T.C.
ALTINBAŞ ÜNİVERSİTESİ
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Plastik Sanatlar Ana Bilim Dalı / Grafik Tasarım Bölümü

DİJİTAL GÖRÜNTÜDE SONLU MOZAİKLEME: KARE VE TETRAKİS KARE FORMLARIN KARŞILAŞTIRILMASI

Soner SAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı:
Doç. Dr. Hülya ŞAHİNER

İstanbul, 2022

DİJİTAL GÖRÜNTÜDE SONLU MOZAİKLEME: KARE VE TETRAKİS KARE FORMLARIN KARŞILAŞTIRILMASI

Soner SAN

Plastik Sanatlar Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

ALTINBAŞ ÜNİVERSİTESİ

2022

Soner SAN tarafından hazırlanmış ve 07/02/2022 tarihinde sunulmuş "DİJİTAL GÖRÜNTÜDE SONLU MOZAİKLEME: KARE VE TETRAKİS KARE FORMLARIN KARŞILAŞTIRILMASI" başlıklı tez Plastik Sanatlar Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak **oy birliği/~~oy çokluğu~~** ile kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Hülya ŞAHİNER

Danışman

Tez Savunma Sınavı Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Hülya ŞAHİNER	Güzel Sanatlar ve Tasarım Fakültesi / Altınbaş Üniversitesi	
Prof. Dr. Osman Nuri UÇAN	Uygulamalı Bilimler Fakültesi / Altınbaş Üniversitesi	
Doç. Dr. Baybora TEMEL	Güzel Sanatlar Fakültesi / Trakya Üniversitesi	

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak bütün şartları sağladığını beyan ederim.

Sosyal Bilimler Enstitüsü onayı:
07/02/2022

Bu dokümandaki tüm bilgilerin akademik kural ve etiğe bağlı kalınarak yazıldığını ve tez yazım kuralları kapsamında bu çalışmada bulunan ve özgün olmayan bütün bilgi ve materyallerin referanslandırıldığını temin ederim.

Soner SAN

İTHAF

Sanatın imgesel dünyası ile tanışmamı sağlayan, öğretileri ile hayatım boyunca beni hep daha derin düşünmeye sevk eden, bana bilimin ışığında sanat ile yürümeyi öğreten, bilim ve sanat için sayısız fedakarlığını her zaman kendime örnek almaya gayret ettiğim çok değerli hocam Prof. Dr. Bünyamin ÖZGÜLTEKİN'e sonsuz minnet ve şükranlarımla.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresince, kıymetli bilgileri ile bu tezi yazabilmemde sayısız katkılarından ötürü; başta tez danışmanım Doç. Dr. Hülya ŞAHİNER'e, yaşamım boyunca büyük fedakarlıklarla desteklerini esirgemeyen biricik annem Esma SAN ve kıymetli babam Hüseyin SAN'a, yeteneklerimi keşfetmemi sağlayan biricik ablam Berrin SAN'a ve tüm desteğiyle her zaman arkamda duran kıymetli abim Emrah SAN'a sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

DİJİTAL GÖRÜNTÜDE SONLU MOZAİKLEME: KARE VE TETRAKİS KARE FORMLARIN KARŞILAŞTIRILMASI

Soner SAN
Yüksek Lisans, Plastik Sanatlar Anabilim Dalı, Altınbaş Üniversitesi
Danışman: Doç. Dr. Hülya ŞAHİNER
Tarih: Şubat, 2022
Sayfa: 112

Tarihte sonlu geometrik dizilimle oluşturulan erken dönem görüntü örgüsü örnekleri; mozaik sanatı, yer karo döşemeleri ve dokuma tekniklerinde görülmektedir. Özellikle 19. yüzyılın ilk yarısında *Joseph Marie Jacquard*'ın dokuma tezgahlarında şablon kartları kullanması, bilgisayar teknolojilerinin sayısal altyapısını ve dijital görüntünün temelini oluşturmuştur. Günümüzde dijital görüntü; iki boyutlu düzlemde (*x, y*) kare forma sahip noktaların (*pixel*) sonlu dizilimi ile oluşturulmaktadır. Bu sonlu mozaikleme dijital geometride raster görüntüyü oluşturmakta ve düşük sayıdaki dizilimlerde (*resolution*) geometrik kırılmalara neden olarak görüntünün nesnel bütünlüğünü bozmaktadır.

Bu bilgiler ışığında, dijital geometride kare form ile Öklidyen yarı düzenli mozaikler grubunda yer alan kesik kare dizilimin (*truncated quadrille*) çift-tekdüze türevi olan tetrakis kare (4.8.8) formun (*kisquadrille*) oluşturduğu görüntü örgüsünde nitel ve nicel farklılıkların karşılaştırılması bu araştırmanın konusunu oluşturmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Dijital Görüntü, Dijital Geometri, Mozaikleme, Tetrakis Kare Dizilimi

ABSTRACT

FINITE TESSELLATION IN DIGITAL IMAGE: COMPARISON OF SQUARE AND TETRAKIS SQUARE FORMS

SAN, Soner
Master Degree, Graphic Design, Altınbaş Üniversitesi
Supervisor:
Assoc. Prof. ŞAHİNER, Hülya
Date: February, 2022
Pages: 112

Examples of early image weaves created with finite geometric sequences in history; It is seen in mosaic art, floor tiles and weaving techniques. Especially in the first half of the 19th century, Joseph Marie Jacquard's use of template cards in weaving looms formed the basis of the digital infrastructure and digital image of computer technologies. Today, digital image; It is formed by the finite array of square-shaped points (pixels) in the two-dimensional plane (x, y). This finite mosaicing creates a raster image in digital geometry and causes geometric breaks in low number of sequences (resolution) and disrupts the objective integrity of the image.

In the light of this information; The subject of this research is to compare the qualitative and quantitative differences in the image pattern formed by the "truncated quadrille" double-uniform derivative of the square form and the "truncated quadrille" of the Euclidean semi-regular mosaics group in digital geometry, that is, the "kisquadrille" formed by the tetrakis square "4.8.8" form.

Keywords: Digital Image, Dijital Geometry, Tessellation, Tetrakis Square Tiling

İÇİNDEKİLER

İTHAF ..... **iv**

TEŞEKKÜR ..... **v**

ÖZET ..... **vi**

ABSTRACT ..... **vii**

İÇİNDEKİLER ..... **viii**

TABLO LİSTESİ ..... **xii**

ŞEKİL LİSTESİ ..... **xiii**

RESİM LİSTESİ ..... **xix**

KISALTMALAR ..... **xxi**

SEMBOLLER ..... **xxiii**

1. GİRİŞ VE AMAÇ **1**

1.1. GİRİŞ 1

1.2. AMAÇ VE ÖNEM 2

1.2.1. Araştırmanın Amacı 2

1.2.1.1. Araştırmanın alt amaçları 2

1.2.2. Araştırmanın Önemi ve Gereksinimi 3

1.2.3. Araştırmanın Katkısı ve Hedefi 3

2. GENEL BİLGİLER **4**

2.1. GÖRÜNTÜNÜN OLUŞUMU 4

2.1.1. Görüntünün Tanımı 4

2.1.2. Görüntü Oluşumunda Erken Dönem 4

2.1.2.1. Mozaik sanatı 4

2.1.2.2. Dokuma sanatı 5

2.1.3. Görüntü Oluşumunda Geometrik Formlar (Noktalar) 8

2.1.3.1. Rastlantısal formlar 10

2.1.3.2. Yuvarlak formlar 10

2.1.3.3. Kare formlar 11

2.1.4. Görüntü Oluşumunda Işık ve Renk Kavramları 12
2.1.4.1. Doğal ışık kaynakları 12
2.1.4.2. Yapay ışık kaynakları 13
2.1.4.3. Renk oluşumunda sanatsal süreçler 14
2.1.4.4. Renk oluşumunda bilimsel süreçler 17
2.2. DİJİTAL GÖRÜNTÜNÜN OLUŞUMU 28
2.2.1. Dijital Görüntünün Temelleri 28
2.2.1.1. Vektör görüntü 28
2.2.1.2. Raster görüntü 29
2.2.1.3. Sayısal renk sistemleri ve matrisleri 30
2.2.1.4. Renklerin sayısal değerleri 35
2.2.2. Dijital Görüntüde Piksel Kavramı 35
2.2.2.1. Alt pikseller 36
2.2.2.2. Görüntü nicemleme (sinyal işleme) 37
2.2.3. Dijital Görüntüde Sayısal Değerler 37
2.2.3.1. Görüntü kalitesini belirleyen unsurlar 38
2.2.3.2. Dijital görüntü oluşumunda veri hesaplama 39
2.2.3.3. Temel düzeyde dijital görüntünün oluşumu 40
2.2.3.4. Gelişmiş düzeyde dijital görüntünün oluşumu 42
2.3. DİJİTAL GEOMETRİNİN OLUŞUMU 44
2.3.1. Dijital Geometrinin Temelleri 44
2.3.1.1. Pisagor Teoremi 44
2.3.1.2. Öklid geometrisi ve aksiyomları 45
2.3.1.3. Öklidyen düzenli dışbükey mozaikleme modelleri 47
2.3.1.4. Tetrakis kare (4-8-8) mozaikleme 48
2.3.1.5. Cebir ve Cebirsel geometri 49
2.3.1.6. Kartezyen koordinat sistemi 55
2.3.2. Dijital Geometri Oluşturma ve Hesaplama Yöntemleri 56
2.3.2.1. Dijital geometri (şekil analizi) 56
2.3.2.2. Sonlu geometri 57
2.3.2.3. Fraktal geometri 58
2.3.2.4. Hesaplamalı geometri (berim) 59

2.3.2.5. Ayrık (diferansiyel) geometri 61
2.3.2.6. Çizgi algoritması 62
2.3.2.7. Pick teoremi 63

3. GEREÇ VE YÖNTEM 64

3.1. ARAŞTIRMANIN YÖNTEMİ VE KISITLARI 64
3.2. ARAŞTIRMANIN EVRENİ VE VERİLERİN ANALİZ YÖNTEMİ 64
3.3. ARAŞTIRMANIN HİPOTEZLERİ 64

4. BULGULAR 66

4.1. TETRAKİS KARE FORM DEĞERLERİ 66
4.1.1. Geometrik Değerler 66
4.1.2. Sayısal Değerler 67
4.1.3. Sabit Değerler 70
4.1.3.1. Mono renk değerleri 70
4.1.3.2. Gri gama renk değerleri 71
4.1.3.3. RGB renk değerleri 71
4.1.3.4. RGB + alfa kanal renk değerleri 72
4.2. NESNEL KARŞILAŞTIRMA VE ÖLÇÜMLEME 72
4.2.1. Kare Formun Görüntü Oluşturma Analizi 72
4.2.2. Tetrakis Kare Formun Görüntü Oluşturma Analizi 73
4.3. SAYISAL KARŞILAŞTIRMA VE ÖLÇÜMLEME 73
4.3.1. Geometrik Şema Ölçümleri 73
4.3.1.1. Düşük nitelikteki şema ölçümleri 78
4.3.1.2. Düşük değerin giderilmesine yönelik bulgular 79
4.3.2. Grafik Şema Örneklemleri 80
4.3.3. Gerçek Görüntü Kesiti Örneklemi 81
4.4. BULGULARIN VERİ ANALİZLERİ 82
4.4.1. Bulgulardan Elde Edilen Verilerin Tablo Gösterimi 82
4.4.2. Bulgulardan Elde Edilen Verilerin Grafik Gösterimi 83
4.4.3. Bulgulardan Elde Edilen Verilerin Analizi 84

5. TARTIŞMA VE SONUÇ 85

5.1. TARTIŞMA 85
5.2. SONUÇ VE ÖNERİLER 86
5.2.1. Sonuç 86
5.2.2. Öneriler 87

KAYNAKÇA 89

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1: Görünür Işık tayflarına (spektral renklere) ait ölçüm değerleri Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color 20
Tablo 2.2: Temel renklerin sayısal veri değerleri Kaynak: https://www.rapidtables.com/convert/color/hex-to-rgb.html 35
Tablo 2.3: Bilgisayar teknolojisinde veri değerlerini gösteren tablo, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Bit 38
Tablo 2.4: Bit başına düşen piksel (Bit Per Pixel) değerler tablosu 38
Tablo 2.5: a) İki basamaklı (101) sayısının ondalık sayıya dönüşümü b) Ondalık (5) sayısının ikilik sayı sistemine dönüştürülmesi. 39
Tablo 2.6: 24 bitlik renkli bir görselin 8, 4, 2 ve 1 bitlik değerlere sıkıştırılması sonucu azalan renk ve buna orantılı olarak dosya boyutlarını gösteren tablo grafiği. Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_depth 42
Tablo 2.7: *Coxeter* [4,4] grubu, Kare dizilim (4.4.4.4) ve Tetrakis kare (4.8.8) mozaikleme yapısına ait detaylar tablosu, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Euclidean_uniform_tilings 49
Tablo 4.1: *Coxeter* [4,4] grubu, Tetrakis kare (4.8.8) mozaikleme yapısına ait detaylar tablosu, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Euclidean_uniform_tilings 66
Tablo 4.2: Ölçüm ve değer kriterleri tablosu 74
Tablo 4.3: Temel ölçüm değerlerinin karşılaştırma tablosu. (Hücre renkleri; yeşil: nitelikli değer, Camgöbeği: yaklaşık nitelikli değer, kırmızı: düşük nitelikli değerleri ifade etmektedir). 83

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1: Farklı amonyum formatları ile elde edilen gümüş nitratı tozu konsantrasyonlarının x7.500 ölçeğindeki mikroskop altındaki görüntüsü. (a) 0.1 M NH4COOH, b) 0.5 M NH4COOH, (c) 1.0 M NH4COOH ve (d) 3.0 M NH4COOH, Kaynak: https://www.researchgate.net/figure/SEM-image-of-silver-powder-from-different-concentration-of-ammonium-formate-and-silver_fig2_222087662 10

Şekil 2.2: CMYK renklerin %0 ile %100 değerleri arasındaki %10'luk kat sayılarında tram geçişi grafiği, Kaynak: https://printcenter.com.tr/printopedia/baski/tram-nedir-ne-ise-yarar/ 11

Şekil 2.3: Serigraf baskıda 1 cm ölçeğiyle bakıldığında tramların gözle görülen temsili görüntüsü Kaynak: https://printcenter.com.tr/printopedia/baski/tram-nedir-ne-ise-yarar/ . 11

Şekil 2.4: TV CRT ekranda 1 inç ölçeğiyle bakıldığında RGB piksellerin gözle görülen temsili görüntüsü Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Trichromacy 12

Şekil 2.5: Düşük çözünürlüklü bir RGB LED ekranından alınmış görüntü kesiti, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/LED_display 13

Şekil 2.6: *Isaac Newton*'un ışığın prizmada kırılması deneyi temsili 3 boyutlu görüntüsü, Kaynak: Fig. 11, (Newton, 2018). 18

Şekil 2.7: Elektromanyetik spektrum (Görünür kısmı vurgulanmış) grafiği, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Light 19

Şekil 2.8: Işık ile renk oluşumunun basit gösterimi, Kaynak: https://www.pantone.com/articles/color-fundamentals/how-do-we-see-color 20

Şekil 2.9: Işığın madde üzerinde kırılması ile rengin görünür hale gelmesi sürecini aşamaları ile gösteren grafik, a) Mavi Morpho kelebeği b) kelebeğin çam ağacına benzer nanometrik ölçekteki doku örgüsü c) Doku üzerinden yansıyan ışık tayflarının karışarak oluşturduğu mavi renk 21

Şekil 2.10: Işık tayfları pigment maddesi üzerine kırılır, mavi spektrumu yansıttığı için madde mavi renkte görünür, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Pigment 23

Şekil 2.11: Koni hücre yapısı temsili grafik Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Cone_cell 24

Şekil 2.12: İnsan koni hücrelerinin normalleştirilmiş spektrumları, (S, M ve L) tipleri, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Cone_cell 24

Şekil 2.13: Görüntünün retina yüzeyine ters olarak düşmesini tasvir eden temsili grafik, Kaynak: https://askabiologist.asu.edu/explore/how-do-we-see 26
Şekil 2.14: İnsan beyninde bulunan görsel işleme bölgeleri. Renk tanımlamada önemli olan bölge *ventral* akış (mor), görülen nesnenin çağrışımını sağlayan *dorsal* akış (Yeşil), görüntüyü beynin ilgili alanına ileten görsel korteks (gri), Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_vision 26
Şekil 2.15: Primat beyninin sol yarıküresinde yer alan dört lobun görsel işleme sistemi ile ilgili alanlara ait tanımların kısaltmalarını gösteren grafik. Kaynak: https://stanford.library.sydney.edu.au/entries/consciousness-neuroscience/ 27
Şekil 2.16: Vektör (*Vector*) görüntünün raster (*Bitmap*) görüntüye oranla 7x büyütülerek değer kaybı yaşamadığını gösteren temsili görüntü, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Vector_graphics 29
Şekil 2.17: Basit bir raster (*bitmap*) grafik, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Raster_graphics 29
Şekil 2.18: a) Vektör görüntü sayısal tablo, b) Vektör görüntü çıktısı, c) Raster görüntü matris tablosu, d) Raster görüntü çıktısı 30
Şekil 2.19: CMYK renk sisteminin karışımını gösteren grafik, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color 33
Şekil 2.20: RGB renk sisteminin karışımını gösteren grafik, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color 34
Şekil 2.21: RGB görüntüsünü oluşturan NxM (16x16px) boyutlarındaki 3 bandın (ızgaranın) matris gösterimi, Kaynak: (Çayıroğlu, 2020, s. 12) 36
Şekil 2.22: Farklı dijital ekranlardan yakınlaştırılmış alt piksel görüntüleri a) CRT TV ekranı b) CRT Bilgisayar ekranı c) LCD Dizüstü bilgisayarı d) LCD TV ekranı Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Pixel 36
Şekil 2.23: N × M büyüklüğüne sahip 2-B bir sayısal görüntünün temel yapısı. Kaynak: (Çayıroğlu, 2020, s. 10) 37
Şekil 2.24: tek kanallı, 1 ile 256 renk (1 ile 8 bit) değer aralıklarında oluşan görsel çıktılar, Kaynak: (Çayıroğlu, 2020, s. 15) 39
Şekil 2.25: a) 14 x 16 = 224 piksel elma sembolü, b) Elma sembolünün 10 kat büyük görünümü c) Görsel içinden alınan 1 piksellik RGB renk değeri d) Pikselin rengine ait tüm sayısal veriler. 40

Şekil 2.26: 1 bitlik değerle oluşturulan toplam 36 bit görüntü örneği (sol), görüntünün sahip olduğu sayısal bit veri değerleri (sağ), (0 = Siyah, 0 = Beyaz), Kaynak: http://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/DataRepresentation/ImageRepresentation.html 41
Şekil 2.27: 1 bitlik değerle oluşturulan toplam 72 bitlik görüntü örneği (sol), görüntünün sahip olduğu sayısal bit veri değerleri (sağ), (00 = siyah, 01 = koyu gri, 10 = açık gri, 11 = beyaz), Kaynak: http://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/DataRepresentation/ImageRepresentation.html 41
Şekil 2.28: 2 bitlik değerle oluşturulan toplam 72 bitlik renkli görüntü örneği (sol), görüntünün sahip olduğu sayısal bit veri değerleri (sağ), (00 = kırmızı, 01 = turuncu, 10 = sarı, 11 = beyaz), Kaynak: http://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/DataRepresentation/ImageRepresentation.html 42
Şekil 2.29: RGB (24 bit) 16.777.216 renk uzayı grafiği, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_depth 43
Şekil 2.30: Pisagor teoremi: Bacaklar (a ve b) iki karenin alanlarının toplamı, karenin hipotenüs (c) üzerindeki alanına eşittir 44
Şekil 2.31: Öklid'in Elementleri eserinde yer alan kanıtı temsil eden grafik 45
Şekil 2.32: Ökli'in dışbükey çokgenlerine ait tanımlama grafiği, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Euclidean_uniform_tilings 47
Şekil 2.33: *Coxeter* Öklidyen yarı düzenli mozaikleme grubu örnekleri, Kaynak: (Gopinath, Kodialam, Lu, Lynch, & Ospina, 2019, s. 2) 48
Şekil 2.34: *Coxeter* Öklidyen çift (yansımalı) yarı düzenli mozaikleme grubu örnekleri, Kaynak: (Gopinath, Kodialam, Lu, Lynch, & Ospina, 2019, s. 2) 48
Şekil 2.35: Negatif olmayan tamsayı çiftlerinin örgüsü, bileşen bazında sıralanmıştır (*Pic*. 5). Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Lattice_(order) 51
Şekil 2.36: Üç boyutlu Öklid uzayında üç düzlemin lineer denklemlerin ortak çözüm eksenini (mavi çizgi) temsil eden grafik. Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_algebra 51
Şekil 2.37: Matris, Determinant ve kofaktör gösterimi, Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/Determinant 52

Şekil 2.38: *Coxeter* yansıma grupları temel sınıflandırması, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Coxeter–Dynkin_diagram 53
Şekil 2.39: *Coxeter* p4m küçük alt grupların ve yansıma değerlerinin sınıflandırılması, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Coxeter–Dynkin_diagram..... 53
Şekil 2.40: *Schwarz* üçgen grafiği, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Schwarz_triangle 54
Şekil 2.41: *Wythoff* sembolü oluşturulan 7 farklı üçgen örneklemesi, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Wythoff_symbol..... 55
Şekil 2.42: Kendi icat ettiği x ve y eksenlerini kullanan bir Kartezyen koordinat grafiği, Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/René_Descartes 55
Şekil 2.43: Üçgen bir ağ üzerinde bir eğrinin izlenmesi, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Digital_geometry..... 57
Şekil 2.44: 4 nokta ve 6 çizgi içeren 2. dereceden sonlu afin düzlemi örneği. Aynı renkteki çizgiler paralel olduğundan şeklin merkezi bu afin düzlemin bir noktasını oluşturmaz. Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_geometry 57
Şekil 2.45: 9 nokta ve 12 çizgi içeren, 3. dereceden sonlu afin düzlemi, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_geometry 58
Şekil 2.46: *Sierpinski* üçgeni; mutlak surette simetrik bir fraktal oluşum aşamalarına ait grafikler (a,b,c). Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/Fraktal 59
Şekil 2.47: Hesaplama geometride verimli bölgelerin sorgulanması ve veri yapısı örneği, Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/Hesaplamalı_geometri 60
Şekil 2.48: 2-boyutlu *Khalimsky* komşularını gösteren grafik, Kaynak: (Kong & Rosenfeld, 1989)..... 61
Şekil 2.49: *Bresenham*'ın çizgi algoritması kullanılınca ortaya çıkan bir çizgi grafiği, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Bresenham%27s_line_algorithm..... 62
Şekil 2.50: Pikselleri temsilen Kartezyen koordinat şemasında (0,1) ile (6,4) arasında oluşan bir çizginin komşu piksel ilişkisini gösteren algoritmaya ait grafik, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Bresenham%27s_line_algorithm 62
Şekil 2.51: Bir *Pick's* teorem hesaplama örneği (i = 7, b = 8: A = i + b/2 -1 = 10), Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Pick%27s_theorem..... 63
Şekil 4.1: Tetrakis kare formunun oluşturduğu geometrik değerleri temsil eden grafik. ... 67

Şekil 4.2: Tetrakis kare form örnekleminin kartezyen koordinat sistemi üzerinde (a = 0, b = ½, c = 1) gösteren grafik. 67
Şekil 4.3: Sol ekran: A kare matrisinin içerdiği algoritmanın çalışan döngüsel kaynak kodu. Sağ ekran: 100 kat büyütülmüş görüntü çıktısı. 69
Şekil 4.4: Tetrakis kare formu sabitlerinin örneklemi (a) Bir karenin bölünmüş bütün görüntüsü, (b) Bir karenin sabit kombinasyonları, (c) ikili sabit fonksiyonların ayrıştırılmış görünümü. 70
Şekil 4.5: Tetrakis kare formun 4 bitlik (0-15) sabit veri değeri karşılıklarını gösteren grafik. (a) kombinasyonun onluk sayı değeri, (b) kombinasyon formu, (c) kombinasyonun ikilik (bit) sayı değeri. 70
Şekil 4.6: Tetrakis kare formu "Gri gama" ve 32 bitlik değişken veri değeri örneklemini gösteren grafik. (a) Tetrakis kare formun 2. kombinasyonu, (b) Tetrakis kare formun 3. kombinasyonu, (c) Tetrakis kare formun 4. kombinasyonu, (d) Tetrakis kare formun 5. kombinasyonu. 71
Şekil 4.7: Tetrakis kare formu "RGB" ve 96 bitlik değişken veri değeri örneklemini gösteren grafik. (a) Tetrakis kare formun 2. kombinasyonu, (b) Tetrakis kare formun 3. kombinasyonu, (c) Tetrakis kare formun 4. kombinasyonu, (d) Tetrakis kare formun 5. Kombinasyonu. 71
Şekil 4.8: Tetrakis kare formu "RGB + Alfa Kanal" ve 128 bitlik değişken veri değeri örneklemini gösteren grafik. (a) Tetrakis kare formun 2. kombinasyonu, (b) Tetrakis kare formun 3. kombinasyonu, (c) Tetrakis kare formun 4. kombinasyonu, (d) Tetrakis kare formun 5. kombinasyonu. 72
Şekil 4.9: Kare formunun 9 birimlik (kare ve sekizgen) ve 18 birimlik (eşkenar üçgen) şablonlar üzerinde oluşturulan görüntü analizi grafiği. 72
Şekil 4.10: Tetrakis kare formunun 9 birimlik (kare ve sekizgen) ve 18 birimlik (eşkenar üçgen) şablonlar üzerinde oluşturulan görüntü analizi grafiği. 73
Şekil 4.11: 9 birimlik alan ve kare form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 74
Şekil 4.12: 25 birimlik alan ve eşkenar dörtgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 75
Şekil 4.13: 12 birimlik alan ve dikdörtgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. ... 75
Şekil 4.14: 18 birimlik alan ve paralelkenar form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.. 75

Şekil 4.15: 18 birimlik alan ve eşkenar üçgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 76
Şekil 4.16: 9 birimlik alan ve dik üçgen (45-45-90) form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği..... 76
Şekil 4.17: 9 birimlik alan ve sekizgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 76
Şekil 4.18: 9 birimlik alan ve yuvarlak form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 77
Şekil 4.19: 12 birimlik alan ve beşgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 77
Şekil 4.20: 9 birimlik alan ve hilal form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 77
Şekil 4.21: 12 birimlik alan ve eşkenar üçgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 78
Şekil 4.22: 9 birim alan ve elips form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği. 78
Şekil 4.23: %50'den büyük alanların aktifleştirilmesi ile iyileştirilmiş eşkenar üçgen formu grafiği..... 79
Şekil 4.24: %50'den büyük alanların aktifleştirilmesi ile iyileştirilmiş elips formu grafiği. 79
Şekil 4.25: Temel grafik$_1$ (*Monochrome*) şema karşılaştırması (256 piksellik dönen çizgi motifi), (a) tetrakis kare dizilimi ile üretilmiş görüntü, (b) kare form dizilimi ile üretilmiş görüntü..... 80
Şekil 4.26: Temel grafik$_2$ (RGB) şema karşılaştırması (120 piksellik elma motifi), (a) tetrakis kare dizilimi ile üretilmiş görüntü, (b) kare form dizilimi ile üretilmiş görüntü 80
Şekil 4.27: Dijital Fotoğraftan alınan 24x24 piksellik (576px) görüntü kesitinin incelemesini gösteren grafik. (a) Tetrakis kareleri ile oluşturulan görüntü örgüsü, (b) Kare formlar (pikseller) ile oluşturulan görüntü örgüsü (orijinal görüntü), (c ve d) oluşturulan görüntü örgüsünün 1-1, 1-2, 1-4 ölçeklerdeki gösterimi. 82
Şekil 4.28: Temel ölçüm değerlerinin karşılaştırma grafiği. (Gri çizgi: nitelikli değerler, yeşil çizgi: tetrakis kare dizilimi değerleri, pembe çizgi: kare dizilimi değerleri) 84

RESİM LİSTESİ

Resim 2.1: Bizon figürü. Duvar resmi (detay), M.Ö. 18.500-14.000, Altamira, İspanya, Kaynak: Görsel 42, (Eco, 2019a) 4
Resim 2.2: At yarışı, Hipodromdan sahneler, I. yüzyıl, Mozaik, Lyon, Galya-Roma Müzesi, Kaynak: Görsel 1, (Eco, 2018, s. XXVIII) 5
Resim 2.3: At yarışı mozaiğinden detay görüntü, Kaynak: Görsel 1 (detay), (Eco, 2018, s. XXVIII) 5
Resim 2.4: Dantel işleme için örnek. Venedik, 1568 Kaynak: Görsel 9, (Gombrich, 2015, s. 35) 6
Resim 2.5: *J.M. Jacquard*'ın bu portresi bir Jakarlı dokuma tezgâhında ipekle dokunmuştur ve oluşturmak için 24.000 delikli kart gerekmiştir (1839), Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Jacquard_machine 7
Resim 2.6: Bilgi delikli kartları gösteren bir Jakarlı dokuma tezgahı, *National Museum of Scotland*, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Jacquard_machine..... 7
Resim 2.7: Yirminci yüzyılın ortalarından 12 sıralı ve 80 sütunlu bir IBM delikli kart, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Punched_card..... 8
Resim 2.8: (a) *Paul Signac*, Akşam Sakinliği, 64.8 cm x 81.3 cm, Tuval üstüne yağlıboya, Metropolitan Sanat Müzesi, New York, ABD, 1891. (b) Detay görüntü..... 8
Resim 2.9: *Paul Signac*, *The Golden Horn, the Minarets*, Tuval üstüne yağlıboya, 73 cm x 92,5 cm, 1907, Christie's, London 9
Resim 2.10: a) *Chevreul*'ün 1855 yılında tamamlayıcı renkler ve ilişkilerini RYB renk modeli ile hazırladığı kromatik ren diyagramı b) *Chevreul*, Renkleri tanımlama ve adlandırmanın bir yolu, 1861 Kaynak: (Michel Eugène Chevreul, 2003) 14
Resim 2.11: *Claude Monet*, İzlenim: Gün Doğumu, Tuval üstüne yağlıboya, 48 cm × 63 cm, *Musée Marmottan Monet*, Paris, 13 Kasım 1872 15
Resim 2.12: *Claude Monet*, İzlenim: Gün Doğumu resminin siyah beyaz dijital resmi Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Impression,_Sunrise..... 16
Resim 2.13: *Isaac Newton, Opticks, London: printed for Samuel Smith, and Benjamin Walford, printers to the Royal Society, at the Prince's Arms in St. Paul's Church-yard*, 1704. CMGL 94325, Kaynak: https://www.cmog.org/article/isaac-newton-opticks..... 17
Resim 2.14: *Olafur Eliasson*, *Room for one colour*, 1997, (Monokromatik ışık etkisi) 18
Resim 2.15: *Olafur Eliasson, Room for one colour*, 1997, (Normal ışık etkisi) 19

Resim 2.16: *Johannes Vermeer*, İnci Küpeli Kız, Tuval üstüne yağlıboya, 44,5 cm x 39 cm, Mauritshuis, Lahey, Hollanda, 1665 22
Resim 2.17: Kardinal *André-Hercule de Fleury*'nin *Hyacinthe Rigaud* tarafından yapılan tablosundan (RYB) testleri için 3 renkte basılmış gravür kopyaları, Kaynak: https://it.wikipedia.org/wiki/Jacob_Christoph_Le_Blon..... 31
Resim 2.18: *J.C. le Blon, Coloritto, or, The harmony of colouring in painting*, 1720, Kaynak: https://library.si.edu/digital-library/book/colorittoharmon00lebl 32
Resim 2.19: *Oxyrhynchus*'ta bulunan ve yaklaşık MS 100'e tarihlenen Öklid'in Elementleri eserinin hayatta kalan en eski parçalarından biri (P. Oxy. 29). II. Kitap, 5. Bölümde bulunan Diyagram önermesinin bir parçası. Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid 46
Resim 4.1: *Sharath G.*, "Duvarın Üstündeki Bukalemun", Gerçek görüntü örneği (Görüntü üzerinde kırmızı çerçeve ile işaretlenen alan 24px*24px örneklem alanı olarak kullanılmıştır), Kaynak: https://www.pexels.com/tr-tr/fotograf/duvarin-ustundeki-bukalemun-3579864/ 81

KISALTMALAR

2D	: İki boyut
3D	: Üç Boyut
AB	: "Astronomik Birim" ifadesinin kısaltması.
AC	: "Alternatif Akım" ifadesinin İngilizce kısaltması.
BT	: Beyinde *inferotemporal* korteks.
CMYK	: Camgöbeği, macenta (Galibarda), sarı, siyah renklerin İngilizce kısaltması.
CRT	: "Katot Işın Tüpü" ifadesinin İngilizce kısaltması.
DC	: "Direkt Akım" ifadesinin İngilizce kısaltması.
DPI	: "inç başına düşen nokta" ifadesinin İngilizce kısaltması.
IR	: "Kızılötesi" ifadesinin İngilizce kısaltması.
ISO	: Fotoğraf makinelerinde ışığa duyarlılık sağlayan değerler aralığı.
IPL ve SPL	: Beyinde alt ve üst *parietal* lobül.
K	: *Kelvin*
L	: Uzun ışık spektrumu (kırmızı) algılayan hücre tipi.
LED	: "Işık Yayayn Diyotlar" ifadesinin İngilizce kısaltması.
M	: Orta ışık spektrumu (yeşil) algılayan hücre tipi.
MST	: Beyinde *medial* üst temporal görme alanı.
MT	: Beyindeki orta temporal görsel alan (insanlarda ayrıca V5).
PFC	: Beyindeki *prefrontal* korteks.
PPI	: "inç başına düşen piksel" ifadesinin İngilizce kısaltması.
RGB	: Kırmızı, Yeşil, Mavi renklerin İngilizce kısaltması.
RYB	: Kırmızı, Sarı, Mavi renklerin İngilizce kısaltması.
S	: Kısa ışık spektrumu (mavi) algılayan hücre tipi.
S1	: Beyindeki birincil *somatosensoriyel* korteks.
UV	: "Ultraviyole" ifadesinin İngilizce kısaltması.
V1	: Beyindeki birincil görsel korteks.
V2-V6	: Beyindeki ek görsel alanlar.
X-ray	: X radyasyonu (X Işını) ifadesinin İngilizce kısaltması.
Bit	: Bilgisayar Teknolojisinde en küçük veri değeri
Bits	: Bilgisayar Teknolojisinde 8 bit değerinden oluşan veri değeri
Byte	: Bilgisayar Teknolojisinde bits değerinin en küçük sayı değeri

nm	: Nanometre
cm	: Santimetre
m	: Metre
km	: Kilometre
Hz	: Hertz
Thz	: Terahertz
eV	: Foton Enerji Sembolü
px	: Piksel
Hex	: “Hexadecimal” teriminin İngilizce kısaltması

SEMBOLLER

λ	: Tayf (spektrum) sembolü
ν	: Terahertz sembolü
~	: Değer aralığı (neredeyse eşit) sembolü
μ	: Popülasyon
m	: Mikron başına yoğunluk (popülasyon ile kullanıldığında)
#	: Hex (Hexadecimal) renk kod tanımı
∑	: Sigma sembolü

1. GİRİŞ VE AMAÇ

1.1. GİRİŞ

Tarihte sonlu geometrik dizilimle oluşturulan ilk görüntü örgüsü örnekleri; mozaik sanatı, yer karo döşemeleri ve dokuma tekniklerinde görülmektedir. Özellikle 19. yüzyılın ilk yarısında *Joseph Marie Jacquard*'ın dokuma tezgahlarında kullandığı şablon kartlar üzerinde bulunan (boş-dolu) ilmik referansları (delikler), günümüzde bilgisayarların ikilik sayı (0-1) sistemlerinin (*bit*) altyapısını ve dijital görüntü örgüsünün oluşturulmasını sağladığı bilinmektedir. Günümüzde dijital görüntü; iki boyutlu düzlemde (*x, y*) kare forma sahip noktaların (*pixel*) sonlu dizilimi ile oluşturulmaktadır. Bu sonlu mozaikleme dijital geometride raster görüntüyü oluşturmakta ve düşük sayıdaki dizilimlerde (*resolution*) geometrik kırılmalar meydana getirerek görüntünün nesnel bütünlüğünün bozulmasına neden olmaktadır (Eco, 2019a; Jacquard machine, 2002; Bit, 2001; Digital geometry, 2003; Raster graphics, 2001; Dijital görüntü, 2020; Computer graphics, 2008).

Bu bilgiler ışığında, dijital geometride kare form ile tetrakis kare formunun etkin bir karşılaştırmasını yapabilmek için; bu araştırmanın ikinci (Genel Bilgiler) bölümünün ilk kısmında "Görüntü Oluşumu" başlığı altında; dijital görüntünün temelini oluşturan görüntü kavramı, görüntü oluşturma gereksinimi, görüntü örgüsünün oluşum evreleri, görüntü oluşumuna katkı sağlayan sanatsal & bilimsel süreçler ve görüntü örgüsünü oluşturan geometrik formlar, ikinci kısmında "Dijital Görüntü Oluşumu" başlığı altında; dijital görüntünün temelleri, sayısal renk sistemleri ve matrisleri, piksel kavramı ve dijital görüntüde sayısal değerler, üçüncü ve son kısmında "Dijital Geometri Oluşumu" başlığı altında; dijital geometrinin temellerini oluşturan Öklidyen geometri ve Cebirsel geometri gibi bilimsel bulgular ve dijital geometrinin oluşumunda etkili olan kartezyen koordinat sistemi, kare matrisi, fraktal geometri gibi önemli konulara dair geniş bir literatür taraması yapılmıştır.

Araştırmanın üçüncü bölümünde (Gereç ve Yöntem) araştırmanın yöntemi ve kısıtları, araştırmanın evreni ve verilerin analiz yöntemleri ve araştırmanın hipotezleri belirtilmiştir.

Araştırmanın dördüncü bölümünde (Bulgular) kare formunun tetrakis kare formu ile karşılaştırılmasına ait temel bulgular, şema üzerindeki karşılaştırmalar ve ölçümler, alternatif geometrik formun mevcut yapı ile uyumluluğuna dair bulgular ve karşılaştırma sonuçlarının sayısal verilere dönüştürülerek analiz edilmesi yer almaktadır.

Araştırmanın beşinci ve son bölümünde (Tartışma ve Sonuç) elde edilen bulgulardan oluşan verilerin yorumlanması, elde edilen sonuçlardaki sapmaların tartışılması ve araştırmanın hipotezleri ile kontrol edilmesi "Tartışma" başlığı altında, araştırmada elde edilen tüm verilerin özeti "Sonuç" başlığı altında, araştırmanın alt amaçlarına yönelik görüşler ise "Öneriler" başlığı altında aktarılmıştır.

1.2. AMAÇ VE ÖNEM

1.2.1. Araştırmanın Amacı

Dijital geometride kare form ile Öklidyen yarı düzenli mozaikler grubunda yer alan kesik kare dizilimin (*truncated quadrille*) çift-tekdüze dizilimi olan tetrakis kare (4.8.8) formunun (*kisquadrille*) oluşturduğu görüntüde meydana gelen nitel ve nicel farklılıkların karşılaştırılması sonucu dijital görüntüde daha nitelikli görüntünün elde edilip edilemeyeceğine dair bulguların ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

1.2.1.1. Araştırmanın alt amaçları

Bu temel amaç doğrultusunda, araştırmanın alt amaçları şunlardan oluşmaktadır;

I. Kare form ile tetrakis kare formunun temel geometrik şemalar üzerinde karşılaştırılması ve karşılaştırma sonuçlarının sayısal verilere dönüştürülmesi.
II. Kare form ile tetrakis kare formunun iki boyutlu grafik şema üzerinde karşılaştırılarak görüntü niteliklerinin belirlenmesi.
III. Kare form ile tetrakis kare formunun iki boyutlu gerçek görüntü şema üzerinde karşılaştırılarak görüntü niteliklerinin belirlenmesi.
IV. Tetrakis kare formunun sayısal veriler ile eşleştirilmesi, kartezyen koordinat sistemi üzerinde kare matris değerlerin oluşturulması ve oluşan algoritmanın kodlama örnekleminin yapılması.

V. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda oluşan verilerin analiz edilmesi ve bulguların araştırma hipotezleri ile uyumluluğunun sağlanması.

1.2.2. Araştırmanın Önemi ve Gereksinimi

Dijital geometride kare formun meydana getirdiği raster görüntünün tetrakis kare formu ile daha nitelikli hale gelip gelemeyeceğine dair bulguların elde edilmesi bu araştırmanın gereği ve önemini oluşturmaktadır.

1.2.3. Araştırmanın Katkısı ve Hedefi

Bu araştırma dijital geometri konuları üzerine yapılan çalışmaların gelişmesine katkı sunmayı hedeflerken diğer yandan içeriğinde oluşan tespitleri, bulguları, hipotezleri, sonuç ve önerileriyle bu alanda yapılacak diğer bilimsel çalışmalara referans bilgiler sağlamayı ve araştırmacının çalışmasını genişletmesine katkıda bulunmayı hedeflemektedir.

2. GENEL BİLGİLER

2.1. GÖRÜNTÜNÜN OLUŞUMU

2.1.1. Görüntünün Tanımı

Görüntü kelimesi TDK tarafından "*Gözlemciye, belli bir noktada varmış gibi görünen, ama gerçekte herhangi bir ışık ışınının düşmediği ya da bir ışının çıkmadığı noktadaki görüntü.*" şeklinde tanımlanmaktadır (www.tdk.gov.tr).

Görüntü oluşturma ve görüntüyü kaydederek sonraki nesillere aktarma gereksinimi milattan önceki tarihlerde mağara resimlerinde görülmektedir. İlkel yöntemler ve kısıtlı malzemeler ile yapılan bu resimlerin zamanla hem teknik kullanımı hem de malzeme çeşitliliği bakımından zaman içinde geliştiği bilinmektedir (**Resim 2.1**).

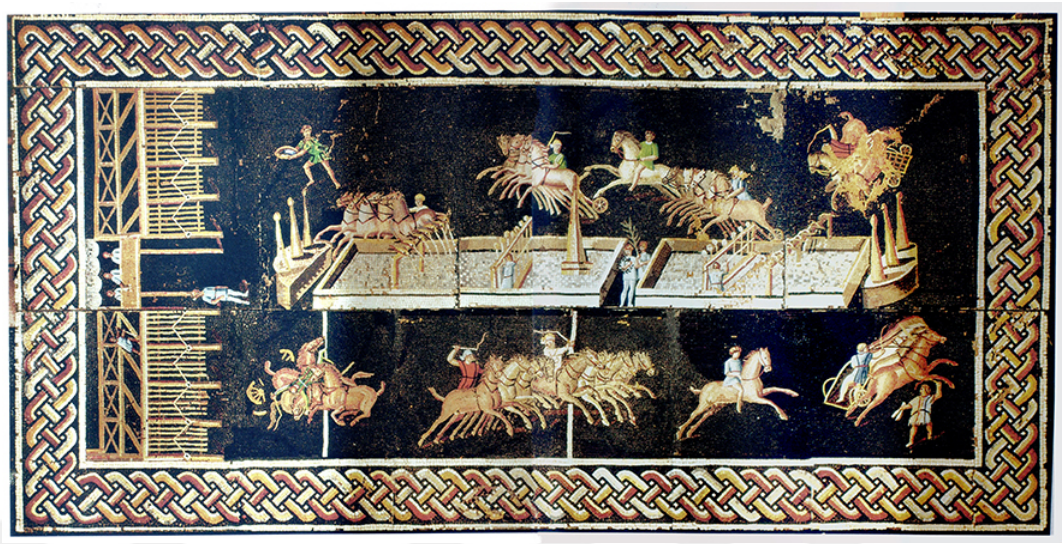


Resim 2.1: Bizon figürü. Duvar resmi (detay), M.Ö. 18.500-14.000, Altamira, İspanya, Kaynak: Görsel 42, (Eco, 2019a)

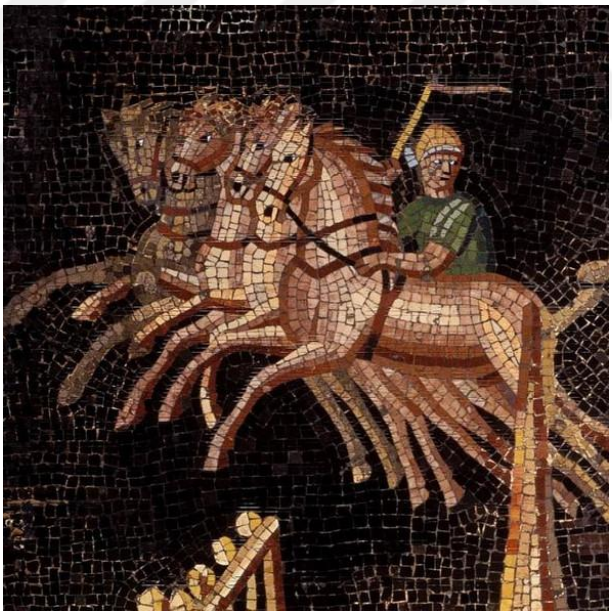
2.1.2. Görüntü Oluşumunda Erken Dönem

2.1.2.1. Mozaik sanatı

Bilimsel olarak tarihlendirilen ve daha ileri dönemde (yerleşik düzene geçiş ve kentleşme sonrası) yapılmış mozaikler, belirli bir sisteme dayalı görüntü örgüsü oluşumunda günümüzde kullanılan piksel kavramı ile önemli oranda benzerlikler içermektedir (**Resim 2.2**, **Resim 2.3**).



Resim 2.2: At yarışı, Hipodromdan sahneler, I. yüzyıl, Mozaik, Lyon, Galya-Roma Müzesi, Kaynak: Görsel 1, (Eco, 2018, s. XXVIII)

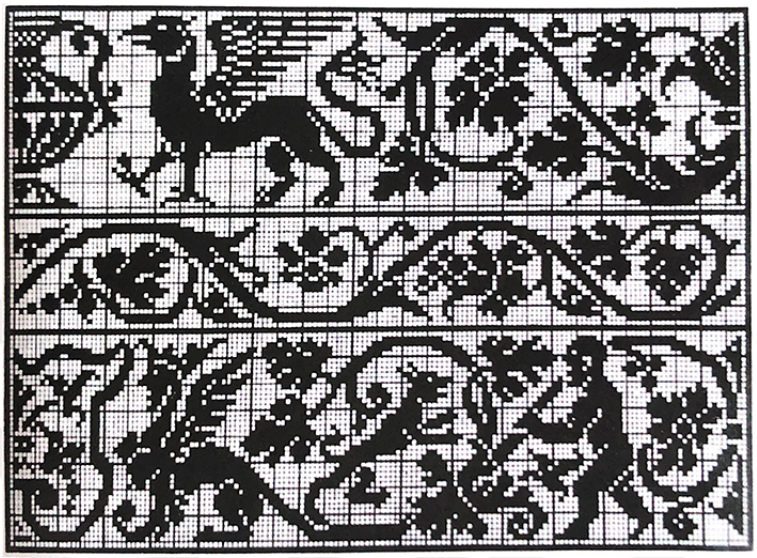


Resim 2.3: At yarışı mozaiğinden detay görüntü, Kaynak: Görsel 1 (detay), (Eco, 2018, s. XXVIII)

2.1.2.2. Dokuma sanatı

Benzer yapıya sahip sistemli görüntü oluşturma prensiplerinin erken izleri nakış ve dokuma tekniklerinde görülmektedir. *Ernst Hans Gombrich*'e (Gombrich, 2015, s. 35) göre: "*Boş-dolu seçeneklerinden oluşan böyle bir dizgeyi uygulayan bir dizi sanatsal*

*teknik bulunmaktadır, örneğin belli ağ ve dantel örgülerinde zemin tek tek ağ gözleri ya doldurmaktadır ya da boş bırakmaktadır (**Resim 2.4**). Bu arada doldurulmuş alanların figür ya da zemin anlamını taşıması önemli değildir. Önemli olan, iki gösterge arasında kurulan bağdır*[1]."



Resim 2.4: Dantel işleme için örnek. Venedik, 1568
Kaynak: Görsel 9, (Gombrich, 2015, s. 35)

1839 yılında *J.M. Jacquard*'ın, İngiliz matematikçi, analitik filozof, makine mühendisi, mucit ve programlanabilir bilgisayar fikrini ortaya atan bilgisayar bilimcisi *Charles Babbage*'den ilham alarak geliştirdiği Jakarlı dokuma tezgâhının analitik motorunda delikli kartları kullanması (**Resim 2.5**, **Resim 2.6**) günümüzde bilgisayar ve dijital görüntüleme sistemlerinin altyapısı olan (**Resim 2.7**) ikilik veri (*bit*) sisteminin temelini oluşturduğu anlaşılmaktadır (Jacquard machine, 2002).

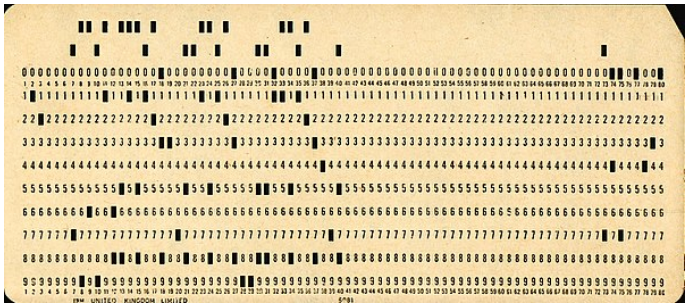
[1] Kurulan bağ ile kastedilmek istenen; dolu ve boş alanların bütünde oluşturduğu görüntüdür.



Resim 2.5: *J.M. Jacquard*'ın bu portresi bir Jakarlı dokuma tezgâhında ipekle dokunmuştur ve oluşturmak için 24.000 delikli kart gerekmiştir (1839),
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Jacquard_machine



Resim 2.6: Bilgi delikli kartları gösteren bir Jakarlı dokuma tezgahı, *National Museum of Scotland*,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Jacquard_machine



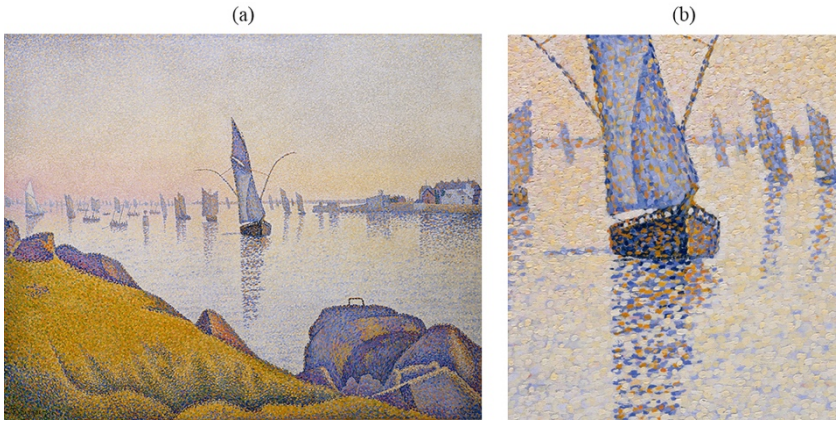
Resim 2.7: Yirminci yüzyılın ortalarından 12 sıralı ve 80 sütunlu bir IBM delikli kart, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Punched_card

2.1.3. Görüntü Oluşumunda Geometrik Formlar (Noktalar)

19. yüzyılın sonlarında İzlenimciler arasından ayrılan Yeni-izlenimciler (noktacılar) boyalarını tuval üzerine tuşlayarak (noktalar halinde) görüntü örgüsünü oluşturan geometrik formların erken örneklerini ürettiği anlaşılmaktadır (Bocquillon, 2005).

Susie Hodge'a (Hodge, 2019, s. 15) göre, Yeni-İzlenimci sanatçıların eserlerinde kullandığı üslup ile günümüz teknolojisinde kullanılan pikseller arasında bir bağ kurulmuştur:

> *"Yeni-izlenimciler, doğaçlamaya ve doğaya odaklanan İzlenimcilerden farklı olarak sanatlarını bilime dayandırdılar. Yeni-izlenimciler arasında yer alan Paul Signac'ın buradaki balıkçı tekneleri resminde (**Resim 2.8**) görüldüğü gibi, saf renk noktaları bir araya gelerek, tıpkı piksellerin ekran üzerinde yaptığı gibi bir imge oluşturur. Bu hadise [optik karışım] diye bilinir."*



Resim 2.8: (a) *Paul Signac*, Akşam Sakinliği, 64.8 cm x 81.3 cm, Tuval üstüne yağlıboya, Metropolitan Sanat Müzesi, New York, ABD, 1891. (b) Detay görüntü

E.H. Gombrich (Gombrich, 1997, s. 544)*, Georges Seurat* üzerinden Yeni-İzlenimcilerin eserlerini şu şekilde tanımlamaktadır;

> *"Empresyonistlerin yöntemlerinden yola çıkarak renk teorisini inceledi ve resimlerini, katışıksız saf renkleri aynı boyda küçük fırça vuruşlarıyla tuvale geçirerek, bir mozayik gibi oluşturmaya karar verdi. Bu yolla, tuvalde yoğunluklarını ve parlaklıklarını koruyan renklerin, gözde (daha doğrusu beyinde) karışabileceklerini umuyordu.".*



Resim 2.9: *Paul Signac*, *The Golden Horn, the Minarets*, Tuval üstüne yağlıboya, 73 cm x 92,5 cm, 1907, Christie's, London

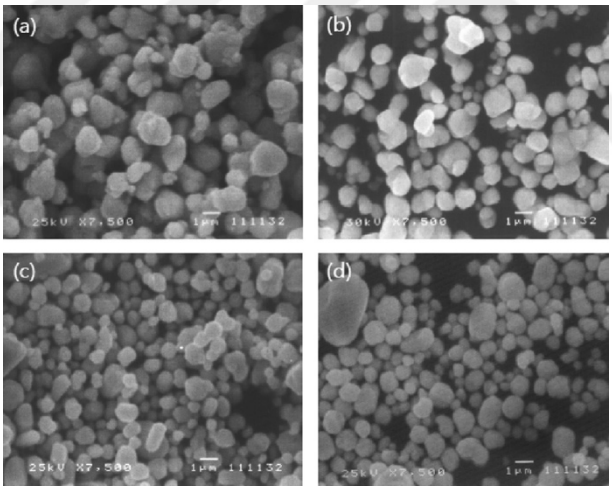
Maurice Sérullaz (Sérullaz, 2018, s. 23) İzlenimci ve Yeni-İzlenimci sanatçıların renk üzerine yapılan bilimsel çalışmalarla olan etkileşimini şu cümleler ile ifade etmiştir:

> *"Claude Monet, kırmızı kiremitlerin rengini yaptığında, gölgeleri kırmızının tamamlayıcı rengi olan yeşil çeşitleriyle boyuyordu. Keskin gözlem yeteneğiyle renkleri saptayıp doğrudan tuvale aktarırdı. Ancak Neo-Empresyonistler (Yeni-İzlenimciler) herhangi bir kırmızı ile herhangi bir yeşili bir arada kullanmadılar. Örneğin kullanılan kırmızı, portakal rengine çalıyorsa, onunla birlikte daha mavimsi bir yeşilden yararlandılar. Eğer kırmızı, mora çalıyorsa, bu kez kullandıkları yeşil renk daha fazla sarı içeriyordu. Renklendirme seçimlerini Chevreul'ün yetişmiş iki parçadan oluşan renk diyagramına göre yapıyorlardı. Örneğin belli bir kırmızı rengi kullandıkları zaman, diyagramda onun tam karşısındaki yeşil rengi seçmek zorundaydılar."*

Günümüzde belirli veya belirsiz (rastlantısal) iki boyutlu geometrik formların bir araya gelerek oluşturduğu görüntü örgüsüne dijital veya analog görüntü denmektedir. Günümüzde yaygın olarak görüntü oluşturan üç farklı geometrik form olduğu bilinmektedir.

2.1.3.1. Rastlantısal formlar

Görüntüyü oluşturan rastlantısal formların genellikle fotoğrafçılık, matbaa ve tıp gibi farklı alanlarda kullanıldığı bilinmektedir. 1816 yılında *Nicéphore Niépce* toz haline getirdiği gümüş nitratını (gümüş klorürü) kağıt üzerine işleyerek elde ettiği mikron ölçeklerdeki rastlantısal geometrik formların (**Şekil 2.1**) pozlanarak meydana getirdiği görüntü örgüsü, analog görüntü sisteminin en erken modellerinden birini oluşturmaktadır (History of photography, 2005; Won, Nersisyan, Won, & Hwang, 2010).

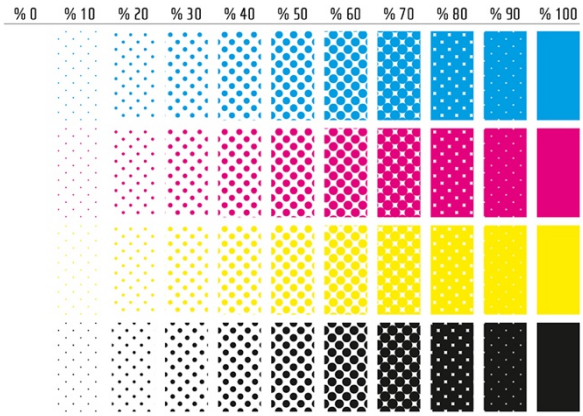


Şekil 2.1: Farklı amonyum formatları ile elde edilen gümüş nitratı tozu konsantrasyonlarının x7.500 ölçeğindeki mikroskop altındaki görüntüsü. (a) 0.1 M NH4COOH, b) 0.5 M NH4COOH, (c) 1.0 M NH4COOH ve (d) 3.0 M NH4COOH,
Kaynak: https://www.researchgate.net/figure/SEM-image-of-silver-powder-from-different-concentration-of-ammonium-formate-and-silver_fig2_222087662

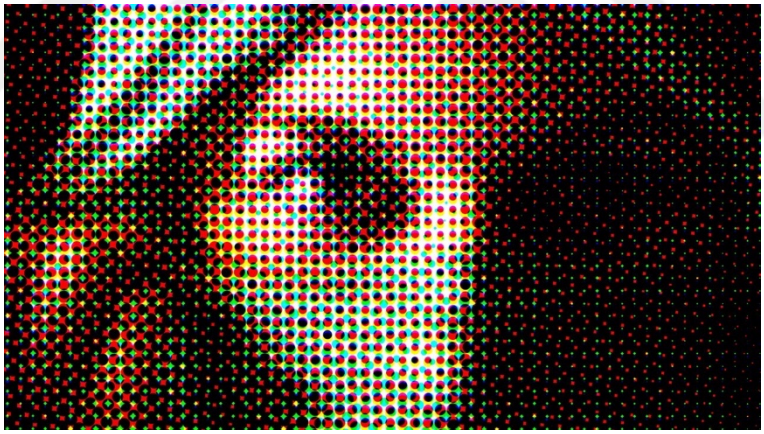
2.1.3.2. Yuvarlak formlar

Yuvarlak formların, bir dizi sistemli ve farklı boyutlara sahip noktaların (tram) bir araya gelerek oluşturduğu görüntü örgüsünün (**Şekil 2.3**) en küçük parçacıkları olarak genellikle serigrafi, ofset veya dijital baskı sistemleriyle matbaacılık sektöründe kullanıldığı görülmektedir (Screen printing, 2002). Temelde renklerin yoğunluğunu ve

bir rengin ara tonlarını oluşturmak amacı ile kullanılan tramlama yöntemi (**Şekil 2.2**), yuvarlak noktacıkların çapı büyüdükçe yüksek, küçüldükçe düşük yoğunluğa sahip olmasını sağlandığı görülmektedir.



Şekil 2.2: CMYK renklerin %0 ile %100 değerleri arasındaki %10'luk kat sayılarında tram geçişi grafiği, Kaynak: https://printcenter.com.tr/printopedia/baski/tram-nedir-ne-ise-yarar/



Şekil 2.3: Serigraf baskıda 1 cm ölçeğiyle bakıldığında tramların gözle görülen temsili görüntüsü Kaynak: https://printcenter.com.tr/printopedia/baski/tram-nedir-ne-ise-yarar/

2.1.3.3. Kare formlar

Kare formlar, kare forma sahip bir dizi pikselin bir araya gelerek oluşturduğu dijital görüntü örgüsünün en küçük parçacıkları olarak bilinmektedir (Trichromacy, 2004; Pixel, 2001). Sayısal veriler ile oluşturulan pikseller, dijital ekranlarda spektral renk (RGB) değerlerini (**Şekil 2.4**) yansıtarak bütünde görüntüyü meydana getirdiği anlaşılmaktadır.



Şekil 2.4: TV CRT ekranda 1 inç ölçeğiyle bakıldığında RGB piksellerin gözle görülen temsili görüntüsü
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Trichromacy

2.1.4. Görüntü Oluşumunda Işık ve Renk Kavramları

Işık kelimesi TDK tarafından; "*Cisimleri görmeyi, renkleri ayırt etmeyi sağlayan fiziksel enerji, erke, ziya, nur, şavk*" şeklinde tanımlanmaktadır (www.tdk.gov.tr).

Farklı molekül yapılarına sahip olan ve çevresine ışık yayan nesnelere ışık kaynağı denmektedir (Işık, 2005). Işık kaynağı ise doğal ve yapay olarak iki temel başlık altında toplandığı görülmektedir.

2.1.4.1. Doğal ışık kaynakları

Doğal ışık kaynakları; "*Herhangi bir insan müdahalesi olmadan tamamen kendiliğinden gelişen Güneş, yıldızlar, yıldırım, ateş böceği ve fener balığı gibi bir canlı, bir cisim veya olayın yaydığı ışınıma doğal ışık kaynağı denir*" (Doğal ve yapay ışık kaynakları, 2021) şeklinde tanımlanmaktadır.

Kuşkusuz ki en önemli ışık kaynağımız güneştir. Güneş'in ışık yayılımı; "*Güneş'in merkezinde her saniye 700 milyon ton hidrojen tepkimeye girerek 695 milyon ton helyum gazına dönüşür ve arada kalan 5 milyon tonluk hidrojen radyoaktif (ışınım) patlama olarak ısı ve ışık şeklinde çevresine yayılmaktadır. Güneş'in çevresine yaymış olduğu bu radyasyon temelde elektromanyetik dalga boyları veya parçacıklardan meydana gelmektedir*" (Sun, 2001) şeklinde tanımlanmaktadır.

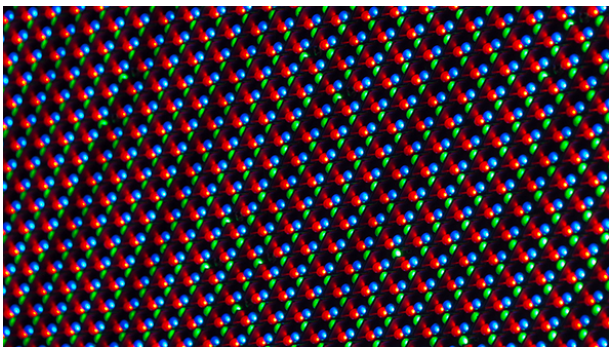
2.1.4.2. Yapay ışık kaynakları

Yapay ışık kaynakları; "*İnsan eliyle üretilen ampul, far, mum, el feneri, gaz lambası, trafik lambası, sokak lambası ve meşale gibi düzenek ve ürünlerin yaydığı ışınımlara yapay ışık kaynağı denmektedir*" (Işık, 2005) şeklinde tanımlanmaktadır.

Günümüzde yapay ışık kaynaklarının neredeyse tamamına yakını artık LED teknolojisi ile üretilebilmektedir. LED teknolojisi ilk kez 1927 yılında *Oleg Vladimirovich Losev* adlı bir radyo teknisyeni tarafından radyo alıcılarında kullanılan transistor diyotların ışık yaydığını fark etmesi üzerine keşfedilmiştir (Zheludev, 2011; Novikov, 2004).

LED teknolojisi (Light-emitting diode, 2001) şu şekilde tanımlanmaktadır;

> *"LED'ler; temelde içinden geçen elektrik akımı ile yarı iletken ışık kaynağını oluşturmaktadır. Yarı iletkendeki elektronlar; elektron delikleriyle yeniden birleşerek fotonlar şeklinde enerji açığa çıkarmaktadır. Fotonların enerjisine karşılık gelen ışık rengi, elektronların yarı iletken bant aralığını geçmesi ile enerji tarafından belirlenmektedir. Bu nedenle beyaz ışık, yarı iletken cihaz üzerinde çoklu yarı iletkenler veya bir ışık yayan fosfor tabakası kullanılarak elde edilmektedir. 1962 yılında Amerika'da pratik hale getirilen ilk LED'ler, yalnızca elektronik bileşenler olarak düşük yoğunluklu kızılötesi (IR) ışını ile uzaktan kumanda devrelerinde kullanılmıştır. Günümüz dijital ekranlarının neredeyse tamamına yakınında görüntü örgüsü yeni nesil LED'ler (**Şekil 2.5**) ile oluşturulmaktadır".*



Şekil 2.5: Düşük çözünürlüklü bir RGB LED ekranından alınmış görüntü kesiti, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/LED_display

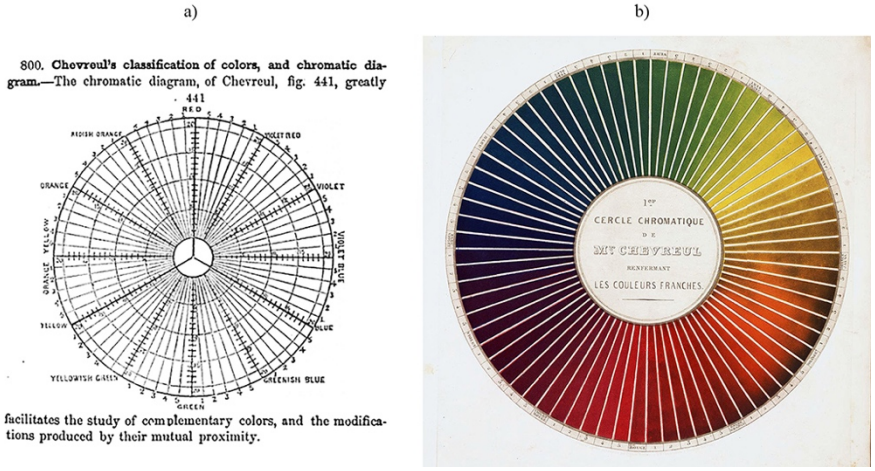
2.1.4.3. Renk oluşumunda sanatsal süreçler

Kuşkusuz ki bu gün renkleri daha kolay anlamamız ve matematiksel değerlerini oluşturabilmemizde sanat eserlerinin büyük oranda katkısı vardır. Özellikle 19. yüzyılın ikinci yarısında İzlenimci sanatçıların, günümüz teknolojisinde spektral renklerin gözde karışması kuramını güçlendiren çok sayıda eser ürettikleri bilinmektedir.

Susie Hodge'e (Hodge, 2019, s. 15) göre:

> *"Çoğunlukla Ard-İzlenimcilerle yan yana anılan Yeni-İzlenimciler, özellikle bilimsel renk teorilerini incelediler. Sanat eleştirmeni Félix Fénéon (1861-1944) tarafından 1886'da adlandırılan Yeni-izlenimciliğin önde gelen temsilcileri arasında Georges Seurat (1859-1891), Paul Signac (1863-1935), Théo van Rysselberghe (1862-1926), Henri-Edmond Cross (1856-1910) ve bir süreliğine Pisarro vardı. Rengi bilimsel ve sistematik bir şekilde kullanarak Ogden Rood (1831-1902) ve Eugéne Chevreul (1786-1889) gibi bilim insanlarının teorilerini takip ettiler ve özellikle Chevreul'un 1839 tarihli 'On the Law of the Simultaneous Contrast of Colours (**Resim 2.10**) [Renklerin Eşzamanlı Kontrastı Kanunu Üzerine]' kitabından ilham aldılar."*

a) b)



Resim 2.10: a) *Chevreul*'ün 1855 yılında tamamlayıcı renkler ve ilişkilerini RYB renk modeli ile hazırladığı kromatik ren diyagramı b) *Chevreul*, Renkleri tanımlama ve adlandırmanın bir yolu, 1861
Kaynak: (Michel Eugène Chevreul, 2003)

İzlenimciler Güneş'den gelen ışığın spektrum değerlerinin sürekli değiştiğini ve her an değişen renk değerlerini sabitlemenin kurallarını araştırmışlardır. Eserleri ile spekrum

değerlerindeki değişkenliklere dikkat çekerek bu alanda önemli ölçüde farkındalık yaratmışlardır.

Umberto Arte'ye (Arte, 2021c, s. 74) göre:

> *"Monet de tıpkı Van Gogh gibi güneş ışığının peşinden koşup, doğadaki ışık kırılmalarını ve anlık izlenimleri yakalamak için açık planda çalışan bir sanatçıydı. Empresyonistler, ilk bakışta bir çok kişiye sıradan manzara resimleri gibi gelen çalışmalarının ardında yukarıda bahsettiğim Paul Signac'ın resminde olduğu gibi doğaya adeta birer bilim insanı hassasiyeti ile yaklaşıyorlardı."*

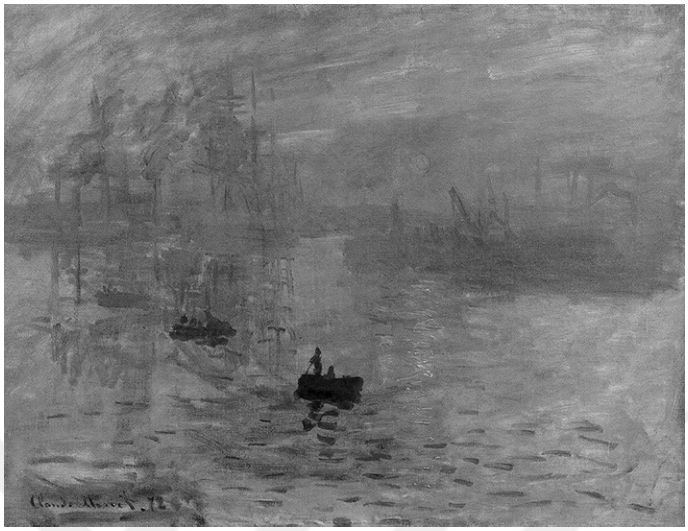


Resim 2.11: *Claude Monet*, İzlenim: Gün Doğumu, Tuval üstüne yağlıboya, 48 cm × 63 cm, *Musée Marmottan Monet*, Paris, 13 Kasım 1872

Monet'in hem akımına hem de sergisine ismini veren ve aynı zamanda modern sanatın temelini atacak olan bu eseri (İzlenim: Gün Doğumu) ilk kez 1874 yılında, Paris'teki *Nadar*'ın (*Gaspard-Félix Tournachon*) fotoğraf stüdyosunda sergilendi (**Resim 2.11**).

Bu eserde turuncu renkteki güneş tablonun genelini saran gri, yeşil ve mavi renkteki pigmentlerden daha parlak görünse de aslında diğer renklerin gama değerleri ile aynı değerlere sahiptir. Yalnızca turuncu mavinin kontrast (karşıt) rengi olması ve tablonun genel lekesi mavi yoğunluklu olması nedeni ile turuncunun spektrum değerini yükseltmektedir. Bu hususta Harvard Üniversitesi sinirbilimi alanında uzman olan Prof.

Dr. *Margaret Livingstone* (D'Alto, 2010); *"İzlenim: Gün Doğumu tablosunun siyah beyaz bir kopyasını çıkarırsanız, Güneş [neredeyse] tamamen kaybolur"* demiştir (**Resim 2.12**).



Resim 2.12: *Claude Monet*, İzlenim: Gün Doğumu resminin siyah beyaz dijital resmi
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Impression,_Sunrise

Maurice Sérullaz (Sérullaz, 2018, s. 17) İzlenimci sanatçıların ışık ve renk üzerine düşüncelerini şu şekilde ifade etmiştir:

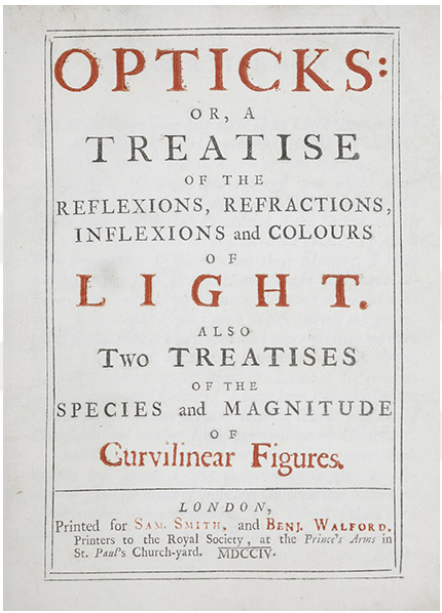
> *"İnsanın evrimi açısından bakıldığında, tonun ve rengin en karmaşık birleşimlerini yakalayıp, sunma yeteneğiyle, Empresyonist sanatçının gözü en fazla gelişmiş ve en çok ilerlemiş olanıdır. Onlar doğayı olduğu gibi, saf renk titreşimleri halinde görür ve resmederler. Çizim, ışık, modellik etme, perspektif, ışık-gölge oyunları gibi çocukça buldukları kategoriden hiçbirine kulak asmazlar. Bunların yerine doğada gördükleri renk titreşimlerini, tablolarında aynen vermeye çalışırlar."*

Dijital görüntüde spektral renklerin sayısal veri karşılıklarını yansıtan pikseller ile empresyonist sanatçıların üslubu arasındaki benzerliği, *Umberto Arte* (Arte, 2021c, s. 359): "*Resim yapmak için dışarı çıktığınızda, önünüzde hangi nesnelerin olduğunu unutmaya çalışın, bir ağaç, bir ev, bir tarla veya her neyse. Burada küçük bir mavi kare, burada pembe bir dikdörtgen, burada sarı bir çizgi ve tam size göründüğü gibi boyayın, tam olarak rengi ve şekli.*" şeklinde aktarmaktadır.

2.1.4.4. Renk oluşumunda bilimsel süreçler

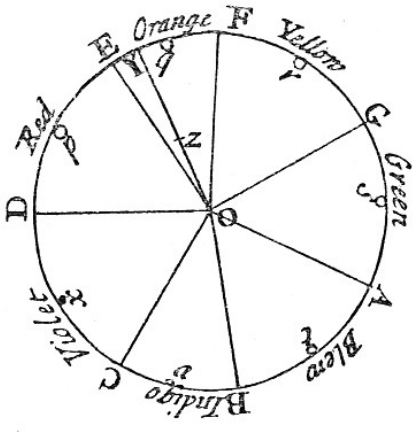
2.1.4.4.1. Isaac Newton'un ışık ve renk teorisi

1660'lı yıllarda İngiliz fizikçi ve matematikçi *Isaac Newton* (1643-1727), Güneş ışığı ve prizmalar ile yaptığı bir dizi deneyde saf beyaz ışığın içindeki görünür renklere dair bilimsel bulgularını *Opticks* (**Resim 2.13**) adlı eseri kaleme alarak spektroskopinin kurucusu olarak kabul edilmiştir (History of spectroscopy, 2006). Bu eseri optik, fizik, kimya, algı ve doğadaki renk araştırmalarında önemli atılımlara yol açmıştır.


OPTICKS:
OR, A
TREATISE
OF THE
REFLEXIONS, REFRACTIONS,
INFLEXIONS and COLOURS
OF
LIGHT.
ALSO
Two TREATISES
OF THE
SPECIES and MAGNITUDE
OF
Curvilinear Figures.
LONDON,
Printed for SAM. SMITH, and BENJ. WALFORD,
Printers to the Royal Society, at the Prince's Arms in
St. Paul's Church-yard. MDCCIV.

Resim 2.13: *Isaac Newton, Opticks, London: printed for Samuel Smith, and Benjamin Walford, printers to the Royal Society, at the Prince's Arms in St. Paul's Church-yard*, 1704. CMGL 94325, Kaynak: https://www.cmog.org/article/isaac-newton-opticks

Bilim tarihinde önemli bir yere sahip olan bu eser; yansıma ve kırılma hesapları, beyaz ışık tayflarının renklere ayrılması, gözün çalışma prensipleri, merceklerle görüntü oluşturma, gökkuşağının renkleri, yansıma teleskopunun yapımı gibi ışık ve renk üzerine birçok konuyu içermektedir (Newton, 2018). *Isaac Newton*'un bu eserinde, gözlemleri sonucu elde ettiği görünür spektrumu oluşturan (kırmızı, turuncu, sarı, yeşil, mavi, indigo ve mor) renkleri (**Şekil 2.6**) ve bu renklerin oluşum süreçlerini tüm matematiksel çözümleri ile tanımladığı görülmektedir.



Şekil 2.6: *Isaac Newton*'un ışığın prizmada kırılması deneyi temsili 3 boyutlu görüntüsü, Kaynak: Fig. 11, (Newton, 2018).

Isaac Newton'a (Newton, 2018, p. 96) göre:

> *"Bütün bunlardan, eğer Güneş'in ışığı sadece bir çeşit ışından[2] oluşsaydı, tüm Dünya'da tek bir renk olurdu, yansıma ve kırılmalarla yeni bir renk üretmek mümkün olmazdı. Sonuç olarak renklerin çeşitliliği ışığın bileşimine[3] bağlıdır."*

Olafur Eliasson günümüz teknolojisinden de faydalanarak düzenlediği birçok sergisinde tek ışık tayfına (spektrumuna) sahip olan monokromatik ışığı kullanmış (Eliasson, 1997) ve *Newton*'un bu teorisini gerçeğe dönüştürmüştür (**Resim 2.14**, **Resim 2.15**).



Resim 2.14: *Olafur Eliasson*, *Room for one colour*, 1997, (Monokromatik ışık etkisi)

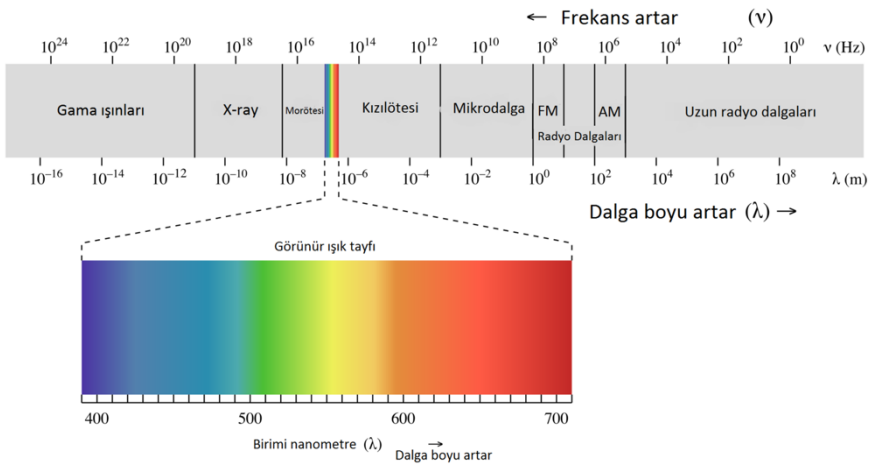
[2] "Işın" kelimesi ile kastedilen: renk tayfıdır.
[3] "Bileşim" kelimesi ile kastedilen: renklerin birbiri ile karışmasıdır.



Resim 2.15: *Olafur Eliasson, Room for one colour*, 1997, (Normal ışık etkisi)

2.1.4.4.2. Elektromanyetik dalga boyları ve ışık spektrumları

Doğal ve yapay kaynaktaki ışık, farklı frekanslardaki dalga boylarıdır ve her bir birimine elektromanyetik spektrum (optik pencere) denmektedir. Bu dalga boylarının genişliği nanometrik olarak veya frekans değeri olarak ölçülmektedir. Ortalama bir insan gözünün 380nm (670Thz veya 2.75eV) ile 750nm (480Thz veya 1.98eV) frekans aralığındaki dalga boylarının oluşturduğu ışık tayflarını görebildiği bilinmektedir. Görülebilir bölge aralığı denen bu birim aralığı kesin değerlere sahip değildir, kişinin görme yetisine göre farklılık gösterebilmektedir. Görülebilen bu değerlerin üstünde kalan dalga boyları sırasıyla kızılötesi, mikrodalga ve radyo dalgaları, altında kalan dalga boyları ise morötesi, X-ray (X ışını) ve gama ışınları olarak tanımlanmaktadır (Visible spectrum, 2002).



Şekil 2.7: Elektromanyetik spektrum (Görünür kısmı vurgulanmış) grafiği,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Light

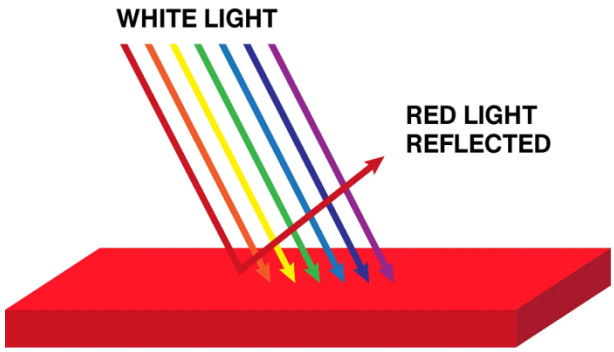
Bir dalga boyunda oluşan saf renge spektral renk denmektedir (**Tablo 2.1**). Işık içindeki spektral renkler Dünya atmosferinden büyük oranda zayıflamadan geçebilmektedir.

Tablo 2.1: Görünür Işık tayflarına (spektral renklere) ait ölçüm değerleri
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color

Spektral Renkler	Dalga Boyu Aralığı	Frekans aralığı
Kırmızı	~ 700-635 nm	~ 430-480 THz
Turuncu	~ 635-590 nm	~ 480-510 THz
Sarı	~ 590-560 nm	~ 510-540 THz
Yeşil	~ 560-520 nm	~ 540-580 THz
Camgöbeği	~ 520-490 nm	~ 580-610 THz
Mavi	~ 490-450 nm	~ 610-670 THz
Mor	~ 450-400 nm	~ 670-750 THz

2.1.4.4.3. Işığın doğal madde üzerinde kırılması

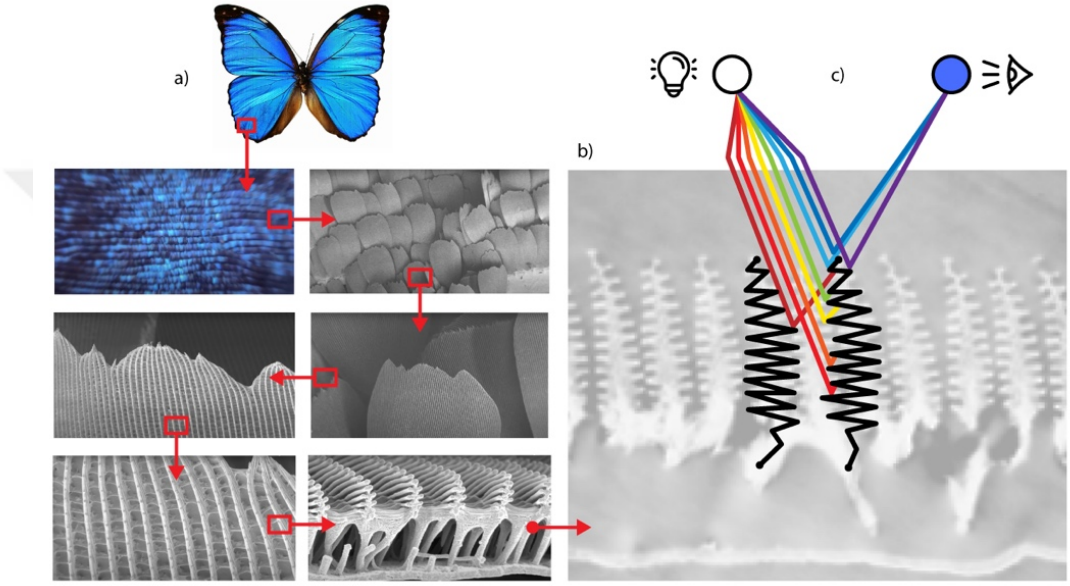
Doğal veya yapay ışık kaynaklarından yayılan radyoaktif ışınımlar herhangi bir madde yüzeyi ile temas etmesi sonucu ışın içinde bulunan renk tayfları genişleyerek gözle görülebilir hale gelmektedir. Temas edilen yüzeyin molekül yapısı (dokusu) ışınım içinde bulunan bazı tayfları soğururken (emerken) bazılarını da yansıtmaktadır. Maddenin algılanan rengi ise yansıtılan renk tayflarının karışımının sonucu olarak görülmektedir.



Şekil 2.8: Işık ile renk oluşumunun basit gösterimi,
Kaynak: https://www.pantone.com/articles/color-fundamentals/how-do-we-see-color

Evrendeki canlı cansız tüm varlıkların bir dokuya sahip olduğu bilinmektedir. Doku kelimesi TDK tarafından; "*Bir vücudun veya bir organın yapı ögelerinden birini*

oluşturan hücreler bütünü, nesiç." şeklinde tanımlanmaktadır (www.tdk.gov.tr). Bu hücresel bağın oluşturduğu doku mikroskop altında incelendiğinde birbirinden farklı geometrik şekillerin sürekli tekrarlandığı anlaşılmaktadır. Cisim, dokusu üzerine düşen ışık tayflarından bir kısmı dışarı yansıdığında renkli[4] (**Şekil 2.9**), ışığın tüm tayfları dışarı yansıdığında beyaz ve ışığın tüm tayfları soğurulduğunda (emildiğinde/yansımadığında) siyah olarak görünecektir.



Şekil 2.9: Işığın madde üzerinde kırılması ile rengin görünür hale gelmesi sürecini aşamaları ile gösteren grafik, a) Mavi Morpho kelebeği b) kelebeğin çam ağacına benzer nanometrik ölçekteki doku örgüsü c) Doku üzerinden yansıyan ışık tayflarının karışarak oluşturduğu mavi renk

2.1.4.4.4. Işığın yapay madde üzerinde kırılması

Pigmentler, tüm doğal maddelerde olduğu gibi ışığın görünür tayfları arasından bazılarını yansıtarak belirli bir rengi oluşturmaktadır. Pigmentler çoğunlukla inorganik yapıda olsalar da organik olarak canlılarda ve sentetik olarak kimya alanında maddelerin birbiri ile çözeltilmesi sonucu üretildiği bilinmektedir. *Johannes Vermeer*'in "İnci Küpeli Kız" adlı eseri üzerinde yapılan bilimsel bulgular, bu durumun somut bir örneğini oluşturmaktadır.

[4] Dışa yansıyan renklerin karışımından oluşan renk.

Umberto Arte'ye (Arte, 2021b, s. 22-23) göre:

> *"Kısa süre önce iki yıldır resim üzerinde restorasyon çalışmaları yapan çeşitli müze ve kurumlardan oluşan uluslararası bilim insanları ekibi Vermeer'in başyapıtı*[5] ***(Resim 2.16)*** *üzerindeki çalışmalarının sonuçlarını açıkladı. Resim 1994 yılında incelenmişti ama X-Ray ışınları ve mikro görüntüleme teknolojisindeki gelişmeler ile yeniden tarandı. Buna göre Vermeer'in kullandığı pigmentlerin nereden geldiği de saptandı."*



Resim 2.16: *Johannes Vermeer*, İnci Küpeli Kız, Tuval üstüne yağlıboya, 44,5 cm x 39 cm, Mauritshuis, Lahey, Hollanda, 1665

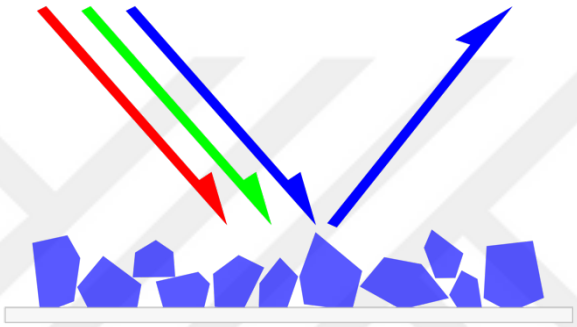
Loon vd.'nin (Loon, ve diğerleri, 2020) yaptığı inceleme ve bilimsel bulgulara göre, "İnci Küpeli Kız" tablosunda kullanılan pigmentler şu bilgileri içermektedir:

> *"Bu mavi pigment, 17. yüzyılda altından daha değerliydi. Ultramarin taşı önce yüksek bir sıcaklıkta ısıtılmış olabilir, bu da öğütmeyi kolaylaştırır ve daha yoğun bir mavi renk üretir. Küpeyi oluşturan beyaz kurşun İngiltere'deki Peak District dağlık alanından gelirken, ultramarin mavisinin Afganistan'ın modern zamanlarındaki madenlerden bir taş olan lapis lazuliden elde edildiği görüldü.*

[5] Vermeer'in başyapıtı olarak bahsi geçen eser ile "İnci Küpeli Kız" tablosu kastedilmektedir.

Resimdeki kırmızının Meksika ve Güney Amerika'daki kaktüs bitkilerinde yaşayan böceklerden yapıldığı saptandı."

Pigmentler hücre bağlanması yapısına göre ışık içindeki belirli tayfları yansıtarak maddenin rengini oluşturmaktadır. Pigmentlerin oluşturduğu renk farklılıkları (Pigment, 2002); "*kaynağı olan ışığın ısıl değerine (Kelvin) bağlı olarak belirlenebilmektedir. Bu nedenle bir pigmentin en doğru renk değeri, gün ışığı (6.500K veya D65) değerine sahip olan laboratuvarlarda ölçümlenebilmektedir*" şeklinde tanımlanmaktadır.



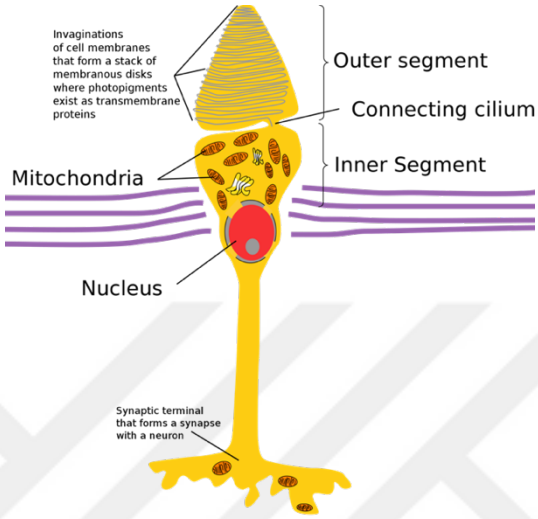
Şekil 2.10: Işık tayfları pigment maddesi üzerine kırılır, mavi spektrumu yansıttığı için madde mavi renkte görünür,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Pigment

2.1.4.4.5. Görüntünün fizyolojik oluşumu

Gözler (Tasev, 2021); "*görme sisteminin organları olarak, görülen tüm detayları görme eylemine dönüştüren merkezi sinir sisteminin ilk parçası*" olarak tanımlanmaktadır. Gözler temel olarak ışığın nesne üzerinde kırılması ile açığa çıkmış ışık tayflarını, nöronlar aracılığı ile elektrokimyasal sinyallere dönüştürmekte ve bu sinyaller farklı karmaşık nöral kanallar üzerinden zihne gönderilmektedir. Bu süreç sonunda, zihin görüntüyü tüm detayları ile oluşturduğu bilinmektedir.

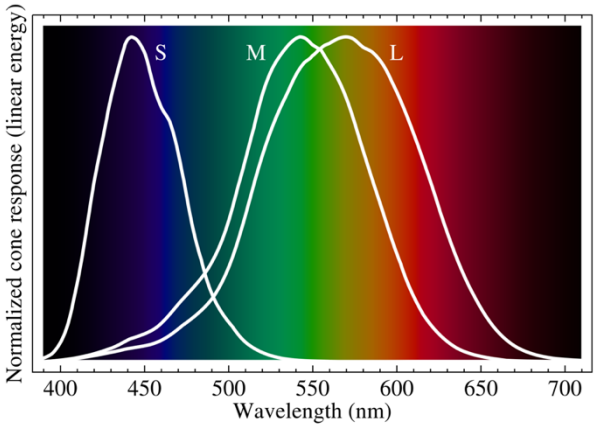
Bu temel akış içinde görülen şekil, form, mesafe, derinlik, renk ve diğer tüm görsel değerler insan zihinde; "*saniyede en az 30 (30Hz), en fazla 60 (60Hz) kez*" (Larson, 2020) anlık olarak oluşmaktadır.

Renk algısı, koni hücreleri olarak bilinen ve RGB değerlerine duyarlı spektral ışık tayflarını algılayan özel retina hücreleri ile başlamaktadır. Koni hücreleri, insan gözü de dahil olmak üzere birçok omurgalı canlının gözlerinde bulunan retina tabakasındaki foto reseptör işlevindeki hücrelerdir.



Şekil 2.11: Koni hücre yapısı temsili grafik
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Cone_cell

İnsan gözünün koniler aracılığı ile bu üç rengin tanımlanması ve beyne iletilen birbirinden bağımsız özel kanallara sahip olması durumuna trikromasi (*Trichromacy*) veya trikromatizma denmektedir.



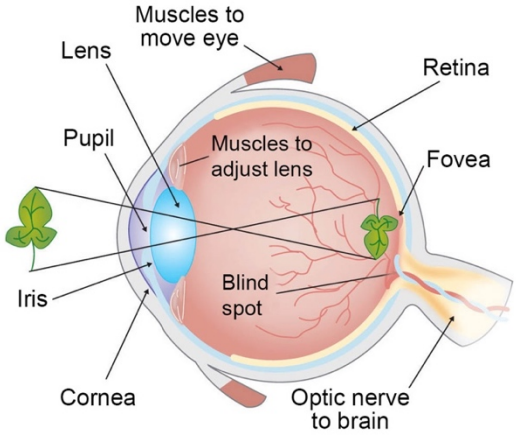
Şekil 2.12: İnsan koni hücrelerinin normalleştirilmiş spektrumları, (S, M ve L) tipleri,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Cone_cell

Koni hücreleri temelde; kısa (S), orta (M) ve uzun (L) olmak üzere üçe ayrılmaktadır (Cone cell, 2004). Üç tipte koni hücresine sahip olan omurgalı canlı türleri (insanlar da dahil olmak üzere), düşük ışık oranına sahip ortamlarda retinada bulunan çubuk hücreleri de renk görüşüne katkıda bulunduğu bilinmektedir. Prensip olarak her bir koni hücresi, ayrı ayrı olmak üzere RGB ışık tayflarını algılayacak biçimde çalışmasına rağmen birbirine yakın olan ışık tayflarını da algılayıp beyne iletmektedirler. Bu renkler arasındaki net ayrım beynin görsel korteks ve çağrışım bölümlerinde belirlendiği anlaşılmaktadır. Bu duruma örnek olarak; 575nm'lik ışık tayfına sahip değerde bir sarı rengi hem uzun hem de orta ölçekteki koni hücrelerini eşit oranda uyarmaktadır. Beyne iletilen bu eşit orandaki bilgi görsel kortekse aktarılır. Görsel korteks rengin belirlenmesi için ventral akışa gönderir ve bu alanda renk kırmızı ile yeşilin eşit karışımı olan sarı olarak değerlendirilir.

Görme yeteneği aynı düzeyde görme yeteneğine sahip insanlar arasında dahi değişkenlik göstermektedir. Canlı türleri arasında da görme yetenekleri ve sahip oldukları spektrum sayılarında değişkenlikler görünmektedir. Buna örnek olarak insan gözüyle ayırt edilebilen spektrum sayısı üç iken, Mantis karidesinde bu sayı 16 renge kadar çıkmaktadır (Mantis shrimp, 2003). Mantis karidesleri gelişmiş bu göz yapıları ile UV ışınlarını dahi görebilmektedir.

Balunch ve Gonzales'e (Baluch & Gonzales, 2015) göre;

> *"Görme sürecindeki tüm aşamalar fotoğraf makinalarının görüntüyü oluşturma süreci ile bire bir benzerlik göstermektedir. Fotoğraf makinalarında daralan lens görüntüden küçük olduğu için mercek etkisi oluşturarak görüntün oluşturulduğu yüzeye ters düştüğü gibi gözde de korneadan geçen ışık (görüntü) retina yüzeyine dikey yönde ters çevrilmiş olarak düşmektedir (**Şekil 2.13**). Bu görüntü tıpkı dijital fotoğraf makinalarında beynin karmaşık işlemleri sonucu düz olarak algılanmaktadır. Başka bir benzerlik ise pozlama değerinde gerçekleşmektedir. Işığın miktarı fotoğraf makinalarında lens değerleri üzerinde bulunan enstantane ve ISO değerleri ile sağlanırken, gözde de kornea tabakasında bulunan iris ve pupil ile göz bebeği denen kısmın küçülüp büyümesi ile sağlanmaktadır."*

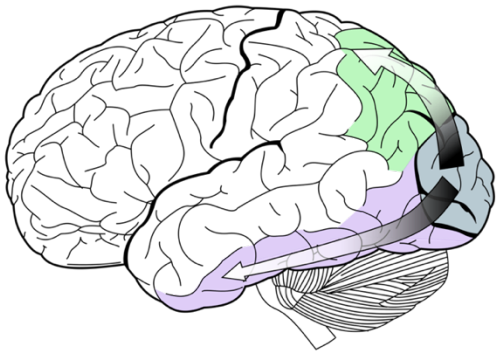


Şekil 2.13: Görüntünün retina yüzeyine ters olarak düşmesini tasvir eden temsili grafik,
Kaynak: https://askabiologist.asu.edu/explore/how-do-we-see

2.1.4.4.6. Görüntünün zihinsel oluşumu

Görüntünün zihinde oluşma süreci (Color vision, 2003); renk bilgisinin beynin ilgili bölgesine gönderilmesi ile başladığı anlaşılmaktadır;

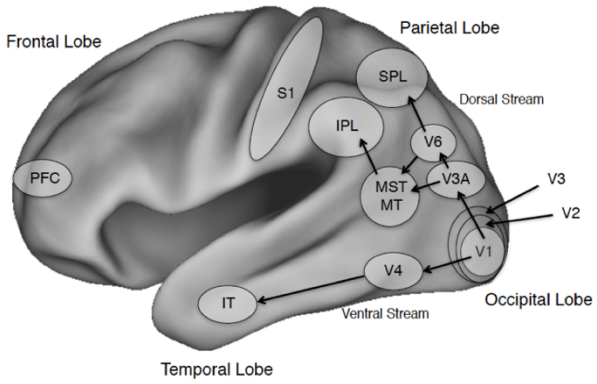
> *"Renk ilk olarak gözdeki retina yüzeyinde S, M ve L koni hücreleri tarafından bilgi olarak toplanır ve beyne iletilmesi için retina içinde bulunan ve bir çeşit nöron türü olan retina ganglion hücresine (RGC) iletir. Retina ganglion hücreleri aldığı bilgiyi belirli kontrast eşleştirmelerinden geçirerek farklı frekanstaki elektrokimyasal sinyallere dönüştürür ve derlediği görsel bilgiler optik sinir yoluyla optik kiazmaya aktarılır ve optik traktüs üzerinden lateral genikulat çekirdeğe (LGN) ulaşır."*



Şekil 2.14: İnsan beyninde bulunan görsel işleme bölgeleri. Renk tanımlamada önemli olan bölge *ventral* akış (mor), görülen nesnenin çağrışımını sağlayan *dorsal* akış (Yeşil), görüntüyü beynin ilgili alanına ileten görsel korteks (gri),
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_vision

İkinci aşamada beyne iletilen renk değerlerinin beynin belirli bölgeleri arasında işlenerek tanımlaması ve görüntüyü bir bütün olarak algılamayı aşağıda özetlenen akışla sağladığı anlaşılmaktadır (Wu, 2018):

> *"Görsel bilgi LGN'de sinaps yaptıktan sonra, beynin arkasında bulunan birincil görsel kortekse (V1) gönderilir. Bu alana gelen spektrum değerleri düşük olduğunda, basit üç renkli ayrımın bozulmaya başladığı görülmektedir. Spektrum değerinin yüksek gelmesi ise görüntüdeki ışık değerinin yüksek veya düşük olmasına bağlıdır. Görsel bilgi birincil görsel korteks alanından, ikincil görsel alanda (V2) bulunan hücrelere iletilir. Bu alanda görüntüdeki daha güçlü renkler, hareket ve yüksek çözünürlüklü formlar ayrıştırılarak V3, V3A, V4, talamus, hipotalamus ve mezensefalon veya orta beyindeki çeşitli bölgelerdeki hücrelere sinaps yapar. Bu bölgelerde işlenen görsel bilgiler de (**Şekil 2.15**) şemasında belirtilen diğer ilgili bölümlerde bulunan hücrelere sinaps edilir ve gözde başlayan bu zincirleme görsel bilgi değerlendirmesi zihinde belirerek sürecini tamamlamış olacaktır. Bu zincirleme akış saniyede en az 30, en fazla 60 kez tekrar ederek görüntünün zihinde aralıksız (sürekli) olarak oluşması sağlanmaktadır."*



Şekil 2.15: Primat beyninin sol yarıküresinde yer alan dört lobun görsel işleme sistemi ile ilgili alanlara ait tanımların kısaltmalarını gösteren grafik.
Kaynak: https://stanford.library.sydney.edu.au/entries/consciousness-neuroscience/

2.2. DİJİTAL GÖRÜNTÜNÜN OLUŞUMU

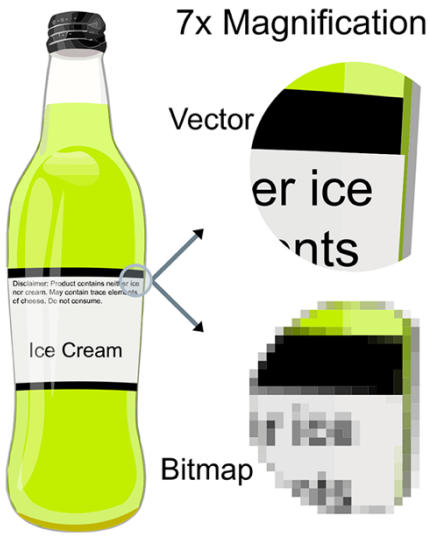
Dijital görüntü (Dijital görüntü, 2020); "*Dijital görüntü piksel olarak da bilinen resim öğelerinden oluşan, her biri yoğunluğu için sonlu, ayrık miktarlarda sayısal gösterime veya gri alanı ile sırasıyla x-ekseni ve y-ekseni üzerinde belirtilen uzamsal koordinatlarla girdi olarak beslenen iki boyutlu işlevlerinden bir çıktı olan gri gösterime sahip bir görüntüdür. Görüntü çözünürlüğünün sabit olup olmamasına bağlı olarak, vektör veya raster tipinde olabilmektedir.*" şeklinde tanımlanmaktadır.

2.2.1. Dijital Görüntünün Temelleri

Dijital görüntü türleri (Computer graphics, 2008); "*Günümüzde bilgisayar tabanlı görüntü oluşumunun, vektör (dinamik görüntü) ve raster (statik görüntü) olmak üzere iki temel prensibe sahip olduğu bilinmektedir*" şeklinde tanımlanmaktadır.

2.2.1.1. Vektör görüntü

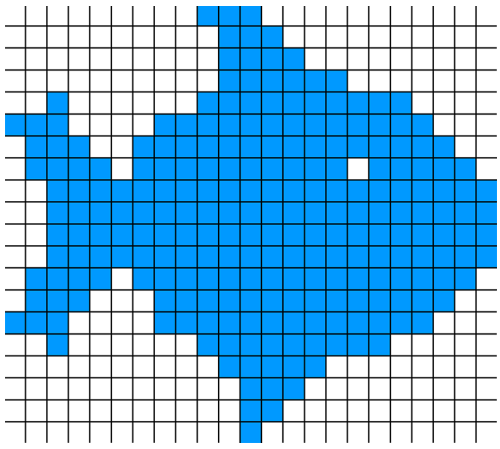
Vektör görüntü bilgisayar tabanlı grafik olarak; "*temelde bir veya daha fazla sayısal referans noktasına ait koordinatın düz ve eğrilerle birleşmesi sonucu ortaya çıkan 2D (iki boyutlu) veya 3D (iki boyutlu) görüntü biçimidir*" (Vector graphics, 2001). Vektör görüntü türü genel olarak mühendislik, mimari, tasarım, haritacılık ve tipografi gibi alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Vektörel görüntü, içinde barındırdığı referans koordinatlara ve nesnel özelliklere bağlı olarak her ölçekte yeniden oluşturulmakta ve bu çalışma prensibi nedeniyle görüntü örgüsünde herhangi bir değer kaybı oluşmamaktadır (**Şekil 2.16**). Bilgisayar ortamında üretilen vektör görüntü çıktıları arasında SVG, WMF, AI, EPS, PDF, CDR, HTML, DFX ve DWG dosya formatları yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca vektör kavram olarak yer yer matematikte kullanılan vektör kavramı ile karıştığı görülmektedir.



Şekil 2.16: Vektör (*Vector*) görüntünün raster (*Bitmap*) görüntüye oranla 7x büyütülerek değer kaybı yaşamadığını gösteren temsili görüntü,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Vector_graphics

2.2.1.2. Raster görüntü

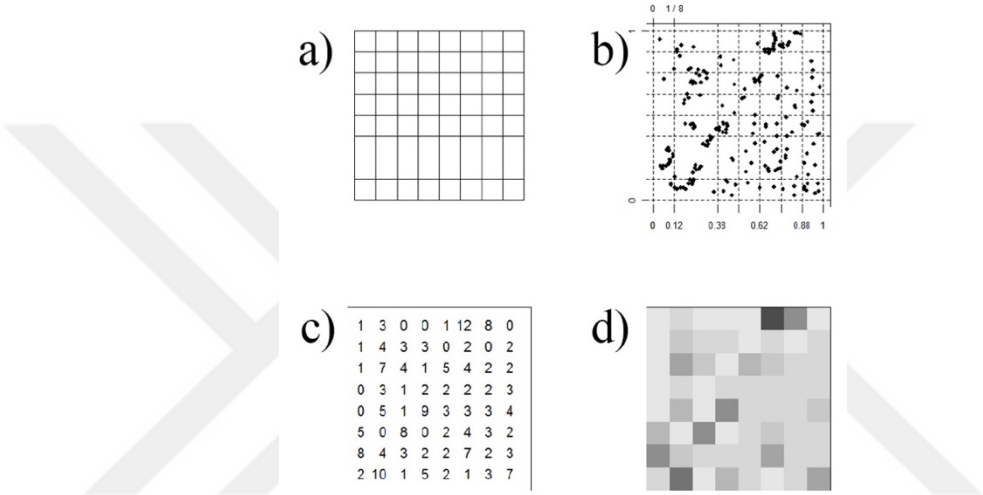
Raster (*bitmap*) görüntü 2D grafik modeli olarak; bilgisayar, dijital fotoğraf makinası, kamera, tarayıcı (*scanner*), radar, tablet, telefon ve benzeri birçok teknolojik cihaz tarafından oluşturulabilmektedir (**Şekil 2.17**).



Şekil 2.17: Basit bir raster (*bitmap*) grafik,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Raster_graphics

Teknik olarak raster görüntü; "*yükseklik ve genişlik sayısı kadar piksel sayısına sahip olan ve her bir pikselin karşılık bit değeri ile eşleşmesinden oluşmaktadır*" (Raster

graphics, 2001). Her bir bit değeri, o pikselin oluşturduğu renk matrisine ait sabit değerleri barındırmaktadır. Vektör bir görüntü değer kaybı olmadan raster değerlere dönüştürülebilirken, sabitlenen bit değerleri nedeniyle raster bir görüntü değer kaybı olmadan vektörel değere dönüştürülememektedir (**Şekil 2.18**). Bilgisayar ortamında derlenen ve piksellerin bit değerlerini taşıyan raster görüntü çıktıları arasında JPG, JPEG, PNG, APNG, GIF, WebP, BMP ve MPEG4. dosya formatları yaygın olarak kullanılmaktadır.



Şekil 2.18: a) Vektör görüntü sayısal tablo, b) Vektör görüntü çıktısı, c) Raster görüntü matris tablosu, d) Raster görüntü çıktısı

2.2.1.3. Sayısal renk sistemleri ve matrisleri

Tarihte bilinen ilk sayısal renk sistemi RYB, *Jacob Christoph Le Blon* tarafından 1710 yılında keşfedilmiştir (Bkz. **2.2.1.3.1**). Günümüzde dijital görüntüleme sistemlerinde RGB ve baskı sistemlerinde CMYK renk matrislerinin kullanıldığı bilinmektedir. Her iki sistemin de insan gözünün algıladığı ışık spektrumlarını temel aldığı anlaşılmaktadır. RGB; siyah renk uzayında ışığın karışmasıyla rengin oluşması, CMYK; beyaz renk uzayında lekelerin karışmasıyla renklerin oluşması prensibine dayanmaktadır. Bu prensip farkından kaynaklı olarak; "*RGB renk sistemi; ekleyerek renk karıştırma (Additive Color Mixing), CMYK renk sistemi ise eksilterek renk karıştırma (Subtractive Color Mixing)*" (Spectral colors and color reproduction, 2001) olarak tanımlanmaktadır.

2.2.1.3.1. RYB renk sistemi

Jacob Christoph Le Blon (1667-1741) Frankfurtlu bir ressam ve gravürcü olarak baskılarında RYB renk sistemini kullanarak (**Resim 2.17**) RGB ve CMYK renk sisteminin ilk mucidi olarak tarihe geçmiştir. RYB baskılarında her bir rengin metal plakasını oymak için mezzotint yöntemini kullanarak modern baskıda görüntünün oluşturulması için kullanılan farklı ölçülerdeki tramların pozlanması prensibine öncülük etmiştir. *Le Blon* (The science of color, 2021) bu buluşunu: *"Resimdeki renk uyumunu mekanik uygulamaya indirgeme becerisine ulaştım."* olarak tanımlamıştır.

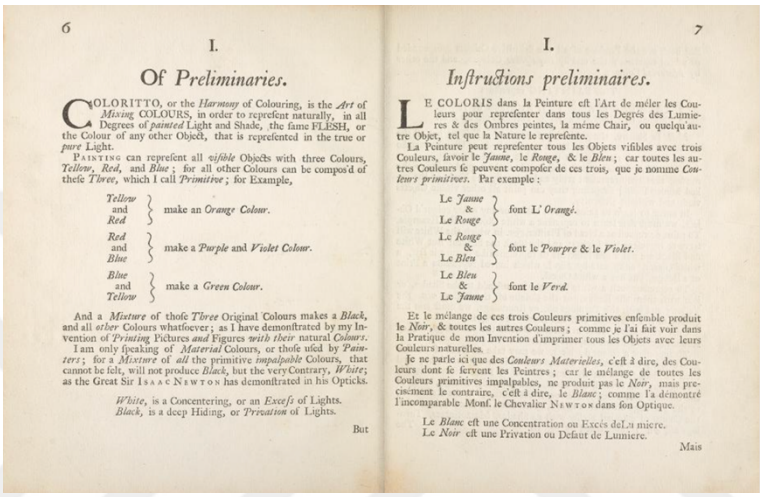


Resim 2.17: Kardinal *André-Hercule de Fleury*'nin *Hyacinthe Rigaud* tarafından yapılan tablosundan (RYB) testleri için 3 renkte basılmış gravür kopyaları,
Kaynak: https://it.wikipedia.org/wiki/Jacob_Christoph_Le_Blon

Le Blon 1708 ve 1709 yıllarında Amsterdam'da renklerin karışımı üzerine bir seri deney yaparak, 1710 yılında sarı, kırmızı ve mavi plakalarla ilk renkli baskısını yapmıştır. 1717 yılında üç renkli baskı aşamaları ve tekniği için kraliyet patenti almıştır. 1725 yılında "*Coloritto, or, The harmony of colouring in painting*" kitabını Fransızca ve İngilizce olarak yayınlamıştır.

Jacob Christoph Le Blon'a (Blon, 1720, s. 6) göre:

> *"Tüm görünür nesneler üç rengin karışımından oluşabilir. Sarı, kırmızı ve mavi; çünkü bütün renkler kadim dediğim bu üç renkten oluşmaktadır. Kırmızı ile sarı rengin karışımından turuncuyu, kırmızı ve mavi renklerin karışımından ise mor renk üretilebilir. Mavi ve sarı renklerin karışımından ise yeşil rengi oluşturmak mümkündür. (**Resim 2.18**)"*



6

I.

Of *Preliminaries.*

COLORITTO, or the *Harmony* of Colouring, is the *Art* of *Mixing* COLOURS, in order to represent naturally, in all Degrees of *painted* Light and Shade, the same FLESH, or the Colour of any other Object, that is represented in the true or *pure* Light.

PAINTING can represent all *visible* Objects with three Colours, *Yellow*, *Red*, and *Blue*; for all other Colours can be compos'd of these *Three*, which I call *Primitive*; for Example,

Yellow and *Red* } make an *Orange Colour.*

Red and *Blue* } make a *Purple* and *Violet Colour.*

Blue and *Yellow* } make a *Green Colour.*

And a *Mixture* of those *Three* Original Colours makes a *Black*, and all *other* Colours whatsoever; as I have demonstrated by my Invention of *Printing* Pictures *and* Figures *with their* natural *Colours.*

I am only speaking of *Material* Colours, or those used by *Painters*; for a *Mixture* of *all* the primitive *impalpable* Colours, that cannot be felt, will not produce *Black*, but the very Contrary, *White*; as the Great Sir ISAAC NEWTON has demonstrated in his Opticks.

White, is a Concentering, or an *Excess* of Lights.
Black, is a deep Hiding, or *Privation* of Lights.

But

7

I.

Instructions preliminaires.

LE COLORIS dans la Peinture est l'Art de mêler les Couleurs pour representer dans tous les Degrés des Lumieres & des Ombres peintes, la même Chair, ou quelqu'autre Objet, tel que la Nature le represente.

La Peinture peut representer tous les Objets visibles avec trois Couleurs, savoir le *Jaune*, le *Rouge*, & le *Bleu*; car toutes les autres Couleurs se peuvent composer de ces trois, que je nomme *Couleurs primitives.* Par exemple:

Le *Jaune* & Le *Rouge* } font L' *Orangé.*

Le *Rouge* & Le *Bleu* } font le *Pourpre* & le *Violet.*

Le *Bleu* & Le *Jaune* } font le *Verd.*

Et le mélange de ces trois Couleurs primitives ensemble produit le *Noir*, & toutes les autres Couleurs; comme je l'ai fait voir dans la Pratique de mon Invention d'imprimer tous les Objets avec leurs Couleurs naturelles.

Je ne parle ici que des *Couleurs Materielles*, c'est à dire, des Couleurs dont se servent les Peintres; car le mélange de toutes les Couleurs primitives impalpables, ne produit pas le *Noir*, mais precisément le contraire, c'est à dire, le *Blanc*; comme l'a démontré l'incomparable Monsr. le Chevalier NEWTON dans son Optique.

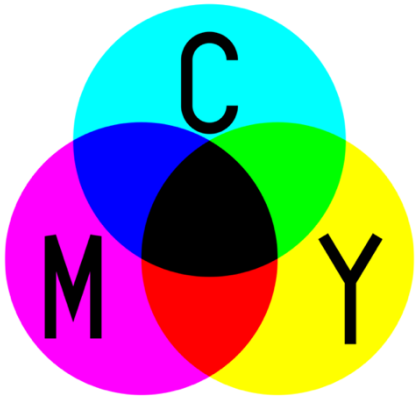
Le *Blanc* est une Concentration ou Excés de Lumiere.
Le *Noir* est une Privation ou Défaut de Lumiere.

Mais

Resim 2.18: *J.C. le Blon, Coloritto, or, The harmony of colouring in painting*, 1720, Kaynak: https://library.si.edu/digital-library/book/colorittoharmon00lebl

Le Blon'un tekniği esasında bir görüntünün 3 farklı renk gamasını negatif olarak plaka üzerine aktarması ve basması ile mümkün olabiliyordu. Üretilmesi sistematik olarak zahmetli olan bu yöntem; "*Fakat elle yapılması oldukça zahmetli olan bu yöntem, 19. yüzyılın ikinci döneminde renkli fotoğrafın keşfiyle ve yüzey pozlaması yapılabilen emisyonların geliştirilmesiyle pratik ve kullanışlı hale gelmiştir*" (The science of color, 2021) şekilde ifade edilmiştir.

2.2.1.3.2. CMYK renk sistemi

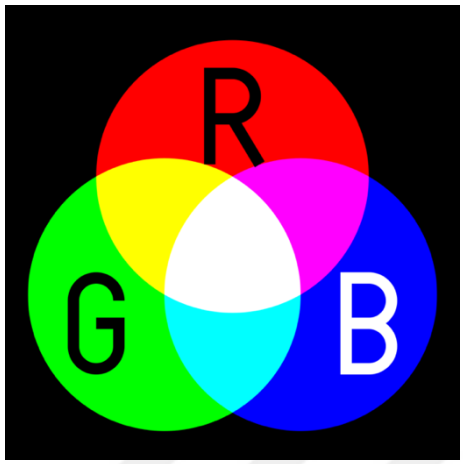


Şekil 2.19: CMYK renk sisteminin karışımını gösteren grafik,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color

CMYK renk matrisi; "*baskı teknolojilerinde kullanılan ve en az iki rengin üst üste bindirilmesi ile diğer tonların elde edildiği renk sistemi*" (CMYK color model, 2002) olarak tanımlanmaktadır. CMYK renk sisteminde üç rengin (CMY) en doygun seviyede üst üste bindirilmesi ile siyah renk (K) elde edilmektedir. Camgöbeği ve sarı rengin karışımı: yeşil rengi, sarı ve macenta rengin karışımı: kırmızı rengi, macenta ile camgöbeği rengin karışımı ise mavi rengini oluşturmaktadır. Her bir rengin değeri eşit oranda doygunlaştırıldıkça beyaz ile siyah arasındaki renklerin doygunluk oranına bağlı olarak gri rengin tonlarını oluşturmaktadır.

Her bir renk %0 (renksiz) ile %100 (en doygun renk değeri) birim arasında oluşmaktadır. Renk değerleri beyaz renk uzayında pigmentler ile oluşturulduğu ve buna bağlı olarak düşük spektrum yayılımı sağladığı için RGB renk sistemine oranla daha az canlı ve gerçekçi renk sonuçları elde edildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca basılı olduğu materyalin emisyonuna ve görüntülendiği ortamdaki gün ışığı (Kelvin) değerlerine bağlı olarak görüntünün renk değerlerinde ciddi oranda sapmalar gözlemlenebilmektedir. Ayrıca dijital görüntüleme sistemlerinin RGB renk sistemi ile çalışıyor olması baskı aşamasında CMYK renk değerlerinde sapmalara neden olduğu bilinmektedir.

2.2.1.3.3. RGB renk sistemi



Şekil 2.20: RGB renk sisteminin karışımını gösteren grafik,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color

RGB renk matrisi; "*en az iki spektral renge sahip ışığın birlikte çalışmasıyla diğer renkleri oluşturabilen ve üç renge sahip ışığın en doygun seviyede yanması ile beyaz ışığın (rengin) elde edildiği renk sistemi*" (RGB color model, 2001) şeklinde tanımlanmaktadır. Kırmızı ve yeşil rengin karışımı: sarı rengi, kırmızı ve mavi rengin karışımı: macenta rengi, mavi ile yeşil rengin karışımı ise camgöbeği rengini oluşturmaktadır. Her bir rengin değeri eşit oranda arttırıldıkça siyah ile beyaz arasındaki ışığın şiddetine bağlı olarak gri rengin tonlarını oluşturmaktadır.

Her bir renk 0 (renksiz) ile 255 (en doygun renk değeri) birim arasında çalışmaktadır. Renk değerleri siyah renk uzayında nitelendiği için renkler prensip olarak ışık olarak görülmekte ve bu durumdan kaynaklı ışık değeri aynı zamanda rengin doygunluk değerini oluşturmaktadır. Bilgisayar tabanlı grafiklerin RGB gerçek renk (*truecolor*) değerlerini dijital ekranlar üzerinde bulunan LED ışık veya filtrelerin yansıttığı anlaşılmaktadır. Bu sistem projeksiyon gibi farklı lümen değerlerine sahip ampuller ile çalışan sistemlerde de RGB yansıtıcılara bağlı çalıştığı için aynı prensip ile görüntüleme sağlamaktadır.

2.2.1.4. Renklerin sayısal değerleri

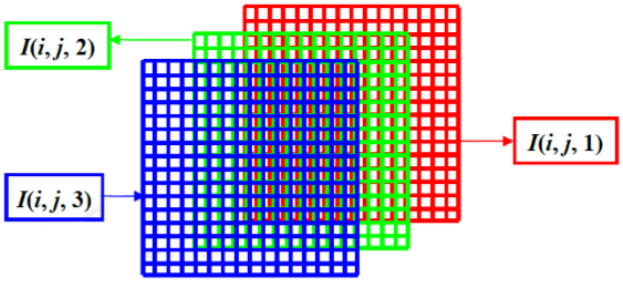
Bilgisayar üzerinde birden çok renk uzayı (RGB, CMYK, HSB, Lab, Hex vb.) olduğu ve kullanıldığı görülmektedir. Bu renk uzaylarının gösterge parametreleri karşılıklı olarak dönüştürülebiliyor olsa da tüm renk uzaylarının temel veri kaynağı bir bit değeri dizesinden meydana gelmektedir (**Tablo 2.2**).

Tablo 2.2: Temel renklerin sayısal veri değerleri
Kaynak: https://www.rapidtables.com/convert/color/hex-to-rgb.html

Renk	Renk Adı	RGB	Hex	Bit
	Siyah (K)	(0,0,0)	#000000	00000000 00000000 00000000
	Gri (N)	(128,128,128)	#808080	10000000 10000000 10000000
	Beyaz (L)	(255,255,255)	#FFFFFF	11111111 11111111 11111111
	Kırmızı (R)	(255,0,0)	#FF0000	11111111 00000000 00000000
	Yeşil (G)	(0,255,0)	#00FF00	00000000 11111111 00000000
	Mavi (B)	(0,0,255)	#0000FF	00000000 00000000 11111111
	Camgöbeği (C)	(0,255,255)	#00FFFF	00000000 11111111 11111111
	Macenta (M)	(255,0,255)	#FF00FF	11111111 00000000 11111111
	Sarı (Y)	(255,255,0)	#FFFF00	11111111 11111111 00000000

2.2.2. Dijital Görüntüde Piksel Kavramı

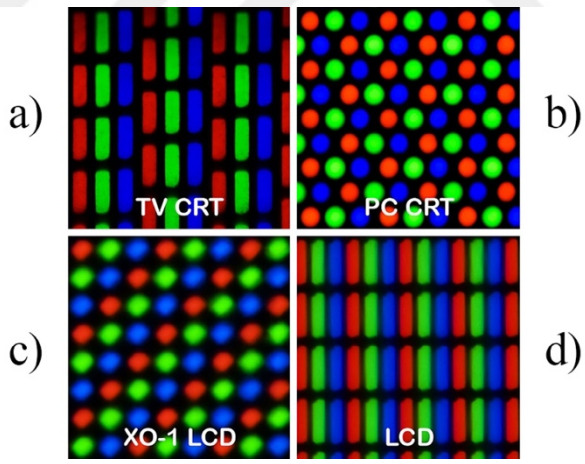
Adını (*Picture x Element*) teriminden alan piksel (*pixel*), dijital görüntü örgüsünü oluşturan en küçük geometrik parçacık veya bir ölçü birimi olarak tanımlanmaktadır. Günümüzde bilgisayar, cep telefonu, tablet, televizyon ve benzeri birçok teknolojik cihazın donanımsal bir ekrana (*display device*) sahip olduğu ve bu ekranların piksel altyapısı ile çalıştığı bilinmektedir. Pikseller uzamsal (yazılımsal) ve fiziksel (donanımsal) olarak iki kavrama ayrılmaktadır. Uzamsal olarak bilgisayar ortamında tasarlanarak veya analog görüntüden dönüştürülerek elde edilen piksellerin sayısal verileri, donanımsal yapıda bulunan görüntü ızgarasına aktarılarak çalıştığı anlaşılmaktadır. Temelde görüntü ızgarasına bağlı olan RGB değerlerindeki LED ışıkların veya arka planda beyaz LED ışığın RGB renk filtreleri aydınlatmasını sağlayan matrisler (**Şekil 2.21**) ile donanımsal görüntünün oluştuğu anlaşılmaktadır.



Şekil 2.21: RGB görüntüsünü oluşturan NxM (16x16px) boyutlarındaki 3 bandın (ızgaranın) matris gösterimi,
Kaynak: (Çayıroğlu, 2020, s. 12)

2.2.2.1. Alt pikseller

Alt piksellerin (*sub-pixels*) bazı gelişmiş dijital görüntü sistemlerinde; "*görüntü ızgarasına bağlı olan her bir piksel ölçeği içinde farklı renk (RGB), farklı dizilim ve farklı geometrik forma sahip LED veya filtrelerden (**Şekil 2.22**) meydana geldiği*" (Pixel, 2001) anlaşılmaktadır. Ayrıca günümüzde nanometrik ölçüdeki boyutları nedeni ile alt pikselleri çıplak gözle görebilmek neredeyse imkansız olduğu bilinmektedir.



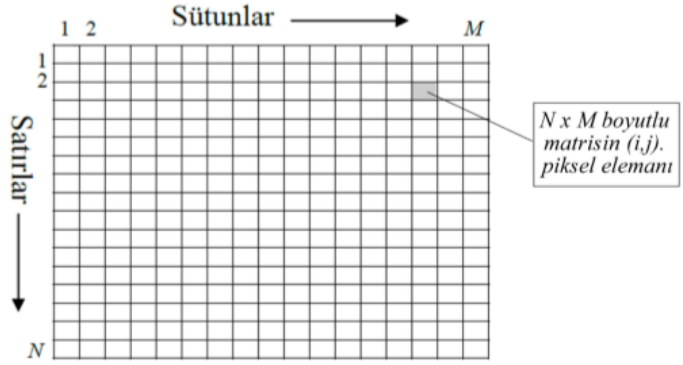
Şekil 2.22: Farklı dijital ekranlardan yakınlaştırılmış alt piksel görüntüleri a) CRT TV ekranı b) CRT Bilgisayar ekranı c) LCD Dizüstü bilgisayarı d) LCD TV ekranı
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Pixel

2.2.2.2. Görüntü nicemleme (sinyal işleme)

Analog görüntülerin bilgisayar ortamında işlenebilmesi için sayısallaştırılmaları gerekmektedir. Sayısallaştırmada resim üzerinde konumsal olarak örnekleme (*sampling*) ve renk derinliği için ise nicemleme[6] (*quantization*) yapıldığı bilinmektedir.

İbrahim Çayıroğlu'na (Çayıroğlu, 2020) göre piksellerin görüntüyü nicemlemesi (*quantization*) şu şekilde tanımlanmaktadır;

> *"Örnekleme ve nicemleme işleminden sonra elde edilen sayısal görüntü, bileşenleri pozitif tamsayı değerlerinden oluşmuş iki-boyutlu matris yapısındadır. Sayısal görüntüyü temsil eden matrisin her bir elemanı piksel olarak adlandırılır. Piksel, sayısal bir görüntüyü oluşturan en küçük eleman olup bir pikselin sahip olduğu değer ilgili görüntü elemanının parlaklık şiddetini belirtir. Parlaklık şiddeti ile ilgili olan pozitif tamsayı değeri, nicemleme ile belirlenir." (**Şekil 2.23**)*



Şekil 2.23: N × M büyüklüğüne sahip 2-B bir sayısal görüntünün temel yapısı.
Kaynak: (Çayıroğlu, 2020, s. 10)

2.2.3. Dijital Görüntüde Sayısal Değerler

Bilgisayar teknolojisinde görüntü ve diğer tüm işlemler bit (Bit) değerleri ile oluşturulmaktadır (Bit, 2001). Bit ikili sayı (*binary digit*) kavramından türetilmiş ve bilgisayar teknolojisinde en temel (küçük) veri değerini temsil etmektedir (**Tablo 2.3**).

[6] Nicemleme: Sayısal işaret ve görüntü işleme alanlarında sürekli ya da büyük bir değerler kümesinin daha az sayıda ve ayrık değerlere eşlenmesine nicemleme veya "kuantalama" denir.

Bit değerleri temelde: 1 = "*true, yes, on*" gibi pozitif, 0 = "*false, no, off*" gibi negatif eş değerleri karşılamaktadır.

Tablo 2.3: Bilgisayar teknolojisinde veri değerlerini gösteren tablo, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Bit

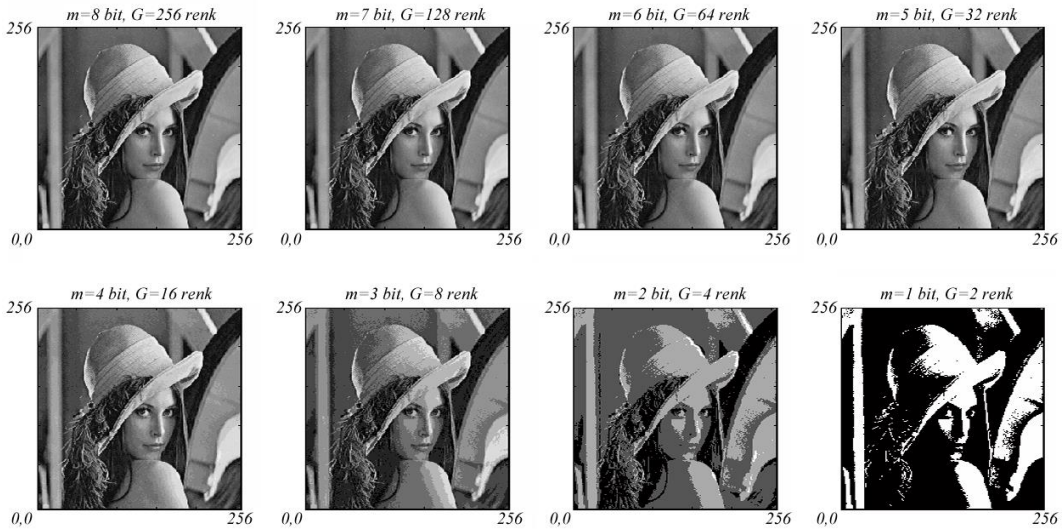
Kapasite	**Sembol**		**Değer**
1 bit	Bit	=	0 veya 1
1 Byte	Byte	=	8 Bits
1 Kilobyte	KB	=	1.024 Bytes
1 Megabyte	MB	=	1.024 KB
1 Gigabyte	GB	=	1.024 MB
1 Terabyte	TB	=	1.024 GB
1 Petabyte	PB	=	1.024 TB

2.2.3.1. Görüntü kalitesini belirleyen unsurlar

Bilgisayar ortamında gerçeğe en yakın siyah-beyaz (1 kanal) görüntüyü oluşturabilmek için bilinen ve belirlenen değerlere göre her bir pikselin (2^8 = 256 bit) değerine sahip olması gerekmektedir. Her bir bit değer aralığı sayısındaki artış, doğrudan siyah ile beyaz arasındaki renk tonu sayısını arttıracağı için (**Tablo 2.4**), daha gerçekçi görüntünün elde edilmesini sağlayacaktır (**Şekil 2.24**).

Tablo 2.4: Bit başına düşen piksel (Bit Per Pixel) değerler tablosu

***Bit Per Pixel* (bpp)**		***Color***	***Description***
1 bpp, 2^1	=	2 *colors*	*Monochrome*
2 bpp, 2^2	=	4 *colors*	
3 bpp, 2^3	=	8 *colors*	
4 bpp, 2^4	=	16 *colors*	
8 bpp, 2^8	=	256 *colors*	
16 bpp, 2^{16}	=	65.536 *colors*	*Highcolor*
24 bpp, 2^{24}	=	16,777,216 *colors*	*Truecolor*



Şekil 2.24: tek kanallı, 1 ile 256 renk (1 ile 8 bit) değer aralıklarında oluşan görsel çıktılar, Kaynak: (Çayıroğlu, 2020, s. 15)

2.2.3.2. Dijital görüntü oluşumunda veri hesaplama

Bilgisayar ortamında oluşturulmuş bir görüntünün: yatay piksel sayısının, dikey piksel sayısı ile çarpılması ve ortaya çıkan değerin de piksel başına belirlenmiş bit değeri ile çarpılması sonucu, toplam bit değeri belirlenmektedir. Örneğin; 400px çarpı 300px'lik bir görüntü toplamda 120.000 piksel den oluşmaktadır. 24 bitlik en düşük renkli ve gerçekçi görüntüyü elde etmek istendiğinde bu görüntünün toplam bit değeri 2.880.000 bit (360.000 Byte veya 351 KB veya 0,34 MB) olarak hesaplanmaktadır (Pixel, 2001).

Bilgisayar ara yüzünde bir renk ondalık (*decimal*) sayı değerinde görülürken arka planda ikilik (*binary*) sayı sistemi ile oluşturulmaktadır (**Tablo 2.5**).

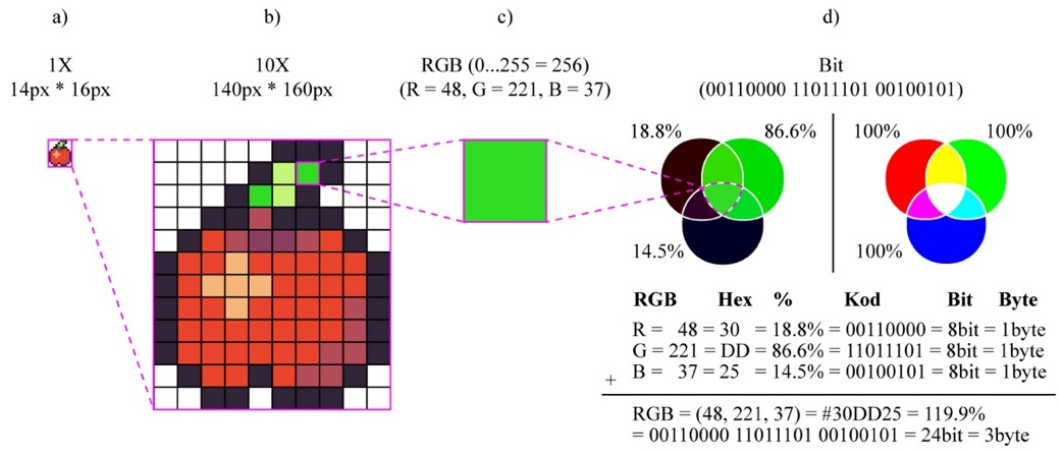
Tablo 2.5: a) İki basamaklı (101) sayısının ondalık sayıya dönüşümü b) Ondalık (5) sayısının ikilik sayı sistemine dönüştürülmesi.

<table>
<tr><td>2 (binary) > 10 (decimal)</td><td>$(101)_2 = (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = (5)_{10}$
*Kural: Her basamak 2'nin ondalık üstü sayısı ile çarpılır.</td></tr>
<tr><td>10 (decimal) > 2 (binary)</td><td>$(5)_{10}$ =
<table>
<tr><th>Bölünen / Bölen (2)</th><th>Bölünme Sayısı</th><th>Kalan Sayısı</th></tr>
<tr><td>5 / 2</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2 / 2</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1 / 2</td><td>0</td><td>1</td></tr>
</table>
= $(101)_2$
*Kural: Kalan sayılar 2'lik dizilimi oluşturur.</td></tr>
</table>

2.2.3.2.1. Dijital görüntü oluşumunda renklerin veri değerleri

Dijital görüntü oluşumunda renklerin veri değerleri şu şekilde özetlenmektedir (Color depth, 2003);

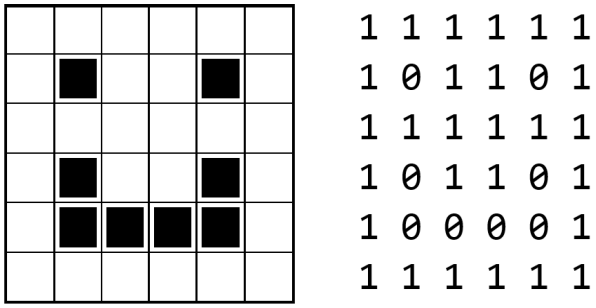
a) Renkli bir görüntü içinde bulunan her bir piksel RGB renk değerlerine sahip olmalıdır.
b) Bir pikselin tüm renk değerlerini barındırabilmesi için her bir rengin 8bit'lik (1byte) veri kümesinden oluşması gerekmektedir.
c) Toplamda ise 3 rengin kombinasyonu 24bit'lik (3byte) bir veri kümesinden oluşması gerekmektedir.
d) Her bir rengin sahip olduğu 8bit'lik değer, o rengin 0 ile 255 arasındaki (2^8 = 256bit) tüm ara tonları (256 ton) oluşturabilmesini sağlamaktadır (**Şekil 2.25**).



Şekil 2.25: a) 14 x 16 = 224 piksel elma sembolü, b) Elma sembolünün 10 kat büyük görünümü c) Görsel içinden alınan 1 piksellik RGB renk değeri d) Pikselin rengine ait tüm sayısal veriler.

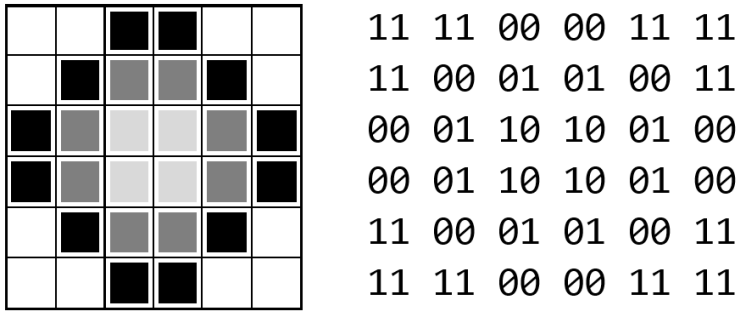
2.2.3.3. Temel düzeyde dijital görüntünün oluşumu

Bilgisayar teknolojisinde oluşturulan görüntü ızgarası, yatay ve dikey eksende her biri bir pikselden oluşan ve her bir pikselin en küçük veri birimi olan bitlerden meydana gelmektedir. Bilgisayar üzerinde oluşturulan en temel görüntü, her bir pikselin 1 bitlik değere (0 = siyah & 1= beyaz) sahip olduğu görüntü ızgarasıdır (**Şekil 2.26**).



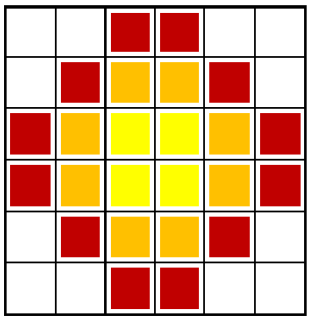
Şekil 2.26: 1 bitlik değerle oluşturulan toplam 36 bit görüntü örneği (sol), görüntünün sahip olduğu sayısal bit veri değerleri (sağ), (0 = Siyah, 0 = Beyaz),
Kaynak:
http://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/DataRepresentation/ImageRepresentation.html

Her bir pikselin bit değeri arttıkça sahip olduğu nitelik de aynı oranda artmaktadır. Örneğin her bir pikselin 2 bitlik veriye sahip olması, 1 bitlik değerle karşılaştırıldığında 4 farklı ton ile (00 = siyah, 01 = koyu gri, 10 = açık gri, 11 = beyaz) daha zengin renk içeriğine sahip bir görüntüyü meydana getirmektedir. (**Şekil 2.27**)



Şekil 2.27: 1 bitlik değerle oluşturulan toplam 72 bitlik görüntü örneği (sol), görüntünün sahip olduğu sayısal bit veri değerleri (sağ), (00 = siyah, 01 = koyu gri, 10 = açık gri, 11 = beyaz),
Kaynak:
http://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/DataRepresentation/ImageRepresentation.html

Aynı kavramda siyah ve beyaz olarak tanımlanan bit değerleri (tonlar) farklı renk değerleri ile eşleştirildiğinde (00 = kırmızı, 01 = turuncu, 10 = sarı, 11 = beyaz) basit ve renkli bir görüntü oluşturabilmek mümkündür (**Şekil 2.28**).



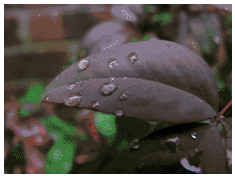
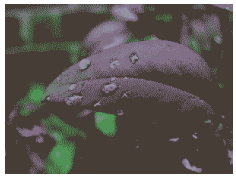
```
11 11 00 00 11 11
11 00 01 01 00 11
00 01 10 10 01 00
00 01 10 10 01 00
11 00 01 01 00 11
11 11 00 00 11 11
```

Şekil 2.28: 2 bitlik değerle oluşturulan toplam 72 bitlik renkli görüntü örneği (sol), görüntünün sahip olduğu sayısal bit veri değerleri (sağ), (00 = kırmızı, 01 = turuncu, 10 = sarı, 11 = beyaz), Kaynak: http://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/DataRepresentation/ImageRepresentation.html

2.2.3.4. Gelişmiş düzeyde dijital görüntünün oluşumu

Piksel başına düşen bit değeri görüntünün gerçekliği ve kalitesini belirlemektedir (**Tablo 2.6**). Piksel başına 24 bitlik veri değeri (*True Color* – Gerçek Renk) günümüzde neredeyse çalışan tüm dijital ekranların ortak veri sistemi haline gelmiştir. "*Piksel başına 32 bitlik veri türleri dahi, 24 bitlik veri değeri kullanarak geriye kalan 8 bitlik alanını ek görsel fonksiyonlar veya alfa kanal (alpha channel) dataları için kullanmaktadır*" (Color depth, 2003).

Tablo 2.6: 24 bitlik renkli bir görselin 8, 4, 2 ve 1 bitlik değerlere sıkıştırılması sonucu azalan renk ve buna orantılı olarak dosya boyutlarını gösteren tablo grafiği. Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_depth

<table>
<tr><td colspan="2">24 bit.png (98 KB) -Orijinal Görüntü
16,777,216 renk</td><td>8 bit.png (37 KB) -62%
256 renk</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>4 bit.png (13 KB) -87%
16 renk</td><td>2 bit.png (6 KB) -94%
4 renk</td><td>1 bit.png (4 KB) -96%
2 renk</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Normal görme yetisine sahip olan bir insanın yaklaşık 10 milyon farklı rengi algılayıp ayırt edebildiği bilinmektedir (Judd & Wyszecki, 1975). Bilgisayar ortamında üretilen yapay görüntüler; piksel başına düşen 24 bitlik veri değeri sayesinde bir insanın algılayabildiği değer aralığının da üstünde (2^{24} = 16.777.216) renk sayısı üreterek gerçekçi görüntü değerlerini sağlamaktadır (**Şekil 2.29**).



Şekil 2.29: RGB (24 bit) 16.777.216 renk uzayı grafiği,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_depth

Bilgisayar ortamında hazırlanan yapay görüntüler hangi renk sistemi ile oluşturulursa oluşturulsun (RGB, CMYK, Hex vb.) yapay görüntü örgüsünün en küçük parçacığı olan piksellerin görülen rengini değil kendisine ait olan saf gama değerleri ve ışık şiddetini belirleyen gri ton (gri gama) değer aralığına (0-255) ait verileri ikili sistemde (bit veri türü) derleyerek meydana getirmektedir (Çayıroğlu, 2020; Understanding RGB Color and Gamma, 2021). Bu sayısal gri ton verilerinin tam olarak bir renge dönüşmesi, aktarılan materyalin oluşturduğu ışınım veya pigment değerine bağlı olarak meydana gelmektedir. Örneklemek gerekirse; bir pikselin RGB değerler kümesi (2^8, 2^8, 2^8) donanımsal arabirimler aracılığıyla dijital ekranda karşılığı olan ilgili RGB LED grubuna özel bir matris anahtarı ile aktarılır. LED grubu içinde bulunan her bir alt LED (*sub-diyot*) alt piksel (*sub-pixel*) değeri (2^8 = 0-255) oranında ışınıma girecektir. Bu temel prensipteki akışın sonunda, LED'lerin piksellerden aldığı gri gama sayısal verileri kendi yaydığı saf renk ışınımı sayesinde kombine olarak renkli ve gerçekçi bir görüntü örgüsünün meydana gelmesini sağlamaktadır. Bu noktada kullanılan materyalin (diyot ışığının) kalitesi,

kalibrasyonu ve hatta görüntünün gözlendiği atmosferik koşullar nedeniyle renklerde önemli ölçüde sapmalar meydana gelebilmektedir.

2.3. DİJİTAL GEOMETRİNİN OLUŞUMU

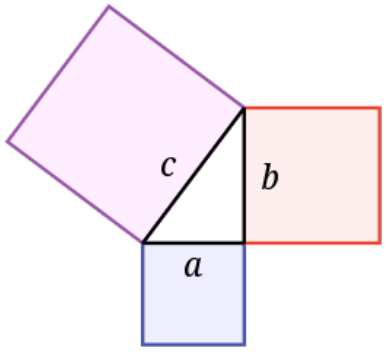
2.3.1. Dijital Geometrinin Temelleri

Geometri kelimesi TDK tarafından; "*Nokta, çizgi, açı, yüzey ve cisimlerin birbirleriyle ilişkilerini, ölçümlerini, özelliklerini inceleyen matematik dalı, hendese.*" şeklinde tanımlanmaktadır (www.tdk.gov.tr).

Geometri mekânsal ilişkilerle ilgilenen bilgi alanı olarak ortaya çıkmıştır (History of geometry, 2001). Modern çağ öncesi matematiğin iki alanından biri olan geometri (diğeri aritmetik) matematiksel kesinliği ve bugün hala kullanılmakta olan aksiyomatik (*axiomatic*) yöntemin Öklid'in Elementleri (*Euclid's Elements*) eserinde tanımlanması ile kökten değiştirilmiştir. Modern çağ sonrası geometrik kavramlar yüksek bir soyutlama ve karmaşıklık düzeyine genelleştirilmesi kalkülüs ile soyut cebir yöntemlerinin geliştirilmesini sağlamıştır.

2.3.1.1. Pisagor Teoremi

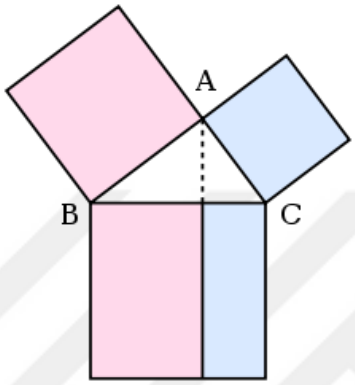
Miletli *Thales* (M.Ö. 635-543) tarafından oluşturulduğu ve Pisagor (M.Ö. 582-496) tarafından tümdengelim (dedüksiyon) ile geliştirilen (**Şekil 2.30**) Pisagor bağıntısı (Pisagor teoremi) Öklid geometrisinde üçgenin kenarları arasındaki temel ilişkiyi kuran ($a^2 + b^2 = c^2$) ilk teoremlerden biridir (Pythagorean theorem, 2021).



Şekil 2.30: Pisagor teoremi: Bacaklar (a ve b) iki karenin alanlarının toplamı, karenin hipotenüs (c) üzerindeki alanına eşittir

Öklid (M.Ö. 325-265) üçgenin kenarları arasındaki temel ilişkiyi Öklid'in Elementleri eserinde şu şekilde açıklanmıştır (Pythagorean theorem, 2021);

> *"Büyük kare, sol ve sağ olmak üzere iki dikdörtgene bölünür. Sol taraftaki dikdörtgen alanının yarısına sahip bir üçgeni oluştururken üstteki karenin alanı alttaki dikdörtgenin alanına eşit olur. Bu argümanı, sağdaki dikdörtgen ve kalan kare için benzer bir versiyon takip eder (**Şekil 2.31**)".*



Şekil 2.31: Öklid'in Elementleri eserinde yer alan kanıtı temsil eden grafik

2.3.1.2. Öklid geometrisi ve aksiyomları

Öklid geometrisi ve aksiyomları kuşkusuz ki dijital geometrinin temellerini oluşturmaktadır. Öklid'in dijital geometriyi kapsayan çalışmaları şu şekilde ifade edilmektedir (Öklid, 2005);

Öklid gelmiş geçmiş matematikçilerin içinde adı geometri ile en çok özdeşleştirilen kişidir. Geometri dünyasında kapladığı bu seçkin yeri kendisinin büyük bir matematikçi olmasından çok, geometrinin başlangıcından kendi zamanına kadar ki bilgilerin de yer aldığı 13 kitabı kaleme almış olmasıdır. Kitap tam sayıların özellikleri, perspektif, konik kesitler, küresel geometri, sayı teorisi, en büyük ortak bölenler (EBOB), kuadrik yüzeyler üzerinde çalışmalar ve kanıt gerektirmeyen 5 aksiyom ortaya koymuştur. Diğer bütün önermeleri bu aksiyomlardan ortaya çıkmaktadır. Aksiyomları şunlardır;

Öklid'in postulatları:

I. Herhangi bir noktadan herhangi başka bir noktaya bir düz doğru çizmek mümkündür.

I. Bir tane doğru parçasını her iki yöne de sürekli bir şekilde uzatmak mümkündür.

II. Herhangi bir merkez ve herhangi bir yarıçap ile bir çember tanımlamak mümkündür.

III. Bütün dik açıların birbirine eşit olduğu doğrudur.

IV. Eğer iki doğru ile kesişen bir doğru çizilirse, iki doğrunun birbirine bakan tarafında yer alan ve onları kesen doğrunun bir tarafında kalan iki açının toplamı iki dik açıdan küçükse bu iki doğru açıların toplamının iki dik açıdan az olduğu tarafta uzatılmaya devam ederlerse ileride bir noktada kesişecekleri doğrudur. (Bu postulat paralel doğrular kesişmez şeklinde bilinen postulardır.)

Ortak kanılar:

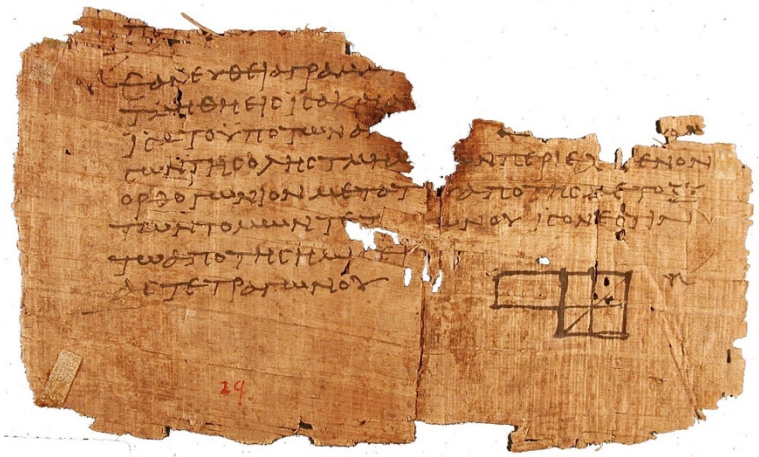
I. Bir şeye eşit olan başka şeyler birbirlerine de eşittirler.

II. Eğer eşit miktarlara eşit miktarlar eklenirse, elde edilen bütünler de birbirlerine eşittir.

III. Eğer eşit miktarlardan eşit miktarlar çıkarılırsa, kalanlar da birbirlerine eşittir.

IV. Birbirleriyle çakışan (özelikleri açısından örtüşen) şeyler birbirlerine eşittir.

V. Bütün parçadan büyüktür.

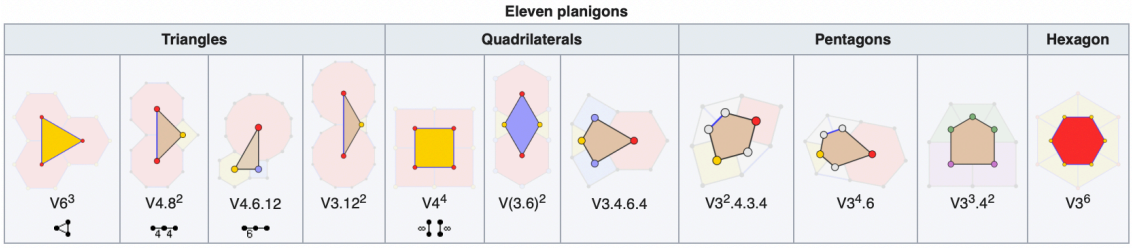


Resim 2.19: *Oxyrhynchus*'ta bulunan ve yaklaşık MS 100'e tarihlenen Öklid'in Elementleri eserinin hayatta kalan en eski parçalarından biri (P. Oxy. 29). II. Kitap, 5. Bölümde bulunan Diyagram önermesinin bir parçası.
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid

Öklid'in Elementleri eserinde tanımlanan geometrik sistem, uzun zamandır basitçe "geometri" olarak biliniyordu ve mümkün olan tek geometri olarak kabul ediliyordu (Euclid's Elements, 2003). Bugün, bu sistem matematikçilerin 19. yüzyılda keşfettiği Öklidyen olmayan geometrilerden ayırt etmek için Öklid geometrisi olarak adlandırılmaktadır.

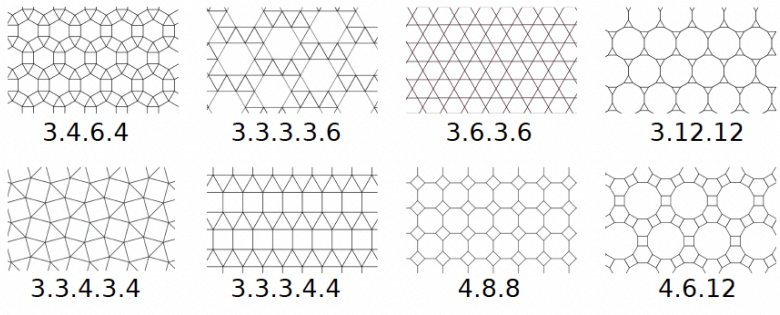
2.3.1.3. Öklidyen düzenli dışbükey mozaikleme modelleri

Öklid tarafında belirlenmiş 11 adet (**Şekil 2.32**) düzenli dışbükey mozaiklemesi (döşemesi) ve bu dizilimden elde edilen 32 farklı düzenli ve yarı düzenli dışbükey çokgen türevi bulunmaktadır (List of Euclidean uniform tilings, 2005). Ayrıca bu 11 dışbükey düzenli döşemeye ek olarak yıldız çokgenler ve ters yönde köşe konfigürasyonları kullanan 14 dışbükey olmayan mozaikleme de olduğu bilinmektedir.

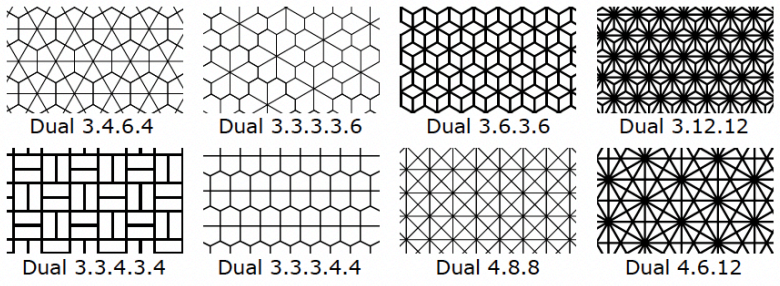


Şekil 2.32: Ökli'in dışbükey çokgenlerine ait tanımlama grafiği,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Euclidean_uniform_tilings

Düzenli döşemeler, konfigürasyonunu oluşturan her bir şeklin dışbükeyindeki nokta sayısının dizilimi ile listelenmektedir. Örneğin: 4.8.8, dört noktadan oluşan bir kare form ve sekiz noktadan oluşan iki sekizgen formun kombinasyonunu (**Şekil 2.33**) ifade etmektedir. Her bir şeklin merkezlerindeki noktaların birleşimiyle oluşan form, çift yüzeyde (yansımasında) düzenli veya düzensiz mozaikleme formunu oluşturmaktadır (**Şekil 2.34**). Bu mozaikleme formları günümüzde *Schwarz* üçgenleri (4.4.2), (6.3.2) veya (3.3), *Wythoff* sembolleri ve *Coxeter-Dynkin* diyagramları ile temsil edilebilmektedir. Ayrıca simetrik formlar *Coxeter* grupları [4.4] kare simetrik, sekizgen simetrik [6.3 veya $3^{[3]}$] ile tanımlanmaktadır.



Şekil 2.33: *Coxeter* Öklidyen yarı düzenli mozaikleme grubu örnekleri, Kaynak: (Gopinath, Kodialam, Lu, Lynch, & Ospina, 2019, s. 2)

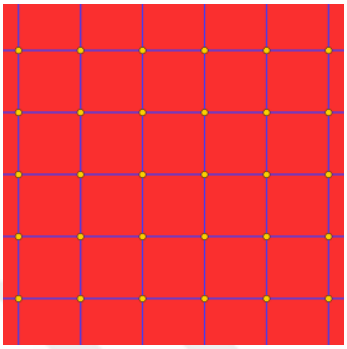
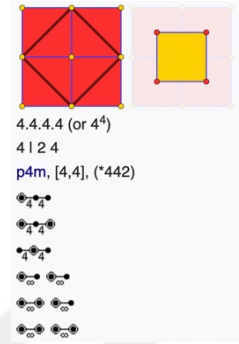
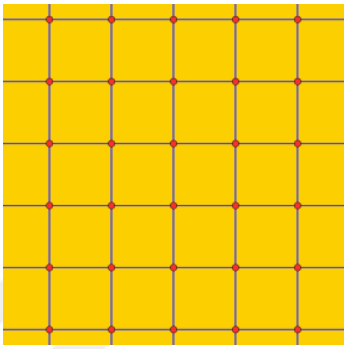
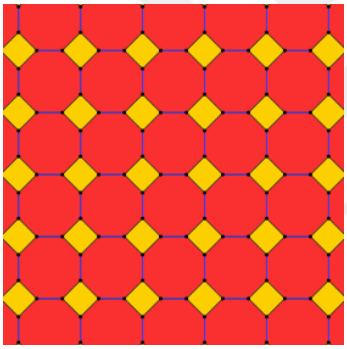
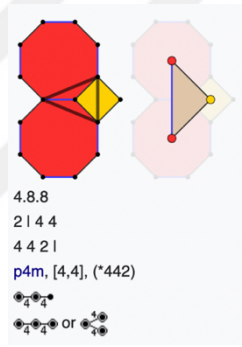
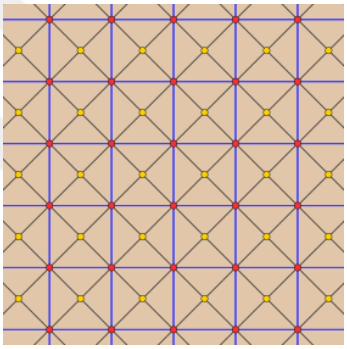


Şekil 2.34: *Coxeter* Öklidyen çift (yansımalı) yarı düzenli mozaikleme grubu örnekleri, Kaynak: (Gopinath, Kodialam, Lu, Lynch, & Ospina, 2019, s. 2)

2.3.1.4. Tetrakis kare (4-8-8) mozaikleme

Geometride (Tetrakis square tiling, 2005; Special right triangle, 2005) tetrakis kare mozaiklemesi (döşemesi); "*Öklid düzleminin bir döşemesi olarak, her karenin merkez noktasından dört ikizkenar dik üçgene bölündüğü ve sonsuz bir çizgi dizilimi oluşturan kare döşeme modeli*" olarak tanımlanmaktadır. (**Tablo 2.7**). Aynı zamanda, bir ızgaranın her karesini iki diyagonal ile üçgenlere bölerek her bir üçgenin 45° (π/4), 45° (π/4) ve 90° (π/2) derecelik açılara veya iki kenar uzunluğu eşit ve bir kenarı √2 faktörü ile ölçeklenmiş dik üçgenlerden oluşturulabilir. Bu düzenli form *Conway*, *Burgiel* ve *Goodman-Strauss* tarafında "*kisquadrille*" olarak anılmaktadır.

Tablo 2.7: *Coxeter* [4,4] grubu, Kare dizilim (4.4.4.4) ve Tetrakis kare (4.8.8) mozaikleme yapısına ait detaylar tablosu,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Euclidean_uniform_tilings

Tekdüze mozaikleme (*Platonic and Archimedean*)	Tepe açı formu ve çift yüzey *Wythoff* sembolleri Simetri grubu *Coxeter* diyagramları	Tek tipte çift mozaikleme (Yapraklar veya Katalan mozaiği)
		
Kare mozaikleme (*quadrille*)		Çift kare mozaikleme (*quadrille*)
		
Kesilmiş kare mozaikleme (*truncated quadrille*)		Tetrakis kare mozaikleme (*kisquadrille*)

2.3.1.5. Cebir ve Cebirsel geometri

2.3.1.5.1. Cebir kavramı

Cebir kelimesi TDK tarafından; "*Artı ve eksi gerçek sayılarla, bunların yerini tutan harfler yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran matematik kolu.*" şeklinde tanımlanmaktadır (www.tdk.gov.tr).

Cebir, Yakın doğu döneminde *Hârizmî (780-850)* ve *Ömer Hayyam* (1050-1123) gibi isimler tarafından geliştirilmiş sayılar teorisi, geometri ve analizi kapsayan bir matematik

dalıdır. Temel cebir bilinmeyen değerleri temsilen harfler kullanmasıyla aritmetikten farklıdır. Cebir genellikle bilinmeyen değerleri temsilen x, y, z gibi harfler, tanımlı ve bilinen değerleri ifade etmek için ise a, b, c gibi harflerin kullanılmasıyla ayrışmasını sağlamıştır. Cebirsel ifadelerle oluşturulan (x + 2 = 5) örneğinde de görüleceği üzere bilinmeyen değeri bulmayı kolaylaştırmaktadır. Bu tip işlemde bilinen değerler eşitliğin karşısına tersi işlem olarak alınarak bilinmeyen değer yalnız bırakılır ve örnekte "x" ile ifade edilen değirin karşılığının 3 olduğu hızlıca belirlenir. Cebir terimini barından matematiksel konular şu şekildedir (Algebra, 2001);

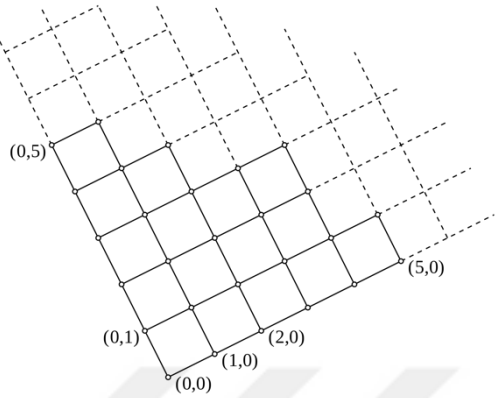
I. Temel cebir, okullarda gösterilen cebirsel denklemler
II. Soyut cebir, gruplar, halkalar ve cisim gibi cebirsel yapıların incelendiği alan
III. Lineer cebir, lineer denklemlerin, vektör uzaylarının ve matrislerin kullanıldığı cebir
IV. Komütatif cebir, değişmeli halkaların incelendiği alan
V. Bilgisayar cebiri, bilgisayar program yazılımlarında kullanılan cebir
VI. Homolojik cebir, topolojik katman çözümlerinde kullanılan cebir
VII. Evrensel cebir, her cebirsel özelliğin incelendiği cebir
VIII. Cebirsel sayı teorisi, sayı ve rakamların cebirsel bir yönle araştırılması
IX. Cebirsel geometri, eğik şekillerin hacim ve alan hesaplamalarında
X. Cebirsel kombinatorik, cebirsel metotların kombinatorik sorularına uygulandığı alan

1637 yılında *René Descartes* (1596-1650), *La Géométrie* isimli kitabını yayınlamıştır ve analitik geometrinin ilk temelleri atılmıştır. Dijital geometri bakımında eserinde kartezyen koordinat sistemi üzerinde yaptığı tanımlamalar oldukça önem taşımaktadır (Bkz. **2.3.1.6**).

2.3.1.5.2. Soyut Cebir

Matematiğin geniş bir bölümü olan cebirde, soyut cebir (modern cebir); "*cebirsel yapıların incelenmesini sağlamaktadır*" (Lattice (order), 2004; Abstract algebra, 2001) şeklinde tanımlanmaktadır. Cebirsel yapılar, grupları, açıları, alanları, modülleri, vektörel uzayları, kafesleri (*lattice*) ve cebirleri içermektedir. Soyut cebir terimi, 20. yüzyılın

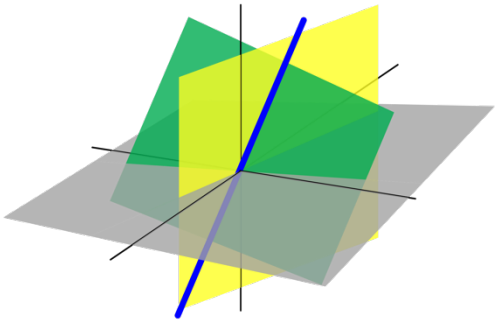
başlarında, temel cebirden ayırmak için daha spesifik hesaplamaya dayalı ve sayıları kullanarak akıl yürütme eylemini gerçekleştirebilmek için icat edilmiştir.



Şekil 2.35: Negatif olmayan tamsayı çiftlerinin örgüsü, bileşen bazında sıralanmıştır (*Pic.* 5).
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Lattice_(order)

2.3.1.5.3. Lineer Cebir

Doğrusal cebir ya da lineer cebir; "*matematiğin, vektörler (yöney), vektör uzayları, doğrusal dönüşümler, doğrusal denklem takımları ve matrisleri (dizey) inceleyen alanıdır*" (Linear algebra, 2001) şeklinde tanımlanmaktadır. Vektör uzayları, modern matematiğin merkezinde yer alan bir konudur. Bundan dolayı doğrusal cebir hem soyut cebirde hem de fonksiyonel analizde sıkça kullanılmaktadır. Doğrusal cebir, analitik geometri ile de alakalı olup sosyal bilimlerde ve fen bilimlerinde yaygın bir uygulama alanına sahip olduğu bilinmektedir.



Şekil 2.36: Üç boyutlu Öklid uzayında üç düzlemin lineer denklemlerin ortak çözüm eksenini (mavi çizgi) temsil eden grafik.
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_algebra

2.3.1.5.3.1. Matris (kare matris)

Dijital geometrinin matematiksel alt yapısını ve dijital görüntünün nesnel özelliklerini belirleyen kare matrisi şu şekilde tanımlanmaktadır (Determinant, 2010; Matrix unit, 2005);

> *"Lineer cebirde kare matrisi n x n boyutundaki birim matrisidir. Matris "A", satırlar "i" sütunlar ise "j" sembolleri ile ifade edilmektedir. Bir matris iki yanından kübik parantez "[a, b]" ile gösterilirken, bir matrisin determinantı çubuklar "|a, b|" ile gösterilmektedir. Ayrıca bir matrisin determinantı "det A" olarak da gösterilebilmektedir. Ayrıca bir kare A matrisinin eş çarpanına kofaktörü denmektedir ve A matrisinin alt kuvveti olarak gösterilmektedir "$A_{i,j}$" **(Şekil 2.37)**."*

$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı şu şekilde gösterilir: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

Basit bir örnek olarak,

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisinin determinantı şudur:

$$\det A = ad - bc.$$

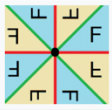
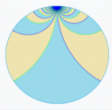
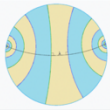
Şekil 2.37: Matris, Determinant ve kofaktör gösterimi,
Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/Determinant

2.3.1.5.4. Cebirsel geometri

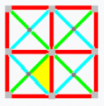
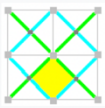
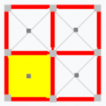
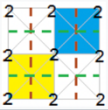
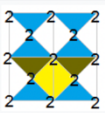
Cebirsel geometri (Algebraic geometry, 2001); "*matematiğin bir dalı olarak, soyut cebirin, özellikle değişmeli cebirin yöntemleri ile geometrinin dili ve problemlerini bir araya getirir*" şeklinde tanımlanmaktadır. Çağdaş matematik içerisinde merkezi bir rol üstlenmesinin yanında, karmaşık analiz, topoloji, sayılar kuramı gibi matematiğin diğer dallarıyla yakın ilişki içinde olduğu bilinmektedir. Cebirsel geometrinin ilgilendiği temel nesneler cebirsel varyetelerdir. Bunlar geometrik nesne olarak polinom denklem sistemlerinin çözüm kümeleridir. Doğrular, çemberler, paraboller, kelebek eğrileri, *Cassini* ovallerini içeren düzlem cebirsel eğrileri, cebirsel varyetelerin en çok incelenmiş sınıfları arasındadır.

2.3.1.5.5. Coxeter-Dynkin diyagramı

Harold Scott MacDonald Coxeter (1907-2003) sonlu Öklidyen yansıma gruplarının soyut bir yansıma grubunu (**Şekil 2.38**) oluşturmaktadır (Coxeter–Dynkin diagram, 2006). Ayrıca *Coxeter*; Öklid düzlemi ve hiperbolik düzlemini düzenli mozaiklerine karşılık gelen üçgen gruplarını sonlu ve sonsuz sınıflandırmalarını tanımlamıştır (**Şekil 2.39**).

Type	Finite					Affine	Hyperbolic	
Geometry					...			
Coxeter	[ ]	[2]	[3]	[4]	[p]	[∞]	[∞]	[iπ/λ]
Order	2	4	6	8	2*p*	∞		

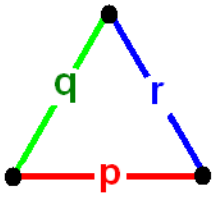
Şekil 2.38: *Coxeter* yansıma grupları temel sınıflandırması,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Coxeter–Dynkin_diagram

Small index subgroups of p4m, [4,4], (*442) [hide]						
index	1	2			4	
Fundamental domain diagram						
Coxeter notation Coxeter diagram	[1,4,1,4,1] = [4,4]	[1⁺,4,4]	[4,4,1⁺]	[4,1⁺,4]	[1⁺,4,4,1⁺]	[4⁺,4⁺] = [(4,4⁺,2⁺)]
Orbifold	*442		*2222			22×
Semidirect subgroups						
index		2			4	
Diagram						
Coxeter		[4,4⁺]	[4⁺,4]	[(4,4,2⁺)]	[1⁺,4,1⁺,4]=[(2⁺,4,4)]	[4,1⁺,4,1⁺]=[(4,4,2⁺)]
Orbifold		4*2		2*22		
Direct subgroups						
Index	2	4			8	
Diagram						
Coxeter	[4,4]⁺	[1⁺,4,4⁺] = [4,4⁺]⁺	[4⁺,4,1⁺] = [4⁺,4]⁺	[(4,1⁺,4,2⁺)] = [(4,4,2⁺)]⁺	[1⁺,4,1⁺,4,1⁺] = [(4⁺,4⁺,2⁺)] = [4⁺,4⁺]⁺	
Orbifold	442		2222			

Şekil 2.39: *Coxeter* p4m küçük alt grupların ve yansıma değerlerinin sınıflandırılması,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Coxeter–Dynkin_diagram

2.3.1.5.6. Schwarz üçgeni

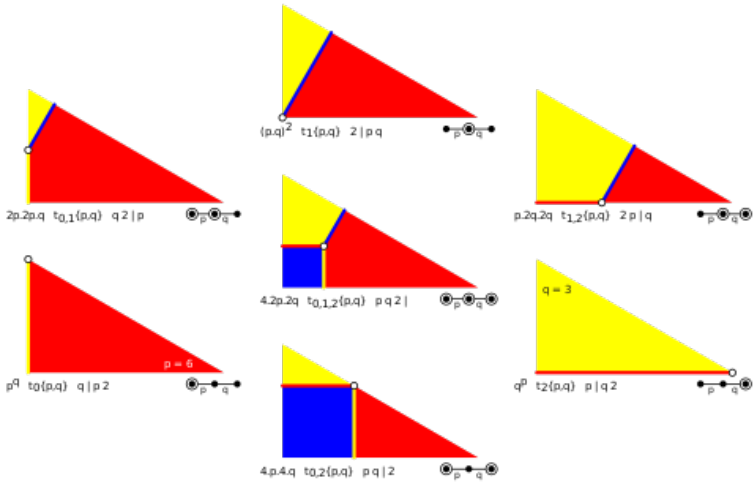
Geometride, adını *Hermann Schwarz* (1843- 1921)'dan alan *Schwarz* üçgeni köşe açıları π/p, π/q ve π/r olarak temel alınan (p, q, r) tam sayılarının farklı düzlemlerde (uzaylarda) oluşturulabilen üçgen modeline (**Şekil 2.40**) dayanmaktadır (Schwarz triangle, 2005). *Schwarz* üçgeni, üçgen bir grafikle temsil edilir. Her nokta *Schwarz* üçgeninin bir kenarını (aynasını) temsil eder. Her kenar π/tepe noktası açısı olan yansıma sırasına karşılık gelen rasyonel bir değerle ifade edilmektedir.



Şekil 2.40: *Schwarz* üçgen grafiği,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Schwarz_triangle

2.3.1.5.7. Wythoff yapısı

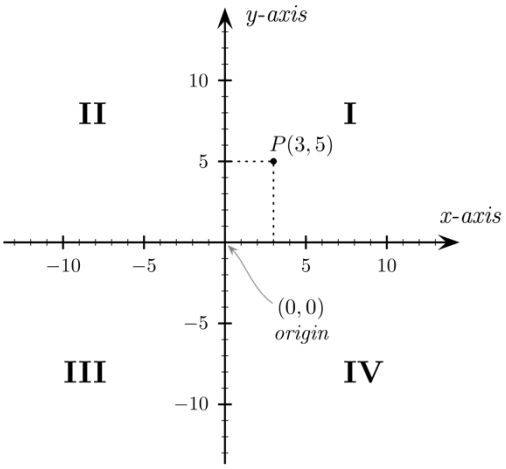
Geometride, *Wythoff* sembolü: *Schwarz* üçgeni (p, q, r) içinde tek tipte çok yüzlü veya tek düze döşemeyi temsil eden bir gösterimdir (Wythoff symbol, 2006). İlk olarak *Coxeter*, *Longuet-Higgins* ve *Miller* tarafından tek düze çok yüzlü üçgenlerinin dizilimini (**Şekil 2.41**) sınıflandırmak için kullanılmıştır. Daha sonra, temel bir simpleks içinde n-boyutlu uzayda tek tip politopları ve petekleri işaretlemek için *Coxeter* diyagramı geliştirilmiştir. *Wythoff* yapısı temel bir üçgen üzerinde seçilen bir başlangıç noktasından uzaklığı sıfırdan büyük olan başka bir nokta ile birleşir ve iki nokta arasında bir doğrular bırakır. Bıraktığı her doğruyu *Schwarz* tam sayısı ile tanımlar ve yansıma noktasını (başlangıç noktasını) ifade etmek için dikey çubuk sembolünü "|" kullanılır.



Şekil 2.41: *Wythoff* sembolü oluşturulan 7 farklı üçgen örneklemesi,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Wythoff_symbol

2.3.1.6. Kartezyen koordinat sistemi

Descartes'in en kalıcı miraslarından biri, geometriyi tanımlamak için cebiri kullanan, Kartezyen veya analitik geometriyi geliştirmesiydi (Descartes, 1637, s. 299; Sorell, 2000). Descartes "denklemlerde bilinmeyenleri x, y ve z ile ve bilinenleri a, b ve c" ile temsil etme geleneğini icat etti (**Şekil 2.42**). Ayrıca, kuvvetleri veya üsleri göstermek için üst simge kullanan "standart gösterime öncülük etti"; örneğin, x kareyi belirtmek için 2'yi x^2 şeklinde kullanmıştır.



Şekil 2.42: Kendi icat ettiği x ve y eksenlerini kullanan bir Kartezyen koordinat grafiği,
Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/René_Descartes

2.3.2. Dijital Geometri Oluşturma ve Hesaplama Yöntemleri

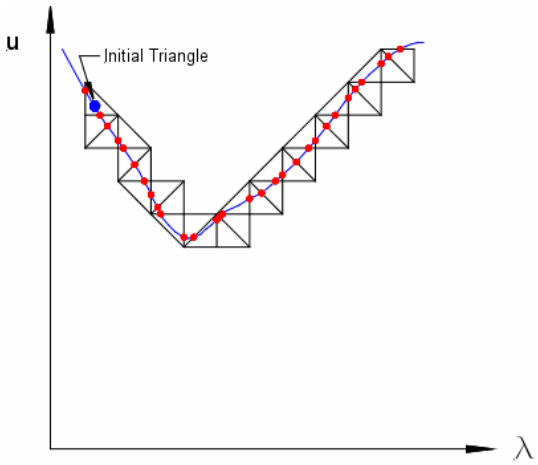
2.3.2.1. Dijital geometri (şekil analizi)

Dijital geometri (şekil analizi); "*2B veya 3B Öklid uzayının nesnelerinin sayısallaştırılmış modelleri veya görüntüleri olarak kabul edilen ayrık kümelerle (genellikle ayrık nokta kümeleri) ilgilenir. Basitçe söylemek gerekirse, sayısallaştırma, bir nesneyi ayrı bir noktaları kümesiyle değiştirmektir. Televizyon ekranında, bilgisayarın raster görüntüsünde veya gazetelerde gördüğümüz görüntüler aslında dijital görüntülerdir. Başlıca uygulama alanları bilgisayar grafikleri ve görüntü analizidir.*" (Digital geometry, 2003) şeklinde tanımlanmaktadır.

Dijital geometrinin ana yönleri şunlardır:

I. Hassasiyet ve verimliliğe vurgu yaparak nesnelerin sayısallaştırılmış temsillerini oluşturması veya iyileştirmesi.
II. Sayısal kümelere ait özelliklerin incelenmesi.
III. Nesnelerin sayısallaştırılmış temsillerini dönüştürme.
    a. Bir görüntünün dijital topolojisi değişmeyecek şekilde noktaların tekrar tekrar azaltılması ile basitleştirilmesi
    b. Verilen sayısallaştırılmış nesne temsilinin bir mesafeye dönüştürülerek yerel maksimumlarının hesaplanması
IV. Dijital görüntülerden "gerçek" nesneleri veya özelliklerini (alan, uzunluk, eğrilik, hacim, yüzey vb.) algılama ve yeniden oluşturma.
V. Sayısal eğriler, sayısal yüzeyler ve sayısal manifoldların incelenmesi.
VI. Dijital nesneler için izleme algoritmaları oluşturma.
VII. Dijital uzayda fonksiyonlar oluşturma.
VIII. Pikseller arası oluşan eğrilerin çizilmesi.

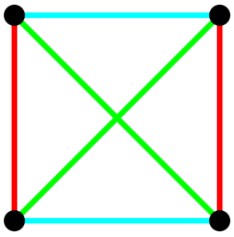
Dijital geometri, ayrık diferansiyel geometriyle büyük ölçüde örtüşür ve bunun bir parçası olarak düşünülebilir (**Şekil 2.43**).



Şekil 2.43: Üçgen bir ağ üzerinde bir eğrinin izlenmesi,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Digital_geometry

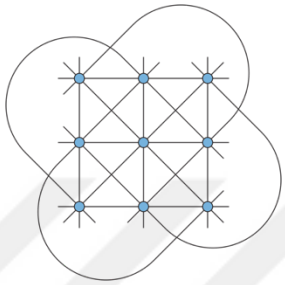
2.3.2.2. Sonlu geometri

Sonlu geometri; "*yalnızca sonlu sayıda noktası olan geometrik sistemdir*" (Finite geometry, 2003) şeklinde tanımlanmaktır. Öklid geometrisindeki sonsuz sayıdaki nokta sayısından farklı olarak sonlu sayıdaki noktaları içermektedir (**Şekil 2.44**). Dijital ekranlarda görüntüyü oluşturan sonlu sayıdaki piksellerin meydana getirdiği grafikler, sonlu sayı geometrisine örnek olarak gösterilmektedir. Sonlu geometriler olarak adlandırılabilecek birçok sistem olmakla beraber, düzenli ve basit olmaları nedeniyle çoğunlukla sonlu projektif ve afin uzayları oluşturduğu anlaşılmaktadır. *Benz* düzlemleri (*Benz plane*), *Möbius* düzlemleri (*Möbius plane*), *Laguerre* düzlemleri (*Laguerre Plane*) ve bunlara ek olarak daha yüksek sonlu geometri ve yüksek boyutlu türler olarak analog görüntüler diğer önemli sonlu geometri türlerini oluşturmaktadır.



Şekil 2.44: 4 nokta ve 6 çizgi içeren 2. dereceden sonlu afin düzlemi örneği. Aynı renkteki çizgiler paralel olduğundan şeklin merkezi bu afin düzlemin bir noktasını oluşturmaz.
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_geometry

Sonlu bir alan üzerinde vektör uzaylarından başlayarak, lineer cebir yoluyla sonlu geometriler oluşturabilmektedir (**Şekil 2.45**). Bu şekilde oluşturulan afin ve projektif düzlemlere *Galois* geometrileri denmektedir (Finite geometry, 2003). Sonlu geometriler tamamen aksiyomatik olarak da tanımlanabilmektedir. Yaygın biçimde kullanılan iki boyutlu ve sonlu *Galois* geometrileri, eş biçimli olmayan afin ve yansıtmalı düzlemlere (*Desarguesyen* olmayan düzlemlere) sahip olduğu bilinmektedir.



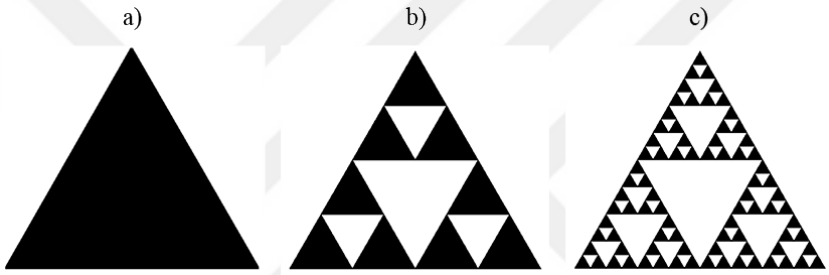
Şekil 2.45: 9 nokta ve 12 çizgi içeren, 3. dereceden sonlu afin düzlemi,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_geometry

2.3.2.3. Fraktal geometri

Matematikte, fraktal; "*topolojik boyutunu kesin olarak aşan, fraktal boyutu olan Öklid uzayının bir alt kümesi ve çoğunlukla kendine benzeyen veya oransal kırılma özelliği gösteren karmaşık geometrik şekillerin ortak adıdır*" (Fraktal, 2005) şeklinde tanımlanmaktadır. Fraktalların, Öklid geometrisindeki kare, daire, küre gibi basit şekillerden daha karmaşık ve spesifik olduğu anlaşılmaktadır. Fraktalların, genellikle uzamsal açıdan düzensiz olguyu ve düzensiz biçimi tanımlama yeteneğine sahip olduğu bilinmektedir. Fraktal terimi parçalanmış ya da kırılmış anlamına gelen Latince "*fractus*" sözcüğünden türetildiği bilinmektedir. İlk olarak 1975'te Polonya asıllı matematikçi *Benoit B. Mandelbrot* (1924-2010) tarafından ortaya atılan bu kavram, yalnızca matematik değil fiziksel kimya, fizyoloji ve akışkanlar mekaniği gibi değişik alanlar üzerinde de önemli etkiler yaratan yeni bir geometri sisteminin doğmasına yol açtığı anlaşılmaktadır.

Mandelbrot'a (Mandelbrot, 1983) göre; "*Tüm fraktallar kendine benzer ya da en azından tümüyle kendine benzer olmamakla birlikte, çoğu bu özelliği taşımaktadır*". Kendine

benzer bir cisimde, cismi oluşturan parçalar ya da bileşenler yine cismin bütününe benzediği görülmektedir. Düzensiz ayrıntılar ya da desenler giderek küçülen ölçeklerde yinelenir ve *Sierpinski* üçgeninde olduğu gibi her ölçekte parçacık aynıysa buna afin kendine benzerlik denmektedir ve tümüyle soyut nesnelerde sonsuza değin sürebilmektedir (**Şekil 2.46**). Sonuç olarak her parçanın, her bir parçacığı büyütüldüğünde, gene cismin bütününe benzerlik göstermektedir. Bu fraktal oluşum doğada kar tanesi ve ağaç kabuğunda kolayca gözlemlenebilmektedir. Doğada bulunan bazı benzersiz formlar ve matematiksel olarak birbirinin mutlak aynı olanlarına oranla, stokastik (rastlantısal) yani rastgele olduğu görülmektedir; bu nedenle ancak istatistiksel olarak ölçeklenebilirler.



Şekil 2.46: *Sierpinski* üçgeni; mutlak surette simetrik bir fraktal oluşum aşamalarına ait grafikler (a,b,c). Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/Fraktal

2.3.2.4. Hesaplamalı geometri (berim)

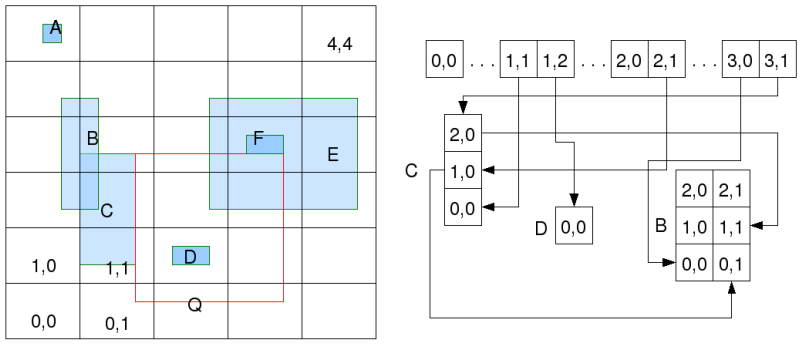
2.3.2.4.1. Berim Kavramı

Berim (*Computation or Calculation*), hem aritmetik hem de aritmetik olmayan adımları içeren ve tanımlanmış bir modeli (algoritmayı) izleyen herhangi bir hesaplama türüdür. Berim Fiziksel fenomen içinde: eşleştirme (haritalama), anlamsal (şematik) ve mekanistik (mekanik) hesaplama aracı olarak kullanılmaktadır. Bu anlamda bilgisayar üzerinde çalışan ve geliştirilen çeşitli matematiksel modelleri şunlardır (Computation, 2001);

a) Durumsal modeller (*Turing* makinası veya sonlu durum makinası)
b) Fonksiyon modelleri (*Lambda* hesaplaması gibi)
c) Mantık modelleri (mantık programlaması gibi)
d) Eşzamanlı modeller (aktör modeli ve işlem hesaplaması gibi)

2.3.2.4.2. Geometride berim kullanımı

Hesaplamalı geometri; "*geometrik algoritmaların incelenmesini sağlayan bilgisayar bilimlerinin bir dalıdır*" (Computational geometry, 2003) olarak tanımlanmaktadır. Bazı çalışmalar tamamen geometrik problemlerden meydana gelirken, bazıları hesaplamalı geometrik algoritmaların incelenmesinden oluşmaktadır (**Şekil 2.47**). Bu gibi problemlerin hesaplama geometrisinin bir parçası olduğu düşünülmektedir (Preparata & Shamos, 1988). Modern hesaplamalı geometri son zamanlarda gelişme göstermesine karşın, tarihin antik dönemine kadar uzanan en eski bilgi işlem alanlarından biri olarak bilinmektedir. Hesaplamalı geometrinin bir disiplin olarak geliştirilmesinin merkezinde bilgisayar grafikleri, bilgisayar destekli tasarım ve üretim (CAD / CAM) alanındaki ilerlemeler yer almaktadır. Ancak hesaplama geometrisindeki birçok problem özünde klasik geometri problemi olarak, matematiksel görselleştirme ve modelleme yoluyla bilgisayar bilimlerine de dahil edildiği anlaşılmaktadır.



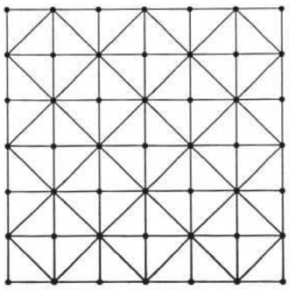
Şekil 2.47: Hesaplama geometride verimli bölgelerin sorgulanması ve veri yapısı örneği, Kaynak: https://tr.wikipedia.org/wiki/Hesaplamalı_geometri

Hesaplamalı geometri alanında önemli çalışmalar yürüten *Herbert Edelsbrunner,* (NSF) *Waterman Award* (Herbert Edelsbrunner, 2021) alıntısına göre; "*Dr. Edelsbrunner, hesaplamalı geometri alanında bir öncüdür... Dr. Edelsbrunner hem kendi araştırmalarıyla hem de ilk günlerinde alanı sistematikleştiren Algorithms in Combinatorial Geometry adlı kitabıyla hesaplamalı geometri üzerinde büyük bir etkiye sahip olmuştur. Bu kitap, birçok kişi tarafından hesaplamalı geometri konusunda hala en iyi ders kitabı ve başvuru kaynağı olarak görülüyor.*" şeklinde tanımlanmıştır.

2.3.2.5. Ayrık (diferansiyel) geometri

Ayrık geometri ve kombinatoryal geometri, ayrık geometrik nesnelerin kombinatoryal özelliklerini ve yapıcı yöntemlerini inceleyen geometri dallarıdır. Ayrık geometrideki çoğu soru, noktalar, çizgiler, düzlemler, daireler, küreler, çokgenler vb. gibi sonlu veya ayrık temel geometrik nesne kümelerini içermektedir. Ayrık geometri nesnelerin birbirleriyle nasıl kesiştikleri veya daha büyük bir nesneyi kapsayacak şekilde nasıl düzenlenebilecekleri gibi birleşimsel özelliklerine odaklanmaktadır. Ayrık geometri, dışbükey geometri ve hesaplamalı geometri ile büyük bir örtüşmeye sahiptir ve sonlu geometri, kombinatoryal optimizasyon, dijital geometri, ayrık diferansiyel geometri, geometrik çizge teorisi, torik geometri ve kombinatoryal topoloji gibi konularla yakından ilişkilidir. Ayrık geometri üzerine *Howard Eves* ve *Azriel Rosenfeld* (**Şekil 2.48**)'in önemli çalışmaları olduğu bilinmektedir. Ayrık geometrinin başlıca konuları şunlardır (Discrete geometry, 2003; Kong & Rosenfeld, 1989);

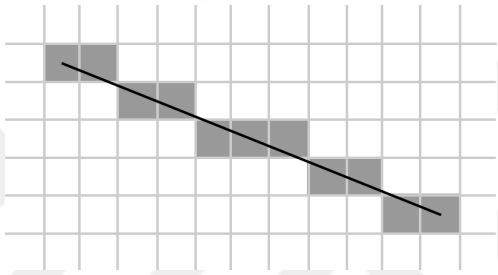
a) Dairesel mozaikleme
b) Küre dizilimi
c) Kepler varsayımı
d) Yarı kristal dizilimi
e) Periyodik olmayan mozaiklemler
f) Periyodik grafikler
g) Sonlu alt bölünme kuralları



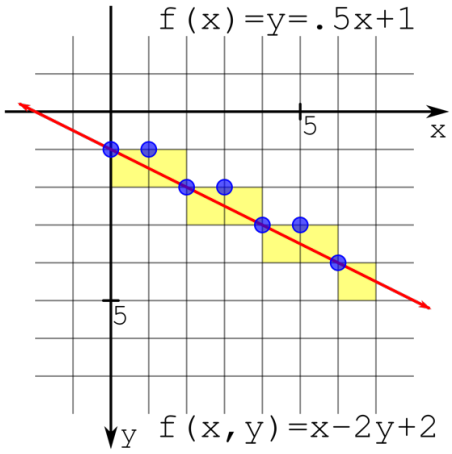
Şekil 2.48: 2-boyutlu *Khalimsky* komşularını gösteren grafik,
Kaynak: (Kong & Rosenfeld, 1989)

2.3.2.6. Çizgi algoritması

Amerikalı bilgisayar mühendisi *Jack Elton Bresenham* (1937-) tarafından, 1962 yılında IBM için geliştirdiği çizgi algoritması, onun en çok bilinen yeniliğidir (Bresenham's line algorithm, 2002). Verilen iki nokta arasında düz bir çizgi oluşturmak için 2 boyutlu bir raster ızgara üzerinde hangi komşu noktaların çizilmesi gerektiğini belirler ve genellikle bilgisayar ekranında çizgiler çizmek için kullanılır (**Şekil 2.49**, **Şekil 2.50**). Bilgisayar grafikleri alanında keşfedilen en eski algoritmalardan biridir. Orta nokta daire algoritması, onun çizgi algoritmasıyla bazı benzerlikler taşır ve *Bresenham*'ın daire algoritması olarak bilinir.



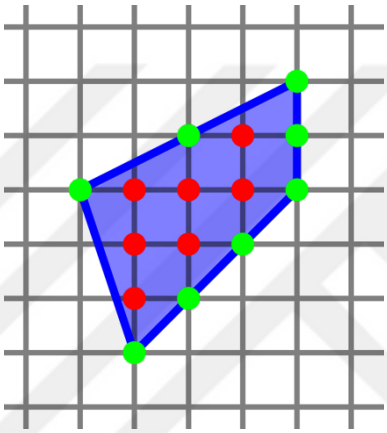
Şekil 2.49: *Bresenham*'ın çizgi algoritması kullanılınca ortaya çıkan bir çizgi grafiği,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Bresenham%27s_line_algorithm



Şekil 2.50: Pikselleri temsilen Kartezyen koordinat şemasında (0,1) ile (6,4) arasında oluşan bir çizginin komşu piksel ilişkisini gösteren algoritmaya ait grafik,
Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Bresenham%27s_line_algorithm

2.3.2.7. Pick teoremi

Geometride, *Pick* teoremi; "*tamsayı köşe koordinatlarına sahip bir çokgenin alanını hesaplamayı kolaylaştıran (A = i +* $\frac{b}{2}$ *-1) formülü (**Şekil 2.51**) ile sağlar*" (Pick's theorem, 2003) şeklinde tanımlanmaktadır. Teorem ilk olarak 1899'da *Georg Alexander Pick* (1858-1942) tarafından tanımlanmıştır (Pick, 1899). İngilizce olarak *Hugo Steinhaus* tarafından "*Mathematical Snapshots"* adlı kitabının 1950 baskısında popüler hale gelmiştir (Branko & Shephard, 1993). Teoremin birden fazla ispatı vardır ve belirli basit olmayan çokgen türleri için farklı formüllere genelleştirilebilmektedir.



Şekil 2.51: Bir *Pick's* teorem hesaplama örneği (i = 7, b = 8: A = i + b/2 -1 = 10), Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/Pick%27s_theorem

3. GEREÇ VE YÖNTEM

3.1. ARAŞTIRMANIN YÖNTEMİ VE KISITLARI

Araştırmada görüntü örgüsünde en küçük parçacığın geometrik formu grafik şablonlar üzerinde incelendiği ve karşılaştırıldığı için nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır.

Bu amaca uygun olarak görüntü örgüsünü oluşturan kare form ve ona alternatif olarak tetrakis kare formu üç adet temel geometrik (kare, altıgen ve eşkenar üçgen) formların içerisinde nesnel olarak ölçümlenmiştir. Görüntüyü oluşturan her bir parçacığın, geometrik şablon üzerinde doldurduğu (*filling*) alan bilgisi *Pick* teoremi ($A = i + \frac{b}{2} - 1 = br^2$) ile sayısal verilere dönüştürülerek ilgili parçacığın nitelikli görüntü oluşturmadaki başarısı ve yüzdesi hesaplanmıştır.

Buna ek olarak her bir parçacık aynı (düşük bit değerli) grafiği kendi geometrik formu ile oluşturularak görüntü örgüsündeki etkiler nesnel olarak incelenmiştir.

3.2. ARAŞTIRMANIN EVRENİ VE VERİLERİN ANALİZ YÖNTEMİ

Araştırmada gerekli olan bilgiye ve sonuca ulaşmak amacı ile grafikler ve grafiklerden elde edilen sayısal veriler (parametreler) baz alınmış ve bu nedenle örnekleme süreci ve yöntemi olarak istatistik yöntemi tercih edilmiştir. Araştırmanın ana kütlesi görüntü örgüsünü oluşturan en küçük parçacıklara ait geometrik formların nesnel olarak karşılaştırılmasından oluşmaktadır. Bu tezin de konusu olan kare form ile Öklidyen yarı düzenli mozaikler grubunda yer alan kesilmiş kare dizilimin (*truncated quadrille*) çift-tekdüze dizilimi olan tetrakis kare (4.8.8) formu (*kisquadrille*) da dahil olmak üzere toplamda 2 geometrik form ve bu formların meydana getirdiği görüntü mozaiklemeleri araştırmanın örneklemini oluşturmuştur.

3.3. ARAŞTIRMANIN HİPOTEZLERİ

Literatür taraması ile şu bulgular elde edilmiştir: Görüntü oluşturma ve kaydetme tarih boyunca var olan bir kavramdır. Görüntü oluşturmada formüle edilmiş bir sistem arayışı hem bilim insanlarının çalışmalarında hem de sanatçıların eserlerinde açıkça

görülmüştür. Mozaik ve dokuma sanatlarının dijital görüntünün oluşmasında önemli rolü olduğu anlaşılmıştır. Dijital görüntünün oluşması ve işlenmesi dijital geometri ile sağlanmaktadır. Öklidyen geometri, Cebirsel geometri, lineer cebir, kare matrisi ve kartezyen koordinat sistemi, bit verisi ve sayısal renk sistemi kavramları dijital görüntünün işlenmesi ve oluşmasını sağlamaktadır. Dijital görüntü mozaiklemesi (*tessellation*) en küçük parçacık olarak kare forma sahip piksellerin dizilimi ile raster görüntüyü oluşmaktadır. Kare form mozaiklemesi düşük sayıdaki dizilimlerde geometrik kırılmalara neden olarak görüntünün niteliğini düşürmektedir.

Tüm bu bilgiler ışığında araştırmanın hipotezleri aşağıda sıralanmıştır;

a) Kare formlar *x* ve *y* koordinatları dışında nitelikli görüntü oluşturamamıştır.
b) Tetrakis kare dizilimi %98 oranında nitelikli görüntü oluşturmuştur.
c) Tetrakis kare formu, kare forma kıyasla en az %25, en çok %68,3 ve ortalama %32,6 oranda daha nitelikli görüntü oluşturmuştur.
d) Tetrakis kare formu kartezyen koordinat sistemi üzerinde tanımlanmış, kare matrisi ile oluşan algoritma jenerik kanyak kodunda örneklenmiştir.
e) Tetrakis karesi sabit ızgarada, 4bit (*monochrome*), 32 bit (gri gama), 96 bit RGB (*truecolor*) ve 128 bit RGB + alfa kanal değerleriyle görüntü üretebileceği anlaşılmıştır.

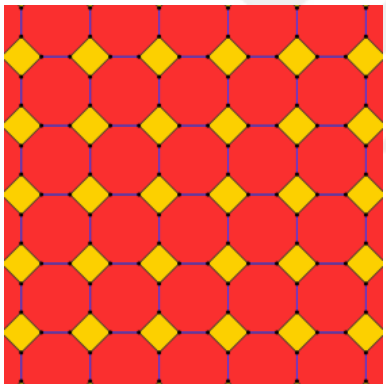
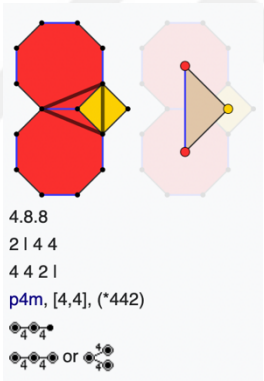
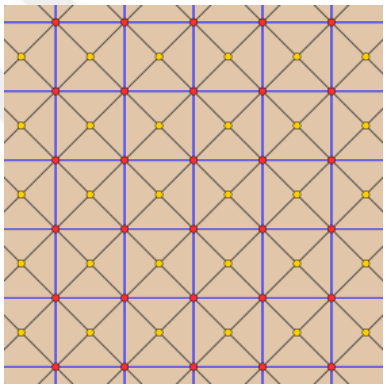
4. BULGULAR

4.1. TETRAKİS KARE FORM DEĞERLERİ

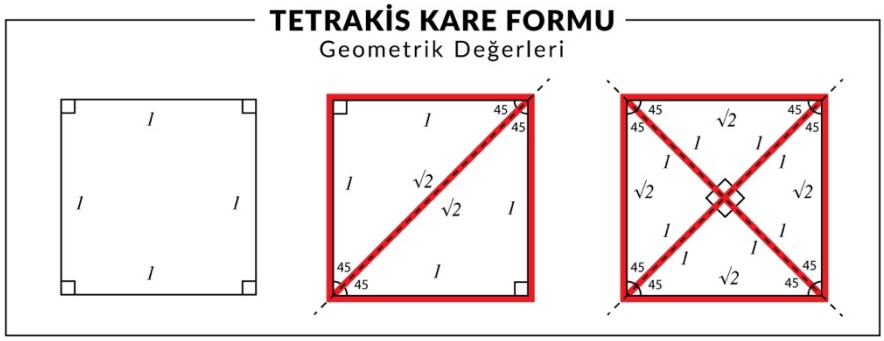
4.1.1. Geometrik Değerler

Tetrakis kare dizilimi; Öklidyen yarı düzenli mozaikler grubunda yer alan kesik kare dizilimin (*truncated quadrille*) çift-tekdüze türevi olan tetrakis kare (4.8.8) formu (*kisquadrille*), aynı zamanda *Coxeter* diyagramında [4,4] veya yansıması [4,4,2] (**Tablo 4.1**) olarak tanımlanmaktadır.

Tablo 4.1: *Coxeter* [4,4] grubu, Tetrakis kare (4.8.8) mozaikleme yapısına ait detaylar tablosu, Kaynak: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Euclidean_uniform_tilings

Tekdüze mozaikleme (*Platonic and Archimedean*)	Tepe açı formu ve çift yüzey *Wythoff* sembolleri Simetri grubu *Coxeter* diyagramları	Tek tipte çift mozaikleme (Yapraklar veya Katalan mozaiği)
		
Kesilmiş kare mozaikleme (*truncated quadrille*)		Tetrakis kare mozaikleme (*kisquadrille*)

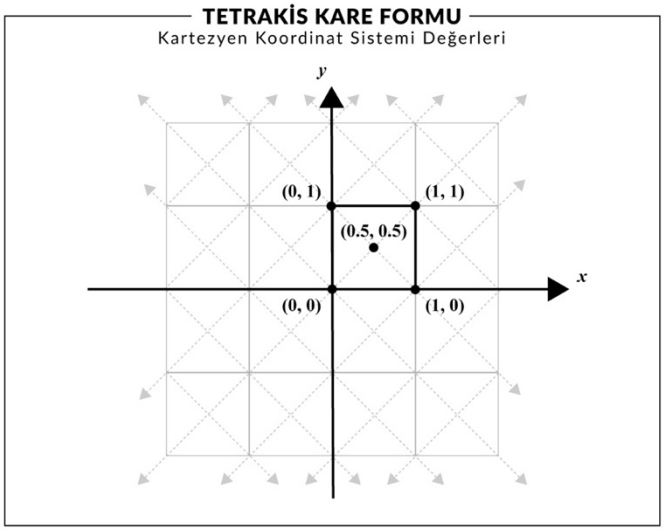
Tetrakis kare formu, bir kare formun merkezinden +45° ve -45° (135°) derecede bölünmesi sonucu elde edilen dört adet dik üçgenin (a=1, b=1, c=√2) veya 4 adet dik üçgenin (45°, 45°, 90°) tam sayı bir karenin merkez noktasından 45, 90, 135 ve 180 derece döndürülmesi ve 4'lü gruplar halinde sonlu mozaiklenmesi sonucunda elde edilen görüntü örgüsünü oluşturduğu anlaşılmaktadır (Bkz. **Şekil 4.1**).



Şekil 4.1: Tetrakis kare formunun oluşturduğu geometrik değerleri temsil eden grafik.

4.1.2. Sayısal Değerler

Tetrakis kare formu tam sayı kartezyen koordinat sisteminde ($x = 0$, $y = 0$) ekseninden, ($x = 1$, $y = 1$) eksenine çizilmiş kare formun, merkezi olan ($x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$) noktası referans alınarak; a = 0, b = $\frac{1}{2}$, c = 1 sabit değerleri ile örneklenmiştir (**Şekil 4.2**).



Şekil 4.2: Tetrakis kare form örnekleminin kartezyen koordinat sistemi üzerinde (a = 0, b = ½, c = 1) gösteren grafik.

Kartezyen koordinat sistemi üzerinde x ve y konumlarına ait a, b ve c değerlerine ait döngü "A" sigma gösterimi şu biçimdedir;

$$A = \sum_{k=0}^{2} 1 \left(\frac{1}{2}^{k}\right)$$

Tetrakis kare formun oluşumu kartezyen koordinat sistemi üzerinde x ve y konumlarına ait *a*, *b* ve *c* referans sayıları ile; "A" matrisinde (*i* ve *j*) satır ve sütunlarda, (*n* ve *m*) sayısında gösterimi şu biçimdedir;

$$A = \begin{bmatrix} (a,c) & (c,c) & (b,b) \\ (c,c) & (c,a) & (b,b) \\ (c,a) & (a,a) & (b,b) \\ (a,a) & (a,c) & (b,b) \end{bmatrix}$$

"A" matrisine 8 bitlik RGB renk değer aralığı verisi dördüncü sütuna eklenerek tetrakis kare formunu oluşturan kare matrisi şu şekilde tanımlanmıştır;

$$A = \begin{bmatrix} (a,c) & (c,c) & (b,b) & (0-255) \\ (c,c) & (c,a) & (b,b) & (0-255) \\ (c,a) & (a,a) & (b,b) & (0-255) \\ (a,a) & (a,c) & (b,b) & (0-255) \end{bmatrix}$$

Bu örnekleme göre oluşan "A" kare matrisi $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$, $c = 1$, $d =$ 0-255 sabit verilerinden elde edilen değerler dinamik verilerin aktarılacağı "*draw*" fonksiyonuna dönüştürülmüş ve fonksiyona tanımlanmış verilerin çalıştığı kaynak kodu döngüsü (**Şekil 4.3**) şu şekilde tanımlanmıştır;

f = *draw*(*x*, *y*, ölçek, renk *a*, renk *b*, renk *c*, renk *d*) fonksiyonuna göre;

a) *x* ve *y* değerleri: karenin ızgaradaki konumunu (pozisyonunu) belirleyen değerler.
b) Ölçek değeri: karenin yüzdelik ölçeğini belirleyen değer.
c) Renk *a*: tetrakis karesinin üst dik üçgenine ait RGB rengi belirleyen değer.
d) Renk *b*: tetrakis karesinin sağ dik üçgenine ait RGB rengi belirleyen değer.
e) Renk *c*: tetrakis karesinin alt dik üçgenine ait RGB rengi belirleyen değer.
f) Renk *d*: tetrakis karesinin sol dik üçgenine ait RGB rengi belirleyen değer.

```
draw(0, 0, 100, "red", "green", "blue", "yellow");

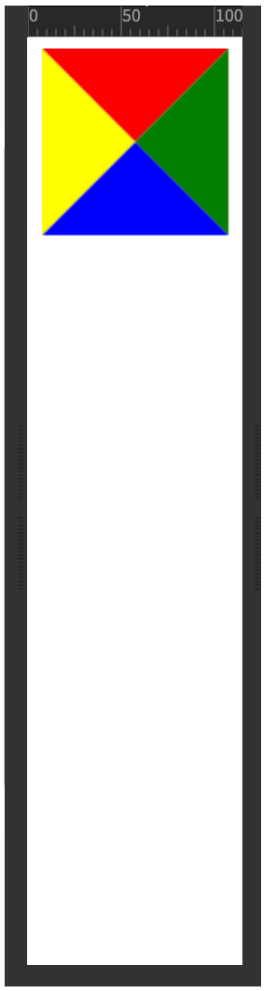
function draw(x, y, scale, f1, f2, f3, f4)
{
    var x = x * scale;
    var y = y * scale;

    var a = 0 * scale;
    var b = (1/2) * scale;
    var c = 1 * scale;
    var d = [
                [a,a,c,a,b,b,f1],
                [c,a,c,c,b,b,f2],
                [c,c,a,c,b,b,f3],
                [a,c,a,a,b,b,f4]
            ];

    var canvas = document.createElement('canvas');
    var draw = canvas.getContext('2d');

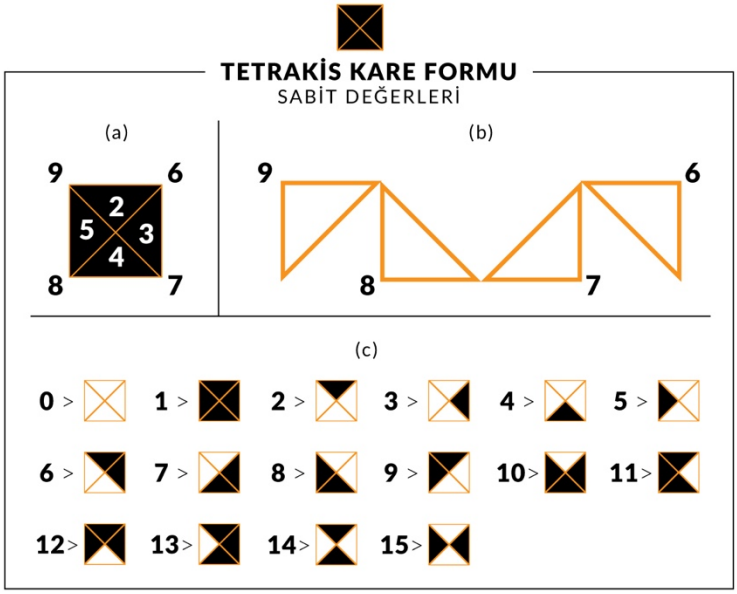
    for(i=0; i<4; i++)
    {
        draw.beginPath();
        draw.moveTo(x + d[i][0], y + d[i][1]);
        draw.lineTo(x + d[i][2], y + d[i][3]);
        draw.lineTo(x + d[i][4], y + d[i][5]);
        draw.fillStyle = d[i][6];
        draw.fill();
    }

    document.body.appendChild(canvas);
}
```



Şekil 4.3: Sol ekran: A kare matrisinin içerdiği algoritmanın çalışan döngüsel kaynak kodu. Sağ ekran: 100 kat büyütülmüş görüntü çıktısı.

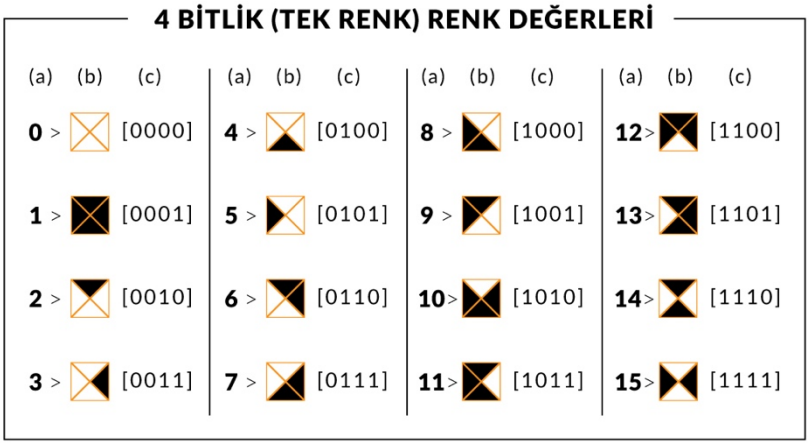
4.1.3. Sabit Değerler



Şekil 4.4: Tetrakis kare formu sabitlerinin örneklemi (a) Bir karenin bölünmüş bütün görüntüsü, (b) Bir karenin sabit kombinasyonları, (c) ikili sabit fonksiyonların ayrıştırılmış görünümü.

4.1.3.1. Mono renk değerleri

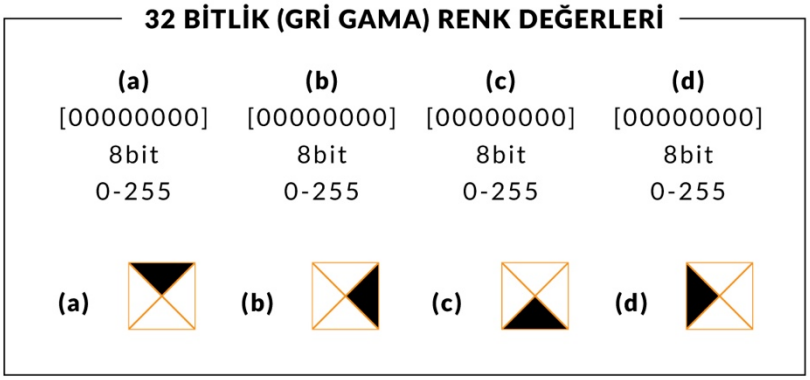
Klasik piksel altyapısında kullanılan 1 bit (0-1) değerindeki (*monochrome*) tek renkli verinin karşılığı olarak, tetrakis kare formunda ön görülebilir en düşük 4 bitlik (0-15) sabit verinin oluşturulmasına ait bulgular şu şekildedir:



Şekil 4.5: Tetrakis kare formun 4 bitlik (0-15) sabit veri değeri karşılıklarını gösteren grafik. (a) kombinasyonun onluk sayı değeri, (b) kombinasyon formu, (c) kombinasyonun ikilik (bit) sayı değeri.

4.1.3.2. Gri gama renk değerleri

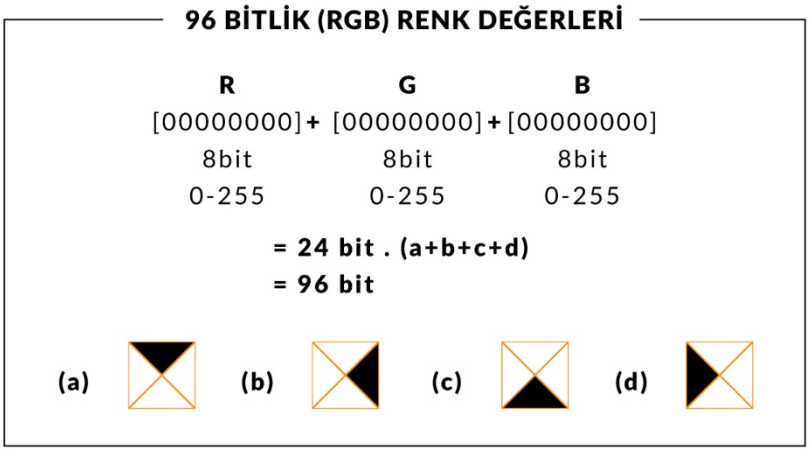
Klasik piksel altyapısında kullanılan 8 bit (2^8) değerindeki gri gama değişken veri karşılığı olarak, tetrakis kare formun ön görülebilir en düşük 32 bitlik (2^8 x 4) değişken veriyle çalışmasına ait bulgular şu şekildedir:



Şekil 4.6: Tetrakis kare formu "Gri gama" ve 32 bitlik değişken veri değeri örneklemini gösteren grafik. (a) Tetrakis kare formun 2. kombinasyonu, (b) Tetrakis kare formun 3. kombinasyonu, (c) Tetrakis kare formun 4. kombinasyonu, (d) Tetrakis kare formun 5. kombinasyonu.

4.1.3.3. RGB renk değerleri

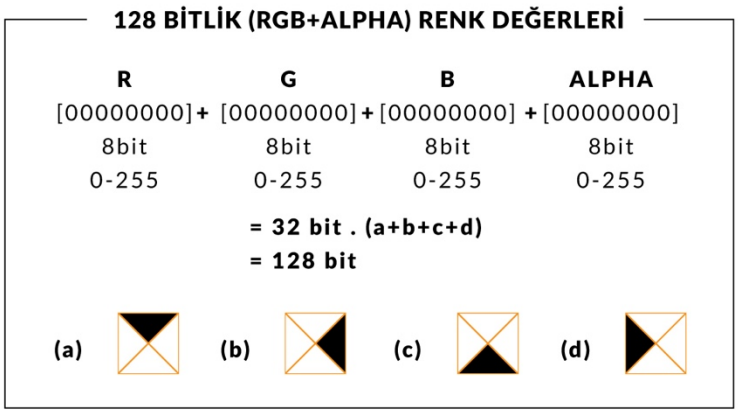
Klasik piksel altyapısında kullanılan 24 bit (2^8 x 3) değerindeki RGB (*truecolor*) değişken verinin karşılığı olarak, tetrakis kare formunda ön görülebilir en düşük 96 bitlik ((2^8 x 3) x 4) değişken verinin örneklemine ait bulgular şu şekildedir:



Şekil 4.7: Tetrakis kare formu "RGB" ve 96 bitlik değişken veri değeri örneklemini gösteren grafik. (a) Tetrakis kare formun 2. kombinasyonu, (b) Tetrakis kare formun 3. kombinasyonu, (c) Tetrakis kare formun 4. kombinasyonu, (d) Tetrakis kare formun 5. Kombinasyonu.

4.1.3.4. RGB + alfa kanal renk değerleri

Klasik piksel altyapısında kullanılan 32 bit (2^8 x (3+1)) değerindeki RGB + alfa kanal (*truecolor + alpha channel*) değişken verinin karşılığı olarak, tetrakis kare formunda ön görülebilir en düşük 128 bitlik ((2^8 x (3+1)) x 4) değişken verinin örneklemine ait bulgular şu şekildedir:

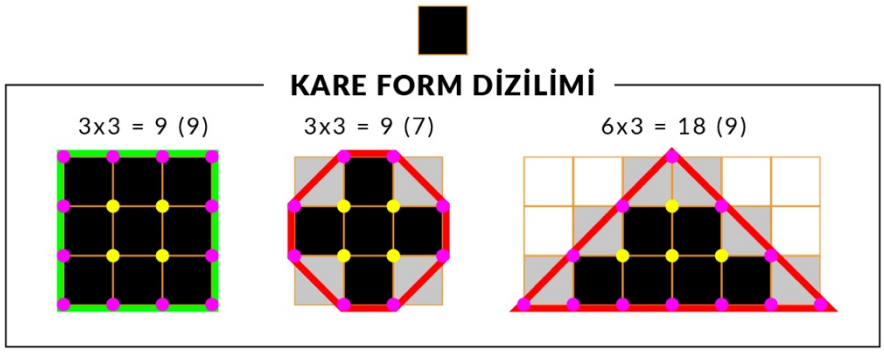


Şekil 4.8: Tetrakis kare formu "RGB + Alfa Kanal" ve 128 bitlik değişken veri değeri örneklemini gösteren grafik. (a) Tetrakis kare formun 2. kombinasyonu, (b) Tetrakis kare formun 3. kombinasyonu, (c) Tetrakis kare formun 4. kombinasyonu, (d) Tetrakis kare formun 5. kombinasyonu.

4.2. NESNEL KARŞILAŞTIRMA VE ÖLÇÜMLEME

4.2.1. Kare Formun Görüntü Oluşturma Analizi

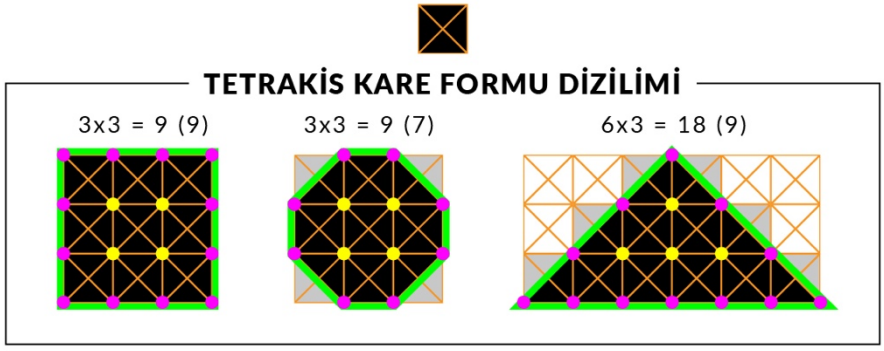
Kare form; temel düzeyde ölçüm için hazırlanmış 3 farklı geometrik şekle sahip şablon üzerinde ölçümlenmiş ve kendi formu hariç diğer tüm şemalarda düşük nitelikte görüntü oluşturmuştur (**Şekil 4.9**).



Şekil 4.9: Kare formunun 9 birimlik (kare ve sekizgen) ve 18 birimlik (eşkenar üçgen) şablonlar üzerinde oluşturulan görüntü analizi grafiği.

4.2.2. Tetrakis Kare Formun Görüntü Oluşturma Analizi

Tetrakis kare formu; temel düzeyde ölçüm için hazırlanmış 3 farklı geometrik şekle sahip şablon üzerinde ölçümlenmiş ve şemaların tümünde 100% nitelikli görüntü oluşturmuştur (**Şekil 4.10**).



Şekil 4.10: Tetrakis kare formunun 9 birimlik (kare ve sekizgen) ve 18 birimlik (eşkenar üçgen) şablonlar üzerinde oluşturulan görüntü analizi grafiği.

4.3. SAYISAL KARŞILAŞTIRMA VE ÖLÇÜMLEME

Nesnel ölçümleme sonucuna göre; kare forma kıyasla, tetrakis kare dizilimin tüm şemalarda %100 nitelikli görüntü oluşturduğunu göstermektedir. Bu nitel verinin nicel değerlere dönüşe bilmesi için; kare form ile tetrakis kare dizilimi arasındaki nitelikli görüntü oluşturma yeteneğinin ölçümlenmesi ve analiz edilebilmesi gerektiği anlaşılmıştır.

4.3.1. Geometrik Şema Ölçümleri

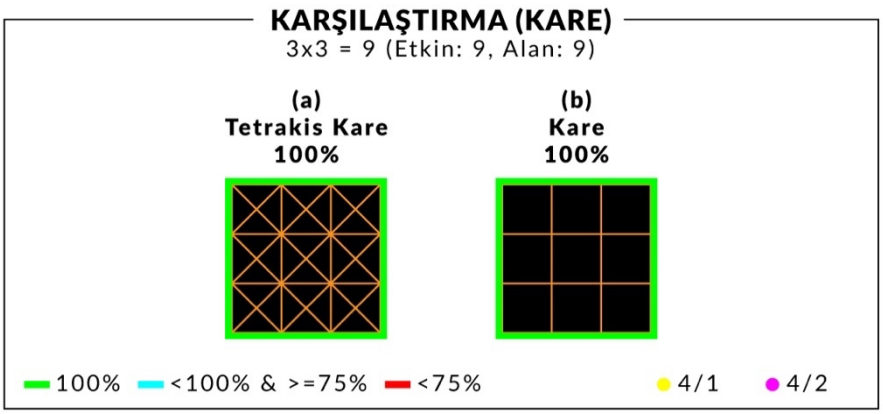
Geometrik şablonlar üzerinde elde edilen karşılaştırmalı görüntü niteliği değerleri; mozaikleme sayısı kare cinsinden birim sayısı olarak etkin (Etkin:) alan, geometrik şekle ait toplam iç alan hesaplaması ise birim sayısı olarak alan (Alan:) bilgisi altında verilmiştir. (a) işaretçisi altında tetrakis kare, (b) işaretçisi altında kare dizilim alan hesaplaması toplamı yüzdelik değer karşılığı ile belirtilmiştir. Kapladığı alan, sağladığı nitelik değerini yansıtacağı için; alanın tamamını (100%) kaplamış ise yeşil kontür "nitelikli", alanın tamamından (100%) küçük ve dörtte üçünden (75%) büyük ise camgöbeği kontür "yakın nitelikli değer", alanın dörtte üçünden (75%) küçük ise düşük nitelikli görüntü olarak değerlendirilmiştir. Geometrik şema içinde kalan form aktif ise

"siyah", dışında taşan form inaktif "gri" ve dışında kalan form (değer dışı) "beyaz" olarak işaretlenmiştir. İnaktif olan formun ölçeği "pembe" yarım piksel ölçüsü ve "sarı" çeyrek piksel ölçüsünü ifade etmek üzere noktalar ile işaretlenmiştir (**Tablo 4.2**).

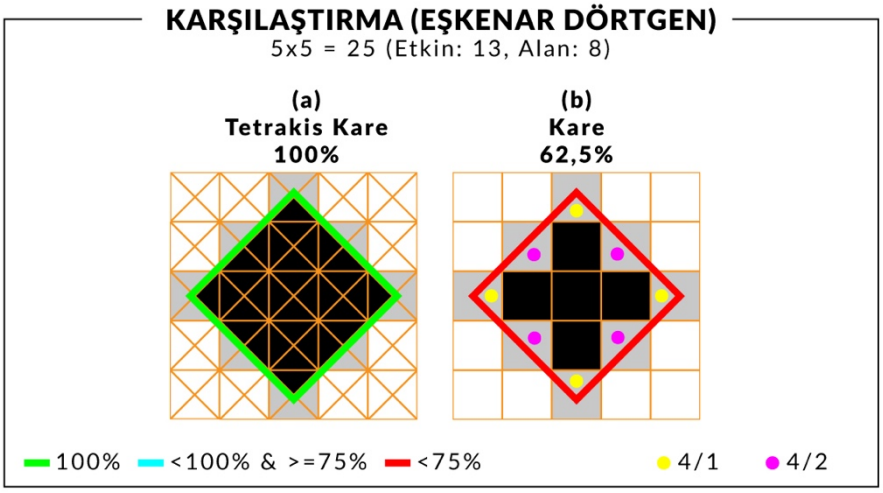
Tablo 4.2: Ölçüm ve değer kriterleri tablosu

Renk	Değer Aralığı		Değer tanımı
	100%	=	Nitelikli değer
	< 100% & >= 75%	=	Yaklaşık nitelikli değer
	< 75%	=	Düşük nitelikli değer
	4/1 kare	=	Bir karenin dörtte biri değeri
	4/2 kare	=	Bir karenin yarısı değeri

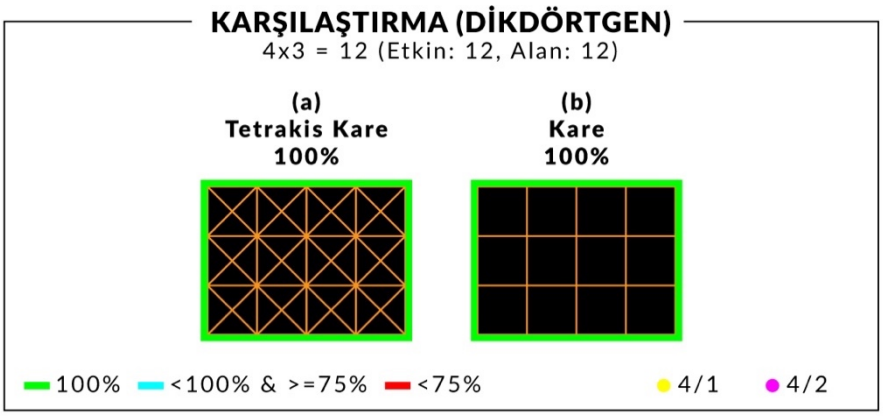
Geometrik şemalar üzerinde yapılan ölçümlerde tetrakis kare (a) ile kare (b) formun oluşturduğu mozaiklemenin karşılaştırmaları şu şekildedir:



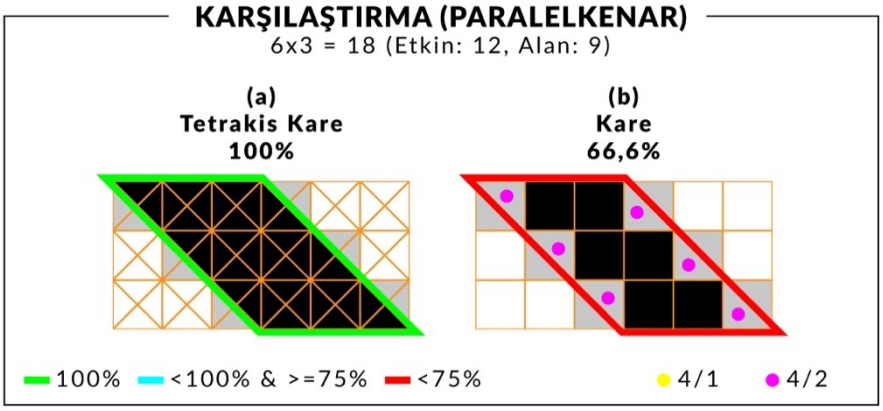
Şekil 4.11: 9 birimlik alan ve kare form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



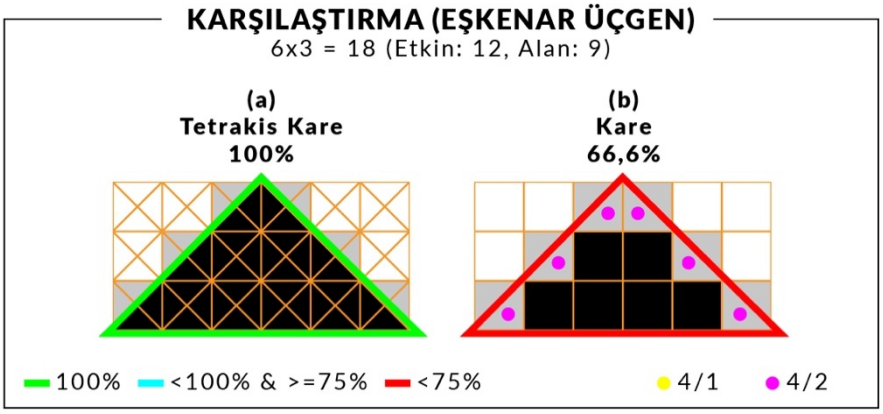
Şekil 4.12: 25 birimlik alan ve eşkenar dörtgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



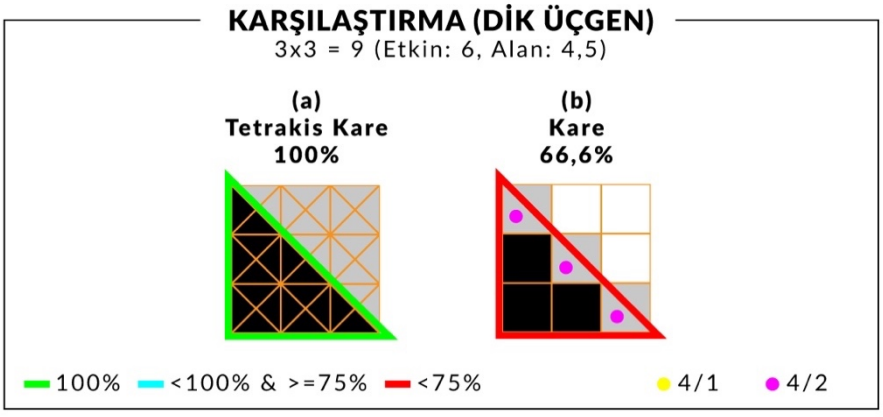
Şekil 4.13: 12 birimlik alan ve dikdörtgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



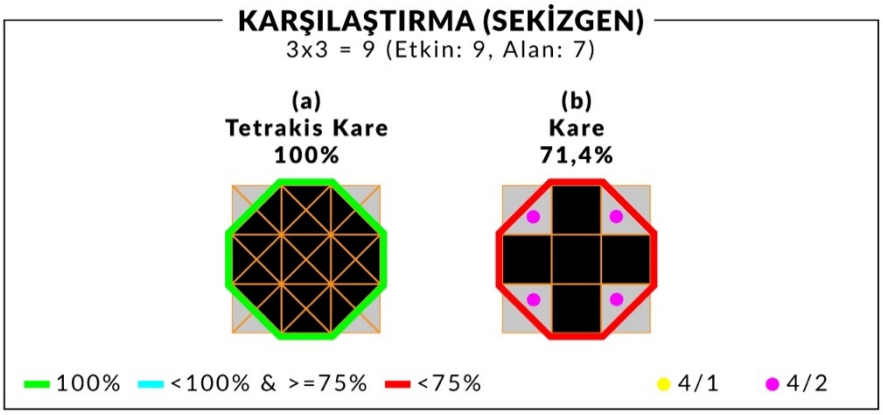
Şekil 4.14: 18 birimlik alan ve paralelkenar form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



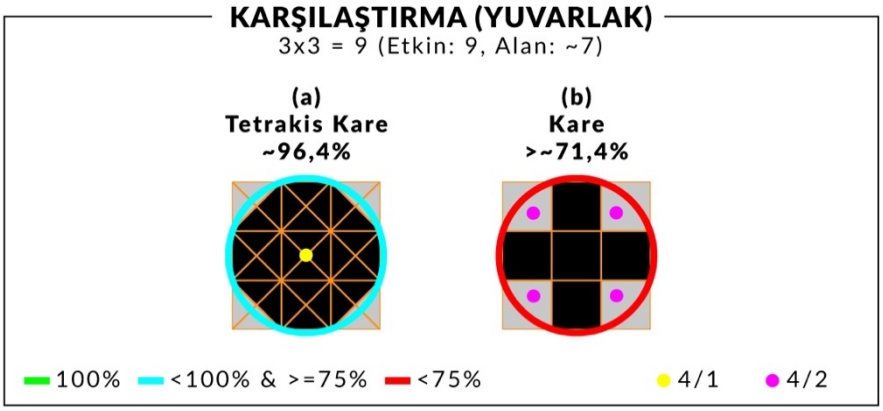
Şekil 4.15: 18 birimlik alan ve eşkenar üçgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



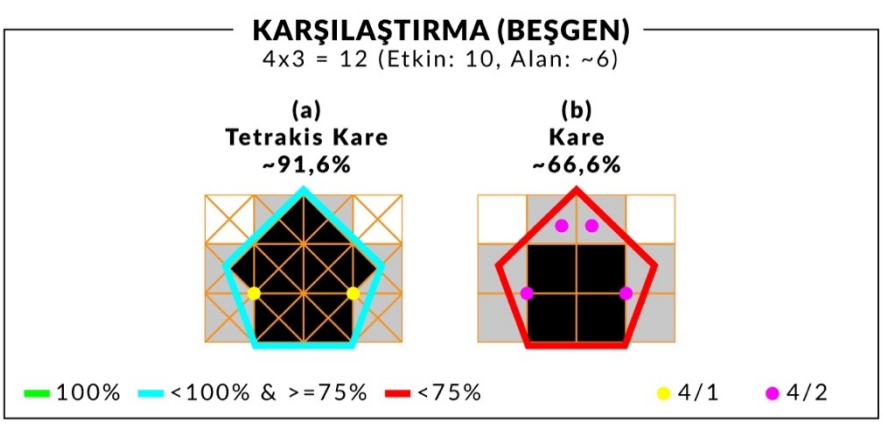
Şekil 4.16: 9 birimlik alan ve dik üçgen (45-45-90) form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



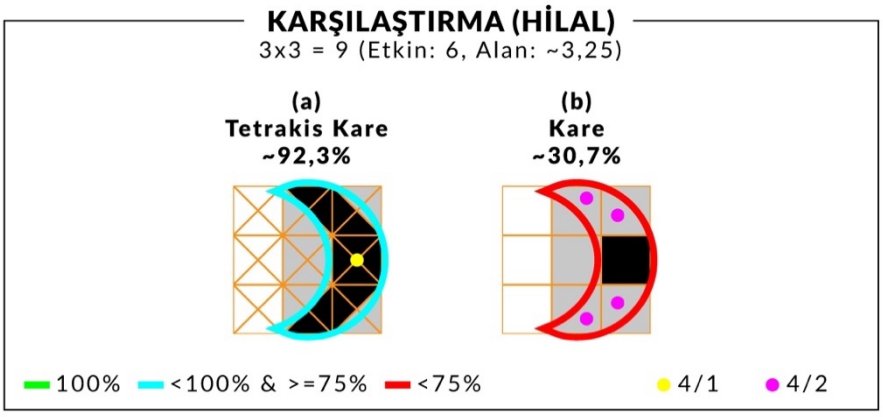
Şekil 4.17: 9 birimlik alan ve sekizgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



Şekil 4.18: 9 birimlik alan ve yuvarlak form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.



Şekil 4.19: 12 birimlik alan ve beşgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.

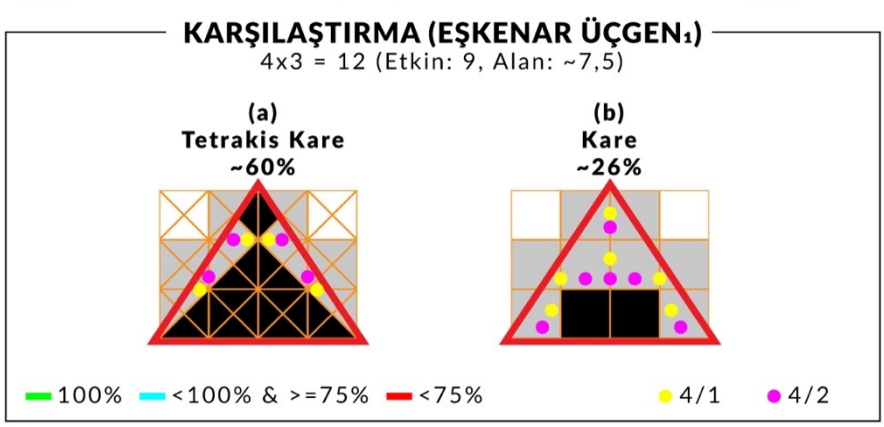


Şekil 4.20: 9 birimlik alan ve hilal form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.

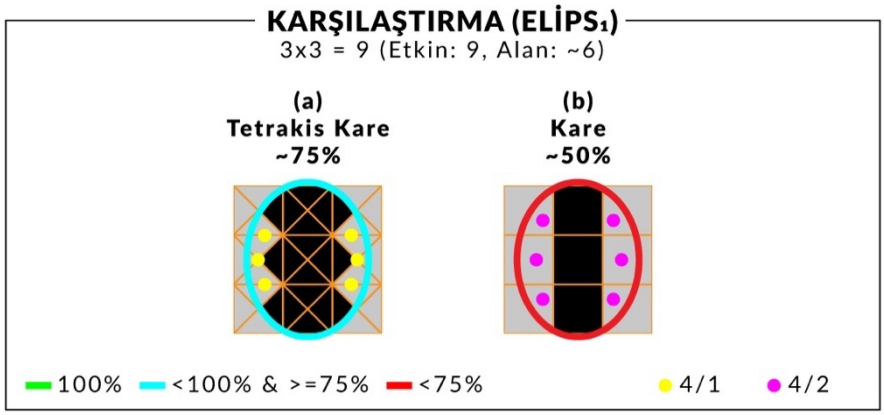
4.3.1.1. Düşük nitelikteki şema ölçümleri

Geometrik şemalar içinde, tetrakis kare diziliminde dik açı ve dar açı arasında kalan diğer tüm açılarda ve iki tam kare değer aralığında kaldığı durumlarda düşük nitelik değerleri gözlemlenmiştir. Bu düşük değerler kare formlarda da gözlemlenmektedir. Tetrakis kare formu, kare formun oluşturduğu görüntü değerine oranla en düşük 1,5 (**Şekil 4.21**) en yüksek 2,3 kat daha nitelikli sonuç elde etmiştir (**Şekil 4.22**).

Temel geometrik şemalar üzerinde yapılan ölçümlerde değer kaybı görülen tetrakis kare (a) ile kare (b) formu karşılaştırmaları şu şekildedir:



Şekil 4.21: 12 birimlik alan ve eşkenar üçgen form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.

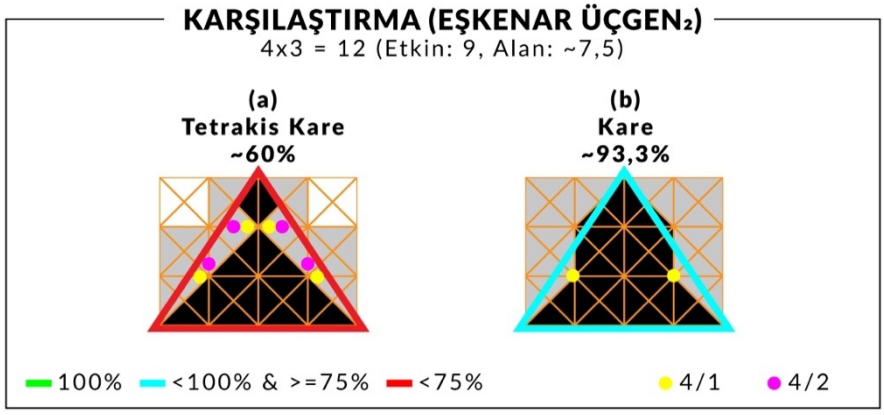


Şekil 4.22: 9 birim alan ve elips form üzerinde yapılan karşılaştırma grafiği.

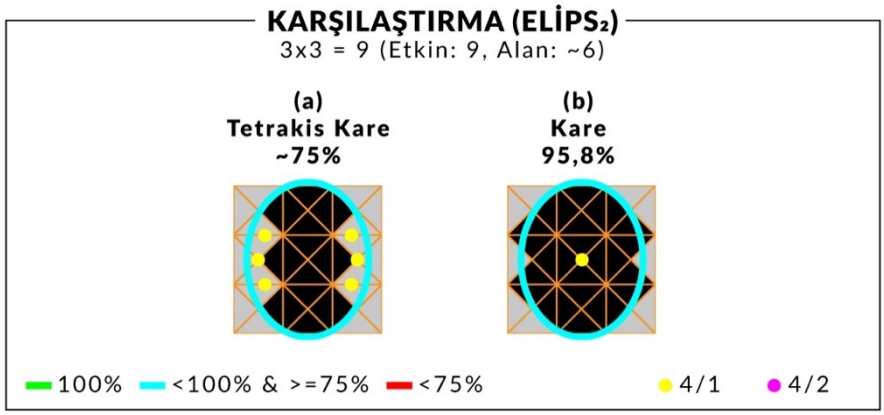
4.3.1.2. Düşük değerin giderilmesine yönelik bulgular

Tetrakis kare dizilimi; "geometrik şemalar içinde kalan parçacığın kütlesi, dışında kalan kısmına oranla büyük ise form aktif olur" kuralı uygulandığında %60 olan görüntü değeri %93,3 değerine (**Şekil 4.23**), %75 olan değer ise %95,8 değerlerine (**Şekil 4.24**) kadar yükseldiği gözlemlenmiştir.

Geometrik şemalar üzerinde yapılan ölçümlerde, yukarıda bahsedilen kuralın (a) uygulanmamış hali ile (b) uygulanmış haline ait karşılaştırmalar şu şekildedir:



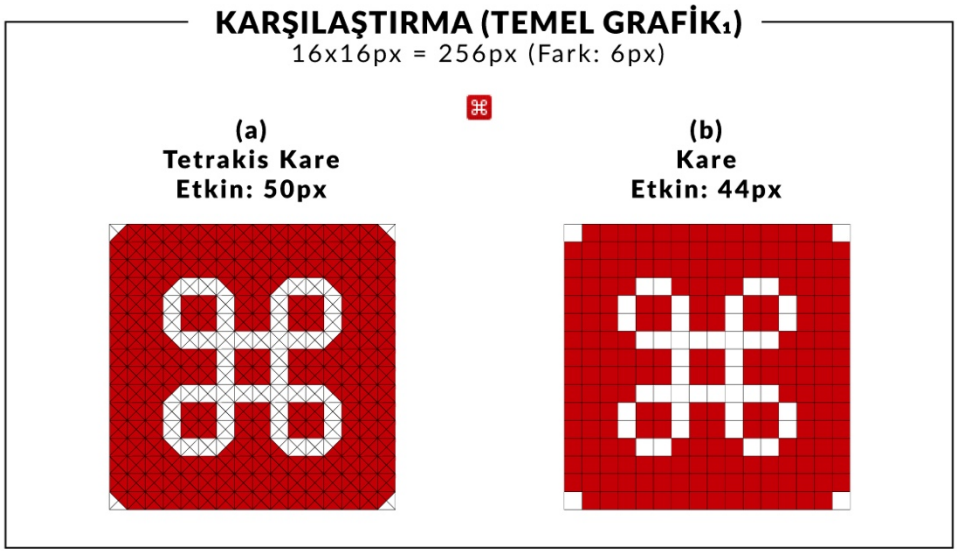
Şekil 4.23: %50'den büyük alanların aktifleştirilmesi ile iyileştirilmiş eşkenar üçgen formu grafiği.



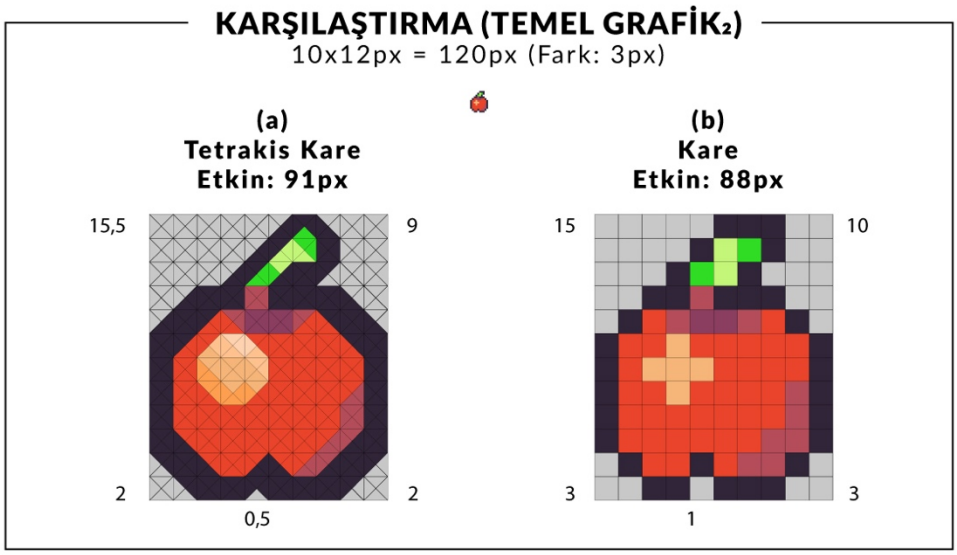
Şekil 4.24: %50'den büyük alanların aktifleştirilmesi ile iyileştirilmiş elips formu grafiği.

4.3.2. Grafik Şema Örneklemleri

Grafik şemalarda yapılan *monochrome* (**Şekil 4.25**) ve RGB (**Şekil 4.26**) örneklemler kare sayısı arttıkça ve nesneye ait form karmaşıklaştıkça, kare forma oranla tetrakis kare form mozaiklemesinde nitelikli görüntüyü daha somut biçimde oluşturduğu görülmektedir.



Şekil 4.25: Temel grafik$_1$ (*Monochrome*) şema karşılaştırması (256 piksellik dönen çizgi motifi), (a) tetrakis kare dizilimi ile üretilmiş görüntü, (b) kare form dizilimi ile üretilmiş görüntü

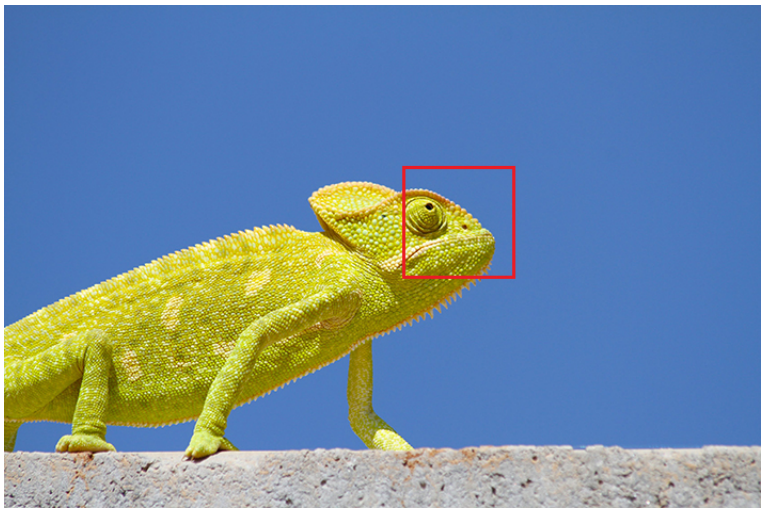


Şekil 4.26: Temel grafik$_2$ (RGB) şema karşılaştırması (120 piksellik elma motifi), (a) tetrakis kare dizilimi ile üretilmiş görüntü, (b) kare form dizilimi ile üretilmiş görüntü

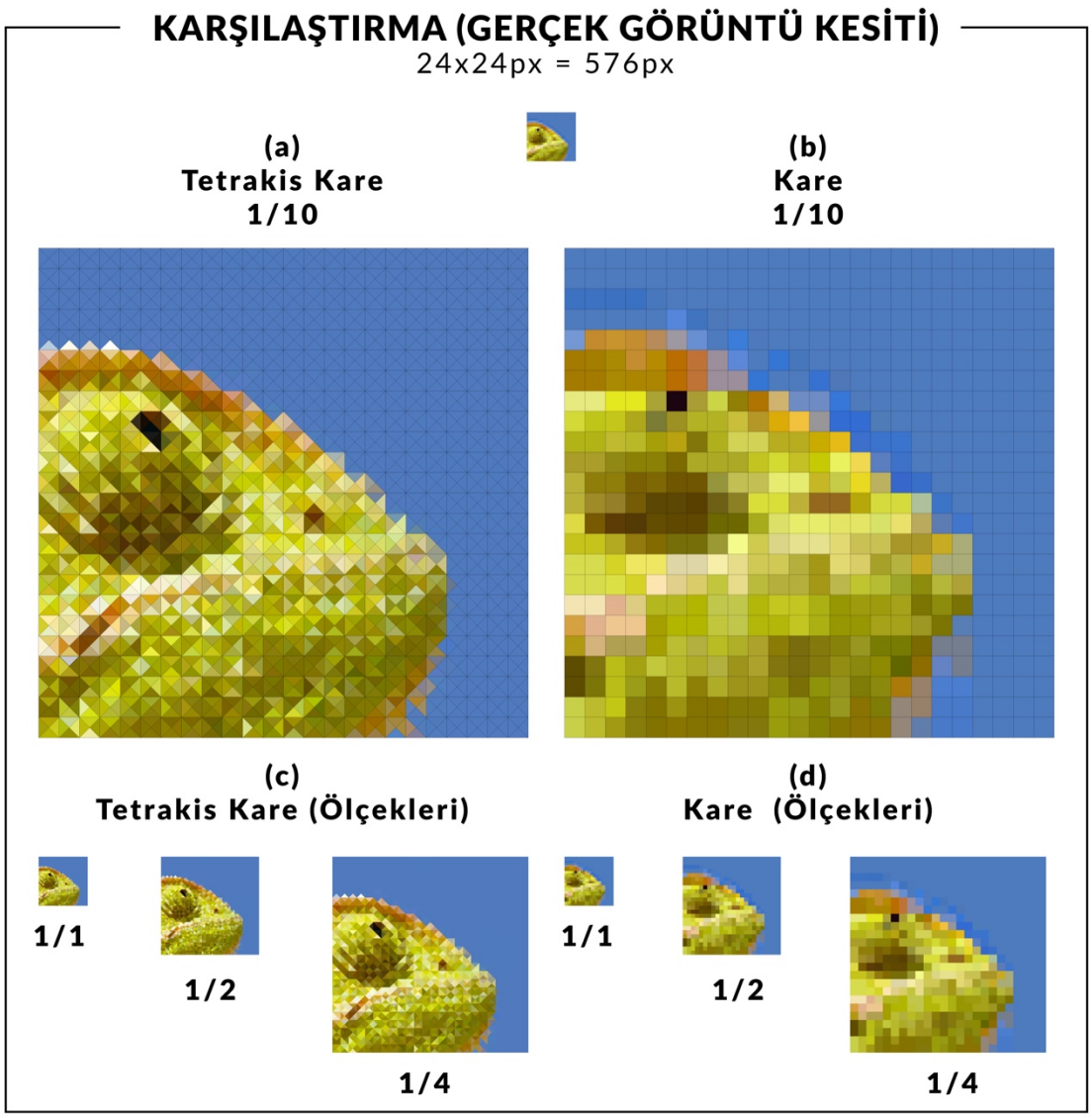
4.3.3. Gerçek Görüntü Kesiti Örneklemi

Tetrakis kare formu ile kare form arasında, gerçek görüntü üzerinde değerlerin ve niteliğin karşılaştırılabilmesi için aşağıda bulunan dijital fotoğraf (**Resim 4.1**) içinden alınan (kırmızı çerçeve ile belirtilmiş) kesit, her iki formun oluşturduğu 24 piksellik görüntü örgüsü (mozaiklemesi) ile yine aşağıda bulunan (**Şekil 4.27**) şekilde nitel olarak incelenmiştir. Görüntünün işlenme sürecinde şu aşamalar uygulanmıştır;

a) Orijinal görüntü içinden alınan 1-1 kare kesit (24px*24px) 72dpi değerlerinde ölçeklenmiştir.
b) Sol kısımdaki örneklem (Tetrakis Kare) kare formun tetrakis kare formuna bölünmesi ve tetrakis kare içeriğinde bulunan her bir üçgenin konumunda bulunan renk değeri görüntünün orijinalinde bulunan pikselden alınarak 1-1, 1-2, 1-4 ve 1-10 ölçeklerinde işlenmiştir.
c) Sağ kısımdaki örneklem (Kare) orijinal görüntü ızgarası üzerinde oynama yapılmadan 1-1, 1-2, 1-4 ve 1-10 ölçeklerinde işlenmiştir.
d) Bu örneklem tetrakis kare dizilimin gerçek görüntü üzerinde nitel etkilerini gözlemlemek amacı ile üretildiği için değer ölçümü yapılmamış ve sayısal ölçeklere eklenmemiştir.



Resim 4.1: *Sharath G.*, "Duvarın Üstündeki Bukalemun", Gerçek görüntü örneği (Görüntü üzerinde kırmızı çerçeve ile işaretlenen alan 24px*24px örneklem alanı olarak kullanılmıştır), Kaynak: https://www.pexels.com/tr-tr/fotograf/duvarin-ustundeki-bukalemun-3579864/



Şekil 4.27: Dijital Fotoğraftan alınan 24x24 piksellik (576px) görüntü kesitinin incelemesini gösteren grafik. (a) Tetrakis kareleri ile oluşturulan görüntü örgüsü, (b) Kare formlar (pikseller) ile oluşturulan görüntü örgüsü (orijinal görüntü), (c ve d) oluşturulan görüntü örgüsünün 1-1, 1-2, 1-4 ölçeklerdeki gösterimi.

4.4. BULGULARIN VERİ ANALİZLERİ

4.4.1. Bulgulardan Elde Edilen Verilerin Tablo Gösterimi

Bulgular kısmında ölçüm amacı ile kullanılan 12 adet geometrik şema ve bu şemalar üzerinde yapılan tetrakis kare ile kare arasındaki karşılaştırma sonuçları aşağıda yer alan tablo (**Tablo 4.3**) içeriğinde belirtilmiştir.

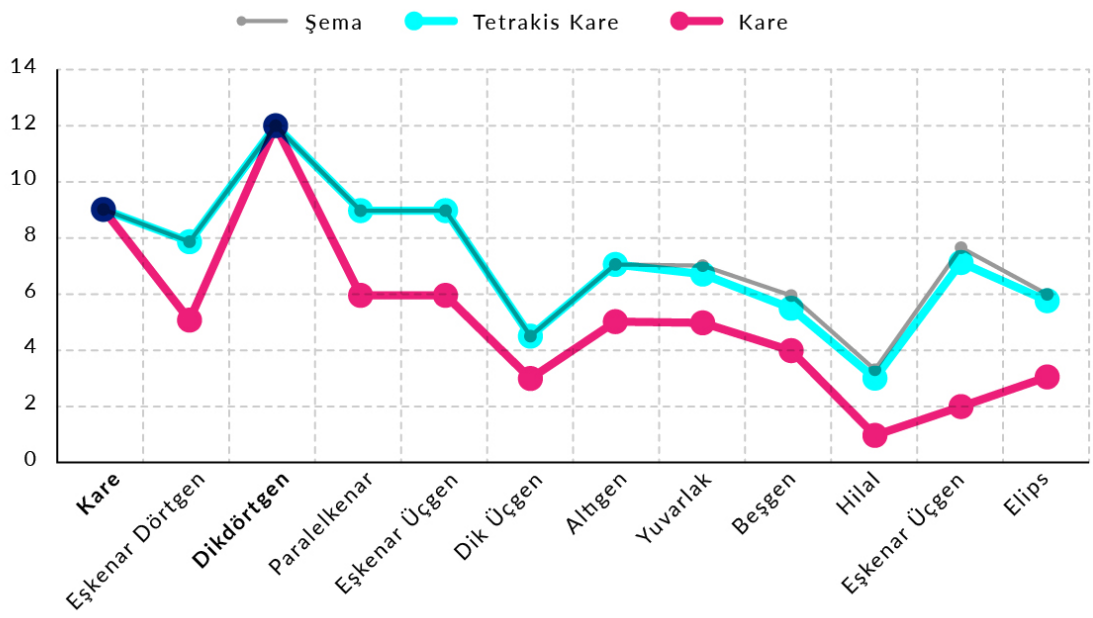
Tablo 4.3: Temel ölçüm değerlerinin karşılaştırma tablosu. (Hücre renkleri; yeşil: nitelikli değer, Camgöbeği: yaklaşık nitelikli değer, kırmızı: düşük nitelikli değerleri ifade etmektedir).

No	Ölçüm Şeması	Alan (birim)	Tetrakis kare (birim-%)	Kare (birim-%)	Fark (birim)	Fark (%)
1	Kare	9	9 – 100%	9 – 100%	0	0%
2	Eşkenar Dörtgen	8	8 – 100%	5 – 62,5%	3	37,5%
3	Dikdörtgen	12	12 – 100%	12 – 100%	0	0%
4	Paralelkenar	9	9 – 100%	6 – 66,6%	3	33,3%
5	Eşkenar Üçgen	9	9 – 100%	6 – 66,6%	3	33,3%
6	Dik Üçgen	4,5	4,5 – 100%	3 – 66,6%	1,5	33,3%
7	Altıgen	7	7 – 100%	5 – 71,4%	2	28,6%
8	Yuvarlak	~7	6,75 – 96,4%	5 – 71,4%	1,75	25%
9	Beşgen	~6	5,5 – 91,6%	4 – 66,6%	1,5	25%
10	Hilal	~3,25	3 – 92,3%	1 – 30,7%	2	61,6%
11	Eşkenar Üçgen$_2$	~7,5	7 – 93,3%	2 – 25%	5	**68,3%**
12	Elips$_2$	~6	5,75 – 95,8%	3 – 50%	2,75	45,8%
	Toplam Değer	~88,25	86,5 – 98%	61 – 69%	25,5	391,7%
	Ortalama Değer	~7,35	7,2 – **98%**	5 – **69%**	2,12	**32,6%**

12 adet şema üzerinde yapılan tetrakis kare ve kare dizilim karşılaştırmalarında, tetrakis kare formu, 12 şemanın 7'sinde nitelikli (%100) ve 5'inde (ortalama %93,88) belirlenen yaklaşık nitelikli değer aralığında sonuç elde ettiği görülmüştür. Kare form ise 12 şemanın 2'sinde 100% nitelikli ve 10'unda belirlenen düşük nitelikte sonuç elde ettiği görüldü. 12 şemanın toplam görüntü alanı 88,25 birim olarak hesaplanmıştır. Tetrakis kare formu bu toplam alanın %98'ini (86,5 birim), kare form ise %69'unu (61 birim) doldurabilmiştir. Tetrakis kare form şema başına düşen yaklaşık 7,35 birimlik etkin alanın 7,2 birimlik alanını doldururken, kare form 5 birimlik alanı doldurduğu görülmektedir.

4.4.2. Bulgulardan Elde Edilen Verilerin Grafik Gösterimi

Tetrakis kare ile kare formun karşılaştırılmasından elde edilen sayısal verilerin, grafik üzerinde gösterimi aşağıda yer almaktadır (**Şekil 4.28**). Grafikte görüleceği üzere camgöbeği renginde çizgi ile ifade edilen tetrakis kare formu, gri ile çizilen nitelikli görüntü değerlerini %98 oranında takip etmektedir. Kare form ise gri ile çizilen nitelikli görüntü değerini %69 oranında pembe çizgi ile takip ettiği görülmektedir.



Şekil 4.28: Temel ölçüm değerlerinin karşılaştırma grafiği. (Gri çizgi: nitelikli değerler, yeşil çizgi: tetrakis kare dizilimi değerleri, pembe çizgi: kare dizilimi değerleri)

4.4.3. Bulgulardan Elde Edilen Verilerin Analizi

(**Tablo 4.3** ve **Şekil 4.28**) verilerine göre şu sonuçlara ulaşılmıştır:

a) Kare formu mozaiklemesi kendi formu dışında nitelikli değer aralığında görüntü oluşturamadığı gözlemlenmiştir.

b) Tetrakis kare formu jenerik kaynak kodu ile üretile bilmiştir.

c) Tetrakis kare formun dizilimi görüntü oluşumunda kare forma kıyasla en az %25, en çok %68,3 ve ortalama olarak %32,6 oranında daha nitelikli görüntü oluşturmuştur.

d) Tetrakis kare formun dizilimi 12 geometrik şemanın 7'sinde (%58,3'ünde) nitelikli görüntü, 5'inde (%41,6'sında) yakın nitelikte görüntü oluşturmuştur.

e) Tetrakis kare dizilimi 12 geometrik şemanın tamamında nitelikli (%100-%75) değer aralığında görüntü oluşturmuştur.

f) Grafik şemalar ve gerçek görüntü örneklemleri: tetrakis kare formun dizilimi, kare formun dizilimine kıyasla görüntünün nesnel bütünlüğünü koruduğu gözlemlenmiştir.

g) Tetrakis kare formun dizlimi ortalama %98 oranda nitelikli görüntü oluşturmuştur.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

5.1. TARTIŞMA

Araştırmanın bulgular bölümünün ilk kısmında 3 geometrik şema üzerinde tetrakis kare ve kare formların dizilimleri nicel olarak incelenmiş, kare form 3 şemanın 1'inde ve tetrakis kare form 3 şemanın 3'ünde %100 nitelikte görüntü elde ettiği gözlemlenmiştir. Tetrakis kare formun sayısal ve sabit değerleri tanımlanmış belirlenen algoritma kullanılarak jenerik kaynak kodu üzerinde örnek çıktısı üretilmiştir. Mevcut sistemlerle uyumluluğu sorgulanarak, sabit ve değişken değerleri 16 farklı kombinasyonda 4 bitlik değerle tanımlanmıştır (Bit, 2001).

Bulguların ikinci kısmında tetrakis kare dizilimi ile kare dizilimi 12 geometrik şema üzerinde ölçümlenmiştir. 12 şemanın 2'sinde tetrakis kare formun belirlenen nitelikli değer aralığının altında kaldığı görülmüştür. Bu durum ayrı bir başlık altında incelenmiş ve tetrakis kare formun, dik açı ve dar açı arasında kalan diğer tüm ara açılarda ve iki tam kare değer aralığında kaldığı durumlarda nitelikli değerin altında kaldığı tespit edilmiştir. Bu tespit üzerine "geometrik şemalar içinde kalan parçacığın kütlesi, dışında kalan kısmından büyük ise parçacık aktif olur" kuralı uygulanarak değerler en düşük %60'dan %93,3'e, en yüksek %75'den %95,8 değere ulaştığı görülmüştür. Bu bulgular sonucunda tetrakis kare dizilimi, 12 farklı şemanın 7'sinde %100, 5'inde ortalama %93,88 değerinde nitelikli görüntü oluşturmuş ve şemaların genelinde %98 nitelikte görüntü oluşturduğu tespit edilmiştir. Kare form ise 12 şemanın yatay ve dikey eksende kendi formu olan tam kare ve dikdörtgen dışında kalan diğer 10 şemada en düşük %25, en yüksek %71,4 değer ile ortalama %69 oranda düşük nitelikte görüntü oluşturduğu anlaşılmıştır.

Tetrakis kare ve kare form diziliminin görüntü oluşturma yeteneğinin daha somut örneklenmesi için iki farklı renk sistemiyle (*monochrome* ve RGB) grafik şema üzerinde karşılaştırması yapılmıştır.

İlk karşılaştırma tek renkli (*monochrome*) 256 piksellik (16x16) görüntü dizilimi üzerinde yapılmıştır. Karşılaştırma sonucunda tetrakis kare dizilimi 6 piksellik fark ile iki boyutlu nesnenin formunu kare forma kıyasla daha nitelikli değer aralığında oluşturmuştur.

İkinci karşılaştırma 24 bitlik RGB (*truecolor*) 120 piksellik (10x12) görüntü dizilimi üzerinde yapılmıştır. Bu aşamada tetrakis kare formun her bir parçasının ayrı renk değerlerine sahip olması gerektiği anlaşılmıştır. Tespit edilen bu problem üzerine tetrakis kare formun yapısı yeniden değerlendirilip revize edilmiş ve kare formun çalışma prensibi ile eşleştirilerek her bir parçacığın bir kare form değeri gibi çalışması işlem zorluğunu 4 kat arttırarak sorunu çözüme ulaştırmıştır. Bu nedenle tetrakis kare formun; tek renkte 1 bit yerine 4 bit, gri gama değerinde 8 bit yerine 32 bit, RGB değerinde 24 bit yerine 96 bit, RGB + Alfa kanal değerinde 32 bit yerine 128 bit değerlerinde çalışması gerektiği anlaşılmıştır. Bu yapı tanımlaması ile ikinci grafik şema karşılaştırması ilk karşılaştırmada olduğu gibi, 3 piksellik fark ile tetrakis kare formu kare forma kıyasla daha nitelikli değer aralığında oluşturmuştur.

Üçüncü ve son karşılaştırma yüksek çözünürlüklü görüntüden alınan kare kesit, 24x24 piksellik ölçeğe düşürülerek tetrakis kare dizilimin oluşturduğu mozaiklemesi nicel olarak kare formun dizilimi ile karşılaştırılmıştır. Tetrakis kare formun kare forma kıyasla 1-1, 1-2, 1-4, 1-10 ölçeklerindeki gösterimi sonucunda, her bir ölçekte görüntünün niteliğini korumayı başardığı gözlemlenmiştir.

Araştırmanın bulgularından elde edilen veriler ve analiz sonuçları bu araştırmada belirtilen hipotezleri desteklediği anlaşılmıştır.

5.2. SONUÇ VE ÖNERİLER

5.2.1. Sonuç

Günümüzde dijital görüntü; iki boyutlu düzlemde (*x, y*) kare forma sahip noktaların (piksellerin) sonlu dizilimi ile oluşturulmaktadır. Bu sonlu mozaikleme dijital geometride raster görüntünün niteliğini düşürmekte ve düşük çözünürlüklerde geometrik kırılmalara neden olmaktadır. Dijital geometride kare form ile Öklidyen yarı düzenli mozaikler grubunda yer alan kesik kare dizilimin (*truncated quadrille*) çift-tekdüze türevi olan tetrakis kare (4.8.8) formun (*kisquadrille*) oluşturduğu görüntü örgüsünde nitel ve nicel farklılıklar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda kare formun %69 oranla düşük nitelikte, tetrakis kare formun ise %98 oranda yaklaşık nitelikli görüntü oluşturduğu

anlaşılmıştır. Tetrakis kare dizilimine ait algoritma kartezyen koordinat sistemi üzerinde incelenmiş ve döngüsel kod örneklemi yapılarak çıktısı alınmıştır. Oluşturulan algoritma esas alınarak hazırlanan grafik ve gerçek görüntü üzerinde yapılan örneklemler düşük sayıdaki ölçüm farklılıklarının görüntü niteliğini değiştirdiği anlaşılmıştır. Bu değişim mozaiklemede en küçük parçacığın geometrik formunun, görüntü oluşturmadaki önemini açıkça ortaya koymuştur.

Sonuç olarak dijital geometri ve dijital görüntü alanında, kare form dizilimi; daha az veriyle daha düşük nitelikteki görüntüyü oluştururken, tetrakis kare dizilimi; daha yüksek veriyle, daha nitelikli görüntüyü oluşturduğu anlaşılmıştır. Ayrıca kare forma kıyasla, tetrakis kare dizilimi sonlu mozaiklemede daha az parçacıkla daha nitelikli görüntüyü oluşturmuştur.

5.2.2. Öneriler

I. Kare form ile tetrakis kare formunun temel geometrik şemalar üzerinde karşılaştırılması ve karşılaştırma sonuçlarının sayısal verilere dönüştürülmesi.

   Alt amacına yönelik öneriler;
   Yapılan karşılaştırmaların yazılım üzerinde geliştirilmesi, ölçümlerin otomatikleştirilmesini ve karşılaştırılan formun zorluk derecesini arttırarak daha verimli sonuca ulaşmayı sağlayacaktır.

II. Kare form ile tetrakis kare formunun iki boyutlu grafik şema üzerinde karşılaştırılarak görüntü niteliklerinin belirlenmesi.

   Alt amacına yönelik öneriler;
   Grafik şemaların yazılım üzerinde zorluk derecesi ve sayısı arttırılarak incelendiğinde daha sağlıklı verilerin elde edilmesini sağlayacaktır.

III. Kare form ile tetrakis kare formunun iki boyutlu gerçek görüntü şema üzerinde karşılaştırılarak görüntü niteliklerinin belirlenmesi.

Alt amacına yönelik öneriler;

Gerçek görüntü şemaların yazılım üzerinde zorluk derecesi ve sayısı arttırılarak incelendiğinde daha sağlıklı verilerin elde edilmesini sağlayacaktır.

IV. Tetrakis kare formunun sayısal veriler ile eşleştirilmesi, kartezyen koordinat sistemi üzerinde kare matris değerlerin oluşturulması ve oluşan algoritmanın kodlama örnekleminin yapılması.

Alt amacına yönelik öneriler;

Tetrakis kare diziliminin bu araştırmada verilen algoritmaya ek olarak, komşu pikseller ilişkisine ait algoritmaların kurulması daha nitelikli görüntü oluşturmasında etkili olacaktır.

V. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda oluşan verilerin analiz edilmesi ve bulguların araştırma hipotezleri ile uyumluluğunun sağlanması.

Alt amacına yönelik öneriler;

Bu araştırmada elde edilen bulgular, diğer teknolojik alanlarla oluşacak bağıntıları ve hipotezleri şu öneriler ile genişletilebilir;

a) Tetrakis kare dizilimi, raster görüntülerin vektörel görüntüye dönüştürülmesinde alternatif bir model olarak kullanılabilir.
b) Dijital görüntü sistemlerinde donanımsal alt yapı ile desteklenmesi görüntü oluşumunda ve görüntünün yansıtılmasında daha düşük oranda değer kaybı sağlayabilir.
c) Düşük çözünürlükteki görüntüleme sistemlerinde alternatif bir görüntü örgüsü modeli olarak değerlendirilebilir.

KAYNAKÇA

Çayıroğlu, I. (2020, 12 02). *Görüntü işleme ders notları.* Kasım 2021 tarihinde İbrahim Çayıroğlu official web site: http://www.ibrahimcayiroglu.com/Dokumanlar/GoruntuIsleme/Goruntu_Isleme_Ders_Notlari-1.Hafta.pdf adresinden alındı

Öklid. (2005, Temmuz 27). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://tr.wikipedia.org/wiki/Öklid adresinden alındı

Abstract algebra. (2001, September 4). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Abstract_algebra adresinden alındı

Algebra. (2001, September 3). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Algebra adresinden alındı

Algebraic geometry. (2001, September 25). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Algebraic_geometry adresinden alındı

Arte, U. (2021b). *Umberto Arte ile sanat* (Cilt II). İstanbul: Destek Yayınları.

Arte, U. (2021c). *Umberto Arte ile sanat* (Cilt III). İstanbul: Destek Yayınları.

Baluch, P., & Gonzales, A. (2015, July 1). *How do we see?* (Arizona State University School of Life Sciences Ask A Biologist) Kasım 2021 tarihinde Arizona State University: https://askabiologist.asu.edu/explore/how-do-we-see adresinden alındı

Bit. (2001, March 16). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Bit adresinden alındı

Blon, J. C. (1720). *Coloritto, or, The harmony of colouring in painting.* London: Le Blon.

Bocquillon, M. F. (2005). Post-emresyonizm: I.- neo-empresyonizm. *Empresyonizm* (s. 83-86). içinde Ankara: Dost Kitabevi.

Branko, G., & Shephard, G. C. (1993, February). Pick's theorem. *The American Mathematical Monthly*(100), 150–161.

Bresenham's line algorithm. (2002, July 24). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Bresenham%27s_line_algorithm adresinden alındı

CMYK color model. (2002, March 17). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/CMYK_color_model adresinden alındı

Color depth. (2003, September 30). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_depth adresinden alındı

Color vision. (2003, August 23). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Color_vision adresinden alındı

Computation. (2001, October 21). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Computation adresinden alındı

Computational geometry. (2003, January 31). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Computational_geometry adresinden alındı

Computer graphics. (2008, July 23). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Computer_graphics adresinden alındı

Cone cell. (2004, March 18). 2021 Kasım tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Cone_cell adresinden alındı

Coxeter–Dynkin diagram. (2006, May 31). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Coxeter–Dynkin_diagram adresinden alındı

D'Alto, A. (2010). *Odyssey.* London, United Kingdom: Encyclopædia Britannica.

Descartes, R. (1637). La Géométrie. *Discourse de la Méthode* (s. 299). içinde Leiden, Netherlands: Jan Maire.

Determinant. (2010, Temmuz 31). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://tr.wikipedia.org/wiki/Determinant adresinden alındı

Digital geometry. (2003, December 3). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Digital_geometry adresinden alındı

Dijital görüntü. (2020, Nisan 17). 2021 Aralık tarihinde Wikipedia: https://tr.wikipedia.org/wiki/Dijital_görüntü adresinden alındı

Discrete geometry. (2003, December 3). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Discrete_geometry adresinden alındı

Doğal ve yapay ışık kaynakları. (2021, Ocak 6). 2021 Ekim tarihinde Hürriyet: https://www.hurriyet.com.tr/egitim/3-sinif-fen-bilimleri-isik-kaynaklari-konu-anlatimi-41609515 adresinden alındı

Eco, U. (2018). Görsel sanatlar & Bilim ve Teknik. *Antik Roma* (s. 639-781, 935-1049). içinde İstanbul: Alfa Yayınları.

Eco, U. (2019a). Görsel Sanatlar & Bilim ve Teknik. *Antik Yakındoğu* (s. 284-484). içinde İstanbul: Alfa Yayınları.

Eliasson, O. (1997). *Room for one colour*. Ekim 2021 tarihinde Olafur Eliasson: https://olafureliasson.net/archive/artwork/WEK101676/room-for-one-colour adresinden alındı

Euclid's Elements. (2003, June 11). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid%27s_Elements adresinden alındı

Finite geometry. (2003, July 14). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_geometry adresinden alındı

Fraktal. (2005, Eylül 16). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://tr.wikipedia.org/wiki/Fraktal adresinden alındı

Gombrich, E. H. (1997). *Sanatın öyküsü.* İstanbul: Remzi Kitabevi.

Gombrich, E. H. (2015). *Sanat ve yanılsama - resim yoluyla betimlemenin psikolojisi.* İstanbul: Remzi Kitabevi.

Gopinath, D., Kodialam, R., Lu, K., Lynch, J., & Ospina, S. (2019, October 1). Hamiltonicity in Semi-Regular Tessellation Dual Graphs. *arXiv.org*, s. 2-3.

Herbert Edelsbrunner. (2021). Aralık 2021 tarihinde Stringfixer: https://stringfixer.com/tr/Herbert_Edelsbrunner adresinden alındı

History of geometry. (2001, November 10). 2021 Aralık tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_geometry adresinden alındı

History of photography. (2005, August 12). Ekim 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_photography adresinden alındı

History of spectroscopy. (2006, June 16). Ekim 2021 tarihinde Wikipedia: https://tr.wikipedia.org/wiki/Spektroskopi_tarihi adresinden alındı

Hodge, S. (2019). *Modern sanatın kısa öyküsü.* İstanbul: Hep Kitap.

Işık. (2005, Mayıs 25). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://tr.wikipedia.org/wiki/Işık adresinden alındı

Jacquard machine. (2002, February 25). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Jacquard_machine adresinden alındı

Judd, D. B., & Wyszecki, G. (1975). Color in Business, Science and Industry. Wiley Series in Pure and Applied Optics (third ed.). *New York: Wiley-Interscience.*, s. p. 388.

Kong, T. Y., & Rosenfeld, A. (1989). Digital topology: introduction and survey. *ACADEMIA Accelerat ing t he world's research.*, s. 361.

Larson, J. (2020, October 20). *How many frames per second can the human eye see?* Ekim 2021 tarihinde Healthline: https://www.healthline.com/health/human-eye-fps adresinden alındı

Lattice (order). (2004, February 14). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Lattice_(order) adresinden alındı

Light-emitting diode. (2001, August 1). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Light-emitting_diode adresinden alındı

Linear algebra. (2001, August 16). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://tr.wikipedia.org/wiki/Lineer_cebir adresinden alındı

List of Euclidean uniform tilings. (2005, October 12). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Euclidean_uniform_tilings adresinden alındı

Loon, A. v., Gambardella, A. A., Gonzalez, V., Cotte, M., Nolf, W. D., Keune, K., . . . Vandivere, A. N. (2020, February 28). *Out of the blue: Vermeer's use of ultramarine in Girl with a Pearl Earring*. Kasım 2021 tarihinde Springer Open: https://heritagesciencejournal.springeropen.com/articles/10.1186/s40494-020-00364-5 adresinden alındı

Mandelbrot, B. B. (1983). *Fractal Geometry of Nature.* New York, ABD: W. H. Freeman and Company.

Mantis shrimp. (2003, August 16). 2021 Kasım tarihinde Wikipedi: https://en.wikipedia.org/wiki/Mantis_shrimp adresinden alındı

Matrix unit. (2005, December 3). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Matrix_unit adresinden alındı

Michel Eugène Chevreul. (2003, March 4). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Michel_Eugène_Chevreul adresinden alındı

Newton, I. (2018). *Opticks: or, A Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light.* Ankara: Gece Kitaplığı.

Novikov, M. A. (2004). Oleg Vladimirovich Losev: Pioneer of Semiconductor Electronics (Celebrating One Hundred Years since His Birth). *Physics of the Solid State, 46*(1), s. 1–4.

Pick, G. (1899). Geometrisches zur Zahlenlehre. *Sitzungsberichte des deutschen naturwissenschaftlich-medicinischen Vereines für Böhmen "Lotos"* (s. 311–319). içinde Prag: JMF.

Pick's theorem. (2003, September 27). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Pick%27s_theorem adresinden alındı

Pigment. (2002, April 18). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Pigment adresinden alındı

Pixel. (2001, October 30). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Pixel adresinden alındı

Preparata, F. P., & Shamos, M. I. (1988). *Computational Geometry - An Introduction.* (Cilt 1). Springer-Verlag.

Pythagorean theorem. (2021, September 20). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagorean_theorem adresinden alındı

Raster graphics. (2001, September 24). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Raster_graphics adresinden alındı

RGB color model. (2001, September 26). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/RGB_color_model adresinden alındı

Schwarz triangle. (2005, June 18). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Schwarz_triangle adresinden alındı

Screen printing. (2002, March 2). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Screen_printing adresinden alındı

Sérullaz, M. (2018). *Empresyonizm Sanat Ansiklopedisi.* İstanbul: Remzi Kitabevi.

Sorell, T. (2000). *Descartes: A Very Short Introduction.* New York: Oxford University Press.

Special right triangle. (2005, July 21). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Special_right_triangle adresinden alındı

Spectral colors and color reproduction. (2001, November 1). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Color adresinden alındı

Sun. (2001, November 11). 2021 Ekim tarihinde https://en.wikipedia.org/wiki/Sun adresinden alındı

Tasev, N. (2021, 1 1). *How does vision work?* 2021 Kasım tarihinde Iristech: https://iristech.co/how-animals-sight-works/ adresinden alındı

Tetrakis square tiling. (2005, October 11). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Tetrakis_square_tiling adresinden alındı

The science of color. (2021, 1 1). Smithsonian Libraries: https://library.si.edu/exhibition/color-in-a-new-light/science adresinden alındı

Trichromacy. (2004, March 6). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Trichromacy adresinden alındı

Understanding RGB Color and Gamma. (2021). Kasım 2021 tarihinde Scan Tips: https://www.scantips.com/lights/rgb.html adresinden alındı

Vector graphics. (2001, August 1). Kasım 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Vector_graphics adresinden alındı

Visible spectrum. (2002, February 25). Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Visible_spectrum adresinden alındı

Won, H. I., Nersisyan, H. H., Won, C., & Hwang, J.-S. (2010, January). *Preparation of porous silver particles using ammonium formate and its formation mechanism*. Kasım 2021 tarihinde Research Gate: https://www.researchgate.net/publication/222087662_Preparation_of_porous_silver_particles_using_ammonium_formate_and_its_formation_mechanism adresinden alındı

Wu, W. (2018, March 21). *The Neuroscience of Consciousness*. Kasım 2021 tarihinde Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://stanford.library.sydney.edu.au/entries/consciousness-neuroscience/ adresinden alındı

Wythoff symbol. (2006, January 11). Aralık 2021 tarihinde Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Wythoff_symbol adresinden alındı

Zheludev, N. (2011, May 11). *The life and times of the LED - a 100 year history*. Kasım 2021 tarihinde Web Archive: https://web.archive.org/web/20110511132457/http://www.nanophotonics.org.uk/niz/publications/zheludev-2007-ltl.pdf adresinden alındı