

EduSol
E-ISSN: 1789-8091
edusol@cug.co.cu
Centro Universitario de Guantánamo
Cuba

Gómez Iribar, Norma; Lamothe Rouseau, Marilín
El tratamiento de errores en el aprendizaje de procedimientos algebraicos
EduSol, vol. 9, núm. 26, enero-marzo, 2009, pp. 73-85
Centro Universitario de Guantánamo
Guantánamo, Cuba

Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475748665007

Cómo citar el artículo
Número completo
Más información del artículo
Página de la revista en redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

El tratamiento de errores en el aprendizaje de procedimientos algebraicos

M.Sc Norma Gómez Iribar
Lic. Marilín Lamothe Rouseau

RESUMEN

Se proponen patrones de ejercicios para hacer la corrección de distintos tipos de errores que comúnmente se cometen en el aprendizaje de la Matemática y se exponen orientaciones metodológicas dirigidas a la forma de realizar la corrección particularmente de la Unidad No. 1 Aritmética, trabajo con variables y ecuaciones, del programa de Matemática que se imparte en el décimo grado.

Palabras Clave: Ejercicios y Problemas, Matemática, Educación Preuniversitaria

---

ABSTRACT

This research is a methodological proposal and a guide for 10 th grade students; it will help then understand the methodology used to make variable work in the Mathematics syllabus. It also gives an exercise alternative which consists on the students self corrections concerning the most common errors made by the students in the learning process.

Keywords: Exercises and Problems, Mathematics, Senior High School Education

---

En el programa de Matemática para el décimo grado se plantea que tanto en el preuniversitario, como en los niveles precedentes, resulta importante el lugar que se le otorga al estudiante en el aprendizaje, ya que estos pueden participar de forma mucho más activa y consciente en este proceso, lo que incluye la realización más cabal de las funciones de autoaprendizaje y autoeducación. Cuando esto no se toma en consideración para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje, el papel del estudiante se reduce a asimilar pasivamente, el estudio pierde todo interés para ellos y se convierte en una tarea no grata para él. Gozan de particular respeto aquellas materias en que los profesores demandan esfuerzos

mentales, imaginación, inventiva y crean condiciones para que el estudiante participe de modo activo. (MINED; 2006)

Uno de los principales problemas que ha enfrentado el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es que no se cumple el objetivo: resolver problemas de la vida práctica de carácter político ideológico, económico- social y científico - ambiental, que se modelen con los recursos de la aritmética o con las ecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias, entonces ¿cómo lograr que esta importante disciplina desempeñe su función en la educación del estudiante?

A partir de 1990, con la puesta en práctica de los nuevos planes de estudio en Cuba, se comenzó a hacer un mejor uso del principio de sistematicidad de la enseñanza en la Educación Media Superior concretado en el concepto de disciplina, programas directores y mayor flexibilidad en la organización y estructuración de la asignatura, pero la actividad práctica en las aulas demuestra que aún persisten deficiencias. (Chaviano; 2007).

Atendiendo a los resultados obtenidos en los instrumentos aplicados (entrevistas a profesores de Matemática del preuniversitario y encuesta a estudiantes del décimo grado), además de la revisión de libretas de estudiantes, la revisión de las preparaciones de las asignaturas a los profesores del décimo grado y además el hacer un análisis de los resultados de los operativos aplicados en los años 2005 - 2008, así como de los resultados de las comprobaciones de conocimientos aplicadas en la primera parte del curso escolar 2006 – 07.

Se ha podido constatar que, a pesar del esfuerzo desplegado, todavía no se alcanza toda la incidencia personal de cada cual, para lograr el cambio que debe producirse. Tampoco se ha logrado la suficiente sistematicidad y calidad del control que se ejerce por las estructuras a las acciones de autopreparación de los profesores, lo que propicia que subsistan insuficiencias en los mismos, por lo que en este trabajo.

Por todo lo anterior en este artículo se proponen patrones de ejercicios para hacer la corrección de distintos tipos de errores que comúnmente cometen los estudiantes del décimo grado, en el aprendizaje de la Matemática.

El análisis de los errores cometidos por los estudiantes en su proceso de aprendizaje provee una rica información acerca de cómo se construye el conocimiento matemático; por otro lado, constituye una excelente herramienta para descubrir el estado de conocimientos de los estudiantes, imprescindible a la hora de realimentar el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de mejorar los resultados. Los procesos mentales no son visibles, y sólo es posible conjeturar su ocurrencia a través de manifestaciones indirectas. Los errores cometidos por los estudiantes, la regularidad con que éstos aparecen, los patrones comunes a que obedecen, son algunos de los elementos que permiten hacer inferencias acerca de estos procesos mentales, y acerca de las estructuras en que se van organizando los conocimientos. (Del Puerto; 2004)

La implementación de cuestionarios para la detección de errores, y la posterior clasificación de los mismos con base en alguna de las categorizaciones vigentes, es una metodología que permite obtener un diagnóstico del estado de conocimientos de los estudiantes y constituye una valiosa ayuda a la hora de reorganizar la práctica pedagógica.

En este trabajo se han analizado errores de procedimientos algebraicos cometidos por los estudiantes del décimo grado de la provincia Guantánamo. El estudio comprendió contenidos de Álgebra que se deben recibir en la secundaria y sistematizar en el preuniversitario, a continuación aparecen algunos ejemplos.

1.- Errores de cálculo: supresión de signos de agrupación, aplicación de propiedades de la potenciación, radicación y logaritmación, división de expresiones decimales.

Ejercicio.	Análisis de los distractores
El resultado de simplificar la a) Respuesta correcta. expresión $[\,)\,]\,(\,2x\square 3\,x_{2}\square 2\square 2\,x+3\,x_{2}+(x\square 2)$ es: ^{2}	b) Si al resolver el binomio al cuadrado no se procede a elevar al cuadrado el segundo término por tratarse de un número. c) Si se comete error al eliminar signos de

a)__ $x^2 - 4x + 6$; c)__ x^2	agrupación pero además se calcula el último binomio elevando al cuadrado cada término por separado
b)__ $x^2 - 4x + 2$; d)__ $x + 4x + 2$	d) Si cuando elimina paréntesis no cambia el signo en todos los sumandos.

2.- En la resolución de ecuaciones: en los procedimientos de trasformaciones elementales equivalentes o no, descomposición en factores, determinación de las raíces de la ecuación transformada, precisión del conjunto solución, reconocimiento de la transformación aplicada.

Ejercicio	Análisis de los distractores.
Las soluciones de la ecuación **$9x^2 - 6x = -1$** son: 1) __ $x_1 = 3$ y $x_2 = -3$ 2) __ $x_{1;2} = \frac{1}{3}$ 3) __ $x_1 = 3$ y $x_2 = 0$ 4) __ Otros valores	1) Descompone incorrectamente en factores el trinomio **$9x^2 - 6x = -1$** comete el **error** siguiente **$9x^2 - 6x + 1 =$** $(3x - 1)(3x + 1)$. 2) Respuesta correcta. 3) Descompone en factores el primer miembro de la ecuación y asume como soluciones los valores para los cuales se hace cero el producto de $3x(3x - 2)$ sin aplicar el procedimiento algorítmico para resolver este tipo de ecuaciones. 4) Comete otros errores de procedimiento, de cálculo algebraico o aritmético no contemplados que impiden llegar a la respuesta correcta.

3.- En la resolución de problemas por modelos algebraicos: la identificación de las variables, las relaciones de dependencia y el modelo que conduce a la solución.

Orientaciones metodológicas para dar tratamiento a los errores en la clase

En cualquier tarea de la Matemática se integran los contenidos de diferentes áreas (Álgebra, Geometría, Aritmética), no es de extrañar que errores que se cometen en Geometría puedan provenir, por ejemplo, de concepciones alternativas sobre variables, o que errores que se cometen en Álgebra por no tener una representación geométrica adecuada o un pensamiento funcional desarrollado, en ocasiones el estudiante no comprende incluso términos y nomenclaturas que están presentes en el texto de una orden, ejercicio o problema matemático y ese simple obstáculo bloquea el proceso de aprendizaje en ese momento.

Si se plantea al estudiante “escribe en el lenguaje de las variables las siguientes situaciones”, sin más explicación ¿comprenderá bien el significado de esos términos o de cualquier otro término empleado? en estos casos el procedimiento debe dar lugar a ilustrar, demostrar, ejercitar y comprobar que efectivamente ya comprendieron y no han hecho una repetición de lo visto.

Se deben evitar los procesos donde se realizan reproducciones mecánicas de modelos dados por el profesor, que en muchos casos son los mismos que

aparecen en los libros de texto y activar más los procesos de enseñanza-aprendizaje, que dan lugar al razonamiento,

Muchos errores deben atribuirse a los procedimientos lógicos implicados, digamos, al no considerar condiciones necesarias y suficientes o al no atender o comprender la estructura de las proposiciones implicadas, pero también a la incapacidad para pasar de una forma de representación a otra de los conceptos y situaciones matemáticas, lo cual apunta a dificultades en el desarrollo de los procesos cognitivos de los estudiantes. Esto se torna todavía más evidente cuando se trata de errores de procedimientos, en los cuales el estudiante debe trazar una estrategia de solución.

Se considera factible tener en cuenta que en el proceso de enseñanza – aprendizaje los estudiantes deben realizar con frecuencia y sistematicidad acciones como las siguientes:

- Reconocer cuando basta con un tanteo ligero para resolver un ejercicio.
- Emplear una sucesión de indicaciones de carácter algorítmico para resolver un ejercicio.
- Construir una sucesión de indicaciones de carácter algorítmico como la generalización de un procedimiento.
- Reconocer diferentes variantes de solución algorítmicas y escoger entre ellas la más racional.
- Emplear medios auxiliares heurísticos para sus reflexiones en la resolución de ejercicios.
- Utilizar los principios heurísticos (reducción, movilidad, inducción, analogía, generalización, diferenciación de casos, búsqueda de relaciones y dependencia, consideración de casos especiales) y las reglas derivadas de ellos para resolver problemas de diferentes tipos.
- Trabajar hacia delante y hacia atrás en la resolución de ejercicios y problemas.

- Aplicar el programa heurístico general en la resolución de problemas, realizando conscientemente las acciones en cada uno de sus pasos.

Para el tratamiento de los errores de procedimientos en el caso particular de la Unidad No. 1 Aritmética, trabajo con variables y ecuaciones, del programa de Matemática que se imparte en el décimo grado se proponen las siguientes sugerencias:

Primero: se deben acometer acciones previas consistentes en confeccionar un registro de todos los errores que irán teniendo los estudiantes durante sus clases incluidos los del diagnóstico inicial, esto lo debe hacer en una hoja aparte, en este documento se deben clasificar los errores en aquellos que son de contenidos residuales y los de nuevo contenido, además la cantidad de veces que ha cometido el error y en que tipo de ejercicio se manifestó, esto le permite al docente mantener la actualización del diagnóstico en función de una mejor preparación de sus clases y de hacer un trabajo en función de la diversidad del grupo de estudiantes y en qué nivel se enmarca el error.

Segundo: para resolver ecuaciones cuadráticas en cuya estructura contenga diferentes operaciones con términos y polinomios, por ejemplo:

Resuelve y comprueba la ecuación siguiente: $(2|+1)(2|\square 1)+13=2|_{2}\square 10|$

Aquí es prioridad la preparación que tenga el profesor para dirigir un proceso de enseñanza-aprendizaje, que le permita activar los conocimientos de los estudiantes en el momento de sus clases para poder proceder al tratamiento del error, esta activación puede ser aplicando técnicas participativas, haciendo trabajo por equipos y trabajando en forma de talleres.

Acciones para rectificar el error durante la clase: el profesor debe pedir a los estudiantes que escriban en su libreta el ejercicio y luego hacer preguntas como las siguientes ¿Qué tipo de ecuación es la que tenemos que resolver?, ¿Qué procedimiento se debe seguir para la solución?, ¿Qué propiedades debes conocer para poder resolver la ecuación?, ¿Qué estudiante ha tenido anteriormente

dificultades en ejercicios de este tipo?, ¿Cuáles han sido los errores que ya has tenido?, ¿Sabes que hacer ahora para no cometer dichos errores?.

Esta es una forma activa para dar lugar a que el estudiante reconozca el procedimiento algorítmico que se debe emplear y pueda identificar el tipo de ejercicio, pueda saber que estamos en presencia de una ecuación, el tipo de ecuación, que a simple vista se aprecia un producto, se da oportunidad a que aquellos estudiantes que se quedan un poco rezagados puedan llega a las respuestas sin que medie alguna respuesta apresurada de otro estudiante o del mismo profesor.

Luego el profesor debe ir incidiendo a través de preguntas, impulsos que se deben dar para guiar al estudiante a que de forma independiente pueda encontrar el conocimiento y tratar siempre de mover su pensamiento en cada uno de los pasos que se deben emplear para la resolución de la ecuación y pedir a los estudiantes que sean ellos los que descubran el error cometido, ellos en este momento deben reflejar su incapacidad para identificar y corregir los errores.

El profesor nuevamente hará una señal que le permita al estudiante avanzar e intentar continuar sin que el profesor llegue a dar la respuesta, después de agotadas todas las posibilidades de esfuerzo por solucionar las tareas de aprendizaje se debe proceder a identificar cada tipo de error, se procede a dar el camino acertado para la respuesta y se da una relación de todos los errores que se pueden cometer, en este caso se precisa que se pueden cometer errores al efectuar los siguientes pasos:

Pasos para la Resolución de la ecuación y posible error. resolución.	$(2x+1)(2x-1)+13=2x^2-10x$	Observaciones.
1. Resolver el producto entre los dos binomios.	$(2x+1)(2x-1)$ $=4x^2-2x+2x-1$	- Llamar la atención sobre la esencia de la diferencia de

	ERROR COMUN $(2\vert+1)(2\vert\square 1)=4\vert_2$ $=2\vert\square 10\vert$ En el ejemplo de error se aprecia la unilateralidad en la comprensión del signo de igualdad.	- se puede cometer error al multiplicar un término por otro.
2. Sustituyendo	$4\vert_2\square 1+13=2\vert_2\square 10\vert$ ERROR COMUN $4\vert_2\square 1+13-2\vert_2\square 10\vert=0$ No cambiar el signo al pasar de un miembro a otro.	- Ser cuidadoso con el uso de los signos y de paréntesis. Cálculo con potencias
3. Agrupar y $2\vert_2+10\vert+12=0$ reducir términos semejantes.	ERROR COMUN $4\vert_2\square 10\vert=\square 6\vert$ Error de cálculo al sumar términos que son semejantes.	- Se debe ser cuidadoso con los errores de cálculo.
4. Descomponer en factores	$(2\vert+4)(\vert+3)=0$ ERROR COMUN Se puede no lograr descomponer en factores formas de forma correcta y aplicando el procedimiento. descomposición	- Se solicita a los estudiantes recordar y enunciar las de factorial posibles.

Durante todo este proceso el profesor debe mantener una clase activa, y se sugiere que se haga este trabajo **por equipos**, aunque el profesor no debe, de ninguna manera, perder la posibilidad de evaluar a los estudiantes en su individualidad y particularidad, llevando siempre el diagnóstico de errores que mantiene el estudiante, sugerimos además que el profesor haga un convenio para utilizar un **lenguaje de señales**, estas pueden ser referirse a el orden que tienen los pasos y poder decir ¿qué has hecho en el paso uno? o por el contrario llamar por su nombre cada paso, puede ser que se le asigne un símbolo y así usando ese lenguaje que se puede apartar un poco de lo cotidiano y repetitivo que tienen ellos incorporados en su forma de pensar, puede parecer que es un

5. Resolver	$\square 4 \quad 10$ $\lvert = = \square 2$ $2\lvert + 4 = 0\ ,\ \lvert = \square 2$ 2 $\lvert + 3 = 0\ ,\ \lvert = \square 3$ ERROR COMUN Uso incorrecto de la regla de los signos	- Lamar la atención sobre el cálculo y sobre el trabajo con los signos.
6. Comprobar	Para $\lvert = \square 3$ $[\ 2(\square 3) + 1\ ]\ [\ 2(\square 3) \square 1\ ] + 13 = 2(\square 3)_2 \square 10$ $(\square 3)$ 48 = 48 Para $\lvert = \square 2$ $[\ 2(\square 2) + 1\ ][\ 2(\square 2) \square 1\ ] + 13 = 2(\square 2)_2 \square 10\ ($ $\square 2)$ 28 = 28 ERROR COMUN Realizar de forma incorrecta la eliminación de los signos de agrupación	- Se le solicita a los estudiantes explicar la necesidad de la comprobación. y las reglas de cálculo en el dominio que corresponda

procedimiento nuevo que se debe tratar de incorporar a su manera de pensar de forma acertada y activa y que este conocimiento pueda suplantar aquel método errado que se tenía como patrón hasta ese momento.

Este trabajo tiene gran importancia por la necesidad que tiene la Educación Media Superior de solucionar las deficiencias en los procedimientos algebraicos para resolver tareas docentes, de los estudiantes del décimo grado, en los preuniversitarios de la provincia Guantánamo.

La propuesta permite el tratamiento de los errores de procedimientos algebraicos sin necesidad de hacer cambios en el programa, ofreciendo acciones y orientaciones metodológicas con ejemplos que orientan hacia una mejor comprensión de la intención que se persigue.

BIBLIOGRAFÍA

1. Addine Fernández, Fátima. Didáctica, teoría y práctica. La Habana, Pueblo y Educación, 2004.
2. Álvarez Pérez, Marta. Consideraciones sobre las posibles causas de de errores matemáticos de los alumnos y alumnas. Congreso Internacional de Didáctica de las Ciencias. La Habana, Pueblo y Educación, 2008.
3. _____. Las causas de los errores matemáticos de los alumnos. La enseñanza – aprendizaje de Español, Matemática e Historia. La Habana, Molinos Trade, S. A ,2005.
4. Chaviano Conde, Rafael. El papel de la disciplina Matemática reflejado en las Teorías y Diseños Curriculares de las carreras de Ingeniería según el modelo cubano. [en línea] Rafael Chaviano Conde, Norma Santos Marín. Disponible en: www.monografias.com , 2007. Fecha de consulta: 15 mayo 2007.
5. Del Puerto, Silvia Mónica. Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas , *Revista Iberoamericana de Educación*. Argentina, 2004.
6. Metodología de la enseñanza de la Matemática, tomo 1 / [Por] Sergio Ballester Pedroso [y otros]. La Habana. Pueblo y Educación, 1992.
7. Metodología de la enseñanza de la Matemática, tomo 2 / [Por] Sergio Ballester

Pedroso [y otros]. La Habana, Pueblo y Educación, 1992.

8. Ministerio de Educación. Programa de décimo grado, Educación Preuniversitaria. La Habana, Pueblo y Educación, 2006.
9. Moya Ricardo, Deisy; Ricardo, Andrés y Norma Gómez. La evaluación de la calidad del aprendizaje en la asignatura de Matemática en el preuniersitario. Guantánamo, ISP "Raúl Gómez García" 2006.
10. Torres, Paul. Consideraciones para la determinación de una metodología de evaluación institucional en la educación cubana. Cuba. 2003. En Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad. http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol1n2/Torres.htm Fecha de consulta: 19 junio 2008.
11. _____. El problema del aprendizaje de la Matemática ¿es sólo una cuestión didáctica?. La Habana, Congreso de Didáctica de las Ciencias, 2008
12. Vigotsky Lev, S. Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. La Habana. Científico-Técnica, 1987.
13. _____. Imaginación y creación en la edad infantil. La Habana, Pueblo y Educación, 1987.
14. Zilberstein Toruncha, J. Una concepción desarrolladora de la motivación y el aprendizaje de las ciencias. [en línea] ,La Habana. Pueblo y Educación, 2000, Disponible en: http://www.monografias.com/trabajos11/motyap/motyap.shtml?monosearch Fecha de consulta: 15 mayo 2007.

Anexo: 1

RESULTADOS DE EVALUACIONES DE LA CALIDAD REALIZADAS EN EL CURSO 2006 – 2007 Y EL RESULTADO DE LOS ÚLTIMOS OPERATIVOS NACIONALES DE LA MATEMÁTICA EN LOS PREUNIVERSITARIOS DE LA PROVINCIA GUANTÁNAMO.

Porciento de repuestas correctas por grados

Grados	Muestra por grados	Trimestre sep-nov 06	Trimestre dic-feb 07	Trimestre mar-mayo 07	Operativo nacional 05	Operativo nacional 06	Operativo nacional 07
10	1523	39,9	68,4	79.1	49,2	46,6	
11	1330	42,1	68,2	80.6	56,04	57,8	42,3
12	1060	46,7	76,6	-			
Total		42,9	70,4	79.9			

Cantidad de estudiantes por niveles de desempeño en el curso 06-07

Matemática	Trimestre sep-nov				Trimestre dic-feb	Trimestre mar-mayo					
	SN N I N II N III				**SN N I N II N III SN**						
El Salvador 72 72 52 37					0	83 79					
GTMO	243 40 28 48				76 90 79 114 15 97 1	89 303 29 175 35 124 50 608	71	0	13 88		67
Yateras	69 59 27 15				9	47	30 0 48 64 28				
Baracoa	64 15 7 11 5 12 0				0	255	194 0 97 200 299				
Maisí	63 33 29 12				18	50	50 9 22 43 40				
						60	23 33 132 66 9				
						106	64 0 23 60 65				