T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

GEZEGENLERİN KÜTLE - YARIÇAP İLİŞKİSİ

Yüksek Lisans Tezi

Sinem KARAKÖSE

Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

İzmir
2021

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

GEZEGENLERİN KÜTLE – YARIÇAP İLİŞKİSİ

Sinem KARAKÖSE

Danışman : Prof. Dr. Günay TAŞ

Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı
Astronomi ve Uzay Bilimleri Yüksek Lisans Programı

İzmir
2021

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "*GEZEGENLERİN KÜTLE – YARIÇAP İLİŞKİLERİ*" başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

30 / 06 / 2021

İmzası

Sinem KARAKÖSE

ÖZET
GEZEGENLERİN KÜTLE – YARIÇAP İLİŞKİSİ

KARAKÖSE, Sinem
Yüksek Lisans Tezi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Günay TAŞ
02 Ağustos 2021, 93 Sayfa

Astronomik cisimlerin en önemli salt parametrelerinden ikisi kütle ve yarıçaptır. Giderek artan yeni gezegen keşifleriyle beraber, gezegenlerin kütle veya yarıçap parametreleri elde edilir. Burada gezegenlerin kütle – yarıçap (M – R) ilişkileri üzerine günümüze kadar yapılan çalışmalar ve bu çalışmaların sonuçları ele alınmıştır. Gezegenlerin M – R ilişkileri belli bir kütle değeri için farklı yarıçaplar olacak şekilde dağılımlar göstermektedir. Bu dağılımlara rağmen olası bir ilişki elde edebilmek için kullanılması gereken istatistiksel süreçler de ele alınmıştır. İstatistiksel yöntemlerin incelenmesi sonucunda, Bayes ve Hiyerarşik Bayes modellerinin gezegen veri grubu için "en uygun" M – R ilişkisini verdiği ortaya çıkmıştır. Aynı zamanda elde edilen ilişkiler göstermektedir ki, gezegenlerin M – R ilişkilerini sadece kütle ve yarıçap ile tek bir ilişki olarak elde etmek mümkün değildir.

Anahtar sözcükler: Gezegen, kütle, yarıçap, astroistatistik.

ABSTRACT

THE MASS – RADIUS RELATION OF PLANETS

KARAKÖSE, Sinem

MSc in Astronomy and Space Science

Supervisor: Prof. Dr. Günay TAŞ

August 2, 2021, 93 pages

Two of the most important fundamentel parameters of astronomical objects are mass and radius. With the increasing number of new planet discoveries, the mass or radius parameters of the planets are obtained. In this study, the discoveries on the mass – radius (M – R) relations of the planets and the results of these relations are discussed. The M – R relationships of the planets show distributions with different radii for a given mass. Despite these distributions, we can get a possible relation with statistical process. After examining the statistical methods, it was revealed that Bayesian and Hierarchical Bayesian models gave the "best fit" M – R relationship for the planetary data set. At the same time, the obtained relations show that it is not possible to obtain the M – R relations of the planets as a single relation with only mass and radius.

Keywords: Planet, mass, radius, astrostatistics.

ÖNSÖZ

Gezegenlerin kütle ve yarıçapları arasındaki ilişkilerle, ilk olarak lisansta aldığım derslerden biri olan "Gezegenli Sistemler" dersinde karşılaştım. Gezegenlerin parametreleri arasındaki ilişkilerle ilgili verilen ödevler üzerine sınıfta yaptığımız tartışmalar sırasında bu konuya ilgi duymaya başladım. Ancak gezegenlerin parametreleri arasındaki ilişkileri araştırmak aynı zamanda gezegenlere ilişkin genel bir bilgi birikimi de gerektirdiğinden, gezegenler ve salt parametrelerinin elde edilişi üzerine kapsamlı bir araştırma ve okuma yapabileceğim bir yüksek lisans yapmaya karar verdim. Bu süreçte kaynak taramaları yaparak, gezegenli sistemleri anlamaya ve kütle – yarıçap (M - R) parametrelerine odaklanmaya çalıştım. Çalışmam sırasında, bu iki parametre dışında birçok etkinin de M - R ilişkisini etkileyebileceğini ve bu etkilerin de dâhil edilmesi gerektiği gerçeği ile karşılaştım. Tezin ilerleyen aşamalarında, çok sayıda parametrenin dâhil edilebileceği olası bir ilişki için istatistik bilgiye ihtiyaç olduğunu gördüm. Bu nedenle birçok kaynak taraması yaparak, tez çalışmamı ilerletebileceğim ve okuduklarımı anlayabileceğim düzeyde istatistik üzerine bilgi edinmeye çalıştım. Bu, yüksek lisansa başlarken hedeflerim arasında olmadığı halde, hiç aklıma gelmeyen şekillerde ve yönde kendimi geliştirmeme ve bakış açımı olgunlaştırmama yardımcı oldu. Gezegenlerin M - R ilişkileri üzerine uygulama yapmanın ise ek bilgi ve kapsamlı bilgisayar donanımları gerektirdiğini gördüm. Bu da hedefime yeni ilgi alanları almama ve akademik yaşamımı sürdürmek için daha kapsamlı bir şekilde planlar yapmam gerektiğini gösterdi.

İZMİR, Haziran 2021 Sinem KARAKÖSE

TEŞEKKÜR

Eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi her zaman bana destek olan, bu uzun maratonda beni cesaretlendiren, en kötü zamanlarımda fiziki olarak yanımda olmasalar dahi yanımdaymış gibi hissettiren ve beni ayakta tutan aileme ve dostlarıma ne kadar teşekkür etsem azdır.

Lisans ve lisansüstü eğitim hayatım boyunca, bana her konuda yol gösteren, her ne olursa olsun kıymetli zamanını ayırıp sabırla ve büyük bir ilgi ile bana faydalı olabilmek için elinden gelenin fazlasını sunan, her ihtiyacım olduğunda kapısını çalabildiğim, değerli bilgilerini ve tecrübelerini benimle paylaşan danışmanım Prof. Dr. Günay TAŞ'a sonsuz teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET vii
ABSTRACT ix
ÖNSÖZ xi
TEŞEKKÜR xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ xvii
ÇİZELGELER DİZİNİ xix
1. GİRİŞ 1
1.1. Keşif Yöntemleri 2
1.2. Gezegen Sınıflamaları ve Sınırlar 15
1.3. Başlangıç Kütle Fonksiyonu 24
2. GEZEGENLERİN KÜTLE – YARIÇAP İLİŞKİLERİNİ BELİRLEME YÖNTEMLERİ 29
2.1. Bazı İstatistik Tanım ve Kavramlar 30
3. GEZEGENLERİN KÜTLE – YARIÇAP İLİŞLERİ ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR 41
4. SONUÇLAR 51
KAYNAKLAR 61

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Gezegen keşif yöntemlerinin etkinliğinin karşılaştırılması. 3
Şekil 1.2. Gezegenin, yıldızı önünden geçişi sırasında ortaya çıkacak ışık değişiminin şematik gösterimi. 5
Şekil 1.3. K2 – 141 b'nin ışık eğrisi.. 6
Şekil 1.4. Gezegenli yıldızların H – R diyagramı.. 8
Şekil 1.5. Etki parametresinin, hem geçiş derinliğine hem de tutulma sürelerine olan etkisi. 9
Şekil 1.6. $i = 90°$, $\phi = 30°$ ve $\alpha = 60°$ olan bir sistem için farklı etki parametrelerine sahip gezegenlerin geçişinin neden olduğu ışık değişimi 10
Şekil 1.7. Farklı gezegenli sistemlerin geçiş olayları hem şematik hem de neden olduğu ışık değişimi 11
Şekil 1.8. K2 – 141 b'nin dikine hız eğrisi. 14
Şekil 1.9. Yıldızın etkin sıcaklığına karşı gezegenlerin yarıçap dağılımı.. 17
Şekil 1.10. Neptün-altı gezegenlerin içyapılarının ve boyutlarının kıyaslanması. 19
Şekil 1.11. Yıldız kütlesinin bir fonksiyonu olarak başlangıç kütle fonksiyon 26
Şekil 3.1. Bashi ve ark. (2017)'nin elde ettiği M – R ilişkisi gösterimi. 42
Şekil 3.2. Gezegenlerin kütle – yoğunluk dağılımı. 43
Şekil 3.3. 4 R_{Yer}'den küçük yarıçaplara sahip gezegenlerin yarıçap – yoğunluk ve yarıçap – kütle dağılımı. 44
Şekil 3.4. Gezegenlerin kütle- yarıçap dağılımı 45
Şekil 3.5. Gezegenlerin yarıçap - yoğunluk dağılımı 46
Şekil 3.6. Farklı veri gruplarına göre elde edilen M – R ilişkileri 47
Şekil 3.7. Chen ve Kipping (2017) tarafından elde edilen kırık kuvvet yasaları şeklindeki M – R ilişkileri. 49
Şekil 3.8. Ma ve ark. (2019)'un belirlediği birinci veri grubu ile elde etmiş olduğu M – R ilişkisi. 50
Şekil 3.9. Ma ve ark. (2019) tarafından belirlenen ikinci veri grubu ile elde etmiş olduğu M – R ilişkisi. 50
Şekil 4.1. 29 Haziran 2021 tarihinde "*The Extrasolar Planets Encyclopaedia*"'da listelenen tüm veriler ile oluşturulan M – R dağılımı. 51
Şekil 4.2. Şekil 4.1 ile aynı diyagram ancak; en küçük gezegen kütlesinden 2 $MJüp$'e kadar olan kütleler için (solda). 52

Şekil 4.3. Şekil 4.1 ile aynı diyagram ancak; $0.3\ MJüp\ (95\ MYer)$'e kadar olan kütleler için (sağda).....52
Şekil 4.4. Farklı yöntem ve veri grupları kullanılarak ulaşılan bazı M – R ilişkileri.. 57

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Parametrik olmayan Bayes modelleriyle ilişkili örnekler 38
Çizelge 3.1. Wolfgang ve ark. (2016) çalışmasında ele alınan veri gruplarına göre elde edilen kütle – yarıçap ilişkileri. 47
Çizelge 3.2. Ma ve ark. (2019) tarafından kullanılan ikinci veri grubu ile elde edilen M – R ilişkileri. 50

1. GİRİŞ

Gezegenli sistemler, son yirmi beş yılda oldukça fazla çalışmaya konu olarak astronomi biliminin en öncelikli alanlarından biri haline gelmiştir. Yer konuşlu ve yer atmosferi dışına gönderilen teleskoplarla yapılan gözlemlerle 29 Haziran 2021 itibariyle 4776 gezegen keşfedilmiştir (*The Extrasolar Planets Encyclopaedia*[1]). Özellikle Yer boyutlarında gezegenlerin keşifleri, *Kepler* (Batalha ve ark., 2013; Borucki ve ark., 2011), *TESS* (Ricker ve ark., 2015), *Spitzer* (Werner, 2005) gibi uydu teleskopların uzaydan yaptığı gözlemler ile gerçekleşir. Keşifler sayesinde, güneş sistemindeki gezegenlere benzer veya farklı özelliklere sahip pek çok gezegenli sistem ortaya çıkarılmıştır. Güneş benzeri bir anakol yıldızının yörüngesinde, sonrasında 51 Pegasi b adı verilen bir gezegenin dolandığının keşfedilmesiyle birlikte, hem gezegen sistemimiz gibi bir sistem bulma olasılığı ile büyük bir heyecan dalgası oluştu hem de güneş sistemi için ortaya koyduğumuz oluşum ve evrim kuramlarının yeniden gözden geçirilmesi gerekliliğini doğuran bazı gözlemsel gerçekliklerle karşılaşıldı: 51 Peg b (Mayor ve Queloz, 1995), Jüpiter benzeri ($0.47\ M_{Jüp}, 1.9\ R_{Jüp}$) bir gezegen olmasına rağmen, bizim güneş sistemimizdeki dev gaz gezegenlerden farklı olarak yıldızına çok yakın bir yörüngede ($a = 0.052$ AB, $P = 4.2$ gün) dolanmaktaydı (Irwin, 2008). Güneş sistemi dışındaki gezegenler, sayılarının artmasıyla birlikte daha kapsamlı olarak tanımlanabilmiş ve sınıflanabilmişlerdir. Bu yeni sınıflar güneş sistemi gezegenleri ile de karşılaştırılmışlardır. Sonuç olarak 2006 yılında yapılan Uluslararası Astronomi Birliği (IAU) toplantısında genel bir gezegen tanımı yapılarak güneş sistemi içi ve dışı gezegenler tek bir tanım altında toplanmıştır. Buna göre; *bir yıldız çevresindeki, kendisi ve varsa uydusu dışında hiçbir cismin bulunmadığı bir yörüngede dolanan, küresel yapıdaki, kütleleri* $13\ M_{Jüp}$ *(*$0.012\ M_{\odot}$*) veya altında olan ve merkezlerinde enerji üretimi bulunmayan gökcisimlerine gezegen adı verilmiştir*. Bu bağlamda güneş sistemi içinde bulunan Plüto, bu tanıma uymadığı için (yörüngesindeki plütinolardan dolayı) gezegen sınıfından çıkarılmıştır. Böylesi bir genel gezegen tanımının varlığı, artık, güneş sistemi dışı gezegen gibi ek bir ifade gereksinimini ortadan kaldırdığı için bu tez içinde yalnız *gezegen* ifadesi kullanılacaktır. Günümüzde güneş sistemi

[1] http://www.exoplanet.eu/

gezegenlerinin diğerlerinden – gezegenli sistemler alanı açısından - bir ayrıcalığı vardır: her biri birim olarak kullanılmaktadır.

Yeni keşfedilen gezegenlerin yörüngesel ve yapısal farklılıkları, gezegen türlerinin çeşitliliğinin ifadesinin ve günümüzdeki gezegen sınıflamasının yetersiz olduğunu göstermiştir. Gözlenen gezegen özellikleriyle, evrensel bir gezegen sınıflaması yapmak için kullanılabilecek en etkin yollardan biri istatistiksel çalışmalar yapmaktır. Güneş sistemi örnek alınarak, gezegenlerin yapısal ve yörüngesel özelliklerini karşılaştırmak için, pek çok gezegen parametresi kullanılır ve parametreler arasındaki dağılımlar incelenir. En temel yapısal parametreler arasında, kütle ve yarıçap parametreleri yer almaktadır. Kütle ve yarıçap ilişkileri, gezegenlerin özelliklerini anlamak ve onları tanımlamak için kullanılmaktadır.

Bu tezde, bugüne kadar yapılan gezegen kütle ve yarıçapları üzerine çalışmalar ve ortaya konulan *kütle – yarıçap* ($M - R$) ilişkilerin gözönüne alınmıştır. Ayrıca bu çalışmalarda kullanılan analiz ve sonuç çıkarma yöntemleri, günümüzün gezegen astronomisinin bilimsel ve teknolojik sınırlarıyla birlikte ele alınarak, kapsamlı bir literatür taraması yapılmıştır.

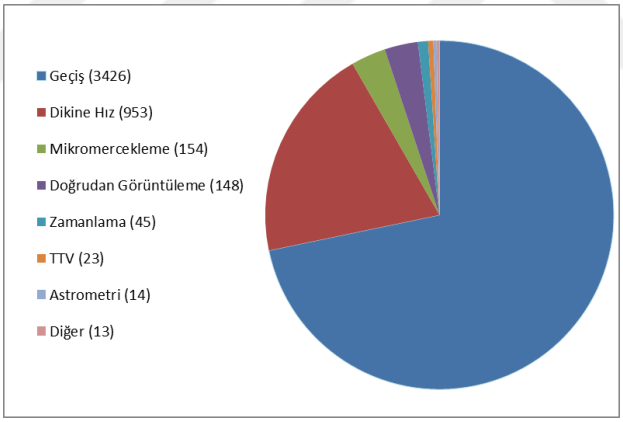
Gezegenli sistemler ve dolayısıyla gezegenlere ait yapısal ve yörüngesel parametreler, gezegen keşif yöntemleri sayesinde elde edilir. Bunun için genellikle gezegenlerin, yıldızları önünden geçişi sırasında ve sonrasında yapılan fotometrik veya tayfsal gözlemler kullanılır (Perryman, 2011). Aşağıda; günümüzde kullanılan keşif yöntemleri basitçe anlatılmış ve bu yöntemlerle elde edilebilecek parametreler tanıtılmıştır.

1.1. Keşif Yöntemleri

Gezegen keşiflerinde temel olarak, geçiş (T), dikine hız (RV), mikromercekleme, doğrudan görüntüleme ve astrometri yöntemleri kullanılır (Perryman, 2011; Irwin, 2008). Bu yöntemlerin yanı sıra geçiş zaman değişimleri (TTV), örtülme zaman değişimleri (ETV), disk kinematiği ve atarca atma

zamanları yöntemleriyle de gezegen keşifleri gerçekleşmiştir (*NASA Exoplanet Archive*[2]).

Geçiş yöntemi, gezegen keşfinde kullanılan en etkin yöntemlerin başında gelir. Bunun nedeni, gezegenlerin yıldızlarının diski önünden geçişleri sırasında yaratmış olduğu parlaklık değişimlerinin fotometrik yöntemlerle iyi belirlenebilmesidir. Bir diğer etkin yöntem, dikine hız yöntemidir. Günümüzde çok çeşitli tayfçekerler ile yüksek çözünürlüklü dikine hız ölçümleri elde etmek mümkündür. Şekil 1.1'de gezegen keşif yöntemlerinin etkinliği, birbiriyle karşılaştırılmaktadır. Burada, 29 Haziran 2021 tarihine kadar keşfedilen gezegenler, keşif yöntemlerine göre bir pasta dilimi diyagramında noktalanmıştır. Her bir dilimi oluşturan yöntemle keşfedilen gezegen sayısı, yöntemlerin yanında parantez içerisinde verilmiştir. Buradan görüleceği gibi günümüze kadar kullanılan keşif yöntemleri arasında en baskın olanı *geçiş yöntemi*dir ve ardından *dikine hız yöntemi* gelir.



Şekil 1.1. Gezegen keşif yöntemlerinin etkinliğinin karşılaştırılması. Parantez içinde verilen sayılar, bu yöntemlerle keşfedilen gezegen sayısını gösterir. Veriler 29 Haziran 2021 tarihinde "The Extrasolar Planets Encyclopaedia" veri tabanından alınmıştır.

Yüksek hassasiyetli fotometrik gözlemler, hem Yer'den hem de uzaydan yapılan gözlemler ile sağlanmaktadır. Yer konuşlu gökyüzü taramalarına, 2004 tarihinde başlayan ve dört yıl süren SuperWASP (*Super Wide Angle Search for Planets*) ve 2003 tarihinden beri devam eden HATNet (*The Hungarian-made Automated Telescope Network*) (Fischer ve ark., 2014; Perryman, 2011) örnek olarak verilebilir. Aynı zamanda yer konuşlu teleskoplar, gezegen kütleleri hassas dikine hız ölçümleriyle belirlenen gezegenlerin, ışık eğrilerini elde ederek

[2] https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/index.html

düzinelerce geçiş gezegeni keşfini sağlamıştır. Ancak, yer konuşlu gözlemlerde, yer atmosferinin gezegen sisteminden gelen ışığı sönükleştirme ve saçma etkisi, teleskopların ve alıcıların yeteneğine de bağlı olarak düşük kalitede fotometrik sonuçlara neden olabilmektedir (örneğin bkz. TRESCA[3]).

Dolayısıyla bu noktada uydu teleskop gözlemlerine ihtiyaç doğmaktadır. 2006 yılında CoRoT[4], 2009 yılında Kepler uydularından sonra günümüzde bir diğer önemli katkı, 2018 yılında görevine başlayan NASA'nın TESS[5] uydusundan gelen verilerle sağlanmıştır. 2013 yılında çalışmaya başlayan ve 2022 yılına kadar devam etmesi planlanan *Gaia* uydusu (Gaia Collaboration, 2018) da, özellikle mikroyay saniyesi mertebesinde astrometrik gözlemleri ve aynı zamanda fotometrik ve dikine hız gözlemleriyle gezegen çalışmalarına büyük katkı vermektedir (Lattanzi ve Sozzetti, 2010). TESS uydusu, Kepler, CoRoT ve Gaia'dan farklı olarak gözlemlerini kızılöte dalgaboylarında yapacak şekilde tasarlanmıştır. Bu sayede TESS'in kızılöte gözlemleriyle, $V > 12\ kadir$ parlaklık değerlerine sahip sönük yıldızların yörüngesindeki gezegenler ve hatta Yer boyutlardaki ($R < 1.25\ R_{Yer}$) gezegenlerin hassas ölçümleri elde edilebilmeye başlanmıştır (Barclay ve ark., 2018).

Kızılöte dalgaboyu bölgesinde diğer bir katkı, tayfsal gözlemlere uygun şekilde tasarlanan NASA *Spitzer Uzay Teleskobu* (*SST* – Werner, 2005) tarafından yapılmaktadır. Bu teleskop ile gezegenlerin atmosferlerini karakterize etmek üzere düzinelerce geçiş gözlemi yapılmıştır (Fischer ve ark., 2014). Bu geçiş gözlemleri, güneş sisteminde karşılaşmadığımız türden gezegenleri ve güneş sistemine benzemeyen gezegen sistemlerini keşfetme ve inceleme olanağı sağlamıştır.

CHEOPS[6] (Benz ve ark., 2021) ve JWST[7] (Gardner ve ark., 2006) uydu teleskopları da sırasıyla 2019 ve 2021 tarihlerinde gözlemlerine başlamıştır.

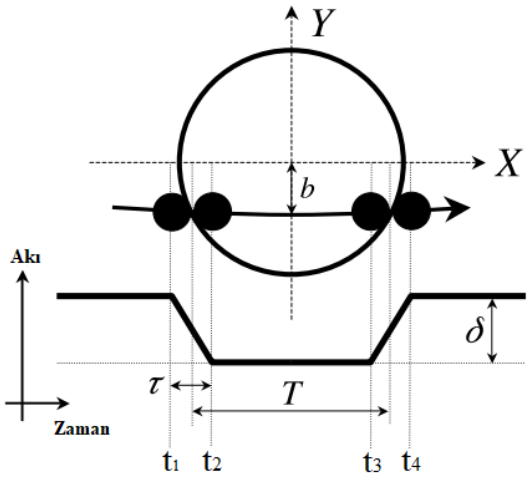
[3] http://var2.astro.cz/ETD/index.php
[4] *COnvection ROtation et Transits planétaires*
[5] *Transiting Exoplanet Survey Satellite*
[6] *CHaracterising ExOPlanets Satellite*
[7] *James Webb Space Telescope*

2022 yılında fırlatılması planlanan PLATO[8] (Rauer ve ark., 2014) uydusu da gezegen gözlemlerine katkı sağlamaya devam edecektir (Jara-Maldonado ve ark., 2020).

Yukarıda da bahsedildiği gibi, gezegenin, yıldız diski önünden geçişi sırasında hem Yer'den hem de uzaydan yapılan fotometrik gözlemler, *geçiş yöntemi*nin temelini oluşturmaktadır. Geçiş olayının gerçekleşebilmesi için gezegenin bakış doğrultumuza uygun bir geometride konumlanmış olması gerekir. Eğer uygun bir açıda konumlanmışsa, yani $i \cong 90°$ ise yıldız diski önünden geçişi sırasında gezegen, yıldızın ışınımında bir miktar azalmaya neden olur. Geçiş süresi boyunca gezegenin yaratmış olduğu bu azalma, *geçiş derinliği* (δ) olarak tanımlanır ve şöyle ifade edilir;

$$\delta = \frac{\Delta F_s}{F_s} \tag{1.1}$$

Burada, F_s sistemin toplam akısını ve ΔF_s ise gezegenin, sistemin toplam akısında yarattığı azalmayı gösterir (Ar, 2017; Perryman, 2011).

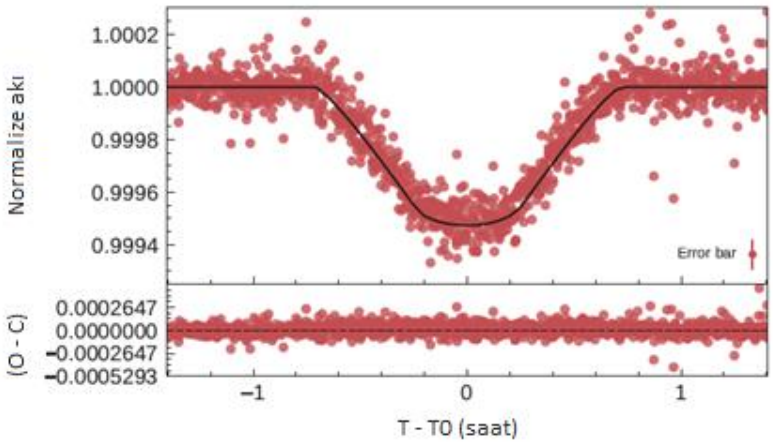


Şekil 1.2. Gezegenin, yıldızı önünden geçişi sırasında ortaya çıkacak ışık değişiminin şematik gösterimi (Winn, 2010).

Şekil 1.2'de, bir gezegenin, yıldızının diski önünden geçişi şematik olarak gösterilmiştir. Aynı zamanda böyle bir geçişin ışık eğrisinde yaratacağı etki de belirtilmiştir. Şekilde, t_0, tam tutulma anı; t_1, geçiş başlangıcında gezegenin yıldızına dıştan teğet anı; t_2, tam tutulmanın başlangıç anı; t_3, tam tutulmanın bitiş anı ve t_4, gezegenin yıldızına dıştan teğet anı yani geçişin tamamlandığını andır. Burada tam tutulma zaman aralığı, $t_3 - t_2$; geçişin toplam süresi ise $t_4 - t_1$'dir (Winn, 2010).

[8] *PLAnetary Transits and Oscillations of stars*

Geçiş yöntemiyle, tutulmaya ilişkin doğrudan gözlemsel olarak ulaşılan özellikler ve nicelikler kullanılarak, *gezegenlerin yarıçapları* (R_p) elde edilebilir ve bu bağlamda en çok kullanılan yöntemdir. Eğer bir gezegenli sistem tüm yörünge evreleri boyunca gözlenirse, ışık eğri analizleri ve modeller sayesinde sistem bileşenlerine ve yörüngelere ait parametreleri öngörmek mümkün olur. Elde edilen ışık eğrilerinde, ikinci minimum anı yalnızca yıldızın ışınımını elde ettiğimiz zamana karşılık gelir. Bu evreden çok renk fotometri ile ulaşılacak renk bize, herhangi bir model yaklaşımıyla ve sistemdeki yıldızın, anakol yıldızı olduğu kabulüyle ya da öyle olduğu bilinerek, bir yarıçap (R_s) öngörüsünde bulunma şansı verir. Aynı şekilde model yaklaşımlarıyla, yıldızın kütlesi (M_s) gibi diğer salt parametreleri öngörmek mümkün olur. Gözlemsel olarak geçişlerin tekrarlanma zaman aralıkları, yörünge dönemini (P) verir. Newton mekaniğine göre düzenlenmiş 3. Kepler yasası kullanılarak, elde edilen yörünge dönemiyle gezegen sisteminin yarı – büyük eksen uzunluğu (a) belirlenebilir (Perryman, 2011). Örneğin, Şekil 1.3'te, etkin sıcaklığı $4599\ K$ (K4 tayf türünde – Mamajek, 2021), kütlesi $0.708\ M_\odot$ ve yarıçapı $0.681\ R_\odot$ olan K2 – 141 yörüngesindeki gezegenin ışık eğrisi örnek verilmiştir. K2 – 141 b, kütlesi $5.31\ M_{Yer}$ $(0.01598\ M_{Jüp})$ ve yarıçapı $1.54\ R_{Yer}$ $(0.135\ R_{Jüp})$ olan çok kısa yörünge dönemine sahip (6.7 saat) bir süper – Yer'dir. Şekilde de görüldüğü gibi, süper – Yer boyutlarında bir gezegenin ışık eğrilerinde elde edilen geçiş derinliği genellikle mmag mertebesindedir (Barragan ve ark., 2018).



Şekil 1.3. K2 – 141 b'nin ışık eğrisi. Burada kırmızı noktalar K2 gözlem verileri ve siyah temsil ise ışık eğrisini ifade eder (Barragan ve ark., 2018).

Eğer yıldızın, dolayısıyla gezegen sisteminin uzaklığı (d) biliniyorsa, geçiş gözleminden elde edilen geçiş derinliği (δ) ölçümü kullanılarak,

$$R_p = R_s \sqrt{\delta} \left(1 - \frac{a}{d}\right) \tag{1.2a}$$

eşitliği ile gezegen yarıçapı (R_p) hesaplanabilir (Ar, 2017; Perryman, 2011). Burada a/d, büyük çoğunlukla çok küçük bir sayı olacağı için parantez içi 1'e eşit alınarak şu şekilde de kullanılabilir:

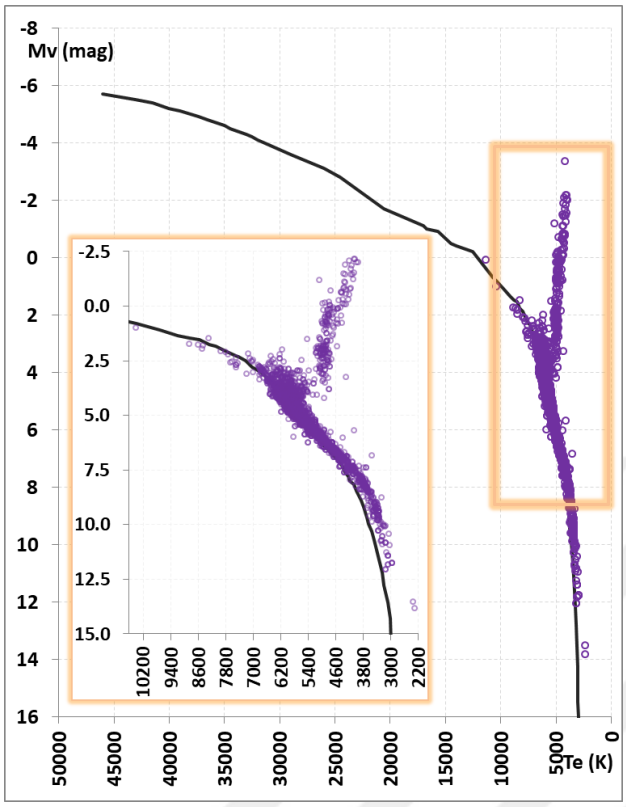
$$R_p = R_s \sqrt{\delta}. \tag{1.2b}$$

Geçiş yöntemi kullanılırken dikkat etmek gereken bazı önemli durumlar vardır. Geçiş gözlemi, fotometrik yöntemlerle yapıldığı için fotometri üzerine etkili olan tüm etmenler, geçişin elde edilmesi sürecine de etki eder. Günümüze kadar 4776 gezegenin, büyük bir çoğunluğu (3426) geçiş yöntemiyle keşfedilmiştir.

Şekil 1.4'de, 29 Haziran 2021 tarihine kadar keşfedilmiş gezegenli sistemlerin H – R diyagramı gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi, etkin sıcaklıkları $7000 - 3000\,K$ (F1 ile M5.5 dev – Mamajek, 2021) olan, Güneş benzeri küçük kütleli yıldızlar çoğunluktadır. Küçük kütleli yıldızlar, düşük ışınım gücüne sahiplerdir ve gezegenli sistemin uzaklığına (d) bağlı olarak, fotometrik gözlemlerde bize ulaşan akı da oldukça düşük olur. Böylesi bir yıldızın yörüngesindeki gezegenin neden olacağı ışık azalması, parlaklık olarak binler basamağında (mmag), akı ya da normalize akı olarak milyon basamağında (ppm) veya daha küçük olacağı için, gözlemlerden elde edeceğimiz akı miktarının olabildiğince çok yüksek olmasına gereksinim duyulur (Barragan ve ark., 2018; Perryman, 2011).

Bununla beraber çoklu gezegen sistemlerinin ışıkölçüm analizleri sonucunda, geçiş derinliği sığ olan gezegenleri keşfetmek mümkündür. Örneğin TRAPPIST – 1 sistemi, yedi gezegenden oluşan çoklu bir gezegen sistemidir. Bu sistemin gezegen yarıçapları, geçiş gözlemleri sonucunda elde edilmiştir. Bu

gezegenlerin beş tanesi (b, c, e, f ve g) Yer boyutlarına benzer iken iki tanesi (d ve h) Mars ($\sim 0.5\ R_{Yer}$) ve Yer arasındadır (Gillon ve ark., 2017).



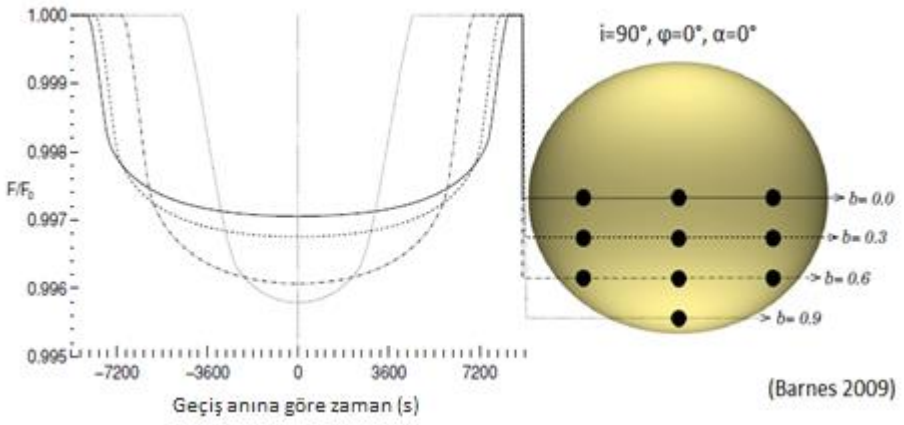
Şekil 1.4. Gezegenli yıldızların H – R diyagramı. Gezegene sahip yıldızların etkin sıcaklıklarına ($\boldsymbol{T_e}$) karşı salt fiziksel parametreleri kullanılarak hesaplanan yıldızların salt parlaklıkları ($\boldsymbol{M_v}$) noktalanmıştır. Veriler (mor içi boş daireler), 29 Haziran 2021 tarihinde "*exoplanet.eu*" kataloğundan alınmıştır. Düz çizgi, ZAMS yıldızlarına ait modeli göstermektedir ve Mamajek, 2021'den alınmıştır.

Fotometrik gözlemleri etkileyen bir diğer durum ise, gezegenli sistemin yıldızının aktif bir yıldız olmasıdır. Çünkü aktif bir yıldızın yüzeyinde soğuk ve sıcak, kısa ve / veya uzun süreler etkin olan yıldız aktivite yapıları oluşur. Bunlar arasından, geçiş gözlemleri için de kullanılan optik pencereyi kapsayan dalgaboyu aralığına uygun tasarlanmış fotometrik sistemlerle yapılan gözlemlerde kendilerini en belirgin olarak gösteren aktivite yapıları, karanlık olanlardır. Yıldız lekeleri adı verilen yapılar, yıldızın kendi ekseni etrafında dönüşü sırasında bakış doğrultumuzda bir görünüp bir kaybolarak yıldız ışığında bir değişim üretir (Linsky, 2019; Perryman, 2011). Fotometrik gözlemlerde, aktivite özellikleri, gezegen parametrelerin belirlenmesinde sistematik hatalara neden olabilir (Bruno ve ark., 2016). Örneğin, Bruno ve ark. (2016), CoRoT – 2 için karanlık ve parlak yıldız lekelerini modelleyerek, yörüngesindeki gezegenin parametrelerini elde etmektedir.

Farklı yarıçapa sahip yıldızların yörüngesinde, farklı yarı – büyük eksen uzunluklarında yerleşmiş, farklı yarıçaplarda gezegenler bulunabilir. Gezegenli sisteminin bakış doğrultumuzla yaptığı açı (i), gezegenin yörüngesine göre yıldızın dönme ekseninin yaptığı açı (yıldız eğikliği; ϕ), gezegenin kuzey noktası ile yaptığı açı (azimut açısı; α), gezegenlerin yarı – büyük eksen uzunlukları, yörüngenin biçimi gibi özelliklerin birlikte etkisi nedeniyle, geçiş ışık eğrileri farklı biçimlerde oluşurlar (Barnes, 2009). Aynı yıldız yörüngesinde dolanan ve benzer yarıçaplı ancak farklı yörünge geometrisine sahip iki gezegenin neden olacağı geçiş olayı, farklı derinlik ve sürelerde ortaya çıkar. Bu nedenle, etki parametresi (b), yani yıldız ve gezegen merkezleri arasındaki göreli uzaklık tanımlanır. Eğer merkezler çakışıksa $b = 0$, çakışık değilse maksimum yarıçap 1 olacak şekilde ölçeklendirilir. Örneğin, gezegen, yıldız diskinin alt kenarından geçiyor ise $b = 1$, üst kenarından geçiyor ise $b = -1$ değerini alır (Petigura, 2020; Barnes, 2009). Gezegenin, yıldız diski önünden geçiş geometrisini veren etki parametresi,

$$b = \frac{a}{R_s}\cos(i) \tag{1.3}$$

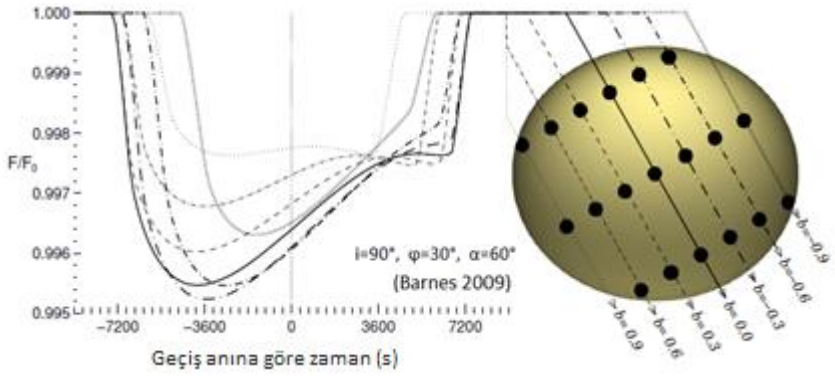
ile ifade edilir. Burada i, gezegenin yörünge eğikliği; R_s, yıldız yarıçapı ve a, yarı – büyük eksen uzunluğudur. Etki parametresi, geçiş derinliğini ve bu derinliğin biçimini etkilemektedir. Gezegen yörünge düzleminin tam bakış doğrultumuzda olma durumu Şekil 1.5'te şematik olarak gösterilmektedir.



Şekil 1.5. Etki parametresinin, hem geçiş derinliğine hem de tutulma sürelerine olan etkisi. Burada $\boldsymbol{i = 90°}$, $\boldsymbol{\phi = 0°}$ ve $\boldsymbol{\alpha = 0°}$ olan bir sistem ele alınmaktadır (Barnes, 2009).

Şekil 1.5'te $i = 90°$ olan bir sistem için, yıldızın dönme eğikliğinin $\phi = 0°$ ve gezegen azimut açısının $\alpha = 0°$ olduğu durumda, farklı etki parametrelerine sahip sistemlerdeki gezegenlerin geçişlerinin üreteceği model geçiş ışık eğrileri gösterilmektedir. Şekilden görüleceği üzere, gezegenin, yıldız diskinin merkezinden geçişi $(b = 0)$ durumunda, tutulma daha uzun sürmektedir ve derinlik daha sığ olmaktadır. Fakat gezegen, yıldız diskinin merkezinden uzaklaştıkça geçiş süresi azalırken, geçiş derinliğinin arttığı görülebilir (Perryman, 2011; Barnes, 2009).

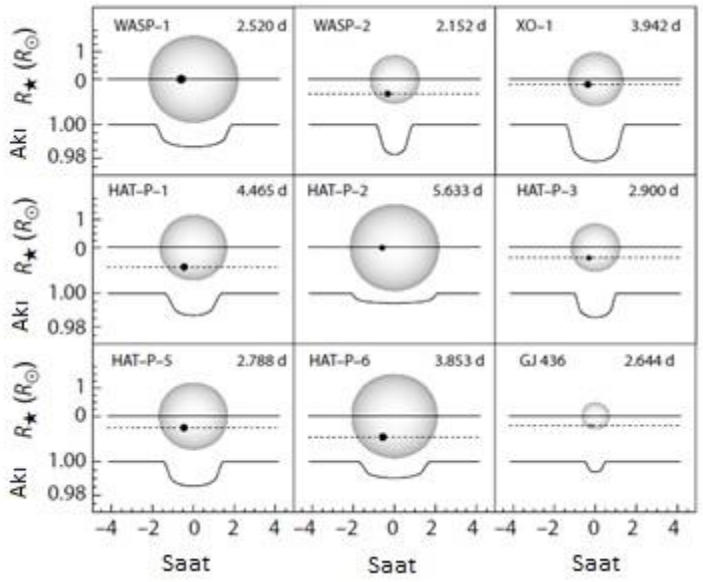
Şekil 1.6'da ise, bir öncekine göre daha farklı yörünge geometrisine sahip olan bir sistemin ($i = 90°, \phi = 30°$ ve $\alpha = 60°$) farklı etki parametrelerine göre model ışık eğrilerinin tanımlanabileceği değişimler gösterilmiştir (Perryman, 2011; Barnes, 2009). Hem yıldız hem de gezegen aynı olmasına rağmen belli yörünge parametrelerinde farklı etki parametrelerinin farklı ışık eğrisi biçimlerine, geçiş derinlik ve sürelerine neden olabilmesi, sistem bileşenlerinin tanılamasını yaparken dikkat etmeyi gerektirir. Kaliteli bir ışıkölçüm bu noktada daha da önem kazanır.



Şekil 1.6. $\boldsymbol{i = 90°}$, $\boldsymbol{\phi = 30°}$ ve $\boldsymbol{\alpha = 60°}$ olan bir sistem için farklı etki parametrelerine sahip gezegenlerin geçişinin neden olduğu ışık değişimi (Barnes, 2009).

Yıldızın ve gezegenin yarıçapı geçişi doğrudan etkiler. Örneğin, aynı yıldız önünden geçiş yapan iki gezegen ele alındığında, büyük yarıçaplı olan gezegen, diğerine göre daha büyük bir geçiş derinliğine neden olacaktır. Çünkü disk üzerinde büyük gezegen daha büyük bir alan örter ve bu daha büyük akı değişimine, sönmeye neden olur (Perryman, 2011). Eğer farklı yarıçaplardaki

yıldızlar söz konusu ise, yörüngesindeki gezegenin geçişi hem farklı sürelerde hem de farklı geçiş geometrisinde gerçekleşir. Şekil 1.7'de farklı sistemlerin geçişlerine örnekler verilmiştir.



Şekil 1.7. Farklı gezegenli sistemlerin geçiş olayları hem şematik hem de neden olduğu ışık değişimi (Perryman, 2011). Yatay eksen zaman, dikey eksen ise hem normalize akı hem de yarıçapları verir.

Şekil 1.7'de yatay eksen zamanı ölçeğini, düşey dikey eksen ise göreli akıyı ve yıldızların yarıçaplarını gösterir. Her bir kutucukta hem göreli akıya karşı ifade edilen ışık eğrisi hem b etki parametresi hem de yıldız yarıçaplarının farklılıkları yuvarlakların boyutlarına yansıtılarak gösterilmiştir. Gezegen sistemlerinin isimleri her bir kutucuğun sol üstünde ve sistemde göz önüne alınan gezegenlerin dönemleri ise kutucukların sağ üstte verilmiştir. Şekilde sürekli çizgi, yıldız merkezinden geçen yörüngeye yani $b = 0$ olma durumuna karşılık gelmektedir. Kesikli çizgiler ile gezegenin farklı b etki parametresinde geçişlerini ifade eder (Perryman, 2011).

Gezegen parametrelerine ulaşmak için kullanılan bir diğer yöntem ise *dikine hız (RV) yöntemi*dir. Dikine hız yöntemi, ortak kütle merkezi etrafında dolanan bir gezegenli sistemin, bu dolanma sırasında gözlemciye göre yaklaşıp uzaklaşmasını inceler. Bu hareket, gözlemlenen tayf çizgilerinde dönemli olarak maviye ve kırmızıya kaymaya (Doppler etkisi) neden olur. Dikine hız yönteminde, gezegenle yıldız arasındaki büyük parlaklık farkı nedeniyle gezegeni yıldızla birlikte eşzamanlı olarak gözlemlemek mümkün değildir, fakat gezegenin, yıldızında neden olduğu refleks hareket ile gezegenin varlığı ve dolayısıyla kütle gibi bazı

fizik parametreleri öngörülebilir (Jara-Maldonado ve ark., 2020; Khan ve ark., 2017).

Dikine hızlardaki değişimler, dikine hız genlikleri (K) sayesinde (1.4) eşitliği şeklinde, gezegenlerin kütlelerini (M_p) hesaplama olanağı sağlar.

$$K_s(m/s) = 28.4 \left(\frac{P}{yıl}\right)^{-1/3} \left(\frac{M_p \sin i}{M_{Jüp}}\right) \left(\frac{M_s}{M_\odot}\right)^{-2/3} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}. \quad (1.4)$$

Burada P, gezegenin yörünge dönemi; e, gezegenin yörünge basıklığı; i, gezegenin yörünge eğikliği ve M_s, yıldızın kütlesidir (Perryman, 2011).

Dikine hız genlikleri, daha büyük kütlelere sahip gezegenlerde daha kolay algılanır ve daha büyük ölçülür. Çünkü gezegen kütlesi ne kadar büyük ise, yıldızda yaratacağı refleks hareketi daha büyük olur. Fakat gezegen, yıldıza kıyasla oldukça küçük olduğu için, dikine hız değişimi çok küçük yani m/s veya cm/s birimlerinde ölçülmektedir (Khan ve ark., 2017). Böylesi küçük genlikleri ölçmek için yüksek çözünürlüklere sahip tayfçekerlere ihtiyaç vardır.

Günümüze kadar yapılan gezegen keşiflerinde en küçük dikine hız genliği, HARPS tarafından yapılan dikine hız gözlemleriyle keşfedilmiştir. $0.2\ m/s$ kadar düşük yarı – genliğe sahip sinyallerle, 9000'den fazla HARPS ölçümü bulunan *Tau Cet*, kütlesi $0.783\ M_\odot$ ve yarıçapı $0.793\ R_\odot$ olan G8.5V tayf türünde ($T_e = 5344\ K$) Güneş'ten daha aktif bir yıldızdır. Bu yıldızın yörüngesindeki yedi gezegenden biri olan *Tau Cet f* ($M = 3.9\ M_{Yer}, K = 0.35^{+0.10}_{-0.12}\ m/s$),bugüne kadar keşfedilen en küçük dikine hız genliğine sahip gezegendir (Feng ve ark., 2017). Tau Cet sisteminde, Tau Cet g, h ve e gezegenlerinin dikine hız genlikleri de küçüktür; $0.49, 0.39, 0.55\ m/s$ (bkz. NASA Exoplanet Archive).

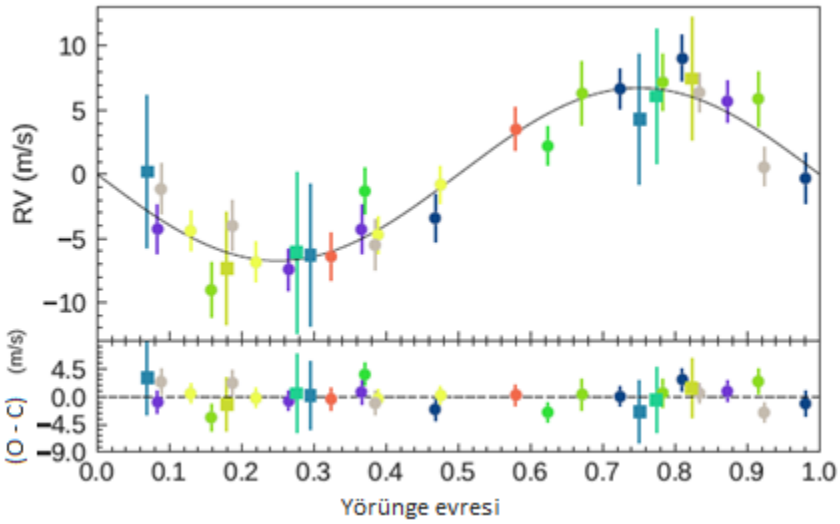
Gezegenlerin dikine hız ölçümleri, 1990'lı yılların başında COROVEL, EDOLİE gibi tayf çekerler $1\ km/s$'lik hassasiyetlerle gerçekleşmekteydi (Perryman, 2011; Baranne ve ark., 1996). Günümüzde ise, çok çeşitli yüksek ve ultra – yüksek ($R = \lambda/\Delta\lambda > 10^5$) çözünürlüklere sahip tayfçekerlerle daha iyi dikine hız ölçümleri sağlanmaktadır (Zhu ve ark., 2020). Bu ölçümler, kullanılan

aletlerin donanımına bağlı olarak yıldızları ile karşılaştırıldığında gezegenler gibi küçük kütleli cisimlerin yarattığı (m/s ya da cm/s) dikine hız genliklerini algılar ve hassas çözümlemeler sağlar (Khan ve ark., 2017). Aşağıda bu tayfçekerlere örnek verilmektedir;

- ***HARPS*** (*High Accuracy Radial Velocity Planet Searcher*) tayfçekeri, La Silla'da 3.6 m ESO teleskobu ile çalışmaktadır. HARPS, $R = 115\,000$ olan bir eşel tayfçekerdir ve optik bölgeyi kapsayan $3780 - 6910$ Å dalgaboyu aralığında gözlem yapar. Dikine hız yönteminde 1 m/s'lik doğruluklar ile birkaç m/s'lik dikine hız değişimleri olan süper – Yer'leri keşfetmek için tasarlanmıştır (Faria ve ark., 2020; Perryman, 2011).
- Bir diğer yüksek çözünürlüklü tayfçeker ise ***Keck – HIRES***'dir. HIRES eşel tayfçekeri kullanarak gözlem yapan, Mauna Kea'daki 10 m Keck I teleskoptur. Çözümleme gücü $R = 80\,000$'dir ve $3900 - 6200$ Å dalgaboyu aralığında gözlem yapmaktadır.
- Günümüzde 2018'den beri dikine hız gözlemleri sağlayan ***ESPRESSO*** (*Echelle SPectrograph for Rocky Exoplanets and Stable Spectroscopic Observations*) ise, VLT'nin (*Very Large Telescope*) geniş toplama alanıyla birleştirilen, yüksek çözünürlüklü bir eşel tayfçekerdir. Yıldızların yaşanabilir bölgelerindeki küçük kütleli kayaç gezegenleri tespit etmek hedefine yönelik olarak $10\ cm/s$'lik dikine hız hassasiyetine ulaşmak için tasarlanmış ve üretilmiştir (Faria ve ark., 2020; Perryman, 2011).

Şekil 1.8'de, Barragan ve ark. (2018)'den alınan, kütlesi 5 M_{Yer} olan ve Şekil 1.3'te ışık eğrisi gösterilen K2 - 141 b'nin dikine hız eğrisi örnek olarak verilmiştir. K2 - 141 b, Yer'den daha kütleli olduğu için, dikine hız eğrilerinde Yer'den ($K_{Yer} = 0.089\ m/s$ – Cochran ve Hatzes, 1996) daha büyük dikine hız genliğine ($K \sim 7\ m/s$) neden olur (Barragan ve ark., 2018).

Tayfı etkileyen aletsel durumların (alıcı gürültüleri ve hassasiyet) yanı sıra gözlemlenen gezegenli sistemdeki yıldızın yapısal, evrimsel ve atmosferik özellikleri dikine hız gözlemlerinde çizgi profillerini etkiler (Panchuk ve ark., 2020; Faria ve ark., 2020).



Şekil 1.8. K2 – 141 b'nin dikine hız eğrisi (Barragan ve ark., 2018). Bir yörünge döneminin sınırlarını belirleyen 0 ve 1 evrelerle sınırlandırılır. Siyah sürekli çizgi dikine hız eğrisi temsilini gösterir. Şekildeki yuvarlak ve kare veriler, sırası ile HARPS ve FIES (*FIbrefed Échelle Spectrograph*) tayfçekerleri verilerini, renkler ise farklı gözlem gecelerini ifade eder (Barragan ve ark., 2018).

Her yıldızın özelliklerine göre çizgi kesitleri farklılık gösterir. Dikine hız çalışmalarında bu çizgilerin ve kaymaların iyi belirlenmesi gerekir. Örneğin, *yıldız aktivitesi*, dikine hız değişimlerine neden olan en önemli kaynaklardan biridir. Yıldız yüzeyinde aktivitenin varlığı, birkaç m/s'lik dikine hız sinyali yaratabilir. Bu oluşan sinyaller, bazen gezegen sinyallerini taklit ederken bazen de gezegenin yörünge parametrelerini ve kütlesini belirlemede zorluklar çıkarabilir. Aktivite düzeyinin şiddetine göre, dikine hızlar etkilenmektedir (Faria ve ark., 2020).

Yıldız aktivitesinin etkisine örnek olarak, G2 tayf türünde aktif bir yıldız olan HD 41248 (0.866 $M_\odot$ ve 0.898 $R_\odot$) verilebilir. Faria ve ark. (2020) tarafından HD 41248'in HARPS + ESPRESSO dikine hız gözlemleri ve TESS'in fotometrik gözlemleri kullanılarak yıldızın leke aktivitesi özellikleriyle gezegenin izleri birbirinden ayırılmaya çalışılmıştır. Dikine hız gözlemleri bir gezegenin varlığını doğrulayacak şekilde ortak kütle merkezi etrafında dolanan bir gezegen kütleli cisme karşılık gelen genlik gösterse de, fotometrik olarak leke aktivitesinin neden olduğu parlaklık azalmaları, gezegen geçişini belirlemeye olanak vermemiştir. Bu

çalışma bize dikine hız gözlemleri olmayan, yalnız fotometrik gözlemleri bulunan gezegenli sistemler için, yıldızın aktivitesinin dikkate alınmasının çok önemli olduğunu gösteren örneklerden biridir. (Faria ve ark., 2020; Perryman, 2011).

Günümüzde, küçük kütleli (Yer – benzeri) gezegenleri elde etmek daha olası hale gelmiştir. Çünkü geliştirilen yüksek çözünürlüklü tayfçekerler ile hassas dikine hız ölçümleri ($1\,m/s$) yapmak mümkündür. Yapılan dikine hız ölçümlerinin, daha kaliteli olması için hassasiyetin artırılması gerekir. Bunun için yapılan dikine hız gözlemlerinde VIPA (*Virtually Imaged Phased Array*) gibi gözleme olumlu etkileri olan dalgaboyu dağılım aletleri geliştirilmektedir (Zhu ve ark., 2020).

Keşfedilen gezegenlerin sayısının artması ile gezegenlerin belli özellik grupları içinde toplandığı fark edilmiştir. Böylece, gezegenlerin boyutları, kütleleri, yoğunlukları, yörünge parametreleri [yörünge dönemi, yarı – büyük eksen uzunluğu, basıklık gibi ve gezegen sistemi özellikleri (sistemde tek ya da çoklu yıldız olması, gezegenin tek ya da çoklu yıldız yörüngesinde dolanması (Zotos ve ark., 2020) ya da gezegenin, gezegen sisteminde yaşanabilir bölgede bulunması (Saha ve ark., 2020) gibi] göz önüne alınarak gezegen sınıflandırılmaları yapılmıştır.

1.2. Gezegen Sınıflamaları ve Sınırlar

Güneş sistemi için, Merkür ile Mars arası gezegenler "kayaç", Jüpiter ile Neptün arası gezegenler "gaz devler" şeklinde bir sınıflama yapılır. Fakat Pollack ve ark. (1996) Uranüs ve Neptün'ün, H – He baskın gaz devlerden yapısal olarak farklılık gösterdiğini ortaya çıkardı. Bunlar daha ağır elementlere (oksijen ve karbon gibi) sahip, düşük sıcaklıklarda *buz* olan uçucu maddeler (H_2O, CH_4, NH_3 gibi) içerir (Fletcher ve ark., 2020). Bu yapılarından dolayı, Uranüs ve Neptün "*buz devi*" olarak ayrı bir sınıflama içerisinde değerlendirilir (Helled ve ark., 2020).

İlk gezegen keşifleri güneş sistemindeki gezegenler gibi, başta "kayaç" ve "gaz" gezegenler adı altında iki farklı grup olarak sınıflandırılır. Fakat çok geçmeden yeni keşfedilen gezegenlerin, güneş sistemi gezegenlerinden bazı

önemli farklılıklar gösterdiği fark edildi. Gözlemlerin artması ile aynı güneş sistemi içerisinde Uranüs ve Neptün'ün gaz devlerden farklı yapısal özellik gösterdiği gibi, yapısal farklılıklar gezegen sınıflarının genişletilmesi ve yeni sınıflamaların yapılması gerektiğini ortaya çıkardı.

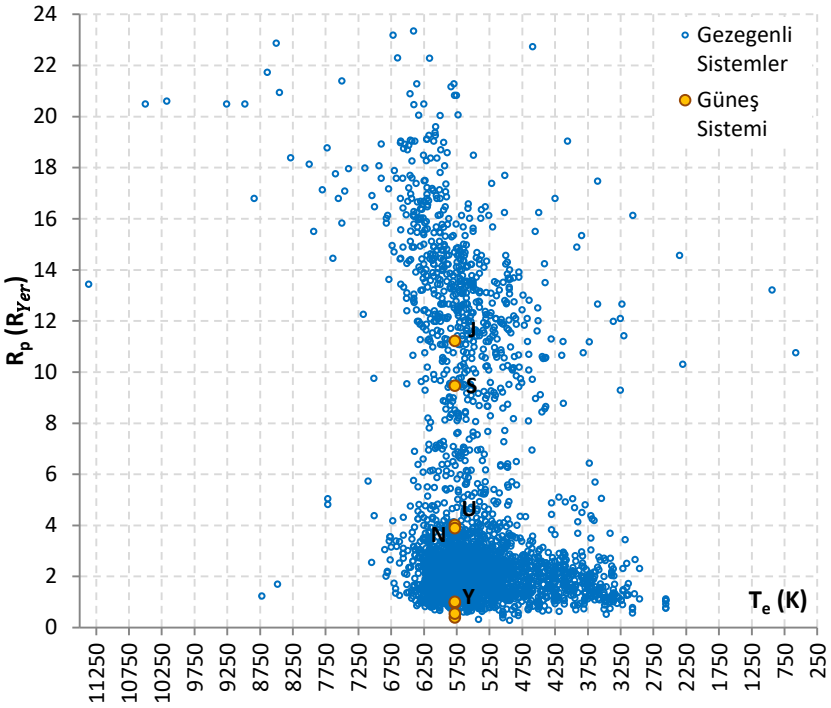
NASA'nın Kepler uydusu, kısa yörünge dönemlerinde ($P < 100\ gün$), Yer boyutundaki gezegenleri gözlemek için tasarlanmıştır. Gözlemler sonucunda, Yer (R_{Yer}) ve Neptün ($4\ R_{Yer}$) yarıçapları arasında, farklı yarıçaplara sahip pek çok gezegen olduğu ortaya çıkmıştır. Bu gezegenlere, "*Neptün – altı gezegenler"* $\left(R_p < 4\ R_{Yer}\right)$ veya "*Kepler gezegenleri"* denilmektedir (Millholland, 2019).

Gözlemler, Güneş benzeri yıldızların $\%\,30$ ile $\%\,50$'sinde, $4\ R_{Yer}$'den küçük gezegenlerin var olduğunu göstermiştir (Millholland, 2019). Şekil 1.9'da, günümüze kadar gözlemlenen gezegenlerden yarıçapları belirlenebilen 3219'u, yörüngesinde dolandıkları yıldızların sıcaklığına göre noktalanmıştır. Bunlar içerisinde 2330 tanesi $4\ R_{Yer}$'den küçük yarıçapa sahipken, 889 tanesi büyük yarıçaplıdır. Şekilden görüleceği üzere, $4\ R_{\mathrm{Yer}}$'den daha küçük yarıçaplı gezegenler çoğunlukla güneş benzeri ($T_e \sim 5800\ K$) yıldızların yörüngesindedir. Sıcaklık eksenindeki alt limiti Y2 tayf türünden bir kahverengi cüceye karşılık gelen $250\ K$'dir (Mamajeck, 2021). Şekil 1.9'da, yaklaşık $6\ R_{Yer}$ ile $8\ R_{Yer}$ arasında gezegenlerin az sayıda olması ve gezegen dağılımının "kum saati" gibi görünmesi dikkat çeker. Bu yarıçap aralığı, ilerleyen sayfalarda tanımlanan; Neptün – benzeri $\left(4 < R_p(R_{Yer}) < 6\right)$, Satün – altı $(6 < R_p(R_{Yer}))$ ve Satürn – benzeri $\left(6 < R_p(R_{Yer}) < 10\right)$ gezegen sınıflamaları aralığına denk gelir.

Günümüzde Neptün – altı gezegenler, güneş sisteminde benzeri olmayan iki yaygın gezegen türü ortaya çıkmıştır. Bunlar;

- Yer'den daha büyük yarıçaplarda $\left(1.25 < R_p(R_{Yer}) < 2\right)$ olan "*süper – Yer'ler"* (Borucki ve ark., 2011),

- Neptün'den daha küçük yarıçaplarda $\left(2 < R_p(R_{Yer}) < 4\right)$ olan "*mini – Neptün'ler"'dir* (Sheets ve Deming, 2017).



Şekil 1.9. Yıldızın etkin sıcaklığına karşı gezegenlerin yarıçap dağılımı. Gezegen verileri (mavi noktalar) **29 Haziran 2021** tarihinde "*exoplanet.eu*" kataloğundan ve güneş sistemi gezegenlerinin verileri (kırmızı- turuncu noktalar) ise "*NASA Planetary Fact Sheet*[9]"'ten alınmıştır. Şekilde güneş sistemi gezegenleri, isimlerinin baş harfiyle gösterilir.

Gezegenlerin oluştuğu elementlerin donmuş, sıvı ya da gaz halde bulunma durumları, bu elementlerle birlikte sahip oldukları yapının kayaç, demir ve H/He yüzdesi (kütle kesri) ve bunların bulunma biçimi (örneğin yüzeyde ya da yüzeyin altında sıvı ya da donmuş su okyanusları olma durumu gibi) *gezegenlerin yapısal bileşimlerini* verir. Kütlece birbirlerine benzeyen süper – Yer'ler (1 ile 10 M_{Yer}) ve mini – Neptün'leri ($M_p < 10\ M_{Yer}$) ayırt etmek, sahip oldukları yoğunlukları dolayısıyla gezegenlerin yapısal bileşimleriyle mümkündür. Süper – Yer'lerin kütlelerinin %10'undan daha az bir kısmı uçucu maddeden (özellikle H_2O) oluşur (Cochran ve Endl, 2007).

Neptün – altı gezegenler sahip oldukları yapısal bileşimine göre;

- H ve He baskın zarflarla çevrili kayaç çekirdeklere sahip "mini – Neptün" veya "Neptün – benzeri" gezegenler yani "*gaz cüceler"* (Millholland, 2019),

[9] https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/planet_table_british.html

- H_2O'nun buz ya da sıvı olarak baskın olduğu kayaç çekirdekler sahip olanlar "*su dünyalar"* veya "*okyanus gezegenler"* (Millholland, 2019; Fortney ve ark., 2007),
- farklı manto ve çekirdek bileşimlerine sahip olanlar ise "*Yer- benzeri gezegenler*" veya "*kayaç gezegenler*" (Valencia ve ark., 2006; Zeng ve ark., 2016)

olarak sınıflandırılır.

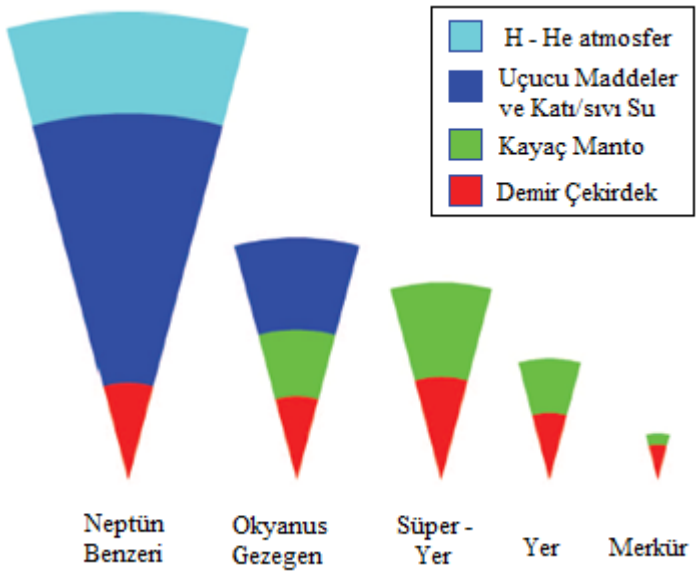
Aynı yapısal bileşim özelliklere sahip olan gezegenleri ayırt edebilmek için fiziksel salt parametreler, örneğin kütle ve yarıçap, göz önüne alınır. Örneğin, Neptün – benzeri gezegenler ve mini – Neptün'ler aynı yapısal bileşimlere sahiptir. Bu gezegenler, 0.1 ile 0.25 arasında H – He kütle kesri $\left(f_{(H-He)}\right)$ sahiptir (Venturini ve Helled, 2017). H – He kütle kesri, bir gezegenin ne kadarının gazla kaplı olduğunu ifade eder ve bu gezegenlerin % 10 – % 25'i gazdan oluşur. Bu iki türü birbirlerinden ayırt etmek için, gezegenlerin kütleleri kullanılır. Eğer gezegenin kütlesi;

- $10 < M_p(M_{Yer}) <$ 20 kütle aralığında ise bu gezegen *Neptün – benzeri*,
- $M_p <$ 10 M_{Yer} ise *mini – Neptün*

olarak sınıflandırılır (Venturini ve Helled, 2017).

Özellikle süper – Yer'ler, mini – Neptün'ler, okyanus gezegenler arasındaki sınırları belirleyebilmek için gezegenlerin yapısal bileşimlerini bilmek gerekir (Spiegel ve ark., 2014). Şekil 1.10'da Neptün – altı gezegenlerin içyapıları ve boyutları ölçeklendirilerek kıyaslanmaktadır. Burada gezegenlerin yapısal bileşimleri gezegen türünü belirlemekte önemli rol oynamaktadır. Merkür ve Yer, güneş sistemindeki gezegenler ile yeni belirlenen bu ara kütle ve yarıçap grupları karşılaştırma amacıyla bulunmaktadır (Cochran ve Endl, 2007). Günümüzde Merkür gibi bir içyapıya sahip, Merkür'den birkaç kat daha kütleli $\left(1 < M_p(M_{Merkür}) < 10\right)$ olan *süper – Merkür'ler* de keşfedilmiştir (Valencia ve ark., 2006).

Modelleme ve simülasyon çalışmaları da yapılmaktadır. Bu çalışmalara, Seager ve ark. (2007), Valencia ve ark., (2006), Fortney ve ark. (2007), Rogers (2015), Zeng ve ark. (2016) örnek verilebilir.



Şekil 1.10. Neptün – altı gezegenlerin içyapılarının ve boyutlarının kıyaslanması. Burada göreli gezegen yarıçapları, yaklaşık bu ölçektedir. Renkler, gezegenlerin yapısal bileşimlerini gösterir (Cochran ve Endl, 2007).

Seager ve ark. (2007) gezegenlerin yapısal bileşimleri üzerine kabuller yaparak sentetik modeller geliştirmiştir. Örneğin, homojen bir su gezegeni veya % 30 Fe çekirdek ve % 70 SiC (silisyum – karbit) mantodan oluşan bir SiC gezegeni için hal denklemleri ile gezegenlerin M – R ilişkisini oluşturur. Ayrıca, oluşturulan modellerle, gözlemlenen gezegen kütleleri ve yarıçapları karşılaştırılarak, gezegenin içyapısı hakkında bilgi edinmek ve kimyasal karışımı üzerine tahminler yapmanın mümkün olacağını göstermiştir.

İçyapılar üzerine yapılan birçok çalışmada gezegenlerin kütleleri, yarıçapları (R_p) ve yoğunlukları (ρ_p) kullanılmaktadır. Kütle ve yarıçap, gezegen yoğunluğu ile doğrudan $\left(\rho_p = M_p/\left(\frac{4}{3}\pi R_p^3\right)\right)$ ilişkilidir. Aynı zamanda bu parametreler, gezegenin dengede kalabilmesi için hidrostatik denge ve hal denklemlerinde kullanılan parametrelerdir. Gezegenin bileşimi, gezegenin sahip olduğu yoğunluk

ile açıklanabilir ve yapısal bileşimler üzerine oluşturulan modeller ile gezegen hakkında bilgi elde edilebilir (Fortney ve ark., 2007; Valencia ve ark., 2006).

İçyapı çalışmaları ile beraber gezegenlerin atmosfer yapıları üzerine çalışmalar da yapılmaktadır. Kullanılan keşif yöntemi sonucunda elde edilen gezegen yarıçapı, uzaklık nedeni ile atmosfer dâhil olacak şekilde gezegenin sahip olduğu tüm yarıçapını ifade etmektedir. Bundan dolayı gezegenin yarıçapından bahsedildiği zaman atmosfer var ise atmosferin yarıçapa dâhil olduğunu unutmamak gerekir. Atmosferi olan gezegenler üzerinden atmosfer analizleri yapılmakta ve atmosfer modelleri oluşturulmaktadır (Shabram ve ark., 2011; Kane ve ark., 2020). Tıpkı içyapı modellerinde olduğu gibi gezegenin kütle ve yarıçapı atmosfer modellerinde önemli bir parametre haline gelmektedir. Örneğin Kane ve ark. (2020), TRAPPIST-1 çoklu gezegen sistemi için evre modelleri ile gezegen atmosfer modelleri üzerine çalışma yapmıştır.

Keşifler göstermiştir ki; gezegenler, çok farklı dönem, basıklık ve yarı – büyük eksen uzunluklarına sahip yörüngelerde bulunabilirler. Yörünge dönemlerine göre;

- yıldızına oldukça yakında ($a \lesssim 1\,AB$) ve 10 günden kısa yörünge dönemlerinde olan gezegenler "**sıcak**",
- 10 ile 100 gün arasında yörünge dönemine sahip olanlar "**ılık**",
- ve 100 ile 350 gün arasında olanlar ise "**soğuk**",

olarak sınıflandırılır (Petigura ve ark., 2018).

Sıcak gezegenlerde yıldız ile gezegen arasındaki etkileşim, ılık ve soğuk gezegenlere göre daha fazladır. Örneğin bu tür gezegenlerde daha yüksek bir yıldız akısı hesaplanır ve bu akı, gezegeni ısıtır. Bu ek ısınma, gezegenleri şişirmekte ve normalde beklenenden daha büyük yarıçaplarda gezegenler keşfetmemize neden olmaktadır (Dawson ve Johnson, 2018; Lopez ve Fortney, 2016).

Sıcak gezegenlerin varlığı ilk olarak Güneş benzeri bir yıldız olan 51 Pegasi yörüngesinde keşfedilen 51 Pegasi b gezegeni ile ortaya çıkmıştır. Jüpiter boyutlarında ($R_p = 1.9\, R_{Jüp}$) olan 51 Peg b gezegeni, yıldızına oldukça yakın ($a = 0.05$ AB, $P = 4.2$ gün) olması itibariyle güneş sisteminde karşılaşmadığımız türde bir özellik sergileyen bir gaz devdir (Mayor ve Queloz, 1995). Bu gezegenlere "*sıcak – Jüpiter'ler"* denilmektedir. Sıcak – Jüpiter'ler yıldızına çok yakın ($a < 0.05$ AB), kısa yörünge dönemlerinde ($P < 10$ gün) olan ve bu yörüngede bile gaz yapısını koruyabilen gezegenlerdir (Teyssandier ve ark., 2019; Dawson ve Johnson, 2018).

Yıldızına sıcak – Jüpiter'ler kadar yakın olmayan gaz gezegenlere ise, "*ılık – Jüpiter'ler"* denilmektedir. Ilık – Jüpiter'ler, yıldızından $0.05 < a\ (AB) < 0.1$ uzaklıklarda ve yörünge dönemleri 10 ile 100 $gün$ arasında değişen geniş bir aralıkta dağılmaktadır (Wu ve ark., 2018; Antonini ve ark., 2016).

Günümüzde sıcak – Jüpiter'ler için iki temel sorun üzerinde durulmaktadır. Birincisi, bu tür gezegenlerin oluştuğu ilkel – gezegenimsi diskin yüksek sıcaklıkları, devasa boyutlardaki bu gezegenlerin yıldızlarına yakın yörüngede, "yerinde oluşma" olasılığının düşük olduğunu göstermektedir. Bu gezegenlerin büyük yarıçaplarda ve uzak yörüngelerde yani dış yörüngelerde – "dışta oluşmuş" – olduğu ve ardından diskteki etkileşimler yoluyla yörüngesinin içe doğru göç ettiği düşünülmektedir (D'Angelo ve Bodenheimer, 2016; Rice ve ark., 2008). Literatürde sıcak – Jüpiter'lerin oluşumuna ilişkin ortaya konulan senaryolar arasında; *yörünge göçü* (tür I[10] ve tür II[11]), *gezegen saçılması* ve *seküler kaos* yer alır. Bu mekanizmaların her biri, sıcak – Jüpiter'lerin bazı gözlemsel özelliklerini (örneğin, ∼3 gün yörünge dönemleri olan sıcak – Jüpiter'lerin sayıca fazla olması veya çok çeşitli basıklıklara sahip olmaları gibi özellikleri) açıklamakla birlikte hepsini açıklayamamaktadır (Martin ve ark., 2011).

İkincisi ise, sıcak – Jüpiter'lerin yıldızlarıyla olan etkileşimlerinin göz ardı edilemeyecek kadar yakın yörüngede bulunmalarıdır. Yıldızından gelen yüksek

[10] Tür I göçü, disk yapısını önemli ölçüde bozmayan küçük kütleli gezegenlerin göçüdür ($M \ll M_{gap}$).

[11] Tür II göçü, çok büyük kütleli (Jüpiter kütlesi veya daha büyük) gezegenlerin disk yapısının etkilenerek gerçekleştirdikleri göçtür ($M \gg M_{gap}$).

miktardaki akının varlığı, gelgit etkileşimlerini ve gezegen yapısını önemli derecede etkilemektedir (D'Angelo ve Bodenheimer, 2016; Rice ve ark., 2008). Örneğin sıcak – Jüpiter'lerin yarıçaplarında anormal artışlar meydana gelmektedir. Bu anormal yarıçaplar, diğer adıyla *şişmiş yarıçapların* açıklanabilmesi için çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bunun için; yıldızdan gelen akının gezegenin iç kısmına yayılması, artan donukluklar, konveksiyonun etkin olmaması, gelgit ısınması, Ohmic ısınma, türbülansla ısının gömülmesi ve kuvvetli rüzgarlar gibi yarıçapta artışa neden olabilecek mekanizmalar kullanılmıştır. Birçok şişme mekanizması ele alınsa bile sıcak – Jüpiter'leri şişiren mekanizmanın doğrudan yıldızdan gelen akıya bağlı olduğu ortaya konmuştur (Komacek ve ark., 2020; Martin ve ark., 2011).

0.1 ile $0.4\,M_{Jüp}$ kütleleri arasında ve 20 günden daha kısa yörünge dönemleri olan "*sıcak – Satürn'ler"* bir diğer gezegen sınıfını oluşturur. Bu tür gezegenler, sıcak – Jüpiter'lerin $(0.4 - 13\,M_{Jüp})$ daha düşük kütleli versiyonları olarak düşünülebilir. Sıcak – Jüpiter'ler gibi, sıcak – Satürn'lerin yarıçapları, küçük yer konuşlu teleskopların geçişi gözlemleri ile kütleleri ise dikine hız gözlemleri ile mümkündür (Sha ve ark., 2021).

Satürn boyutlarında $(9.45\,R_{Yer})$ keşfedilen gezegenler "*Satürn – benzeri"* gezegenler olarak ele alınır ve bu boyutlardan küçük $\left(4 < R_p(R_{Yer}) < 8\right)$ gezegenlere ise *Satürn – altı* gezegenler denilmektedir (Petigura ve ark., 2018). Satürn – altı gezegenler arasında, aşırı yüzey sıcaklıklarına $(> 1500\,K)$ sahip yeni bir gezegen türü olabilecek "*lav okyanus"* gezegenleri keşfedilmiştir (Sheets ve Deming, 2014). Satürn – altı gezegenlere ilişkin keşifler arttıkça, daha başka yeni alt sınıflamalar yapmayı gerektirecek gibi görünüyor. Örneğin bu tür gezegenlerin albedoları üzerine Sheets ve Deming (2014), Satürn – altı gezegenlerin sıcak – Jüpiter'lerden daha yansıtıcı (daha büyük albedoya sahip) olduğunu göstermiştir.

Şimdiye kadar keşfedilen sıcak – Satürn'ler, diğer sıcak (P < 10 $gün$) gezegenlerle karşılaştırıldığında, bunların daha yüksek metal bolluğuna sahip yıldızlarla birlikte bulunduğu (HD 221416 b ve KELT-6 b hariç) ve metal bolluğu $[Fe\ /\ H] < -\ 0.05$ olan metalce daha fakir yıldızların yörüngesinde

neredeyse hiç sıcak – Satürn'ler bulunmadığı ortaya konmuştur (Sha ve ark., 2021; Petigura ve ark., 2018). Yaklaşık 6 R_{Yer} ile 8 R_{Yer} yarıçap aralığı, Neptün – benzeri $\left(4 < R_p(R_{Yer}) < 6\right)$, Satürn – altı $(6 < R_p(R_{Yer}))$, Satürn – benzeri $\left(6 < R_p(R_{Yer}) < 10\right)$ ve sıcak – Satürn gezegen sınıflamalarını içermektedir. Bu gezegenlerin oluşum oranları, diğer gezegenlere göre daha düşük görünmektedir.

Sıcak gezegenler arasında Neptün boyutlarında $\left(2 < R_p(R_{Yer}) < 6\right)$ olan gezegenler de bulunmaktadır. 10 günden kısa yörünge dönemlerinde ve yıldızlarına oldukça yakın yörüngede keşfedilen bu gezegenlere, "*sıcak – Neptün'ler"* denilmektedir. Yıldızlarına yakınlığından dolayı sıcak – Jüpiter'lerde olduğu gibi yıldızı ile etkileşimleri oldukça fazladır (Dawson ve Johnson, 2018; McNeil ve Nelson, 2010) ve bu boyutlardaki bir gezegenin yörüngede yerinde oluşmadığı, daha dış bir yörüngede oluşup içe doğru göç ettiği düşünülmektedir (Cochran ve Endl, 2007).

Sıcak gezegenler üzerine yapılan çalışmalarda sıcak – Satürn'lerin diğer sıcak gezegen türlerinden daha düşük oluşum oranına sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Örneğin, Petigura ve ark., (2018), sıcak – Satürn'lerin, seçim etkilerini hesaba kattıktan sonra bile, hem sıcak – Jüpiter'lerden hem de sıcak – Neptün'lerden doğal olarak daha az olduğunu bulmuştur. Bu durum, sıcak – Satürn'lerin kaçak gaz birikimi yoluyla oluşan en küçük gezegenler olduğunun bir göstergesi olabilir (Sha ve ark., 2021).

Küçük kütlelere ve büyük yarıçaplara sahip dolayısı ile çok düşük yoğunluklarda bulunan gezegenler günümüzde yeni bir tür oluşturmaktadır. Bunlara *süper – pofuduk* gezegenler denilmektedir. Bunlar, Neptün – altı kütlelerde $(\leq 5\, M_{Yer})$ fakat gaz dev boyutlarında $(\geq 5\, R_{Yer})$ ve çok uç miktarlarda düşük ortalama yoğunluğa $(\leq 0.1\ g\ cm^{-3})$ ve büyük ölçüde atmosfer yüksekliğine $(\sim 3000\ km)$ sahip gezegenlerdir (Wang ve Dai, 2019). Çoğunlukla yıldızlarına yakın $(\sim 0.1 - 0.3\,\text{AB})$ yörüngelerde bulunurlar. Günümüzde bu türe ilişkin kütleler, daha çok TTV yöntemi ile elde edilmiştir. Düşük yoğunlukları ya belli oranda toz içeren atmosferleri tarafından yapılan soğurma ya da dış halkaların etkisi olarak açıklanmaktadır. Bu tür için atmosfer toplama ve yörünge göçü olayları tartışılmaktadır (Yan ve ark., 2020). İlk örneklerinden biri

Kepler 51 b gezegenidir. Bu gezegen $\sim 7\ R_{Yer}$ geçiş yarıçapına sahip fakat TTV ile belirlenen kütlesi sadece $\sim 2.1\ M_{Yer}$ olan süper – pofuduk bir gezegendir (Libby-Roberts ve ark., 2020). Daha sonra Kepler 51 c, 51 d; Kepler 79 d, 79 e de keşfedilmiştir. Düşük yüzey yerçekimlerine sahip bu gezegenler göz önüne alındığında, foto – buharlaşma yoluyla aşırı kütle kaybına sahip olmaları hatta yıldızın yüksek enerjili ışınımı olmadan bile aşırı kütle kaybı gerçekleştirmeleri beklenir (Wang ve Dai, 2019).

Gezegenler üzerinden yapılacak istatistiksel çalışmaların, farklı gezegen sınıflamalarına neden olan çeşitli yapısal, oluşumsal ve evrimsel özellikleri nedeniyle etkileneceği, yukarıdaki tanımlardan açık olarak fark edilebilir. Gezegen sınıflamalarını belirleyen sınırların günümüzde tam olarak belirgin olmaması, kütle – yarıçap ilişkileri dâhil, gezegenlere ilişkin pek çok salt fiziksel parametreler arasında ilişkiler ortaya koymayı zorlayabilir (Martin ve ark., 2011). İlerleyen zamanlarda artan gezegen keşif gözlemleri ile gezegen sınıflarının daha belirgin hale geleceği umut edilmektedir. Örneğin, JWST'nin doğrudan görüntüleme yoluyla, gezegenleri hem belirleme hem de sınıflamalarını yapabilmek için önemli ölçüde olumlu etki edeceği düşünülmektedir (Carter ve ark., 2021).

Daha belirgin sınırlara sahip gezegen sınıfları, birçok çalışma (örneğin gezegenlerin parametreleri arasındaki ilişkiler, gezegen oluşum çalışmaları, gezegenlerin içyapı ve atmosfer modelleri, yaşanabilir bölge analizleri gibi) için önem taşır. Atmosfer çalışmalarında yarıçap, sıcaklık, albedo gibi parametreler ile modeller oluşturulmaktadır. Gezegenin yarıçapı, kütlesine göre bu çalışmalar için daha önemli hale gelmektedir. Fakat bir cismin oluşum sırasında toplayabildiği kütle miktarı, cismin evrimini belirlemekteki en önemli parametredir. Cismin oluşumunda bugüne kadar sahip olabileceği başlangıç kütle dağılımlarını ifade etmek için başlangıç kütle fonksiyonu oluşturulmuştur. Evrendeki küçük kütlelerin, kütle dağılımlarını bilmek, gezegenleri anlamamıza yardımcı olacaktır.

1.3. Başlangıç Kütle Fonksiyonu

Yıldız oluşum teorisindeki en önemli sorunlardan biri, yıldızın *başlangıçtaki kütle fonksiyonu (IMF)* ile ilgilidir (Silk, 1995). Yıldızların başlangıç kütle

dağılımları, galaksilerin ve yıldız kümelerinin görünümünü ve evrimlerini belirler ve yıldız oluşumu için sınır koşulunu oluşturur (Kroupa, 2001; Bastian ve ark., 2010). IMF, baryonik içeriği, kimyasal zenginleşmeyi ve gökadaların evrimini ve dolayısıyla evrenin ışık ve baryonik madde evrimini belirlemekte de kullanılmaktadır (Chabrier, 2005; Larson, 2005). *Baryonik madde* evrenin küçük bir kısmını (%1) oluşturmakta olan elektron, proton, nötron, müyon ve nötrinoları ifade etmektedir. Gözlenebilen yıldızlar, gezegenler ve diğer yoğun cisimler baryonik maddenin bir kısmını oluşturmaktadır. Bu cisimlerin başlangıç kütle dağılımları, baryonik madde içeriği ve evrimi için önem taşımaktadır (Alford, 2019; Prochaska ve Tumlinson, 2009; Rees, 1987).

IMF ilk olarak Salpeter (1955) tarafından, bir kuvvet yasası olarak tanımlanmış ve böylece yıldızların sayısı, kütlenin bir fonksiyonu olarak ifade edilmiştir. Bu kuvvet yasası şöyle ifade edilir:

$$\Phi(\log m) = \mathrm{dN}/\mathrm{dlog}m \propto m^{-\Gamma} \tag{1.5}$$

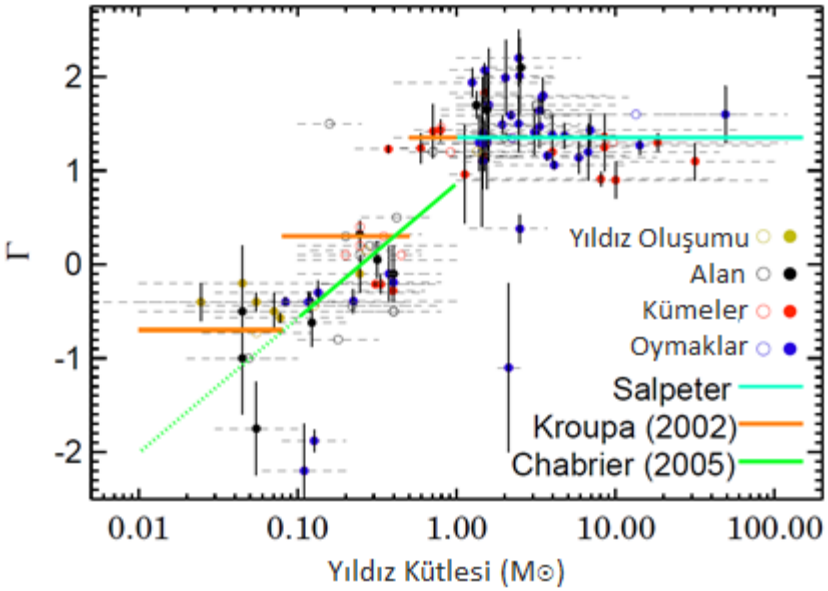
Burada m bir yıldızın kütlesi, N logaritmik kütle aralığı $logm + dlogm$'deki yıldızların sayısı ve Γ kuvvet yasasının üssüdür. Salpeter (1955) kuvvet yasası ile, 1 $M_\odot$'ten büyük kütlelere sahip yıldızlar için $\Gamma = 1.35$'lük bir üs kullanan tek bir kuvvet yasası ile temsil etmiştir. Scalo (1998) ise bu kuvvet yasasını farklı kütle aralıkları için ayrı ayrı elde etmiştir;

- 0.1 – 1 $M_\odot$ arası için $\Gamma = -0.2$,
- 1 – 10 $M_\odot$ için $\Gamma = -1.7$ ve
- 10 – 100 $M_\odot$ için $\Gamma = -1.3$'tür (Scalo, 1998).

Şekil 1.11'de farklı çalışmalarda elde edilen IMF ilişkileri gösterilmektedir.

IMF, yıldız oluşum sürecine dair kütleleri belirlemekteki en temel etkendir. Yıldız oluşum kuramları ve oluşum sırasında meydana gelen ısısal süreçler ve disk yapılar, yıldız ve yıldız – altı kütlelerin dağılımının belirlenmesinde çok yararlıdır (Larson, 2005). IMF'nin, yıldız kümelerinden, gökadalara kadar yıldız gruplarını tanımlamak için sayısız kullanım alanı vardır. Örneğin açık yıldız

kümeleri, IMF'nin gözlemsel çalışmaları için çok uygundur. Çünkü bu kümeler, eşit yaş ve metal dağılımlarına sahip, eşit uzaklıkta yıldızlar içerdikleri için IMF çalışmalarını etkileyen durumlar ortadan kalkmaktadır (Bastian ve ark., 2010).



Şekil 1.11. Yıldız kütlesinin bir fonksiyonu olarak başlangıç kütle fonksiyonu için kullanılan üssel ifadenin (Γ) alabileceği değerler. Şekil aynı zamanda üç analitik IMF'yi temsil eder: Chabrier (2003) yeşil, Salpeter (1955) mavi ve Kroupa (2001) ise turuncu renktedir (Bastian ve ark., 2010).

Gezegenli sistemler söz konusu olduğu zaman, IMF ile gezegenlerin kütle dağılımlarını tahmin etmek mümkündür. Aynı yıldızlarda olduğu gibi gezegenlerin başlangıç kütle fonksiyonu (PIMF) da gezegen kütleleri ile gezegen sayıları arasındaki ilişkiyi göstermektedir. PIMF, gezegen oluşumu ve diskteki koşullar ile ilgili olmakla birlikte, gezegenin yörüngesinde olduğu yıldızın kütlesine ve ilkel – gezegenimsi diskin özelliklerine bağlı olacak şekilde değişmektedir (Alibert ve ark., 2011). Aynı zamanda gezegen oluşumunda önemli etkilere sahip parametreler (örneğin; basıklık, çoklu sistem olması vb. gibi) başlangıç kütle fonksiyonuna etki etmektedir (Carrera ve ark., 2018).

Gezegenlerin oluşumları ile ilgili yapılan çalışmalarda belli bir PIMF üssü kabul edilerek, olası gezegen sayısı elde edilmektedir. Örneğin; Alibert ve ark. (2011), farklı IMF değerleri ve farklı kütlelere sahip yıldızların etrafındaki gezegenler için gezegenleri başlangıç kütle fonksiyonlarını elde etmiştir. Gezegenlerin başlangıç kütle fonksiyonu, sayesinde gezegenler üç farklı sınıfa

ayrılmaktadır; *küçük kütleli gezegenler* (birkaç Yer kütlesi), *Neptün – kütleli gezegenler* ve *Jüpiter – kütleli* veya *daha büyük kütleli gezegenler* (Alibert ve ark., 2011; Mordasini ve ark., 2012).

Kütle – yarıçap ilişkileri, başlangıç kütle fonksiyonu elde etmekle birlikte, gezegen keşiflerindeki eksik parametreyi tahmin etmek, gezegen sınıflamaları oluşturmak, gezegenlerin içyapıları ve atmosfer yapıları ile ilgili çalışmalara yardımcı olabilmek için önemlidir. Ayrıca gezegenlerin başlangıç kütle fonksiyonu, gökadamızdaki gezegenlerin dağılımını ve gezegen oluşum sıklıklarını anlamamızı sağlamakta ve böylece diğer gökadalar için tahminlerde bulunmamıza olanak vermektedir.

Gezegenlerin kütle – yarıçap (M – R) ilişkileri birçok çalışmaya ışık tutmakla beraber, gözlemlerin planlanmasına da yardımcı olmaktadır. M – R ilişkileri, gezegen keşif gözlemlerinin sağlandığı uzay teleskoplarına iki açıdan kolaylık sağlar:

- Birincisi; günümüzde geliştirilmekte olan bilgisayar yazılım kodları ile astronomik uydu gözlem programlarına uygun cisim seçmek için kullanılmasıdır.

- İkincisi ise gözlem sonuçları üzerinden bir sınıflandırma (katı, gaz gezegen gibi) yapmak için de M – R ilişkisine ihtiyaç vardır (Chen ve Kipping, 2017; Kanodia ve ark., 2019).

Bu amaçlarla birçok kod geliştirilmektedir. Bunlardan biri, *Forecaster* açık kodudur. *Forecaster*, TESS ve JWST için gözlemlenen gezegenlerin kütlelerine göre, gezegen sınıfları oluşturmak için yazılmıştır ve yapılan gözlemlerde sınırlayıcı bir etki yaratmıştır (Chen ve Kipping, 2017).

Gezegenlerin kütle – yarıçap ilişkileri, aynı anakol yıldızlarında olduğu gibi cismin yapısal ve atmosferik özellikleri üzerine bilgi edinmemize ve diğer salt fizik parametrelerle ve gözlemsel özelliklerle ilişkiler kurmamıza yarayacak temel ilişkilerdir. Bu tür temel ilişkileri oluşturmak ve ortaya konan ilişkileri anlamlı

hale getirebilmek için bu çalışmada kütle ve yarıçap ilişkileri incelenmek üzere seçilmiştir. Ayrıca, bu parametreler arasındaki olası ilişkileri araştırmak ve literatürdeki M – R ilişkilerini bir araya toplayarak istatistiksel bir sonuç çıkarmak istenmektedir. Bu ilişkileri sağlamak için farklı istatistik yöntemler kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında literatürde karşılaşılan birbiriyle yarışan ve sürekli yenileri eklenen bu yöntemlere, genel bir bakış yapılarak, önerilen M – R ilişkileri ortaya konacaktır.

2. GEZEGENLERİN KÜTLE – YARIÇAP İLİŞKİLERİNİ BELİRLEME YÖNTEMLERİ

Birinci bölümde anlatıldığı gibi gezegenler, çok çeşitli yörüngelerde farklı yapısal veya atmosferik özelliklere sahiplerdir. Bundan dolayı, parametreler arasındaki ilişkiler söz konusu olduğunda, parametreler geniş veri aralıklarında çeşitli dağılımlar gösterir. Bu dağılımların olası ilişkilerini ortaya koyabilmek için *istatistiksel ve matematiksel yaklaşımlara* ihtiyaç duyulur. İstatistik ve matematik yaklaşımların sağladığı bilgilerle, çeşitlilik gösteren veri üzerinden ayrı ayrı özellikleri belirlemek ve bütünsel olarak ilişki aramak mümkündür.

Gezegenlerin kütle – yarıçapları üzerine günümüze kadar yapılan çalışmaların da gösterdiği gibi, geniş geniş bir kütle ve / veya yarıçap aralığında M – R ilişkilerini tek bir ilişki ile oluşturmak mümkün görünmemektedir (bkz. Bashi ve ark., 2017; Chen ve Kipping, 2017). Bundan dolayı keşfedilen tüm gezegenlerin çeşitlilik gösteren verisiyle işlem yapmak yerine, belirli yapısal veya yörüngesel özelliklere göre gezegenleri sınırlandırarak belirlenen gezegen verisi üzerinden ilişkiler aranır. Bu sınırlandırılmış veriler, örneğin gezegenlerin kütlelerine göre (Bashi ve ark., 2017; Hatzes ve Rauer, 2015), yarıçaplarına göre (Wolfgang ve ark., 2016; Weiss ve Marcy, 2014) veya yörünge dönemlerine göre (Petigura ve ark., 2018) gibi sınırlamalarla belirlenmektedir. Örneğin, Weiss ve Marcy (2014) ve Wolfgang ve ark. (2016) farklı istatistik yaklaşımları tercih ederek, $4\,R_{Yer}$'den küçük yarıçaplı gezegenleri ele alarak gezegen yarıçap sınırlaması ile oluşan veri üzerinden M – R ilişkisi elde etmektedir.

Gezegenlerin kütle ve yarıçaplarının yanı sıra M – R ilişkisini etkileyen diğer parametreleri ele alarak, bu parametreler üzerinden M – R ilişkilere gitmek daha da rasyonel ilişkiler oluşturur. Örneğin, *gezegen yoğunluğu* (Furlan ve Howell, 2017; Hatzes ve Rauer, 2015), *gezegenlerin yapısal bileşimi ve içyapıları* (Zeng ve ark., 2016; Seager ve ark., 2007; Valencia ve ark., 2006), *yörünge dönemi* (Neil ve Rogers, 2020; Sousa ve ark., 2019), *yörünge basıklığı* (Hadden ve Lithwick, 2014; Wu ve Lithwick, 2013), *metal bolluğu* (Thorngren ve ark., 2016) gibi parametreleri ele alarak belli bir kütle – yarıçap aralığı içinde kategorize ederek ilişkileri çıkarmak verimli olmaktadır. Astronomide veri

analizlerinde ve gezegenli sistemlerde, gezegen parametreleri arasındaki ilişkiler, istatistiksel ve matematiksel yaklaşımlar ile mümkündür.

2.1. Bazı İstatistik Tanım ve Kavramlar

Bir ilişki elde edebilmek için kullanılan veriyi iyi tanımlamak ve amaçlarımıza uygun hale getirerek istatistik yaklaşımları uygulamak gerekmektedir. Bu işlemler için kullanılacak *veri, değişkenler*den yani ölçülebilen veya sayılabilen herhangi bir özellik, sayı veya nicelikten oluşmaktadır. Veriler ölçülme biçimine göre ikiye ayrılır:

- *Nitel (kategorik) değişkenler* – sınıflanabilir (nominal) ve sıralanabilir ordinal) değişkenler olma durumu,
- *Nicel (sayısal) değişkenler* – kesikli ve sürekli değişkenler olma durumudur.

Verilerin ölçülme biçimleriyle birlikte istatistik yaklaşımlarda işlemlerin bilinmeyenleri ifade eden *rastgele değişkenleri* de tanımlamak gerekmektedir. Rastgele değişkenler, değeri bilinmeyen değişkenler veya deneylerin sonuçlarının her birine değer atayan fonksiyonlardır (Tatlı, 2021).

İstatistiksel ve matematiksel yaklaşımlar, *hesaplanabilir bir olayın gerçekleşme olasılıkları* üzerine işlemler yapmaktadır. Bu yaklaşımların işleyişini anlayabilmek için bazı temel kavramların ve tanımların bilinmesi gerekir.

- **Olay**, en basit haliyle tek bir sonuç veren bir eylem, gözlem veya süreç olarak ifade edilebilir. İstatistikte bir olay gerçekleşme koşullarına göre çeşitli tanımlamalarla ifade edilir. Bunlar:
  - *Basit olay*: Tek bir deneyde, tek bir sonuç olarak gerçekleşen olaylardır.
  - *Olay*: Birden fazla basit olayın bir araya gelmesi sonucu oluşan olaylardır.
  - *Örnek Uzayı*: Bir deneyin sonucunda elde edilen tüm mümkün basit olaylarının oluşturduğu kümedir.

- *Eşit Olasılıklı Olaylar*: Bir örnek uzayındaki tüm basit olayların ortaya çıkma olasılığı eşit olaylardır.
- *Bileşik Olay*: İki veya daha çok olayın birlikte veya birbiri ardına meydana gelmesidir.
- *Ayrık (Bağdaşmaz) Olay*: Eğer A ve B gibi aynı anda gerçekleşemeyen iki olaydır.
- *Bağdaşır Olay*: İki veya daha çok birlikte meydana gelebilen olaydır.
- *Bağımlı Olay*: Bir olayın ortaya çıkması başka bir olayın ortaya çıkmasını etkiliyorsa, bağımlı olaydır.
- *Bağımsız Olay*: Bir olayın ortaya çıkması, başka bir olayın ortaya çıkmasından ilişkisiz ise, bağımsız olaydır.

Bir olayın hangi koşullarda gerçekleştiğini bilmek, kullanılan istatistik yaklaşımlar için önemlidir (Subulan, 2019).

▪ **Olasılık,** bir olayın meydana gelme şansının sayısal ifadesidir. En temel hali ile belirli bir olayın olma olasılığının ya da şansının ölçümüdür. Olasılık, "*verilen bir olayı meydana getiren, eşit derecede olası sonuçların sayısının, olası sonuçların toplam sayısına oranıdır*". P ile gösterilir ve bir A olayının olma olasılığı;

$$P(A) = n/N \tag{2.1}$$

şeklinde ifade edilir. Burada, A, rastgele bir olayı; $P(A)$, A olayının olma olasılığını; n, olayın kaç biçimde gerçekleşebileceğinin sayısı başka bir deyişle sıklığı ve N, toplam sonuç sayısıdır (Evans ve Rosenthal, 2009). Bir olayın gerçekleşme olasılığına ilişkin özellikler maddeler halinde şöyle anlatılabilir:

a) $P(A)$, her zaman 0 ile 1 arasında negatif olmayan gerçel bir sayıdır. Burada, 0 değeri, imkânsız anlamına gelirken, 1 ise A olayının kesin ($\%\ 100$) bir şekilde gerçekleştiği anlamına gelir.
b) Eğer $\emptyset$ boş küme ise, $P(\emptyset) = 0$ yani $P(A) = 0$ olur. Yani hiçbir şeyin gerçekleşmeme olasılığı sıfırdır, bir başka değişle, hiçbir sonucun olmaması mümkün değildir.

c) Eğer U örnek uzayı ise, $P(U) = 1$ yani $P(A) = 1$ olur. Yani örnek uzayında bazı sonuçların meydana gelmesi kesindir.

d) Olasılıklar (sayılabilir) eklenebilir, yani A_1, A_2 ... sonlu veya sayılabilir ayrık olaylar dizisiyse, o zaman,

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots \qquad (2.2)$$

olarak yazılır. *Bu özellik, daha küçük olayların ayrık olması ve birlikte tüm karmaşık olayı içermesi koşuluyla, daha küçük olayların olasılıklarını toplayarak karmaşık olayların olasılıklarının hesaplanabileceğini söyler* (Evans ve Rosenthal, 2009).

Bu kavramlar ve tanımlar doğrultusunda, sonucu kesin olarak bilinmeyen yani belirsizlik içeren olaylar hakkında bir sonuca varmak için olasılık teorisi ve istatistik yaklaşımlardan yararlanılır (Tatlı, 2021). Günümüze kadar gezegenlerin M – R ilişkilerini belirlemek için kullanılan iki temel istatistik yaklaşım vardır:

i. Deterministik yaklaşım

Doğrudan gözlemlerden hesaplanan parametreler üzerinden, kesin yani *rastlantısal olmayan* yöntemler kullanarak ilişkiler elde edilebilen yaklaşımdır. *Determinizm* kavramı, gelecekte olacak bazı olayların, ancak hiçbir rastlantı barındırmadığı durumda hesaplanabileceğini ifade eder. Yani sonucunu *kesin* bir şekilde hesaplayabildiğimiz olay durumunda bu modeller kullanılır (Tatlı, 2021; Stephanie, 2021).

Deterministik yaklaşımlarda veri grubu iyi belirlenmiş parametreleri ele alarak *doğrusal regresyon* ile işlemler yapar (Stephanie, 2021). Doğrusal regresyon, astronomik veri analizinde kullanılan en yaygın istatistiksel tekniklerden biridir. Genel olarak bu klasik teknik, bir veri setinin hem *bağımsız değişkenler*deki (diğer parametrelere bağlı olmadan değişen değişken) hem de *bağımlı değişkenler*deki (diğer parametreye bağlı değişen değişken) regresyon doğrusu etrafındaki içsel saçılma ve ölçüm hataları ile tanımlanır. İçsel saçılmanın kaynağı, astronomik kaynakların fiziksel özelliklerinde, regresyona dâhil edilen değişkenler tarafından tamamen yakalanmayan varyasyonlardır. Genellikle doğrusal regresyon yöntemi olarak *doğrusal en küçük kareler yöntemi* kullanılır

(Kelly, 2007). Basit bir doğrusal regresyonda, eğer sonuç ve kullanılan değişkenler tam bir ilişkiye sahipse, o zaman bu ilişki deterministiktir (Stephanie, 2021).

Deterministik yaklaşımlarda analizler sonucunda elde edilen ilişkiler, *kuvvet yasaları* olarak ifade edilir. Basit regresyon ile sonuç, $Y = a\,X + b$ şeklinde *doğrusal* veya $Y = b\,X^{a}$ şeklinde *logaritmik* eşitlikler şeklinde yazılabilir. Burada Y, tahmin etmeye çalıştığınız değişken (*bağımlı değişken*); X, Y'yi tahmin etmek için kullandığınız değişken (*bağımsız değişken*); a, eğim ve b ise kesişme noktasıdır.

Gezegenlerin M – R ilişkileri için de doğrusal $\left(R_p = \gamma\, M_p + C\right)$ veya logaritmik $\left(R_p = C\, {M_p}^{\gamma}\right)$ eşitlikler sıkça karşımıza çıkmaktadır. Örneğin, Bashi ve ark. (2017) kütleleri ve yarıçapları iyi belirlenmiş 274 gezegenin verisini kullanarak M – R ilişkisini iki farklı kuvvet yasası olarak şu şekilde elde etmiştir; $R \propto M^{0.55\pm0.02}$ ve $R \propto M^{0.01\pm0.02}$. Gezegenlerin M – R ilişkisi araştırmalarında deterministik model kullanılmasına, Weiss ve Marcy (2014), Hadden ve Lithwick (2014), Otegi ve ark. (2020) gibi çalışmalar örnek verilebilir.

ii. Stokastik yaklaşım

Sonucunu belli bir *olasılık* dâhilinde hesaplayabildiğimiz olay durumunda kullanılan yaklaşımlardır. *Stokastik* kavramı, olasılığın olduğu durumu, yani bir çeşit rastgelelik içeren bir olayı ifade eder. Bu olay, rastgele değişkenlere bağlı süreç olarak tanımlanabilir (Tatlı, 2021; Stephanie, 2021). Stokastik süreç, *kesikli* veya *sürekli* olabilir. Örneğin kesikli zaman için rastgele değişkenlerin alabileceği değerler {0, 1, 2, 3, …} olurken, sürekli zaman için bir fonksiyon ya da zaman parametresi olabilir. Stokastik süreçler, *rastlantısal ya da rassal süreç* olarak da ifade edilir.

Stokastik yaklaşımlar, bir *olasılık dağılımıyla* tanımlanabilen olayları ele alır. Stokastik yaklaşımlar kullanarak işlemler yapan modeller stokastik veya rassal modeller olarak adlandırılır. Bu modellerde, işlemler kısmen rastgele gerçekleşir. Bundan dolayı süreç birkaç kez tekrarlanırsa sonuçlar aynı olmaz.

Stokastik modellerde, olasılık teorileri arasında en bilinen ve astronomide yaygın olarak başvurulan "***Bayes teoremi***" kullanılır. Kesinlik içermeyen bir bilginin tahminini yaparken, gözlemleri ve sübjektif görüşleri kullanması, bu yaklaşımı, klasik istatistiksel yaklaşımlardan ayıran en önemli özelliğidir. Bayes teoremi, *koşullu olasılık* tanımından türetilerek elde edilir (Akar ve Gündoğdu, 2014).

Koşullu olasılık; verilen A ve B olaylarında, B'nin gerçekleştiği durumda A'nın olasılığını ifade eder. Koşullu olasılık,

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)},\ P(B) > 0 \tag{2.3}$$

şeklinde gösterilir. Burada,

- $P(A|B)$; B olayı gerçekleştiğinde A olayının gerçekleşme olasılığı,
- $P(B|A)$; A olayı gerçekleştiğinde B olayının gerçekleşme olasılığı,
- $P(A)$; A olayının olasılığı,
- $P(B)$; B olayının olasılığıdır (Evans ve Rosenthal, 2009).

Eşitlik 2.3'te verilen koşullu olasılık ile Bayes teorisini, astronomik çalışmalarda daha sıklıkla karşılaştığımız şekilde şöyle gösterebiliriz. $p(\,)$ bir olasılık fonksiyonunu, θ parametre vektörünü ve x gözlemlere ait vektörü göstersin,

$$p(\theta|x) = p(\theta) \times p(x|\theta)/p(x) \tag{2.4}$$

burada;

- $p(\theta|x)$ ise ***sonbilgi*** *dağılımı,*
- $p(\theta)$; ***önbilgi*** *dağılımı,*
- $p(x|\theta) = l(x|\theta)$; ***maksimum olabilirlik fonksiyonunu*** (en olası dağılımı),
- $p(x)$ ise gözlemlere ait olasılığı göstermektedir (Akar ve Gündoğdu, 2014; Gelman ve ark., 2014). Burada $p(x)$'nin açılımı, gözlem

verilerinin sürekli ve ya kesikli olmasına göre aşağıdaki gibi farklık gösterir:

- Kesikli ise, $\mathrm{p(x)} = \sum \mathrm{p(x|\theta)} \times \mathrm{p(\theta)}$
- Sürekli ise, $\mathrm{p(x)} = \int \mathrm{p(x|\theta)} \times \mathrm{p(\theta)}\, d\theta$

Gözlem verisine göre $p(x)$'in açılımı yapıldığında, önbilgi ve sonbilgi olasılık dağılımları aşağıdaki gibi birlikte yazılır.

$$p(\theta|x) \propto p(x|\theta) \times p(\theta) \tag{2.5}$$

burada "$\propto$" orantısallığı ifade eder ve bu bir koşullu dağılımdır: $p(\theta|x)$; x verildiği durumda θ dağılımı anlamına gelir (Gelman ve ark., 2014).

Bayes teoremine göre, parametrelerin *sonbilgi dağılımı*, verilerin gözlemsel olarak elde edilme olasılığı ve parametreler hakkındaki önbilgilerimizin çarpımına eşittir (bkz. Eşitlik 2.5). Bir başka deyişle, Bayes teoremi, bizlere bir önbilgi dağılımı üzerine en olası dağılımın uygulanması sonucunda elde edilen sonbilgi dağılımını ifade etmektedir, yani Bayes ile yapılan istatistik çalışmalarda parametreler arasındaki ilişkiler, hem gözlemlenen verilere hem de daha önceden bilinen önbilgi dağılımlarına bağlıdır. Önbilgi dağılımların bilinmesi bu teorem için oldukça önemlidir (Andreon ve Weaver, 2015).

Günümüzde stokastik modeller, Bayes teoreminin geliştirilerek kullanımına göre farklık göstermektedir.

- ***Bayes modeli;*** doğrudan Bayes Teoremini kullanan modeldir. Bu modeller, deterministik modeller gibi sadece gözlem verileri kullanılarak ulaşılan ilişkileri, bir *fonksiyon* olarak elde eder (bkz. Eşitlik 2.5).

- ***Hiyerarşik Bayes modeli (HBM);*** Bayes teoremini daha karmaşık halde daha çok parametreli kullanan ve daha geniş bir veri aralığına uygulayabilen modellerdir. Sadece istenilen ilişkideki parametreleri değil, parametreleri etkilemekte olan diğer parametrelerin de olasılığını ilişkilere dâhil etmektedir. HBM model için en basit hali ile kullanılan ifade aşağıdaki şekilde verilir;

$$p(\theta, \beta|x) = p(x|\theta, \beta)\, p(\theta|\beta)\, p(\beta)/\, p(x) \quad (2.6)$$

Burada β, veri grubuna ilişkin parametre; θ, gözlemlere ait parametredir. Bayes teoreminde olduğu gibi gözlemlere ait olasılığın ($p(x)$'in) açılımına göre şu şekilde yazılabilir:

$$p(\theta, \beta|x) \propto p(x|\theta, \beta)\, p(\theta|\beta)\, p(\theta) \quad (2.7)$$

Burada $p(\theta)$, *önbilgi dağılımı*; $p(x|\theta, \beta)\, p(\theta|\beta)$, *maksimum olabilirlik fonksiyonu* ve $p(\beta, \theta|x)$, *sonbilgi dağılımı*dır (Wolfgang ve Lopez, 2015).

Bayes modellerden farklı olarak HBM modellerde ilişkiler, ***birleşik dağılım*** ($p(\theta, \beta)$) biçiminde elde edilir. Birleşik dağılım, iki (veya daha fazla) rastgele değişken için bir olasılık dağılımını gösterir, yani iki değişken arasındaki ilişkiyi elde etmeyi amaçlar (Stephanie, 2021). HBM modellerinde elde edilen koşullu dağılım $p(\theta, \beta|x)$ şöyle ifade edilir; x verildiği ya da bilindiği durumda α ve θ'nın birleşik dağılımı $p(\theta, \beta)$.

Bayes yaklaşımında, önbilgi dağılımı ve gözlem verileri koşullu olarak kullanıldığında sonbilgi dağılımı teorik olarak kolayca belirlenebilir. Fakat model uygulanırken, parametrelerin sonbilgi dağılımlarını elde etmek zorlaşır (Akar ve Gündoğdu, 2014). Böyle durumlarda, sonbilgi dağılımlarını oluşturmak ve örneklemek için birçok yöntem geliştirilmiştir. Markov Zincir simülasyonu (*Markov Chain Monte Carlo* veya *MCMC* olarak da adlandırılır), yaklaşık dağılımlardan θ değerlerinin çizilmesine ve ardından sonbilgi dağılımını daha iyi tahmin etmek için bu çizimlerin düzeltilmesine dayanan genel bir yöntemdir. Bayes yöntemle beraber kullanılan MCMC, bir stokastik süreçtir (Gelman ve ark., 2014). Temel olarak bir modelin parametrelerini tahmin etmek amacıyla çeşitli şekillerde elde edilmiş güncel verinin önbilgiler ile birleştirilerek tahminler edilmesi ilkesine dayanmaktadır (Akar ve Gündoğdu, 2014). Bir diğer Markov Zincir algoritması, alternatif koşullu örnekleme olarak da adlandırılan "*Gibbs örnekleyici*"'dir (Gelman ve ark., 2014). Bu yönteminin amacı, model parametrelerinin her bir analiz sonucunda ortaya çıkan yeni değerleri ve başlangıçta bilinmeyen verileri ile her defasında Markov zinciri oluşturmaktır

(Kelly, 2007). Yani önbilgi olasılıkları ile mevcut bilginin birleştirilip sonbilgi dağılımının oluşturulmasında kullanılır (Akar ve Gündoğdu, 2014).

Sonbilgi dağılımlarını elde etme sırasında kullanılan verilerin durumu, Bayes modelini istatistiksel olarak *parametrik* veya *parametrik olmayan modellere* götürmektedir.

- **Parametrik modellerde**, ***sonlu*** θ *parametre setini* kullanılır. Bu parametreler göz önüne alındığında, öngörüler (x), gözlenen verilerden bağımsızdır: $P(x|\theta, D) = P(x|\theta)$. Bu nedenle θ parametreleri, veriler hakkında bilinmesi gereken her şeyi yakalar. Bu modellerde, veri miktarı sınırsız olsa bile modelin karmaşıklığı sınırlıdır. Bundan dolayı parametrik modeller çok esnek değildir (Ghahramani, 2013).
- **Parametrik olmayan modeller**, veri dağılımının sınırlı bir parametre seti olarak tanımlanamayacağını varsayar. Bununla birlikte, genellikle ***sonsuz*** *boyutlu bir* θ' varsayımıyla tanımlanabilirler. Genellikle θ', bir fonksiyon olarak temsil edilir. θ''nın D verileri hakkında elde edebileceği bilgi miktarı, veri miktarı arttıkça artabilir. Bu durum parametrik olmayan modelleri diğer modele göre daha esnek yapar (Ghahramani, 2013).

Parametrik olmayan Bayes modellerinin birçok kullanımı vardır. Bazı modelleme amaçlarını ve parametrik olmayan Bayes modelleriyle ilişkili örnekleri şöyle listeleyebiliriz (bkz. Çizelge 1).

Parametrik olmayan Bayes modelleri makine öğrenimi dâhil pek çok farklı bilim alanında yaygın olarak kullanılmaktadır. Çoğu model, özellikle **Gauss süreci** (**GP**) ve **Dirichlet süreci** (**DP**) gibi sonlu boyutlu süreçler, Gauss ve Dirichlet dağılımları olarak karakterize edilir. *Parametrik olmayan Bayes düşüncesi* (ya da *Bayesci / Bayesyan düşünce*) bilimin gereksinimlerine ve sorunlarına göre bu dağılımları uyarlayabilir. Sonuç olarak, parametrik olmayan Bayesci yaklaşımın kapsamı ve kullanımı oldukça geniştir. Günümüzde, başlangıçta var olan *DP* ve *GP yaklaşımları* değiştirilerek *Sonsuz Gizli Markov Modeli* veya *Hiyerarşik Dirichlet Süreci* dâhil olmak üzere, yeni modeller elde etmek üzere birleştirilmiştir. Daha yakın zamanlarda, *Hint Büfe Süreci* (IBP) ve

Mondrian Süreci gibi sıfırdan *yeni stokastik işlem modelleri* de tanımlanmıştır (Orbanz, 2009).

Çizelge 2.1. Parametrik olmayan Bayes modelleriyle ilişkili örnekler (Ghahramani, 2009).

Modelleme amacı	Süreç örneği
Fonksiyonlar üzerinde dağılım	Gauss süreci
Dağılımlar üzerinde dağılım	Dirichlet süreci Polya ağacı
Kümeleme	Çin Restoran süreci Pitman-Yor süreci
Hiyerarşik kümeleme	Dirichlet dağılım süreci Kingman'ın bir araya getirme süreci
Aralıklı gizli özellik modeli	Hint büfe süreci (IBP)
Devamlılığı koruma analizi	Beta süreci
Ölçümler üzerine dağılımlar	Tamamen rastgele ölçümler
…	…

Genel olarak, parametrik olmayan Bayes model terimi, sonsuz – boyutlu bir parametre uzayındaki bir Bayes modele karşılık gelir. Parametre sayısının örnek boyutuna göre sabit bir şekilde sınırlandığı parametrik modellerin aksine parametrik olmayan modeller, parametrelerin sayısının gözlemlerin sayısıyla artmasına olanak verir (Orbanz, 2009).

Günümüzde gezegenli sistemler üzerine yapılan astronomik çalışmalarda, en çok Gauss ve Dirichlet süreçleri tercih edilmektedir. Genellikle;

- Gauss süreci, f fonksiyonları üzerindeki $P(f)$ dağılımını tanımlar. Yani *fonksiyonlar* üzerinde bir *dağılımdır*. Burada f, X'den $\Re$'ye bir girdi uzayını gösteren bir fonksiyondur; $(f: \mathrm{X} \rightarrow \Re)$.

$$f = (f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n)), \qquad x_i \in X$$

ve n noktada belirlenmiş fonksiyon değerlerinin n – boyutlu bir vektörü olsun. f rastgele bir değişkendir. Eğer herhangi bir sonlu $\{x_1, \ldots x_n\} \subset X$ alt kümesi için, sonlu $P(f)$ alt kümesindeki *marjinal dağılım* çok değişkenli bir Gauss dağılımına

sahipse ve tüm bu marjinaller tutarlıysa, $P(f)$ bir Gauss sürecidir (Ghahramani, 2013). Burada bahsedilen *marjinal dağılım* veya önbilgiye dayalı dağılım; $p(y) = \int P(y, \theta) d\theta$'dır (Gelman ve ark., 2014).

Gauss dağılımları, çoğunlukla *normal dağılımlar* olarak karşımıza çıkar. Bir normal dağılım, $f \sim N(\mu, \sigma^2)$'dur, burada μ aritmetik ortalama ve σ^2 ise varyans veya standart sapmadır. Gauss sürecinde ise, $f \sim GP(\mu, c)$ olarak gösterilir, burada f rastgele değişken, μ aritmetik ortalama fonksiyonu ve c kovaryans fonksiyonudur (Gelman ve ark., 2014).

- Dirichlet süreci ise, *dağılımlar* üzerinde bir *dağılımı* yani ölçüler üzerine bir ölçüyü tanımlar. Özellikle verileri kümelemede kullanılır. Dirichlet dağılımları, *beta olasılık dağılımları*nın çok değişkenli genel hali olarak ele alınır (Orbanz, 2009). Beta dağılımı, olasılıklar üzerine bir olasılık dağılımıdır. Beta dağılımı [0,1] aralığında iki tane pozitif şekil parametresi (örn., α ve β) ile normalize edilmiş sürekli olasılık dağılımları olarak tanımlanır. Dirichlet süreci, $G \sim DP\ (\alpha, G_0)$ olarak gösterilir, burada $\alpha > 0$ olacak şekilde ölçekleme parametresi ve G_0 da temel ölçümdür. Dirichlet süreçler sonsuz boyutlu Dirichlet dağılımları olarak düşünülebilir.

Dirichlet dağılımı, çok terimli parametre θ ile aynı özelliklere sahip olan vektör değerli bir girdi için bir olasılık yoğunluğu tanımlar. Dirichlet süreci, $x_i \in (0,1)$ ve $\sum_{i=1}^{K} x_i = 1$ olan $x_1, \dots x_K$ ile (sıfırdan farklı değerlere sahip olan noktalar seti) desteğe sahiptir. Burada K değişkenlerin sayısıdır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$Dir(\theta|\alpha) = \frac{1}{Beta\ (\alpha)} \prod_{i=1}^{K} \theta_i^{\alpha_i - 1}, \tag{2.7a}$$

$$Beta\ (\alpha) = \frac{\prod_{i=1}^{K} \Gamma(\alpha_i)}{\Gamma(\sum_{i=1}^{K} \alpha_i)} \tag{2.7b}$$

$$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k) \tag{2.7c}$$

Dirichlet dağılımı (Eşitlik 2.7a), çok terimli parametre θ ile aynı K değişken sayısına sahip olan α vektörüyle parametrelendirilir yani α parametresi ile tanımlanır. $Beta\ (\alpha)$ (Eşitlik 2.7b), normalize sabiti olarak da

adlandırılır (Ghahramani, 2013). Stokastik yöntemlerin kullandıkları veriler, olasılık süreçleri ve dağılımları olarak yukarıda da bahsedildiği gibi farklılıklar gösterir. Yapılacak istatistiksel çalışmalarda, stokastik veya deterministik modellerin hangisinin tercih edileceği çalışmacıya bağlıdır. Çünkü bu istatistiksel modeller farklı avantajlara veya dezavantajlara sahiptir. Örneğin, küçük bir veri grubu kullanılarak yapılan istatistiksel çalışmada, deterministik modeller stokastik modellere göre daha kolay analiz yapar, ancak stokastik modellerle elde edilen sonuçlar daha gerçekçidir. Fakat her iki istatistiksel modelde de yapılan küçük değişiklikler bile farklı sonuçlara neden olur (Breuer, 2021).

Günümüzde Bayes teoremi ve Hiyerarşik Bayes modelleri, astronominin çok çeşitli alt alanları kadar sosyal, fen, mühendislik ve yapay zeka gibi pek çok farklı bilim alanında yaygın olarak kullanılır (Wolfgang ve Lopez, 2015). Örneğin, kozmolojik çalışmalar (örn. Loredo ve Hendry, 2019), tayfsal çalışmalar (örn. Lucas ve ark., 2020), sismoloji alanı (örn. Broccardo ve ark., 2017), gözlem verilerinin gruplanması ve gökcisimlerinin parametreleri arasında ilişkiler (örn. Delgado ve ark., 2019; Golden-Marx ve Miller, 2018; Wolfgang ve ark., 2016; Kelly, 2007) gibi astronomi biliminin pek çok alt alanında kullanılmaktadır.

Gezegenli sistemler söz konusu olduğu zaman, gezegen keşiflerini gruplandırmak ve sınıflandırmak, gezegen parametreleri arasında ilişkiler elde etmek için yapılan çalışmalarda sıklıkla istatistiksel yöntemlerle başvurulur. Gezegenler üzerine yapılan çalışmalarda, Hiyerarşik Bayes modeli ilk olarak Hogg ve ark. (2010) tarafından kullanılmaya başlanmıştır. Bu çalışmada, gezegenlerin basıklık dağılımına uygulanması için bir algoritma (sonbilgi dağılımlarını veri grubuyla ilgili çıkarımlarla birleştiren örnekleme) türetilmiştir (Wolfgang ve Lopez, 2015).

Gezegenlerin M – R ilişkilerinde Bayes teoremi ve HBM kullanan çalışmalara örnek olarak Wolfgang ve ark. (2016), Ma ve Ghosh (2019), Chen ve Kipping (2017), Neil ve Rogers, (2018), Ning ve ark. (2018), Kanodia ve ark. (2019) verilebilir.

3. GEZEGENLERİN KÜTLE – YARIÇAP İLİŞLERİ ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR

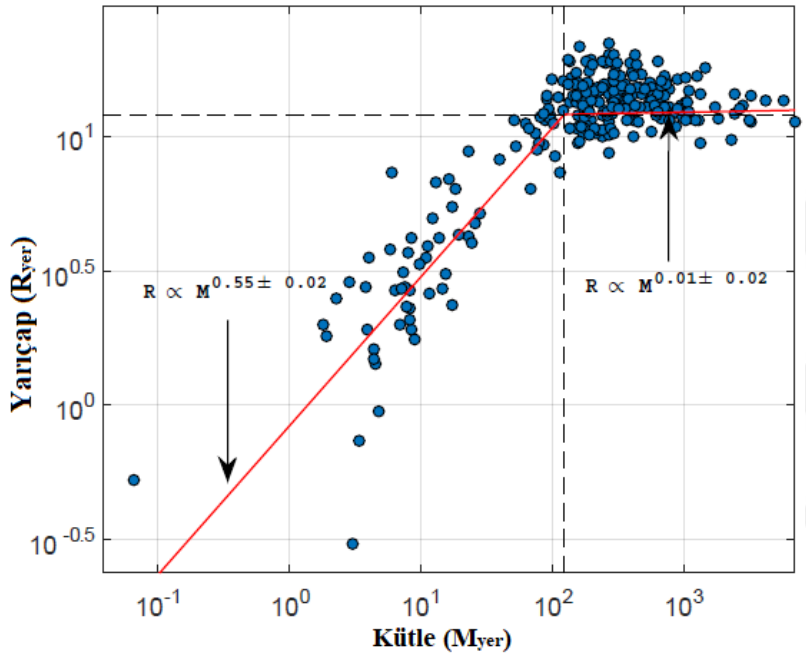
İki ve ya daha fazla parametre arasındaki ilişkileri elde etmenin pek çok yolu vardır. Bu ilişkiler belirlenmiş bir veri grubu üzerine uygulanan istatistik yaklaşım ile elde edilmektedir. 2. Bölüm'de bahsedildiği gibi gezegenlerin parametreler üzerine günümüze kadar çeşitli yaklaşımlar ve modeller kullanılmıştır. Çünkü ilişkileri elde etmek için hangi istatistiksel yaklaşımın tercih edileceği çalışmacıya bağlıdır. Bununla birlikte literatürde karşılaştığımız her çalışma, farklı gezegen verileri kullanarak ilişkiler elde etmektedir. Bundan dolayı gezegenlerin kütle – yarıçap ilişkilerini bir araya toplayarak tek bir grafik olarak göstermek mümkün değildir. Gezegenlerin M – R ilişkilerini ifade etmek için tercih edilen istatistik yaklaşımlara göre yapılan çalışmaları ele almak gerekir.

Günümüze kadar gezegenlerin M – R ilişkileri üzerine yapılan *deterministik yaklaşım kullanan çalışmalar*da ya doğrudan kütle ve yarıçap üzerinden (örn. Bashi ve ark., 2017) ya da kütle ve ya yarıçapın bağlı olduğu bir diğer parametreyle (örn. gezegen yoğunluklarını ele alan Hatzes ve Rauer, 2015) ilişkiler aranmaktadır.

Bashi ve ark.(2017) tarafından yapılan deterministik çalışmada, Mart 2016 tarihinde "*The Exoplanet Orbit Database*" veri tabanından alınmış 274 gezegen verisi üzerinden gezegenlerin M – R ilişkileri elde edilmiştir. Bu verilerde gezegen yarıçapları geçiş yöntemiyle, kütleleri ise dikine hız ve geçiş zaman değişimleri ile elde edilmiştir. Bu çalışmada, kütle – yarıçap dağılımları elde edilerek basit doğrusal regresyon (doğrusal en küçük kareler yöntemi) uygulanmıştır. M – R ilişkisi, belirlenen dağılım üzerinden iki farklı doğru olarak elde edilir. Bu doğruların *kırılma veya kesişim noktası,* $125 \pm 7\ M_{Yer}$ ve $12.1 \pm 0.5\ R_{Yer}$ olarak elde edilmiştir. Kırılma noktasına göre yapılan gezegen sınıflamasında, gezegen kütlesi $\sim 125\ M_{Yer}$'den küçük olan gezegenler "*küçük gezegenler*", $\sim 125\ M_{Yer}$'den büyük kütleye sahip olanlar ise "*büyük gezegenler*" olarak adlandırılır. Uygulanan deterministik yaklaşımla, bu iki gezegen sınıfı için elde edilen ilişkiler şu şekildedir (Bashi ve ark., 2017):

- Küçük gezegenler için M – R ilişkisi, $R \propto M^{0.55\pm0.02}$
- Büyük gezegenler için M – R ilişkisi; $R \propto M^{0.01\pm0.02}$

Şekil 3.1'de Bashi ve ark. (2017) tarafından kullanılan veri grubu ile elde etmiş olduğu ilişki gösterilmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi iki farklı doğrusal ilişki elde edilmektedir. Bunun nedeni büyük gezegenlerin çoğunlukla gaz (H/He baskın) olmalarından kaynaklanmaktadır.

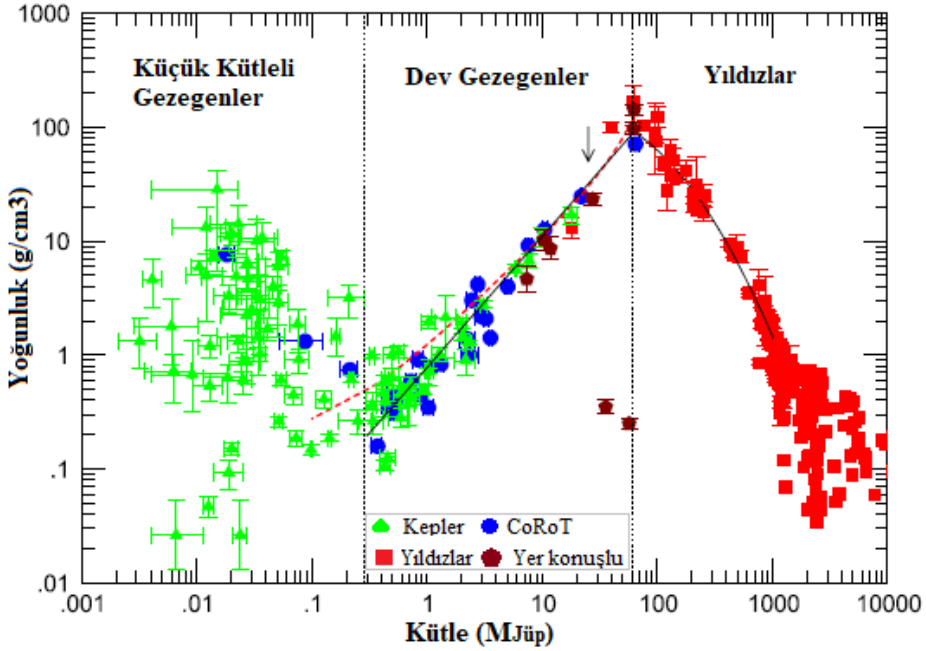


Şekil 3.1. Bashi ve ark. (2017)'nin elde ettiği M – R ilişkisi gösterimi. Burada mavi noktalar kullanılan gezegen verileri, kırmızı düz çizgi en uygun temsili ve kesikli çizgiler ise kesişim sınırlarını ifade eder.

Gezegenlerin kütle ve yarıçapı, gezegenin diğer fiziksel parametreleri (örn., gezegen yoğunluğu, $\rho_p = M_p/\left(\frac{4}{3}\pi R_p^3\right)$ ile ilişkilidir. Kütle – yarıçap arasındaki ilişkileri elde etmenin bir diğer yolu, kütle veya yarıçapın doğrudan ilişkili olduğu fiziksel parametreleri kullanmaktır. Hatzes ve Rauer (2015) ve Weiss ve Marcy (2014) gezegen yoğunlukları kullanarak sırası ile kütle – yoğunluk ve yarıçap – yoğunluk ilişkileri üzerinden gezegenlerin M – R ilişkilerini elde etmektedir.

Hatzes ve Rauer (2015), küçük kütleli gezegenlerden küçük kütleli yıldızlara kadar uzanan çok geniş kütle aralığında gezegenlerin kütle – yoğunluk

dağılımlarını inceler. Burada yoğunluk, gezegenlerin atmosferleri dâhil merkezinden itibaren tüm hacme karşılık gelen yoğunluktur. Bu deterministik çalışmada kullanılan gezegen verileri "*Transit Exoplanet Catalogue* – TEPCat[12]" kataloğundan, kahverengi cüceler hem TEPCat hem de yer konuşlu gözlemlerden ve yıldız verileri ise Torres ve ark. (2010) çalışmasından alınmıştır. Bu çalışmada, "*dev gezegenlere"* odaklanılarak minimum ve maksimum yoğunluklarla dev gezegenlerin sınırları belirlenmiştir.



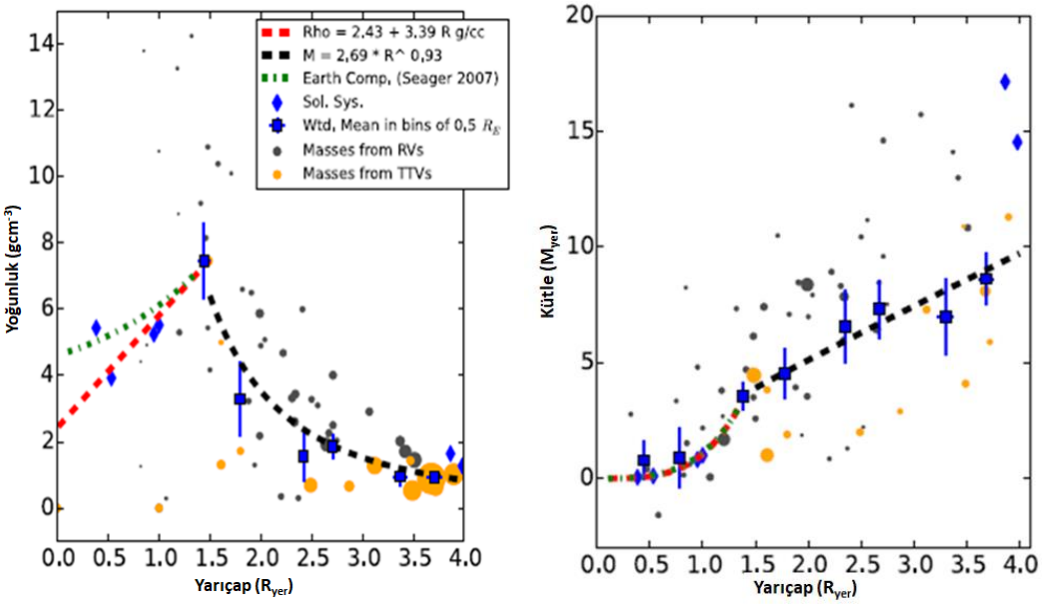
Şekil 3.2. Hatzes ve Rauer (2015)'in yıldızlarla kahverengi cücelerin (kırmızı kareler) ve gezegenlerin kütle – yoğunluk dağılımı.

Şekil 3.2'de kütle – yarıçap dağılımı üzerinde minimum ve maksimum yoğunluk rahatlıkla görülmektedir. Hatzes ve Rauer (2015), dev gezegenlerin alt sınırı olan minimum yoğunluğu 0.3 $M_{Jüp}$ olarak belirlenmiştir, fakat küçük kütleli gezegenlerdeki saçılmadan dolayı bu sınır kesin değildir. Maksimum yoğunluk yani dev gezegenlerin üst sınırı ise 60 $M_{Jüp}$ olarak ele alınmıştır. Bu sınır kahverengi cüceler ile yıldızları birbirinden ayıran yıldız olma koşuluna ($0.08\,M_{\odot}$ yani $80\,M_{Jüp}$) yakındır, fakat üst sınırdaki verilerin sayıca az olmasından dolayı sınır 60 $M_{Jüp}$ kabul edilmiştir. Minimum yoğunluk kayaç gezegenlerden gaz baskın gezegenlere geçişi ifade ederken, maksimum yoğunluk ise hidrostatik dengenin varlığını

[12] https://www.astro.keele.ac.uk/jkt/tepcat/

gösterir. Belirlenen sınırlarla dev gezegenlerin kütleleri ve yoğunlukları arasındaki ilişki şu şekilde elde edilmiştir;

$$log\rho = (1.15 \pm 0.03) \log M - (0.11 \pm 0.03)$$ (Hatzes ve Rauer, 2015).

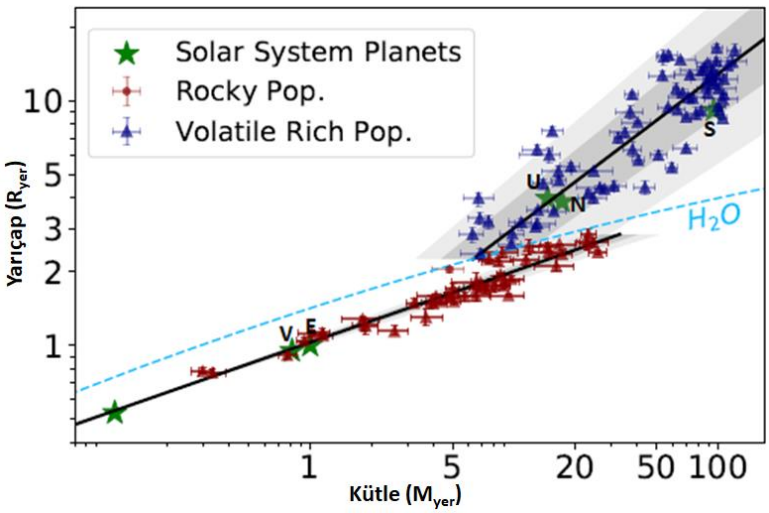


Şekil 3.3. 4 R_{Yer}'den küçük yarıçaplara sahip gezegenlerin yarıçap – yoğunluk (sol) ve yarıçap – kütle (sağ) dağılımı.

Weiss ve Marcy (2014) ise gezegenlerin yarıçapları ve yoğunluklarını kullanarak deterministik bir ilişki elde etmektedir. Bu çalışma, 4 R_{Yer}'den küçük yarıçaplara sahip (Neptün – altı gezegenler, Millholland, 2019) ve yörünge dönemleri 100 günden küçük (sıcak ve ılık gezegenler, Petigura ve ark., 2018) gezegenler kullanılmaktadır. Toplamda 65 gezegen üzerine uygulanan deterministik yaklaşım sonucunda, gezegenler yaklaşık olarak 1.5 R_{Yer}'de maksimum yoğunluk gösterir. Bu maksimum yoğunluk, kayaç gezegenlerden farklılaşmayı yani uçucu maddenin varlığını ifade eder. Aynı zamanda bu sınır süper – Yer sınırı olarak da ele alınmaktadır. Şekil 3.3'te gezegenlerin yarıçap – yoğunluk ve yarıçap – kütle dağılımı gösterilmektedir. Şekilde kırmızı kesikli çizgi kayaç gezegenlerin yarıçap – yoğunluk ilişkisi $\left(\rho_p = 2.43 + 3.39 \left(\frac{R_p}{R_{Yer}}\right) gcm^{-3}\right)$, yeşil kesikli çizgi Seager ve ark. (2007)

çalışmasını, siyah kesikli çizgi ise $1.5 < \mathrm{R}\,(\mathrm{R_{Yer}}) < 4$ yarıçap aralığı için gezegenlerin yarıçap - kütle ilişkisini $\left(\frac{M_p}{M_{Yer}} = 2.69\left(\frac{R_p}{R_{Yer}}\right)^{0.93}\right)$ gösterir.

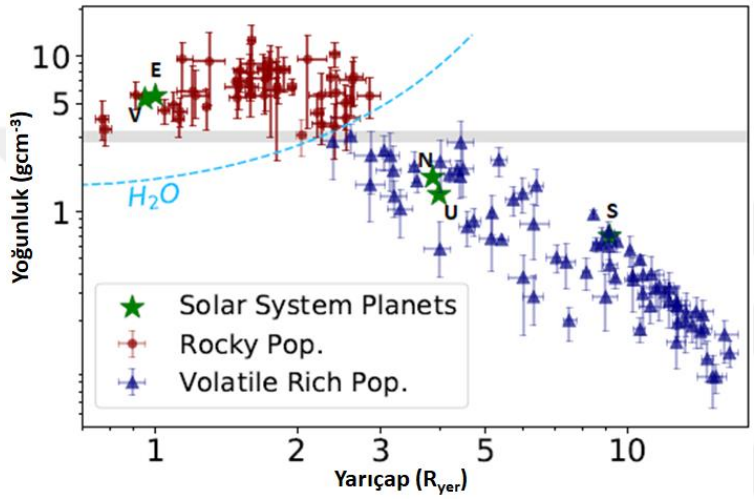
Deterministik yaklaşım kullanan çalışmalara, Otegi ve ark. (2020)'nın günümüzde yapmış olduğu çalışma da gösterilebilir. Bu çalışmada; 120 M_{Yer}'den küçük kütlelere sahip gezegenler kullanılmaktadır. Gezegen verileri "*NASA Exoplanet Archive"* veri tabanında alınmıştır. Gezegenlerin yarıçapları geçiş yöntemiyle, kütleleri ise dikine hız ve TTV yöntemleri ile elde edilmiştir. Gezegenleri ele alırken kütleler için yüzde 25 ($\sigma_M/M = \%25$) yarıçapta ise yüzde 8 ($\sigma_R/R = \%8$) hatalara kadar izin verilmiştir. Toplamda 125 tane gezegen ve güneş sistemi gezegenleri (Jüpiter hariç) kullanılmıştır. Otegi ve ark. (2020)'de, 120 M_{Yer}'den küçük gezegenler için homojen bir gezegenin *saf H_2O çizgisini* kullanılarak gezegenleri kayaç ve uçucu maddeye sahip gezegenler olarak ayırmıştır. Burada kullanılan yapısal bileşimle (saf H_2O), iki gezegen sınıfını arasındaki ayrım iyi şekilde tanımlanır. Bu çalışma, gezegenlerin yapısal bileşimleriyle gezegenlerin kütle ve yarıçapları arasındaki ilişki için önemli bir örnektir. Şekil 3.4'te gezegenlerin kütle – yarıçap dağılımları üzerinden saf H_2O çizgisiyle gezegen sınıflarının ayrımı gösterilmiştir. Burada, kırmızı noktalar, kayaç gezegenleri; mavi noktalar, uçucu maddeye sahip gezegenleri ve yeşiller, ise güneş sistemini gösterir. Açık mavi kesikli çizgi homojen bir gezegenin saf H_2O çizgisini ifade eder.



Şekil 3.4. Gezegenlerin kütle- yarıçap dağılımı (Otegi ve ark., 2020).

Şekil 3.5'te ise benzer şekilde gezegenlerin yarıçap – yoğunluk ilişkisi gösterilir ve gezegenleri birbirinden ayıran H_2O çizgisi yaklaşık olarak 3.3 gcm^{-3} yoğunlukta (gri çizgi olarak) verilmiştir. Otegi ve ark. (2020) yaptıkları çalışma sonucunda, $M_p < 120\ M_{Yer}$ gezegenler için 3.3 gcm^{-3} yoğunluk sınırına göre şu şekilde ilişkiler elde etmiştir:

$$R = \begin{cases} \rho > 3.3\ gcm^{-3}\ ise\ (1.03 \pm 0.02)\ M^{(0.29\pm0.01)} \\ \rho < 3.3\ gcm^{-3}\ ise\ (0.70 \pm 0.11)\ M^{(0.63\pm0.04)} \end{cases}$$



Şekil 3.5. Gezegenlerin yarıçap - yoğunluk dağılımı (Otegi ve ark., 2020).

*Stokastik yaklaşım kullanan çalışmalar*da ise, gezegenlerin kütle, yarıçap ve veri grubuna ilişkin parametrelerle işlem yapılmaktadır. Bu çalışmalar sonucunda elde edilen ilişkiler genellikle *normal dağılımlar* ($N(\mu, \sigma)$) olarak ifade edilir.

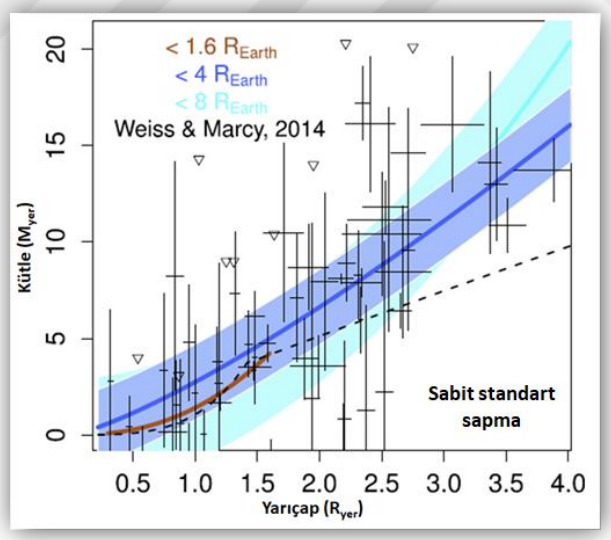
Stokastik modellerde ilk akla gelen çalışma Wolfgang ve ark. (2016)'dır. Bu çalışmada, 30 Mayıs 2015 tarihinde "*NASA Exoplanet Archive*" veri tabanından alınan 90 gezegen verisi kullanılır. Bu gezegenlerin yarıçapları geçiş yöntemiyle, kütleleri ise dikine hız ve geçiş zaman değişimleri ile elde edilmiştir. Gezegenlerin yarıçaplarına göre (sadece RV olan $R < 8\ R_{Yer}$, $R < 4\ R_{Yer}$, $R < 1.6\ R_{Yer}$ ve sadece TTV olan $R < 4\ R_{Yer}$) *farklı veri grupları* oluşturulmuştur. Bu veri gruplarında, standart sapmalar sabit kabul edilmiş ve stokastik bir yaklaşım olan Hiyerarşik Bayes model (HBM) uygulanmıştır. Yapılan istatistiksel işlemler sonucunda gezegenlerin M – R ilişkisi normal dağılımlar olarak Çizelge 3.1'deki gibi elde edilmiştir.

Çizelge 3.1. Wolfgang ve ark. (2016) çalışmasında ele alınan veri gruplarına göre elde edilen kütle – yarıçap ilişkileri.

Veri Grupları	C	γ	σ_M
Sadece RV, $< 1.6\ R_{Yer}$	1.4	2.3	0.0
Sadece RV, $< 4\ R_{Yer}$	2.7	1.3	1.9
Sadece RV, $< 8\ R_{Yer}$	1.6	1.8	2.9
Sadece TTV, $< 4\ R_{Yer}$	0.6	1.7	1.7
Weiss & Marcy, $< 4\ R_{Yer}$	2.8	0.9	2.5

Gezegenlerin kütle – yarıçap ilişkileri normal dağılım olarak şu şekilde gösterilir:

$$\frac{M}{M_{Yer}} \sim Normal\left(\mu = C\left(\frac{R}{R_{Yer}}\right)^{\gamma}, \sigma = \sigma_M\right) \tag{3.1}$$



Şekil 3.6. Farklı veri gruplarına göre elde edilen M – R ilişkileri (Wolfgang ve ark., 2016).

Burada ~ işareti elde edilen ilişkilerin olasılıksal olduğunu ifade eder. Ayrıca μ normal dağılımlar üzerinden ilişkiyi, σ ise içsel saçılmayı yani parametrelerin standart sapmalarını göstermektedir. Şekil 3.6'da Wolfgang ve ark. (2016)'nın elde ettiği ilişkiler gösterilmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi farklı veri grupları kullanılarak elde edilen ilişkiler farklılık gösterir. Burada siyah kesikli çizgi, deterministik yaklaşım kullanarak çalışma yapan Weiss ve Marcy (2014)'ü gösterir.

Stokastik yaklaşım kullanan bir diğer çalışma ise gezegenlerden küçük kütleli yıldızlara kadar geniş bir kütle aralığını ele alan Chen ve Kipping (2017)'dir. TEPCat'dan alınan gezegen verileri ve Torres ve ark. (2010)'dan alınan yıldız verileriyle toplamda 316 gökcismi için M – R ilişkisi aramaktadır.

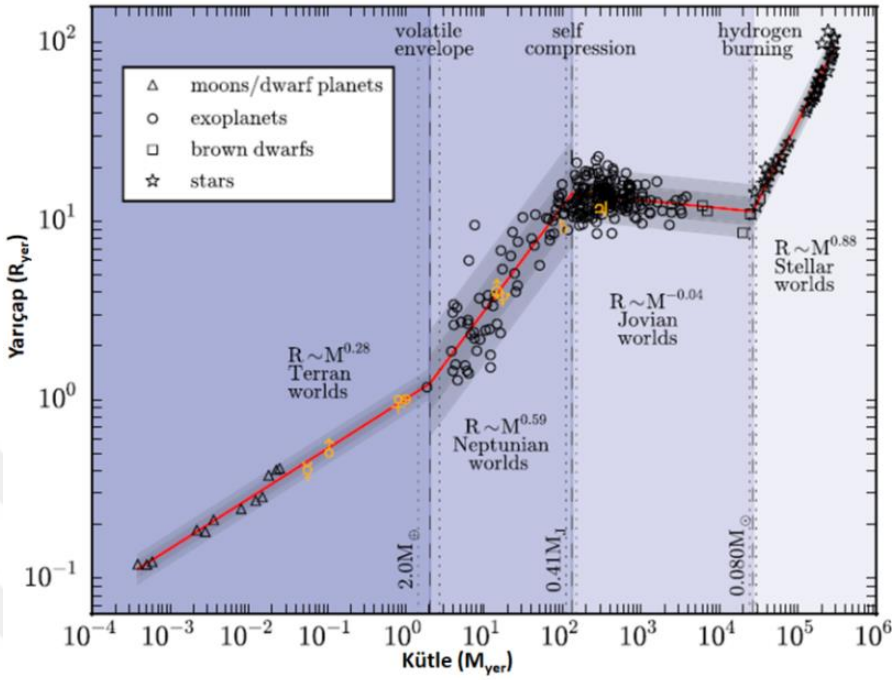
Chen ve Kipping (2017), Wolfgang ve ark. (2016) çalışmasına benzer şekilde standart sapmaları sabit kabul ederek Hiyerarşik Bayes model kullanılmıştır. Fakat bu çalışmada kütle – yarıçap ilişkileri aranırken Wolfgang ve ark. (2016)'da yarıçap – kütle ilişkisi olduğuna dikkat etmek gerekir. Çünkü tercih edilen stokastik modeller olasılıklar üzerine kuruludur ve kullanılan değişkenler ilişkilerin değişmesine neden olabilir. Normal dağılımlarda bu durum sorun değildir; yani kütle – yarıçap ilişkisi aynı zamanda yarıçap – kütle ilişkisini göstermektedir. Fakat ilişkileri elde etmek için kullanılan olasılık dağılımına göre buna dikkat edilmelidir. Chen ve Kipping (2017)'de gezegenlerin kütle – yarıçap ilişkileri şu şekilde elde edilmektedir:

$$\frac{R}{R_{Yer}} \sim Normal\left(\mu = C\left(\frac{M}{M_{Yer}}\right)^{\gamma}, \sigma = \sigma_R\right) \tag{3.2}$$

HBM'nin sonucunda M – R ilişkileri, üç kırılma noktası ile beraber dört farklı doğrusal ilişki bir diğer adı ile kırık kuvvet yasası olarak elde edilir. Kırılma noktaları sırasıyla, kayaç ve Neptün benzeri gezegenleri ayıran sınır $(2\,M_{Yer})$, Neptün ve Jüpiter benzeri gezegenleri ayıran sınır $\left(0.41\,M_{Jüp}\right)$ ve yıldız olma koşulu $(0.08\,M_{\odot})$ olarak elde edilir. Bu sınırlar ile cisimler yer benzeri dünyalar, Neptün benzeri dünyalar, Jüpiter benzeri dünyalar ve yıldız – altı dünyalar olarak sınıflandırılır. Şekil 3.7'de Chen ve Kipping (2017) tarafından her bir gezegen sınıfı için elde edilen M – R ilişkileri gösterilmektedir.

Kullanılan Hiyerarşik Bayes modeller kabul edilen veriler standart sapmalarının sabit olma durumuna göre farklılık göstermektedir. Örneğin, Ma ve ark. (2019), standart sapmanın değişken olduğunu yani belli yarıçap değerine göre standart sapmanın değişeceğini kabul ederek ilişki aramaktadır. Ma ve ark. (2019)'da değişken standart sapmanın kullanıldığı model (PME – based model) ile sabit standart sapmalı HBM modelleri arasındaki farklı ifade edebilmek için daha önce kullanılan iki farklı veri grubunu kullanır. Birincisi, Wolfgang ve ark.

(2016)'da kullanılan dikine hız ölçümleri olan 69 gezegen ve ikinci grup ise Chen ve Kipping (2017)'de kullanılan 243 dikine hız gezegendir.

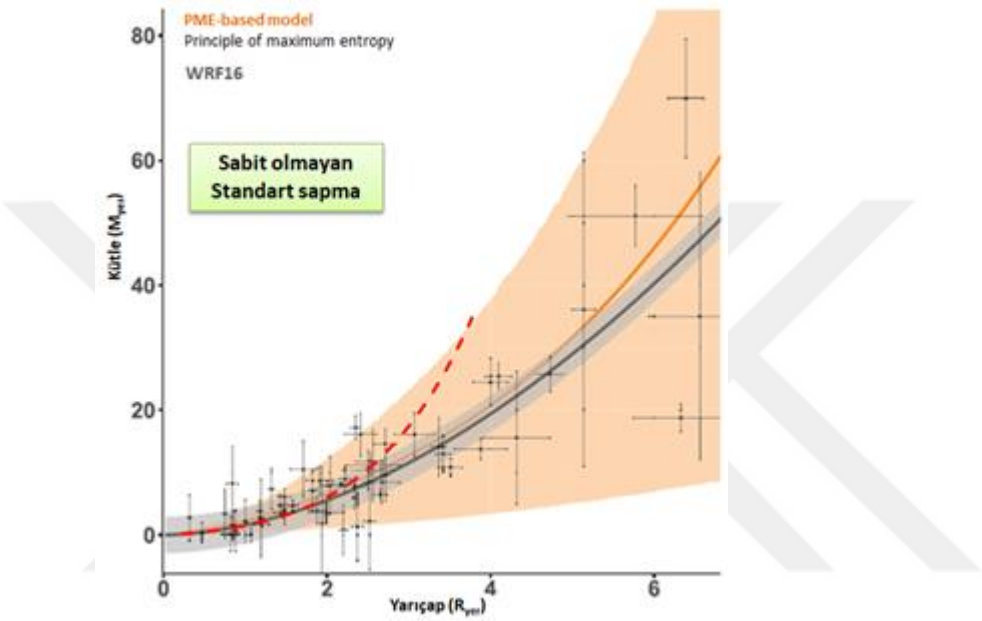


Şekil 3.7. Chen ve Kipping (2017) tarafından elde edilen kırık kuvvet yasaları şeklindeki M – R ilişkileri.

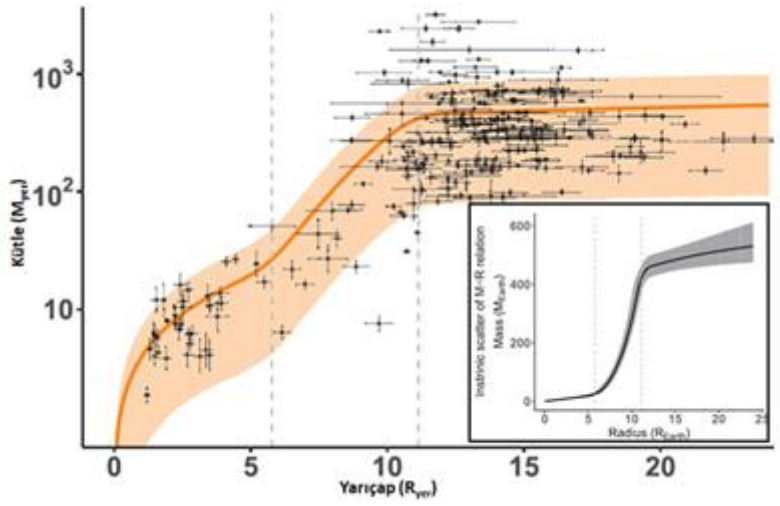
Şekil 3.8'de birinci veri grubu kullanılarak elde edilen R – M ilişkisi verilmektedir. Burada ilişkiler diğer çalışmalardaki gibi normal dağılımlar üzerinden ifade edilir, fakat standart sapma sabit kabul edilmemiştir. Şekilde de görüldüğü gibi standart sapma yarıçap arttıkça artmaktadır. Aynı veri grubu kullanılmasına rağmen Wolfgang ve ark. (2016)'nın tercih ettikleri HBM modelle aralarındaki fark büyük yarıçaplarda artmaktadır. Şekil 3.9'da ikinci veri grubu ile daha geniş yarıçap aralığında elde edilen R – M ilişkisi verilmektedir. Burada ilişki tek bir eğri ile temsil edilmediği için farklı eğriler olarak ilişkiler elde edilir. İlişkiler arasındaki sınırlar (5.77 R_{Yer} ve 11. 13 R_{Yer}) yarıçap verilerinin standart sapmalardaki değişim noktaları olarak belirlenmektedir (bkz. Şekil 3.9 – küçük grafik). İkinci veri grubuna göre elde edilen ilişkiler Çizelge 3.2'de gösterildiği gibidir.

Çizelge 3.2. Ma ve ark. (2019) tarafından kullanılan ikinci veri grubu ile elde edilen M – R ilişkileri. Burada R, R_{Yer} biriminde gezegen yarıçapına karşılık gelir.

Veri Grupları	C	γ
$5.77 < R < 11.13$	$0.005^{+0.023}_{-0.004}$	$4.747^{+0.761}_{-0.758}$
$11.13 < R$	$295.783^{+121.437}_{-135.860}$	$0.178^{+0.233}_{-0.129}$



Şekil 3.8. Ma ve ark. (2019)'un belirlediği birinci veri grubu ile elde etmiş olduğu M – R ilişkisi. Koyu mavi sürekli eğri Wolfgang ve ark. (2016), turuncu sürekli eğri ise Ma ve ark. (2019) tarafından ortaya koyulan temsili ifade eder.

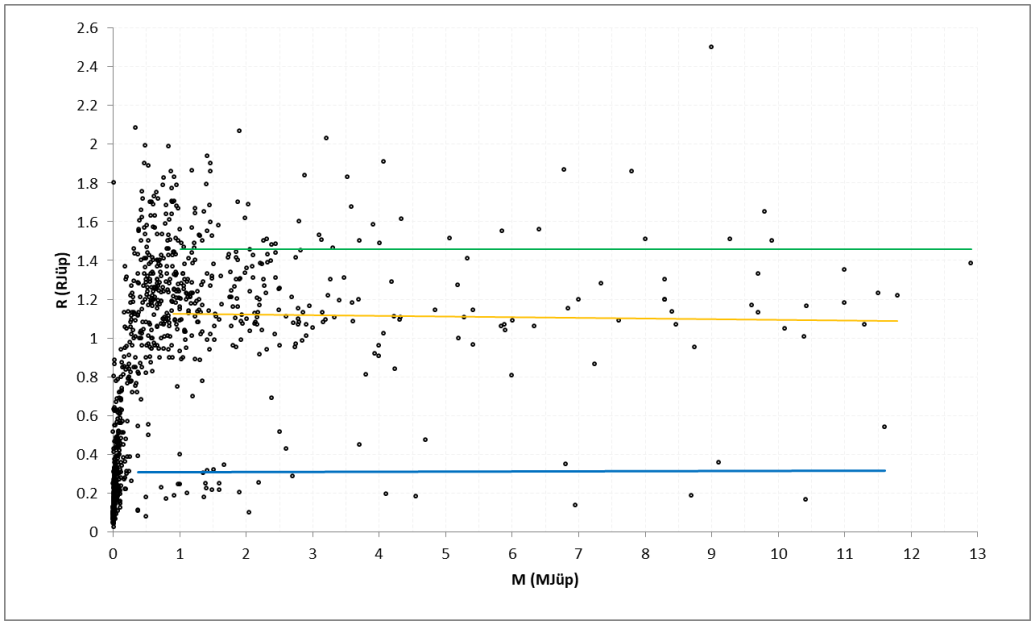


Şekil 3.9. Ma ve ark. (2019) tarafından belirlenen ikinci veri grubu ile elde etmiş olduğu M – R ilişkisi.

4. SONUÇLAR

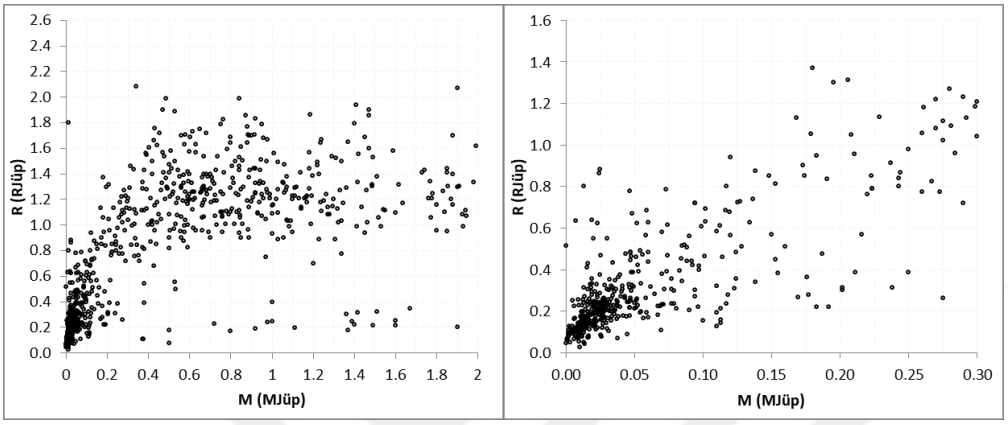
Sayıları her gün biraz daha artan gezegenlerin salt fiziksel parametreleri arasında ilişkiler aramak çok mantıksız görünmez. Çünkü bir gezegen; yıldız oluşturan bir bulutta, ilkel yıldız maddesinden oluşan yıldızımsı yumrunun, dönme nedeniyle ekvator bölgesine çöken disk yapının geçirdiği süreçlere eşlik ederek ortaya çıkan bir "özelliktir". Dolayısıyla oluşum ve evrim gibi evrensel fizik yasalarıyla nispeten ifade edilebilen süreçlere eşlik eden gezegenler için de neden evrensel ilişkiler oluşturulamasın?

Bu tezin konusu olan kütle ve yarıçap arasında bu tür ilişkiler oluşturmak için, örnekleri önceki bölümlerde verilen pek çok deneme yapılmıştır. Bu çalışmalardan görülmüştür ki gezegenlerin iki salt parametresi arasında aranan bir ilişkide, gezegenlerin yapısal, yörüngesel veya atmosferik özelliklerinin çok çeşitli olmasından kaynaklandığı düşünülen *dağılımlar* ortaya çıkmaktadır. Burada bahsedilen dağılım, aynı kütleye sahip gezegenler için birçok yarıçap olabileceği anlamına gelir. Böylesi bir dağılım söz konusu iken, kütlesi bilinen bir gezegenin yarıçapını, tek bir M – R ilişkisi ile tahmin etmeye çalışmak pek olası değildir. Şekil 4.1'de hem kütlesi hem de yarıçapı birlikte yayımlanmış 1001 gezegenin verileri kullanılarak oluşturulmuş kütle – yarıçap diyagramı gösterilmektedir.



Şekil 4.1. 29 Haziran 2021 tarihinde "*The Extrasolar Planets Encyclopaedia*"'da listelenen tüm veriler ile oluşturulan M – R dağılımı.

Şekilin yatay ekseni, gezegen olma üst sınırı olan 13 $M_{Jüp}$ kütle değerinde kesilmiştir. Düşey eksen için herhangi bir sınırlama yoktur. Şekilden görüleceği gibi geniş bir kütle aralığında bulunan gezegenlere karşılık çok farklı yarıçaplar karşılık gelmektedir. Bu durumun daha net görülebilmesi için veriler Şekil 4.2 ve 4.3'de iki alt kütle aralığına ayrılarak farklı kutucuklar içinde detaylanmıştır.



Şekil 4.2. Şekil 4.1 ile aynı diyagram ancak; en küçük gezegen kütlesinden $\mathbf{2}\ \boldsymbol{M_{Jüp}}$'e kadar olan kütleler için (solda). **Şekil 4.3.** Şekil 4.1 ile aynı diyagram ancak; $\mathbf{0.3}\ \boldsymbol{M_{Jüp}}$ ($\mathbf{95}\ \boldsymbol{M_{Yer}}$)'e kadar olan kütleler için (sağda).

Şekilde belli yarıçap yoğunlaşma bölgelerine karşılık gelen veriler, paralel çizgiler ile gösterildi. Bunlar bu tez bağlamında ifade edilen yarıçap bölgeleridir: mavi çizgi ortalama olarak $\sim 0.3\ R_{Jüp}$, turuncu çizgi $\sim 1.0\ R_{Jüp}$ ve yeşil çizgi $\sim 1.4\ R_{Jüp}$ yarıçaplardaki gezegen öbeklenmelerini göstermek için kullanılmıştır.

Geniş kütle veya yarıçap aralıkları ele alındığında, gezegenlerin M – R ilişkisini elde etmek için iki farklı yol izlenebilir:

i. Belli yapısal, yörüngesel ve atmosferik özelliklere göre sınıflandırılmış gezegen türleri ele alınarak, gezegenlerin M – R ilişkisi elde edilebilir. Günümüze kadar yapılan çalışmalar, gezegenlerin çok değişik yapılara, yörüngelere ve atmosfer özelliklerine sahip olabileceğini göstermiştir. Belirli özelliklere göre gezegenleri sınıflamak ve belirli aralıklar içerisinde gezegen türlerini tanımlamak mümkündür. Tek tek gezegen türleri için değişik kütle veya yarıçap aralıklarında detaya inmek ve bu türlerin M – R ilişkilerini ayrıntılı olarak incelemek bizi

bilimsel olarak anlamlı sonuçlara götürebilir. Fakat görünen o ki, her kütle veya yarıçap aralığında detaya inildiğinde, daha farklı gruplamalarla karşılaşılır. Gezegen türlerinin çeşitliliği, M – R ilişkilerindeki dağılımları açıklamak için gözönüne almak anlamlı sonuçlar üretmeye olanak verebilir. Ancak kütle aralıklarında detaya inildiğinde karşımıza yine farklı dağılımlar çıkması, evrensel bir yasa ifade etmeyi daha karmaşık ve hatta olanaksız hale getirmektedir. Örneğin, $4\,R_{Yer}$'den küçük yarıçap aralığı (yani Neptün – altı gezegenler) ele alındığı zaman, yapısal olarak farklılık gösteren iki gezegen sınıfı ortaya çıkmıştır: *süper – Yer'ler* ve *mini – Neptün'ler*.

Belirli özelliklerine göre belirlenen gezegen türlerinin M – R ilişkileri, her farklı gezegen türü için değişiklik gösterebilir. Bu ilişkileri belli hata payları içerisinde geçiş noktaları (kırılma noktaları) gösterecek şekilde *kırık kuvvet yasaları* (birden fazla üssel fonksiyon) olarak ifade etmek bir çözüm yolu olarak ele alınabilir.

ii. M – R ilişkisinde baskın etkilere sahip olabileceği düşünülen üçüncü ve dördüncü parametreler, istatistiksel yöntemlere dâhil edilerek işlemler yapılabilir. Birden fazla parametrenin etkisi incelendiğinde, parametreler arasındaki dağılımları elde etmenin en olası yolu istatistiksel yaklaşımları kullanmaktır. Bu amaçla, günümüzde gezegenlerin M – R ilişkileri için pek çok çalışmada, gezegenin yörüngesel ve yapısal parametreleri veya yıldızın parametreleri kullanılarak çok parametreli ilişkilere ulaşmak için stokastik yaklaşımlar tercih edilmektedir. Bayes modelleri, bu çok parametreli ilişkiler için en iyi temsili ifade etmektedir. Fakat bu yolu izlerken kullanılacak gezegen veri grubun dikkat etmek gerekir. Çünkü her yeni veri elde edilecek istatistiksel ilişkiyi değiştirebilir.

Gezegen ile yıldızı arasındaki akı farkı fotometrik ya da tayfsal gözlemlerden gezegene ilişkin doğrudan bilgi çıkarmayı ve bunu yüksek çözünürlükle ve düşük hatayla yapmayı zorlaştırmaktadır. Günümüz teknolojisi henüz gezegenlerin neden olduğu düşük genlikli değişimler elde etmeyi olanaklı kılmaktadır. Gezegenlerin yapısal karakteristikleri kadar, yörüngelerinde oldukları yıldızların özellikleri de gözlemleri etkilemektedir. Şekil 1.3'de gösterildiği gibi gezegenlerle, $7000 - 3000\,K$'lik etkin sıcaklıklara sahip ve çoğunlukla güneş

benzeri yıldızlar etrafında karşılaşılır. Bu yıldızlar, yüzey konvektif katmanına sahip ve tıpkı Güneş gibi, ona göre daha düşük ya da daha yüksek, kromosferik aktive gösteren yıldızlardır. Gezegenlerin M – R ilişkilerindeki dağılımlara etki eden bir etmen olarak, ölçümler üzerinde yıldız kaynaklı etkiler olasılığı gözönüne alınabilir. Burada kısaca yıldız etkileri, şu şekilde ifade edilebilir:

a) Yıldızların yaşlarına bağlı olarak sahip oldukları yıldız aktivitesi, hem gezegeni hem de gezegeni keşfetmekte kullanılan keşif yöntemlerini başlı başına etkiler. Şekil 1.6'dan da görüleceği üzere geçiş yöntemi ile elde edilen ışık eğrilerinde gezegenlerin sistemin ışığında yaratacağı sönmelerin, geçiş parametrelerine bağlı olacak şekilde çok çeşitli olabilmektedir Soğuk bir yıldız lekesi de sistemin ışığında sönme yaratabilir. Böyle bir durumda leke ile gezegenin yarattığı geçiş etkisini ayırt etmek oldukça zor hale gelebilir. Gezegenin yarıçapı, geçiş derinliğinin elde edilmesi sonucunda ulaştığımız bir parametredir. Lekeye sahip yıldızın diski önünden geçiş yapan bir gezegen olduğu durumda elde edilen yarıçap değerleri farklı sonuçlara neden olabilir (Tregloan – Reed ve Unda – Sanzana, 2019).

b) Gezegenli sistemlerde, yıldız ile gezegen arasında gerçekleşen etkileşimler, elde edilecek M – R ilişkilerini etkileyebilir. Bu etkileşimler, yıldızın sahip olduğu yapısal özelliklerden kaynaklanabilir. Gezegenin bulunduğu yörünge konumuna göre yıldız özellikleri arasında en önemli etkiye sahip parametrelerden biri yıldız ışıtmasıdır. Çok gezegene sahip bir gezegenli sistem düşünüldüğünde, yıldızına en yakın yörüngede bulunan gezegen, diğer yörüngelerdeki gezegenlere kıyasla daha fazla yıldız akısına maruz kalır. Gezegenlerin M – R ilişkisinde yıldızdan gelen akının etkisi ele alınmadığı zaman, düşük ve yüksek akıya sahip gezegenlerin kütleleri olduğundan fazla veya az tahmin edebilir. Burada daha fazla akıya maruz kalan yakın gezegenin atmosferi, gelen akıyla ısınır ve gezegenin yarıçapını şişirerek olması beklenen yarıçap değerinden farklı yarıçaplarda olabilir. Yıldızına yakın yörüngede bulunan bu şişmiş yarıçaplı gezegenler genellikle "sıcak" gezegenler ($P < 10$ gün, $a < 0.05$ AB) olarak karşımıza çıkar. Bu nedenle bu gezegenleri, M – R ilişkilerinde farklı gezegen türü olarak değerlendirilmek gerekebilir.

c) Gezegenli sistemin oluşumu sırasında gezegen yıldızı ile aynı kimyasal karışıma sahip maddeden yapılmış olacağından, yıldızın metalce zengin veya fakir olması gezegeninin yapısal bileşimini belirleyecektir. Yıldızların metal bolluklarına bağlı olarak, gezegenlerin yapısal bileşimleri farklılık gösterebilir ve bu durum gezegen parametreleri arasındaki ilişkilere etki edebilir.

Gezegenlerin M – R ilişkisinde karşılaşılan dağılmalar, gezegen türlerinin çeşitliliğinin bir etkisi de olabilmektedir. Her yeni keşfedilen gezegenle gezegen türlerine ait yapısal parametre sınırları değişmektedir. Hatta yeni keşfedilen gezegen özelliklerine göre gezegenler alt sınıflara ayrılarak yeni gezegen türlerini oluşturabilmektedir. Gezegen türlerinin çeşitliliğine neden olan yapısal, yörüngesel ve atmosferik özelliklere göre M – R ilişkilerindeki dağılıma neden olabilecek birkaç gezegen türü dikkat çekmektedir. Bunlar;

❖ *Farklı yörüngelerde bulunabilen "sıcak, ılık ve soğuk" gezegenler*

Normalde gezegenler, "yerinde" oluşum sırasında bulundukları yörüngelerde yaşamlarını sürdürürler. Fakat oluşum sırasında veya sonrasında maruz kaldıkları dış etkiler (örneğin disk etkileşimleri, yıldız - gezegen etkileşimi, gezegen saçılmaları gibi etkiler) sonucunda, gezegenler bulundukları yörüngeden içe doğru göç edebilir. Gezegenin yörüngesinin bir etki sonucu değişmesi, gezegenin yıldızına yaklaşmasına neden olur. Bu durumda yukarıda da bahsedilen yıldızın etkileri, gezegenin ilk yörüngesine göre daha fazla olacaktır (Petigura ve ark., 2018).

Özellikle yıldızlarına oldukça yakın ($P < 10$ gün, $a < 0.05$ AB) yörüngede bulunan "*sıcak*" gezegenler için yıldız etkisinin çok fazla olduğu söylenebilir. Böyle bir durumda yıldızdan gelen akı, gezegenin parametrelerini değiştirebilir. Çünkü sıcak gezegenler yıldızdan gelen akıyla şişmekte ve normalde olması beklenen yarıçaptan büyük yarıçaplarda kendilerini göstermektedir. Şişmiş yarıçaplara sahip gezegenler, M – R ilişkilerinde dağılımlara neden olabilir. Sıcak gezegenler denildiği zaman, ilk akla gelen gezegen türü sıcak – Jüpiter'lerdir. Bu gezegenlerin yanı sıra sıcak – Satürn'ler, sıcak – Neptün'ler de keşfedilmiştir. Sıcak gezegenler, gezegenlerin M – R

ilişkilerinde ayrı olarak incelenmesi, aranan M – R ilişkilerini etkileyecektir. Çünkü bu gezegenlerin yıldızın etkisinden dolayı şişmiş yarıçapları M – R ilişkisinin bozulmasına veya çok çeşitli dağılım göstermesine neden olabilir (Komacek ve ark., 2020).

❖ *Yapısal özelliği ile ilgi çeken süper – pofuduk gezegenler*

Kütleleri $\leq 5\, M_{Yer}$ ve yarıçapları $\geq 5\, R_{Yer}$ olan çok düşük yoğunluklara sahip gezegenlerdir. Yıldızlarına yakın yörüngelerde $(\sim 0.1 - 0.3\,\mathrm{AB})$ bulunan bu gezegenlerin, yüzey çekimleri de oldukça düşüktür. Bu gezegenlerin de sıcak – Jüpiter'ler gibi yörünge göçü sonucunda yıldızlarına doğru yaklaştıkları düşünülmektedir. Fakat böylesi düşük yoğunluk ve yüzey çekimi ile bu gezegenlerin yıldızın etkisi olsun veya olmasın kendiliğinden kütle kaybetmesi beklenmektedir (Wang ve Dai, 2019). Bu tür gezegenler istatistiksel olarak elde edilen M – R ilişkilerinde dağılmalara neden olabilir. Neden olabilecek dağılımları en aza indirmek için bu gezegenlerin ayrı bir grup içerisinde değerlendirmek gerekebilir.

❖ *Farklı yapısal bileşimlere sahip kayaç gezegenler*

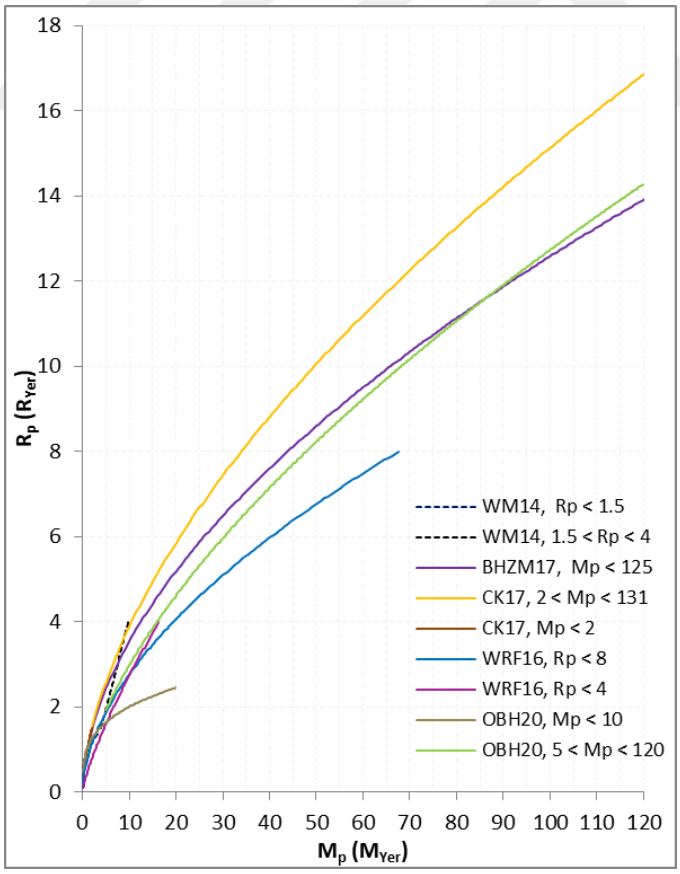
Kayaç gezegenlerin yapısal bileşimlerine göre gezegenlerin hangi maddelerden oluştukları üzerine birçok teorik çalışma yapılmaktadır. Bu teorik çalışmalarda gezegen için yapısal bileşimler kabul ederek, gezegenlerin içyapı modelleri oluşturulur. Böylece teorik olarak farklı yapısal bileşimleri farklı kabul edilen gezegenler için kütle – yarıçap ilişkisi elde edilebilir. Teorik olarak oluşturulan gezegenlerin M – R ilişkileri, yapısal bileşime göre farklılık gösterebilir. Bunun nedeni her yapısal bileşimin farklı çekirdek kütlelere neden olması olabilir. Örneğin saf hidrojenden yapılmış bir (H) gezegen ile saf demirden (Fe) yapılmış bir gezegen arasında oldukça fazla farklılık görülür (Seager ve ark., 2007).

❖ *Atmosferik yapısına göre ayırt edilebilen süper – Yer'ler ve mini – Neptün'ler*

Neredeyse benzer yapısal özelliklere sahip bu iki gezegen türü, atmosfer tutabilme durumlarına göre sınıflandırılır. Süper – Yer'ler az miktarda uçucu maddeden oluşmaktayken, mini – Neptün'ler H ve He baskın atmosferleri ile dikkat çekmektedir. Atmosferin bulunma durumu, hatta ne kadarlık bir kısmının

H – He olduğu bile elde edilen gezegen yarıçaplarını ilgilendirir. Çünkü yapılan keşifler, gezegenlerin atmosfer de dâhil merkezden itibaren toplam bir yarıçap elde etmemize olanak sağlar. Aynı zamanda her gezegen atmosfere sahip olmayabilir veya uzun zaman ölçeklerinde var olan atmosferini yıldızı nedeniyle kaybedebilir. Bu durumda karşılaştığımız problem şudur ki, gezegenlerin M – R ilişkileri ele alındığı zaman atmosferi olan ve olmayan gezegenler ayırt edilemeyebilir. Bu ayrım içi gezegenlerin kütle ve yarıçaplarıyla birlikte gezegen yoğunlukları da işin içerisine girmelidir.

Bu bahsedilen yıldız ve gezegen etkilerinin yanında, yapılan çalışmada belirlenen gezegenlerin veri gurubu önem taşımaktadır. Çünkü veri grupları, aynı istatistik yöntem kullanılsa bile farklılıklar yaratacaktır. Şekil 4.2'de farklı veri grubu ile yapılmış farklı çalışmalarla elde edilen bazı M – R ilişkileri tek bir grafikte gösterilmiştir. Buradan da görüldüğü gibi, hem farklı veri grupları hem de farklı yöntemler kullanarak elde edilen ilişkiler birbirinden farklı ilişkiler ortaya koymaktadır.



Şekil 4.4. Farklı yöntem ve veri grupları kullanılarak ulaşılan bazı M – R ilişkileri. Burada, **WM14** – Weiss ve Marcy (2014), **BHZM17** – Bashi ve ark. (2017), **CK17** – Chen ve Kipping (2017), **WRF16** – Wolfgang ve ark. (2016) ve **OBH20** – Otegi ve ark. (2020) tarafından yapılan çalışmaları gösterir. Burada gezegen kütleleri ve yarıçapları Yer birimindedir.

Gezegenlerin salt fiziksel parametrelerini elde etmek, gezegen keşif yöntemlerinin başarıları sonucunda mümkündür. Fakat gezegenlerin kütleleri ve yarıçaplarının tek bir keşif yöntemi ile elde edilememesi gibi bir problem vardır. Dolayısıyla her keşif yönteminde kullanılan aletsel donanım ve hata kaynakları farklılık gösterecektir. Bu nedenden dolayı her gezegen keşif yönteminin hassasiyeti farklıdır. Tek bir yöntem ile parametrelerin her ikisini de elde etmek şimdilik olanaklı görünmemektedir.

Günümüzde gezegen keşif yöntemlerine, geçiş ve dikine hız yöntemlerine, astrometri ve mikromercekleme yönteminden büyük katkılar sağlanacak projeler hazırlanmaya başlanmıştır. Gaia uydusunun yapmış olduğu astrometrik gözlemler sayesinde, günümüzde daha az etkin olarak kullanılan bu gezegen keşif yönteminin yükselişe geçeceği düşünülmektedir. Bu nedenle, önümüzdeki birkaç yıl içerisinde gezegen keşiflerinde yüksek bir artış meydana gelmesi beklenmektedir. Bu artış ile beraber belirlenen gezegen türlerinde ve istatistiksel olarak elde edilen ilişkilerde farklılaşmalar görülmesi muhtemeldir. Çünkü her gezegenin sahip olduğu yapısal, yörüngesel ve atmosferik özelliklerden dolayı, her keşfedilen yeni bir gezegen ile bilgilerimizi gözden geçirmemiz gerekebilmektedir.

Gezegenli sistemler üzerine çalışmak, hem astronomi hem de pek çok farklı çalışma alanı ile birlikte çalışmayı gerektirir. Yapılan bu tez çalışmasında görülmüştür ki, gezegenli sistemleri içeren bir astronomik çalışma, biyoloji, kimya, jeoloji, istatistik, matematik, fizik, coğrafya gibi pek çok alanı ilgilendiren çok alanlı bir konu haline gelmiştir. Gezegenlerin kütle – yarıçap parametreleri arasındaki olası ilişkileri elde edebilmek için istatistik üzerine bir bilgi alt yapısına ihtiyaç olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Bu nedenle ilişkileri daha iyi anlamak için temel istatistik bilgiye bu tezde yer verilmiştir. Gezegenlerin kütle ve yarıçaplarını kullanarak bir ilişki bulmak istenildiğinde, doğrudan gezegenli sistemin ortaya çıkışından itibaren hem yıldızın hem gezegenin evrimini içeren aşamaları ele almaktayız. Bununla beraber gezegen türlerinin çeşitliliğini açıklamak için gezegenlerin yapısal, yörüngesel ve atmosferik olarak inceleyen astrobiyolojik ve astrokimyasal çalışmalara ışık tutmuş oluyoruz.

Gelişen teknoloji ve bilgisayar algoritmaları sayesinde sadece iki parametre üzerinden değil, birçok parametre kullanılarak istatistik çalışmalar yapılabilmektedir. Günümüzde çoklu parametreler kullanılarak ilişkiler elde etmekte Hiyerarşik Bayes modeller ve makine öğrenimi başarı göstermektedir. Sonuç olarak, gezegenlerin M – R ilişkileri gibi bir çalışmayı yapabilmek için istatistiksel yöntemleri kullanabilecek alt yapıya ve güçlü bilgisayarlara sahip olmanın yanı sıra çok alanlı çalışmaya ihtiyaç vardır.

KAYNAKLAR

Akar, M. ve Gündoğdu, S., 2014, Journal of Fisheries Sciences, Bayes Teorisinin Su Ürünlerinde Kullanım Olanakları, 8, 8s.

Alford, M., 2019, Bulk Viscosity of Baryonic Matter With Trapped Neutrinos, PhRvD, 100, 10.

Alibert, Y., Mordasini, C. and Benz, W., 2011, Extrasolar Planet Population Synthesis III. Formation of Planets Around Stars of Different Masses, AA, 526, A63p.

Andreon, S. and Weaver, B., 2015, Springer Series in Astrostatistics, Bayesian Methods for the Physical Sciences; Learning from Examples in Astronomy and Physics.

Antonini, F., Hamers, A.S. and Lithwick, Y., 2016, Dynamical Constraints On The Origin Of Hot And Warm Jupiters With Close Friends, AJ, 152, 174p.

Ar, P., 2017, Refining Planetary Radius Calculations by Exploring the Geometry of Transit Photometry, J Phys Astron, 5, 125p.

Baranne, A., Queloz, D., Mayor, M., et al., 1996, ELODIE: A Spectrograph For Accurate Radial Velocity Measurements, AAS, 119, 373p.

Barclay, T., Pepper, J. and Quintana, E.V., 2018, A Revised Exoplanet Yield from The Transiting Exoplanet Survey Satellite, ApJS, 239, 15p.

Barnes, J., W., 2009, Transit Lightcurves Of Extrasolar Planets Orbiting Rapidly Rotating Stars, ApJ, 705, 683p.

Barragan, O., Gandolfi, D., Dai, F., et al., 2018, K2-141 b. A 5-$M_{\oplus}$ Super-Earth Transiting A K7 V Star Every 6.7 Hours, AA, 612, 11p.

Bashi, D., Helled, R., Zucker, S. and Mordasini, C., 2017, Two Empirical Regimes Of The Planetary Mass-Radius Relation, AA, 604, A83p.

Bastian, N., Covey, K.R. and Meyer, M.R., 2010, A Universal Stellar Initial Mass Function? A Critical Look at Variations, ARAA, 48, 339p.

Batalha, N.M., Rowe, J.F., Bryson, S.T., et al., 2013, Planetary Candidates Observed By Kepler. III. Analysis Of The First 16 Months Of Data, ApJSS, 204, 24p.

Benz, W., Broeg, C., Fortier, A., et al., 2021, The CHEOPS Mission, ExA, 51, 109p.

Borucki, W.J., Koch, D.G., Basri, G., et al., 2011, Characteristics Of Planetary Candidates Observed By Kepler. II. Analysis Of The First Four Months Of Data, ApJ, 736, 19p.

Broccardo, M., Mignan, A., Wiemer, S., et al., 2017, Hierarchical Bayesian Modeling Of Fluid-İnduced Seismicity, 44, 11357p.

Bruno, G., Deleuil, M., Almenara, J.M., et. al., 2016, Disentangling planetary and stellar activity features in the CoRoT-2 light curve, AA, 595, A89.

Carrera, D., Davies, M.B. and Johansen, A., 2018, Toward An Initial Mass Function For Giant Planets, MNRAS, 478, 961p.

Carter, A.L., Hinkley, S., Bonavita, M., et al., 2021, Direct Imaging Of Sub-Jupiter Mass Exoplanets With James Webb Space Telescope Coronagraphy, MNRAS, 501, 1999p.

Chabrier, G., 2003, Galactic Stellar and Substellar Initial Mass Function, PASP, 115, 763p.

Chabrier, G., 2005, The Initial Mass Function: From Salpeter 1955 to 2005, ASSL, 327, 41Cp.

Chen, J. and Kipping, D., 2017, Probabilistic Forecasting Of The Masses And Radii Of Other Worlds, ApJ, 834, 17p.

Cochran, W.D. and Endl, M., 2007, Hot Neptunes and super Earths, Contemporary Physics, 48, 109p.

Cochran, W.D. and Hatzes, A.P., 1996, Radial Velocity Searches For Other Planetary Systems: Current Status And Future Prospects, ApSS, 241, 43p.

D'Angelo, G. and Bodenheimer, P., 2016, In Situ and Ex Situ Formation Models Of Kepler 11 Planets, ApJ, 828, 33p.

Dawson, R.I. and Johnson, J.A., 2018, Origins of Hot Jupiters, ARAA, 56, 175p.

Daylan, T., Pingle, K., Wright, J., et al., 2021, TESS Discovery of a Super-Earth and Three Sub-Neptunes Hosted by the Bright, Sunlike Star HD 108236, AJ, 161, 85p.

Delgado, H.E., Sarro, L.M., Clementini, G., et al., 2019, AA, Hierarchical Bayesian Model To Infer PL(Z) Relations Using Gaia Parallaxes, 623, A156.

Evans, M.J. and Rosenthal, J.S., 2009, University of Toronto, Probability and Statistics The Science of Uncertainty, Second Edition.

Faria, J.P., Adibekyan, V., Amazo-Gomez, E.M., 2020, Decoding The Radial Velocity Variations Of HD 41248 With ESPRESSO, AA, 635, 13p.

Feng, F., Tuomi, M., Jones, H.R.A., et al., 2017, Color Difference Makes a Difference: Four Planet Candidates around τ Ceti, AJ, 154, 135p.

Fischer, D.A., Howard, A.W., Laughlin, G.P., et al., 2014, Exoplanet Detection Techniques, Protostars and Planets VI, 914, 715p.

Fletcher, L.N., Helled, R., Roussos, E., et al., 2020, Ice Giant Systems: The Scientific Potential Of Orbital Missions To Uranus And Neptune, PSS, 191, 105030.

Fortney, J.J., Marley, M.S. and Barnes, J.W., 2007, Planetary Radii Across Five Orders Of Magnitude In Mass And Stellar Insolation: Application To Transits, ApJ, 656, 1661p

Furlan, E. and Howell, S.B., 2017, The Densities of Planets in Multiple Stellar Systems, AJ, 154, 66p.

Gaia Collaboration, Brown, A.G.A., Vallenari, A., et al., 2018, Gaia Data Release 2; Summary of the contents and survey properties, AA, 616, A1.

Gardner, J.P., Mather, J.C., Clampin, M., et al., 2006, The James Webb Space Telescope, SSRv, 123, 485p.

Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., et al., 2014, CRC Press,, Texts in Statistical Science, Bayesian Data Analysis, Third Edition.

Ghahramani, Z., 2013, Philosophical Transactions of the Royal Society A, Bayesian non-parametrics and the probabilistic approach to modelling, 371, 20110553p.

Gillon, M., Triaud, A.H.M.J, Demory, B.O, et al., 2017, Seven Temperate Terrestrial Planets Around The Nearby Ultracool Dwarf Star TRAPPIST-1, Nature, 542, 456p.

Golden – Marx, J.B. and Miller, C.J., 2018, The Impact of Environment on the Stellar Mass-Halo Mass Relation, ApJ, 860, 16p.

Hadden, S. and Lithwick, Y., 2014, Densities And Eccentricities Of 139 Kepler Planets From Transit Time Variations, ApJ, 787, 80p.

Hatzes, A.P. and Rauer, H., 2015, A Definition For Giant Planets Based On The Mass–Density Relationship, ApJ, 810, L25p.

Helled, R., Nettelmann, N., Guillot, T., 2020, Uranus and Neptune: Origin, Evolution and Internal Structure, SSRv, 216, 38.

Hogg, D.W., Myers, A.D. and Bovy, J., 2010, Inferring the Eccentricity Distribution, ApJ, 725, 2166p.

Irwin, P.G.J., 2008, Detection Methods And Properties Of Known Exoplanets, Exop.book, 1p.

Jara-Maldonado, M., Alarcon-Aquino, V., et al., 2020, Transiting Exoplanet Discovery Using Machine Learning Techniques: A Survey, Earth Science Informatics, 13, 573p.

Kane, S.R., Jansen, T., Fauchez, T., et al., 2020, Phase Modeling of the TRAPPIST-1 Planetary Atmospheres, AJ, 161, 53p.

Kanodia, S., Wolfgang, A., Stefanson, G.K., et al., 2019, Mass–Radius Relationship for M Dwarf Exoplanets; Comparing Nonparametric and parametric methods, ApJ, 882, 38p.

Kelly, B.C., 2007, Some Aspects Of Measurement Error In Linear Regression Of Astronomical Data, ApJ, 665, 1489p.

Khan, M.S., James, J. and Becerra, Y.N., 2017, Discovering New Worlds: A Review Of Signal Processing Methods For Detecting Exoplanets From Astronomical Radial Velocity Data, IEEESPM, 34, 104p.

Komacek, T.D., Thorngren, D.P., Lopez, E.D., et al., 2020, Reinflation of Warm and Hot Jupiters, ApJ, 893, 36p.

Kroupa, P., 2001, On The Variation Of The Initial Mass Function, MNRAS, 322, 231p.

Larson, R.B., 2005, Understanding The IMF, ASSL, 327, 329p.

Lattanzi, M.G. and Sozzetti, A., 2010, Gaia And The Astrometry Of Giant Planets, ASPC, 430, 253p.

Libby-Roberts, J.E., Berta-Thompson, Z.K., Desert, J.M., et al., 2020, The Featureless Transmission Spectra of Two Super-puff, AJ, 159, 57p.

Linsky, J., 2019, Host Stars and their Effects on Exoplanet Atmospheres, Lecture Notes in Physics, 955.

Lopez, E.D. and Fortney, J.J., 2016, Re-Inflated Warm Jupiters Around Red Giants, ApJ, 818, 4p.

Loredo, T.J and Hendry, M.A., 2019, Multilevel And Hierarchical Bayesian Modeling Of Cosmic Populations, arXiv:1911.12337.

Lucas, M., Marengo, M., Czekala, I., et al., 2020, Starfish: A Bayesian Framework for Model Spectroscopy, AAS, 52.

Ma, Q. and Ghosh, S.K., 2019, Maximum Entropy-based Probabilistic Mass-Radius Relation of Exoplanets, AJ, 158, 9p.

Mamajek, E., 2021, A Modern Mean Dwarf Stellar Color and Effective Temperature Sequence, Version 2021.02.05.

Martin, E.L., Spruit, H.C. and Tata, R., 2011, A Binary Merger Origin For Inflated Hot Jupiter Planets, AA, 535, A50p.

Mayor, M. and Queloz, D., 1995, A Jupiter-Mass Companion To A Solar-Type Star, Nature, 378, 355p.

Mcneil, D.S. and Nelson, R.P., 2010, On the formation of hot Neptunes and super-Earths, MNRAS, 401, 1691p

Millholland, S., 2019, Tidally Induced Radius Inflation of Sub-Neptunes, ApJ, 886, 72p.

Mills, S.M. and Mazeh, T., 2017, The Planetary Mass-Radius Relation and Its Dependence on Orbital Period as Measured by Transit Timing Variations and Radial Velocities, ApJ, 839, L8.

Mordasini, C., Alibert, Y., et al., 2012, Extrasolar Planet Population Synthesis IV. Correlations with Disk Metallicity, Mass, and Lifetime, AA, 541, A97p.

Neil, A.R. and Rogers, L.A., 2018, Host Star Dependence Of Small Planet Mass-Radius Distributions, ApJ, 858, 58p.

Neil, A.R. and Rogers, L.A., 2020, A Joint Mass-Radius-Period Distribution of Exoplanets, ApJ, 891 18p.

Ning,. B., Wolfgang, A. and Ghosh, S., 2018, Predicting Exoplanet Masses and Radii; A Nonparametric Approach, ApJ, 869, 5p.

Otegi, J.F., Bounchy, F. and Helled, R., 2020, Revisited mass-radius relations for exoplanets below 120 $M_{\oplus}$, AA, 634, A43.

Orbanz, P., 2009, Construction of Nonparametric Bayesian Models from Parametric Bayes Equations, NIPS 2009 Workshop, 1392.

Panchuk, V.E., Balega, Y.Y., Klochkova, V.G., Sachkov, M.E., 2020, Study of Exoplanets By Spectroscopic Methods, Phys.-Usp, 63, 562p.

Perryman, M., 2011, The Exoplanet Handbook, Cambridge University.

Petigura, E.A., 2020, Two Views Of The Radius Gap And The Role Of Light Curve Fitting, AJ, 160, 89p.

Petigura, E.A., Marcy, G.W., Winn, J.N., 2018, The California – Kepler Survey. IV. Metal-Rich Stars Host A Greater Diversity Of Planets, AJ, 155, 89p.

Pollack, J.B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., et al., 1996, Formation Of The Giant Planets By Concurrent Accretion Of Solids And Gas, Icarus, 124, 62p.

Prochaska, J.X. and Tumlinson, J., 2009, Baryons: What,When and Where?, ASSSP, 419p.

Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., et al., 2014, The PLATO 2.0 mission, ExA, 38, 249p.

Rees, M.J., 1987, Dark Matter in the Universe, Europhysics News, 18, 138.

Rice, W.K.M., Armitage, P.J. and Hogg, D.F., 2008, Why Are There So Few Hot Jupiters?, MNRAS, 384, 1242p.

Ricker, G.R., Winn, J.N., Vanderspek, R., et al., 2015, Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS), JATIS, 1, 014003

Rogers, L.A., 2015, Most 1.6 Earth-Radius Planets Are Not Rocky, ApJ, 801, 41p

Saha, S., Nagaraj, N., Mathuri A., et al., 2020, Evolution Of Novel Activation Functions In Neural Network Training For Astronomy Data: Habitability Classification Of Exoplanets, EPJST, 229, 2629p.

Salpeter, E.E., 1955, The Luminosity Function And Stellar Evolution, ApJ, 121, 161p.

Scalo, J., 1998, The IMF Revisited: A Case for Variations, ASPC, 142, 201.

Seager, S., Kuchner, M., Hier-Majumder., C.A. and Militzer., B., 2007, Mass-Radius Relationships For Solid Exoplanets, ApJ, 669, 1279p.

Sha, L., Huang, C.X., Shporer, A., et al., 2021, TOI-954 b and K2-329 b: Short-period Saturn-mass Planets that Test whether Irradiation Leads to Inflation, AJ, 161, 82p.

Shabram, M., Fortney, J.J., Greene, T.P., et al., 2011, Transmission Spectra Of Transiting Planet Atmospheres: Model Validation And Simulations Of The Hot Neptune GJ 436b For The James Webb Space Telescope, ApJ, 727, 65p.

Sheets, H.A. and Deming, D., 2017, Average Albedos of Close-in Super-Earths and Super-Neptunes from Statistical Analysis of Long-cadence Kepler Secondary Eclipse Data, AJ, 154, 160p.

Sheets, H.A. and Deming, D., 2014, Statistical Eclipses Of Close-In Kepler Sub-Saturns, ApJ, 794, 133p.

Silk, J., 1995, A Theory For Initial Mass Function, ApJ, 438, L41.

Sousa, S.G., Vardan, A., Santos, N.C., et al., 2019, The Metallicity-Period-Mass Diagram Of Low-Mass Exoplanets, MNRAS, 485, 3981p.

Spiegel, D.S., Fortney, J.J. and Sotin, C., 2014, Structure of Exoplanets, PNAS, 111, 12622p.

Teyssandier, J., Lai, D. and Vick, M., 2019, Formation Of Hot Jupiters Through Secular Chaos And Dynamical Tides, MNRAS, 486, 2265p.

Thorngren, D.P., Fortney, j.J., Murray – Clay, R.A, et al., 2016, The Mass–Metallicity Relation For Giant Planets, ApJ, 813, 64p.

Torres, G., Andersen, J., & Giménez, A., 2010, Accurate masses and radii of normal stars: modern results and applications, AARv, 18, 67.

Tregloan – Reed, J. and Unda – Sanzana, E., 2019, Simulations Of Starspot Anomalies Within TESS Exoplanetary Transit Light Curves, AA, 630, A114.

Valencia, D., O'Connell, R.J. and Sasselov, D., 2006, Internal Structure Of Massive Terrestrial Planets, Icarus, 181, 545p.

Venturini, J. and Helled, R., 2017, The Formation of Mini-Neptunes, ApJ, 848, 95p.

Wang, L., and Dai, F., 2019, Dusty Outflows in Planetary Atmospheres: Understanding "Super-puffs" and Transmission Spectra of Sub-Neptunes, ApJ, 873, L1.

Weiss, L.M. and Marcy, G.W., 2014, The Mass–Radius Relation For 65 Exoplanets Smaller Than 4 Earth Radii, ApJ, 783, L6.

Werner, M.W., 2005, The Spitzer Space Telescope Mission, AdSpR, 36, 1048p.

Winn, J.N., 2010, Transits and Occultations, arXiv:1001.2010.

Wolfgang, A. and Lopez, E., 2015, How Rocky Are They? The Composition Distribution of Kepler's Sub-Neptune Planet Candidates within 0.15 AU, ApJ, 806, 183p.

Wolfgang, A., Rogers, L.A. and Ford, E.B., 2016, Probabilistic Mass-Radius Relationship For Sub-Neptune-Sized Planets, ApJ, 825, 19p.

Wu, D., Wang, S., Zhou, J., et al., 2018, TTV-determined Masses for Warm Jupiters and Their Close Planetary Companions, AJ, 156, 96p.

Wu, Y. and Lithwick, Y., 2013, Density And Eccentricity Of Kepler Planets, ApJ, 772, 74p.

Yan, L., Jakob, R. and Uros, S., 2020, Kepler-90: Giant Transit-Timing Variations Reveal A Super-puff, arXiv:2011,08515.

Zeng, L., Sasselov, D.D. and Jacobsen, S.B., 2016, Mass-Radius Relation for Rocky Planets Based on PREM, ApJ, 819, 127p.

Zhu, X., Lin, D., Hao, Z., et al., 2020, VIPA Spectrograph With Ultra-High Resolution And Wavelength Calibration For Astronomical Applications, AJ, 160, 135p.

Zotos, E.E., Erdi, B., Saeed, T., et al., 2020, Orbit Classification In Exoplanetary Systems, AA, 634, A60p.

İnternet Kaynakları:

Breuer, L., "*Introduction to Stochastic Processes*", *https://www.kent.ac.uk/smsas/personal/lb209/files/notes1.pdf* (Erişim tarihi: 3 Haziran 2021).

Ghahramani, Z., 2009, "*A Brief Overview of Nonparametric Bayesian Models – NIPS 2009 Workshop*", *http://mlg.eng.cam.ac.uk/zoubin/* (Erişim tarihi: 3 Haziran 2021).

Stephanie, G., 2021, "*Welcome to Statistics How To!*" From StatisticsHowTo.com: Elementary Statistics for the rest of us!, *https://www.statisticshowto.com/* (Erişim tarihi: 7 Haziran 2021).

Subulan, K., 2019, "D*okuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İstatistik – I*", *https://www.coursehero.com/file/96152637/Istatistik-Hafta1-KSpdf/* (Erişim tarihi: 1 Haziran 2021).

Tatlı, H., "*Temel İstatistik – Basılmamış Ders Notları*", Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi *https://avesis.comu.edu.tr/tatli/dokumanlar* (Erişim Tarihi: 28 Mayıs 2021).