$C_F = 0.0066577(log_{10}(Re_l) - 2)^{-(0.042612log_{10}(Re_l)+0.56725)}; 1x10^6 \leq Re_l \leq 7x10^9 \quad (33)$$

h. White (White, 2006) formülü:

$$C_F = 0.523\left(ln(0.06Re_l)\right)^{-2} \quad (34)$$

3. Bulgular ve tartışma

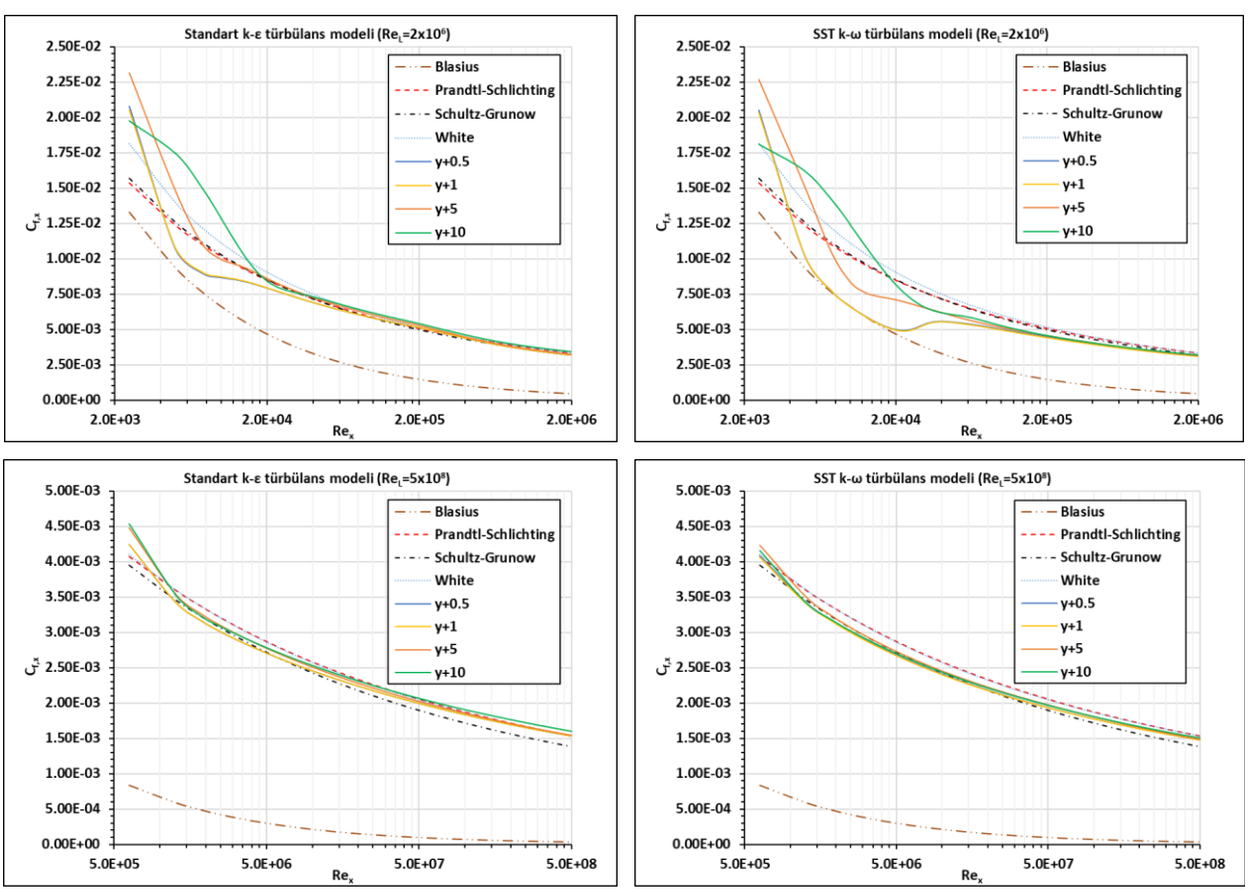
7 farklı Reynolds sayısında standart k-ε ve SST k-ω türbülans modeli ile yerel ve toplam sürtünme direncinin hesap edildiği bu çalışmada öncelikli olarak en düşük ve en yüksek akış hızında akış yönündeki eleman boyutlarının ve ilk ağ elemanının duvardan olan mesafesinin etkisi y doğrultusundaki maksimum eleman boyutunun sabit tutulduğu farklı ağ yapılarında araştırılmıştır. Şekil 4'te akış yönündeki eleman büyüklüğü 5 mm, 10 mm, 20 mm ve 40 mm, y^+ (boyutsuz duvar mesafesi) 0.5, 1, 5 ve 10 değerlerinde üretilmiş olan ağ yapılarının en düşük ve en yüksek hızlar için iki türbülans modelinde toplam sürtünme direnç katsayısına etkisi görülmektedir. Akış yönünde eleman sayısı 8 kat artırılmış olmasına rağmen iki türbülans modelinde, iki Reynolds sayısında ve bütün y^+ değerlerinde toplam sürtünme direnç katsayısı değişimi ortalama olarak %0.5' in altındadır. Bu durum akış yönünde eleman sayısının artırımı sadece toplam hücre sayısını artırmakla birlikte toplam sürtünme direnç katsayısına bir etkisinin olmadığını göstermektedir.



Şekil 4. Akış yönü doğrultusunda eleman boyutunun toplam sürtünme direnç katsayısına etkisi

ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/
Araştırma Makalesi

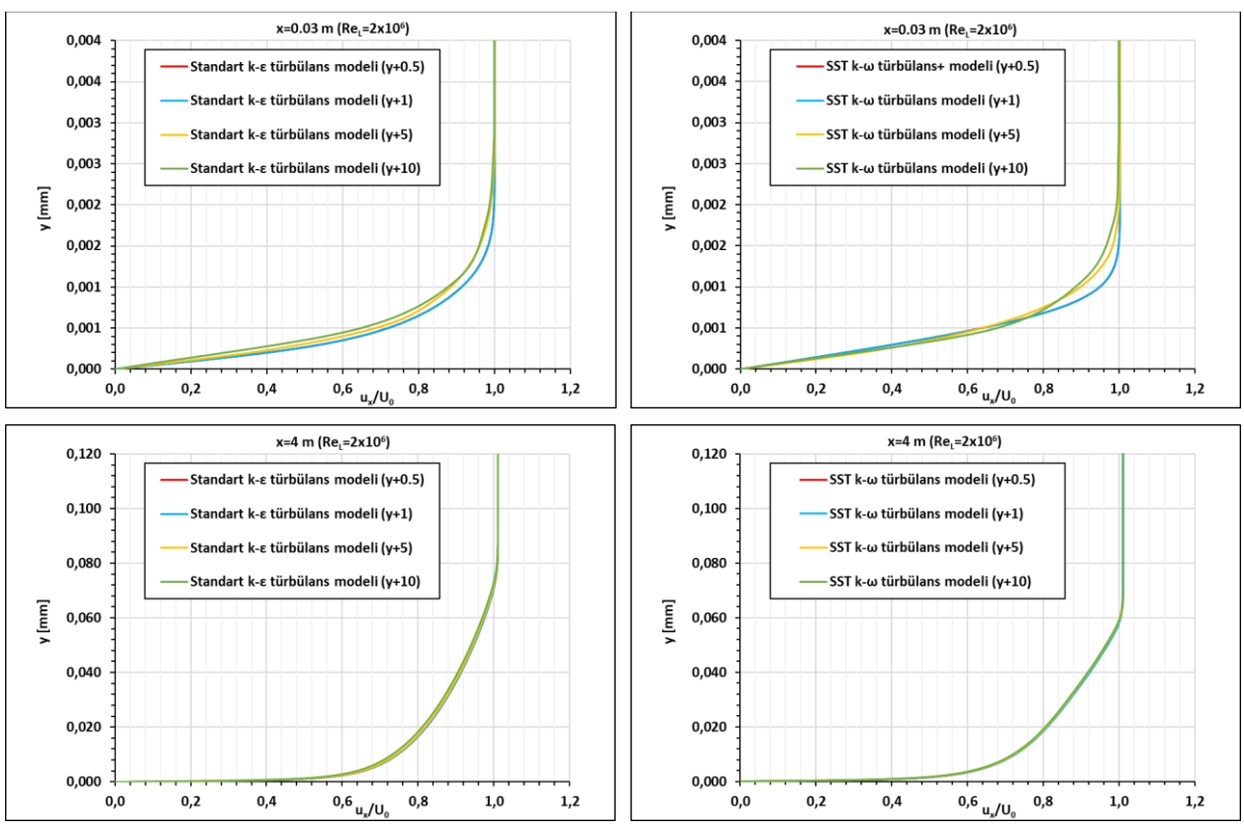
Akış yönünde eleman sayısının artırmakla ortaya çıkan etkinin aksine ilk ağ elemanının duvardan olan mesafesi toplam sürtünme direnç katsayısında oldukça belirleyicidir. Bu durumun daha açıklayıcı anlatılması için Şekil 5'te iki farklı hız ve türbülans modelinde ve en sık ağ yapısında yerel sürtünme direnç katsayısının levha boyunca değişimi ampirik bağıntılarla karşılaştırılmıştır. Düşük hızda ($Re_L=2x10^6$) laminerden türbülansa geçiş belirgin bir şekilde görülmekte iken yüksek hızda ($Re_L=5x10^8$) bu geçiş levhanın başında çok çok kısa bir mesafede oluşmakta ve türbülanslı akış levhanın neredeyse tamamı boyunca hakim olmaktadır. Özellikle düşük hızda laminer bölgeyi yakalamakta (Blasius eğrisi) SST k-ω türbülans modeli standart k-ε modeline göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Her iki türbülans modelinin iki Reynolds sayısı değeri için $y^+=0.5$ ve $y^+=1$'e göre oluşturulmuş ağ yapılarında yerel sürtünme direnç katsayıları eğrileri çakışmaktadır. Türbülanslı bölgede olmasa da laminer bölgede ilk ağ elemanının duvardan olan mesafesi kayma gerilmesinin doğru tahmini için oldukça önemlidir. Bu mesafe arttık ça laminerden bölgeden türbülanslı bölgeye geçiş kaybolmakta sonuçlar ampirik bağıntılardan uzaklaşmaktadır.



Şekil 5. En sık ağ yapısında y^+ değişiminin yerel sürtünme direnç katsayısına etkisi

İlk ağ elemanının duvardan olan mesafesine bağlı olarak yerel sürtünme direnç katsayılarında oluşan farklılık kayma gerilmesine bağlıdır. Kayma gerilmesi ise akışkanın dinamik viskozitesi ve hız gradyanlarının bir fonksiyonudur. Belirli bir akışkanda hız gradyanlarındaki değişim doğrudan sürtünme direncini etkileyecektir. Şekil 6'da ilk ağ elemanının duvardan olan mesafesine bağlı olarak plaka üzerinden akan

akışkanın en düşük Reynolds sayısında (Re_L=2x10^6) x=0.03m (levhanın baş tarafı) ve x=4 m (levhanın sonu) konumlarında yatay yöndeki hızların serbest akım hızlarına oranı düşey mesafelerde gösterilmiştir. Şekilde de görüleceği üzere levha üzerinde akışkanın hızı levha hızına eşittir. Yani akışkan hızı levha hareketsiz olduğundan sıfır hızdadır. Bu durum doğrudan katı yüzeyle temas eden akışkan parçacıklarının yüzeye yapışması ve kaymaması neticesinde ortaya çıkar. Kaymama şartı olarak bilin en bu olay nedeniyle hız profilleri ortaya çıkar ve yüzey üzerinde sıfır hızından serbest akım hızının olduğu yere kadar hızlarda değişimler görülür. İlk ağ elemanının duvardan olan mesafesine bağlı olarak akışkanın hızlarına ait profillerdeki değişimler her iki türbülans modelinde de özellikle levhanın giriş kısmında ortaya çıkmaktadır. Levhanın sonunda ise ilk ağ elemanına bağlı olarak her bir türbülans modelinde hız profillerindeki değişimler azalmaktadır. Ayrıca hız profillerinden anlaşılacağı üzere sınır tabaka kalınlığı levhanın sonuna doğru artış göstermektedir.

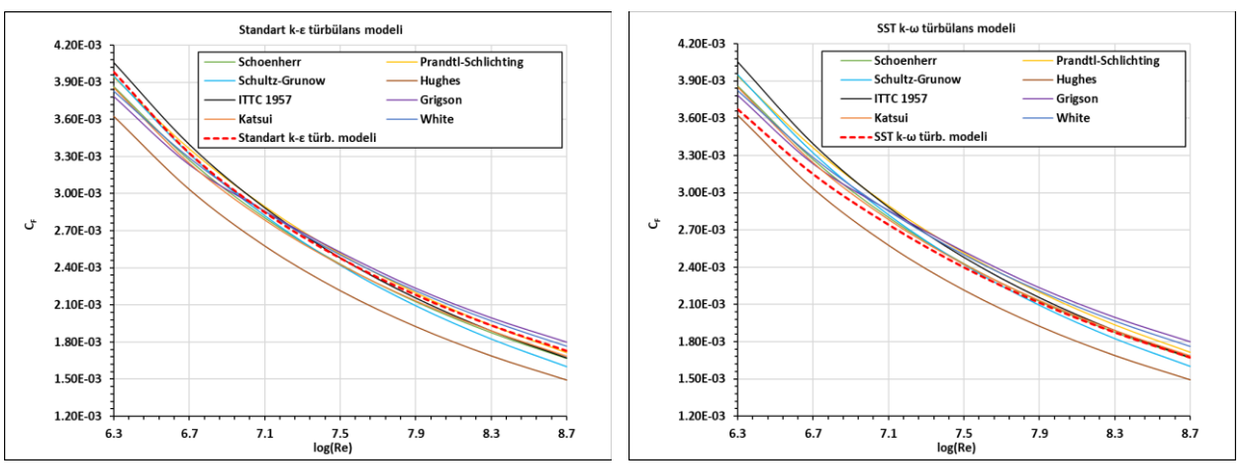


Şekil 6. En sık ağ yapısında y^+ değişiminin hız profillerinde etkisi

Ara hız değerlerinde simülasyonları doğruluğu açısında akış yönünde eleman sayısı en fazla olan ve duvar yakını y^+=1 göre örülmüş olan ağ yapılarında analizler gerçekleştirilmiştir. Şekil 6'da iki türbülans modeline ait toplam sürtünme direnç katsayısı değerleri literatürdeki ampirik bağıntılarla karşılaştırılmıştır. Şekil 7'de görüleceği üzere standart k-ε türbülans modeli simülasyonu sonuçları Prandtl–Schlichting ampirik bağıntısıyla çakışmakla birlikte ayrıca yüksek Reynolds sayısında ITTC-1957, Katsui ve Schoenherr formülasyonlarına yakındır. SST k-ω türbülans modeli simülasyon sonuçları yüksek Reynolds sayılarında White, ITTC-1957, Katsui ve Schoenherr formülasyonları ile yakınlık göstermektedir. Genel olarak her iki

ISSN: 1300-1973, e-ISSN: 2651-530X, Dergi ana sayfası: http://www.gmoshipmar.org/
Araştırma Makalesi

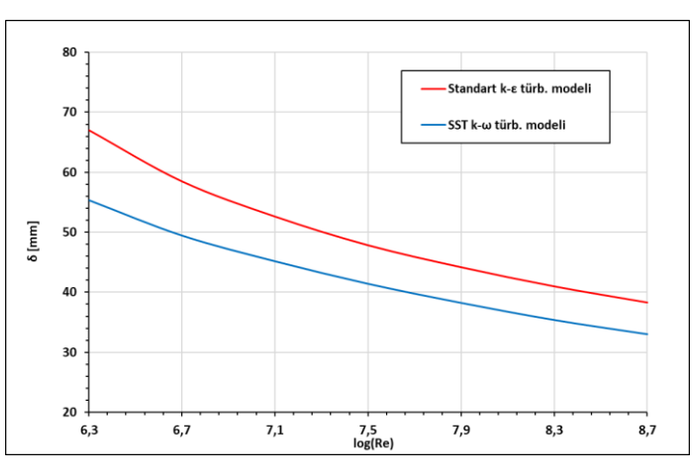
türbülans modeli düşük Reynolds sayılarında tam türbülanslı toplam sürtünme direnç katsayıları bağıntılarından farklılık göstermektedir. Her iki türbülans modelinden elde edilen toplam direnç değerlerinin karşılaştırıldığı Tablo 4'te görüleceği üzere standart k-ε türbülans modeli kullanılarak elde edilen sonuçlar SST k-ω türbülans modeline göre daha büyük çıkmakta, bağıl fark yüzdesi artan Reynolds sayısıyla birlikte % 3 civarlarındadır.



Şekil 7. Toplam sürtünme direnç katsayısının ampirik bağıntılarla karşılaştırılması

Tablo 4. Türbülans modellerinde toplam direnç katsayılarının karşılaştırılması

No	Re_L	$log(Re_L)$	Standart k-ε (C_F)	SST k-ω (C_F)	%Bağıl Fark
1	2.0E+06	6.3	3.98E-03	3.67E-03	7.7
2	5.0E+06	6.7	3.33E-03	3.15E-03	5.3
3	1.3E+07	7.1	2.85E-03	2.74E-03	3.7
4	3.2E+07	7.5	2.48E-03	2.40E-03	3.3
5	7.9E+07	7.9	2.18E-03	2.11E-03	3.2
6	2.0E+08	8.3	1.94E-03	1.87E-03	3.3
7	5.0E+08	8.7	1.73E-03	1.67E-03	3.5



Şekil 8. Maksimum sınır tabaka kalınlıkları

Akışkanın katı bir yüzey üzerinde akması durumunda sıvı parçacıkları yüzey üzerinde sıfır hıza sahiptir ve dikey doğrultuda akışkan parçacıklarının bitişik olan akışkan parçacıklarının hızını azaltmak için gösterdikleri etki serbest akış hızının %99'u olduğu sınır tabakasının kenarına kadar devam eder. Şekil 8' de görüleceği üzere bu sınır tabakanın plakanın sonundaki kalınlığı (maksimum kalınlık) SST k-ω türbülans modeline göre standart k-ε türbülans modelinde daha büyük çıkmaktadır.

4. Sonuç

Bu çalışmada genel olarak düz bir levha üzerindeki akış için oluşturulan ağ yapılarıyla belirli bir Reynolds sayısı aralığında hesaplamalı akışkanlar dinamiği yardımıyla analiz edilerek yerel ve toplam sürtünme direnç katsayıları hesap edilmiştir ve literatürdeki ampirik bağıntılarla karşılaştırılmıştır. Ayrıca standart k-ε türbülans modeli ve SST k-ω türbülans modeliyle yapılan analizler aralarında karşılaştırılarak farklılıkları ortaya koyulmuştur. En düşük ve en yüksek hız için akış yönündeki eleman sayısı ve ilk ağ elemanının duvardan olan mesafesi değiştirilerek gerçekleştirilen analizlerde levha sürtünme direnç katsayılarındaki değişim hesap edilmiştir. Buna göre akış yönündeki eleman sayı sı artışı toplam sürtünme direnç katsayında etkin bir faktör olarak gözükmemektedir. Buna karşın ilk ağ elemanın duvardan olan mesafesi özellikle düşük Reynolds sayısında gerçekleştirilen analizlerde laminerden ve türbülansa geçişte farklılıklar ortaya çıkmaktadır. Hız profillerini levhanın baş kısmında ve sonunda karşılaştırdığımızda özellikle baş kısmındaki farklılığın bu ilk eleman hücresinin uzaklığından etkilendiği levhanın sonuna doğru profil eğrilerinin çakıştığı görülmektedir. Toplam sürtünme direnç katsayılarının literatürdeki bağıntılar ile karşılaştırılmasında ise özellikle düşük Reynolds sayılarında farklılığın ortaya çıktığı görülmektedir. Ayrıca standart k -ε türbülans modeli ile gerçekleştirilen analizlerde elde dilen toplam direnç katsayıları sonuçları SST k-ω türbülans modeliyle elde edilen sonuçlara göre daha büyük çıkmaktadır. Son olarak maksimum sınır tabaka kalınlıklarını karşılaştırdığımızda direnç katsayısındaki gibi benzer büyüklüğün ortaya çıktığı görülmektedir.

Referanslar

1957 "Proceedings of the 8th ITTC." Madrid, Spain 1957, published by Canal de Experiencias Hidrodinamicas, El Pardo, Madrid.

Anderson, J. D. J. P. t. (2005). "Ludwig Prandtl's boundary layer.", Physics today , 58(12): 42 -48.

Bose, N., et al. (2002). "Final Report and Recommendations to the 23rd ITTC." Proceedings of the 23rd ITTC.

Boussinesq, J. (1877). Essai sur la théorie des eaux courantes, Imprimerie nationale.

Campana, E., et al. (2008). The Resistance Committee -Final Report and recommendations to the 25th ITTC. 25th International Towing Tank Conference.

Coles, D. (1956). "The law of the wake in the turbulent boundary layer." Journal of Fluid Mechanics 1(2): 191-226.

Date, J. C. and S. R. Turnock (1999). A study into the techniques needed to accu rately predict skin friction using RANS solvers with validation against Froude's historical flat plate experimental data.

Eça, L., et al. (2008). "The numerical friction line." Journal of marine science and technology, 13(4): 328-345.

Fluent, A. (2015). Ansys Fluent Theory guide, ANSYS Inc.

Froude, W. (1872). "Experiments on the surface-friction experienced by a plane moving through water." British Association for the Advancement of Science 42: 118-124.

Froude, W. (1874). Report to the lords commiss ioners of the admiralty on experiments for the determination of the frictional resistance of water on a surface, under various conditions, performed at Chelston cross, under the authority of their lordships, Taylor & Francis.

Froude, W., et al. (1955). The Papers of William Froude, 1810-1879: With a Memoir by Sir Westcott Abell and an Evaluation of William Froude's Work by RWL Gawn: Collected Into One Volume, Institution of Naval Architects.

Glegg, S. and W. Devenport (2017). Chapter 8 - Turbulence and stochastic processes. Aeroacoustics of Low Mach Number Flows. S. Glegg and W. Devenport, Academic Press: 163-184.

Gorski, J., et al. (2011). The resistance committee-final report and recommendations to the 26th ittc. Proceeding of 26th Iternational Towing Tank Conference.

Grigson, C. (1999). "A planar friction algorithm and its use in analysing hull resistance." Trans RINA.

Hughes, G. (1954). "Friction and form resistance in turbulent flow, and a proposed formulation for use in model and ship correlation." National Physical Laboratory, NPL, Ship Division, Presented at the Institution of Naval Architects, Paper No. 7, London, April, RINA Transactions 1954-16.

Katsui, T. (2005). The proposal of a new friction line. Fifth Osaka colloquium on advanced CFD applications to ship flow and hull form design, Osaka, Japan, 2005.

Korkmaz, K., Werner, S., Bensow, R. (2019). Numerical Friction Lines For CFD Based Form Factor Determination. In MARINE VIII: proceedings of the VIII International Conference on Computational Methods in Marine Engineering (pp. 694-705). CIMNE.

Launder, B. E. and Spalding, D. B. (1983). Paper 8 - The numerıcal computatıon of turbulent flows. Numerical Prediction of Flow, Heat Transfer, Turbulence and Combustion. S. V. Patankar, A. Poll ard, A. K. Singhal and S. P. Vanka, Pergamon: 96-116.

Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, *32*(8), 1598-1605.

Molland, A. F., et al. (2017). Ship resistance and propulsion, Cambr idge university press.

Park, D.-W. (2015). "A study on the effect of flat plate friction resistance on speed performance prediction of full scale." International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering 7(1): 195-211.

Schlichting, H. (1979). Boundary layer theory, 7th edn. McGrawHill, New York.

Schoenherr, K. E. (1932). "Resistance of flat surfaces moving through a fluid." Trans. Soc. Nav. Archit. Mar. Eng. 40: 279-313.

Schultz-Grunow, F. (1941). New frictional resistance law for smooth plates, National Advisory Commitee for Aeronautics.

Von Kármán, T. J. Z. A. M. M. (1921). "Uber laminare und turbulente Reibung." 1: 233 -252.

Wang, Z.-z., et al. (2015). "A numerical flat plate friction line and its application." Journal of Hydrodynamics, Ser. B 27(3): 383 -393.

White, F. M. (2006). Viscous fluid flow, third ed. McGraw -Hill, New York.

Zeng, Q., et al. (2019). "A modification of the ITTC57 correlation line for shallow water." Journal of Marine Science and Technology 24(2): 642 -657.