T.C.
BURDUR MEHMET AKİF ERSOY ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANA BİLİM DALI

FRAKTAL PİYASA HİPOTEZİNİN ULUSLARARASI PİYASALARDA MFDFA YÖNTEMİ İLE TEST EDİLMESİ

Faruk TEMEL

DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN

Prof. Dr. Osman TUĞAY

BURDUR - 2023

T.C.
BURDUR MEHMET AKİF ERSOY ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANA BİLİM DALI

FRAKTAL PİYASA HİPOTEZİNİN ULUSLARARASI PİYASALARDA MFDFA YÖNTEMİ İLE TEST EDİLMESİ

Faruk TEMEL

DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN

Prof. Dr. Osman TUĞAY

Üye: Prof. Dr. Mehmet ERYİĞİT

Üye: Prof. Dr. İsmail ÇELİK

Üye: Prof. Dr. Hakan DEMİRGİL

Üye: Doç. Dr. Tayfun YILMAZ

BURDUR - 2023

T.C.

BURDUR MEHMET AKİF ERSOY ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

ETİK BEYAN

Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'ne göre hazırlamış olduğum "Fraktal Piyasa Hipotezinin Uluslararası Piyasalarda MFDFA Yöntemi ile Test Edilmesi" adlı tezin hazırlanması sürecinde akademik ve etik kuralları ihlal etmediğimi, tezimin özgün olduğunu, başvurduğum kaynakları metin içinde, dipnotlarda ve kaynakçada eksiksiz ve bilimsel kurallara uygun olarak gösterdiğimi taahhüt ederim.

Faruk TEMEL

TEŞEKKÜR

Tez sürecinde desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, yol gösterici ve teşvik edici olan danışman hocam Prof. Dr. Osman TUĞAY'a teşekkürü borç bilirim.

Tez izleme komitesinde yer alarak süreci özenle takip eden ve önemli katkılar sunan değerli hocalarım Prof. Dr. İsmail ÇELİK ve Doç. Dr. Tayfun YILMAZ'a teşekkür ederim.

Tez savunma jürime katılarak tezime farklı bakış açıları katan Prof. Dr. Hakan DEMİRGİL'e ve yüksek lisans tez danışmanım Prof. Dr. Mehmet ERYİĞİT'e teşekkürlerimi sunarım.

Tez aşamasında bana yardımcı olan, destek veren ve motivasyonumun yüksek olmasını sağlayan arkadaşlarıma ve aileme sonsuz sevgi ve şükranlarımı sunarım.

(TEMEL, Faruk, *Fraktal Piyasa Hipotezinin Uluslararası Piyasalarda MFDFA Yöntemi ile Test Edilmesi*, Doktora Tezi, Burdur, 2023)

ÖZET

Bu çalışmanın amacı Fraktal Piyasa Hipotezini kripto para, emtia, döviz ve hisse senedi piyasaları için MFDFA yöntemi ile incelemektir. Bu doğrultuda her bir piyasayı temsilen iki değişken olmak üzere Bitcoin, Ethereum, ham petrol, altın, EUR/USD, USD/JPY, S&P 500 ve BIST 100 seçilmiş, 01.01.2018-19.12.2022 tarihleri arası günlük getirilerinin multifraktal yapısı incelenmiştir. Elde edilen bulgular finansal varlıkların multifraktal bir yapı sergilediği yönündeyken; Hurst üstelleri incelendiğinde Bitcoin, Ethereum, petrol ve BIST 100'ün uzun hafızaya, altın, EUR/USD, USD/JPY ve S&P 500'ün ise kısa hafızaya sahip olduğu söylenebilmektedir. Sonuçlar rassal yürüyüş sergilemeyen zaman serilerinin etkin olmadığını, Fraktal Piyasa Hipotezinin geçerli olduğunu göstermektedir. Multifraktallık derecesi döviz piyasasının düşük, kripto para ve emtia piyasasının ise yüksek çıkmıştır. Hisse senedi piyasası ele alındığında, S&P 500 düşük multifraktallık derecesine sahipken, BIST 100 değişkenler arasındaki en yüksek multifraktallık derecesine sahiptir. Multifraktal bir yapı sergileyen bu finansal varlıkların zaman serisi grafiklerinde birbirine benzer kalıpların olduğu, bu kalıpların farklı ölçeklerde tekrar ettiği sonucu elde edilmiştir. Bu finansal varlıkların geçmiş getirileri kullanılarak geleceği tahmin etmek ve anormal getiri elde ederek piyasayı yenmek mümkün olabilmektedir. Çalışmanın yatırımcılara fayda sağlamasının yanı sıra tek bir piyasaya odaklanan ve hipotezin MFDFA yöntemi ile sınandığı sınırlı çalışma barındıran literatüre katkı sağlaması beklenmektedir.

Anahtar Kelimeler: Etkinlik, Fraktal Piyasa Hipotezi, Uzun Hafıza, Multifraktallık, MFDFA.

(TEMEL, Faruk, T*esting the Fractal Market Hypothesis in International Markets with the MFDFA Method*, Phd Thesis, Burdur, 2023)

ABSTRACT

The aim of this study is to examine the fractal market hypothesis with the MFDFA method for cryptocurrency, commodity, foreign exchange and stock markets. In this context, Bitcoin, Ethereum, crude oil, gold, EUR/USD, USD/JPY, S&P 500 and BIST 100 were selected to represent each market, and the multifractal structure of daily returns between 01.01.2018-19.12.2022 was analysed. The findings suggest that financial assets exhibit a multifractal structure. Hurst exponents reveal that Bitcoin, Ethereum, oil, and BIST 100 have long memory, while gold, EUR/USD, USD/JPY, and S&P 500 have short memory. The results show that time series that do not exhibit random walk are inefficient and the fractal market hypothesis is valid. The multifractality degree is low for the foreign exchange market and high for the cryptocurrency and commodity markets. Considering the stock market, S&P 500 has a low multifractality degree, while BIST 100 has the highest multifractality degree among the variables. The time series graphs of these financial assets, which exhibit a multifractal structure, show similar patterns that repeat at different scales. By using the past returns of these financial assets, it is possible to predict the future and beat the market by earning abnormal returns. In addition to benefiting investors, this study is expected to contribute to the literature, which focuses on a single market and has limited studies where the hypothesis is tested with the MFDFA method.

Keywords: Efficiency, Fractal Market Hypothesis, Long Memory, Multifractality, MFDFA.

İÇİNDEKİLER

ETİK BEYAN ..... **i**

TEŞEKKÜR ..... **ii**

ÖZET ..... **iii**

ABSTRACT ..... **iv**

İÇİNDEKİLER ..... **v**

TABLOLAR DİZİNİ ..... **ix**

ŞEKİLLER DİZİNİ ..... **x**

KISALTMALAR ..... **xii**

GİRİŞ **1**

BİRİNCİ BÖLÜM

FİNANSAL PİYASALAR BAĞLAMINDA PİYASA ETKİNLİĞİNE İLİŞKİN KAVRAMSAL ÇERÇEVE

1.1. Etkin Piyasa Hipotezi 5

1.1.1. Etkin Piyasa Hipotezinin Sınıflandırılması 10

1.1.1.1. Zayıf Formda Piyasa Etkinliği 10

1.1.1.2. Yarı Güçlü Formda Piyasa Etkinliği 11

1.1.1.3. Güçlü Formda Piyasa Etkinliği 12

1.1.2. Etkin Piyasa Hipotezine Yönelik Eleştiriler 13

1.2. Fraktallık ve Fraktal Piyasa Hipotezi 18

1.2.1. Fraktal, Fraktal Boyut ve Kendine Benzerlik 18

1.2.2. Uzun Hafıza 23

1.2.3. Likidite 23

1.2.4. Yatırım Ufku 24
1.2.5. Fraktal Piyasa Hipotezi 24

İKİNCİ BÖLÜM

FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ VE ÖZELLİKLERİ

2.1. Finansal Zaman Serilerinde Getiri ve Volatilite 32
2.2. Finansal Zaman Serilerinin Olasılık Dağılımları ve Tanımlayıcı İstatistikler 33
2.2.1. Finansal Zaman Serilerinin Olasılık Dağılımları 33
2.2.1.1. Normal Dağılım 33
2.2.1.2. Lognormal Dağılım 34
2.2.2. Finansal Zaman Serilerinde Tanımlayıcı İstatistikler 36
2.2.2.1. Ortalama ve Standart Sapma 36
2.2.2.2. Bir Dağılımın Diğer Özellikleri 37
2.2.2.3. Kovaryans ve Korelasyon 38
2.2.2.4. Otokorelasyon 39
2.3. Stokastik Modeller 41
2.3.1. Stokastik Süreç 41
2.3.2. Beyaz Gürültü (White Noise) 41
2.3.3. Rassal Yürüyüş (Random Walk) 42
2.3.4. Martingale Süreci 42
2.3.5. Markov Süreci 43
2.3.6. Standart Wiener Süreci (Brownian Hareketi) 43
2.3.7. Genelleştirilmiş Wiener Süreci 44
2.3.8. Geometrik Brownian Hareketi 44

2.3.9. Kesirli (Fractional) Brownian Hareketi 45
2.3.10. Ito Süreci 48
2.4. Durağan ve Durağan Olmayan Zaman Serileri 48
2.5. Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Zaman Serileri 50
2.5.1. Otoregresif (Autoregressive-AR) Modeller 50
2.5.2. Hareketli Ortalama (Moving Average-MA) Modelleri 51
2.5.3. Otoregresif Hareketli Ortalama (Autoregressive Moving Average-ARMA) Modelleri 51
2.5.4. Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (Autoregressive Integrated Moving Average-ARIMA) Modelleri 52
2.5.5. Otoregresif Kesirli Bütünleşik Hareketli Ortalama (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average-ARFIMA) Modelleri 53
2.6. Finansal Zaman Serilerinde Uzun Hafıza 53
2.6.1. Uzun Hafızanın Tanımı 53
2.6.2. Uzun Hafıza Süreçleri 54
2.6.2.1 ARFIMA Süreci 54
2.6.2.2. Kesirli Gaussian Gürültüsü (Fractional Gaussian Noise) 56
2.6.3. Uzun Hafıza Modellerinde Tahmin Yöntemleri 57
2.6.3.1. Parametrik Yöntemler 57
2.6.3.1.1. Tam Maksimum Olabilirlik Yöntemi 57
2.6.3.1.2. Whittle Yaklaşık En Çok Olabilirlik Yöntemi 58
2.6.3.2. Yarı Parametrik Yöntemler 58
2.6.3.2.1. Geweke ve Porter-Hudak Yöntemi 58
2.6.3.2.2. Modifiye Edilmiş Log Periodogram Yöntemi 59

2.6.3.2.3. Gaussian Yarı Parametrik Tahmin Yöntemi 60
2.6.3.2.4. Dalgacık Tabanlı Tahmin Yöntemi 60
2.6.3.3. Parametrik Olmayan Yöntemler 61
2.6.3.3.1. Ölçeklenmiş Aralık Analizi (R/S) 61
2.6.3.3.2. Geliştirilmiş R/S Analizi 62
2.6.3.3.3. Trendden Arındırılmış Dalgalanma Analizi (Detrended Fluctuation Analysis-DFA) 63
2.6.3.3.4. Çok Fraktallı Trendden Arındırılmış Dalgalanma Analizi (Multifractal Detrended Fluctuation Analysis-MFDFA) 65

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

LİTERATÜR TARAMASI

3.1. Yabancı Literatür Taraması 73
3.2. Yerli Literatür Taraması 84

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

FRAKTAL PİYASA HİPOTEZİNİN ULUSLARARASI PİYASALARDA MFDFA YÖNTEMİ İLE TEST EDİLMESİ

4.1. Araştırmanın Amacı 93
4.2. Araştırmanın Veri Seti 93
4.3. Araştırmanın Yöntemi 98
4.4. Analiz Sonuçları 100

SONUÇ 118

KAYNAKÇA 124

ÖZGEÇMİŞ 146

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 1. EPH ve FPH'nin Karşılaştırılması 31

Tablo 2. Kesirli Bütünleşik Parametrenin Özellikleri 56

Tablo 3. Hurst Üstel Değerleri İçin Zaman Serilerinin Özellikleri 69

Tablo 4. Yabancı Literatür Taraması..... 80

Tablo 5. Yerli Literatür Taraması..... 88

Tablo 6. Analize Dahil Edilen Değişkenlerle İlgili Bilgiler..... 94

Tablo 7. Değişkenlere İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler 98

Tablo 8. Hurst Üstelleri 114

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. EPH'ye Göre Analiz için Veri Kaynakları 13

Şekil 2. Koch Kar Tanesi 19

Şekil 3. Weierstrass Fonksiyonu 20

Şekil 4. DAX Endeksinin Kendine Benzer Yapısı 21

Şekil 5. Farklı Fraktal Boyutlara Sahip Durağan Gaussian Süreçler 22

Şekil 6. EPH ve FPH'yi Savunan Araştırmacılar 30

Şekil 7. Normal Olasılık Dağılımı 34

Şekil 8. Lognormal Dağılım 35

Şekil 9. 18 Aylık Üç Farklı Döneme Ait S&P 500 Endeks Düzeyleri 47

Şekil 10. Farklı Hurst Üstellerine Sahip Zaman Serilerinin Seyri 48

Şekil 11. Değişkenlerin Fiyat Serileri 96

Şekil 12. Değişkenlerin Getiri Dağılımları 97

Şekil 13. BTC MFDFA Sonuçları 101

Şekil 14. ETH MFDFA Sonuçları 103

Şekil 15. Altın MFDFA Sonuçları 104

Şekil 16. Petrol MFDFA Sonuçları 106

Şekil 17. EUR/USD MFDFA Sonuçları 107

Şekil 18. USD/JPY MFDFA Sonuçları 108

Şekil 19. S&P 500 MFDFA Sonuçları 110

Şekil 20. BIST 100 MFDFA Sonuçları 111

Şekil 21. Tüm Değişkenlere Ait Hurst Üstelleri 115

Şekil 22. Tüm Değişkenlere Ait Renyi Üstelleri 116

Şekil 23. Tüm Değişkenlere Ait Multifraktal Spektrumlar 117

KISALTMALAR

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
ACF	: Otokorelasyon Fonksiyonu
A-GARCH	: Uyarlanabilir Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
APARCH	: Asimetrik Üslü Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
AR	: Otoregresif
ARCH	: Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARIMA	: Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama
ARFIMA	: Otoregresif Kesirli Bütünleşik Hareketli Ortalama
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalama
BIS	: Uluslararası Ödemeler Bankası
BIST	: Borsa İstanbul
DFA	: Trendden Arındırılmış Dalgalanma Analizi
EGARCH	: Üstel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
EPH	: Etkin Piyasa Hipotezi
FIEGARCH	: Kesirli Bütünleşik Üstel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
FIGARCH	: Kesirli Bütünleşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
FED	: Federal Rezerv Bankası
FPH	: Fraktal Piyasa Hipotezi
GARCH	: Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GPH	: Geweke-Porter-Hudak
ICSS	: Yinelenen Kümülatif Kareler Toplamı
IGARCH	: Bütünleşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans

IID	: Bağımsız ve benzer dağılım
MA	: Hareketli Ortalama
MFDFA	: Çok Fraktallı Trendden Arındırılmış Dalgalanma Analizi
R/S	: Ölçeklenmiş Aralık
VaR	: Riske maruz değer
WTMM	: Dalgacık Modül Dönüşüm Maksimumu

GİRİŞ

1900 yılında Bachelier'in yayımladığı çalışmadan bu zamana finansal piyasalarda fiyatların rastgele hareket edip etmediği tartışma konusu olmuştur. Fiyatlarda trendin olmadığı ve geçmiş fiyatlarla gelecekteki fiyatları tahmin etmenin imkansız olduğu gerekçesiyle piyasayı yenmenin mümkün olmadığını belirten rassal yürüyüş hipotezi uzun yıllardır test edilmektedir.

Rassal yürüyüş hipotezine benzer şekilde ortaya atılan Etkin Piyasa Hipotezi (EPH) fiyatların rastgele hareket ettiğini ve varlık fiyatlarının tüm bilgileri yansıttığını varsaymaktadır. EPH'ye göre fiyatlar normal dağılım sergilemektedir. Dolayısıyla EPH doğrusallık, süreklilik ve durağanlık ile tanımlanabilmektedir. Ancak zamanla finansal varlık fiyatlarının leptokörtik ve kalın kuyruklu dağılıma sahip olduğu ve fiyatlarda anomalilerin olduğu gözlemlenmiştir. Böylece doğrusal olmaması, süreksiz ve karmaşık olması nedeniyle finansal varlık fiyatlarının açıklanabilmesi için alternatif hipotezlerin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Bu doğrultuda geliştirilen Fraktal Piyasa Hipotezi (FPH), fiyatların kesirli Brownian hareketi izlediğini ve getirilerin kendine benzerlik ve uzun dönemli hafıza ile tanımlanan fraktal dağılıma sahip olduğunu ileri sürmektedir (Liu vd., 2022). EPH'nin açıklayamadığı finansal piyasalarda krizlerin, çalkantıların meydana gelmesi, anomalilerin ve spekülatif balonların oluşması, FPH'nin ise düzensizliği, dalgalılığı ve doğrusal dışılığı dikkate alması FPH'nin gerçekle daha çok bağdaşan bir yapı sergilemesine sebebiyet vermektedir. EPH'de tek bir yatırım ufku bulunmasına rağmen, FPH yatırımcıların farklı yatırım ufuklarına sahip olduğunu varsaymaktadır. EPH'nin katı ve gerçekle bağdaşmayan varsayımlarının yanı sıra FPH'nin daha gerçekçi olması, piyasalarda meydana gelen krizleri, kaosu ve belirli trendleri açıklamaya çalışması araştırmacılar için ilgi konusu olmuştur.

FPH finansal varlıkların zaman içerisinde fraktal özellikler sergilediğini, dolayısıyla farklı ölçeklerde incelendiğinde zaman serilerinin birbirine benzer kalıplar içerdiğini varsaymaktadır. FPH ayrıca fiyatlarda uzun dönemli bağımlılığın ve farklı ölçeklerde tekrar eden kalıpların olduğunu varsaymaktadır. Uzun dönemli bağımlılığın test edilmesinde kullanılan en yaygın yöntem ise Hurst üstelidir. Hurst üstel değerlerine bağlı olarak finansal zaman serilerinin uzun hafızaya (trende) sahip olduğu, ortalamaya geri döndüğü ve rassal

yürüyüş izlediği üç durumdan söz edilebilmektedir. Hurs üstelinin hesaplanabilmesi için ise tek fraktallı (monofraktal) ve çok fraktallı (multifraktal) modeller kullanılmaktadır. FPH ilk olarak monofraktal yöntemler ile test edilmiş, ancak zamanla monofraktal modellerin finansal varlık fiyatlarını açıklamada yetersiz olduğu kanısına varılarak multifraktal modeller geliştirilmiştir. FPH günümüzde popülerliğini koruyarak hem monofraktal hem de multifraktal modellerle test edilmektedir.

Bu çalışmanın konusu, FPH'nin farklı piyasalarda geçerliliğinin multifraktal bir model ile test edilmesidir. Literatür incelendiğinde FPH'yi test eden çalışmaların genellikle belirli bir piyasayı baz aldığı tespit edilmiştir. Bu çalışmada dört farklı piyasa ele alınmış, bu piyasalardan seçilen yüksek işlem hacmine sahip ve literatürde sıklıkla kullanılan ikişer finansal varlık analize dahil edilerek varlıkların fraktallığının karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu doğrultuda diğer yöntemlerden üstün olduğu kabul gören çok fraktallı trendden arındırılmış dalgalanma analizi (MFDFA), kripto para, emtia, döviz ve hisse senedi piyasalarında FPH'nin geçerliliğinin test edilebilmesi için kullanılmıştır.

Kripto paralar özellikle COVID-19 salgınından sonra yatırımcılar için önem arz etmeye başlamıştır. Kripto paraların merkeziyetsiz yapısı gereği yatırımcıların ve bazı şirketlerin devlet otoritelerinin kontrolü dışında işlem yapma isteğinin yanı sıra, yüksek belirsizlik ve enflasyon ortamında alternatif yatırım aracı arayan yatırımcılar, yüksek getiriye sahip kripto paralara yönelmişlerdir. Kripto paralar arasında en fazla piyasa değerine sahip ve bu çalışmada kullanılan iki para Bitcoin ve Ethereum olmakla birlikte Bitcoin 500 milyar doların üzerinde piyasa değerine ve günlük yaklaşık 8 milyar dolarlık işlem hacmine sahiptir. Ethereum ise 200 milyar doların üzerinde piyasa değerine ve günlük yaklaşık 3 milyar dolarlık işlem hacmine sahiptir. Her iki kripto paranın piyasa değeri, toplam kripto para piyasasının değerinin yaklaşık %65'ini oluşturmaktadır (coinmarketcap.com). Emtia piyasasında analize dahil edilen altın ve petrol, dünya ticaret hacminde büyük öneme sahiptir. Dünyada petrolün günlük tüketimi yaklaşık 7 milyar dolarken (EIA, 2023), 2022 yılında altın talebi Dünya Altın Konseyi (2023) raporuna göre yaklaşık 280 milyar dolardır. Altın yatırımcılar için enflasyon ve savaş ortamı gibi belirsizliğin arttığı durumlarda güvenli liman olarak görülürken, petrol başta taşımacılık faaliyetleri olmak üzere birçok sektörde

kullanılmakla birlikte yatırım aracı olarak da kullanılmaktadır. Uluslararası Ödemeler Bankası (BIS)'nın 27 Ekim 2022 tarihinde yayımladığı raporda Amerikan Doları'nın ticaret hacminin, tüm para birimleri arasında baskın olduğunu, daha sonra gelen para birimlerinin ise Euro ve Japon Yeni olduğunu belirterek, EUR/USD paritesinin ticaret hacminde %22,7'lik, USD/JPY paritesinin ise %13,5'lik paya sahip olduğunu öne sürmüştür (BIS, 2022). Dünya ticaret hacminde önem arz eden söz konusu iki parite bu çalışmaya dahil edilmiştir. ABD'de hisse senedi piyasasının yaklaşık %80'ini, dünyadaki hisse senedi piyasasının ise %50'den fazlasını oluşturan S&P 500 endeksi (S&P Global, 2023) küresel hisse senedi piyasasını ve 3,7 trilyon Türk Lirası piyasa değerine, günlük ortalama 60 milyar Türk Lirası işlem hacmine ve 3 milyona yakın yatırımcı sayısına sahip BIST 100 endeksi (BIST, 2023) Türkiye'deki hisse senedi piyasasını temsilen seçilmiştir.

MFDFA yönteminin ayırt edici özelliği, farklı istatistiksel momentleri baz alarak her bir moment için ayrı Hurst üsteli hesaplamasıdır. Bu momentler küçük dalgalanmaları ve büyük dalgalanmaları ayırt etmede kullanılmaktadır. MFDFA yöntemi ile farklı istatistiksel momentler için farklı ölçekler baz alınarak zaman serilerinde belirli kalıpların ya da kendine benzerliğin tespit edilmesi amaçlanmaktadır. Çalışmanın söz konusu piyasalardaki finansal varlıkların getiri hareketlerinin özelliklerini incelemeyi amaçlaması nedeniyle yatırımcılara pozisyon alırken fayda sağlaması beklenmektedir. Elde edilen bulgular neticesinde yatırımcılar piyasaya gelen bilgi şoklarına karşı pozisyon alabilecektir. Nitekim çalışma sonucunda finansal varlıkların geçmişine benzer yapı sergileyip sergilemediği, kısa hafızaya, uzun hafızaya ya da rassal yürüyüşe sahip olup olmadığı ortaya konulmaktadır. Ayrıca finansal varlıkların multifraktallık dereceleri, dolayısıyla riskleri sıralanan bu çalışmanın portföy çeşitlendirmesine katkı sunması beklenmektedir. Literatür incelendiğinde FPH çalışmalarının genellikle tek bir piyasa üzerine olduğu ve monofraktal yöntemlerle incelendiği tespit edilmiştir. Farklı piyasaların multifraktal yöntemlerle karşılaştırıldığı literatür çok sınırlı olduğu için, FPH'yi dört farklı piyasada en iyi ve güncel multifraktal yöntemlerden biri olan MFDFA yöntemi ile test eden bu çalışma önem arz etmektedir.

Çalışma aşağıda belirtildiği gibi ilerlemektedir:

Birinci bölümde piyasa, yatırım, finansal piyasa, portföy gibi temel tanımlar yapılarak EPH'den bahsedilmiş, EPH'nin eleştirilerine yer verilerek bu eleştirilerden biri olan ve bu çalışmanın konusunu oluşturan FPH detaylıca anlatılmış ve EPH ile karşılaştırması yapılmıştır. FPH kapsamında kullanılan fraktal boyut, kendine benzerlik, uzun hafıza, likidite, yatırım ufku kavramlarına değinilmiştir.

İkinci bölümde FPH'nin ve FPH'yi test etmek için kullanılan MFDFA yönteminin daha iyi anlaşılabilmesi için finansal zaman serilerinin özelliklerine değinilmiştir. Finansal zaman serilerinde getiri ve volatilitenin yanı sıra olasılık dağılımlarından ve tanımlayıcı istatistiklerden bahsedilerek kesirli Brownian hareketini de içeren stokastik modeller anlatılmıştır. FPH ve EPH'nin üzerinde durduğu durağan ve durağan olmayan zaman serileri ve doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serileri anlatılmıştır. Son olarak, uzun hafızanın tanımı yapılmış, uzun hafızanın test edilebilmesi için kullanılan parametrik, yarı parametrik ve parametrik olmayan yöntemler ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde literatürdeki eksiklikleri görmek ve sonuçları bu çalışmanın sonuçlarıyla karşılaştırabilmek için, finansal piyasalardaki çeşitli varlıklarda uzun hafızanın ve FPH'nin test edildiği hem Türkiye dışındaki hem de Türkiye'deki çalışmalara yer verilmiştir.

Dördüncü bölümde çalışmanın amacından, veri setinden ve MFDFA yönteminde kullanılması gereken parametrelerin seçilme sebepleri anlatılarak, FPH uluslararası piyasalarda MFDFA yöntemi ile test edilmiş ve analiz sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

FİNANSAL PİYASALAR BAĞLAMINDA PİYASA ETKİNLİĞİNE İLİŞKİN KAVRAMSAL ÇERÇEVE

1.1. Etkin Piyasa Hipotezi

Piyasa, arz edenlerin ve talep edenlerin bir malın fiyatını oluşturduğu yer olup, alıcı ve satıcıların değiş tokuş yapmasını kolaylaştırmaktadır (Stigler ve Sherwin, 1985: 555). Finansal piyasa ise hisse senedi, tahvil ve yatırım fonu gibi finansal varlıkların alınıp satıldığı piyasa olarak tanımlanmaktadır. Finansal piyasalar fon fazlası olanlardan fon ihtiyacı olanlara fon transferinin yapılmasını sağlamaktadır. Yeterli fonun sağlanmadığı durumda finansal piyasalar ihtiyacı olanlara fon aktarımı yapamayacaktır (Madura, 2011: 3). Finansal piyasalar ekonomik etkinliği artırmada önemli rol oynamaktadır. İyi işleyen finansal piyasalar yüksek ekonomik büyümenin elde edilmesinde kilit bir rol oynarken; kötü işleyen finansal piyasalar ülkelerin yoksul kalmasında etkilidir. Bunların yanı sıra, finansal piyasalardaki faaliyetlerin bireysel servet, işletmelerin ve tüketicilerin davranışları ve ekonominin döngüsel performansı üzerinde de doğrudan etkileri bulunmaktadır (Mishkin ve Eakins, 2018: 42).

Finansal piyasalarda önemli bir yeri olan yatırım kavramı, gelecekte daha büyük bir fon akışı elde etme beklentisiyle mevcut fonların taahhüdü olarak tanımlanmaktadır. Yatırımcı şimdiki tüketiminden vazgeçmenin, enflasyon etkilerinin ve risk almanın karşılığında bir ödül beklemektedir (Hirt ve Block, 2012: 3). Örneğin, bir yatırımcının bugün yapacağı tüketimden vazgeçerek gelecekte değerinin yükselmesini beklediği ve böylece kar elde etmeyi amaçladığı bir hisse senedi satın alması yatırım olarak ifade edilmektedir. Finansal varlıklara yatırım, hisse senedi, tahvil, yatırım fonları, türev ürünler gibi finansal varlıkların satın alınması ile oluşmaktadır. Farklı yatırımların bir arada yer almasına ise portföy adı verilmektedir (Smart vd., 2017: 32).

1900 yılında Fransız matematikçi Louis Bachelier, yayımladığı doktora tezinde Brownian hareketinin matematiğini ve istatistiğini geliştirmiştir. Geçmiş, şimdiki ve gelecekteki indirgenmiş olayların piyasa fiyatına yansıtıldığını ancak bunun genellikle fiyat

değişimleriyle belirgin bir ilişki göstermediğini ifade etmiştir. Rassal yürüyüş modelinin temelini attığı ve bir spekülatörün matematiksel beklentisinin sıfır olduğu yönündeki tezini, Samuelson (1965)'un etkin piyasaları martingale yönünden açıklamasından 65 yıl önce ortaya atmıştır. Bachelier'in bu çalışması zamanının çok ötesinde olup Paul Samuelson tarafından 1950'li yılların sonunda keşfedilebilmiştir. Pearson (1905) rassal yürüyüş terimini ortaya atmıştır. 1923 yılında John Maynard Keynes finansal piyasalardaki yatırımcıların piyasadan daha iyi bildiğinden değil daha fazla riske katlandıklarından dolayı ödüllendirildiğini ifade etmiştir. Bu EPH'nin bir sonucudur (Sewell, 2011: 2; Dimson ve Mussavian, 1998: 92).

MacCauley (1925) bir borsadaki dalgalanma ile bir zar atılarak elde edilecek bir şans eğrisinin dalgalanmaları arasında önemli benzerliklerin olduğu sonucuna ulaşmıştır. Cowles (1933) yatırım profesyonellerinin performansını incelemiş ve profesyonellerin tahminlerinin başarılı olmadığını ve yatırımcıların iyi tahminde bulunmalarının şans eseri olduğu sonucuna ulaşmıştır. Working (1934) hisse senedi getirilerinin bir piyangodaki sayılar gibi davranış sergilediği bulgusunu elde etmiştir. Yatırım profesyonellerinin performansını tekrar inceleyen Cowles (1944) profesyonellerin piyasayı yenemediği yönünde bulgular elde etmiştir. Working (1949: 160) ideal bir vadeli işlem piyasasında herhangi bir profesyonelin fiyat değişikliklerini başarılı bir şekilde tahmin etmenin imkansız olduğunu ileri sürerek fiyat değişimlerinin rassal değişimler olduğunu dile getirmiştir. Hisse senedi ve emtia fiyatlarını inceleyen Kendall (1953) fiyatların rassal olduğu sonucuna ulaşmıştır. Roberts (1959) rassal yürüyüşün gerçek bir hisse senedi fiyat serisine çok benzeyeceğini ifade etmiştir. Osborne (1959) hisse senedi fiyatlarının logaritmasının Brownian hareketi izlediğine yönelik sonuçlara ulaşmıştır. Fama (1965) etkin bir piyasayı tanımlamış ve hisse senetlerinin rassal yürüyüş sergilediği sonucuna ulaşmıştır. Samuelson (1965) rekabetçi piyasalarda her bir satıcı için bir alıcının var olduğunu ve eğer bir yatırımcı fiyatın yükseleceği konusunda eminse fiyatın çoktan yükselmiş olacağını ifade ederek piyasaların etkin olabileceğine yönelik kanıtlar elde etmiştir. Mandelbrot (1966) getirilerin tahmin edilemez olduğunu ve fiyatların martingale süreci izlediği sonucunu ortaya koymuştur. Roberts (1967) "Etkin Piyasa Hipotezi" terimini yayımlanmamış çalışmasında ortaya atmıştır (Sewell, 2011: 2-4).

Fiyatların her zaman mevcut bilgileri "tam olarak yansıttığı" bir piyasa etkin olarak ifade edilmektedir (Fama, 1970: 383). Etkin bir piyasa, çok sayıda rasyonel, aktif şekilde rekabet ederek karını maksimize edenlerin ve menkul kıymetlerin gelecek fiyatlarını tahmin edenlerin yer aldığı, önemli güncel bilgilerin tüm katılımcılar tarafından neredeyse ücretsiz olarak elde edilebildiği bir piyasa olarak tanımlanmaktadır. Etkin bir piyasada, herhangi bir zamanda birçok katılımcı arasındaki rekabet, menkul kıymetlerin gerçek fiyatlarının geçmişteki olaylara ve piyasanın gelecekte olmasını beklediği olaylara dayanan bilgilerin etkilerini yansıttığı varsayımına dayanmaktadır (Fama, 1965: 56).

Fama vd. (1969) hisse senedi piyasasının, fiyatların yeni bilgilere çok hızlı uyum sağlaması bakımından etkin olduğu sonucuna ulaşmışlardır. 1970 yılında ise Fama "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work" adlı makalesinde "Etkin Piyasa Hipotezini" tanımlayarak hipotezi zayıf form, yarı güçlü form ve güçlü form olarak 3 kategoriye ayırmıştır (Fama, 1970).

Piyasa etkinliği üçe ayrılmaktadır. İlki faaliyet etkinliği (operational efficiency) olup, piyasada fon arz ve talep edenlerin işlemlerini en küçük maliyetle gerçekleştirmelerini ifade etmektedir. İkinci tür etkinlik ise piyasada kaynakların optimum dağıtımının hedeflendiği kaynak dağıtımı etkinliğidir (capital allocational efficiency). Son etkinlik türü ise fiyatların mevcut tüm bilgiyi yansıttığını kabul eden bilgi etkinliğidir (informational efficiency). EPH bilgi etkinliği ile ilgilenmektedir (Karan, 2018: 278).

EPH, menkul kıymet piyasalarının, bireysel hisse senetleri ve bir bütün olarak borsa hakkındaki bilgileri yansıtmada oldukça etkin olduğu görüşüne dayanmaktadır. EPH'ye göre ortaya çıkan bilginin çok hızlı yayılması ve gecikme olmadan menkul kıymet fiyatlarına yansıması; hem gelecekteki hisse fiyatlarını tahmin etmek amacıyla geçmiş hisse senedi fiyatlarını inceleyen teknik analizin, hem de yatırımcıların düşük değerli hisse senetlerini seçmelerine yardımcı olmak için şirket kazançları ve varlık değerleri gibi finansal bilgilerin analizini ifade eden temel analizin rastgele seçilmiş bir portföyden daha fazla getiri sağlayamayacağı anlamına gelmektedir (Malkiel, 2003: 59). Piyasaların etkin olduğu durumda, aynı risk kategorisindeki tüm menkul kıymetlerin beklenen getirileri eşit

olmaktadır. Dolayısıyla aynı risk kategorisindeki menkul kıymetlerin kazanç veya kayıp olasılıkları aynı olmaktadır (Saari, 1977: 1039).

EPH'ye göre hisse senedinin performansını tahmin etmek için kullanılacak herhangi bir bilgi, hisse senedi fiyatlarına çoktan yansımıştır. Bir hisse senedinin düşük fiyatlandığına ve dolayısıyla bir kar fırsatı sunduğuna dair herhangi bir bilgi olduğu anda, yatırımcılar bu hisse senedini satın alır ve hisse senedinin fiyatını sadece normal getiri oranlarının beklenebileceği adil bir seviyeye yükseltir. Burada sözü geçen normal getiri, hisse senedinin riskiyle orantılı getiri oranlarını ifade etmektedir. Bununla birlikte tüm mevcut bilgiler dikkate alındığında; fiyatların, çok kısa zamanda adil seviyelerinden işlem gördüğü takdirde, yalnızca yeni bilgilere yanıt olarak artması ya da azalması gerekmektedir. Tanım gereği yeni bilgiler tahmin edilemez olmalıdır; tahmin edilebildiği durumda ise, tahmin bugünkü bilgilerin bir parçası olacaktır. Bu yüzden yeni (tahmin edilemeyen) bilgilere yanıt olarak değişen hisse senedi fiyatları da tahmin edilemeyecek şekilde hareket etmelidir (Bodie vd., 2012: 235).

Bir firmanın gelecekte yüksek karlara ulaşacağı genel olarak biliniyorsa, bu yüksek karlar gerçekleştiğinde, EPH'ye göre firmanın hisse senedi fiyatı aşırı sermaye kazancı elde edilmeyecek düzeyde fiyatlanacaktır. Bu nedenle gelecekte karların artacağı bilgisi hisse senedinin cari dönemde satın alınması anlamına gelmemektedir. Dolayısıyla yatırımcıların etkin bir piyasada, kendine özgü riski (idiosyncratic risk) minimize etmek ve risk toleranslarına uygun miktarda risk almak için mümkün olan en yüksek düzeyde çeşitlendirme yapmaktan başka yatırım hedefleri olmamalıdır. Bunların yanı sıra yatırımcılar yatırım kararlarını bilgilere dayandırmalıdır. Yatırımcılar bu bilgileri değerlendirirken sadece doğru olup olmadığını değil, aynı zamanda uygulayıcıların bakış açısında genel olarak bilinip bilinmediğini ve halihazırda hissenin piyasa fiyatında iskonto edilip edilmediğini de dikkate almalıdır (LeRoy, 1989: 1583-1584).

Etkin bir piyasa bilgiyi israf etmez ya da yanlış kullanmaz. EPH'ye göre para ve sermaye piyasaları kar getirebilecek bilgileri dikkate almaktadır. Finansal piyasalar çok sayıda karını maksimize eden, bilgili ve akıllı yatırımcıları kapsayabildiği için piyasalarda

karlı işlemler yapılabilmekte ve varlıklar sistematik olarak yanlış fiyatlandırılmamaktadır (Rose ve Marquis, 2008: 57).

Mandelbrot (1971: 227) piyasa etkinliğini ekonomik denge (economic equilibrium) olarak tanımlarken; LeRoy (1989: 1583) varlık fiyatlarına uygulanan rekabetçi denge (competitive equilibrium) teorisi olarak tanımlamaktadır. Rasyonel beklentiler teorisine dayanan EPH'ye göre finansal piyasalar dengede olduğunda, varlık fiyatları kolayca elde edilebilen tüm bilgileri yansıtmaktadır. Bir varlığın talep edilen miktarı, arz miktarına eşit olduğunda finansal piyasalar dengededir. Getiriler yalnızca risk ve likidite farklılıklarını yansıtmaktadır. Fiyatlar finansal piyasaları dengeye getirmek için ayarlanmaktadır. Bu nedenle etkin bir piyasada; bir varlığın fiyatının tüm mevcut bilgiler kullanılarak yapılan optimal tahmini varlığın denge fiyatına eşit olacaktır (Burton vd., 2015: 146). EPH'ye göre menkul kıymetler her zaman doğru bir şekilde fiyatlanmaktadır. Ortalama bir yatırımcı (bir birey, emeklilik fonu ya da yatırım fonu gibi) piyasayı sürekli yenmeyi beklememelidir. Bu yatırımcıların varlıkları analiz etmek, seçmek ve işlem yapmak için kullandığı kaynaklar boşa harcanmaktadır. En iyi yöntem piyasa portföyünü pasif olarak elde tutmak ve aktif para yönetiminden kaçınmaktır. EPH'nin geçerli olduğu durumda piyasa en doğrusunu bilecektir (Shleifer, 2000: 1).

EPH'nin 5 temel varsayımı aşağıdaki şekildedir (Redhead, 2008: 483-484):

- Yatırımcılar rasyoneldir.
- Tüm yatırım fırsatlarından yararlanabilmek için rasyonel yatırımcıların yeterli fona sahip olmaları gerekmektedir.
- Bilgi birçok yatırımcıya anında sunulmakta ve rasyonel yatırımcılar kar elde edebilmek için bu bilgileri hemen kullanmaktadırlar.
- Rasyonel yatırımcılar piyasaların etkin olmadığına inanmaktadırlar. Etkin olduğuna inanırlarsa piyasa etkinliği geçerliliğini kaybedecektir.
- İşlem maliyetleri, piyasa etkileri ve yatırımcının yanlış fiyat tahmini olasılığını telafi etmek için beklediği ek getiri, işlem yapmayı caydıracak kadar yüksek olmamalıdır.

EPH'nin iki önemli özelliği vardır. Bunlardan ilki menkul kıymetlerin yeni bilgiye çok kısa sürede ve yansız bir şekilde tepki vermesidir. İkinci özelliği ise fiyatların rastgele hareket etmesidir (Fischel, 1978: 3). Menkul kıymet fiyatları, bilgileri tamamen içerdiğinden ve fiyatlar çok kısa sürede değiştiğinden günlük fiyat değişimleri zaman içinde rassal yürüyüş (random walk) sergileyecektir. Rassal yürüyüş fiyat değişimlerinin tahmin edilemez ve oluşan kalıpların (pattern) tesadüfi olduğu anlamına gelmektedir (Mayo, 2013: 109). Piyasa etkin oldukça, fiyat hareketleri de o düzeyde rastgele olacak ve en etkin piyasada fiyat hareketleri tamamen rastgele ve tahmin edilemez olacaktır (Lo, 2008: 2).

EPH, karlı işlem potansiyeli, piyasayı yenebilecek bir yatırım yöneticisi bulma olasılığı ve sermaye piyasalarında öngörülebilirliğin sınırları hakkındaki beklentilere yön verebildiği için önem arz etmektedir. Hipotezin tam olarak geçerli olduğu bir piyasada, bir spekülatör, bir yatırım yöneticisi ya da yöneticinin müşterilerinin sürekli olarak piyasayı yenmesi mümkün değildir (Goetzmann, 2014: 410).

1.1.1. Etkin Piyasa Hipotezinin Sınıflandırılması

EPH piyasada bilgilerin fiyatlara ne ölçüde dahil edildiğine odaklanmaktadır. Varlık fiyatları daha fazla bilgi içerdikçe piyasa çok daha etkin olmaktadır. Piyasaların etkinlik düzeyi, fiyatların yansıtabileceği farklı bilgi türlerine göre değişiklik göstermekte olup üç etkinlik düzeyinden söz etmek mümkündür. Bunlar zayıf formda etkin, yarı güçlü formda etkin ve güçlü formda etkin piyasalardır (Smart vd., 2017: 369).

1.1.1.1. Zayıf Formda Piyasa Etkinliği

Zayıf formda etkin piyasada, bugünün hisse senedi fiyatları hisse senedinin geçmiş fiyatları hakkındaki tüm bilgileri yansıtmaktadır. Bu yüzden geçmiş fiyatlar yatırım kararları için kullanılamamakta dolayısıyla yanlış fiyatlandırılmış hisse senetleri bulunmamaktadır. Teknik analistler yanlış fiyatlandırılmış hisse senetlerini bulmak için geçmiş fiyat bilgilerini kullanmaya çalışmaktadır. Zayıf formda etkin bir piyasada, teknik analiz yöntemleri kullanılarak anormal getiri sağlayan fırsatlar bulunamaz (Levy ve Post, 2005: 379).

Fiyatların rassal yürüyüş sergilediği hipotezi EPH'nin zayıf formda etkin piyasası ile ilişkilidir. Fiyatların rassal yürüyüş sergilemesi, gelecekteki fiyatların tahmin edilemeyeceği

anlamına gelmekte olup belirli bir gündeki artışın bir sonraki günde artış ya da azalışa işaret etmeyeceğini göstermektedir. Böyle bir durumda fiyatların bir hafızaya sahip olmadığı söylenebilmektedir (Titan, 2015: 444).

Zayıf formda etkin piyasa, hisse senedi fiyatlarının geçmiş fiyatları ve işlem hacmi gibi verilerle elde edilebilecek tüm bilgileri yansıttığını ileri sürmektedir. Geçmiş hisse senedi fiyat bilgileri halka açık olup bilgilerin elde edilmesi için genellikle herhangi bir ücret ödemek gerekmemektedir. Bu bilgilerin hisse senetlerinin gelecek performansı hakkında güvenilir sinyaller vermesi durumunda, tüm yatırımcılar çoktan sinyallerden yararlanmış olacaklardır. Dolayısıyla bir alım (satım) sinyali; sinyaller yaygın olarak bilinir hale geldikçe hisse senedinin fiyatını çok kısa sürede artıracağı (azaltacağı) için değerlerini kaybedeceklerdir (Bodie vd., 2014: 353-354). Zayıf formda etkin piyasada geçmiş bilgiler dışındaki kamuya açık olan ve olmayan bilgilerle anormal getiri elde edilebilir. Ancak bu piyasada geçmiş bilgilere bakarak cari ya da gelecekteki hisse senedi fiyatlarını tahmin etmek mümkün değildir. Bir piyasada teknik analiz yöntemleri kullanılarak anormal getiri elde edilebiliyorsa bu durumda piyasanın zayıf formda etkin olmadığını söylemek mümkündür.

1.1.1.2. Yarı Güçlü Formda Piyasa Etkinliği

Yarı güçlü formda etkin piyasa cari fiyatların kamuya açık tüm bilgileri tam olarak yansıtıp yansıtmadığı ile ilgilenmektedir. Bu bilgiler hisse senedi bölünmeleri, firmalar tarafından finansal raporların duyurulması, yeni halk arzlar gibi bilgileri içermektedir (Fama, 1970: 404). Kamuya açık tüm bilgiler; firmanın geçmiş fiyatlarını, mali tablolarını, sektörünü ve genel ekonomiyi inceleyerek öğrenilen bilgileri içermektedir (Mayo, 2013: 112). Temettü artışı, satın alma veya hisse senedi bölünmesi gibi duyurular bir firmaya özgü iken, merkez bankası politika faiz oranlarındaki değişikliğe ilişkin duyurular genel ekonomi ile ilgilidir (Madura, 2015: 301).

Yarı güçlü formda etkin piyasada, bir yatırımcı kamuya açık bilgilere dayanarak oluşturulan işlem stratejileri ile anormal getiri elde edemez. Kamuya açık bilgilerin ekonomik değeri yoktur. Buradan hareketle, bir bilgi halka duyurulduğunda tüm yatırımcıların anında tepki vermesi ve böylece halka açık bilgilerin fiyatları yansıtması beklenmektedir. Dolayısıyla yeni bir bilgi zaten fiyatlara yansımış olacağından anormal

getiri elde edilemez (Levy ve Post, 2005: 380). Tüm kamuya açık bilgiler geçmiş fiyatları da kapsadığından yarı güçlü formda etkin bir piyasanın aynı zamanda zayıf formda etkin bir piyasa olduğu söylenebilir. Ancak yatırımcılar cari kamuya açık bilgilerle işlem yaptığında anormal getiri elde edebiliyorsa zayıf formda etkin bir piyasanın, yarı güçlü formda etkin bir piyasa olmadığını söylemek mümkündür. Piyasanın bu bilgiyi elde etme süresi kısaldıkça anormal getiri de düşecektir (Saunders ve Cornett, 2012: 275). Yarı güçlü formda etkin piyasada kamuya açık olmayan bilgileri kullanarak anormal getiri elde etmek mümkündür.

1.1.1.3. Güçlü Formda Piyasa Etkinliği

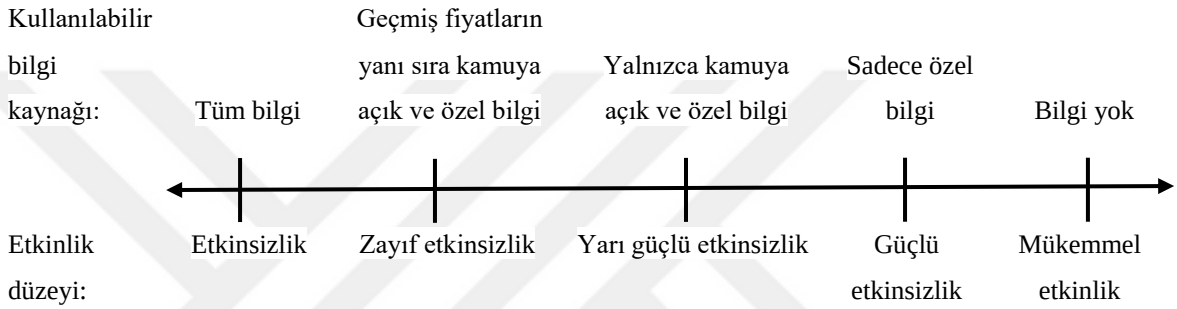
En gelişmiş piyasa etkinliği türü olan güçlü formda etkin piyasada varlık fiyatları tüm kamuya açık ve gizli bilgileri yansıtmaktadır. Tüm yatırımcıları kapsayan piyasa, kamuya henüz duyurulmamış bilgiler de dahil olmak üzere varlıklar hakkındaki her şeyi bilmektedir. Bu nedenle kamuya henüz duyurulmamış bilgileri ifade eden ve yasal olmayan içeriden bilgilerle (inside information) anormal getiri elde etmek mümkün değildir (Fabozzi ve Drake, 2009: 130). Burada bahsi geçen gizli bilgilerin bir türü olarak bir firmanın çalışanları ya da yöneticileri gibi firma içerisinden elde edilen bilgiler örnek verilebilir. Bu kişiler firmanın aldığı önemli stratejik kararlara ulaşabilmektedirler. Bunların yanı sıra firmanın finansal durumu hakkında diğer hissedarlara açık olmayan ayrıntılı bilgilere sahip olabilmektedirler (Smart vd., 2017: 372).

Yatırımcılar bir firma hakkında gizli bir bilgiye ulaştığında piyasa bu bilgiye çoktan yanıt vermiş olacak ve firmanın hisse senedi fiyatının yeni denge fiyatına ulaşmasına sebep olacaktır. Güçlü formda etkin piyasanın geçerli olduğu bir durumda piyasa yarı güçlü formda da etkin olacaktır. Ancak piyasa yarı güçlü formda etkin iken, güçlü formda etkin olmayabilir (Saunders ve Cornett, 2012: 275).

Güçlü formda etkinliğe göre, fiyatların tüm mevcut bilgileri yansıtması herhangi bir yatırımcının menkul kıymet piyasalarında bilgi avantajının olmadığı anlamına gelmektedir. Böyle bir durumda menkul kıymetin bugünkü fiyatı, yarın değerinin ne olacağına ilişkin genel beklentiyi ya da piyasa beklentisini yansıtmaktadır (Goetzmann, 2014: 410).

Piyasanın etkinlik düzeyi Şekil 1'de verilmektedir. Şekil incelendiğinde piyasada kullanılabilir bilgi kaynağı arttıkça piyasanın etkinlikten etkinsizliğe gittiği gözlemlenebilmektedir. Piyasada fiyat hareketleri için kullanılabilecek herhangi bir bilgi yoksa piyasanın mükemmel etkin olduğu, tüm bilgilerin kullanılabildiği piyasanın ise etkin olmadığı söylenebilmektedir.

Şekil 1. EPH'ye Göre Analiz için Veri Kaynakları



Kaynak: Levy ve Post, 2005: 382.

1.1.2. Etkin Piyasa Hipotezine Yönelik Eleştiriler

EPH'nin varsayımlarının katı olması, gerçek dünya ile uyuşmayan varsayımlar, birçok araştırmacının EPH'yi eleştirmesine neden olmuştur. EPH'nin en büyük eleştirilerinden biri anomalilerdir. Anomaliler bir varlığın getirilerinde ortaya çıkan güvenilir, yaygın olarak bilinen ve açıklanamayan düzenli bazı kalıpları ifade etmektedir. Bu kalıpların güvenilir ve düzenli olması varlığın fiyatının belirli bir düzeyde tahmin edilebilmesine olanak sağlar. Birçok yatırımcı, yaygın olarak bilinen bu kalıplardan yararlanabilmekte ve düşük riskle aşırı getiri elde edebilmektedir (Lo, 2008: 6). Finansal piyasalardaki anomaliler aşağıda yer almaktadır:

Haftanın günü anomalisi: Haftanın bazı günlerinde getirilerin istatistiksel olarak anlamlı farklılığa sahip olduğunu belirtmektedir. Buradan hareketle haftanın günü anomalisi, pazartesi (cuma) günü ortalama getirinin negatif (pozitif) olması ya da diğer günlerden anormal olarak az (fazla) olmasını ifade etmektedir (French, 1980; Rossi, 2015: 289). Haftanın günlerinin yatırımcıların ruh hali üzerinde etkisi olabileceği için yatırımcıların risk alma iştahı dolayısıyla hisse senedi getirileri hafta boyunca değişiklik gösterebilir (Qadan ve

Idilbi-Baya, 2021). Pazartesi günü hafta başı olduğu için yatırımcıların karamsar olması, cuma günü ise tatilin başlangıcı anlamına gelebileceği için yatırımcıların iyimser olması sonucu pazartesi günü negatif, cuma günü ise pozitif getiri beklenebilir.

Ocak ayı anomalisi: Ocak ayında piyasa değeri düşük olan şirketlerin, büyük olan şirketlerden daha fazla getiri elde etmesidir (Latif vd., 2011: 6). Belirli koşullarda, yatırımcılar yıl sonunda gelir vergisini hesaplarken yatırım kayıplarını düşebilirler (Hirt ve Block, 2012: 253). Bu nedenle yatırımcılar zararda olan hisse senetlerini yıl sonunda satarak daha düşük gelir vergisi ödeyebilirler. Bu durum yıl sonunda getirilerin düşmesine, ocak ayı geldiğinde ise hisse senetlerinin tekrar satın alınarak yükselmesine neden olmaktadır.

Ay dönümü anomalisi: Hisse senetlerinde ortalama getirinin ayın ilk günlerinde pozitif, son günlerinde ise negatif olduğu anomalidir (Ariel, 1987). Ogden (1990)'e göre bu anomalinin sebebi ay dönümünün ücret, temettü vb. ödemelerin elde edildiği dönem olup bu dönemlerde hisse senetlerine talep artmakta ve hisse senedi fiyatları yükselmektedir.

Yıl dönümü anomalisi: Hisse senedi fiyatlarının ve borsa işlem hacminin aralık ayının son haftasında ve ocak ayının ilk yarısında arttığını iddia etmektedir (Latif vd., 2011: 3). Yıl sonunda yatırımcılar zarar eden hisse senetlerini satarak daha az gelir vergisi ödemekte, yıl dönümünde ise hisse senedi piyasasında tekrar alım yaparak hisse senedi fiyatlarının hızlı bir şekilde tekrar denge seviyesine gelmesini sağlamaktadırlar (Berges, 1984: 185).

Tatil öncesi anomalisi: Hisse senedi getirilerinin resmi tatillerden hemen önceki günlerde pozitif getiriye sahip olduğunu ileri sürmektedir. Bu anomali, yatırımcıların tatil öncesinde iyimser olması nedeniyle hisse senetlerini satın alması ile açıklanabilir (Cao vd., 2009: 172).

Fiyat/kazanç (F/K) oranı anomalisi: Düşük F/K oranına sahip hisse senetlerinin yüksek F/K oranına sahip hisse senetlerinden daha fazla getiriye sahip olduğunu belirtmektedir. İki firmanın aynı beklenen kazanca sahip olduğu durumda, daha riskli hisse senedi daha düşük fiyattan ve daha düşük F/K oranından satılacak, böylece daha fazla getiriye sahip olacaktır (Bodie vd., 2012: 247).

Piyasa değeri/defter değeri (PD/DD) anomalisi: PD/DD oranı düşük olan hisse senetlerinin PD/DD oranı yüksek olan hisse senetlerine kıyasla daha fazla getiriye sahip olmasıdır. Bunun

nedeni piyasanın hisse senetlerini yanlış fiyatlamasından kaynaklanabilmektedir. Defter değeri piyasa değerine yakın olan hisse senedinin, defter değeri piyasa değerinin çok altında olan hisse senedinden daha düşük değerlenmesi muhtemel bir sonuçtur (Hirt ve Block, 2012: 253).

İlk halka arz anomalisi: İlk defa halka arz edilen bir firmanın düşük fiyatlandığını belirtmektedir. Firma, piyasa değerinin çok altında halka arz edildiği için yüksek getiri fırsatı sunmaktadır (Schenone, 2004).

Düşük fiyatlı hisse senedi anomalisi: Düşük fiyatlı hisse senetlerinin yüksek fiyatlı hisse senetlerine kıyasla daha fazla getiri sağlayabileceğini ileri sürmektedir. Hisse senedinin fiyatının düşük olması, yatırımcılar tarafından hisse senedinin ucuz olduğu yönünde bir yanılgıya ve hisse senedini satın almaya sebep olabilmektedir.

Firma büyüklüğü anomalisi: Küçük firmaların hisse senedi getirilerinin büyük firmaların hisse senedi getirilerinden fazla olmasıdır. Bu anomalinin nedenlerinden biri küçük firmaların daha hızlı büyümeleri ve karlarını ortaklara dağıtmak yerine yatırım amaçlı kullanmalarıyken; diğer bir nedeni ise küçük firmaların risklerinin büyük firmaların riskine kıyasla daha fazla olması bu nedenle daha fazla getiri elde etmeleridir (Uğurlu ve Demir, 2016: 107).

Sürpriz kazanç etkisi: Şirketin kazanç duyurusu, beklenmedik düzeyde yüksek olduğunda hisse senedi fiyatı duyurudan sonra birkaç gün boyunca yükselip, yüksek getiri elde etme imkanı tanıyabilir. Diğer taraftan kazancın beklenmedik düzeyde düşük olduğu durumda ise hisse senedi fiyatı birkaç gün boyunca düşüş gösterebilir (Hirt ve Block, 2012: 256).

Aşırı reaksiyon etkisi: Hisse senetlerinin yeni bilgiye aşırı tepki vermesidir. Bu aşırı tepki asimetrik olup kötü bilgiye verilmekteyken, iyi bilgiye verilmemektedir (Mayo, 2013: 115).

İhmal edilmiş firma anomalisi: Küçük firmalar, büyük finansal kuruluşlar tarafından ihmal edilmekte ve bu nedenle küçük firmalar ile ilgili daha az bilgi bulunmaktadır. Bu bilgi eksikliği sonucu küçük firmalar daha riskli hale gelerek daha yüksek getiri sağlamaktadırlar (Bodie vd., 2014: 368).

Anomalilerin varlığı piyasanın etkin olmadığı anlamına gelmektedir. Etkin bir piyasanın geçerli olduğu durumda yatırımcılar anormal getiri elde edemez. Ancak yatırımcılar bahsi geçen anomaliler nedeniyle anormal getiri elde edebilmektedir.

EPH, en büyük eleştirisi olan anomalilerin yanı sıra piyasadaki bilginin arz yönü hakkında herhangi bir açıklamada da bulunmamaktadır. Diğer bir deyişle arz tarafında ne kadar bilginin var olduğu, bilgilerin kaynağının ne olduğu (muhase raporları, yöneticilerin açıklamaları ya da devletin istatistik verileri gibi), bilgilerin güvenilirliği gibi bilgiler EPH'de açıklığa kavuşturulmamıştır. Dolayısıyla hipotez yalnızca piyasanın talep yönü ile ilgilenmektedir. Bilgi arzı dikkate alındığında, yatırımcılar yalnızca varlıklar dengeye gelene kadar işlem yapacaklardır. Sonuç olarak hipotez getiri dağılımlarının şekilleri ya da zaman içindeki hareketleri ile ilgilenmemektedir (Ball, 2009: 12).

Black (1986) çalışmasında yeterli bilgiye sahip olmayan yatırımcıların gürültüleri (noise) dikkate alarak yatırım yaptığı dolayısıyla rasyonel davranmadıklarını ileri sürmektedir. Temel ya da teknik analiz yerine söylentileri baz alarak yatırım yapmak anlamına gelen gürültü, piyasaların etkin olmadığını kanıtlamaktadır.

Tüm yatırımcıların rasyonel olduğunu varsayan etkin piyasaların teorik modelleri Shiller (2003) tarafından metafor olarak görülmektedir. Yazara göre karmaşık stokastik optimizasyon problemlerini herkesin çözebilmesi iddiası gerçekle bağdaşmamaktadır. Hipotez, hisse senedi piyasası balonları gibi olayların büyük ölçüde yanlış yorumlanmasına yol açabilir. Ayrıca piyasa anomalilerinin bazen ortadan kalkması piyasaların tamamen rasyonel olduğuna dair bir kanıt oluşturmamaktadır.

De Bondt ve Thaler (1985, 1987) hisse senedi piyasalarında aşırı tepki veren yatırımcıların rasyonel davranmadığı yönünde bulgular elde ederek; aşırı tepki hipotezi adını verdikleri hipotezin doğruluğunu kanıtlamışlardır. Ayrıca piyasaların zayıf formda etkin olmadığı yönünde bulgulara ulaşmışlardır. Lo (2008: 5) da yatırımcıların her zaman yeni bilgiye aynı oranda tepki vermediğini belirtmektedir. Yatırımcılar performansa aşırı tepki verebilir, yakın zamanda fiyatı düşmüş hisse senetlerini satarken fiyatı yükselen hisse senetlerini satın alabilir. Bu tür aşırı tepkiler hisse senedi fiyatlarını adil seviyelerinden saptırabilmektedir. Bu durumda rasyonel yatırımcılar fiyatları tersine işlem yaparak dengeye

getirebilmektedirler. Bunun sonuçlarından biri yükselen fiyatların düşmesi, düşen fiyatların yükselmesi olacaktır. Diğer bir sonucu ise kaybedenlerin satın almasını, kazananların ise satmasını ifade eden aykırı yatırım stratejilerinin aşırı getiri sağlamasıdır.

EPH'nin gerçek fiyat (içsel fiyat veya temel değer) yaklaşımı anlamsız olup fiyatların nasıl davranması gerektiğini açıklamaya çalışmak imkansızdır. Fiyatlar yatırımcıların zihinlerindeki modellere ya da teorilere en az dışarıdan gelen bilgiler kadar bağlıdır. Bu modeller yatırımcıların eğitimlerinin, geçmiş deneyimlerinin, ruh halinin ve geleceği nasıl gördüklerinin bir sonucudur. Dolayısıyla yeni bilgi yatırımcıları farklı olarak etkilemektedir (Guerrien ve Gun, 2011: 28).

Shiller (1979) uzun dönem faiz oranlarının; LeRoy ve Porter (1981) ve Shiller (1981) ise hisse senedi fiyatlarının aşırı volatiliteye sahip olduğu yönünde kanıtlar elde etmişlerdir. Bu volatilitenin yalnızca yeni bilgilerle açıklanamaması EPH ile çelişmektedir.

EPH'ye göre tüm yatırımcıların homojen beklentilere sahip olması, etkin bir piyasada işlem yapmanın anlamsız olduğunu ifade etmektedir. Homojen beklentilere sahip oldukları için, yatırımcıların aynı varlıklar üzerinde aynı yönde işlem yapmaları gerekmektedir. Ancak piyasa işleyişi açısından bu durum mümkün değildir. Piyasada bir işlem hacmi ancak yatırımcıların homojen olmayan beklentileri olduğu durumda gerçekleşebilecektir (Çağlarırmak Uslu, 2002: 129).

Grossman ve Stiglitz (1980) EPH'nin geçerli olduğu ve bilginin maliyetli olduğu bir piyasada rekabetçi piyasaların çökeceğini dolayısıyla mükemmel bir etkin piyasanın imkansız olduğunu iddia etmiştir. Bilgiye erişim maliyetli olmasına rağmen, bilgiyi elde etmek için maliyete katlanan yatırımcılar bu maliyeti telafi edecek bir getiri sağlamayacaklardır. Sonuç olarak yatırımcılar bu piyasalara girmeyeceklerdir.

Fiyat hareketlerinin birbirinden bağımsız olmaması, fiyatların normal dağılıma ve durağanlığa sahip olmaması, fiyatlardaki kümelenmenin yanı sıra piyasadaki krizler ve çöküşler gibi büyük finansal olayların meydana gelmesi EPH'nin eleştirilerinden bir diğeridir (Blackledge ve Rebow, 2010: 41).

Açıklanan tüm bu eleştiriler davranışsal finans alanının gelişmesine katkıda bulunmuştur. Finansal piyasalardaki yatırımcıların, yöneticilerin ve diğer piyasa aktörlerinin rasyonel olduğu görüşüne dayanan geleneksel finansın aksine, davranışsal finans piyasa katılımcılarının sistematik hatalar yaptığını ve bu hataların insan doğasında var olan bilişsel önyargılarla bağlantılı olduğunu öne sürmektedir (Smart vd., 2017: 377). Davranışsal finansa göre yatırımcılar her zaman rasyonel davranmamaktadır. Yatırımcılar, rasyonel davranmadığı bu zamanlarda (örneğin piyasada balon oluştuğunda) tedbirli davranmaktan vazgeçerek menkul kıymet fiyatlarını herhangi bir dayanağı olmayan temel değerleme seviyesinin çok üstüne yükseltmeye istekli görünmektedirler (Mayo, 2013: 412).

Yapılan akademik çalışmalar sonucunda hisse senedi getirilerinin dağılımında, EPH ile örtüşmeyen kalın kuyruk, değişen varyans, uzun dönemli bellek (fraktallık) özelliklerinin varlığı tespit edilmiştir (Günay, 2013: 15). EPH'ye göre fiyat değişikliklerinin normal dağılıma sahip olması gerçek hayatla bağdaşmamaktadır. Fiyatlar normal dağılıma sahip olmayıp, rassal yürüyüş özelliği göstermemektedir. EPH'nin gerçek hayatla bağdaşmaması, getiri serilerinde bağımlılık, uzun hafıza özelliği ve kendine benzerlik kavramlarının ortaya çıkmasına neden olmuştur. Fiyatlarda meydana gelen kendine benzerlik yapısı FPH'nin EPH'ye alternatif olarak ortaya çıkmasına neden olmuştur (Erdoğan, 2017a: 50).

1.2. Fraktallık ve Fraktal Piyasa Hipotezi

FPH hakkında detaylı bilgi verilmeden önce konunun daha iyi anlaşılabilmesi için fraktal, fraktal geometri, fraktal boyut, uzun hafıza, kendine benzerlik, likidite ve yatırım ufku kavramları üzerinde durulacaktır.

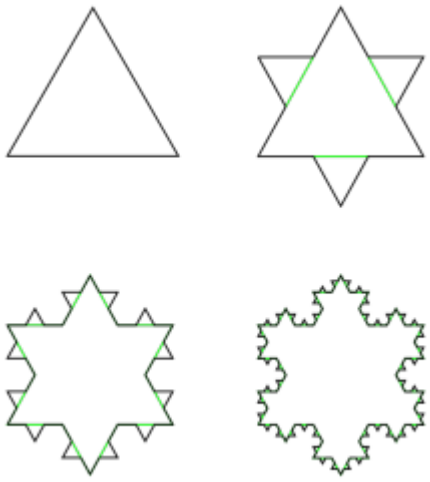
1.2.1. Fraktal, Fraktal Boyut ve Kendine Benzerlik

1960'lı yıllarda IBM araştırma merkezinde matematikçi olarak çalışan Benoit Mandelbrot tarafından fraktal kavramı ortaya atılmıştır. Farklı zaman ölçeklerinde pamuk fiyatlarının benzer özellik göstermesi fraktallığın gelişmesinde önemli rol oynamıştır. Fraktallar geometrik olarak kendi parçalarına benzeyen geometrik nesnelerdir (Focardi ve Fabozzi, 2004: 258). Latincedeki "fractus" kelimesinden türetilen ve "kırılmış" ya da "parçalanmış" anlamına gelen fraktal, her biri bütünün küçük ölçekli bir yansımasına sahip

daha küçük parçalara bölünebilen geometrik bir şekildir (Mandelbrot ve Hudson, 2004). Başka bir tanıma göre fraktal, parçaları bir şekilde bütünüyle ilişkili olan nesnedir. Fraktallar kendine benzerdir (self-similar) ve en kolay gözlemlenen doğal fraktallardan biri ağaçlardır. Fraktal ölçeğe göre dallanan ağaçlarda her bir dal, daha küçük dalları ile niteliksel anlamda tüm ağaca benzemektedir (Peters, 1991: 46-47). Ağaçların yanı sıra fraktal yapılar, kar taneleri, dağlar, yapraklar gibi çok çeşitli doğal nesnelerde bulunabilmektedir.

Şekil 2'de yaygın olarak bilinen ve Koch kar tanesi olarak adlandırılan bir fraktal yapı görülmektedir. Bu fraktal, basit bir eşkenar üçgenden başlayarak oluşturulmaktadır (birinci iterasyon). İkinci iterasyonda üçgenin her kenarı üç eşit parçaya bölünmekte ve her kenarın ortasından dışa doğru daha küçük bir eşkenar üçgen oluşturulmaktadır. Bu aşamada yeni eşkenar üçgenin tabanı olarak kullanılan yeşil parça çıkarılmaktadır. Bu işlem ilerleyen iterasyonlarda aynı şekilde devam etmekte ve dördüncü iterasyondaki gibi hal almaktadır (Messana, 2020: 17). Şekil 2 incelendiğinde fraktal yapıların, bütünden küçük parçalara inildikçe ya da küçük parçalardan büyük parçalara gidildikçe parçaların birbirine benzer geometrik şekiller olduğu gözlemlenebilmektedir.

Şekil 2. Koch Kar Tanesi

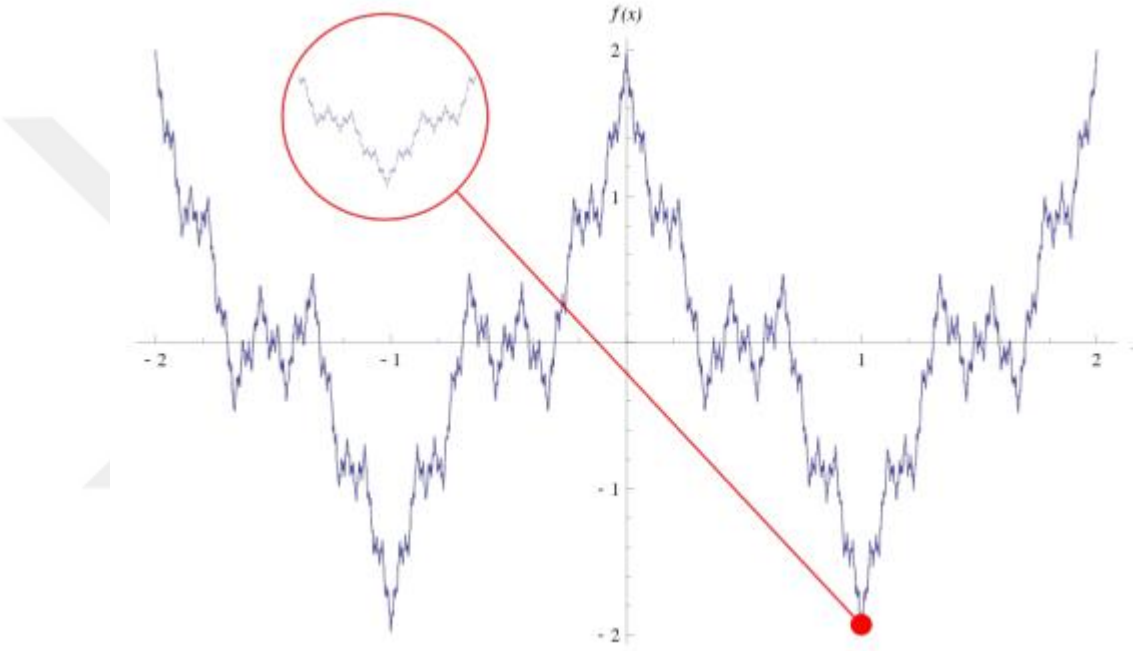


Kaynak: Messana, 2020: 17.

Fraktal yapılara bir diğer örnek Şekil 3'te verilmiştir. Kırmızı noktaya yakınlaştırıldığında elde edilen görüntü kırmızı çember içerisinde verilmiştir. Kırmızı

çember içerisindeki görüntünün, tüm grafikteki görüntüye benzer olduğu görülebilmektedir. Buradan hareketle fraktal yapıların kendine benzer olduğu, dolayısıyla nesneye yakınlaşıldığında ya da uzaklaşıldığında benzer görüntünün elde edilebileceği söylenebilmektedir (Messana, 2020: 16).

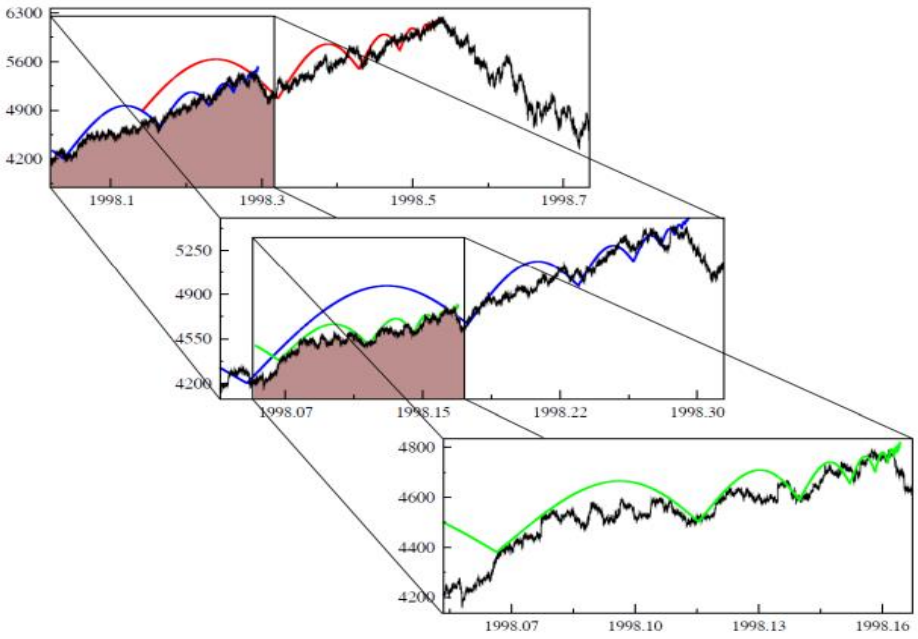
Şekil 3. Weierstrass Fonksiyonu



Kaynak: Messana, 2020: 16.

Benzer şekilde Oswiecimka vd. (2010) tarafından yapılan çalışmada DAX Endeksi, S&P 500 Endeksi ve Brent petrolü ele alınmış ve bu finansal zaman serilerinin fraktal yapı yani kendine benzerlik özelliği gösterdiği tespit edilmiştir. Şekil 4 DAX Endeksinin fraktal yapısını 1998 yılının yaklaşık ilk 10 aylık dönemi için göstermektedir. Şekil incelendiğinde zaman serisinin farklı zaman ölçeklerinde kendine benzer olduğu söylenebilmektedir. Belirli bir aralık baz alınıp seriye daha yakından bakıldığında bu parçanın tüm seriye benzer bir yapı sergilediği gözlemlenebilmektedir.

Şekil 4. DAX Endeksinin Kendine Benzer Yapısı



Kaynak: Oswiecimka vd., 2010: 638.

Fraktal geometri Öklid geometrisindeki üçgen, dikdörtgen gibi basit şekiller yerine sıradışı, karmaşık yapılar ile ilgilenmektedir. Fraktal geometride nesneler, Öklid geometrisindeki şekillerin aksine düzenli bir yapıya sahip değildir ve düzensizlerdir. Bunların yanı sıra fraktal geometride nesneler farklı ölçeklerde aynı dereceden düzensizliğe sahiptirler (Ürkmez, 2018: 17).

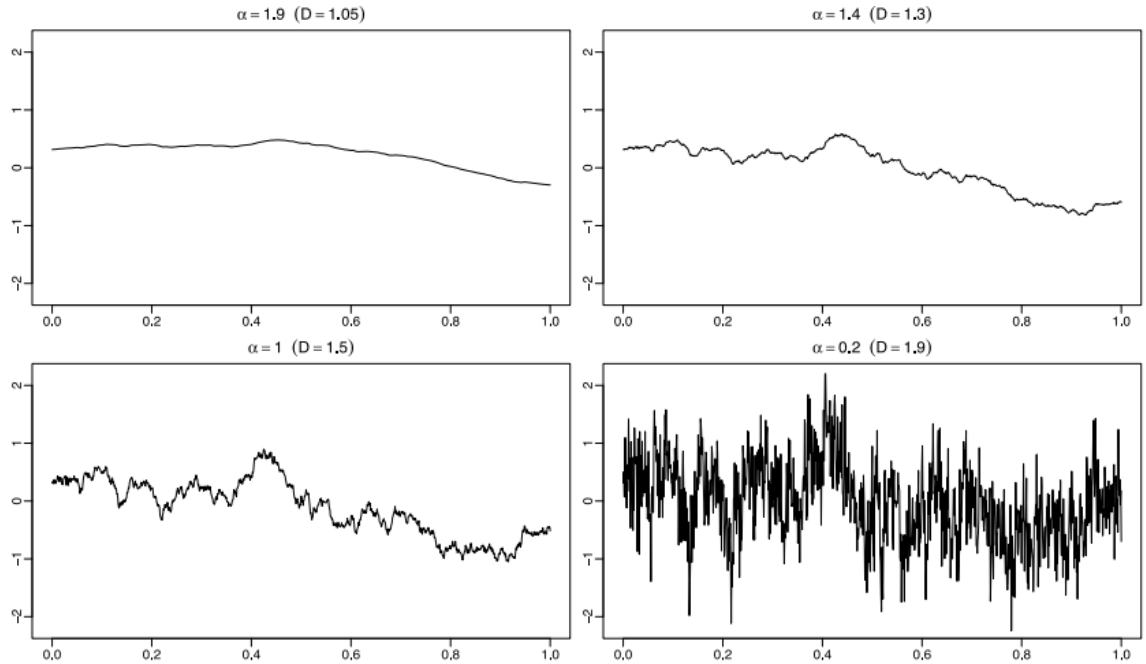
Fraktal boyut, geometrik bir nesnenin alanı nasıl kapladığını nicel olarak ölçen bir kavramdır. Düz bir çizginin fraktal boyutu bir, bir düzlemin fraktal boyutu ise ikidir. Bunların yanı sıra fraktal nesnelerin ara boyutları da olabilir. Düz bir çizgiden daha fazla alan kaplayacak kadar dalgalı olan bir Brownian hareketinin yolu fraktal nesnelerin ara boyutuna örnek olarak verilebilir (Focardi ve Fabozzi, 2004: 231). Üç boyutlu bir kitabın kalınlık boyutunun olmadığı varsayıldığında geleneksel Öklid geometrisine göre bu kitap iki boyutlu bir düzleme sahiptir. Kitaptan bir kağıt yırtılıp top yapmak için ufalandığında, bu top ne iki boyutlu ne de üç boyutlu olacaktır. Üç boyuttan az olan bu kıvrıştırılmış kağıdın boyutu kesirli ya da diğer bir deyişle fraktal boyuta sahip olacaktır. Dolayısıyla geleneksel Öklid geometrisinden farklı olarak fraktal geometride, nesnelerin boyutları tam sayı olmamaktadır.

Fraktal bir nesne, alanını düzensiz bir şekilde doldurur, çünkü parçaları birbiri ile ilişkili ya da korelasyonludur (Peters, 1991: 55, 57).

İkinci bölümde ele alınacak olan Hurst üsteli bir fraktal boyuta $D = 2 - H$ formülü ile dönüştürülebilir. Bu denklemde D fraktal boyutu, H Hurst üstelini temsil etmektedir. Rassal yürüyüşün fraktal boyutu 1,5 olduğu için rassal yürüyüş sürecinde Hurst üsteli 0,5 olmaktadır. $0{,}5 < H < 1$ ise fraktal boyut bir çizgiye yakın olmakta ve dirençli (persistent) zaman serileri rassal yürüyüş serisinden daha düzgün ve daha az dalgalı bir yapıya sahip olmaktadır. $0 < H < 0{,}5$ ise fraktal boyut daha yüksek olmakta ve zaman serisi daha dalgalı bir çizgiye sahip olmaktadır. Bu da seride dirençli olmayan (anti-persistent) bir yapı anlamına gelmektedir (Jin, 2001: 87).

Şekil 5'te çeşitli fraktal boyutlardaki durağan Gaussian süreçler yer almaktadır. Fraktal boyut arttıkça zaman serisinin daha dalgalı bir yapıya sahip olduğu, düşük fraktal boyutta ise serinin daha düz olduğu gözlemlenebilmektedir. Fraktal boyut arttıkça serideki kalıcılığın azalarak dirençli olmayan bir yapıya kavuştuğu çıkarımı yapılabilmektedir.

Şekil 5. Farklı Fraktal Boyutlara Sahip Durağan Gaussian Süreçler



Kaynak: Gneiting vd., 2012: 249.

Mandelbrot fraktal geometriyi pamuk fiyatlarının davranışını incelemek için tanıtmış ve emtia fiyatlarının rassal yürüyüş sergilemediği sonucuna ulaşmıştır. Finansal zaman serilerinin bazı emtialara benzer çok fraktallı karmaşık yapı sergilemesi, finansal piyasaların fraktal geometri ile incelenmesi için ilham verici olmuştur (Aslam vd., 2020: 2).

Mandelbrot ve Hudson (2004)'a göre fraktal geometri yöntemleri akışkanlar dinamiği, hidroloji ve meteorolojide önemli bir yere sahiptir. Fraktal geometrinin gücü, birtakım karmaşık ve düzensiz veriyi birkaç basit formülle ifade etmedeki eşsiz yeteneğinden kaynaklanmaktadır. Bu güç, özellikle kargaşa (turbulence) zamanında kullanılan ve aynı zamanda finansal piyasalarda kullanışlı olan çok fraktallık ile belirgin hale gelmektedir.

Tıp, fizik, geometri gibi farklı alanlarda kullanılan fraktal yapılar finans alanında da kullanılmaktadır. Finansal zaman serilerinin farklı zaman ölçeklerinde birbirine benzer ya da aynı yapı gösterdiği gözlemlendiğinde fraktal bir yapıdan söz etmek mümkün olmakta ve finansal zaman serilerini bu çerçevede incelemek gerekmektedir.

1.2.2. Uzun Hafıza

Uzun hafıza, zaman serisinde uzun dönemli bağımlılığın olduğunu ifade etmektedir. Uzun hafızaya sahip bir seride periyodik olmayan uzun döngüler veya zaman içerisindeki birbirinden çok uzak gözlemler arasında kalıcı bağımlılık vardır. Uzun hafızaya sahip bir finansal zaman serisinde yatırımcılar fiyat hareketlerini tahmin ederek pozitif ortalama getiri elde edebilirler (Mulligan, 2000: 33-34). Uzun hafızanın varlığı zaman serisinde fraktal yapının varlığını göstermektedir. Böylece fiyatların rassal yürüyüş sergilediği, geçmiş fiyat hareketleri ile gelecekteki fiyatların tahmin edilemeyeceği varsayımına dayanan EPH'nin geçersiz olduğu kanıtlanabilmektedir. Uzun hafıza kavramı ikinci bölümde detaylıca incelenecektir.

1.2.3. Likidite

Likidite, bir yatırımcının finansal varlık fiyatı üzerinde önemli bir etkisi olmadan ilgili finansal varlığı alabilmesi ya da satabilmesindeki göreceli kolaylığı ifade etmektedir. Likidite, yatırımcıların birbirleriyle işlem yapması sonucu oluşmaktadır (Anderson ve Noss, 2013: 8). Peters (1994: 42)'e göre bilgi tüm yatırımcılar üzerinde aynı etkiye sahip olmadığı

için likiditeden söz edilebilmektedir. Bir bilginin tüm yatırımcılar üzerinde aynı etkiye sahip olduğu varsayıldığında; bilgi piyasaya ulaştığında tüm yatırımcılar aynı işlemi yapacak (aynı pozisyonu alacak), dolayısıyla piyasada likidite oluşmayacaktır. Yatırımcılar homojen olmadığı için bazı yatırımcılar günlük, dakikalık hatta saniyelik işlemler yaparken bazı yatırımcılar yıllık işlemler yapabilmektedir. Bunların yanı sıra bazı yatırımcılar kaldıraçlı işlemler yaparken, diğerleri özsermayeleriyle yatırım yapabilmektedir. Bu farklılıklar; bilginin öneminin çoğunlukla yatırımcının yatırım ufkuna bağlı olması ile açıklanabilmekte ve piyasayı dengede tutan likiditenin oluşmasını sağlamaktadır. Sonuç olarak likiditenin kaynağı farklı yatırım ufuklarına, farklı bilgi setlerine ve dolayısıyla farklı "adil fiyat (fair price)" kavramlarına sahip yatırımcılardır.

1.2.4. Yatırım Ufku

Yatırım ufku, yatırımın planlanan nakde dönüştürülme (liquidation) tarihidir (Bodie vd., 2012: 723). Farklı yatırım ufuklarına ve farklı bilgi setlerine sahip oldukları için yatırımcılar homojen değildir. Dolayısıyla bazı yatırımcılar örneğin saniyelik işlemler yaparak kısa yatırım ufkuna sahip olurken; diğer yatırımcılar yıllık ya da daha uzun süreli işlemler yaparak uzun yatırım ufkuna sahip olmaktadır. Peters (1994: 43) kısa yatırım ufkuna sahip yatırımcıların çoğunlukla teknik analize, uzun dönemli yatırımcıların ise temel analize önem verdiğini belirtmiştir.

1.2.5. Fraktal Piyasa Hipotezi

EPH'nin yeni bilgileri varlık fiyatlarına zamanında ve doğru bir şekilde yansıttığı rasyonellik eleştirilere konu olmuş ve teorinin uygulanabilirliği sorgulanmıştır. 1960 yıllarında doğrusal olmayan sistemlerde düzensiz (irregular) ve düz olmayan (non-smooth) olayların analizinde kullanılan fraktal teori, doğrusal olmayan bilimin yeni bir dalı olarak tanıtılmıştır. Kendine benzerlik, uzun dönemli hafıza gibi sistem özellikleri sonucunda fraktal teori karmaşık sistemlerin ve finansal piyasaların özelliklerini ve davranışını daha iyi açıklamakla birlikte EPH'den daha genel bir yapıya sahiptir (Yin vd., 2013: 144-145).

Peters 1991 yılında yayımladığı "Chaos and order in the capital markets" ve 1994 yılında yayımladığı "Fractal market analysis: Applying chaos theory to investment and

economics" adlı fraktal teoriye dayanan kitaplar ile FPH'yi EPH'ye eleştiri olarak ortaya atmıştır. FPH, fiyat değişikliklerinin Hurst üsteli ile ölçülebilen kesirli Brownian hareketine (fractional Brownian motion) sahip olduğunu varsaymasının yanı sıra EPH'nin rassal yürüyüş varsayımına esneklik getirmiştir (Karp ve Van Vuuren, 2019). FPH finansal zaman serilerinin kendine benzer yapıda olduğunu ileri sürmektedir. Fiyatların istatistiksel dağılımının farklı zaman ölçeklerinde birbirine benzer olması ilk başta Ralp Elliot tarafından 1938 yılında ortaya atılmıştır. Finansal zaman serilerinin birbirine benzer özellikler gösterdiği bulgusunu ortaya atan Elliot, serilerin farklı boyuttaki pencerelerinin istatistiksel olarak benzer olacak şekilde (serinin histogramının yaklaşık aynı şekilde olması) ölçeklendirilebileceği sonucunu elde etmiş ve bu keşfi Elliot dalgalarının ortaya çıkmasına sebebiyet vermiştir. Elliot prensibine benzer olarak FPH, finansal zaman serilerinin özünde var olan bir hafızaya sahip olduğunu ve bu nedenle gelecekteki bir fiyatın geçmişteki özellikleri ile belirlenebileceğini ileri sürmektedir (Blackledge ve Lamphiere, 2021: 20).

EPH'ye göre getiriler rassal yürüyüş, bir başka ifadeyle Brownian hareketi izlemekte ve piyasayı tanımlamak için doğrusal modeller kullanmaktadır. Ancak finansal piyasaların doğrusal yapıya ve normal dağılıma sahip olmadığı bilinmektedir. Bu nedenle fiyat değişimleri iyi bir şekilde açıklanamamaktadır. FPH ise bu konuda daha esnek olup doğrusal olmayan, kalın kuyruk ve leptokörtik dağılım özelliği gösteren finansal zaman serilerine uygulanabilmekte ve yorumlanabilmektedir (Liu vd., 2019: 2). Nitekim Anderson ve Noss (2013: 4) da finansal piyasalardaki fiyatların dağılım özelliklerinin FPH tarafından açıklanabildiğini belirtmektedir. FPH düzensizlik, kaos ve kargaşa üzerine kurulu olmakla birlikte menkul kıymet fiyatlarının otokorelasyonuna ve kendine benzerliğine daha fazla önem vermektedir. FPH'nin menkul kıymet piyasalarının doğrusal olmayan özelliklere sahip olduğunu kabul etmesi ve söz konusu özellikleri incelemesi, hipotezin diğer teorilerle daha iyi bağlantı kurmasını sağlamakta ve finans teorileri arasındaki farklılıkları uzlaştırmaktadır (Liu vd., 2022: 2).

Bachelier (1900)'in hisse senedi ve emtia fiyat değişimlerinin normal dağıldığı ve rassal yürüyüş sergilediği hipotezi Mandelbrot (1963)'a kadar çok az kişi tarafından ilgi görmüştür. Mandelbrot farklı pamuk fiyatları arasında farklı zaman frekanslarında

benzerlikler bulmuş ve ölçeğin değişmemesinin fizik biliminde görülen birçok karmaşık olayı karakterize etmeye yardımcı olacağı sonucuna varmıştır. Fraktallık finansal zaman serilerinin karmaşık davranışını incelemek için faydalı bir araç olarak çeşitli iktisadi konulara uygulanmıştır (Panas ve Ninni, 2010: 193-194). Mandelbrot (1963) karmaşık davranış gösteren bir finansal veriyi tanımlamak için fraktal modeli tanıtmıştır. Fraktal bakış; farklı ölçeklerde ve çözünürlük derecelerinde bir nesneyi analiz etmeyi, sonuçları karşılaştırmayı ve birbirleriyle ilişkilendirmeyi ifade etmektedir. Finansal zaman serileri için ise bu durum, aynı çalışma için saatlik, günlük, aylık gibi farklı frekansları kullanmak anlamına gelmektedir. Bu, sabit zaman aralıklarını inceleyen geleneksel zaman serilerinden oldukça farklıdır (Weron ve Weron, 2000: 289). Nitekim Liu vd. (2022: 2) FPH'nin ortaya çıkmasında iki tarihi olay olduğunu belirtmişlerdir. Bu olaylardan ilki ekonofizik gibi disiplinlerarası bilimin gelişmesiyken, diğeri Mandelbrot'un fraktal geometri ve çok fraktallı geometri üzerine öncü ve yaratıcı çalışmalarıdır.

Anderson ve Noss (2013)'a göre finansal piyasalarda fiyatlar fraktal özellikler göstermektedir. Fiyatlara daha kısa ölçekte bakıldıkça fiyatların seyri artarak karmaşıklaşmakta ve kendini tekrar ettiği görülmektedir. Bu seyir fiyatlara uzaktan bakıldığında görülen yapıyla benzerlikler göstermektedir. Blackledge ve Lamphiere (2021: 13) de FPH'ye göre farklı zaman ölçeklerinde finansal zaman serilerinin istatistiki olarak birbirine benzediğini, dolayısıyla örneğin günlük fiyatların dağılımının aylık fiyat dağılımlarına benzediğini, aylık fiyat dağılımlarının da yıllık fiyat dağılımlarına benzediğini belirtmişlerdir.

Finansal piyasalarda meydana gelen 1987'deki kara pazartesi, dotcom, 2007-2008 gibi krizler EPH tarafından açıklanamamaktadır. EPH'nin bu tür büyük çaplı olayları açıklayamamasının iki sebebi vardır. İlki yatırımcıların homojenliği yani yatırımcılar üzerinde bilginin aynı etkiye sahip olmasıdır. İkincisi ise mevcut bilgiye dayanarak rasyonel varlık fiyatlamadır. Bu nedenle büyük olaylar, var olmayan, neredeyse imkansız ve finansal piyasa davranışının talihsiz bir istisnası olarak görülmektedir. Buna rağmen son zamanlarda finansal krizlerdeki artış EPH'nin geçerliliğinin sorgulanmasına neden olmuştur. EPH'nin

aksine FPH büyük çaplı olayların var olduğunu, olasılık dahilinde ve finansal piyasaların bir parçası olduğunu kabul etmektedir (Dar vd., 2017: 154).

Yatırımcıların homojen olduğunu varsayan EPH'nin aksine FPH yatırımcıların heterojen olduğunu yani olaylara aynı tepkiyi vermek yerine yatırım ufuklarına göre farklı tepkiler verdiklerini ileri sürmektedir. Kısa yatırım ufkuna sahip bir yatırımcı için negatif olarak algılanan ve yatırımcının satış yapmasına neden olan bir olay, uzun yatırım ufkuna sahip bir yatırımcı için alım fırsatı olarak değerlendirilebilir. Yeterli sayıda alıcı ve satıcının olduğu piyasada işlem yapılır ve piyasa mekanizmasında etkin bir şekilde takas edilirse bu piyasanın sorunsuz bir şekilde işlediği söylenebilir. Bu durum FPH'nin üzerinde durduğu likidite kavramını ortaya çıkarmaktadır. Eğer tüm yatırım ufuklarında yeterli sayıda yatırımcı varsa arz ve talep karşılanacağı için piyasa etkin ve istikrarlı bir şekilde çalışır. Ancak bir yatırım ufku baskın hale gelirse alım ve satım emirleri etkin bir şekilde takas edilmez ve sonuç olarak kritik (aşırı) olaylar meydana gelir. FPH'ye göre kritik olaylar yatırım ufuklarının baskın hale gelmesi sonucu oluşmaktadır. Böylece finansal çalkantılar sırasında kısa yatırım ufuklarının baskın hale gelmesi olası olup bunun iki sebebi vardır: 1- uzun vadeli yatırımcıların olumsuz haberlere ve kitle davranışlarına tepki olarak panikleyip satış yapması ve buna bağlı olarak kısa yatırım ufuklarında uzun yatırım ufuklarına kıyasla işlemlerin artış göstermesi ve 2- uzun vadeli yatırımcıların piyasa sakinleşene kadar piyasadan uzak durması ve bu durumun kısa yatırım ufuklarını piyasada baskın hale getirmesidir (Kristoufek, 2013: 1-2).

FPH'ye göre fiyatlar kısa yatırım ufkuna sahip yatırımcıların kullandığı kısa dönemli teknik bilgi (teknik analiz) ve uzun dönem yatırım ufuklarına sahip yatırımcıların kullandığı uzun dönemli temel bilginin (temel analiz) birleşimini yansıtmaktadır. Kısa dönem ölçeklerindeki lokal rastgeleliğin (local randomness) ve uzun dönem ölçeklerindeki geniş çaplı belirliliğin (global determinism) karışımı fraktal yapılarda gözlemlenen kendine benzerliğin bir özelliğidir (Anderson ve Noss, 2013: 9).

FPH bilginin ve yatırım ufkunun yatırımcıların davranışları üzerindeki etkisini vurgulamaktadır. Geleneksel finans teorisi bilgiyi genel bir öge olarak ele almaktadır. Bilginin yanı sıra yatırımcı da genel olup, mevcut bilgiye dayanarak bir varlığı almak, satmak

ya da elde tutmak isteyen kişidir. Aynı zamanda yatırımcı getirisini en yükseğe çıkarmak isteyen ve mevcut bilgiyi kullanmayı bilen rasyonel bir bireydir. Bilginin ve yatırımcının genel olduğu bu yaklaşım, tüm bilgi tiplerinin tüm yatırımcıları eşit düzeyde etkileyeceğini varsaydığı için eleştirilere konu olmuştur (Rachev vd., 1999: 25).

FPH'nin amacı gözlemlenen bulgulara uygun yatırımcı davranışını ve piyasa fiyat hareketi modelini tanıtmaktır. Piyasalar istikrarlı olduğunda EPH geçerli olmaktadır. Ancak panik dönemlerinde EPH geçerliliğini kaybetmektedir. EPH bir denge modeli olduğu için bu tür panik ve belirsizlik dönemlerinde işlevini yitirmektedir. Ancak FPH, EPH'den farklı olarak bilginin yatırımcının yatırım ufkuna göre değerlendiğini varsaymaktadır. FPH'ye göre belirli bir zaman ölçeği ya da yatırım ufku olmadığında piyasa istikrarlıdır. İstikrarsızlık, piyasa fraktal yapısını kaybettiğinde ve tek bir yatırım ufku olduğunda ortaya çıkmaktadır (Weron ve Weron, 2000: 291).

FPH 5 varsayıma dayanmaktadır. Bu varsayımlar şu şekildedir (Rachev vd., 1999: 25; Peters, 1994: 44-50):

1) *Piyasa çok farklı yatırım ufkuna sahip birçok bireyden oluşmaktadır*. Günlük işlem yapan bir yatırımcının yatırım ufku dakika ile ölçülebilirken, emeklilik fonu yatırımcısının yatırım ufku yıllar olabilir.

2) *Farklı yatırım ufukları üzerinde bilginin etkisi farklıdır*. Günlük işlem yapan bir yatırımcı daha çok teknik analiz ile ilgilenmektedir. Dolayısıyla çoğu teknik analizci kısa yatırım ufkuna sahip olup değerlemeyi göz ardı etmektedir. Diğer taraftan temel analizcilerin yatırım ufku daha uzundur ve teknik trendlerin uzun vadeli yatırımcılar için faydalı olmadığını düşünmektedirler. Bilginin etkisi her bir bireyin farklı yatırım ufkuna bağlı olduğu için FPH'ye göre hem teknik hem de temel analizciler haklıdır.

3) *Piyasanın istikrarı büyük ölçüde likidite ile ilgilidir (arz talep dengesi)*. Piyasa farklı yatırım ufuklarına sahip birçok bireyden oluştuğu zaman likiditeden söz edilebilmektedir. Piyasaya gelen olumsuz bir bilgi, uzun vadeli yatırımcıların piyasadan çekilmesine ya da yatırım ufuklarını kısaltmasına neden olabilir. Bu olumsuz bilgi sonucu belirsizlik (özellikle siyasi) yükseldiği için piyasa ufku uzun vadeli yerine kısa vadeli

olacaktır. 19 Ekim 1987'de yaşanan Kara Pazartesi (Black Monday) ve 1990 yılında başlayan Körfez Savaşı bu tür belirsizliklere örnek verilebilir. Siyasi belirsizliğin yüksek olduğu zamanlarda uzun vadeli yatırımcıların geleceğe yönelik beklentileri bozulacağı için, yatırım ufukları da kısalacaktır. Yatırım ufku azalan uzun vadeli yatırımcılar kısa vadeli yatırımcılara likidite sağlamayacağı için piyasada denge kalmayacaktır. Dolayısıyla piyasanın istikrarı katılımcıların yatırım ufuklarının çeşitlendirilmesine (fraktal yapı) bağlıdır. Farklı yatırım ufuklarının bilgiye farklı değer vermesi ve bir yatırım ufkunda çöküş olması durumunda diğer yatırım ufkuna sahip yatırımcılar likidite sağlayabildiği için piyasa istikrarlıdır. Bu küresel sistemin hataya dayanıklı fraktal (kendine benzer) istatistiksel yapısından kaynaklanmaktadır.

4) *Fiyatlar kısa vadeli teknik analiz ve uzun vadeli değerlemenin (temel analiz) bir kombinasyonunu yansıtmaktadır*. Sürü davranışının bir sonucu olabilen kısa vadeli fiyat değişimleri uzun vadeli fiyat değişimlerine kıyasla daha oynak ya da gürültülü olacaktır. Piyasadaki trend, değişen ekonomik ortama bağlı olarak beklenen kazançlardaki değişimleri yansıtmaktadır. Sonuç olarak, beklenen kazançlar arttıkça (düştükçe) fiyatlar artarak (düşerek) bu ilişkiyi yansıtacaktır.

5) *Bir menkul kıymetin ekonomik döngü ile bağlantısı yoksa, uzun vadeli bir trendden söz edilemezken önemli olan alım-satım (trading), likidite ve kısa vadeli bilgi olacaktır*. Bir piyasa ekonomik büyümeye bağlıysa ekonomik döngüler baskın olduğu için risk zaman içinde azalacaktır. Ekonomik döngü al-sat işleminden daha az oynak olduğu için uzun vadeli hisse senedi getirileri de daha az oynaktır. Bu varyansın sonlu olmasına neden olmaktadır.

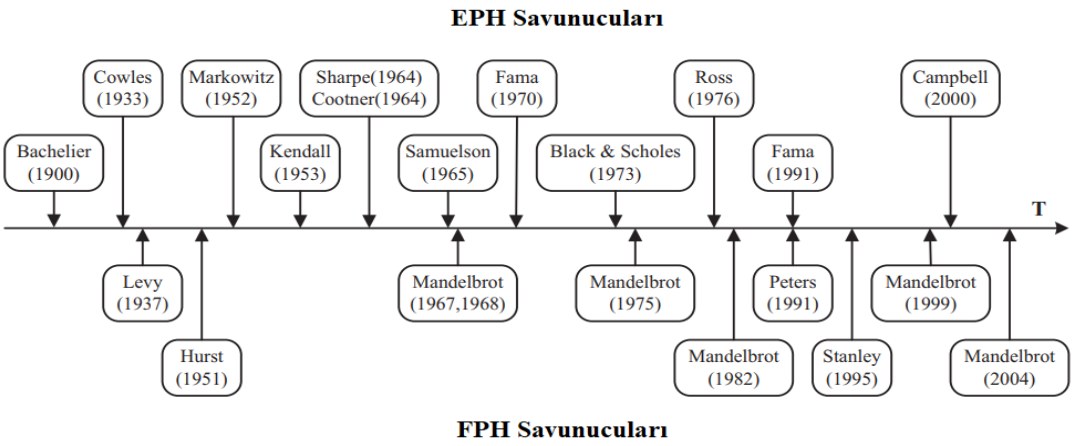
FPH temelde likidite ve yatırım ufku olmak üzere iki kavrama dayanmaktadır. Yatırımcıların farklı yatırım ufuklarına ve likidite kısıtına sahip olması finansal zaman serilerinin fraktal yapıya sahip olmasına sebep olmaktadır. FPH'ye göre likidite ve yatırım ufuklarının heterojen yapısı piyasa istikrarının temel belirleyicileridir. FPH finansal piyasaların dinamik işleyişi, etkileşimleri ve istikrarsızlığını açıklamaya çalışmaktadır. "Normal" piyasa koşullarında farklı yatırımcı hedefleri, likidite ve düzenli fiyat hareketi sağlarken; "normal" olmayan piyasa koşullarında sürü davranışı likiditeyi kurutur ve panik satışı yaparak piyasayı istikrarsız hale getirir (Karp ve Van Vuuren, 2019: 21-22).

Piyasanın etkinliğine değil, istikrarına odaklanan FPH'ye göre piyasa likit olduğunda istikrarlı olur. Likiditeyi yaratan ise farklı zaman ufuklarıdır. Arz ve talep (boğalar ve ayılar) arasında etkin bir dağılım olduğunda piyasa likit olurken, bu dağılım dengesizleştiğinde istikrarı kaybolan piyasa çalkantılı hale gelir. Bir piyasa likit olduğunda, piyasa fiyatı adil olana yakındır ve işlem hacmi yeterince büyüktür (Metescu, 2022: 200).

Bilgiyi farklı yorumlayarak farklı davranış sergileyen heterojen yatırımcıları ve piyasa likiditesini piyasa istikrarının belirleyicileri olarak gören FPH'ye göre, normal piyasa koşulları altında farklı yatırım ufkuna sahip yatırımcıların piyasa likiditesi ve düzenli fiyat hareketine neden olması sonucu ortaya çıkan fraktal yapılar piyasanın dirençli olmasını sağlamaktadır. Ancak bu fraktal yapılar aynı zamanda bir kırılganlığa da yol açabilir. Uzun vadeli yatırımcıların kaybı ya da davranışlarındaki bir değişim (yatırım ufkunun kısalması ya da piyasada işlem yapmayı sonlandırma) sonucu ortaya çıkan kırılganlık likiditenin yok olmasına, panik satışına ve buna bağlı olarak da piyasada çöküşe neden olabilir. Fraktal yapıda kalıcılığa sebep olan bu yatırımcı etkileşimi, fiyat değişimlerinin farklı zaman ölçeklerinde birbirine benzer olmasına sebep olmaktadır. FPH'ye göre normal koşullar altında ve stres zamanlarında piyasaların istikrarı, yatırımcıların farklı davranmalarına bağlı olmaktadır (Anderson ve Noss, 2013: 17-18).

Şekil 6'da EPH ve FPH'yi savunan araştırmacılara yer verilmiştir.

Şekil 6. EPH ve FPH'yi Savunan Araştırmacılar



Kaynak: Liu vd., 2022: 3.

Tablo 1'de EPH ve FPH'nin karşılaştırılması verilmiştir. Görüleceği üzere EPH ulaşılması zor varsayımlara dayanmaktayken, FPH günümüzde geçerli olabilecek gerçekle bağdaşan varsayımlar içermektedir. EPH'nin katı varsayımları FPH tarafından esnetilmiştir. EPH olması gereken, ideal piyasayı ve yatırımcıları açıklarken FPH piyasanın ve yatırımcıların gerçekte farklı davrandıkları üzerinde durmaktadır. EPH fiyatların rassal yürüyüşe sahip olduğunu ileri süren Brownian hareketine dayandığı için etkin bir piyasada fiyatlar otokorelasyona sahip değildir ve gelecek fiyat tahmini yapılamaz. FPH'de ise finansal piyasaların fraktal yapısından söz edilebildiği için, geçmiş fiyat hareketleri gelecekteki fiyatları tahmin etmede kullanılabilmektedir. Blackledge ve Lamphiere (2021: 19)'in belirttiği üzere FPH'de geçmiş finansal koşullar ve kararların hafızası gelecekteki fiyatları etkilediği için fiyatlarda hafızadan söz edebilmek mümkündür. Günümüz koşullarında gerçek piyasa ve yatırımcı davranışını yansıtması sebebiyle FPH bu çalışmada farklı finansal piyasalarda farklı varlıklar üzerinde incelenmektedir.

Tablo 1. EPH ve FPH'nin Karşılaştırılması

Karşılaştırma Konusu	Etkin Piyasa Hipotezi	Fraktal Piyasa Hipotezi
Dayanak ve hipotezler	Piyasa dengesi, sürtünmesiz (frictionless), tam rekabet, yeterli bilgi, sürekli ve makul düzeyde fiyat artışı	Piyasa dengesizliği, sürekli olmayan ve şiddetli fiyat artışı, likidite tarafından belirlenen piyasa istikrarı
Yatırımcı özellikleri	Mükemmel rasyonellik, homojen beklentiler, aynı yatırım ufku	Sınırlı rasyonellik, heterojen beklentiler, farklı yatırım ufukları
Piyasa özellikleri	Doğrusallık, normallik, bağımsızlık	Doğrusal dışılık, kendine benzerlik, uzun dönemli bağımlılık
Piyasa sınıflandırması	Zayıf formda, yarı güçlü formda ve güçlü formda etkin piyasa	Tek fraktallı ve çok fraktallı piyasa
Dağılım özellikleri	Brownian hareketi, Gaussian dağılım (normal dağılım)	Kesirli Brownian hareketi, Levy dağılımı, pareto-Levy dağılımı (normal dağılım yok)
Durağanlık	Durağan süreç (dağılım ortalaması değişmemekte)	Durağan olmayan süreç (dağılım ortalaması değişmekte)
Hafıza	Getirilerin hafızaya sahip olmaması (trendin olmaması)	Getirilerde hafızanın varlığı (trendin olması)
Ölçek	Herhangi bir ölçekte tekrar eden kalıpların olmaması, tüm ölçeklerde sürekli kararlılık	Tüm ölçeklerde tekrar eden birçok kalıbın varlığı, ölçeklerde olası dengesizlikler
Tahmin edilebilirlik	Fiyat ve riskin tahmin edilememesi	Fiyatın kısa dönemde, riskin uzun dönemde tahmin edilebilmesi
Boyut	Tam sayı boyutu	Kesirli (fraktal) boyut

Kaynak: Karp ve Van Vuuren (2019: 7) ve Liu vd. (2022: 5).

İKİNCİ BÖLÜM

FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ VE ÖZELLİKLERİ

2.1. Finansal Zaman Serilerinde Getiri ve Volatilite

Zaman serisi, zaman içindeki bir değişkenin gözlemlerinden oluşmaktadır. Finansal zaman serileri ise hisse senedi fiyatları, döviz kurları gibi finansal değişkenlerin kronolojik olarak sıralanmasıyla ortaya çıkmaktadır. Finansal zaman serileri günlük, haftalık, aylık, yıllık gibi frekansların yanı sıra dakikalık, saniyelik frekanslarla da ele alınabilmektedir.

Finansal zaman serileri değerlendirilirken finansal varlıkların fiyatları yerine getiri serileri kullanılmaktadır. Bunun iki temel sebebinden biri; bir yatırımcı için finansal piyasaların tam rekabete yakın kabul edilmesi nedeniyle, yatırımın büyüklüğü fiyat değişikliklerini etkilememektedir. Bu nedenle bir finansal varlığın getirisi yatırım fırsatının bir özeti olarak değerlendirilmektedir. İkinci sebep ise getiri serilerinin istatistiksel özellikleri fiyat serilerine kıyasla daha fazla bilgi içermektedir. Genellikle fiyat serileri durağan olmayan bir yapıya sahipken, getiri serilerinin durağan olduğu gözlemlenmektedir (Campbell vd., 1997: 9). Getiri serisi hesaplanırken genellikle kullanılan iki yöntem vardır. Bunlardan ilki basit getiri, diğeri sürekli bileşik getiridir. *t* zamanındaki bir finansal varlığın basit getirisi şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{1}$$

Doğal logaritması alınarak oluşturulan ve logaritmik getiri olarak da adlandırılan *t* zamanındaki bir finansal varlığın sürekli bileşik getirisi ise şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{2}$$

Finansal zaman serilerinde volatilite, getirilerin değişkenliğini ölçmektedir (Engle, 1993: 73). Bir değişken belirli bir zaman diliminde ne kadar çok dalgalanırsa volatilite de o kadar yüksek olmaktadır. Bu nedenle finansal piyasalarda öngörülemezlik ya da risk açısından değerlendirilen volatilite, beklenen değerden, fiyattan ya da modelden sapma olarak ifade edilmektedir. Hisse senedi piyasasındaki oynaklığı ölçmek için kullanılan en

yaygın yöntem getirilerin standart sapmasıdır. Bir örneklemin standart sapması σ aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanmaktadır (Daly, 2008):

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum_1^T (R_t - \bar{R})^2}}{T - 1} \quad (3)$$

R_t t zamanındaki getiriyi, $\bar{R} = \sum R_t / T$ örneklemin ortalama getirisini ve T gözlem sayısını temsil etmektedir. Standart sapma, getirinin aşırı değerlerini görme olasılığını özetlediği için basit olmasına rağmen volatilitenin önemli bir ölçüsüdür. Örneklem standart sapması yüksek olduğunda, yüksek pozitif ya da negatif getiri olasılığı da artmaktadır.

2.2. Finansal Zaman Serilerinin Olasılık Dağılımları ve Tanımlayıcı İstatistikler

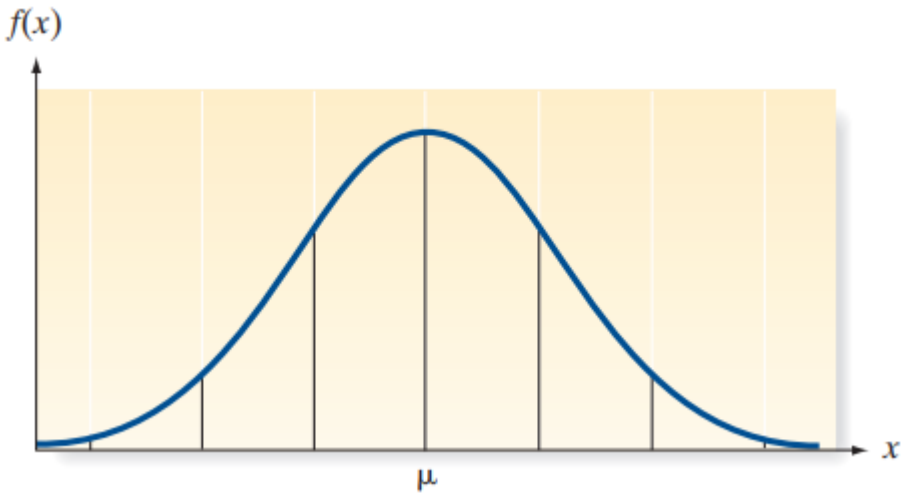
Finansal zaman serilerinin olasılık dağılımları ve tanımlayıcı istatistikleri, serilerin analiz aşamasında doğru yöntemin kullanılması ve sonuçların doğru olarak yorumlanabilmesi için önem arz etmektedir. Dolayısıyla bu bölümde finansal zaman serilerinde yaygın olarak görülen olasılık dağılımları ve serilerin tanımlayıcı istatistiklerine yer verilecektir.

2.2.1. Finansal Zaman Serilerinin Olasılık Dağılımları

2.2.1.1. Normal Dağılım

En yaygın gözlemlenen sürekli rassal değişkenlerden biri olan normal rassal değişkenin olasılık dağılımı, normal dağılım olarak adlandırılmaktadır. Normal dağılım, ortalaması μ etrafında simetrik olup standart sapması σ tarafından yayılımı belirlenmektedir. Normal olasılık dağılımı Şekil 7'de görüleceği üzere çan şeklindedir (McClave vd., 2022: 245-246):

Şekil 7. Normal Olasılık Dağılımı



Kaynak: McClave vd., 2022: 245.

Ortalaması μ, standart sapması σ olan rassal bir normal değişken x'in olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekildedir (McClave vd., 2022: 245):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} \quad (4)$$

Finansal çalışmalarda geleneksel bir varsayım basit getirilerin $\{R_{it}|t = 1, \dots, T\}$ sabit bir ortalama ve varyans ile bağımsız ve benzer (IID) olarak normal dağılmasıdır (Tsay, 2010: 16). Anakütle parametrelerine (μ, σ^2) bağlı olan normal dağılım, bu parametreler bilindiği takdirde normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılarak x'in belirli bir aralıkta bulunma olasılığı elde edilebilir (Gujarati ve Porter, 2009: 817).

2.2.1.2. Lognormal Dağılım

Finansal zaman serilerinde kullanılan yaygın varsayımlardan biri de bir varlığın logaritmik getirisinin (r_t) IID μ ortalama ve σ^2 varyans ile normal olarak dağılmasıdır (Tsay, 2010: 16). Bu varsayım sağlandığında basit toplam getiriler $[(1 + R) = \exp\{r\}]$ 5 nolu yoğunluk fonksiyonu ile lognormal dağılacaktır. Lognormal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu (Çil Yavuz, 2015: 31):

$$f_{(1+R)}(z) = \frac{1}{z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{\frac{-(lnz-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \qquad z \geq 0 \tag{5}$$

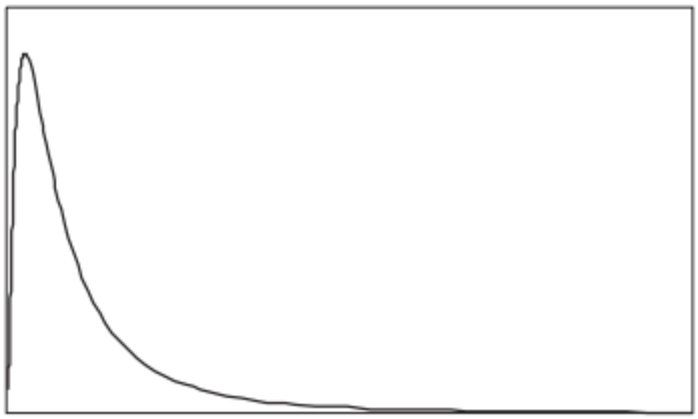
5 nolu denklemde μ log-getirinin ortalamasını, σ^2 ise varyansı temsil etmektedir. R 6 nolu denklem ile gösterilen ortalamaya ve 7 nolu denklem ile gösterilen varyansa sahip IID lognormal dağılan rassal bir değişkendir (Çil Yavuz, 2015: 32).

$$E(R_t) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) - 1 \tag{6}$$

$$Var(R_t) = \exp(2\mu + \sigma^2)\,[\exp(\sigma^2) - 1] \tag{7}$$

Lognormal dağılım Şekil 8'de gösterilmektedir:

Şekil 8. Lognormal Dağılım



Kaynak: Wang, 2009: 22.

Ekonomik ve finansal değişkenlerin normal dağılım yerine lognormal dağılım sergilediği gözlemlenmektedir. Bu nedenle finansal değişkenlerin logaritmasının alınması gerekebilmektedir. Logaritmik dönüşümün farklı sebepleri vardır. Bunlardan ilki ekonomik ve finansal değişkenlerin üstel olarak büyümesi ve doğrusal olmayan bir yapı sergilemesidir. Logaritmik dönüşüm bu değişkenlerin doğrusal bir yapıya kavuşmasına olanak sağlamaktadır. İkinci sebep, logaritmik dönüşümün değişkenleri mutlak terimlerden göreceli terimler haline dönüştürerek, karşılaştırmaların hem kesitsel olarak hem de zaman içinde yapılmasına olanak sağlamasıdır. Örneğin bir hisse senedinin farklı aylarda ne kadar değişim

gösterdiğini (2 TL artış göstermesi gibi) mutlak olarak belirtmek yerine, göreceli olarak (%2 gibi) belirtmek aylık getirilerin kıyaslanması açısından daha faydalı olacaktır. Üçüncü sebep ise logaritmik dönüşümün değişkenleri durağan hale getirmede yardımcı olabilmesidir (Wang, 2009: 22-23).

2.2.2. Finansal Zaman Serilerinde Tanımlayıcı İstatistikler

2.2.2.1. Ortalama ve Standart Sapma

Bir olasılık dağılımı genellikle dağılımın momentleri olarak adlandırılan özellikler ile özetlenebilmektedir. En fazla kullanılan momentlerden ikisi kısaca ortalama olarak da bilinen aritmetik ortalama (beklenen değer) ve varyanstır (Gujarati ve Porter, 2009: 808). Bir popülasyonun ortalaması μ, örneklemin ortalaması ise $\bar{x}$ ile ifade edilmekte olup, ortalama dağılımın merkezini göstermektedir.

Bir örneklemin logaritmik getirilerinin (r_t) ortalaması 8 nolu eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır (Çil Yavuz, 2015: 33).

$$\bar{r} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} r_t \qquad t = 1, \dots, T \tag{8}$$

Varyans ya da varyansın karekökü olan standart sapma bir olasılık dağılımının yayılımını ölçmektedir (Stock ve Watson, 2020: 61). Beklenen değeri ya da ortalaması $E(X) = \mu$ olan bir rassal değişken X'nin varyansı 9 nolu eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır (Wooldridge, 2013: 734-735).

$$\sigma_X^2 = var(X) = E[(X - \mu)^2] \tag{9}$$

$var(X)$ X'in ortalamadan sapmasının karesinin beklenen değeridir. Standart sapma (yayılım) arttıkça, verinin ortalama etrafında toplanmadığını, geniş bir alana yayıldığını böylece daha değişken bir yapıya sahip olduğunu söylemek mümkünken; standart sapma azaldıkça verinin ortalama etrafında toplandığını yani değişimin düşük olduğunu söylemek mümkün olmaktadır.

2.2.2.2. Bir Dağılımın Diğer Özellikleri

Ortalama ve varyansın yanı sıra bir dağılımın özelliklerini belirlemek çarpıklık ve basıklık değerleriyle de mümkündür. Çarpıklık bir dağılımın simetri eksikliğini ölçerken, basıklık dağılımın kuyruğunun ne kadar kalın olduğunu ölçmektedir. Bir dağılımın çarpıklığı, dağılımın simetriden ne kadar sapma gösterdiğini matematiksel olarak göstermektedir (Stock ve Watson, 2020: 63-64). Çarpıklık katsayısı 10 nolu denklem yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$S = \frac{E(X-\mu)^3}{\sigma^3} \tag{10}$$

Dağılımın simetrik olduğu bir seri için; ortalamasının üstünde belirli bir miktardaki X değeri, ortalamasının altında aynı miktardaki X değeri ile aynı olasılığa sahiptir. Sonuç olarak simetrik bir dağılımda $(X-\mu)^3$ terimi 0'a eşit olmaktadır. Çarpıklık katsayısının 0'a eşit olması dağılımın simetrik yapı sergilediği anlamına gelmektedir. Eğer bir dağılım uzun sağ kuyruğa sahipse çarpıklığın pozitif olduğu, uzun sol kuyruğa sahipse çarpıklığın negatif olduğu söylenebilmektedir (Stock ve Watson, 2020: 64). Finansal zaman serilerinde getirilerin büyük kısmı getiri dağılımının sağında (solunda) kalıyorsa dağılımın sağa (sola) çarpık olduğu söylenebilmektedir (Feibel, 2003: 148).

Basıklık ise dağılımın ne kadarının kuyrukta olduğunu ve dolayısıyla X'in varyansının ne kadarının uç değerlerden kaynaklandığını ölçmektedir. Basıklık değeri arttıkça uç değerlerin olasılığı da artmaktadır. 11 nolu denklem yardımıyla basıklık elde edilebilmektedir (Stock ve Watson, 2020: 64):

$$K = \frac{E(X-\mu)^4}{\sigma^4} \tag{11}$$

Normal dağılan bir rassal değişkenin basıklık değeri 3'tür. Basıklık değerinin daha kolay yorumlanabilmesi için basıklık değerinden 3'ün çıkarılmasıyla aşırı basıklık değeri elde edilir. Bir dağılımın basıklık değerinin 3'ten büyük olması, ya da aşırı basıklık değerinin 0'dan büyük olması dağılımın leptokörtik olduğunu göstermektedir. Basıklık değeri yükseldikçe normal dağılıma kıyasla getirilerin çoğunlukla ortalamaya daha yakın ve yüksek pozitif veya negatif getirilerin daha sık olduğu kabul görmektedir. Bu nedenle pozitif aşırı

basıklık, normal dağılımdan daha kalın kuyruk anlamına gelmektedir (Stock ve Watson, 2020: 64; Feibel, 2003: 151).

Çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak getiri dağılımının normal olup olmadığının sınanması mümkündür. Bunun için kullanılan Jarque-Bera test istatistiği, çarpıklık ve basıklık değerleri yardımıyla şu şekilde hesaplanmaktadır (Feibel, 2003: 152)

$$JB = n\left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24}\right] \tag{12}$$

Jarque-Bera test istatistiği kritik değerden büyükse, getirilerin normal dağıldığı hipotezi reddedilmektedir. Finansal zaman serilerinde getirilerin dağılımının kalın kuyruk özelliği göstermesi ve aşırı sivri bir yapıya sahip olması serilerin normal dağılmadığı, leptokörtik dağılıma sahip olduğunu göstermektedir. Dağılımın kalın kuyruğa sahip olması finansal zaman serilerinin aşırı ve büyük hareketler sergilemesi anlamına gelmektedir. Diğer yandan dağılımın aşırı sivri olması, finansal zaman serilerinde uç durumların gerçekleşme olasılığının daha yüksek olduğu şeklinde yorumlanmaktadır (Çil Yavuz, 2015: 37-38).

2.2.2.3. Kovaryans ve Korelasyon

Ortak varyans olarak da bilinen kovaryans iki rassal değişkenin birlikte ortalamaları etrafındaki dağılımını ölçmektedir. *X* ve *Y* arasındaki kovaryans şu şekilde hesaplanmaktadır (Stock ve Watson, 2020: 70):

$$cov(X,Y) = \sigma_{XY} = E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)] \tag{13}$$

μ_X, μ_Y sırasıyla *X* ve *Y*'nin beklenen değerini (ortalamasını) ifade etmektedir. Kovaryansın pozitif değere sahip olması değişkenler arasında pozitif ilişkinin olduğunu, negatif değere sahip olması ise negatif ilişkinin olduğunu göstermektedir. Kovaryans iki veya daha fazla finansal varlığın yer aldığı bir portföyün riskini ölçmek için kullanılabilir. Ancak kovaryans ilişkinin yalnızca yönü hakkında bilgi vermekte, derecesi hakkında bilgi vermemektedir. Bu nedenle, değişkenler arasındaki ilişkinin daha iyi analiz edilebilmesi için kullanılan yöntem korelasyon katsayısıdır. Korelasyon katsayısı 14 nolu denklem yardımıyla elde edilmektedir (Çil Yavuz, 2015: 41):

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(x)Var(Y)}} = \frac{E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]}{\sqrt{E[(X-\mu_X)^2(Y-\mu_Y)^2}} \quad (14)$$

Korelasyon katsayısı -1 ile 1 arasında değerler almaktadır. Katsayı pozitif (negatif) olduğunda iki değişken arasındaki ilişkinin pozitif (negatif) olduğu ve -1 ya da 1'e yaklaştıkça iki değişken arasındaki ilişkinin kuvvetlendiği söylenebilmektedir. Korelasyon katsayısının 0 olması değişkenler arasında ilişkinin olmadığı şeklinde yorumlanmaktadır.

2.2.2.4. Otokorelasyon

Frekansı aylık, haftalık, günlük gibi göreceli olarak yüksek olan finansal zaman serilerinin art arda birkaç gün boyunca aynı yönde hareket etmesi olağandır. Kronolojik olarak sıralanmış bir zaman serisinde gözlemler arasındaki bu korelasyona otokorelasyon ya da serisel korelasyon adı verilmektedir (Gujarati ve Porter, 2009: 413). Otokorelasyon serinin kendi gecikmeli değerleri ile korelasyona sahip olması durumunu ifade etmektedir. Bu nedenle, r_t getiri serisinin *j*. otokovaryansı, r_t ile *j*. gecikmesi (r_{t-j}) arasındaki kovaryansı; r_{t-j} ve *j*. otokorelasyon katsayısı ise r_t ve r_{t-j} arasındaki korelasyonu ifade etmektedir. Buradan hareketle ilk otokorelasyonun r_t ve r_{t-1} arasındaki korelasyon, ikinci otokorelasyonun ise r_t ve r_{t-2} arasındaki korelasyon olduğunu söylemek mümkündür. r_t zaman serisine ait *j*. otokovaryans ve otokorelasyon katsayıları aşağıda yer almaktadır (Stock ve Watson, 2020: 558-559):

$$cov(r_t, r_{t-j}) = E\left[(r_t-\mu)(r_{t-j}-\mu)\right] \quad (15)$$

$$\rho_j = corr(r_t, r_{t-j}) = \frac{cov(r_t, r_{t-j})}{\sqrt{var(r_t)var(r_{t-j})}} = \frac{cov(r_t, r_{t-j})}{var(r_t)} = \frac{\gamma_j}{\gamma_0} \quad (16)$$

Zayıf durağan seride $var(r_t) = var(r_{t-j})$ eşitliği mevcuttur. 16 nolu denklemden hareketle $\rho_0 = 1, \rho_j = \rho_{-j}$ ve $-1 \leq \rho_j \leq 1$ olduğu söylenebilir. *j*'nin 0'dan büyük tüm değerleri için $\rho_j = 0$ ise zayıf durağan bir r_t serisinin otokorelasyonsuz olduğu söylenebilmektedir. Örneklem $\{r_t\}_{t=1}^{T}$ otorelasyon katsayısı ise $\bar{r}$'nin örneklem ortalaması olduğu durumda *j*. gecikme için şu şekilde hesaplanmaktadır (Tsay, 2010: 31):

$$\hat{\rho}_j = \frac{\sum_{j=t+1}^{T}(r_t - \bar{r})(r_{t-j} - \bar{r})}{\sum_{t=1}^{T}(r_t - \bar{r})^2}, \qquad 0 \leq j \leq T-1 \tag{17}$$

Otokovaryans ve otokorelasyon yalnızca birinci ve ikinci momentlere uygulandığı için durağanlık, ikinci düzey ya da zayıf durağan olarak (kovaryans durağan) da bilinmektedir. Otokorelasyonlar *j*'nin bir fonksiyonu olarak ele alındığında otokorelasyon fonksiyonu (autocorrelation function-ACF) olarak adlandırılmaktadır.

$$\gamma_j = cov(r_t, r_{t-j}) = cov(r_{t-j}, r_t) = cov(r_t, r_{t+j}) = \gamma_{-j} \tag{18}$$

18 nolu eşitlikten de görüleceği üzere $\rho_j = \rho_{-j}$ nedeniyle ACF'nin genellikle pozitif değerleri verilmektedir. ACF gözlemler arasındaki ilişkiyi modellemek için önemli rol oynamaktadır. Bunun nedeni ACF'nin, süreç ortalaması $\mu = E(r_t)$ ve varyansı $\sigma_r^2 = \gamma_0 = V(r_t)$ ile birlikte r_t'nin değişimini gösteren durağan stokastik süreci tanımlamasıdır. Bu nedenle ACF, bir gözlemin önceki gözlemlerle ilişkisini ölçerek sürecin "hafızasının" uzunluğunu ve gücünü göstermektedir (Mills ve Markellos, 2008: 11-12).

Kısmi otokorelasyon katsayısı ise *t* ve *t-j* arasındaki diğer gecikmelerin etkisi arındırıldıktan sonra, *t* zamanındaki bir finansal varlığın getirisi r_t ile *t-j* dönemindeki getirisi r_{t-j} arasındaki ilişkiyi göstermektedir. En küçük kareler yöntemi kullanılarak tahmin edilen $\emptyset_{jj}$, j. gecikme için kısmi otokorelasyon katsayısını belirtmekte olup regresyon modelleri şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
r_t &= \emptyset_{01} + \emptyset_{11} r_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\
r_t &= \emptyset_{02} + \emptyset_{12} r_{t-1} + \emptyset_{22} r_{t-2} + \varepsilon_{2t} \\
r_t &= \emptyset_{03} + \emptyset_{13} r_{t-1} + \emptyset_{23} r_{t-2} + \emptyset_{33} r_{t-3} + \varepsilon_{3t} \\
&\vdots \\
r_t &= \emptyset_{0p} + \emptyset_{1p} r_{t-1} + \emptyset_{2p} r_{t-2} + \cdots \emptyset_{pp} r_{t-p} + \varepsilon_{pt}
\end{aligned} \tag{19}$$

$\emptyset_{11}$ ve $\emptyset_{22}$ tahmini sırasıyla 1. ve 2. gecikme kısmi otokorelasyon katsayısı olarak ifade edilmektedir (Çil Yavuz, 2015: 61-62; Tsay, 2010: 46-47). Genellikle rassal iki değişken arasındaki korelasyon, her iki değişkenin üçüncü bir değişken ile

ilişkilendirilmesinden kaynaklanmaktadır. Bu nedenle r_t ve r_{t-j} arasındaki korelasyon büyük çoğunlukla r_t ve r_{t-j} arasında kalan tüm gecikmelerin ($r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-j+1}$) dahil edilmesi sonucu ortaya çıkmaktadır. Kısmi otokorelasyon arada kalan tüm gecikmelerin etkisini yok ederek bu sorunun üstesinden gelebilmektedir (Mills ve Markellos, 2008: 23).

2.3. Stokastik Modeller

2.3.1. Stokastik Süreç

Yunanca kökenli stokastik kelimesi "şans ile ilgili" anlamına gelmekte ve stokastik süreç, rassal süreç ile eş anlamlı kullanılmaktadır (Chatfield, 1996: 27). $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ gözlemlenen bir zaman serisi ise, x_t t zamanda kaydedilen tek bir sayıdır ve gözlemler n ardışık sayıda mevcuttur. Belirli bir t zamanından önce, x_t değerini bilmek mümkün değildir. Bu nedenle x_t, bir rassal değişken X_t'nin gerçekleşen değeri olarak ifade edilebilmektedir. $\{\dots X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, \dots\}$ rassal değişkenler dizisi, bir stokastik süreçtir. Stokastik süreç kısaca süreç olarak da adlandırılmaktadır (Taylor, 2008: 16). n ardışık gözlemli bir zaman serisi $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$, bir stokastik sürecin gerçekleşmesi sonucu oluşmaktadır (Box vd., 2016: 6). Bir finansal varlığın fiyatı zaman içinde değişiklik göstermekte ve stokastik süreci oluşturmaktadır. Rassal bir değişkenin zaman içindeki değişimini tanımlayan bu istatistiksel terim ile gözlemlenen fiyatlar analiz edilmekte ve istatistiksel çıkarımlar yapılmaktadır (Tsay, 2010:287).

2.3.2. Beyaz Gürültü (White Noise)

Bir zaman serisinin gözlemleri arasında korelasyon yoksa ve zaman serisi sabit bir ortalamaya ve varyansa sahipse serinin beyaz gürültü olduğu söylenebilir. Zaman serisindeki gözlemler normal dağıldığında ise seri Gaussian beyaz gürültü olarak adlandırılmaktadır. (Montgomery vd., 2015: 71). Beyaz gürültü zaman serisi sürecinde hafıza yoktur. Bu nedenle seride otokorelasyon fonksiyonu 0'a eşittir. Bir zaman serisinin beyaz gürültü sürecini izleyebilmesi için aşağıdaki eşitlikleri sağlaması gerekmektedir (Sjö, 2011: 46):

$$E(\varepsilon_t) = \mu = 0 \tag{20}$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_t) = \sigma^2 \tag{21}$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, \;\; t \neq s \tag{22}$$

$\{\varepsilon_t\}$, IID gürültü veya beyaz gürültü (temiz dizi) süreci ve $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olarak ifade edilmektedir. Tüm *t* ve *s* değerleri için beyaz gürültü zaman serisinde trend, mevsimsellik ve gözlemler arasında bağımlılık yoktur (Rachev vd., 2007: 207-208).

2.3.3. Rassal Yürüyüş (Random Walk)

Rassal yürüyüş teorisine göre herhangi bir finansal varlığın fiyat hareketleri bağımsız rassal değişkenlerdir. Teoriye göre finansal piyasalar yatırımcıların sistematik olarak aşırı getiri elde edemeyeceği etkin piyasalardır (Cheng ve Deets, 1971: 11). Dolayısıyla herhangi bir finansal varlığın basit bir stokastik süreç sergilediği söylenebilir. Ardışık fiyat hareketlerinin bağımsız rassal değişkenler olması, bir serinin geçmiş fiyat hareketlerinin gelecekteki fiyat hareketlerini tahmin etmede faydalı olabilecek hiçbir bilgi içermeyeceğini ima etmektedir. Rassal yürüyüş hipotezine göre X_t kesikli zaman serisi için aşağıdaki eşitlik mevcuttur:

$$X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t \tag{23}$$

Yukarıdaki denklemde ε_t 0 ortalamaya sahip ve $j \neq 0$ olduğu durumda ε_{t-j} ile ilişkisizdir. ε_t serisi beyaz gürültü olarak adlandırılmaktadır (Leuthold, 1972: 879-880). Bir şok olarak da ifade edilebilen ε_t herhangi bir yön ve büyüklükte olabilir. Dolayısıyla bir finansal varlığın fiyatı için, *t* zamanındayken *t+1* zamanı için herhangi bir tahminde bulunulamaz (Linton, 2019: 81-82). Bu nedenle rassal yürüyüş zayıf formda etkin bir piyasanın özelliği olarak bilinmektedir.

2.3.4. Martingale Süreci

Kökeni şans oyunları ve olasılık teorisi olan martingale süreci adil oyuna (fair game) dayanmaktadır. Adil oyun, karşılıklı iki tarafın da eşit olduğu herhangi bir tarafın avantajlı ya da dezavantajlı olmadığı oyundur. Örneğin madeni para atma yarışmasında 5. atış yapıldıktan sonra ne kadar para kazanıldığı bilinmektedir. 6. atışta ise beklenen kazanç, 5. atışa kadar kazanılan para olacaktır. Bir başka deyişle, gelecekte herhangi bir zamandaki kazancın koşullu beklentisi halihazırda kazanılan paradır. Martingale özelliği ya da

martingale süreci olarak ifade edilen bu durum P_t stokastik süreci için aşağıdaki denklem yardımıyla ifade edilebilmektedir (Campbell vd., 1997: 28-30; Willmott, 2007: 120):

$$E[P_{t+1}|P_t,\ P_{t-1}, \dots] = P_t \tag{24}$$

Denklem şu şekilde de yazılabilir:

$$E[P_{t+1} - P_t|P_t,\ P_{t-1}, \dots] = 0 \tag{25}$$

Böylece martingale süreci için bir finansal varlığın geçmiş fiyatları veri olduğunda, gelecekteki fiyatının bugünkü fiyatına eşit olacağı söylenebilmektedir. Diğer taraftan varlığın beklenen fiyat değişikliği 0'dır. Dolayısıyla EPH'ye göre finansal varlıkların martingale süreci izlemesi beklenmektedir.

2.3.5. Markov Süreci

Geçmiş olayların tümü veri olduğunda rassal bir değişken X_t'nin beklenen değeri bir önceki değer olan X_{t-1} değerine bağlıdır. Markov süreci olarak bilinen bu sürece göre rassal yürüyüş, bugünün ötesinde bir hafızaya sahip değildir. Dolayısıyla $1 \leq j < t$ için X_t'yi tahmin etmek için kullanılabilecek tek bilgi en büyük j değerine sahip X_j olmaktadır (Willmott, 2007: 120). Ortak olasılık dağılım fonksiyonu $F(x_1, \dots, x_t)$ olan kesikli zaman süreci $\{X_1, \dots, X_t, \dots\}$ aşağıdaki eşitlik sağlandığı takdirde Markov süreci olarak bilinmektedir (Hırsa ve Neftci, 2014: 79):

$$P(X_{t+s} \leq x_{t+s}|x_t, \dots, x_1) = P(X_{t+s} \leq x_{t+s}|x_t), \quad 0 < s \tag{26}$$

26 nolu eşitlikte geçmiş verilerin geleceğin tahmininde kullanılmasında x_t hariç herhangi bir etkisi olmadığı görülmektedir. Sonuç olarak x_t öncesindeki dönem, geleceğe yönelik tahminde kullanılamazken, yalnızca son gözlem olan x_t kullanılabilmektedir. Stokastik süreç izleyen finansal zaman serilerinin zayıf formda etkin piyasada Markov sürecine sahip olduğu söylenebilmektedir (Çil Yavuz, 2015: 96).

2.3.6. Standart Wiener Süreci (Brownian Hareketi)

Rassal yürüyüş modelindeki *t* ve *t-1* dönemi arasındaki uzaklık azaldıkça fonksiyon, sonunda sürekli zamandaki bir fonksiyon yapısına sahip olacaktır. Bu sürekli zamandaki rassal yürüyüş süreci Brownian hareketi ya da Wiener süreci olarak bilinmektedir. Durağan

olmayan bir değişkenin tahminlerinin dağılımı bu süreç ile analiz edilebilmektedir (Sjö, 2011: 54). Stokastik süreç $\{X(t), t \geq 0\}$ olan Brownian hareketinin 3 özelliği vardır. Bunlardan ilki aksi belirtilmediği sürece $X(0) = 0$'dır. İkinci özelliği, $0 \leq t_0 < t_1 < \cdots < t_n$ ve $1 \leq j \leq n$ için, $X(t_j) - X(t_{j-1})$ rassal değişkenleri bağımsızdır. Dolayısıyla $X(t) - X(s)$, $r \leq s < t$ için $X(r)$'den bağımsızdır. Son özellik ise $0 \leq s < t$ için $X(t) - X(s)$ ortalaması $\mu(t-s)$ ve varyansı $\sigma^2(t-s)$ olan normal dağılımlı bir seri ve σ 0'dan farklı olmak üzere μ ve σ terimleri gerçek sayılardır. İstatistiksel kendine benzerlik hakkında bilgi verdiği için Brownian hareketi fraktallar ile ilişkilidir (Lyuu, 2004: 183-184). Süreç W değişkeni için Δ_t zamanı boyunca şu şekilde de ifade edilebilmektedir (Maddala ve Kim, 1998: 50):

$$\Delta \mathrm{W_t} = \varepsilon\sqrt{\Delta_t}, \qquad \varepsilon \sim N(0,1) \tag{27}$$

2.3.7. Genelleştirilmiş Wiener Süreci

Wiener süreci rassal yürüyüşün özel ve oldukça sınırlı bir sürecidir. Sürecin 0 ortalamaya ve 1 varyansa sahip olması gerçek hayatla çok bağdaşmamaktadır. Süreç genelleştirilerek 0'dan farklı bir sabitin (μ) olması ve 1'den farklı bir varyansın σ^2 olması sağlanabilir. Bir stokastik süreç ya da x_t değişkeninin genelleştirilmiş Wiener süreci şu şekilde ifade edilmektedir:

$$dx_t = \mu dt + \sigma dW_t \tag{28}$$

28 nolu denklemde *W*, Wiener sürecini ifade etmektedir. Çoğu finansal değişken zayıf formda etkin piyasada bu süreç ile uyum göstermektedir (Tsay, 2010: 291; Wang, 2009: 9).

2.3.8. Geometrik Brownian Hareketi

Aritmetik Brownian hareketi, finansal varlık fiyatları nadiren normal dağılım özelliği gösterdiği için uygun olmamaktadır. Varlık fiyatlarının ve getirilerinin logaritması normal dağılımla daha iyi analiz edilebilmektedir. Fiyat ve getirilerin logaritması geometrik Brownian hareketi ile ilgilidir (Sjö, 2011: 56):

$$\frac{dx_t}{x_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad (29)$$

Denklem için lnx_t'nin normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Finansal varlık fiyatlarının üstel, logaritmik finansal varlık fiyatlarının ise doğrusal olarak arttığını söylemek mümkündür. Getiri ya da değişimin cari oranı gelecekteki getiri ya da değişim oranını etkilemediğinde, bu değişkene kısa dönemli değişken denilmektedir. Bu durumda benzer tüm finansal ve ekonomik değişkenlerin birinci farkı kullanılır. Diğer taraftan cari getiri oranı gelecek fiyatların düzeyinde ya da logaritmasında bir etkiye sahipse buna uzun dönemli değişkenler adı verilmektedir. Uzun dönemli değişkenler genellikle orijinal formda ya da logaritmik formda yer almakta olup her ikisi de ekonometrik analizde düzeyde değişken olarak adlandırılmaktadır. Sonuç olarak logaritmik değişkenlerin, uygulamalı analizi kolaylaştıran doğrusal ilişkiler ortaya çıkarmasının yanı sıra birçok düzey değişkeni genellikle logaritmik yapıdadır (Wang, 2009: 12).

2.3.9. Kesirli (Fractional) Brownian Hareketi

Kesirli Brownian hareketi Brownian hareketinin Hurst parametresi (*H*) ya da kendine benzerlik (self-similarity) endeksi ile genelleştirilmiş hali olup rassal yürüyüş süreci sergilemektedir. $H = 0{,}5$ olduğunda rassal yürüyüş, Brownian hareketi olarak kabul edilmektedir. $0 < H < 0{,}5$ ve $0{,}5 < H < 1$ olduğunda ise kesirli Brownian hareketinden söz edilebilmektedir. Kesirli Brownian hareketi sabit artışlı Gaussian süreç olarak da bilinmektedir (Pesee, 2008: 163). Finansal zaman serileri kesirli Brownian hareketi ile aşağıdaki gibi modellenebilmektedir:

$$P_t = P_0 \exp\left(\mu_t + \int_0^t \sigma_s dB_s^H\right) \quad (30)$$

30 nolu denklemde P_0 bugünün gözlemlenen değeri, μ büyüme oranı parametresi, σ stokastik volatilite süreci ve B^H kesirli Brownian hareketidir (Bayraktar vd., 2004: 617). $H \in (0{,}1)$ için, $B^H = \{B_t^H,\ t \geq 0\}$ Gaussian süreci aşağıdaki şartlar sağlandığında kesirli Brownian hareketidir (Pesee, 2008: 163):

$$Ortalama: E(B_t^H) = 0 \quad (31)$$

$$Kovaryans: E(B_t^H, B_s^H) = \frac{1}{2}(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}), \qquad t, s \in R \qquad (32)$$

$0 < H < 0{,}5$ olduğunda kısa dönem bağımlılık;

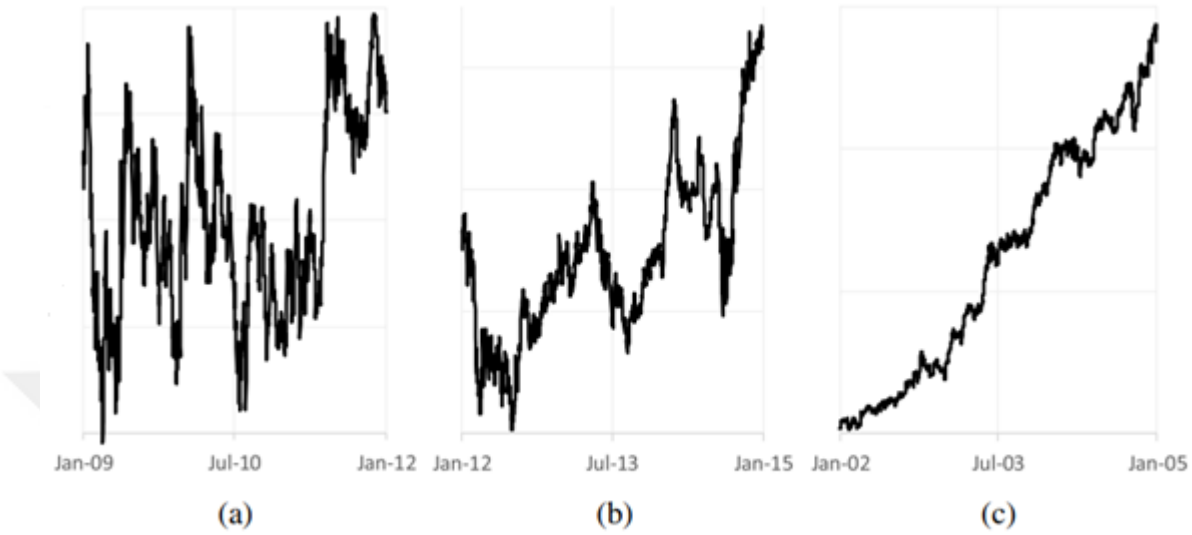
$H = 0{,}5$ olduğunda standart Brownian hareketi ya da bağımsız artış;

$0{,}5 < H < 1$ olduğunda ise uzun dönem bağımlılıktan söz edilebilmektedir. Bu değer aralığı, seride uzun hafızanın varlığına işaret etmektedir.

H, gelecekteki ve geçmişteki kovaryansın işaretini belirlemektedir. Buna göre kovaryans, $H > 0{,}5$ ise pozitif, $H = 0{,}5$ ise 0 (korelasyonsuz) ve $H < 0{,}5$ ise negatif olup; kesirli Brownian hareketinde Hurst parametresi (üsteli) ile artışların sırasıyla pozitif korelasyonlu, bağımsız ve negatif korelasyonlu olduğu söylenebilmektedir (Necula, 2002: 2). Kesirli Brownian hareketi, $B^H(at) = a^H B(t)$ eşitliği nedeniyle kendine benzerlik özelliğine sahiptir. Model normal dağılıma sahip olmayan ve durağan olmayan finansal getirilerde kullanılabilmektedir (Bayraktar vd., 2004). $H \neq 0{,}5$ ise seri rassal yürüyüş özelliği sergilemediği için EPH'nin geçerliliğinden söz edilemez. Hurst üsteli uzun dönemli bağımlılık için bir yoğunluk ölçüsü olarak düşünülebilir. Hurst üsteli 1'e yaklaştıkça bir zaman serisi rassal yürüyüşten daha az dalgalı hale geldiği için, kalıcı davranışın uzunluğu ve gücü artar. Ancak Hurst üsteli 0'a yaklaştıkça kalıcı davranışın uzunluğu ve gücü azalır (Jin, 2001: 88).

Şekil 9'da S&P 500 Endeksinin fiyatının üç farklı döneme ait 18 aylık zaman serileri verilmiştir. Şekilden de görüleceği üzere Hurst üstelinin 0'a yakın olması (a) serinin zaman içerisinde ortalamaya döndüğünü ve istikrarlı olmayan bir yapı sergilediğini göstermektedir. Hurst üstelinin 0,5'e yakın olduğu b serisinde ise fiyatların rastgele hareket ettiği, dolayısıyla Brownian hareketi izlediği gözlemlenmektedir. Hurst üstelinin 0,5 ile 1 arasında olduğu c serisinde ise bir trendin varlığı gözlemlenebilirken, fiyatların ortalamaya geri dönmeyerek uzun hafızaya sahip olduğu ve istikrarlı bir yapı sergilediği görülmektedir.

Şekil 9. 18 Aylık Üç Farklı Döneme Ait S&P 500 Endeks Düzeyleri

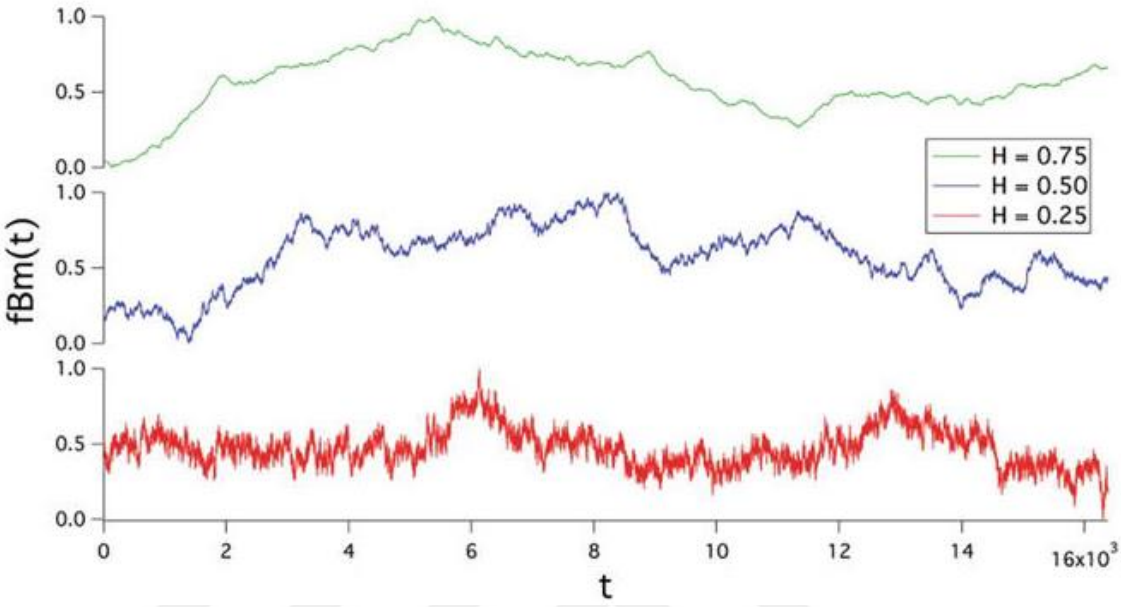


Not: (a) Ortalamaya dönen bir yapı sergilemekte ($0 < H < 0{,}5$), (b) Brownian hareketi ($H \approx 0{,}5$), (c) Trendin varlığı ($0{,}5 < H < 1$) gözlemlenebilmektedir.

Kaynak: Karp ve Van Vuuren (2019: 8).

Şekil 10 incelendiğinde de benzer bir yapının olduğu gözlemlenebilmektedir. $H = 0$ için seri rastgele bir seyir izlerken, seride belirli bir gözlemin kendinden sonra gelen gözlemle $H = 0{,}75$ için pozitif korelasyona, $H = 0{,}25$ için ise negatif korelasyona sahip olduğu görülmektedir.

Şekil 10. Farklı Hurst Üstellerine Sahip Zaman Serilerinin Seyri



Kaynak: Pilgrim ve Taylor (2019).

2.3.10. Ito Süreci

Genelleştirilmiş Wiener sürecinde sabit ve volatilite parametreleri zamana bağlı olarak değişim göstermez. Ancak μ ve σ terimleri x_t stokastik sürecinin bir fonksiyonu olarak genişletildiğinde Ito süreci elde edilebilmektedir. W_t'nin Wiener süreci olduğu aşağıdaki denklem sağlandığında x_t sürecinin Ito süreci izlediği söylenebilmektedir:

$$dx_t = \mu(x_t, t)dt + \sigma(x_t, t)dW_t \tag{33}$$

33 nolu denklem, ortalaması $\mu(x_t, t)$, varyansı ise $\sigma(x_t, t)$ olan stokastik bir denklemdir. Denklemde $\mu(x_t, t) = 0$ ve $\sigma(x_t, t) = 1$ eşitlikleri sağlandığında Ito sürecinin özel bir durumu olan Wiener süreci elde edilmektedir (Tsay, 2010: 292).

2.4. Durağan ve Durağan Olmayan Zaman Serileri

Bir stokastik süreç hakkında sürecin gözlemlenen değerleri baz alınarak istatistiksel çıkarım yapılmak istendiğinde gerekli olan en önemli varsayım durağanlıktır (Cryer ve Chan, 2008: 16). Birçok zaman serisi olasılık teorisi durağan serilerle ilgilendiğinden zaman serisi analizinde, teoriyi kullanabilmek için durağan olmayan bir serinin durağan hale getirilmesi

gerekmektedir (Chatfield, 1996: 10). Durağan bir değişken patlayan bir seri olmayan, trende ve ortalamasına geri dönerek belirli bir kalıba sahip olmayan değişken olarak tanımlanabilir (Hill vd., 2011: 339). Bu tanımdan hareketle durağan olmayan bir seri; patlayan seri olan, trende sahip ve ortalamaya geri dönmeyerek belirli bir kalıp çizen değişken olarak ifade edilebilir.

$X(t_1), \dots, X(t_n)$ serisi ile $X(t_1 + \tau), \dots, X(t_n + \tau)$ serisinin ortak olasılık dağılım fonksiyonu tüm $t_1, \dots, t_n, \tau$ değerleri için eşit olduğunda zaman serisinin kesin durağan (strictly stationary) olduğu söylenebilir. Kesin durağanlık için başlangıç zamanını τ kadar değiştirmek ortak olasılık dağılımı üzerinde herhangi bir etkiye sahip olmayacaktır. Bu durum tüm *n* değerleri için geçerlidir. Kesin durağanlık, zaman serisinde tüm momentlerin zaman içinde sabit olduğuna dayandığı için katı kurallar içermektedir. Daha az kısıtlayıcı olan durağanlık kavramı ise zayıf durağanlık (kovaryans durağanlık) olup, yalnızca birinci moment (ortalama) ve ikinci moment (varyans) ile ilgilenmektedir (Chatfield, 1996: 28-30; Rachev vd., 2007: 215). X_t zaman serisi zayıf durağan ise ortalaması ve varyansı zaman içinde sabit ve serideki iki değer arasındaki kovaryansı bu iki değer arasındaki uzunluğa bağlı olmaktadır. Bir zaman serisinin durağan olabilmesi için aşağıdaki eşitliklerdeki şartları sağlaması gerekmektedir (Hill vd., 2011: 476-477):

$$E(X_t) = \mu \tag{34}$$

$$var(X_t) = \sigma^2 \tag{35}$$

$$cov(X_t, X_{t+s}) = cov(X_t, X_{t+s}) = \gamma_s \tag{36}$$

34 ve 35 nolu denklemden görüleceği üzere durağan bir seride ortalama ve varyans sabit olmak zorundadır. 36 nolu denklemde ise kovaryansın *t*'ye değil *s*'ye bağlı olduğu görülmektedir.

Durağan olmayan serilerle çalışıldığında klasik regresyon analizinin sonuçları geçerli olmamakta, dolayısıyla sonuçlar herhangi bir anlama sahip olmamaktadır. Sonuç olarak "sahte regresyon" sorunu ile karşılaşılmaktadır. Diğer taraftan durağan serilerde meydana gelen şoklar geçici olmakta ve zaman içinde şokların etkisi ortadan kalkarak seri uzun

dönemli ortalamasına dönmektedir. Bu nedenle durağan bir serinin uzun dönemli tahmini serinin koşulsuz ortalamasına yakınsamaktadır (Asteriou ve Hall, 2021: 289).

2.5. Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Zaman Serileri

Bir r_t zaman serisi aşağıdaki eşitlik sağlandığında doğrusal olarak kabul edilmektedir:

$$r_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i} \tag{37}$$

μ, r_t serisinin ortalamasını temsil ederken, $\{\varepsilon_t\}$ 0 ortalamaya sahip ve beyaz gürültü süreci izleyen bağımsız ve benzer rassal değişkenler dizisidir. ε_t t zamanındaki yeni bir bilgiyi temsil etmekte ve yenilik ya da şok olarak ifade edilmektedir (Tsay, 2010: 36). Finansal zaman serileri hem doğrusal hem de doğrusal olmayan yapı sergileyebilmektedir. Bu bölümde yalnızca doğrusal olan zaman serilerinde tahmin yapabilmek için kullanılan yöntemler anlatılacaktır.

2.5.1. Otoregresif (Autoregressive-AR) Modeller

Bir otogregresif model, bir değişkenin şimdiki değerinin, geçmiş değerlerine ve bir hata terimine bağlı olmasıdır. AR(1) süreci şu şekilde gösterilebilir:

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad t = 1, \dots, T \tag{38}$$

$|\emptyset| < 1$ ve $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ beyaz gürültü süreci izleyen, ortalaması 0 varyansı σ^2 olan hata terimidir. 38 nolu denklem birinci dereceden otoregresif süreç olarak adlandırılmaktadır. Ekonomik ve finansal zaman serilerinin büyük bir kısmı AR(1) süreci izlemektedir. Süreç genelleştirilerek *p*. dereceden gösterilmek istendiğinde ise AR(p) süreci 39 nolu denklem elde edilmektedir (Brooks, 2014: 259-260; Zivot ve Wang, 2006: 66, 68):

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{39}$$

39 nolu denklemden anlaşılacağı üzere *p*. derece, *p* gecikmeli değerlerin otoregresif sürece dahil edilmesiyle oluşmaktadır. Geleceğin tahmin edilebilmesine olanak sağlayan otoregresif süreçte bir y_t zaman serisi ile onun gecikmeli değerleri ve bir hata terimi yer

almaktadır. Bu nedenle AR(1) süreci izleyen bir finansal zaman serisine yönelik tahminde bulunurken gerekli olan bilgi son gözlemlenen değer olacaktır.

Otoregresif modeller finansal zaman serilerinde teknik analiz yöntemleri kullanılarak fiyat hareketlerini tahmin etmek için kullanılmaktadır. Ancak geçmiş fiyat hareketleri gelecek için her zaman en iyi tahmini vermeyeceği için temel analiz gibi yöntemlerin de birlikte ele alınması gerekmektedir (Laopodis, 2021: 80).

2.5.2. Hareketli Ortalama (Moving Average-MA) Modelleri

Finansal zaman serileri otoregresif modellerin yanı sıra hareketli ortalama modelleri ile de modellenebilmektedir. Bir MA(1) süreci şu şekilde gösterilmektedir:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \delta_1 \varepsilon_{t-1} \tag{40}$$

40 nolu denklemde μ serinin ortalamasını, δ_1 modelin parametresini ve ε_t ile ε_{t-1} beyaz gürültü hata terimlerini temsil etmektedir. Modelde *t* zamandaki y serisi, bir sabite ve şimdiki ve geçmiş dönem hata terimine eşittir. Bu durumda y_t birinci dereceden hareketli ortalama süreci olarak ifade edilen MA(1) süreci izlemektedir. Hareketli ortalama modelleri beyaz gürültü serisinin basit bir uzantısı olarak kabul edilmektedir. Model genelleştirilerek q. derece hareketli ortalama elde edilmek istendiğinde ise MA(q) için aşağıdaki denklem kullanılmaktadır (Fabozzi vd., 2014:176):

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \delta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \delta_q \varepsilon_{t-q} \tag{41}$$

Hareketli ortalama sürecindeki hata terimi ε_t finansal varlığın fiyatını etkileyebilecek beklenmedik herhangi bir olayı ya da bilgiyi içeren yenilik ya da şok olarak kabul edilmektedir.

2.5.3. Otoregresif Hareketli Ortalama (Autoregressive Moving Average-ARMA) Modelleri

Finansal zaman serilerinin dinamik yapısının doğru bir şekilde analiz edilebilmesi için birçok parametreye sahip yüksek dereceli bir modele ihtiyaç duyulabilir. Bu durumda AR ve MA modelleri ayrı ayrı ele alındığında yetersiz gelmektedir. Bu sorunun üstesinden gelebilmek için AR ve MA modellerinin bir arada yer aldığı ARMA modelleri

kullanılmaktadır. *p.* dereceden otoregresif bir süreç ve *q.* dereceden hareketli ortalama modeli bir arada ele alındığında *p.* ve *q.* dereceden otoregresif hareketli ortalama modeli ARMA(p,q) elde edilmektedir. Model y_t zaman serisinin cari değerinin, kendi geçmiş değerlerinin yanı sıra beyaz gürültü hata terimlerinin cari ve geçmiş değerlerine doğrusal olarak bağlıdır. ARMA(p,q) modeli şu şekilde yazılabilir (Laopodis, 2021: 87):

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + \cdots + \emptyset_p y_{t-p} + \delta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \delta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (42)$$

ARMA(1,1) modeli için denklem aşağıdaki şekilde olacaktır:

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + \delta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (43)$$

ε_t beyaz gürültü hata terimidir.

2.5.4. Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (Autoregressive Integrated Moving Average-ARIMA) Modelleri

ARMA modelleri y_t zaman serisinin durağan olduğunu varsaydığı için serinin ortalaması, varyansı ve kovaryansının zaman içinde sabit kaldığı kabul edilmektedir. Ancak ekonomik ve finansal zaman serileri trende sahip olduğundan, herhangi bir yılın ortalaması diğer bir yıldan farklı olmaktadır. Bu nedenle ortalaması zaman içinde sabit kalmadığından serinin durağan olmadığı söylenebilmektedir. Bu sorunu ortadan kaldırabilmek için durağan olmayan bir serinin trendden arındırılarak durağan hale getirilmesi gerekmekte ve bu işlem serinin farkının alınmasıyla yapılabilmektedir. Bir y_t zaman serisinin birinci farkı $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ işlemi ile gerçekleştirilmektedir. Genellikle ekonomik ve finansal zaman serileri doğrusal trende sahip olduğu için birinci fark işlemi seriyi durağan hale getirmektedir. Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale geldiyse, seri birinci dereceden bütünleşik (integrated) olarak kabul edilmekte ve I(1) ile gösterilmektedir. Seri birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelmediyse yapılması gereken serinin ikinci farkının alınmasıdır. $\Delta\Delta y_t = \Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$ işlemi ile ikinci farkı alındıktan sonra seri durağan hale geldiyse serinin ikinci dereceden bütünleşik olduğu belirtilmekte ve I(2) şeklinde gösterilmektedir. Bir zaman serisinin *d* kere farkı alındığında durağan hale geliyorsa serinin *d.* dereceden bütünleşik olduğu söylenebilir ve I(d) ile gösterilir. ARIMA(p, d, q) modelinde; *p* bağımlı değişkenin gecikme sayısını (AR terimleri), *d* seriyi durağan hale getirmek için gereken fark sayısını ve

q hata teriminin gecikmelerinin sayısını (MA terimleri) ifade etmektedir (Asteriou ve Hall, 2021: 297-298). Zaman serisi herhangi bir fark alınmadan durağan ise bu serinin düzeyde durağan olduğu söylenmekte iken I(0) ile gösterilmekte ve model ARMA(p,q) modeline dönüşmektedir.

2.5.5. Otoregresif Kesirli Bütünleşik Hareketli Ortalama (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average-ARFIMA) Modelleri

ARIMA modelleri *d'*yi tam sayı olarak kabul ettiği için her zaman uygun model olmayabilir. Düzeyde durağan olmayan bir zaman serisinin birinci dereceden farkı alındığında seride yüksek dereceden (aşırı) fark alındığı, bir başka ifadeyle 1 değerine sahip olan *d*'nin yüksek olduğu, alınması gereken farkın 0 ile 1 arasında olması gerektiği tespit edilirse kullanılması gereken yöntem ARFIMA modelidir. Uzun hafıza özelliğine sahip olan ARFIMA modelleri kısa dönem tahminde uygun sonuçlar vermese de uzun dönemli tahminlerde anlamlı sonuçlara sahip olmaktadır (Granger ve Joyeux, 1980). ARFIMA modeli 2.6. Finansal Zaman Serilerinde Uzun Hafıza bölümünde detaylıca incelenecektir.

2.6. Finansal Zaman Serilerinde Uzun Hafıza

Bu bölümde finansal zaman serilerinde sıklıkla gözlemlenebilen uzun hafıza davranışı anlatılarak bu davranışın tahmininde kullanılan yöntemlere değinilecektir.

2.6.1. Uzun Hafızanın Tanımı

Hurst (1951) çalışmasında Nil Nehri'ndeki rezervuarların zaman içindeki kapasitelerini ölçerek uzun dönemli bağımlılık-uzun hafıza (long term dependence-long memory) terimini literatüre kazandırmıştır. Uzun hafıza bir zaman serisinin iki gözlemi arasındaki istatistiksel bağımlılık seviyesini ifade etmekte ve iki gözlem arasındaki mesafe arttıkça istatistiksel bağımlılığın azalma oranı ile ilgilenmektedir. Bu tanımdan hareketle uzun hafızanın, bir zaman serisinin uzak gözlemler arasındaki korelasyonunun kalıcılığını ifade ettiği çıkarımı yapılabilir (Laopodis, 2021: 50). Uzun dönemli bağımlılık ya da uzun dönemli kalıcılık (long term persistence) olarak da literatürde yer alan uzun hafıza kavramı şimdiki zaman ile geçmişteki tüm gözlemler arasında ihmal edilemez bir bağımlılık olduğunu belirtmektedir (Graves vd., 2017: 1). Bir zaman serisi düzeyde durağan-I(0) ise bu serinin

otokorelasyon fonksiyonu geometrik oranda azalır ve zaman içerisindeki uzak gözlemler birbirinden bağımsız olduğu için I(0) sürecinin kısa hafızaya sahip olduğu söylenebilir. Ancak zaman serisi birinci farkında durağan-I(1) ise otokorelasyon fonksiyonu doğrusal bir oranda azalır ve zaman içerisindeki birbirinden uzak gözlemler bağımsız değildir. I(0) ile I(1) arasındaki süreçte ise kesirli bütünleşik (fractionally integrated-I(d)) süreçten söz edilebilir. Kesirli bütünleşik süreçte otokorelasyon fonksiyonu hiberbolik oranda azalır. Bu durum zaman içerisinde birbirinden çok uzak gözlemler arasında zayıf ancak sıfır olmayan bir korelasyon olduğu anlamına gelmektedir. Bu uzak gözlemler arasındaki zayıf korelasyona uzun hafıza adı verilmektedir (Zivot ve Wang, 2006: 97-98). Finansal varlıkların getirilerinde uzun hafızanın ya da uzun dönemli bağımlılığın varlığı, birbirine uzak gözlemler arasında otokorelasyonun olduğunu göstermektedir. Serideki gözlemler zaman içinde birbirinden bağımsız olmadığı için, uzak geçmişteki gözlemler gelecekteki getirileri tahmin etmede yardımcı olabilir ve finansal varlıkların bu yapısı nedeniyle istikrarlı bir şekilde spekülatif amaçlı kar elde etme olasılığı ortaya çıkar. Dolayısıyla bir finansal zaman serisinin uzun hafıza özelliği göstermesi, EPH'nin gelecekteki getirilerin tahmin edilemediği varsayımıyla çelişmektedir (Barkoulas vd., 2000: 177).

2.6.2. Uzun Hafıza Süreçleri

Uzun hafıza süreci izleyen modeller daha önce de değinilen ARFIMA modeli ve 0 ortalamalı durağan Gaussian süreç izleyen kesirli Gaussian gürültüsüdür. Bu modeller, otokorelasyonları mutlak olarak toplanamadığı için uzun hafıza durağan modeller olarak bilinmektedir (Yajima, 1988: 791-792).

2.6.2.1 ARFIMA Süreci

Kesirli beyaz gürültü sürecinin genelleştirilmiş hali olan ARFIMA modeli şu şekilde yazılmaktadır:

$$\emptyset(L)(1-L)^d y_t = \theta(L)\varepsilon_t \qquad (44)$$

d kesirli fark alma parametresini, ε_t 0 ortalamalı ve varyansı σ^2 olan beyaz gürültüyü ifade etmektedir. $(1-L)^d$ ise fark alma operatörüdür ve $d > -1$ için aşağıdaki eşitliğe sahiptir (Bhardwaj ve Swanson, 2006: 543):

$$(1-L)^d = \sum_{j=0}^{\infty}(-1)^j \binom{d}{j}(L)^j = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \cdots = \sum_{j=0}^{\infty} b_j(d)$$

ARFIMA modellerinin ARMA modellerinden temel farkı d'nin tam sayı yerine gerçel sayı olarak kullanılmasıdır. Durağan ARMA süreçlerinde otokorelasyon fonksiyonunun üstel olarak azalması diğer bir ifadeyle otokorelasyon fonksiyonunun hızlı bir şekilde 0'a yakınsaması sonucu, ARMA süreçlerinin kısa hafızaya sahip olduğu söylenebilmektedir. Otokorelasyonu yavaşça azalan serilerde ARMA modellerinin kullanılması uygun olmayacağı için, ARFIMA modellerinin kullanılması gerekmektedir. Durağan ARMA modelleri ile karşılaştırıldığında $-0{,}5 < d < 0{,}5$ için ARFIMA modelleri, otokorelasyon fonksiyonu farklı özellikler gösteren durağan bir süreçtir. $0 < d < 0{,}5$ için ARFIMA modellerinde otokorelasyon, I(0) süreçlerindeki otokorelasyonun azalmasından ya da 0'a ulaşmasından çok sonraki gecikmelerde bile önemli derecede pozitif kalır. Bu nedenle $0 < d < 0{,}5$ aralığı için ARFIMA süreçlerinin uzun hafıza özelliği gösterdiği söylenebilir. Ancak durağan ARMA modellerinin otokorelasyon fonksiyonu 0'a hızlıca yakınsadığı için kısa hafızaya sahip olduğu söylenmektedir (Rachev vd., 2007: 221). 44 nolu denklemde d 0'a eşit olduğunda y_t süreci ε_t'ye eşit olmakta ve süreç beyaz gürültü izlemektedir. d 1 olduğunda ise süreç birim köke sahip olmaktadır. $0{,}5 \leq d < 1$ için y_t sürecinin sonsuz varyansa sahip olduğu, ancak çok uzun vadede ortalamasına (ya da trendine) geri döneceği bilinmektedir. d 1'den büyük olduğunda ise süreç patlayan seri olmakta ve ortalamaya geri dönmemektedir. Farklı d değerleri ve özellikleri Tablo 2'de yer almaktadır (Tkacz, 2001: 6).

Tablo 2. Kesirli Bütünleşik Parametrenin Özellikleri

d Değerleri	Ortalama	Varyans	Şokun Kalıcılığı	Durağanlık
$d \leq 0$	Kısa dönemli ortalamaya geri dönüş	Sonlu varyans	Kısa süreli	Durağan
$0 < d < 0{,}5$	Uzun dönemli ortalamaya geri dönüş	Sonlu varyans	Uzun süreli	Durağan
$0{,}5 \leq d < 1$	Uzun dönemli ortalamaya geri dönüş	Sonsuz varyans	Uzun süreli	Durağan değil
$d = 1$	Ortalamaya geri dönüş yok	Sonsuz varyans	Sonsuz	Durağan değil
$d > 1$	Ortalamaya geri dönüş yok	Sonsuz varyans	Sonsuz (Etki zaman ilerledikçe artmakta)	Durağan değil

Kaynak: Tkacz, 2001: 6.

Kısa hafıza ya da kısa süreli bağımlılık zaman serisindeki gözlemler arasında düşük korelasyonun varlığı sonucu ortaya çıkmaktadır. Kısa hafızanın varlığı durumunda uzak gözlemler arasındaki korelasyonlar göz ardı edilebilmektedir. Ancak uzak gözlemler arasında dahi yüksek korelasyonun olduğu uzun hafıza sürecinde, uzak gözlemler arasında kalıcı (persistent) bağımlılık söz konusu olmaktadır. Uzun hafızanın varlığı dağılımın birinci momentinde doğrusal olmayan bağımlılığa sebep olmakta ve bu yüzden zaman serisinin tahmin edilebilmesine olanak sağlamaktadır. Standart ARMA süreçlerinin yalnızca kısa hafıza ile ilgilenmesi ve uzun hafızayı tespit edememesi ARFIMA modelinin önemini ortaya koymaktadır (Barkoulas ve Baum, 1997: 189).

2.6.2.2. Kesirli Gaussian Gürültüsü (Fractional Gaussian Noise)

Kesirli Brownian hareketinin (B_H^t) birinci farklı ile elde edilen stokastik süreç, H üsteline sahip kesirli Gaussian gürültüsü olarak ifade edilmekte olup şu şekilde gösterilmektedir:

$$y_t = B_H^{t+1} - B_H^t \tag{45}$$

Kesirli Brownian hareketinin (B_H^t) artışı ile tanımlanan kesikli zaman süreci $\{y_t : t \in Z\}$ kesirli Gaussian gürültüsü olarak bilinmektedir. k gecikmeli kesirli Gaussian gürültü sürecinin kovaryansı:

$$\gamma(k) = cov\{B_H^t - B_H^{t-1}, B_H^{t+k} - B_H^{t+k-1}\} = \frac{\sigma^2}{2}(|k+1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k-1|^{2H}) \quad (46)$$

denklemi ile ifade edilebilmektedir. $H \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ için süreç durağandır. $H \in (\frac{1}{2}, 1)$ için sürecin uzun hafızaya sahip olduğu, $H \in (0, \frac{1}{2})$ için ise sürecin kısa hafızaya sahip olduğu söylenebilmektedir (Palma, 2007: 56; Haerdle vd., 2002: 314). $H = \frac{1}{2}$ eşitliği için sürecin beyaz gürültü olduğunu söylemek mümkündür (Flandrin vd., 2004: 112).

2.6.3. Uzun Hafıza Modellerinde Tahmin Yöntemleri

Finansal zaman serilerinde uzun hafıza modellerinin tespit edilmesi için kullanılan yöntemler parametrik yöntem, yarı parametrik yöntem ve parametrik olmayan yöntem olarak 3'e ayrılmaktadır. Parametrik yöntemlerde tüm parametreler (otoregresif, hareketli ortalama ve fark alma) eş zamanlı olarak tahmin edilmektedir. Örnek olarak ARFIMA (p, d, q) modeli için *p, d* ve *q* parametrelerinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Parametrik yöntemler diğer yöntemlere kıyasla hesaplanması daha zor olup yanlış sonuçlar elde edilmesine neden olabilir. Diğer taraftan iki aşamadan oluşan yarı parametrik yöntemlerde ise ilk önce *d* parametresi tahmin edilirken, ikinci aşamada diğer parametreler tahmin edilmektedir. Yarı parametrik yöntemler *d* parametresine önem vermektedir ve yanlış sonuçlar elde edilme olasılığı düşüktür. Ancak yarı parametrik yöntemler iyi belirlenmiş bir parametrik yöntemden daha az etkin olabilmektedir (Banerjee ve Urga, 2005: 18; Reisen vd., 2001: 788). Herhangi bir varsayıma dayanmayan daha esnek yapıya sahip ve güvenilir sonuçlar verebilen parametrik olmayan yöntemler de bu çalışmada ele alınmaktadır.

2.6.3.1. Parametrik Yöntemler

2.6.3.1.1. Tam Maksimum Olabilirlik Yöntemi

ARFIMA (p, d, q) modeli için normal log-olabilirlik (log-likelihood) fonksiyonu şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\ell_P(d, \emptyset, \theta) = -\frac{T}{2}(1 + \log 2\pi) - \frac{1}{2}\log|R| - \frac{T}{2}\log[T^{-1}\hat{z}'R^{-1}\hat{z}] \quad (47)$$

Denklemde $\hat{z} = y - X\hat{\beta}$, $\hat{\beta} = (X'R^{-1}X)^{-1}X'R^{-1}y$ ve maksimizasyon sürecinde kullanılan fonksiyon ise:

$$-\frac{1}{2}\{T^{-1}\log|R| + log\sigma_{\varepsilon}^{2}\} \quad (48)$$

olup $\sigma_{\varepsilon}^{2} = T^{-1}z'R^{-1}z = T^{-1}e'e$ tahmin sonucunda $d \leq -5$ ya da $d > 0{,}49999$ ve $|\rho_i| \geq 0{,}9999$ sonucu elde edildiğinde durağanlık reddedilmektedir (Doornik ve Ooms, 1999: 23).

2.6.3.1.2. Whittle Yaklaşık En Çok Olabilirlik Yöntemi

Tam maksimum olabilirlik yönteminde tahmin edilmesi gereken çok fazla parametrenin olması yöntemin uygulanmasını zorlaştırdığı için bunun yerine alternatif bir yöntem olan Whittle yaklaşık en çok olabilirlik yöntemi geliştirilmiştir (Brockwell ve Davis, 2016: 208, 340). Yöntemin *d* parametresini tahmin etmesi, kesirli bütünleşik sürecin frekans alanı en çok olabilirlik tahminine dayanmaktadır. 44 nolu denklemdeki bilinmeyen parametreler, aşağıdaki denklemin ayrıklaştırılmış versiyonu minimize edilerek tahmin edilebilir:

$$Q(\theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I(\omega)}{f(\theta;\omega)} d\omega \quad (49)$$

Denklemde θ kesirli fark parametresi *d*'yi de içeren bilinmeyen parametreler vektörüdür. $I(\omega)$, y_t'nin periodogramını, $f(\theta;\omega), y_t$'nin teorik spektral yoğunluğunu göstermektedir (Zivot ve Wang, 2006: 283-284).

2.6.3.2. Yarı Parametrik Yöntemler

2.6.3.2.1. Geweke ve Porter-Hudak Yöntemi

Geweke ve Porter-Hudak (1983) kesirli fark alma parametresi *d*'yi tahmin etmek için geliştirdikleri modelde $I(\xi)$, ξ frekansındaki y'nin periodogramı olup şu şekilde hesaplanabilmektedir:

$$I(\xi) = \frac{1}{2\pi T}\left|\sum_{t=1}^{T} e^{it\xi}(y_t - \bar{y})\right|_2 \quad (50)$$

Bu durumda spektral regresyon aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\ln\{I(\xi_{y,\lambda}) = \beta_0 + \beta_1 \ln\{4\sin^2(\frac{\xi_\lambda}{2})\} + \eta_\lambda\,, \qquad \lambda = 1, \dots, v \tag{51}$$

Burada $\xi_\lambda = (\frac{2\pi\lambda}{T})$ ve $\lambda = 0, \dots, T-1$ örneklemin harmonik ordinatlarını gösterirken, $\eta_\lambda = \ln\{\frac{I(\xi_\lambda)}{f(\xi_\lambda)}\}$ standartlaştırılmış periyodogramı, T gözlem sayısını ve $v = g(T) \ll T$ spektral regresyondaki harmonik ordinat sayısını ifade etmektedir. Geweke ve Porter-Hudak (1983) d parametresi tahmininin, yalnızca 0'dan küçük olduğu durumda tutarlı ve asimptotik normal olduğu sonucunu elde etmişlerdir (Barkoulas ve Baum, 1997: 191).

2.6.3.2.2. Modifiye Edilmiş Log Periodogram Yöntemi

d parametresi 1'den büyük olduğunda $\hat{d}$ tahmincisinin tutarsız olması modifiye edilmiş log periodogram yönteminin gelişmesine sebep olmuştur. $\frac{1}{2} < d < 1$ için ise $\hat{d}$ tahmincisinin tutarlı olması ile birlikte $d = 1$ eşitliğinin, tahminin tutarlı olup olmaması konusunda sınır durumunu ifade ettiği söylenebilir. Bu nedenle geliştirilen bu modelde birim kök içeren $d = 1$ sürecine odaklanılmıştır. Log periodogram tahmincisi $\hat{d}$ en küçük kareler yöntemi ile elde edilebilmektedir:

$$\log(I_x(\lambda_s)) = \hat{c} - \hat{d}\log\left|1 - e^{i\lambda_s}\right|^2 + \varepsilon \tag{52}$$

52 nolu denklemde $\{\lambda_s = 2\pi s/n : s = 1, \dots, m\}$ ve $m < n$ olup; $a_s = \log|1 - e^{i\lambda_s}|$, $x_s = a_s - \bar{a}$ ve $\bar{a} = m^{-1}\sum_{s=1}^{m} a_s$ şeklinde tanımlanırsa $\hat{d}$ 53 nolu denklem yardımı ile de bulunabilmektedir:

$$\hat{d} = -\frac{1}{2}\frac{\sum_{s=1}^{m} x_s log I_x(\lambda_s)}{\sum_{s=1}^{m} x_s^2} \tag{53}$$

Denklemde $I_x = w_x(\lambda_s)w_x(\lambda_s)^*$ periyodogramı ve $w_x(\lambda_s)$ X_t serisinin kesikli Fourier dönüşümünü temsil etmekte ve $w_x(\lambda_s) = (\frac{1}{\sqrt{2\pi n}})\sum_{t=1}^{n} X_t e^{it\lambda_s}$ ile gösterilmektedir (Phillips, 2007).

2.6.3.2.3. Gaussian Yarı Parametrik Tahmin Yöntemi

Robinson (1995) geliştirdiği Gaussian yarı parametrik tahmin yöntemi ile $H \in (0,1)$ aralığı için belirli koşullarda önceki tahmin yöntemlerine kıyasla daha tutarlı ve etkin sonuçlar elde ettiğini ve yöntemin asimptotik normal olduğunu iddia etmiştir. Zaman serisinin Gaussian varsayımına dayanmayan bu yöntemde durağan bir x_t zaman serisinin $j = 1, \dots, m$ (m tam sayı olup $n/2$'den küçüktür), $\lambda_j = 2\pi j/n$, $\lambda \to 0+$, $G \in (0, \infty)$ ve $H \in (0,1)$ verileri için spektral yoğunluğu:

$$f(\lambda) \sim G\lambda^{1-2H} \tag{54}$$

Şeklindedir. Amaç fonksiyonu ise 55 nolu eşitlik ile elde edilebilmektedir:

$$Q(G,H) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left\{ log G\lambda_j^{1-2H} + \frac{\lambda_j^{2H-1}}{G} I_j \right\} \tag{55}$$

Denklemde $I_j = I(\lambda_j)$ eşitliği mevcuttur. Denklem minimize edildiğinde $(\hat{G}, \hat{H})$ elde edilmektedir. H_0 kendine benzerlik parametresinin (H) gerçek değeriyse n sonsuza giderken $(n \to \infty)$ $\hat{H}$ tahmincisinin tutarlı olduğunu söylemek mümkündür (Robinson, 1995; Palma, 2007: 81).

2.6.3.2.4. Dalgacık Tabanlı Tahmin Yöntemi

Jensen (2000) ARFIMA (p,d,q) uzun hafıza sürecine dalgacık uygulayarak kesirli fark alma parametresi *d*'nin maksimum olabilirlik tahmincisini elde etmek istediği dalgacık tabanlı tahmin yöntemi geliştirmiştir. Dalgacık tabanlı maksimum olabilirlik tahmincisi, maksimum olabilirlik tahmincisinin ve yarı parametrik tahmincinin güçlü yönlerine sahipken bunların dezavantajlarına sahip değildir. Dalgacık maksimum olabilirlik tahmincisi aynı zamanda beyaz gürültü sürecine karşı da dirençli bir tahmincidir. Yöntemde $\psi(t)$, $\int \psi(t)dt = 0$ koşulunu sağlamakta, bir başka deyişle $\psi\ t \to \pm\infty$ olduğu durumda hızla 0'a düşen salınım fonksiyonunu ifade etmektedir. $r = 0,1, \dots, M-1$ için $\int \mathrm{t}^{\mathrm{r}}\psi(t)dt = 0$ ve/veya $\psi(t) \in C^k$ koşulları sağlandığında $\psi(t)$'nin frekans ve zaman alanında doğru yerde konumlandığı söylenebilmektedir. Dönüştürülmüş dalgacık şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\psi(t)_{m,n} = 2^{\frac{m}{2}}\psi(2^m t - n) \quad (56)$$

Denklemde m ve n, $Z = \{0, \pm 1, \pm 2 \ldots\}$ tam sayılarının elemanlarıdır. Farklı m ve n değerleri için $\psi_{m,n}$ zamanın farklı frekanslarını ve periyotlarını kapsamaktadır. Yüksek frekanslarda (m'nin büyük olması) zaman dönüşümünün ($2^{-m}n$) küçük olduğunu gösterirken dalgacığın sıçramalara, tepe noktalarına ve tekil noktalarına yakınlaşmasını sağlamaktadır. Düşük frekanslarda ise (m'nin küçük olması) dönüşümler büyük olup $\psi_{m,n}$'nin serinin dönemselliğini ve düzlüğünü görmek için uzaklaşmasına sebep olmaktadır. $x(t)$'nin dalgacık dönüşümü 57 nolu denklem ile ifade edilebilmektedir (Jensen, 2000):

$$x, \psi_{m,n} = \int x(t)\psi_{m,n}(t)dt \quad (57)$$

2.6.3.3. Parametrik Olmayan Yöntemler

2.6.3.3.1. Ölçeklenmiş Aralık Analizi (R/S)

Uzun hafızanın testi için bilinen en iyi yöntem olan ölçeklenmiş aralık analizi testi (rescaled range-R/S) ilk olarak Hurst (1951) tarafından ortaya atılmıştır. R/S istatistiği, bir zaman serisinin standart sapması ile yeniden ölçeklendirilerek ortalamadan sapmalarının kısmi toplamları sonucu elde edilen aralıktır. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ örneklemin getiri serisi ve $\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_j X_j$ ortalaması kabul edildiğinde R/S istatistiği aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$\tilde{Q}_n \equiv \frac{1}{S_n}\left[\max_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}\left(X_j - \bar{X}_n\right) - \min_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}\left(X_j - \bar{X}_n\right)\right] \quad (58)$$

Denklemde $s_n = \sqrt{1/n\sum_{i=1}^{n}\left(X_j - \bar{X}_n\right)^2}$ eşitliği mevcuttur. 58 nolu denklemde köşeli parantez içerisindeki ilk terim X_j'nin örneklem ortalamasından ilk k sapmalarının toplamının maksimum değerini vermekte olup bu değer negatif olamaz. Diğer taraftan ikinci terim ise aynı kısmi toplamlar dizisinin minimum değerini vermekle birlikte bu değer pozitif olamaz. Dolayısıyla aralık (range) olarak adlandırılan bu iki terim arasındaki fark 0'a eşit ya da 0'dan büyük olmaktadır ($\tilde{Q}_n \ge 0$) (Lo, 1991: 1286-1287).

Durağan bir zaman serisinde uzun hafıza yoksa, R/S istatistiği $T^{1/2}$ oranında rassal bir değişkene yakınsamaktadır. Ancak durağan y_t süreci uzun hafızaya sahipse Mandelbrot (1975) R/S istatistiğinin T^H (H Hurst katsayısıdır) oranında rassal değişkene yakınsadığı sonucunu elde etmiştir. Kısa hafıza özelliği gösteren bir seri için, örneklem boyutuna karşı R/S istatistiğinin log-log grafiği eğimi $1/2$ olan düz bir çizgi etrafında saçılmalıdır. Diğer taraftan uzun hafıza özelliği gösteren bir seri için ise, örneklem boyutunun yeterince büyük olması koşuluyla log-log grafiği, eğimi $H > 1/2$ olan düz bir çizgi etrafında dağılmalıdır (Zivot ve Wang, 2006: 280). Yöntem veri setinde maksimum ve minimum değerlere bağlı olduğu için uç değerlerin etkisi sebebiyle yalnızca durağan ve trendsiz serilere uygulanabilmektedir (Cao vd., 2018: 2).

2.6.3.3.2. Geliştirilmiş R/S Analizi

R/S testinin kısa dönem bağımlılığa karşı dirençli olmaması, kısa ve uzun dönem bağımlılık arasında ayrım yapamaması nedeniyle kısa dönem bağımlılığa karşı dirence sahip geliştirilmiş R/S testi Lo (1991) tarafından ortaya atılmıştır.

$$Q_n \equiv \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)}\left[\max_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}\left(X_j-\bar{X}_n\right)-\min_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}\left(X_j-\bar{X}_n\right)\right] \tag{59}$$

59 nolu denklemde aşağıdaki eşitlikler mevcuttur:

$$\hat{\sigma}_n^2(q) \equiv \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(X_j-\bar{X}_n\right)^2+\frac{2}{n}\sum_{j=1}^{q}\omega_j(q)\left\{\sum_{i=j+1}^{n}(X_i-\bar{X}_n)(X_{i-j}-\bar{X}_n)\right\}$$

$$= \hat{\sigma}_x^2 + 2\sum_{j=1}^{q}\omega_j(q)\hat{\gamma}_j \quad , \quad \omega_j(q) \equiv 1-\frac{j}{q+1} \quad q<n$$

$\hat{\sigma}_x^2$ ve $\hat{\gamma}_j$ X'in sırasıyla örneklem varyansı ve otokovaryans tahmin edicileridir. $\{X_t\}$ kısa hafızaya sahipse, kısmi toplamın varyansı yalnızca her bir terimin varyansının toplamını değil, aynı zamanda otokovaryanslarını da içermektedir. Bu nedenle, $\hat{\sigma}_n(q)$ tahmincisi X_j'nin sapmalarının karesinin toplamı ile birlikte q gecikmesine kadar ağırlıklı otokovaryanslarını da içermektedir (Lo, 1991: 1289-1290).

2.6.3.3.3. Trendden Arındırılmış Dalgalanma Analizi (Detrended Fluctuation Analysis-DFA)

Finansal zaman serilerinin normal dağılıma sahip olmaması ve trend içerdiği için durağan olmayan bir yapıya sahip olması serilerin analizinde engel teşkil etmektedir. Çünkü serideki dalgalanmaların ölçekleme davranışının doğru belirlenmesi zorlaşmaktadır. Güvenilir sonuçlar elde edebilmek için trendleri serideki içsel dalgalanmalardan ayırt etmek gerekmektedir. R/S gibi trendden arındırma işleminin olmadığı yöntemler, yalnızca trendin olmadığı durumda anlamlı sonuçlar verebilmekteyken; trend içeren seride ise anlamsız sonuçlar verebilmektedir. Trendin varlığı durumunda, DFA yöntemi zaman serisinin kökenini ya da şeklini bilmeden gürültülü verilerin ölçekleme davranışını belirlemek için geliştirilmiş kullanışlı bir yöntemdir (Movahed vd., 2006).

Peng vd. (1994) tarafından DNA dizilimleri arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için geliştirilen ve bir rassal yürüyüşün değiştirilmiş bir ortalama karekök analizi (root mean square) olan DFA, zaman serisinde uzun dönemli korelasyonun ortaya çıkarılmasında kullanılan araştırmacıların girdisinden bağımsız bir yöntemdir. DFA görünürde durağan olmayan zaman serilerindeki uzun dönemli korelasyonların tespit edilmesinde kullanılmakta iken, bu yöntemle durağan olmayan zaman serilerinin özelliği olan sahte korelasyonların tespitinden de kaçınılabilmektedir (Peng vd., 1995: 82). DFA, Hurst üsteli *H*'nin tahmin edilmesinde durağan dışılığın ve trendlerin etkilerini azaltmak için geliştirilmiş bir yöntemdir (Alvarez-Ramirez vd., 2008: 2648). Yöntem şu aşamalardan oluşmaktadır (Beran vd., 2013: 414-415):

1. Aşama: $X_1, \dots, X_n$ serisi *m* terimine bölünmektedir. Buradan *k* uzunluğunda üst üste gelmeyen birbirine bitişik parçalar (segment) elde edilmektedir.

2. Aşama: Her bir parçada, $T_1 = \sum_{t=1}^{l} X_t$ l'ye karşı regrese edilir ve kalıntıların varyansı aşağıdaki denklem yardımıyla tahmin edilir:

$$S_k^2(j) = \frac{1}{k} \sum_{l=(j-1)k+1}^{jk} \left(T_1 - \hat{\beta}_{0,j} - \hat{\beta}_{1,j} l\right)^2 \quad (j = 1, \dots, m) \tag{60}$$

Burada $\hat{\beta}_{0,j}$ ve $\hat{\beta}_{1,j}$, j. parçaya bağlı en küçük kareler regresyon tahminleridir.

3. Aşama: Elde edilen her bir parçanın varyansının ortalaması alınır:

$$F^2(k) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} S_k^2(j) \tag{61}$$

4. Aşama: k'nın uzunluğu arttıkça $S_k^2(j)$ değeri her bir j için $k^{2H} = k^{2d+1}$ oranında artmaktadır. Böylece $F^2(k)$, k^{2H} oranında artmaktadır. $k = 2, \dots, n/2$ için 1, 2 ve 3. adımlar uygulandıktan sonra $logk$'ya karşı $logF(k)$ grafiği çizilerek aşağıdaki denklem elde edilmektedir:

$$logF(k) \approx logC + Hlogk = \beta_0 + \beta_1 logk \tag{62}$$

d tahmincisi $\hat{\beta}_1$ en küçük kareler tahmininden $\hat{d}_{DFA} = \widehat{H}_{DFA} - \frac{1}{2} = \hat{\beta}_1 - \frac{1}{2}$ ile elde edilmektedir.

Zaman serisinin durağanlık varsayımının geçerli olmadığı bu yaklaşımda uydurulan doğrusal trend fonksiyonu her bir bölümde çıkarılır. Bu nedenle yöntem uç değerlerden yüksek oranda etkilenen ve Hurst üstelinin yanlı değerlendirilmesine sebep olan R/S gibi yöntemlere kıyasla daha az hassastır (Gu vd., 2010: 2806).

Yöntemde varyans parçanın uzunluğu ile birlikte artış göstermektedir. Varyansın parça uzunluğuna bağlı olması dalgalanmaların ölçekleme özelliklerine neden olmaktadır (Peng vd., 1994: 1685).

Durağan olmayan zaman serilerinde, lokal (her bir parçadaki) trendler oldukça düzensiz değişiklik göstermesine rağmen hem kısa hem de uzun dönemde trendler görülebilmektedir. DFA birbiriyle örtüşmeyen parçalar kullanarak doğrusal trendden arındırma yolu ile bu tür düzensiz trendlerin sebep olduğu istatistiksel zorlukların üstesinden gelmeye çalışmaktadır (Mills, 2004: 560).

2.6.3.3.4. Çok Fraktallı Trendden Arındırılmış Dalgalanma Analizi (Multifractal Detrended Fluctuation Analysis-MFDFA)

Birçok zaman serisi tek bir ölçekleme üsteli ile açıklanabilen basit bir tek fraktallı (monofraktal) ölçekleme davranışı sergilememektedir. Küçük ölçeklerde uzun dönemli korelasyonlar ya da daha büyük ölçeklerde korelasyonsuz davranış gibi durumlarda rejimleri farklı ölçekleme üstelleri ile ayıran farklı ölçekler kullanılması gerekmektedir. Dolayısıyla karmaşık bir yapıya sahip olan ölçekleme davranışı göz önünde bulundurulduğunda, zaman serilerinin farklı bölümlerinde farklı ölçekleme üstellerinin olması gerekmektedir. Zaman serisinin iki yarısı için iki farklı ölçekleme üsteli olabileceği gibi daha karmaşık durumlarda iç içe geçmiş birçok fraktal alt kümesi için farklı ölçekleme davranışları gözlemlenebilmektedir. Bu durumda ölçekleme davranışının tam olarak açıklanabilmesi için çok sayıda ölçekleme üsteline ihtiyaç olmaktadır ve bu ihtiyaç da çok fraktallı analiz ile sağlanabilmektedir (Kantelhardt vd., 2002: 88). Fraktallar farklı noktalarda farklı şekilde ölçekleniyorsa çok fraktaldırlar ve matematiksel özellikleri karmaşık ve güçlü hale gelmektedir (Mandelbrot ve Hudson, 2004).

Çok fraktallığı ölçmede kullanılan MFDFA yönteminde bir zaman serisi eşit uzunlukta üst üste gelmeyen parçalara ayrılır. Elde edilen her bir parçada ortalama karekök hesaplanır ve hesaplanan değerin ortalaması lokal trendden arındırılmış dalgalanma fonksiyonu (local detrended fluctuation function) olarak adlandırılmaktadır. Daha sonra bu dalgalanma (volatilite) fonksiyonunun q. düzey momentleri hesaplanır. Parçanın uzunluğu ile dalgalanma fonksiyonu arasındaki ilişki güç yasası tarafından belirlenir. Bu güç yasası ilişkisi Hurst üsteli ile belirlenerek çok fraktallı spektrum (multifractal spectrum) ile açıklanmaktadır (Patil ve Rastogi, 2020: 3).

Yalnızca ikinci momenti kullanan DFA yönteminin aksine, Kantelhardt vd. (2002) tarafından geliştirilen MFDFA yöntemi q. düzey momentleri kullanmaktadır. 5 aşamadan oluşan yöntemin ilk 3 aşaması DFA yöntemine eşittir. N uzunluğundaki (gözlem sayısı) x_k zaman serisi için (Kantelhardt vd., 2002: 89-90; Jiang vd., 2019: 24-27):

1. Aşama: Profil (kümülatif toplam) fonksiyonu aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır:

$$Y(i) = \sum_{k=1}^{i} (x_k - \bar{x}), \qquad i = 1, \dots, N \tag{63}$$

2. Aşama: $Y(i)$ profili $N_s = tam\ sayı(N/s)$ eşit uzunluktaki birbiriyle örtüşmeyen *s* parçaya bölünmektedir. İncelenen zaman serisi her zaman tam bölünmeyeceği için profilin sonunda küçük bir parça kalacaktır. Bu parçanın göz ardı edilmemesi için aynı işlem zaman serisinin sonundan başına doğru tekrar uygulanır. Sonuç olarak $2N_s$ parça elde edilmektedir.

3. Aşama: Parçalar için en küçük kareler yöntemiyle bir lokal trend uydurulur. Daha sonra her bir $v(v = 1, \dots, N_s)$ parçası için aşağıdaki formül ile varyans hesaplanır:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{s} \{Y[(v-1)s + i] - y_v(i)\}^2 \tag{64}$$

$v = N_s + 1, \dots, 2N_s$ için ise aşağıdaki formül kullanılır:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{s} \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2 \tag{65}$$

Lokal trendden arındırılmış dalgalanma fonksiyonu $F(s, v)$, *v.* parçadaki trendden arındırılmış kalıntıların (residuals) ortalama karekökü olarak bilinmektedir. 64 ve 65 nolu denklemde $y_v(i)$, *v* parçasındaki uydurulan polinom fonksiyonudur (lokal trend). Bu polinom fonksiyonu doğrusal, ikinci dereceden, üçüncü dereceden ya da daha yüksek dereceden olabilir (sırasıyla DFA1, DFA2, DFA3, …, DFAm olarak adlandırılır). Zaman serisinin trendden arındırılması profilden polinom fonksiyonunun çıkarılmasıyla elde edildiği için trendden arındırma işlemi DFA derecesiyle ilgilidir. MFDFA*m* için (MFDFA'nın *m.* derecesi) profildeki *m* derecesindeki trendler (aynı zamanda orijinal serideki *m-1* derecesi) elimine edilir. Böylece farklı MFDFA düzeyleri için sonuçların karşılaştırılması, zaman serisindeki polinom trendinin derecesini belirlemede yardımcı olmaktadır.

4. Aşama: q. dereceden dalgalanma fonksiyonu tüm parçaların ortalaması alınarak elde edilir:

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s,v)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (66)$$

66 nolu denklemde q 0 haricinde herhangi bir gerçel sayı olabilir. $q = 0$ için 67 nolu denklem kullanılmaktadır:

$$F_0(s) = exp\left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s,v)] \right\} \quad (67)$$

$q = 2$ için standart DFA süreci elde edilmektedir. Bu yöntemde, q değerine bağımlı $F_q(s)$ dalgalanma fonksiyonlarının farklı q değerleri için zaman ölçeği s ile ilişkisi incelenmektedir. Bu nedenle 2. aşamadan 4. aşamaya kadar olan süreç farklı s değerleri için tekrar etmelidir. s değeri arttıkça $F_q(s)$ artış göstermektedir. Bunların yanı sıra $F_q(s)$ DFA derecesi m'ye bağlı olup yalnızca $s \geq m + 2$ için geçerlidir.

5. Aşama: Her bir q değeri için s'ye karşı $F_q(s)$'nin log-log grafikleri yardımıyla dalgalanma fonksiyonlarının ölçekleme davranışı belirlenir. x_i zaman serisi uzun dönem güç yasası korelasyonlu ise, bir güç yasası olarak büyük s değerleri için $F_q(s)$ artış gösterir:

$$F_q(s) \sim s^{h(q)} \quad (68)$$

68 nolu denklemde $h(q)$ q'ya bağlıdır ve kesirli Gaussian gürültüsü gibi durağan zaman serileri için, 63 nolu denklemdeki $Y(i)$ kesirli Brownian hareketi olmakta ve $0 < h(q = 2) < 1$ söz konusu olmaktadır. $h(2)$ Hurst üsteli H'ye eşittir. Aynı zamanda kesirli Brownian hareketi gürültüsü gibi durağan olmayan bir zaman serisi için 63 nolu denklemdeki $Y(i)$ kesirli Brownian hareketinin toplamına eşit olmakta ve $F_q(s)$ dalgalanma fonksiyonu $h(q = 2) > 1$ ile tanımlanmaktadır. Böylece $h(2)$ üstelleri ile H arasındaki ilişki $H = h(q = 2) - 1$ şeklinde olmaktadır. $h(q)$ genelleştirilmiş Hurst üsteli olarak bilinmektedir ve log-log grafiklerindeki $F_q(s)$'nin eğimi ile elde edilmektedir (Movahed vd., 2006).

Zaman serisi tek fraktallı ise $h(q)$ q'dan bağımsız sabit bir sayıdır. Çünkü $F^2(s,v)$ varyansının ölçekleme davranışı tüm parçalar için aynıdır ve ortalama alma sürecinde tüm q

değerleri için aynı ölçekleme davranışına ulaşılmaktadır. Yalnızca küçük ve büyük dalgalanmalar farklı ölçeklendiğinde $h(q)$ q'ya önemli derecede bağlı olmakta, farklı q değerleri için farklı değerlere sahip olmakta ve çok fraktallıktan bahsedilebilmektedir. Pozitif q değerleri için büyük $F^2(s,v)$ varyansa sahip v parçaları ortalama $F_q(s)$ değerine yön verecektir. Bu nedenle pozitif q değerleri için $h(q)$ değerlerinin, büyük dalgalanmalara sahip parçaların ölçekleme davranışını açıkladığını söylemek mümkündür. Diğer taraftan negatif q değerleri için ise; küçük $F^2(s,v)$ varyansa sahip v parçaları ortalama $F_q(s)$ değerine yön vereceğinden $h(q)$ değerleri, küçük dalgalanmalara sahip parçaların ölçekleme davranışını açıklamaktadır. Yüksek çok fraktallık, $h(q)$ değerinin daha yüksek değişkenliğe sahip olduğu anlamına gelmektedir. Çok fraktallık derecesi şu şekilde ölçülebilmektedir:

$$\Delta h = h(q_{min}) - h(q_{max}) \tag{69}$$

$h(q)$, durağan bir zaman serisi için q'nun azalan monoton fonksiyonudur (monotonic function). Buradan hareketle küçük dalgalanmaların büyük dalgalanmalardan daha çok meydana geldiği söylenebilmektedir (Hasan ve Mohammad, 2015: 748-749). Büyük dalgalanmalar küçük dalgalanmalardan daha küçük ölçekleme üsteli ($h(q)$) ile ölçüldüğünden; $q < 0$ için $h(q)$ değerleri, $q > 0$ için $h(q)$ değerlerinden daha büyüktür ve bu nedenle Δh pozitiftir (Zunino vd., 2008: 6560).

$q = 2$ için DFA, MFDFA'nın özel durumu haline gelmektedir. Bu durumda dalgalanma fonksiyonu $F_2(s)$ zaman serisinin yalnızca tek fraktallı spektrumunu ortaya çıkarmaktadır. Zaman serisi tek fraktallı ise DFA, serinin ölçekleme özelliklerini incelemek için yeterli olmaktadır. Aksi takdirde farklı q değerlerini içeren MFDFA yönteminin uygulanması gerekmektedir (Gorjao vd., 2022: 2).

$H = 0{,}5$ ise serinin rassal yürüyüşe sahip olduğu ve standart Brownian hareketi izlediği söylenebilmektedir. Rassal yürüyüşe ve Brownian hareketine sahip seride ise şimdiki fiyatın gelecekteki fiyatları etkilemeyeceği söylenebilmektedir. $H < 0{,}5$ ise seri kalıcı olmayan (anti-persistent) bir yapı sergilemekte, dolayısıyla geçmişteki yukarı (aşağı) yönlü trendin, gelecekte (diğer bir ifadeyle bir sonraki parçada) aşağı (yukarı) yönlü trende sebep olabileceği anlamına gelmektedir. $H > 0{,}5$ için ise serinin kalıcı (persistent) yapıya, yani

uzun hafızaya sahip olduğu çıkarımı yapılabilmektedir. Böyle bir zaman serisi için geçmişteki yukarı (aşağı) yönlü trendin, gelecekte de yukarı (aşağı) yönlü trende sebep olabileceği söylenebilmektedir (Wang vd., 2019: 3). Aynı zamanda $H > 0{,}5$ olduğunda, zaman serisi kesirli Brownian hareketi ile temsil edilebildiği için fraktal olarak kabul edilmektedir (Metescu, 2022: 204). Tablo 3'te farklı Hurst üstel değerleri için zaman serisi özellikleri özet şeklinde verilmiştir.

Tablo 3. Hurst Üstel Değerleri İçin Zaman Serilerinin Özellikleri

	$0 \leq H < 0{,}5$	$H \approx 0{,}5$	$0{,}5 < H \leq 1$
Otokovaryans	Her gecikme için 0'dan küçük (negatif otokorelasyon)	Her gecikme için 0'a eşit	Her gecikme için 0'dan büyük (pozitif otokorelasyon)
Davranış	Kalıcı olmayan (antipersistent)	Brownian hareketi	Kalıcı (persistent)
İstatistiksel yorum	Düşüşleri (yükselişleri) yüksek olasılıkla yükselişler (düşüşler) takip etmekte	Düşüşler ve yükselişler eşit olasılıkta	Düşüşleri (yükselişleri) yüksek olasılıkla düşüşler (yükselişler) takip etmekte
Karakter	Ortalamaya rassal yürüyüşten daha sık dönmekte	Rassal yürüyüş	Değişen uzunluklarda uzun hafıza, trend ve döngüler sergilemekte
Fraktal boyut	$0 \leq D < 1{,}5$	$D \approx 0{,}5$	$1 \leq D < 1{,}5$

Kaynak: Karp ve van Vuuren, 2019: 8; Mulligan, 2004: 158.

Çok fraktallık derecesi, genelleştirilmiş Hurst üsteli $h(q)$ ile ilişkili olan çok fraktallı ölçekleme üsteli τ_q ile de tanımlanabilmektedir (Hasan ve Mohammad, 2015: 749):

$$\tau_q = qh(q) - 1 \tag{70}$$

70 nolu denklemde Renyi üsteli olarak da bilinen τ_q, q momentlerinin bir fonksiyonu olarak zaman serisinin zamansal yapısını temsil etmekte ve q'nun negatif değerleri için küçük dalgalanmaların, pozitif değerleri için ise büyük dalgalanmaların ölçekleme bağımlılığını ifade etmektedir. τ_q, q'nun doğrusal fonksiyonu ise zaman serisi tek fraktallı, q'nun doğrusal olmayan fonksiyonu ise zaman serisi çok fraktallıdır. Doğrusal olmayan ilişki gücü arttıkça çok fraktallık da artmaktadır (Zhang vd., 2019: 4).

Çok fraktallı bir seriyi tanımlamanın diğer bir yolu tekillik spektrumu (singularity spectrum) ya da multifraktal spektrum olarak bilinen ve τ_q ile ilişkili olan $f(a)$ fonksiyonunu Legendre dönüşümü (Legendre transform) ile hesaplamaktır:

$$f(a) = qa - \tau_q\,, \qquad a = \frac{d\tau_q}{dq} \tag{71}$$

Aynı şekilde aşağıdaki eşitlikler mevcuttur:

$$f(a) = q[a - h(q)] + 1, \qquad a = h(q) + qh'(q) \tag{72}$$

$f(a)$, a ile tanımlanan serinin parçalarının boyutunu temsil etmektedir. a ise tekillik gücü (singularity strength) ya da Hölder üsteli olarak bilinmektedir. Zaman serisi tek fraktallı ise tek bir a değeri vardır ve $f(a)$ tek bir noktadır. Ancak seri çok fraktallı ise a değerlerinin dağılımı söz konusudur (Kantelhardt vd., 2002: 90; Oh vd., 2012: 2). a değeri büyüdükçe (küçüldükçe) tekillik derecesi küçülür (büyür). Çok fraktallı bir zaman serisinde tekillik gücünün şekli ters parabol şeklindedir ve çok fraktallık derecesi, $f(a)$'nın genişliği ile de ölçülebilmektedir (Drozdz vd., 2018: 3):

$$\Delta a = a_{max} - a_{min} \tag{73}$$

73 nolu denklemde a_{max} ve a_{min} sırasıyla a'nın maksimum ve minimum değerlerini temsil etmektedir. Δa tüm fraktal yapı ile ölçülen olasılık dağılımının homojen olmama durumunu yansıtmaktadır. Δa değeri büyüdükçe zaman serilerinin çok fraktallı karakteristik yoğunluğu ve karmaşıklığı yani çok fraktallığı artmaktadır. Dolayısıyla Δa değeri büyüdükçe dağılımın giderek daha dengesiz olduğu, dalgalanmanın daha şiddetli olduğu ve riskin arttığı söylenebilmektedir. Spektrum tek bir noktada toplanırsa serinin tek fraktallı olduğu çıkarımı yapılabilmektedir (Zhang vd., 2019: 5).

Negatif (pozitif) q değerleri multifraktal spektrumun sağ (sol) kuyruğunu temsil etmektedir. Bu nedenle zaman serisi küçük dalgalanmalara karşı duyarsız bir multifraktal yapıya sahipse multifraktal spektrum sola çarpık (uzun sol kuyruk) olmaktadır. Diğer taraftan zaman serisi büyük dalgalanmalara karşı duyarsız bir multifraktal yapıya sahipse multifraktal spektrum sağa çarpık (uzun sağ kuyruk) olmaktadır (Ihlen, 2012: 10). Sola çarpık bir

multifraktal spektrum için büyük dalgalanmalar baskınken; sağa çarpık bir multifraktal spektrumda küçük dalgalanmalar baskındır.

Çok fraktallık derecesi bir finansal piyasanın etkinlik düzeyini ölçmede önem arz etmektedir. Çok fraktallık derecesi düşük olduğunda tüm q değerleri için genelleştirilmiş Hurst katsayıları 0,5'e yakındır. Bu durumda dalgalanmanın büyük ya da küçük olduğuna bakılmaksızın serinin rassal yürüyüşe daha yakın olduğunu, dolayısıyla piyasanın etkin olduğunu söylemek mümkün olmaktadır (Gu vd., 2010: 2807). Çok fraktallık derecesi arttıkça (azaldıkça) piyasada etkinliğin azaldığı (arttığı) söylenebilmektedir (Zunino vd., 2008; Aslam vd., 2022).

Finansal zaman serilerinin fraktal analizi, birkaç basit formül yardımıyla çok sayıda karmaşık ve düzensiz veri setini açıklamada kolaylık sağlamaktadır. Fraktal analizin bu açıklama gücü, panik durumu çalışılırken gerekli olan çok fraktallık ile daha belirgin hale gelmektedir (Blackledge ve Lamphiere, 2021: 24). Son yıllarda popüler hale gelen çok fraktallı analiz de durağan olmayan finansal zaman serilerinde, çok fraktallı yapıyı ortaya çıkarmadaki üstünlüğü nedeniyle en güçlü ve dinamik tekniklerden biri olarak kabul görmektedir. Özellikle her bir parçadaki farklı Hurst üsteli, finansal zaman serilerindeki süreksizliklerin analiz edilmesinde fayda sağlamaktadır. Bu nedenle zaman serilerindeki herhangi bir asimetrik ya da istikrarsız davranış yakalanabilmektedir (Oral ve Unal, 2019: 1-2). Finansal zaman serileri için çok fraktallı analizin diğer bir gücü, sınırlı parametreler kullanılarak getirilerin ve dalgalanmalarının (volatilite kalıcılığı, otokorelasyonun hiperbolik olarak azalması ve getirilerin kalın kuyruğu) kolaylıkla analiz edilebilmesini sağlamasından gelmektedir (Lux, 2008: 206). Benzer şekilde Lux ve Segnon (2018: 239), zaman serilerinin kalın kuyruk, volatilite kümelenmesi ve farklı derecelerde uzun hafızaya sahip olma özellikleri nedeniyle finansal varlıkların daha iyi açıklanabilmesi için çok fraktallığın kullanılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Yazarlar yaptıkları çalışma sonucunda volatilite tahmininde ve riske maruz değerin (Value at Risk-VaR) değerlendirilmesinde çok fraktallı modellerin GARCH tipi modellerden daha iyi sonuçlar elde ettiğini ortaya koymuşlardır. Bunların yanı sıra çok fraktallı süreçlerin finansal varlığın yanlış yorumlanmasına karşı da dirençli olduğunu ve finansal piyasalardaki çeşitli değişkenlere (getiri, hacim, durasyon ve

faiz oranları) uygulanabilir olduğunu ileri sürmüşlerdir. Tüm geleneksel varlık fiyatlama modellerinin tek ölçekleme davranışını baz alması sebebiyle farklı ölçekleme davranışlarını ele alan çok fraktallı modeller önem kazanmaktadır. MFDFA yöntemini diğer yöntemlerden ayıran özellik, küçük ve büyük dalgalanmaları ayırt etmede kullanılan farklı istatistiksel momentleri dikkate alarak her bir moment için ayrı Hurst üsteli hesaplamasıdır.

Durağan olmayan ve düzensiz zaman serilerini q indeks değişkeni kullanarak tanımlayan MFDFA, diğer yöntemlerle kıyaslandığında kullanılması ve anlaması daha kolay bir yöntemdir. Daha önemlisi durağan olmayan zaman serilerinin uzun dönemli korelasyonunu analiz etmekte ve korelasyonun yanlış yorumlanmasına engel olmaktadır (Zhao ve He, 2016: 344).

Serilerin yalnızca tek bir Hurst üsteli ile değil, farklı Hurst üsteli ile ölçeklenebildiğini ortaya koyan çok fraktallı model MFDFA'nın diğer yöntemlerden üstün olduğu tespit edilmiştir (Kantelhardt vd., 2002; Oswiecimka vd., 2006; Kantelhardt, 2008; Huang vd., 2011; Thompson ve Wilson, 2016; Zhao ve He, 2016: 344; Wang vd., 2019). Kantelhardt vd. (2002) MFDFA yönteminin programlamada DFA yönteminden daha fazla çaba gerektirmemesi ve üstün özellikleri nedeniyle durağan olmayan zaman serilerinde MFDFA yönteminin kullanımının daha uygun olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada da finansal piyasalarda uzun hafızanın test edilebilmesi için MFDFA yöntemi kullanılmaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

LİTERATÜR TARAMASI

Hurst'ün 1951 yılındaki çalışması ile birlikte zaman serilerinde uzun hafıza özelliği giderek önemini artırmıştır. Çeşitli zaman serilerinin özelliğinin incelenmesinde kullanılan uzun hafıza, Mandelbrot'un 1963 yılında yayımladığı makale ile birlikte finansal zaman serilerinde de kullanılmaya başlanmıştır. EPH'nin fiyatların rastgele seyir izlediği, gelecekteki fiyatların tahmin edilemeyeceği katı varsayımlarının yanı sıra, fiyatların uzun hafızaya sahip olduğunu dolayısıyla tahmin edilebilir olduğunu ileri süren bu çalışmalar literatürde önemli bir yere sahiptir. Zamanla benimsenen finansal zaman serilerinde uzun hafıza özelliği, farklı piyasalarda, çeşitli finansal enstrümanlar ile analiz edilmiştir. Bu çalışmada öncelikle Türkiye dışında finansal zaman serilerinde uzun hafıza özelliğinin test edilmesine yönelik yapılan çalışmalara yer verilmiştir. Daha sonra Türkiye'ye yönelik yapılan, finansal zaman serilerinde uzun hafıza özelliğini inceleyen çalışmalara değinilmiştir.

3.1. Yabancı Literatür Taraması

Aydogan ve Booth (1988) haftalık veriler yardımıyla Temmuz 1962-Aralık 1980 dönemi arası ABD'de rastgele seçilen 200 hisse senedi için uzun hafızayı test etmişlerdir. R/S testi sonuçlarına göre serilerin uzun hafızaya sahip olmadığı gözlemlenmiştir.

Peters (1989) aylık verileri kullanarak S&P 500 Endeksi 30 yıllık devlet tahvili ve endeks ile tahvilin göreceli getirisinin fraktal yapısını incelemiştir. R/S testinin kullanıldığı çalışmada tüm serilerin rassal yürüyüşe sahip olmadığı, aksine sapmalı rastgele yürüyüş (biased random walk) sergilediği tespit edilmiştir. Sonuç olarak ele alınan değişkenlerin fraktal yapıya sahip olduğu söylenebilmektedir.

Geliştirilmiş R/S testini ortaya attığı çalışmasında Lo (1991), Temmuz 1962-Aralık 1987 için günlük, Ocak 1926-Aralık 1987 için aylık verileri kullanarak ABD borsasındaki endeks getirilerinin uzun hafıza özelliğini incelemiştir. Elde edilen bulgular serilerin uzun hafızaya sahip olmadığı yönündedir.

Cheung (1993) çalışmasında ABD dolarına karşı 5 farklı döviz kurunun (İngiliz sterlini, Alman markı, İsviçre frankı, Fransız frankı ve Japon yeni) uzun hafızaya sahip olup

olmadığını test etmek için Geweke-Porter-Hudak (GPH) testi, ARFIMA modeli ve etki-tepki fonksiyonlarını kullanmıştır. 1974-1989 veri aralığının alındığı çalışmada İngiliz sterlini hariç diğer döviz kurlarının uzun hafızaya sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Cheung ve Lai (1993) haftalık verilerle Londra altın piyasasının uzun hafıza yapısını Temmuz 1973-Aralık 1987 dönemi için geliştirilmiş R/S testi ile incelemişlerdir. Tüm dönem için altın piyasasının getirisinde uzun hafıza yapısı tespit edilmesine rağmen, 1979 yılı hariç, öncesi ve sonrasını ele alan alt dönemlerde anlamlı bir uzun hafıza özelliği bulunamamıştır.

Ding vd. (1993) APARCH modelini geliştirdikleri çalışmada S&P 500 Endeksini günlük olarak 03.01.1928-30.08.1991 tarihleri arası incelemişler ve uzun hafızanın varlığına dair kanıt bulmuşlardır. Ayrıca 1929 buhranı gibi büyük olayların olduğu ve volatilitenin yüksek olduğu zamanlarda uzun hafıza özelliğinin daha güçlü olduğu tespit edilmiştir.

Cheung ve Lai (1995) 18 ülke borsasının Ocak 1970-Ağustos 1992 dönemi aylık verilerini ele aldığı çalışmada geliştirilmiş R/S testi ve GPH testi kullanılmıştır. Geliştirilmiş R/S testi sonuçları ele alındığında, GPH testi sonuçlarından daha az uzun hafıza bulgusu elde edilmiştir. GPH testi ile yalnızca 5 ülkenin uzun hafızaya sahip olduğu sonucuna ulaşılması, ele alınan ülkelerde sınırlı düzeyde uzun hafıza özelliğinin varlığına işaret etmektedir.

Bollerslev ve Mikkelsen (1996) S&P 500 Endeksinin uzun hafıza özelliğini günlük veriler yardımıyla 02.01.1953-31.12.1990 tarihleri arasında incelemişlerdir. FIGARCH ve EGARCH modellerini birleştirerek FIEGARCH modelini geliştirdikleri bu çalışmadan elde edilen sonuçlar S&P 500 Endeksinin uzun hafızaya sahip olduğunu göstermektedir.

Corazza vd. (1997) günlük verilerle 02.01.1981-24.10.1991 dönemi için ABD'de işlem gören tarım vadeli kontratlarının fraktal yapısını incelemişlerdir. R/S ve geliştirilmiş R/S testlerinin kullanıldığı çalışmada vadeli kontratların fraktal bir yapı sergilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Lobato ve Savın (1998) günlük verileri kullanarak S&P 500 endeksini ve DJIA Endeksindeki 30 hisse senedini 02.07.1962-30.12.1994 tarihleri arası için Lagrange çarpanı (LM) testi yardımıyla incelemiştir. Analiz sonucuna göre, hem S&P 500 Endeksinin hem de

hisse senetlerinin getiri serilerinde uzun hafıza tespit edilememişken, getiri karelerinde uzun hafızayı doğrulayan güçlü kanıtların olduğu sonucuna varılmıştır.

Lobato ve Velasco (2000) DJIA Endeksinde yer alan 30 hisse senedinin işlem hacimlerinde uzun hafızayı test etmişlerdir. Analiz sonucunda Temmuz 1962-Aralık 1994 tarihi arasındaki günlük verilerde uzun hafızanın varlığına yönelik bulgulara yer verilmiştir.

Mulligan (2000) 22 ülke için aylık ortalama dolar kurlarının fraktal yapısını kullanarak Ocak 1973-Aralık 1997 dönemi için geleneksel R/S testleri ve geliştirilmiş R/S testi ile incelemiştir. Elde edilen bulgular incelenen tüm ülkelerde uzun hafıza ve fraktal yapının varlığına işaret etmektedir. EPH'yi kanıtlayan herhangi bir bulgunun olmadığı, teknik analizle sistematik pozitif getirinin elde edileceği sonucu bulunmuştur.

Panas (2001) Atina Borsasında yer alan 13 şirketin 04.01.1993-05.05.1998 dönemi günlük getirilerinde uzun hafıza özelliğinin geçerliliğini test etmiştir. GPH testi ve Levy index tahmininin yapıldığı çalışmada her iki yöntem için de tüm şirketlerde uzun hafızanın varlığına dair kanıtlar elde edilmiştir.

Sadique ve Silvapulle (2001) Japonya, Güney Kore, Yeni Zelanda, Malezya, Singapur, ABD ve Avustralya borsaları için haftalık veriler yardımıyla Ocak 1983-Aralık 1998 tarihleri arasını analize dahil etmişlerdir. R/S, geliştirilmiş R/S, GPH, the frequency domain score test ve the time-domain score testlerinin kullanıldığı çalışmada Güney Kore, Malezya, Singapur ve Yeni Zelanda borsa getirilerinde uzun hafızanın varlığı tespit edilmiştir.

Henry (2002) aylık veriler yardımıyla Ocak 1982-Eylül 1998 yılları arası ABD, Japonya, Almanya, Birleşik Krallık, Hong Kong, Tayvan, Güney Kore, Singapur ve Avustralya için borsa endeks getirilerini incelemiştir. GPH ve Robinson yarı parametrik tahmincileri ve ARFIMA modelini kullandığı çalışmasında Almanya, Japonya, Güney Kore ve Tayvan borsaları için yalnızca yarı parametrik testlerde uzun hafızanın var olduğunu gösteren bulgulara ulaşmıştır.

Van Quang (2005) günlük verilerle 07.09.1993-20.10.2004 dönemi için Çekya borsasındaki PX50 endeksini FPH'yi baz alarak R/S testi ile incelemiştir. Analiz sonucunda

endeksin fraktal yapıya sahip olduğu, dolayısıyla rassal yürüyüş sergilemediği ve etkin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Tokyo borsasında yer alan 100 hisse senedi fiyatlarını ve işlem hacmini inceleyen Lux ve Kaizoji (2007) günlük veriler yardımıyla 01.01.1975-31.12.2001 periyodu için GARCH, FIGARCH, ARFIMA ve Markov-switching multifraktal model (MSM) modellerini kullanarak uzun hafıza ve kısa hafıza modellerini karşılaştırmışlardır. Elde edilen bulgular, uzun hafıza modellerinin kısa hafıza modellerinden daha iyi performans gösterdiği en iyi performansın ise multifraktal modelde olduğu yönündedir.

Elder ve Serletis (2008) ABD borsasındaki 5 emtia (ham petrol, benzin, ısıtma yağı, doğal gaz ve propan) vadelilerinde günlük veriler yardımıyla uzun hafızayı test etmişlerdir. 03.01.1994-30.06.2005 tarihleri için GPH ve dalgacık EKK (Wavelet OLS) tahmincilerinin kullanıldığı çalışmada emtiaların uzun hafızaya sahip olduğuna yönelik kanıtlara yer verilmiş, dalgacık EKK tahmincisinin GPH tahmincisinden daha iyi sonuçlar verdiği iddia edilmiştir.

Alvarez-Ramirez vd. (2008) 1987-2007 dönemi için spot ham petrol fiyatlarını, günlük veriler kullanarak DFA yöntemi ile ele almışlardır. Elde edilen sonuçlara göre uzun vadede ham petrol piyasasında EPH'yi destekleyen kanıt bulunurken, kısa vadede bulunamamıştır.

Zunino vd. (2008) MFDFA yöntemi ile 32 ülke borsasını inceledikleri çalışmada, 2 Ocak 1995 23 Temmuz 2007 tarihleri arası günlük verileri kullanmışlardır. Elde edilen bulgular multifraktal spektrumun gelişmekte olan ülkelerde yüksek, gelişmiş ülkelerde ise düşük olduğu yönündedir.

Panas ve Ninni (2010) Londra Metal Borsasındaki metal (alüminyum, bakır, kurşun, nikel, kalay, çinko) vadeli kontratlarının fraktal yapısını, Ocak 1989-Aralık 2000 dönemi için günlük verilerle incelemişlerdir. R/S testi ve ARFIMA modelinin kullanıldığı çalışmada tüm serilerin uzun hafızaya sahip olduğu tespit edilmiştir. Serilerde kalın kuyruk oluşumunun, doğrusal olmayan stokastik süreçlerden dolayı ortaya çıkan hafıza etkisini gösterdiği

bulgusuna yer verilirken, bunun sonucu olarak yatırımcılara bilgi akışının düzenli olmadığı iddia edilmiştir.

Yin vd. (2013) Çin altın fiyatlarının multifraktal yapısını 30.10.2002-30.11.2012 dönemi günlük verilerle, R/S ve MFDFA testi ile incelemiştir. Fraktal enterpolasyon modelinin de kullanıldığı çalışmada, altın getiri serisinin uzun hafızaya sahip olmakla birlikte multifraktal bir yapıya da sahip olduğu tespit edilirken, piyasa bilgisinin sadece şu anki fiyatlarda değil gelecekteki fiyatlarda da etkisi olduğu tespit edilmiştir.

Günay (2014a) GBP/USD, EUR/USD, USD/JPY, USD/CHF kurlarının çok fraktallı yapısını MFDFA yöntemi ile incelemiş, GBP/USD kurunun monofraktal, diğer kurların ise multifraktal bir yapıda olduğu sonucuna ulaşmıştır. EUR/USD ve USD/JPY kurlarının multifraktal yapısı, getirilerin olasılık yoğunluk fonksiyonunun kalın kuyruklu olmasından kaynaklanırken, USD/CHF kurunun multifraktal yapısı ise hem uzun hafızadan hem de kalın kuyruktan kaynaklanmaktadır.

Oprean vd. (2014) günlük veriler yardımıyla 8 ülkede (Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin, Romanya, Macaristan, Çekya, Estonya) en fazla işlem gören endeksleri FPH açısından ele alarak Ekim 2002-Mayıs 2014 dönemi için incelemişlerdir. R/S testinin kullanıldığı çalışmada tüm endeksler için, Hurst üsteli 0,5 ile 1 arasında bulunduğundan, tüm trendlerin istikrarlı olduğu, dolayısıyla korelasyon katsayılarının 0'ın üzerinde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Sonuç olarak tüm endekslerin fraktal bir yapıya sahip olduğu ve FPH'yi desteklediği tespit edilmiştir.

Suarez-Garcia ve Gomez-Ullate (2014) 02.01.2009-31.12.2010 dönemi için yüksek frekanslı getiriler yardımıyla MFDFA yöntemini kullanarak Madrid Borsasındaki IBEX35 Endeksinin multifraktal yapıya sahip olup olmadığını incelemişlerdir. Sonuçlar endeksin multifraktal yapıya ve uzun hafızaya sahip olduğunu göstermektedir.

Ikeda (2017) R/S testini kullanarak birçok ülkeden 137 borsa endeksini haftalık verilerle FPH bağlamında incelemiştir. Elde edilen bulgular endekslerin %82'sinin fraktal yapıya sahip olduğu yönündedir.

Al-Yahyaee vd. (2018) 18.07.2010-31.10.2017 dönemi günlük veriler yardımıyla Bitcoin, altın, Morgan Stanley Capital Index (MSCI) Dünya Endeksi ve ABD Dolar Endeksinin MFDFA yöntemi ile multifraktal yapısını incelemişlerdir. Elde edilen bulgular tüm zaman serisi getirilerinin multifraktal yapıya ve uzun hafızaya sahip olduğu yönündeyken, Bitcoinin etkinlikten en uzak zaman serisi olduğu, etkinliğe en yakın serinin ise MSCI Dünya Endeksi olduğu sonuçlarına da yer verilmiştir.

Da Silva Filho vd. (2018) 14.09.2011-20.11.2017 tarihleri arası Bitcoin'in 12 saatlik verilerini ve karşılaştırma yapabilmek için 7 borsa endeksini (Hindistan, Almanya, Birleşik Krallık, Hong Kong, Brezilya, ABD, Japonya) incelemişlerdir. Bitcoin'in multifraktal yapıya sahip olmasının yanı sıra bu multifraktallığın incelenen borsa endekslerinden daha yüksek olduğu tespit edilmiş, Bitcoin'deki multifraktallığın sebebinin uzun dönemli korelasyondan ve kalın kuyruktan kaynaklandığı bulunmuştur.

Moralı ve Uyar (2018) altın, gümüş, platin ve paladyum kıymetli metallerinin günlük, haftalık, aylık ve çeyreklik getirilerini hesapladıkları çalışmada R/S testi kullanarak FPH'nin geçerliliğini incelemişlerdir. Elde edilen bulgular tüm frekans aralıkları için kıymetli metallerde FPH'nin geçerli olduğu yönündedir.

Moradi vd. (2019) Tahran Borsası ve Londra Borsasında işlem gören toplam 700 şirketin 2007-2013 yılları arası günlük, aylık ve yıllık veriler yardımıyla fraktal yapısını, Box-Jenkins yöntemi ve lags coevolving with radial basis function networks (L-Co-R) algoritması ile incelemişlerdir. Elde edilen bulgular L-Co-R algoritmasının Box-Jenkins yöntemine göre daha iyi performans gösterdiği, FPH'nin Tahran Borsası için kabul edilirken Londra Borsası için kabul edilmediği yönündedir.

Aslam vd. (2020) gelişmekte olan 9 Asya ülkesinin borsa endekslerini MFDFA yöntemi ile incelemişlerdir. Tüm borsa endekslerinde multifraktallık tespit edilmiş, Çin ve Güney Kore borsalarının multifraktallık derecesinin en az, Hindistan ve Malezya borsalarının ise en çok olduğu tespit edilerek FPH'yi destekler bulgulara ulaşıldığı belirtilmiştir.

Çelik (2020) Bitcoin'in getiri ve volatilite serisinde FPH'nin geçerliliğini test ettiği çalışmasında 2013-2019 yılları arasını almış ve DFA, GPH, periodogram, R/S, ARFIMA-

FIGARCH ve ARFIMA-HYGARCH yöntemlerini kullanmıştır. Elde edilen bulgular getiri ve volatilite serisinin uzun hafızaya sahip olduğunu, bu nedenle FPH'yi desteklediğini göstermektedir.

Miloş vd. (2020) Bulgaristan, Hırvatistan, Çekya, Macarisan, Romanya, Polonya, Slovenya borsalarını MFDFA yöntemi ile incelemişler ve borsaların getirilerinde çok fraktallı yapıyı tespit etmişlerdir. Çok fraktallığın en yüksek olduğu borsalar Bulgaristan ve Çekya olurken, en düşük olduğu borsalar Slovenya ve Hırvatistan olmuştur.

Aslam vd. (2021) MFDFA yöntemini ile Hırvatistan, Kenya, Morityus, Fas, Nijerya, Romanya, Sırbistan, Slovenya, Tunus hisse senedi piyasalarının multifraktal yapısını incelemişlerdir. Piyasalarda çok fraktallı yapının olduğu, Kenya, Fas, Romanya ve Sırbistan borsalarının ortalamaya geri dönüş sergilediği, diğer borsaların ise uzun hafızaya sahip olduğu sonucu elde edilmiştir.

Mnif ve Jarboui (2021) Bitcoin'i MFDFA yöntemi kullanarak 19.04.2013-05.05.2020 tarihleri arası analiz etmişlerdir. Analiz sonucunda COVID-19 salgınından önce Bitcoin'in multifkraktallığının daha yüksek olduğu sonucu elde edilmiştir. Sonuç olarak salgından sonra Bitcoin'in daha etkin olduğu belirtilmiştir.

Eteman ve Işığıçok (2022) Bitcoin, Ethereum, Cardano ve Binance Coin'i FIGARCH modeli ile analiz etmişlerdir. Farklı frekansları kullandıkları çalışmada Ethereum'un 30 dakikalık getiri serisi hariç tüm serilerin uzun hafızaya sahip olduğu tespit edilmiştir.

Takaishi (2022) Tokyo Borsasını 1949-2020 için MFDFA yöntemi ile ele aldığı çalışmada ilk yıllarda piyasada kalıcılığın olduğunu 2000'li yıllara gelindiğinde ise bu kalıcılığın sonlanarak piyasanın rassal yürüyüşe yakınsadığını dolayısıyla etkin olmayan bir piyasadan etkin bir piyasaya evrildiğini bulmuştur. Sonuç olarak piyasada çok fraktallı bir yapının olduğunu, ancak bunun zamanla değişiklik göstererek piyasada sürekli etkinliğin olmadığı tespit edilmiştir.

Tablo 4. Yabancı Literatür Taraması

Yazarlar	Veri	Ülke	Yöntem	Sonuç
Aydogan ve Booth (1988)	Rastgele seçilen 200 hisse senedi	ABD	R/S Testi	Uzun hafıza tespit edilmemiştir.
Peters (1989)	S&P 500 Endeksi, 30 yıllık devlet tahvili, Endeks ile tahvilin göreceli getirisi	ABD	R/S Testi	Fraktal yapının varlığı kanıtlanmıştır.
Lo (1991)	Borsa endeksleri	ABD	Geliştirilmiş R/S Testi	Uzun hafıza tespit edilmemiştir.
Cheung (1993)	ABD dolarına karşı 5 farklı döviz kuru (İngiliz sterlini, Alman markı, İsviçre frankı, Fransız frankı ve Japon yeni)	ABD, Birleşik Krallık, Almanya, İsviçre, Fransa, Japonya	GPH Testi, ARFIMA, Etki-tepki Fonksiyonları	İngiliz sterlini hariç diğer döviz kurlarının uzun hafızaya sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
Cheung ve Lai (1993)	Londra altın piyasası	Birleşik Krallık	Geliştirilmiş R/S Testi	1973-1987 dönemi için getiri serisinde uzun hafıza yapısı tespit edilmesine rağmen, 1979 yılı hariç, öncesi ve sonrasını ele alan alt dönemlerde anlamlı bir uzun hafıza özelliği bulunamamıştır.
Ding vd. (1993)	S&P 500 Endeksi	ABD	APARCH	1928-1991 dönemi için uzun hafıza kanıtlanmıştır. Ayrıca 1929 buhranı gibi büyük olayların olduğu ve volatilitenin yüksek olduğu zamanlarda uzun hafıza özelliğinin daha güçlü olduğu tespit edilmiştir.
Cheung ve Lai (1995)	Borsa endeksleri	18 ülke	Geliştirilmiş R/S Testi, GPH Testi	Beş ülkede uzun hafıza özelliği bulgusu elde edilmiştir.
Bollerslev ve Mikkelsen (1996)	S&P 500 Endeksi	ABD	FIEGARCH	Uzun hafıza bulgusuna ulaşılmıştır.
Corazza vd. (1997)	Tarım vadeli kontratları	ABD	R/S Testi, Geliştirilmiş R/S Testi	Fraktal yapının varlığı kanıtlanmıştır.
Lobato ve Savın (1998)	S&P 500 Endeksi, DJIA Endeksi'ndeki 30 hisse senedi	ABD	Lagrange Çarpanı (LM) Testi	Uzun hafıza getiri serilerinde tespit edilememişken, getiri karelerinde tespit edilmiştir.

Lobato ve Velasco (2000)	DJIA Endeksi'ndeki 30 hisse senedi	ABD		Sonuçlar uzun hafızanın varlığını göstermektedir.
Mulligan (2000)	Dolar kurları	22 ülke	R/S Testi, Geliştirilmiş R/S Testi	Tüm ülkelerde uzun hafızanın varlığı gözlemlenmiştir.
Panas (2001)	Atina Borsası'ndaki 13 şirket	Yunanistan	GPH Testi, Levy Index tahmini	Tüm şirketlerde uzun hafıza tespit edilmiştir.
Sadique ve Silvapulle (2001)	Borsa endeksleri	Japonya, Güney Kore, Yeni Zelanda, Malezya, Singapur, ABD, Avustralya	R/S Testi, Geliştirilmiş R/S Testi, GPH Testi, The frequency domain score testi, The time-domain score testi	Güney Kore, Malezya, Singapur ve Yeni Zelanda borsa getirilerinde uzun hafızanın varlığı tespit edilmiştir.
Henry (2002)	Borsa endeksleri	ABD, Japonya, Almanya, Birleşik Krallık, Hong Kong, Tayvan, Güney Kore, Singapur, Avustralya	GPH Testi, Robinson yarı parametrik tahmincisi, ARFIMA	Almanya, Japonya, Güney Kore ve Tayvan borsaları için yalnızca yarı parametrik testlerde uzun hafızanın var olduğunu gösteren bulgulara ulaşılmıştır.
Van Quang (2005)	PX50 Endeksi	Çekya	R/S Testi	Endeksin fraktal yapıda olduğu tespit edilmiştir.
Lux ve Kaizoji (2007)	Tokyo Borsası'ndaki 100 hisse senedi fiyatları ve işlem hacimleri	Japonya	GARCH, FIGARCH, ARFIMA, Markov-switching Multifraktal Model	Uzun hafıza modellerinin kısa hafıza modellerinden daha iyi performans gösterdiği en iyi performansın ise multifraktal model olduğu tespit edilmiştir.
Alvarez-Ramirez vd. (2008)	Spot ham petrol fiyatı		DFA	Uzun vadede ham petrol piyasasında EPH'yi destekleyen kanıt bulunurken, kısa vadede bulunamamıştır
Elder ve Serletis (2008)	ABD borsasındaki 5 emtia (ham petrol, benzin, ısıtma yağı, doğal gaz ve propan)	ABD	GPH Testi, Dalgacık En Küçük Kareler Yöntemi	Emtiaların uzun hafızaya sahip olduğu, dalgacık EKK tahmincisinin GPH tahmincisinden daha iyi sonuçlar elde edildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Zunino vd. (2008)	Borsa endeksleri	32 ülke	MFDFA	Ülkelerin çok fraktallı yapı sergilediği, multifraktal spektrumun gelişmiş ülkelerde düşük olduğu, gelişmekte olan ülkelerde ise yüksek olduğu bulunmuştur.
Panas ve Ninni (2010)	Londra Metal Borsası'ndaki metal (alüminyum, bakır, kurşun, nikel, kalay, çinko) vadeli kontratları	Birleşik Krallık	R/S Testi, ARFIMA	Tüm serilerin uzun hafızaya sahip olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.
Yin vd. (2013)	Çin altın fiyatları	Çin	R/S Testi, MFDFA	Altın getiri serisinin multifraktal yapıya sahip olduğu tespit edilmiştir.
Günay (2014a)	GBP/USD, EUR/USD, USD/JPY, USD/CHF		MFDFA	GBP/USD hariç diğer döviz kurlarının multifraktal yapıya sahip olduğu bulunmuştur.
Oprean vd. (2014)	En fazla işlem hacmine sahip borsa endeksi	Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin, Romanya, Macaristan, Çekya, Estonya	R/S Testi	Tüm endekslerin fraktal bir yapıya sahip olduğu tespit edilmiştir.
Suarez-Garcia ve Gomez-Ullate (2014)	IBEX35 Endeksi	İspanya	MFDFA	Multifraktal yapının varlığı kanıtlanmıştır.
Ikeda (2017)	137 borsa endeksi	Birçok ülke	R/S Testi	Endekslerin %82'sinin fraktal yapıya sahip olduğu bulunmuştur.
Al-Yahyaee vd. (2018)	Bitcoin, Altın, MSCI Dünya Endeksi, ABD Dolar Endeksi		MFDFA	Tüm zaman serilerinin multifraktal bir yapı sergilediği gözlemlenmiştir.
Da Silva Filho vd. (2018)	Bitcoin ve 7 borsa endeksi	Hindistan, Almanya, Birleşik Krallık, Hong Kong, Brezilya, ABD, Japonya	MFDFA	Elde edilen bulgular Bitcoin'in incelenen borsa endekslerinden daha yüksek çok fraktallık derecesine sahip olduğunu göstermektedir. Uzun dönemli korelasyonun ve kalın kuyruk dağılımının Bitcoin'in multifraktallığına katkı sağlaması, bulunan bir başka sonuçtur.
Moralı ve Uyar (2018)	Altın, Gümüş, Platin, Paladyum		R/S Testi	FPH'nin tüm kıymetli metallerde geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Moradi vd. (2019)	Tahran Borsası, Londra Borsası	İran, Birleşik Krallık	Box-Jenkins Yöntemi, Lags coevolving with radial basis function networks (L-Co-R) algoritması	FPH Tahran Borsası için kabul edilirken, Londra Borsası için kabul edilmemiştir.
Aslam vd. (2020)	Gelişmekte olan Asya Borsaları	9 Asya ülkesi	MFDFA	Tüm borsalar için multifraktallık tespit edilmiş, dolayısıyla FPH'nin geçerliliğine yönelik kanıtlar elde edilmiştir.
Çelik (2020)	Bitcoin		DFA GPH Periodogram R/S, ARFIMA-FIGARCH ARFIMA-HYGARCH	Getiri ve volatilite serisinde uzun hafıza tespit edildiği için FPH'yi destekleyen bulgular elde edilmiştir.
Miloş vd. (2020)	Borsa endeksleri	Bulgaristan, Hırvatistan, Çekya, Macarisan, Romanya, Polonya, Slovenya	MFDFA	Tüm endekslerin çok fraktallı yapı sergilediği, çok fraktallığın en yüksek olduğu borsa endeksinin Bulgaristan ve Çekya'ya, en düşük olduğu borsa endeksinin ise Slovenya ve Hırvatistan'a ait olduğu tespit edilmiştir.
Aslam vd. (2021)	Borsa endeksleri	Hırvatistan, Kenya, Morityus, Fas, Nijerya, Romanya, Sırbistan, Slovenya, Tunus	MFDFA	İncelenen borsa endekslerinde çok fraktallı yapının olduğu, Hırvatistan, Morityus, Nijerya, Slovenya ve Tunus borsalarının uzun hafızaya sahip olduğu diğer borsaların ise kalıcı olmayan bir yapı sergilediği (ortalamaya geri dönüş) sonucu elde edilmiştir.
Mnif ve Jarboui (2021)	Bitcoin		MFDFA	Bitcoin'in çok fraktallı yapıya sahip olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.
Eteman ve Işığıçok (2022)	Bitcoin, Ethereum, Cardano, Binance Coin		FIGARCH	Farklı yüksek frekanslarla incelenen 36 seriden 35'inde uzun hafıza özelliği tespit edilmiştir.
Takaishi (2022)	Borsa endeksleri	Japonya	MFDFA	İncelenen üç endeksin de bazı dönemlerde etkin olmadığı, çok fraktallı olduğu tespit edilmiştir.

Türkiye dışında yapılan çalışmaların özeti Tablo 4'te verilmiştir. Tablo 4 incelendiğinde finansal zaman serilerinin çoğunlukla uzun hafıza özelliği gösterdiği gözlemlenebilmektedir. Bunların yanı sıra serilerde fraktal yapının hatta multifraktal yapının

olduğu tespit edilmiştir. Böylelikle finansal zaman serilerinin EPH'nin aksine fiyatlarının tahmin edilebilir olduğu söylenebilmektedir. Ayrıca kargaşa, kaos gibi durumlarda EPH'nin varsayımları geçerliliğini yitirmekte, ortaya çıkan fiyat hareketleri EPH ile açıklanamamakta, bunun yerine alternatif teoriler ile açıklanabilmektedir. Bu bağlamda Türkiye harici yapılan çalışmaların; finansal zaman serilerinin uzun hafızaya ve multifraktallığa sahip olduğunu, dolayısıyla fiyatlarının tahmin edilebilir olduğunu varsayan FPH'yi destekler nitelikte bulgulara sahip olduğu çıkarımı yapılabilmektedir.

3.2. Yerli Literatür Taraması

Türkiye'ye yönelik yapılan çalışmalar ise yabancı literatüre kıyasla daha yenidir. Örneğin Aygören (2008) 03.07.1987-28.09.2007 dönemi günlük veriler yardımıyla İMKB 100 Endeksinin fraktal yapısını R/S analizi ile test etmiştir. Bulgular İMKB 100 Endeksinin fraktal bir yapıya sahip olduğu, fiyatların normal dağılmadığı ve EPH'nin geçerli olmadığı yönündedir.

Özün ve Çifter (2008) GPH testi ve Daubechies dalgacık temelli EKK tahmincisi ile İMKB 30 Endeksinden rastgele seçtikleri 10 hissenin, İMKB 30 ve İMKB 100 Endekslerinin kaotik yapısını incelemişlerdir. GPH testi sonuçlarına göre piyasaların zayıf formda etkin olduğu dolayısıyla uzun hafıza özelliğinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Diğer taraftan dalgacık temelli EKK tahmincisiyle piyasanın uzun hafızaya sahip olduğu ve bu yöntemin uzun hafızanın belirlenmesi için geleneksel yöntemlerden daha iyi sonuçlar verdiği sonucuna ulaşmışlardır.

Atan vd. (2009) 03.01.2003-30.12.2005 tarih aralığında İMKB 100 Endeksini 15 dakikalık ve seanslık frekansta incelemişlerdir. Exact local whittle yöntemi kullanılarak yapılan çalışmanın bulguları İMKB 100 Endeksinin uzun hafızaya sahip olduğu ve durağan olmadığı, dolayısıyla zayıf formda etkin bir piyasa olduğunu kanıtlayan sonuçlara ulaşılmıştır.

Ural ve Demireli (2009) 04.01.2000-14.11.2008 dönemi için günlük veriler yardımıyla İMKB Ulusal Tüm, İMKB Ulusal 100, İMKB Ulusal 30 ve sektör endekslerinin

getirilerini incelemişlerdir. R/S testinin uygulandığı çalışmada gıda sektörü hariç FPH'yi doğrulayan bulgulara ulaşılmıştır.

Çevik (2012) 03.01.1997-27.05.2011 tarihleri için İMKB'de yer alan 10 farklı sektörün getirilerinin oynaklığını günlük veriler yardımıyla incelemiştir. Modifiye edilmiş log-periodogram (MLP), exact local whittle (ELW) ve FIGARCH modellerinin kullanıldığı çalışmada sektörlerin uzun hafızaya sahip olduğu, dolayısıyla piyasaların zayıf formda etkin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Gülbaş ve Ünal (2013) MFDFA ve WTMM yöntemlerini kullanarak dolar kuruna karşılık Türkiye, Rusya ve Macaristan'ın yerel para birimlerinde monofraktal ve multifraktal yapıları incelemişlerdir. Kurların multifraktal yapıya sahip olduğunu ve serilerde uzun hafıza özelliğinin olduğunu tespit etmişlerdir.

Çevik ve Topaloğlu (2014) 1988-2014 yılları arası günlük verilerle BIST 100 ve BIST 30 Endeksleri için uzun hafızayı araştırdıkları çalışmada GARCH, A-GARCH, FIGARCH, A-FIGARCH modellerini kullanmışlardır. Her iki endeks için getiri serilerinin koşullu varyansında uzun hafıza özelliğinin varlığını tespit etmişler, A-FIGARCH modelinin öngörü performansının diğer modellerden daha yüksek olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Günay (2014) BİST 100 Endeksinin 03.01.1990-15.05.2013 tarihleri arası günlük kareli ve mutlak getirileri FIGARCH analiz yöntemi ile uzun hafızanın varlığını test etmiştir. Elde edilen bulgular BIST 100 Endeksinde uzun hafızanın var olduğu, dolayısıyla EPH'nin zayıf formunun geçerli olmadığı yönündedir.

Kutlu ve Yurttagüler (2014) reel Amerikan Doları ve Euro döviz kurlarını aylık veriler kullanarak Ocak 2003-Temmuz 2013 dönemi için ARFIMA modeliyle inceledikleri çalışmada reel döviz kurlarının yüksek kalıcılığa ve uzun hafızaya sahip olduğunu kanıtlayan bulgulara ulaşmışlardır.

Türkyılmaz ve Balıbey (2014a) günlük verilerle 2010-2013 yılları arası BIST 100 Endeks getirisinin uzun hafızaya sahip olup olmadığını FIGARCH ve FIEGARCH modeliyle tahmin etmişlerdir. GARCH, IGARCH, EGARCH modellerinin de kullanıldığı çalışmada, sonuçlar getiri serisinin uzun hafızaya sahip olduğunu, en uygun modellerin uzun hafızayı

ölçen modellerle kurulabildiğini göstermektedir. Yine Türkyılmaz ve Balıbey (2014b) tarafından yapılan bir başka çalışmada aynı yıl ve aynı veri ile ARFIMA-FIGARCH modeli kullanılmıştır. Elde edilen bulgular ortalamada uzun hafızanın varlığına dair kanıtların olmadığı, oynaklığın ise öngörülebilir olduğu için EPH'yi geçersiz kıldığı yönündedir.

Günay (2015) BIST 100 Endeksi için 04.01.2000-19.03.2014 tarihleri arası getiri ve işlem hacmini ele aldığı çalışmasında geliştirilmiş R/S, DFA, geliştirilmiş GPH ve fraktal boyut analizi için kutu sayım ve yarı-periyodogram yöntemlerini uygulamıştır. Hem getiri hem de işlem hacminde uzun hafızanın ve fraktallığın olmadığı; kısa hafızanın olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Hacınlıyan ve Kandıran (2015) BIST 100, BIST 50, BIST 30 ve Dow-Jones 30 Industrial Endekslerinin fraktal yapılarını 2005-2015 dönemi için günlük verilerle analiz etmişlerdir. Higuchi ve Katz metotlarının yanı sıra R/S ve DFA analiz yöntemlerinin de kullanıldığı çalışmada endekslerin uzun hafızaya sahip olduğu ve pozitif Lyapunov üstelinin endekslerde kaotik yapının varlığına işaret ettiği bulgularına ulaşılmıştır.

BIST 100 Endeksinin volatilite özelliklerini Ocak 1988-Nisan 2015 dönemi için günlük verilerle inceleyen Büberkökü ve Kızıldere (2017) geliştirilmiş R/S, GPH, GSP testleri ve ARFIMA-FIGARCH ve türevlerini kullanmışlardır. Elde edilen sonuçlar endekste ikili uzun hafıza, volatilitede kümelenme, asimetrik tepki özelliklerinin varlığını kanıtlar niteliktedir. Endeksin getirisinde yapısal kırılmanın olmadığı, volatilitesinde ise yapısal kırılmaların olduğu, volatilitenin modellenmesi için en iyi sonuçları veren modelin ARFIMA-FIEGARCH modeli olduğu bulguları elde edilen diğer sonuçlardır.

Erdoğan (2017a) BIST 100 ve altın ons fiyatlarında FPH'nin geçerliliğini 2007-2017 dönemi için incelemiştir. Günlük verilerle R/S, V/S ve periodogram analizi kullanılan çalışmada her iki zaman serisinin de uzun hafızaya sahip olduğu, incelenen üç modele bakarak söylenebilmektedir.

Erdoğan (2017b) 07.02.2002-02.05.2017 zaman aralığı için günlük veriler yardımıyla BIST 100 Endeksinde çoklu fraktal yapının varlığını test etmiştir. MFDFA yönteminin

uygulandığı çalışmada elde edilen bulgular BİST 100 endeks getirisinin çoklu fraktal yapıya sahip olduğu yönündedir.

Ürkmez (2017) Ocak 2002-Aralık 2016 dönemini ele alarak aylık reel USD/TRY ve EUR/TRY döviz kurlarının uzun dönem hafızaya sahip olup olmadığını GPH testi ile sınamıştır. Araştırma sonucunda her iki reel döviz kurunun da uzun hafızaya sahip olduğu bilgisi elde edilmiştir.

Hatipoğlu ve Bozkurt (2018) 10.05.2013-12.05.2015 dönemi günlük verileriyle ABD, İngiltere, Rusya ve Türkiye borsaları için getiri ve oynaklık serilerine R/S ve DFA analizlerini uygulamışlardır. Elde edilen sonuçlar volatilitede her iki yönteme göre tüm ülkelerin uzun hafıza özelliğinin varlığına yönelik kanıtları gösterirken; getiride analiz yöntemleri arasında farklılıklar bulunmakla birlikte serilerin uzun dönemli belleğe sahip olduğuna yönelik bulguları içermektedir.

Özdemir vd. (2018) 02.01.2006-30.05.2018 dönemi EUR/TRY ve USD/TRY döviz kurları için GPH, geliştirilmiş GPH, GSP, geliştirilmiş R/S, ARFIMA-FIGARCH yöntemlerini kullandıkları çalışmada her iki döviz kurunun da getiri serilerinin uzun hafızaya sahip olmadıkları, ancak volatilite serilerinin uzun hafızaya sahip olduğu ve döviz kurlarının durağan yapıda, istikrarlı bir davranış gösterdiği sonucuna ulaşmışlardır.

Sülkü ve Ürkmez (2018) tarafından 02.01.1997-30.12.2016 tarihleri arası BIST Hizmet, BIST Mali, BIST Sınai, BIST Teknoloji Endekslerinin günlük getirileri BDS, geliştirilmiş R/S ve korelasyon boyutu analiz yöntemleriyle incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar, tüm endeks getirilerinin fraktal bir yapıya sahip olmakla birlite kaotik yapıya da sahip olduğu, dolayısıyla EPH'nin geçerli olmadığını göstermektedir.

Çelik ve Kaya (2019) tarafından yapılan BIST Banka Endeksinde ikili uzun hafızayı test eden çalışmada GPH, geliştirilmiş R/S, geliştirilmiş GPH, ARFIMA-FIGARCH ve ARFIMA-FIEGARCH modelleri kullanılmıştır. 07.10.2008-29.12.2017 dönemi günlük verilerin kullanıldığı çalışmada getiri serilerinin uzun hafızaya sahip olmadığı ancak volatilitenin uzun hafızaya sahip olduğu bulguları tespit edilmiştir.

Çevik (2020) BIST Bankacılık Endeksi için 03.01.1997-31.12.2018 tarihleri arası günlük veriler yardımıyla Etkin Piyasalar Hipotezinin geçerliliğini test etmiştir. ARFIMA-GARCH, ARFIMA-FIGARCH, ARMA-FIGARCH, ICSS-FIGARCH ve Adaptif FIGARCH modellerinin kullanıldığı çalışmada endeksin getiri serisinde uzun hafızanın varlığına dair kanıt bulunamazken, volatilitede uzun hafızanın varlığı kanıtlanmıştır. Ayrıca yapısal kırılmaları dikkate alan ICSS-FIGARCH modelinin incelenen seri için en uygun model olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Sarılı (2020) 01.06.2015-17.10.2019 dönemi için Borsa İstanbul'a kote 11 banka hisse senedini GPH, modifiye edilmiş log-periodogram, Robinson Gaussian yarı parametrik yöntemlerini kullanarak test etmiştir. Analiz sonuçları 7 bankanın uzun hafıza özelliğine sahip olduğunu göstermektedir.

Özdemir ve Çelik (2020) günlük verilerle 02.01.2002-12.05.2017 dönemi için BIST 100 ve S&P 500 Endekslerinin uzun hafızaya sahip olup olmadığı araştırılmıştır. Geliştirilmiş R/S, GPH, modifiye edilmiş GPH, ARFIMA-FIGARCH ve türevi modellerinin kullanıldığı çalışmada iki endeksin de getiri serilerinin uzun hafızaya sahip olmadığı, ancak volatilitelerinin uzun hafızaya sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Karakaya ve Atukalp (2022) 05.01.2010-31.12.2020 tarihleri arası BIST'e kote bankaların hisse senedi getiri volatilitelerinin tahmin edilmesini amaçlamışlardır. Çalışmada APGARCH yöntemi kullanılmış ve getiri volatilitesinde uzun dönem hafızanın olduğu bulunarak FPH'yi destekler bulgulara ulaşılmıştır. Tablo 5'te Türkiye'ye yönelik yapılan çalışmaların özeti verilmiştir.

Tablo 5. Yerli Literatür Taraması

Yazarlar	Veri	Ülke	Yöntem	Sonuç
Aygören (2008)	İMKB 100 Endeksi	Türkiye	R/S Testi	Fraktal yapı tespit edilmiştir.
Özün ve Çifter (2008)	İMKB 30 Endeksi'ndeki rastgele 10 hisse, İMKB 30, İMKB 100	Türkiye	GPH Testi, Daubechies dalgacık temelli EKK	Uzun hafıza GPH ile bulunamazken, dalgacık temelli EKK ile bulunmuştur.

Atan vd. (2009)	İMKB 100 Endeksi	Türkiye	Exact local whittle yöntemi	Endeksin uzun hafızaya sahip olup durağan olmadığı, zayıf formda etkin olduğu tespit edilmiştir.
Ural ve Demireli (2009)	İMKB Ulusal Tüm, İMKB Ulusal 100, İMKB Ulusal 30, Sektör endeksleri	Türkiye	R/S Testi	Gıda sektörü hariç FPH'yi doğrulayan bulgulara ulaşılmıştır.
Çevik (2012)	İMKB sektör endeksleri	Türkiye	Modifiye edilmiş log-periodogram, Exact local whittle, FIGARCH	Sektörlerin uzun hafızaya sahip olduğu bulunmuştur.
Gülbaş ve Ünal (2013)	Dolara karşı ülkelerin yerel para birimleri	Türkiye, Rusya, Macaristan	MFDFA WTMM	Her üç dolar kurunun da çok fraktallı yapıya sahip olduğu tespit edilmiştir.
Çevik ve Topaloğlu (2014)	BIST 100 Endeksi, BIST 30 Endeksi	Türkiye	GARCH, A-GARCH, FIGARCH, A-FIGARCH	Her iki endeks için getiri serilerinin koşullu varyansında uzun hafıza özelliğinin varlığını tespit etmişlerdir.
Günay (2014b)	BIST 100 Endeksi	Türkiye	FIGARCH	Uzun hafızayı kanıtlayan bulgulara ulaşılmıştır.
Kutlu ve Yurttagüler (2014)	Reel Amerikan Doları, Reel Euro	Türkiye	ARFIMA	Reel döviz kurlarının uzun hafızaya sahip olduğu bulunmuştur.
Türkyılmaz ve Balıbey (2014a)	BIST 100 Endeksi	Türkiye	GARCH, IGARCH, EGARCH, FIGARCH, FIEGARCH,	Uzun hafızanın varlığı endeksin getiri serisi için kanıtlanmıştır.
Türkyılmaz ve Balıbey (2014b)	BIST 100 Endeksi	Türkiye	ARFIMA-FIGARCH	Uzun hafıza tespit edilememiştir.
Günay (2015)	BIST 100 Endeksi	Türkiye	Geliştirilmiş R/S Testi, DFA, Geliştirilmiş GPH Testi, Fraktal boyut analizi için kutu sayım ve yarı-periyodogram Yöntemleri	Hem getiri hem de işlem hacminde fraktallık ve uzun hafızanın olmadığı, kısa hafıza özelliğini kanıtlayan bulgulara ulaşılmıştır.
Hacınlıyan ve Kandıran (2015)	BIST 100, BIST 50, BIST 30, DJIA Endeksi	Türkiye, ABD	Higuchi ve Katz Yöntemi, R/S Testi, DFA	Endekslerin uzun hafızaya sahip olduğu sonucu elde edilmiştir.

Büberkökü ve Kızıldere (2017)	BIST 100 Endeksi	Türkiye	Geliştirilmiş R/S Testi, GPH Testi, GSP testleri, ARFIMA-FIGARCH ve türevleri	İkili uzun hafıza, volatilitede kümelenme, asimetrik tepki özelliklerinin varlığı tespit edilmiştir.
Erdoğan (2017a)	BIST 100 Endeksi Altın ons fiyatı	Türkiye	R/S Testi, V/S, Periodogram analizi	Her iki zaman serisinin de uzun hafızaya sahip olduğu, üç yöntemle de tespit edilmiştir.
Erdoğan (2017b)	BIST 100 Endeksi	Türkiye	MFDFA	Multifraktal yapı tespit edilmiştir.
Ürkmez (2017)	Reel USD/TRY, Reel EUR/TRY	Türkiye	GPH Testi	Her iki kurun da uzun hafızaya sahip olduğu bulunmuştur.
Hatipoğlu ve Bozkurt (2018)	Borsa endeksleri	Türkiye, ABD, Birleşik Krallık, Rusya	R/S Testi, DFA	Volatilitede her iki yöntemde de tüm ülkelerde uzun hafıza özelliği bulunurken, getiride yöntemler arası farklılıklar bulunmakla birlikte serilerin uzun dönemli belleğe sahip olduğuna yönelik bulgular elde edilmiştir.
Özdemir vd. (2018)	EUR/TRY, USD/TRY	Türkiye	GPH Testi, Geliştirilmiş GPH, GSP, Geliştirilmiş R/S Testi, ARFIMA-FIGARCH	Getiri serilerinin uzun hafızaya sahip olmadıkları, ancak volatilite serilerinin uzun hafızaya sahip olduğu sonucu elde edilmiştir.
Sülkü ve Ürkmez (2018)	BIST Hizmet, BIST Mali, BIST Sınai, BIST Teknoloji	Türkiye	BDS, Geliştirilmiş R/S Testi, Korelasyon boyutu	Tüm endeks getirilerinin fraktal yapıda olduğu sonucuna rastlanmıştır.
Çelik ve Kaya (2019)	BIST Banka	Türkiye	GPH Testi, Geliştirilmiş R/S Testi, Geliştirilmiş GPH Testi, ARFIMA-FIGARCH, ARFIMA-FIEGARCH	Getiri serilerinin uzun hafızaya sahip olmadığı ancak volatilitenin uzun hafızaya sahip olduğu bulguları tespit edilmiştir.
Çevik (2020)	BIST Banka	Türkiye	ARFIMA-FIGARCH, ARMA-FIGARCH, ICSS-FIGARCH, Uyarlanabilir FIGARCH	Endeksin getiri serisinde uzun hafızanın varlığına dair kanıt bulunamazken, volatilitede uzun hafızanın varlığı kanıtlanmıştır.

Sarılı (2020)	BIST'e kote 11 banka	Türkiye	GPH Testi, Modifiye Edilmiş Log-Periodogram, Robinson Gaussian Yarı Parametrik Yöntemi	7 bankanın uzun hafıza özelliğine sahip olduğu tespit edilmiştir.
Özdemir ve Çelik (2020)	BIST 100 Endeksi, S&P 500 Endeksi	Türkiye, ABD	Geliştirilmiş R/S Testi, GPH Testi, Modifiye edilmiş GPH, ARFIMA-FIGARCH ve türevleri	İki endeksin de getiri serilerinin uzun hafızaya sahip olmadığı, ancak volatilitelerinin uzun hafızaya sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
Karakaya ve Atukalp (2022)	Banka hisse senetleri	Türkiye	APGARCH	Getiri volatilitelerinde uzun hafıza tespit edilmiş dolayısıyla FPH'yi destekler bulgulara ulaşılmıştır.

Tablo 5 incelendiğinde Türkiye için yapılan çalışmalarda MFDFA yönteminin kullanımının çok sınırlı olduğu ve finansal zaman serilerinin çoğunlukla uzun hafıza özelliği gösterdiği gözlemlenebilmektedir. Kullanılan yöntemin de etkisiyle aykırı sonuçlar elde edilebilirken, getiri serilerinde uzun hafızanın olmadığı ancak volatilite serilerinde uzun hafıza özelliği olduğu bulgusu önem arz etmektedir. Dolayısıyla FPH'yi destekler bulgular Türkiye'de özellikle BIST için de geçerli olmaktadır.

Literatürdeki çalışmalarda çoğunlukla tek fraktallığı dikkate alan R/S, geliştirilmiş R/S, GPH, modifiye edilmiş GPH gibi testlerin yanı sıra volatilite modelleri olan GARCH modellerinin de kullanıldığı görülmektedir. Zaman serilerinin tek bir Hurst üsteli yerine farklı Hurst üstelleri ile tanımlanması gerekmektedir. Bu doğrultuda Kantelhardt vd. (2002) tarafından geliştirilen ve çok fraktallı model olan MFDFA yöntemi, finansal zaman serilerinin yapısını incelemede diğer yöntemlerden üstün gelmektedir. Çok farklı alanlarda kullanılmasına rağmen finansal zaman serilerinde kullanımı nispeten seyrek olan MFDFA yöntemi bu çalışmada ele alınmaktadır. Bunların yanı sıra literatür incelendiğinde yapılan çalışmaların daha çok belirli finansal enstrümanlara yöneldiği gözlemlenebilmektedir. Örneğin çalışmalar borsa endeksleri, ya da döviz kurları üzerine yoğunlaşmaktadır. FPH genellikle tek fraktallı modeller ile incelenmiş multifraktal modellerle test edilmemiştir. Ayrıca BIST için yapılan çalışmalarda MFDFA yönteminin çok kullanılmaması bu çalışmanın bir başka motivasyonu olmuştur. Bu çalışmada BIST dahil farklı finansal

piyasaların çok fraktallı yapısının karşılaştırılabilmesi amacıyla finansal piyasaları temsil gücüne sahip ve literatürde sıklıkla kullanılan değişkenlerin kullanılması uygun görülmüştür. Dolayısıyla bu çalışma FPH bağlamında, finansal piyasalardaki farklı enstrümanların çok fraktallı yapısını MFDFA yöntemi ile inceleyip karşılaştırarak literatüre katkı sağlamayı amaçlamaktadır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

FRAKTAL PİYASA HİPOTEZİNİN ULUSLARARASI PİYASALARDA MFDFA YÖNTEMİ İLE TEST EDİLMESİ

4.1. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı finansal piyasaların fraktal yapıya sahip olduğunu ileri süren FPH'nin geçerliliğini uluslararası piyasalardaki farklı finansal varlıklar kullanarak MFDFA yöntemi ile test etmektir. Bu amaç doğrultusunda kripto varlıklardan Bitcoin ve Ethereum, emtialardan ons altın ve ham petrol, döviz piyasasından Euro/Dolar ve Dolar/Japon Yeni kurları, borsa endekslerinden ise S&P 500 ve BIST 100 değişkenlerinin Hurst üstelleri ve çok fraktallık dereceleri karşılaştırılmaktadır. Çalışma uluslararası piyasalardaki farklı finansal varlıkları kapsadığı için; belirsizlik, kargaşa gibi durumlarda ya da durağan zamanlarda hangi yönde hangi araçlarla pozisyon alınması gerektiği konusunda yatırımcılara fayda sağlamayı amaçlamaktadır.

Analiz sonucunda, piyasaların FPH'yi destekler bulgular içermesi, geçmiş getiri hareketleri kullanılarak gelecekteki getirilerin tahmin edilebileceği anlamına gelirken, FPH'yi desteklemeyen bulgular içermesi, piyasaların etkin olabileceği, bu nedenle geçmiş getiriler kullanılarak gelecekteki getirilerin tahmin edilemeyeceği anlamına gelecektir. FPH'yi destekleyen bulgularda ise değişkenlerin Hurst üstellerine bağlı olarak geçmişte yaşanan düşüşlerin (artışların) gelecekte de düşüşle (artışla) devam edeceği ya da geçmişte yaşanan düşüşlerin (artışların) gelecekte artışla (düşüşle) devam edeceği sonucunun yatırımcıların yatırım kararlarına fayda sağlaması amaçlanmaktadır.

4.2. Araştırmanın Veri Seti

Bu çalışmada aşırı uç bir olaya örnek olan salgının da multifraktal yapıda etkisi olabileceği düşünülerek salgın öncesi ve sonrası dönemi kapsayan 01.01.2018-19.12.2022 tarihleri arası günlük kapanış fiyatları ile elde edilen logaritmik getiriler kullanılmıştır. Kripto para, emtia, döviz ve hisse senedi piyasalarında, piyasaları temsil gücüne sahip literatürde sıklıkla kullanılan finansal varlıklar analize dahil edilmiştir. Bu doğrultuda kripto para piyasası için Bitcoin ve Ethereum (Mensi vd., 2019; Ghazani ve Khosravi, 2020; Mnif vd.,

2020; Eteman ve Işığıçok, 2022; Kakinaka ve Umeno, 2022; Partida vd., 2022), emtia piyasası için ons altın ve ham petrol (Ghosh vd., 2012; Ayten ve Ünal, 2013; Dutta vd., 2014; Pal vd., 2014; Telli ve Chen, 2020; Arshad vd., 2021), döviz piyasası için Euro/Amerikan Doları ve Amerikan Doları/Japon Yeni (Günay, 2014a; Watorek vd., 2019; Han vd., 2020; Alamatian vd., 2021; Maganini vd., 2021), hisse senedi piyasası için ise S&P 500 ve Türkiye'yi temsilen BIST 100 (Bogachev vd., 2007; Erdoğan, 2017b; Fang vd., 2018; Özdemir ve Çelik, 2020; Vogl, 2023) değişkenleri analize dahil edilmiştir. BIST 100 Endeksine ait günlük kapanış fiyatları ve seriyi dolar bazında hesaplayabilmek için kullanılan Amerikan Doları/Türk Lirası Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası'nın Elektronik Veri Dağıtım Sistemi'nden elde edilmiştir. Diğer değişkenlerin fiyat serileri finance.yahoo.com web sitesinden elde edilmiştir. Kripto para, emtia ve hisse senedi piyasalarında yer alan değişkenler dolar cinsinden verilmiştir. Tablo 6'da değişkenlerle ilgili bilgiler yer almaktadır.

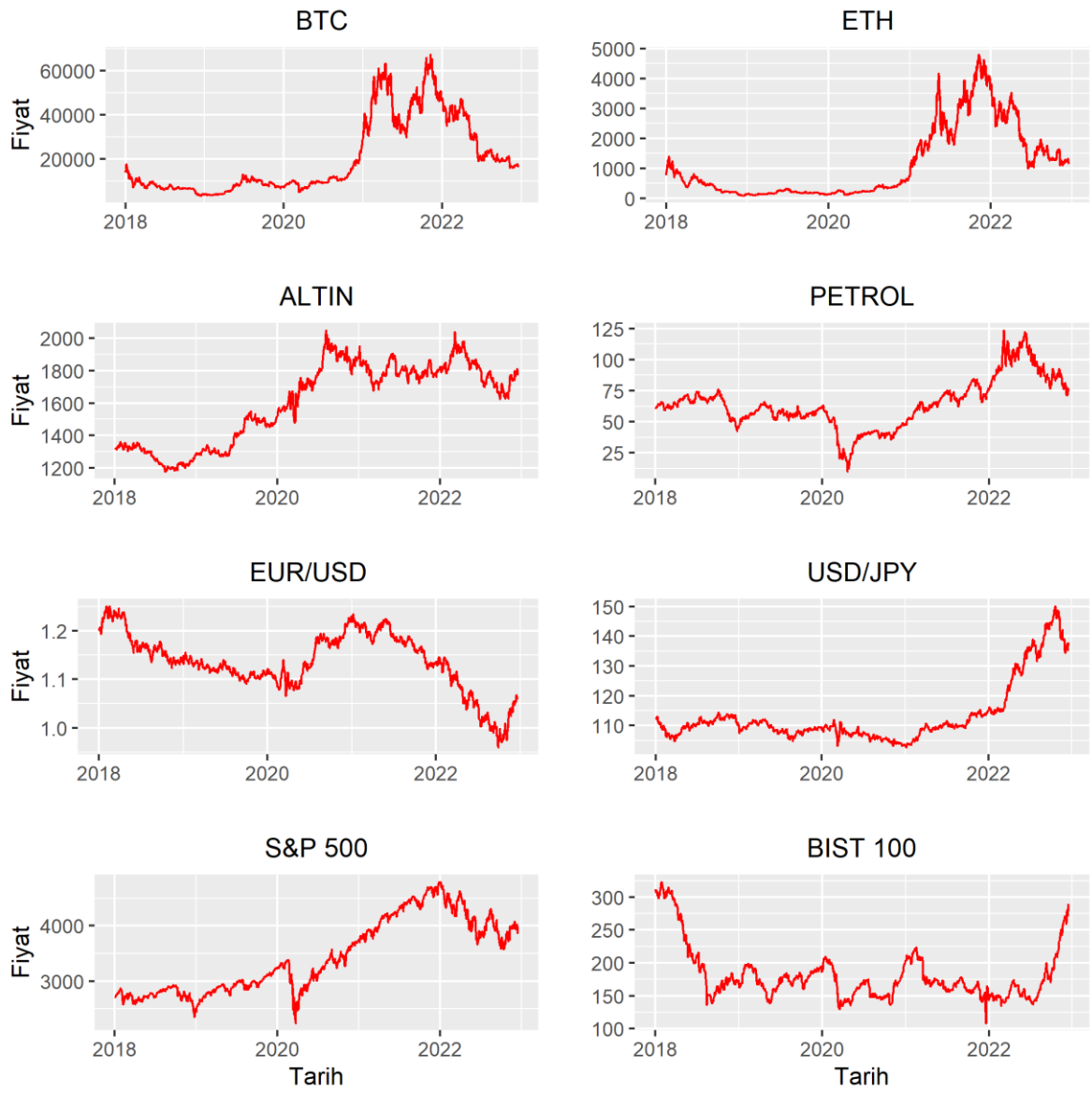
Tablo 6. Analize Dahil Edilen Değişkenlerle İlgili Bilgiler

Piyasa	Değişken	Kod
Kripto Para	Bitcoin	BTC
	Ethereum	ETH
Emtia	Ons Altın	Altın
	Ham Petrol (WTI)	Petrol
Döviz	Euro/Amerikan Doları	EUR/USD
	Amerikan Doları/Japon Yeni	USD/JPY
Hisse Senedi	S&P 500 Endeksi	S&P 500
	BIST 100 Endeksi	BIST 100

Şekil 11'de değişkenlerin fiyat serileri dolar bazında verilmiştir. BTC ve ETH grafikleri incelendiğinde 2018 yılından COVID-19 salgınına kadar geçen sürede fiyatların aşırı oynaklık göstermediği, 2020'nin Mart ayında yaşanan düşüşten sonra yükseliş trendine girdiği, 2021 yılından sonra ise oynaklığın çok yükseldiği, çok fazla yükseliş ve düşüşlerin olduğu gözlemlenebilmektedir. Burada ABD Merkez Bankası FED'in 2020 yılının başında faizleri düşürmesi ve parasal genişlemeyi artırmasının etkisi vardır. Çünkü salgın ile birlikte tedarik sorunlarının artarak arz sıkıntısının yaşanması ve parasal genişleme enflasyonun yükselmesine sebep olmuş, bu enflasyonist ortamın yatırımcılar için mevduat faizlerinin yetersiz gelmesine sebep olması, yatırımcıları alternatif finansal varlıklara yönlendirmiştir. Bu finansal varlıklar borsa endeksleri ve kripto paralar olmuştur. S&P 500 grafiği de incelendiğinde salgının başında ciddi düşüşe geçen endeks, uzun bir yükseliş trendine girmiş

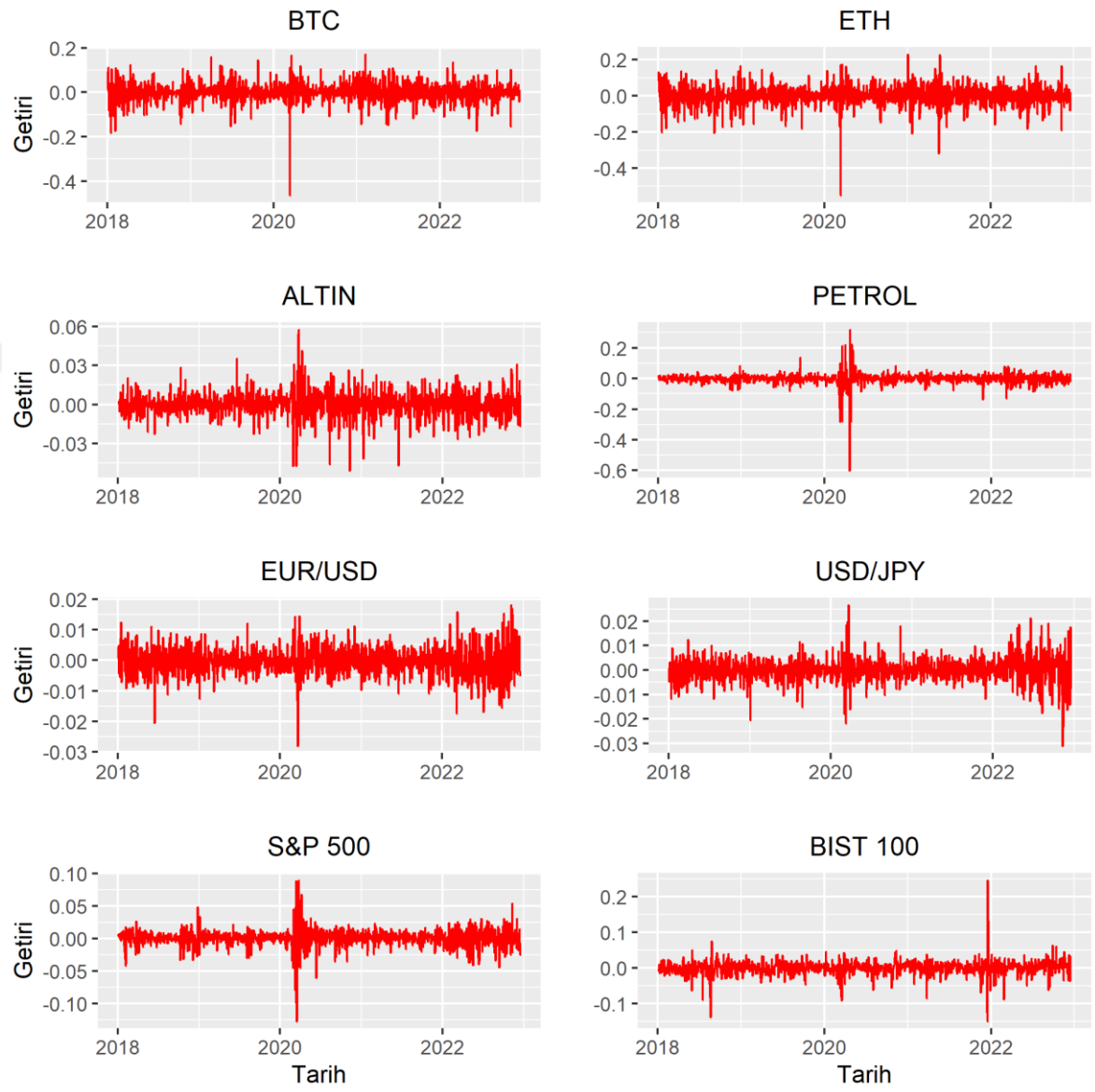
ve yüksek getiri sağlamış, FED'in faiz artışları ile birlikte düşüşe geçmiştir. Güvenli liman olarak kabul edilen altın, belirsizliğin ve enflasyonun artması sebebiyle yatırımcıların ilgisini çekerek salgının ilk zamanlarında yükseliş kaydetmiştir. 2020 yılının ortalarında gördüğü zirvesinden sonra düşüşe geçmesine rağmen, altın son aylarda yine yükseliş trendindedir. Salgının finansal varlık fiyatları üzerindeki önemli etkisi petrolde de mevcuttur. Petrol grafiği incelendiğinde salgının ilk aylarında fiyattaki aşırı düşüş gözlenmektedir. Bu aşırı düşüş ile dip seviyesini gördükten sonra yükselmeye başlayan petrol, salgın öncesindeki fiyat seviyelerini de geçerek gördüğü 2022 yılının Temmuz ayındaki zirve seviyesinden sonra düşmeye başlamıştır. Salgından önce düşüş eğiliminde olan EUR/USD, salgın ile birlikte FED'in faiz oranlarını düşürmesi sonucu yükselişe geçmiştir. Euro bölgesindeki karamsarlık ve FED'in enflasyon nedeniyle faiz oranlarını artırması 2021 yılının Ocak ayından itibaren EUR/USD paritesinin değer kaybetmesine neden olmuştur. 2021 yılının Ocak ayına kadar sınırlı harekete sahip olan USD/JPY paritesi ise bu aydan itibaren doların değer kazanması ile birlikte yükselişe geçmiştir. 2022 yılının Kasım ayından itibaren ise dolar değer kaybetmektedir. 2018 yılında doların Türk lirasına karşı değer kazanması ile birlikte önemli değer kaybına uğrayan BIST 100 bu kayıplarını ancak 2022 yılının ortalarından itibaren geri alabilmiştir. Sonuç olarak tüm grafikler için, değişkenlerin durağan bir yapıya sahip olmadığı ve trende sahip olduğu görülebilmektedir.

Şekil 11. Değişkenlerin Fiyat Serileri



Şekil 12'de serilerin getiri dağılımlarına yer verilmiştir. Getiri dağılımları incelendiğinde tüm serilerde volatilite kümelenmesinin olduğu görülebilmektedir. Volatilite kümelenmesi, volatilite artışlarının (azalışlarının), volatilite artışlarını (azalışlarını) takip ettiğini göstermektedir. Bu gösterge seride kendine benzerlik özelliğinin varlığı için ipucu olabilmektedir. Özellikle 2020 yılındaki COVID-19 salgınından sonra volatilite kümelenmesinin arttığı görülmektedir. Volatilite kümelenmesinin en düşük olduğu seri EUR/USD'dir.

Şekil 12. Değişkenlerin Getiri Dağılımları



Analize dahil edilen değişkenlerin tanımlayıcı istatistiklerine yer verilen Tablo 7'deki veriler incelendiğinde, tüm değişkenlerin ortalamasının 0'a çok yakın olduğu ve negatif değere sahip yalnızca EUR/USD ve BIST 100 olduğu gözlemlenmektedir. En düşük standart sapmaya sahip finansal varlık EUR/USD olurken, en yüksek iki standart sapmaya sahip değişken ETH ve BTC olmuştur. Kripto varlıklarda gözlemlenen yüksek standart sapma, yüksek fiyat hareketlerinin olduğu göz önüne bulundurulduğunda gayet olağandır. Petrolde gözlemlenen yüksek standart sapma ise 2020 yılında ortaya çıkan COVID-19 salgını

sebebiyle petrol fiyatlarında meydana gelen aşırı oynaklıktan kaynaklanmaktadır. Benzer şekilde minimum ve maksimum sütunları incelendiğinde değişkenler arasındaki en düşük ve en yüksek logaritmik getiriye sahip değişkenin petrol olduğu görülmektedir. BIST 100 harici tüm değişkenlerin dağılımı sola çarpıkken, yalnızca BIST 100 değişkeninin dağılımı sağa çarpıktır. Basıklık değerleri incelendiğinde ise EUR/USD harici diğer değişkenlerin leptokörtik yapı sergilediği ve kalın kuyruğa sahip olduğu gözlemlenebilmektedir. Leptokörtik yapı ve kalın kuyruk, FPH'nin varlığına yönelik kanıtlar sunabilmektedir. Jarque-Bera test istatistikleri boş hipotezin reddedildiğini, dolayısıyla değişkenlerin normal dağılıma sahip olmadığını göstermektedir. Bu nedenle değişkenlerin *q.* dereceden istatistiksel momentlerinin incelenmesi gerekmektedir (Ihlen, 2012: 7). Normal dağılıma sahip olmayan, trend içeren, leptokörtik yapıya ve kalın kuyruğa sahip değişkenlerin MFDFA yöntemi ile incelenmesi daha anlamlı sonuçlar verebilecektir.

Tablo 7. Değişkenlere İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler

Kod	Gözlem Sayısı	Ortalama	Standart Sapma	Çarpıklık	Basıklık	Minimum	Maksimum	J-B
BTC	1813	0,000102	0,0391	-1,0664	13,1118	-0,4647	0,1718	13331***
ETH	1813	0,000228	0,0510	-0,9897	9,8501	-0,5507	0,2307	7625,4***
Altın	1255	0,000247	0,0096	-0,2042	4,8676	-0,0511	0,0578	1247,7***
Petrol	1255	0,000165	0,0379	-3,1227	64,7969	-0,6017	0,3196	221594***
EUR/USD	1295	-0,000097	0,0045	-0,1762	2,1697	-0,0281	0,0182	260,73***
USD/JPY	1295	0,000149	0,0049	-0,1337	4,1210	-0,0311	0,0267	920,23***
S&P 500	1249	0,000286	0,0139	-0,7944	12,9091	-0,1277	0,0897	8803,8***
BIST 100	1237	-0,000059	0,0210	0,1488	22,5954	-0,1506	0,2464	26319***

*** %1 düzeyinde anlamlılığı, J-B Jarque-Bera test istatistiğini ifade etmektedir.

4.3. Araştırmanın Yöntemi

Finansal zaman serilerinin kalın kuyruk özelliği sergilemesi ve doğrusal olmaması gibi bazı özelliklere sahip olması, parametrik olmayan fraktal analizlerin kullanılmasını gerekli kılabilmektedir. Literatür incelendiğinde de finansal zaman serilerinin uzun hafızaya ve çok fraktallı yapıya sahip olduğu, tek fraktallı modeller yerine çok fraktallı modellerin daha iyi sonuçlar verdiği yönündedir (Lux, 2008; Grech ve Pamula, 2014; Lux ve Segnon, 2018; Oral ve Unal, 2019). Çok fraktallı yöntemlerden biri olan MFDFA'nın diğer yöntemlerden üstün olduğu tespit edilmiştir (Kantelhardt vd., 2002; Oswiecimka vd., 2006; Kantelhardt, 2008; Huang vd., 2011; Thompson ve Wilson, 2016; Zhao ve He, 2016: 344;

Wang vd., 2019). Dolayısıyla bu çalışmada değişkenlerin fraktal yapısının incelenebilmesi için MFDFA yönteminden yararlanılmıştır.

Yöntem uygulanmadan önce her bir değişkenin $r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ formülü ile logaritmik getirisi hesaplanmıştır. Burada P_t finansal varlığın *t* günündeki kapanış değerini belirtmektedir. Yöntemin ilk aşamasında 63 nolu denklem yardımıyla değişkenlerin ortalamalarından farkı alınarak kümülatif toplamları elde edilmiştir. İkinci aşamada değişkenler için farklı *s* değerlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Literatür incelendiğinde çoğunlukla 10 ile N/4 arasındaki ölçekleme için kullanılan *s* değerleri bu çalışmada da benimsenmiştir (Kantelhardt, 2002; Zunino vd., 2008; Rizvi vd., 2014; Ikeda, 2018; da Silva Filho vd., 2018; Maganini vd., 2018; Fang vd., 2018; Mnif vd., 2020; Mnif ve Jarboui, 2021). Burada *N* gözlem sayısını ifade etmektedir. Yöntemin üçüncü aşamasında 64 ve 65 nolu denklem kullanılarak farklı *s* değerleri ile her bir parça için varyans hesaplanmaktadır. En küçük kareler yöntemiyle uydurulan trendin derecesini ifade eden *m* parametresinin Ihlen (2012: 17) tarafından 1 ile 3 arasında olması gerektiği ifade edilmiş; literatürde ise finansal zaman serilerinde çoğunlukla 1 olarak alındığı gözlemlenmiştir (Lashermes vd., 2004; Suarez-Garcia ve Gomez-Ullate, 2014; Hasan ve Mohammad, 2015; Han vd., 2020; Patil ve Rastogi, 2020; Miloş vd., 2020; Mnif vd., 2020; Mnif ve Jarboui, 2021; Aslam vd., 2022). Bu araştırma kapsamında da *m* parametresi 1 (MFDFA1) olarak alınmıştır. Yöntemin dördüncü aşamasında dalgalanma fonksiyonlarının belirlenebilmesi için *q* değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Jiang vd. (2019: 63) günlük getirilerle çalışırken *q* değerlerinin [-6,6] ya da daha küçük aralıkta olması gerektiğini belirtmişlerdir. Nitekim literatür incelendiğinde *q* değerlerinin çoğunlukla -5 ile 5 arasında olduğu tespit edilmiştir (Zhou, 2009; Ihlen, 2012; Gülbaş ve Ünal, 2013; Günay, 2014a; Hasan ve Mohammad, 2015; Al-Yahyaee vd., 2018; Jiang vd., 2019; Han vd., 2020; Mnif vd., 2020; Mnif ve Jarboui, 2021; Takaishi, 2022). Bu nedenle bu çalışma kapsamında *q* değerleri için [-5,5] aralığı belirlenmiştir. Yöntemin son aşamasında ise çok fraktallık derecesi ölçülerek çok fraktallığın gücü tespit edilmeye çalışılmıştır.

Çalışmanın bazı kısıtları mevcuttur. İlk olarak belirlenmesi gereken *s*, *q* ve *m* parametreleri için literatürde sıklıkla kullanılan değerler tercih edilmiştir. Finansal

piyasaların ve varlıkların farklı yapısı gereği farklı dinamikleri olabilmektedir. Ancak çalışmada tüm seriler için aynı parametreler kullanılmıştır. Bunların yanı sıra aşırı uç olaylardan birine örnek olan ve 2020 yılında ortaya çıkan salgının analize dahil edilmesinin, multifraktallığı tespit etmede gerekli olduğu düşünülmüştür. Ancak analiz gerçekleştirilirken, 2018-2022 yılları arası bir bütün olarak ele alındığı için salgının serilerdeki multifraktallığı nasıl değiştirdiği tespit edilememiştir.

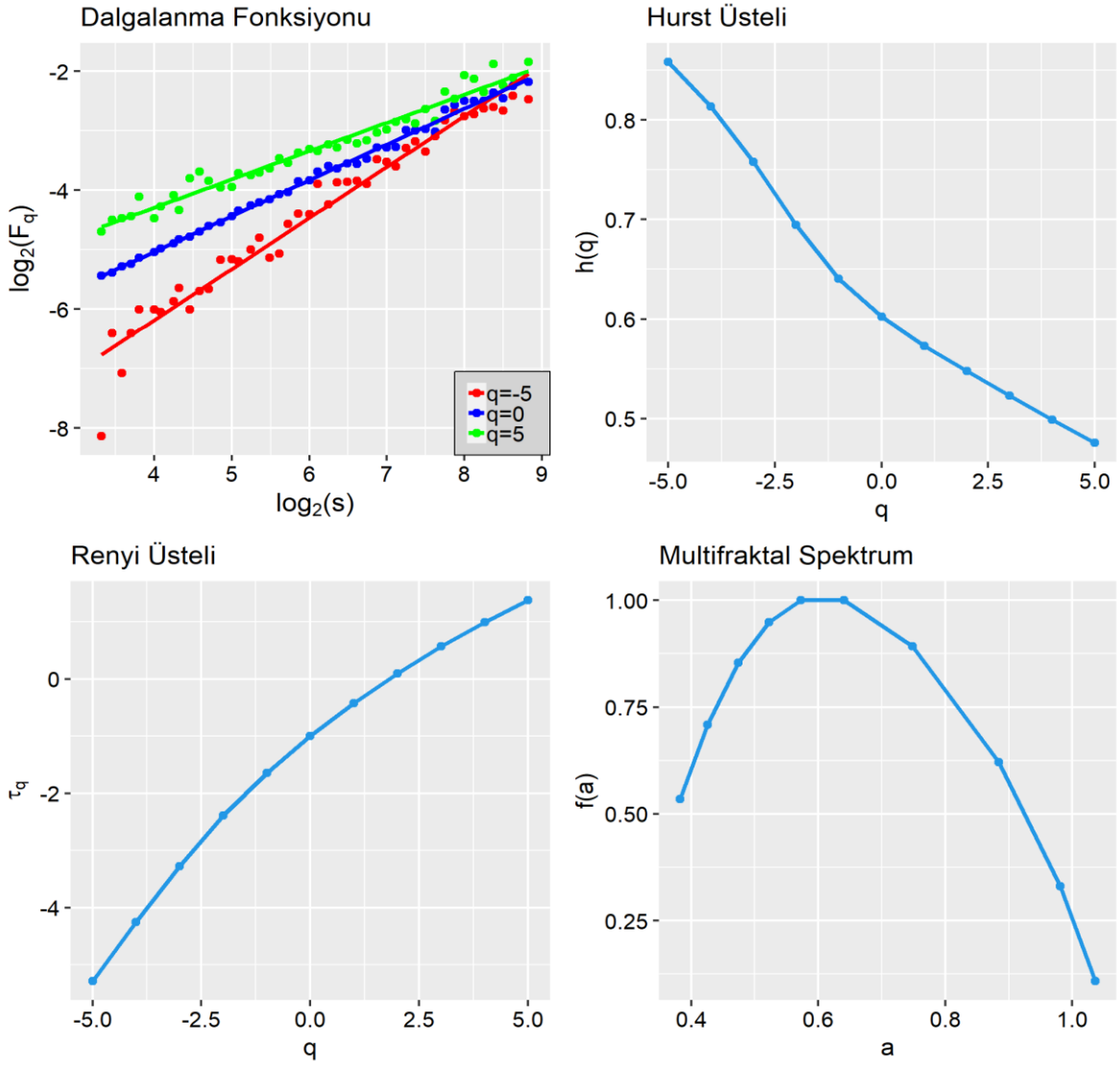
Her bir değişken için dört farklı grafik verilmiştir. Bu grafiklerden ilki (dalgalanma fonksiyonu) 68 nolu denklemin logaritması alınarak farklı q değerleri için oluşturulmuştur. Doğruların eğimi Hurst üstelini ifade etmektedir. İkinci grafik (Hurst üsteli) her bir q değeri için genelleştirilmiş Hurst üstel değerlerini göstermektedir. Üçüncü grafikte (Renyi üsteli) 70 nolu denklemden elde edilen Renyi üsteli τ_q ile söz konusu üstele karşılık gelen q değerleri verilmiştir. Dördüncü grafikte (multifraktal spektrum) ise 71 nolu denklem yardımıyla elde edilen $f(a)$ ve a değerleri birlikte verilmiştir. Yöntemin uygulanmasında R programlama dilinde yer alan MFDFA paketi kullanılmıştır (Laib vd., 2018).

4.4. Analiz Sonuçları

MFDFA yöntemi ilk önce kripto para piyasasında yer alan BTC için uygulanmış ve sonuçlara Şekil 13'te yer verilmiştir. Dalgalanma fonksiyonu grafiği, q değerlerine bağlı olarak Hurst üstelini ifade eden eğimin değiştiğini, q arttıkça Hurst üstellerinin azaldığını göstermektedir. Eğimlerde meydana gelen bu yüksek orandaki değişim, en küçük kareler yöntemi ile uydurulan trend doğrularının farklı q momentlerinde üst üste gelmesine sebebiyet vermiştir. Doğrular birbirine paralel olmadığı için BTC getiri serisinde multifraktal bir yapıdan söz edebilmek mümkündür. Hurst üsteli grafiği incelendiğinde $h(q)$ fonksiyonunun 0 ile 1 arasında yer alması getiri serisinin kesirli Gaussian hareketi izlediğini göstermektedir (Mnif ve Jarboui, 2021: 75). Hurst üstelinin q değerlerine bağlı olarak değişmesi, BTC'nin multifraktal özellik gösterdiği, monofraktal modellerle tanımlanamayacağı anlamına gelmektedir. Negatif ve pozitif q değerleri için ($q = 4$ ve $q = 5$ hariç) Hurst üstelinin 0,5'ten büyük olması, küçük ve büyük dalgalanmaların uzun hafızaya sahip olduğunu (pozitif korelasyon), yani ortalamaya geri dönmediğini, dirençli bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. $q = 4$ ve $q = 5$ için ise daha büyük dalgalanmaların ortalamaya geri

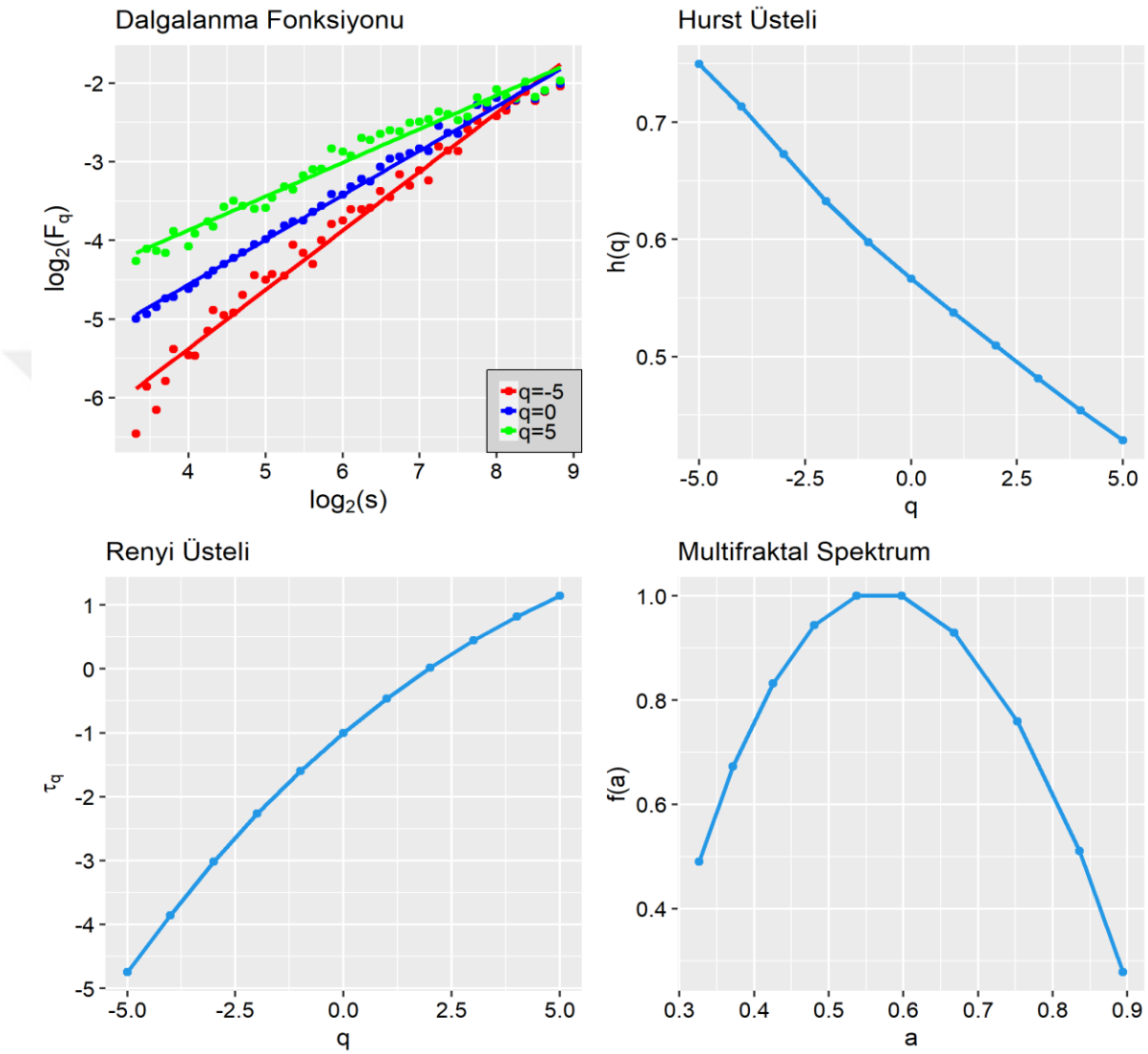
döndüğü şeklinde ifade edilebilir. q değerleri için $h(q)$ fonksiyonunun azalması büyük dalgalanmaların küçük dalgalanmalara kıyasla ortalamaya daha çabuk geri döndüğünü göstermektedir. Renyi üsteli grafiğinde, doğrusal bir yapı sergilemeyen Renyi üstel değerleri BTC'nin multifraktal yapı sergilediğine yönelik bir başka kanıttır. Multifraktal spektrum grafiğinde ise farklı a değerlerine karşılık değişim gösteren $f(a)$ seride multifraktallığı göstermektedir. Multifraktal spektrum sağa çarpık olduğu için küçük dalgalanmalar multifraktallıkta daha baskındır. Bu da küçük dalgalanmaların yüksek Hurst üstel değerlerine sahip olması ile açıklanabilir.

Şekil 13. BTC MFDFA Sonuçları



Şekil 14'te ETH'nin MFDFA sonuçlarına yer verilmiştir. Dalgalanma fonksiyonu q değerlerine bağlı olarak Hurst üstelini ifade eden eğimin değiştiğini, q değeri arttıkça eğimin çok fazla düşüş yaşadığını (doğruların üst üste gelmesinden de görüleceği üzere) göstermektedir. Hurst üsteli grafiği incelendiğinde farklı q değerleri için Hurst üstelinin değişim gösterdiği görülebilmektedir. Hurst üstelleri küçük ve nispeten büyük dalgalanmaların uzun hafızaya sahip olduğunu, büyük dalgalanmaların ise kısa hafızaya sahip olduğunu göstermektedir. Büyük dalgalanmalar küçük dalgalanmalara kıyasla ortalamaya daha çabuk geri dönmektedir. Renyi üsteli grafiği ele alındığında çizginin doğrusal olmadığı görülebilmektedir. Multifraktal spektrum grafiğinde ise $f(a)$ fonksiyonu değişim göstermektedir. Tüm bu sonuçlar değerlendirildiğinde ETH'nin multifraktal bir yapı sergilediği sonucuna ulaşılmaktadır. Multifraktal spektrumun sağa çarpık olması küçük dalgalanmaların multifraktal yapıda baskın olduğunu göstermektedir.

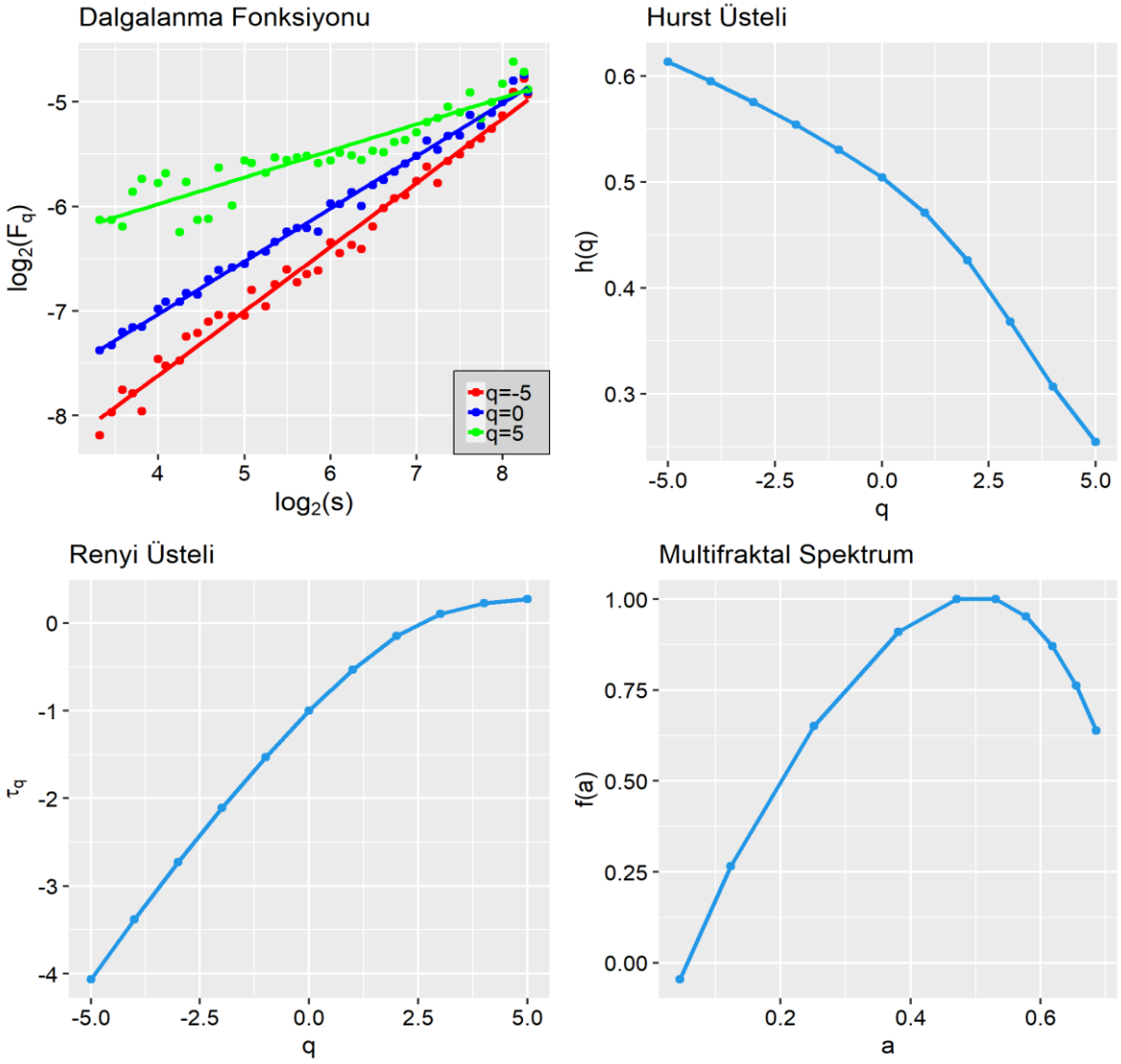
Şekil 14. ETH MFDFA Sonuçları



Şekil 15'te altına ilişkin MFDFA sonuçları verilmiştir. Dalgalanma fonksiyonları incelendiğinde uydurulan trendlerin eğimlerinin birbirinden farklı olduğu gözlemlenebilmektedir. Bu farklılık multifraktallığın bir göstergesidir. Diğer yandan Hurst üsteli grafiği incelendiğinde farklı q değerleri için Hurst üstellerinin değiştiği gözlemlenebilmektedir. Negatif q değerleri için $h(q)$ 0,5'ten büyükken, pozitif q değerleri için $h(q)$ 0,5'ten küçüktür. Bu sonuca göre küçük dalgalanmalar uzun hafızaya yani kalıcı bir yapıya sahipken, büyük dalgalanmalar kısa hafızaya yani kalıcı olmayan bir yapıya sahiptir. Küçük dalgalanmalar ortalamaya geri dönme eğilimi göstermezken, büyük

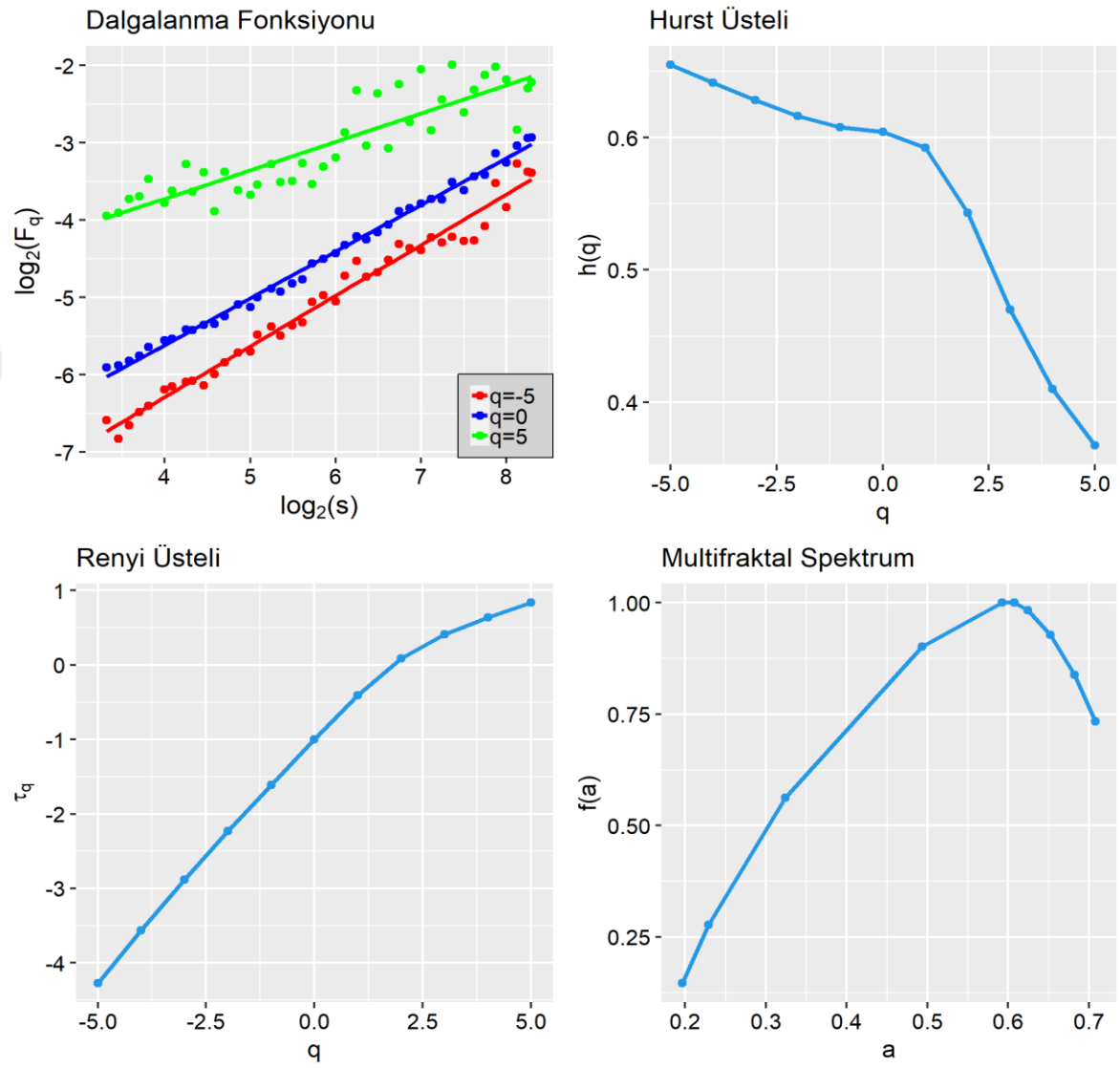
dalgalanmalar ortalamaya daha hızlı geri dönmektedir. Yatırımcılar küçük dalgalanmaları normal karşılarken, büyük dalgalanmalara karşı aşırı tepki verdiği için bunu kısa sürede telafi etme eğilimindedirler. Renyi üstel değerleri için doğrusal olmayan çizgi yine multifraktallığı gösteren kanıtlardan bir diğeridir. Multifraktal spektrum incelendiğinde tek bir noktadan oluşmayan, farklı değerlere sahip olan fonksiyon multifraktallığı göstermektedir. Sola çarpık olan multifraktal spektrum ile büyük dalgalanmaların multifraktal yapıda baskın olduğu sonucu elde edilmektedir. Hurst üstelleri incelendiğinde de büyük dalgalanmaların çok düşük Hurst üsteline sahip olduğu, bu nedenle multifraktallıkta baskın olduğu görülebilmektedir.

Şekil 15. Altın MFDFA Sonuçları



Petrol için MFDFA sonuçları Şekil 16'da yer almaktadır. Dalgalanma fonksiyonu grafiği, farklı q değerleri için uydurulan doğruların eğimlerinin farklı olduğunu göstermektedir. Birbirine paralel olmayan bu üç doğru ele alındığında petrolün multifraktal bir yapı sergilediği söylenebilmektedir. Hurst üsteli grafiği incelendiğinde q değerlerine bağlı olarak $h(q)$ fonksiyonunun değişmesi multifraktallığı kanıtlayan bir başka bulgudur. Küçük dalgalanmalar ve nispeten büyük dalgalanmalar ($q = 2$ dahil) uzun hafızaya sahipken daha büyük dalgalanmalar kısa hafızaya sahiptir. Renyi üstel değerlerinin doğrusal olmayan bir yapı sergilemesi petrol için multifraktallığı desteklemektedir. Nitekim multifraktal spektrum grafiği için de aynı sonuca varılabilmektedir. Multifraktal spektrumun sola çarpık olduğu gözlemi ile, petrolün multifraktal yapısında büyük dalgalanmaların katkısı olduğu (küçük dalgalanmalara karşı duyarsız olduğu) bulgusuna ulaşılmaktadır.

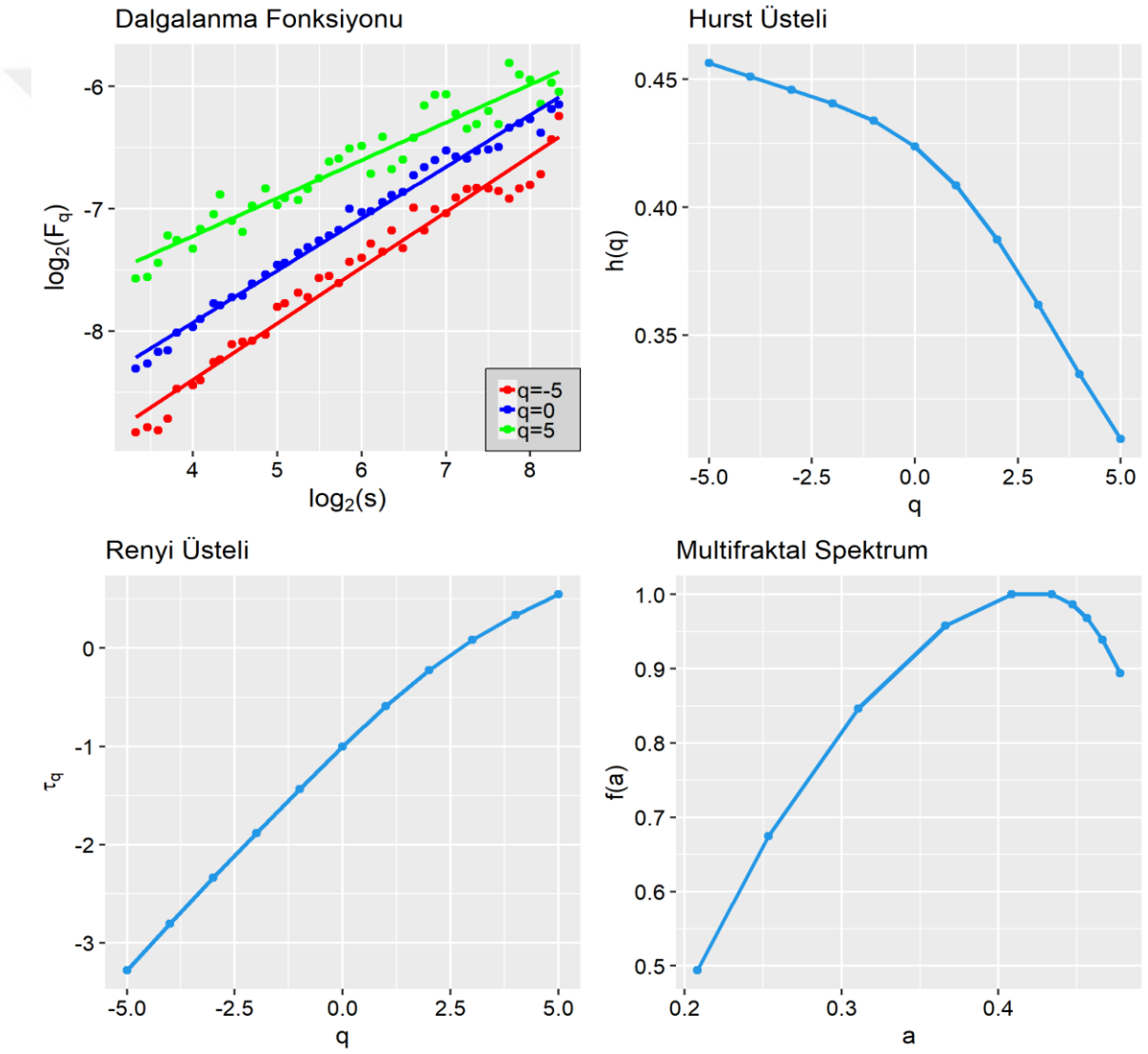
Şekil 16. Petrol MFDFA Sonuçları



EUR/USD için MFDFA sonuçları Şekil 17'de gösterilmiştir. Dalgalanma fonksiyonu grafiği doğruların eğimlerinin birbirine yakın olduğunu, ancak paralel olmadığını göstermektedir. Farklı q değerleri için Hurst üstel değerlerinin değişiklik gösterdiği Hurst üsteli grafiğine bakılarak söylenebilmektedir. Tüm q değerleri için $h(q)$ fonksiyonunun 0,5 değerinden küçük olması nedeniyle, küçük ve büyük dalgalanmalar ortalamaya geri dönmekte yani kalıcı olmayan bir yapı sergilemektedir. Daha düşük Hurst üsteline sahip pozitif q değerleri, büyük dalgalanmaların, küçük dalgalanmalara kıyasla ortalamaya daha çabuk geri dönmesi olarak ifade edilebilir. Renyi üsteli grafiği incelendiğinde çizginin

doğrusala yakın olduğu, $q = 2$ sonrasında doğrusallığın kaybolduğu söylenebilmektedir. Multifraktal spektrum için de farklı $f(a)$ değerleri mevcuttur. Sonuç olarak EUR/USD için multifraktallığın var olduğunu, ama bu multifraktallığın çok sınırlı olduğunu söylemek mümkündür. Sola çarpık olan multifraktal spektrum için, multifraktal yapıda baskınlığın büyük dalgalanmalarda olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

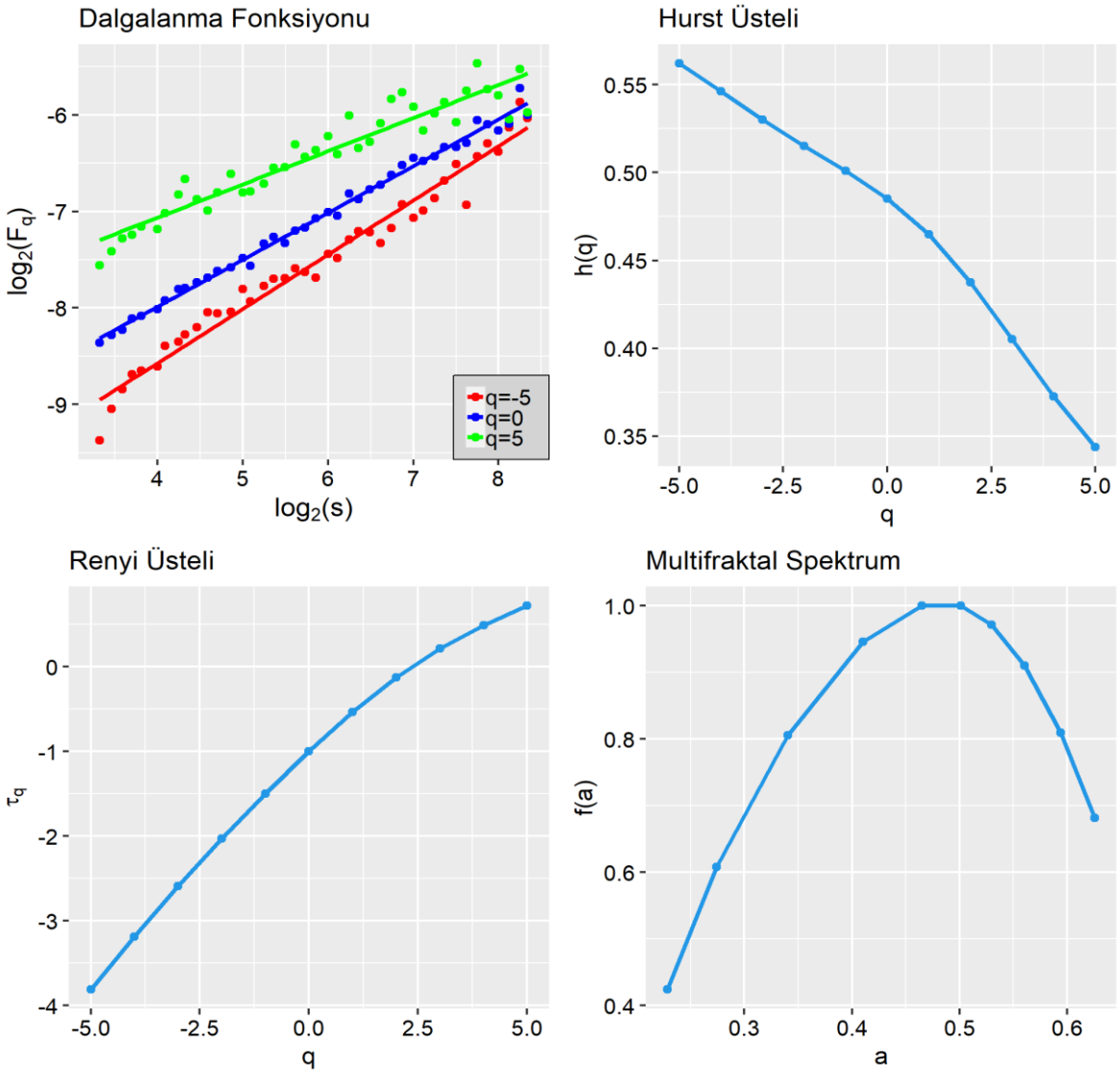
Şekil 17. EUR/USD MFDFA Sonuçları



Şekil 18'de USD/JPY için MFDFA sonuçlarına yer verilmiştir. Dalgalanma fonksiyonu grafiği incelendiğinde doğruların eğimlerinin farklı olduğu, birbirine paralel

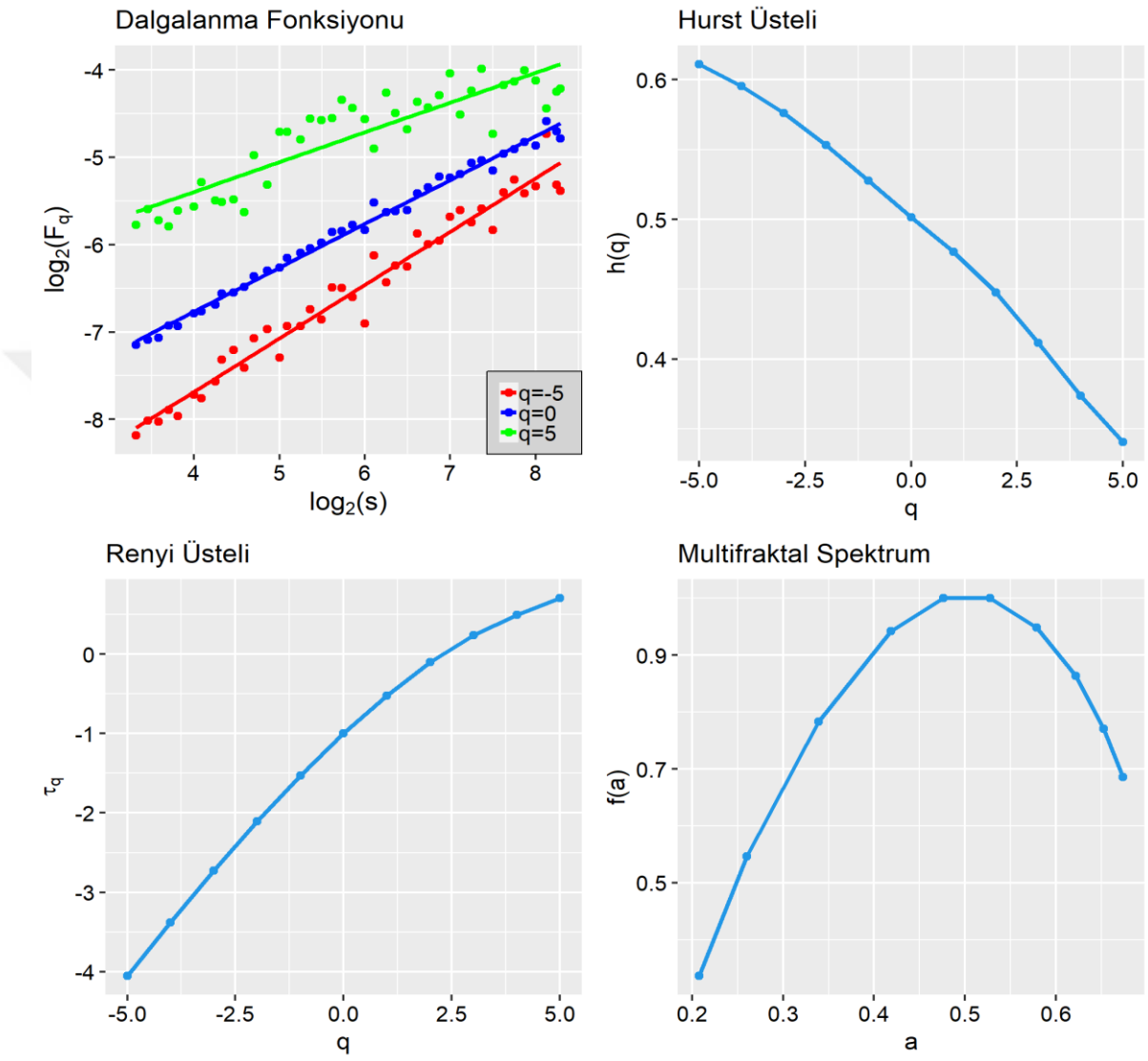
olmadığı görülebilmektedir. Hurst üsteli grafiği incelendiğinde ise q değerindeki değişiklik $h(q)$ fonksiyonununda değişikliğe sebep olmakta, q değeri arttıkça Hurst üsteli azalmaktadır. Küçük dalgalanmalar uzun hafızaya sahipken büyük dalgalanmalar kısa hafızaya sahiptir. Renyi üsteli grafiğinde çizgi doğrusal değildir. Son olarak multifraktal spektrum grafiğinde çizginin tek bir nokta olmadığı, farklı değerler içeren bir fonksiyonun yer aldığı görülebilmektedir. Tüm bu bulgular USD/JPY için multifraktallığın olduğunu kanıtlamaktadır. Multifraktal spektrum sola çarpık olduğu için büyük dalgalanmalar multifraktal yapıda daha baskın bir özelliğe sahiptir.

Şekil 18. USD/JPY MFDFA Sonuçları



Şekil 19'da S&P 500 için MFDFA sonuçları yer almaktadır. Dalgalanma fonksiyonu farklı q değerleri için eğimin değiştiğini göstermektedir. Hurst üstel değerlerinin de q değeri değiştikçe değişiklik gösterdiği Hurst üsteli grafiği için söylenebilmektedir. Küçük dalgalanmalar uzun hafızaya, büyük dalgalanmalar ise kısa hafızaya sahiptir. Renyi üsteli grafiğinde çizginin doğrusal olmadığı görülebilmektedir. Son olarak multifraktal spektrum grafiğinde $f(a)$ değerlerinin farklı a değerlerine bağlı olarak değişim gösterdiği tespit edilmektedir. Dolayısıyla S&P 500 için tüm göstergeler multifraktallığı kanıtlamaktadır. Multifraktal spektrumun sol kuyruğu uzun olduğundan, multifraktal yapı büyük dalgalanmalara karşı duyarlı, küçük dalgalanmalara karşı duyarsızdır.

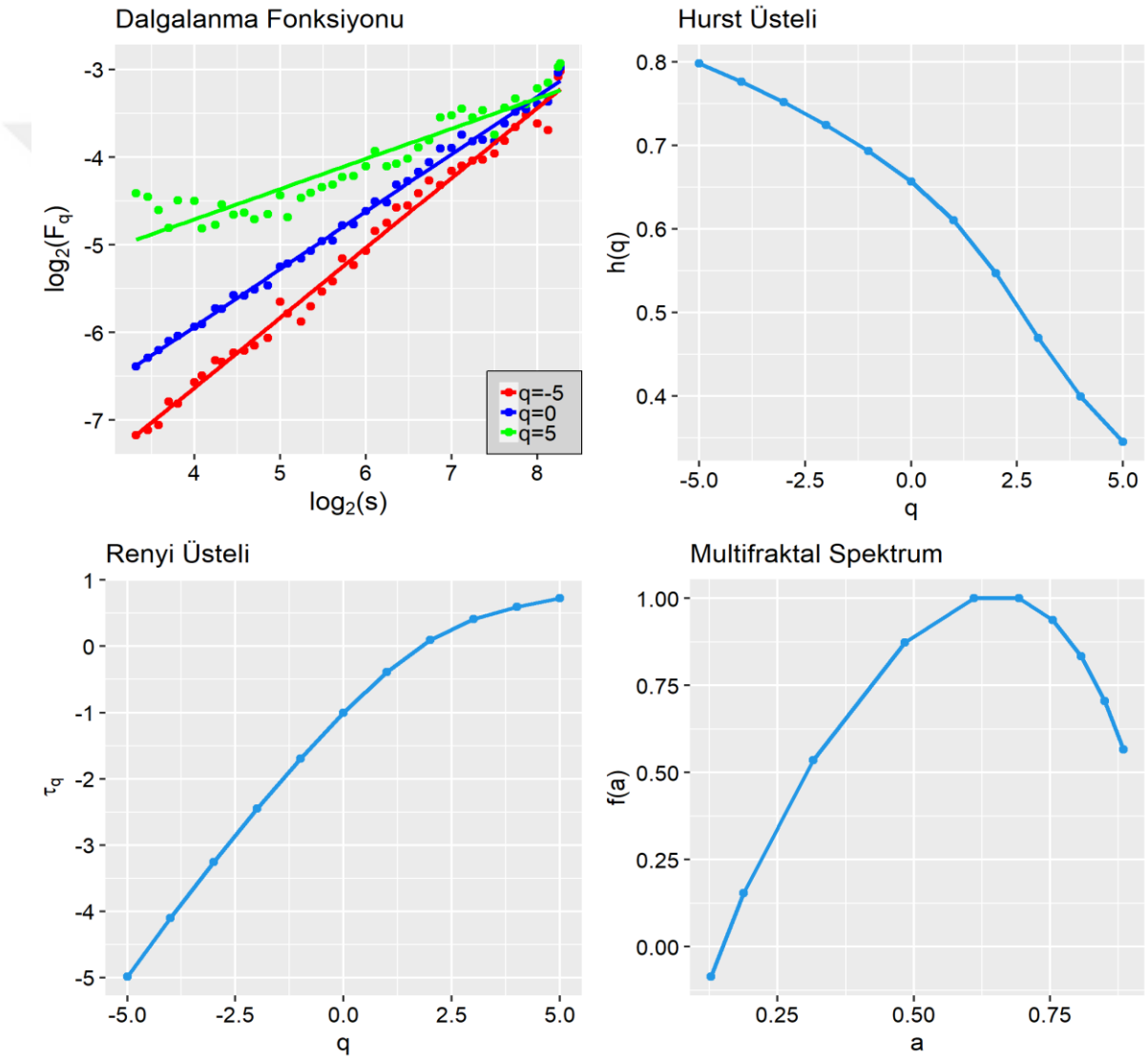
Şekil 19. S&P 500 MFDFA Sonuçları



Şekil 20'de BIST 100 MFDFA sonuçları yer almaktadır. Dalgalanma fonksiyonu grafiğinde uydurulan doğruların eğimlerinin birbirinden oldukça farklı olduğu görülebilmektedir. Nitekim eğimlerdeki bu farklılık doğruların üst üste gelmesine neden olmaktadır. Bu durum BIST 100 için multifraktallığın olduğunu gösteren bir bulgudur. Hurst üsteli incelendiğinde ise q değerleri arttıkça Hurst üstellerinde azalış olduğu gözlemlenebilmektedir. Küçük dalgalanmalar ve nispeten büyük dalgalanmalar ($q = 2$ dahil) uzun hafızaya sahipken, daha büyük dalgalanmaların ortalamasına geri döndüğü ve kalıcı bir yapı sergilemediği görülebilmektedir. Renyi üsteli grafiği de çizginin doğrusal

olmaması nedeniyle BIST 100 için multifraktallığı kanıtlamaktadır. Multifraktal spektrumda farklı $f(a)$ değerleri multifraktallığı kanıtlayan bir başka sonuçtur. Multifraktal spektrumun kuyruğu sola çarpıktır. Bu nedenle BIST 100 için multifraktal yapının büyük dalgalanmalar nedeniyle meydana geldiği, küçük dalgalanmalara karşı duyarsız olduğu söylenebilir.

Şekil 20. BIST 100 MFDFA Sonuçları



Zaman serilerinde multifraktal yapının varlığı her bir parçanın eşsiz olmadığını, parçaların birbirine benzer bir yapıya sahip olduğunu ifade etmektedir (Yin vd., 2013: 157). Serinin multifraktal bir yapıya sahip olmadığı durumda; dalgalanma fonksiyonu grafiğinde

doğrular birbirine paralel, Hurst üsteli grafiğinde yatay düz bir çizgi, Renyi üsteli grafiğinde doğrusal bir çizgi ve multifraktal spektrum grafiğinde tek bir noktadan söz etmek mümkündür. Bu çalışma kapsamında ele alınan tüm finansal varlıkların multifraktal bir yapıya sahip olduğu ancak multifraktallığın yapısının ve derecesinin birbirinden farklı olduğu gözlemlenebilmektedir. Bu aşamaya kadar her bir değişkenin MFDFA sonuçları ayrı ayrı verilmiştir. Her bir değişkenin multifraktallığının yapısını ve derecesini daha detaylı görebilmek için diğer değişkenlerle karşılaştırmak gerekmektedir. Karşılaştırma yapabilmek için değişkenlerin MFDFA sonuçlarına Tablo 8, Şekil 21, Şekil 22 ve Şekil 23'te yer verilmiştir.

Tablo 8 ve Şekil 21 incelendiğinde küçük dalgalanmalar için $h(q)$ fonksiyonunun en yüksek değere sahip olduğu değişkenler BTC, BIST 100 ve ETH olmuştur. En küçük dalgalanmalar için ($q = -5$) BTC en güçlü uzun hafızaya sahiptir. Çünkü $h(-5)$ değeri en yüksek olan değişken 0,858 ile BTC'dir. Daha sonra 0,7979 değeri ile BIST 100 gelmektedir. $h(-5)$ değeri en küçük olan değişkenler EUR/USD ve USD/JPY iken, USD/JPY 0,562 değeri ile uzun hafızaya, EUR/USD ise 0,4563 değeri ile kısa hafızaya sahiptir. En küçük dalgalanmalar için EUR/USD harici diğer tüm değişkenler uzun hafızaya sahiptir. En büyük dalgalanmalar için ise ($q = 5$) ortalamaya en çabuk geri dönen (en düşük değere sahip) değişkenin 0,2544 değeri ile altın, daha sonra 0,3094 değeri ile EUR/USD olduğu tespit edilmiştir. Büyük dalgalanmalar için en yüksek değere sahip olan BTC 0,4756 değeri ile kısa hafıza sergilemesine rağmen, hafıza güçsüz olup diğer değişkenlere kıyasla ortalamaya daha geç dönmektedir. Benzer şekilde kripto piyasasından olan ETC de 0,4284 değeri ile ikinci en yüksek değere sahiptir. Büyük dalgalanmalar için ($q = 4$ ve $q = 5$) dalgalanmaların ortalamaya geri döndüğü, yani kısa hafızaya sahip olduğu söylenebilir. $h(1)$ ve $h(2)$ BTC, ETH, petrol ve BIST100 için 0,5'ten büyüktür. $h(3)$ değerlendirildiğinde ise yalnızca BTC 0,5232 değeri ile 0,5'ten büyüktür. Genelleştirilmiş Hurst üstelleri incelendiğinde küçük dalgalanmaların EUR/USD harici uzun hafızaya sahip olduğu, büyük dalgalanmalar için ise hem uzun hafızanın hem de kısa hafızanın olduğu gözlemlenebilmektedir. EUR/USD için hem küçük hem de büyük dalgalanmalar kısa hafıza sergilemektedir.

Klasik Hurst üsteli $h(2)$ değeri 0,5'ten büyük olan BTC, ETH, petrol ve BIST 100 değişkenlerinin uzun hafızaya sahip olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Bu bilgi doğrultusunda söz konusu zaman serilerinin kalıcı bir yapı sergilediği, bir trend içerdiği yani pozitif otokorelasyona sahip olduğu söylenebilmektedir. Bu zaman serileri için geçmişteki pozitif (negatif) getirinin, muhtelemen gelecekte de pozitif (negatif) olacağı yorumu yapılabilir. Bir başka deyişle bir parçada meydana gelen pozitif (negatif) getiri sonraki parçada da pozitif (negatif) getiri ile sonuçlanabilecektir. Klasik Hurst üsteli $h(2)$ değeri 0,5'ten küçük olan altın, EUR/USD, USD/JPY ve S&P 500 için ise kısa hafızaya sahip olduğu söylenebilir. Bu değişkenler kısa hafızaya dolayısıyla negatif otokorelasyona sahip olduğu için, kalıcı olmayan bir yapı sergilemekte ve ortalamaya geri dönmektedir. Kısa hafıza sergileyen bu değişkenlerin geçmişteki pozitif (negatif) getirilerinin, muhtemelen gelecekte negatif (pozitif) getiri ile sonuçlanabileceği çıkarımı yapılabilmektedir. Bu çıkarım bir parçada getirinin pozitif (negatif) olması, hemen sonraki parçada negatif (pozitif) olabileceği anlamına gelmektedir.

Tablo 8'de multifraktallığın derecesini belirleyen Δh ve Δa değerlerine yer verilmiştir. Her iki değer için de sıralamalar değişmemektedir. En yüksek Δh değerine sahip olan değişken 0,4531 ile BIST 100'dür. Bu sonuca göre BIST 100'ün multifraktallık derecesinin en yüksek olduğu kabul edilmektedir. Multifraktallık derecesi yüksek olan değişkenler sırasıyla BTC ($\Delta h = 0{,}3824$), altın ($\Delta h = 0{,}3588$) ve ETH ($\Delta h = 0{,}3212$)'dir. Nitekim BIST 100, BTC, altın ve ETH değişkenlerinin dalgalanma fonksiyonlarında doğruların eğimleri birbirinden çok farklı olduğu için doğrular üst üste gelmiştir. Buradan hareketle bahsi geçen dört değişken için büyük ve küçük dalgalanmaların yapısındaki farklılıkların çok fazla olduğu söylenebilmektedir. Genelleştirilmiş Hurst üstel değerleri arasındaki bu yüksek farklılık, serilerde multifraktallık derecesinin yüksek olmasına sebep olmuştur. Multifraktallık derecesindeki sıralama yüksekten düşüğe şu şekilde devam etmektedir: petrol ($\Delta h = 0{,}2878$), S&P 500 ($\Delta h = 0{,}2704$), USD/JPY ($\Delta h = 0{,}2183$) ve EUR/USD ($\Delta h = 0{,}1469$). Dolayısıyla multifraktallık derecesi en düşük değişken EUR/USD olmuş ve sıralamada 1. sıradadır. 2. sırada USD/JPY, 3. sırada S&P 500, 4. sırada

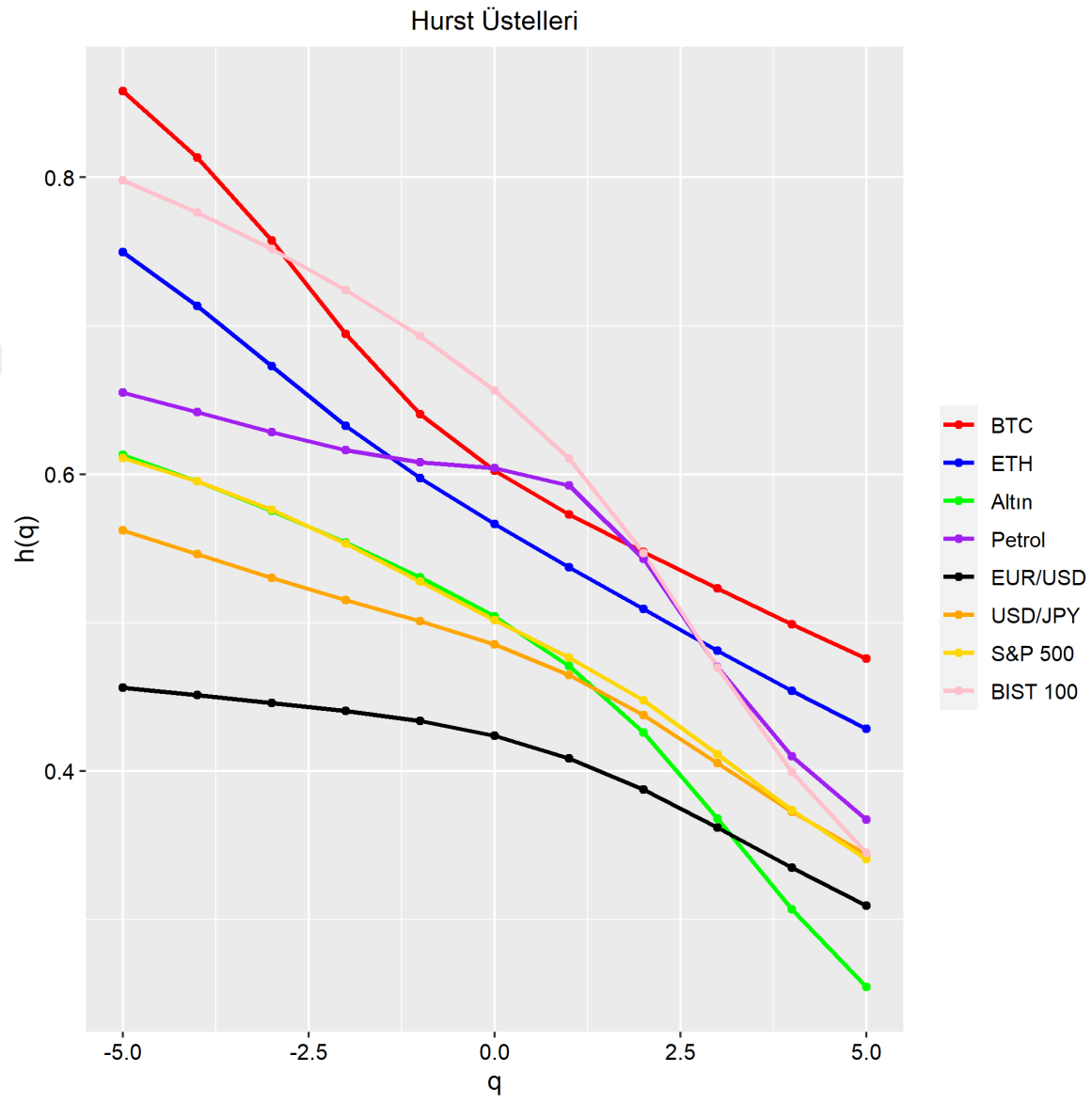
petrol, 5. sırada ETH, 6. sırada altın, 7. sırada BTC ve son olarak 8. sırada BIST 100 gelmektedir.

Tablo 8. Hurst Üstelleri

q	BTC	ETH	ALTIN	PETROL	EUR/USD	USD/JPY	S&P 500	BIST 100
-5	0,858	0,7496	0,6132	0,655	0,4563	0,562	0,6109	0,7979
-4	0,8134	0,7135	0,5951	0,6417	0,451	0,5461	0,5952	0,7762
-3	0,7576	0,6727	0,5753	0,6282	0,4459	0,5302	0,5761	0,7516
-2	0,6944	0,6326	0,5539	0,6162	0,4406	0,5152	0,5533	0,724
-1	0,6404	0,5974	0,5305	0,6079	0,4339	0,5009	0,5276	0,693
0	0,6023	0,5663	0,504	0,6042	0,4238	0,4852	0,5016	0,6566
1	0,573	0,5374	0,4709	0,5924	0,4085	0,4648	0,4766	0,6105
2	***0,5476***	***0,5092***	***0,426***	***0,5431***	***0,3874***	***0,4376***	***0,4477***	***0,5469***
3	0,5232	0,4812	0,3679	0,4701	0,3618	0,4052	0,4115	0,4696
4	0,4989	0,4539	0,3067	0,4099	0,3347	0,3725	0,3737	0,3991
5	0,4756	0,4284	0,2544	0,3672	0,3094	0,3437	0,3405	0,3448
Δh	0,3824	0,3212	0,3588	0,2878	0,1469	0,2183	0,2704	0,4531
Δa	0,654	0,5676	0,6404	0,5118	0,2693	0,3971	0,466	0,7571
Sıralama	7	5	6	4	1	2	3	8

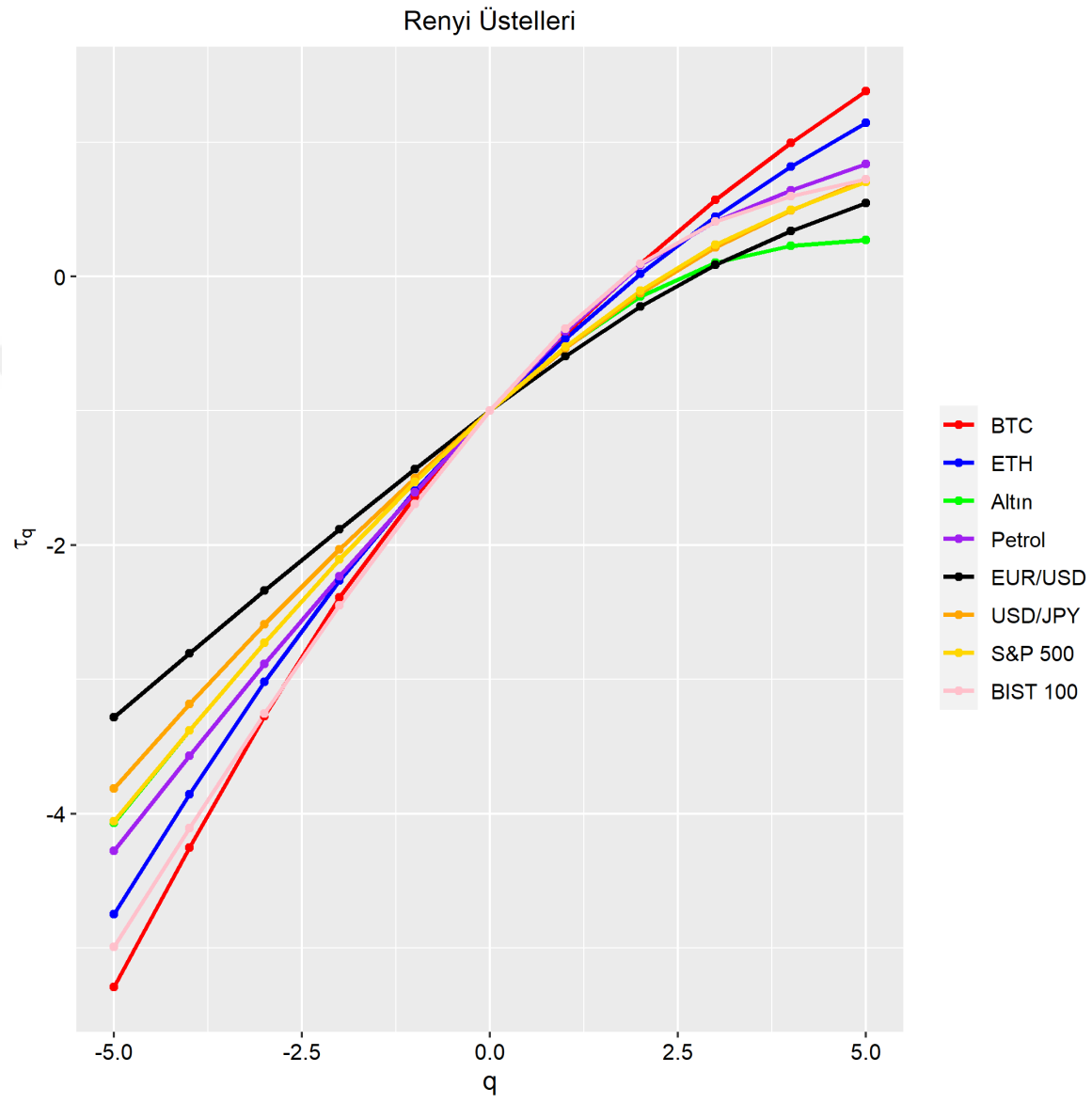
Şekil 21'de değişkenlerin Hurst üstel değerleri, karşılaştırma yapabilmek için bir arada verilmiştir. Söz konusu şekil incelendiğinde diğer değişkenlere kıyasla EUR/USD değişkeninin eğiminin çok düşük olduğu gözlemlenebilmektedir. Multiraktallık derecesi yüksek olan BIST 100, BTC, ETH ve altının Hurst üstel değerlerinin çok fazla değişiklik gösterdiği görülebilmektedir. Bu sonuç, bahsi geçen varlıkların riskinin yüksek olduğunu göstermektedir.

Şekil 21. Tüm Değişkenlere Ait Hurst Üstelleri



Şekil 22'de değişkenlerin Renyi üstel değerleri birlikte verilmiştir. EUR/USD'nin Renyi üstel değerlerinin, diğer değişkenlere kıyasla neredeyse düz bir doğruya sahip olduğu görülebilmektedir. Diğer değişkenlerdeki doğrusal dışılık multifraktallık derecesi yüksek olan BIST 100, BTC, ETH ve altında net olarak gözlemlenebilmektedir.

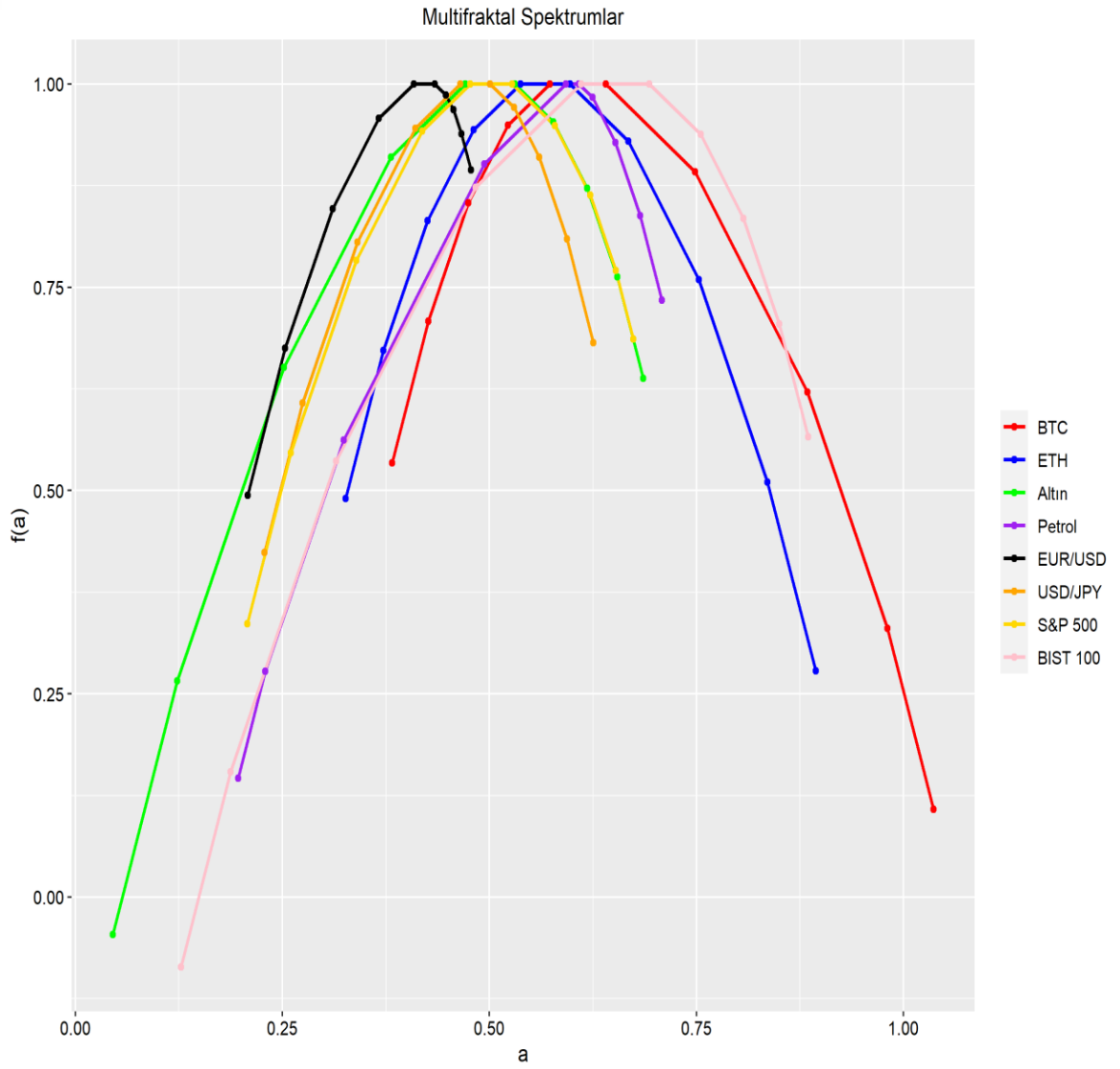
Şekil 22. Tüm Değişkenlere Ait Renyi Üstelleri



Şekil 23'te tüm değişkenlerin multifraktal spektrumları bir arada yer almaktadır. Multifraktallık derecesi arttıkça her iki uç nokta arasındaki fark artmaktadır. Bu nedenle multifraktallık derecesi yüksek olan BIST 100, BTC, ETH ve altının spektrumlarının daha geniş olduğu görülebilmektedir. Düşük multifraktallık derecesine sahip olan EUR/USD, USD/JPY, S&P 500 ve petrol değişkenlerinin spektrumlarının ise diğer değişkenlerle karşılaştırıldığında daha dar olduğu görülebilmektedir. BTC ve ETH harici diğer değişkenlerin multifraktal spektrumları sola çarpıktır. BTC ve ETH için küçük

dalgalanmaların multifraktal yapıda baskın olduğu, büyük dalgalanmalara karşı ilgili değişkenlerin duyarsız olduğu sonucuna varılmaktadır. Altın, petrol, EUR/USD, USD/JPY, S&P 500 ve BIST 100 değişkenlerinin spektrumları sola çarpık olduğu için bu değişkenler büyük dalgalanmalara karşı duyarlı, küçük dalgalanmalara karşı duyarsızdır. Sonuç olarak kripto para piyasasındaki değişkenlerin multifraktallığının küçük dalgalanmalar nedeniyle; emtia, döviz ve hisse senedi piyasasındaki değişkenlerin multifraktallığının ise büyük dalgalanmalar nedeniyle gerçekleştiği söylenebilmektedir.

Şekil 23. Tüm Değişkenlere Ait Multifraktal Spektrumlar



SONUÇ

Finansal varlık fiyatlarını tahmin edebilmek, devletler, şirketler, yatırımcılar ve bireyler için önem arz etmektedir. 1900'lü yıllardan beri finansal piyasalardaki varlıkların fiyatlarının tahmin edilip edilemeyeceği tartışılmaktadır. Bu konuda ortaya atılan iki önemli hipotez EPH ve FPH'dir. EPH fiyatların tahmin edilemeyeceğini ve rassal yürüyüş sergilediğini varsayarken; FPH fiyatların tahmin edilebileceğini ve belirli bir kalıp izlediğini belirtmektedir. EPH piyasanın dengede ve tam rekabete sahip olduğunu varsaymaktadır. Bunların yanı sıra EPH'ye göre mükemmelik, rasyonellik ve homojen beklentiler olan piyasada yatırımcıların yatırım ufku aynıdır. Ayrıca EPH finansal zaman serilerinin doğrusal yapı sergilediği, normal dağılıma sahip olduğu ve tekrar eden kalıplar içermediğini varsaymaktadır. EPH'nin bu katı varsayımlarının gerçek dünya ile bağdaşmaması, FPH'nin gelişmesine sebep olmuştur. FPH, piyasaların bazen dengesiz olabileceğini, anormal olayların meydana gelebileceğini ifade etmektedir. Nitekim EPH'nin açıklayamadığı 1987'deki kara pazartesi, dotcom, 2007-2008 finansal krizi piyasalarda çalkantıların yaşanabileceğini göstermiştir. Bunların yanı sıra FPH'de sınırlı rasyonellikten ve heterojen beklentilerden söz edilebilirken piyasada yatırımcıların yatırım ufukları farklıdır. FPH finansal piyasaların doğrusal olmayan bir yapı sergilediği, normal dağılıma sahip olmadığı ve belirli kalıplara sahip olduğunu varsaymaktadır. Dolayısıyla FPH gerçek hayatla daha bağdaşan bir yapı sergilemektedir.

Bu çalışma kapsamında FPH kripto para, emtia, döviz ve hisse senedi piyasaları olmak üzere dört farklı piyasada MFDFA yöntemi ile test edilmiştir. Ele alınan değişkenler kripto para piyasası için BTC ve ETH, emtia piyasası için altın ve ham petrol, döviz piyasası için EUR/USD ve USD/JPY, hisse senedi piyasası için ise S&P 500 ve BIST 100 olup; 01.01.2018-19.12.2022 tarih aralığındaki günlük logaritmik getiri serileri kullanılmıştır.

MFDFA sonuçları için varlıkların hafızası hakkında bilgi veren Hurst üstel değerleri incelendiğinde; BTC, ETH, petrol ve BIST 100 değişkenlerinin $h(2)$ değerlerinin 0,5'ten büyük olduğu, altın, EUR/USD, USD/JPY ve S&P 500 değişkenlerinin $h(2)$ değerlerinin ise 0,5'ten küçük olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle BTC, ETH, petrol ve BIST 100 zaman serilerinin uzun hafızaya sahip olduğu, serilerin kalıcı bir yapı sergilediği ve ortalamadan

uzaklaştığı sonucu elde edilmiştir. $h(2)$ değeri 0,5'ten büyük çıkan bu zaman serilerinin otokorelasyonlarının pozitif olduğu, belirli bir trende ve döngüye sahip olduğu ve geçmiş dönemdeki yükselişlerin (düşüşlerin) gelecek dönemde de yükseliş (düşüş) ile devam edebileceği söylenebilir. Diğer taraftan 0,5'ten küçük $h(2)$ değerine sahip zaman serilerinin kısa hafızaya sahip olduğu, serilerin kalıcı olmayan bir yapı sergilediği ve ortalamaya geri döndüğü sonucuna ulaşılmıştır. Negatif otokorelasyona sahip bu zaman serilerinde geçmiş dönemde meydana gelen yükselişlerin (düşüşlerin) gelecek dönemde düşüş (yükseliş) ile sonuçlanabileceği çıkarımı yapılabilmektedir. Rassal yürüyüşe sahip olmayan bu zaman serileri için, geçmiş getiriler kullanılarak gelecekteki getirileri tahmin etmek mümkün olabilmektedir.

Elde edilen bulgular, tüm değişkenlerin multifraktal bir yapı sergilediği yönündedir. Tüm dalgalanmaların kısa hafızaya sahip olduğu EUR/USD haricinde küçük dalgalanmalar uzun hafızaya, büyük dalgalanmalar ise kısa hafızaya sahiptir. Thompson ve Wilson (2016: 87) bu durumu şu şekilde açıklamıştır: Küçük dalgalanmalar durgun bir haber gününde bir hisse senedi fiyatındaki normal dalgalanmaları temsil ettiği için uzun hafıza sergileyebilir. Ancak büyük dalgalanmalar, yatırımcılar varlığın fiyatı üzerinde daha önemli bir etkiye sahip olacağına inandığı bilgilere aşırı tepki verip bu tepkileri fazlasıyla telafi ettiği için kalıcı olmayan bir yapı sergilemektedir. Diğer taraftan multifraktal yapıda BTC ve ETH için küçük dalgalanmaların, diğer piyasalardaki değişkenler için ise büyük dalgalanmaların baskın olduğu sonucu elde edilmiştir.

Multifraktallığın gücü incelendiğinde ise multifraktallık derecesi en düşük değişken EUR/USD daha sonra USD/JPY olmuştur. Sıralama S&P 500, petrol, ETH, altın, BTC ve BIST 100 olarak devam etmektedir. Döviz piyasasının multifraktallık derecesi düşükken, kripto para ve emtia piyasasının multifraktallık derecesi yüksek çıkmıştır. Hisse senedi piyasası için ise S&P 500 düşük multifraktallığa sahipken, incelenen değişkenler arasındaki en yüksek multifraktallık derecesine sahip olanın BIST 100 olması dikkate değerdir. Multifraktallık derecesi arttıkça risk artmaktadır. Dolayısıyla multifraktallık derecesi yüksek olan BIST 100, BTC ve ETH riski yüksek değişkenler olarak kabul edilirken, multifraktallık derecesi düşük olan EUR/USD, USD/JPY ve S&P 500 riski düşük olarak kabul edilmektedir.

Petrolün riski de nispeten düşükken, güvenli liman olarak kabul edilen altının multifraktallık derecesinin dolayısıyla riskinin ETH'den yüksek olması şaşırtıcı bir bulgudur.

Multifraktal bir yapı sergileyen bu değişkenlerin zaman serisi grafiklerinde belirli kalıpların (birbirine benzer) olduğu, bu kalıpların farklı ölçeklerde tekrar ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca zaman serilerinin uzun hafıza ya da kısa hafıza sergilediği, rassal yürüyüş sergilemediği tespit edilmiştir. Rassal yürüyüş sergilemeyen, hafızaya sahip olup multifraktal özellik gösteren bu değişkenler için zayıf formda etkinlikten söz edilememesi nedeniyle EPH'nin geçerli olmadığı, FPH'yi destekleyen bulgulara sahip olduğu söylenebilmektedir. Kısa hafızaya sahip olduğu tespit edilen altın, EUR/USD, USD/JPY ve S&P 500 serileri etkinliğe daha yakınken; kripto para piyasası ve BIST 100 etkinlikten en uzak değişkenler olarak tespit edilmiştir. COVID-19 salgını etkisiyle petrol fiyatlarında, borsalarda ve kripto varlıklarda meydana gelen aşırı oynaklığın yanı sıra merkez bankalarının aldığı kararlar, Türk lirasına karşı doların aşırı değer kazanması gibi faktörler finans piyasalarının çalkantıya girmesine sebep olmuştur. EPH'nin açıklamada yetersiz kaldığı bu çalkantılar FPH ile açıklanabilmektedir.

Çalışmada elde edilen sonuçlar literatürdeki çalışmalarla genellikle benzer sonuçlara sahiptir. Örneğin Telli ve Chen (2020) BTC'nin altından daha yüksek multifraktallık derecesine sahip olduğunu, Al-Yahyee vd. (2018) ise BTC'nin altın, hisse senedi piyasası ve döviz piyasasına kıyasla etkinlikten daha uzak olduğunu bulmuşlardır. Sonuçlar her bir piyasa için ayrı ayrı incelendiğinde öncelikle kripto para piyasası için Al-Yahyaee vd. (2018), Da Silva Filho vd. (2018), Telli ve Chen (2020), Mnif ve Jarboui (2021), Eteman ve Işığıçok (2022) ve Partida vd. (2022)'nin çalışmalarıyla benzerlik gösterirken, literatür ile çelişen herhangi bir bulgu yer almamaktadır. Literatür bulguları uzun hafızaya ve multifraktallığa sahip olan kripto paraların FPH'yi desteklediği yönündedir. Genel olarak kripto paraların emtia piyasası, döviz piyasası ve hisse senedi piyasasından daha yüksek multifraktallığa sahip olduğu sonucu literatürde yaygındır. Emtia piyasası için sonuçlar incelendiğinde ise Cheung ve Lai (1993), Elder ve Serletis (2008), Ghosh vd. (2012), Ayten ve Ünal (2013), Yin vd. (2013), Erdoğan (2017a), Al-Yahyaee vd. (2018), Moralı ve Uyar (2018) ile benzer sonuçlar elde edilmiştir. Altın ve petrolün uzun hafızaya ve multifraktallığa sahip olduğu

sonuçları elde edilirken FPH'nin geçerli olduğu bulunmuştur. Çalışma, emtiaların EPH'yi destekler bulgulara ulaşan Alvarez-Ramirez vd. (2008) ve Arshad (2021) çalışmasıyla örtüşmemektedir. Ancak Arshad (2021) petrol fiyatlarının multifraktal yapı sergilediği sonucunu bulduğu için bu yönüyle çalışma ile örtüşmektedir. Döviz piyasası için bulunan sonuçlar Günay (2014a), Han vd. (2020), Maganini vd. (2021)'nin çalışmalarıyla örtüşürken; Cheung (1993), Mulligan (2000) çalışmalarıyla çelişmektedir. Hisse senedi piyasası için ise S&P 500 Endeksinin kısa hafızaya, BIST 100 Endeksinin ise uzun hafızaya sahip olduğu ancak her iki değişkenin de multifraktal bir yapı sergilediği sonucundan hareketle çalışma S&P 500 için Aydogan ve Booth (1988), Peters (1989), Lo (1991), Cheung ve Lai (1995), Lobato ve Savın (1998), Sadique ve Silvapulle (2001), Henry (2002), Zunino vd. (2008), Da Silva Filho vd. (2018) çalışmaları ile benzer sonuçlara sahipken; Ding vd. (1993), Bollerslev ve Mikkelsen (1996) çalışmaları ile farklılaşmaktadır. BIST 100 için sonuçlar Aygören (2008), Çevik ve Topaloğlu (2014), Günay (2014b), Türkyılmaz ve Balıbey (2014a), Hacınlıyan ve Kandıran (2015), Büberkökü ve Kızıldere (2017), Erdoğan (2017a) çalışmaları ile örtüşürken; Türkyılmaz ve Balıbey (2014b), Günay (2015), Özdemir ve Çelik (2020) ile örtüşmemektedir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre, piyasaya gelen bir şokun elimine olma derecesi şokun büyüklüğüne bağlı olarak değişmektedir. Kötü ya da iyi haberlerin etkisi birbirinden farklılaşmaktadır. Dahası, birbirine benzer olaylar olduğunda finansal varlıkların verdiği tepkiler değişmektedir. Multifraktallık derecesi yüksek olan zaman serileri için kendi geçmiş gözlemlerine benzerliğinin çok farklı olduğu söylenebilmektedir. Multifraktallığa sahip finansal varlıkların geçmişte yaşanan getiri hareketlerinin bir benzerinin de gelecekte yaşanabileceği çıkarımı yapılabilmektedir. Kısa hafızaya sahip finansal varlıklar denge değerine hızlıca geri dönerken, uzun hafızaya sahip finansal varlıklar ortalamaya geri dönmede daha dirençli yapı göstermektedir. Zayıf formda etkin olmayan, geçmiş gözlemlerine benzer yapı sergileyen bu finansal varlıklar için geçmiş gözlemler kullanılarak anormal getiri elde etmenin mümkün olduğu çıkarımı yapılabilir. Dolayısıyla yatırımcılar geçmiş getiri serilerini kullanarak teknik analiz ile gelecekteki getirileri tahmin edebilir ve piyasayı yenebilir.

FPH'nin geçerli olması kısa zaman diliminde meydana gelen kalıpların büyük zaman diliminde ortaya çıkan kalıplara benzediğini göstermektedir. Multifraktallık ise finansal piyasalardaki getiri ve volatilite dağılımının da kendine benzer olduğunu, bu benzerliğin ölçeğe göre değiştiğini öne sürmektedir. İncelenen bu piyasalar için, finansın geleneksel varsayımları olan normallik ve doğrusallığın geçerli olmayabileceğinin yanı sıra karmaşık olan finansal piyasaları tanımlayabilmek için daha gelişmiş modelleme tekniklerinin gerekli olabileceğini ortaya çıkarmaktadır. Doğrusal olmayan, normal dağılıma sahip olmayan ve karmaşık finansal piyasalar geleneksel modellerle açıklanamayabilir. Varlık getirilerinin normal dağıldığını ve varlıkların korelasyonlarının zaman içinde sabit kaldığını ileri süren geleneksel portföy optimizasyon teknikleri, multifraktallığın ve FPH'nin geçerli olduğu piyasalarda verimli olarak kullanılamayabilir. Multifraktallık, varlık getirilerinin ve volatilitelerinin zaman içinde kümelenebileceğini ve geleneksel portföy optimizasyon teknikleri tarafından dikkate alınmayan yüksek ya da düşük getirilere ve volatiliteye yol açabileceği anlamına gelmektedir. Ayrıca multifraktallık varlıklar arasındaki korelasyonun zaman içinde değişebileceğini ima ettiği için optimal portföy dağılımını tahmin etmek zorlaşabilir. Multifraktallığın varlığı finansal piyasalardaki bu karmaşıklığı tanımlayabilen ve bunlardan yararlanabilen yatırımcılar için fırsatlar olabileceğini göstermektedir. Örneğin bazı yatırımcılar yüksek ve düşük volatilite kümelenmelerini tahmin edebilir ve portföy dağılımlarını buna göre ayarlayabilir. Diğer yatırımcılar ise daha yüksek getiri elde etmek için finansal varlıklar arasındaki zamanla değişen korelasyonlardan faydalanabilir. Çünkü multifraktal özellik gösteren serilerde ölçekleme özellikleri zamanla değiştiği için korelasyonlar da değişebilmektedir. Bu nedenle iki varlık arasındaki korelasyon yüksekken, biri alınıp diğeri satılabilir, düşükken ise iki varlık da portföye dahil edilebilir.

Yüksek kuyruk riski ile sonuçlanabilen multifraktallık, varlık getirilerinde geleneksel risk yönetim teknikleri tarafından tespit edilemeyen büyük ve beklenmedik aşırı olayların gerçekleşebileceğini ortaya koyduğu için; yatırımcılar kuyruk riskinden korunma (tail risk hedging) ya da stres testi (stress testing) gibi daha gelişmiş risk yönetim tekniklerini kullanabilirler. Bu teknikler yüksek volatilite dönemlerinde meydana gelebilecek büyük kayıplara karşı portföy koruması sağlayabilir. Ayrıca yatırımcılar portföy çeşitlendirmesi yaparak, vadeli piyasada hedge ederek ya da multifraktallık derecesi yüksek ve düşük olanları

bir arada portföye dahil ederek aşırı olaylardan ve piyasadaki yüksek volatiliteden korunabilir. Kripto para ve BIST 100 endeksine yatırım yapan yatırımcı, portföy riskini azaltmak için döviz piyasasına ya da S&P 500 endeksine yatırım yapabilir. Uzun hafızaya sahip kripto para piyasası, petrol ve BIST 100 endeksinde yükseliş trendinde uzun pozisyon alınabilir. Kısa hafızaya sahip döviz piyasası, altın ve S&P 500 endeksinde yükseliş trendinde kısa pozisyon alınabilir. Bunların yanında FPH ve multifraktallığın varlığı durumunda, aktif yönetim stratejisi uygulayan yatırımcılar pasif yönetim stratejisi uygulayan yatırımcılardan daha fazla getiriye sahip olabilirler. Son olarak FPH farklı zaman ufuklarında zaman serilerinin birbirini tekrarlayabileceğini varsaydığı için kısa dönemdeki kalıpları inceleyen yatırımcılar uzun dönemli yatırıma yönelip bu stratejiden yararlanabilirler. Bu strateji aynı zamanda kısa dönemdeki dalgalanmaların etkisini de azaltabilir ve multifraktal yapı nedeniyle ortaya çıkan uzun dönemli trendleri ve kalıpları yakalamaya yardımcı olabilir.

Bu çalışma, sınırlı sayıda çalışmanın FPH'yi MFDFA yöntemi ile incelemesi nedeniyle önem arz etmektedir. Türkiye'de özellikle BIST için MFDFA yöntemini kullanan sınırlı çalışma mevcuttur. Ayrıca literatürde yer alan çalışmalar genellikle tek bir piyasaya odaklanmış, farklı piyasaları bir arada incelememiştir. Dört farklı piyasayı inceleyen bu çalışma literatürdeki bahsedilen boşlukları doldurmaktadır. Gelecek çalışmalarda farklı s, m ve q parametreleri kullanılabilir, aşırı uç olaya örnek olan salgın öncesi ve sonrası multifraktallık analiz edilebilir, diğer multifraktal modeller farklı finansal zaman serilerinin yapısını incelemede tercih edilebilir.

KAYNAKÇA

Alamatian, Z., Jahan, M. V. ve Fard, A. M. (2021). Using market indicators to eliminate local trends for financial time series cross-correlation analysis. L. Antonie ve P. M. Zadeh (Eds.) içinde, *Proceedings of the 34th Canadian Conference on Artificial Intelligence*. Canadian Artificial Intelligence Association

Alvarez-Ramirez, J., Alvarez, J. ve Rodriguez, E. (2008). Short-term predictability of crude oil markets: A detrended fluctuation analysis approach. *Energy Economics*, *30*(5), 2645-2656.

Al-Yahyaee, K. H., Mensi, W. ve Yoon, S. M. (2018). Efficiency, multifractality, and the long-memory property of the Bitcoin market: A comparative analysis with stock, currency, and gold markets. *Finance Research Letters*, *27*, 228-234.

Anderson, N. ve Noss, J. (2013). The Fractal Market Hypothesis and its implications for the stability of financial markets. *Bank of England Financial Stability Paper*, (23).

Ariel, R. A. (1987). A monthly effect in stock returns. *Journal of Financial Economics*, *18*(1), 161-174.

Arshad, S., Rizvi, S. A. R., Haroon, O., Mehmood, F. ve Gong, Q. (2021). Are oil prices efficient?. *Economic Modelling*, *96*, 362-370.

Aslam, F., Ferreira, P. ve Mohti, W. (2021). Investigating efficiency of frontier stock markets using multifractal detrended fluctuation analysis. *International Journal of Emerging Markets*.

Aslam, F., Ferreira, P., Ali, H. ve Kauser, S. (2022). Herding behavior during the COVID-19 pandemic: A comparison between Asian and European stock markets based on intraday multifractality. *Eurasian Economic Review*, *12*(2), 333-359.

Aslam, F., Latif, S. ve Ferreira, P. (2020). Investigating long-range dependence of emerging Asian stock markets using multifractal detrended fluctuation analysis. *Symmetry*, *12*(7), 1157.

Asteriou, D. ve Hall, S. G. (2021). Applied econometrics (4th Edition). Bloomsbury Publishing.

Atan, S. D., Özdemir, Z. A. ve Atan M. (2009). Hisse senedi piyasasında zayıf formda etkinlik: İMKB üzerine ampirik bir çalışma. *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *24*(2), 33-48.

Aydogan, K. ve Booth, G. G. (1988). Are there long cycles in common stock returns?. *Southern Economic Journal*, *55*(1), 141-149.

Aygören, H. (2008). İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının fractal analizi. *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *23*(1), 125-134.

Ayten, K. ve Ünal, G. (2013) Multifractal behaviour in oil prices by using MF-DFA and WTMM methods. *International Journal of Economics and Finance Studies*, *5*(1), 213-224.

Ball, R. (2009). The global financial crisis and the efficient market hypothesis: what have we learned?. *Journal of Applied Corporate Finance*, *21*(4), 8-16.

Banerjee, A. ve Urga, G. (2005). Modelling structural breaks, long memory and stock market volatility: an overview. *Journal of Econometrics*, *129*(1-2), 1-34.

Barkoulas, J. T. ve Baum, C. F. (1997). Long memory and forecasting in Euroyen deposit rates. *Financial Engineering and the Japanese Markets*, *4*(3), 189-201.

Barkoulas, J. T., Baum, C. F. ve Travlos, N. (2000). Long memory in the Greek stock market. *Applied Financial Economics*, *10*(2), 177-184.

Bayraktar, E., Poor, H. V. ve Sircar, K. R. (2004). Estimating the fractal dimension of the S&P 500 index using wavelet analysis. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, *7*(05), 615-643.

Beran, J., Feng, Y., Ghosh, S. ve Kulik, R. (2013). Long-memory processes: Probabilistic properties and statistical methods. Springer.

Berges, A., McConnell, J. J. ve Schlarbaum, G. G. (1984). The turn-of-the-year in Canada. *The Journal of Finance*, *39*(1), 185-192.

Bhardwaj, G. ve Swanson, N. R. (2006). An empirical investigation of the usefulness of ARFIMA models for predicting macroeconomic and financial time series. *Journal of econometrics*, *131*(1-2), 539-578.

BIS, (2022). *OTC foreign exchange turnover in April 2022*. https://www.bis.org/statistics/rpfx22_fx.htm

Black, F. (1986). Noise. *The Journal of Finance*, *41*(3), 528-543.

Blackledge, J. ve Lamphiere, M. (2021). A Review of the Fractal Market Hypothesis for Trading and Market Price Prediction. *Mathematics*, *10*(1), 117.

Blackledge, J. ve Rebow, M. (2010, May). Economic risk assessment using the Fractal Market Hypothesis. İçinde, *2010 Fifth International Conference on Internet Monitoring and Protection* (ss. 41-47). IEEE.

Bodie, Z., Kane, A. ve Marcus, A. J. (2012). Essentials of Investments (9th Edition). McGraw-Hill.

Bodie, Z., Kane, A. ve Marcus, A. J. (2014). Investments (Tenth Edition). McGraw-Hill Education.

Bogachev, M. I., Eichner, J. F. ve Bunde, A. (2007). Effect of nonlinear correlations on the statistics of return intervals in multifractal data sets. *Physical Review Letters*, *99*(24), 240601.

Bollerslev, T. ve Mikkelsen, H. O. (1996). Modeling and pricing long memory in stock market volatility. *Journal of Econometrics*, *73*(1), 151-184.

Borsa İstanbul, (2023). https://borsaistanbul.com/tr/endeks-detay/1000/bist-100

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C. ve Ljung, G. M. (2016). Time series analysis: Forecasting and control (Fifth Edition). John Wiley & Sons.

Brockwell, P. J. ve Davis, R. A. (2002). Introduction to time series and forecasting (Third Edition). Springer.

Brooks, C. (2014). Introductory econometrics for finance (3rd Edition). Cambridge University Press.

Burton, M., Nesiba, R. F. ve Brown, B. (2015). An introduction to financial markets and institutions (2nd Edition). Routledge.

Büberkökü, Ö. ve Kızıldere, C. (2017). BİST100 endeksinin volatilite özelliklerinin incelenmesi, *V. Anadolu International Conference in Economics,* Eskişehir.

Campbell, J. Y., Lo, W. and MacKinlay, A. C. (1997). The econometrics of financial markets. Princeton University Press.

Cao, G., He, L. Y. ve Cao, J. (2018). Multifractal detrended analysis method and its application in financial markets. Springer.

Cao, X., Premachandra, I. M., Bhabra, G. S. ve Tang, Y. P. (2009). Firm size and the pre-holiday effect in New Zealand. *International Research Journal of Finance and Economics*, *32*(10), 171-187.

Chatfield, C. (1996). The analysis of time series. An introduction (5th Edition). Chapman & Hall.

Cheng, P. L. ve Deets, M. K. (1971). Portfolio returns and the random walk theory. *The Journal of Finance*, *26*(1), 11-30.

Cheung, Y. W. (1993). Long memory in foreign-exchange rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, *11*(1), 93-101.

Cheung, Y. W. ve Lai, K. S. (1993). Do gold market returns have long memory?. *Financial Review*, *28*(2), 181-202.

Cheung, Y. W. ve Lai, K. S. (1995). A search for long memory in international stock market returns. *Journal of International Money and Finance*, *14*(4), 597-615.

Coinmarketcap.com. Erişim tarihi: 21 Mayıs 2023

Corazza, M., Malliaris, A. G. ve Nardelli, C. (1997). Searching for fractal structure in agricultural futures markets. *The Journal of Futures Markets (1986-1998)*, *17*(4), 433.

Cowles 3rd, A. (1933). Can stock market forecasters forecast?. *Econometrica*, *1*(3), 309-324.

Cryer, J. D. ve Chan, K. S. (2008). Time series analysis: with applications in R (Second Edition). Springer.

Çağlarırmak Uslu, N. (2002). *Finansal piyasalarda etkinlik ve etkinliğin zayıf formda test edilmesi.* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Anadolu Üniversitesi.

Çelik, İ. (2020). Can Bitcoin be a stable investment? *Financial Studies*, *24*(2), 19-36.

Çelik, İ. ve Kaya, H. (2019). İkili uzun hafızada asimetri etkisi: Bist Banka örneği. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 6*(1), 92-106.

Çevik, E. İ. (2012). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda etkin piyasa hipotezinin uzun hafıza modelleri ile analizi: Sektörel bazda bir inceleme. *Journal of Yaşar University, 7*(26), 4437-4454.

Çevik, E. İ. ve Sezen, S. (2020). Bankacılık sektörü için etkin piyasalar hipotezinin uzun hafıza modelleri analizi. *Yönetim ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi*, *18*(1), 332-351.

Çevik, E. İ. ve Topaloğlu, G. (2014). Volatilitede uzun hafıza ve yapısal kırılma: Borsa İstanbul örneği. *Balkan Sosyal Bilimler Dergisi*, *3*(6), 40-55.

Çil Yavuz, N. (2015). Finansal ekonometri (2. Baskı). Der Yayınları.

da Silva Filho, A. C., Maganini, N. D. ve de Almeida, E. F. (2018). Multifractal analysis of Bitcoin market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *512*, 954-967.

Daly, K. (2008). Financial volatility: Issues and measuring techniques. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, *387*(11), 2377-2393.

De Bondt, W. F. ve Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact?. *The Journal of Finance, 40*(3), 793-805.

De Bondt, W. F. ve Thaler, R. H. (1987). Further evidence on investor overreaction and stock market seasonality. *The Journal of Finance, 42*(3), 557-581.

Dimson, E. ve Mussavian, M. (1998). A brief history of market efficiency. *European Financial Management, 4*(1), 91-103.

Ding, Z., Granger, C. W. ve Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, *1*(1), 83-106.

Doornik, J. A. ve Ooms, M. (1999). A package for estimating, forecasting and simulating ARFIMA models: Arfima package 1.0 for Ox. *Preprint, Erasmus University*.

Drozdz, S., Kowalski, R., Oswiecimka, P., Rak, R. ve Gebarowski, R. (2018). Dynamical variety of shapes in financial multifractality. *Complexity, 2018,* 1-13.

Dutta, S., Ghosh, D. ve Samanta, S. (2014). Multifractal detrended cross-correlation analysis of gold price and SENSEX. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *413*, 195-204.

Dünya Altın Konseyi, (2023). *Historical demand and supply.* https://www.gold.org/goldhub/data/gold-demand-by-country

EIA, (2023). *Short-term energy outlook.* https://www.eia.gov/outlooks/steo/report/global_oil.php

Elder, J. ve Serletis, A. (2008). Long memory in energy futures prices. *Review of Financial Economics*, *17*(2), 146-155.

Engle, R. F. (1993). Statistical models for financial volatility. *Financial Analysts Journal*, *49*(1), 72-78

Erdoğan, N. K. (2017a). Finansal zaman serilerinin fraktal analizi. *Aksaray Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *9*(4), 49-54.

Erdoğan, N. K. (2017b). Multifractal detrended fluctuation analysis of BIST100 Index. *Journal of Current Researches on Business and Economics, 7*(2), 555-564.

Eteman, V. ve Işığıçok, E. (2022). Yüksek frekanslı kripto varlık oynaklığının uzun hafıza ve stokastik özelliklerinin FIGARCH modeli ile incelenmesi. *Dicle Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *12*(24), 284-310.

Fabozzi, F. J. & Drake, P. P. (2009). Finance-Capital markets, financial management, and investment management. John Wiley & Sons.

Fabozzi, F. J., Focardi, S. M., Rachev, S. T. ve Arshanapalli, B. G. (2014). The basics of financial econometrics: Tools, concepts, and asset management applications. John Wiley & Sons.

Fama, E. F. (1965). Random walks in stock market prices. *Financial Analysts Journal*, *21*(5), 55-59.

Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, *25*(2), 383-417.

Fama, E. F., Fisher, L., Jensen, M. C. ve Roll, R. (1969). The adjustment of stock prices to new information. *International Economic Review*, *10*(1), 1-21.

Fang, W., Tian, S. ve Wang, J. (2018). Multiscale fluctuations and complexity synchronization of Bitcoin in China and US markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *512*, 109-120.

Feibel, B. J. (2003). Investment performance measurement. John Wiley & Sons.

Finance.yahoo.com. Erişim Tarihi: 20 Aralık 2022

Fischel, D. R. (1978). Efficient capital market theory, the market for corporate control, and the regulation of cash tender offers. *Texas Law Review*, *57*(1), 1-46.

Flandrin, P., Rilling, G. ve Goncalves, P. (2004). Empirical mode decomposition as a filter bank. *IEEE Signal Processing Letters*, *11*(2), 112-114.

Focardi, S. M. ve Fabozzi, F. J. (2004). The mathematics of financial modeling and investment management. John Wiley & Sons.

French, K. R. (1980). Stock returns and the weekend effect. *Journal of Financial Economics*, *8*(1), 55-69.

Geweke, J. ve Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, *4*(4), 221-238.

Ghazani, M. M. ve Khosravi, R. (2020). Multifractal detrended cross-correlation analysis on benchmark cryptocurrencies and crude oil prices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 560*, 125172.

Ghosh, D., Dutta, S. ve Samanta, S. (2012). Fluctuation of gold price: A multifractal approach. *Acta Physica Polonica B, 43*(6), 1261-1274.

Gneiting, T., Ševčíková, H. ve Percival, D. B. (2012). Estimators of fractal dimension: Assessing the roughness of time series and spatial data. *Statistical Science, 27*(2), 247-277.

Goetzmann, W. N., Brown, S. J., Gruber, M. J. ve Elton, E. J. (2014). Modern portfolio theory and investment analysis (9th Edition). John Wiley & Sons.

Gorjao, L. R., Hassan, G., Kurths, J. ve Witthaut, D. (2022). MFDFA: Efficient multifractal detrended fluctuation analysis in python. *Computer Physics Communications, 273*, 108254.

Granger, C. W. ve Joyeux, R. (1980). An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis, 1*(1), 15-29.

Graves, T., Gramacy, R., Watkins, N. ve Franzke, C. (2017). A brief history of long memory: Hurst, Mandelbrot and the road to ARFIMA, 1951–1980. *Entropy, 19*(9), 437.

Grech, D. ve Pamula, G. (2013). On the multifractal effects generated by monofractal signals. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 392*(23), 5845-5864.

Grossman, S. J. ve Stiglitz, J. E. (1980). On the impossibility of informationally efficient markets. *The American Economic Review, 70*(3), 393-408.

Gu, R., Chen, H. ve Wang, Y. (2010). Multifractal analysis on international crude oil markets based on the multifractal detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 389*(14), 2805-2815.

Guerrien, B. ve Gun, O. (2011). Efficient Market Hypothesis: What are we talking about?. R*eal-world Economics Review, 56*(11), 19-30.

Gujarati, D. N. ve Porter, D. C. (2009). Basic econometrics (Fifth Edition). McGraw-Hill Irwin.

Gülbaş, E. ve Ünal, G. (2013). Multifractal analysis of the dynamics of Turkish exchange rate. *International Journal of Economics and Finance Studies, 5*(1), 96-107.

Günay, S. (2013). *Finansal piyasaların fraktal yapısı ve BİST-100 Endeksi'nin fraktallığının ölçümü*. [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. İstanbul Üniversitesi.

Günay, S. (2014a). Source of the multifractality in exchange markets: Multifractal detrended fluctuations analysis. *Journal of Business & Economics Research (JBER), 12*(4), 371-384.

Günay, S. (2014b). Yapısal kırılmalar dahilinde BİST-100 Endeksi volatilitesinin uzun dönemli bellek analizi. *Journal of Yasar University, 9*(36), 6299-6314.

Günay, S. (2015). BİST100 endeksi fiyat ve işlem hacminin fraktallık analizi. *Doğuş Üniversitesi Dergisi, 16*(1), 35-50.

Hacınlıyan, A. S. ve Kandıran, E. (2015). Fractal analysis of stock exchange indices in Turkey. *Online Academic Journal of Information Technology, 6*(18), 7-20.

Haerdle, W. K., Chen, C. Y. H. ve Overbeck, L. (Eds.). (2017). Applied quantitative finance. Springer.

Han, C., Wang, Y. ve Xu, Y. (2020). Nonlinearity and efficiency dynamics of foreign exchange markets: evidence from multifractality and volatility of major exchange rates. *Economic research-Ekonomska istraživanja*, *33*(1), 731-751.

Hasan, R. ve Mohammad, S. M. (2015). Multifractal analysis of Asian markets during 2007–2008 financial crisis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *419*, 746-761.

Hatipoğlu, M. ve Bozkurt, İ. (2018). Finansal piyasalarda uzun dönemli bağımlılık ve etkin piyasalar hipotezi. *Kastamonu Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *20*(3), 47-56.

Henry, O. T. (2002). Long memory in stock returns: some international evidence. *Applied Financial Economics, 12*(10), 725-729.

Hırsa, A. ve Neftci, S. N. (2014). An introduction to the mathematics of financial derivatives. Academic Press.

Hill, R. C., Griffiths, W. E. ve Lim, G. C. (2011). Principles of econometrics (Fourth Edition). John Wiley & Sons.

Hirt, G. A. ve Block, S. B. (2012). Fundamentals of investment management(10th Edition). McGraw-Hill Irwin.

Huang, Y. X., Schmitt, F. G., Hermand, J. P., Gagne, Y., Lu, Z. M. ve Liu, Y. L. (2011). Arbitrary-order Hilbert spectral analysis for time series possessing scaling statistics: Comparison study with detrended fluctuation analysis and wavelet leaders. *Physical Review E, 84*(1), 016208.

Hurst, H. E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, *116*(1), 770-799.

Ihlen, E. A. (2012). Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in Matlab. *Frontiers in Physiology*, *3*, 141.

Ikeda, T. (2017). A fractal analysis of world stock markets. *Economics Bulletin, 37*(3), 1514-1532.

Ikeda, T. (2018). Multifractal structures for the Russian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *492*, 2123-2128.

Jensen, M. J. (2000). An alternative maximum likelihood estimator of long-memory processes using compactly supported wavelets. *Journal of Economic Dynamics and Control*, *24*(3), 361-387.

Jiang, Z. Q., Xie, W. J., Zhou, W. X. ve Sornette, D. (2019). Multifractal analysis of financial markets: a review. *Reports on Progress in Physics*, *82*(12), 125901.

Jin, H. J. (2001). *Analysis of price dynamics in agricultural cash prices using fractal theory and implications for risk management with futures hedging* (Yayın Nu. 3020469)

[Doktora Tezi, The Pennsylvania State University]. PQDT Open. https://www.proquest.com/docview/250020803?pq-origsite=gscholar&fromopenview=true

Kakinaka, S. ve Umeno, K. (2022). Cryptocurrency market efficiency in short-and long-term horizons during COVID-19: An asymmetric multifractal analysis approach. *Finance Research Letters*, *46*, 102319.

Kantelhardt, J. W. (2008). Fractal and multifractal time series. Erişim adresi: https://arxiv.org/pdf/0804.0747

Kantelhardt, J. W., Zschiegner, S. A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A. ve Stanley, H. E. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *316*(1-4), 87-114.

Karakaya, A. ve Atukalp, M. E. (2022). Türkiye'deki bankaların hisse senedi getirilerinde fraktal piyasa hipotezinin testi. *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 40*(2), 316-342.

Karan, M. B. (2018). Yatırım analizi ve portföy yönetimi (5. Baskı). Gazi Kitabevi.

Karp, A. ve Van Vuuren, G. (2019). Investment implications of the fractal market hypothesis. *Annals of Financial Economics*, *14*(01), 1950001.

Kendall, M. G. (1953). The analysis of economic time-series-part I: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, *116*(1), 11-25.

Kristoufek, L. (2013). Fractal markets hypothesis and the global financial crisis: Wavelet power evidence. *Scientific Reports*, *3*(1), 1-7.

Kutlu, S. ve Yurttagüler, İ. M. (2014). Türkiye'de reel döviz kurlarının uzun hafıza özellikleri: Kesirli bütünleşme analizi. *Marmara Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, *36*(1), 373-389.

Laib, M., Golay, J., Telesca, L., & Kanevski, M. (2018). Multifractal analysis of the time series of daily means of wind speed in complex regions. *Chaos, Solitons & Fractals*, *109*, 118-127.

Laopodis, N. T. (2021). Financial economics and econometrics. Routledge.

Lashermes, B., Abry, P. ve Chainais, P. (2004). New insights into the estimation of scaling exponents. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, *2*(04), 497-523.

Latif, M., Arshad, S., Fatima, M. ve Farooq, S. (2011). Market efficiency, market anomalies, causes, evidences, and some behavioral aspects of market anomalies. *Research Journal of Finance and Accounting*, *2*(9), 1-13.

LeRoy, S. F. (1989). Efficient capital markets and martingales. *Journal of Economic Literature*, *27*(4), 1583-1621.

LeRoy, S. F. ve Porter, R. D. (1981). The present-value relation: Tests based on implied variance bounds. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, *49*(3), 555-574.

Leuthold, R. M. (1972). Random walk and price trends: the live cattle futures market. *The Journal of Finance*, *27*(4), 879-889.

Levy, H. ve Post, T. (2005). Investments. Pearson Education.

Linton, O. (2019). Financial econometrics: Models and methods. Cambridge University Press.

Liu, G., Yu, C. P., Shiu, S. N. ve Shih, I. T. (2022). The Efficient Market Hypothesis and the Fractal Market Hypothesis: Interfluves, fusions, and evolutions. *SAGE Open*, *12*(1), 1-8.

Liu, J., Cheng, C., Yang, X., Yan, L. ve Lai, Y. (2019). Analysis of the efficiency of Hong Kong REITs market based on Hurst exponent. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *534*, 122035.

Lo, A. W. (1991). Long-term memory in stock market prices. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, *59*(5), 1279-1313.

Lo, A.W. (2008) Efficient markets hypothesis. S.N. Durlauf and L.E. Blume (Eds.) içinde, *The New Palgrave Dictionary of Economics* (2nd edition). Palgrave Macmillan.

Lobato, I. N. ve Savin, N. E. (1998). Real and spurious long-memory properties of stock-market data. *Journal of Business & Economic Statistics*, *16*(3), 261-268.

Lobato, I. N. ve Velasco, C. (2000). Long memory in stock-market trading volume. *Journal of Business & Economic Statistics*, *18*(4), 410-427.

Lux, T ve Segnon, M. (2018). Multifractal models in finance: Their origin, properties, and applications. S. Chen, M. Kaboudan ve Y. Du (Eds.) içinde, *The Oxford Handbook of Computational Economics and Finance* (ss. 204-248). Oxford University Press.

Lux, T. (2008). The Markov-switching multifractal model of asset returns: GMM estimation and linear forecasting of volatility. *Journal of Business & Economic Statistics*, *26*(2), 194-210.

Lux, T. ve Kaizoji, T. (2007). Forecasting volatility and volume in the Tokyo stock market: Long memory, fractality and regime switching. *Journal of Economic Dynamics and Control*, *31*(6), 1808-1843.

Lyuu, Y. D. (2004). Financial engineering and computation: Principles, mathematics, algorithms. Cambridge University Press.

Maddala, G. S. ve Kim, I. M. (1998). Unit roots, cointegration, and structural change. Cambridge University Press.

Madura, J. (2015). Financial markets and institutions (11th edition). Cengage Learning.

Maganini, N. D., Da Silva Filho, A. C. ve Lima, F. G. (2018). Investigation of multifractality in the Brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *497*, 258-271.

Maganini, N. D., Rasheed, A. A. ve Sheng, H. H. (2021). Exchange rate regimes and price efficiency: Empirical examination of the impact of financial crisis. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, *73*, 101361.

Malkiel, B. G. (2003). The efficient market hypothesis and its critics. *Journal of Economic Perspectives*, *17*(1), 59-82.

Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business, 36*(4), 394-419.

Mandelbrot, B. (1966). Forecasts of future prices, unbiased markets, and" martingale" models. *The Journal of Business*, *39*(1), 242-255.

Mandelbrot, B. B. (1971). When can price be arbitraged efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale models. *The Review of Economics and Statistics*, 225-236.

Mandelbrot, B. ve Hudson, R. L. (2004). The Misbehavior of markets: A fractal view of financial turbulence. Basic books.

Mayo, H. B. (2013). Investments: An introduction. Cengage Learning.

McClave, J. T., Benson, P. G. ve Sincich, T. (2022). Statistics for business and economics (14th edition). Pearson Education Limited.

Mensi, W., Lee, Y. J., Al-Yahyaee, K. H., Sensoy, A. ve Yoon, S. M. (2019). Intraday downward/upward multifractality and long memory in Bitcoin and Ethereum markets: An asymmetric multifractal detrended fluctuation analysis. *Finance Research Letters*, *31*, 19-25.

Messana, A. (2020). *The Fractal Market Theory and its application in a trading system*. [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Ca' Foscari University of Venice.

Metescu, A. M. (2022). Fractal market hypothesis vs. efficient market hypothesis: Applying the R/S analysis on the Romanian capital market. *Journal of Public Administration, Finance and Law*, *23*, 199-209.

Mills, T. C. (2004). Statistical analysis of daily gold price data. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *338*(3-4), 559-566.

Mills, T. C. ve Markellos, R. N. (2008). The econometric modelling of financial time series. Cambridge University Press.

Miloş, L. R., Hatiegan, C., Miloş, M. C., Barna, F. M. ve Botoc, C. (2020). Multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA) of stock market indexes. Empirical evidence from seven central and eastern European markets. *Sustainability*, *12*(2), 535.

Mishkin, F. S. ve Eakins, S. G. (2006). Financial markets and institutions (Ninth Edition). Pearson Education.

Mnif, E. ve Jarboui, A. (2021). COVID-19, bitcoin market efficiency, herd behaviour. *Review of Behavioral Finance*, *13*(1), 69-84.

Mnif, E., Jarboui, A. ve Mouakhar, K. (2020). How the cryptocurrency market has performed during COVID 19? A multifractal analysis. *Finance Research Letters*, *36*, 101647.

Montgomery, D. C., Jennings, C. L., Kulahci, M. (2015). Introduction to time series analysis and forecasting (Second Edition). John Wiley & Sons.

Moradi, M., Jabbari Nooghabi, M. ve Rounaghi, M. M. (2019). Investigation of fractal market hypothesis and forecasting time series stock returns for Tehran Stock Exchange and London Stock Exchange. *International Journal of Finance & Economics*, 662-678.

Moralı, T. ve Uyar, M. (2018). Kıymetli metaller piyasasının fraktal analizi. *Hitit Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *11*(3), 2203-2218.

Movahed, M. S., Jafari, G. R., Ghasemi, F., Rahvar, S. ve Tabar, M. R. R. (2006). Multifractal detrended fluctuation analysis of sunspot time series. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, *2006*(02), P02003.

Mulligan, R. F. (2000). A fractal analysis of foreign exchange markets. *International Advances in Economic Research*, *6*(1), 33-49.

Mulligan, R. F. (2004). Fractal analysis of highly volatile markets: an application to technology equities. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, *44*(1), 155-179.

Necula, C. (2002). Option pricing in a fractional Brownian motion environment. https://ssrn.com/abstract=1286833

Ogden, J. P. (1990). Turn-of-month evaluations of liquid profits and stock returns: A common explanation for the monthly and January effects. *The Journal of Finance, 45*(4), 1259-1272.

Oh, G., Eom, C., Havlin, S., Jung, W. S., Wang, F., Stanley, H. E. ve Kim, S. (2012). A multifractal analysis of Asian foreign exchange markets. *The European Physical Journal B, 85*(6), 1-6.

Oprean, C., Tănăsescu, C. ve Brătian, V. (2014). Are the capital markets efficient? A Fractal Market Theory approach. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research, 48*(4).

Oral, E. ve Unal, G. (2019). Modeling and forecasting time series of precious metals: a new approach to multifractal data. *Financial Innovation*, *5*, 1-28.

Oswiecimka, P., Drozdz, S., Kwapien, J. ve Gorski, A. Z. (2010). Fractals, log-periodicity and financial crashes. *Acta Psysica Polonica A, 117*(4), 637-639.

Oswiecimka, P., Kwapien, J. ve Drozdz, S. (2006). Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. *Physical Review E, 74*(1), 016103.

Özdemir, A. ve Çelik, İ. (2020). Pay piyasalarında etkin piyasalar hipotezinin farklı dağılım varsayımları bağlamında uzun hafıza modelleri ile tespiti: ABD ve Türkiye karşılaştırması. *Dokuz Eylül Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, *21*(1), 125-160.

Özdemir, A., Vergili, G. ve Çelik, İ. (2018). Döviz piyasalarının etkinliği üzerinde uzun hafızanın rolü: Türk döviz piyasasında ampirik bir araştırma. *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar Dergisi*, *12*(1), 87-107.

Özün, A. ve Çifter, A. (2008). Modeling long-term memory effect in stock prices: A comparative analysis with GPH test and Daubechies wavelets. *Studies in Economics and Finance 25*(1), 38-48.

Pal, M., Rao, P. M. ve Manimaran, P. (2014). Multifractal detrended cross-correlation analysis on gold, crude oil and foreign exchange rate time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *416*, 452-460.

Palma, W. (2007). Long-memory time series: theory and methods. John Wiley & Sons.

Panas, E. (2001). Estimating fractal dimension using stable distributions and exploring long memory through ARFIMA models in Athens Stock Exchange. *Applied Financial Economics*, *11*(4), 395-402.

Panas, E. ve Ninni, V. (2010). The distribution of London Metal Exchange prices: A test of the Fractal Market Hypothesis. *European Research Studies*, *13*(2), 193-210.

Partida, A., Gerassis, S., Criado, R., Romance, M., Giráldez, E. ve Taboada, J. (2022). The chaotic, self-similar and hierarchical patterns in Bitcoin and Ethereum price series. *Chaos, Solitons & Fractals*, *165*, 112806.

Patil, A. C. ve Rastogi, S. (2020). Multifractal analysis of market efficiency across structural breaks: Implications for the adaptive market hypothesis. *Journal of Risk and Financial Management*, *13*(10), 248.

Pearson, K. (1905). The problem of the random walk. *Nature*, *72*(1867), 342-342.

Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E. ve Goldberger, A. L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, *49*(2), 1685-1689.

Peng, C. K., Havlin, S., Stanley, H. E. ve Goldberger, A. L. (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, *5*(1), 82-87.

Pesee, C. (2008). Long-range dependence of financial time series data. *WASET*, *44*, 163-167.

Peters, E. E. (1989). Fractal structure in the capital markets. *Financial Analysts Journal*, *45*(4), 32-37.

Peters, E. E. (1991). Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility. John Wiley & Sons.

Phillips, P. C. (2007). Unit root log periodogram regression. *Journal of Econometrics*, *138*(1), 104-124.

Pilgrim, I. ve Taylor, R. P. (2019). Fractal analysis of time-series data sets: Methods and challenges. S. Ouadfeul (Eds.) içinde, *Fractal analysis*. IntechOpen.

Qadan, M. ve Idilbi-Bayaa, Y. (2021). The day-of-the-week-effect on the volatility of commodities. *Resources Policy*, 71, 101980.

Rachev, S. T., Mittnik, S., Fabozzi, F. J., Focardi, S. M. ve Jašić, T. (2007). Financial econometrics: From basics to advanced modeling techniques. John Wiley & Sons.

Rachev, S. T., Weron, A. ve Weron, R. (1999). CED model for asset returns and fractal market hypothesis. *Mathematical and computer modelling*, *29*(10-12), 23-36.

Redhead, K. (2008). Personal finance and investments: a behavioural finance perspective. Routledge.

Reisen, V., Abraham, B. ve Lopes, S. (2001). Estimation of parameters in ARFIMA processes: A simulation study. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, *30*(4), 787-803.

Rizvi, S. A. R., Dewandaru, G., Bacha, O. I. ve Masih, M. (2014). An analysis of stock market efficiency: Developed vs Islamic stock markets using MF-DFA. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *407*, 86-99.

Roberts, H. V. (1959). Stock-market " patterns" and financial analysis: methodological suggestions. *The Journal of Finance*, *14*(1), 1-10.

Robinson, P. M. (1995). Gaussian semiparametric estimation of long range dependence. *The Annals of Statistics*, *23*(5), 1630-1661.

Rose, P. S. ve Marquis, M. H. (2008). Money and capital markets: financial institutions and instruments in a global marketplace (10th Edition). McGraw-Hill/Irwin.

Rossi, M. (2015). The efficient market hypothesis and calendar anomalies: a literature review. *International Journal of Managerial and Financial Accounting*, *7*(3-4), 285-296.

S&P Global, (2023). *The gauge of the U.S. large-cap market.* https://www.spglobal.com/spdji/en/documents/additional-material/sp-500-brochure.pdf

Saari, C. P. (1977). The efficient capital market hypothesis, economic theory and the regulation of the securities industry. *Stanford Law Review, 29*(5), 1031-1076.

Sadique, S. ve Silvapulle, P. (2001). Long-term memory in stock market returns: International evidence. *International Journal of Finance & Economics, 6*(1), 59-67.

Samuelson, P. A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review, 6*(2), 41-49.

Sarılı, S. (2020). Türkiye'de bankalar uzun hafızaya mı sahip? *Finans Politik & Ekonomik Yorumlar Dergisi*, (654), 47-75.

Saunders, A. ve Cornett, M. M. (2012). Financial markets and institutions (5th Edition). The McGraw-Hill/Irwin.

Schenone, C. (2004). The effect of banking relationships on the firm's IPO underpricing. *The Journal of Finance, 59*(6), 2903-2958.

Sewell, M. (2011). History of the efficient market hypothesis. *Research Note, 11*(04), 1-14.

Shiller, R. J. (1979). The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure. *Journal of Political Economy*, *87*(6), 1190-1219.

Shiller, R. J. (1981). Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends*? American Economic Review*, 71, 421-436.

Shiller, R. J. (2003). From efficient markets theory to behavioral finance. *Journal of Economic Perspectives*, *17*(1), 83-104.

Shleifer, A. (2000). Inefficient markets: An introduction to behavioural finance. OUP Oxford.

Sjö, B. (2011). Lectures in modern economic time series analysis (Second Edition). Linköping, Sweden.

Smart, S. B., Gitman, L. J. ve Joehnk, M. D. (2017). Fundamentals of investing. Pearson Education Limited.

Stigler, G. J. ve Sherwin, R. A. (1985). The extent of the market. *The Journal of Law and Economics*, *28*(3), 555-585.

Stock, J. H. ve Watson, M. W. (2020). Introduction to econometrics (Fourth Edition). Pearson Education Limited.

Suarez-Garcia, P. ve Gomez-Ullate, D. (2014). Multifractality and long memory of a financial index. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *394*, 226-234.

Sülkü, S. N. ve Ürkmez, E. (2018). Hisse senedi getirilerinde doğrusal olmayan dinamikler: Türkiye'den kanıtlar. *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, 473-484.

Takaishi, T. (2022). Time evolution of market efficiency and multifractality of the Japanese Stock Market. *Journal of Risk and Financial Management*, *15*(1), 31.

Taylor, S. J. (2008). Modelling financial time series (Second Edition). World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

TCMB. *Elektronik Veri Dağıtım Sistemi*. https://evds2.tcmb.gov.tr/

Telli, Ş. ve Chen, H. (2020). Multifractal behavior in return and volatility series of Bitcoin and gold in comparison. *Chaos, Solitons & Fractals*, *139*, 109994.

Thompson, J. R., & Wilson, J. R. (2016). Multifractal detrended fluctuation analysis: Practical applications to financial time series. *Mathematics and Computers in Simulation*, *126*, 63-88.

Titan, A. G. (2015). The efficient market hypothesis: Review of specialized literature and empirical research. *Procedia Economics and Finance*, *32*, 442-449.

Tkacz, G. (2001). Estimating the fractional order of integration of interest rates using a wavelet OLS estimator. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, *5*(1).

Tsay, R. S. (2010). Analysis of financial time series (Third Edition). John Wiley & Sons.

Türkyılmaz, S. ve Balıbey, M. (2014a). Türkiye hisse senedi piyasası oynaklığındaki asimetrik uzun hafıza özelliği. *Journal of Banking and Financial Research, 1*(1), 1-10.

Türkyılmaz, S. ve Balıbey, M. (2014b). Türkiye hisse senedi piyasası getiri ve oynaklığındaki uzun dönem bağımlılık için ampirik bir analiz. *Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 16*(2), 281-302.

Uğurlu, M. ve Demir, Y. (2016). Firma büyüklüğü anomalisinin varlığının BİST'te test edilmesi. *İşletme ve İktisat Çalışmaları Dergisi, 4*(3), 106-116.

Ural, M. ve Demireli, E. (2009). Hurst Üstel katsayısı aracılığıyla fraktal yapı analizi ve İMKB'de bir uygulama. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, *23*(2), 243-255.

Ürkmez, E. (2017). Reel döviz kurlarında uzun dönem bağımlılık. *Journal of International Social Research, 10*(49), 693-698.

Ürkmez, E. (2018). *Gelişmekte olan ülkelerin borsa endekslerinin kaotik yapısının incelenmesi.* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi.

Van Quang, T. (2005). The Fractal Market Analysis and Its Application on Czech Conditions. *Acta Oeconomica Pragensia, 13*(1), 101-111.

Vogl, M. (2023). Hurst exponent dynamics of S&P 500 returns: Implications for market efficiency, long memory, multifractality and financial crises predictability by application of a nonlinear dynamics analysis framework. *Chaos, Solitons & Fractals*, *166*, 112884.

Wang, F., Ye, X. ve Wu, C. (2019). Multifractal characteristics analysis of crude oil futures prices fluctuation in China. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 533*, 122021.

Wang, P. (2009). Financial econometrics (Second Edition). Routledge.

Watorek, M., Drozdz, S., Oswiecimka, P. ve Stanuszek, M. (2019). Multifractal cross-correlations between the world oil and other financial markets in 2012–2017. *Energy Economics*, *81*, 874-885.

Weron, A. ve Weron, R. (2000). Fractal market hypothesis and two power-laws. *Chaos, Solitons & Fractals*, *11*(1-3), 289-296.

Willmott, P. (2007). Paul Willmott introduces quantitative finance (Second Edition). John Wiley & Sons.

Wooldridge, J. M. (2013). Introductory econometrics: A modern approach (Fifth Edition). Cengage Learning.

Working, H. (1949). The investigation of economic expectations. *The American Economic Review*, *39*(3), 150-166.

Yajima, Y. (1988). On estimation of a regression model with long-memory stationary errors. *The Annals of Statistics*, *16*(2), 791-807.

Yin, K., Zhang, H., Zhang, W. ve Wei, Q. (2013). Fractal analysis of the gold market in China. *Romanian Journal of Economic Forecasting*, *16*(3), 144-163.

Zhang, X., Zhang, G., Qiu, L., Zhang, B., Sun, Y., Gui, Z. ve Zhang, Q. (2019). A modified multifractal detrended fluctuation analysis (MFDFA) approach for multifractal analysis of precipitation in dongting lake basin, China. *Water*, *11*(5), 891.

Zhao, H. ve He, S. (2016). Analysis of speech signals' characteristics based on MF-DFA with moving overlapping windows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *442*, 343-349.

Zhou, W. X. (2009). The components of empirical multifractality in financial returns. *EPL (Europhysics Letters)*, *88*(2), 28004.

Zivot, E. ve Wang. J. (2006). Modeling financial time series with S-Plus (Second Edition). Springer.

Zunino, L., Tabak, B. M., Figliola, A., Pérez, D. G., Garavaglia, M. ve Rosso, O. A. (2008). A multifractal approach for stock market inefficiency. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *387*(26), 6558-6566.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler :

Adı ve Soyadı : Faruk TEMEL

Eğitim Durumu :

Lisans Öğrenimi : Abant İzzet Baysal Üniversitesi – İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi – İşletme Bölümü (2011-2015)

Yüksek Lisans Öğrenimi : Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi – Sosyal Bilimler Enstitüsü – İşletme ABD (2015-2018)

Doktora Öğrenimi : Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi – Sosyal Bilimler Enstitüsü – İşletme ABD (2018-2023)

İş Deneyimi :

Araştırma Görevlisi : Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi (2017-…)

Bilimsel Yayınlar ve Calışmalar :

Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

1. Tuğay, O. ve Temel, F. (2022). Türkiye'de Çimento Sektöründeki Şirketlerin Uluslararası Entegre Raporlama Kılavuz İlkelerine Uyum Düzeylerinin CRITIC ve MAIRCA Yöntemleriyle Değerlendirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, (50), 45-57.

Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :

1. Temel, F. ve Eryiğit, M. (2021). Testing The Relationships Between Energy Prices and the Borsa Istanbul Indices. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 8*(1), 370-398.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler :

1. Sak, A. F., Temel, F. ve Çelik, M. (2018). Kurumsal Sürdürülebilirlik ile Finansal Tablo Manipülasyonu Arasındaki İlişki - Bist Sürdürülebilirlik Endeksi Uygulaması. 1. Uluslararası Gap İşletme Bilimleri ve Ekonomi Kongresi (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)

2. Sak, A. F., Temel, F. ve Çelik, M. (2018). Kurumsal Sürdürülebilirliğin Finansal Performansa Etkisi – Bist Kurumsal Sürdürülebilirlik Endeksi Uygulaması. 1. Uluslararası Gap İşletme Bilimleri ve Ekonomi Kongresi (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)

3. Temel, F. (2017). Long-run and Short-Run Relationships Between Oil Prices and Borsa Istanbul Sub-indices. The MacroTrend Conference on Social Sciences: Paris 2017 (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)

Yazılan ulusal/uluslararası kitaplardaki bölümler:

1. Temel, F. ve Güneş, H. (2022). Emtialarda Haftanın Günü Anomalisinin EGARCH Modeli İle Test Edilmesi. M. F. Buğan (Eds.) içinde, *Finansal Piyasaların Evrimi: Davranışsal Finans, İslami Finans, Fintech*, (1. Baskı, ss. 71-94). Orion Kitabevi.

2. Tuğay, O. ve Temel, F. (2022). Borsa İstanbul Sürdürülebilirlik Endeksine Dahil Edilmenin Hisse Senedi Getirilerine Etkilerinin Olay Çalışması İle Analizi. Ş. Ay (Eds.) içinde, *Mali, Ekonomik ve Finansal Araştırmalar*, (1. Baskı, ss. 41-60). İKSAD Yayınevi.