ÖHÜ Müh. Bilim. Derg. / OHU J. Eng. Sci.

ISSN: 2564-6605
doi: 10.28948/ngumuh.516874
Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 8, Sayı 1, (2019), 193-205
Omer Halisdemir University Journal of Engineering Sciences, Volume 8, Issue 1, (2019), 193-205

Araştırma / Research

DAİRESEL PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE LAPLACE UZAYINDA DİNAMİK ANALİZİ

Ahmad Reshad NOORI[1] (ORCID: 0000-0001-6232-6303)
Timuçin Alp ASLAN[1] (ORCID: 0000-0002-7558-3568)[*]
Beytullah TEMEL[1] (ORCID: 0000-0002-1673-280X)

[1]*İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi,Çukurova Üniversitesi, Adana, Türkiye*

Geliş / Received: *13.07.2018*
Kabul / Accepted: *07.01.2019*

ÖZ

Bu çalışmada, eksenel dönel simetrik dairesel plak problemlerin iki farklı dinamik yükleme altındaki davranışları teorik olarak araştırılmıştır. Eksenel dönel simetrik dairesel plak cisimlerin sönümlü titreşimleri, iki boyutlu düzlemsel eleman modeli kullanılarak, sonlu elemanlar ve Laplace dönüşüm metotlarının birlikte kullanılması ile elde edilmiştir. Plak malzemesi izotrop, lineer elastik veya viskoelastik kabul edilmiştir. Viskoelastik malzeme durumunda Kelvin sönüm modeli kullanılmıştır. Kelvin modelinde elastik sabitler, elastik-viskoelastik analojisi yardımı ile Laplace uzayında kompleks karşıtları ile yer değiştirmektedir. Sistemi idare eden hareket denklemi öncelikle zaman uzayında elde edilmiştir. Ardından sistem hareket denklemine Laplace dönüşümü uygulanarak elde edilen lineer cebrik denklem takımı, sayısal olarak çözülmüştür. Dönüşmüş uzayda elde edilen çözümlerden zaman uzayına geçmek için etkin bir sayısal ters Laplace dönüşüm metodu kullanılmıştır. Bu işlem kullanılarak sonlu elemanlar yöntemine dayalı bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programının sonuçları, ANSYS sonlu eleman paket programı kullanılarak hesaplanan sonuçlar ile karşılaştırılıp, bu yöntemin doğruluğu ve üstünlüğü gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Eksenel Dönel Simetrik Plak, Ters Laplace Dönüşümü, Sonlu Elemanlar Yöntemi

DYNAMIC ANALYSIS OF CIRCULAR PLATES BY THE FINITE ELEMENT METHOD IN THE LAPLACE DOMAIN

ABSTRACT

In this study, dynamic analysis of axisymmetric circular plates subjected to two type of dynamic loads are theoretically investigated. The solutions of damped response of the considered structure have been obtained by the Laplace transform method and finite element method using the two dimensional plane elements. Materials of the plate are assumed to be isotropic, linear elastic and/or viscoelastic. In the viscoelastic material case, the Kelvin model is employed. According to the correspondence principle the material constants are replaced with their complex counterparts in the Laplace domain. The governing equations of motion of the problem are first obtained in the time domain. Laplace transform is then applied and the set of simultaneous linear algebraic equations are solved numerically in the transferred domain. The solutions obtained are transformed to the time domain using an

[*]Corresponding author / Sorumlu yazar. Tel.: +90 322 3386084/2041 ; e-mail / e-posta:taslan@cu.edu.tr

appropriate numerical inverse Laplace transform method. For the suggested model, a finite element analysis computer program is coded in Fortran. Verification and exactness of the written program is performed by comparing the results of the present method and with those of ANSYS.

Keywords: Axisymmetric Plate, Inverse Laplace Transform, Finite Element Method

1. GİRİŞ

Eksenel dönel plaklarla ilgili önceki çalışmalar on yıllardır yapılagelmektedir. Konuyla ilgili çalışmalara; kabukların analiz ve tasarımı [1], ince kabuk teorisi [2], dinamik kabuk problemleri için sonlu eleman yaklaşımı [3], dinamik analizler için doğrudan integrasyon yöntemlerinin karşılaştırılması [4], elastik kabukların zorlanmış titreşimi [5], rijitlik matrislerinin elde edilmesi ve uygulanması [6], ortotropik ve viskoelastik pakların Laplace uzayında dinamik analizi [7], silindirik kabukların statik ve dinamik analizleri [8], spektral eleman metodu kullanılarak dairesel ve halka şeklinde plakların dinamik analizi [9], dairesel ve halka şeklindeki ince plakların serbest titreşimi için Hamilton yaklaşımı [10] ve dikdörtgen plakların serbest ve zorlanmış titreşimi için sonlu farklar yöntemi uygulamaları [11] örnek olarak gösterilebilir.

Bu çalışmada izotropik, elastik ve viskoelastik malzemeye sahip eksenel dönel dairesel plakların dinamik davranışları sonlu elemanlar metodu yardımıyla Laplace uzayında teorik olarak araştırılmıştır. Dönel plaklara ait hareket denklemleri Langrangean ve Hamilton prensibi yardımıyla elde edilmiştir. Sistemi idare eden hareket denklemi, her bir düğümünde iki serbestlik derecesine sahip 8 düğümlü kuadratik elemanlar kullanılarak, sonlu elemanlar yaklaşımıyla zaman uzayında elde edilmiştir. Sonlu elemanlara ait rijitlik matrisleri, kütle matrisleri ve yük vektörleri 3 noktalı Gauss sayısal integrasyon metodu yardımıyla hesaplanmıştır. Elde edilen sistem hareket denkleminin Laplace dönüşümü alınarak lineer cebrik takımına dönüştürülmüştür. Bu denklem takımı Gauss eliminasyon metodu ile dönüşmüş uzayda bir dizi Laplace parametresi için çözülmüştür. Sönüm etkisi dönüşmüş uzayda kolayca ele alınabilir. Plak malzemesinin lineer elastik veya viskoelastik olduğu kabul edilmiştir. Elde edilen çözümlerin Laplace uzayından zaman uzayına dönüşümü için Durbin'in modifiye edilmiş sayısal ters Laplace metodu kullanılmıştır [12,13]. Bu çalışmada bulunan sonuçlar, ANSYS [14] programından elde edilen çözümler ile karşılaştırılmıştır.

2. MATERYAL VE METOT

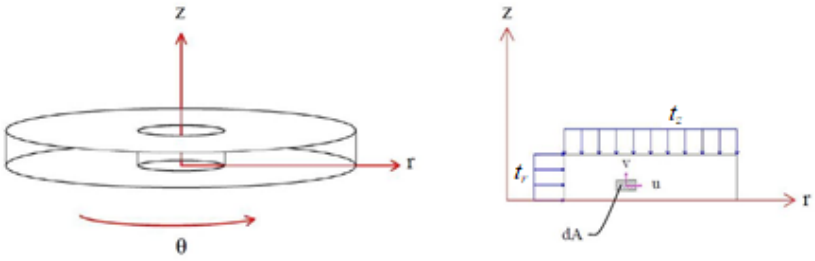
Eksenel simetrik yüklemeye maruz dairesel plaklar ile ilgili problemler, iki boyutlu basit problemler olarak ele alınabilirler. Şekil 1.'de görüldüğü gibi, cisimler ve yüklemeler z eksenine göre simetrik olduğundan deformasyonlar ve gerilmeler, θ dönme açısından bağımsızdırlar. Bu nedenle, problemler r-z düzleminde tanımlı olan dönel alan üzerinde iki boyutlu olarak ele alınabilir (Şekil 1b.). Yerçekimi kuvvetleri z ekseni doğrultusunda olduğu kabul edilmektedir. Volan benzeri dönel cisimlerdeki merkezkaç kuvvetler hacim kuvvetleri olarak ele alınmaktadır [15].

Herhangi bir noktanın yatay ve düşey deplasmanları:

$$u = u(r,z) \ , \ v = v(r,z) \tag{1}$$

Ağırlık ve yayılı sınır yükleri, sırasıyla:

$$\{f\} = \{f_r, f_z\}^T \ , \ \{t\} = \{t_r, t_z\}^T \tag{2}$$



(a) Perspektif görünüş **(b)** En kesit

Şekil 1. Eksenel dönel simetrik problem

ile gösterilmektedir. Uzama oranları ile deplasman arasındaki ilişki:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\theta, \gamma_{rz}\}^{\mathrm{T}} = \left\{\frac{\partial u}{\partial r}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{u}{r}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r}\right\}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

olarak yazılır. Gerilme vektörü,

$$\{\sigma\} = \{\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}\}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

olarak tarif edilmektedir. Uzama oranları ile gerilmeler arasındaki ilişki:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\nu)p & \nu p & \nu p & 0 \\ & (1-\nu)p & \nu p & 0 \\ Simetrik & & (1-\nu)p & 0 \\ & & & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \tag{5}$$

bünye denklemi ile verilmektedir. Burada p ve G, sırasıyla (6) denkleminde verilmiştir.

$$p = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad ; \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{6}$$

Formülasyonda izoparametrik, 8 düğümlü kuadratik eleman kullanılmıştır. Elemanın herhangi bir noktasının koordinatları şekil fonksiyonlarına bağlı olarak,

$$r = \sum_{i=1}^{8} N_i r_i \quad ; \quad z = \sum_{i=1}^{8} N_i z_i \tag{7}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, r_i ve z_i, i düğümünün koordinatları olup, N_i ise kuadratik şekil fonksiyonlarıdır. Yatay ve düşey deplasmanlar için 8 parametreli kuadratik baz polinomları seçilmektedir.

$$u\,(\xi,\eta) = \{P(\xi,\eta)\}^{\mathrm{T}}\{a\} \quad , \quad v\,(\xi,\eta) = \{P(\xi,\eta)\}^{\mathrm{T}}\{a\} \tag{8}$$

$u\,(\xi,\eta)$ deplasmanı, referans elemanının 8 düğümü için yazılarak,

$$\{U_d\} = [P_d]\{a\} \tag{9}$$

şekil fonksiyonları,

$$\{N(\xi,\eta)\}^{\mathrm{T}} = \{P(\xi,\eta)\}^{\mathrm{T}}[P_d]^{-1} \tag{10}$$

bağıntısından elde edilmektedir. Gerçek eleman ile referans elemanı arasında geçişi sağlayan Jacobian dönüşüm matrisi, $[J]$ aşağıda verilmiştir.

$$[J] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial r}{\partial \xi} & \dfrac{\partial z}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial r}{\partial \eta} & \dfrac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \displaystyle\sum_{i=1}^{8} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} r_i & \displaystyle\sum_{i=1}^{8} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{8} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} r_i & \displaystyle\sum_{i=1}^{8} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \end{bmatrix} \tag{11}$$

Kartezyen koordinatlara göre türevler, aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial r} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{det[J]} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial z}{\partial \eta} & -\dfrac{\partial z}{\partial \xi} \\ -\dfrac{\partial r}{\partial \eta} & \dfrac{\partial r}{\partial \xi} \end{bmatrix}}_{[J]^{-1}=[J^*]} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Böylece, $[B]$ şekil değiştirme matrisi referans elemanı koordinatlarına bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$[B_i] = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{21}^* & J_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/r \\ J_{21}^* & J_{22}^* & J_{11}^* & J_{12}^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial \xi} & 0 \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial \eta} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ N_i & 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Eksenel dönel simetrik bir eleman için rijitlik ve kütle matrisleri aşağıdaki integraller yardımıyla hesaplanır:

$$[k_e] = 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [C][B]\, r\, det[J]\, d\xi d\eta \tag{14}$$

$$[m_e] = \rho\, 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \{N\}^T \{N\}\, r\, Det[J]\, d\xi d\eta \tag{15}$$

Hacim kuvvetleri ve eleman sınırına etkiyen yayılı kuvvetler için düğüm yük vektörü de aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\{f_e\} = \rho\ g\ 2\pi \int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1} \{N\}^T\ \{f\}\, r\ det[J]\, d\xi d\eta + 2\pi \int_{-1}^{+1} \{N\}^T\ \{t\}\, r\ \frac{L_e}{2}\ d\xi \tag{16}$$

Burada g yerçekimi ivmesini göstermektedir.

Bu çalışmada hareket denklemi Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmektedir. Potansiyel enerji (Π) ve kinetik enerji (T) arasındaki fark Langrangean olarak tanımlanırsa;

$$L = T - \Pi = \frac{1}{2}\{\dot{D}\}^T[M]\{\dot{D}\} - \frac{1}{2}\{D\}^T[K]\{D\} \tag{17}$$

Burada $\{\dot{D}\}$, sistem hız vektörü, $\{D\}$ sistem deplasman vektörü, $[K]$ sistem rijitlik matrisi ve $[M]$ ise sistem kütle matrisidir.

Hamilton Prensibi: Langrangean'ın (t_1, t_2) gibi keyfi bir zaman aralığında integrali alınırsa,

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L\ dt \tag{18}$$

burada L, deplasman ve hız cinsinden tanımlanan bir fonksiyon olduğundan, hareket denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{D}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial D_i} = 0 \tag{19}$$

Bunun sonucu olarak elastik bir sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$[M]\{\ddot{D}\} + [K]\{D\} = \{F\} \tag{20}$$

Hareket denkleminin sağ tarafı çeşitli tiplerde zamanla değişen dinamik dış yüklerden oluşabilir. Zamana bağlı bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü, $\bar{F}(s)$,

$$L[f(t)] = \bar{F}(s) = \int_0^{\infty} f(t)\ e^{-st} dt \tag{21}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada s, Laplace parametresini göstermektedir. Zamana göre ikinci mertebeden türevin Laplace dönüşümü kapalı olarak aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$L\left[\ddot{f}(t)\right] = s^2\bar{F}(s) - s\,f(0) - \dot{f}(0) \tag{22}$$

Bu tarif yardımıyla, (20) denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$(s^2[M] + [K])\{\bar{D}\} - s\,[M]\{D(0)\} - [M]\{\dot{D}(0)\} = \{\bar{F}\} \tag{23}$$

Burada, $\{\bar{D}\}$ ve $\{\bar{F}\}$ sırasıyla, sistem deplasman ve yük vektörlerinin Laplace dönüşümlerini temsil eder. $\{D(0)\}$ ve $\{\dot{D}(0)\}$ ise başlangıç deplasman ve hız vektörlerini göstermekte olup, bu çalışmada sıfır alınmıştır.

Viskoelastik malzeme durumunda Kelvin sönüm modeli kullanılmaktadır. Kelvin sönüm modelinde elastik sabitler, elastik-viskoelastik analojisi yardımıyla, Laplace dönüşüm uzayında kompleks karşıtları ile yer değiştirmektedir [16-18].

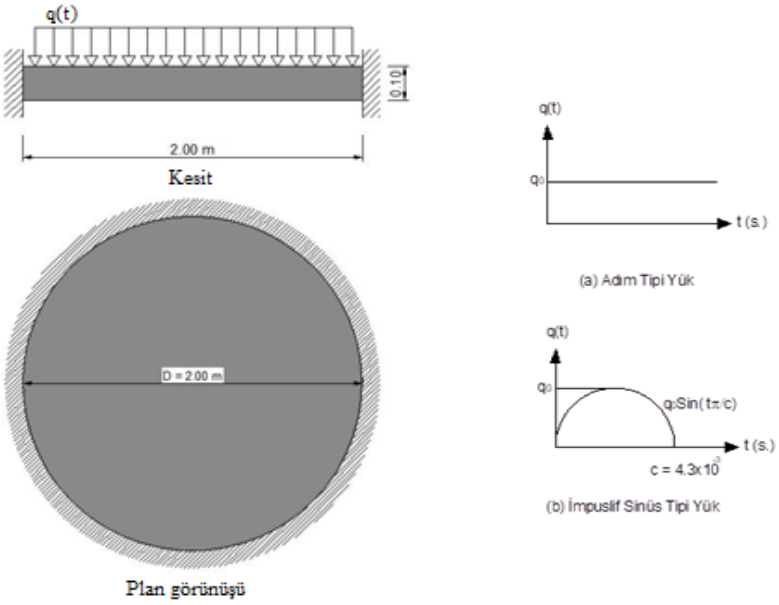
$$E_v = E(1 + gs) \quad , \quad G_v = G(1 + gs) \tag{26}$$

Burada G, kayma modülü, g malzemenin viskoz sönüm oranı, E_v ve G_v viskoelastik malzeme sabitleridir.

3. SAYISAL UYGULAMA

3.1. Düzgün Yayılı Yüklü Dairesel Plak

Bu uygulamada, düzgün yayılı yüklü ve kenarlarından ankastre mesnetli dairesel bir plak ele alınmıştır. Dairesel plağın yarı çapı, r = 1.00 m, kalınlığı, t = 0.10 m; plak malzeme özellikleri ise, Poisson oranı, v = 0.3, kütlesel yoğunluğu, ρ = 7850 kg/m^3 ve Elastisite modülü, E = 2 x 10^{11} N/m^2 seçilmiş olup, plağa q_0 = 1 x 10^6 N/m^2 şiddetinde düzgün basınç etki etmektedir. Plak geometrisi Şekil 2'de gösterilmiştir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar ile ANSYS programından bulunan değerler grafikler üzerinde karşılaştırılmıştır.



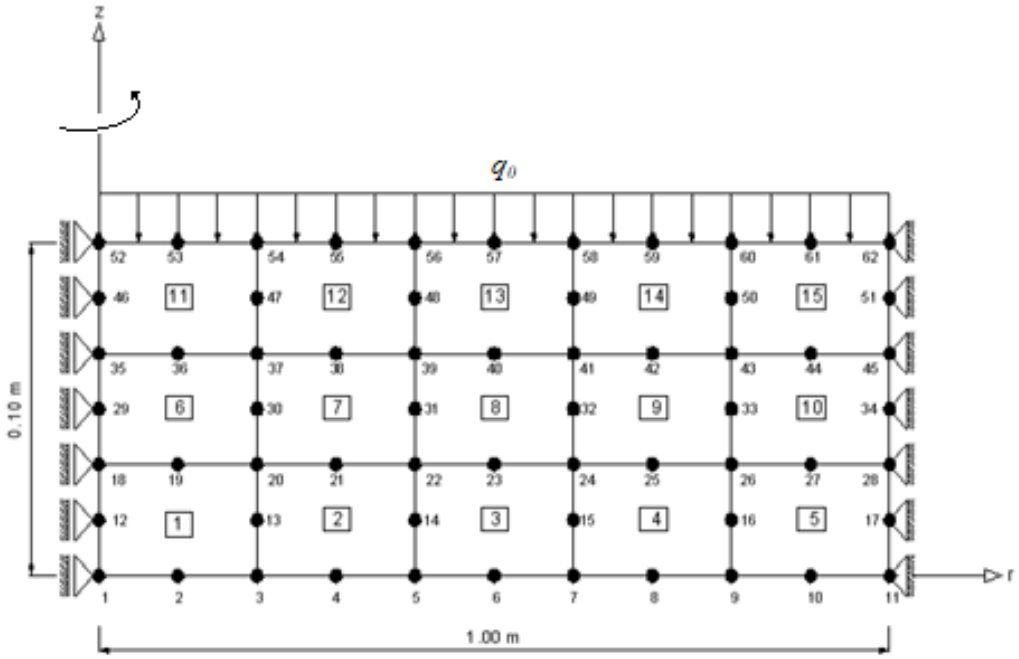
(a) Plak geometrisi (b) Yük tipleri

Şekil 2. Dairesel plak ve dinamik yük fonksiyonları

İki farklı tipte (Şekil 2.b) dinamik yük fonksiyonu için dairesel plak problemi bu çalışmada hazırlanan program ve ANSYS ile çözülüp, dairesel plağın kalınlık ortasındaki düğüme ait düşey deplasmanın zamanla değişimi grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Dairesel plağın yukarıda verilen yük fonksiyonları için hem elastik hem de viskoelastik malzemeler için dinamik davranışları araştırılmıştır.

3.1.1. Adım Tipi Yük Fonksiyonu için Çözüm

Çeşitli zaman artım miktarları için Laplace uzayında elde edilen çözümler ile ANSYS paket programından elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu problemin çözümü, sırasıyla 128 adım (dt=0.0002s.), 256 adım (dt =0.0001s.) ve 512 adım (dt = 0.00005s.) alınarak yapılmıştır. Eksenel simetrik plak en kesiti için sonlu eleman ağı Şekil 3'de gösterilmiştir. 29 nolu düğüme ait deplasman ve 1 nolu düğüme ait σ_r gerilmesinin zamanla değişimleri Şekil 4-5 üzerinde verilmiştir.



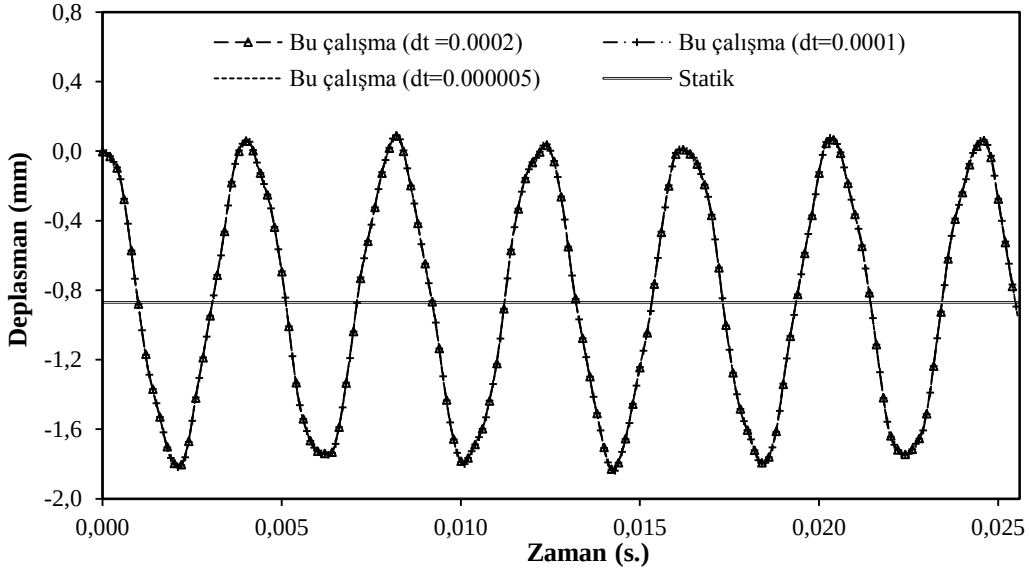
Şekil 3. Dairesel plak en kesiti için sonlu eleman ağı

Önerilen metod ile elde edilen çözümler zaman artım miktarından bağımsızdır ([19,20] nolu kaynaklara bakınız). Şekil 4-5' de görüldüğü gibi, farklı zaman artım miktarları için elde edilen değerler üst üste çakışmaktadır.

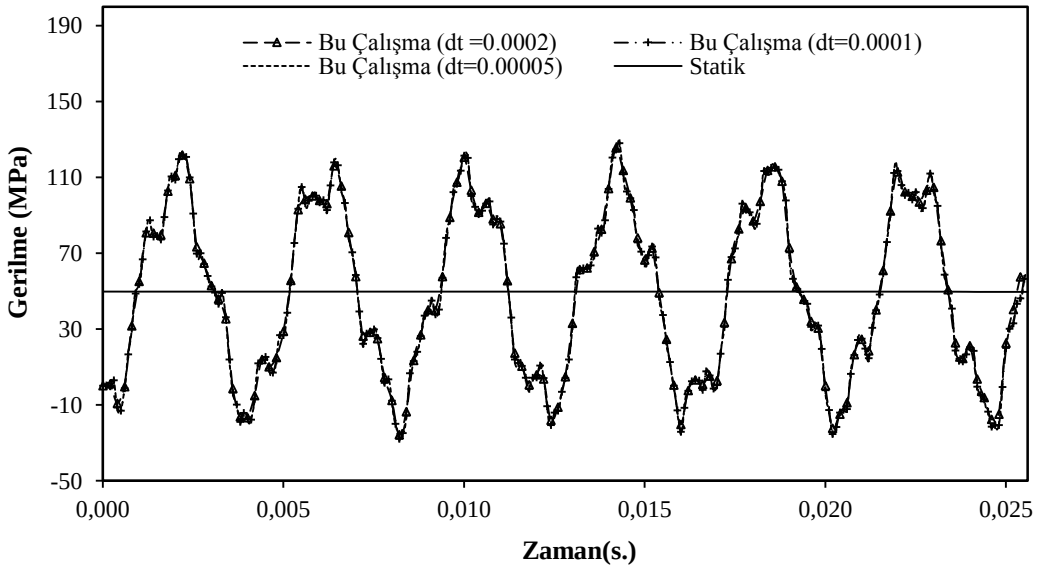
Ayrıca, dairesel plağın adım tipi yükleme etkisindeki farklı zaman artım miktarları için ANSYS çözümleri, eksenel dönel simetrik modellemeye uygun olan PLANE 183 elemanı kullanılarak elde edilmiş ve Şekil 6-7' de gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde, ANSYS ile Newmark metodu kullanılarak elde edilen sonuçların zaman artım miktarına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artımının çok küçük seçilmesi gerektiği anlaşılmaktadır.

Şekil 8-9 incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (dt=0.0002s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman ve σ_r gerilmesi değerleri ile çok sık zaman artımı (dt=0.00005s.) alınarak ANSYS programından elde edilen sonuçların birbirine çok yakın olduğu görülmektedir.

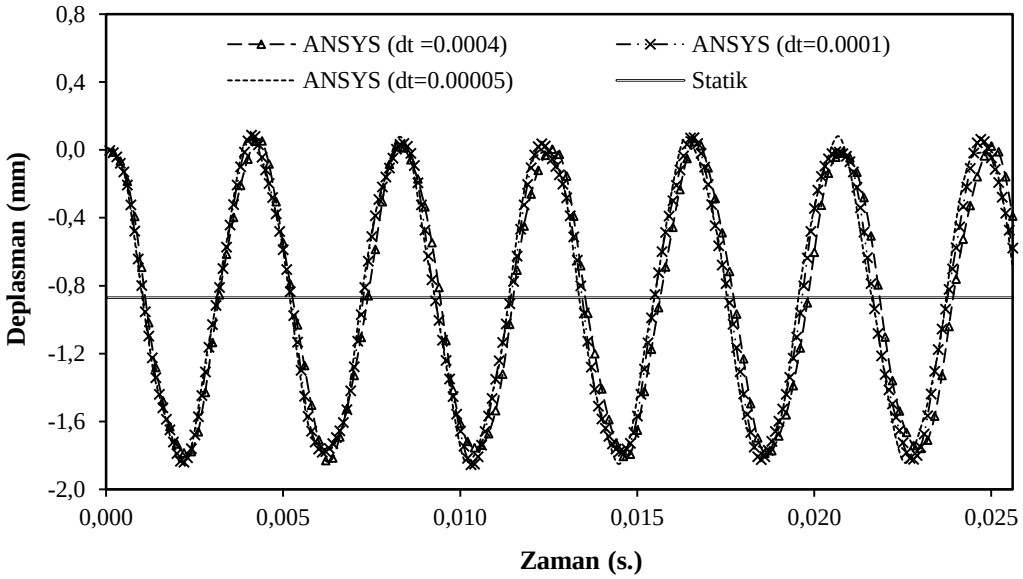
Ayrıca, çeşitli sönüm oranları için (g=0.00041 ve g=0.00025) plak davranışı incelenmiştir. Şekil 10'dan da görüldüğü üzere, sönüm oranları arttıkça titreşim genlikleri statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır.



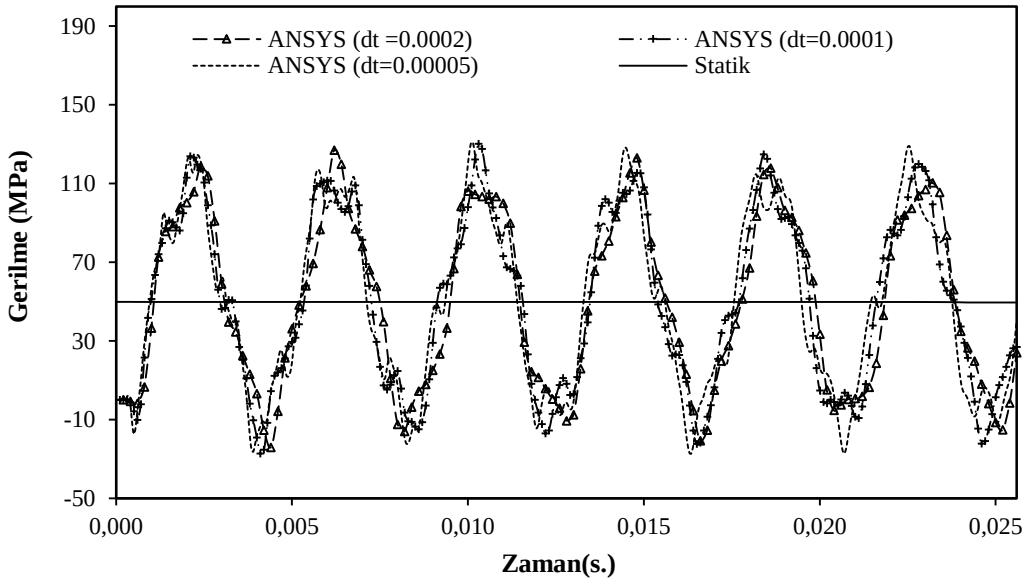
Şekil 4. Plak kalınlığı ortasındaki düşey deplasman



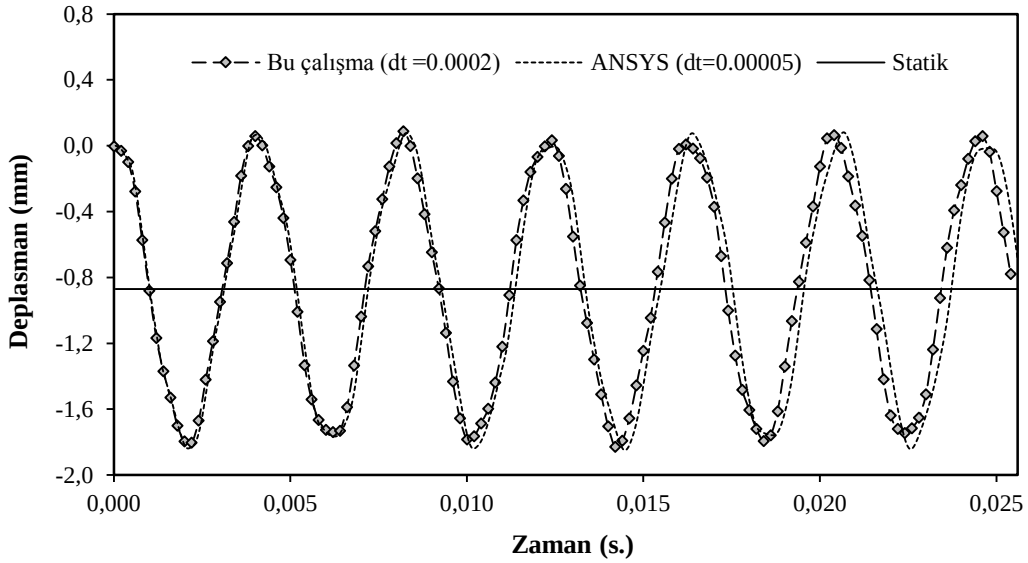
Şekil 5. Simetri noktasında ve plak alt yüzündeki σ_r gerilmesi



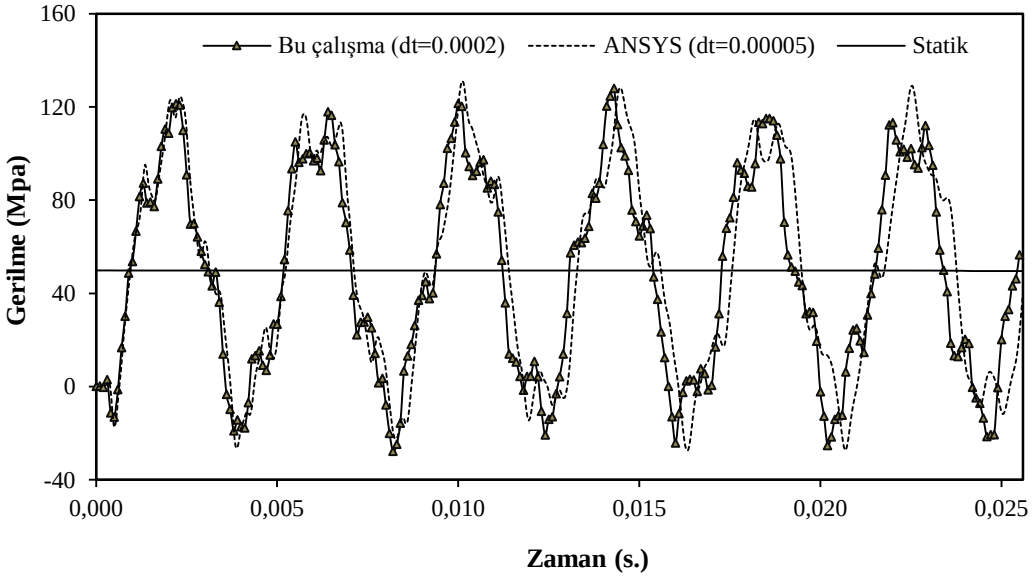
Şekil 6. Plak kalınlığı ortasındaki düşey deplasman



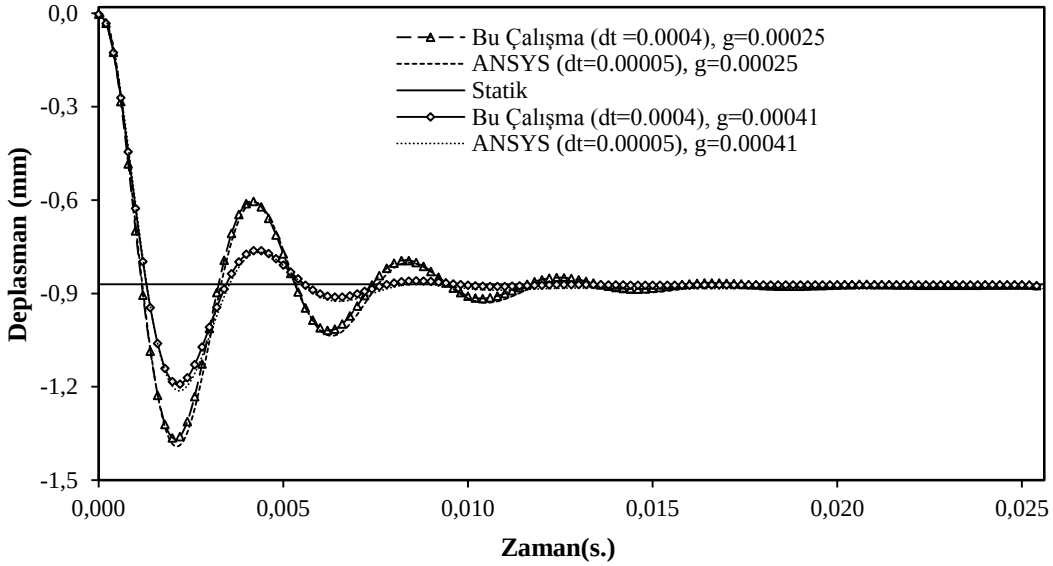
Şekil 7. Simetri noktasında ve plak alt yüzündeki σ_r gerilmesi



Şekil 8. Plak kalınlığı ortasındaki düşey deplasmanın karşılaştırılması



Şekil 9. Simetri noktasında ve plak alt yüzündeki σ_r gerilmesinin karşılaştırılması

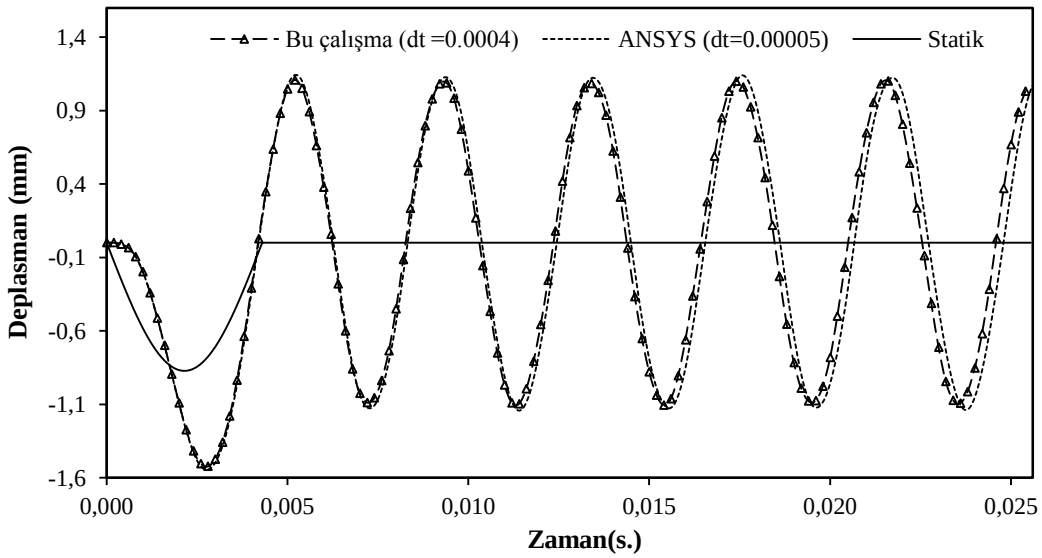


Şekil 10. Plak kalınlığı ortasındaki viskoelastik düşey deplasmanın karşılaştırılması

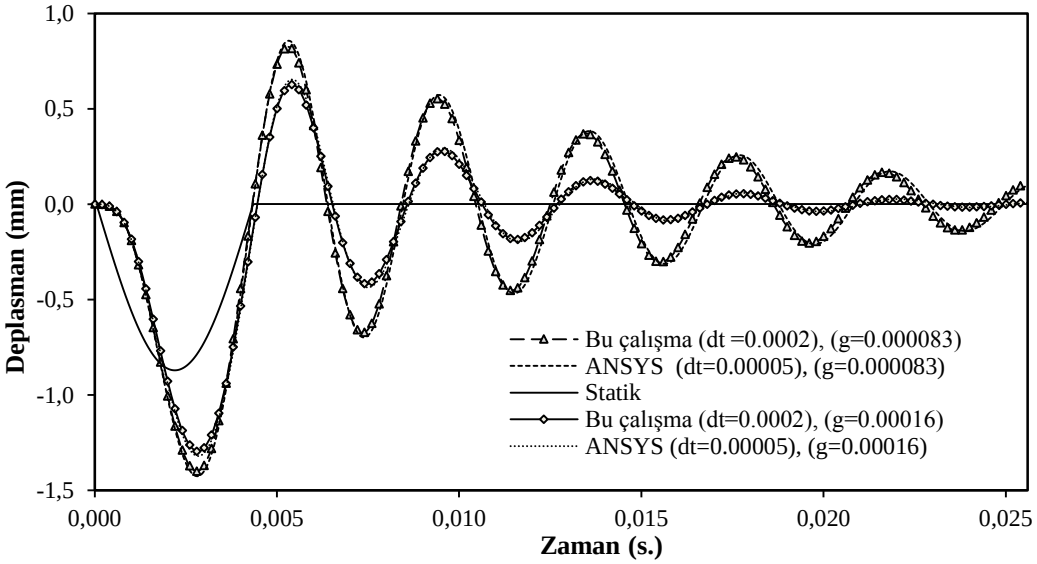
3.1.2. İmpulsif Sinüs Yük Fonksiyonu için Çözüm

Bu bölümde, impulsif sinüzoidal yükün sistem davranışına etkisi araştırılmıştır. Bu çalışmadan ve ANSYS programından elde edilen 29 nolu düğümün düşey deplasmanının zamanla değişimleri karşılaştırılmıştır. Şekil 11 incelendiğinde, kaba zaman artım miktarları kullanılarak bu çalışmadan elde edilen sonuçların, daha hassas zaman artım miktarları için ANSYS çözümleri ile örtüştüğü görülmüştür.

Çeşitli viskoz sönüm oranları (g =0.000083 ve g =0.00016) için sistemin viskoelastik analizi yapılmış ve düşey deplasmanın zamanla değişimi Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 11. Plak kalınlığının ortasındaki elastik düşey deplasmanın karşılaştırılması



Şekil 12. Plak kalınlığının ortasındaki viskoelastik düşey deplasmanın karşılaştırılması

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, iki farklı tip dinamik yükler için eksenel dönel simetrik geometriye sahip dairesel plak problemi çözülmüştür. Elastik ve viskoelastik malzeme durumları için ele alınan plağın Laplace uzayında dinamik davranışı sonlu elemanlar metodu yardımıyla araştırılmıştır. Sistemi idare eden hareket denklemi sonlu elemanlar metodu kullanılarak zaman uzayında elde edilmiştir. Ardından, sistem hareket denklemine Laplace dönüşümü uygulanarak elde edilen lineer cebrik denklem takımı bir dizi Laplace parametresi için dönüşmüş uzayda çözülmüştür. Viskoelastik malzeme için Kelvin sönüm modeli uygulanmıştır. Viskoelastik malzeme durumunda elastik sabitler, elastik-viskoelastik analojisi yardımıyla, Laplace uzayında kompleks karşıtları ile yer değiştirmektedir. Laplace uzayından zaman uzayına dönüşüm için etkin bir ters Laplace metodu kullanılmıştır. Ele edilen sonuçlar ANSYS sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Sonuç olarak, hem elastik hem de viskoelastik malzeme durumunda kaba zaman artım miktarları kullanılarak bu çalışmadan elde edilen sonuçların, daha hassas zaman artım miktarları için ANSYS ile örtüştüğü görülmüştür. Viskoelastik malzeme durumunda deplasman ve gerilmelere ait salınımlar zamanla statik değere yaklaşarak küçülmektedir. Bu makalede önerilen yöntemin, ANSYS programının kullandığı, Newmark adım adım integrasyon metoduna göre daha etkin olduğu örnekler üzerinde gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

[1] JAWAD, M. H., Theory and Design of Plate and Shell Structures. Chapman & Hall, New York – London, 1994.
[2] GIBSON, J. E., "Thin shells computing and theory", Pergamon Press, London. J.Acount.Soc.A, 35, 25 – 30, 1980.
[3] WEAVER, W., JOHNSTON, P., Finite Elements for Structural Analysis, Prentice Hall, New Jersey. 1984.
[4] BATHE, K. J., WILSON, E. L., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1976.
[5] BHUTA, P. G., "Transient Response of A Thin Elastic Cylindrical Shell to A Moving Shock Wave", J.Acount.Soc.A., 35, 25 – 30, 1963.

[6] CASIMIR, J. B., NGUYEN, M. C., TAWFIQ, I., "Thick Shells of Revolution: Derivation of Stiffness Matrix of Continuous Elements and Application to A Tested Cylinder" , Comput. Struc., 85, 1845 – 1857, 2007.
[7] TEMEL, B., ŞAHAN, M. F., "Transient Analysis Of Orthotropic, Viscoelastic Thick Plates in The Laplace Domain. Eur. J. Of Mech. A/Solids", 37: 96 – 105, 2013.
[8] BHIMARADDI, "Static And Transient Response of Cylindrical Shells", Thin-Walled Struct., 19, 763 – 765, 1987.
[9] SHIRMOHAMMADI, F., BAHRAMI, S., "Dynamic Response of Circular and Annular Circular Plates Using Spectral Element Method", Applied Mathematical Modelling, 53, 156–166, 2018.
[10] ZHOU, Z. H., WONG, K. W., XU, X.S., LEUNG A. Y. T., Natural Vibration of Circular and Annular Thin Plates by Hamiltonian Approach, Journal of Sound and Vibration 330, 1005–1017, 2011.
[11] AL RJOUB, Y. S., ABDELJABER, O, "Free and Forced Vibration of Rectangular Plates Using The Finite Difference Method", Materials and Civil Engineering, 627–633, 2015.
[12] DURBIN, F.,"Numerical inversion of Laplace transforms: An Efficient İmprovement to Dubner and Abate's Method", Comput. J., 17:371 – 376, 1974.
[13] TEMEL, B., ÇALIM, F. F., TÜTÜNCÜ, N., "Quasi-Static And Dynamic Response of Viscoelastic Helical Rods", J. Sounds Vib., 271, 921 – 935, 2004.
[14] ANSYS ® Mechanical APDL.
[15] CHANDRUPATLA, T. R., BELEGUNDU, A. D., Introduction to Finite Elements in Engineering. Prentice Hall, New Jersey, 2002.
[16] PEKEL, H., KELEŞ, I., TEMEL, B., TÜTÜNCÜ, N., "Transient response of FGM pressure vessels. In: Springer proceedings in Physics 139. Vibration problems ICOVP, 315 – 320, 2011.
[17] BOLEY, B. A., WEINER, J. H., Theory of Thermal Stresses. John Wiley & Sons, New York, 1960.
[18] ŞAHAN, M.F., Viskoelastik Kompozit Plakların Laplace Uzayında Dinamik Analizi. Doktora tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana, 2012.
[19] NOORI, A.R., Eksenel Dönel Simetrik Kabuk Problemlerinin Dinamik Analizi İçin Alternatif Çözüm Metodu. Yüksek Lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana, 2013.
[20] NOORI A.R., ASLAN T. A., TEMEL B., "Damped Transient Response of in-Plane and out-of-Plane Loaded Stepped Curved Rods". Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 40 1-24, 2018.