T.C.
HARRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YARI-FRAKTAL FERROELEKTRIK METAMATERYALLERDE FONONIK BANT YAPILARI VE DALGA YAYILIMI

Faruk DEMİRCİ

FİZİK ANABİLİM DALI

ŞANLIURFA
2021

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET i
ABSTRACT ii
TEŞEKKÜR iii
ŞEKİLLER DİZİNİ iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ vii
1.GİRİŞ 1
1.1. Fononik Kristallerin Yapısı ve Tarihçesi 1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR 5
3. MATERYAL ve YÖNTEM 9
3.1. Teorik Materyal ve Fraktal Yapı 9
3.2. Fononik Kristaller ve Ters Örgü 12
3.3. Hesaplama Metodu 17
3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Elements Method (FEM)) 20
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA 22
4.1. Araştırmada Kullanılan Materyaller ve Özellikleri 22
4.2. Fraktal ve Yarı- Fraktal Bant Yapısı 22
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER 44
KAYNAKLAR 46
ÖZGEÇMİŞ 49

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

YARI-FRAKTAL FERROELEKTRIK METAMATERYALLERDE FONONIK BANT YAPILARI VE DALGA YAYILIMI

Faruk DEMİRCİ

Harran Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Oral OLTULU
Yıl: 2021, Sayfa:49

Periyodik bir ortamda akustik dalga yayılımı, benzersiz fiziksel bileşimleri ve özellikleri nedeniyle büyük ilgi görmüştür. Akustik fononik bant boşluk malzemeleri olarak adlandırılan fononik kristaller, akustik veya elastik dalga yayılımının özelliklerini kontrol etmemizi sağlayan yapay olarak üretilmiş yeni malzemelerdir. Bu çalışmada, homojen bir matris içinde kare Lityum niyobat ($LiNbO_3$) ferroelektrik çubuklardan oluşan iki boyutlu bir fononik kristalin bant aralığı özellikleri incelenmiştir. Sierpinski halı yapılarındaki mutlak fononik bant boşlukları bir indirgeme yaklaşımıyla büyük ölçüde değiştirilebildiğinden, iki boyutlu yarı-Sierpinski halı birim hücreleri kullanılarak hava/katı kombinasyonları durumunda iki boyutlu fononik kristalin ayarlanabilir bant boşlukları simetri içinde araştırılır. Sierpinski halı yapısına $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukları eklenerek simetride azalma sağlanmıştır. Sayısal hesaplamalar sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile yapılır. FEM, genişletilebilir özellikleri ve iyi yakınsama özelliklerine sahip işlevselliği sayesinde fononik kristallerin etkili bant aralığı hesaplamaları için iyi bilinen ve çok uygun bir yöntemdir. Bant yapısını bulmak için birim hücrenin kenarlarına Floquet-Bloch tipi periyodik sınır koşulları uygulanır. Sierpinski halısı ve yarı-Sierpinski halısı birim hücreleri için fononik bant aralığı sonuçları Γ-X-M-Γ yönünde elde edilir. Geleneksel Sierpinski-halı fononik kristallerine eklenen dikdörtgen çubukların farklı konumlarının birim hücreleri sunulmaktadır. Yarı-Sierpinski halı birim hücreleri için, çoklu bant aralığı özelliği, dolgu fraksiyonunun artmasından ziyade dikdörtgen çubukların konumu nedeniyle çok daha belirgin hale gelir. Sonuçlar yarı-Sierpinski halı birim hücrelerinde daha geniş bant boşluklarının bulunduğunu göstermektedir.

ANAHTAR KELİMELER: Yarı-Fraktal, Ferroelektrik, Metamateryal, Fononik Bant Yapıları, Dalga Yayılımı

ABSTRACT

MSc Thesis

PHONONIC BAND STRUCTURES AND WAVE PROPAGATION IN SEMI-FRACTAL FERROELECTRIC METAMATERIALS

Faruk DEMİRCİ

Harran University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Oral OLTULU
Year: 2021, Page:49

Acoustic wave propagation through a periodic media has been a great deal of interest due to their unique physical composition and properties. Phononic crystals called acoustic phononic band gap materials, are artificially produced new materials that allow us to control the properties of acoustic or elastic wave propagation. In this study, the band gap properties of a two-dimensional phononic crystal composed of square Lithium niobate ($LiNbO_3$) ferroelectric rods in a homogenous matrix are studied. The tunable band gaps of the the two-dimensional phononic crystal are investigated in the case of air/solid combinations using two-dimensional quasi-Sierpinski carpet unit cells since absolute phononic band gaps in Sierpinski carpet structures can be substantially modified by a reduction approach in symmetry. Reduction in symmetry was carried out by adding $LiNbO_3$ rectangular rods to the Sierpinski carpet structure. Numerical calculations are carried out by the finite element method (FEM). The FEM is a well known and well-suited method for effective band gap calculations of the phononic crystals through by its extensible features and functionality with good convergence properties. In order to find the band structure, the Floquet-Bloch type periodic boundary conditions are applied to the edges of the unit cell.Phononic band gap results for Sierpinski carpet and quasi-Sierpinski carpet unit cells are obtained in the direction of the Γ-X-M-Γ. The unit cells of different positions of added rectangular rods to the traditional Sierpinski-carpet phononic crystals are presented. For quasi-Sierpinski carpet unit cells, the multiple band gap feature becomes much more obvious due to position of the rectangular rods rather than the increase of the filling fraction. The results show that wider band gaps are present in the quasi-Sierpinski carpet unit cells.

KEY WORDS: Semi-Fractal, Ferroelectric, Metamaterial, Phononic Band Structures, Wave Propagation

TEŞEKKÜR

Çalışmamın her aşamasında değerli zamanlarından ayırarak bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren ve çalışmalarım sırasında sabır gösterdiği için danışman hocam Sayın Prof. Dr. Oral Oltulu' ya, gerek ders sürecinde ve gerekse de tez çalışmam boyunca benden desteğini esirgemeyen, maddi ve manevi olarak hep yanımda olan aileme teşekkür ederim.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 3.1. (a) kenar uzunluğu a olan kare birim hücre, (b) kenar uzunluğu a/3 olan dokuz adet kareden merkezdeki karenin çıkarılmasıyla elde edilen ikinci dereceden fraktal yapı 10

Şekil 3.2. Sierpinski fraktalı. (a) kenar uzunluğu a/9 olan üçüncü dereceden fraktal, (b) kenar uzunluğu a/27 olan dördüncü dereceden fraktal yapı, (c) ve (d) dikdörtgen çubukların yatay ve dikey konum olarak fraktal yapıya yerleştirilmesi..... 11

Şekil 3.3. a) İki malzemeli fononik kristal için üç boyutlu kübik yapıda düzenlemeler. Yoğunlukları ve elastik sabitleri ρ1, c1 ve ρ2, c2 olan iki farklı malzeme için üç boyutlu dizilim. Yapı x ve y yönünde periyodik, yönünde sonsuz kabul edilir. b) Üç boyutlu yapıda önden tek sıra dizilimin görünümü. c) Kübik yapı için üstten görünüm…..... 12

Şekil 3.4. İki boyutlu bir kare örgüde b1 ve b2 örgü vektörlerinin farklı şekillerde seçimini gösteren şema.b*1 ve b*2 seçimi, ilkel örgü vektörleridir …… 13

Şekil 3.5. (a) başlangıç noktasından başlayarak, en yakın örgü noktalarına çizgiler çizin. (b)çizilen çizgilere orta noktalarından dik doğrular çizildiğinde arada kalan alan birinci Brillouin bölgesidir. (c) ikinci ve üçüncü Brillouin bölgesi. Her bölgenin kapladığı alanların eşit olduğu görülmektedir…..... 14

Şekil 3.6. (a) ilkel kübik gerçek uzay örgü için |b1|=|b2|=|b3|. (b) karşı uzay örgü vektörleri, |B1|=|B2|=|B3|..... 16

Şekil 3.7. İlkel kübik örgü için Brillouin bölgelerinin gösterimi. Siyah bölge ile doldurulmuş alan, Γ, M ve X yüksek simetri noktalarına sahip indirgenemez Brillouin bölgesini göstermektedir. Düz çizgiler ile gösterilen kare bölge 1. Brillouin bölgesini, kesikli çizgiler 2. Brillouin bölgesini temsil eder..……..... 17

Şekil 4.1. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların oluşturduğu Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 23

Şekil 4.2. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı……..... 24

Şekil 4.3. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '2' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı……..... 24

Şekil 4.4. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '3' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı……..... 25

Şekil 4.5. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '4' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı…..... 26

Şekil 4.6. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı……..... 26

Şekil 4.7. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-3' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı……..... 27

Şekil 4.8. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı……..... 28

Şekil 4.9. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '2-3' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı……..... 28

Şekil 4.10. a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '2-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b)

ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 29
Şekil 4.11. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '3-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 30
Şekil 4.12. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2-3' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 30
Şekil 4.13. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 31
Şekil 4.14. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-3-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 31
Şekil 4.15. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '2-3-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 32
Şekil 4.16. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2-3-4' konumunda dört $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 33
Şekil 4.17. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 33
Şekil 4.18. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '2' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 34
Şekil 4.19. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '3' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 34
Şekil 4.20. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '4' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 35
Şekil 4.21.(a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 36
Şekil 4.22. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-3' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 36
Şekil 4.23. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 37
Şekil 4.24. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '2-3' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 37
Şekil 4.25. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '2-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 38
Şekil 4.26. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '3-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 39
Şekil 4.27. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2-3' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 39
Şekil 4.28. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2-3' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 40
Şekil 4.29. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-3-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 40

Şekil 4.30. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '2-3-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 41
Şekil 4.31. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2-3-4' konumunda dört $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı..... 42

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

a	Örgü noktaları arası uzaklık
B	Bulk Modülüs
b_1,b_2,b_3	Sıvı yoğunluğu
B_1,B_2,B_3	Karşı uzay örgü vektörleri
c	Adyabatik ses hızı
$\vec{G}$	Karşı örgü vektörü
k	Dalga vektörü
| k |	Daga vektörünün büyüklüğü
ℓ,m,n	Tam sayı değerleri
ℓ	ℓ bir tam sayı olmak üzere örgü noktalarından olan öteleme
n	Dalga yayılma yönü
P	Basınç dalgası
P_0	Basınç dalgasının genliği
r	Örgü konum vektörü
t	Zaman
$\vec{T}$	Örgü öteleme vektörü
ω	Açısal hız
ρ	Sıvı yoğunluğu
Γ,M,X	İndirgenemez Brillouin bölgesi
$\vec{\nabla}$	Laplace operatörü
Δω	Bant aralık genişliği

1.GİRİŞ

1.1. Fononik Kristallerin Yapısı ve Tarihçesi

Bir düzlem dalga izotropik ve homojen bir ortamda yayıldığında, dalganın iletimini geciktirecek veya engelleyecek bir engel olmayacağından dalga rahatsız edilmeden hareketine devam eder. Eğer dalganın içinden geçtiği ortam, empedans açısından bir süreksizlik içerirse dalga cephesi engel ile etkileşime girecektir. Etkileşim sonucu yansıtılan ve iletilen enerji miktarı ortamdaki empedans uyumsuzluğu ile orantılı olacaktır. Eğer ortam periyodik bir dağılımla düzenlenmiş birkaç engelden oluyorsa, periyodik yapı düzenli bir saçılmaya neden olacaktır.

Periyodik malzemeler, genellikle doğada bulunmayan ve benzersiz özellikler sergileyen insan eliyle tasarlanmış kompozit malzemelerdir. Periyodik malzemeler akustik (Li ve Chan, 2004), elektromanyetik (Smith ve ark., 2004), termal (Maksimović ve Jakšić, 2005), plazmonik (Garcia-Vidal ve ark., 2005) dalgalar gibi potansiyel olarak ilgi duyulan hemen hemen her tür ortam dalgalarını veya yüzey dalgasını işlemek için tasarlanabilir . Periyodik yapı, bir birim hücrenin bir, iki veya üç boyutta sonsuz veya sonlu tekrarından oluşur.1987 yılında fotonik bir kristalin, gerçek kristallerdeki elektronların yayılmasına benzer şekilde kırılma indisi değiştirilmiş periyodik yapılarda optik dalgaların yayılması ilgili bir çalışma önerildi (Yablonovitch, 1987). Bu durum, Fransız fizikçi Brillouin'in katılarda yaptığı çalışmalara benzerlik göstermektedir. Periyodik ortamlarda elastik dalgaları, elektrik devrelerindeki elektromanyetik dalgaları ve kristallerdeki elektronları bir sistem olarak kabul etmiştir. Bunun sonucunda Brillouin bölgesi, bant boşluğu gibi bazı önemli ortak kavramlar farklı dalga formları temel alınarak ortaya çıkmıştır. Bu değişik dalga formlarına skaler dalgalar olarak elektronlar, vektör dalgalar olarak optik dalgalar, basınç dalgaları olarak akustik dalgalar ve tensör dalgalar olarak da elastik dalgalar verilebilir.1990'ların başında Sigalas ve Economou (1993) elastik bir kristalin durum yoğunluğunda ve bant yapısında frekans boşluklarının varlığını kanıtladı. Kısa bir süre sonra iki boyutlu periyodik elastik bir kompozit malzemede

enine polarizasyon titreşimleri için ilk tam bant yapısı hesaplandı (Kushwaha ve ark., 1993). Daha sonra, 1995 yılında bir fononik kristaldeki tam bant boşlukları oluşumunun ve bant genişliğinin, kristal yapıyı oluşturan malzemelerdeki ses hızları ve elastik sabitlerle birlikte yoğunluk kontırastına bağlı olduğu gösterildi (Kafesaki ve ark., 1995). 2001 yılında, Vassuer ve ark. iki boyutlu, katı / katı fononik kristallerde yayılan elastik dalgalar için tam bant boşluğu deneysel olarak gösterdi. Bu bulgular fononik kristallerle ilgili alanlarda çalışan bilim insanları için bir temel oluşturarak elastik fononik kristallerin geliştirilmesini teşvik etti. Sigalas (1998), akustik ve elastik dalgaların fononik kristalde uygun kusurlar oluşturularak yönlendirilebileceğini gösterdi. Bu davranış birçok ilginç fiziksel özellikler ve potansiyel uygulamalara yol açmıştır. Elastik / akustik bant boşluklarının varlığı kompozit ortamdaki titreşimleri ve dalga lokalizasyonunu daha iyi anlamak için önem taşımaktadır. Bunların anlaşılması elastik / akustik filtreler, gürültü kontrolü, yüksek hassasiyetli mekanik sistemler için titreşimsiz ortamların tasarımı gibi çok sayıda mühendislik uygulamalarının sağlanmasını mümkün kılabilecektir.

Fononik bant aralığı oluşturan malzemelerinin üstün özellikleri oluşturdukları bant yapılarından kaynaklandığından, kristal yapının olabildiğince geniş bir bant aralığı ile tasarlanması esastır. Elastik / akustik bant yapılarını incelemek için düzlem dalga genişleme (PWE) yöntemi (Goffaux ve Vigneron, 2001), sonlu fark zaman alanı (FDTD) yöntemi (Tanaka ve Tamura, 1998; Sun ve Wu, 2007), çoklu saçılma teorisi (MST) (Psarobas ve ark., 2000; Leroy ve arkd., 2009), sonlu elemanlar metodu (FEM) (Goffaux ve Sanchez-Dehesa, 2003; Lee ve ark., 2019) gibi değişik teorik yöntemler kullanılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi tekniği, kısmi diferansiyel denklemler tarafından ifade edilebilen fiziksel problemlerin çoğunu çözebilir.

Akustik bir fononik kristal (PC), elastik saçıcıların elastik bir ana matris malzeme boyunca periyodik dizilimlerden oluşan kompozit yapılar olduğundan, bu malzemeler tek boyutlu (1D), iki boyutlu (2D) ve üç boyutlu (3D) olarak tasarlanabilen ve bu sayede akustik ve elastik dalgaların yayılma özelliklerini değiştirebilen konfigürasyonlardır (Palaz ve ark., 2019). Tek boyutlu fononik kristaller, değişen katmanların veya farklı elastik malzemelerin dizilimlerinden

oluşan yapılardır. İki boyutlu kristaller, bir elastik çubuk benzeri malzemenin farklı bir sıvı veya katı malzemeden oluşan bir ana matris ortamı boyunca periyodik dağılımından oluşur. Üç boyutlu fononik yapılar basit kübik, gövde merkezli kübik, yüzey merkezli kübik gibi örgü yapısına sahip sistemlerde küre ve küp gibi farklı geometrilere sahip dağılmış elastik saçıcılarının farklı bir matris malzemesi boyunca dağılımında oluşmaktadır. Periyodik olarak dağılmış elastik saçıcılar arasındaki boşluk, kristal boyunca yayılan akustik ve elastik dalganın dalga boyu ile karşılaştırılabilir olduğunda Bragg koşulu sağlanabilmektedir. Bragg şartı sağlandığında fononik kristaldeki enerji dağılımının modifikasyonuna izin verilmektedir. Buna göre kristaller de Hz'den kHz'e frekans dalgalarının yayılma özellikleri örgü parametrelerinin metre-santimetre aralığında değişimiyle büyük ölçüde etkilenir. Milimetre ile mikrometre aralığı gibi daha küçük örgü aralıklarında ise kHz'den MHz'e frekans aralığındaki dalgaların yayılmasını etkilemektedir. Akustik/elastik bant boşluğunun (BG) oluşumundan sorumlu ana mekanizmalar ikiye ayrılır. Bu bant açılımları Bragg saçılması ve yerel rezonansa (LR) dayanmaktadır. Lokal rezonansdan dolayı bant oluşumu frekans bölgesinde normal Bragg bantından neredeyse 1/100 kat daha düşük olabilir.

Fononik kristallerin imalatında önemli olan ana tema, yapıya özgü olarak akustik/elastik dalgaların herhangi bir yönde yayılmasını yasaklayan geniş tam bant boşlukları yaratmaktır. İki boyutlu durumlarda büyük tam bant boşlukları elde etmek için birkaç yöntem önerilmiştir (Palaz ve ark., 2017). Örneğin, büyük bant aralıklarının nasıl elde edilebileceği; değişen madde yoğunluklarındaki oran, maddelerin sistemdeki kapladıkları alan veya hacim olarak adlandırılan doldurma oranı, kristale üçüncü veya dördüncü bir malzeme eklemek, yapısal simetride değişimler yapmak, dairesel olmayan geometriye sahip çubuklar kullanmak, dairesel simetriye sahip olmayan çubukların yönelimlerinin döndürülerek açıya bağlı değişimini kullanmak, kristal yapının kendisini döndürmek, izotropik olmayan malzeme kullanmak ve bunları kare, dikdörtgen, üçgen, bal peteği gibi farklı örgü konfigürasyonlarında deneme yoluyla gösterilmiştir. Yukarıda bahsedilen yaklaşımların kendine özgü avantajları ve dezavantajları olabilir. Örneğin, malzeme kontırastı malzemenin mevcudiyeti ile sınırlıdır. Simetri redüksiyonu ve dairesel

olmayan çubukların kullanılması, Brillouin bölgesindeki yüksek simetri noktalarında fononik bantların dejenerasyonunu azaltır ve böylece bant boşlukları artar. Bununla birlikte simetri indirgeme yöntemi bazı yüksek dereceli bant boşluklarını artırabilirken, düşük dereceli boşluklar genellikle azaltılır. Bu nedenle, her yöntemin kendi uygulanabilir durumları vardır. Son zamanlarda fraktal ve yarı fraktal geometriye sahip yapıların dinamik özelliklerindeki ilginçlik, bu özelliğe sahip fononik kristallerin incelenmesinde ve çalışılmasında artan bir ilgi ortaya çıkarmıştır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Akustik dalgaların periyodik dizilime sahip malzemelerde yayılması Fononik Kristal olarak bilinmektedir. Bir diğer deyişle fononik kristaller, malzemelerin akustik yapılarında ve kütle yoğunluklarında uzaysal değişimlerin meydana geldiği periyodik yapılı insan eliyle yapılmış metamateryallerdir. Bu yapılar, istenilen şartları sağlayabilecek malzemelerin bir araya getirilmesi ve buna bağlı olarak teknolojik cihaz tasarımını arttırmayı amaçlayan malzemelerdir. Birden fazla materyale sahip olan bu yapılar gaz/katı fononik kristal yapılar oluşturabilmektedir. Bu yapılar özellikle son 10 yılda yoğun araştırmalara konu olmuş ve yoğun bir ilgi merkezi haline gelmiştir.

Song ve ark. (2016), hem düşük kayıplı hem de büyük kırılma indeksli akustik metamalzemeleri çalışmak için alternatif bir yol önermişlerdir. Bunun için fraktal geometriye sahip yeni bir akustik metamalzeme türü tasarlayıp üretmişlerdir. Fraktal geometri tasarımlarını, doğal dünyadaki coğrafyanın fraktal özelliklerinden esinlenerek yapmışlardır. Bu yaklaşımı kullanarak, düz bir akustik mercek tasarlamış ve deneysel olarak ölçülen sonuçlarda 2 kHz ve 5 kHz'den mükemmel odaklanma yetenekleri olduğunu göstermişlerdir.

Mousanezhad ve ark. (2015), iki boyutlu fononik kristallerde dalga yayılımın yapısal hiyerarşi ve deformasyona bağlı olarak bant yapısı üzerindeki etkilerini incelemişler, sonuçlarında, sıkıştırma altındaki yapının topolojik hiyerarşik mimarisinin ve kararsızlığın neden olduğu desen dönüşümlerinin, fononik kristallerin bant boşluklarını ve yönlülüğünü ayarlamak için etkili bir şekilde kullanılabileceğini göstermişlerdir.

Palaz ve ark. (2020), $LiTaO_3$/kauçuk tabanlı multi ferroiklerde bant yapısını ve elastik dalga iletimini Sierpinski halı fononik kristali temel alınarak incelemişler, önerilen fononik kristalin, topolojik yalıtkan özelliklere sahip olduğunu, piezo

elektrik çubuklara voltaj uygulandığında önerilen fononik kristalin aktif olarak dalgaları yönlendirmede kullanılabileceğini göstermişlerdir.

Ozer ve ark. (2020), multiferroik tabanlı Sierpinski-halı fononik kristalin bant yapısını ve iletim spektrumlarını sonlu eleman simülasyonuna dayalı olarak incelemiştir. Kare örgü yapıdaki fononik kristal, dairesel ve üçgen kesitli bir kauçuk matris içinde çeşitli piezo elektrik çubuklardan oluşmuş ve bant yapıları bulunmuştur.

Ibanez ve ark. (2010), Akustik dalgaların, hava içersine yerleştirilmiş katı saçıcıların fraktal bir dağılımında dalga iletimini incelemişlerdir. Çalışmalarında periyodiklik içeren kompakt bir küçük cihaz üretmek için Sierpin sky fraktal kullanmışlardır. Sonik kristalin bant boşlukları, iyi bilinen doldurma kesrine bağlı olduğundan fraktal dağılımdaki saçıcıların yarıçapları, geniş ve tam bir zayıflama bandı veren periyodikliğin bant aralıklarını üst üste getirmek için genetik algoritma optimize etmişlerdir.

Ibanez ve ark. (2012), silindirik saçıcılardan yapılmış fraktal tabanlı bir geometrik yapıda akustik bariyer tasarımı, imalatı ve karakter izalasyonunu çalışmışlardır. Fraktal geometriye dayanan saçıcıların dizilimi Bragg saçılmasını en üst seviyeye yükseltmiştir. Rezonans veya soğurma gibi çeşitli gürültü kontrol mekanizmalarına sahip çoklu saçıcılar, periyodik diziyi oluşturmak için tasarlanmış ve kullanılmıştır. Bu çalışmada bildirilen akustik bariyer, gürültü kontrolü alanında yüksek teknolojik bir çözüm sunmaktadır.

Kuo ve Piazza (2010), 630 MHz'de bir fononik kristal konik mercek aracılığıyla Alüminyum Nitrür (AlN) fononik kristal dalga kılavuzunda odaklanan akustik dalgaların varlığını kanıtlayan bir çalışma yapmışlardır. Phononic kristal yapısının, 560 ila 680 MHz arasında değişen tam bir durdurma bandı sergilediğini göstermişlerdir. Fononik dizilimde bir örgü sabitine eşit bir genişliğe sahip bir yol açarak elde ettiklerin fononik bant aralığı dalga kılavuzunda oluşan fononik bant

aralığı içinde 630 MHz civarında merkezlenmiş bir geçiş bandının oluşturduğunu bulmuşlardır.

Norris ve ark. (2008), Periyodik fraktal yapıda yer alan çubuksu saçıların iki boyutlu fononik kristaldeki akustik bant aralığı üzerindeki frekans tepkisi üzerindeki etkisini nümerik olarak belirlemede sonlu fark zaman alanı analizi kullandılar. Kare bir örgü için, hem katı bir ortamda yer alan katı çubuklardan hem de katı ortamda yer alan sıvı çubuklardan oluşan bir sistemde artan fraktal sıra iterasyonu veya artan fraktal boyutu bağlı fononik yapıyı çalıştılar. Çalışılan katı ortamdaki sıvı çubuksu fraktal yapı katı ortamdaki katı çubuksu fraktal yapıya göre çok daha uzun dalga boyları için bant boşlukları sağlama kabiliyeti sergiledi.

Liu ve Fan (2013), T-kare fraktal iki boyutlu fononik kristal modeli üzerine çalışmışlardır. Bragg saçılması ve yerel olarak rezonant fraktal fononik kristali için kapsamlı bir çalışma yaparak aynı dolum oranındaki fraktal ve fraktal olmayan fononik kristallerin bant yapılarını sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelemişler ve aralarında büyük farklı olduğunu gözlemlemişlerdir. Sonuç olarak, fraktal tasarımın, iki boyutlu fononik kristallerin bant yapıları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu bulmuşlardır.

Yan ve ark. (2013), fraktal süper örgülere sahip katmanlı fononik kristallerde yayılan düzlem içi zaman-harmonik elastik dalgaların lokalizasyon f durumlarını incelemeşlerdir. Dalga lokalizasyonu durumunu tanımlamak için, lokalizasyon faktörü uygulamışlar ve transfer matrisi yöntemi ile hesaplama yapmışlardır. Bunun için üç tipik fraktal süper örgü tasarlayarak, artan fraktal serilerle birlikte lokalizasyon faktörünün değeri büyüdüğünü gözlemlemişlerdir.

Kunin ve ark. (2016), fraktal kesimli malzemelerin statik ve dinamik (fononik) elastik davranışını araştırmışlardır. Elastik sabit tensörün simetrisini, deformasyonun elastik limitini ve dolayısıyla elastik tepkiyi manipüle etmek için fraktal kesim seviyesinin ve kesim modelinin değişiminden yararlanılabileceğini göstermişlerdir. Yaptıkları fonon hesaplamalarına dayanarak, örnek bir fraktal kesim yapısının

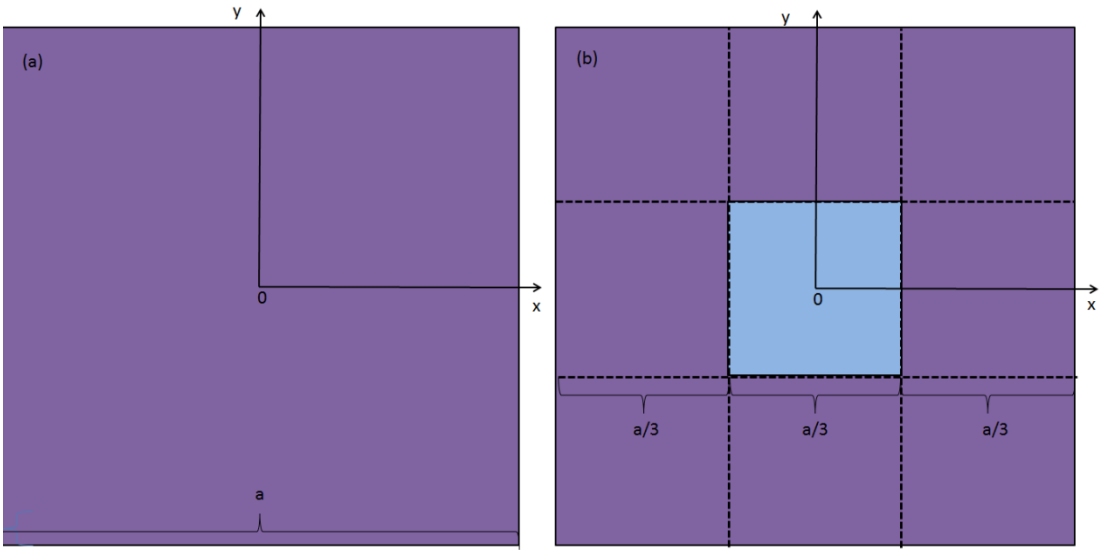
akustik iletim spektrumunu tahmin etmişler, bunu 3D baskı ve ses zayıflatma deneyleriyle doğrulamışlardır.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Teorik Materyal ve Fraktal Yapı

İncelenen örgü yapısı, bir kenar uzunluğu a olan kare şeklindedir. Kare fraktal en basit fraktal geometri örneklerinden biridir. Fraktal kelime olarak Latince'den türetilmiş olup kırık veya parça anlamına gelen fractus kelimesinden türetilmiştir. Fraktal geometride ölçeklendirme esastır ve farklı ölçeklendirmelerden elde edilen şekildeki her bir parça, ana şeklin bütününe benzerlik göstermektedir. Matematiksel olarak incelendiğinde, fraktaller farklı ölçeklendirmelere sahip olan ve birbirlerine benzer özellikler gösteren izotropik yapılardan oluşmaktadır. Ancak biyolojik yapılarda da fraktal benzeri yapılar gözlenmektedir. Örneğin ağaçlardaki dal ve yapraklar, akciğerlerin iç yapısı fraktal yapıya örnek olarak gösterilebilir. Ağaçlar ve akciğerler fraktal yapıları sayesinde daha fazla oksijen alışverişi yapabilmektedir (Ibanez ve ark.,2010).

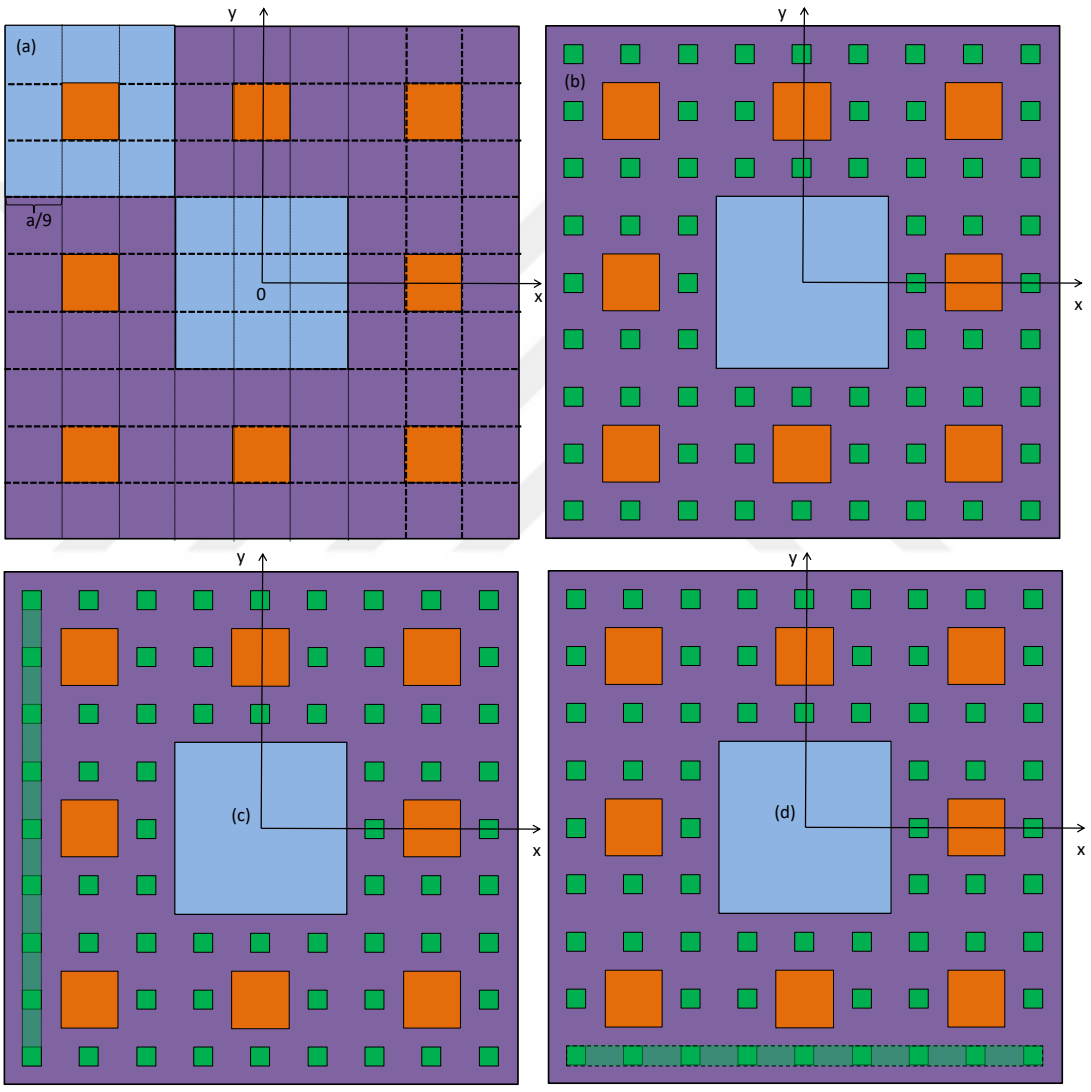
İlk olarak 1916 yılında Wacław Sierpiński tarafından tanımlanmış bir yapıdır. Sierpiński fraktalinde kenar uzunluğu a olan kare yapı düşünülür. Bu kare yapı Şekil 3.1.'de gösterilmektedir. Bu karenin her bir kenarı üç eşit parçaya bölünür ve karşılıklı olarak üç eşit parçaya ayrılan bu noktaları birleştirilir. Böylece kenar uzunluğu a/3 olan dokuz kare elde edilmiş olur. Elde edilen dokuz eş kareden merkezde olan kesilerek çıkarılır. Böylece geriye sekiz eş kare kalmış olur. Şekil 3.1 (b) elde edilen dokuz adet kareyi ve merkezden çıkarılan a/3 kenar uzunluklu kareyi göstermektedir.



Şekil 3.1. (a) kenar uzunluğu a olan kare birim hücre, (b) kenar uzunluğu a/3 olan dokuz adet kareden merkezdeki karenin çıkarılmasıyla elde edilen ikinci dereceden fraktal yapı

Bu geriye kalan sekiz eş kare içinde benzer işlemler tekrarlanır. Bu sekiz eş karenin her biri için karşılıklı kenar uzunlukları tekrar üç eşit parçaya bölünür. Eşit parçaya bölünen karşılıklı kenarlar tekrar birleştirilir. Birleştirme sonucunda sekiz eş karenin her biri kenar uzunluğu a/9 olan daha küçük karelere ayrılmış olur. Bu durumda kenar uzunluğu a/3 olan her bir kare içinde kenar uzunluğu a/9 olan daha küçük dokuz kare elde edilir. Bu karelerinde merkezinde bulunan kare çıkarılıra bir üst mertebeli fraktal yapı deseni elde edilmiş olur. Şekil 3.1. (a) ikinci dereceden fraktal yapıyı göstermektedir. Benzer adımların tekrarı ve sürekli olarak üçe bölme oranının korunması sonucunda, sürekli olarak küçülen ve sayıları sürekli olarak artan kare deliklerden oluşan bir desen elde edilir. Elde edilen geometrik şekil bir halı desenine benzediğinden ve bunu ilk olarak ortaya koyan matematikçi Waclaw Sierpinski olduğundan, bu ilginç şekle Sierpinski halısı denmiştir. Bu işlemler sonucu elde edilen dördüncü derece Sierpinski fraktalı Şekil 3.2. (b)'de gösterilmiştir. Yatay ve dikey $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların yapı içerisindeki konumları rastgele bir şekilde değil, Sierpinski fraktal yapıdan yararlanarak belirli bir mantığa bağlı olarak kullanılmıştır. Dikdörtgen çubukların pozisyonları arzu edilen şekilde matris malzeme içine konulabilir. Ancak belirtiliği gibi fraktal yapının sahip olduğu özelliklerden yararlanılarak, dikdörtgen şeklindeki malzemeler yapı içerisine yerleştirilmiştir. Bu konumlama dikey form için Şekil 3.2. (c) ve yatay form için

Şekil 3.2. (d) ile ayrıntılı olarak gösterilmiştir. Şekillerden görüleceği üzere, a örgü sabitli bir kare örgü için, a/27 kenar uzunluğuna sahip en küçük kareler birleştirilerek dikdörtgen şeklindeki çubuksu yapılar elde edilmiş ve çubukların konumu da buna göre belirlenmiştir. Kolayca anlaşılacağı üzere, bu birleştirme işlemi sadece a/27 uzunluklu kareler için yapılmış olduğundan, a/3 ve a/9 uzunluklu kareleri kapsamamaktadır.



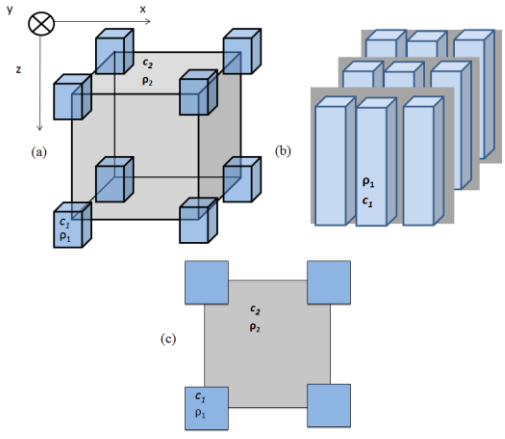
Şekil 3.2. Sierpinski fraktalı. (a) kenar uzunluğu a/9 olan üçüncü dereceden fraktal, (b) kenar uzunluğu a/27 olan dördüncü dereceden fraktal yapı, (c) ve (d) dikdörtgen çubukların yatay ve dikey konum olarak fraktal yapıya yerleştirilmesi

3.2. Fononik Kristaller ve Ters Örgü

Burada periyodik bir ortamda dalga yayılımını tanımlamak için kullanılan formalizmden bahsedilecektir. Temel matematiksel açıklama atomik kristal teorisinden yararlanarak yapılacak ve bu teoriden faydalanarak bir ortam içerisinde çubuksu yapıların oluşturduğu örgüye uygulanacaktır. Şekil 3.3.'de fononik kristallerin fiziksel olarak nasıl görünebileceğine dair bir fikir vermek için, bir matristeki kare çubukların dizilimi gösterilmektedir. Şekil herhangi bir bakış noktasında aynı görünen uzaysal konuma sahip sonsuz noktaların oluşturduğu bir koleksiyon olarak düşünülebilir. Bu noktalar dizisi örgü kavramı olarak bilinir. Bir örgü matematiksel olarak bir vektör r ile tanımlanabilir (Warren, 1990) ve aşağıdaki formu alır:

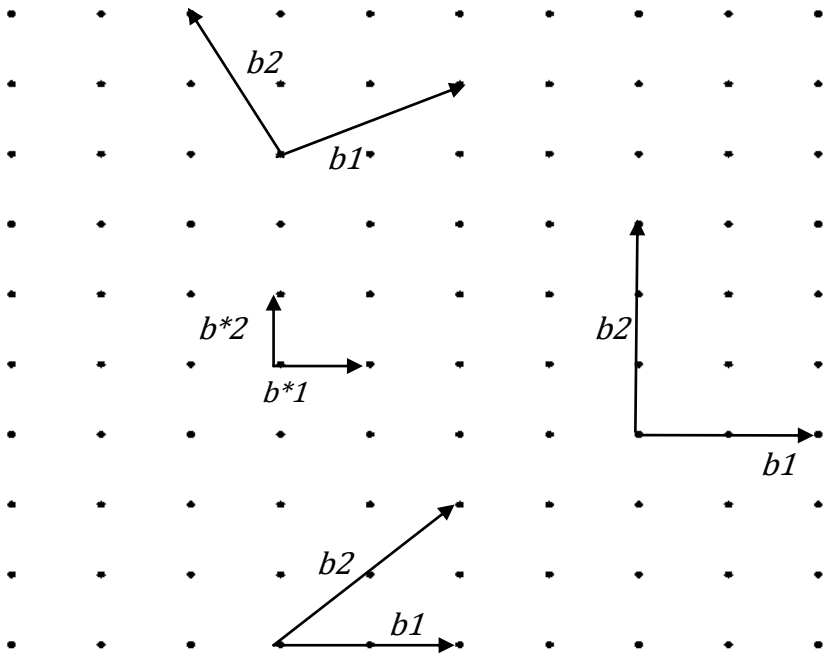
$$\vec{r} = x\vec{b_1} + y\vec{b_2} + z\vec{b_3} \tag{3.1}$$

Denklem (3.1)'de b_1, b_2 ve b_3, baz vektörleri olarak adlandırılır. x, y ve z değişkenleri ise, örgü noktalarının konumunu açıklayan tam sayı değerleridir. İlkel vektörler olarak bilinen bu baz vektörlerinin seçimiyle Bravais örgüsü olarak bilinen yapı oluşturulur.



Şekil 3.3. a) İki malzemeli fononik kristal için üç boyutlu kübik yapıda düzenlemeler. Yoğunlukları ve elastik sabitleri ρ1, c1 ve ρ2, c2 olan iki farklı malzeme için üç boyutlu dizilim. Yapı x ve y yönünde periyodik, yönünde sonsuz kabul edilir. b) Üç boyutlu yapıda önden tek sıra dizilimin görünümü. c) Kübik yapı için üstten görünüm

Şekil 3.4.'de, farklı temel vektör seçimlerinin örnekleri ile üç boyutlu bir kübik sistem gösterilmektedir.

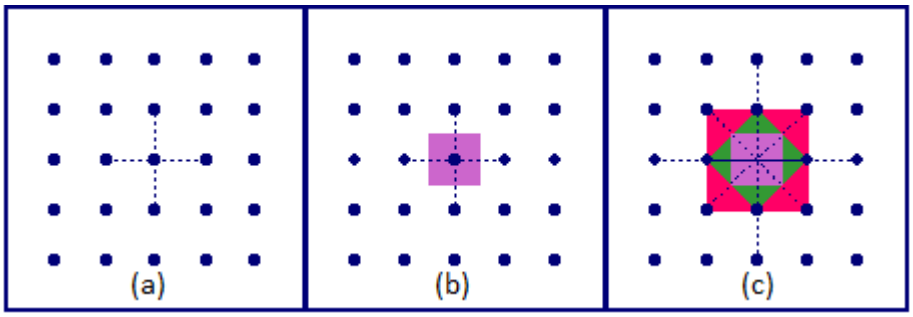


Şekil 3.4. İki boyutlu bir kare örgüde b1 ve b2 örgü vektörlerinin farklı şekillerde seçimini gösteren şema.b*1 ve b*2 seçimi, ilkel örgü vektörleridir

Periyodik yapılarda dalga hareketi ile çalışırken göz önüne alınması gereken bir başka önemli husus, Wigner-Sitz hücre kavramıdır. Bu hücre en küçük hücre olup Bravais örgüsünün simetrisini içerir. Wigner-Seitz hücresi için bir örgü noktası seçilir ve bu noktaya en yakın örgü noktalarına doğrusal çizgiler çizilir. Daha sonra her doğru çizgi parçasının orta noktasında ilk çizgiye dik olarak başka bir doğru çizilir. Wigner-Sitz hücresinin kullanımı karşı uzayda daha yaygındır ve Wigner-Sitz hücresinin çizimiyle ortaya çıkan bölgeye Brillouin bölgeleri adı verilir.

Bu gösterimde, iki boyutta kenar uzunluğu a olan veya noktalar arası a olan bir kare örgü için kx = ± π / a ve ky = ± π / a 'ya eşdeğer Bragg yansıma koşulları bulunabilir. Bunun için, başlangıç noktası olarak seçilen bir noktadan yakındaki örgü noktalarına bağlantı çizgileri çizilir (Şekil 3.5.(a)) ve ardından bu tür her çizgiyi orta noktasından dik olarak kesen doğruların çizimi sonucu ortaya çıkan alan veya bölge

elde edilir (Şekil 3.5.(b)) ve bu bölge birinci Brillouin bölgesi olarak adlandırılır. Benzer işlemler yapılara elde edilen diğer bölgeler ikinci ve üçüncü birinci Brillouin bölgesi olarak bilinmektedir (Şekil 3.5.(c)). Wigner-Seitz hücresi, iki boyutta tüm bu düzlemlerin içindeki alan, üç boyutta ise hacimdir. Bu hücrenin sınırı, gösterildiği gibi Bragg yansıması koşulunu tanımlar. Bu nedenle, karşı uzaydaki Wigner-Seitz hücresi, bu özel karşı örgü tarafından temsil edilen kristalin Brillouin bölgesidir. Brillouin bölgesindeki kuantum (dalga) durumlarının sayısı, kristaldeki birim hücrelerin sayısına eşittir. Elbette daha yakın aralıklı bir kristalde başka yansıtma düzlemleri vardır ve bunlara karşılık gelen başka ikiye bölen düzlemler ve daha yüksek bölgeler vardır. N'inci Brillouin bölgesi, n-1 ikiye bölen düzlemleri geçerek başlangıç noktasından ulaşılabilen noktalar kümesiyle sınırlandırılmış bölgedir. Daha yüksek bölgelerin, içlerindeki alt bölgelerle birbirinden ayrılan parçalanmış bölgeler olduğu görülmektedir. Her daha yüksek mertebeli bölge birinci bölgeye ötelenebilir. Bu genel bir sonuçtur ve her bölgenin aynı hacimde "k-uzayı" kapladığı anlamına gelir. Bu bilgiler ışığında örgünün fiziksel yani gerçek uzaydan karşı uzay olarak bilinen şeye dönüşümünü anlamak daha kolaydır. Matematiksel olarak herhangi bir periyodik fonksiyon bir Fourier serisi ile temsil edilebildiği bilinmektedir. Burada periyodiklik örgünün noktalarıyla veya çubukların dizilimiyle olmaktadır.



Şekil 3.5. (a) başlangıç noktasından başlayarak, en yakın örgü noktalarına çizgiler çizin. (b)çizilen çizgilere orta noktalarından dik doğrular çizildiğinde arada kalan alan birinci Brillouin bölgesidir. (c) ikinci ve üçüncü Brillouin bölgesi. Her bölgenin kapladığı alanların eşit olduğu görülmektedir

Periyodik bir f fonksiyonu, bir Fourier serisi formunda yazılabilir (Ibach ve Lüth,1991).

$$f(r)=\sum_{\vec{G}} f(\vec{G})e^{(i\vec{G}\bullet(\vec{r}+\vec{T}))}=\sum_{\vec{G}} f(\vec{G})e^{(i\vec{G}\bullet\vec{r})} \tag{3.2}$$

Burada G, Bravais örgüsünün karşı örgü vektörü, ,T örgü öteleme vektörü ve f(G), karmaşık katsayılardır. Eğer f (r) gerçek bir fonksiyonsa, f-G = f*G olur. Karşı örgü vektörü ve T örgü öteleme vektörü şu şekilde yazılabilir (Blakemore,1985)

$$\begin{aligned}\vec{G}&=m_1\vec{B}_1+m_2\vec{B}_2+m_3\vec{B}_3\\ \vec{T}&=n_1\vec{b}_1+n_2\vec{b}_2+n_3\vec{b}_3\end{aligned} \tag{3.3}$$

İki Fourier serisinin eşitliği, katsayılarının eşitliğini ifade ettiğinden denklem 3.2'nin matematiksel olarak sağlanma şartı

$$e^{(i\vec{G}\bullet\vec{T})}=1 \tag{3.4}$$

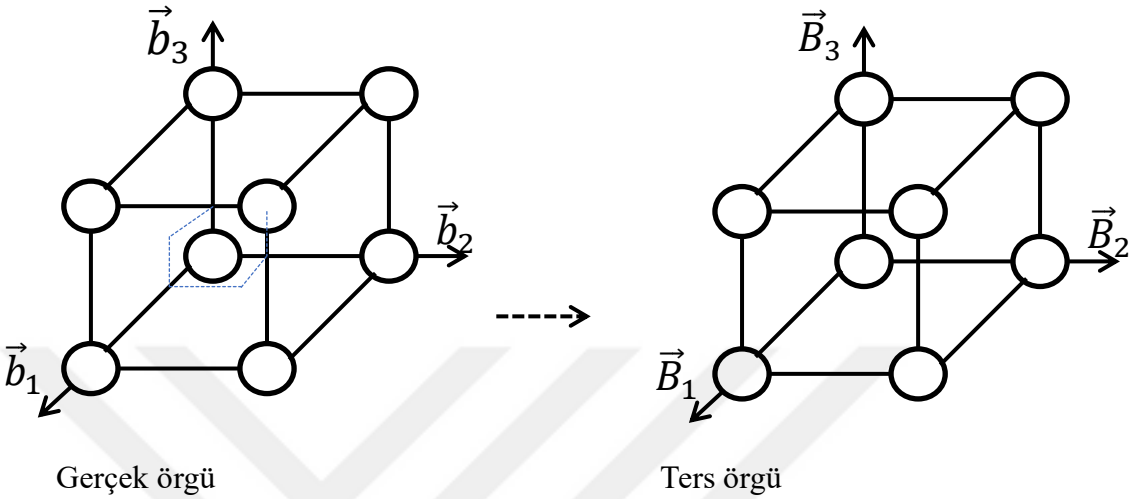
olması ile mümkün olur. Denklem 3.3'ün sonucu ise

$$\vec{G}\bullet\vec{T}=2\,\pi\,m \tag{3.5}$$

ile verilir ve burada m tam sayı değerleridir. Yukarıdaki denklemlerden yararlanarak karşı örgü vektörleri bulunabilir ve aşağıdaki şekilde verilir.

$$\begin{aligned}\vec{B}_1&=2\pi\frac{\vec{b}_2\times\vec{b}_3}{\vec{b}_1\bullet\left(\vec{b}_2\times\vec{b}_3\right)}\\ \vec{B}_2&=2\pi\frac{\vec{b}_3\times\vec{b}_1}{\vec{b}_1\bullet\left(\vec{b}_2\times\vec{b}_3\right)}\\ \vec{B}_3&=2\pi\frac{\vec{b}_1\times\vec{b}_2}{\vec{b}_1\bullet\left(\vec{b}_2\times\vec{b}_3\right)}\end{aligned} \tag{3.6 a-c}$$

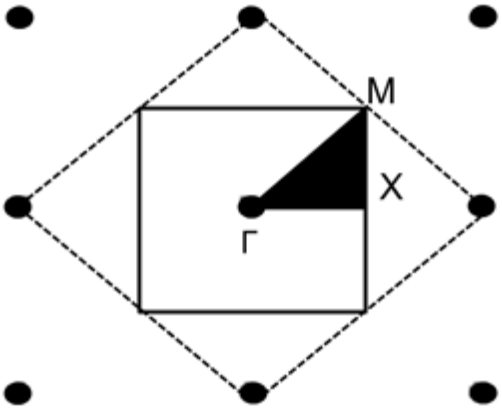
Burada b_1, b_2, b_3 gerçek uzaydaki kristalin ilkel örgü vektörleri,B_1, B_2 ve B_3 ise karşı uzayın ilkel örgü vektörleridir. Gerçek uzay ve karşi uzay vektörleri Şekil 3.6. (a)-(b)'de gösterilmektedir.



Gerçek örgü Ters örgü

Şekil 3.6. (a) ilkel kübik gerçek uzay örgü için |b1|=|b2|=|b3|. (b) karşı uzay örgü vektörleri, |B1|=|B2|=|B3|

Daha önce belirtildiği gibi, Brillouin bölgesi olarak adlandırılan bir birim hücre elde etmek için karşı uzayda Wigner-Sitz hücresi oluşturulur. Karşı örgü vektörlerinin seçimine bağlı olarak, oluşturulan hücreye Brillouin bölgesi ile ilgili bir sayı verilir. İndirgenemez Brillouin bölgesi, kristalin tüm simetrisini içeren en küçük hücredir. Bu nedenle, bir kristal içinde hareket eden dalgaları anlamak için gereken tüm bilgileri verebilir. Şekil 3.7.'de, iki boyutlu basit bir kübik kafes için Brillouin bölgeleri gösterilmektedir. İndirgenemez Brillouin bölgesinde yüksek simetri noktalarının kullanımı bir fononik kristalin dispersiyon bilgisini göstermek için kullanılacaktır.



Şekil 3.7. İlkel kübik örgü için Brillouin bölgelerinin gösterimi. Siyah bölge ile doldurulmuş alan, Γ, M ve X yüksek simetri noktalarına sahip indirgenemez Brillouin bölgesini göstermektedir. Düz çizgiler ile gösterilen kare bölge 1. Brillouin bölgesini, kesikli çizgiler 2. Brillouin bölgesini temsil eder

3.3. Hesaplama Metodu

Sıvılarda (gazlar, sıvılar) dalga yayılımı, visko elastisite ihmal edilebildiği sürece sadece boyuna olan yer değiştirmeleri içerdiği iyi bilinmektedir. Sonuç olarak, sıvılarda veya gazlarda dalga yayılımı, izotropik katılarda sadece boyuna olan yer değiştirmelerle elastik dalga yayılmasının sınırlayıcı bir durumu olarak ele alınabileceği düşünülebilir. Ancak bu basitleştirmenin doğru olmadığı ortaya çıkmıştır.

Sesin akışkanlarda yayılmasını tanımlayan denklemler, sıvı akışını ifade eden denklemler yardımıyla açıklanabilir. Yani süreklilik denklemi ile tanımlanan kütlenin korunumu, genellikle Navier-Stokes denklemleri olarak bilinen momentumun korunumu ile anlatılan enerjinin korunumu denklemidir. Termodinamik değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlamak için durum denklemini içeren bileşenlerden oluşur. Uygulanan dış kuvvetlerin yokluğunda, durgun bir akışkan içinde akustik dalgaların yayılması için temel denklemler şu şekilde alınabilir (Kinsler ve ark., 1982).

$$-\nabla \boldsymbol{p}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t}) = \rho(\vec{\boldsymbol{r}})\frac{\partial \vec{\boldsymbol{v}}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t})}{\partial \boldsymbol{t}} \tag{3.7}$$

Burada p basınç değeri, t zaman (SI birimi: s), ρ sıvının yoğunluğudur (SI birimi: kg/m3). Denklem tekrar düzenlendiğinde

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t})}{\partial \boldsymbol{t}} = -\mathrm{B}(\vec{\boldsymbol{r}})\vec{\boldsymbol{v}}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t}) \tag{3.8}$$

olur ve denklemde görülen B bulk modulus olarak bilinir. Denklemdeki hız ifadesi skaler bir denklem elde etmek için uygun değişkenler kullanarak çıkarıldığında basınç denklemi şu forma girer.

$$\frac{1}{\mathrm{B}}\frac{\partial^2 \boldsymbol{p}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t})}{\partial \boldsymbol{t}^2} = \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{\rho}\nabla \boldsymbol{p}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t})\right) \tag{3.9}$$

Eğer denklemde uygun değişkenlerle basınç terimini ortadan kaldırsaydık, hız için bir vektör dalga denklemi elde ederdik. Klasik akustik basınç oluşan durumlarda akışın kayıpsız ve adiyabatik olduğu varsayılarak viskoz etkiler göz ardı edilir ekizontropik hal denklemi kullanılır. Bu varsayımlar altında, akustik alan p (SI birimi: Pascal,Pa) basıncı ile yani tek bir değişken ile tanımlanarak dalga denkleminde kullanılır. Bu durumda basınç denklemi:

$$\frac{1}{\rho \boldsymbol{c}^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{t}^2} + \nabla\cdot\left(-\frac{1}{\rho}\nabla \boldsymbol{p}\right) = 0 \tag{3.10}$$

olarak yazılır. Burada c (adyabatik) ses hızı (SI birimi: m/s) olarak verilmektedir. Daha genel olarak, herhangi bir sinyal Fourier serileri aracılığıyla harmonik bileşenleri cinsinden yazılabilir. Dalga denklemi daha sonra frekans uzayında her bir frekans değeri için çözülebilir. Her birim hücrede doğrusal bir akustik basınç dalgası için zamana bağlı harmonik dalga çözümü genel olarak sinüzoidal formda

düşünülebilir. Bu durumda basınç dalgası uzaysal p (r) ve zamansal (ωt) bileşenleri birbirinden ayrılarak

$$\boldsymbol{p}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{p}(\vec{\boldsymbol{r}})\boldsymbol{sin}(\omega\boldsymbol{t}) \tag{3.11}$$

formunu alır. Ancak basınç dalgasının bu ifadesinden ziyade diferansiyel denklem çözümlerinde kompleks değişkenlerin kullanılması kolaylık sağladığından basınç dalgasının şu şekilde yazılabilir.

Burada görüleceği üzere basıncın anlık fiziksel değeri kompleks formda yazılan dalganın gerçek kısmının alınmasını gerektirmektedir. Basınç alanı için bu varsayımı kullandığımızda, zamana bağlı dalga denklemi iyi bilinen Helmholtz denklemine indirgenir.

$$\vec{\nabla}\cdot(-\frac{1}{\rho}\nabla\boldsymbol{p}) - \frac{\omega^2}{\rho\boldsymbol{c}^2}\,\boldsymbol{p} = 0 \tag{3.12}$$

burada c akustik ortamdaki dalganın boylamasına hızıdır ve r=xi+yj+zk gözlemcinin pozisyonudur. Homojen durumda Helmholtz denklemine basit bir çözüm düzlem dalga formundadır ve bu çözüm

$$\boldsymbol{p}(\vec{\boldsymbol{r}},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{p_o}\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{i}(\omega\boldsymbol{t}-\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}})} \tag{3.13}$$

şeklinde yazılabilir. Denklemde p_o, k yönünde ω açısal hızıyla hareket eden ve dalga sayısı k=|k| olan dalga genliğidir. Birçok durumda, dalga denkleminin kesin analitik çözümü yoktur. Bu yüzden dalga denklemini çözmek simülasyon denilen sayısal çözümleme metodlarının uygulanmasını gerektirmektedir. Bizim sorunumuz periyodik sistemin bant yapılarını oluşturan modları belirlemek olduğu için, x ve y yönündeki periyodiklik göz önüne alındığında periyodik sınır şartları kullanılır. Bu Bloch teoreminin uygulanabilmesini mümkün kılar. Bu periyodiklik

$$\boldsymbol{p_l}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{la},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{ikla}}\,\boldsymbol{p_o}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) \tag{3.14}$$

olarak ifade edilebilir. Periyodik sınır şartları ile birlikte Dirichlet veya Neumann sınır koşulları da

$$\frac{\partial p_i(x+la,y,z)}{\partial n} = e^{ikla}\frac{\partial p_o(x,y,z)}{\partial n} \tag{3.15}$$

şeklinde uygulanır. İfadede yer alan n dalga yayılma yönünü gösteren vektör, k ise tek boyutlu Bloch vektörüdür. Problem çözümünde sınır koşulları, hesaplama alanının veya bölgesinin doğasını tanımlar. Bu bölgelerin bazıları sert bir duvar veya hareketli bir duvar gibi gerçek fiziksel engelleri tanımlar. Bu tür sınır koşulları, FDTD ve FEM yöntemleriyle doğal olarak kullanılabilir. Örneğin, katı sınır üzerinde sıvının uyguladığı basınç, katının içindeki ivme için bir sınır koşuluna yol açar. Eğer katı çok katı, sert yani rijid kabul edilirse katı sınırın bir hareketi olmadığı kabul edilebilir ya da katı malzeme, yalnızca boyuna dalgaları destekleyen eşdeğer bir sıvı olarak kabul edilir. Bu çalışmada FEM metodu kullanılacak ve sınır şartları olarak periyodik sınır şartları uygulanacaktır. Bununla birlikte katının çubukların sonsuz sertlikte yani rijid olduğu varsayılacaktır.

3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Elements Method (FEM))

Saçılımcıların geometrik şekilleri veya bu durumlarda oluşan etkilerin birleşiminin bazen analitik bir yöntemle çözülmesi zor olabiliyor. Böyle durumlarda meydana gelen sorunlara çözüm bulmak için nümerik metotlar oldukça iyi alternatifler üretmektedirler. Bu çalışmada kullandığımız fononik kristaller için, periyodik sınır koşulları dikkate alınarak özdeğer problemlerini çözmede FEM kullanılabilir.

FEM, sınırlı alanlardaki problemlerin sayısal olarak ayrılması için kavramsal olarak geliştirilmiştir ve Helmholtz problemlerini çözmek için özellikle uygulanabilir. Periyodik yapılar ele alındığında, özdeğer probleminin çözümü ile bant yapılarının belirlenmesi sınırlı sorunu temsil eder. FEM sınırı olmayan bölgelere

uygulandığında, engelin etrafında yapay bir sınır oluşturarak belirli bir sınırı olan bölgenin meydana gelmesine olanak sağlar. Oluşan bu yapay sınırda, meydana gelen nümerik ayrışma, analitik çözümün bazı ayrık temsillerine çeşitli yollarla bağlanabilir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

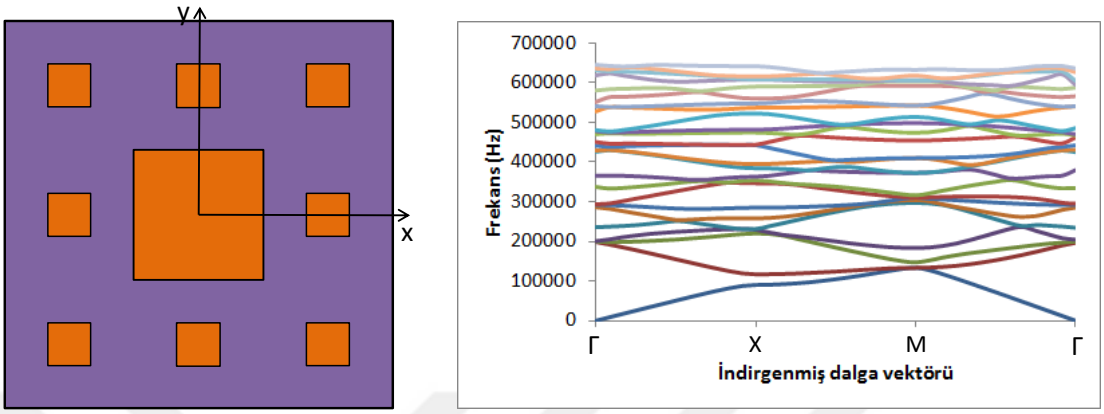
4.1. Araştırmada Kullanılan Materyaller ve Özellikleri

Tam bir bant aralığı, elastik dalga yayılımının tüm yönlerde azaldığı bir frekans aralığına karşılık gelir. Sierpinski Halı Fraktalı, kenar uzunluğu a= 0.0015 m olan kare yapının merkezinde a_1= a/3=0.0005 m kenar uzunluklu olan kare boşluk etrafında, a_2=a*(1/3)^2=1.6667*10^{-4} m kenar uzunluğuna sahip sekiz karesel yapıda ek boşlukların eklenmesiyle elde edilmiştir. Bu konvensiyonel yapı Sierpinski Halı Fraktalı olarak bilinir. Bu fraktal yapıda dikdörtgen şeklinde bir boşluk oluşturarak yapıdaki simetrik durum ilk önce ortadan kaldırılacak ve çubuğun yatay ve dikey konumları için bant yapıları incelenecektir. Eklenen çubuğun boyutları a_3=a_2/3=5.5556*10^{-5} m ve b3=0.0013889 m olarak seçilmiştir. Bu seçimde dikdörtgen çubuğun kısa kenarı görüleceği üzere, a_2 kenar uzunluklarına sahip boşluklar etrafında sekizer adet kare boşlukların kenar uzunlukları olan a_3 uzunluklarına eşit olarak seçilmiştir. Modellemede kare ve dikdörtgen çubuklar Lithium niobate ($LiNbO_3$) malzeme olarak seçilerek birim hücre parametresi a= 0.0015 m olan hava ortamı içerisinde dizilmiştir. Tek kristalleri oldukça yaygın bir kullanıma sahip olan bu malzeme, optik dalga kılavuzlarında, piezoelektrik sensörlerde, optik modülatörlerde, cep telefonlarında ve çeşitli lineer ve lineer olmayan optik uygulamalar için oldukça önemli bir malzeme olup hem fotonik hem de fononik yapı modellemelerinde kullanılmaktadır. Bu malzeme 1257 °C erime sıcaklığına, 1140 ℃ Curie sıcaklığına sahiptir. $LiNbO_3$ malzeme yoğunluğu ρ_{LiNbO3}=4700 kg/m³, ses hızı $c_{l,LiNbO3}$= 6572 m/s, havanın yoğunluğu ρ_{hava}=1250 kg/m³, ses hızı $c_{l,hava}$= 343 m/s olarak sayısal hesaplamalarda kullanılmıştır.

4.2. Fraktal ve Yarı- Fraktal Bant Yapısı

Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların oluşturduğu Sierpinski Halı Fraktal kare örgü ve bu yapıya ait fononik bant yapısı Şekil 4.1.'de gösterilmiştir. Bu yapı

modifiye edilerek yarı fraktal yapı elde edilecek ve bant yapılarında değişim incelenecektir.

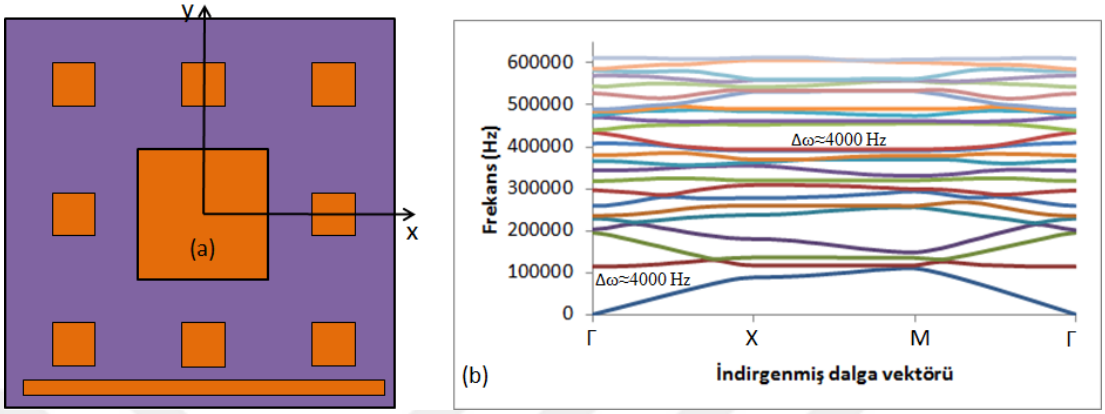


Şekil 4.1. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların oluşturduğu Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

Bu çalışmada dört dikdörtgen çubuk yatay ve dikey konumda olmak üzere 1,2,3,4,1-2,1-3,1-4,2-3,2-4,3-4,1-2-3,1-2-4,1-3-4,2-3-4,1-2-3-4 şeklinde tüm olasılıklar göz önüne alınarak konumlandırılmıştır. Örneğin '1' ile bir tane dikdörtgen çubuk 1.nci konumda anlamına gelirken, 1-2 gösterimi iki adet çubuk 1 ve 2 konumunda yer almakta anlamına gelmektedir. Örnek olarak '1' ile bir tane dikdörtgen çubuğun 1.nci konumu Şekil 4.2. ile gösterilmiştir. Bu konfigürasyona sahip geometri için bant yapı grafiği Şekil 4.2.' de gösterilmiştir. Bant grafikleri hesabında 25 mod için hesaplama yapılmıştır. Her konfigürasyon için mod sayısının fazlalığından dolayı farklı sayıda tam bantlar bulunmaktadır. Ancak bu çalışmada esas tüm bantları analiz etmek değildir. Temel amaç hangi konfigürasyonda maksimum bant aralığı oluştuğunu bulmaktır.

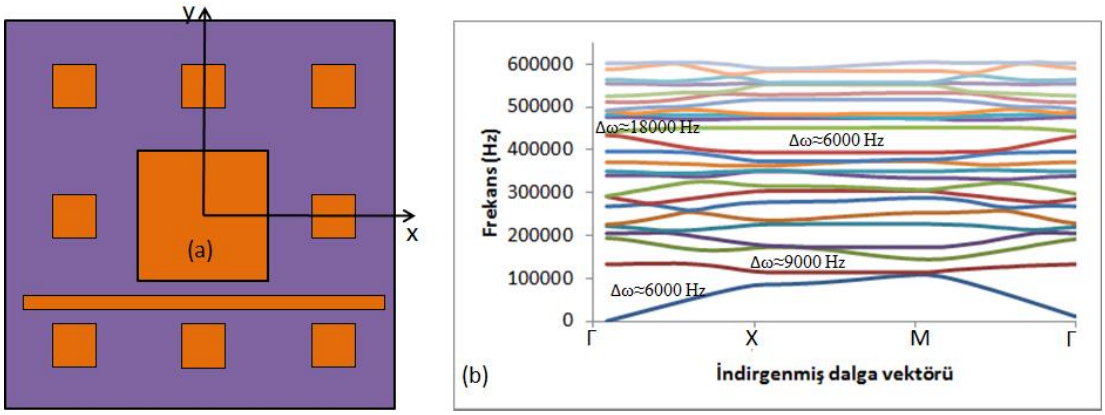
$LiNbO_3$ kare çubukların ve '1' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.2. a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1=114000-110000=4000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{15}-\omega_{14}=439000-435000=4000$ Hz band aralıkları Şekil 4.2. (b)'de görülmektedir. İkinci ve birinci modlar arasındaki bant aralığı grafik skalasından dolayı grafikte belirgin olarak gözükmemektedir. Ancak burada bir bant aralığı 4000

Hz olarak hesaplanmıştır. Diğer tüme grafiklerde skala olarak karşılaştırma kolaylığı olması açısından, frekans ekseninde skala ayarlaması yapılmamıştır.



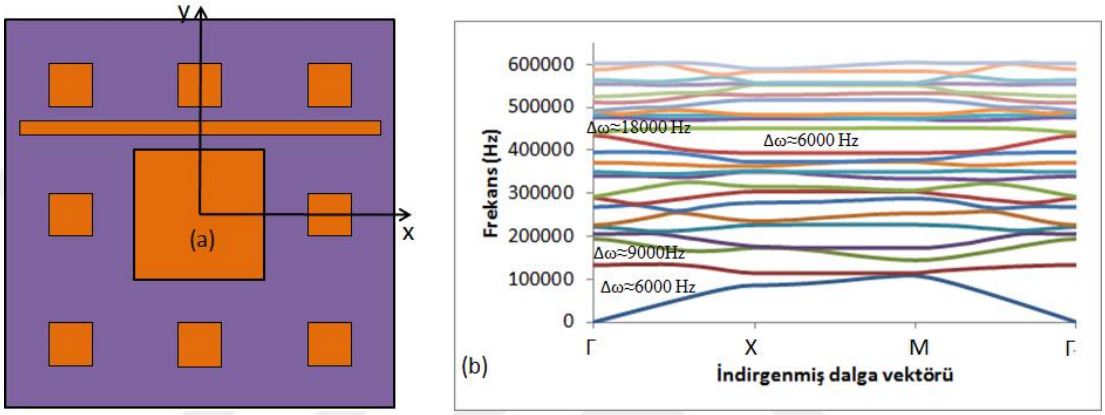
Şekil 4.2. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'2' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.3. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1=114000-108000=6000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=144000-135000=9000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{15}-\omega_{14}=441000-435000=6000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{16}-\omega_{15}=470000-452000=18000$ Hz band aralıkları Şekil 4.3. (b)'de görülmektedir.



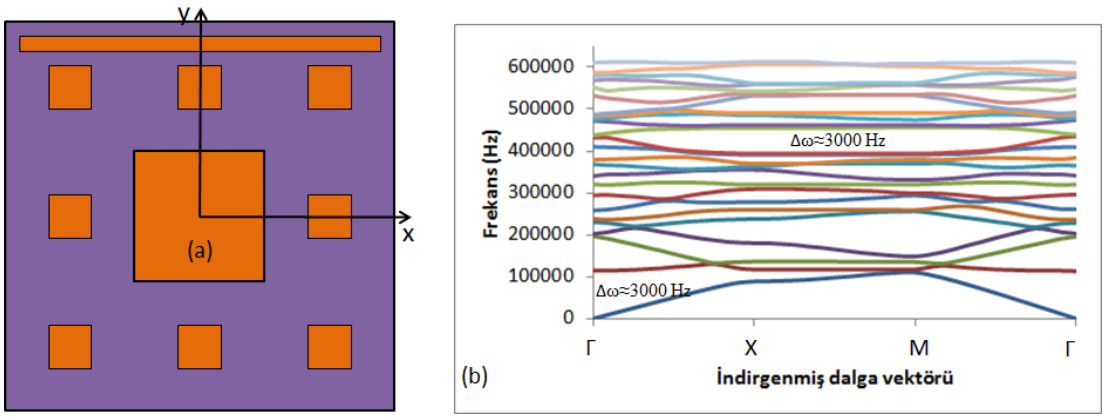
Şekil 4.3. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '2' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'3' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.4 (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1=114000-108000=6000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=144000-135000=9000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{15}-\omega_{14}=441000-435000=6000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{16}-\omega_{15}=470000-452000=18000$ Hz band aralıkları Şekil 4.4. (b)'de görülmektedir. '3' konumundaki bant aralıkları ile '2' konumundaki bant aralıkları aynıdır.



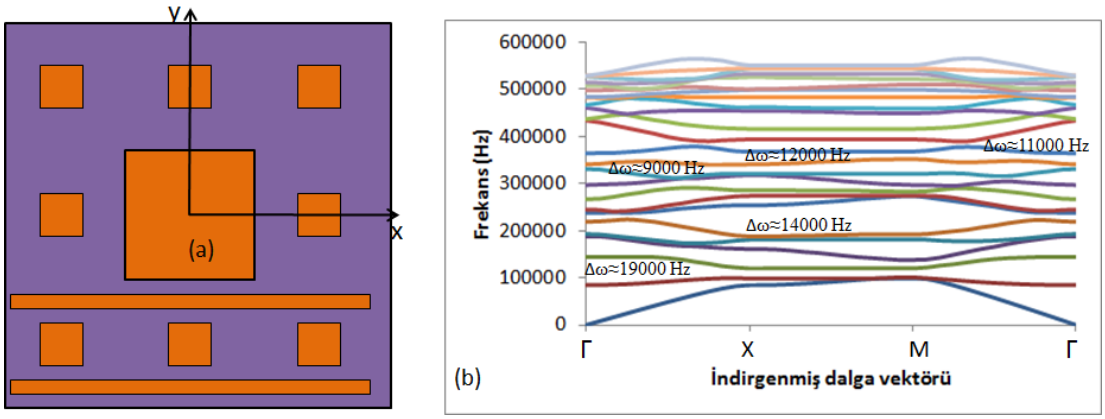
Şekil 4.4. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '3' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'4' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.5. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1=113000-110000=3000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{15}-\omega_{14}=438000-435000=3000$ Hz band aralıkları Şekil 4.5. (b)'de ilgili şekilde görülmektedir.



Şekil 4.5. (a) Hava ortamı içinde bulunan $LiNbO_3$ kare çubukların ve '4' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

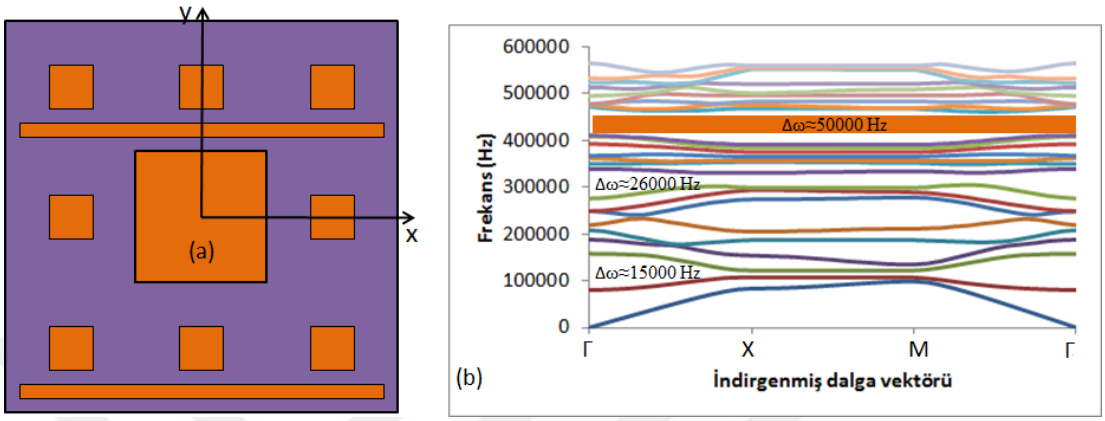
'1-2' konumunda yer alan iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.6. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=120000-101000=19000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_7-\omega_6=238000-224000=14000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{12}-\omega_{11}=340000-331000=9000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{13}-\omega_{12}=364000-352000=12000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=390000-379000=11000$ Hz band aralıkları Şekil 4.6. (b)'da görülmektedir.



Şekil 4.6. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

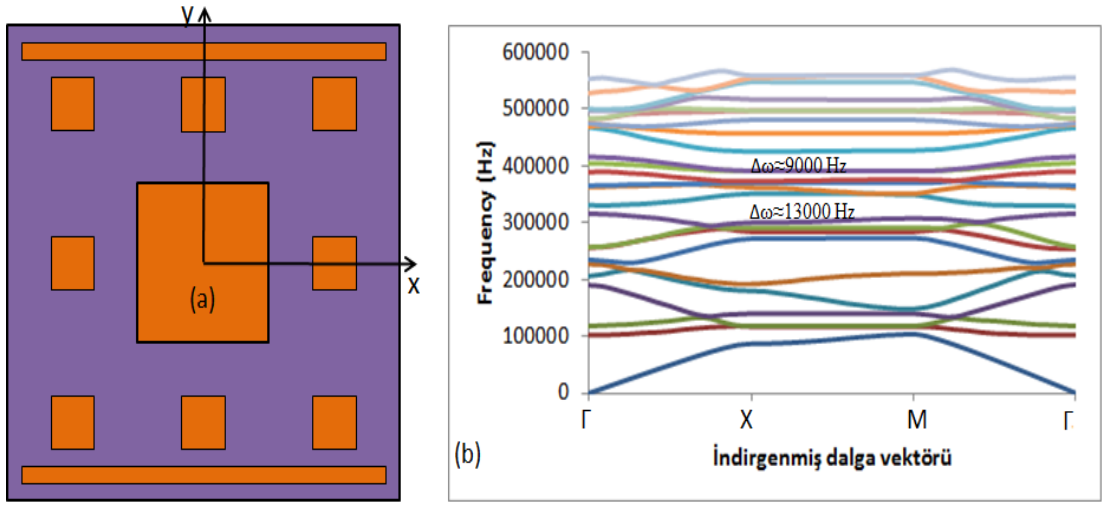
'1-3' konumunda yer alan iki LiNbO3 dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.7.

(a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=122000-107000=15000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{10}-\omega_9=331000-305000=26000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=461000-411000=50000$ Hz bant aralıkları Şekil 4.7. (b)'de görülmektedir.



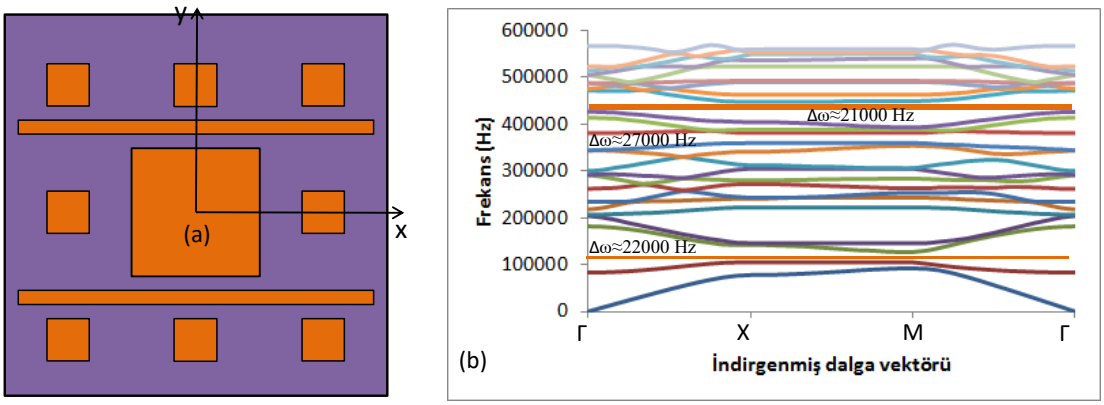
Şekil 4.7. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-3' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'1-4' konumunda yer alan iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.8. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_{11}-\omega_{10}=329000-316000=13000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=425000-416000=9000$ Hz band aralıkları Şekil 4.8. (b)'de görülmektedir.



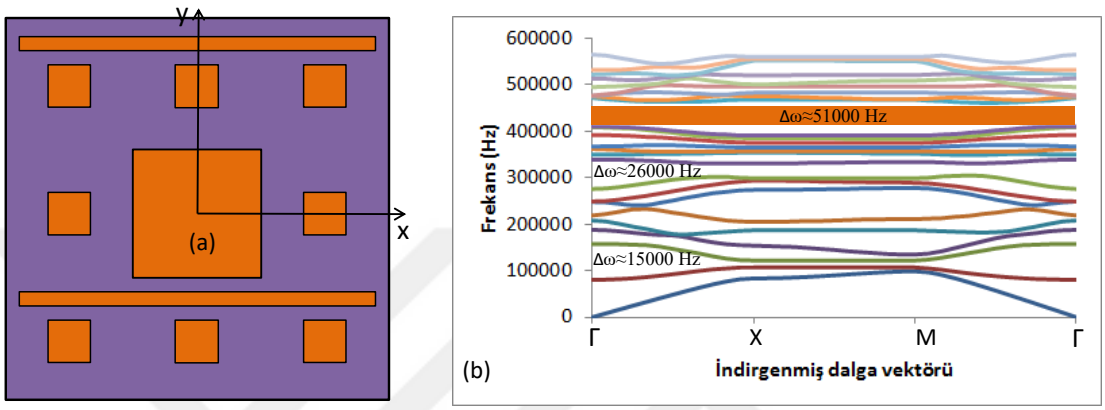
Şekil 4.8. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'2-3' konumunda yer alan iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.9. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=127000-105000=22000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=387000-360000=27000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=448000-427000=21000$ Hz band aralıkları Şekil 4.9. (b)'de görülmektedir.



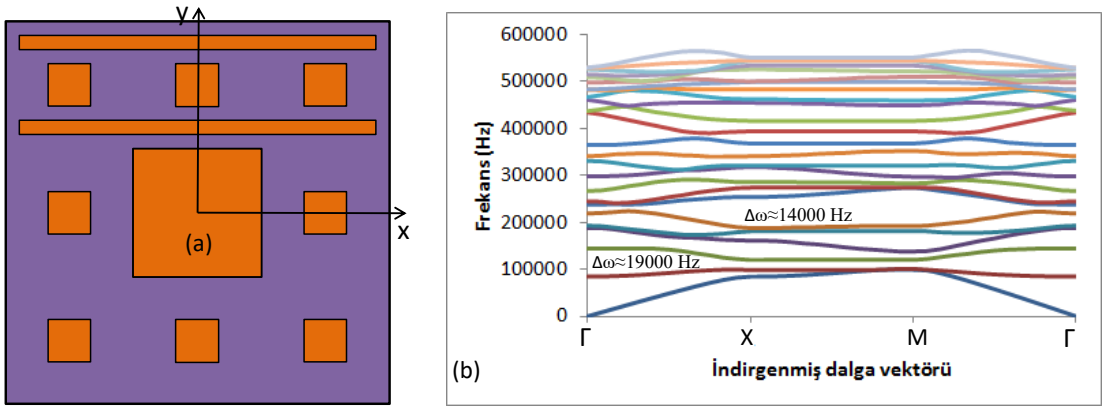
Şekil 4.9. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '2-3' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'2-4' konumunda yer alan iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.10. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=122000-107000=15000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{10}-\omega_9=331000-305000=26000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{11}-\omega_{10}=349000-339000=10000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=461000-410000=51000$ Hz bant aralıkları Şekil 4.10. (b)'de görülmektedir.



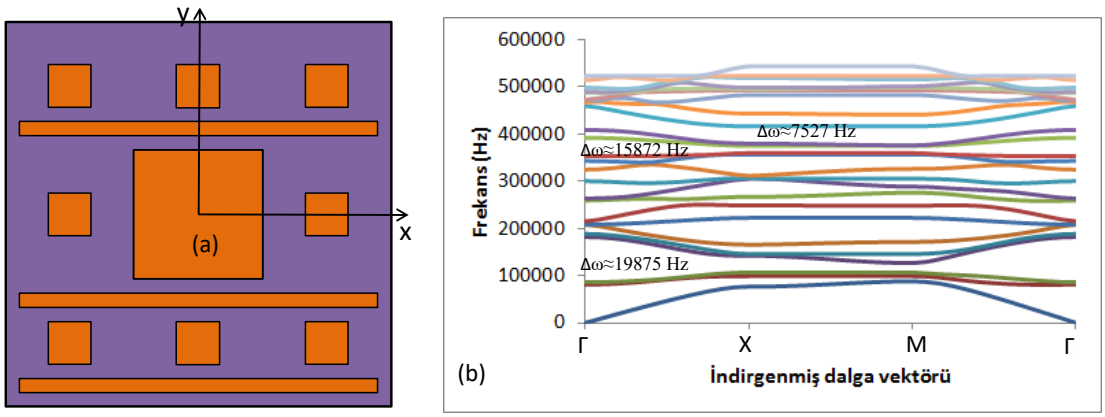
Şekil 4.10. a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '2-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'3-4' konumunda yer alan iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.11. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=120000-101000=19000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_7-\omega_6=238000-224000=14000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{12}-\omega_{11}=340000-331000=9000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{13}-\omega_{12}=365000-352000=13000$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=390000-379000=11000$ Hz bant aralıkları Şekil 4.11.(b)'de görülmektedir.



Şekil 4.11. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '3-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

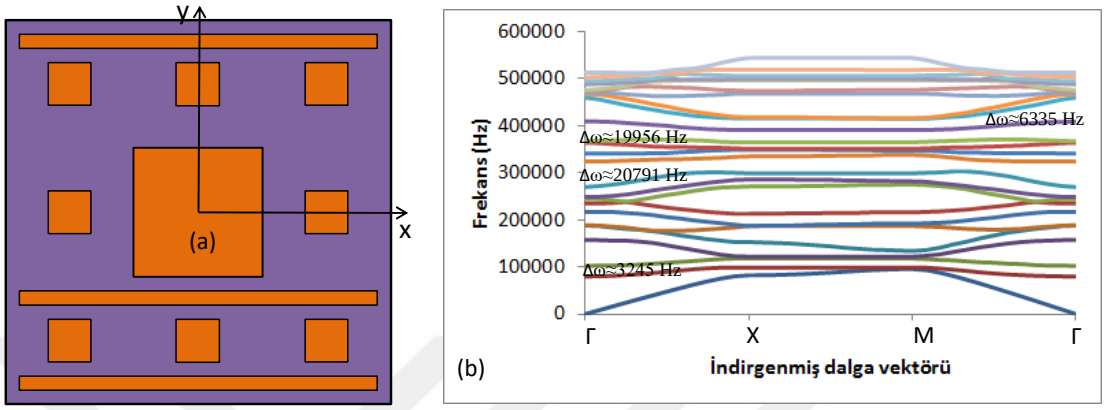
'1-2-3' konumunda yer alan üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.12. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_4-\omega_3=126605-106731=19876$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{15}-\omega_{14}=375101-359713=15388$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=416375-408848=7526$ Hz band aralıkları Şekil 4.12. (b)'de görülmektedir.



Şekil 4.12. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2-3' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

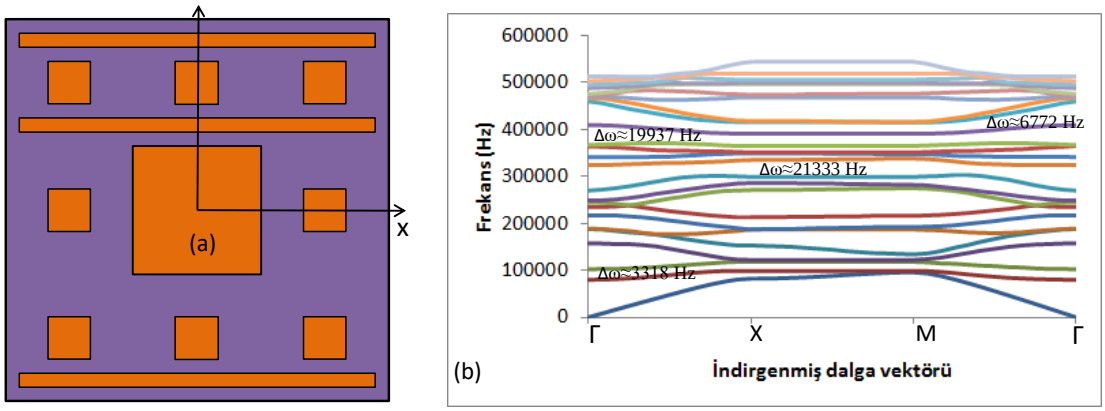
'1-2-4' konumunda yer alan üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.13.

(a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_{12}-\omega_{11}$=323416-302625=20791 Hz, $\Delta\omega=\omega_{16}-\omega_{15}$=390991-371035=19956 Hz, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}$=415277-408942=6335 Hz band aralıkları Şekil 4.13. (b)'de görülmektedir.



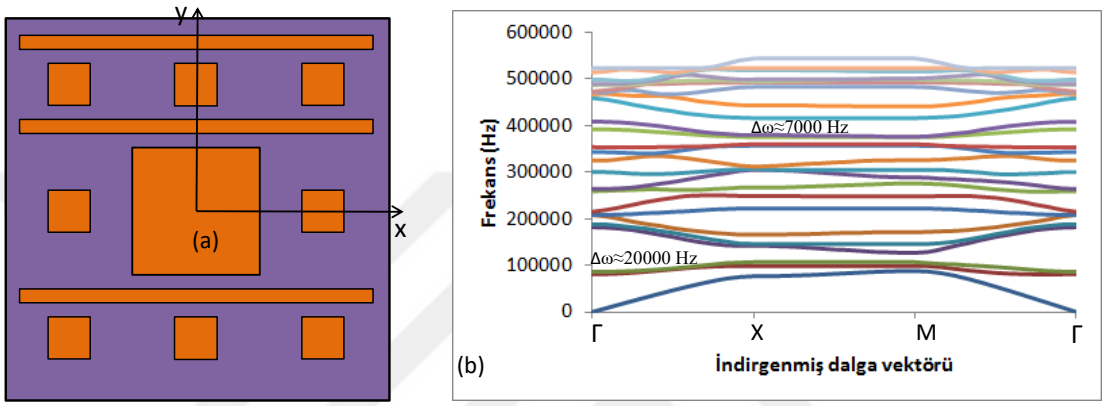
Şekil 4.13. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'1-3-4' konumunda yer alan üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.14.'de gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2$=102297-98979=3318 Hz, $\Delta\omega=\omega_{12}-\omega_{11}$=323931-302598=21333 Hz, $\Delta\omega=\omega_{16}-\omega_{15}$=390993-371056=19937 Hz, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}$=415278-408506=6772 Hz bant aralıkları Şekil 4.14. (b)'de görülmektedir.



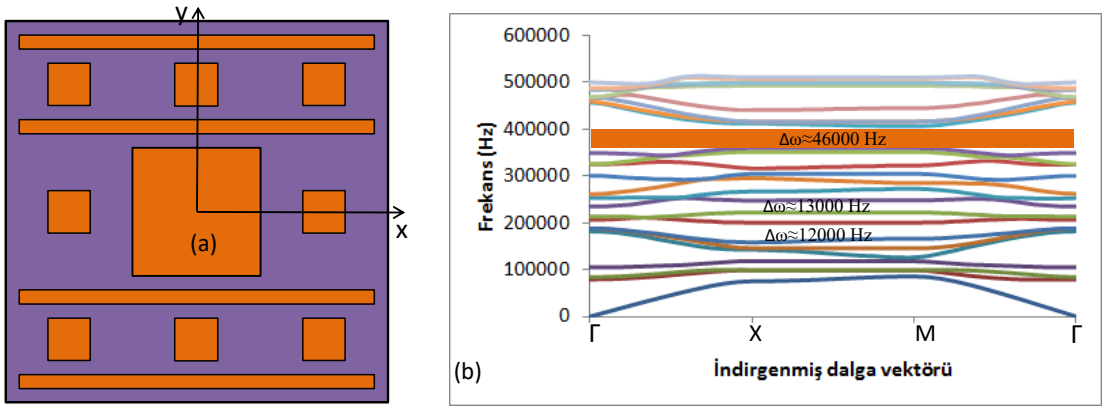
Şekil 4.14. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-3-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

‘2-3-4’ konumunda yer alan üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.15. (a)’da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_4-\omega_3=127000-107000=20000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_9-\omega_8=264000-250000=14000$ ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=416000-409000=7000$ Hz bant aralıkları Şekil 4.15. (b)’de görülmektedir.



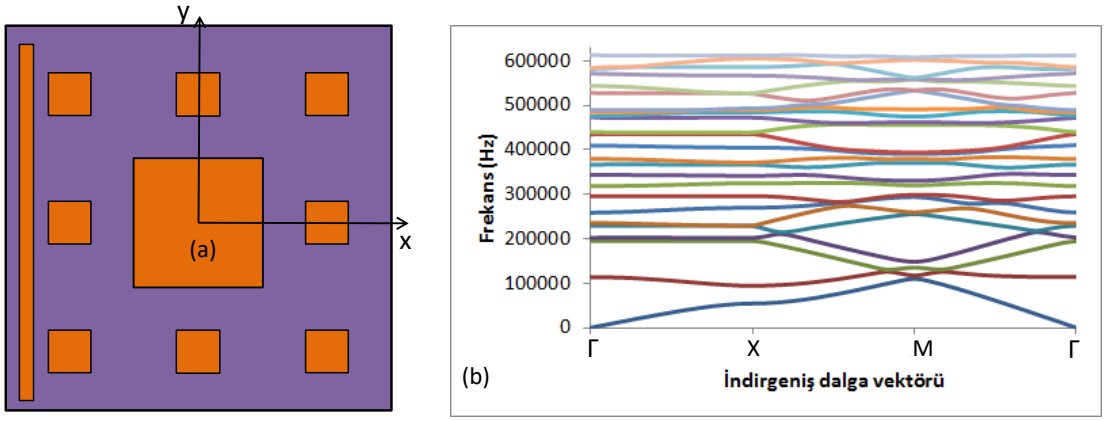
Şekil 4.15. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve ‘2-3-4’ konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

‘1-2-3-4’ konumunda yer alan dört $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.16. (a)’da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_8-\omega_7=200000-188000=12000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{10}-\omega_9=235000-222000=13000$ ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=406000-360000=46000$ Hz bant aralıkları Şekil 4.16. (b)’de görülmektedir.



Şekil 4.16. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve '1-2-3-4' konumunda dört $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

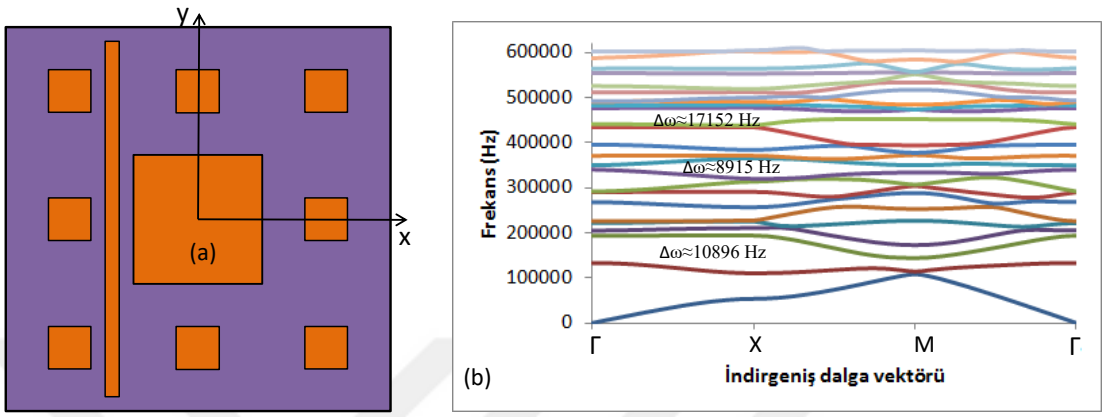
'1' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.17. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_9-\omega_8=318394-296118=22276$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{11}-\omega_{10}=359749-345817=13932$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{13}-\omega_{12}=370791-383747=7044$ Hz bant aralıkları Şekil 4.17. (b)'de görülmektedir.



Şekil 4.17. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

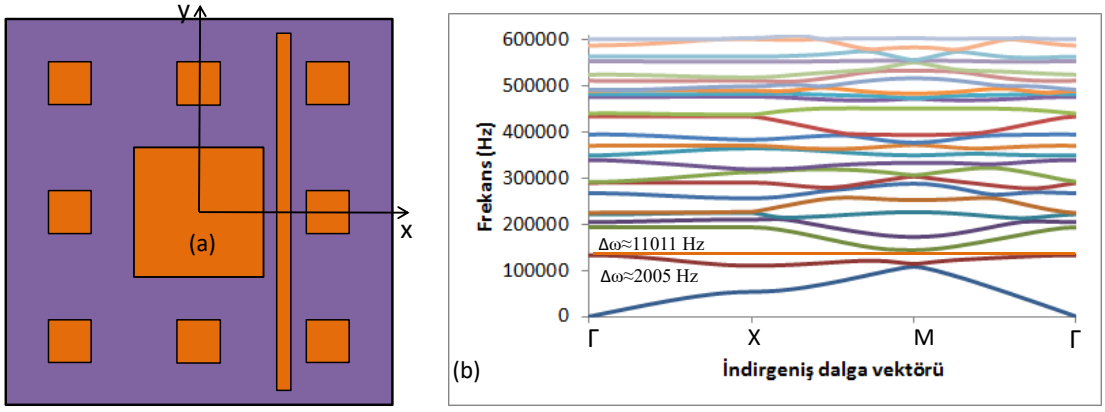
'2' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.18. (a)'da

gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega3-\omega2=144025-13312996118=10896$ Hz, $\Delta\omega=\omega11-\omega10=349213–340298=8915$ Hz ve $\Delta\omega=\omega16-\omega15=469123-451971=17152$ Hz bant aralıkları Şekil 4.18. (b)'de görülmektedir.



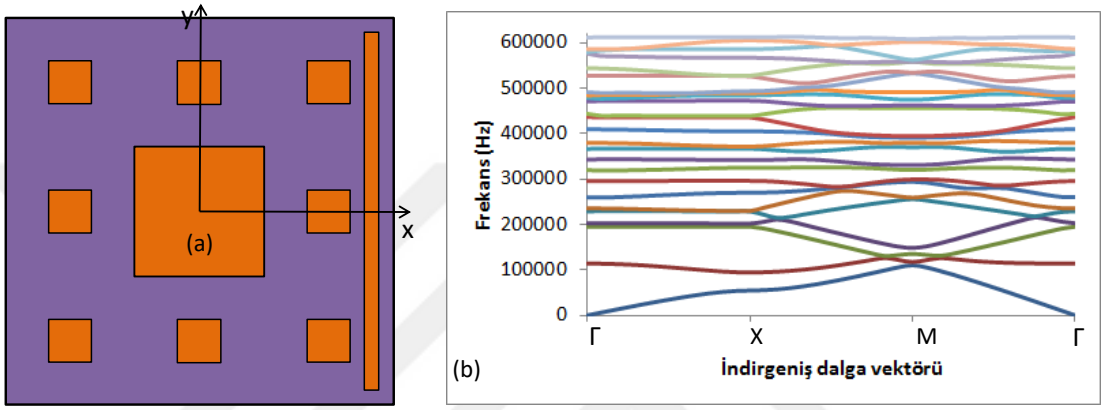
Şekil 4.18. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '2' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'3' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.19. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=120462-100994=19468$ Hz, $\Delta\omega = \omega_7-\omega_6 = 234572 – 222828 = 11744$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=389839-378525=11314$ Hz bant aralıkları Şekil 4.19. (b)'de görülmektedir.



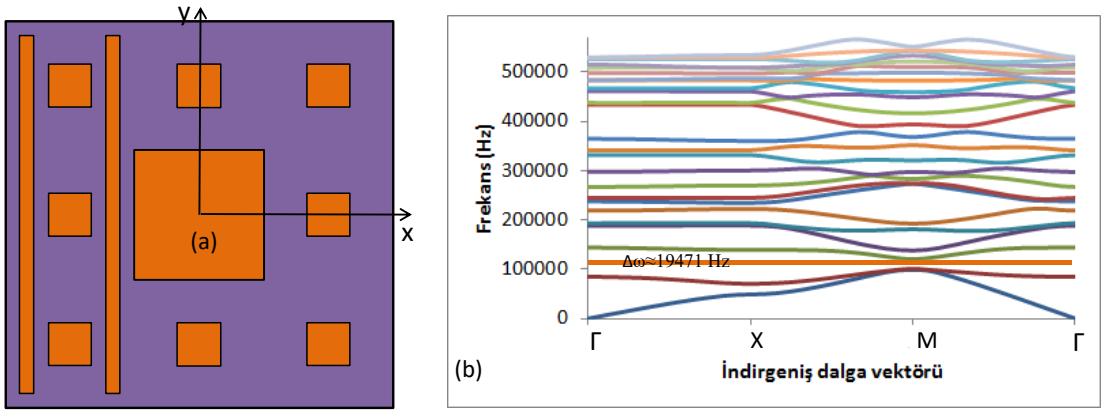
Şekil 4.19. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '3' konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

‘4’ konumunda bir LiNbO3 dikdörtgen çubuğun oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.20. (a)’da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=120462-100994=19468$Hz, $\Delta\omega = \omega_{11}-\omega_{12} = 359759 - 345816 = 13943$Hz ve $\Delta\omega=\omega_{13}-\omega_{12}=390819-383753=7066$ Hz bant aralıkları Şekil 4.20.(b)’de görülmektedir.



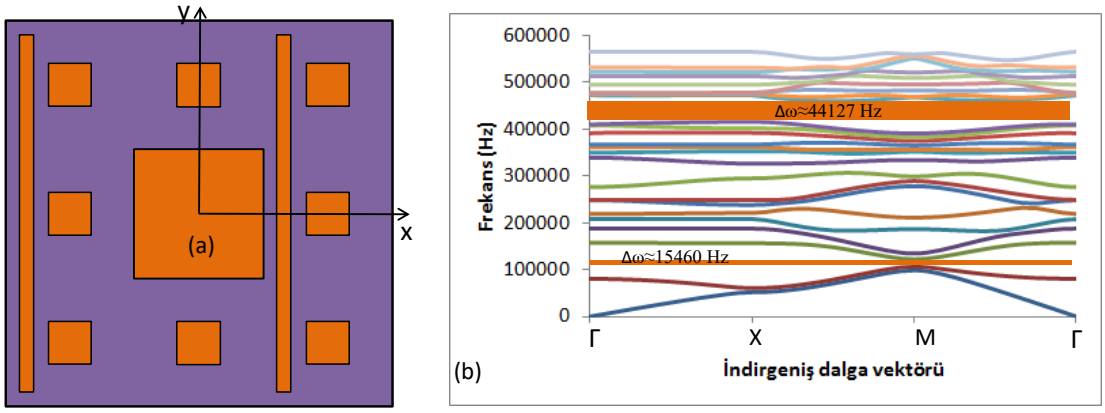
Şekil 4.20. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey ‘4’ konumunda bir $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

‘1-2’ konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.21. (a)’da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=120464-100993=19471$ Hz, $\Delta\omega = \omega_7-\omega_6 = 234573 - 222835 = 11738$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{11}-\omega_{10}=316097-304573=11524$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=389832-378526=11306$ Hz bant aralıkları Şekil 4.21. (b)’de görülmektedir.



Şekil 4.21. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

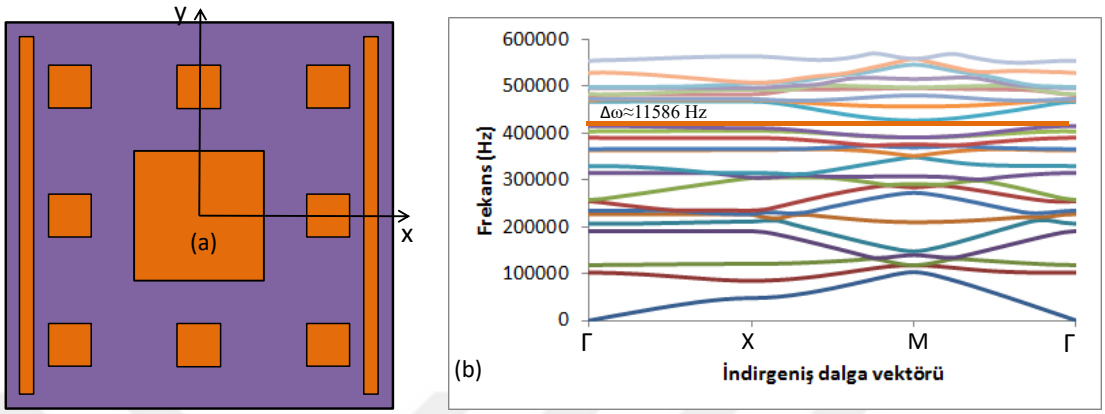
'1-3' konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.22. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=122174-106714=15460$ Hz, $\Delta\omega = \omega_{10}-\omega_9 = 326560 - 306730 = 19830$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{11}-\omega_{10}=347786-339252=8534$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=459951-415824=44127$ Hz bant aralıkları Şekil 4.22. (b)'de görülmektedir.



Şekil 4.22. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-3' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

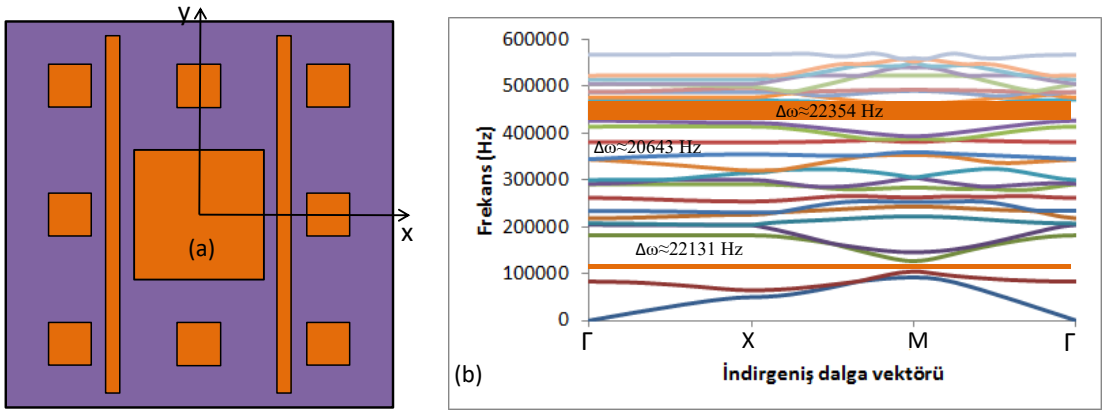
'1-4' konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.23. (a)'da

gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}$=427018-415432=11586Hz ve $\Delta\omega=\omega_{20}-\omega_{19}$=480634-480574 = 60 Hz bant aralığı Şekil 4.23. (b)'de görülmektedir.



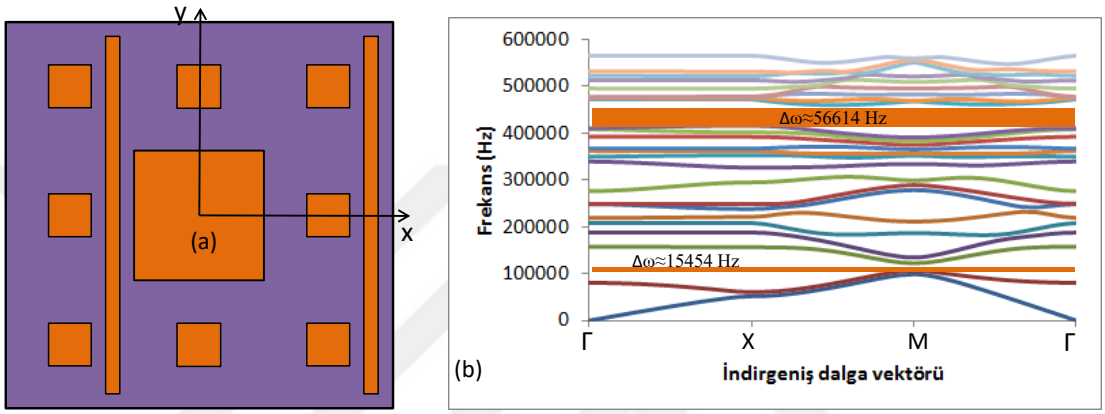
Şekil 4.23. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'2-3' konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.24. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2$=126861-104730=22131Hz, $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}$=380334-359691= 20643 Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}$=449172-426818=22354 Hz bant aralığı Şekil 4.24. (b)'de görülmektedir.



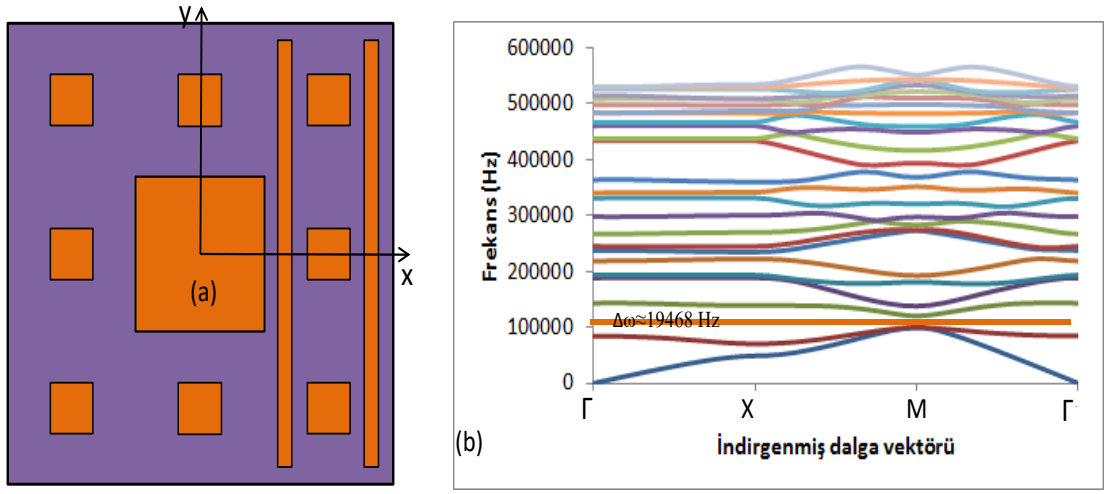
Şekil 4.24. (a) Hava ortamı içinde LiNbO3 kare çubukların ve dikey '2-3' konumunda iki LiNbO3 dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

‘2-4’ konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.25. (a)’da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega3-\omega2=$ 122182-106728=15454 Hz, $\Delta\omega=\omega10-\omega9=$326618-306741= 19877 Hz, $\Delta\omega=\omega11-\omega10=$347839-339540= 8299 Hz ve $\Delta\omega=\omega17-\omega16=$472521-415907=56614 Hz bant aralığı Şekil 4.25. (b)’de görülmektedir.



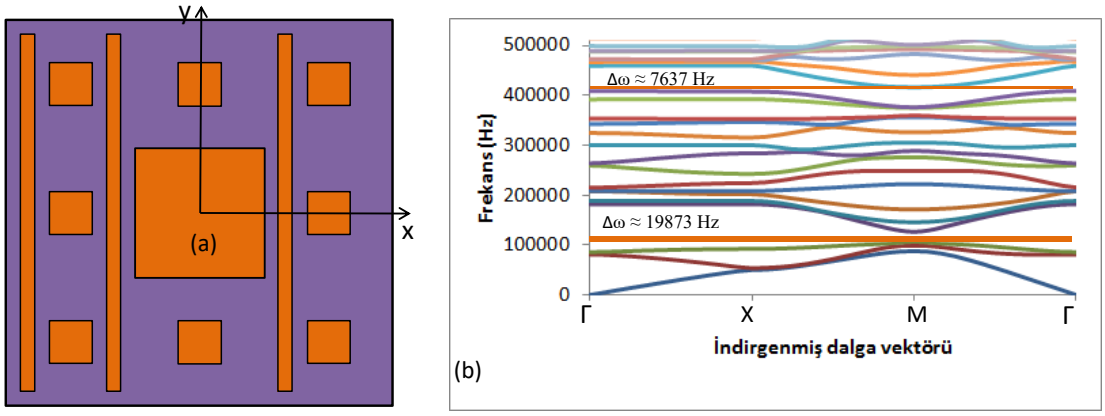
Şekil 4.25. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey ‘2-4’ konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

‘3-4’ konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.26. (a)’da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=$120462-10094=19468 Hz, $\Delta\omega=\omega_7-\omega_6=$234572-222828= 11744 Hz, $\Delta\omega=\omega_{12}-\omega_{11}=$340130-331548=8582 Hz ve $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=$389839-378525=11314 Hz bant aralığı Şekil 4.26. (b)’de görülmektedir.



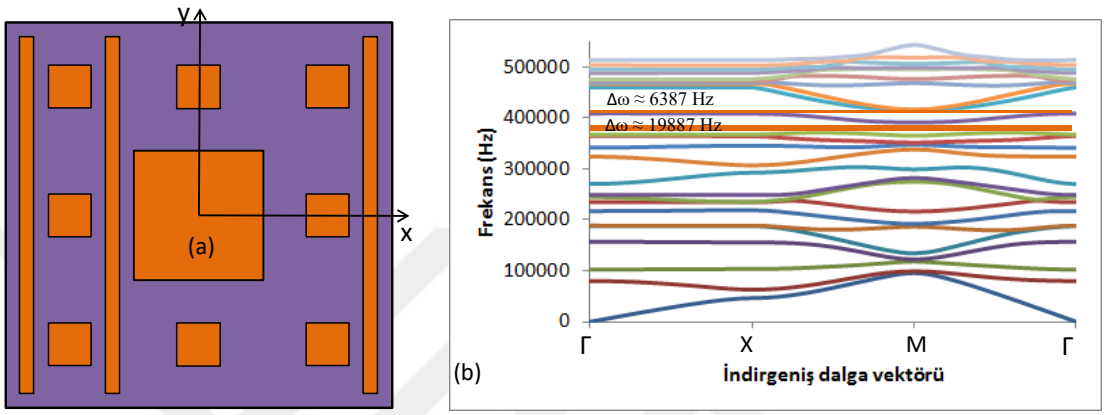
Şekil 4.26. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '3-4' konumunda iki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'1-2-3' konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.27. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_4-\omega_3=126608-106735=19873$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{12}-\omega_{11}=336518-291067=45451$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{15}-\omega_{14}=375119-359687=15432$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=416358-408721=7637$ Hz bant aralığı Şekil 4.27. (b)'de görülmektedir.



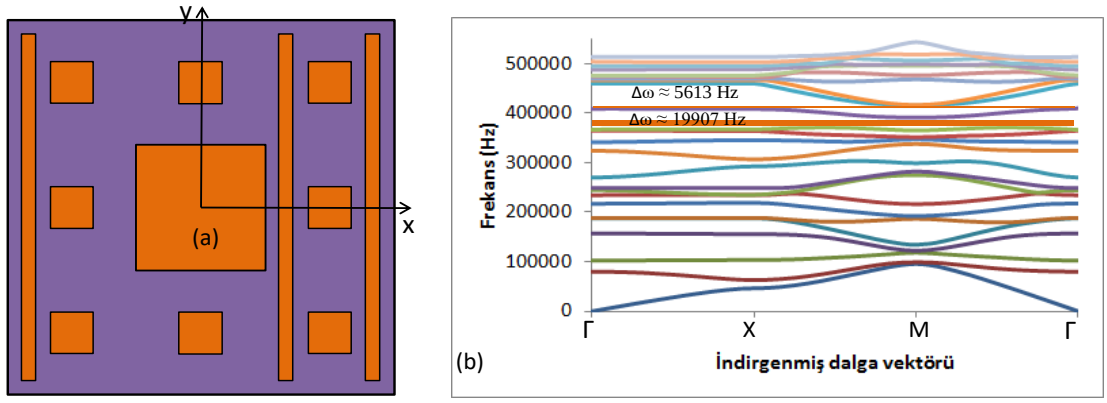
Şekil 4.27. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2-3' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'1-2-4' konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.28. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=102330-98893=3437$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{16}-\omega_{15}=391013-371126=19887$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=415281-408894=6387$ Hz bant aralığı Şekil 4.28. (b)'de görülmektedir.



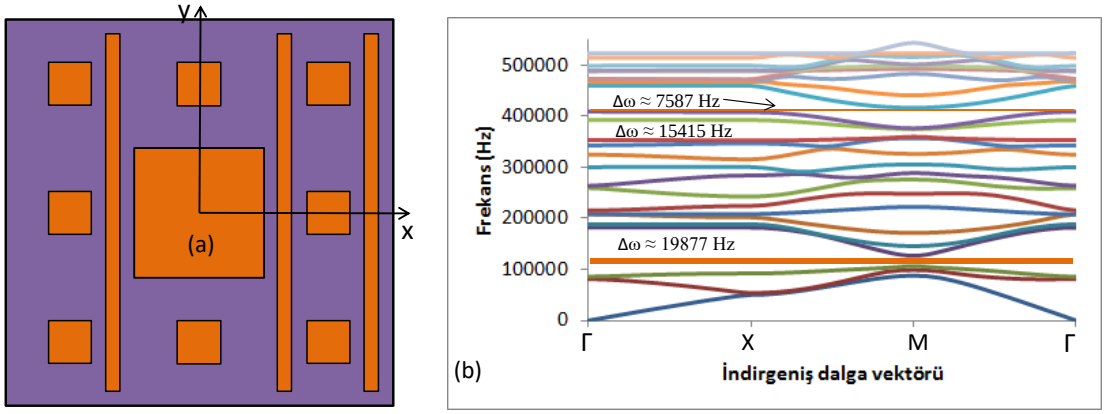
Şekil 4.28. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2-3' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı.

'1-3-4' konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.29. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=102295-98899=3396$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{16}-\omega_{15}=390989-371082=19907$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=415263-409650=5613$ Hz bant aralığı Şekil 4.29. (b)'de görülmektedir.



Şekil 4.29. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-3-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

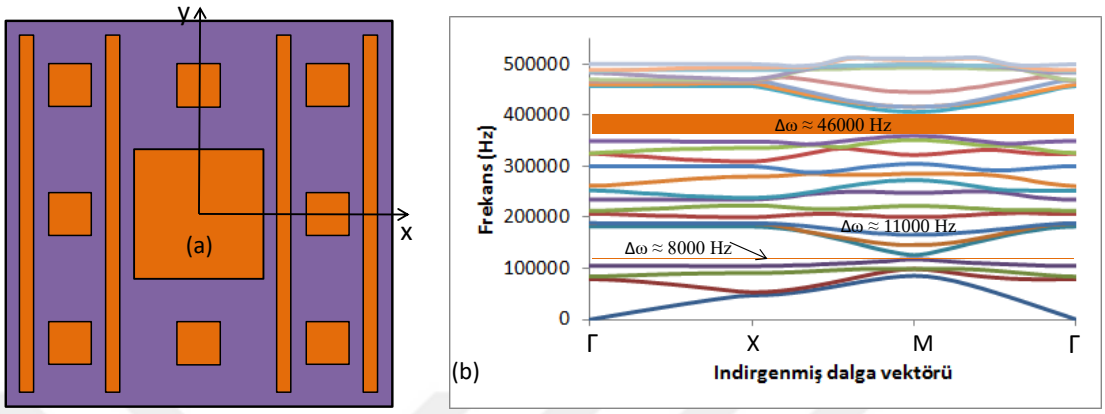
'2-3-4' konumunda LiNbO3 dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.30. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_4-\omega_3=126610-106733=19877$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{15}-\omega_{14}=375117-359702=15415$ Hz, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=416355-408768=7587$ Hz bant aralığı Şekil 4.30. (b)'de görülmektedir.



Şekil 4.30. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '2-3-4' konumunda üç $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

'1-2-3-4' konumunda $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal yapıyı ve buna ait akustik fononik bant yapısı Şekil 4.31. (a)'da gösterilmiştir. $\Delta\omega=\omega_5-\omega_4=126000-118000=8000$ Hz, $\Delta\omega=\omega_8-\omega_7=200000-$

189000=11000 Hz, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}$=406000-360000=46000 Hz bant aralığı Şekil 4.31. (b)'de görülmektedir.



Şekil 4.31. (a) Hava ortamı içinde $LiNbO_3$ kare çubukların ve dikey '1-2-3-4' konumunda dört $LiNbO_3$ dikdörtgen çubukların oluşturduğu yarı-Sierpinski Halı Fraktal kare örgü. (b) ilgili yapıya ait fononik bant yapısı

Teorik hesaplamalardan görüldüğü gibi Sierpinski Halı Fraktal yapıya dikdörtgen çubuk veya çubukların eklenmesi bant yapılarında ciddi değişimler oluşturmuştur. Yarı fraktal yapıların en önemli avantajlarından bir tanesi, yapı içersindeki doldurma oranının örgü parametresi değiştirilmeden arttırılabilmesidir. Kristalde doldurma oranı *ff* = $A_{yapı}$ / $A_{örgü}$ ile belirlenir. Burada $A_{örgü}$ kare örgünün alanını, $A_{yapı}$ ise örgü içersinde tanımlanmış olan yapıların alanıdır. $A_{yapı}$ görüleceği üzere örgü içindeki büyük karenin alanı, sekiz adet daha küçük karenin alanı ve eklenen her bir dikdörtgen çubuğun alanlarının toplamı olmaktadır. Genel olarak beklenti, doldurma *ff* oranındaki artışların bant genişliklerinin artmasına neden olacağı yönündedir. Hesaplamalar bunun her zaman geçerli olmadığını göstermiştir. Maksimum *ff* doluluk oranı, Sierpinski fraktaline dört dikdörtgen şekilli çubuğun yatay veya dikey konumda yapıya eklendiği durumdur. Ancak maksimum bant genişliği maksimum doluluk oranı sağlandığında oluşmamıştır.

'1-2-3-4' yatay konumdaki dikdörtgen çubukların olduğu konumda 17.nci ve 16.ncı modlar arasındaki maksimum bant genişliği $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}$=406000-360000=46000 Hz, '1-2-3-4' dikey konumdaki dikdörtgen çubukların olduğu

konumda 17.nci ve 16.ncı modlar arasındaki maksimum bant genişliği $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=406000-360000=46000$ Hz olarak bulunmuştur. Doluluk oranının maksimum olduğu durum için, maksimum bant genişliği yatay ve dikey durumlar için eşit olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte '1-2-3-4' yatay konumdaki dikdörtgen çubukların olduğu konum için diğer bantların daha geniş formda olduğu bulunmuştur.

En geniş akustik bant aralığı '2-4' dikey konumunda $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=472521-415907=56614$ Hz değerinde elde edilmiştir,. İkinci en geniş bant aralığı çubukların '2-4' yatay konumu için, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=461000-410000=51000$ Hz olarak bulunmuştur. Bu yapılarda 17.nci ve 16.ncı modlar arasında en geniş bant aralığı oluşturmuştur.

Üçüncü en geniş bant aralığı ise çubukların '1-3' yatay konumu için, $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=461000-411000=50000$Hz olarak bulunmuştur. Maksimum bantlar 17.nci ve 16.ncı modlar arasında gözlemlenmiştir. Benzer şekilde '1-3' dikey konum için dördüncü en geniş tam bant aralığı $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=459951-415824=44127$ Hz değerinde elde edilmiştir. Burada da görüldüğü gibi 17.nci ve 16.ncı modlar arasında oldukça geniş bant aralığı oluşmuştur.

'2-3' yatay konumunda yer alan $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuklar $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=127000-105000=22000$Hz, $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=387000-360000=27000$Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=448000-427000=21000$Hz band aralıklarına, '2-3' dikey konumundaki $LiNbO_3$ dikdörtgen çubuklar ise. $\Delta\omega=\omega_3-\omega_2=126861-104730=22131$Hz, $\Delta\omega=\omega_{14}-\omega_{13}=380334-359691=20643$ Hz ve $\Delta\omega=\omega_{17}-\omega_{16}=449172-426818=22354$ Hz bant aralıklarına sahiptir. Bu yatay ve dikey konumdaki çubuklarda dördüncü en geniş bant aralıklarına sahiptir. Her iki yapıdaki gözlenen bantlar da aynı mod seviyelerinde ortaya çıkmıştır.

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, iki boyutlu gaz-katı formundaki metamateryal bir yapının karakteristik bant yapıları incelenmiştir. Önerilen yapıda, hava ortamı içinde yer alan kare ve dikdörtgen şeklindeki $LiNbO_3$ malzemenin akustik dalga yayılımını modellenmiştir. Kare örgü olarak modellenen kristal içerisinde oluşturulan yapı, periyodik özelliklere sahip olduğundan, Bloch periyodik sınır şartları sisteme uygulanarak yapı içerisinde hangi frekansların yayılımının izinli olduğu nümerik olarak Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method-FEM) ile araştırılmıştır.

Sonuç olarak, iki boyutlu hava ortamı içinde oluşturulan $LiNbO_3$ malzemeli Sierpinski Halı Fraktal yapıya yatay ve dikey dikdörtgen $LiNbO_3$ çubuklar eklenerek yarı fraktal formda Sierpinski Halı deseni elde edilerek bant yapılarındaki olası tüm değişimler dikdörtgen çubukların konumuna göre incelenmiştir. Normal Sierpinski Halı Fraktal yapıda gözlenmeyen tam bant aralıkları, oluşturulan yarı fraktal yapıda geniş bant aralıkları olarak bulunmuştur. Bu bant yapılarındaki değişim sonlu fark metodu ile teorik olarak incelenmiştir. Optimizasyonlar ve Sierpinski yapısındaki uygun fraktal sıranın yani fraktal derecesinin seçimi daha yüksek mertebeli yarı fraktal yapı oluşumu ortaya çıkaracağından ayarlanabilir alt dalga boyları tasarlamak için seçilebilir.

Hava/$LiNbO_3$ formundaki metamateryal malzemenin oluşturduğu fononik kristalin akustik dalga yayılımına karşı gösterdiği davranış ω ve k uzayında Sonlu Elemanlar Yöntemiyle nümerik olarak bulunmuş ve hesaplama sonucunda elde edilen $\omega(k)$ dispersiyon verileri, Γ-X-M-Γ yolu boyunca k dalga vektörüne karşı çizilerek hava/$LiNbO_3$ formundaki yarı fraktal yapının akustik bant grafikleri elde edilmiştir. Burada akustik dalgaların hava-katı malzeme içerisindeki yayılımı farklı yarı fraktal yapılar oluşturularak incelenmiş ve bunun sonucunda Γ-X-M-Γ simetri noktaları boyunca tam akustik bantlar elde edilmiştir. Elde edilen bant yapıları fononik kristallerin dalga kılavuzu ve rezonatör olarak kullanılmasını ya da entegre cihaz tasarımlarına öncülük yapabileceği fikrini ortaya çıkarmaktadır. Önerilen yarı

fraktal yapı aynı zamanda sensör tasarımı, titreşim sönümleme, gürültü önleme, akustik perdeleme gibi yalıtıma ihtiyaç duyulan durumlar için ilgi çekici özelliklere sahiptir. Önerilen yarı fraktal yapı, fononik kristal boyutu değiştirilmeden, sadece dikdörtgen çubukları farklı konumlara ekleyerek bant yapı genişliklerinin ayarlanabileceğini göstermiştir. Bu yarı fraktal yapılardaki ilginç durum, değiştirilebilir ve ayarlanabilir bant genişlikleri anlamına gelmektedir.

Bu çalışma, ileride farklı örgü yapılarıyla, farklı malzemelerle, akustik (gaz/katı) veya elastik dalga (katı/katı) modellemeleriyle tasarlanarak modellemeye veya malzemeye bağlı olarak geliştirilebilir. Bu çalışmada hava malzemesi matris olarak kullanıldığında maliyeti olmayan masrafsız bir malzemedir. Bundan dolayı ortam malzemesi olarak hava ortamı muhafaza edilip, $LiNbO_3$ yerine yüksek yoğunluklu başka malzemeler saçıcı malzeme olarak kullanılabilir. Saçıcı malzeme olarak piezoelektrik özelliğe sahip PVDF (Poli-vinilidin-klorür), Baryum Titanat ($BaTiO_3$), Kuartz (SiO_2) gibi piezoelektrik malzemeler kullanılabileceği gibi Titanyum gibi yüksek yoğunluğa sahip malzemelerde kullanılabilir. Ancak piezoelektrik malzemeler mekanik bir basınca maruz kaldığında elektrik akımı oluşturmakta veya elektrik akımı verildiğinde mekanik tepki verdiğinden bant yapılarında ilginç durumlarda gösterebilir.

Yarı-Sierpinski halı birim hücrelerinde çoklu bant aralığı özelliği, doldurma oranındaki artıştan ziyade dikdörtgen çubukların konumuna bağlı olarak çok daha belirgin ve geniş olduğu gözlenmiştir.

KAYNAKLAR

BLAKEMORE, J.S., 1985, Solid State Physics, Cambridge University Press, Malta, 69s.

CASTINEIRA-IBANEZ, S., ROMERO-GARCIA, V., SANCHEZ-PEREZ J. V. ve GARCIA-RAFFI, L. M., 2010. Overlapping of Acoustic Band Gaps Using Fractal Geometries, Europhysics Letters, 92(2): 24007.

CASTINEIRA-IBANEZ, S., RUBIO, ROMERO-GARCIA, V., SANCHEZ-PEREZ, J. V. ve GARCIA-RAFFI, L. M., 2012. Design, Manufacture and Characterization of an Acoustic Barrier Made of Multi-Phenomena Cylindrical Scatterers Arranged in a Fractal-Based Geometry Archives of Acoustics, 37(4): 455–462.

DEMİRCİ, F., OLTULU, O.,PALAZ, S.,MAMEDOV, A.M., ve ÖZBAY, E., 2020. Band Gap Structure of a Ferroelectric LiNbO3 Based 2D-Phononic Crystal. IENSC 2020 5th International Engineering and Natural Sciences Conference Diyarbakır, s.443-444.

GARCIA-VIDAL, F. J., MARTÍN-MORENO, L., ve PENDRY, J. B., 2005. Surfaces with holes in them: new plasmonic metamaterials Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 7:S97–S101.

GOFFAUX C. ve SANCHEZ-DEHESA, J., 2003. Two-dimensional phononic crystals studied using a variational method: Application to Lattices of Locally Resonant Materials. Physical Review B 67:144301.

GOFFAUX, C. ve VIGNERON, J. P., 2001. Theoretical study of a tunable phononic band gap system. Physical Review, B 64: 75118.

IYABLONOVİTCH, E., 1987. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics. Physical Review Letters, 58: 2059.

IBACH, H. ve LUTH, H., 1991, Solid-State Physics, Springer-Verlag, Berlin, 30s.

KAFESAKİ, M., SİGALAS, M. M. ve ECONOMOU, E. N., 1995. Elastic Wave Band Gaps in 3-D Periodic Polymer Matrix Composites. Solid State Communications 96(5): 285-289.

KINSLER, E.L., FREY,R.A.,COPPENS, A.B. ve SANDERS, V.J.,1982, John Wiley and Sons, Inc.,USA.,119s ve 123s.

KUNIN, V., YANG, S., CHO, Y., DEYMIER, P. ve SROLOVITZ, D. J., 2016. Static and Dynamic Elastic Properties of Fractal-Cut Materials. Extreme Mechanics Letters, 6: 103-114.

KUO, N. K., ve PIAZZA, G., 2010. Evidence of Acoustic Wave Focusing in a Microscale 630 MHz Aluminum Nitride Phononic Crystal Wave Guide. Materials Science, 2010 IEEE International Frequency Control Symposium, 1-4 June, Newport Beach, CA, USA, 530-533.

KUSHWAHA, M. S., HALEVI, P., DOBRZYNSKI L. ve DJAFARI-ROUHANI, B., 1993. Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites. Physical Review Letters 71: 2022.

LEE, D., KIM, M. ve RHO, J., 2019. A Finite Element Method Towards Scoustic Phononic Crystals by Weak Formulation. Journal of Physics: Condensed Matter, 31(37):375901.

LEROY, V., BRETAGNE, A., FINK, M., WILLAIME, H., TABELING, P. ve TOURIN, A., 2009. Design and Characterization of Bubble Phononic Crystals. Applied Physics Letters, 95: 171904.

LI, J. ve CHAN, C. T., 2004. Double-Negative Acoustic Metamaterial. Physical Review E 70: 055602(R).

MAKSIMOVIĆ, M. ve JAKŠIĆ, Z., 2005. Modification of Thermal Radiation by Periodical Structures Sontaining Negative Refractive Index Metamaterials. Physics Letters A 342: 497–503.

MOUSANEZHAD, D., BABAEE, S., GHOSH, R., MAHDI, E., BERTOLDI K. ve VAZİRİ, A., 2015. Honeycomb Phononic Crystals with Self-Similar Hierarchy. Physical Review, B 92: 104304.

NORRIS, R. C., HAMELA, J. S. ve NADEAU, P., 2008. Phononic Band Gap Crystals with Periodic Fractal Inclusions Theoretical Study Using Numerical Analysis. Journal of Applied Physics, 103: 104908.

OZER, Z., PALAZ, S., MAMEDOV, A. M. ve OZBAY, E., 2020. Band Structure and Transmission Spectra in Multi Ferroic-Based Sierpinski-Carpet Phononic Crystal. The European Physical Journal Applied Physics, 90(2): 20902.

PALAZ, S., OZER, Z., MAMEDOV, A. M. ve OZBAY, E., 2020. Ferroelectric Based Fractal Phononic Crystals: Wave Propagation and Band Structure. Ferroelectrics, 557: 85–91.

PALAZ, S., OZER, Z., AHUNDOV, C., MAMEDOV, A.M. ve OZBAY, E., 2019. Multiferroic based 2D phononic crystals: Band structure and wave propagations, Ferroelectrics, 544:1, 88-95

PALAZ, S., OLTULU, O., MAMEDOV, A.M. ve OZBAY, E., 2017. AVBVICVII ferroelectrics as novel materials for phononic crystals, Ferroelectrics, 511:1, 12-21.

PSAROBAS, I. E., STEFANOU, N. ve MODINOS, A., 2000. Scattering of elastic waves by periodic arrays of spherical bodies. Physical Review B 62: 278.

SMITH, D. R., PENDRY, J. B. ve WILTSHIRE, M. C. K., 2004. Metamaterials and Negative Refractive Index. Science, 305: 788–792.

SIGALAS, M. M. ve ECONOMOU, E. N., 1992. Elastic and Acoustic-Wave Band-Structure. Journal of Sound Vibrations 158(2): 377-382.

SIGALAS, M. ve ECONOMOU, E. N., 1993. Band Structure of Elastic Waves in Two-Dimensional Systems. Solid State Communications 86(3), 141-143.

SIGALAS, M. M., 1998. Defect States of Acoustic Waves in a Two-Dimensional Lattice of Solid Cylinders. Journal of Applied Physics 84: 3026.

SONG, G. Y., HUANG, B., YUAN, DONG, H. Y., CHENG, Q. ve CUI., T. J., 2016. Broadband Focusing Acoustic Lens Based on Fractal Metamaterials. Scientifi Reports, 6:35929.

SUN, J.-H. ve WU, T.-T., 2007. Propagation of Acoustic Waves in Phononic-Crystal Plates and Waveguides Using a Finite-Difference Time-Domain Method. Physical Review B 76; 104304.

TANAKA, Y. ve TAMURA, S.-I., 1998. Surface Acoustic Waves in Two-Dimensional Periodic elastic Structures. Physical Review B 58; 7958.

VASSEUR, J. O., DEYMIER, P. A., CHENNI, P., DJAFARI-ROUHANI, B., DOBRZYNSKI, L. ve PREVOST, D., 2001. Experimental and Theoretical Evidence for the Existence of Absolute Acoustic Band Gaps in Two-Dimensional Solid Phononic Crystals. Physica Review Letters, 86: 3012.

WARREN, B.E. ,1990, X-Ray Diffraction, Dover Publications Inc., Mineola, N.Y., 15s.

XIAO-JIAN, L. ve YOU-HUA, F., 2013. Band Structure Characteristics of T-Square Fractal Phononic Crystals. Chinese Physics B, 22(3): 036101.

YAN, Z.-Z., ZHANG, C. ve WANG, Y.-S., 2013. Elastic Wave Localization in Layered Phononic Crystals With Fractal Superlattices. Journal of Vibration and Acoustics, 135(4): 041004.