Grafenden Topolojik Yalıtkanlara-Dirac Materyalleri: Elektron-fonon Etkileşmeleri, Dikroizm ve Analog Gravite

Program Kodu: 1001

Proje No: 115F421

Proje Yürütücüsü:
Prof. Dr. Bekir S. KANDEMİR

Danışman:
Prof. Dr. Satılmış ATAÇ

Bursiyerler:
Ertuğrul Baktimur
Pınar Oruç
Sevim Alkan

MAYIS 2019
ANKARA

ÖNSÖZ

Projemizde 3 adet yüksek lisans öğrencisi bursiyer olarak desteklenmiş ve bilimsel araştırma deneyimi kazanmalarına sağlanmıştır. Bu öğrencilerden, Ertuğrul Bakıtimur, "**İki ve üç boyutta topolojik yalıtkanlar**" başlıklı yüksek lisans tezini hazırlamış olup, bu dönemin sonunda savunarak yüksek lisansını tamamlamasına beklenmektedir. Diğeri, Pınar Oruç, "**İki boyutlu topolojik yalıtkanlarda elektron-fonon etkileşmesi**" başlıklı yüksek lisans tezini hazırlamış olup, bu dönemin sonunda tezini savunarak yüksek lisansını tamamlamasına beklenmektedir. Diğer yüksek lisans öğrencisi, Sevim Alkan, projemize son dört ayda bursiyer olarak katılmış olup, diğer öğrenciler gibi Dirac Materyalleri konusunda çalışmalara başlatılmıştır.

Özellikle, projemizin, alttaş kaynaklı elektron-yüzey optik fonon etkileşmesinin topolojik yalıtkanların kütle durumları üzerine olan etkileri kısmı ile ilgili olan beklentilerimizin ötesinde bulgulara ulaşmış bulunuyoruz. Bugüne kadar, bu kütle durumlarının neden sadece HgTe/CdTe ve InAs/GaSb/AlSb kuantum kuyularının dışında dielektrik alttaş üzerine yerleştirilmiş BiTe ve BiSe ultra ince iki boyutumsu yapılarda gözlenememiş olmasının sebebinin, alttaş parametrelerinin uygun bir şekilde optimize edilmeyişinden olduğu ilk defa bu proje kapsamında gerçekleştirilen çalışmada anlaşılmıştır. Bu kütle durumlarının oluşumlarının doğrudan alttaş ve bunun parametrelerine kuvvetli bağımlılıklarından kaynaklı olduğu bu proje çerçevesinde varılan en önemli sonuçlardan bir tanesi olmuştur. Diğeri ise, bu etkilerin numunenin boyutu ile olan ilişkisi de kurularak kütle durumlarının oluşumu için gerekli parametrelere ulaşılmıştır. Bu çerçevede 2 adet basılı hale gelmesi beklenen önbasım gerçekleştirilmiştir. Diğer önemli bir sonuç ise sağlı BTZ kara deliğinin grafen ve topolojik yalıtkanlarda modellenebileceğinin ortaya konulmuş olmasıdır. Bu çerçevede 1 adet basılı hale gelmesi beklenen önbasım gerçekleştirilmiştir.

Elde edilen bu sonuçlardan yeni araştırma konuları ve projelerin ortaya çıkmasının da yolu açılmış olup, yukarıda adı geçen yüksek lisansını tamamlayacak olan iki öğrencinin doktoralarını hem topolojik yalıtkanlarda ve hem topolojik süperiletkenlerdeki kütle ve yüzey durumları üzerine alttaş kaynaklı çok parçacık etkileşmeleri üzerinde yapma olanağı doğmuştur.

Akağıda sonuç raporu bulunan 115F421 nolu TUBİTAK 1001 projenin gerçekleştirilebilmesine olanak sağlayan TUBİTAK 1001 programına, projeyi değerlendiren uzman ve hakemlere ve Matematik-Fizik araştırma grubuna da teşekkürlerimizi sunarız.

İÇİNDEKİLER

Önsöz
Özeté .iv
Abstracté v
1.Giriké .é .1
2. Literatür Özetié 4
3. Gereç ve Yöntemé 10
4. Bulgularé 11
5. Sonuçé .é é é é é é é ...23
Kaynaklaré é é é é é é é é é é é é é é é é é é é

ÖZET

Bu projede (i) alttak kaynaklı elektron- yüzey optik fonon etkileşmelerinin iki ve ve üç boyutlu (2D ve 3D) topoloji yalıtkanların (TY) sıra dışı köşe ve yüzey durumları üzerine olan etkileri, (ii) elektron- yüzey optik fonon etkileşmesi varlığında topoloji yalıtkanların spin dokusunun kiralitesi ve dikroizm arasındaki ilişki ve son olarak da (iii) grafen ve iki boyutlu topoloji yalıtkanlarda Hawking-Unruh sıcaklığının doğası üzerine öngörülerde bulunmak için 2+1 boyutlu saçılı BTZ kara-delik çözümleri üzerine araştırmalar yapılmıştır. Bu problemler ile ilgili olarak ulaşmak olduğumuz temel sonuçlar şunlardır: (i) Sıra dışı 2D ve 3D TY'ların köşe durumları ve yüzey durumlarının oluşumunun ciddi şekilde alttaşın dielektrik özelliklerine bağlı olduğu bulunmuştur. Belirlenmiş bir alttaş için bu durumların gözlenebilmesi alttaş numune arasındaki mesafeye de önemli bir şekilde bağlıdır. İlk defa bu proje kapsamında çıkarılacak olan yayında fonon giydirilmiş BHZ Hamiltoniyeni literatüre kazandırılacaktır. Yine hesaplamalarımızdan, BiSe ve BiTe ince filmler için, köşe durumlarının h-BN ve 6H-SiC alttaşlar için k-uzayında geniş bir bölgede oluştuklarını ve numunenin boyutu ve alttaş ile arasındaki mesafenin değişimine karşı dayanıklı olduklarını görülmüştür. (ii) elektron-foton bağlaşımının varlığında, bulk ve köşe durumları arasındaki optik geçiş olasılığının BHZ Hamiltonienin materyal parametrelerinin ve dolayısıyla fonon giydirilmiş BHZ Hamiltoniyen parametrelerinin bir fonksiyonu olan spin dokusuna bağlı olduğu bulunmuştur. (iii) 2+1 boyutta negatif kozmolojik sabitli Einstein-Maxwell-skaler gravitasyonu için yeni tam bir çözüm bulunmuş olup, bu saçılı Banados-Teitelboim-Zanelli (BTZ) kara deliği için grafende negatif eğrilikli hiperbolik sanki küreye karşılık getirilerek bir analog model geliştirilmiştir. Kurmuş olduğumuz model sadece kavisli bir grafen tabakasında gravitasyon tarzı fenomena için öngörülerde bulunmakla kalmaz, karadelik termodinamiği senaryolarının 2D lu TY da realize edebilmenin yolunu da açmak bulunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: iki ve üç boyutlu topolojik yalıtkanlar, köşe ve yüzey durumları, Elektron-yüzey optik fonon etkileşmesi, Kütlesiz Dirac fermiyonları, Dirac-Weyl denklemi, Beltrami trompeti, saçılı BTZ kara deliği

ABSTRACT

This project is concerned with the investigation of (i) the effects of substrate induced electron-surface optical phonon interactions on the edge and surface states of two- and three-dimensional (2D and 3D) topological insulators (TIs), respectively, (ii) in the presence of electron-surface optical phonon interactions, the connection between the dichroism and the chirality of the spin texture of topological insulators, and finally (iii) the solutions of the 2+1-dimensional hairy BTZ black hole to make some predictions on the nature of Hawking-Unruh temperature in graphene and two-dimensional topological insulators. Our main achivements related to these problems are as follows: (i) we found that the formation of both helical edge and surface states of 2D and 3D TIs ,respectively, critically depends on the dielectric properties of the substrates. Observation of these states on a given substrate depends crucially on the distance between the TI and the substrate. For the first time, we propose the phonon dressed BHZ Hamiltonian within this Project. From our calculations, we also see that, for BiSe and BiTe thin films, edge states survive in a wide range of k in the Brillouin zone for h-BN and 6H-SiC substrates, and they are robust against the variation of the distance between the TI and the substrate, and the size of the sample. (ii) In the presence of electron-light coupling, the probability of optical transition between bulk and edge states strongly depends on the spin texture induced by the material parameters of the BHZ Hamiltonian, and thus the parameters of phonon dressed BHZ Hamiltonian. (iii) we found a novel exact solution to Einstein-Maxwell-scalar gravity with negative cosmological constant in (2+1)-dimentions and developed an analogue model for this hairy Banados-Teitelboim-Zanelli (BTZ) black hole in graphene, by mapping it onto the hyperbolic pseudosphere surface with negative curvature. The model we constructed not only offers to make some predictions for the gravity-like phenomena in a curved graphene sheet and but also paves the way for reproducing black-hole thermodynamics scenarios in 2D Dirac materials such as topological insulators.

Key Words: two- and three-dimensional topological insulators, edge and surface states, electron-surface optical phonon interaction, masless Dirac fermions, Beltrami trompet, hairy BTZ black hole

1. GİRİŞ

1985 yılında Fullerenlerin (sıfır boyutlu-0D), 1993 de nanotüplerin (tek boyutlu-1D) ve 2004 de grafenin (iki boyutlu-2D) keşfi yoğun madde fiziğinin bu alanlarında yoğun bir araştırmayı tetiklemiş, ve sadece 20 yıl içerisinde karbonun bu 0D ve 2D allotroplarının keşfi Kimyada (1996) ve Fizikte (2010) Nobel ödülleri ile sonuçlanmıştır. Bunlardan, grafitten soyma yöntemin(Novoselov vd. 2004; Novoselov vd. 2005) ile elde edilen grafenin izolasyonu sadece bu materyalin bir çok egzotik özelliğinin keşfine değil, Silikon atomlarında oluşan bükük hegzagonal yapıya sahip silisen, tek tabaka metal dikalkojenitler(Zhu vd. 2015) (örneğin, ve MoS2, WS2) ve son olarak da keşfi 3 Ağustos 2015 tarihinde Nature Materials(Splendia vd., 2010; Cheiwchanchamnangij and Lambrecht, 2012) da duyurulan 2Dlu kalay atomlarında oluşan Stanen gibi diğer 2Dlu sistemlerin çalışılmasına ve sentezine de yol açmıştır. Sonuçta, bu çalışmalar sensörlerden bataryalara, fototransistörlere, ve süperkapasitörlere kadar birçok nano-elektronik aletlerin fabrikasyonuna yol açmıştır. Kısaca olarak, Kane ve Mele(Kane ve Mele, 2005) grafenin vadi dejenereliği i ve konik band yapısını tasvir etmek için düşük enerji efektif Dirac Hamiltoniyenini kullanmış ve grafenin numune sınırlarındaki topolojik olarak korunan durumları destekleyen topolojik fazların magnetik alanın yokluğunda bile 2Dlu zaman-terslenmesi altında invaryant bu sistemlerde de ortaya çıkabileceklerini göstermişlerdir. Bir bulk band aralığında beliren bu topolojik durumlar kuvvetli spin-yörünge etkileşmelerinin bir sonucu olup, Z2 topolojik yalıtkanları (TI) olarak sınıflandırılırlar. Bu 2Dlu TIler topolojik durumları(TS), tam sayılı kuantum Hall durumlarının aksine net bir elektrik yükü taşımadıklarından dolayı, kuantum spin Hall durumları (QSH) olarak adlandırılırlar. Bunun yerine, kütle mekanizmasından sorumlu SU(2) spin-dönme simetrisinin U(1) kısmı korunduğu zaman, zıt spinli elektronlar sınırlarda zıt yönlerde hareket ederler. Bu bir çeşit QSH iletkenliğine sebebiyet verir. Z2 TIler daha yüksek boyutlara da genellenebilir. Özellikle, Z2 TIlerin 3Dlü genellemesi 2Dlu versiyonundan hemen sonra gerçekleştirilmiştir(Moore ve Balents, 2007; Kane vd.,2007). 2Dlu duruma benzer olarak, 3Dlu bulkların spektrumunda Dirac noktaları olarak adlandırılan band kesişmelerine yol açan Kramers dejenereliğinden dolayı basitçe topolojik değişmez ortaya çıkar.

On yıldan az bir sürede, bu materyallerde etkileşmeyen TSD'nin jenerik simetri sınıfları hakkında sistematik bir bilgi birikimi sağlanmıştır. Ancak, bir taraftan da, son beş yıl içerisinde yapılan sıcaklık-bağımlı Açı çözünümlü Fotoemisyon Spektroskopisi (ARPES)(Hatch vd., 2011) ve zaman-bağımlı ARPES(Sobota vd., 2014) deneylerinde topolojik yüzey durumlarının (TSS) üzerinde kuvvetli elektron-fonon kuplajının (EPC) gözlenmiştir. Ayrıca, Bi2Se3, Bi2Te3 and CuxBi2Se3 ailesi üzerinde yapılan deneylerde de 20 meV da A1g-phonon modu bağlaşımı gözlenmiştir(Kondo vd.,2013). Sadece ARPES deneylerinde değil, Bi2Se3 ve Bi2Te3 TI ince kristalleri üzerinde He-demeti ile yapılan saçılma deneylerinde de(Zhu vd., 2011; Zhu vd., 2012) yüzey optik fonon (SOP) branşından kaynaklı kuvvetli bir bağlaşım da rapor edilmiş, ve SiO2 alttaşından kaynaklı 8 meV enerjili SOP branşının TSS'ile güçlü bir şekilde etkileştiği görülmüştür(Costache vd., 2014). Tüm bunlara rağmen, literatürde Dirac kıyı ve yüzey durumlarında bu etkileşmelerin etkisini incelemeye ve açıklamaya çalışan teorik çalışmaların sayısı bir elin parmaklarıkadardır. Bunlarda genelde, sadece akustik elektron-fonon etkileşmelerini (EPI) dikkate alan Bi2Te3(Giraud vd., 2011), Bi2Se3(Yan vd., 2012), Bi2Te(S1-ŭSeŭ)(Garate, 2013) TI'lerdaki 3D ya da 2D(Li and Carbotte, 2013) modellerdir. Ancak deneyler, bu bağlaşımın A1g ve SOP'lerden kaynaklı olduğuna işaret etmektedirler. Diğer taraftan da, son zamanlarda 3D bu TI'lerdaki helisel Dirac durumlarının (HDS) bağlaşımlı spin-açısal momentum dokusunu incelemek için diğer bir deney tekniği, dairesel dikroizm (CD) ARPES önerilmiştir. HDS'nin akikar olmayan yapılarından dolayı, bu materyallerde güçlü CD etkisi görülmüştür(Wang vd., 2011; Xu vd., 2012; Mirhosseini and Henk, 2012; Zhang vd., 2012, Chen vd., 2013; Scholz vd., 2013; Vidal vd., 2013; Vidal vd., 2013b; Xu vd., 2015). Bu konuya artan ilgiye rağmen, gözlenen kompleks CD nin altında yatan fizik hala uçlarda bir konudur. Kısmen, son yapılan nümerik hesaplamalar ile CD nin gelen foton enerjisi, film kalınlığı ve deneysel geometriyle olan ilişkisi anlaşılmak gözükse de, CD-ARPES fotoemisyon spektrumlarındaki kroizm ve TI lerin spin dokusunun kiralitesi arasındaki ilişkiyi anlamak için TI lerin topolojik kıyı (2D) ya da yüzey (3D) durumlarıüzerindeki EPI'nden kaynaklanan polaronlar gibi kuasi-parçacıkların ve hegzagonal eğrilik (HW) etkilerinin rolünü bilmek son derece önemlidir. Buna göre, CD nin

büyüklüğü sadece numunenin kalınlığı, foton şiddeti ve spin dokusu ile değişmeyecek, HW etkisiyle ve EPI'den kaynaklanan çok-cisim etkileşmeleri ile de değişecektir(Jung vd., 2011; Li ve Carbotte, 2014). Sıcaklık-, zaman- ve CD-ARPES deneylerinde gözlenen hem yüzey optik ve hem de A1g fononlarından kaynaklı kuvvetli EPC'yi teorik olarak modellemek ve deneylere ışık tutmak istiyoruz. Dikkat çekmek istediğimiz son bir nokta da yukarıda sıralanan Dirac materyallerinde gravitasyon benzeri davranışı incelemek için bu materyallerin olası teorik platform oluşları ile ilişkilidir. Bu materyaller Hawking-Unruh ışımasını da dahil olmak üzere bir karadelik ufkunun kuantum özelliklerini incelemek için 2+1 analog gravite modeli (AGM) olarak kullanılabilirler(Iorio ve Lambiase, 2014).

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Yoğun madde fiziğinin önde gelen konularından birisi maddenin ayırt edici farklı fazlarının sınıflandırılmasıdır. Bu sınıflandırma daha çok değişik simetrilere sahip bir sistemin simetrilerinin anlık olarak kırılmasıyla farklı özellikteki fazlara ayrışmasına şeklinde incelenir. Maddenin katı, sıvı ve hatta süperiletkenlik gibi fazları bu tür simetri kırılması yöntemleriyle anlaşılabilir. Bu bakış açısıyla anlaşılamayacak değişik madde fazlarının da olabileceği ilk olarak tamsayılı kuantum Hall olayının keşfiyle ortaya çıkmıştır(Klitzing vd., 1980). Bu farklı madde fazları, topolojik düzen parametreleri aracılığıyla anlaşılabilir. Kuantum Hall durumunda herhangi bir simetri kırılımı olmamasına karşın sistem, materyal parametrelerinin sürekli değişimleri altında değişmez kalan farklı topolojik fazlara sahiptir(Thouless vd., 1982; Wen, 1995). Kuantum Hall olayı, katıdaki elektronların manyetik alan altındaki davranışlarıyla ilgilidir ve elektronların bant yapısı, Landau seviyeleri adı verilen özel enerji değerleriyle belirlenir. Fakat 1988 yılında, iki boyutlu altıgen bir örgü için manyetik alan olmaksızın sadece zaman tersleme simetrisinin kırılması aracılığıyla tamsayılı kuantum Hall olayını temsil eden Landau seviyelerinin gözlenebileceği teorik olarak öngörülmüştür(Haldane, 1988). Bu çalışma, topolojik yalıtkanların keşfiyle ilgili bakılacak noktasını temsil etmektedir. Yalıtkan özelliğe sahip olan bu iki boyutlu örgünün sistemin özdurumları aracılığıyla tanımlanan topolojik değişmezler olan Chern sayılarına karşılık gelen farklı topolojik fazlara sahip olduğu gösterilmiştir. Daha sonra bu sistem daha farklı durumlar için de genellenmiş ve bu tip materyallere anormal Kuantum Hall durumları ya da Chern topolojik yalıtkanları adı verilmiştir. Bu topolojik fazların varlığı deneysel olarak da gösterilmiştir(Chang, 2013). Chern yalıtkanları, hacimsel olarak yalıtkan olan ancak sınırlarda iletken olan ve tek yönde akım geçiren sistemler olarak tasvir edilebilirler.

Topolojik yalıtkanların karakterizasyonu ile ilgili en önemli gelişmelerden birisi de(Kane ve Mele, 2005; Fu vd., 2007)'de ortaya atılan spin Hall olayının varlığıdır. Bu çalışmada, grafenin elektronik band yapısı üzerine güçlü dış (extrinsic) spin-yörünge etkileşmesinin etkisi göz önüne alınmış ve böyle bir sistemde spinin etkisinin göz ardı edilemeyeceği i

gösterilerek zaman tersleme simetrisine sahip sistemler için yeni topolojik fazların varlığı öngörülmüştür. Kuantum Hall olayı ve Chern yalıtkanları herhangi bir simetriye sahip olmayan sistemler için tanımlanan Chern sayıları ile karakterize edilirken, spin Hall olayı olarak adlandırılan bu yeni fazlar, zaman tersleme simetrisine sahip sistemler için tanımlanan ve Z_2 topolojik değişmezleri olarak adlandırılan topolojik parametrelerle karakterize edilirler. Bu nedenle bu tip topolojik yalıtkanlara Z_2 yalıtkanları da denilmektedir. Bu teorik öngörü, sonrasında topolojik yalıtkanların özellikleriyle ilgili çok çeşitli teorik ve deneysel çalışmalara yol açmıştır. Z_2 topolojik yalıtkanlarının deneysel bir realizasyonu, HgTe/CdTe kuantum kuyuları kullanılarak(Bernevig, 2006) önerilmiştir. Ardından da bu fazın varlığı deneysel olarak doğrulanmıştır(Konig vd., 2007; Roth vd., 2009). Z_2 topolojik yalıtkanları, hacimsel olarak yalıtkan olan ancak çift yönde ve farklı spinli kenar akımlarına ve dolayısıyla kenar spin akımlarına sahip olan sistemlerdir. İki boyutlu sistemler için yapılmış olan bu çalışmalar, üç boyutlu sistemlere de genellenmiş ve üç boyutta da topolojik yalıtkanların varlığı gösterilmiştir(Fu vd., 2007, Moore ve Balents, 2007; Roy, 2009). Üç boyutlu topolojik yalıtkan özelliği gösteren materyaller arasında BiSb, Bi_2Se_3 ve Bi_2Te_3 sayılabilir. Z_2 topolojik yalıtkanlarının ayırt edici özellikleri, yüzey durumlarının lineer dağınım bağıntısına uymaları ve Dirac denklemini sağlamalarıdır.

Topolojik yalıtkanların kenarlarında oluşan elektronik ve spin akımları safsızlık ve kusurların varlığından etkilenmezler. Ancak materyaldeki safsızlık ve kusurların varlığı yeni kenar durumlarının oluşmasına neden olabilir. Bir boyutlu topolojik yalıtkanlar için safsızlığın varlığında oluşan kenar durumları(Lu vd., 2011) önce incelenmiştir. İki boyutlu bir sistemdeki delik şeklindeki topolojik kusurun varlığında ortaya çıkan kenar durumlarının çözümleri de(Shan vd., 2011) yapılmıştır. Burada ayrıca manyetik alanın varlığının oluşan durumlara olan etkileri de incelenmiştir. Üç boyutlu topolojik yalıtkanlarda topolojik kusurların varlığında ortaya çıkan sıfır enerji durumlarının incelenmesi ve solucan deliği ve Witten etkilerinin anlaşılmasıgüncel araştırma konuları arasında yer almaktadır(Ran vd., 2009; Qi vd. 2008, Rosenberg ve Franz, 2010). Topolojik yalıtkanlarda yer alan safsızlık ve kusurların sayısının

hacimsel olarak fazla olduğu durumlarda farklı taşınım özelliklerinin ortaya çıktığı da bilinmektedir(Chu vd., 2012).

Düşük enerji limitlerinde enerji dağınım bağıntıları Dirac denklemine karşılık gelen lineer dağınım gösteren materyallere genel olarak Dirac materyalleri adı verilmektedir. Topolojik yalıtkanların yüzey durumlarında bu özelliği sağlamaktadır. Dirac materyallerinin en bilinen örneği grafendir. Değerlik ve iletim bantlarının Dirac noktalarında noktasal olarak birbirine dokunduğu ve yarımetal olarak adlandırılan bu tip materyallerde kontrol edilebilir bir enerji aralığının oluşturulması farklı teknolojik uygulamalara yol açabilmesi açısından önemlidir. Grafende aralık açılmasına yönelik çeşitli teorik ve deneysel yaklaşımlar mevcuttur(Song vd., 2013; Bokdam vd., 2014; Jung vd., 2015; Hague, 2014; Kindermann vd., 2012). Bunlar arasında en güncel olanlarından birisi iki boyutlu grafen katmanlarının hekzagonal boron nitrit (h-BN) alttaşı üzerine yerleştirerek enerji aralığı açmaktır(Scharf vd., 2013; Konar vd., 2010). Grafen bu tür bir alttaş üzerine yerleştirildiğinde, alttaştaki taşıyıcı yüzey-optik fononları ile grafendeki elektronların etkileşmesinden kaynaklanan yeni etkiler meydana gelir ve bu da enerji aralığı üzerinde değişim meydana getirir. Alttaş ile hava arasına yerleştirilmiş tek grafen katmanındaki enerji aralığına yüzey-optik fononlarından kaynaklanan katkılar(Wang vd., 2015)'da incelenmiştir.

Topolojik yalıtkanlar, topolojik olarak korunan kenar durumlarına sahip enerji aralıklı etkileşimsiz fermiyon Hamiltonyenleri ile betimlenirler. Bu kenar durumları aralıksızdır ve Hamiltonyenin genel simetrileri bozulmadığı ve hacimsel aralık kapanmadığı sürece rastgele deformasyonlar (pertürbasyonlar) altında korunurlar. Birbirlerine sürekli deformasyonlar altında dönüşebilen Hamiltonyenler aynı topolojik sınıfı temsil ederler. Farklı topolojik fazlar, uygun topolojik değişmezlerle ifade edilirler ve farklı fazlar birbirlerine sürekli deformasyonlarla dönüşemezler. Enerji aralıklı Hamiltonyenlerin bazı kesikli simetriler altındaki davranışlarını göz önüne alınarak bunlar için genel bir simetri sınıfları tablosu oluşturulabilir. Gözönüne alınan bu kesikli simetriler; zaman-tersleme simetrisi (T), yük

eкleniklik simetrisi (C) ve bu ikisinin bileкimi olan kiral simetri (S)'dir. Enerji aralığında bir Hamiltonyenin bu simetriler altında korunup korunmamasına bağlı olarak on farklı simetri sınıfı tanımlanabilir. Ayrıca bu farklısimetri sınıflarının her birinin geometrik simetrik uzaylara karşılık geldiği de gösterilmiкtir(Zimbauer, 1996; Altland ve Zimbauer, 1997). Bu simetrik uzayların farklıboyutlardaki topolojik özellikleri kullanılarak farklıboyut ve sınıftaki topolojik yalıtkanların varlığı öngörülebilir. Bahsi geçen simetrik uzayların farklıboyutlardaki yüksek homotopi gruplarının hesaplanmasıyla farklıboyut ve sınıftaki Z ve Z_2 topolojik yalıtkanlarının varlığı ya da topolojik fazların yokluğunu gösteren topolojik yalıtkanların periyodik tablosu oluкturulmuкtur(Kitaev, 2009; Schnyder vd., 2008).

Farklıboyut ve sınıflardaki topolojik yalıtkan Hamiltonyenleri arasında boyutsal indirgeme yöntemi kullanılarak geçiк yapılabilir. Yüksek boyutlu ana modelden düкük boyutlu modelin inкasıçin Kaluza-Klein boyutsal indirgeme yöntemi kullanılır. Buna göre yüksek boyutlu modeldeki boyutlardan birisi çember кeklinde seçilip kompaktlaкtırılır. Böylece üst boyuttaki kütlesiz Hamiltonyenden yola çıkılıp düкük boyutta kütleli (enerji aralıklı) Hamiltonyene ulaкılabilir. Bu yöntem kullanılarak farklıtopolojik sınıflardaki topolojik yalıtkan Hamiltonyenlerinin elde edilmesine yönelik genel inceleme(Ryu vd., 2010)'de yapılmaктır. Topolojik yalıtkanlardaki kenar durumlarının oluкumu band terslenme mekanizmasıyla ilikkilidir. Topolojik yalıtkanı temsil eden Dirac Hamiltonyenindeki kütle teriminde yer alan parametrelerin ikaret değiктirdiği aralıklarda band enerjileri de ikaret değiктirir ve bu da farklıtopolojik fazların ortaya çıkmasına yol açar. Deneysel olarak kontrol edilebilir çeкitli parametreler aracılığıyla bu tür bir band terslenmesinin oluкturulmasıve kaldırılmasıgüncel araкtırma konularıarasında yer almaktadır(Bahramy vd., 2012; Kim vd., 2012). Basınç, elektrik alan ve çeкitli diğer parametreler bu yöndeki adaylar olarak öne sürülmüктür(Xu vd., 2011; Diehl vd., 2011; Li vd., 2009). Bunların yanısıra elektron-fonon etkileкmelerinin hesaba katılmasının da band terslenmesine yol açabileceği öne sürülen yaklaкımlar arasındadır(Garate, 2013; Saha ve Garate, 2014). Elektron-fonon etkileкmesinin bant terslenmesine yol açmadığı durumlarda da bu etkinin enerji aralığının kontrol edilebilmesine

yönelik sonuçları incelenebilir. Elektron-fonon etkileşmelerinin bilinen topolojik yalıtkan materyalleri olan HgTe/CdTe kuantum kuyuları ve BiSb gibi materyallerin enerji aralıklarına olan etkilerinin ayrıntılı incelemeleri literatürde henüz yeterince yer almayan araştırma konularıdır. Topolojik yalıtkanlarda elektron-fonon etkileşmelerinin sonuçlarının incelenmesi projedeki araştırma konularından birisi olacaktır.

Bi2Te3 ve Bi2Se3 gibi spintronik alet yapımı ve kuantum hesaplamalarındaki uygulamalar için gelecek vaad eden TI'ler zaman-terslenme simetrisi ile korunan spin-polarize metalik yüzeyler ile karakterize edilirler. Bu materyallerin cihaz yapımındaki uygulamaları ise ince film kullanımını gerektirir. Filmler yeterince ince oldukları zaman sistemin spin dokusunu etkileyebilir ve böylece özelliklerini ayarlayabilmeye izin verir. Topolojik durumların deneysel karakterizasyonu topolojik düzen ile kuantum hapsi arasındaki etkileşimi anlamak için esastır. Özellikle, güçlü bir metod topolojik durumların bağıl kütlesini spin-açısal momentumunun araştırılmasını için çok uygun olan ve kendisi de bir açısal momentum taşıyan dairesel polarize ışığı kullanan ARPES'dir. Zıt polarize ışık kullanarak uyarılmadan kaynaklanan fotoemisyon şiddetleri arasındaki fark bir dairesel dikroizm (CD) sinyaline yol açar ve bu metod aslında magnetik materyallerin magnetik momentlerinin karakterizasyonu için kullanılır. Çok yakın zamanlarda bu metod TI'leri incelemek için kullanılmıştır ve TI'lerin helisel Dirac durumlarından dolayı da kuvvetli CD gözlemlenmiştir(Li ve Carbotte, 2013; Wang vd., 2011; Xu vd., 2012; Mirhosseini ve Henk, 2012; Zhang vd., 2012; Chen vd., 2013; Scholz vd., 2013; Vidal vd., 2013; Vidal vd., 2013b). Bu konudaki ilgi artışına rağmen, gözlemlenen karmaşık CD'nin altında yatan fizik halen zorlu bir problemdir. CD'nin gelen fotonun enerjisine, film kalınlığına ve deneysel geometriye bağımlılıkları aynı deneysel makalelerde nümerik hesaplamalar ile kısmen açıklanmaya çalışılmış gibi görülse de, topolojik yüzey durumlarının spin polarizasyonları analizde önemli bir rol oynarken, bu niceliğin deneysel verilerden çıkarımı fotoemisyon prosesini tamamen anlamayı gerektirir. Açısal momentum taşıyan dairesel kutuplu ışığın fotoelektronların spinlerini kontrol etmede kullanılabilir olması

beklenirken ayrıca bu fotoelektronların spininin gelen fotonun enerjisi ve film kalınlığı ile de kontrol edilebileceği gözlemlenmiştir(Li ve Carbotte, 2013; Wang vd., 2011; Xu vd., 2012; Mirhosseini ve Henk, 2012; Zhang vd., 2012; Chen vd., 2013; Scholz vd., 2013; Vidal vd., 2013; Vidal vd., 2013b). CD'nin derecesi sadece numunenin kalınlığı, foton şiddeti ve spin dokusuna göre değişil hegzogonal eğrilik etkisi ile de değişecektir(Xu vd., 2015; Jung vd., 2011).

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Projenin konusu kuramsal çalışmalara dayandığından farklı problemler için o probleme uygun yöntemler ele alınıp incelemeler yapılmıştır.

Topolojik yalıtkanlarda elektron-fonon etkileşmelerinin etkileri ile ilgili çalışmalarda, topolojik yalıtkanlara ait Fröhlich tipi çok parçacık Hamiltonyeninin özdeğerleri Lee-Low-Pines tipi üniter dönüşümler kullanılarak hesaplanmıştır.

Sağlık BTZ karadeliğinin eğri bir grafen yüzeyi ve 2Dlu topolojik yalıtkanlar ile modellenmesi probleminde ise eğri uzay-zamandaki Dirac denklemine karşılık gelen hermitsel Dirac Hamiltonyeninin bulunmasında psödo-Hermitsel kuantum mekaniği yöntemleri kullanılmıştır. Bu Hamiltonyene ait özdeğerlerin bulunmasında da kesikli baz kümesi (discrete-basis-set) yöntemi aracılığıyla yapılmıştır. Bu yöntemler ve yol açtıkları sonuçlar, bulgular kısmında detaylıolarak incelenmiştir.

4. BULGULAR

Grafenden Topolojik Yalıtkanlara-Dirac Materyalleri: Elektron-fonon Etkileşmeleri, Dikroizm ve Analog Gravite'ye bakılan projemizin temel amaçları yüzey optik fononlardan kaynaklı elektron-fonon etkileşmelerinin iki ve üç boyutlu topolojik yalıtkanların band yapısı üzerine etkilerinin anlaşılması ve 2+1 boyutlu saçılan BTZ karadeliklerin grafenden iki boyutlu topolojik yalıtkan olanlara değin Dirac malzemelerinde modellenerek Hawking-Unruh sıcaklığının kuantum doğası üzerine öngörülerde bulunabilmektir. Öneride sunduğumuz sistemler ve ışık paketleri üzerinden, üç yıllık araştırma döneminde hedeflediğimiz temalar konusunda elde edilen gelişmeler kısaca şöyle özetlenebilir:

A. Projenin ana hedeflerinden ışık paketleri 1-4 ve 6 çerçevesinde projede iki ve üç boyutlu topolojik yalıtkanların kıyı ve yüzey durumları üzerine yüzey optik ve akustik fononların etkisini anlamak için

$$\mathcal{H}(k) = H_{BHZ}(k) + H_{e-ph}(k) \qquad (1)$$

efektif Hamiltoniyeni 4x4'lük yörünge⊗spin uzayında ele alınarak sırasıyla şu çalışmalar yapılmıştır;

Topolojik yalıtkanlarda, yüzey elektronlarının Dirac konisinin düşük enerjili uzun-dalga boyu davranışını Bernevig-Hughes-Zhang (BHZ) efektif Hamiltonyeni olarak da adlandırılan Denklem(1) deki H_{BHZ}

$$H_{BHZ}(k_x, k_y) = \begin{pmatrix} H(k) & \mathbf{0} \\ 0 & H^*(-k) \end{pmatrix}$$

dört-band Hamiltoniyeni ile verilir. Burada,

$$\epsilon_k = C - D(k_x^2 + k_y^2)$$
$$d^1 = Ak_x$$
$$d^2 = Ak_y$$
$$d^3 = \mathcal{M}(k) = M - B(k_x^2 + k_y^2)$$

olmak üzere $H(k_x, k_y)$

$$H(k_x, k_y) = \epsilon_k I_2 + d^a \sigma^a$$

σ^a Pauli spin matrisleri cinsinden verilen ve materyal parametrelerini barındıran iki boyutlu bir Hamiltoniyendir. Topolojik yalıtkanlardaki elektronların yüzey durumlarının yüzey optik fononlar ile etkileşmesindeki temel problem elektron-fonon etkileşmesini

tüm simetri operasyonlarıyla sıra değişiklikte 4x4'lük yörünge⊗spin uzayında simetri argümanlarını gözeterek yazabilme problemi olup, bu kısımda çözülmüştür;

Elektron-fonon etkileşmesinin matris elemanları yörünge ve spin uzayında tanımlanmış (yörünge⊗spin) 4x4'lük M_{ij} matrisleri içermelidir. Bu matris elemanları, elektron ve fononların dalga vektörlerinin little grup simetri operasyonlarına göre invaryant olmalıdırlar.

Projede ele aldığımız uzun-dalga boylu yüzey optik fonon modları Γ- noktasına yakın momentuma sahiptirler, dolayısıyla jenerik bir q için little grup örgünün uzay grubudur. Bi_2Se_3 gibi topolojik yalıtkanlarda yüzey durumları da Γ-noktası civarında olduklarından dolayı, yüzey durumlarının little grubu da, fononlar gibi, örgünün uzay grubudur. Bu tip topolojik yalıtkanlarda uzay grubu, I uzay inversiyonu ve T zaman terslenmesi olmak üzere, G={C_6, I, T }'dir.

Yörünge⊗spin uzayını τ ve σ Pauli matrisleri ile gösterirsek, Dirac matrisleri $\gamma_0 = \mathrm{i}\, 1\otimes\tau_z$, $\gamma_i = \sigma_i \otimes \tau_x$ (i=1,…,3) olur. Özdeşlik matrisi 1 ve $\gamma_5 = \mathrm{i}\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = -1\otimes\tau_y$ matrisinin yanısıra dört adet $\gamma_0\gamma_5 = 1\otimes\tau_x$ $\gamma_i\gamma_5 = -\mathrm{i}\sigma_i\otimes\tau_z$ matris ve $\Sigma_{\mu\nu} = (\mathrm{i}/2)\left[\gamma_\mu,\gamma_\nu\right]$ ile tanımlı altı adet $\Sigma_{0i} = -\sigma_i\otimes\tau_y$ ve $\Sigma_{ij} = \varepsilon_{ijk}\sigma_k\otimes 1\ (i<j)$ matrisleri de vardır. Bu toplam onbeş adet matris ve 1 birim matrisi Tablo 1 de verilen 4x4'lük matrislerin uzayında bir baz oluşturur:

Tablo 1: 4x4'lük matrislerin uzayındaki bazlar. Y, C_6 ya da T simetri operasyonları altında korunan matrisleri etiketler

Matris	**C_6**	T	**Matris**	**C_6**	T
1	Y	Y	$\mathrm{i}\gamma_2\gamma_5$		
γ_0	Y	Y	$\mathrm{i}\gamma_3\gamma_5$	Y	
γ_1			$\mathrm{i}\Sigma_{01}$		Y
γ_2			$\mathrm{i}\Sigma_{02}$		Y
γ_3	Y		$\mathrm{i}\Sigma_{03}$	Y	Y
γ_5	Y		Σ_{12}	Y	
$\gamma_0\gamma_5$	Y	Y	Σ_{13}		
$\mathrm{i}\gamma_1\gamma_5$			Σ_{23}		

Bu tablodan, zaman terslenmesini koruyan yedi adet 2. mertebe tensöre yol açan dört adet sabit vektörü çıkarmak mümkündür ki bunlar da Tablo 2 de verilmişlerdir.

Tablo 2: Zaman terslenmesi ve parite değişmez elektron-fonon etkileşmesini inşaa etmek için kullanılacak matrisler

	TR	I
$\boldsymbol{a} = (\gamma_1,\ \gamma_2,\ \gamma_3)$	-1	-1
$\boldsymbol{b} = (\Sigma_{23},\ \Sigma_{31},\ \Sigma_{12})$	-1	+1
$\boldsymbol{p} = (\mathrm{i}\Sigma_{01},\ \mathrm{i}\Sigma_{02},\ \mathrm{i}\Sigma_{03})$	+1	-1
$\boldsymbol{b}' = (\mathrm{i}\gamma_1\gamma_5,\ \mathrm{i}\gamma_2\gamma_5,\ \mathrm{i}\gamma_3\gamma_5)$	-1	+1

İnversiyon simetrisini bozanların dışındaki tensörler

$$\mathrm{a_i a_j} = (\sigma_\mathrm{i} \otimes \tau_\mathrm{x})(\sigma_\mathrm{j} \otimes \tau_\mathrm{x}) = \delta_{\mathrm{ij}} 1 \otimes 1 + \mathrm{i}\varepsilon_{\mathrm{ijk}} \sigma_\mathrm{k} \otimes 1$$

$$\mathrm{b_i b'_j} = (\sigma_\mathrm{i} \otimes 1)(\sigma_\mathrm{j} \otimes \tau_\mathrm{z}) = \delta_{\mathrm{ij}} 1 \otimes \tau_\mathrm{z} + \mathrm{i}\varepsilon_{\mathrm{ijk}} \sigma_\mathrm{k} \otimes \tau_\mathrm{z}$$

olarak yazılabilirler.

Bilineer antisimetrik kısımlar, bu matrislerin her birinin simetrik gerilme tensörü ile kontraksiyonu sonucu birbirlerini götüreceklerinden, $\mathrm{M_{ij}} = \delta_{\mathrm{ij}} 1 \otimes 1$ kalır. Yani, 4x4'lük yörünge$\otimes$spin uzayı göz önüne alındığında, elektron-fonon etkileşmesi tüm simetri operasyonlarıyla sıfıra değişmeyecek şekilde özdeklik matrisi ile orantılı olmalıdır.

Sonuç olarak, Dirac elektronlarının helisitesinde diagonal olan bir elektron-fonon bağlaşım matrisi gerekliliği anlaşılmıştır.

1. Böylelikle, Denklem (1)

$$\mathcal{H}(k) = H_{BHZ}(k) + H(k) I_q$$

şeklinde yazılabilir. Bunun çözümü ise, spin yukarı ve aşağı durumlar için

$$|\Psi\rangle_{\uparrow(\downarrow)} = \psi_{k_x \uparrow(\downarrow)}(x, y) \otimes U_1 U_2 |0\rangle_{PH}$$

deneme vektörü kullanılarak 2Bu BHZ Hamiltoniyenini köşegenleştirme çalışmaları yapılmıştır. Burada

$$\Psi_{\uparrow(\downarrow)}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{L_x}} e^{ik_x x} \begin{cases} G^{\uparrow}_{k_x}(y) \mathrm{X}_{\uparrow} \\ G^{\downarrow}_{-k_x}(y) \mathrm{X}_{\downarrow} \end{cases}$$

2 boyutlu topolojik yalıtkanların kıyı özdurumları olup,

$$G^{\uparrow}_{k_x}(y) = \left[\frac{2\lambda_1\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}\right]^{1/2} (e^{\lambda_1 y} - e^{\lambda_2 y})$$

ile verilir. Burada kökler

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{B_+ B_-}}\left[\frac{|A|}{2} \mp \sqrt{Z_{k_x}}\right]$$

BHZ parametreleri bağındadır. Denklem.(1) deki yüzey durumlarının yüzey optik fononlar ile etkileşmesini veren Hamiltoniyen, kompleks etkileşme genliği

$$V_q = i\hbar\omega_s \left(\frac{2\pi}{s}\alpha_s r_{ps}\right)^{1/2} \frac{e^{-qz}}{\sqrt{q}}$$

olmak üzere

$$H_{el-ph} = \sum_q V_q \left(a_q^\dagger e^{-iq\cdot r} + h.c.\right)$$

şeklinde yazılabilir. 2D lu Bernevig-Hughes-Zhang (BHZ) Hamiltoniyeni (H_{BHZ}^{2D}) ile bu etkileşme hamiltoniyenlerinin toplamı olan efektif Hamiltoniyen , ilki elektron koordinatlarını içeriminde eden

$$U_1 = exp\left(-ir \cdot \sum_q q\, b_q^\dagger\, b_q\right)$$

üniter dönüşümü, ikincisi ise fonon koordinatlarını köşegenleştiren yerdeğiştirime osilatör dönüşümü

$$U_2 = exp\left[\sum_q \left(f_q b_q^\dagger - f_q^* b_q\right)\right]$$

ile köşegenleştirilmiştir. Bu köşegenleştirme çalışmalarını yaparken 2-boyutlu topolojik yalıtkanların kıyı durumları üzerine elektron-fonon etkileşmelerini hesaplamanın yeterli olmadığını, bulk durumları üzerine etkisini de hesaplamak gerekliliği de ortaya çıkmıştır. Bu köşegenleştirme sonucu, toplam efektif hamiltoniyenin tam köşegen olabilmesi için, fonon yaratıcı ve yok edici operatörlerinde lineer olan terimlerin katsayılarını sıfır yapan LLP varyasyon parametresi

$$f_q = -\frac{M_q^*}{\hbar\omega_{SO} \pm B_\pm[-2k.q + q^2 + 2q.(\sum_{q'} q'|f_{q'}|^2)]}$$

olarak bulunmuştur. Burada, η parametresi

$$\eta k = \sum_q q\left|f_q\right|^2$$

ile verilir. Bu denklemler analitik olarak çok uyumlu çözülerek **fonon giydirilmiş (phonon dressed) 2Dğu BHZ Hamiltoniyeni ilk defa bu proje kapsamında elde**

edilmiş olup, elektron-fonon etkileşmelerinin ilgili hamiltoniyenlerin kütle ve bulk durumlarına üzerine etkileri belirlenmiştir.

Bu çerçevede 1 adet bası̇na gelmesi beklenen önbasım gerçekleştirilmiştir.

2. Yukarıdaki problemde sınır-şartlarının değiştirildiğinde kütle durumlarının fiziği de değişecektir. Özellikle, spin-Hall yalıtkanının en belirgin özelliği zıt doğrultularda hareket eden farklı spinli aralıksız (gapless) kütle durumlarının varlığıdır. Ancak, sonlu genişlikli bir şerit kuantum spin-Hall etkisini yok ederek spektrumda şeridin genişliğine bağlı olarak bir aralığa sebebiyet verir. Bu etkiyi incelemek için

$$|\Psi\rangle_{\uparrow\downarrow} = \psi^{\mp}_{k_x\uparrow(\downarrow)}(x,y) \otimes U|0\rangle_{PH}$$

deneme durum vektörü kullanılarak (1) denklemini çözegenleştirme çalışmaları yapılmıştır. Burada, spin-yukarı durumlarına özvektörleri

$$\Psi^{+}_{k_x\uparrow} = \frac{C_+}{\sqrt{L_x}} e^{ik_x x} \begin{bmatrix} f_+ + \gamma^+_{k_x} f_- \\ h^+_1 f_- + \gamma^+_{k_x} \eta^+_2 f_+ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Psi^{-}_{k_x\uparrow} = \frac{C_-}{\sqrt{L_x}} e^{ik_x x} \begin{bmatrix} f_- + \gamma^-_{k_x} f_+ \\ h^-_2 f_+ + \gamma^-_{k_x} \eta^-_1 f_- \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ile verilmiştir. Spin-aşağı durum negatif ve pozitif enerji değerli özvektörleri de benzer şekilde yazmak mümkündür.

Bu çerçevede 1 adet bası̇na gelmesi beklenen önbasım gerçekleştirilmiştir.

3. Ek 3 de belirtilen 2 boyutlu topolojik yalıtkanlarda manyetik alan varlığında yüzey optik fonon etkileşmelerinin kütle durumları üzerine etkisi

$$H^{\uparrow} = \begin{pmatrix} C + M - (D+B)\dfrac{\left[\left(P_x - \frac{\hbar y}{l_B^2}\right)^2 + P_y^2\right]}{\hbar^2} & \frac{A}{\hbar}\left[\left(P_x - \frac{\hbar y}{l_B^2}\right) + iP_y\right] \\ \frac{A}{\hbar}\left[\left(P_x - \frac{\hbar y}{l_B^2}\right) - iP_y\right] & C - M + (B-D)\dfrac{\left[\left(P_x - \frac{\hbar y}{l_B^2}\right)^2 + P_y^2\right]}{\hbar^2} \end{pmatrix}$$

Hamiltoniyeni

$$|\Psi\rangle_{\uparrow} = \psi^{\uparrow}(x,y) \otimes U|0\rangle_{PH}$$

deneme durum vektörü kullanılarak incelenmiştir. Benzer hesaplar spin aşağı durumlar için de yapılmıştır. Burada, spin yukarı ve aşağı durumlar için özdurum vektörleri sırasıyla

$$\psi^{\uparrow}(x,y) = \frac{e^{ik_x}}{\sqrt{L}} \begin{pmatrix} f_{\uparrow}(\xi) \\ g_{\uparrow}(\xi) \end{pmatrix}$$

$$\psi^{\downarrow}(x,y) = \frac{e^{ik_x}}{\sqrt{L}} \begin{pmatrix} f_{\downarrow}(\xi) \\ g_{\downarrow}(\xi) \end{pmatrix}$$

şe verilir, buradaki fonksiyonlar $\xi = \xi(y) = \sqrt{2}\,(y - l_B^2\hbar)/l_B$ parametresi aracığıyla

$$f_\uparrow(\xi) = v_1 D_\nu(\xi)$$
$$g_\uparrow(\xi) = v_2 D_{\nu-1}(\xi)$$

parabolik silindirik fonksiyonlara ($D_\nu(\xi)$) bağlı olup

$$\begin{pmatrix} f_\uparrow(\xi) \\ g_\uparrow(\xi) \end{pmatrix} = \alpha\chi_+^\uparrow(\xi) + \beta\chi_-^\uparrow(\xi) + \gamma\eta_+^\uparrow(\xi) + \delta\eta_-^\uparrow(\xi)$$
$$\begin{pmatrix} f_\downarrow(\xi) \\ g_\downarrow(\xi) \end{pmatrix} = \tilde{\alpha}\chi_+^\downarrow(\xi) + \tilde{\beta}\chi_-^\downarrow(\xi) + \tilde{\gamma}\eta_+^\downarrow(\xi) + \tilde{\delta}\eta_-^\downarrow(\xi)$$

olarak tanımlanırlar.

İki boyutlu topolojik yalıtkanların, manyetik alan varlığında, alt tabaka tarafından indüklenen elektron-yüzey optik (SO) fonon etkileşmesinin bulk ve köşe durumlar üzerine etkileri evvelki kesimlerde anlatılan analitik prosedür kullanılarak elde edilmiştir. Köşegenleştirilmiş efektif Hamiltonien için spin-yukarı durum negatif ve pozitif değerli özvektöre sahip deneme durum vektörü uygulandığında karşımıza gelen enerji özdeğerleri

$$E_-^\uparrow(n) = C - \frac{2Dn + B}{l_B^2} \pm \sqrt{\frac{2nA^2}{l_B^2} + \left(M - \frac{2Bn + D}{l_B^2}\right)^2}$$

şeklinde verilir. Aynı şekilde, spin-aşağı durum negatif ve pozitif enerji özdeğerli özvektör ve spin-aşağı durum Hamiltonieni kullanılarak karşımıza gelen özdeğerleri de,

$$E_+^\downarrow(n) = C - \frac{2Dn - B}{l_B^2} \pm \sqrt{\frac{2nA^2}{l_B^2} + \left(M - \frac{2Bn - D}{l_B^2}\right)^2}$$

olarak ifade edilir. Yukarıdaki problemde sınır-kartlarını değiştirildiğinde bulk durumu köşedurumlarının fiziğine dönüşecektir. Köşedurumlarının sınır şartları

(i) Yarısonsuz sisteme karşılık gelen enerji uygun sınır şartlarının

$$V(y) = \begin{cases} 0 & y > 0 \\ \infty & diğer\ yerlerde \end{cases}$$

uygulanmasıyle ortaya çıkan doğrusal denklem sisteminin şıkıkar olmayan çözümleri spin-aşağı ve spin yukarıdurumlarıiçin

$$c_-^{\uparrow/\downarrow} D_{\nu_-^{\uparrow/\downarrow}-1}(\xi_0) D_{\nu_+^{\uparrow/\downarrow}}(\xi_0) - c_+^{\uparrow/\downarrow} D_{\nu_+^{\uparrow/\downarrow}-1}(\xi_0) D_{\nu_-^{\uparrow/\downarrow}}(\xi_0) = 0,$$

$\left(\xi_0 = -\sqrt{2}lk\right)$ olarak elde edilir.

Yukarıdaki problemde sınır-kartlarını değiştirildiğinde köşe durumlarının da fiziği değişecektir.
(ii) Sonlu sistem için sonlu şerit geometrisine ait potansiyel kullanılarak,

$$V(y) = \begin{cases} 0 & |y| < \omega/2 \\ \omega & diğer\ yerlerde \end{cases}$$

potansiyeline karşılık gelen doğrusal sistemlerinin analitik olmayan çözümleri ise,

$$det\begin{pmatrix} \chi_+^{\uparrow/\downarrow}(\xi_1)\,\chi_-^{\uparrow/\downarrow}(\xi_1)\eta_+^{\uparrow/\downarrow}(\xi_1)\eta_-^{\uparrow/\downarrow}(\xi_1) \\ \chi_+^{\uparrow/\downarrow}(\xi_2)\,\chi_-^{\uparrow/\downarrow}(\xi_2)\eta_+^{\uparrow/\downarrow}(\xi_2)\eta_-^{\uparrow/\downarrow}(\xi_2) \end{pmatrix} = 0$$

$\left(\xi_{1/2} = \sqrt{2}(\mp\omega/2 - l_B^2 k)/l_B\right)$ olarak elde edilir.

Bu çerçevede yapılan çalışmaların önbasamağı hazırlanmaktadır.

4. 3-boyutlu topolojik yalıtkanların BHZ modeline dayalı elektron-fonon etkileşmesi içeren efektif hamiltoniyen

$H_{eff} = H_{BHZ}^{3D} + H_{e-p}$
(2)

burada H_{BHZ}^{3D},

$\epsilon_k = C_0 + C_1 k_z^{\,2} + C_2 k_\perp^{\,2}$
$\mathcal{M}(k) = M_0 + M_1 k_z^{\,2} + M_2 k_\perp^{\,2}$
$\mathcal{A}(k_\perp) = A_0 + A_2 k_\perp^{\,2}$
$\mathcal{B}(k_z) = B_0 + B_2 k_z^{\,2}$
olmak üzere 4x4'lük yörünge-spin uzayında

$$H_0 = \epsilon_k + \begin{bmatrix} \mathcal{M}(k) & \mathcal{B}(k_z)k_z & 0 & \mathcal{A}(k_\perp)k_+ \\ \mathcal{B}(k_z)k_z & -\mathcal{M}(k) & \mathcal{A}(k_\perp)k_+ & 0 \\ 0 & \mathcal{A}(k_\perp)k_+ & \mathcal{M}(k) & -\mathcal{B}(k_z)k_z \\ \mathcal{A}(k_\perp)k_+ & 0 & -\mathcal{B}(k_z)k_z & -\mathcal{M}(k) \end{bmatrix}$$

ile verilir. Denklem(2) için $|\Psi\rangle^{3D} = \Psi_\pm \otimes U_1 U_2 |0\rangle_{PH}$

deneme durum vektörü ile köşegenleştirme çalışmaları yapılmıştır. Burada

$$\Psi_\pm = C_\pm \begin{bmatrix} \pm i\sqrt{D_+} \\ \mp\sqrt{-D_-} \\ -\sqrt{D_+}e^{i\varphi} \\ i\sqrt{-D_-} \end{bmatrix}$$

yüzey durum özvektörleridir. Burada da, 2 boyutlu topolojik yalıtkanlar durumunda olduğu gibi, elektron-fonon etkileşmesinin sadece yüzey durumlarüzerine etkisi değil bulk durumlar üzerine etkileri, Denklem (2), yani 3D'lu Bernevig-Hughes-Zhang (H_{BHZ}^{3D}) Hamiltoniyeni ile elektron-SO fonon etkileşme hamiltoniyenlerinin toplamı olan efektif Hamiltoniyen , 2D dakine benzer işlemler ile, ilki elektron koordinatlarına bağlı olmayan

$$U_1 - exp\left(-ir \cdot \sum_q q\, b_q^\dagger\, b_q\right)$$

üniter dönüşümü, ikincisi ise fonon koordinatlarını kökegenleştiren yerdeğiştirime osilatör dönüşümü

$$U_2 = exp\left[\sum_q \left(f_q b_q^\dagger - f_q^* b_q\right)\right]$$

ile kökegenleştirilmiştir. Bu kökegenleştirme sonucu, toplam efektif hamiltoniyenin tam kökegen olabilmesi için, fonon yaratıcı ve yok edici operatörlerinde lineer olan terimlerin katsayılarını sıfır yapan LLP varyasyon parametresi

$$f_q - -\frac{M_q^*}{\hbar\omega_{SO} \pm B_1\left[-2k.q + q^2 + 2q.\left(\sum_{q'} q'|f_{q'}|^2\right)\right]}$$

olarak bulunmuştur. Burada, η parametresi

$$\eta k = \sum_q q|\, f_q|^2$$

ile verilir. Bu denklemler analitik olarak çözülerek **fonon giydirilmiş (phonon dressed) 3Döğu BHZ Hamiltoniyeni ilk defa bu proje kapsamında elde edilmiş** olup, elektron-fonon etkileşmelerinin ilgili hamiltoniyenlerin yüzey ve bulk durumlarüzerine etkileri belirlenmiştir. Ayrıca, Denklem.(2)ye

$$H_3 = \frac{1}{2}R_1\left(k_+^{\,3} + k_-^{\,3}\right)\begin{bmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2}R_2\left(k_+^{\,3} - k_-^{\,3}\right)\begin{bmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{bmatrix}$$

tetragonal warp u veren hamiltonien de eklenerek, elektron-SO fonon etkileşmesinin tetragonal warp üzerinedeki etkileri incelenmiştir.

Bu çerçevede yapılan çalışmaların önbasımı hazırlanmaktadır.

5. Küye ve bulk durumlar arasındaki optik geçiş, dikroizm hesabı şu şekilde yapılmıştır. BHZ Hamiltonieni zarf fonsiyon yaklaşımı ile $\vec{k}.\vec{p}$ methodu kullanılarak elde edilir. Her biri altı bileşene sahip, $|E_1\uparrow>$, $|H_1\uparrow>$, $|E_1\downarrow>$, $|H_1\downarrow>$ baz vektörlerinin sıralı kümesi

$$\mathcal{H}_{ij}(k_x, k_y) = \int dz\ <\psi_j\,|\mathcal{H}_{5x6}(-i\partial_z)|\,\psi_i>$$

Efektif Hamiltonieni yazmak için kullanılır ise

$$\mathcal{H}=\begin{bmatrix} \langle E_1\uparrow|H|E_1\uparrow\rangle & \langle H_1\uparrow|H|H_1\uparrow\rangle & 0 & 0 \\ \langle E_1\uparrow|H|H_1\uparrow\rangle & \langle H_1\uparrow|H|H_1\uparrow\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle E_1\downarrow|H|E_1\downarrow\rangle & \langle H_1\downarrow|H|E_1\downarrow\rangle \\ 0 & 0 & \langle E_1\downarrow|H|H_1\downarrow\rangle & \langle H_1\downarrow|H|H_1\downarrow\rangle \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} M-B_+k^2 & Ak_+ & 0 & 0 \\ Ak_- & -(M-B_-k^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M-B_+k^2 & -Ak_- \\ 0 & 0 & -Ak_+ & -(M-B_-k^2) \end{bmatrix}$$

elektron ï foton kuplajê $\vec{A}_0$ vektör potansiyel olmak üzere

$$\frac{1}{2m_e}\left(\vec{p}+\frac{e}{c}\vec{A}_0\right)^2 \Rightarrow \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m_e}+\frac{e}{c}\frac{\vec{A}_0.\vec{p}}{m_e}$$

(minimal) olduî u dükünülür ise , $\vec{k}.\vec{p}$ methodunda bu (bir pertürbasyon terimi olarak)

$$\frac{\hbar}{m_e}\vec{k}.\vec{p} \longrightarrow \left(\frac{\hbar}{m_e}\vec{k}+\frac{e\,\vec{A}_0}{c\,m_e}\right).\vec{p}$$

yerdeî ıktirmeye karkêak gelecektir. Böylelikle spin-yukarêHamiltonien için

$$h_\uparrow(\vec{k})=\begin{bmatrix} M-B_+k^2 & A\left(k_+ + \frac{e}{\hbar c}A_{0+}\right) \\ A\left(k_- + \frac{e}{\hbar c}A_{0-}\right) & -(M-B_-k^2) \end{bmatrix}$$

spin akaî êiçin ise

$$h_\downarrow(\vec{k})=\begin{bmatrix} M-B_-k^2 & -A\left(k_- + \frac{e}{\hbar c}A_{0-}\right) \\ A\left(k_+ + \frac{e}{\hbar c}A_{0+}\right) & (M-B_-k^2) \end{bmatrix}$$

burada $A_{0\pm}=A_{0x}\pm iA_{0y}$, A_{0+} saî elli dairesel polarizasyon iken, A_{0-} sol elli dairesel polarizasyondur. Beklendiî i gibi elektron-foton kulpajê kökegen olmayan terimlerde ortaya çêkar. Böylelikle w_0 frekanslê bir fotonun soî urumu $|E_1\uparrow\rangle \longrightarrow |H_1\uparrow\rangle$ ve $|H_1\downarrow\rangle \longrightarrow |E_1\downarrow\rangle$ optik geçikleri olabilir. $|E_1\uparrow\rangle \longrightarrow |H_1\uparrow\rangle$ geçiki $H_\uparrow$ Hamiltonieninin matris elemanê aracêêê ile saî dairesel polarize fotonun soî urumu ile mümkün iken $|H_1\downarrow\rangle \rightarrow |E_1\downarrow\rangle$ geçiki $H_\downarrow$ Hamiltonieninin $-A\frac{e}{\hbar c}A_{0+}$

matris elemanêile ilikkilidir. Saî elli polarize fotonun iki geçiki de mümkün kêacaî ê açêktêr. Bu iki çekit geçik matris elemanlarêkêyêdurumlarêndan iletim bandêna spin koruyan geçik için tanêmlanêlar:

(i) Ķki

$$M_{\uparrow} = \langle \psi_{\uparrow}^{c} | \begin{bmatrix} 0 & H_{e-f} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} | \psi_{\uparrow}^{kuyu} \rangle$$

Burada iletim (conduction) bandē

$$|\psi_{\uparrow}^{c}\rangle = \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}$$

Ve kāyēdurumlar için

$$|\psi_{\uparrow}^{kuyu}\rangle = \begin{bmatrix} i\sqrt{|B_-|} \\ \sqrt{|B_+|} \end{bmatrix} (e^{-\lambda_1 x} - e^{-\lambda_2 x})$$

ile verilirler. Bu durumda

$$M_{\uparrow} = \frac{e}{c}\frac{A_{0+}}{\hbar} A \sqrt{|B_+|}\, F^{*}$$

(ii) Ķincisi de

$$M_{\downarrow} = \langle \psi_{\downarrow}^{c} \left| \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ H_{e-f} & 0 \end{bmatrix} \right| \psi_{\downarrow}^{el} \rangle$$
$$= i\frac{cA_{0+}}{\hbar c} A \sqrt{|B_-|}\, G^{*}$$

Bu durumda

$$\frac{|M_{\downarrow}|}{|M_{\uparrow}|} = \frac{\sqrt{|B_-|}}{\sqrt{|B_+|}} \frac{|G|}{|F|} = \frac{|B_-|}{|B_+|} = \frac{|B-D|}{|B+D|}$$

bulunur ki HgTe / CdTe parametreleri için bu $|M_{\downarrow}|^2 / |M_{\uparrow}|^2 \cong 47.6$ dür. Yani, optik geçikler güçlü bir ĸekilde spin baķımlıdır. Elektron-foton baķlaĸımının varlığında, bulk ve kāyēdurumlarārasındaki optik geçik olasılığının BHZ Hamiltonienin materyal parametrelerinin ve dolayısıyla fonon giydirilmiĸ BHZ Hamiltoniyen parametrelerinin bir fonksiyonu olduķu da düĸünülür ise, bu geçiklerin spin dokusuna baķlılığının yanısıra alttaĸ parametrelerine de sıkısıkıya baķlı olduķu görülür.

Bu çerçevede yapılan çalıĸmaların önbasımı hazırlanmaktadır.

B. Bir evvelki dönemde, Beltrami trompetini veren Dirac denklemi elde edilmiĸ, ve saflıBTZ karadelik problemine ait Dirac-Weyl denkleminin simetrilerinin incelenmesi ve denklemin kurulmasıtamamlanmıştır. 13. aydan baĸlayıp, 36. aya kadar süren ĶP 10 kapsamında bu dönmede aĸaķıdaki çalıĸmalar yapılmıştır: 2+1 boyutlu Einstein gravitasyon çözümlerine sahip eksensel simetrik

$$-dt^2 + \frac{dr^2}{\Delta^2} + \frac{r^2}{\Delta}(d\phi - Wdt)^2$$

BTZ saflı karadeliķi için olan metrikten hareket ile bulunan Dirac-Weyl denklemine karĸılıķ gelen Dirac Hamiltonieni bulunmuĸ ve bunun pseudo-hermitik eĸdeķerini bulabilmek için

$$g_{00} = -1 + \frac{r^2W^2}{\Delta}, g_{11} = \frac{1}{\Delta^2}, g_{22} = \frac{r^2}{\Delta}, g_{02} = -\frac{r^2W}{\Delta}$$

$$g^{00} = -1, g^{11} = \Delta^2, g^{22} = -W^2 + \frac{\Delta}{r^2}, g^{02} = -W, g = -\frac{r^2}{\Delta^3}$$

metrik bileşenleri aracılığıyla

$$H_{\underline{0}}^{0} = \sqrt{-g_{00}} = 1, \quad H_{\underline{0}}^{1} = -\frac{g^{01}}{\sqrt{-g^{00}}} = 0, \quad H_{\underline{0}}^{2} = -\frac{g^{02}}{\sqrt{-g^{00}}} = W$$

$$H_{\underline{1}}^{0} = H_{\underline{2}}^{0} = 0, \quad H_{\underline{1}}^{1} = H_{\underline{2}}^{2} = 0, H_{\underline{2}}^{1} = \Delta, \quad H_{\underline{1}}^{2} = \frac{\sqrt{\Delta}}{r}$$

$$H_{0\underline{0}} = -1, H_{0\underline{1}} = -\frac{rW}{\sqrt{\Delta}}, H_{0\underline{2}} = 0, \; H_{1\underline{0}} = 0$$

$$H_{1\underline{0}} = 0, \quad H_{1\underline{1}} = 0, \qquad H_{1\underline{2}} = \frac{1}{\Delta}, \quad H_{2\underline{0}} = 0$$

$$H_{2\underline{1}} = \frac{r}{\sqrt{\Delta}}, \quad H_{2\underline{2}} = 0, \; H_{\underline{0}}^{\underline{0}} = 1, \quad H_{\underline{1}}^{\underline{0}} = 0$$

$$H_{\underline{2}}^{\underline{0}} = 0, \quad H_{\underline{0}}^{\underline{1}} = -\frac{rW}{\sqrt{\Delta}}, \quad H_{\underline{1}}^{\underline{1}} = 0, \qquad H_{\underline{2}}^{\underline{1}} = \frac{r}{\sqrt{\Delta}}$$

$$H_{\underline{0}}^{\underline{2}} = 0, \quad H_{\underline{1}}^{\underline{2}} = \frac{1}{\Delta}, \; H_{\underline{2}}^{\underline{2}} = 0$$

Schwinger fonksiyonları

$$\Gamma_{\underline{21}}^{\underline{0}} = \Gamma_{\underline{12}}^{\underline{0}} = \frac{r^2W}{2\Delta}$$

$$\Gamma_{\underline{00}}^{\underline{1}} = \frac{rW}{2}[-2r\Delta W' + W(-2\Delta + r\Delta')], \quad \Gamma_{\underline{11}}^{\underline{1}} = -\frac{\Delta'}{\Delta}$$

$$\Gamma_{\underline{20}}^{\underline{1}} = \Gamma_{\underline{02}}^{\underline{1}} = \frac{r}{2}[r\Delta W' + W(2\Delta - r\Delta')], \quad \Gamma_{\underline{22}}^{\underline{1}} = \frac{r}{2}(-2\Delta + r\Delta')$$

$$\Gamma_{\underline{10}}^{\underline{2}} = \Gamma_{\underline{01}}^{\underline{2}} = -\frac{2W\Delta + r^3W^2W' + r\Delta W' - rW\Delta'}{2r\Delta}$$

$$\Gamma_{\underline{12}}^{\underline{2}} = \Gamma_{\underline{21}}^{\underline{2}} = \frac{2\Delta + r^3WW' - r\Delta'}{2r\Delta}$$

başlantı katsayıları da hesaplanarak bulunmuştur. Dolayısı ile bu dönemde BTZ metriğine ait Dirac denklemi ile ilişkili hermitik olmayan Hamiltoniyen elde edilmiş, ve bu Hamiltoniyen ile eşdeğer spektruma sahip, ancak pseudo-Hermitik olan, Hamiltoniyene ait özdeğer denkleminin kurulmasıçin

$$\mathcal{H}_0 = \frac{i}{(-g^{00})}\tilde{\gamma}^0\tilde{\gamma}^k\frac{\partial}{\partial x^k} - i\mathcal{F}_0 + \frac{i}{(-g^{00})}\tilde{\gamma}^0\tilde{\gamma}^k\mathcal{F}_k$$

olmak üzere

$$\mathcal{H}_\eta = \mathcal{H}_0 - \frac{i}{4(-g^{00})}\tilde{\gamma}^0\tilde{\gamma}^k\left[\frac{\partial \ln(-g)}{\partial x^k} + \frac{\partial \ln(-g^{00})}{\partial x^k}\right]$$

şeklinde yazılabilen pseudo-hermitik hamiltoniyen için, $\tilde{\gamma}^\alpha = \tilde{H}^\alpha_{\underline{\beta}}\gamma^{\underline{\beta}}$ eğri uzay gamma matrisleri global indisli gamma matrislerine $\gamma^\alpha = H^\alpha_{\underline{\beta}}\gamma^{\underline{\beta}}$ aracılığı ile bağlı olduklarından (5) denklemindeki dönüşmüş bispinor konnektiviteleri $\tilde{\Phi}_\alpha = -\left(\frac{1}{4}\right)\tilde{H}^\epsilon_\mu \tilde{H}_{j\epsilon;\alpha}\tilde{S}^{\mu\nu}$ hesaplayabilmek için gerekli $\tilde{H}_{j\epsilon;\alpha}$'lar

$$H_{0\underline{0};0} = 0 \quad H_{0\underline{1};0} = 0$$
$$H_{0\underline{2};0} = -\frac{rW}{2\Delta}[-2r\Delta W' + W(-2\Delta + r\Delta')]$$
$$H_{1\underline{0};0} = -\frac{r^2 WW'}{2\Delta}$$
$$H_{1\underline{1};0} = \frac{2W\Delta + r\Delta W' - rW\Delta'}{2\Delta\sqrt{\Delta}}$$
$$H_{1\underline{2};0} = 0 \quad H_{2\underline{0};0} = 0 \quad H_{2\underline{1};0} = 0$$
$$H_{2\underline{2};0} = -\frac{r}{2\Delta}[r\Delta W' + W(2\Delta - r\Delta')]$$
$$H_{0\underline{0};1} = -\frac{r^2 WW'}{2\Delta}$$
$$H_{0\underline{1};1} = -\frac{rW'}{2\sqrt{\Delta}}$$
$$H_{0\underline{2};1} = 0 \quad H_{1\underline{0};1} = 0 \quad H_{1\underline{1};1} = 0 \quad H_{1\underline{2};1} = 0$$
$$H_{2\underline{0};1} = 0 \quad H_{2\underline{2};1} = 0 \quad H_{0\underline{0};2} = 0 \quad H_{0\underline{1};2} = 0 \quad H_{2\underline{1};1} = 0$$
$$H_{0\underline{2};2} = -\frac{r}{2\Delta}[r\Delta W' + W(2\Delta - r\Delta')]$$
$$H_{1\underline{0};2} = \frac{r^2 W'}{2\Delta}$$
$$H_{1\underline{1};2} = -\frac{2\Delta - r\Delta'}{2\Delta\sqrt{\Delta}}$$
$$H_{1\underline{2};2} = 0 \quad H_{2\underline{0};2} = 0 \quad H_{2\underline{1};2} = 0$$
$$H_{2\underline{2};2} = -\frac{r}{2\Delta}(-2\Delta + r\Delta')$$

olarak hesaplanmış ve sonuçta Hermitik hamiltoniyen

$$\mathcal{H}_\eta = i\sigma_2\left(\Delta\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Delta'}{2}\right) + mW - \sigma_1\frac{m\sqrt{\Delta}}{r} - \sigma_3\frac{rW'\sqrt{\Delta}}{4}$$

olarak bulunmuş olup, bu hamiltoniyene ait özdeğer denklemi grafenden-topolojik yalıtkanlara dek Dirac materyalleri ile ilişkili kurularak çözümlenmiştir.

Bu çerçevede 1 adet basılı hale gelmesi beklenen önbasım gerçekleştirilmiştir.

5. SONUÇ

Üç yıllık proje süresi boyunca, proje önerisinde belirtilen iş paketleri takip edilerek her biri ile ilgili sonuçlara ulaşılmıştır. Bunların yanısıra elde edilen sonuçlardan yeni araştırma konuları ve projelerinin ortaya çıkmasının da yolu açılmıştır.

Projemizde 3 adet yüksek lisans öğrencisi bursiyer olarak desteklenmiş ve bilimsel araştırma deneyimi kazanmaları sağlanmıştır. Bu öğrencilerden, Ertuğrul Bakıtimur, **İki ve üç boyutta topolojik yalıtkanlar** başlıklı yüksek lisans tezini hazırlamış olup, bu dönemin sonunda savunarak yüksek lisansını tamamlaması beklenmektedir. Diğeri, Pınar Oruç, **İki boyutlu topolojik yalıtkanlarda elektron-fonon etkileşmesi** başlıklı yüksek lisans tezini hazırlamış olup, bu dönemin sonunda tezini savunarak yüksek lisansını tamamlaması beklenmektedir. Diğer yüksek lisans öğrencisi, Sevim Alkan, projemize son dört ayda bursiyer olarak katılmış olup, diğer öğrenciler gibi Dirac Materyalleri konusunda çalışmalara başlatılmıştır.

Özellikle, projemizin, alttaş kaynaklı elektron-yüzey optik fonon etkileşmesinin topolojik yalıtkanların kıyı durumları üzerine olan etkileri kısmı ile ilgili olan beklentilerimizin ötesinde bulgulara ulaşmış bulunuyoruz. Bugüne kadar, bu kıyı durumlarının neden sadece HgTe/CdTe ve InAs/GaSb/AlSb kuantum kuyularının dışında dielektrik alttaş üzerine yerleştirilmiş BiTe ve BiSe ultra ince iki boyutumsu yapılarda gözlenememiş olmasının sebebinin, alttaş parametrelerinin uygun bir şekilde optimize edilmeyişinden olduğu ilk defa bu proje kapsamında gerçekleştirilen çalışmada anlaşılmıştır. Bu kıyı durumlarının oluşumlarının doğrudan alttaş ve bunun parametrelerine kuvvetli bağımlılıklarının olduğu bu proje çerçevesinde varılan en önemli sonuçlardan bir tanesidir. Ayrıca, bu etkilerin numunenin boyutu ile olan ilişkisi de kurularak kıyı durumlarının oluşumu için gerekli parametrelere ulaşılmıştır. Bu çerçevede 2 adet basılı hale gelmesi beklenen önbasım hazırlanmıştır. Diğer önemli bir sonuç ise saçılı BTZ kara deliğinin grafen ve topolojik yalıtkanlarda modellenebileceğinin ortaya konulmuş olmasıdır. Bu çerçevede 1 adet basılı hale gelmesi beklenen önbasım hazırlanmıştır.

Saçılı karadelikler için elde edilen sonuçlar yürütücünün çağrılı konuşmacı olarak davet edildiği İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü'nde 2017 yılında gerçekleştirilen İstatistik Fizik Günleri'nde sözlü olarak sunulmuştur. Yine aynı çalışma ile ilgili olgunlaştırılan sonuçlar, yürütücünün davetli olduğu İspanya'nın Vallodolid Üniversitesi Matematiksek Fizik Bölümünde seminer olarak sunulmuştur.

KAYNAKLAR

(Altland ve Zirnbauer, 1997) Altland, A., Zirnbauer, M. R. 1997. ñNonstandard symmetry classes in mesoscopic normal-superconducting hybrid structuresò, Physical Review B, 55, 1142.

(Bahramy vd., 2012) Bahramy, M., Yang, B. J., Arita, R., Nagaosa, N. 2012. ñEmergence of non-centrosymmetric topological insulating phase in BiTeI under pressureòNat. Commun., 3, 679.

(Bernevig vd., 2006) Bernevig, B. A., Hughes, T. L., Zhang, S. C. 2006. ñQuantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wellsò, Science, 314, 1757.

(Bokdam vd., 2014) Bokdam, M., Amlaki, T., Brocks, G., Kell, P. J. 2014. ñBand gaps in incommensurable grapheme on hexagonal boron nitrideò, Physical Review B, 89, 201404.

(Chang vd., 2013) Chang, C. Z., Zhang, J., Feng, X., Shen, J., Zhang, Z., Guo, M., Li, K., Ou, Y., Wwi, P., Wang, L. L., Ji, Z. Q., Feng, Y., Ji, S., Chen, X., Jia, J., Dai, X., Fang, Z., Zhang, S. C., He, K., Wang, Y., Lu, L., Ma, X. C., Xue, Q. K. 2013. ñExperimental observation of the quantum anomalous Hall effect in a magnetic topological insulatoròScience, 340, 167.

(Chen vd., 2013) Chen, Y. L., Kanou, M., Liu, Z. K., Zhang, H. J., Sobota, J. A., Leuenberger, D., Mo, S. K., Zhou, B., Yang, S.-L., Kirchmann, P. S., Lu, D. H., Moore, R. G., Hussain, Z., Shen, Z. X., Qi, X. L., and Sasagawa, T. 2013. ñDiscovery of a single topological Dirac fermion in the strong inversion asymmetric compound BiTeCl ò Nature Physics, 9, 704.

(Cheiwchanchamnangij ve Lambrecht, 2012) Cheiwchanchamnangij, T., Lambrecht W. R. L. 2012 . ñQuasiparticle band structure calculation of monolayer, bilayer, and bulk MoS_2ò Physical Review B, 85, 205302

(Chu vd., 2012) Chu, R. L., Lu, J., Shen, S. Q. 2012. ñQuantum percolation in quantum spin Hall antidot systemsò, Europhysics Letters, 100, 17013.

(Costache vd., 2014) Costache, M.ÒV., Neumann, I., Sierra, J.ÒF., Marinova, V., Gospodinov, M.ÒM., Roche, S., and Valenzuela, S.ÒO. 2014. ñFingerprints of Inelastic Transport at the Surface of the Topological Insulator Bi2Se3: Role of Electron-Phonon Couplingò Physical Review Letters, 112, 086601.

(Diehl vd., 2011) Diehl, S., Rico, E., Baranov, M. A., Zoller, P. 2011. ñTopology by dissipation in atomic quantum wiresò , Nature Physics, 7, 971.

(Fu vd., 2007) Fu, L., Kane, C. L., Mele, E. J. 2007. ñ Topological insulators in three dimensionsò, Physical Review Letters, 98, 106803.

(Garate, 2013) Garate, I. 2013. ñPhonon-Induced Topological Transitions and Crossovers in Dirac Materialsò , Physics Review Letters, 110, 046402.

(Giraud vd., 2011) Giraud, S., Kundu, A., and Egger, E. 2011. ñElectron-phonon scattering in topological insulator thin filmsòPhysical Review B, 83, 245322.

(Hague, 2014) Hague, J. P. 2014. ñEnhancement of gaps in thin graphitic films for heterostructure formationò , Physical Review B, 89, 155415.

(Haldane, 1988) Haldane, F. D. M. 1988. ñModel for a quantum Hall effect without Landau levels: Condensed-matter realization of the ñparity anomalyòò Physical Review Letters, 61, 2015.

(Hatch vd., 2011) Hatch, R. C., Bianchi, M., Guan, D., Bao, S., Mi, J., Iversen, B. B., Nilsson, L., Hornekær, L., and Hofmann, P. 2011. ñStability of the Bi2Se3 (111) topological state: Electron-phonon and electron-defect scatteringòPhysical Review, 83, 241303.

(Hawking, 1974) Hawking, S. W. 1974ñBlack hole explosions?ò, Nature 248, 30.

(Iorio ve Lambiase, 2014) Iorio, A. and Lambiase, G. 2014. ñQuantum field theory in curved grapheme space times, Lobachevsky geometry, Weyl symmetry, Hawking effect, and all thatòPhysical Review D, 90, 025006.

(Jung vd., 2011) Jung, W., Kim, Y., Kim, B., Koh, Y., Kim, C., Matsunami, M., Kimura, S.-I., Arita, M., Shimada, K., Han, J. H., Kim, J., Cho, B., and Kim, C. 2011. ñWarping effects in the band and angular-momentum structures of the topological insulator Bi_2Te_3òPhysical Review B, 84, 245435.

(Jung vd., 2015) Jung, J., Dasilva, A. M., Macdonald, A. H., Adam, S. 2015. ñOrigin of band gaps in graphene on hexagonal boron nitrideòNature Communications, 6, 6308.

(Kane ve Mele, 2005) Kane, C. L., Mele, E. J. 2005. ñZ2 topological order and the quantum spin Hall effectò, Physical Review Letters, 95, 146802.

(Kane ve Mele, 2005b) Kane, C. L., Mele, E. J. 2005. ñQuantum Spin Hall Effect in Grapheneò Physical Review B, 95, 226801.

(Kim vd., 2012) Kim, M., Kim, C. H., Kim, H. S., Ihm, J. 2012. ñTopological quantum phase transitions driven by external electric fields in Sb_2Te_3 thin filmsò Proceeding of the National Academy of Science USA, 109, 671.

(Kindermann vd., 2012) Kindermann, M., Uchoa, B., Mille, D. L. 2012. ñZero-energy modes and gate-tunable gap in graphene on hexagonal boron nitrideò, Physical Review B, 86, 115415.

(Kitaev, 2009) Kitaev, A. Y. 2009. ñPeriodic table for topological insulators and superconductorsò, AIP Conference Proceeding, 1134, 22.

(Klitzing vd., 1980) Klitzing, K. v., Dorda, G., Pepper, M. 1980. ñNew method for high accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistenceò, Physical Review Letters, 45, 494.

(Konar vd., 2010) Konar, A., Fang, T., and Jena, D. 2010. ñEffect of high-K gate dielectrics on charge transport in graphene-based field effect transistorsò Physics Review B, 82, 115452.

(Kondo vd., 2013) Kondo, T., Nakashima, Y., Ota, Y., Ishida, Y., Malaeb, W., Okazaki, K., Shin, S., Kriener, M., Sasaki, S., Segawa, K., and Ando, Y. 2013. ñAnomalous Dressing of Dirac Fermions in the Topological Surface State of Bi2Se3, Bi2Te3, and Cu-Doped Bi2Se3ò Physical Review Letters,110, 217601.

(Konig vd., 2007) Konig, M. Wiedmann, S. Brune, C. Roth, A. Buhmann, H. Molenkamp, L. W., Qi, X. L., Zhang, S. C. 2007. ñQuantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wellsò, Science 318, 766.

(Li ve Carbotte, 2013) Li, Z. and Carbotte, J. P. 2013 ñConductivity of Dirac fermions with phonon-induced topological crossoverò Physical Review B, 88, 195133.

(Li ve Carbotte, 2014) Li, Z. and Carbotte, J. P. 2014. ñHexagonal warping on spin texture, Hall conductivity, and circular dichroism of topological insulatorsò Physical Review B, 89, 165420.

(Li vd., 2009) Li, J., Chu, R. L., Jain, J. K., Shen, S. Q. 2009. ñTopological Anderson Insulatorò Physical Review Letters, 102, 136806.

(Lu vd., 2011) Lu, J., Shan, W. Y., Lu, H. Z., Shen, S. Q. 2011. ñNon-magnetic impurities and in-gap bound states in topological insulatorsò, New Journal of Physics, 13, 103016.

(Martinez vd., 2004) Martinez, C., Troncoso, R., Zanelli, J. 2004. ñElectrically charged black hole with scalar hairò, Physical Review D, 74, 064007.

(Mirhosseini ve Henk, 2012) Mirhosseini, H., and Henk J. 2012. ñSpin Texture and Circular Dichroism in Photoelectron Spectroscopy from the Topological Insulator Bi_2Te_3: First-Principles Photoemission Calculationsò Physical Review Letters,109, 036803.

(Moore ve Balents, 2007) Moore, J. E., Balents, L. 2007. ñTopological invariants of time-reversal-invariant band structuresò, Physical Review B, 75, 121306.

(Novello vd., 2002) Novello, M., Visser, M., and Volovik, G. E. 2002. ñArtificial Black Holesò Singapore: World Scientific.

(Novoselov vd., 2004) Novoselov, K. S., Geim, A. K., Morozov, S. V., Jiang D., Zhang, Y., Dubonos, S. V., Grigorieva, I. V., and Firsov, A. A. 2004. ñElectric Field Effect in Atomically Thin Carbon Filmsò Science 306, 666-669.

(Novoselov vd., 2005) Novoselov, K. S., Jiang D., Schedin, F., Booth, T. J., Khotkevich, V. V., Morozov, S. V., Geim, A. K. ñTwo-dimensional atomic crystalsò Proceeding of the National Academy of Science of USA 10451-10453.

(Qi vd., 2008) Qi, X. L., Hughes, T. L., Zhang, S. C. 2008. ñTopological field theory of time-reversal invariant insulatorsò, Physical Review B, 78, 195424.

(Ran, vd., 2009) Ran, Y., Zhang, Y., Vishwanath, A. 2009. One-dimensional topologically protected modes in topological insulators with lattice dislocations, Nature Physics, 5, 298.

(Rosenberg ve Franz, 2010) Rosenberg, G., Franz, M. 2010. ñWitten effect in a crystalline topological insulatorò, Physical Review B, 82, 035105.

(Rosenberg vd., 2010) Rosenberg, G., Guo, H. M., Franz, M. 2010. ñWormhole effect in a strong topological insulatorò, Physical Review B, 82, 041104.

(Roth vd., 2009) Roth, A. Brune, C., Buhmann, H. Molenkamp, L. W., Maciejko, J., Qi, X. L., Zhang, S. C. 2009. ñNonlocal transport in the quantum spin Hall stateò, Science, 325, 294.

(Roy, 2009) Roy, R. 2009. ñTopological phases and the quantum spin Hall effect in three dimensionsò, Physical Review B, 79, 195322.

(Ryu vd., 2010) Ryu, S., Schnyder, A. P., Furusaki, A., Ludwig, A. W. W. 2010. ñTopological insulators and superconductors: tenfold way and dimensional hierarchyò New Journal of Physics, 12, 065010.

(Saha ve Garate, 2014) Saha, K., Garate, I. 2014. ñPhonon-induced topological insulationò, Physics Review B, 89, 205103.

(Scharf vd., 2013)Scharf, B., Perebeinos, V., Fabian, J., and Zutic, I. 2013. ñMagneto-optical conductivity of graphene on polar substrateòPhysics Review B, 88, 125429.

(Schnyder vd., 2008) Schnyder, A. P., Ryu, S., Furusaki, A., Ludwig, A. W. W. 2008. ñClassification of topological insulators and superconductors in three spatial dimensionsò Physical Review B, 78, 195125.

(Scholz vd., 2013) Scholz, M. R., Sánchez-Barriga, J., Braun, J., Marchenko, D., Varykhalov, A., Lindroos, M., Wang, Y. J., Lin, H., Bansil, A., Minár, J., Ebert, H., Volykhov, A., Yashina, L. V., and Rader, O. 2013. ñReversal of the Circular Dichroism in Angle-Resolved Photoemission from Bi_2Te_3 òPhysical Review Letters, 110, 216801.

(Shan vd., 2011) Shan, W.-Y., Lu, J., Lu, H.-Z., Shen, S-Q. 2011. ñVacancy-induced bound states in topological insulatorsñ, Physical Review B, 84, 035307.

(Sobota vd., 2014) Sobota, J.¡A., Yang, S.-L., Leuenberger, D., Kemper, A.¡F., Analytis, J.¡G., Fisher, I.¡R., Kirchmann, P.¡S., Devereaux, T.¡P., and Shen Z.-X. 2014. ñDistinguishing Bulk and Surface Electron-Phonon Coupling in the Topological Insulator Bi2 Se3 Using Time-Resolved Photoemission SpectroscopyòPhysical Review Letters,113, 157401.

(Song vd., 2013) Song, J. C. W., Shytov, A. V., Levitov, L. S. 2013. ñ Electron Interactions and Gap Opening in Graphene ò , Physical Review Letters, 111, 266801.

(Splendiani vd., 2010) Splendiani, Andrea, Sun, Liang, Zhang, Yuanbo, Li, Tianshu, Kim, Jonghwan, Chim, Chi-Yung, Galli, Giulia, and Wang, Feng 2010. ñEmerging Photoluminescence in Monolayer MoS2òNano Lett., 10, 1271.

(Thouless vd., 1982) Thouless, D. J., Kohmoto, M., Nightingale, and Nijs, M. 1982. ñQuantized Hall Conductance in a Two-Dimensional Periodic Potentialò, Physical Review Letters, 49, 405.

(Unruh, 1981) Unruh, G. ñExperimental Black-Hole Evaporation?ò 1981, Physical Review Letters, 46, 1351.

(Vidal vd., 2013) Vidal, F., Eddrief, M., Salles, B. R., Vobornik, I., Velez-Fort, E., Panaccione, G., and Marangolo, M. 2013. ñPhoton energy dependence of circular dichroism in angle-resolved photoemission spectroscopy of Bi_2Se_3 Dirac statesòPhysical Review B, 88, 165129.

(Vidal vd., 2013b) Vidal, F., Eddrief, M., Salles, B. R., Vobornik, I., Velez-Fort, E., Panaccione, G., and Marangolo, M. 2013. ñPhoton energy dependence of circular dichroism in angle-resolved photoemission spectroscopy of Bi_2Se_3 Dirac statesòPhysical Review B, 88, 241410 (R).

(Wang vd., 2011) Wang, Y. H., Hsieh, D., Pilon, D., Fu, L., Gardner, D. R., Lee, Y. S., and Gedik, N. 2011. ñObservation of a Warped Helical Spin Texture in Bi2Se3 from Circular Dichroism Angle-Resolved Photoemission Spectroscopyò Physical Review Letters, 107, 207602.

(Wang vd., 2015) Wang, Z. W., Liu, L., Li, Z. Q. 2015. ñEnergy gap induced by the surface optical polaron in graphene on polar substratesòApplied Physics Letters, 106, 101601.

(Wen, 1995) Wen, X. G. 1995. ñTopological orders and edge excitations in fractional quantum Hall statesò, Advance Physics, 44, 405.

(Xu vd., 2011) Xu, S. Y., Xia, Y., Wray, L. A., Jia, S., Meier, F., Dil, J. H., Osterwalder, J., Slomski, B., Bansil, A., Lin, H., Cava, R. J., Hasan, M. Z. 2011. ñTopological Phase Transition and Texture Inversion in a Tunable Topological Insulatorò , Science, 332, 560.

(Xu vd., 2012) Xu, S.-Y., Neupane, M., Liu, C., Zhang, D., Richardella, A., Wray, L. A., Alidoust, N., Leandersson, M., Balasubramanian, T., Sánchez-Barriga, J., Rader, O., Landolt, G., Slomski, B., Dil, J. H., Osterwalder, J., Chang, T.-R., Jeng, H.-T., Lin, H., Bansil, A., Samarth, N., Hasan, M. Z. 2012. ñHedgehog spin texture and Berryôs phase tuning in a magnetic topological insulatorò Nature Physics, 8, 616.

(Xu vd., 2015) Xu, C.-Z., Liu, Y., Yukawa, R., Zhang, L.-X., Matsuda, I., Miller, T., and Chiang T.-C. 2015. ñPhotoemission Circular Dichroism and Spin Polarization of the Topological Surface States in Ultrathin Bi_2Te_3 Filmsò Physical Review Letters, 115, 016801.

(Yan vd., 2012) Yan, H., Sun, Y., He L., Nie, J.-C., and Chan, M. H. W. 2012. ñObservation of Landau-level-like quantization at 77 K along a strained-induced graphene ridgeòPhysical Review B, 85, 035441.

(Zhang vd,. 2009) Zhang, H., Liu, C.-X., Qi, X.-L., Dai, X., Fang, Z., Zhang, S.-C. 2009. ñ Topological Insulators in Bi_2Se_3, Bi_2Te_3 and with Sb_2Te_3 a single Dirac cone on the surface ò, Nature Physics, 5, 438.

(Zhang vd., 2012) Zhang, D., Richardella, A., Rench, D. W., Xu, S.-Y., Kandala, A., Flanagan, T. C., Beidenkopf, H., Yeats, A. L., Buckley, B. B., Klimov, P. V., Awschalom, D. D., Yazdani, A., Schiffer, P., Hasan, M. Z., and Samarth, N. 2012. ñInterplay between ferromagnetism, surface states, and quantum corrections in a magnetically doped topological insulatorò Physical Review B, 86, 205127.

(Zhu vd., 2011) Zhu, X., Santos, L., Sankar, R., Chikara, S., Howard, C., Chou, F. C., Chamon, C., and El-Batanouny, M. 2011. ñInteraction of Phonons and Dirac Fermions on the Surface of Bi2Se3: A Strong Kohn Anomalyò Physical Review Letters,107, 186102.

(Zhu vd., 2012) Zhu, X., Santos, L., Sankar, R., Chikara, S., Howard, C., Chou, F. C., Chamon, C., and El-Batanouny, M. 2012. ñElectron-Phonon Coupling on the Surface of the Topological Insulator Bi2Se3 Determined from Surface-Phonon Dispersion Measurementsò Physical Review Letters, 108, 185501.

(Zhu vd., 2015) Zhu, F., Chen, W., Xu, Y., Gao, C., Guan, D., Liu, C., Qian, D., Zhang, S.-C., and Jia, J.-F. 2015. ñEpitaxial growth of two-dimensional staneneò Nature Materials Advance Online Publication, DOI: 10.1038/NMAT4384
zirn
(Zirnbauer, 1996) Zirnbauer, M. R. 1996. ñRiemannian symmetric superspaces and their origin in random matrix theoryò, Journal of Mathematical Physics, 37, 4986.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Prof. Dr. BEKİR SITKI KANDEMİR
Proje No:	115F421
Proje Başlığı:	Grafenden Topolojik Yalıtkanlara-Dirac Materyalleri: Elektron-Fonon Etkileşmeleri, Dikroizm ve Analog Gravite
Proje Türü:	1001 - Araştırma
Proje Süresi:	36
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	SATILMIŞ ATAĞ
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	ANKARA Ü. FEN F. FİZİK B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/04/2016 - 01/04/2019
Onaylanan Bütçe:	274039.0
Harcanan Bütçe:	191111.64
Öz:	Bu projede (i) alttaş kaynaklı elektron- yüzey optik fonon etkileşmelerinin iki ve ve üç boyutlu (2D ve 3D) topoljik yalıtkanların (TY) sırası ile kıyı ve yüzey durumları üzerine olan etkileri, (ii) elektron- yüzey optik fonon etkileşmesi varlığında topolojik yalıtkanların spin dokusunun kiralitesi ve dikroizm arasındaki ilişki ve son olarak da (iii) grafen ve iki boyutlu topoljik yalıtkanlarda Hawking-Unruh sıcaklığının doğası üzerine öngörülerde bulunmak için 2+1 boyutlu saçlı BTZ kara-delik çözümleri üzerine araştırmalar yapılmıştır. Bu problemler ile ilgili olarak ulaşmış olduğumuz temel sonuçlar şunlardır: (i) Sırası ile 2D ve 3D TY?ın kıyı durumları ve yüzey durumlarının oluşumunun ciddi şekilde alttaşın dielektrik özelliklerine bağlı olduğu bulunmuştur. Belirlenmiş bir alttaş için bu durumların gözlenebilmesi alttaş numune arasındaki mesafeye de önemli bir şekilde bağlıdır. İlk defa bu proje kapsamında çıkarılacak olan yayında fonon giydirilmiş BHZ Hamiltoniyeni literatüre kazandırılacaktır. Yine hesaplamalarımızdan, BiSe ve BiTe ince filmler için, kıyı durumlarının h-BN ve 6H-SiC alttaşlar için k-uzayında geniş bir bölgede oluştukları ve numunenin boyutu ve alttaş ile arasındaki mesafenin değişimine karşı dayanıklı oldukları görülmüştür. (ii) elektron-foton bağlaşımının varlığında, bulk ve kıyı durumları arasındaki optik geçiş olasılığının BHZ Hamiltonienin materyal parametrelerinin ve dolayısı ile fonon giydirilmiş BHZ Hamiltoniyen parametrelerinin bir fonksiyonu olan spin dokusuna bağlı olduğu bulunmuştur. (iii) 2+1 boyutta negatif kozmolojik sabitli Einstein-Maxwell-skaler gravitasyonu için yeni tam bir çözüm bulunmuş olup, bu saçlı Banados-Teitelboim-Zanelli (BTZ) kara deliği için grafende negatif eğrilikli hiperbolik sanki küreye karşılık getirilerek bir analog model geliştirilmiştir. Kurmuş olduğumuz model sadece kavisli bir grafen tabakasında gravitasyon tarzı fenomena için öngörülerde bulunmakla kalmaz, karadelik termodinamiği senaryolarını 2D lu TY da realize edebilmenin yolunu da açmış bulunmaktadır.
Anahtar Kelimeler:	iki ve üç boyutlu topolojik yalıtkanlar, saçlı BTZ kara deliği
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır

TÜBİTAK