İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOĞRUSAL KUADRATİK PERFORMANS İNDEKSİNE DAYALI TİTREŞİM KONTROLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Selçuk ÖZBAŞ

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2008

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOĞRUSAL KUADRATİK PERFORMANS İNDEKSİNE DAYALI TİTREŞİM KONTROLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Selçuk ÖZBAŞ
(501041102)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Aralık 2007
Tezin Savunulduğu Tarih : 28 Ocak 2008

Tez Danışmanı :	**Doç.Dr. Ünal ALDEMİR**
Diğer Jüri Üyeleri	**Prof.Dr. Mehmet BAKİOĞLU (İ.T.Ü.)**
	Doç.Dr. Zafer KÜTÜĞ (Y.T.Ü.)

OCAK 2008

ÖNSÖZ

Tez çalışmamın her safhasında ilgi ve güler yüzünü esirgemeyen, bilgi birikimi ve tecrübesiyle beni yönlendiren saygıdeğer danışman hocam Doç. Dr. Ünal ALDEMİR'e, bu günlere gelmemde maddi ve manevi her zaman desteklerini esirgemeyen aileme, tez yazılımına yardımcı olan değerli arkadaşım Mücteba UYSAL'a ve diğer arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Ocak 2008 Selçuk ÖZBAŞ

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR **v**
TABLO LİSTESİ **vi**
ŞEKİL LİSTESİ **vii**
SEMBOL LİSTESİ **viii**
ÖZET **ix**
SUMMARY **x**

1. GİRİŞ **1**

2. DEPREME DAYANIKLI YAPI TASARIMLARI **3**

3. PASİF KONTROL **5**
3.1. Metalik Sönümleyiciler 5
3.2. Sürtünme Tipi Sönümleyiciler 5
3.3. Visko-Elastik Sönümleyiciler 6
3.4. Viskoz Akışkanlı Sönümleyiciler 6
3.5. Ayarlı Kütle Sönümleyicileri (TMD) 7

4. SİSMİK İZOLASYON **8**
4.1. Düşük Sönümlü Doğal ve Sentetik Kauçuk İzolatörler 8
4.2. Kurşun Çekirdekli Kauçuk İzolatörler 8
4.3. Yüksek Sönümlü Doğal Kauçuk İzolatörler 8
4.4. Kayma Tipi İzolatörler 9

5. AKTİF KONTROL **10**

6. YARI AKTİF KONTROL **11**

7. DOĞRUSAL GERİ BESLEME SİSTEMLERİNİN DİZAYNI **12**
7.1. Doğrusal Optimal Kontrol 13
7.1.1. Optimallik için gerekli koşullar 13
7.1.2. Doğrusal regülatör problemi 14
7.2. Doğrusal Regülatör Probleminin En Önemli Özellikleri 17
7.2.1. Örnek 19
7.2.2. Örnek: Doğrusal izleme problemi 20

8. RİCCATİ DENKLEMİNİ ÇÖZÜMLEMEK İÇİN SAYISAL ALGORİTMALAR **25**
8.1. Doğrusal Geri Besleme Sistemlerinin Dizaynı 25
8.1.1. Metot I 25
8.1.2. Metot II 26

8.2. Algoritma Diferansiyel Riccati Denklemi İçin Çözüm 26
8.3. ARE İçin Çözüm (Potter Metodu) 27
8.3.1. Algoritma Potter metodu 27

9. GENELLEŞTİRİLMİŞ DOĞRUSAL KUADRATİK REGÜLATÖR FORMÜLLERİ 29
9.1. Genelleştirilmiş LQR 1 29
9.2. Genelleştirilmiş LQR 2 30
9.3. Genelleştirilmiş LQR 3 30

10. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER 31

11. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ 34
11.1. Taylor Serisi Yöntemi İle Çözüm 34
11.2. Runge-Kutta Yöntemi İle Çözüm 35
11.2.1. Açık Runge-Kutta yöntemi ile çözüm 36
11.2.2. 4. mertebeden Runge-Kutta yöntemi 36

12. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ YAPI İÇİN AKTİF KONTROL SAYISAL UYGULAMALARI 38
12.1. Çözüm İçin Kullanılan Matlab Programı 40
12.1.1. Matlab dosyası 40
12.1.2. Matlab spc dosyası 43
12.1.3. Matlab graf dosyası 43
12.2. Analiz Sonuçları 44

13. SONUÇLAR 46

KAYNAKLAR 47

EKLER 49

ÖZGEÇMİŞ 66

KISALTMALAR

TMD	: Ayarlı Kütle Sönümleyicileri
AMD	: Aktif Kütle Sönümleyicileri
AVS	: Aktif Rijitlik Değiştirebilen Sönümleyiciler
MR	: MagnetoRheological Akışkanlar
ER	: Elektroreolojik Akışkanlar
LQR	: Doğrusal Kuadratik Regülatör
EAR	: Özdeğer Atama Yöntemi
ELCEW	: El Centro depremi Doğu-Batı Kaydı
ELCNS	: El Centro depremi Kuzey-Güney Kaydı
KOBEEW	: Kobe depremi Doğu-Batı Kaydı
KOBENS	: Kobe depremi Kuzey-Güney Kaydı
RİEW	: Northridge depremi Rinaldi Doğu-Batı Kaydı
RİNS	: Northridge depremi Rinaldi Kuzey-Güney Kaydı
SYEW	: Northridge depremi Sylmar Doğu-Batı Kaydı
SYNS	: Northridge depremi Sylmar Kuzey-Güney Kaydı

TABLO LİSTESİ

		Sayfa No
Tablo 2.1	Yapısal kontrol sistemleri ……..	4
Tablo 12.1	Katların rölatif yerdeğiştirmesi (lqr kontrol yok)……...	44
Tablo 12.2	Katların rölatif yerdeğiştirmesi (lqr kontrol var)…….....	44
Tablo 12.3	Katların yere göre yerdeğiştirmesi (lqr kontrol yok)……..	45
Tablo 12.4	Katların yere göre yerdeğiştirmesi (lqr kontrol var)….....	45

ŞEKİL LİSTESİ

		Sayfa No
Şekil 1.1	**:** Yapısal aktif kontrol diyagramı	1
Şekil 2.1	**:** Maurer Söhne sismik koruma sistemi	3
Şekil 3.1	**:** Pall sürtünme tipi sönümleyici	6
Şekil 3.2	**:** TMD'nin mekanik modeli…….....	7
Şekil 4.1	**:** Maurer Söhne kayma tipi izolatör sürtünmeli sarkaç sistemin kesiti……	9
Şekil 10.1	**:** İdealize edilmiş yapı modeli ve kontrol kuvveti	31
Şekil 10.2	**:** i. katın serbest cisim diyagramı	32
Şekil 11.1	**:** 4.mertebeden Runga Kutta yönteminin grafik analizi	37
Şekil 12.1	**:** İdealize edilmiş 5 serbestlik derecesine sahip yapı	38

SEMBOL LİSTESİ

x(t)	**:** Durum vektörü
u(t)	**:** Kontrol vektörü
F	**:** Durum vektörü, kontrol vektörü ve zamanın bir fonksiyonudur.
λ	**:** Lagrange çarpan vektörü
H	**:** Hamiltonian
A	**:** Sistem matrisi
G	**:** Optimal geri besleme kontrol kazancı
S, Q	**:** Gerçek simetrik pozitif yarı belirli matris
R	**:** Gerçek simetrik pozitif belirli matris
J	**:** Kuadratik performans indeksi
r(t)	**:** Sistemin yörüngesi
u*	**:** Optimal kontrol
ϕ	**:** Sistemin geçiş matrisi
ϕ_{ij}	**:** Alt matris
X(t)	**:** Yanal yerdeğiştirme yanıt vektörü
M	**:** Kütle matrisi
K	**:** Rijitlik matrisi
C	**:** Sönüm matrisi
Ø	**:** Artım fonksiyonu
x_i	**:** Ortalama eğim

DOĞRUSAL KUADRATİK PERFORMANS İNDEKSİNE DAYALI TİTREŞİM KONTROLÜ

ÖZET

Bu tez çalışmasında deprem kuvvetleri etkisi altındaki 5 katlı yapının aktif kontrollü ve kontrolsüz durumuna göre yapının davranışı incelenmiş ve kontrol sisteminin etkisi araştırılmıştır.

Aktif kontrollü bir sistemde, yapıya etki eden sismik kuvvet ve yapının cevabı kullanılarak belirli bir algoritmaya göre hesaplanan kontrol kuvvetlerinin uygulanması neticesinde, deprem nedeniyle oluşabilecek yapısal zararlar önlenmiş olur.

Aktif kontrolün yapılara uygulanmasındaki en belirgin amaçlardan birisi, katlar arası yerdeğiştirmeleri kabul edilebilir sınırlar içinde tutabilmektir.

Pek çok yapının rezonans etkisi ile yıkılma tehlikesi altında olduğu bilinmektedir. Korumasız yapılar rezonans altında yer hareketleriyle birlikte dramatik sonuçlar doğurur ki bu birçok binanın yıkılma tehlikesi altında olduğunu gösterir. Diğer taraftan aktif kontrollü yapılarda, sistemin rijitlik ve sönümü zaman içerisinde sürekli değiştiğinden oluşabilecek muhtemel bir rezonans durumundan uzaklaştırılmış olur.

İncelenen çok katlı kayma binasının 8 farklı deprem etkisi altındaki kontrollü ve kontrolsüz davranışı incelenmiş ve uygulanan kontrol algoritmasının yapının sismik cevabını azaltmada etkili olduğu görülmüştür.

Aynı zamanda, uygulanan kontrol algoritmasının performansının farklı yer hareketleri için farklı olduğu gösterilmiştir. Bu neticenin sebeplerinden bir tanesi şöyle açıklanabilir. Dikkat etmek gerekir ki, uygulanan kontrol algoritması sismik girdiyi dikkate almayan bir kapalı çevrim kontrol algoritmasıdır. Dolayısıyla, sismik girdinin karakteristiğine göre kontrol sisteminin performansı farklılık gösterebilir. Yer hareketini de dikkate alan bir kapalı-açık çevrim kontrol algoritmasının, kapalı çevrim kontrol algoritmasından daha iyi performans göstermesini beklemek mümkündür.

THE CONTROL OF VIBRATION BASED ON LİNEAR QUADRATIC PERFORMANCE INDEX

SUMMARY

In this study, the behavior of the earthquake excited five-story structure is studied for the uncontrolled case and the effect of the control system is investigated.

Structural failure due to the earthquake can be prevented by applying the control forces calculated by a definite algorithm using the seismic force and the structural response.

One of the aims of the application of the control systems to structures is to keep the structural interstory drifts within the acceptable limits.

It is known that the most of the structures are under risk of collapse due to the resonance effect. Not defensive constructions contain dramatic conditions because of ground movements under the rezonance and some constructions have been collapsed under the attack. An actively controlled system is protected from resonance by changing the structural stiffness and damping in time.

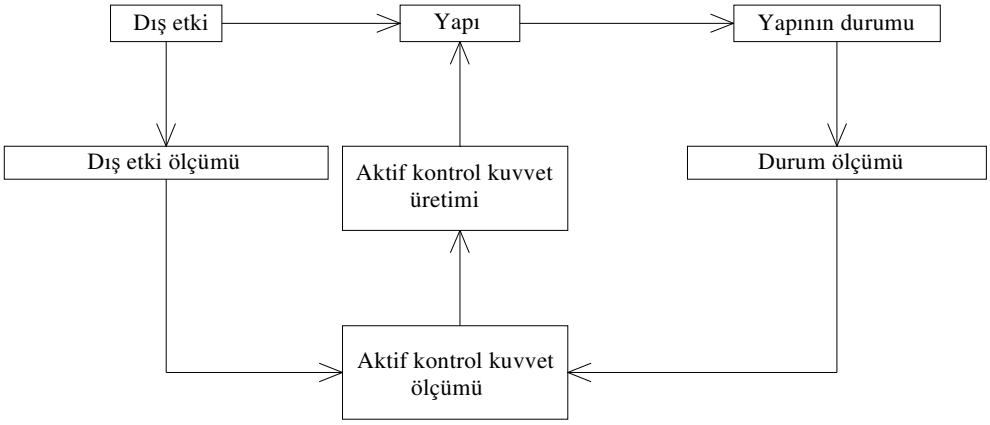
The controlled and uncontrolled behavior of investigated eight-story shear-beam structure is investigated and it is shown that the applied control algorithms is effective in suppressing the seismic response.

It is also shown that the performance of the applied control algorithm is different for different ground motions. One of the reasons of this result can be explained as follows; it is noted that the applied control algorithm is a closed-loop control algorithm, which doesn't take into account the seismic input, the performans of the control system may differ. It is expected that a closed-open loop control algorithms which takes into account also the ground motion can show a beter performance than closed–loop control.

1.GİRİŞ

Yao'nun öncü çalışmalarından beri depremin tehlikesini azaltmak için; yapılarda aktif kontrol dikkate değer araştırma konusu olmuştur [1]. Geçmiş otuz yılda çeşitli aktif kontrol algoritmaları önerilmiştir. Daha önceki çalışmalara ait gelişmeler, Soong [2] ve Housner [3] tarafından geniş bir şekilde yeniden gözden geçirilmiştir.

Denklem hareketi ve başlangıç koşulları ile kontrol kuvvetleri altındaki kısıtlama koşulları belirlenerek kararlaştırılmış performans indeksinin minimumunu temel alan aktif kontroller belirlenir. Pontryagin minimum prensibi [4] veya Bellman'ın dinamik programlaması [5] kullanılarak seçilen performans indeksi minimum yapılır. Birinci yaklaşım varyasyon yöntemidir ve Hamiltonian olarak bilinen fonksiyonu minimum yaparak optimal kontrol elde edilir.



Şekil 1. 1: Yapısal Aktif Kontrol Diyagramı

Kabul edilebilir kontrol kuvvetlerinde, kısıtlama ile kontrol problemi için bu yaklaşım uygulanmaktadır. İkinci yaklaşımda optimallik prensibi kullanılır. Kontrol davranış biçimi bütün kontrol aralıklarında ve alt aralıklarında optimaldir. Birkaç istisna ile birlikte, denklemlerin çözümünde ikinci yaklaşım birinci yaklaşıma göre daha zordur. Yeterliliği kontrol etmek için ikinci yaklaşımı kullanmak önerilir. Çok

aşamalı sistemlerin optimizasyonunda ikinci yaklaşım yaygın şekilde kullanılmaktadır. Optimal kontrol problemlerinin çözümleri için her iki yaklaşım birbirini tamamlayan araçlardır.

Bir aktif kontrol sistemine ait şematik diyagram şekil 1.1'de gösterilmektedir. Yapısal aktif kontrol uygulamaları içinde olan klasik aktif kontrolde, bütün kontrol aralıkları üzerinde sistemin yanıt ve kontrol kuvvetinin bir integral fonksiyonu olarak kuadratik performans indeksi belirlenir. Bu algoritmalar kapalı çevrim, açık çevrim ve kapalı-açık çevrim olarak sınıflandırılır. Kapalı çevrim kontrol içinde aktif kontrol kuvvetleri yapının yanıtı olan durum vektörü kullanılarak hesaplanır. Aktif kontrol kuvvetinin hesabında yalnızca sismik hareket bilgisi gerektiği durumlar için açık çevrim kontrol algoritması düşünülür. Durum vektörü ve sismik etki, aktif kontrol kuvvetlerini hesaplamak için kullanıldığında bir kapalı-açık çevrim kontrol algoritması söz konusu olur.

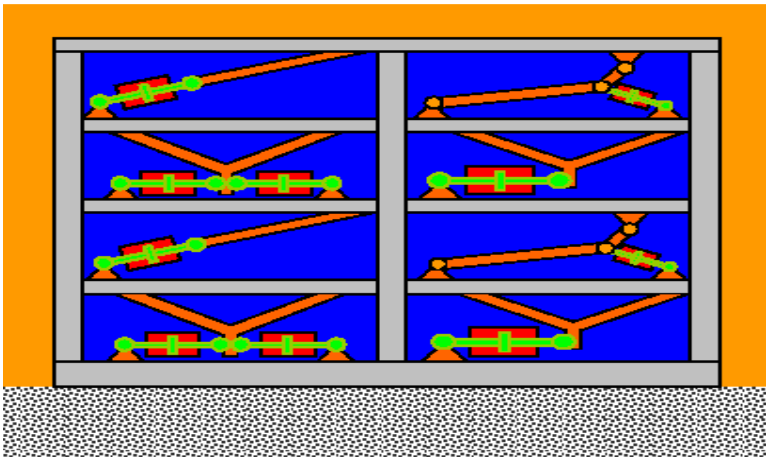
Bu üç algoritma arasında sadece klasik kapalı çevrim algoritması deprem etkisindeki yapı kontrolü için uygulanabilir. Sismik hareket bilgisinin tamamının gerekli olduğu klasik kapalı-açık çevrim ve açık çevrim kontrol algoritmaları kapalı çevrim kontrol algoritmalarından daha üstündür.

Geçmiş on yıl içinde Yang [6, 7], Masri [8], Rodellar [9], Lee ve Kozin klasik aktif kontrol algoritmalarına alternatif olacak çalışmalar yapmışlardır [10]. Iemura yeni bir kapalı-açık çevrim kontrolü önermiştir [11]. Yapı ve zemini tek bir sistem olarak göz önüne aldığı ve enerji temel ölçüsü olarak yürüten bir kontrol teorisidir. Diğer kapalı-açık çevrim kontrolü yapı için sismik enerji girdisini hesaba katarak geliştirilmiştir [12].

2. DEPREME DAYANIKLI YAPI TASARIMLARI

Yapıya gelen dinamik kuvvetler önceden bilinemediğinden; yapı, belirli kriterleri sağlayan tasarım yüklerine göre dizayn edilmektedir. Dolayısıyla yapı tasarım yükünün dışında yüklere maruz kaldığında, yapıda ciddi hasarlar meydana gelmektedir. Yapıları pasif, aktif ve karma sistem tasarımları ile meydana gelebilecek hasarları en aza indirebilmek mümkündür. Geleneksel yaklaşımda yapıya gelen sismik enerji tüketilmesi yapıda plastik mafsallaşma ile gerçekleşmektedir. Yani yapının zarar görmesine izin verilmektedir. Yapıya gelen sismik enerjiyi yapısal hasarlara izin verecek şekilde tüketmek yerine, yapılara konacak ek sönümleyicilerle de tüketmek mümkündür. Bu ek sönümleyiciler olarak sismik izolasyon, pasif kontrol, yarı aktif ve aktif kontrol sistemlerini gösterebiliriz.

Depreme dayanıklı yapı tasarımında yapıya gelen dış etkileri o an ölçüp, karşı koyan kuvvet üreten veya bu dış sismik enerjiyi kendi içinde sönümleyen malzemeler ve sistemler geliştirilmiştir.



Şekil 2.1: Maurer Söhne Sismik Koruma sistemi

Aktif kontrol sistemlerinde kontrol kuvvetlerini üretebilmek için harici bir enerji kaynağına ihtiyaç vardır. Zemine ve yapıya konan sensörler aracılığı ile bilgiler toplanır. Toplanan bilgiler kontrol bilgisayarında değerlendirilerek önceden belirlenen kontrol algoritması yardımı ile kontrol kuvvetleri hesaplanır. Hesaplanan

bu kontrol kuvvetleri, kontrol kuvvetleri üreten mekanizmalar aracılığı ile yapıya uygulanır. Pasif kontrol sistemlerinde ise harici bir enerji kaynağına ihtiyaç duyulmazlar ve yapıya gelen sismik enerji pasif kontrol elemanları içinde sönümlenir.

Yapısal kontrol sistemlerini sismik izolasyon, pasif kontrol, yarı aktif ve aktif kontrol sistemleri olarak tablo halinde aşağıda verilmektedir.

Tablo 2.1: Yapısal Kontrol Sistemleri

Pasif Kontrol	**Yarı Aktif ve Aktif Kontrol**	**Sismik İzolasyon**
Metalik sönümleyiciler	Aktif kuvvet veren sistemler	Düşük sönümlü kauçuk izolatörler
Visko-elastik sönümleyiciler	Aktif kütleli sistemler	Kurşun çekirdekli kauçuk izolatörler
Sürtünme tipi sönümleyiciler	Değişken rijitlik ve sönüm veren sistemler	Yüksek sönümlü kauçuk izolatörler
Viskoz akışkanlı sönümleyiciler	Akıllı malzemeler	Kayma tipi izolatörler
Ayarlı kütle sönümleyicileri		Yaylı sistemler
Ayarlı akışkan sönümleyicileri		
Diğer sönümleyiciler		

3. PASİF KONTROL

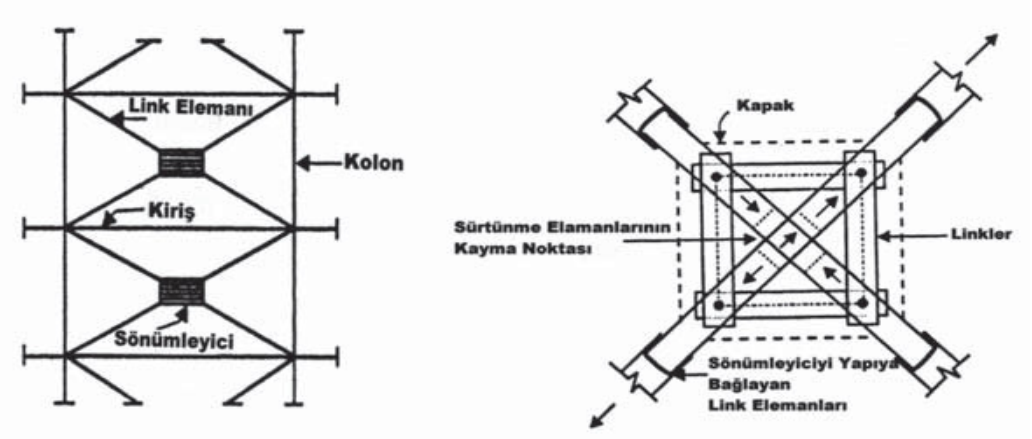
Pasif kontrol sistemlerinde yapıya gelen sismik enerji pasif kontrol elemanları tarafından iç sürtünme ve plastik deformasyonlar yapılarak yok edilir. Yapının sönüm özelliğini karakterize etmek yapısal elemanlarının enerjiyi yutma kapasitelerindeki belirsizlikten dolayı oldukça zordur.

3.1 Metalik Sönümleyiciler

Sismik enerji sönümleyicileri arasında yer alan bu metalik sönümleyicinin özelliği metallerin elastik olmayan davranışını kullanmaktır. Metalik enerji sönümleyici elemanların özellikle çelik yapılara uygulamaları daha kolaydır.

3.2. Sürtünme Tipi Sönümleyiciler

Bu sönümleyiciler yapıya gelen sismik enerjiyi sürtünme yolu ile yutma özelliğine sahiptir. Sürtünme tipi sönümleyiciler arasında yer alan Pall sönümleyicileri X şeklinde çubuklarda oluşan ve sürtünme prensibini kullanan sönümleyicilerdendir. Bu sönümleyiciler orta şiddetli sismik yükler ve rüzgar yükleri etkisinde kaymayacak şekilde dizayn edilmiştir. Şiddetli sismik yükler altında sürtünme tipi sönümleyici önceden tanımlanan optimum yükte kaymaya başlayacaktır. Dolayısıyla yapıya gelen sismik enerji sönümleyici tarafından yutulacaktır.



Şekil 3.1: Pall Sürtünme Tipi Sönümleyici

3.3. Visko-Elastik Sönümleyiciler

Enerjiyi sönümlemek için kullanılan visko-elastik katı malzemelerde mevcuttur. İnşaat alanında kullanılan visko-elastik malzemeler tipik karbon polimerleri veya ona benzer katı maddelerden oluşmaktadır.

Visko-elastik sönümleyiciler, visko-elastik tabakaların kayma deformasyonları ile enerjiyi sönümlemektedir. Visko-elastik sönümleyicilerin çelik yapılara uygulaması daha kolay olduğundan, Taiwan'ın Taipei şehrinde 2/5 ölçeğinde bir çelik yapıya visko-elastik sönümleyiciler eklenerek farklı deprem etkileri altında 30°C sıcaklıkta test edilmiştir [13]. Sonuçlar göstermiştir ki, yapıya eklenen visko-elastik sönümleyiciler yapının sönüm oranını %12'lerin ötesinde artırmıştır.

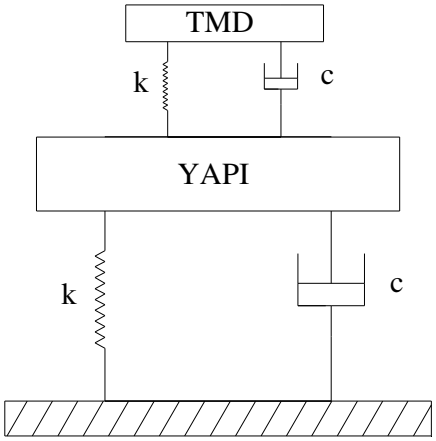
3.4. Viskoz Akışkanlı Sönümleyiciler

Viskoz akışkanlı sönümleyiciler uygulamada genel olarak iki çeşittir. Birinci uygulamada içi boş çelik duvar içine viskoz akışkan doldurulduktan sonra içine batırılan bir metal levha üst döşemeye bağlanır. Sismik hareket anında katlar arası rölatif yerdeğiştirme ile metal levha viskoz akışkan içinde hareket ederek sismik enerjiyi kısmen de olsa sönümler.

İkinci uygulamada, viskoz akışkan pistonun içinde hareket ettiği silindir içine doldurulur. Piston deprem esnasında silindirde viskoziteli akışkan içinde hareket etmesi neticesinde mekanik enerji ısı enerjisine dönüşür.

3.5. Ayarlı Kütle Sönümleyicileri (TMD)

Esas yapıya birbirine paralel yay ve viskoz sönümleyici yardımıyla bağlanan kütleye ayarlı kütle sönümleyici (TMD) denmektedir. Uygun TMD seçildiğinde; yapının istenen moduna ayarlandığında o moddaki titreşim enerjisini TMD kendi üzerine akışını sağlamakta ve böylece esas yapının titreşim enerjisini azaltmış olmaktadır.



Şekil 3.2: TMD'nin Mekanik Modeli

4. SİSMİK İZOLASYON

Sismik izolasyon, zemin ile yapı arasında yatay yönde oldukça esnek düşey yönde oldukça rijit sismik izolasyon mekanizmalarından oluşmaktadır.

Taban izolatörleri, kauçuk sönümleyiciler ya da çelik yüzey üzerinde kayan toplardan oluşmuş elemanlardır. Taban izolatörleri katlar arası deplasmanların ve kat ivmelerinin aynı anda düşürülmesine yardımcı olmaktadır.

Sismik izolasyon elemanları, düşeyde rijit olma özelliği sayesinde yapıdan gelen yükleri rahatlıkla taşımaktadır. İzolatörler yatayda oldukça esnek olduklarından üzerindeki yapıların davranışları elastik bölgede kalmasına yardımcı olmaktadır.

4.1. Düşük Sönümlü Doğal ve Sentetik Kauçuk İzolatörler

İzolatörlerin her iki ucunda iki kalın çelik levha bulunmaktadır. Kauçuk tek bir seferde belirli bir sıcaklık ve basınç altında çelik levhaya tutturulmuştur. Çelik levhaların yatay rijitliğe etkisi yoktur. Malzeme davranışları kaymada oldukça doğrusaldır. Düşük sönümlü bu kompozit elemanların avantajları; kolayca üretilebilmeleri, basit modellenebilmeleri ve mekaniksel davranışlarının çevre şartlarından az etkilenmeleridir. Tek dezavantajları ek sönümleyici elemanlara ihtiyaç duymalarıdır.

4.2. Kurşun Çekirdekli Kauçuk İzolatörler

Bu izolatörün orta boşluğunda kurşun çekirdek bulunmaktadır. Çekirdek kauçukta yüksek kayma deformasyonları oluşmasını engellemektedir. Bu izolatör çeşidi düşük sönümlü izolatörlere benzemektedir.

4.3. Yüksek Sönümlü Doğal Kauçuk İzolatörler

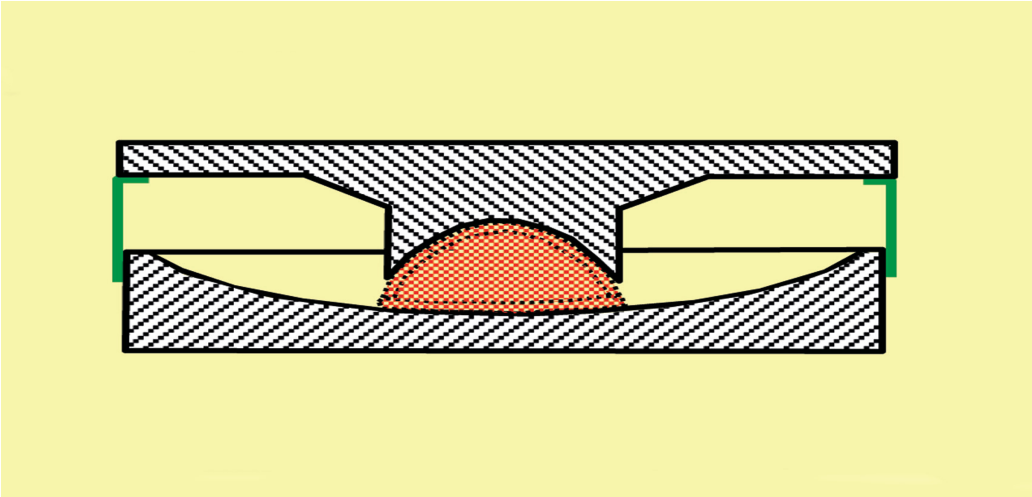
Yüksek sönümlü doğal kauçuk izolatörde sönüm, eklenen karbon blokları, reçineler veya yağlar ve diğer dolgu maddeleri ile artırılmıştır. Bu sönüm %100 kayma

deformasyonları altında %10-20 oranında artırılmıştır. İzolatörlerdeki sönüm ne viskoz ne de çevrimseldir.

Bu izolatörler, düşey titreşimleri filtre edilme özelliğine sahiptir. Yüksek sönümlü doğal kauçuk izolatör elemanlarının davranışı lineer viskoz ve elasto-plastik elemanların davranışının bir kombinasyonudur.

4.4. Kayma Tipi İzolatörler

Kayma tipi izolatörler sismik izolasyon için amaçlanan en eski ve en basit sistemlerdir. Bu sistemlerin geri getirici kuvvet mekanizmaları tarafından desteklenmeleri gerekir. Aksi takdirde kalıcı deformasyonlar kabul edilemez seviyelere ulaşabilir. Geri getirici kuvvet mekanizmasına en güzel örnek sürtünmeli sarkaç sistemindeki kayıcı mesnetlerdir. Bu sistemde küresel kayma yüzeyi kullanılmaktadır.



Şekil 4.1 : Maurer Söhne Kayma Tipi İzolatör Sürtünmeli Sarkaç Sistemin Kesiti

5. AKTİF KONTROL

Yapıya gelebilecek dinamik kuvvetler önceden tahmin etmek çok zordur. Bilgisayar, elektro-hidrolik sistemler ve sensör teknolojilerindeki ilerlemeler sonucunda artık, yapıya gelen dinamik kuvvetler ölçülerek önceden belirlenen bir algoritmaya göre kontrol bilgisayarında gerekli kontrol kuvvetleri hesaplanabilmekte ve bu kuvvetler yapıya yerleştirilen aktif kuvvet mekanizmaları ile uygulanabilmektedir.

Yapıda aktif kontrol, tendonlar vasıtası ile uygulanmaktadır. Bu tendonlar öngermeli ve elektrik vasıtasıyla çalışan hidrolik mekanizmalar ile kontrol edilmektedir.

Pasif TMD'ler yapının genelde birinci mod hareketini azaltacak şekilde ayarlanıyorlardı. Diğer modları da kontrol edebilmek aktif TMD'ler ile mümkün olabilmektedir. Bu prensibe dayanarak, ilk olarak Japonya'da Kyobashi Seiwa binasına yerleştirilen aktif kütleli (AMD) sistem tasarlanmıştır [14].

Aktif kütleli (AMD) sistemler, genellikle yapının en üstüne yerleştiren bir kütle ile bu kütleyi yapıya bağlayan yaylar ve sönümleyicilerden oluşmaktadır.

Aktif kontrol sistemleri, kontrol kuvvetini üreten aygıtlar (verenler) tarafından bilgisayar sistemi aracılığı ile verilen sinyallere uygun olarak kontrol sisteminin harekete geçirilmesi olarak açıklanabilir. Aktif yapı kontrolünde en yaygın kullanılan sistemler Aktif rijitlik değiştirebilen sistemler ve aktif kütle sönümleyicilerdir. Aktif rijitlik değiştirebilen sistemler (AVS) yüksek binalara uygulanabilmektedir. AVS her kata yerleştirilir. Böylece, yüksek yapının karmaşık salınımları bile kontrol edilebilmektedir. AVS ilk defa 1990'da Nishi-Chofu'da Rahmen denilen çelik çerçeve sistemi ile inşaa edilmiş olan bir yapıda uygulanmıştır [15].

Aktif Kütle Sönümleyici Sistemler ise şiddetli rüzgar ve depremlerin sebep olduğu titreşimlere karşı, bina içine yerleştirilen ilave kütleler ile titreşime karşı hareket ederek titreşimin etkisini azaltabilen bir kontrol sistemidir. Japonya'da Kajima inşaat şirketince geliştirilen bu sistem çok hassas ve güvenirliği yüksek bilgisayar sistemleri ile kontrol edildiğinden, depreme karşı korunmada etkin bir kontrol sistemidir [16].

6. YARI AKTİF KONTROL

Yarı aktif kontrol sistemleri aktif kontrol sistemlerine göre çok daha az dış enerjiye ihtiyaç duymaktadır. Yarı aktif kontrol sistemleri, pasif sistemlerden ve tamamen aktif sistemlerden daha iyi performans göstermektedir. Aktif sistemler deprem esnasında ana güç kaynakları devre dışı kalabilecekken yarı aktif kontrol sistemlerinde piller çalışmaya devam edecektir. Yarı aktif sönümleyiciler, piller vasıtası ile oluşturulabilen elektrik veya manyetik alanlar yardımı ile ER veya MR sıvıların mekanik özelliklerinin kontrolü prensibi ile çalışmaktadır.

MR Sıvısı (MagnetoRheological Fluid) manyetik kuvvet etkisi sonucu sıvı fazdan katı faza milisaniyeler içerisinde geçebilen ve manyetik kuvvetin kalkması durumunda ise tekrar sıvı faza geçebilen özel bir kimyasaldır.

Deprem esnasında deprem kuvvetinden ötürü oluşan hareket binayı ve içinde MR sıvısı olan pistonları hareket ettirir. Piston içindeki hareket manyetik alan oluşturur ve sıvı fazda olan madde katılaşır. Harekete karşı sönümleyici (enerji yutucu) olan MR sıvısı içeren pistonlar depremden dolayı oluşan kuvvete ters yönde direnç uygulayarak deprem yükünü azaltır ve binanın daha fazla deplasmana uğramasını engeller. Kuvvet kalktığında ise bir yana doğru salınmış olan binanın dengeye gelmesi için katı madde sıvı hale geçer. Bu çeşit sönümleyicilerin kullanılması sonucu binalarda ve köprülerde sismik aktivitelere karşı kontrollü bir şekilde tepki verilmiş olur.

7. DOĞRUSAL GERİ BESLEME SİSTEMLERİNİN DİZAYNI

Modern kontrol teorisinin en yaygın temel sonuçları arasında doğrusal kuadratik regülator (LQR) ve özdeğer atama yöntemi (EAR) sayılabilir.

Esnek yapılar için pratik kontrol sistemlerinin tasarımında her iki sistem uygulanmaktadır. Diğer teknikler bilgisayar uygulamalarından yoksundur. Son beş yıldır yeni teknikler görülmeye başlanmıştır. Bunlar karşımıza ileri teknoloji ürünü olarak çıkmaktadır. LQR ve EAR dizayn yaklaşımları için bu sebeplerden dolayı, birçok özel kazanç artışlarını temin eder. LQR ve EAR dizayn yaklaşımları genel olarak alınacak.

LQR yaklaşımında en önemli özellik kuadratik performans indeksinin minimizasyonudur.

Pontryagin'in minimum prensibi, doğrusal sistemler için en temel uygulamaları temsil eder. Genellikle dinamik sistemler için optimal kontrol sisteminin köşe taşı olarak görülmektedir. İntegral formdaki amaç fonksiyonu; sistem enerjisi ve kontrol enerjisinin belirli ağırlık matrisleri ile çarpılıp toplandıktan sonra belirli bir aralıkta integrasyonundan ibarettir. Bu ağırlık matrisi kontrol kanunları stabilitesinin sonsuz bir topluluk parametresi olarak görülür. Belirli özel kontrol kanun dizayn problemleri için analistler kısıtlama ve fizibilite yüklemek için ağırlık matrisini ayarlamak zorundadır. Lineer sistemin tam yanıtı kapalı çevrim özdeğer ile belirlenir. Diğer bir güzel yaklaşım ise, kapalı çevrim özdeğer ve özvektörlerine konan kısıtları sağlayan kontrol kanunlarını bulmaktır. Sistemin kararlılık ve performans mertebelerini, kapalı çevrim özdeğer ve özvektörlerinin basit fonksiyonları olarak belirlemek mümkündür.

Özdeğer atama metodu ile pratik dizayn araştırmalarında bazı sıkıntılar ve zorluklar meydana gelmektedir. Kontrol edilebilir sistemlerde görüleceği üzere; kapalı çevrim özdeğerleri tam olarak sonsuz bir bölge içinde bulunurken; kapalı çevrim özvektörleri belirli alt uzaylarda yer alabilir.

7.1. DOĞRUSAL OPTİMAL KONTROL

7.1.1. Optimallik İçin Gerekli Koşullar

Eğer bir dinamik sistem tamamen kontrol edilebiliyor ise, herhangi bir başlangıç durumundan istenen diğer konuma geçişe izin veren en az bir kontrol vardır. Eğer dinamik sistem kontrol edilebilir değil ise, optimal kontrol için araştırma yapmak, anlamlı değildir. Fakat yaklaşık optimal sistemler için araştırma yapılabilir.

Tamamen kontrol edilebilir ve gözlemlenebilir dinamik bir sistemin davranışı; birinci mertebe durum değişkeni formunda, aşağıda verilen doğrusal olmayan diferansiyel denklemler sistemi ile modellenir.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = F(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t),\ t) \qquad \textbf{(7.1)}$$

$\mathbf{x}(t) \in R^n$ durum vektörüdür, $\mathbf{u}(t) \in R^m$ kontrol vektörüdür, ve **F** ise durum vektörü, kontrol vektörü ve zamanın bir fonksiyonudur.

Optimal kontrol teorisinin amacı; sisteme ait diferansiyel denklemi sağlayan ve belirli bir performans indeksini minimum yapan optimal kontrol kanununu bulmaktır. En genel performans indeksi fonksiyonu belirlenerek minimize edilir.

$$J = h(\mathbf{x}(t_f),\ t_f) \ + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t),\ t)\ dt \qquad \textbf{(7.2)}$$

Burada h ve g verilen fonksiyonlardır, t_0 başlangıç zamanı ve t_f ise kontrol aralığının son noktasıdır. Düşünebiliriz ki başlangıç koşulu $x(t_0)$ ve başlangıç zamanı (t_0) belirlenir. Böylece optimal kontrol $u^*(t)$ bulunmaktadır ki verilen başlangıç koşullarında (7.1) dıferansiyel denklemi çözümleri kullanarak (t_f) final zamanı performans indeks denklemi (7.2) minimize edilir. Hamiltonian aşağıda verilmiştir [17].

$$H \equiv g(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t),\ t) \ + \underline{\boldsymbol{\lambda}}^{\mathrm{T}} \left[f(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t),\ t) \right] \qquad \textbf{(7.3)}$$

Burada, $\underline{\boldsymbol{\lambda}}(t) \in R^n$ Lagrange çarpan vektörüdür.

Optimal kontrol $u^*(t)$'nin elde edilmesi için gerekli koşullar

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial \underline{\lambda}}\left(\mathbf{x}^*(t),\ \mathbf{u}^*(t),\ \underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t),\ t\right) \tag{7.4}$$

$$\dot{\underline{\boldsymbol{\lambda}}}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial \underline{\lambda}}\left(\mathbf{x}^*(t),\ \mathbf{u}^*(t),\ \underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t),\ t\right) \tag{7.5}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \tag{7.6}$$

şeklinde verilmiştir.

Kontrol aralığının son noktasında $t = t_f$ anında sağlanması gereken koşul aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}&\left[\frac{\partial h}{\partial x}\left(\mathbf{x}^*(t_f), t_f\right) - \underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t_f)\right]^T \delta x_f \\ &+\left[H\left(\mathbf{x}^*(t_f), \mathbf{u}^*(t_f), \boldsymbol{\lambda}^*(t_f), t_f\right) + \frac{\partial h}{\partial t}\left(\mathbf{x}^*, tf\right)\right]\delta t_f = 0\end{aligned} \tag{7.7}$$

7.1.2. Doğrusal Regülatör Problemi

Regülatör problemi; sıfır denge konumu civarında bir sistemi kararlı hale getirecek kontrol girişini belirleme problemidir.

Sisteme ait 1. mertebe doğrusal diferansiyel denklem durum uzayı formunda aşağıda verilmiştir.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\,f(t) \tag{7.8}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \left[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\right]\mathbf{x} + \mathbf{H}\,f(t) \tag{7.9}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} \tag{7.9a}$$

Burada; $\mathbf{x}(t)$ durum vektörünü, $\mathbf{u}(t)$ kontrol vektörünü, **A** sistem matrisini, **G** optimal geri besleme kontrol kazancını ve **B** kontrol etki matrisini göstermektedir.

Optimal geri besleme kontrol kazancı $G(t)$ belirlendiğinde optimal kontrol

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t) \tag{7.10}$$

olarak elde edilir. Bu kontrolün aşağıda belirlenen kuadratik performans indeksini minimum yaptığını kabul edelim.

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{x}^{\mathbf{T}}(t_f)\,\mathbf{S}x(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\left[\mathbf{x}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{Q}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{R}(t)\,\mathbf{u}(t)\right]dt \tag{7.11}$$

S ve **Q** gerçek simetrik pozitif yarı belirli matrislerdir ve **R** bir gerçek simetrik pozitif belirli matristir. Şunu farz edebiliriz, durumlar ve kontroller sınırlı değildir. Final durum vektörü $\mathbf{x}(t_f)$'nin bütün elemanları serbesttir ve final zaman t_f ise sabittir.

Doğrusal regülatör problemi için gerekli şartlar aşağıda tarif edilen Hamiltonian'dan yararlanarak elde edinilir.

$$H = \frac{1}{2}\left\{\mathbf{x}^{\mathbf{T}}(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^{\mathbf{T}}(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t)\right\} + \underline{\boldsymbol{\lambda}}^{\mathbf{T}}(t)\left\{\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)\right\} \tag{7.12}$$

Verilen Hamiltonian kullanılarak optimalliğin gerekli şartları

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial \underline{\boldsymbol{\lambda}}} = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}^*(t) \tag{7.13}$$

$$\dot{\underline{\boldsymbol{\lambda}}}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{Q}(t)\,\mathbf{x}^*(t) - \mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) \tag{7.14}$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{R}(t)\,\mathbf{u}^*(t) + \mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) \tag{7.15}$$

olarak elde edilir. Final zamanı sabit olduğu için $\delta t_f = 0$ olur ve bu durum (7.7) denkleminde uygulanırsa

$$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t_f) = \frac{\partial h}{\partial x}\left(\mathbf{x}^*(t_f),\, t_f\right) = \mathbf{S}\mathbf{x}^*(t_f) \tag{7.16}$$

elde edilir.

(7.15) denklemi çözülürse;

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) \tag{7.17}$$

elde edilir. Burada

$$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) = \mathbf{P}(t)\,\mathbf{x}^*(t) \tag{7.18}$$

kabulü yapılır ve bir kere türetme işlemi yapılır

$$\dot{\underline{\boldsymbol{\lambda}}}^*(t) = \dot{\mathbf{P}}(t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{P}(t)\,\dot{\mathbf{x}}^*(t) \tag{7.19}$$

elde edilir. Bu ifadelerdeki P matrisi zamana bağımlı ve belirlenmesi gereken bir matristir.

$\boldsymbol{\lambda}^*(t)$ ve $\dot{\boldsymbol{\lambda}}^*(t)$ilgili denklemlerde yerine yazıldığında,

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t)\,\mathbf{A}(t) + \mathbf{P}(t)\,\mathbf{B}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t) - \mathbf{Q}(t) \tag{7.20}$$

elde edilir. Bu denklem doğrusal olmayan Riccati matris diferansiyel denklemidir ve sınır şartı aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{P}(t_f) = \mathbf{S} \tag{7.21}$$

Denkleminin çözümü olan $\mathbf{P}(t)$ matrisi nxn boyutlu simetrik, pozitif yarı belirli bir matristir. $\mathbf{P}(t)$ bir nxn boyutlu matrisi edinmek için cebirsel (7.20) denkleminde skaler unsurları belirlemek için n^2 birinci derece diferansiyel denkleminde bir çift sistem üretilir. (7.20) denkleminin transpozesi tam olarak (7.20) denklemini verdiği için $\mathbf{P}(t)$ simetriktir, n^2 değildir fakat $\frac{n\times(n+1)}{2}$ birinci derece diferansiyel denklemleri çözülmelidir. (7.20) Riccati denklemi bir doğrusal olamayan matris diferansiyel denklemdir ki, belirli sistem ve ağırlık matrisi belirlemek için hesaplama güçlüklerin bir kaynağıdır. (t_f) final zamanın yanında özellikle sünek ve çeşitli davranıştan dolayı integre etmek zor olduğu için ve bu denklem herkes tarafından bilinir.

(7.18) denklemini (7.17) denkleminde yerine yerleştirerek, optimal geri besleme kontrolünü belirleriz.

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t)\mathbf{x}(t) \qquad \textbf{(7.22)}$$

$$\equiv -\mathbf{G}(t)\,\mathbf{x}(t) \qquad \textbf{(7.22a)}$$

$$\mathbf{K} = -\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t) \qquad \textbf{(7.22b)}$$

Matrisler sabit olmalarına rağmen sonlu zaman aralığında kontrol problemi için optimal geri besleme kazanç matrisi zamana bağlıdır. Ayrıca durum değişkenlerin tümünün ölçülen (ya da tahmin edilen) değerlerinin optimal kontrol algoritmasını uygulamak mevcut olması gerekir. Bu kanun tam durum geri besleme olarak bilinir.

7.2. Doğrusal Regülatör Probleminin En Önemli Özellikleri

(1) Sistem tamamen kontrol edilebilir.

(2) Sistem dinamikleri zamandan bağımsızdır. Yani **A**, **B**, **Q** ve **R** sabit matrislerdir.

(3) Son durum hata ağırlık matrisi sıfırdır, $\mathbf{S} = 0$ denklem (7.11)de

(4) t_f sonsuzdur.

Bu şartlar altındaki optimal kontrol problemi şu şekilde ifade edilebilir. Öyle kontrol kanunu bulalım ki; bu kontrol kanunu (7.23) denklemi ile verilen performans indeksini minimum yapsın ve aynı zamanda (7.24) denklemi ile verilen kısıtları sağlasın.

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty}\left[\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}\mathbf{u}\right]dt \qquad \textbf{(7.23)}$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}(t), \qquad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \qquad \textbf{(7.24)}$$

Bu şartlar altında elde edilen optimal kontrol kanunu aşağıda verilmiştir. Burada geri besleme kazanç matrisi **G** sabittir [17].

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{G}\,\mathbf{x}(t) \text{ ve } \mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} \qquad \textbf{(7.25)}$$

Sabit **P** matrisi için doğrusal olmayan Riccati diferansiyel denklemi aşağıda verilen cebirsel Riccati denklemine dönüşür.

$$\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \qquad \textbf{(7.26)}$$

Cebirsel Riccati denklemindeki **Q** matrisini (7.23) denkleminde yerine konulur ise minimum performans

$$J^* = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \left[\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}\mathbf{u}\right] dt$$

$$= \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \left[\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\left(-\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\right)\mathbf{x} + \mathbf{u}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}\mathbf{u}\right] dt \qquad \textbf{(7.27)}$$

şeklinde elde edilir.

(7.24) ve (7.25) denklemleri kullanarak yukarıdaki denklemi yeniden yazalım.

$$J^* = -\frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \left\{ \left[\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}\right]^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\left[\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}\right] \right\} dt \qquad \textbf{(7.28)}$$

$$= -\frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \left\{ \dot{\mathbf{x}}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\dot{\mathbf{x}} \right\} dt = -\frac{1}{2}\int_{t_o}^{\infty} \frac{d}{dt}\left[\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{x}\right] dt \qquad \textbf{(7.28a)}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{ \mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{x}\Big|_{t=t_0} - \mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{x}\Big|_{t=\infty} \right\} \qquad \textbf{(7.28b)}$$

Aşağıda verilen şartlar altında kabul edilebilir kararlı kontrol durumunda performans indeksinin minimum değeri

$$x(t) \to 0 \qquad t \to \infty \qquad \textbf{(7.29)}$$

$$J^* = \frac{1}{2}\mathbf{x_0}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{x_0} \qquad \textbf{(7.30)}$$

olarak elde edilir.

7.2.1. Örnek

Bazı temel özellikleri görmek için bir ölçülebilir dinamik sistemin en basit durumu düşünelim.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\mathbf{u}(t),\ x(0) = x_0 \tag{7.31}$$

Geri besleme kontrol u minimize edelim.

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \left[\mathbf{q}\mathbf{x}^2 + \mathbf{r}\mathbf{u}^2\right] dt \tag{7.32}$$

q ve r pozitiftir.

(7.26) denkleminin de ARE' den P için skaler cebirsel ikinci derece denklem belirlenir.

$$b^2P^2 - 2arP - qr = 0 \tag{7.33}$$

Iki kökün analitik çözümünü bulmak için denklemi basit bir şekilde tanımlayabiliriz.

$$P = \frac{ar \pm \sqrt{(ar)^2 + qrb^2}}{b^2} \tag{7.34}$$

Stabilite için P pozitif belirli olmalıdır, bu durumda bir pozitif ölçü çözümü edinmek için P pozitif işaretli olan değerini seçeriz.

$$P = \frac{ar + \sqrt{(ar)^2 + qrb^2}}{b^2} \tag{7.35}$$

Ve (7.25) denkleminden optimal kazanç G belirlenir.

$$G = \frac{b}{r}P = \frac{1}{b}\left(a + \sqrt{a^2 + \frac{q}{r}b^2}\right) \tag{7.36}$$

(7.30) denkleminden bu problem için minimum performans indeksi değeri belirlenir.

$$J^* = Px_0{}^2 = \frac{ar + \sqrt{(ar)^2 + qrb^2}}{b^2}x_0{}^2 \tag{7.37}$$

G kontrol performans ağırlıklar durumun (q/r) oranına bağlıdır. Genellikle çok boyutlu genelleme için q ya da r matrisler, bir serbest parametre ile optimal kazancı değiştirmeyerek ölçülebilir.

7.2.2. Örnek: Doğrusal izleme problemi

Bu problemde; sistemin verilen bir r(t) yörüngesini izlemesini sağlayacak kontrol kanunu aranmaktadır.

Durum denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}(t) \tag{7.38}$$

Amaca yönelik anlamlı performans indeksi

$$J = \frac{1}{2}\left[\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{r}(t_f)\right]^{\mathrm{T}} \mathbf{S}\left[\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{r}(t_f)\right]$$

$$+ \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[\mathbf{x}(t) - \mathbf{r}(t)\right]^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}(t)\left[\mathbf{x}(t) - \mathbf{r}(t)\right] + \mathbf{u}^{\mathrm{T}}(t)\,\mathbf{R}(t)\,\mathbf{u}(t)\right\} dt \tag{7.39}$$

şeklinde yazılabilir.

S ve **Q** gerçek simetrik pozitif yarı belirli matrislerdir ve **R** bir gerçek simetrik pozitif belirli matristir; final zaman t_f serbest ve final durumu $\mathbf{x}(t_f)$ sabittir.

Hamiltonian aşağıda verilmiştir.

$$H = \frac{1}{2}\left[\mathbf{x}(t) - \mathbf{r}(t)\right]^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}(t)\left[\mathbf{x}(t) - \mathbf{r}(t)\right] + \frac{1}{2}\mathbf{u}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{R}(t)\,\mathbf{u}(t)$$

$$+ \underline{\boldsymbol{\lambda}}^{\mathrm{T}}(t)\left\{\mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}(t)\right\} \tag{7.40}$$

Optimallik için gerekli koşullar; (7.6) ve (7.4) denklemleri kullanılarak belirlenir.

$$\dot{\mathbf{x}}^{*}(t) = \frac{\partial H}{\partial \underline{\boldsymbol{\lambda}}} = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}^{*}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}^{*}(t) \tag{7.41}$$

$$\dot{\underline{\boldsymbol{\lambda}}}^{*}(t) = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{Q}(t)\,\mathbf{x}^{*}(t) - \mathbf{A}^{\mathrm{T}}(t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{*}(t) + \mathbf{Q}(t)\,\mathbf{r}(t) \tag{7.42}$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{R}(t)\,\mathbf{u}^*(t) + \mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) \tag{7.43}$$

$\delta t_f = 0$ koşulundan

$$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t_f) = \mathbf{S}\mathbf{x}^*(t_f) - \mathbf{S}\mathbf{r}(t_f) \tag{7.44}$$

elde edilir.

(7.43) denkleminden optimal kontrol aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) \tag{7.45}$$

(7.45) denklemi (7.41) denkleminde yerine yazılır ise durum ve eş-durum denklemleri

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^*(t) \\ \dot{\underline{\boldsymbol{\lambda}}}^*(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) & -\mathbf{B}(t)\,\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t) \\ -\mathbf{Q}(t) & -\mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^*(t) \\ \underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{Q}(t)\mathbf{r}(t) \end{Bmatrix} \tag{7.46}$$

olarak elde edilir.

(7.46) denkleminin genel çözümü aşağıda verilmiştir.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{x}^*(t_f) \\ \underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t_f) \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}(t_f, t) \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^*(t) \\ \underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) \end{Bmatrix} + \int_t^{t_f} \boldsymbol{\Phi}(t_f, \tau) \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{Q}(\tau)\,\mathbf{r}(\tau) \end{Bmatrix} d\tau \tag{7.47}$$

Burada; $\boldsymbol{\Phi}$, (7.46) sistemin geçiş matrisidir ve $n \times n$ boyutlu $\boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{ij}}$ alt matrislerine bölünebilir.

$$\boldsymbol{\Phi}(t_f, t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{11}}(t_f, t) & \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{12}}(t_f, t) \\ \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{21}}(t_f, t) & \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{22}}(t_f, t) \end{bmatrix} \tag{7.48}$$

$\boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{ij}}$; nxn boyutlu matrislerdir.

Ardından (7.47) denklemi denklem çifti olarak yeniden yazılabilir:

$$\mathbf{x}^*(t_f) = \mathbf{\Phi_{11}}(t_f, t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{\Phi_{12}}(t_f, t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) + f_1(t) \qquad \textbf{(7.49)}$$

$$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t_f) = \mathbf{\Phi_{21}}(t_f, t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{\Phi_{22}}(t_f, t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) + f_2(t) \qquad \textbf{(7.50)}$$

Burada

$$f_1(t) = \int_t^{t_f} \mathbf{\Phi_{12}}(t_f, \tau)\ \mathbf{Q}(\tau)\,\mathbf{r}(\tau)\,d\tau\,, \quad f_2(t) = \int_t^{t_f} \mathbf{\Phi_{22}}(t_f, \tau)\ \mathbf{Q}(\tau)\,\mathbf{r}(\tau)\,d\tau \qquad \textbf{(7.51)}$$

(7.49) ve (7.50) denklemlerini (7.44) denkleminde yerine koyarak aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$\mathbf{S}\left[\mathbf{\Phi_{11}}(t_f, t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{\Phi_{12}}(t_f, t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) + f_1(t)\right] - \mathbf{S}\mathbf{r}(t_f)$$

$$= \mathbf{\Phi_{21}}(t_f, t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{\Phi_{22}}(t_f, t)\,\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t) + f_2(t) \qquad \textbf{(7.52)}$$

Yukarıda verilen sistem $\mathbf{x}^*(t)$ için çözülürse, ani optimal eş-durum vektörü $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^*(t)$ ve ani optimal durum vektör $\mathbf{x}^*(t)$ arasındaki doğrusal ilişki aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^* = \left[\mathbf{\Phi_{22}}(t_f, t) - \mathbf{S}\ \mathbf{\Phi_{12}}(t_f, t)\right]^{-1} - \left[\mathbf{S}\ \mathbf{\Phi_{11}}(t_f, t) - \mathbf{\Phi_{21}}(t_f, t)\right]\mathbf{x}^*(t)$$

$$+ \left[\mathbf{\Phi_{22}}(t_f, t) - \mathbf{S}\ \mathbf{\Phi_{12}}(t_f, t)\right]^{-1}\left\{\mathbf{S}\left[f_1(t) - \mathbf{r}(t_f)\right] - f_2(t)\right\} \qquad \textbf{(7.53)}$$

$$\equiv \mathbf{P}(t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{s}(t) \qquad \textbf{(7.53a)}$$

Burada

$$\mathbf{P}(t) = \left[\mathbf{\Phi_{22}}(t_f, t) - \mathbf{S}\mathbf{\Phi_{12}}(t_f, t)\right]^{-1} - \left[\mathbf{S}\mathbf{\Phi_{11}}(t_f, t) - \mathbf{\Phi_{21}}(t_f, t)\right] \qquad \textbf{(7.54)}$$

$$\mathbf{s}(t) = \left[\mathbf{\Phi_{22}}(t_f, t) - \mathbf{S}\ \mathbf{\Phi_{12}}(t_f, t)\right]^{-1}\left\{\mathbf{S}\left[f_1(t) - \mathbf{r}(t_f)\right] - f_2(t)\right\} \qquad \textbf{(7.54a)}$$

ve göstermek mümkündür ki $\left[\mathbf{\Phi_{22}}(t_f, t) - \mathbf{S}\ \mathbf{\Phi_{12}}(t_f, t)\right]$ matrisi genellikle tekil değildir.

(7.53) denklemini (7.45) denkleminde yerine yazılır ise optimal izleme kontrol kanunu

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t)\,\mathbf{x}^*(t) - \mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{s}(t) \qquad \textbf{(7.55)}$$

$$\equiv -\mathbf{G}(t)\,\mathbf{x}^*(t) - \mathbf{v}(t) \qquad \textbf{(7.55a)}$$

olarak elde edilir. Burada dikkat etmek gerekir ki;

$\mathbf{G}(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t)$ optimal geri besleme kazanç matrisidir ve $\mathbf{v}(t) = \mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{s}(t)$ ise sistem parametreleri ve referans işareti **r**(t)'ye bağlı olan komut sinyalidir. Açıktır ki; **r**(t)=**s**(t)=**v**(t)=0 olarak alınır ise standart LQR problemi elde edilir.

Geçiş matrisini kullanmadan alternatif bir çözüm elde etmek için (7.53) denkleminin zamana göre türevi alınır ise

$$\dot{\underline{\lambda}}^*(t) = \dot{\mathbf{P}}(t)\,\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{P}(t)\,\dot{\mathbf{x}}^*(t) + \dot{\mathbf{s}}(t) \qquad \textbf{(7.56)}$$

(7.49) denklemini (7.56) denkleminde yerine koyup ve (7.53) denklemi $\boldsymbol{\lambda}^*(t)$'yi yok etmek için kullanıldığında;

$$\left[\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{Q}(t) + \mathbf{P}(t)\,\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t)\,\mathbf{B}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t)\right]\mathbf{x}^*(t)$$

$$+\left[\dot{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{s}(t) - \mathbf{P}(t)\,\mathbf{B}(t)\,\dot{\mathbf{R}}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{s}(t) - \mathbf{Q}(t)\,\mathbf{r}(t)\right] = 0 \qquad \textbf{(7.57)}$$

denklemleri elde edilir.

Bu denklemler tüm $\mathbf{x}^*(t)$ için sağlanması gerektiğinden, **P**(t) ve **s**(t) diferansiyel denklemleri sağlamalıdır.

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{P}(t)\,\mathbf{A}(t) - \mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t) - \dot{\mathbf{Q}}(t) + \mathbf{P}(t)\,\mathbf{B}(t)\,\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t) \qquad \textbf{(7.58)}$$

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = -\left[\mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t) - \mathbf{P}(t)\,\mathbf{B}(t)\,\mathbf{R}^{-1}(t)\,\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\right]\mathbf{s}(t) + \mathbf{Q}(t)\mathbf{r}(t) \qquad \textbf{(7.59)}$$

(7.44) ve (7.53) denklemlerinden sınır şartları aşağıdaki formda elde edilir.

$$\dot{\mathbf{P}}(t_f) = \mathbf{S} \tag{7.60}$$

$$\mathbf{s}(t_f) = -\mathbf{S}\mathbf{r}(t_f) \tag{7.61}$$

8. RİCCATİ DENKLEMİNİ ÇÖZÜMLEMEK İÇİN SAYISAL ALGORİTMALAR

(7.20) denklemi doğrusal olmayan Riccati matris diferansiyel denklemidir. (7.20) denkleminin geri integrasyonu ile (7.21) denkleminin final şartıyla çözüm elde edilir.

8.1. Doğrusal Geri Besleme Sistemlerinin Dizaynı

Riccati diferansiyel denklemin tatmin edici biçimde hatasız çözümünde, matrisin tersini almada sayısal güçlükler ile karşılaşılır ve sistemin derecesine bağlı olarak, artan zorluklar karşımıza çıkar.

8.1.1. Metot I

(7.57) doğrusal olmayan denklemi çözmekten kaçınmak için doğrusal olamayan bir matris dönüşümü yapılır.

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{F}(t)\,\mathbf{E}^{-1}(t) \tag{8.1}$$

Zaman bağlı **E** ve **F** matrislerinin aşağıdaki denklemleri sağladığı gösterilebilir [18].

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{E}}(t) \\ \dot{\mathbf{F}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) & -\mathbf{B}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t) \\ -\mathbf{Q}(t) & -\mathbf{A}^{\mathbf{T}}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{E}(t) \\ \mathbf{F}(t) \end{Bmatrix} \tag{8.2}$$

Sınır koşulları

$$\mathbf{E}(t_f) = I\,, \quad \mathbf{F}(t_f) = S \tag{8.3}$$

Bu denklem verilen sınır koşulları altında sondan başa doğru çözülür ise **E** ve **F** bulunduktan sonra (8.1) denklemi ile **P** hesaplanır.

8.1.2. Metot II

Bu algoritma da doğrusal olmayan değişken değişimi kullanarak sayısal integrasyondan kaçınmak olarak kabul edilebilir [19].

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_{ss} + \mathbf{Z}^{-1}(t), \qquad \mathbf{P}(t_f) = \mathbf{S} \tag{8.4}$$

(7.26) cebirsel Riccati denklem için çözüm $\mathbf{P}_{ss}$'dir, Potter metodunu kullanarak hesaplanmaktadır.

Kararlı hal çözümünün birinci derece zorluklar **P**'nin birinci değişken varyasyonu alındığında bu çözüm özellikle daha fazla kolaylık sağlar, çünkü birinci derece tahminler ya da sayısal hatalar yapılır $\mathbf{Z}^{-1}$ için **P**'nin çözümünde yalnızca ikinci derece zorlukla karşılaşılır.

A ve **B** sabit durum matrisler için basit matris yöntemleri izlenerek doğrusal sabit katsayı matris diferansiyel denklemi elde ederiz ve **Z**(t) için final sınır şartı birleştirilir:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \overline{\mathbf{A}}\,\mathbf{Z}(t) + \mathbf{Z}\,\overline{\mathbf{A}}^{\mathbf{T}} - \mathbf{E},\ \mathbf{Z}(t_f) = (\mathbf{S} - \mathbf{P}_{ss})^{-1} \tag{8.5}$$

Burada

$$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{E}\,\mathbf{P}_{ss},\ \mathbf{E} = \mathbf{B}\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}} \tag{8.6}$$

(8.5) denklemi diferansiyel Lyapunov denklemi olarak bilinir ve bu denklemi çözmek için çeşitli algoritmalar mevcuttur [20].

8.2. Algoritma Diferansiyel Riccati Denklemi İçin Çözüm

(1) $\mathbf{P}_{ss}$ için cebirsel matris Riccati denkleminin çözümü hesaplanır.

(2) Kapalı çevrim sistem için öz değer problemi çözülür.

$$\overline{\mathbf{A}}(= \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}_{ss}) \tag{8.6a}$$

$$\overline{\mathbf{A}}\mathbf{R} = \mathbf{R}\Lambda,\ \overline{\mathbf{A}}^{\mathbf{T}}\mathbf{L} = \mathbf{L}\Lambda \tag{8.6b}$$

(3) Normalize edilmiş denklem $\mathbf{L}^{\mathbf{T}}\mathbf{R} = \mathbf{I}$

$$\boldsymbol{\rho}_{ij} = \boldsymbol{\Lambda}_i + \boldsymbol{\Lambda}_j,\ \sum = \mathbf{L}^T\left(\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\right)\mathbf{L},\ \mathbf{M} = \mathbf{L}^T\left(\mathbf{S} - \mathbf{P}_{ss}\right)^{-1}\mathbf{L} \qquad \textbf{(8.7)}$$

hesaplanır.

(4) Her bir zaman t için **T**(t) hesaplanır. (**T**(t) içindeki simetriden yararlanarak.)

$$\left[\mathbf{T}(t)\right]_{ij} = \left[\mathbf{F}_1\right]_{ij} e^{-\rho_{ij}\left(t_f - t\right)} + \left[\mathbf{F}_2\right]_{ij} \qquad \textbf{(8.8)}$$

Burada

$$\left[\mathbf{F}_1\right]_{ij} = \left[\mathbf{M}_{ij}\right] - \frac{\sum_{ij}}{\boldsymbol{\rho}_{ij}} \text{ ve } \left[\mathbf{F}_2\right]_{ij} = \frac{\sum_{ij}}{\boldsymbol{\rho}_{ij}} \qquad \textbf{(8.8a)}$$

(5) **P**(t) hesaplanır.

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_{ss} + \left[\mathbf{R}\,\mathbf{T}(t)\mathbf{R}^T\right]^{-1} \qquad \textbf{(8.9)}$$

$\left[\mathbf{R}\,\mathbf{T}(t)\mathbf{R}^T\right]^{-1}$ yapısından yararlanır ve gözlemlenir; bu yapı gerçektir ve bir gerçek simetrik matrisi vermektedir.

Bu algoritma integre edilemediğinden; bunun yerine cebirsel Riccati denklemi ve özdeğer problemi çözülmelidir [21].

8.3. ARE İçin Çözüm (Potter Metodu)

(7.26) ile verilen ikinci dereceden cebrik Riccati denklemi aşağıda kısaca özetlenen Potter metodu ile çözülebilir.

8.3.1. Algoritma Potter metodu

(1) (2nx2n) boyutlu Hamiltonian matrisi kurulur.

$$\mathrm{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \\ -\varphi & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \qquad \textbf{(8.10)}$$

(2) Özdeğer problemi Hamiltonian matrisle ilişkilendirilerek çözülür.

$$H\{\underline{\varphi}_j\} = \lambda_j \varphi_j \quad j=1,2,\ldots,2n \tag{8.11}$$

$\underline{\varphi}_j$ $(2n \times 1)$ boyutlu özvektördür. Özvektörü normalize etmek için yeterli değildir.

(3) Öz vektörler yeniden düzenlenir ve parçalara ayrılarak hesaplanır.

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_{11} & \mathbf{\Phi}_{12} \\ \mathbf{\Phi}_{21} & \mathbf{\Phi}_{22} \end{bmatrix} \tag{8.12}$$

(nxn) boyutlu matris $\mathbf{\Phi}_{12}, \mathbf{\Phi}_{22}$ özvektör matrisin n özdeğerler ile negatif gerçek kısmı ilişkili olan parçalarıdır.

(4) Takip eden denklemi çözerek kararlı hal çözümü $\mathbf{P}_{ss}$ elde edilir.

$$\mathbf{P}_{ss} = \mathbf{\Phi}_{22}\mathbf{\Phi}_{12}^{-1} \tag{8.13}$$

9. GENELLEŞTİRİLMİŞ DOĞRUSAL KUADRATİK REGÜLATÖR FORMÜLLERİ

Bu bölümde yakın zamanda geliştirilmiş 3 adet genelleştirilmiş doğrusal kuadratik regülatör formülasyonu verilecektir. Kuadratik performans indeksinde ki değişiklikler; durum ve kontrol vektörleri arasındaki çapraz çarpım ağırlık matrislerinden ibarettir.

9.1. Genelleştirilmiş LQR 1

Kuadratik performans indeksi aşağıdaki formda belirlenir.

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\left(t_f\right)\mathbf{S}_{\mathbf{x}}\left(t_f\right) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\begin{Bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \mathbf{u}(t)\end{Bmatrix}^{\mathbf{T}}\begin{bmatrix}\mathbf{Q}(t) & \mathbf{N}(t)\\ \mathbf{N}^{\mathbf{T}}(t) & \mathbf{R}(t)\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \mathbf{u}(t)\end{Bmatrix} \qquad \textbf{(9.1)}$$

Hamiltonian (7.3) denklemi ile tanımlanır ve daha önceden verilen optimalik için gerekli koşullar uygulanarak, optimal kontrol $\mathbf{u}^{*}(t)$ aşağıdaki formla bulunur.

$$\mathbf{u}^{*}(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t)\left\{\mathbf{N}^{\mathbf{T}}(t) + \mathbf{B}^{\mathbf{T}}(t)\,\mathbf{P}(t)\right\}\mathbf{x}(t) \qquad \textbf{(9.2)}$$

Bu ifadedeki **P** matrisi aşağıdaki matris diferansiyel denklemin çözümünden elde edilir.

$$\dot{\mathbf{P}} = -\left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}^{\mathbf{T}}\right)^{\mathbf{T}}\mathbf{P} - \mathbf{P}\left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}^{\mathbf{T}}\right) + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} - \left(\mathbf{Q} - \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}^{\mathbf{T}}\right) \qquad \textbf{(9.3)}$$

$$\mathbf{P}\left(t_f\right) = \mathbf{S} \qquad \textbf{(9.3a)}$$

9.2. Genelleştirilmiş LQR 2

Performans indeksi;

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{Bmatrix}^{\mathbf{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} + \mathbf{N}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}\mathbf{N} & \mathbf{N}^{\mathbf{T}}\mathbf{R} \\ \mathbf{R}\mathbf{N} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{Bmatrix} \tag{9.4}$$

formunda seçildiğinde karşı gelen Riccati denklemi ve kazanç matrisi

$$\mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{N}) + (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{N})^{\mathbf{T}}\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \tag{9.5}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{N} \tag{9.6}$$

olarak elde edilir [23].

9.3. Genelleştirilmiş LQR 3

Performans indeksi;

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{Bmatrix}^{\mathbf{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{N}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}\mathbf{N} & \mathbf{N}^{\mathbf{T}}\mathbf{R} \\ \mathbf{R}\mathbf{N} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{Bmatrix} \tag{9.7}$$

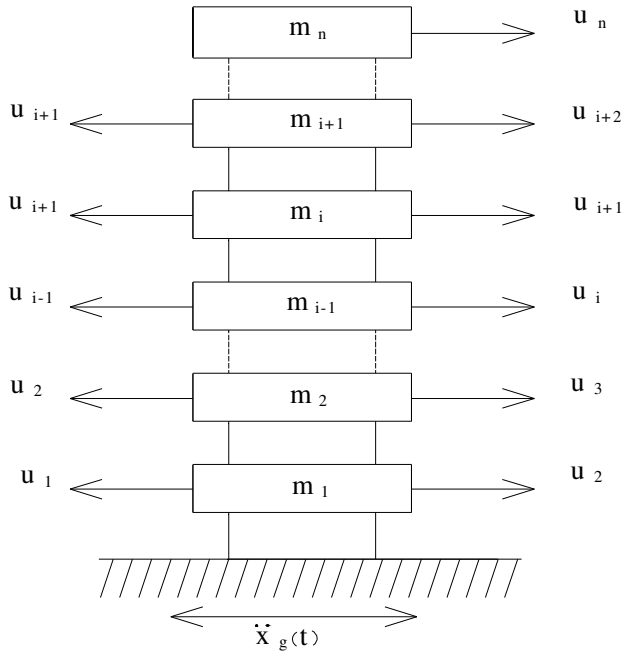
formunda seçildiğinde ise **P** matrisi

$$\mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{N}) + (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{N})^{\mathbf{T}}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \tag{9.8}$$

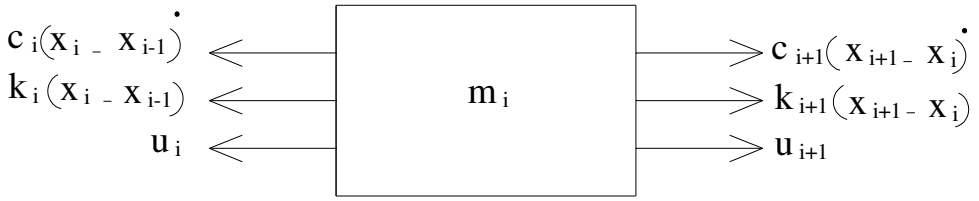
formundaki doğrusal cebrik Lyapunov denklemini sağlar [23].

10. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER

Konumu birden fazla parametrenin verilmesi ile belirli olan sistemlere çok serbestlik dereceli sistemler denir. Yatay deprem hareket ivmeleri $\ddot{x}_g(t)$ ve kontrol U(t) için n serbestlik dereceli toplu kütleli kütle-yay-sönümden oluşturulmuş bir lineer bina yapısı modellenmiştir. İdealleştirilmiş modelde toplu kütleli sistemde yapının kütlesinin katlar hizasında toplandığı farz edilir. Binanın kolonları kütlesiz olduğu ve lineer elastik yay ve lineer sönüm paralel olduğu kabul edilir. Kontrol kuvvetleri Şekil 10.1'de gösterilmiştir. Her i. katın serbest cisim diyagramı Şekil 10.2'te gösterilmiştir.



Şekil 10. 1: İdealize Edilmiş Yapı Modeli ve Kontrol Kuvvetleri



Şekil 10. 2: i. Katın Serbest Cisim Diyagramı

i katına ait hareket denklemini yazalım.

$$m_i\ddot{x}_i - c_i\dot{x}_{i-1} + (c_i + c_{i+1})\dot{x}_i - c_{i+1}\dot{x}_{i+1} - k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1})x_i$$

$$- k_{i+1}x_{i+1} = -m_i\ddot{x}_g(t) + u_{i+1} - u_i \qquad \textbf{(10.1)}$$

m_i, k_i, c_i, u_i, $(i = 1,...,n)$ i katına ait sırasıyla kütle, lineer elastik rijitlik katsayısı, lineer sönüm katsayısı ve kontrol kuvvetidir. x_i kat hizasındaki yanal yerdeğiştirme, $\dot{x}_i$ hız ve $\ddot{x}_i$ katların yere göre ivmeleridir. Hareket denklemini i = 1,…,n'e kadar yazarsak (10.2) denklemlerini elde ederiz.

$$m_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = m_1\ddot{x}_g(t) + u_2 - u_1,$$

$$m_2\ddot{x}_2 + (c_2 + c_3)\dot{x}_2 - c_3\dot{x}_3 - k_2x_1 - c_2\dot{x}_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3 = m_2\ddot{x}_g(t) + u_3 - u_2$$

$$\vdots$$

$$m_n\ddot{x}_n - c_n\dot{x}_{n-1} + c_n\dot{x}_n - k_nx_{n-1} + k_nx_n = -m_n\ddot{x}_g(t) - u_n \qquad \textbf{(10.2)}$$

Verilen (10.2) denklemler sistemini matris-vektör formunda aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}}_\mathbf{g}(t) + \mathbf{L}\mathbf{U}(t) \qquad \textbf{(10.3)}$$

$\mathbf{X}(t) = [x_1, x_2, ..., x_n]^\mathbf{T}$ yanal yerdeğiştirme (n) boyutlu yanıt vektörüdür (**T** vektör ve matrisin transpozesini gösterir); **M**, **C** ve **K** sırasıyla, $(n \times n)$ boyutlu pozitif belirli kütle matrisi, yapının sönüm ve rijitlik matrisleridir; ilişkili olarak $\mathbf{m} = -[m_1, m_2, ..., m_n]^\mathbf{T}$; **L** $(n \times n)$ boyutlu n kontrolörlerin durum matrisidir; $\mathbf{U}(t)$ n

boyutlu aktif kontrol vektörüdür. **M**, **K**, **C** ve **L** matrislerin oluşumu aşağıda gösterilmektedir.

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} m_1 & & & & 0 \\ & m_2 & & & \\ & & m_3 & & \\ & & & \cdot & \\ 0 & & & & m_n \end{bmatrix};\ \mathbf{K}=\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & & & \\ -k_2 & k_2+k_3 & k_3 & & 0 \\ & -k_3 & \cdot & \cdot & -k_{n-1} \\ & 0 & & -k_{n-1} & k_{n-1}+k_n & -k_n \\ & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.4)}$$

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & & & \\ -c_2 & c_2+c_3 & c_3 & & 0 \\ & -c_3 & \cdot & \cdot & -c_{n-1} \\ & 0 & & -c_{n-1} & c_{n-1}+c_n & -c_n \\ & & & & -c_n & c_n \end{bmatrix};\ \mathbf{L}=\begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & 0 \\ & & \cdot & \cdot & \\ & & & \cdot & \cdot \\ & 0 & & & -1 & 1 \\ & & & & & -1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.5)}$$

Optimal kontrol ifadesini formüle edebilmek için (10.3) denklemi durum-uzayı formunda aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\dot{\mathbf{Z}}=\mathbf{A}\mathbf{Z}+\mathbf{B}\mathbf{U}+\mathbf{H}\ddot{x}_g(t),\ \ \mathbf{Z}(0)=0\ ,\ \mathbf{Z}=\begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \\ \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(10.6)}$$

$$\mathbf{Z}(t)=\begin{bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{bmatrix},\ \mathbf{A}_{\mathbf{ss}}=\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{L} \end{bmatrix},\ H=\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{m} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.7)}$$

11. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Kontrol problemlerinde homojen olmayan 1. mertebe diferansiyel denklemler çözmek gerekir. Tipik bir denklem aşağıda verilmiştir.

$$\dot{\varphi}(t) = \mathbf{E}\varphi(t) + \mathbf{I}(t),\ \varphi(0) = \varphi_0 \qquad \textbf{(11.1)}$$

11.1. Taylor Serisi Yöntemi İle Çözüm

Yukarıda verilen denklemin çözümünde Taylor serisi yöntemi kullanılır.

Riccati matris **P**(t)'nin sabit olduğunda, **E** matrisinin de sabit matris olduğunu görülür. (11.1) denkleminin çözümü homojen ve özel çözüm aşağıda verilmiştir [24].

$$\dot{\varphi}(t) = e^{Et}\varphi(0) + \int_0^t e^{E(t-\tau)}\mathbf{I}(\tau)d\tau \qquad \textbf{(11.2)}$$

φ_0 terimleri içinde Taylor serisi metodu kullanarak k noktası için φ hesaplanarak φ_k belirlenir.

$$\varphi_k = S^k\varphi_0 + \sum_{i=1}^{k} S^{k-i}p_i \qquad \textbf{(11.3)}$$

Burada

$$S = I + hE + \frac{1}{2!}h^2E^2 + \frac{1}{3!}h^3E^3 + \frac{1}{4!}h^4E^4 \qquad \textbf{(11.4)}$$

$$p_{j+1} = h\left(I + \frac{1}{2}hE + \frac{1}{6}h^2E^2 + \frac{1}{24}h^3E^3 + \frac{1}{120}h^4E^4\right)I_j$$

$$+ h\left(\frac{1}{2}I + \frac{1}{6}hE + \frac{1}{24}h^2E^2 + \frac{1}{120}h^3E^3 + \frac{1}{710}h^4E^4\right)\left(I_{j+1} - I_j\right) \qquad \textbf{(11.5)}$$

φ için verilen koşul $t_1 = mh$ ve $\varphi(t_1) = \varphi_m = 0$'dır. $[0, t_1]$ kontrol aralığı içinde m ve h eşit aralıklar sayısını ve zaman adımını göstermektedir. $\varphi(t_1) = \varphi_m = 0$ koşulu kullanarak, φ_0 (11.3) denkleminden yaralanarak elde edilir.

$$\varphi_0 = -\sum_{i=1}^{m} S^{-i} P_i \qquad \textbf{(11.6)}$$

(11.6) denklemi ile verilen φ_0'ı (11.3) denkleminde yerine konur ve her j noktası için (11.3) denklemi yazılır ve aşağıda verilen denklem elde edilir.

$$\varphi_j = -\sum_{i=j+1}^{m} S^{j-i} p_i = -S^{-1} p_{j+1} - S^{-2} p_{j+2} - \cdots - S^{j-m} p_m \qquad \textbf{(11.7)}$$

(11.7) denklemi; her j noktasında φ_j değerleri hesaplanır yalnızca $p_i(i \rangle j)$ terimleri olduğu zaman ve j noktasına bağlı ve önce olarak bilinir. Denklem bilinmeyen hareket denklemleri içerdiğinde $p_i(i \rangle j)$ terimleri önce bilinemez. Buna rağmen yakın gelecek değerleri; geçmiş içinde onların bilinen değerleri kullanılarak önceden belirlenebilir [25].

11.2. Runge-Kutta Yöntemi İle Çözüm

5 katlı yapının sayısal çözümünde Runge-Kutta yöntemini kullanırız. Runge-Kutta yönteminde yüksek mertebeden türevleri hesaplarken, hatayı azaltabilmek için birinci türev fonksiyonunun sayısal değeri farklı noktalarda fazla sayıda hesaplanır. Böylece fazla sayıda türev hesaplamak yerine fazla sayıda fonksiyon hesaplanarak hatayı azaltmak mümkün olur. Runge-Kutta yöntemi türev alma işlemi olmadığından dolayı Taylor serisi yöntemine göre daha üstündür [26].

Runge-Kutta yöntemi ikinci, üçüncü ve dördüncü mertebeden Runge-Kutta formülleri olarak isimlendirilir. Bu isimlendirme kullanılan Runge-Kutta yönteminde kullanılan türevin mertebesine göre isim almaktadır. Ayrıca, yöntemler, hesaplanan fonksiyon sayısına göre m hesaplamalı Runge-Kutta yöntemi de olarak adlandırılır.

11.2.1 Açık Runge-Kutta yöntemi ile çözüm

$$y_{i+1} = y_i + h\phi(x_i,\ y_i,\ h) \tag{11.8}$$

denkleminde olduğu gibi ifade edilir. y_{i+1} değeri herhangi bir eşitlik çözmeden daha önceden hesaplanan değere göre doğrudan hesaplanan yöntemlere, açık Runge-Kutta yöntemleri adı verilmektedir. ϕ değerine artım fonksiyonu veya x_i ortalama eğim adı verilir.

ϕ değeri

$$\phi = a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + \cdots\cdots\cdots\cdots + a_mk_m = \sum_{j=1}^{m} a_jk_j \tag{11.9}$$

yukarıdaki denkleminde olduğu gibi ifade edilir. m hesaplama sayısıdır ve yöntem m hesaplamalı olarak belirtilir.

11.2.2. 4. mertebeden Runge-Kutta yöntemi

Sayısal analizde Runge-Kutta yöntemleri, adi diferansiyel denklemlerin çözüm yaklaşımları için kapalı ve açık yinelemeli yöntemler ailesinin önemli bir tipidir. Bu yöntem 1900'lü yıllarda C. Runge ve M.W. Kutta adlı matematikçiler tarafından geliştirilmiştir.

"Runge-Kutta yöntemi" olarak adlandırılan Runge-Kutta yöntemleri ailesinin bu üyesi sıkça kullanılır.

Aşağıdaki gibi tanımlanan bir başlangıç değer problemini ele alalım.

$$y' = f(t, y),\ y(t_o) = y_0 \tag{11.10}$$

ve bu problem için Runge-Kutta yöntemi aşağıdaki denklemlerle verilir.

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{11.11}$$

Burada

$$k_1 = f(t_n,\ y_n) \tag{11.12}$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{k_1}{2}\right) \tag{11.13}$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{k_2}{2}\right) \tag{11.14}$$

$$k_4 = f\left(t_n + h,\ y_n + k_3\right) \tag{11.15}$$

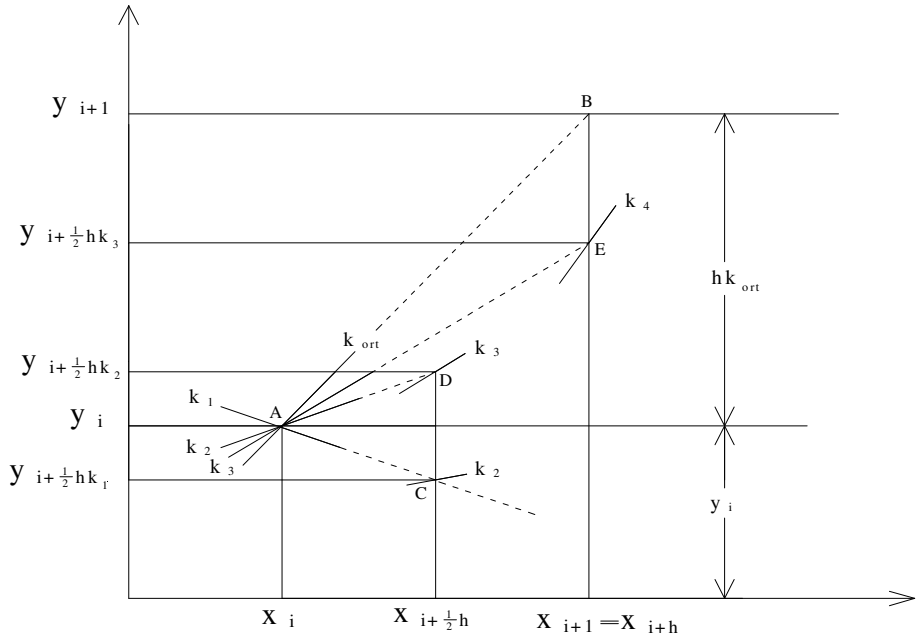
Böylece bir sonraki y_{n+1} değeri o anki y_n değerine h aralığının büyüklüğüyle tahmini eğimin çarpımının eklenmesiyle elde edilir. Bu eğim, eğimlerin ağırlıklı ortalamasıdır:

k_1 aralığın başlangıcındaki eğimdir.

k_2 aralığın orta noktasındaki eğimdir. Bu k_2 eğimi, Euler Yöntemi kullanılarak y'nin $t_{n+\frac{h}{2}}$ noktasındaki değerinden elde edilir.

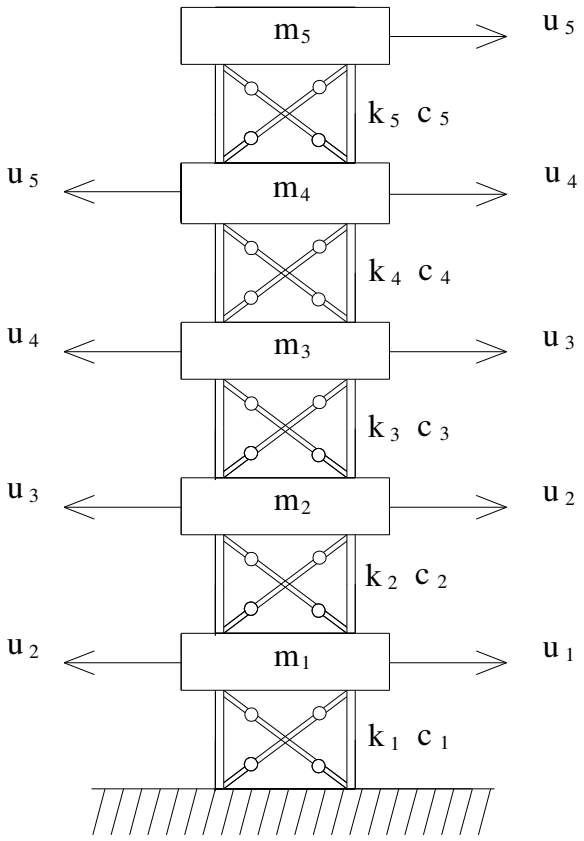
k_3 yine orta noktadaki eğimdir. Ama bu sefer y değeri k_2 eğiminden elde edilir.

k_4 aralığın sonundaki eğimdir ve y değeri k_3 eğimi kullanılarak bulunur.



Şekil 11. 1: 4. mertebeden Runge Kutta Yönteminin Grafik analizi

12. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ YAPI İÇİN AKTİF KONTROL SAYISAL UYGULAMALARI



Şekil 12.1: idealize edilmiş 5 serbestlik derecesine sahip yapı

5 katlı yapının her bir katının kütlesi $m_i = 5897kg(i = 1,\cdots,5)$,

yapının rijitliği $k_1 = 33732\,N/m$, $k_2 = 29093\,N/m$, $k_3 = 28621\,N/m$, $k_4 = 24954\,N/m$, $k_5 = 19059\,N/m$

yapının sönümü $c_1 = 67000\,N\cdot s/m$, $c_2 = 58000\,N\cdot s/m$, $c_3 = 57000\,N\cdot s/m$, $c_4 = 50000\,N\cdot s/m$, $c_5 = 38000\,N\cdot s/m$ verilmektedir.

$\mathbf{M_s} = 5\times5$, $\mathbf{K_s} = 5\times5$, $\mathbf{C_s} = 5\times5$, $\mathbf{A_{ss}} = 10\times10$, $\mathbf{u} = 5\times1$, $\mathbf{B_{ss}} = 10\times5$, $\mathbf{C_{ss}} = eye(10)$, $\mathbf{D_{ss}} = zeros(10, 5)$, $\mathbf{Q} = 10\times10$, $\mathbf{R} = (5\times5) = 10^{-4}\cdot\mathbf{I_5}$ boyutlarında sistem elemanları oluşturuluyor.

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi_{11}} & \boldsymbol{\varphi_{12}} \\ \boldsymbol{\varphi_{21}} & \boldsymbol{\varphi_{22}} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{\varphi_{11}} = 10^5\cdot\mathbf{I_{5\times5}},\ \boldsymbol{\varphi_{12}} = \boldsymbol{\varphi_{21}} = \boldsymbol{\varphi_{22}} = \boldsymbol{\varphi_{5\times5}} \tag{12.1}$$

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4, \dot{x}_5]^{\mathbf{T}} \tag{12.2}$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A_{ss}}\mathbf{X} + \mathbf{B_{ss}}\mathbf{U} + \mathbf{H}\mathbf{f} \tag{12.3}$$

$$\mathbf{B_{ss}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0_{5\times1}} \\ inv(\mathbf{M_{ss}})\cdot\mathbf{m} \end{bmatrix},\ \mathbf{L_{n\times n}} = \mathbf{L_{5\times5}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{V} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}_{5\times1} \tag{12.4}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C_{ss}}\mathbf{X} + \mathbf{D_{ss}}\mathbf{U} \tag{12.5}$$

$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C_{ss}} = eye(10)$, $\mathbf{D_{ss}} = zeros(10, 5)$ matrislerdir.

$$\mathbf{m} = -[m_1\ m_2\ m_3\ m_4\ m_5]^{\mathbf{T}} \tag{12.6}$$

Ve sistemin hareket denklemi

$$\mathbf{M_s}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C_s}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K_s}\mathbf{x} = -\mathbf{M}\mathbf{V}f(t) + \mathbf{L}\mathbf{U} \tag{12.7}$$

Bu uygulamada bu çok serbestlik dereceli sistemin kontrol yok iken ve aktif kontrol var iken katların rölatif yerdeğiştirmeleri ve yere göre toplam yerdeğiştirmeleri bulunarak sonuçlar mukayese edilerek karşılaştırılacaktır. Bu sayısal uygulama için Matlab programı uygulanmaktadır.

12.1. Çözüm İçin Kullanılan Matlab Programı

Bu çalışmada verilen 8 ayrı depremin farklı 2 doğrultudaki 16 depremin analiz sonuçları ele alınmıştır. Matlab örnek programı dosyası çalıştırılarak El-Centro Kuzey-Güney kaydı kullanılmıştır.

Programda load elcns ve dep=elcns; satırında her deprem kaydı için giriş yapılarak program ayrı ayrı çalıştırılır ve sonuçlar bulunur. Bu sonuçların her birinin ayrı ayrı saklanması için fp=fopen('ky1','w');% satırında dosya isimlerini gireriz. Bu örnek programda El-Centro Kuzey-Güney kaydı için çözülürken sonuçlar ky1 dosyasına yüklenir.

Örnek spc matlab programında dinamik davranışın genel uzay formu için %dxdt = Ass*x + H*0.01*z_now'; %kontrol yok değişken satırında ilk önce kontrol yok iken 8 deprem kaydı için çözülür ve daha sonra bu satırın başındaki % işareti kaldırarak kontrollü duruma göre bu 8 deprem için tekrar çözülür.

Graf dosyasında; kullanılan depremin grafiği ve o depreme ait, kontrolsüz ve kontrollü duruma bağlı olarak her iki durum için katlarda oluşacak yerdeğiştirme grafiklerini karşılaştırmalı olarak gösterir.

12.1.1. Matlab dosyası

```
global Ass Bss Time H K Xctn
% --- YAPININ TANITIMI
Ms = 5897 * eye(5);                          % kütle (kg)
k = 1000*[ 33732 ;
     29093 ;
     28621 ;
     24954 ;
     19059];              % (N/m)
c = [ 67000 ;
     58000 ;
     57000 ;
     50000 ;
     38000];         %Ns/m
```

```
Ks = [ k(1)+k(2)   -k(2)        0      0          0  ;
         -k(2)   k(2)+k(3)    -k(3)    0          0   ;
          0       -k(3)    k(3)+k(4) -k(4)       0   ;
          0        0         -k(4)  k(4)+k(5)   -k(5) ;
          0        0          0      -k(5)          k(5)] ;
Cs = [ c(1)+c(2)   -c(2)        0      0          0  ;
          -c(2)   c(2)+c(3)    -c(3)    0          0   ;
            0       -c(3)    c(3)+c(4) -c(4)       0   ;
            0        0         -c(4)  c(4)+c(5)   -c(5) ;
            0        0          0         -c(5)       c(5)  ] ;
Ass = [ zeros(5)      eye(5)    ;
     -inv(Ms)*Ks  -inv(Ms)*Cs ];
L = [ -1 1 0 0 0  ;
       0 -1 1 0 0   ;
       0 0 -1 1 0  ;
       0 0 0 -1 1;
       0 0 0 0 -1] ;
 Bss = [ zeros(5) ; inv(Ms)*L];
% GENELLEŞTİRİLMİŞ REGÜLATÖR STANDARD REGÜLATÖRE
DÖNÜŞÜYOR
Css = eye(10);
Dss = zeros(10,5);
%AĞIRLIK MATRİSLERİ
Q = [ 10000000*eye(5)  zeros(5) ;
     zeros(5)       zeros(5) ];
R = 1e-5*eye(5);
N = zeros(10,5);
EE = eye(size(Ass));  Ts = 0.0;
[K,S,E] = lqry(Ass,Bss,Css,Dss,Q,R,N,EE,Ts);
m=-[5897 5897 5897 5897 5897]';
H=[ zeros(5,1) ; inv(Ms)*m];
dof=5;
load elcns
dep=elcns;
```

```
Xctn=dep(1:3000,1);
points = 3000;
delta_t = 0.005;
Time = delta_t:delta_t:delta_t*3000;
xk_1 = zeros(2*dof,1);
xk = xk_1;
x = zeros(2*dof,points);
more off
for k=2:3000
xk = myrk4('spc',Time(k-1),xk_1,delta_t) ;
x(1:2*dof,k) = xk(1:2*dof);
xk_1 = xk;
end
more on
%peak göreceli
absr1=max(abs(x(1,:)));
absr2r1=max(abs(x(2,:)- x(1,:)));
absr3r2=max(abs(x(3,:)- x(2,:)));
absr4r3=max(abs(x(4,:)- x(3,:)));
absr5r4=max(abs(x(5,:)- x(4,:)));
%peak yere göreceli
absr1=max(abs(x(1,:)));
absr2=max(abs(x(2,:)));
absr3=max(abs(x(3,:)));
absr4=max(abs(x(4,:)));
absr5=max(abs(x(5,:)));
% Store the results in data file
fp = fopen('ky1','w');
for k=1:points
fprintf(fp,'%12.5f  %12.5f  %12.5f  %12.5f  %12.5f  %12.5f  %12.5f %12.5f  %12.5f
%12.5f  %12.5f  %12.5f\n'...
Time(k),x(1,k),x(2,k),x(3,k),x(4,k),x(5,k),x(6,k),x(7,k),x(8,k),x(9,k),x(10,k),Xctn(k))
;end
fclose(fp);
```

```
load ky1;
dat1=ky1;
plot(Time,dat1(:,2))
%endfunction
```

12.1.2. Matlab spc dosyası

```
% spc.m
function dxdt = spc(t_now,x)
 global Ass Bss H K Time Xctn
 z_now = linterp(Time,Xctn,t_now);
dxdt = (Ass-Bss*K)*x + H*0.01*z_now'; %kontrol var
 %dxdt = Ass*x + H*0.01*z_now'; %kontrol yok
%endfunction
```

12.1.3. Matlab graf dosyası

```
load kv1
load ky1
dep=kv1(:,12);
t=kv1(:,1);
rv1=kv1(:,2);
ry1=ky1(:,2);
rv2=kv1(:,3);
ry2=ky1(:,3);
rv3=kv1(:,4);
ry3=ky1(:,4);
rv4=kv1(:,5);
ry4=ky1(:,5);
rv5=kv1(:,6);
ry5=ky1(:,6);
subplot(3,2,1);plot(t,dep)
grid on
subplot(3,2,2);plot(t,rv1,t,ry1)
grid on
subplot(3,2,3);plot(t,rv2,t,ry2)
```

```
grid on
subplot(3,2,4);plot(t,rv3,t,ry3)
grid on
subplot(3,2,5);plot(t,rv4,t,ry4)
grid on
subplot(3,2,6);plot(t,rv5,t,ry5)
grid on
```

12.2. Analiz Sonuçları

Analiz sonuçları tablo halinde verilmiştir. Verilen bu tablodaki sonuçların grafikleri ekler bölümünde verilmiştir.

Tablo 12.1: Katların Rölatif Yerdeğiştirmesi (lqr kontrol yok)

Depremler	r1	r2r1	r3r2	r4r3	r5r4
ELCNS Depremi	0,82 cm	0,84 cm	0,69 cm	0,55 cm	0,37 cm
ELCEW Depremi	0,48 cm	0,50 cm	0,43 cm	0,36 cm	0,25 cm
KOBENS Depremi	1,83 cm	1,90 cm	1,59 cm	1,31 cm	0,90 cm
KOBEEW Depremi	1,16 cm	1,21 cm	1,02 cm	0,85 cm	0,59 cm
SYNS Depremi	2,40 cm	2,52 cm	2,13 cm	1,77 cm	1,22 cm
SYEW Depremi	1,34 cm	1,39 cm	1,16 cm	0,96 cm	0,67 cm
RİEW Depremi	1,44 cm	1,51 cm	1,27 cm	1,05 cm	0,73 cm
RİNS Depremi	1,36 cm	1,36 cm	1,12 cm	0,93 cm	0,64 cm

Tablo 12.2: Katların Rölatif Yerdeğiştirmesi (lqr kontrol var)

Depremler	r1	r2r1	r3r2	r4r3	r5r4
ELCNS Depremi	0,52 cm	0,52 cm	0,43 cm	0,38 cm	0,28 cm
ELCEW Depremi	0,32 cm	0,31 cm	0,25 cm	0,20 cm	0,14 cm
KOBENS Depremi	1,48 cm	1,52 cm	1,26 cm	1,02 cm	0,70 cm
KOBEEW Depremi	0,99 cm	0,99 cm	0,83 cm	0,69 cm	0,48 cm
SYNS Depremi	1,94 cm	2,02 cm	1,70 cm	1,40 cm	0,97 cm
SYEW Depremi	0,80 cm	0,84 cm	0,70 cm	0,58 cm	0,40 cm
RİEW Depremi	1,03 cm	1,07 cm	0,89 cm	0,73 cm	0,51 cm
RİNS Depremi	1,31 cm	1,31 cm	1,06 cm	0,84 cm	0,57 cm

Tablo 12.3: Katların Yere Göre Yerdeğiştirmesi (lqr kontrol yok)

Depremler	1. Kat	2. Kat	3. Kat	4. Kat	5.Kat
ELCNS Depremi	0,82 cm	1,66 cm	2,35 cm	2,89 cm	3,26 cm
ELCEW Depremi	0,48 cm	0,98 cm	1,41 cm	1,77 cm	2,02 cm
KOBENS Depremi	1,83 cm	3,73 cm	5,32 cm	6,63 cm	7,53 cm
KOBEEW Depremi	1,16 cm	2,37 cm	3,39 cm	4,23 cm	4,82 cm
SYNS Depremi	2,40 cm	4,92 cm	7,05 cm	8,82 cm	10,04 cm
SYEW Depremi	1,34 cm	2,73 cm	3,90 cm	4,85 cm	5,51 cm
RİEW Depremi	1,44 cm	2,95 cm	4,22 cm	5,26 cm	5,97 cm
RİNS Depremi	1,36 cm	2,72 cm	3,83 cm	4,71 cm	5,32 cm

Tablo 12.4: Katların Yere Göre Yerdeğiştirmesi (lqr kontrol var)

Depremler	1. Kat	2. Kat	3. Kat	4. Kat	5.Kat
ELCNS Depremi	0,52 cm	1,04 cm	1,44 cm	1,75 cm	1,96 cm
ELCEW Depremi	0,32 cm	0,63 cm	0,88 cm	1,07 cm	1,20 cm
KOBENS Depremi	1,48 cm	3,01 cm	4,26 cm	5,29 cm	5,99 cm
KOBEEW Depremi	0,99 cm	1,98 cm	2,77 cm	3,45 cm	3,92 cm
SYNS Depremi	1,94 cm	3,96 cm	5,66 cm	7,05 cm	8,02 cm
SYEW Depremi	0,80 cm	1,64 cm	2,34 cm	2,92 cm	3,32 cm
RİEW Depremi	1,03 cm	2,10 cm	2,98 cm	3,69 cm	4,17 cm
RİNS Depremi	1,31 cm	2,62 cm	3,67 cm	4,52 cm	5,09 cm

13. SONUÇLAR

Toplu kütleli sistem olarak modellenmiş 5 katlı yapı için 8 farklı deprem kaydının 2 farklı doğrultusu için aktif kontrol ve kontrolsüz durumlarının incelemeleri yapılmıştır ve sonuçlar tablo ve Ek-A ve Ek-B de verilmiştir. Sonuçlar aşağıda ifade edilmektedir.

Kontrollü ve kontrolsüz durumlar için yapılan analizde her deprem için farklı değerlerde çözümlere ulaşıldı. Kontrol yok iken katlarda oluşan yerdeğiştirme değerleri, kontrol uygulandığında daha düşük değerlere ulaşıldığı görülmektedir.

Katların rölatif yerdeğiştirmeleri en alt kattan en üst katlara doğru çıkıldıkça azalmakta fakat yere göre toplam yerdeğiştirme artmaktadır.

Her deprem için doğrusal kuadratik regülatör uygulamaları farklı performans sonucu vermektedir. El-Centro Kuzey-Güney deprem kaydı için kontrollü durumda, kontrolsüz duruma göre yaklaşık yerdeğiştirme değeri %40 azalmakta buna karşın Sylmar Kuzey-Güney deprem kaydı için bu oran yaklaşık %20 azalmaktadır.

Bu durum bize kontrol algoritmasına sismik hareketi dahil etmenin ne kadar önemli olduğunu göstermektedir.

KAYNAKLAR

[1] **J. T. P. Yao** 1972 American Society of Civil Engineers Journal of Structural. Division **98**, 1567-1574. Concept of structural control.

[2] **T. T. Soong** 1990 Active Structural Control: Theory and Practice Essex: Longman Scientific and Technical.

[3] **G. W. Housner, L. A. Bergman, T. K. Caughey, A. G. Chassıakos, R. O. Claus, S. F. Masrı, R. E. Skelton, T. T. Soong, B. F. Spencer and J. T. P. Yao** 1977 ASCE Journal of Engineering Mechanics **123**, 897-958. Structural control: past, present and future.

[4] **L. S. Pontryagin and P. V. Boltıanskı** 1962 Mathematical Theory of Optimal Processes. Moscov: Fizmagtiz.

[5] **R. Bellman** 1957 Dynamic Programming. Princeton, NJ: Princeton University Press.

[6] **J. N. Yang, A. Akbarpour and P. Ghaemmaghamı** 1987 American Society of Civil Engineers Journal of Engineering M echanics **113**, 1369-1386. New optimal control algorithms for structural control.

[7] **J. N. Yang, Z. Lı, and S. C. Lıu** 1992American Society of Civil Engineers Journal of Engineering Mechanics **118**, 1612-1630. Stable controllers for instantaneous optimal control.

[8] **S. F. Masri, G. A. Bekey and F. E. Udwadıa** 1980 in Structural Control Amsterdam North Holland, (H. H. E. Leipholz, editor) 471-492. On-line pulse control of tall buildings.

[9] **S. K. Lee and F. Kozın** 1987 in Structural Control (H. H. E. Leipholz, editor) 387-407. Amsterdam, Martinus Nijhoff. Bounded state control of linear structures.

[10] **M. Kawahara and K. Fukazawa** 1989 Structural Engineering J Earthquake Engineering (Proceedings. of JSCE No. 404/I- 11) **6**, 179-190. Optimal control of structure subject to earthquake loading using dynamic programming.

[11] **H. Iemura, Y. Yamada, K. Izuna, Y. Iwasakı and S. Ohno** 1990 U.S.Workshop on Structural Control, Los Angeles. Phase-Adjusted. active control of structures with identification of random earthquake ground motion.

[12] **T. Sato and K. Tokı** 1990 Journal of Intelligent Material Systems and Structures. **1**, 447-475. Active control of seismic response of structures.

[13] **Chang, K.C., Chen, S.J., Hsu, C.J., Chou, F.P. and Lai, M.L.,** 1994. Inelastic seismic behavior of a three-story steel frame with added viscoelastic dampers, Proc. First world conf. on struct. control, 2, TP3-117-TP3 126

[14] **T.T. Soong** 1990. Active Structural Control: Theory and Practice, Longman Scientefic &Technical, John Willey & Soons

[15] **Kelly, J., M.,** 1990. Base Isolation: Linear Theory and Desing, Earthquake Spectra, 6,2 223-244.

[16] **Kajima Corparation,** 1991 Control Seismic Motion by Driving of Weights AMD Active Mass Driver System, Seismic Response Control Series, Technical Pamphlet 91-63 E.

[17] **Athans, M. and Falb, P.L.,** 1966 Optimal Control, McGraw-Hill, New York, NY,

[18] **Meirovitch, L.,** 1990. Dynamics and Control of Structures, Press, John Wiley & Sons, New York

[19] **Potter, J.E.,** 1965 'A Matrix Equation Arising in Statistical Filter Theory' NASA CR-270

[20] **Lacoss, RT. and Shakel, A.E.,** 1976 "More $A_1E + EA_2 = -D$ and $\dot{X} = A_1X + XA_2 + D, \quad X(0) = C$," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC21 pp. 405-406

[21] **Junkins, J.L. and Turner, J.D.,** 1985 Optimal Spacecraft Rotational Maneuvers, Studies in Astronautics, Vol. 3, EIsevier Scientific Publishing Company, New York, NY

[22] **Potter, J.E.,** 1966 "Matrix Quadratic Solutions," Journal of SIAM, Applied Mathematics, Vol. 14, No. 3 pp, 496-501.

[23] **Rew, D.W. and Junkins, J.L.,** 1986. "Multi-Criterion Approaches to Optimization of Linear Regılators," AIAA Paper 86-2198-CP

[24] **F. R. Gantmacher** 1960 The Theory of Matrices.Vol II, New York: Chelsea Publication Company.

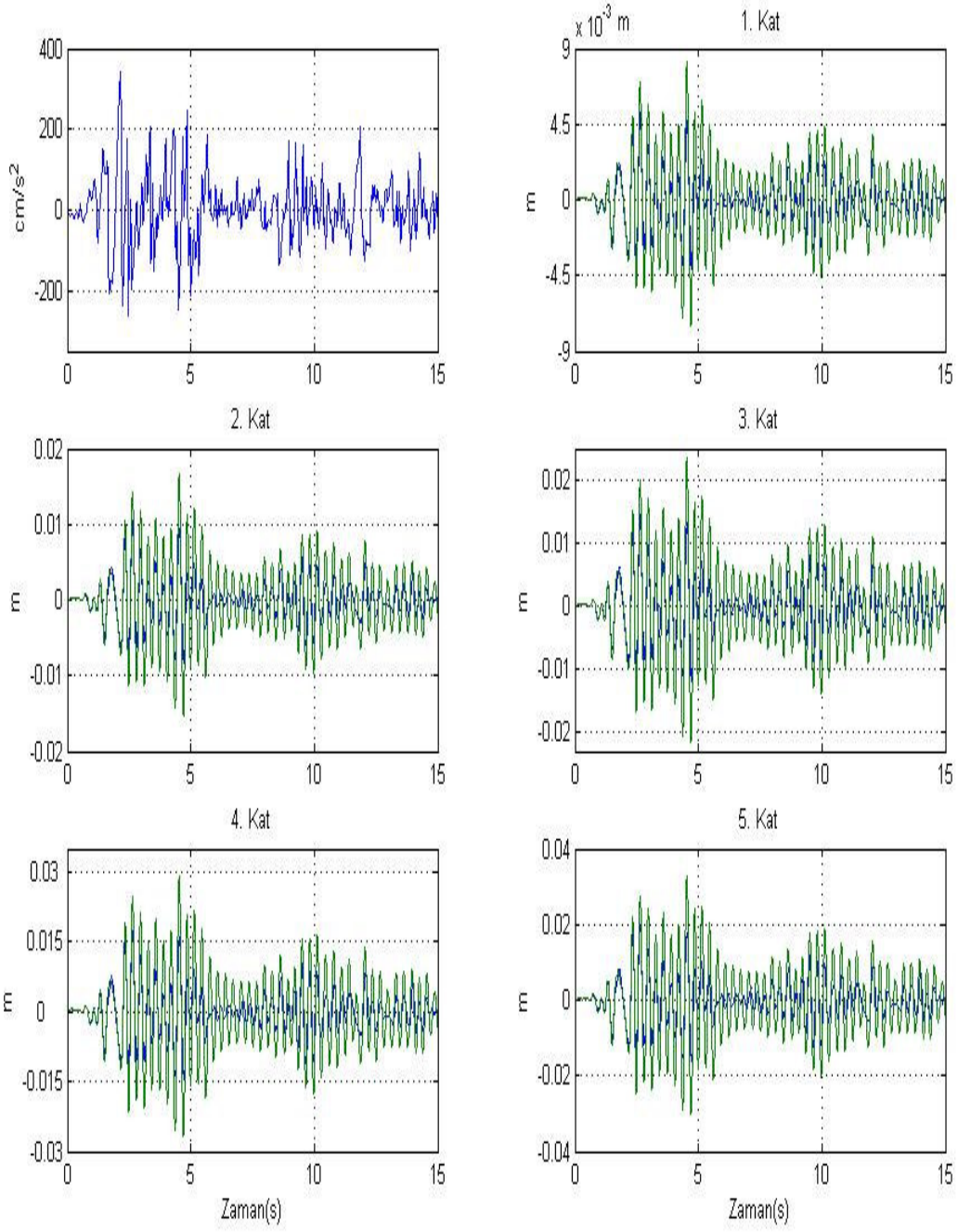
[25] **M. Bakioğlu and U. Aldemir** 2001 International Journal for Numerical Methods in Engineering **50**, 2601-2616. A new numerical algorithm for sub-optimal control of earthquake excited linear

[26] **Bakioğlu, M.,** Sayısal Analiz, 2004. Birsen Yayınevi, İstanbul, 330-340.

EKLER

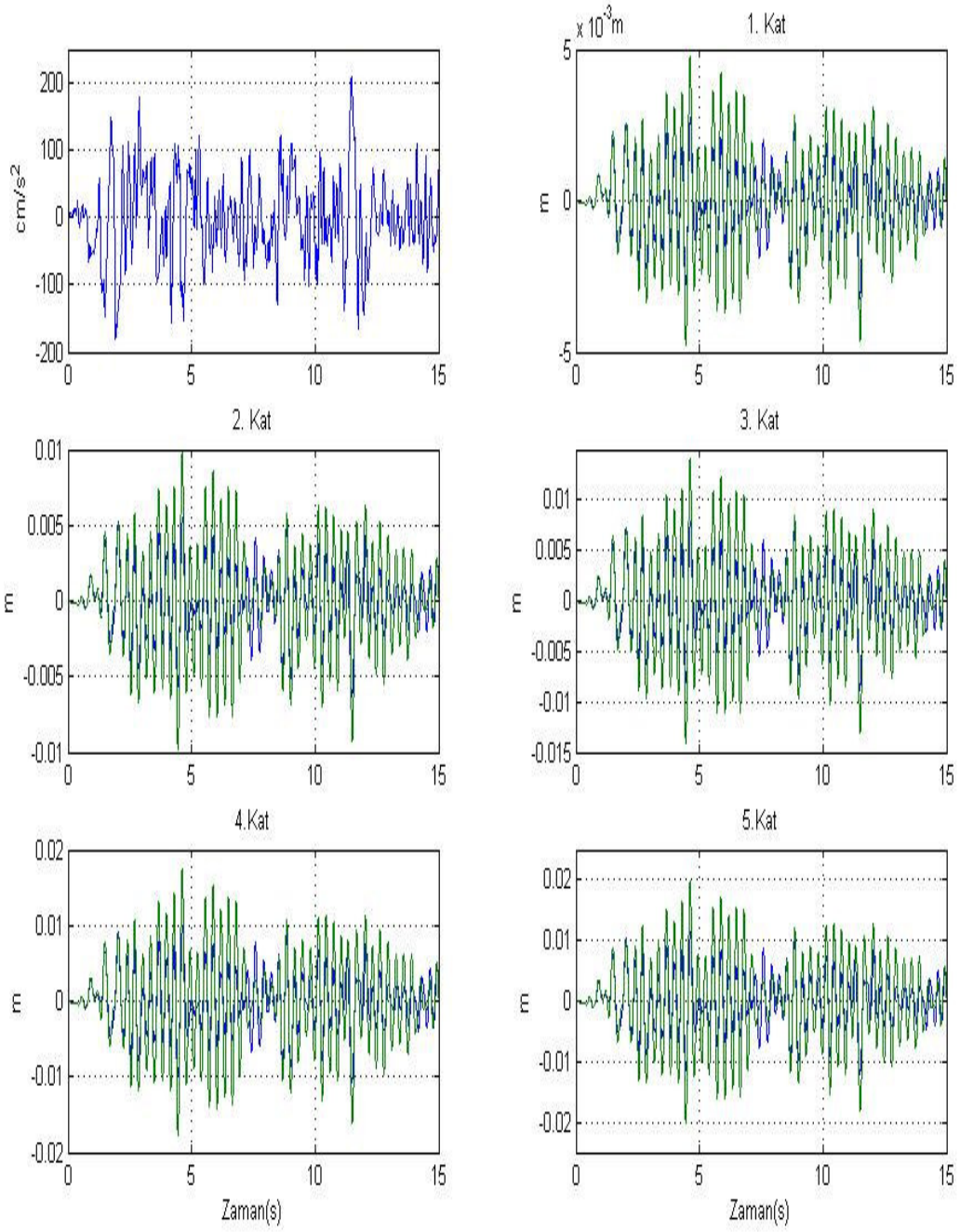
Depremler ve Yerdeğiştirme Grafikleri

ELCNS Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



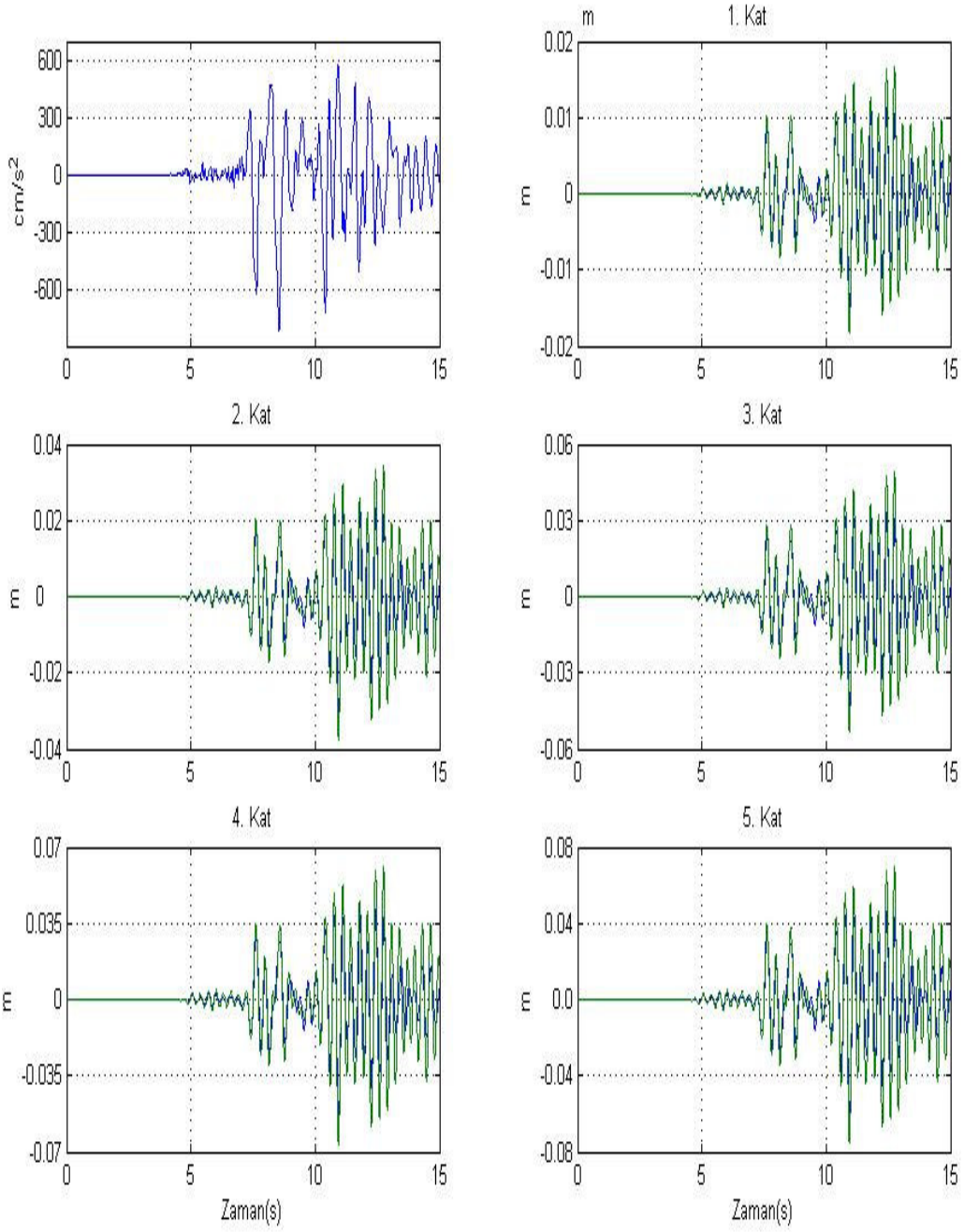
Şekil A.1: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

ELCEW Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



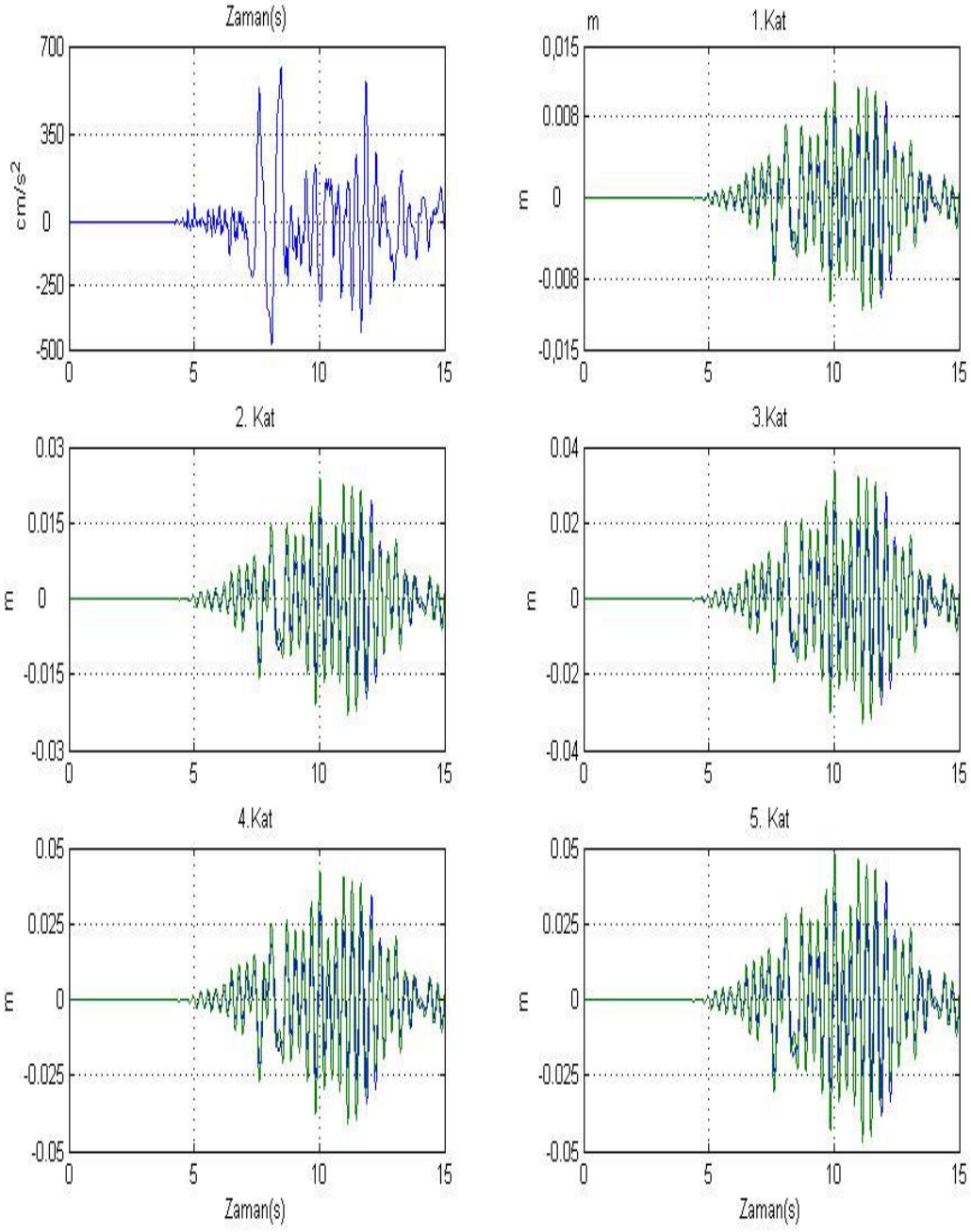
Şekil A.2: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

KOBENS Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



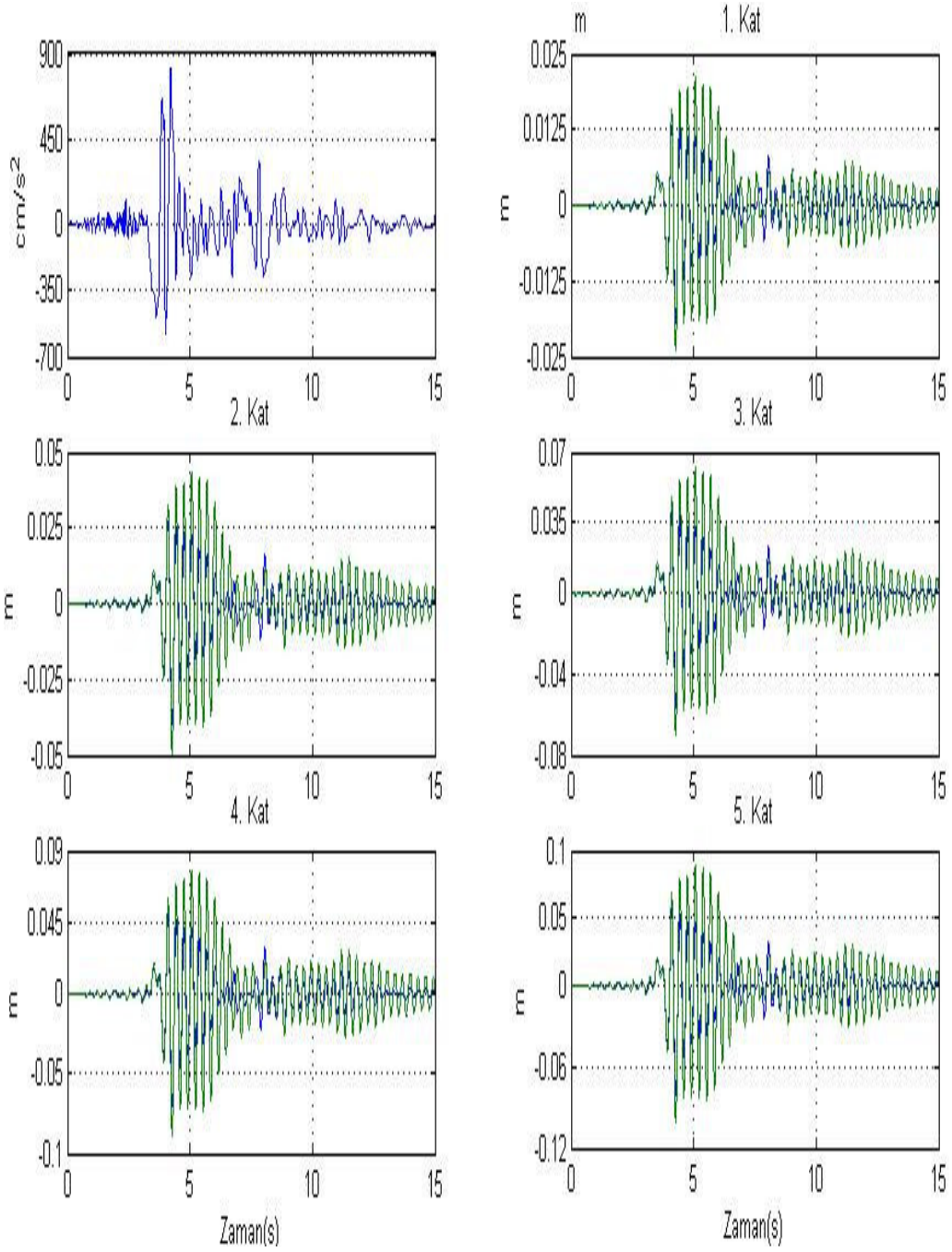
Şekil A.3: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

KOBEEW Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



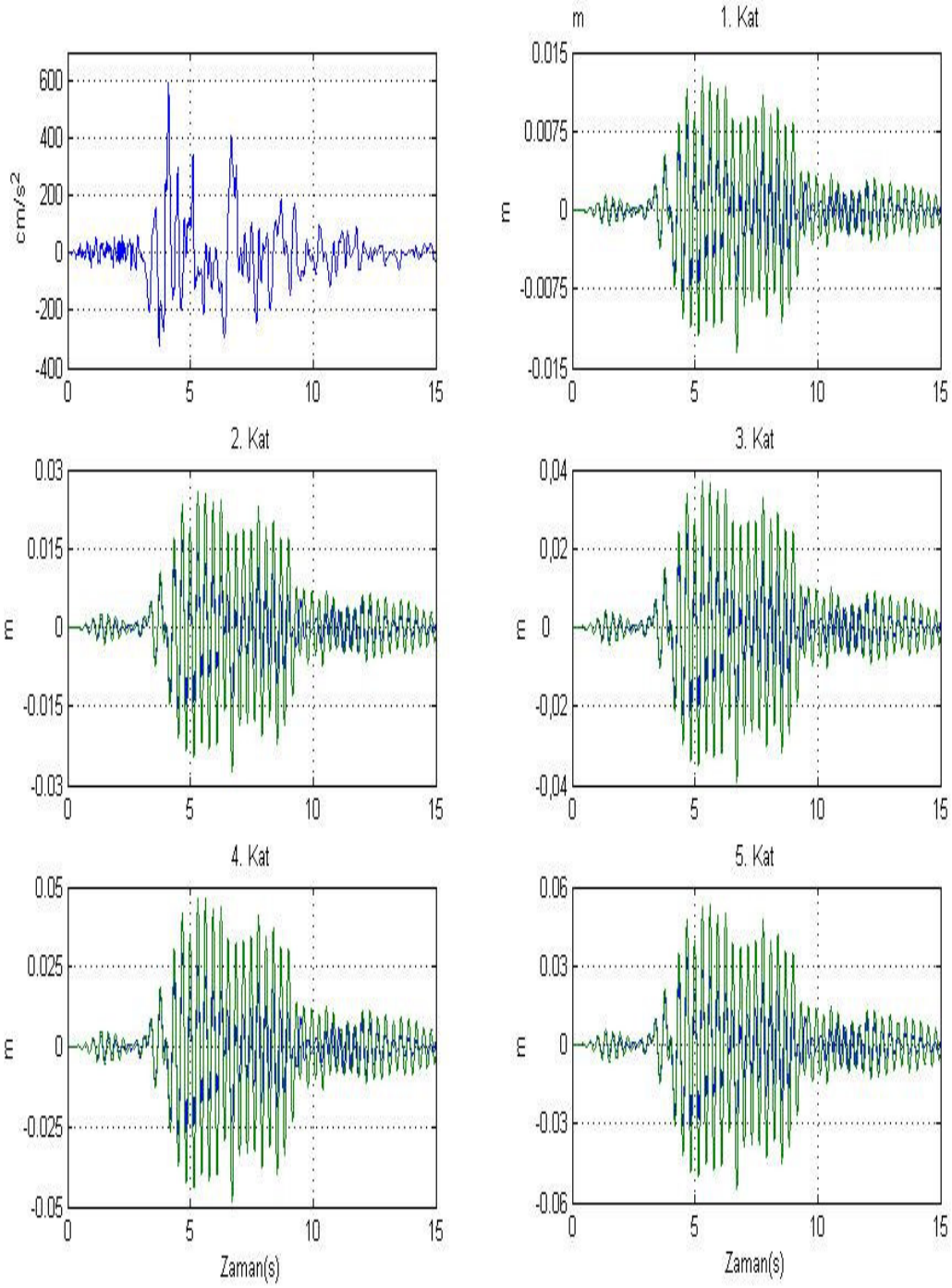
Şekil A.4: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

SYNS Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



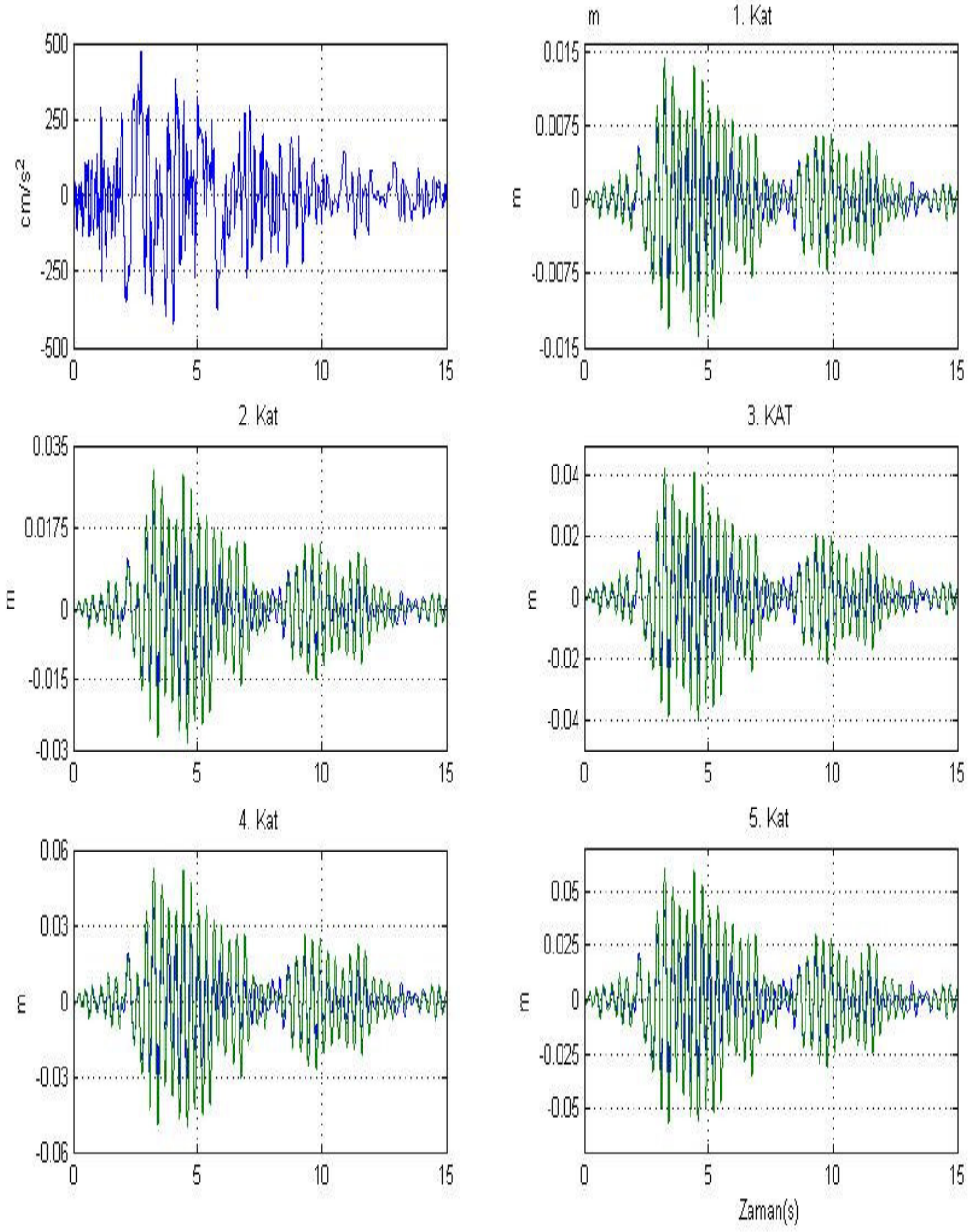
Şekil A.5: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

SYEW Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



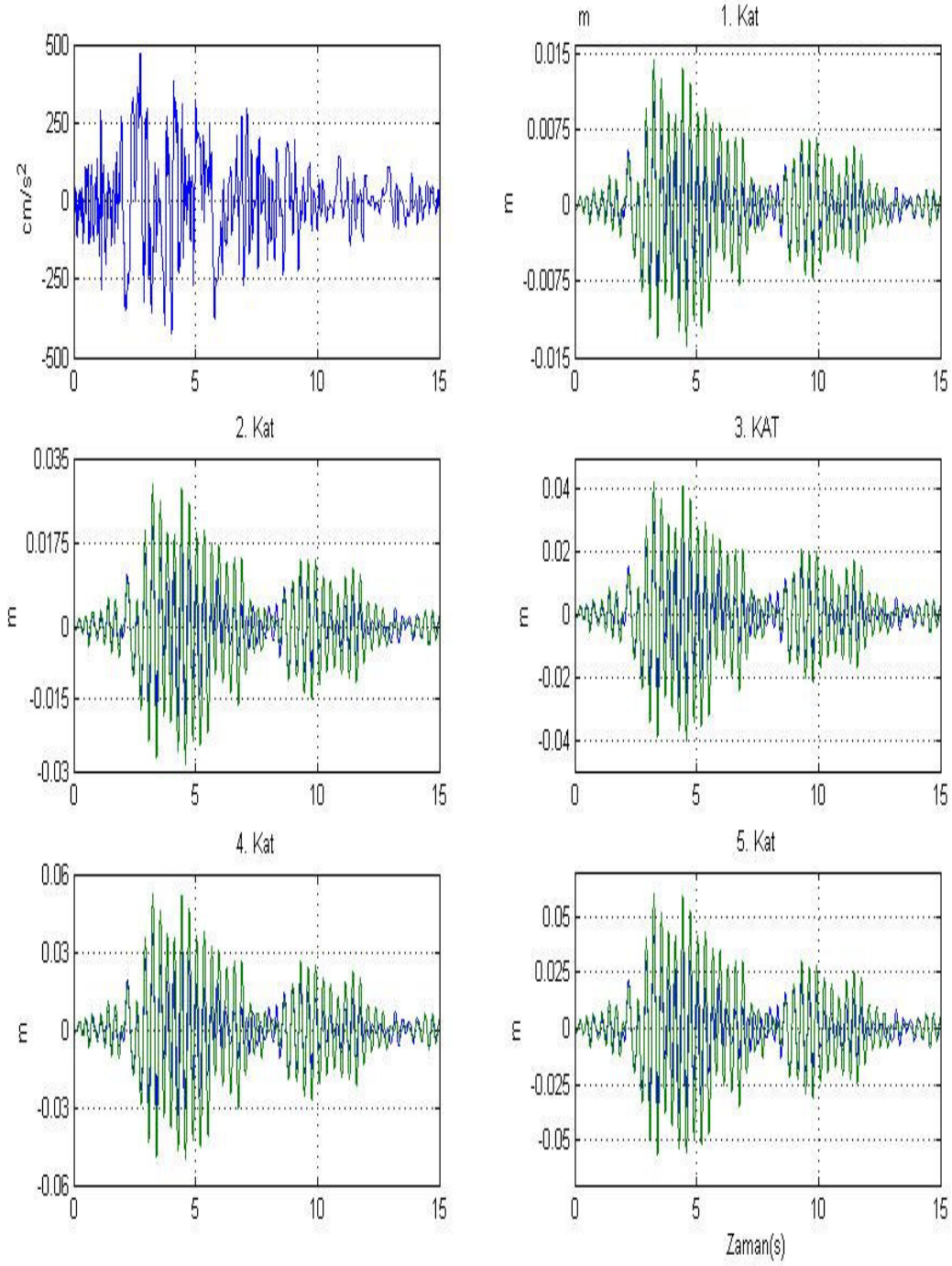
Şekil A.6: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

RİEW Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



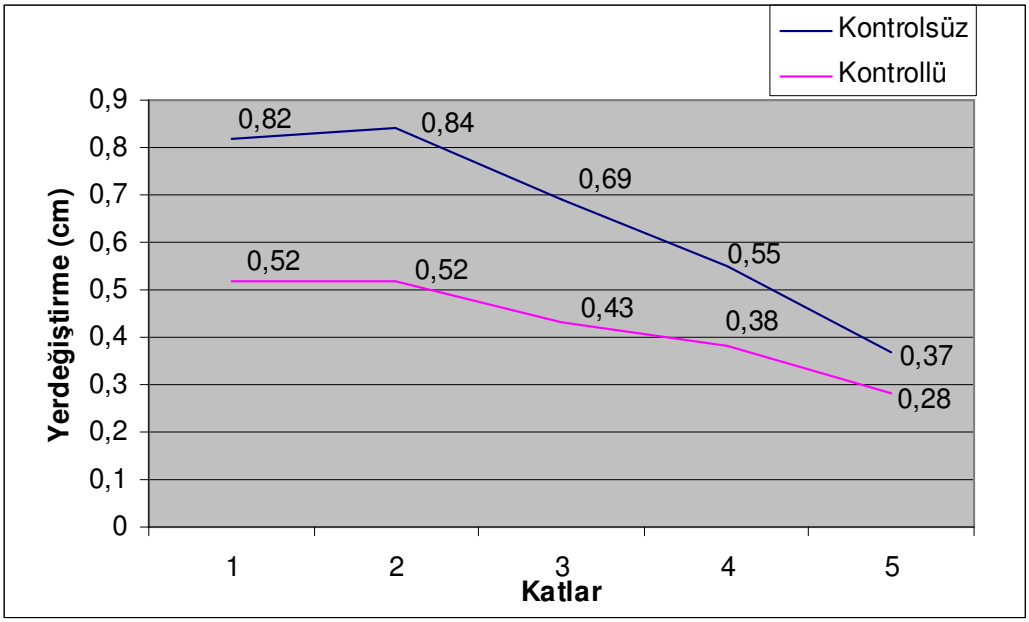
Şekil A.7: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

RİNS Depremi ve Katların Yerdeğiştirmeleri



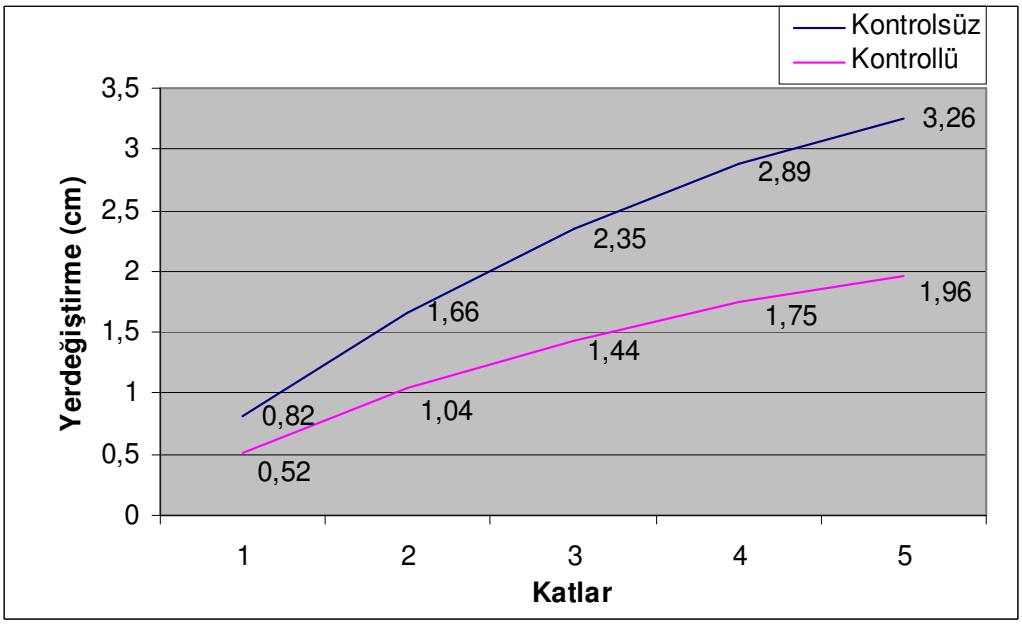
Şekil A.8: Kontrol Uygulanmadığı ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme-Zaman Grafiği

ELCNS İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



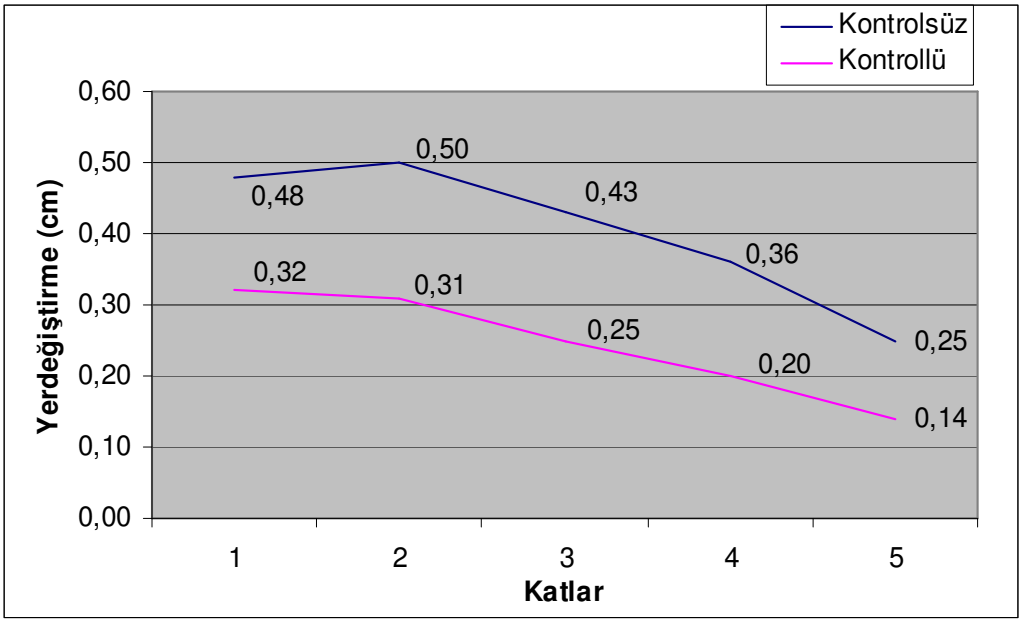
Şekil A.9: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

ELCNS İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



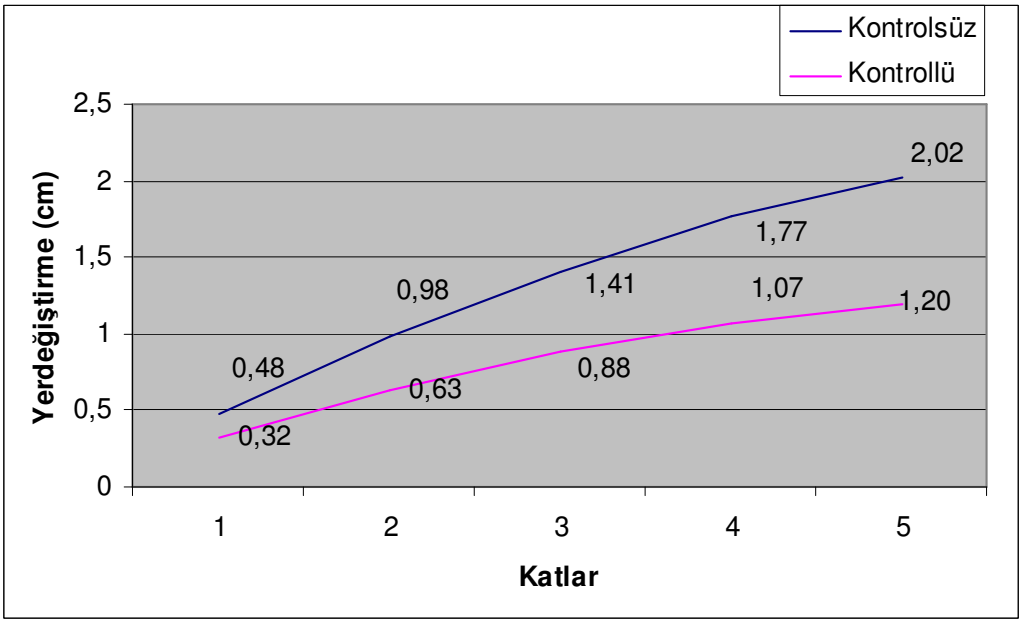
Şekil A.10: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

ELCEW İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



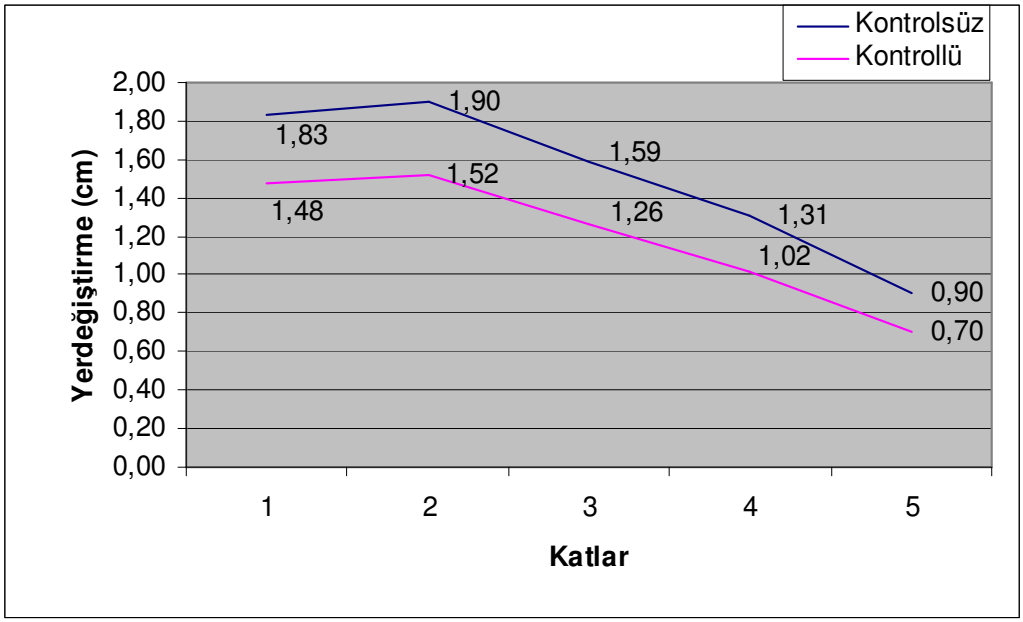
Şekil A.11: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

ELCEW İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



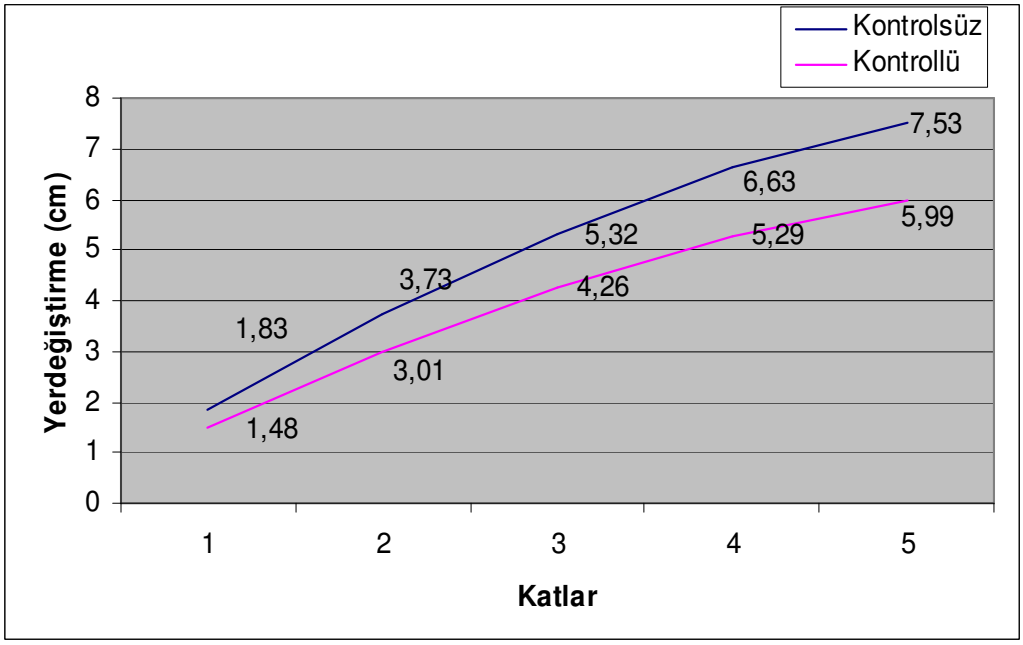
Şekil A.12: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

KOBENS İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



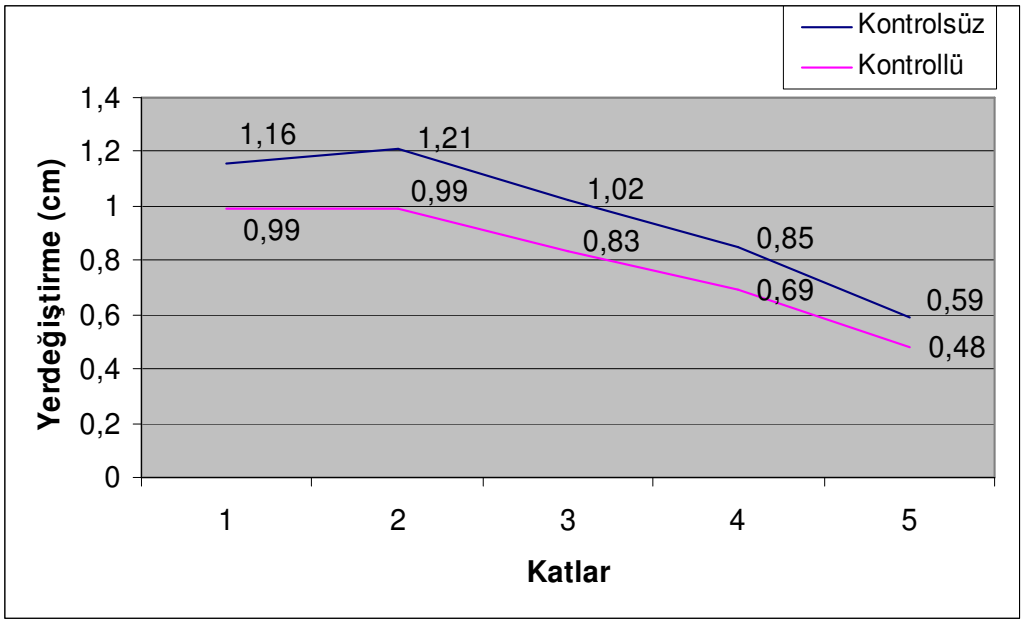
Şekil A.13: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

KOBENS İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



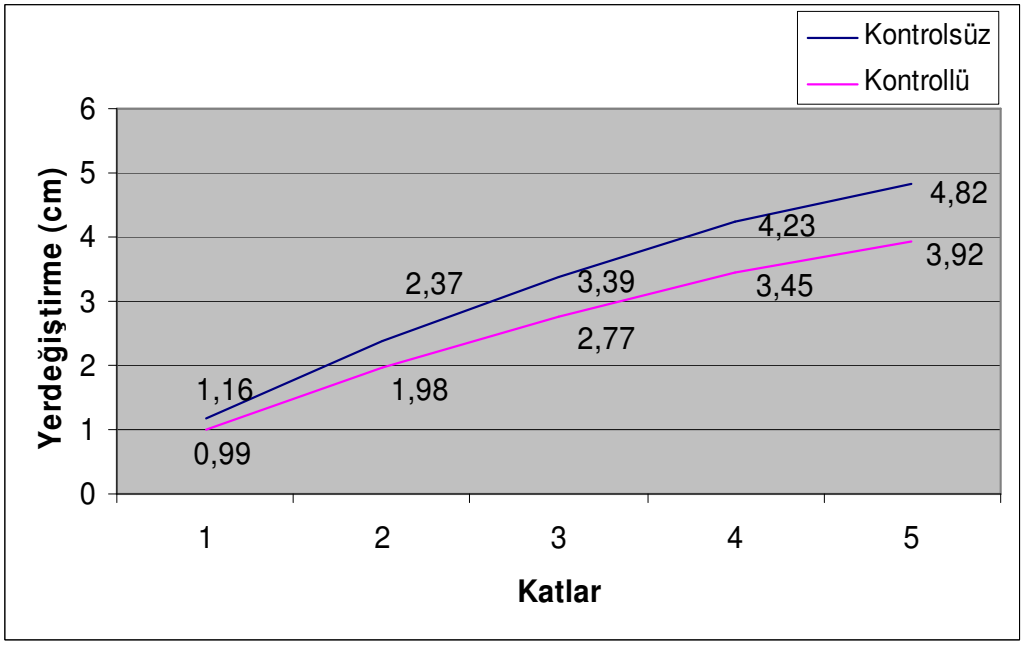
Şekil A.14: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

KOBEEW İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



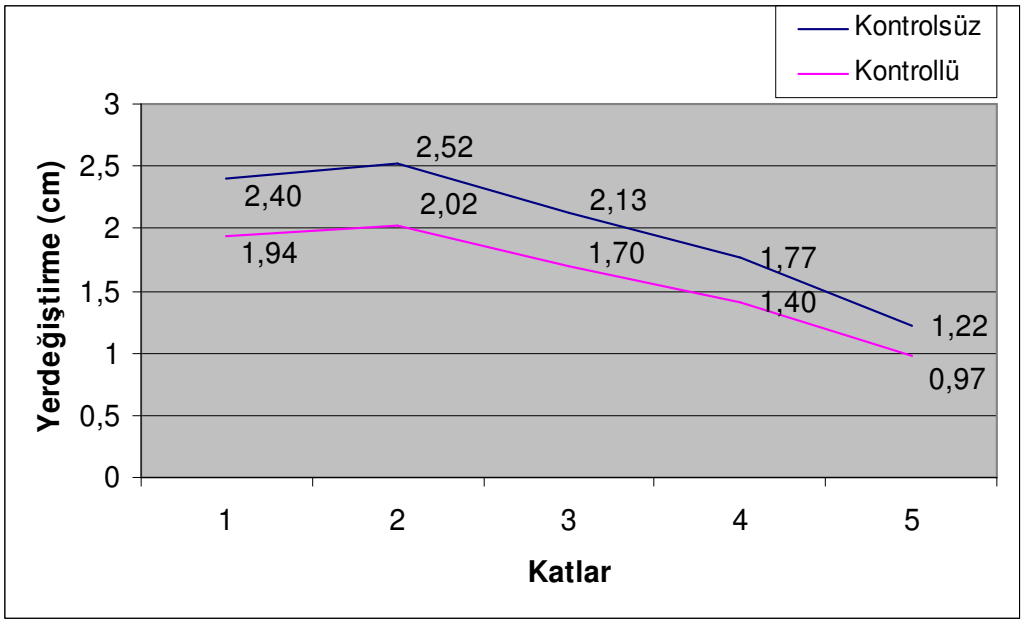
Şekil A.15: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

KOBEEW İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



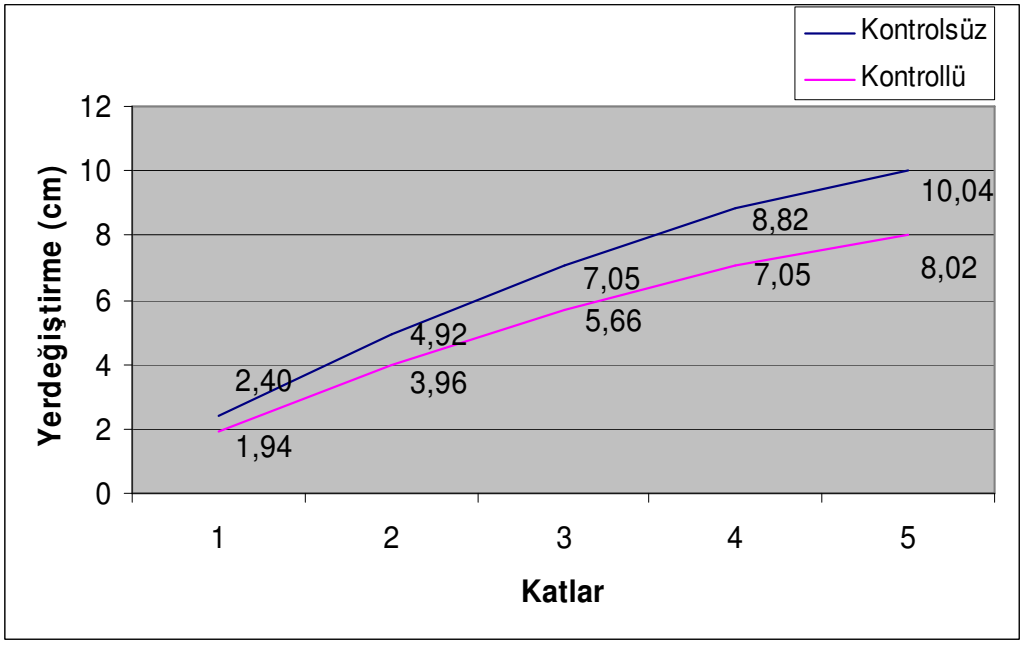
Şekil A.16: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

SYNS İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



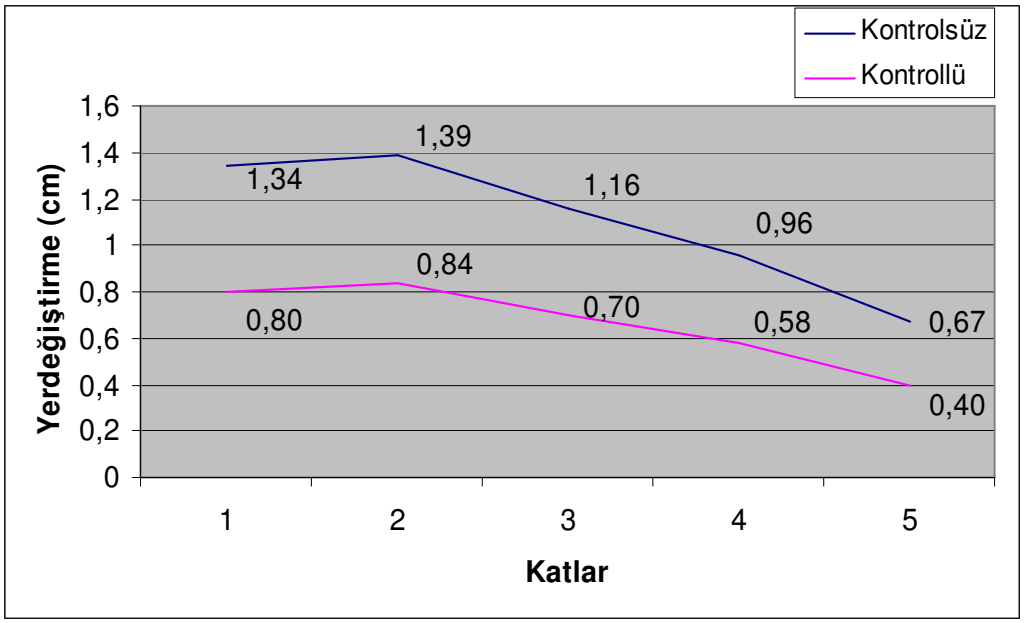
Şekil A.17: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

SYNS İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



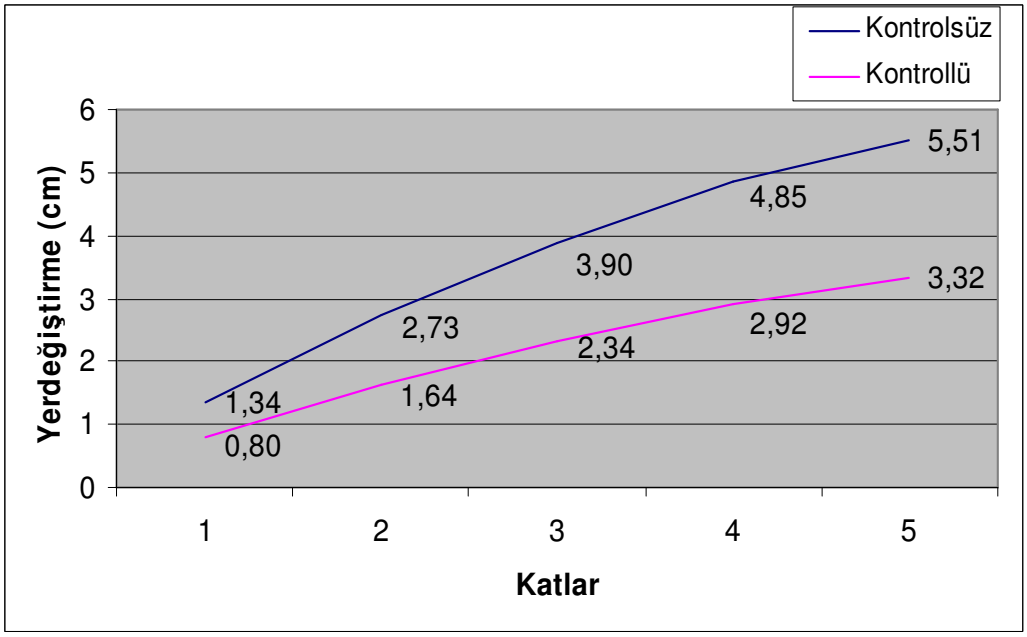
Şekil A.18: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

SYEW İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



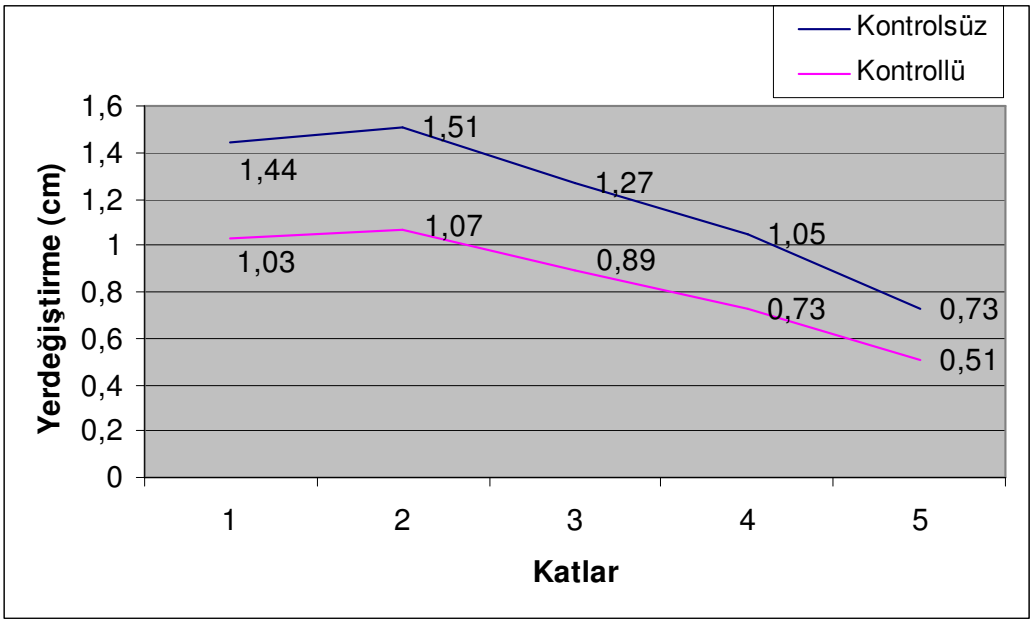
Şekil A.19: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

SYEW İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



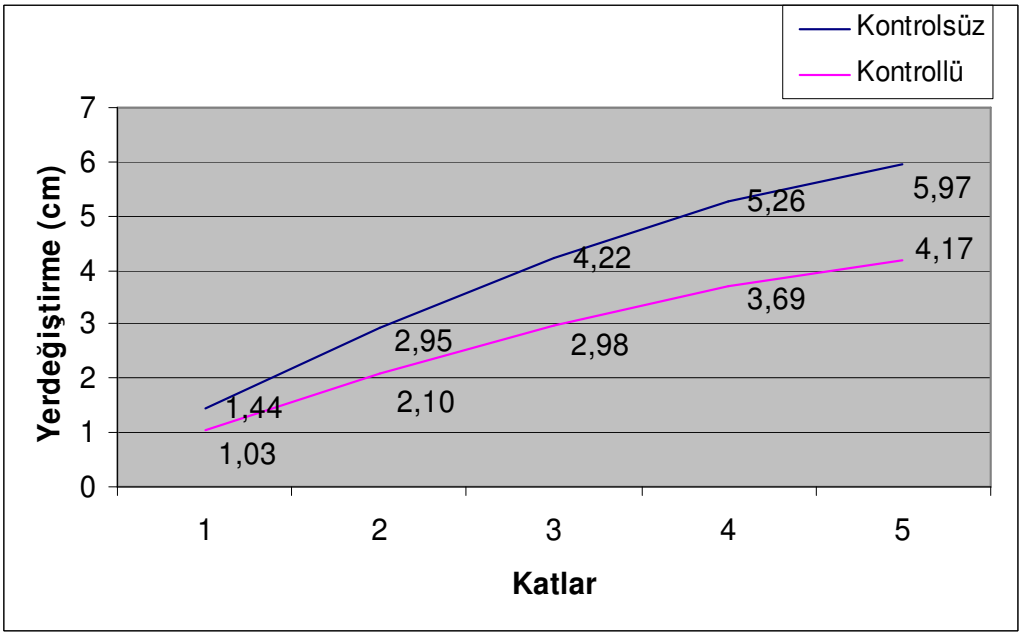
Şekil A.20: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

RİEW İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



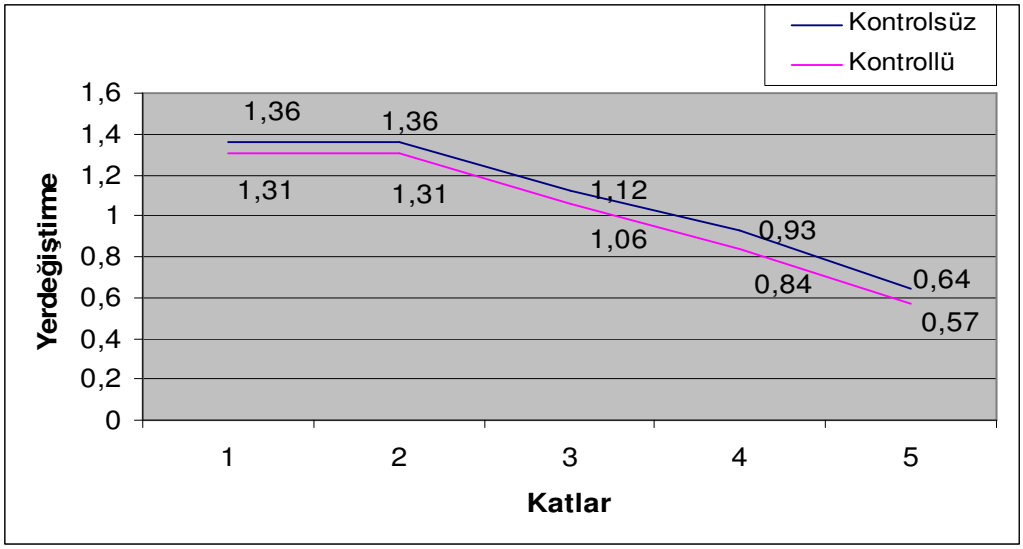
Şekil A.21: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

RİEW İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



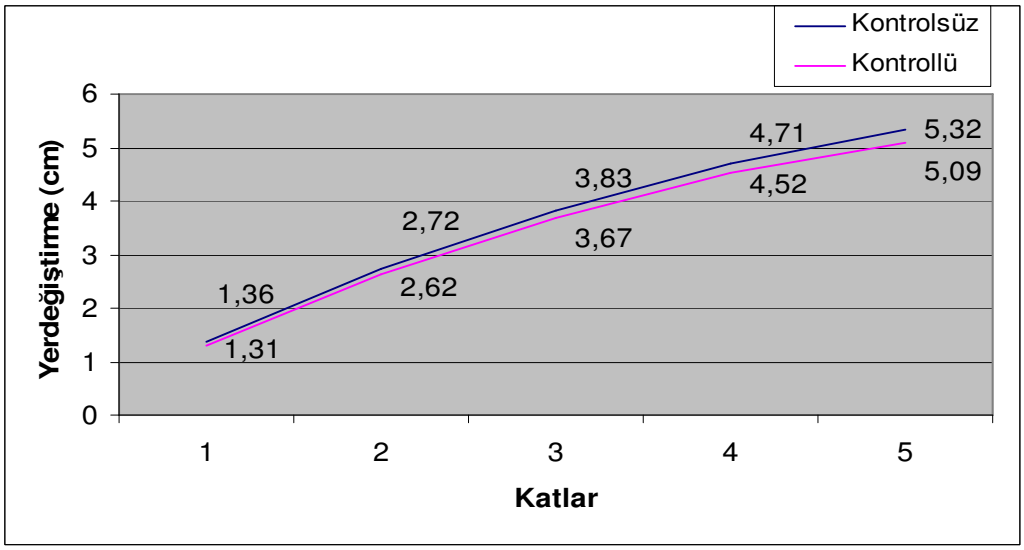
Şekil A.22: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

RİNS İçin Katların Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği



Şekil A.23: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Rölatif Yerdeğiştirme Grafiği

RİNS İçin Katların Yerdeğiştirme Grafiği



Şekil A.24: Kontrol Uygulanmadığında ve Kontrol Uygulandığında Katlarda Oluşan Yerdeğiştirme Grafiği

ÖZGEÇMİŞ

Selçuk ÖZBAŞ 13.10.1976 tarihinde İstanbul'un Şişli ilçesinde doğdu. İlk ve orta öğrenimini Şişli Kuvayi Milliye İlkokulu'nda aldıktan sonra lise öğrenimini Şişli Kurtuluş Lisesi'nde tamamladı.1995 yılında Ankara Üniversitesi İnşaat Teknikerliği bölümüne başlayarak 1997 yılında İnşaat Teknikeri olarak mezun oldu. 2000 yılında Sakarya Üniversitesi İnşaat Mühendisliği bölümüne başlayarak 2003 yılında İnşaat Mühendisi olarak mezun oldu. 2004 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Mühendisliği eğitimine başladı.