T.C.
HARRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

(1+1)-BOYUTLU İNTEGRO-DİFERANSİYEL DENKLEMİ VE (2+1)-BOYUTLU YÜKSEK MERTEBEDEN İNTEGRE EDİLEBİLEN LİNEER OLMAYAN KISMİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN YENİ ANALİTİK ÇÖZÜMLERİNİN İNCELENMESİ

Mustafa KAYAN

MATEMATİK ANABİLİM DALI

ŞANLIURFA
2021

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET i
ABSTRACT ii
TEŞEKKÜR iii
ŞEKİLLER DİZİNİ iv
1. GİRİŞ 1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR 3
3. MATERYAL ve YÖNTEM 6
3.1. Bernoulli alt denklem fonksiyon metodu 6
3.2. Sine-Gordon açılım metodu 7
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA 10
4.1. BSEFM'nin İDD'ye uygulanması 10
4.2. BSEFM'nin yüksek mertebeden diferansiyel denkleme uygulanması 18
4.3. SGEM'nin İDD'ye uygulanması 27
4.4. SGEM'nin yüksek mertebeden diferansiyel denkleme uygulanması 32
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER 37
KAYNAKLAR 38
ÖZGEÇMİŞ 41

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

(1+1)-BOYUTLU İNTEGRO-DİFERANSİYEL DENKLEMİ VE (2+1)- BOYUTLU YÜKSEK MERTEBEDEN İNTEGRE EDİLEBİLEN LİNEER OLMAYAN KISMİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN YENİ ANALİTİK ÇÖZÜMLERİNİN İNCELENMESİ

Mustafa KAYAN

Harran Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman : Doç. Dr. Hacı Mehmet BAŞKONUŞ
Yıl: 2021, Sayfa: 41

Bu çalışmada, (1+1) boyutlu integro diferansiyel denklemi (İDD) ve (2+1) boyutlu yüksek mertebeden integre edilebilen lineer olmayan kısmi diferansiyel (FOIE) denklemlere uygulanan güçlü yöntemler olan Bernoulli alt-denklem fonksiyon metodu (BSEFM) ve sine-Gordon açılım metodu (SGEM) gözönüne alınmıştır. (1+1) boyutlu integro diferansiyel denklemi ve (2+1) boyutlu yüksek mertebeden integre edilebilen lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlere, üstel, rasyonel ve karmaşık fonksiyon çözüm gibi yeni dalga çözümleri elde edilmiştir. Değişkenlerin uygun değerleri seçilerek, bu tezde elde edilen çözümlerin 2 boyutlu, 3 boyutlu ve contor grafikleri çizilmiştir. Ayrıca elde edilen verilere göre kapsamlı bir sonuç sunulmuştur.

ANAHTAR KELİMELER: Integro kısmi diferansiyel denklem, Beşinci mertebeden integrallenebilir diferansiyel denklem, Bernoulli alt denklem fonksiyon metodu, sine-Gordon açılım metodu, Karmaşık ve üstel fonksiyon çözüm.

ABSTRACT

MSc Thesis

INVESTIGATION OF NEW ANALYTICAL SOLUTIONS OF (1+1)-DIMENSIONAL INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION AND (2+1)-DIMENSIONAL HIGHER-ORDER INTEGRATED NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Mustafa KAYAN

Harran University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Hacı Mehmet BAŞKONUŞ
Year: 2021, Page: 41

In this thesis, Bernoulli sub-equation function method (BSEFM) and sine-Gordon expansion method (SGEM), which are powerful methods for some nonlinear partial differential equations, have been taken into consideration. New wave solutions such as exponential, rational and complex functions to the (1+1) -dimensional integro differential equation and (2+1)-dimensional higher order intebrable nonlinear partial differential equations have been obtained. By choosing the suitable values of the parameters in solutions obtained in this thesis, 2D, 3D and contor graphics have been plotted. In addition, according to the data obtained, a comprehensive result has been presented.

KEYWORDS: Integro partial differential equation, Fifth order integrable differential equation, Bernoulli sub-equation function method, sine-Gordon expansion method, complex and exponential function solution.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımız boyunca desteklerini esirgemeyen, engin bilgileriyle beni bilgilendiren çok kıymetli ve saygıdeğer hocam Doç. Dr. Hacı Mehmet BAŞKONUŞ'a teşekkür ederim. Ayrıca, Matematik Bölümündeki hocalarıma da teşekkürü borç bilirim. Son olarak bana her koşulda ve her durumda destek olan çok değerli aile bireylerime de teşekkür ederim.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 2.1. Bir dalga ve özellikleri 5
Şekil 4.1. Denklem (4.10)'nun 3 boyutlu grafiği 11
Şekil 4.2. Denklem (4.10)'nun contour grafiği 12
Şekil 4.3. Denklem (4.12)'nin 3 boyutlu grafiği 12
Şekil 4.4. Denklem (4.12)'nin contour grafiği 13
Şekil 4.5. Denklem (4.14)'ün 3 boyutlu grafiği 14
Şekil 4.6. Denklem (4.14)'ün contour grafiği 14
Şekil 4.7. Denklem (4.16)'nın 3 boyutlu grafiği 14
Şekil 4.8. Denklem (4.16)'nın contour grafiği 15
Şekil 4.9. Denklem (4.18)'in 3 boyutlu grafiği 16
Şekil 4.10. Denklem (4.18)'in contour grafiği 16
Şekil 4.11. Denklem (4.20)'nin 3 boyutlu grafiği 17
Şekil 4.12. Denklem (4.20)'nin contour grafiği 17
Şekil 4.13. Denklem (4.29)'un 3 boyutlu grafiği 19
Şekil 4.14. Denklem (4.29)'un contour grafiği 20
Şekil 4.15. Denklem (4.31)'in 3 boyutlu grafiği 20
Şekil 4.16. Denklem (4.31)'in contour grafiği 21
Şekil 4.17. Denklem (4.33)'ün 3 boyutlu grafiği 22
Şekil 4.18. Denklem (4.33)'ün contour grafiği 22
Şekil 4.19. Denklem (4.35)'in 3 boyutlu grafiği 23
Şekil 4.20. Denklem (4.35)'in contour grafiği 23
Şekil 4.21. Denklem (4.37)'nin 3 boyutlu grafiği 24
Şekil 4.22. Denklem (4.37)'nin contour grafiği 25
Şekil 4.23. Denklem (4.39)'un 3 boyutlu grafiği 25
Şekil 4.24. Denklem (4.39)'un contour grafiği 26
Şekil 4.25. Denklem (4.41)'in 3 boyutlu grafiği 26
Şekil 4.26. Denklem (4.41)'in contour grafiği 27
Şekil 4.27. Denklem (4.43)'ün 3 boyutlu grafiği 28
Şekil 4.28. Denklem (4.43)'ün contour grafiği 28
Şekil 4.29. Denklem (4.50)'nin 3 boyutlu grafiği 30
Şekil 4.30. Denklem (4.50)'nin 2 boyutlu grafiği 30
Şekil 4.31. Denklem (4.51)'in 3 boyutlu ve 2 boyutlu grafiği 31
Şekil 4.32. Denklem (4.51)'in contour grafiği 31
Şekil 4.33. Denklem (4.57)'nin 3 boyutlu grafiği 33
Şekil 4.34. Denklem (4.57)'nin contour grafiği 33
Şekil 4.35. Denklem (4.58)'in 3 boyutlu grafiği 34
Şekil 4.36. (Denklem (4.58)'in contour grafiği 34
Şekil 4.37. Denklem (4.59)'un 3 boyutlu grafiği 35
Şekil 4.38. Denklem (4.59)'un contour grafiği 35
Şekil 4.39. Denklem (4.60)'ın 3 boyutlu grafiği 36

1. GİRİŞ

Son yıllarda, matematiksel yöntemler birçok gerçek dünya problemlerini ifade etmek için kullanılmıştır. Qi ve ekibi fizikte belli dalgaları tanımlayan bazı önemli modelleri araştırdı (Qi ve ark., 2020). Colucci ve ekibi buz kristalinin boyutunu tanımlamak için kullanılan yeni bir kısmi diferansiyel denklem tanıttı (Colucci ve ark., 2020). Daldırma yöntemi kullanılarak küre şeklindeki yığınların çekirdeklenmesini açıkladığı düşünülen diğer yeni diferansiyel denklem Tash ve ekibi tarafından geliştirildi (Tash ve ark., 2019). Baleanu ve ekibi Caputo–Fabrizio kesirli modelini kullanarak insanların karaciğeri hakkında yeni bir çalışma ortaya koydu (Baleanu ve ark., 2020). Pignotti ve diğerleri maden çıkarma projesiyle alakalı başka yeni diferansiyel denklem üretti (Pignotti ve ark., 2019). Pompa ve ekibi biyolojik mekanizmalara ilaçların uygunluğu için mide-bağırsak emilimi hakkında birkaç önemli model ileri sürdü (Pompa ve ark., 2019). Matematiksel modelleme algoritmasına dayanan yeni bir genetik programlamayla 12 kanallı elektrokardiyografi sinyallerinin sıkıştırılması Feli ve Abdali-Mohammadi tarafından çalışıldı (Feli ve Abdali-Mohammadi, 2019). Diğer önemli makale, gözenekli inşaat malzemesindeki sıcaklık ve kütle transferine uzun süreli etkileriyle alakalı the Bang-Bang modelini değerlendirme amacıyla, Berger ve diğerleri tarafından ortaya kondu (Berger ve ark., 2020). Tsur ve grubu, kara tümör hastalarının bağışıklık kontrol noktası çevresine tepkileri hakkında, yeni bir matematiksel mekanik modelin değerlendirilmesiyle ortaya çıkan görüşleri de kapsayan bir çalışma yaptı (Tsur ve ark., 2020). Camaraza-Medina ve diğerleri, borulardaki kalınlaşma ile ısı transferinin hesaplanmasıyla alakalı yeni bir modelin matematiksel çıkarımları hakkında yeni bir çalışma ortaya koydu (Camaraza-Medina ve ark., 2019). Matematiksel olarak örnek kimyasal tepkime sistemleri için diğer yeni güvenilir yöntemler, Amin ve meslektaşları tarafından geliştirildi (Amin ve ark., 2019). Kortcheva ve takımı, limanlarda çevresel risk yönetimiyle alakalı yeni yollar ve diferansiyel denklemler keşfetti (Kortcheva ve ark., 2018). Dereceli puanlama anahtarları kullanarak bilgi elde etme amacıyla, Sahin ve ekibi matematiksel başarıyı ölçen yeni bir model geliştirdi (Sahin ve Baki, 2010). Meena ve takımı zehirli durumlarda biyofilmdeki etki faktörü hakkında değişkenlerin değerini tartışmak için yeni bir matematiksel model oluşturdu (Meena ve ark., 2014). Hamzehleu ve ekibi, atom morfolojisinin aktif ilerlemesini matematiksel olarak modellemek ve tahmin etmek için yeni bir yol keşfetti (Hamzehlou ve ark., 2016). Gao ve ekibi

bazı teknikler kullanarak Klein–Gordon denklemini çözmek için güçlü bir yöntem ortaya koydu (Gao ve ark., 2019). Gao ve ekibi, çalışmalarında, analitik bir yöntemin yardımıyla, doğrusal olmayan Schrödinger modeli için yeni karmaşık solitonlar bulmakla ilgilendi (Gao ve ark., 2020). Gao ve ekibi, paraksiyal doğrusal olmayan Schrödinger denkleminin bazı yeni çözümlerini aramak için modifiye edilmiş yardımcı genişletme yöntemini kullandı (Gao ve ark., 2020). Gao ve ekibi, Zoomeron denkleminin analitik çözümlerini elde etmeye çalıştıkları çalışmalarında, metodoloji çeşitlerinin genellenmesi olarak bilinen bir analitik problem çözme yöntemi ileri sürdü (Gao ve ark., 2020). Gao ve ekibi, (2+1)-boyutlu Ablowitz-Kaup-Newell-Segur denkleminin soliton çözümlerini literatüre sunmuştur (Gao ve ark., 2020).

Bu tez aşağıdaki bölümlerden oluşmaktadır. Bölüm 2'de, temel tanım ve teoremler verildi. Bölüm 3'te Bernoulli alt-denklem fonksiyon metodu (BSEFM) ve sine-Gordon açılım metodu (SGEM) ayrıntılı bir şekilde sunuldu. Bölüm 4'te, ilk olarak, BSEFM

$$u_{tt} + u_{xxt}u_{tt} + u_{xxxt} + 3\left(2u_x u_t + u u_{xt}\right) + 3u_{xx}\partial_x^{-1}\left(u_t\right) = 0, \tag{1.1}$$

ile tanımlanan (1+1)-boyutlu integro-diferansiyel denklemine (İDD) uygulandı (Gepreel ve ark., 2017). Islam ve diğerleri bazı önemli özellikleri elde etmek için değiştirilmiş basit denklem yöntemini denklem (1.1)'e uyguladı (Gepreel ve ark., 2017). Wazwaz denklem (1.1)'in fiziksel özelliklerini araştırdı (Wazwaz, 2006). Denklem (1.1)'in nümerik çözümlerini Mirzaee ve ekibi incelemiştir (Mirzaee ve Samadyar, 2019).

İkinci olarak,

$$u_{ttt} + u_{tyyyy} - u_{txx} - \alpha\left(u_y u_{yt}\right)_y = 0, \tag{1.2}$$

ile tanımlanan (2+1)-boyutlu beşinci mertebeden integre edilebilir denkleminin (FOIE) çözümleri BSEFM ve SGEM ile elde edildi (Wazwaz, 2014) ve burada α sıfırdan farklı bir parametredir. Denklem (1.2)'de, $\alpha = 4$ kullanılarak elde edilen bazı temel özellikler Wazwaz tarafından literatüre sunuldu. Bölüm 5'te ise elde edilen sonuçlar hakkında bilgi verildi.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Tezin bu bölümünde literatüre daha önce sunulmuş olan ve bu tezde kullanılan temel tanımlar ve özellikler sunulacaktır.

Tanım 2.1. Bir veya birden fazla bağımlı değişkenin, bir veya birden fazla bağımsız değişkene göre türevlerini içeren denkleme diferansiyel denklem denir (Cherruault, 1988).

Tanım 2.2. "Bir bağımlı ve bir bağımsız değişkenden oluşan, bağımlı değişkenin bağımsız değişkene göre çeşitli mertebeden adi türevlerini bulunduran denkleme adi diferansiyel denklem denir. Genel olarak,

$$f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \cdots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0, \tag{2.1}$$

şeklinde yazılır" (Yasar, 2005).

Tanım 2.3. "İçinde en az iki bağımsız ve en az bir bağımlı değişken ile bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlere göre çeşitli basamaklardan kısmi türevlerini içeren denkleme kısmi türevli diferansiyel denklem denir. Genel olarak,

$$f\left(x, y, z, z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy}, z_{xy}, \cdots\right) = 0, \tag{2.2}$$

şeklinde yazılır" (Koca, 2003).

Tanım 2.4. Bir diferansiyel denklemin en yüksek mertebeli türevi denklemin mertebesidir. En yüksek mertebeli türevin derecesi de diferansiyel denklemin derecesidir (Baki, 2017).

Tanım 2.5. Bir diferansiyel denklemde bilinmeyen fonksiyon y ve bağımsız değişken x olmak üzere,

$$b_n\left(x\right)\frac{d^ny}{dx^n} + b_{n-1}\left(x\right)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + b_2\left(x\right)\frac{d^2y}{dx^2} + b_1\left(x\right)\frac{d^1y}{dx^1} + b_0\left(x\right)y = g\left(x\right), \tag{2.3}$$

veya

$$\sum_{j=1}^{n} b_j\left(x\right)y^{(n)} + b_0\left(x\right)y = g\left(x\right), \tag{2.4}$$

biçiminde yazılabiliyorsa bu diferansiyel denkleme Lineer Diferansiyel Denklem denir. Burada $b_j\left(x\right), (j = 0, 1, 2, \cdots, n)$ ve $g(x)$ bilinen ve yalnız x değişkenine bağlı

fonksiyonlardır. Verilen ifadeden görüleceği üzere, denklemde bağımlı değişken ile türevleri birinci dereceden, bağımlı değişken ve onun türevleri $b_j\,(x)$ ile çarpım halinde ve aynı zamanda cebirsel ifade olarak verilmiştir (Yasar, 2009).

Tanım 2.6. p ve q, x in sürekli fonksiyonları olsun

$$y' + p(x)y = q(x)y^n, \tag{2.5}$$

($n \neq 0, n \neq 1, n$ sabit bir sayı) şeklindeki denklemlere Bernoulli diferansiyel denklemi denir (Yasar, 2009).

Tanım 2.7. "X ve Y iki normlu uzay ve $K : X \to Y$ lineer (veya lineer olmayan) bir dönüşüm olsun. Aşağıdaki eşitlikler sağlanıyorsa, $Kx = y$ denklemi iyi tanımlı olarak adlandırılır.

1. Varlık: Her $y \in Y$ için $Kx = y$ olacak şekilde en az bir $x \in X$ vardır.

2. Teklik: Her $y \in Y$ için $Kx = y$ olacak şekilde en fazla bir $x \in X$ vardır.

3. Kararlılık: x çözümü daima y'ye bağlıdır. Yani $n \to \infty$ iken $Kx_n \to Kx$ olacak şekilde her $(x_n) \subset X$ dizisi için $x_n \to x$ olmasıdır" (Cavlak, 2013).

Tanım 2.8. İlerleme, çarpışma esnasında hiçbir şekilde fiziksel özelliklerini değiştirmeyen dalgalara solitary dalgalar denir (Şekil 2.1) (Russel, 1844).

Tanım 2.9. Ayrıca soliton teorisi (Wazwaz, 2002) pek çok fiziksel alanda da uygulama sahasına sahiptir. Diğer taraftan, bir soliton aşağıdaki özellikleri taşıyan bir lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemin bir çözümü olarak tanımlanabilir.

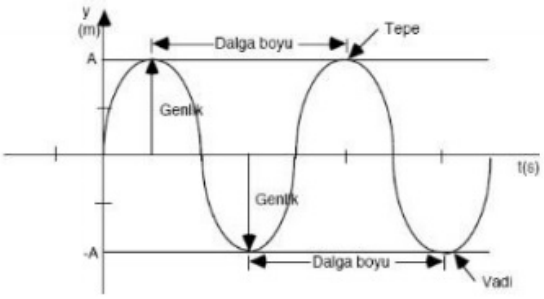
i) Çözüm, sürekli bir dalga formunda olmalıdır.

ii) Çözüm sınırlandırılır, yani KdV denkleminde elde edilen solitonlar gibi çözüm üstel olarak sıfıra doğru bozulur veya sine-Gordon denkleminde verilen solitonlar gibi çözüm sonsuzda bir sabite yakınsar.

iii) Soliton, karakterini koruyan diğer solitonlar ile iç etkileşim içinde bulunur.

KdV denklemi ve diğer benzer denklemlerin tek soliton çözümü genellikle tek

dalga olarak kullanılır, eğer birden fazla soliton çözüm varsa solitonlar olarak adlandırılır (Baskonus, 2011).



Şekil 2.1. Bir dalga ve özellikleri

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Tezin bu bölümünde, göz önüne alınan kısmi diferansiyel denklemlerin yeni analitik çözümlerini bulmak için kullanılan Bernoulli alt fonksiyon metodu ve sine-Gordon açılım metodu detaylı bir şekilde incelenecektir.

3.1. Bernoulli alt denklem fonksiyon metodu

Çalışmanın bu alt bölümünde ise Bernoulli alt denklem fonksiyon metodu tanıtılacaktır. Literatüre son zamanlarda kazandırılan bu yöntemin genel özellikleri aşağıdaki adımlarla ifade edilebilir (Zheng, 2012; Baskonus ve Gómez-Aguilar, 2019; Yel ve ark., 2020; Bulut ve ark., 2017; Baskonus ve ark., 2015).

Adım 1. Aşağıdaki doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denkleminin genel halini ele alalım,

$$P\left(u, u_x, u_t, u_{xt}, u_{xx}, u^2, \cdots\right) = 0, \tag{3.1}$$

bu denklemde

$$u\left(x,t\right) = V\left(\zeta\right), \ \zeta = kx - ct, \tag{3.2}$$

olarak tanımlanan dalga dönüşümünü uygularsak aşağıdaki lineer olmayan adi diferansiyel denklemi elde ederiz.

$$N\left(V, V', V'', \cdots\right) = 0, \tag{3.3}$$

burada

$$V = V(\zeta), \ V' = \frac{dV}{d\zeta}, \ V'' = \frac{d^2V}{d\zeta^2}, \cdots .$$

Adım 2. BSEFM yapısı gereği denklem (3.3)'ün deneme çözüm denklemi aşağıdaki gibi seçilir.

$$V(\zeta) = \sum_{i=0}^{n} a_i F^i = a_0 + a_1 F + a_2 F^2 + \cdots + a_n F^n, \tag{3.4}$$

ve

$$F' = bF + dF^M, \ b \neq 0, \ d \neq 0, M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}, \tag{3.5}$$

burada $F(\zeta)$ Bernoulli diferansiyel denklemini sağlayan polinomdur. Denklem (3.4)'ü ve denklem (3.5)'i denklem (3.3)'te yerine yazarsak, F 'in aşağıdaki gibi bir cebirsel denklemini elde ederiz.

$$\Psi\left(F(\zeta)\right) = \vartheta_\sigma F^\sigma(\zeta) + \cdots + \vartheta_1 F(\zeta) + \vartheta_0 = 0. \tag{3.6}$$

Balance prensibine göre, n ve M arasında bir ilişki elde edebiliriz.

Adım 3. (3.6) denkleminde bulunan F'in aynı kuvvetten katsayılarını sıfıra eşitlersek bir cebirsel denklem sistemi elde ederiz.

$$\vartheta_i = 0,\ i = 0, \cdots, \sigma. \tag{3.7}$$

Bu sistemi çözersek, $b, d, c, k, a_0, \cdots, a_n$ 'in değerlerini elde ederiz.

Adım 4. Denklem (3.5)'i çözdüğümüzde, b ve d'ye göre aşağıdaki iki durumu elde ederiz;

$$F(\zeta) = \left[\frac{-d}{b} + \frac{E}{e^{b(M-1)\zeta}}\right]^{\frac{1}{1-M}},\ b \neq d, \tag{3.8}$$

$$F(\zeta) = \left[\frac{E - 1 + (E+1)\tanh\left(\frac{b(1-M)\zeta}{2}\right)}{1 - \tanh\left(\frac{b(1-M)\zeta}{2}\right)}\right]^{\frac{1}{1-M}},\ b = d, E \in \mathbb{R}. \tag{3.9}$$

Denklem (3.7)'de elde edilen katsayıları denklem (3.4)'te yerine yazarsak, (3.1) denklemi için aranılan çözüm elde edilmiş olur.

3.2. Sine-Gordon açılım metodu

Bu bölümde, lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin yeni salınımlı dalga çözümlerini bulmak için sine-Gordon açılım yönteminin temel özellikleri ayrıntılı bir şekilde sunulur. Aşağıdaki şekilde tanımlanan sine-Gordon denklemini göz önüne alalım (Baskonus, 2016; Yan, 1996)

$$u_{xx} - u_{tt} = m^2 \sin(u), \tag{3.10}$$

burada $u = u(x,t)$ ve m bir reel sabittir. (3.10) denkleminde $u = u(x,t) = U(\xi)$, $\xi = \mu(x - ct)$ dalga dönüşümü kullanılırsa aşağıdaki lineer olmayan adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$U'' = \frac{m^2}{\mu^2(1-c^2)} \sin(U), \tag{3.11}$$

burada $U = U(\xi)$, μ dalganın genliğidir ve c dalganın hızıdır. (3.11) denkleminin her iki tarafı U' ile çarpılıp integrali alındığında aşağıdaki denklem elde edilmiş olur

$$\left[\left(\frac{U}{2}\right)'\right]^2 = \frac{m^2}{\mu^2(1-c^2)}\sin^2\left(\frac{U}{2}\right) + K, \tag{3.12}$$

burada K integral sabitidir. Sadelik açısından $K = 0, w(\xi) = \frac{U}{2}$ ve $a^2 = \frac{m^2}{\mu^2(1-c^2)}$ ifadeleri (3.12) denkleminde yerine yazılırsa (3.12) denklemi aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir

$$w' = a\sin(w). \tag{3.13}$$

(3.13) denkleminde $a = 1$ alınırsa, aşağıdaki denklemi elde ederiz

$$w' = \sin(w). \tag{3.14}$$

(3.14) denklemini değişkenlerine ayırma yöntemiyle çözdüğümüzde, aşağıdaki iki önemli sonucu elde ederiz

$$\sin(w) = \sin(w(\xi)) = \left.\frac{2pe^{\xi}}{p^2e^{2\xi}+1}\right|_{p=1} = \operatorname{sech}(\xi), \tag{3.15}$$

$$\cos(w) = \cos(w(\xi)) = \left.\frac{p^2e^{2\xi}-1}{p^2e^{2\xi}+1}\right|_{p=1} = \tanh(\xi). \tag{3.16}$$

Burada p integral sabitidir.

Sine-Gordon açılım metodu, elde edilen bu iki özelliğe dayanır. Genel olarak aşağıdaki şekilde bir kısmi diferansiyel denklemi gözönüne alalım

$$P(u,\ u_x,\ u_t,\ u_{xx},\ u_{tt},\ u_{xt},\ u_{xxx}, \cdots) = 0. \tag{3.17}$$

Bu denklemde $u = u(x,t) = U(\xi), \xi = \mu(x-ct)$ salınımlı dalga dönüşümü uygulanırsa, aşağıdaki şekilde lineer olmayan adi diferansiyel denklem elde edilir

$$N(U, U', U'', \cdots) = 0, \tag{3.18}$$

burada $U = U(\xi)$. (3.18) denkleminin deneme çözüm denklemini sine-Gordon açılım metodu yapısı gereği aşağıdaki şekilde seçebiliriz

$$U(\xi) = \sum_{i=1}^{n} \tanh^{i-1}(\xi)\Big[B_i\operatorname{sech}(\xi) + A_i\tanh(\xi)\Big] + A_0. \tag{3.19}$$

(3.19) çözüm denklemi, (3.15) ve (3.16) denklemlerine göre aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir

$$U(w) = \sum_{i=1}^{n} \cos^{i-1}(w)\Big[B_i \sin(w) + A_i \cos(w)\Big] + A_0. \tag{3.20}$$

n'nin değeri, balans prensibi uygulanarak belirlenir. Aynı dereceye sahip olan $\sin^i(w)\cos^j(w)$ trigonometrik terimlerin katsayılarını sıfır alarak bir denklem sistemi elde edilir. Paket program kullanarak bu denklem sistemi çözülürse $A_i,\ B_i,\ \mu$ ve c parametre değerleri elde edilir. Elde edilen $A_i,\ B_i,\ \mu$ ve c parametre değerleri (3.19) denkleminde yerine yazılırsa, (3.17) denklemi için aranılan yeni salınımlı dalga çözümler elde edilir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

Bu bölümde, Bernoulli alt denklem fonksiyon metonu ve sine-Gordon açılım metodunu İDD ve FOIE'ye yeni dalga çözümleri bulmak için uygularız.

4.1. BSEFM'nin İDD'ye uygulanması

Denklem (1.1)'de $u(x,t) = v_x(x,t)$ olarak alındığında, aşağıdaki gibi yeniden yazabiliriz;

$$v_{xtt} + v_{xxxxt} + 6v_{xx}v_{xt} + 3v_xv_{xxt} + 3v_{xxx}v_t = 0. \tag{4.1}$$

Eğer salınımlı dalga dönüşümünü aşağıdaki gibi göz önüne alırsak,

$$v(x,t) = U(\xi), \xi = kx - ct, \tag{4.2}$$

(4.1) denklemini

$$k^3U''' - cU' + 3k^2(U')^2 = 0 \tag{4.3}$$

şeklinde bir nonlinear adi diferansiyel denkleme dönüştürürüz. Eğer denklem (4.3)'te $w = U'$ alırsak, denklem (4.3)'ü aşağıdaki gibi yeniden yazabiliriz

$$k^3w'' - cw + 3k^2w^2 = 0. \tag{4.4}$$

Balance prensibi kullanılırsa, n ve M için

$$2M = n + 2, \tag{4.5}$$

ifadesi elde edilir. Buradan n ve M 'nin farklı değerleri için İDD'den aşağıdaki şekilde yeni salınımlı dalga çözümleri elde ederiz.

Durum 1. Eğer $n = 4$ ve $M = 3$ olarak alırsak,

$$w = a_0 + a_1F + a_2F^2 + a_3F^3 + a_4F^4, \tag{4.6}$$

şeklinde deneme çözüm denklemini yazabiliriz. Denklem (4.6)'nın birinci ve ikinci mertebeden türevleri ise

$$w' = a_1bF + 2a_2bF^2 + \kappa F^3 + \nu F^4 + 3a_3dF^5 + 4a_4dF^6, \tag{4.7}$$

$$w'' = a_1 bF' + 4a_2 bFF' + 3\kappa F^2 F' + 4\nu F^3 F' + 15a_3 dF^4 F' + 24a_4 dF^5 F', \qquad (4.8)$$

olarak yazılır. Burada $\kappa = a_1 d + 3a_3 b, \nu = 2a_2 d + 4a_4 b, a_4 \neq 0,\ b \neq 0,\ d \neq 0$ olup reel sabitlerdir. (4.6) ve (4.8) denklemlerini denklem (4.4)'te yerine yazdığımızda F'nin farklı kuvvetten terimlerini içeren bir denklem elde ederiz. Bu terimlerin katsayılarını sıfıra eşitlersek bir denklem sistemi buluruz. Elde edilen bu denklem sistemini çözersek aşağıdaki gibi çözümler buluruz.

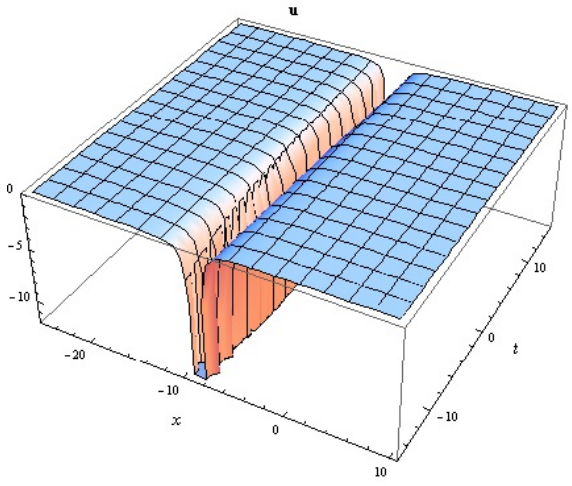
Durum 1.1. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_2 = -8bdk,\ a_3 = 0,\ a_4 = -8b^2 k,\ c = 4d^2 k^3, \qquad (4.9)$$

denklem (4.9)'daki bu değişkenleri denklem (4.6)'da $w = U'$ yerine yazarsak, denklem (1.1) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u(x,t) = -8bd^3 e^{2d\left(-4d^2k^3t+kx\right)} k^2 E \left(be^{2d\left(-4d^2k^3t+kx\right)} - dE\right)^{-2}, \qquad (4.10)$$

burada b, d, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.10) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri şekil 4.2 ve şekil 4.3 deki gibi çizebiliriz.

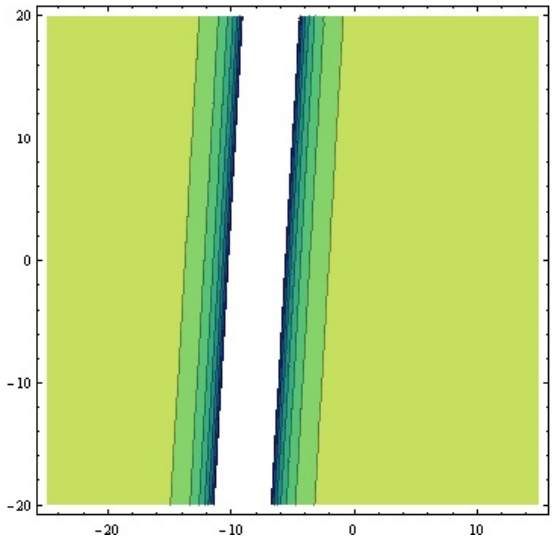


(a) $E = 0.1, b = 0.2, d = 0.3, k = 0.4, -25 < x < 10, -15 < t < 15$

Şekil 4.1. Denklem (4.10)'nun 3 boyutlu grafiği

Durum 1.2. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_2 = \frac{4b\sqrt{c}}{\sqrt{k}},\ a_3 = 0,\ a_4 = -8b^2 k,\ d = -\frac{\sqrt{c}}{2k^{\frac{3}{2}}}, \qquad (4.11)$$



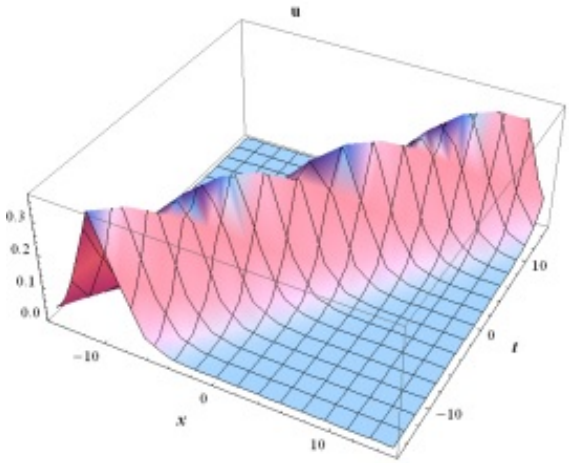
(a) $E = 0.1, b = 0.2, d = 0.3, k = 0.4, -25 < x < 10, -15 < t < 15$

Şekil 4.2. Denklem (4.10)'nun contour grafiği

denklem (4.11)'deki bu değişkenleri denklem (4.6)'da $w = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.1) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

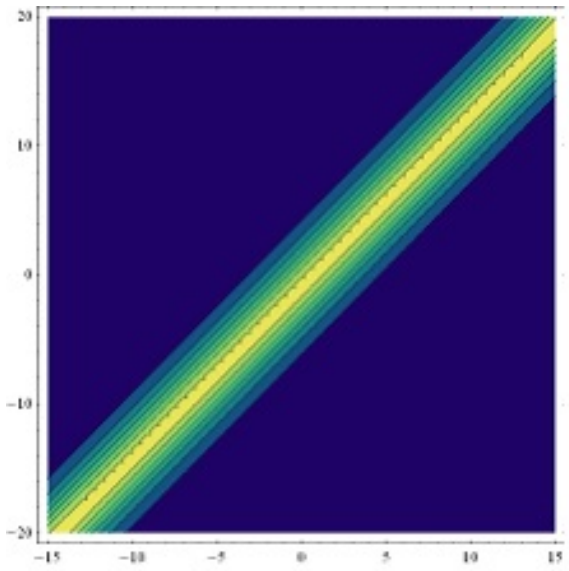
$$u(x,t) = 4bc^{\frac{3}{2}} e^{\sqrt{c}(-ct+kx)k^{-\frac{3}{2}}} \sqrt{k} E \left(2bk^{\frac{3}{2}} + \sqrt{c} e^{\sqrt{c}(-ct+kx)k^{-\frac{3}{2}}} E\right)^{-2}, \qquad (4.12)$$

burada b, c, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.12) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



(a) $E = 0.1, b = 0.2, c = 0.3, k = 0.4, -15 < x < 15, -15 < t < 15$

Şekil 4.3. Denklem (4.12)'nin 3 boyutlu grafiği



(a) $E = 0.1, b = 0.2, c = 0.3, k = 0.4, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.4. Denklem (4.12)'nin contour grafiği

Durum 1.3. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_2 = -2^{\frac{7}{3}} b c^{\frac{1}{3}} d^{\frac{1}{3}},\ a_3 = 0,\ a_4 = -\frac{2^{\frac{7}{3}} b^2 c^{\frac{1}{3}}}{d^{\frac{2}{3}}},\ k = \frac{c^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{2}{3}} d^{\frac{2}{3}}}, \tag{4.13}$$

denklem (4.13)'teki bu değişkenleri denklem (4.6)'da $w = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.1) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u(x,t) = -2^{\frac{5}{3}} b c^{\frac{2}{3}} d^{\frac{5}{3}} e^{2d\left(-ct + \frac{c^{\frac{1}{3}} x}{2^{\frac{2}{3}} d^{\frac{2}{3}}}\right)} E \left(b e^{-2dct + \frac{2dc^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{2}{3}} d^{\frac{2}{3}}}} - dE \right)^{-2}, \tag{4.14}$$

burada b, c, d, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.14) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.

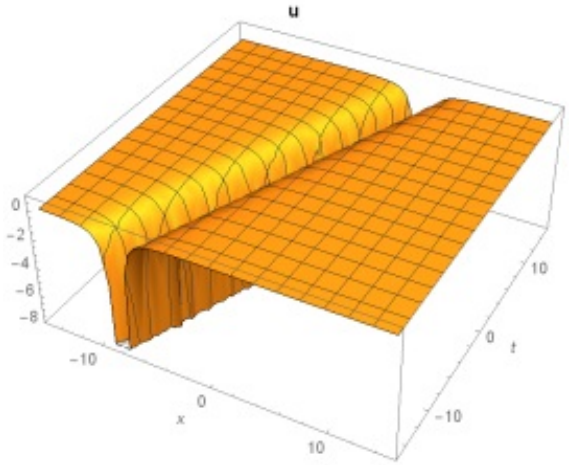
Durum 1.4. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = -\frac{4d^2 k}{3},\ a_1 = 0,\ a_2 = -8bdk,\ a_3 = 0,\ a_4 = -8b^2 k,\ -4d^2 k^3, \tag{4.15}$$

denklem (4.15)'deki bu değişkenleri denklem (4.6)'da $w = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (4.1) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

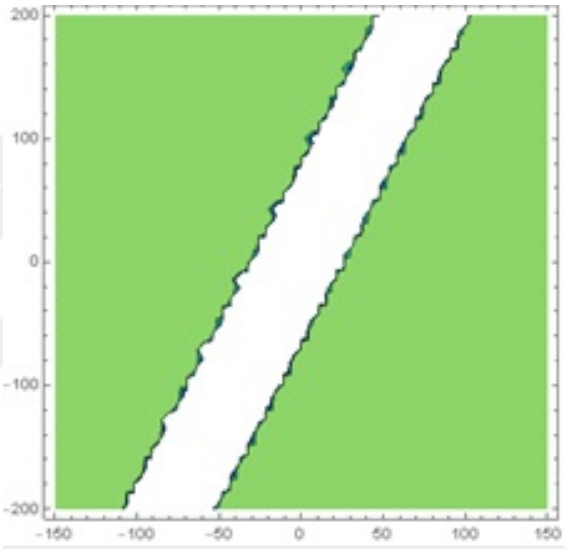
$$v(x,t) = -\frac{16}{3} d^4 k^4 t - \frac{4}{3} d^2 k^2 x + 4d^2 k E \left(b e^{2d\left(4d^2 k^2 t + kx\right)} - dE \right)^{-1}, \tag{4.16}$$

burada b, d, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.16) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



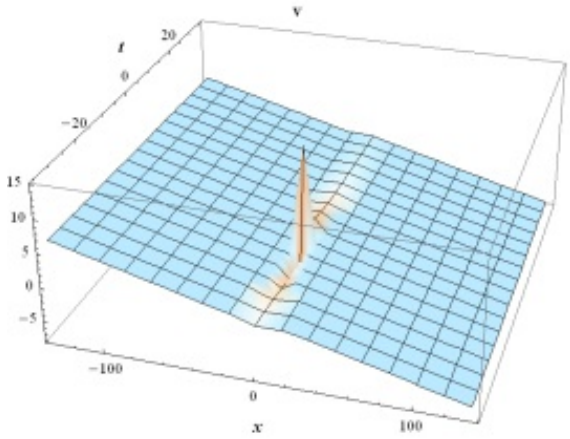
(a) $E = 0.1, b = 0.2, c = 0.3, d = 0.4, -15 < x < 15, -15 < t < 15$

Şekil 4.5. Denklem (4.14)'ün 3 boyutlu grafiği



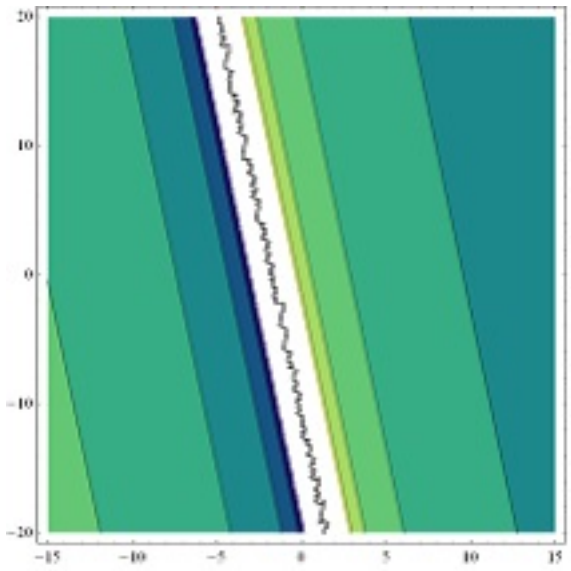
(a) $E = 0.1, b = 0.2, c = 0.3, d = 0.4, -150 < x < 150, -200 < t < 200$

Şekil 4.6. Denklem (4.14)'ün contour grafiği



(a) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -135 < x < 135, -35 < t < 35$

Şekil 4.7. Denklem (4.16)'nın 3 boyutlu grafiği



(a) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.8. Denklem (4.16)'nın contour grafiği

Durum 1.5. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{c}{3k^2},\ a_1 = 0,\ a_2 = \frac{4ib\sqrt{c}}{\sqrt{k}},\ a_3 = 0,\ a_4 = -8b^2k,\ d = -\frac{i\sqrt{c}}{2k^{\frac{3}{2}}}, \tag{4.17}$$

denklem (4.17)'deki bu değişkenleri denklem (4.6)'da $w = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (4.1) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$v(x,t) = -\frac{1}{3}c^2tk^{-2} + \frac{1}{3}cxk^{-1} + 4bck + \left(2ib\sqrt{c}k^{\frac{3}{2}} - ce^{i\sqrt{c}(-ct+kx)k^{-\frac{3}{2}}}E\right)^{-1}, \tag{4.18}$$

burada b, c, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.18) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.

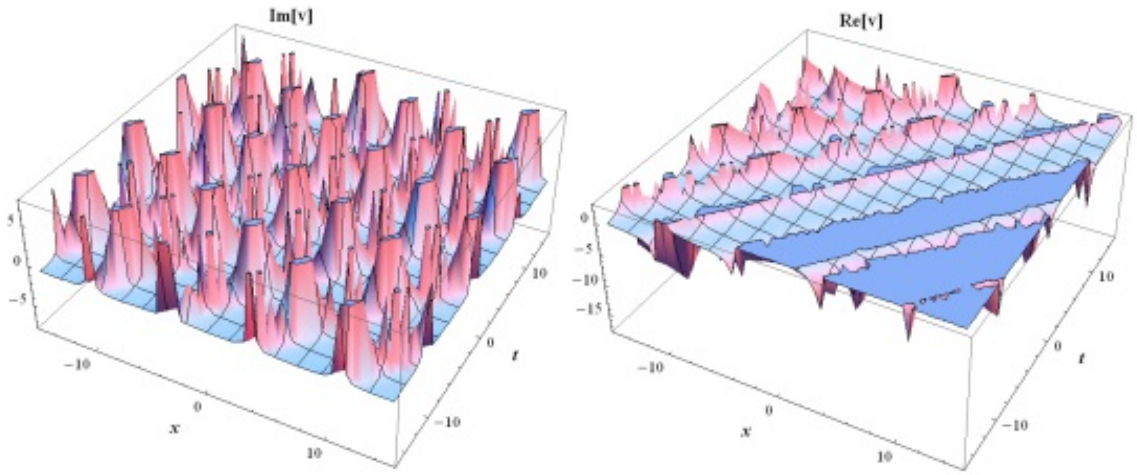
Durum 1.6. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{2}{3}\varpi d^{\frac{4}{3}},\ a_1 = 0,\ a_2 = 4\varpi b d^{\frac{1}{3}},\ a_3 = 0,\ a_4 = \frac{4\varpi b^2}{d^{\frac{2}{3}}},\ k = \psi, \tag{4.19}$$

burada $\varpi = (-1)^{\frac{2}{3}}\, 2^{\frac{1}{3}} c^{\frac{1}{3}},\ \psi = -\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} c^{\frac{1}{3}} d^{-\frac{2}{3}}$ olup denklem (4.19)'daki bu değişkenleri denklem (4.6)'da $w = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (4.1) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$v(x,t) = \frac{2}{3}c^{\frac{1}{3}}(-1)^{\frac{2}{3}}\, 2^{\frac{1}{3}} d^{\frac{4}{3}}\tau - 2cE(\psi)^{-\frac{1}{2}}\left(2b\psi^{\frac{3}{2}}e^{i\sqrt{c}\tau\psi^{-\frac{3}{2}}} - i\sqrt{c}E\right)^{-1}, \tag{4.20}$$

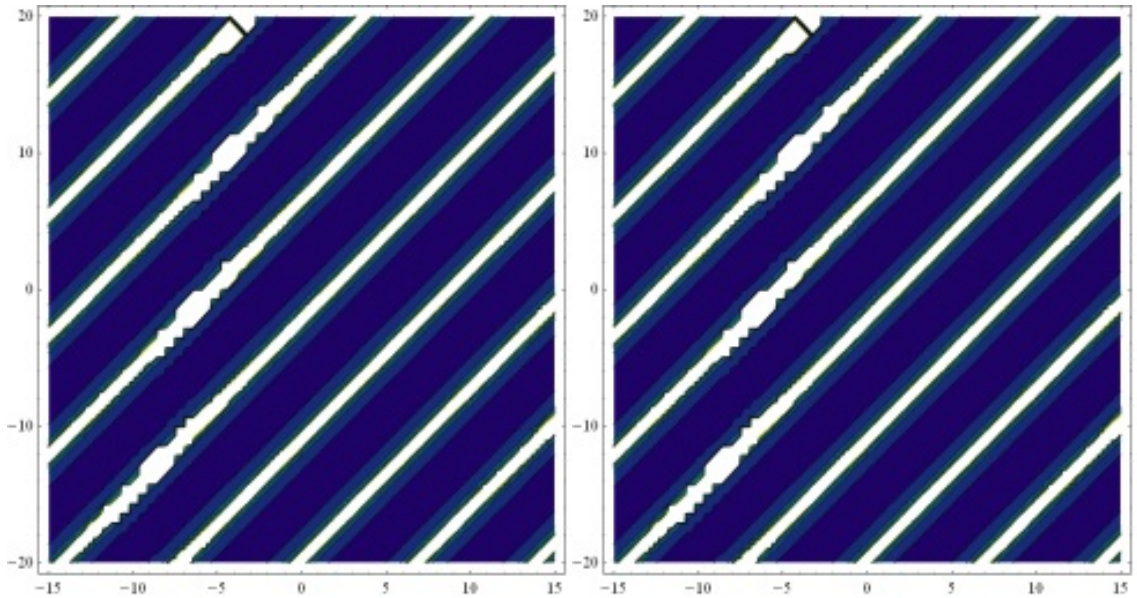
burada $\tau = -ct - (-1)^{\frac{2}{3}} c^{\frac{1}{3}} x d^{-\frac{2}{3}},\ \psi = -\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} c^{\frac{1}{3}} d^{-\frac{2}{3}}$ olup b, c, d, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.20) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



(a) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -135 < x < 135, -35 < t < 35$

(b) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -135 < x < 135, -35 < t < 35$

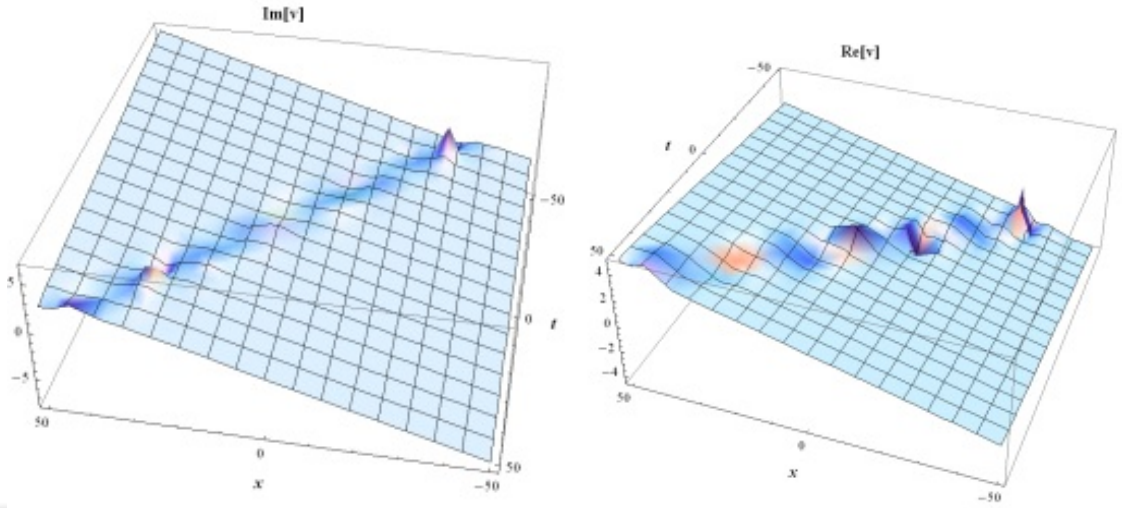
Şekil 4.9. Denklem (4.18)'in 3 boyutlu grafiği



(a) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

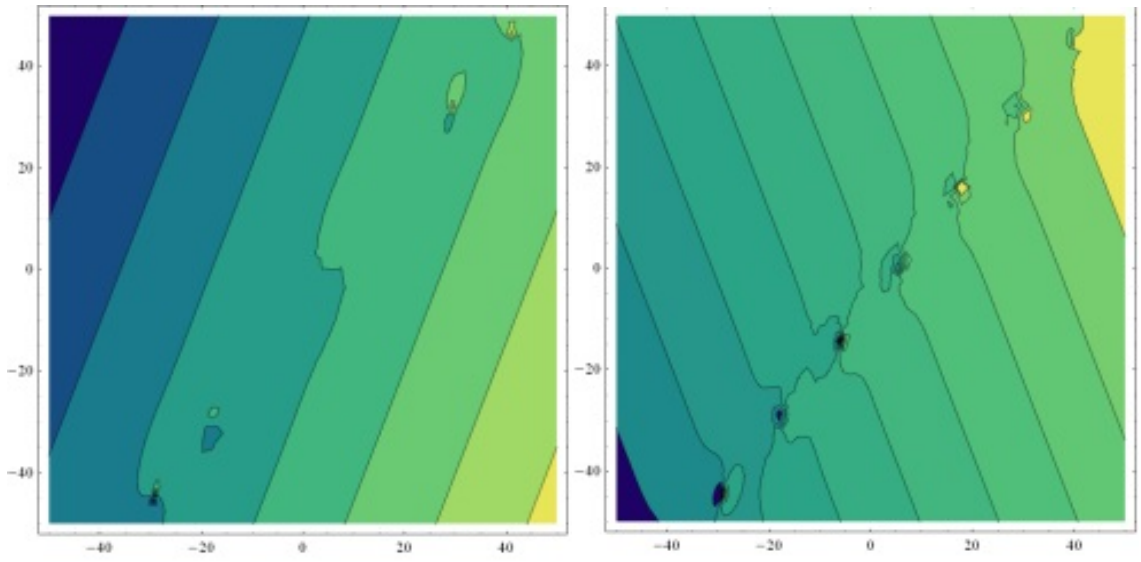
(b) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.10. Denklem (4.18)'in contour grafiği



(a) $E = 0.1, b = 0.2, c = 0.3, d = 0.4, k = 0.5, -50 < x < 50, -50 < t < 50$ (b) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -50 < x < 50, -50 < t < 50$

Şekil 4.11. Denklem (4.20)'nin 3 boyutlu grafiği



(a) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -50 < x < 50, -50 < t < 50$ (b) $E = 1, b = 0.8, d = 0.4, k = 0.5, -50 < x < 50, -50 < t < 50$

Şekil 4.12. Denklem (4.20)'nin contour grafiği

4.2. BSEFM'nin yüksek mertebeden diferansiyel denkleme uygulanması

Bu bölümde, BSEFM'yi bazı yeni salınımlı dalga çözümleri bulmak için FOIE'ye uyguluyoruz. Dalga dönüşümünü aşağıdaki gibi ele alırsak,

$$u(x,y,t) = U(\zeta),\ \zeta = kx + ly - ct, \tag{4.21}$$

burada k, l, c sıfırdan farklı reel sabitler olup, aşağıdaki lineer olmayan adi diferansiyel denklemi elde ederiz.

$$2c^2U' + 2l^4U''' - 2k^2U' - \alpha l^3 (U')^2 = 0. \tag{4.22}$$

Eğer (4.22)'de $V = U'$ alırsak, denklem (4.22)'yi aşağıdaki gibi yeniden yazabiliriz

$$2l^4V'' - 2\left(k^2 - c^2\right)V - \alpha l^3 V^2 = 0. \tag{4.23}$$

Balance prensibi dikkate alındığında,

$$2M = n + 2 \tag{4.24}$$

elde ederiz. Bu denklem (1.2) için birçok yeni salınımlı dalga çözümleri verir.

Durum 1: Eğer $n = 4$ ve $M = 3$ olarak alırsak, deneme çözüm denklemini ve türevlerini aşağıdaki şekilde yazabiliriz

$$V = a_0 + a_1F + a_2F^2 + a_3F^3 + a_4F^4, \tag{4.25}$$

şeklinde deneme çözüm denklemini yazabiliriz. Denklem (4.25)'in birinci ve ikinci mertebeden türevleri ise

$$V' = a_1bF + 2a_2bF^2 + \kappa F^3 + \nu F^4 + 3a_3dF^5 + 4a_4dF^6, \tag{4.26}$$

$$V'' = a_1bF' + 4a_2bFF' + 3\kappa F^2F' + 4\nu F^3F' + 15a_3dF^4F' + 24a_4dF^5F', \tag{4.27}$$

olarak yazılır. Burada $\kappa = a_1d + 3a_3b, \nu = 2a_2d + 4a_4b, a_4 \neq 0,\ b \neq 0,\ d \neq 0$ olup reel sabitlerdir. (4.25) ve (4.27) denklemlerini denklem (4.23)'te yerine yazdığımızda F'nin farklı kuvvetten terimlerini içeren bir denklem elde ederiz. Bu terimlerin katsayılarını sıfıra eşitlersek bir denklem sistemi buluruz. Elde edilen bu denklem sistemini çözersek aşağıdaki gibi çözümler buluruz.

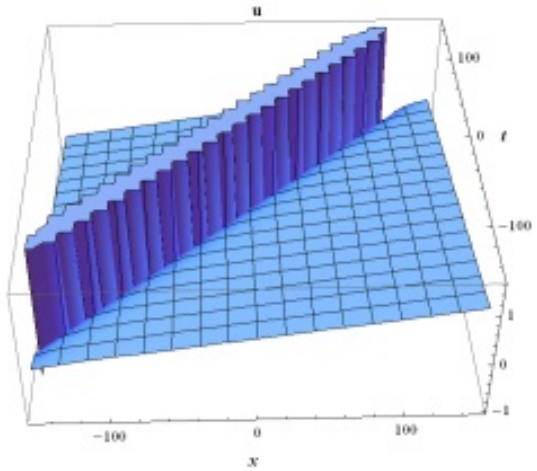
Durum 1.1. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = 8d^2\psi,\ a_1 = 0,\ a_2 = 48bd\psi,\ a_3 = 0, a_4 = 48b^2\psi, k = \varpi, \tag{4.28}$$

burada $\psi = l\alpha^{-1}$, $\varpi = \sqrt{c^2 - 4d^2l^4}$, olup denklem (4.28)'deki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u(x,y,t) = 8d^2l\alpha^{-1}\left(-ct + \tau x + ly + 3E\left(-be^{2d(-ct+\tau x+ly)} + dE\right)^{-1}\right), \qquad (4.29)$$

burada $\tau = \sqrt{c^2 - 4d^2l^4}$ olup α, b, c, d, l, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.29) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



(a) $c = 0.8, b = 0.3, l = 0.2, d = 0.04, E = 0.5, \alpha = 0.6, y = 0.01, -150 < x < 150, -150 < t < 150$

Şekil 4.13. Denklem (4.29)'un 3 boyutlu grafiği

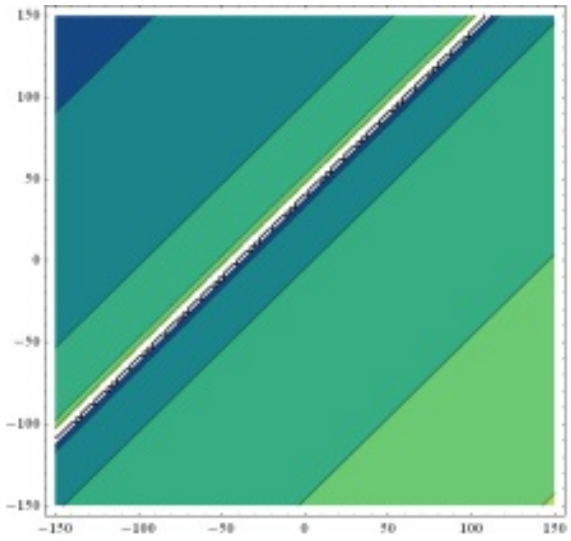
Durum 1.2. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{2\psi}{l^3\alpha},\ a_4 = \frac{l^3\alpha a_2^2}{12\psi},\ b = \frac{il\alpha a_2}{24\sqrt{-\psi}},\ d = -\frac{i\sqrt{-\psi}}{2l^2},\ a_1 = 0,\ a_3 = 0, \qquad (4.30)$$

burada $\psi = -c^2 + k^2$ olup denklem (4.30)'daki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

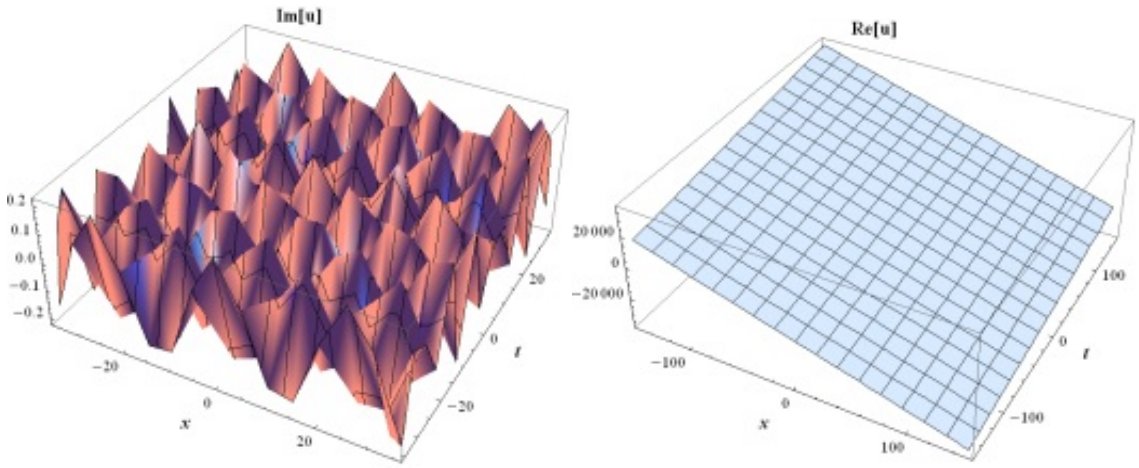
$$u(x,y,t) = 2\psi\tau l^3\alpha - 12i\sqrt{-\psi}l^2a_2\left(12e^{i\sqrt{-\psi}\tau l^{-2}}\psi E - l^3\alpha a_2\right)^{-i}, \qquad (4.31)$$

burada $\tau = -ct + kx + ly,\ \psi = c^2 - k^2,\ k^2 - c^2 > 0$ olup α, a_2, c, k, l, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.31) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafiklerini aşağıdaki gibi çizebiliriz.



(a) $c = 0.8, b = 0.3, l = 0.2, d = 0.04, E = 0.5, \alpha = 0.6, y = 0.01, -150 < x < 150, -150 < t < 150$

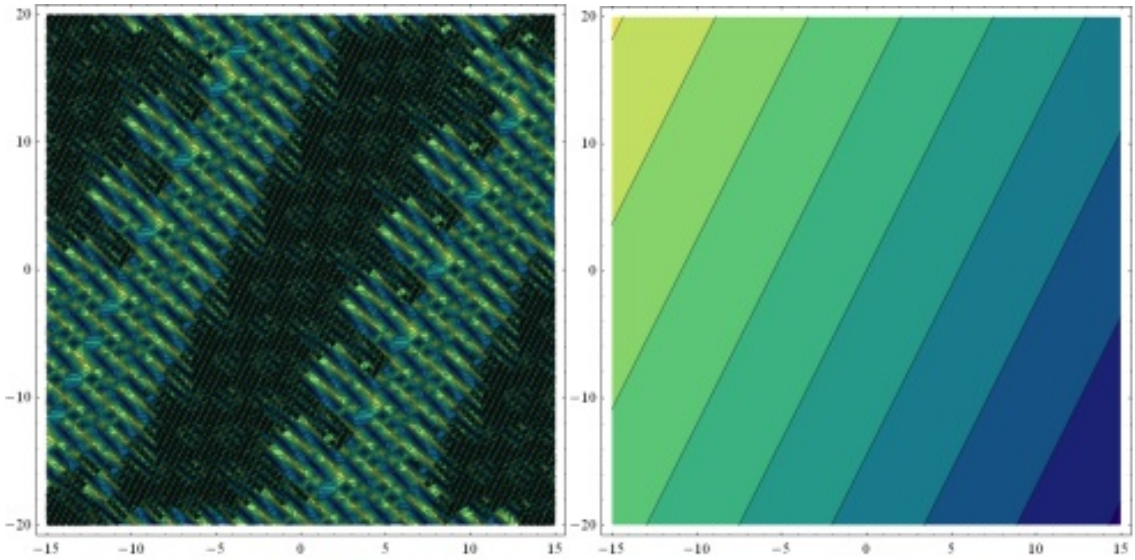
Şekil 4.14. Denklem (4.29)'un contour grafiği



(a) $E = 0.1, l = 0.2, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

(b) $E = 0.1, l = 0.2, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.15. Denklem (4.31)'in 3 boyutlu grafiği



(a) $E = 0.1, l = 0.2, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

(b) $E = 0.1, l = 0.2, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.16. Denklem (4.31)'in contour grafiği

Durum 1.3. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_3 = 0,\ a_4 = -\frac{l^3\alpha\left(a_2\right)^2}{12\psi},\ b = -\frac{l\alpha a_2}{24\left(-\psi\right)},\ d = \varpi, \tag{4.32}$$

burada $\psi = c^2 - k^2,\ \varpi = -\frac{\sqrt{-c^2+k^2}}{2l^2}$ olup denklem (4.32)'deki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u\left(x,y,t\right) = 12\psi^2 l^2 a_2\left(-\psi\right)^{-\frac{3}{2}}\left(12e^{\frac{\sqrt{-\psi}(-ct+kx+ly)}{l^2}}\psi E + l^3\alpha a_2\right)^{-1}, \tag{4.33}$$

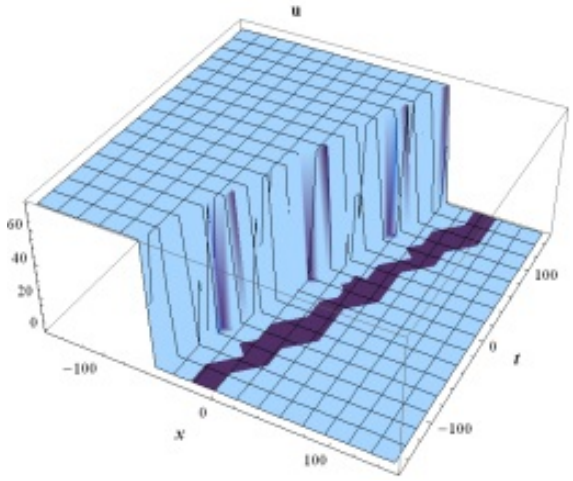
burada $\psi = c^2 - k^2,\ k^2 - c^2 > 0$ olup α, a_2, c, k, l, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.33) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafiklerini aşağıdaki gibi çizebiliriz.

Durum 1.4. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_3 = 0,\ a_2 = \frac{24\sqrt{2}b\sqrt{d}\psi}{\alpha},\ \ a_4 = \frac{24\sqrt{2}b^2\psi}{\sqrt{d}\alpha},\ l = \frac{\psi}{\sqrt{2}\sqrt{d}}, \tag{4.34}$$

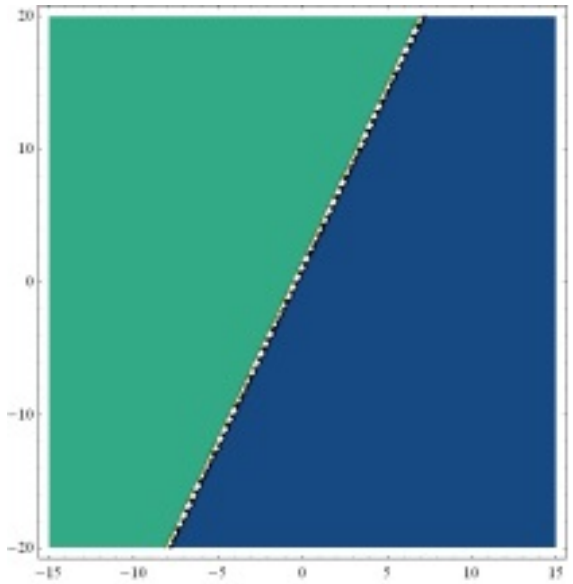
burada $\psi = -i\left(-c^2 + k^2\right)^{\frac{1}{4}}$ olup denklem (4.34)'deki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u\left(x,y,t\right) = 4i\sqrt{2}d^{\frac{3}{2}}\left(\psi\tau + 3i\psi^{\frac{3}{2}}E\phi d^{-1}\varpi^{-1}\right)\psi^{-\frac{3}{4}}\alpha^{-1}, \tag{4.35}$$



(a) $E = 0.1, l = 0.2, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.17. Denklem (4.33)'ün 3 boyutlu grafiği

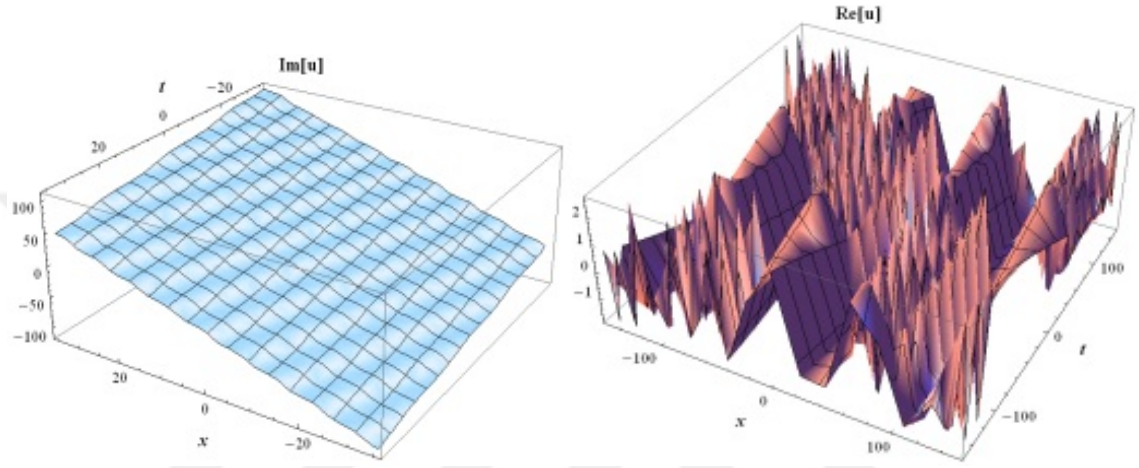


(a) $E = 0.1, l = 0.2, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.18. Denklem (4.33)'ün contour grafiği

burada $\tau = -ct + kx - i\psi^{\frac{1}{4}} y 2^{-\frac{1}{2}} d^{-\frac{1}{2}}$, $\psi = -c^2 + k^2$, $\varpi = b^2 e^{-4id\tau}\psi d^{-1} +$

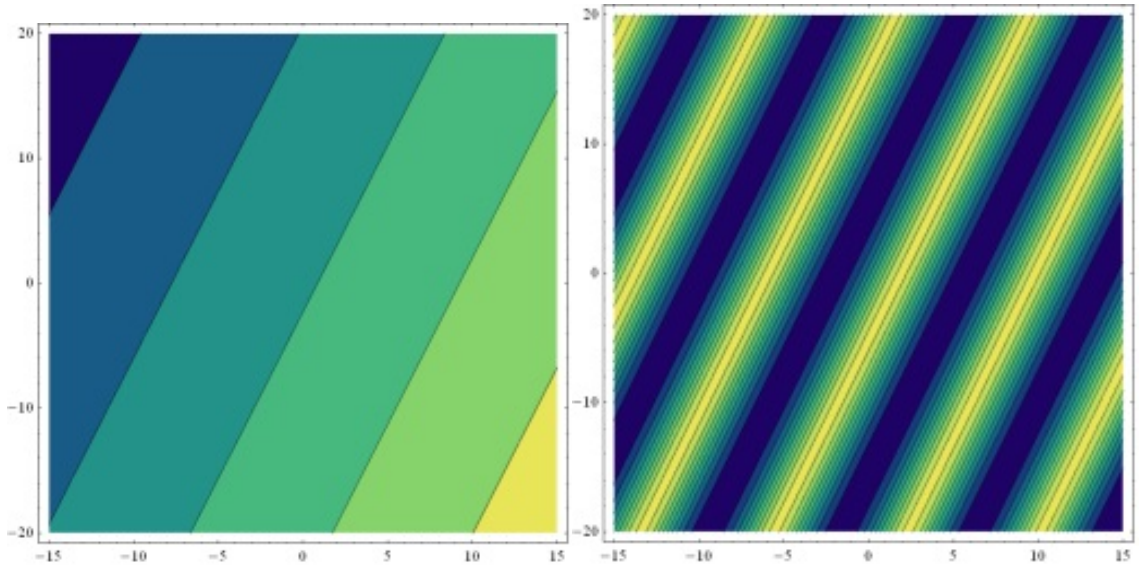
ψE^2, $\phi = ibe^{-2id\tau}\sqrt{\psi} d^{-1} + \sqrt{\psi} E$, $k^2 - c^2 > 0$ olup α, b, c, d, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.35) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



(a) $E = 0.1, c = 0.3, b = 0.4, d = 0.5, \alpha = 0.6, k = 0.8, y = 0.03, -35 < x < 35, -35 < t < 35$

(b) $E = 0.1, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -150 < x < 150, -150 < t < 150$

Şekil 4.19. Denklem (4.35)'in 3 boyutlu grafiği



(a) $E = 0.1, c = 0.3, b = 0.4, d = 0.5, \alpha = 0.6, k = 0.8, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

(b) $E = 0.1, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.20. Denklem (4.35)'in contour grafiği

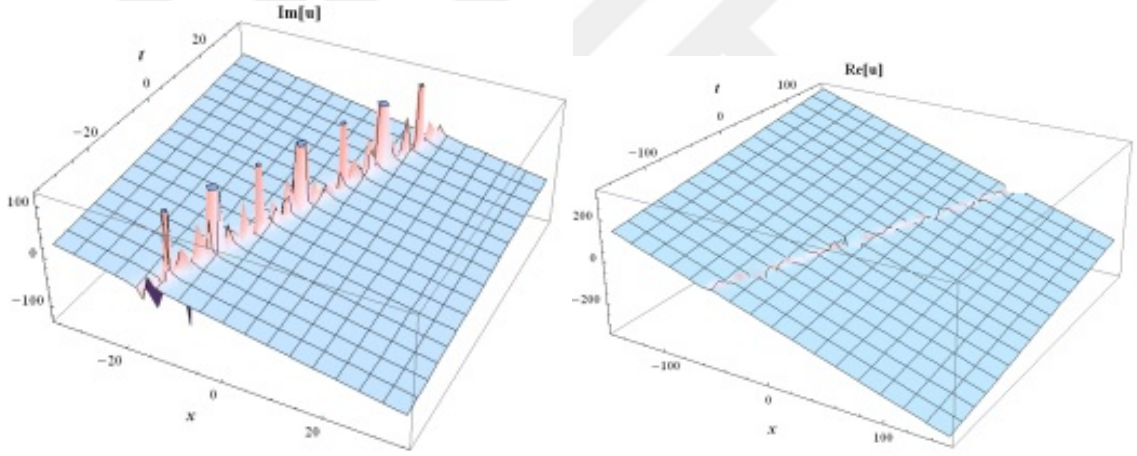
Durum 1.5. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{8\psi d^{\frac{3}{2}}}{\alpha},\ a_1 = 0,\ a_2 = \frac{48\psi b\sqrt{d}}{\alpha},\ a_4 = \frac{48\psi b^2}{\sqrt{d}\alpha},\ \ l = \frac{\psi}{\sqrt{d}}, \tag{4.36}$$

burada $\psi = -\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)\left(-c^2 + k^2\right)^{\frac{1}{4}}$ olup denklem (4.36)'daki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u\left(x, y, t\right) = -\left(4 + 4i\right) d^{\frac{3}{2}} \left(-c^2 + k^2\right)^{\frac{1}{4}} \left(\tau - \frac{3E}{be^{2d\tau} - dE}\right) \alpha^{-1}, \tag{4.37}$$

burada $\tau = -ct + kx - \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)\left(-c^2 + k^2\right)^{\frac{1}{4}} yd^{-\frac{1}{2}},\ k^2 - c^2 > 0$ olup α, b, c, d, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.37) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



(a) $E = 0.1, c = 0.3, b = 0.4, d = 0.5, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -35 < x < 35, -35 < t < 35$

(b) $E = 0.1, c = 0.3, b = 0.4, d = 0.5, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -150 < x < 150, -35 < t < 35$

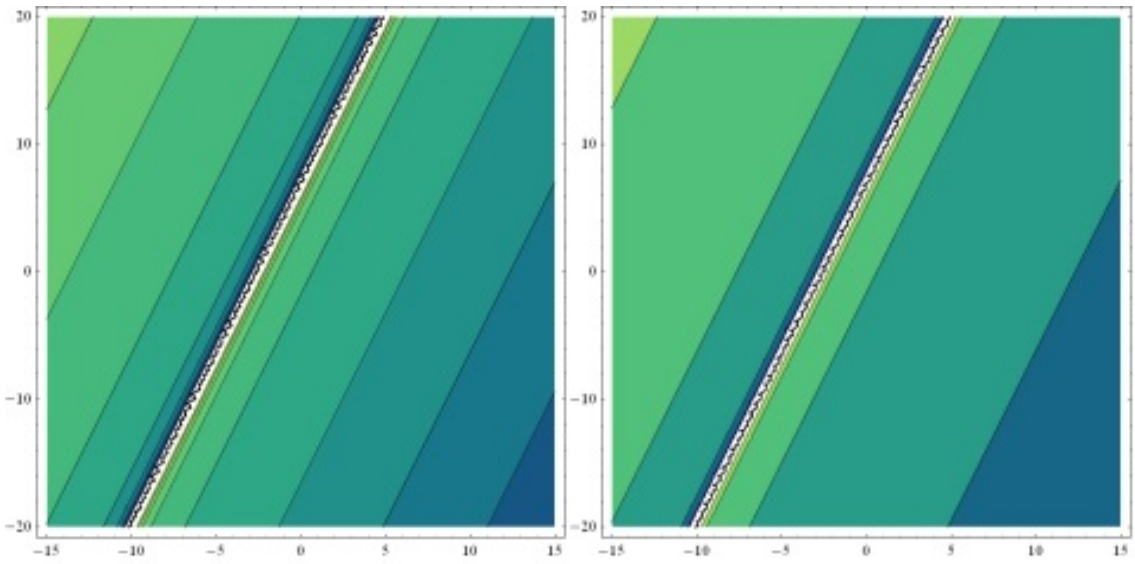
Şekil 4.21. Denklem (4.37)'nin 3 boyutlu grafiği

Durum 1.6. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları aldığımızda;

$$a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_3 = 0,\ a_4 = \frac{\varpi a_2}{d^{\frac{3}{2}}},\ b = -\frac{\varpi}{\sqrt{d}},\ l = -\frac{\left(-c^2 + k^2\right)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{2}\sqrt{d}}, \tag{4.38}$$

burada $\varpi = -\frac{\alpha a_2}{24\sqrt{2}(-c^2+k^2)^{\frac{1}{4}}}$ olup denklem (4.38)'deki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u = \frac{576d^2\sqrt{\psi}E\left(24\sqrt{2}d^{\frac{3}{2}}\psi^{\frac{1}{4}}E - e^{2d\tau}\alpha a_2\right)\left(1152d^3\sqrt{\psi}E + e^{4d\tau}\alpha^2\left(a_2\right)^2\right)}{\alpha\left(-1327104d^6\psi E^4 + e^{8d\tau}\alpha^4\left(a_2\right)^4\right)}, \tag{4.39}$$

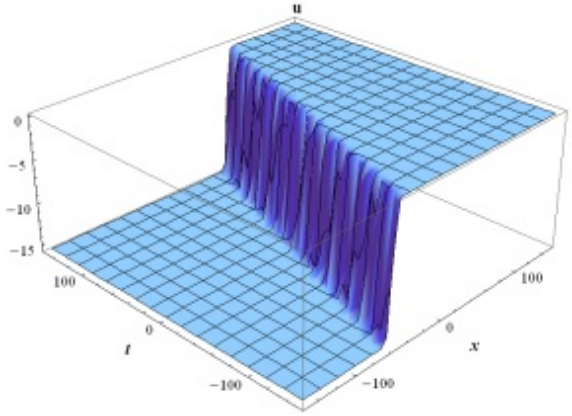


(a) $E = 0.1, c = 0.3, b = 0.4, d = 0.5, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

(b) $E = 0.1, c = 0.3, b = 0.4, d = 0.5, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.22. Denklem (4.37)'nin contour grafiği

burada $\tau = -ct + kx - \psi^{\frac{1}{4}} y 2^{-\frac{1}{2}} d^{-\frac{1}{2}},\ \psi = -c^2 + k^2, a_2, b, c, d, k, E$ sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.39) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



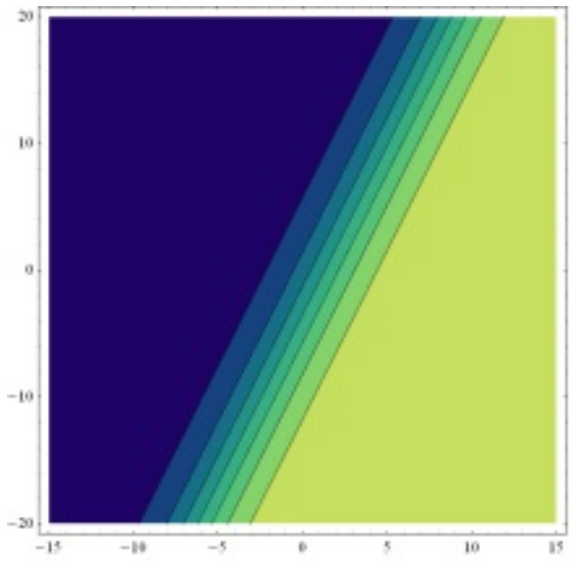
(a) $E = 0.1, c = 0.3, d = 0.4, a_2 = 0.5, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -150 < x < 150, -150 < t < 150$

Şekil 4.23. Denklem (4.39)'un 3 boyutlu grafiği

Durum 1.7. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_3 = 0,\ a_4 = \frac{i\varpi a_2}{d^{\frac{3}{2}}},\ b = \frac{i\varpi}{\sqrt{d}},\ l = -\frac{i\left(-c^2 + k^2\right)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{2}\sqrt{d}}, \tag{4.40}$$

burada $\varpi = \frac{\alpha a_2}{24\sqrt{2}(-c^2+k^2)^{\frac{1}{4}}}$ olup denklem (4.40)'daki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon



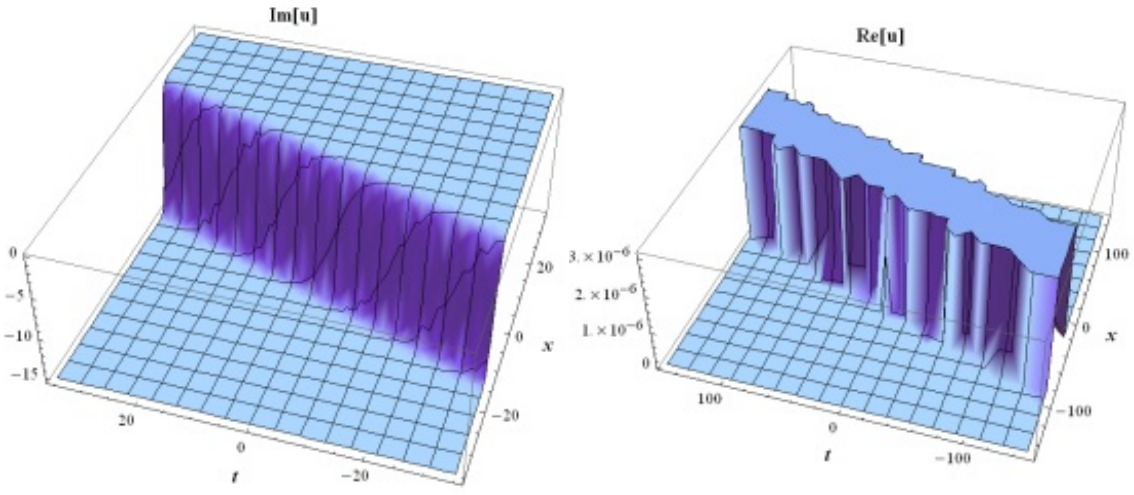
(a) $E = 0.1, c = 0.3, a_2 = 0.4, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -15 < x < 15, -20 < t < 20$

Şekil 4.24. Denklem (4.39)'un contour grafiği

çözümünü buluruz;

$$u(x,y,t) = \frac{576id^2\sqrt{\psi}E(24\sqrt{2}d^{\frac{3}{2}}\psi^{\frac{3}{2}}E + ie^{2d\tau}\alpha a_2)\chi}{\alpha(-1327104d^6\psi E^4 + e^{8d\tau}\alpha^4 a_2^4)}, \tag{4.41}$$

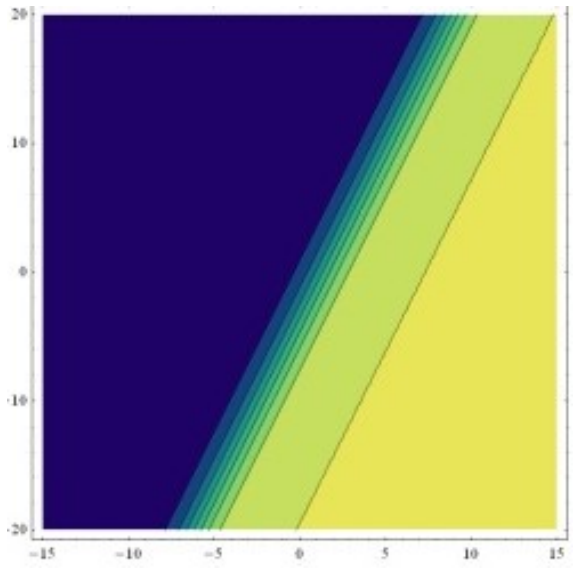
burada $\chi = 1152d^3\sqrt{\psi}E^2 - e^{4d\tau}\alpha^2 a_2^2, \tau = -ct + kx - i\psi^{\frac{1}{4}}y2^{-\frac{1}{2}}d^{-\frac{1}{2}}, \psi = -c^2 + k^2, k^2 - c^2 > 0$ olup α, a_2, c, d, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.41) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.



(a) $E = 0.1, c = 0.3, b = 0.4, d = 0.5, k = 0.8, \alpha = 0.6, y = 0.03, -35 < x < 35, -35 < t < 35$

(b) E=0.1, c=0.3, b=0.4, d=0.5, k=0.8, α=0.6, y=0.03, -150<x<150, -150<t<150

Şekil 4.25. Denklem (4.41)'in 3 boyutlu grafiği



(a) E=0.1, c=0.3, b=0.4, d=0.5, k=0.8, α=0.6, y=0.03, -15<x<15, -20<t<20

Şekil 4.26. Denklem (4.41)'in contour grafiği

Durum 1.8. $b \neq d$ için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{8\psi d^{\frac{3}{2}}\varpi}{\alpha},\ a_1 = 0,\ a_3 = 0,\ a_4 = \frac{\psi\alpha a_2^2}{d^{\frac{3}{2}}\varpi},\ b = \frac{\psi\alpha a_2}{24\sqrt{d}\varpi},\ \ l = \frac{\psi\varpi}{\sqrt{d}}, \tag{4.42}$$

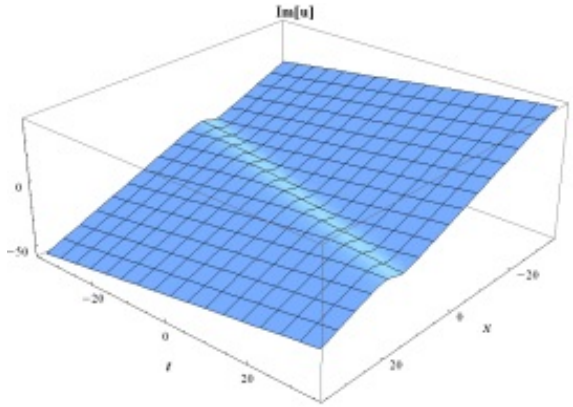
burada $\psi = -\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right),\ \varpi = (-c^2 + k^2)^{\frac{1}{4}}$ olup denklem (4.40)'daki bu değişkenleri denklem (4.25)'de $V = U'$ ile birlikte yerine yazarsak, denklem (1.2) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u(x,y,t) = \frac{\theta d^{\frac{3}{2}}\psi^{\frac{1}{4}}\tau + (\varsigma\sqrt{d}E\upsilon)}{\alpha(1327104\psi d^6E^4 + e^{8d\tau}\alpha^4 a_2^4)}, \tag{4.43}$$

burada $\varsigma = 72+72i, \upsilon = -(27648-27648i)\psi d^{\frac{9}{2}}E^3 - \varpi + \kappa - e^{6d\tau}\psi^{\frac{1}{4}}\alpha^3 a_2^3, \theta = 4+4i, \tau = ct - kx + \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-c^2+k^2)^{\frac{1}{4}}\, yd^{-\frac{1}{2}},\ \psi = -c^2 + k^2,\ \varpi = 1152id^3e^{2d\tau}\psi^{\frac{3}{4}}\alpha E^2 a_2,\ \kappa = (24+24i)\, d^{\frac{3}{2}}e^{4d\tau}\sqrt{\psi}\alpha^2 E a_2^2,\ k^2 - c^2 > 0$ olup α, a_2, c, d, k, E sıfırdan farklı reel sabitlerdir. (4.41) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerlerine karşılık gelen grafikleri aşağıdaki gibi çizebiliriz.

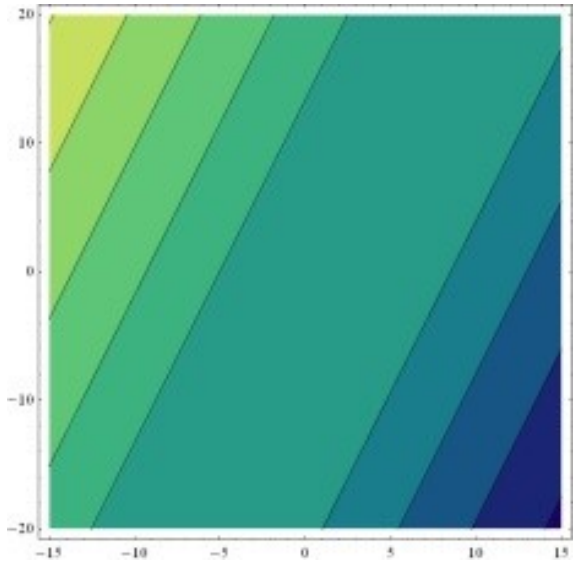
4.3. SGEM'nin İDD'ye uygulanması

Bu bölümde, sine-Gordon açılım metodunu kullanarak (1+1)-boyutlu integro-diferansiyel denklemi için bazı yeni analitik çözümler elde edilir. İlk olarak (1.1)



(a) $E = 0.1, c = 0.3, d = 0.4, a_2 = 0.5, \alpha = 0.6, k = 0.8, y = 0.03, -35 < x < 35, -35 < t < 35$

Şekil 4.27. Denklem (4.43)'ün 3 boyutlu grafiği



(a) E=0.1, c=0.3, d=0.4, $a_2 = 0.5$, α=0.6, k=0.8, y=0.03, -15<x<15, -20<t<20

Şekil 4.28. Denklem (4.43)'ün contour grafiği

denklemine

$$u\left(x,t\right)=v_{x}\left(x,t\right), \tag{4.44}$$

değişken değiştirilmesi uygulanırsa, (1.1) denklemi

$$v_{xtt}+v_{xxxxt}+6v_{xx}v_{xt}+3v_{x}v_{xxt}+3v_{xxx}v_{t}=0, \tag{4.45}$$

şeklinde yeniden yazılabilir. (4.45) denkleminde

$$v(x,t)=U(\xi),\xi=kx-ct,k\neq 0,c\neq 0, \tag{4.46}$$

dalga dönüşümü uygulanırsa

$$k^{3}U'''-cU'+3k^{2}(U')^{2}=0, \tag{4.47}$$

şeklinde nonlineer adi diferansiyel denklem elde edilir. Basitlik açısından $\varpi=U'$ alırsak

$$k^{3}\varpi''-c\varpi+3k^{2}\varpi^{2}=0, \tag{4.48}$$

şeklinde yeniden yazabiliriz. SGEM metodunun yapısı gereği, balance prensibi ile $n=2$ elde edilir. Bu değer (3.20) denkleminde yerine yazılırsa (4.48) denklemi için çözüm

$$\varpi=B_{1}\sin\left(w\right)+A_{1}\cos\left(w\right)+B_{2}\sin\left(w\right)\cos\left(w\right)+A_{2}\cos\left(w\right)\cos\left(w\right)+A_{0}, \tag{4.49}$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (4.49) ve ikinci mertebeden türevi, (4.48) denkleminde yerine yazılırsa trigonometrik terimlerin cebirsel bir denklemi elde edilir. Bu terimlerin katsayılarını sıfıra eşitlersek bir denklem sistemi bulunur. Bulunan bu denklem sistemi paket programlarla çözülürse, (1+1)-boyutlu integro-diferansiyel İDD'nin aşağıdaki gibi farklı analitik çözümleri elde edilir.

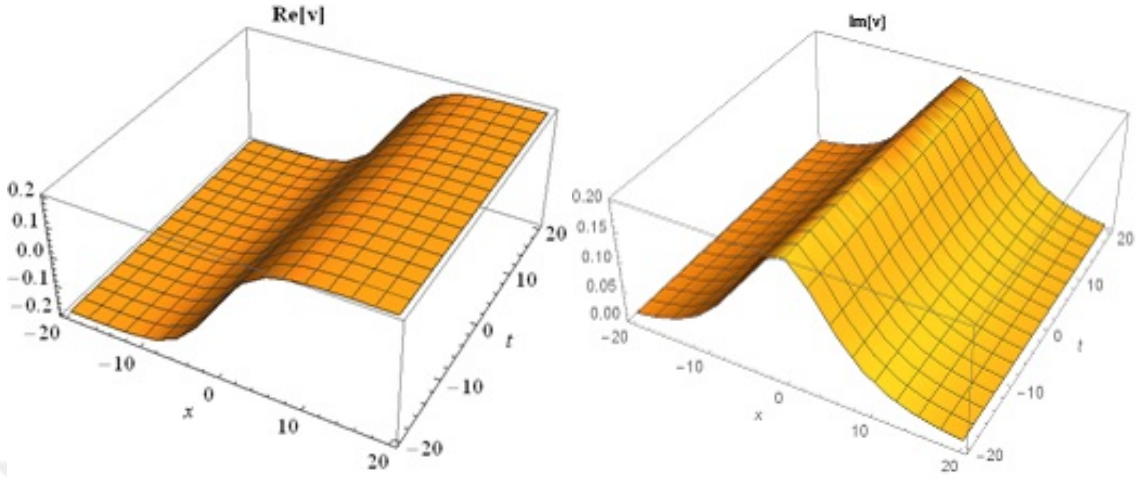
Durum 1. Eğer $A_{0}=k,B_{1}=0,A_{1}=0,A_{2}=-k,B_{2}=-k,c=k^{3}$, katsayıları (3.19) denkleminde yerine yazılırsa, (4.45) denkleminin aşağıdaki kompleks hiperbolik fonksiyon çözümü elde edilir

$$v(x,t)=k[i\,\mathrm{sech}(k^{3}t-kx)-\tanh(k^{3}t-kx)], \tag{4.50}$$

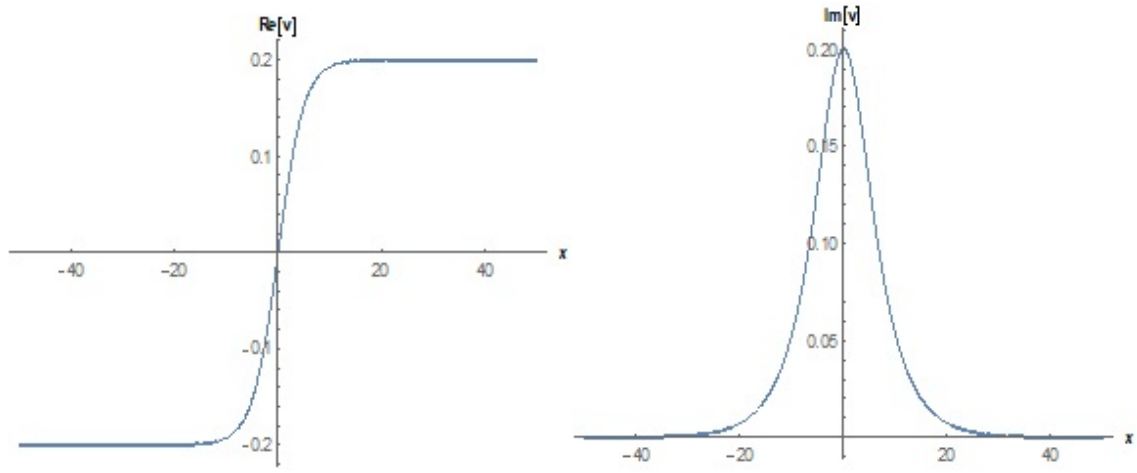
burada *k* reel sabittir. Denklem (4.50)'nin grafiği parametrelerin uygun değerlerine göre aşağıdaki şekilde çizilebilir.

Durum 2. Eğer $A_{0}=2k/3,B_{1}=0,A_{1}=0,A_{2}=-2k,B_{2}=0,c=-4k^{3}$, katsayıları $n=2$ ile beraber (3.19) denkleminde yazılırsa, (4.45) denkleminin aşağıdaki hiperbolik fonksiyon çözümü elde edilir

$$v(x,t)=-\frac{4}{3}k(4k^{3}t+kx)+2k\tanh(4k^{3}t+kx), \tag{4.51}$$

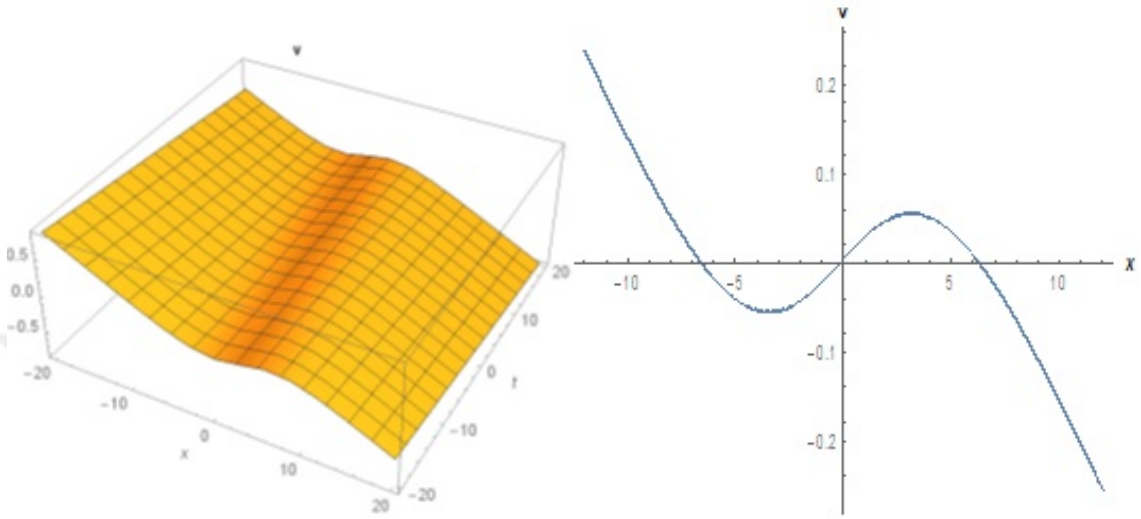


Şekil 4.29. Denklem (4.50)'nin 3 boyutlu grafiği

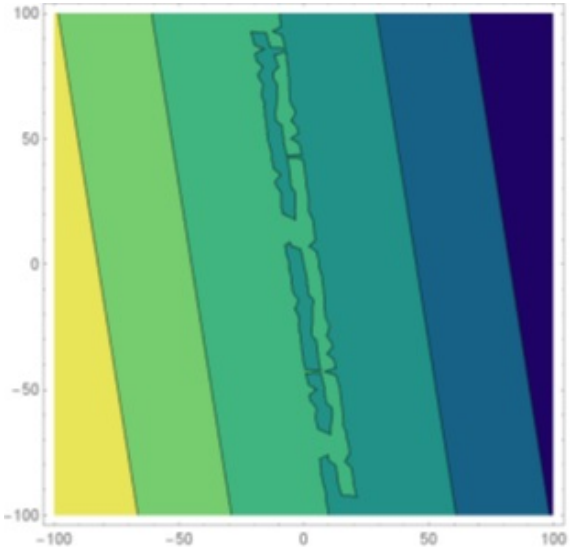


Şekil 4.30. Denklem (4.50)'nin 2 boyutlu grafiği

burada k reel sabittir. Denklem (4.51)'in grafiği parametrelerin uygun değerlerine göre aşağıdaki şekilde çizilebilir.



Şekil 4.31. Denklem (4.51)'in 3 boyutlu ve 2 boyutlu grafiği



Şekil 4.32. Denklem (4.51)'in contour grafiği

4.4. SGEM'nin yüksek mertebeden diferansiyel denkleme uygulanması

Bu bölümde, sine-Gordon açılım metodunu kullanarak (2+1) boyutlu yüksek mertebeden integre edilebilen FOIE'ye bazı analitik çözümler elde edilir. İlk olarak (1.2) denklemine

$$u\left(x,y,t\right)=U\left(\xi\right),\ \xi=kx+ly-ct, \tag{4.52}$$

değişken değiştirilmesi uygulanırsa, denklem (1.2)

$$2c^2U'+2l^4U'''-2k^2U'-\alpha l^3\left(U'\right)^2=0, \tag{4.53}$$

şeklinde yazılabilir. (4.53) denkleminde basitlik açısından $U'=V$ alırsak

$$2l^4V''-2\left(k^2-c^2\right)V-\alpha l^3V^2=0, \tag{4.54}$$

şeklinde yeniden yazılabilir. (4.54) denkleminde balance prensibi gereği $n=2$ olarak elde edilir. Bu değer (3.20) denklinde yerine yazılırsa

$$V=B_1\sin\left(w\right)+A_1\cos\left(w\right)+B_2\sin\left(w\right)\cos\left(w\right)+A_2\cos\left(w\right)\cos\left(w\right)+A_0, \tag{4.55}$$

ve ikinci mertebeden türevi ise

$$V''=-2\delta\sin\left(w\right)A_1-4\delta^2A_2+2\sin^4\left(w\right)A_2+\delta\cos\left(w\right)B_1-\sin^3\left(w\right)B_1+r, \tag{4.56}$$

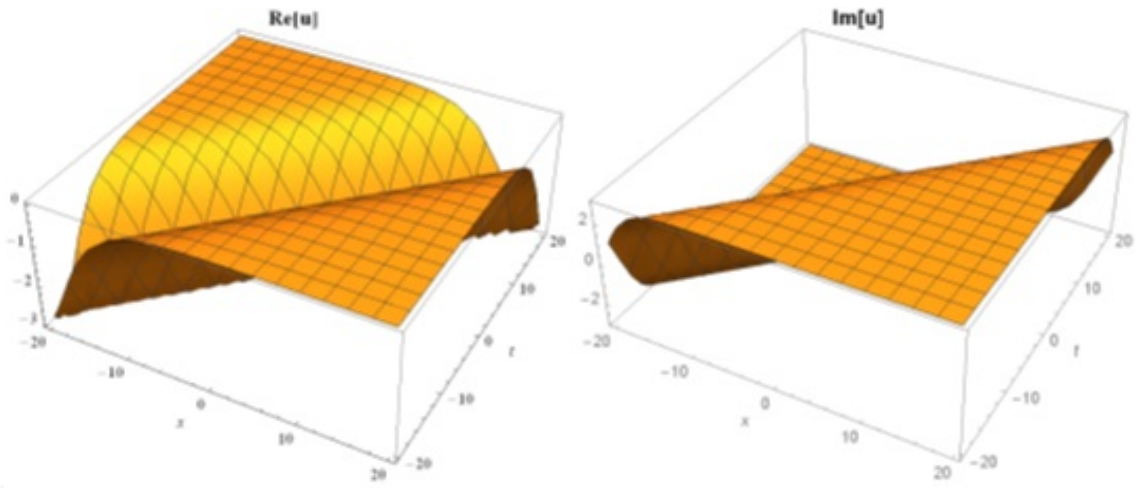
bulunur. Burada $\delta=\sin(w)cos(w), r=\delta\cos^2\left(w\right)B_2-5\delta\sin^2\left(w\right)B_2$ dir. Denklem (4.55) ve denklem (4.56) eşitlikleri (4.54) denkleminde yerine yazılırsa, trigonometrik fonksiyonların cebirsel bir denklemi elde edilir. Bu terimlerin katsayılarının farklı değerleri aşağıdaki gibi seçilebilir.

Durum 1. Eğer $A_0=iB_2,\ A_1=0,\ A_2=-iB_2,\ B_1=0,\ \alpha=\frac{6il}{B_2},\ k=\sqrt{c^2+l^4}$, katsayıları $n=2$ ile beraber (3.19) denkleminde yazılırsa, (1.2) denkleminin aşağıdaki dark-bright fonksiyon çözümü elde edilir

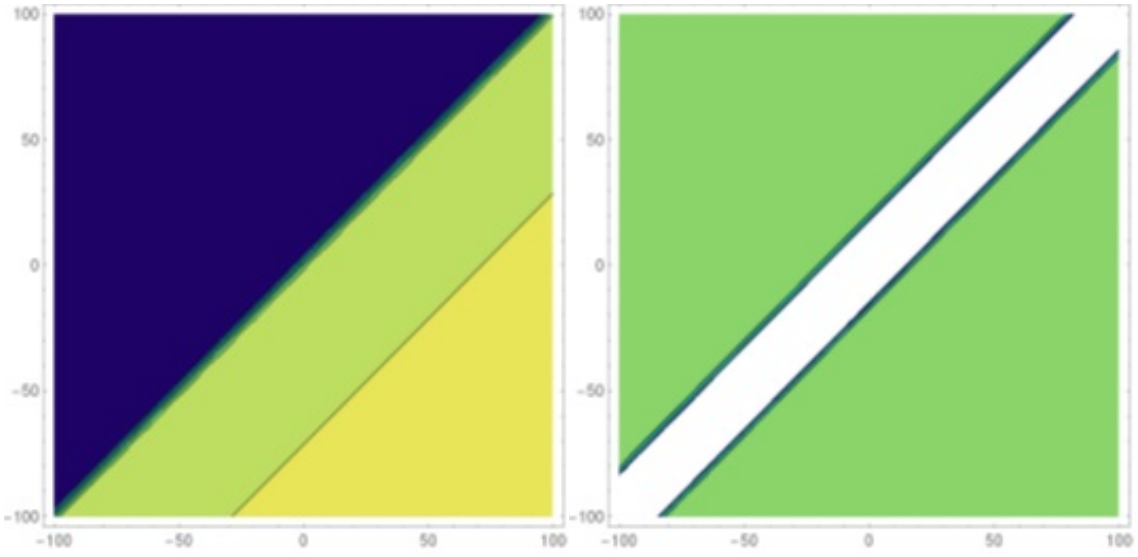
$$u=-B_2[\mathrm{sech}(ct-ly-x\sqrt{c^2+l^4})+i\tanh(ct-ly-x\sqrt{c^2+l^4})], \tag{4.57}$$

burada $B_2,l,c,$ reel sabitlerdir. Denklem (4.57)'nin grafiği parametrelerin uygun değerlerine göre aşağıdaki şekilde çizilebilir.

Durum 2. Eğer $A_0=-\frac{4l}{\alpha},B_1=0,A_1=0,A_2=\frac{12l}{\alpha},B_2=0,c=\sqrt{k^2+l^4}$, katsayıları $n=2$ ile beraber (3.19) denkleminde yazılırsa, (1.2) denkleminin aşağıdaki



Şekil 4.33. Denklem (4.57)'nin 3 boyutlu grafiği

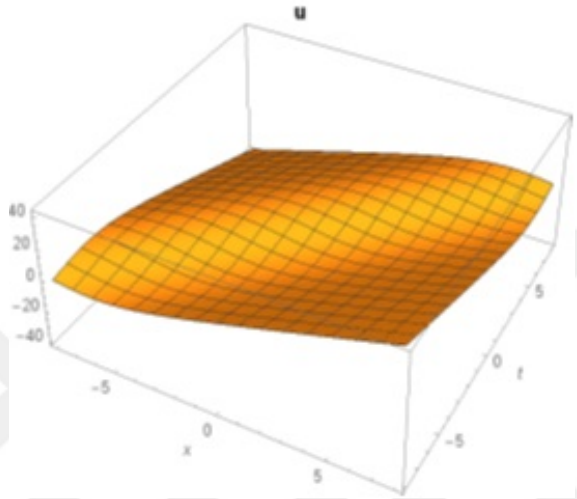


Şekil 4.34. Denklem (4.57)'nin contour grafiği

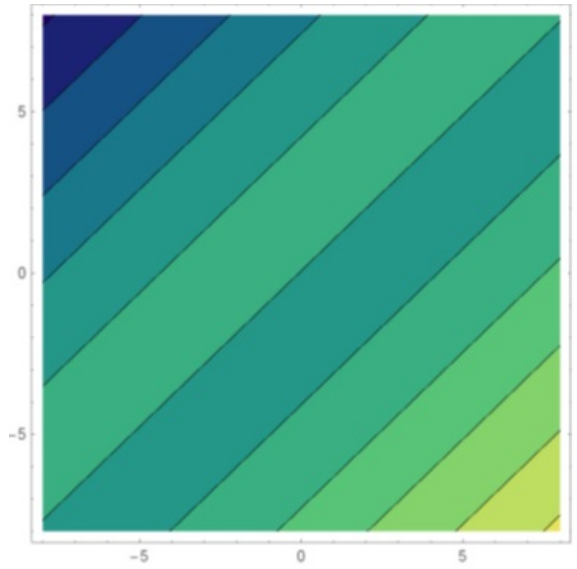
dark fonksiyon çözümü elde edilir

$$u = \frac{4l}{\alpha}[2\left(kx + ly - t\sqrt{k^2 + 4l^4}\right) - 3\tanh\left(kx + ly - t\sqrt{k^2 + 4l^4}]\right), \qquad (4.58)$$

burada l, α, k reel sabitlerdir. Denklem (4.58)'in farklı grafikleri aşağıdaki şekilde çizilebilir.



Şekil 4.35. Denklem (4.58)'in 3 boyutlu grafiği



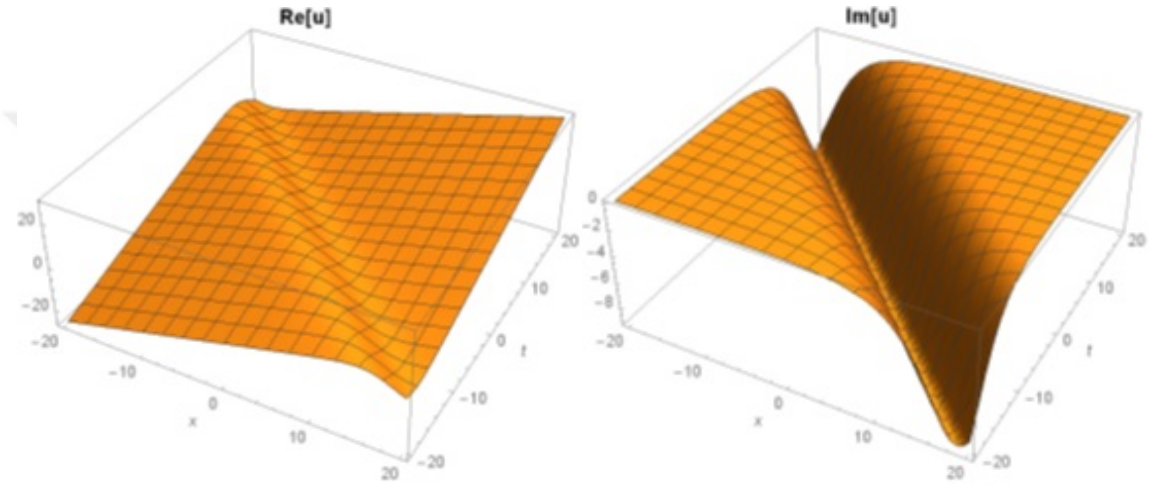
Şekil 4.36. (Denklem (4.58)'in contour grafiği

Durum 3. Bir diğer katsayı değerleri olan $A_0 = -\frac{4l}{\alpha}, B_1 = 0, A_1 = 0, A_2 =$

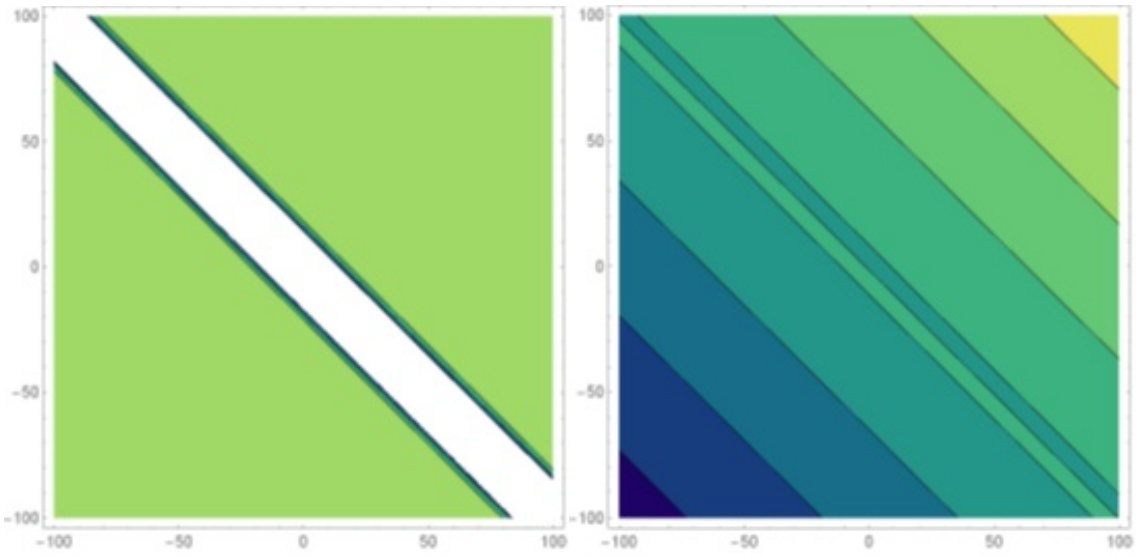
$\frac{6l}{\alpha}, B_2 = \frac{6il}{\alpha}, c = -\sqrt{k^2+l^4}$, göz önüne alınırsa, (1.2) denkleminin aşağıdaki kompleks dark fonksiyon çözümü elde edilir

$$u = \frac{2l}{\alpha}[kx + ly + \tau t - 3\,\mathrm{sech}(kx + ly + \tau t) - 3\tanh(kx + ly + \tau t)], \qquad (4.59)$$

burada l, α, k reel sabitler olup $\tau = \sqrt{k^2+l^4}$. Denklem (4.59)'un farklı grafikleri aşağıdaki şekilde çizilebilir.



Şekil 4.37. Denklem (4.59)'un 3 boyutlu grafiği

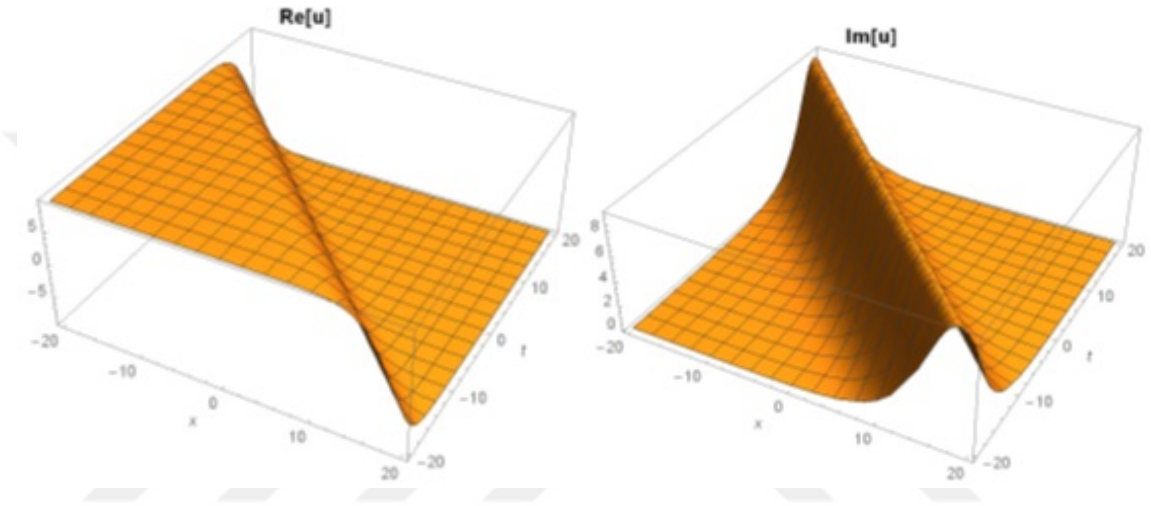


Şekil 4.38. Denklem (4.59)'un contour grafiği

Durum 4. Eğer $A_0 = -\frac{6l}{\alpha}, B_1 = 0, A_1 = 0, A_2 = 6l/\alpha, B_2 = -6il/\alpha, c = -\sqrt{k^2 - l^4}$, göz önüne alınırsa, (1.2) denkleminin aşağıdaki kompleks dark fonksiyon çözümü elde edilir

$$u(x, y, t) = \frac{6il}{\alpha}[\mathrm{sech}(kx + ly + t\sqrt{k^2 - l^4}) + i\tanh(kx + ly + t\sqrt{k^2 - l^4})], \quad (4.60)$$

burada l,α,k reel sabitlerdir. Denklem (4.60) için farklı boyutta aşağıdaki grafikler elde edilir.



Şekil 4.39. Denklem (4.60)'ın 3 boyutlu grafiği

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu tezin, birinci bölümünde literatür araştırması yapılmıştır. İkinci bölümde ise, tezde kullanılan temel tanım ve teoremler sunulmuştur. Üçüncü bölümde, Bernoulli alt fonksiyon metodunun ve sine-Gordon açılım metodunun genel özellikleri ayrıntılı bir şekilde verilmiştir. Dördüncü bölümde, Bernoulli alt denklem fonksiyon metodu İDD'ye ve Yüksek mertebeden FOIE denklemine başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Ayrıca, sine-Gordon açılım metodu ile İDD'nin ve Yüksek mertebeden FOIE'nin salınımlı dalga çözümleri elde edilmiştir. Elde edilen bu çözümler ise, kompleks, hiperbolik, dark, bright ve rasyonel fonksiyon çözümlerdir. Bulunan çözümlerin dağılımlarını incelemek için farklı boyutlu grafikleri, çözümlerde de bulunan parametrelerin farklı değerlerine göre paket programlar kullanılarak çizilmiştir. Tezin son bölümünde ise elde edilen verilere göre kapsamlı bir sonuç verilmiştir. Söz konusu ele alınan bu analitik metotlar, İDD ve Yüksek mertebeden FOIE'de de olduğu gibi diğer lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin analitik, trigonometrik, hiperbolik ve periyodik dalga çözümlerini elde etmek için de başarılı bir şekilde uygulanabilir.

KAYNAKLAR

AMIN, J.S., ZENDEHBOUDI, S. and EFTEKHARI, A., 2019. New reliable tools to mathematically model chemical reaction systems. Chemical Engineering Research and Design, 141: 156-169.

BAKI, A., 2017. Çözümlü Diferansiyel Denklemler. Pegem Akademi, Ankara.

BALEANU, D., JAJARMI, A., MOHAMMADI, H. and REZAPOUR, S., 2020. A new study on the mathematical modelling of human liver with Caputo–Fabrizio fractional derivative. Chaos, Solitons Fractals, 134: 109705.

BASKONUS, H.M., BULUT, H. and EMIR, D.G., 2015. Regarding New Complex Analytical Solutions for the Nonlinear Partial Vakhnenko-Parkes Differential Equation via Bernoulli Sub-Equation Function Method. Mathematics Letters, 1(1): 1-9.

BASKONUS, 2016. New acoustic wave behaviors to the Davey–Stewartson equation with power-law nonlinearity arising in fluid dynamics. Nonlinear Dynamics, 86: 177-183.

BASKONUS, H.M. and GÓMEZ-AGUILAR, J.F., 2019. New Singular Soliton Solutions to the Longitudinal Wave Equation in a Magneto Electro-elastic Circular Rod with Local M-derivative. Modern Physics Letters B, 33(21): 1950251-(1-16).

BERGER, J., BUSSER, T., COLINART, T. and DUTYKH, D., 2020. Critical assessment of a new mathematical model for hysteresis effects on heat and mass transfer in porous building material. International Journal of Thermal Sciences, 151: 106275.

BULUT, H., DEMIRDAG, B. and BASKONUS, H.M., 2017. Regarding on The Novel Forms of the (3+1)-Dimensional Kadomstev-Petviashvili Equation. ITM Web of Conferences, 13(01018): 1-6.

CAMARAZA-MEDINA, Y., HERNANDEZ-GUERRERO, A., LUVIANO-ORTIZ, J.L., CRUZ-FONTICIELLA, O.M. and GARCÍA-MORALES, O.F., 2019. Mathematical deduction of a new model for calculation of heat transfer by condensation inside pipes. International Journal of Heat and Mass Transfer, 141: 180-190.

CAVLAK, E., 2013. Kesirli Kuvvetlere Sahip Kısmi Diferansiyel Denklemlerin Homotopi Analiz Yöntemi ile Sayısal Çözümlerinin İrdelenmesi. Doktora Tezi, F.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.

CHERRUAULT, Y., 1988. Convergence of Adomian's method. Kybernetes, 18(2): 31-38.

COLUCCI, D., FISSORE, D., BARRESI, A.A. and BRAATZ, R.D., 2020. A new mathematical model for monitoring the temporal evolution of the ice crystal size distribution during freezing in pharmaceutical solutions. European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics, 148: 148-159.

FELI, M. and ABDALI-MOHAMMADI, F., 2019. 12 lead electrocardiography signals compression by a new genetic programming based mathematical modeling algorithm. Biomedical Signal Processing and Control, 54: 101596.

GAO, W., PARTOHAGHIGHI, M., BASKONUS, H.M. and GHAVI, S., 2019. Regarding the Group preserving scheme and method of line to the Numerical Simulations of Klein-Gordon Model. Results in Physics, 15(102555): 1-7. ACM Trans. Math.

Softw., 40(1):19 pages. Article 8.
GAO, W., GHANBARI, B., GUNERHAN, H. and BASKONUS, H.M., 2020. Some Mixed Trigonometric Complex Soliton Solutions to the Perturbed Nonlinear Schrödinger equation. Modern Physics Letters B, 34(3): 2050034(18 pages).
GAO, W., ISMAEL, H. F., BULUT, H. and BASKONUS, H.M., 2020. Instability modulation for the (2+1)-dimension paraxial wave equation and its new optical soliton solutions in Kerr media. Physica Scripta, 95(035207): 1-12.
GAO, W., REZAZADEH, H., PINAR, Z., BASKONUS, H.M., SARWAR, S. and YEL, G., 2020. Novel Explicit solutions for the Nonlinear Zoomeron equation by using newly extended direct algebraic technique. Optical and Quantum Electronics, 52(52): 1-13.
GAO, W., YEL, G., BASKONUS, H.M. and CATTANI, C., 2020. Complex Solitons in the Conformable (2+1)-dimensional Ablowitz-Kaup-Newell-Segur Equation. Aims Mathematics, 5(1): 507–521.
GEPREEL, K.A., NOFAL, T. A. and ALASMARI, A. A., 2017. Exact solutions for nonlinear integro-partial differential equations using the generalized Kudryashov method. Journal of the Egyptian Mathematical Society, 25(4): 438-444.
HAMZEHLOU, S., LEIZA, J.R. and ASUA, J.M., 2016. A new approach for mathematical modeling of the dynamic development of particle morphology. Chemical Engineering Journal, 304: 655-666.
KOCA, K., 2003. Kısmi Türevli Denklemler. Gündüz Eğitim ve Yayıncılık, Ankara.
KORTCHEVA, A., GALABOV, V., MARINSKİ, J., ANDREA, V. and STYLIOS, C., 2018. New approaches and mathematical models for environmental risk management in seaports. IFAC-PapersOnLine, 51(30): 366-371.
MEENA, V., INDIRA, K., KUMAR, S. and LAJENDRAN, L., 2014. A new mathematical model for effectiveness factors in biofilm under toxic conditions. Alexandria Engineering Journal, 53(4): 917-928.
MIRZAEE, F. and SAMADYAR, N., 2019. On the numerical solution of fractional stochastic integro-differential equations via meshless discrete collocation method based on radial basis functions. Engineering Analysis with Boundary Elements, 100: 246-255.
PIGNOTTI, M., SUÁREZ-TABOADA, M. and VÁZQUEZ, C., 2019. A new mathematical model for pricing a mine extraction Project. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 50: 8-24.
POMPA, M., CAPOCELLI, M. and PIEMONTE, V., 2019. A new gastro-intestinal mathematical model to study drug bioavailability. Medical Engineering Physics, 74: 106-114.
QI, F.H., HUANG, Y.H. and WANG, P., 2020. Solitary-wave and new exact solutions for an extended (3+1)-dimensional Jimbo–Miwa-like equation. Applied Mathematics Letters, 100(106004): 1-6.
RUSSELL, J.S., 1844. Report on Waves. 14th meeting of the British Association for the Advancement of Science, London: BAAS.
SAHIN, S.M. and BAKI, A., 2010. A new model to assess mathematical power. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 9: 1368-1372.
TASCAN, F. and BEKIR, A., 2009. Travelling wave solutions of the Cahn–Allen equation by using first integral method. Applied Mathematics and Computation, 207: 279-282.
TASH, O.A., TEW, J.D., PITT, K., SMITH, R. and LITSTER, J.D., 2019. A new mathematical model for nucleation of spherical agglomerates by the immersion

mechanism. Chemical Engineering Science: X, 4: 100048.
TSUR, N., KOGAN, Y., REHM, M. and AGUR, Z., 2020. Response of patients with melanoma to immune checkpoint blockade – insights gleaned from analysis of a new mathematical mechanistic model. Journal of Theoretical Biology, 485: 110033.
WAZWAZ, A.M., 2002. Partial Differential Equations: Methods and Applications. Balkema, Rotterdam.
WAZWAZ, A.M., 2006. Solitary wave solutions for modified forms of Degasperis–Procesi and Camassa–Holm equations. Physics Letters A, 352(6): 500-504.
WAZWAZ, A. M., 2014. Kink solutions for three new fifth order nonlinear equations. Appl. Math. Model., 38(1): 110-118.
YAN, C., 1996. A simple transformation for nonlinear waves. Physics Letters A, 224: 77-84.
YASAR, B. I., 2005. Diferansiyel Denklemler ve Uygulamaları. Siyasal Kitabevi, Ankara.
YASAR, B. I., 2009. Diferansiyel Denklemler ve Uygulamaları. Siyasal Kitabevi, Ankara.
YEL, G., SULAIMAN, T.A. and BASKONUS, H.M., 2020. On the Complex Solutions to the (3+1) Dimensional Conformable Fractional Modified Kdv-Zakharov-Kuznetsov Equation. Modern Physics Letters B, 34(5): 2050069 (17 pages).
YOKUS, A., 2011. Bazı özel lineer olmayan diferensiyel denklemlerin çözümlerinin elde edilmesi ve bu çözümlerin karşılaştırılması. Doktora Tezi, F.Ü.Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
ZHENG, B., 2012. Application of A Generalized Bernoulli Sub-ODE Method For Findings Traveling Solutions of Some Nonlinear Equations. WSEAS Transactions on Mathematics, 7(11): 618-626.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Mustafa KAYAN

EĞİTİM

Derece		**Adı**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	Mehmet Akif Ersoy Lisesi, Merkezefendi, Denizli	2006
Üniversite	:	İnönü Üniversitesi, Malatya	2011

ULUSLARARASI YAYIN

BASKONUS, H.M. ve KAYAN, M. 2021. Regarding new wave distributions of the nonlinear integro-partial ITO differential and fifth-order integrable equations. Applied Mathematics and Nonlinear Sciences, DOI:10.2478/amns.2021.1.00006, 1-20.

ULUSLARARASI KONFERANS BİLDİRİSİ (SÖZLÜ SUNUM)

BASKONUS, H.M. ve KAYAN,M., 2021. Regarding new wave distributions of the nonlinear integro-partial ITO differential and fifth-order integrable equations. 5th International Conference on Computational Mathematics and Engineering Sciences-(CMES-2021), 8-10 Haziran, Van, s.111.