mühendislikdergisi
Dicle Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
Cilt: 8, Sayı: 3,563-574
Temmuz 2017

PID tip denetleyiciler kullanılarak yapılan bir ters sarkaç stabilizasyonunun performans analizi

Fuat PEKER[*,1], İbrahim KAYA[1],

[1] *Dicle Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır*

Makale Gönderme Tarihi: 15.01.2017 Makale Kabul Tarihi: 20.02.2017

Öz

Bu çalışmada, bir ters sarkaç sisteminin PID denetleyiciler kullanılarak stabilizasyonu amaçlanmıştır. Ters sarkaç, kontrol mühendisliği ve robotik alanlarında kullanılan temel ölçütlerden biridir. Sistem iyi bilinen bir tek giriş-çok çıkışlı (single-input multiple-output, SIMO) sistem örneğidir. Çalışmada, PID denetleyiciler kullanılarak bir arabaya bağlı sarkacın, araba istenilen bir yörüngeyi takip ederken, yukarı pozisyonda dengede kalması sağlanmıştır. Araba-sarkaç sistemini kontrol etmek için kullanılan PID denetleyicilerin ayar parametreleri, kutup yerleştirme metodu kullanılarak elde edilmiştir. Tasarlanan kontrol sistemine ait hem bilgisayar simülasyonu hem de gerçek zamanlı uygulama sonuçları sarkaç açısı ve araba pozisyonu için ayrı ayrı verilmiştir. PID denetleyiciler kullanılarak yapılan araba-sarkaç sisteminin kontrolüne ait performans analizi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Ters sarkaç; Stabilizasyon; Yörünge takip kontrolü; PID denetleyiciler; Tek giriş-çok çıkışlı (SIMO) sistemler;*

[*]Yazışmaların yapılacağı yazar: Fuat PEKER. fuat.peker@*dicle.edu.tr*; Tel: (412) 241 10 00 (3639)

Giriş

Ters sarkaç, kontrol mühendisliği alanında kullanılan en popüler ölçütlerden biridir. Kontrol teorisinin temellerini öğretmek maksadıyla kullanılan eğitim amaçlı bir sistem olmasının yanı sıra; kontrol tekniklerinin üzerinde test edilebileceği iyi bir mekanizmadır. Ters sarkaç sistemi aynı zamanda iyi bilinen bir eksik tahrikli mekanik sistem (underactuated mechanical system, UMS) örneğidir. Eksik tahrikli mekanik sistemler robotik alanında yaygın bir şekilde kullanılır ve bu sistemlerin temel özelliği, serbestlik derecesinden daha az sayıda eyleyiciye sahip olmalarıdır (Liu ve Yu, 2013). Ters sarkaç kararsız ve doğrusal olmayan bir yapıya sahiptir. Bu yapısından ötürü oldukça ilgi çekici bir sistemdir ve kontrol mühendisliği çalışmalarında sıklıkla ele alınmaktadır. Ters sarkacı daha ilgi çekici hale getiren bir diğer önemli özelliği ise depremölçerler, insansı robotlar, uçaklar ve roketler gibi birçok yeni teknolojinin temelini oluşturmasıdır (Nasır, 2007; Yazıcı ve Karamancıoğlu, 2009). Ters sarkaç sistemi bir girişe ve iki çıkışa sahiptir; sistemin tek girişi kuvvet olup, çıkışları sarkaç açısı ve sarkacın bağlı olduğu arabanın pozisyonudur. Bu yüzden ters sarkaç, tek giriş-çok çıkışlı (single-input multiple-output, SIMO) bir sistem örneğidir (Subbotin, 2004).

Literatürde birbirinden farklı birçok ters sarkaç yapısı ile karşılaşılabilir. Çift ters sarkaç (Furuta vd., 1978), döner tek kollu sarkaç (Åström ve Furuta, 2000) ve araba-ters sarkaç (Yoshida, 1999) yapıları akademik çalışmalarda en yaygın kullanılan ters sarkaç türlerdir. Daha az popüler olan ters sarkaç yapıları ise dörtlü ters sarkaç (Li vd., 2002), paralel tipte çift ters sarkaç (Tsai ve Shen, 2007), 3 boyutlu ya da küresel sarkaç (Shen vd., 2004), döner iki bağlantılı sarkaç (Bortoff, 1996) ve üçlü ters sarkaçtır (Furuta vd., 1984). Bu çalışmada araba-ters sarkaç yapısı kullanılmıştır.

Literatürde ters sarkaç ile ilgili birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmaların çoğu ters sarkacın stabilizasyonu yani sarkacın yukarı konumda dengede tutulması ile ilgilidir. Doğrusal, doğrusal olmayan ve akıllı kontrol yöntemlerinden oluşan çeşitli teknikler ters sarkaç sistemine uygulanmıştır. Oransal-integral-türev (proportional-integral-derivative, PID) ve doğrusal kuadratik regülatör (linear quadratic regulator, LQR) kontrol metotları, ters sarkaç sistemine uygulanan temel doğrusal kontrol yaklaşımlarıdır (Gopikrishnan vd., 2012; Mishra ve Chandra, 2014; Shehu vd., 2016; Wang, 2011). Kayan kipli kontrol (sliding mode control, SMC) ve geri adımlamalı kontrol yaklaşımları, ters sarkacın stabilizasyonu için yaygın olarak kullanılan doğrusal olmayan kontrol yöntemleridir (Elsayed vd., 2014; Rudra ve Barai, 2012). Uyarlamalı sinirsel bulanık çıkarım sistemi (adaptive neuro fuzzy inference system, ANFIS), yapay sinir ağları, genetik algoritmalar ve bulanık mantık gibi akıllı kontrol yaklaşımları da sarkacın dikey (ters) konumda dengede tutulması için kullanılmaktadır (El-Nagar vd., 2014; Kharola vd., 2016; Tatikonda vd., 2010). Yukarıda verilen referanslardan da anlaşılacağı üzere, sarkacın kararsız, dikey (ters) konumda dengede tutulabilmesi için birçok kontrol tekniği kullanılmıştır. Bu çalışmada, PID denetleyiciler kullanılarak bir arabaya bağlı sarkacın araba istenilen bir yörüngeyi takip ederken, dikey konumda düşmeden dengede kalabilmesi çalışılmıştır. Ayar parametreleri kutup yerleştirme metodu kullanılarak elde edilen PID denetleyiciler, bir tek giriş-çok çıkışlı sistem tasarımı yaklaşımı içerisinde kullanılarak, hem sarkaç açısının hem de araba pozisyonunun kontrol edilebilmesi sağlanmıştır. PID denetleyiciler kullanılarak yapılan araba-ters sarkaç sisteminin kontrolüne ait performans analizi hem bilgisayar simülasyonu hem de gerçek zamanlı uygulama sonuçlarına göre yapılmıştır. Bu çalışma yazarların daha önce bir konferansta sundukları çalışmanın genişletilmiş halidir (Peker ve Kaya, 2016). Söz konusu çalışmada PID denetleyicilerin ayar parametreleri İntegral Performans Kriteri ile hesaplanmıştır. Ancak, bu metot ile elde edilen PID ayar parametreleri araba-sarkaç sisteminin

gerçek zamanlı denetimi için uygun olmadığından, bu çalışmada kutup yerleştirme metodu ile PID ayar parametrelerinin elde edilmesi verilmiştir. Ayrıca, söz konusu çalışmada yalnızca simülasyon sonuçları verilmişken, burada gerçek zamanlı uygulama sonuçları da verilmiştir.

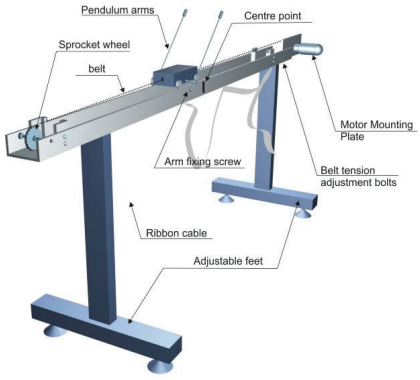
Çalışmanın geri kalan kısmı şu şekilde düzenlenmiştir: Sistemin yapısı ve modellenmesi, araba-sarkaç sistemi bölümünde verilmiştir. Kutup yerleştirme yöntemine göre tasarlanan PID denetleyiciler ve bunların sisteme uygulanması, PID denetleyicilerin tasarımı bölümünde ele alınmıştır. Sonuçlar kısmında, araba-ters sarkaç sisteminin kapalı çevrim kontrolüne ait bilgisayar simülasyonu ve gerçek zamanlı uygulama sonuçları verilmiş olup; sistemin kontrolüne ait performans analizi, hem bilgisayar simülasyonundan hem de gerçek zamanlı uygulamadan elde edilen verilere göre ayrı ayrı yapılmıştır.

Araba-sarkaç sistemi

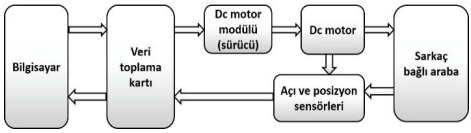
Sistemin yapısı

Bu çalışmada, Feedback Instruments firması tarafından üretilen araba-sarkaç deney seti kullanılmıştır (Feedback Instruments Ltd.). Araba-sarkaç setinde bir araba ve ona bağlı iki tane sarkaç kolu bulunmaktadır. Araba 1 metre uzunluğundaki ray boyunca hareket edebilmekte ve ona bağlı sarkaç kolları da serbestçe dönebilmektedir. Set, arabaya bağlı bir kemeri çekerek arabanın ileri geri hareket etmesini sağlayan bir dc motora sahiptir. Arabanın hareket ettirilmesi sarkaç kollarının salınım yapmasına neden olmaktadır. Araba-sarkaç deney setinin yapısı Şekil 1'de gösterilmektedir.

Arabaya uygulanan kuvvetin değeri dc motora uygulanan voltajın değerinin değiştirilmesi ile ayarlanmaktadır. Sarkacın açısal konumunu ve ray üzerindeki arabanın pozisyonunu belirlemek için sistemde iki adet optik kodlayıcı kullanılmıştır. Sarkaç açısı ve araba konumu verileri kullanılarak dc motora uygulanan kontrol voltajının değeri ayarlanabilir ve böylece, ters sarkaç stabilizasyonu gerçekleştirilebilir (Feedback Instruments Ltd.). Araba-sarkaç deney setinin kontrol şeması Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Araba-sarkaç deney setinin yapısı



Şekil 2. Araba-sarkaç deney setinin kontrol şeması

Sistemin modellenmesi

Araba istenen bir yörüngeyi takip ederken sarkacın dik konumda dengede tutulabilmesi için araba-ters sarkaç sisteminin modellenmesi gerekmektedir. Araba-ters sarkaç sistemlerinin modellenmesi genellikle iki yaklaşıma dayanmaktadır: Fiziksel denklemleri kullanarak modelleme ve Matlab Sistem Tanımlama Aracı kullanarak modelleme (Feedback Instruments Ltd.).

Yaygın olarak kullanılan ilk yaklaşım, sistemlerin fiziksel denklemlerine dayanmaktadır. Bu yaklaşımda, hem sarkaç açısına hem de araba konumuna ait transfer fonksiyonlarını elde etmede fiziksel yasalar kullanır. Bu çalışmada kullanılan araba-sarkaç deney setinin çok karmaşık bir yapıya sahip olması nedeniyle, fiziksel denklemleri kullanarak sistem transfer fonksiyonlarının elde edilmesi uygun bir yaklaşım olarak

görülmemiştir. Bu yüzden, sisteme ait transfer fonksiyonlarının Matlab Sistem Tanımlama Aracı kullanılarak elde edilmesi üzerinde durulmuştur.

İkinci yöntem olan Matlab Sistem Tanımlama Aracı'nı kullanarak modellemede, sistemin transfer fonksiyonlarını elde etmek için sisteme ait giriş ve çıkış sinyalleri kullanılır. Sarkaç açısının ve araba konumunun transfer fonksiyonlarını elde etmek için, Matlab Sistem Tanımlama Aracı kullanılarak araba-sarkaç deney seti üzerinde birçok gerçek zamanlı modelleme çalışması yapılmıştır. Bu çalışmalar sonucunda sisteme ait birçok giriş-çıkış verisi elde edilmiştir. Toplanan giriş-çıkış verilerine göre, sarkaç açısı ve araba konumu için birçok transfer fonksiyonu bulunmuştur. Yapılan analizler sonucunda, bulunan transfer fonksiyonlarının gerçek sistem ile farklı uyuşma yüzdelerine sahip olduğu gözlenmiştir. Araba-ters sarkaç sistemlerinin modellenmesi ile ilgili literatür taraması yapıldığında, bu çalışmada ele alınan araba-sarkaç deney setinin başka bir çalışmada da kullanıldığı görülmüştür (Yüce ve Tan, 2013). Söz konusu çalışmada bulunan araba-ters sarkaç sistemine ait transfer fonksiyonları, daha önce tarafımızca elde edilmiş olan giriş-çıkış verileri ile test edilmiş ve bu transfer fonksiyonlarının gerçek sistemle daha iyi bir eşleşme yüzdesine sahip olduğu görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada, Yüce ve Tan (2013) tarafından bulunan (aşağıda verilen) transfer fonksiyonları kullanılmıştır.

$$G_{açı}(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{0.05803}{0.0009325s^2 - 0.1605} \qquad (1)$$

$$G_{pos}(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{-0.019652s + 0.7832}{s^2 + 0.4463s} \qquad (2)$$

Eşitlik (1), sarkaç açısının 0 rad civarındaki transfer fonksiyonudur ve bu transfer fonksiyonu için giriş sinyali *U* kontrol gerilimidir. Eşitlik (2), araba konumuna ait transfer fonksiyonudur ve *U* kontrol gerilimi bu transfer fonksiyonu için de giriş sinyalidir. Eşitlik (1) ve (2)'deki transfer fonksiyonlarının her ikisi de giriş olarak aynı sinyali kullanmaktadır; dolayısıyla, araba-ters sarkaç sisteminin, Şekil 3'de görüldüğü gibi, tek giriş-çok çıkışlı bir sistem olduğu görülmektedir.



Şekil 3. Tek giriş-çok çıkışlı araba-ters sarkaç sistemi

PID denetleyicilerin tasarımı

Kontrol teorisinde yeni teknikler geliştirilmiş olmasına rağmen, PID denetleyiciler kontrol mühendisliği problemlerinde hala yaygın olarak kullanılmaktadır. PID denetleyicilerin tasarım aşamasında ayarlanacak yalnızca birkaç parametreye sahip olması, birbirinden farklı süreçlerin kontrolünde iyi performans sunmaları ve çok farklı çalışma koşullarında sağlam bir şekilde çalışmaları gibi bazı özellikleri, onların süreç sanayinde kullanılmasını cazip hale getirmektedir. PID denetleyiciler genellikle aşağıda verilen transfer fonksiyonu ile ifade edilmektedir.

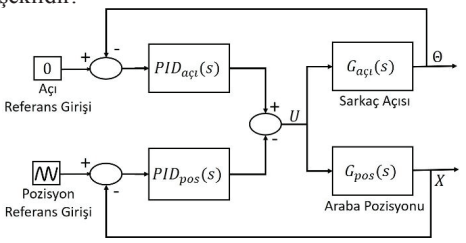
$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \qquad (3)$$

Eşitlik (3) ile verilen transfer fonksiyonunda; K_P oransal kazanç, K_i integral kazancı ve K_d türev kazancıdır. Buradan da anlaşılacağı üzere, bir PID denetleyici tasarlanırken ayarlanması gereken üç parametre vardır: K_P, K_i ve K_d. Literatürde, PID denetleyici parametrelerini belirlemek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir (Cohen ve Coon, 1953; Ziegler ve Nichols, 1995; Åström ve Hägglund, 1984).

Bu çalışmada PID denetleyiciler, sarkacın bağlı olduğu araba istenilen bir yörüngeyi takip ederken, sarkacın kararsız tepe konumda dengede tutulması için kullanılmıştır. Tasarım prosedürü şu şekildedir: İlk olarak, (1) ve (2)'de verilen transfer fonksiyonlarına göre sarkaç açısının ve araba konumunun ayrı ayrı kapalı çevrim kontrolü için birer adet PID denetleyici tasarlanmıştır. Ardından, bu iki PID denetleyici

Şekil 4'de gösterilen bir tek giriş-çok çıkışlı kontrol sistemi yaklaşımı içerisinde bir araya getirilmiştir.

Bu yaklaşımda, giriş kontrol sinyali *U,* sarkaç açısı ve araba konumuna göre ayarlanır. Sarkaç açısı için referans değer 0 radyandır; bu, sarkacın yukarı konumda dik bir şekilde tutulması anlamına gelir. Sarkacın bağlı olduğu araba için referans yörünge ise bir sinüs dalga şeklidir.



Şekil 4. Tek giriş-çok çıkışlı kontrol sistemi yaklaşımı

Şekil 4'de verilen kontrol sisteminde, hem sarkaç açısı hem de araba pozisyonu için kullanılan PID denetleyicilerin ($PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$) ayar parametrelerinin belirlenmesinde, kutup yerleştirme metodu kullanılmıştır. Bu metot, istenilen kapalı çevrim kutuplarının elde edilmesini sağlayan denetleyicinin belirlenmesi prensibine dayanır (Åström ve Hägglund, 1995). Araba-sarkaç setinin fiziksel özellikleri dikkate alındığında, hem sarkaç açısı hem de araba pozisyonu için PID denetleyiciler kullanılarak oluşturulacak kapalı çevrim kontrollerinde, sistemlerin aşırı sönümlü olması gerektiği sonucuna varılmıştır. Buradan hareketle sarkaç açısı için sönümlenme oranı $\zeta = 2.6$ ve doğal frekans $\omega_n = 48$ seçildiğinde sistemin iki kapalı çevrim kutbu sırasıyla $p_1 = -9.6$ ve $p_2 = -240$ noktalarında yer alır. Diğer kapalı çevrim kutbu da orijine yakın bir noktada, $p_3 = -0.02$, seçilirse sarkaç açısına ait kapalı çevrim kontrol sisteminin karakteristik denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$s^3 + 249.62s^2 + 2308.992s + 46.08 = 0 \qquad (4)$$

PID denetleyici kullanılarak yapılan sarkaç açısına ait kapalı çevrim kontrolünün karakteristik denklemi ise aşağıdaki gibidir.

$$s^3 + 62.2306K_d s^2 + \left(62.2306K_p - 172.1186\right)s + 62.2306K_i = 0 \qquad (5)$$

Denklem (4) ile (5) birbirine eşitlendiğinde sarkaç açısının kontrolü için kullanılan PID denetleyiciye ait ayar parametreleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$PID_{açı}(s)\text{: } K_P = 39.870 \quad K_i = 0.741 \quad K_d = 4.011$$

Benzer şekilde araba pozisyonun kontrolü için sönümlenme oranı $\zeta = 1.125$ ve doğal frekans $\omega_n = 3$ seçildiğinde sistemin iki kapalı çevrim kutbu sırasıyla $p_1 = -1.8288$ ve $p_2 = -4.9212$ noktalarında oluşur. Diğer kapalı çevrim kutbu sarkaç açısında olduğu gibi orijine yakın bir noktada, $p_3 = -0.05$, seçilirse araba konumuna ait kapalı çevrim kontrol sisteminin karakteristik denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$s^3 + 6.80s^2 + 9.3375s + 0.45 = 0 \qquad (6)$$

PID denetleyici ile yapılan araba konumuna ait kapalı çevrim kontrolünün karakteristik denklemi ise aşağıdaki gibidir.

$$s^3 + \frac{0.4463 - 0.019652K_d\left(K_p/K_d - 39.8535\right)}{1 - 0.019652K_d}s^2 + \frac{-0.019652\left(-39.8535K_p + K_i\right)}{1 - 0.019652K_d}s + \frac{0.7832K_i}{1 - 0.019652K_d} = 0 \qquad (7)$$

(6) ile (7) denklemleri birbirine eşitlendiğinde araba pozisyonunun kontrolü için kullanılan PID denetleyiciye ait ayar parametreleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$PID_{pos}(s)\text{: } K_P = 10.259 \quad K_i = 0.494 \quad K_d = 7.150$$

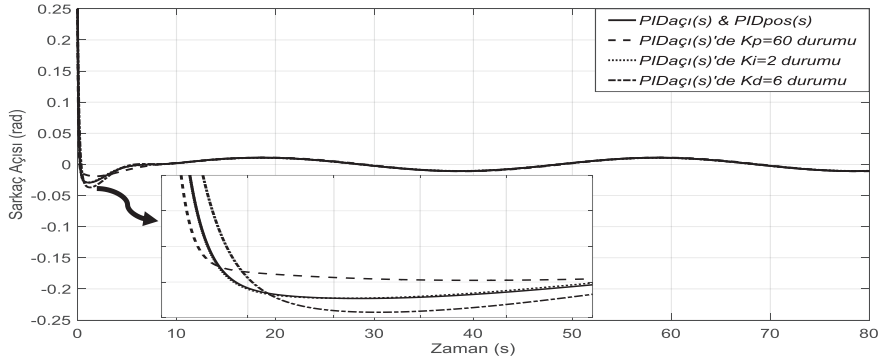
Sonuçlar

Simülasyon sonuçları

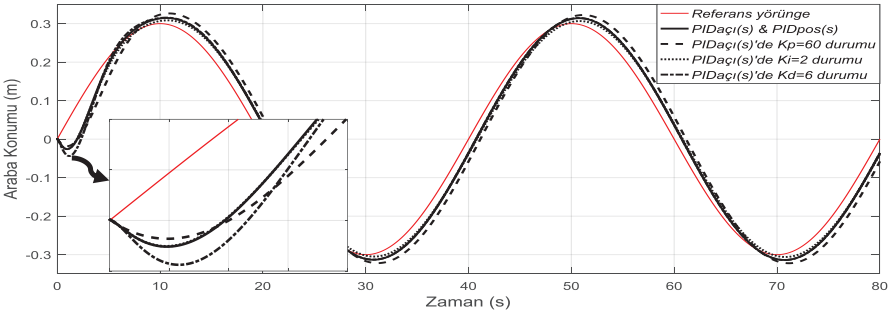
Bu kısımda, daha önce kutup yerleştirme metodu kullanılarak elde edilen PID denetleyicilerle yapılan sistem kontrolüne ait

bilgisayar simülasyonu sonuçları, hem sarkaç açısı hem de araba pozisyonu için ele alınmıştır. Simülasyon çalışmasında, sarkacın ilk açı değeri Θ=0.25 rad olarak alınmıştır. Sarkacın bağlı olduğu araba için takip edilmesi istenen yörünge olarak, genliği 0.3 m ve frekansı 0.025 Hz olan bir sinüs dalgası seçilmiştir.

$PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle yapılan sistem kontrolüne ait bilgisayar simülasyonu sonuçları, sarkaç açısı için Şekil 5'de, araba pozisyonu için ise Şekil 6'da verilmiştir. Şekil 5 ve Şekil 6'da aynı zamanda $PID_{açı}(s)$ denetleyicisinin artan K_P, K_i ve K_d değerlerine göre elde edilen sistem cevapları da verilmiştir. Burada, sistemdeki diğer bütün parametreler sabit tutulup sadece $PID_{açı}(s)$ denetleyicisinin yalnızca bir parametresi arttırılmıştır. Şekil 5'de verilen sonuçlar incelendiğinde, dört durumda da sarkacın kararsız tepe noktasında dengede tutulduğu görülmektedir. $PID_{açı}(s)$ denetleyicisinde K_P=60 olması durumunda sarkacın daha hızlı bir şekilde ve daha az taşma ile istenilen değere (Θ=0 rad) ulaştığı görülmektedir. K_d=6 olması durumunda sistemin sarkaç açısı çıkışı daha yavaş ve daha fazla taşma yaparak referans değeri yakalamaktadır. K_i=2 olması durumuna bakıldığında, sarkaç açısına ait cevabın $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle yapılan kontrolle neredeyse aynı sonucu verdiği görülmektedir. Şekil 5'de verilen sarkaç açısı cevaplarından çıkarılacak bir başka sonuç da, dört durumda da sarkaç açısında çok küçük genlikte salınımlar olduğudur.



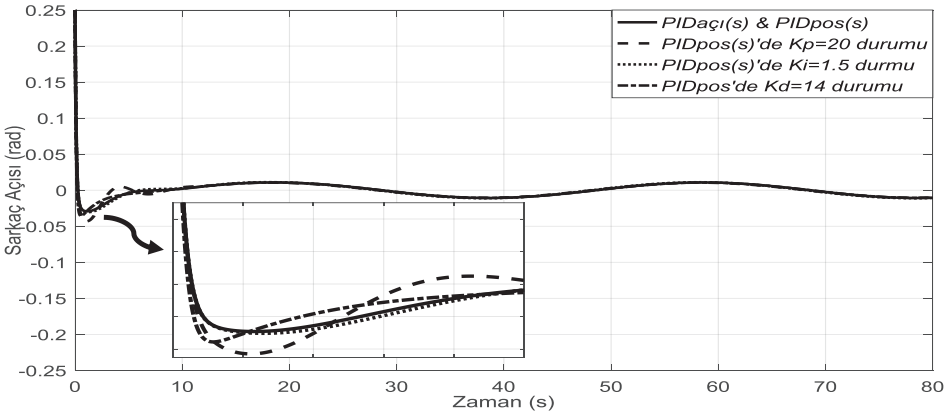
Şekil 5. $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ ile $PID_{açı}(s)$'in artan ayar parametreleriyle yapılan simülasyona ait sarkaç açısı sonuçları



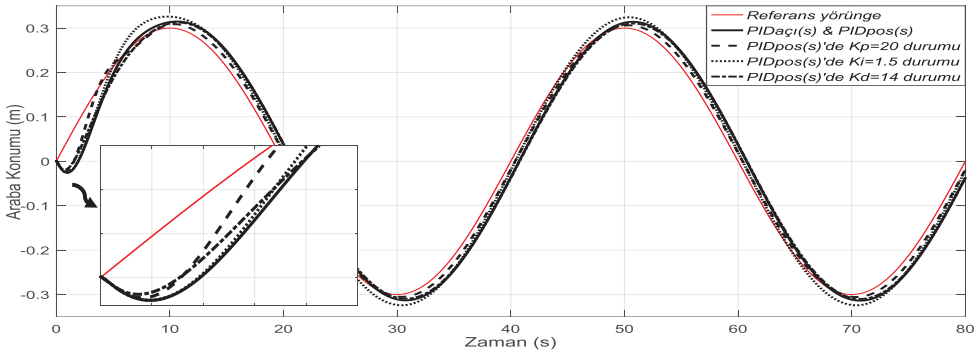
Şekil 6. $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ ile $PID_{açı}(s)$'in artan ayar parametreleriyle yapılan simülasyona ait araba pozisyonu sonuçları

Şekil 6'de verilen sonuçlar incelendiğinde, sarkacın bağlı olduğu arabanın dört durumda da istenilen yörüngeyi belirli bir hata ile takip ettiği görülmektedir. $PID_{açı}(s)$ denetleyicisinde K_P=60 olması durumunda arabanın yörünge takibindeki hata artmaktadır. K_i=2 olması durumunda ise yörünge takibindeki hata referans yörüngenin tepe değerlerinde çok az miktarda azalmaktadır. K_d=6 olması durumunda arabanın yörünge takibinin $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle yapılan kontrolle neredeyse aynı olduğu görülmektedir. Şekil 6'da simülasyonun ilk saniyelerine bakıldığında, araba ters cevap vererek yörünge takibine başlamaktadır. Bu durum beklenilen bir durumdur; çünkü (2) ile verilen araba pozisyonuna ait transfer fonksiyonuna bakıldığında sistemin ters cevaplı bir sistem olduğu görülmektedir.

$PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftlerinden $PID_{pos}(s)$ denetleyicisinin artan K_P, K_i ve K_d değerlerine göre elde edilen sistem cevapları sarkaç açısı için Şekil 7'de, araba konumu için ise Şekil 8'de verilmiştir. Burada, sistemdeki diğer bütün parametreler sabit tutulup sadece $PID_{pos}(s)$ denetleyicisinin yalnızca bir parametresi arttırılmıştır. Şekil 7'de verilen sonuçlara bakıldığında, yine dört durumda da sarkacın kararsız tepe noktasında dengede tutulduğu görülmektedir. $PID_{pos}(s)$ denetleyicisinde K_P=20 olması durumunda sarkaç açısının $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle yapılan cevaba göre daha hızlı fakat daha fazla taşma ile referans değere ulaştığı görülmektedir. K_i=1.5 olması durumunda sarkaç açısına ait cevap $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle yapılan kontroldeki cevapla neredeyse aynıdır. K_d=14 olması durumu incelendiğinde, sarkaç açısına ait en hızlı cevabın elde edildiği, fakat taşma miktarının arttığı görülmektedir. Şekil 7'de verilen sarkaç açısı cevapları ele alındığında yine dört durumda da sarkaç açısında çok küçük genlikte salınımlar olduğu görülmektedir. Şekil 8'de verilen araba pozisyonu sonuçları incelendiğinde, yine arabanın dört durumda da istenilen yörüngeyi belli bir hata ile takip ettiği görülmektedir. $PID_{pos}(s)$ denetleyicisinde K_P=20 olması durumunda araba istenilen yörüngeyi daha az hata ile takip etmektedir. K_i=1.5 olması durumunda, yörünge takibindeki hatanın referans yörüngenin tepe değerlerinde bir miktar arttığı görülmektedir. K_d=14 olması durumunda takip $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle yapılan kontrolle neredeyse aynıdır.



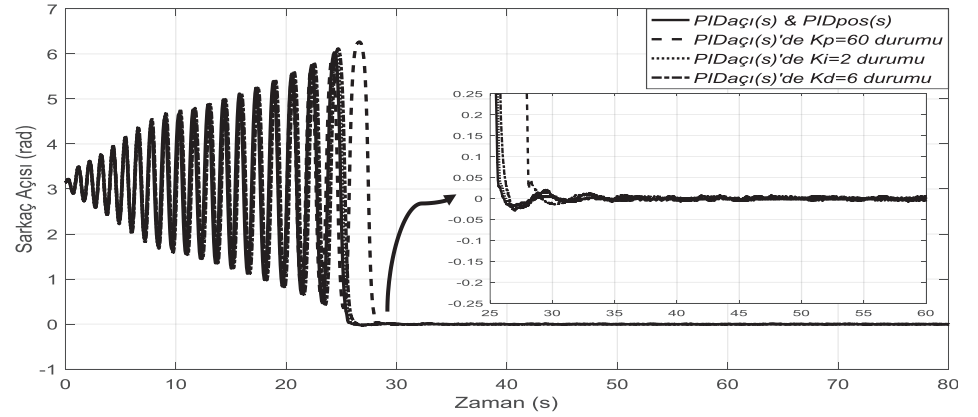
Şekil 7. $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ ile $PID_{pos}(s)$'in artan ayar parametreleriyle yapılan simülasyona ait sarkaç açısı sonuçları



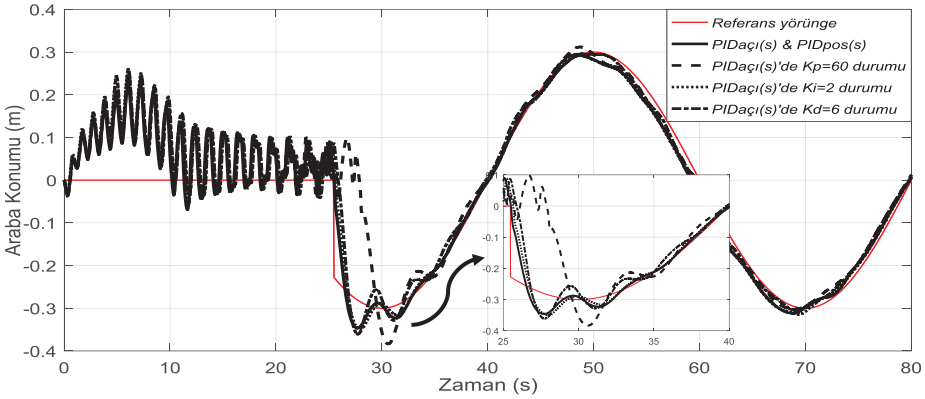
Şekil 8. $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ ile $PID_{pos}(s)$'in artan ayar parametreleriyle yapılan simülasyona ait araba pozisyonu sonuçları

Gerçek zamanlı uygulama sonuçları

Bu kısımda, daha önce kutup yerleştirme metodu kullanılarak elde edilen PID denetleyicilerle yapılan gerçek zamanlı sistem kontrolüne ait sonuçlar, hem sarkaç açısı hem de araba pozisyonu için ele alınmıştır. Gerçek zamanlı uygulama çalışmasında, sarkaç belirli bir bölgeye girdikten sonra PID denetleyiciler sistem kontrolünü yapmaktadır. Bu bölgenin sınırları $\Theta = \mp 0.25$ rad olarak alınmıştır. Araba-sarkaç deney seti ile birlikte gelen sistem yazılımı kullanılarak sarkacın düşey konumdan ($\Theta = \pi$ rad) salınım yaparak PID denetleyicilerin kontrol edeceği bölgeye ulaşması sağlanmıştır. Sarkacın bağlı olduğu araba için takip edilmesi istenen yörünge simülasyon çalışmasında olduğu gibi genliği 0.3 m ve frekansı 0.025 Hz olan bir sinüs dalgasıdır. Burada da simülasyon çalışmasında yapıldığı gibi $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyicileri ve bu denetleyicilerin artan ayar parametreleriyle elde edilen sonuçlar incelenmiştir. $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle ve $PID_{açı}(s)$ denetleyicisinin artan K_P, K_i ve K_d değerlerine göre elde edilen gerçek zamanlı sistem cevapları sarkaç açısı için Şekil 9'da, araba konumu için ise Şekil 10'da verilmiştir.



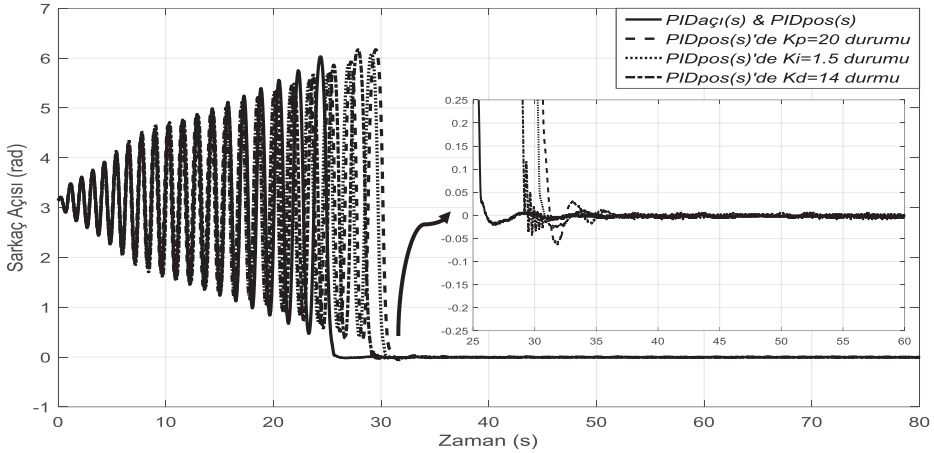
Şekil 9. $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ ile $PID_{açı}(s)$'in artan ayar parametreleriyle yapılan gerçek zamanlı uygulamaya ait sarkaç açısı sonuçları



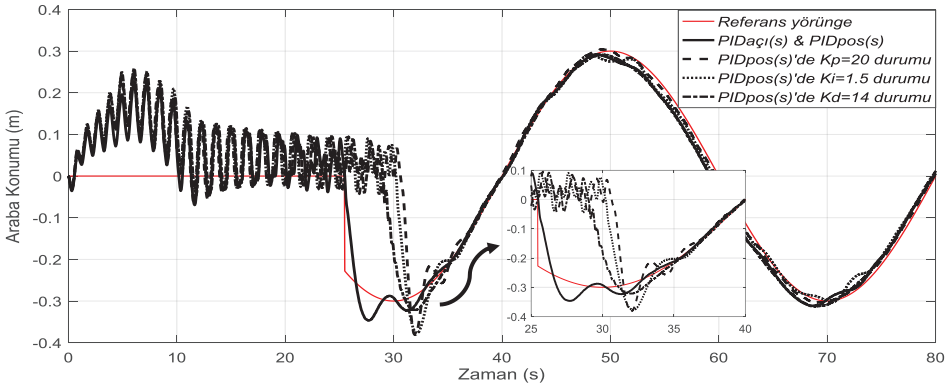
Şekil 10. $PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ ile $PID_{açı}(s)$'in artan ayar parametreleriyle yapılan gerçek zamanlı uygulamaya araba pozisyonu sonuçları

Şekil 9'da verilen sarkaç açısı cevapları incelendiğinde, sarkacın farklı zamanlarda PID denetleyiciler tarafından kontrol edilen bölgeye girdiği görülmektedir. Simülasyon çalışmasında olduğu gibi dört durumda da sarkaç kararsız tepe noktasında dengede tutulmuştur. Simülasyon çalışmasında görülen sarkaç açısındaki küçük genlikli salınımlar burada yok denecek kadar azdır. Şekil 9'a bakıldığında $PID_{açı}(s)$ denetleyicisindeki parametre artışları sistemin sarkaç açısı cevabını pek etkilememekte, sadece sarkacın PID denetleyicilerin kontrol ettiği bölgeye girdikten sonra referans değere ulaşmasına kadar geçen kısa sürede oluşan taşmalarda çok küçük farklılıklar görülmektedir. Şekil 10'da verilen araba konumu cevapları ele alındığında, dört durumda da arabanın istenilen yörüngeyi benzer şekilde takip ettiği görülmektedir. $PID_{açı}(s)$ denetleyicisindeki parametrelerde yapılan artışlar gerçek zamanlı kontrolde arabanın yörünge takibini çok fazla etkilememiştir. Sadece, PID denetleyicilerin sistem kontrolüne başladıktan sonraki kısa süre içerisinde oluşan taşmalarda farklılıklar vardır. En fazla taşma $PID_{açı}(s)$ denetleyicisinde K_P=60 olması durumunda olmuştur. Diğer üç durumda oluşan taşma miktarları birbirlerine çok yakındır.

$PID_{açı}(s)$ ve $PID_{pos}(s)$ denetleyici çiftleriyle ve $PID_{pos}(s)$ denetleyicisinin artan K_P, K_i ve K_d değerlerine göre elde edilen gerçek zamanlı sistem cevapları sarkaç açısı için Şekil 11'de, araba konumu için ise Şekil 12'de verilmiştir. Şekil 11'de verilen sarkaç açısı cevapları incelendiğinde, sarkacın yine farklı zamanlarda PID denetleyiciler ile kontrol edilen bölgeye girdiği görülmektedir. Yine burada da sarkaç açısında yok denecek kadar küçük genlikte salınımlar vardır. PID denetleyiciler tarafından sistem kontrolünün başladığı ilk anlardaki taşma miktarları dışında dört durumda da sarkaç açısı cevapları neredeyse aynıdır. Şekil 11'e bakıldığında, sarkaç açısı çıkışında en fazla taşmanın $PID_{pos}(s)$ denetleyicisinde K_P=20 durumunda oluştuğu görülmektedir. Şekil 12'de verilen araba pozisyonu cevapları incelendiğinde, dört durumda da benzer bir yörünge takibi olduğu görülmektedir. Yine burada da sistem kontrolünün başladığı ilk anlarda oluşan taşmalarda farklılıklar vardır. K_P=20 ve K_i=1.5 durumlarında diğer durumlardan daha fazla taşma olmuştur.



Şekil 11. $\boldsymbol{PID_{açı}(s)}$*. ve* $\boldsymbol{PID_{pos}(s)}$ *ile* $\boldsymbol{PID_{pos}(s)}$*'in artan ayar parametreleriyle yapılan gerçek zamanlı uygulamaya ait sarkaç açısı sonuçları*



Şekil 12. $PID_{açı}(s)$ *ve* $PID_{pos}(s)$ *ile* $PID_{pos}(s)$*'in artan ayar parametreleriyle yapılan gerçek zamanlı uygulamaya ait araba pozisyonu sonuçları*

Teşekkür

Bu çalışma, Dicle Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü tarafından 10-MF-44 proje numarası ile desteklenmiştir.

Kaynaklar

Åström, K.J. ve Furuta, K., (2000). Swinging up a pendulum by energy control, *Automatica*, **36**, 2, 287–295.

Åström, K.J. ve Hägglund, T., (1984). Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins, *Automatica*, **20**, 5, 645–651.

Åström, K.J. ve Hägglund, T., (1995). *PID Controllers - Theory, Design, and Tuning*, 2nd ed., ISA.

Bortoff, S., (1996). Robust swing-up control for a rotational double pendulum, *Proceedings,* 13th World Congress of IFAC, 413–419, *San Francisco.*

Cohen, G. ve Coon, G.A., (1953). Theoretical consideration of retarded control, *Transactions of Asme*, **75**, 1, 827–834.

El-Nagar, A.M., El-Bardini, M. ve El-Rabaie, N.M., (2014). Intelligent control for nonlinear inverted pendulum based on interval type-2 fuzzy PD controller, *Alexandria Engineering Journal*, **53**, 1, 23–32.

Elsayed, B.A., Hassan, M.A. ve Mekhilef, S., (2014). Fuzzy swinging-up with sliding mode control for third order cart-inverted pendulum system, *International Journal of Control, Automation and Systems*, **13**, 1, 238–248.

Feedback Instruments Ltd. Digital pendulum control experiments*, Kullanma Klavuzu*.

Furuta, K., Ochiai, T. ve Ono, N., (1984). Attitude control of a triple inverted pendulum, *International Journal of Control*, **39**, 6, 1351–1365.

Furuta, K., Okutani, T. ve Sone, H., (1978). Computer control of a double inverted pendulum, *Computers and Electrical Engineering*, **5**, 1, 67–84.

Gopikrishnan, S., Kesarkar, A.A. ve Selvaganesan, N., (2012). Design of fractional controller for cart-pendulum SIMO system, *Proceedings,* 2012 IEEE International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies, 170–174.

Kharola, A., Patil, P., Raiwani, S. ve Rajput, D., (2016). A comparison study for control and stabilisation of inverted pendulum on inclined surface (IPIS) using PID and fuzzy controllers, *Perspectives in Science*, **8**, 3–8.

Li, H., Miao, Z. ve Wang, J., (2002). Variable universe adaptive fuzzy control on the quadruple inverted pendulum, *Science in China (Series E)*, **45**, 2.

Liu, Y. ve Yu, H., (2013). A survey of underactuated mechanical systems, *IET Control Theory and Applications*, **7**, 7, 921–935.

Mishra, S.K. ve Chandra, D., (2014). Stabilization and tracking control of inverted pendulum using fractional order PID Controllers, *Journal of Engineering*, **2014**.

Nasır, A.N.K., (2007). Modeling and controller design for an inverted pendulum system, *Yüksek lisans tezi,* University Technology Malaysia, Johor Bahru.

Peker, F. ve Kaya, İ., (2016). Performance analysis of an inverted pendulum stabilisation based on PID Controllers, *Proceedings,* International Engineering, Science and Education Conference, 640–646, Diyarbakır.

Rudra, S. ve Barai, R., (2012). Robust Adaptive Backstepping Control of Inverted Pendulum on Cart System. *International Journal of Control and Automation,* **5**, 1, 13–26.

Shehu, M., Ahmad, M.R., Shehu, A. ve Alhassan, A., (2015). LQR, double-PID and pole placement stabilization and tracking control of single link inverted pendulum, *Proceedings,* 5th IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering, 218–223, Penang.

Shen, J., Sanyal, A., Chaturvedi, N., Bernstein, D. ve McClamroch, H., (2004). Dynamics and control of a 3D pendulum, *Proceedings,* 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 323–328, Paradise Island.

Subbotin, M. V., (2004). Balancing an Inverted Pendulum on a Seesaw, Proje Raporu, University of California, Santa Barbara.

Tatikonda, R.C., Battula, V.P. ve Kumar, V., (2010). Control of inverted pendulum using Adaptive Neuro Fuzzy Inference Structure (ANFIS), *Proceedings,* IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1348–1351, Paris.

Tsai, M. C. ve Shen, B. H., (2007). Synchronisation control of parallel dual inverted pendulums driven by linear servomotors, *IET Control Theory & Applications*, **1**, 1, 320–327.

Wang, J.J., (2011). Simulation studies of inverted pendulum based on PID controllers, *Simulation Modelling Practice and Theory*, **19**, 1, 440–449.

Yazıcı, A. ve Karamancıoğlu, A., (2009). Ters Sarkaç Sisteminin Kontrol Eğitiminde Test Aracı Olarak Kullanılması, *Proceedings*, Elektrik Elektronik Bilgisayar Biyomedikal Mühendislikleri Eğitimi IV. Ulusal Sempozyumu, Eskişehir.

Yoshida, K., (1999). Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods, *Proceedings,* American Control Conference, 4045–4047, San Diego.

Yüce, A. ve Tan, N., (2013). Ters Sarkaç Sistemi için Lag / Lead Kontrolör Tasarımı, *Proceedings*, Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi Ulusal Toplantısı, 303-308, Malatya.

Ziegler, J.G. ve Nichols, N.B., (1993). Optimum settings for automatic controllers, *Journal of dynamic systems, measurement, and control,* **115**, 2B, 220-222.

Performance analysis of an inverted pendulum stabilization using PID type controllers

Extended abstract

Inverted pendulum is one of the most popular benchmarks used in the field of control engineering. In addition to being an educational system used to teach the bases of control theory, it is a good mechanism to test design methods developed by researchers. Since, the inverted pendulum has an unstable and non-linear structure it is a very interesting system and is frequently handled in control engineering studies. The inverted pendulum system has one input, namely the force, and two outputs, namely the pendulum angle and position of the cart. Thus, the inverted pendulum is a well-known example of single-input multiple-output (SIMO) system.

In this paper, stabilization of an inverted pendulum on a cart while the cart is tracking a desired trajectory has been studied. PID controllers, tuning parameters of which are obtained by using pole placement method, are used in a SIMO design approach to control both the pendulum angle and the cart position. Performance analysis of the PID controllers to control the cart-inverted pendulum system has been given based on both computer simulation and real-time implementation results.

In this study, a cart-pendulum setup produced by Feedback Instruments was used for real time implementation. The cart-pendulum setup has a cart and two pendulum arms attached to it. As the structure of the cart pendulum setup is very complex, obtaining the system mathematical model by using physical equations was not considered as a suitable approach. Examining the studies in the literature about identification of the cart-pendulum systems, it has been seen that the cart-pendulum setup handled in this paper was also used in another study by Yuce and Tan (2013). The transfer functions for pendulum angle and cart position obtained by them were assayed with the many collected input-output data from cart-pendulum setup. It was observed that these transfer functions have good matching percentage to real system and so, these transfer functions were used for the cart-pendulum model.

In this work, PID controllers are used for holding the pendulum in the upright unstable position while the cart is tracking a desired trajectory. The design procedure is as follows: Firstly, according to the pendulum angle and cart position transfer functions, two PID controllers were designed for closed-loop control of the pendulum angle and the cart position separately. Then, these two PID controllers were combined in a SIMO design approach. Taking into account the physical characteristics of the cart-pendulum setup, the result is that the closed loop systems created by using PID controllers must be over damped for both pendulum angle and cart position.

In the simulation study, the first angle value of the pendulum was chosen as $\Theta = 0.25$ rad. A sine wave with an amplitude of 0.3 m and a frequency of 0.025 Hz was selected as the desired trajectory for the cart. Simulation results were given for both pendulum angle and cart position of the SIMO control system. In the simulation study, the effect of changing PID tuning parameters was also shown.

In the real-time implementation study, the system control begins after the pendulum enters a specific region. The boundaries of this region are taken as $\Theta = \mp 0.25$ rad. By using the system software that comes with the cart-pendulum setup, the pendulum was ensured to reach this region from down vertical position ($\Theta = \pi$ rad). Similar to the simulation study, a sine wave with amplitude of 0.3 m and a frequency of 0.025 Hz was selected as the desired trajectory of the cart. Again, results were provided for both pendulum angle and cart position of the SIMO control system in real-time, as in simulation results. The effect of varying PID tuning parameters was also supplied in the real-time implementation. It was observed from both the simulations and real time implementations that small changes in PID tuning parameters has very little effect on the closed loop control of cart-pendulum system.

Keywords: *Inverted pendulum, Stabilization, Trajectory tracking control, PID controllers, Single input-multiple output (SIMO) systems*