ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNİ ÇÖZÜM SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Aslıhan ÇOKSÖYLER

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Gülay BOZKURT

Eskişehir, 2020

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözüm Süreçlerinin İncelenmesi başlıklı tezin bizzat tarafımca hazırlanan, özgün bir çalışma olduğunu; bu çalışmanın tüm aşamalarında (hazırlık, veri toplama, analiz, bilgilerin sunumu ve raporlaştırma vb.) bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak hareket ettiğimi; bu çalışma kapsamında elde edilmeyen tüm veri, bilgi vb. için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara çalışmanın kaynakçasında yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Osmangazi Üniversitesi tarafından kullanılan "Bilimsel İntihal Tespit Programı"yla tarandığını ve hiçbir "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, herhangi bir biçimde bu çalışmamla ilgili yukarıdaki beyanıma aykırı bir durumun saptanması halinde, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçların sorumluluğunu kabul ettiğimi bildiririm.

16/10/2020

Aslıhan ÇOKSÖYLER

Teşekkür

Beni matematiksel modelleme ile tanıştıran, çalışmam boyunca, rehberlik eden, bilgi ve deneyimini paylaşan ve her zaman vakit ayıran tez danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Gülay BOZKURT'a teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimim boyunca verdikleri derslerle bizlere yeni ufuklar açan tüm hocalarıma ve tez savunma jürime katılarak önerileri ile tezime katkı sunan değerli hocalarım Doç. Dr. Çağlar Naci HIDIROĞLU ve Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmama katılan ve benimle birlikte deneyim kazanan gelişen öğrenen canım öğrencilerime çok teşekkür ederim.

Her şeyde olduğu gibi yüksek lisans eğitimim esnasında da yanımda olan ve beni hep destekleyen eşim Can'a, hayatım boyunca hep yanımda olduklarını bildiğim aileme, özellikle tezimin bitmesine verdiği destek için kardeşim Hazel'e ve hayatıma renk katan Ali'ye en derin sevgilerimi sunarım.

Çalışmam boyunca desteklerini esirgemeyen arkadaşlarım Bilgen, Cansu, Cihan, Emine, Esra, Güler ve verdikleri moral ve motivasyonla yanımda olan Derya, Gamze, Fatma, Merve'ye en içten teşekkürlerimi sunarım.

İçindekiler

Teşekkür i

İçindekiler ii

Tablolar Listesi vi

Şekiller Listesi viii

Özet 1

Abstract 3

BİRİNCİ BÖLÜM 5

1. Giriş 5

1.1. Problem Durumu 6

1.2. Araştırmanın Önemi 8

1.2.1. Araştırma problemi 9

1.3. Varsayımlar 10

1.4. Sınırlılıklar 10

1.5. Tanımlar 10

1.6. Kısaltmalar 11

İKİNCİ BÖLÜM 12

2. Kuramsal Çerçeve 12

2.1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme 12

2.2. Matematik Eğitiminde Modellemeyi Tercih Nedenleri 12

2.3. Matematiksel Modelleme Perspektifleri 13

2.3.1. Bilişsel modelleme perspektifi 16

2.3.1.1. Problemi anlama 18

2.3.1.2. Sadeleştirme 18

2.3.1.3. Matematikselleştirme 19

2.3.1.4. Matematiksel olarak çalışma 19

2.3.1.5. Yorumlama 20

2.3.1.6. Doğrulama 21
2.4. İlgili Araştırmalar 21
2.4.1. Matematiksel modelleme sürecini inceleyen araştırmalar 22
2.4.2. Matematiksel modelleme yoluyla öğrenmeyi inceleyen araştırmalar 25
2.4.3. Matematiksel modellemenin etkilerini inceleyen araştırmalar 26
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM 29
3. Yöntem 29
3.1. Araştırma Deseni 29
3.2. Katılımcılar 30
3.3. Araştırmacının Rolü 32
3.4. Araştırmanın Tasarımı 33
3.5. Veri Toplama Yöntemleri 37
3.5.1. Gözlem 37
3.5.2. Görüşme 39
3.5.3. Doküman 41
3.5.4. Modelleme problemleri 42
3.5.4.1. Okulda zaman problemi 44
3.5.4.2. Obezite problemi 46
3.5.4.3. Elmalı turta problemi 48
3.5.4.4. Okul bahçesinin ağaçlandırılması problemi 48
3.5.4.5. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi 50
3.5.4.6. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi 51
3.5.5. Veri çeşitlemesi 53
3.6. Verilerin Analizi 54
3.6.1. Verilerin kodlanması 56
3.6.2. Temaların bulunması 57
3.6.3. Verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenmesi 58

3.6.4. Bulguların yorumlanması 61
3.7. Geçerlik ve Güvenirlik 61
3.8. Etik 62
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM 64
4. Bulgular 64
4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular 64
4.1.1. Hocam biz anlamadık! Çıkmazı 65
4.1.2. Ekstra bilgiye ihtiyaç duyma 66
4.1.3. Problemi yeterince okumama 68
4.1.4. Sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama 70
4.1.5. Matematiksel ön bilgi eksikliği 71
4.1.6. Doğrulama mekanizması olarak öğretmeni görme 71
4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular 73
4.2.1. Okul bahçesinin ağaçlandırılması problemi 74
4.2.1.1. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 1'in çözüm süreci 74
4.2.1.2. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 2'nin çözüm süreci 78
4.2.1.3. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 3'ün çözüm süreci 83
4.2.1.4. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 4'ün çözüm süreci 87
4.2.1.5. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 5'in çözüm süreci 92
4.2.1.6. Okul bahçesinin ağaçlandırılması gruplara toplu bakış 95
4.2.2. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi 97
4.2.2.1. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 1'in çözüm süreci 98
4.2.2.2. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 2'nin çözüm süreci 101
4.2.2.3. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 3'ün çözüm süreci 107
4.2.2.4. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 4'ün çözüm süreci 111
4.2.2.5. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 5'in çözüm süreci 115
4.2.2.6. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi gruplara toplu bakış 119

4.2.3. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi 120
4.2.3.1. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 1 çözüm süreci 120
4.2.3.2. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 2 çözüm süreci 125
4.2.3.3. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 3 çözüm süreci 131
4.2.3.4. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 4 çözüm süreci 137
4.2.3.5. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 5 çözüm süreci 143
4.2.3.6. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi gruplara toplu bakış 147
BEŞİNCİ BÖLÜM 149
5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler 149
5.1. Sonuç 149
5.2. Tartışma 154
5.3. Öneriler 159
KAYNAKÇA 163
EKLER 172
ÖZGEÇMİŞ 176

Tablolar Listesi

Tablo Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Eğitimcilerin Modellemeyi Tercih Nedenler	13
2.2	Matematiksel Modelleme Perspektifleri	14
3.1	Katılımcıların Matematik Dersindeki Akademik Durumları	32
3.2	Araştırmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemleri ve Özellikler	43
3.3	Veri Toplama Süreçleri	53
3.4	Modelleme Basamakları Altında Belirlenen Kodlar	57
3.5	Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	57
3.6	Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Kriterleri	59
4.1	Ön Uygulama Aşamasında Öğrencilerin Karşılaştığı Zorluklar ve Bilişsel Süreçlerle İlişkisi	65
4.2	Ön Uygulama Sürecinde Yaşanan Zorlukların Nedenleri	72-73
4.3	Grup 1 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	78
4.4	Grup 2 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	82-83
4.5	Grup 3 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	87
4.6	Grup 4 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	91
4.7	Grup 5 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	95
4.8	Grupların Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemindeki Toplam Puanları	97
4.9	Grup 1 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	101
4.10	Grup 2 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	106-107
4.11	Grup 3 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	111
4.12	Grup 4 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	115
4.13	Grup 5 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli	118-119
4.14	Tüm Grupların Matematiksel Modelleme Süreçleri	120
4.15	Grup 1 Çözüm Süreci	124
4.16	Grup 2 Çözüm Süreci	130
4.17	Grup 3 Çözüm Süreci	136
4.18	Grup 4 Çözüm Süreci	142

4.19 Grup 5 Çözüm Süreci 146
4.20 Tüm Grupların Aldıkları Puanlar ve Elde Ettikleri Sonuçlar 148

Şekiller Listesi

Şekil Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Bilişsel Modelleme Perspektifine Göre Modelleme Döngüsü (Borromeo-Ferri, 2007, s. 266*)*	16
2.2	Problemi Anlama Süreci	18
2.3	Sadeleştirme Süreci	19
2.4	Matematikselleştirme Süreci	19
2.5	Matematiksel Olarak Çalışma Süreci	20
2.6	Yorumlama Süreci	20
2.7	Doğrulama Süreci	21
3.1	Normal Derslerdeki Sınıf Oturma Düzeni	34
3.2	Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Yapıldığı Derslerdeki Sınıf Oturma Düzeni	34
3.3	Araştırmacının Gözlem Notu	39
3.4	Öğrenci Çözüm Kâğıdı	42
3.5	Okulda Zaman Problemi	45
3.6	Obezite Problemi 1. Sayfa	46
3.7	Obezite Problemi 2. Sayfa	47
3.8	Elmalı Turta Problemi	48
3.9	Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi	50
3.10	Eskişehir'in Tarihi Bacaları Problemi	51
3.11	Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi	52
3.12	Veri Değerlendirme Akışı	61
4.1	Grup 1 Problemi Anlama ve Sadeleştirme	75
4.2	Grup 1 Matematikselleştirme	76
4.3	Grup 1 Matematiksel Olarak Çalışma	77
4.4	Grup 2 Problemi Anlama ve Sadeleştirme	79
4.5	Grup 2 Matematikselleştirme	79
4.6	Grup 2 Hatalı Model	81
4.7	Grup 2 Doğru Model	81
4.8	Grup 3 Problemi Anlama	83

4.9	Grup 3 Sadeleştirme	84
4.10	Grup 3 Matematikselleştirme-Matematiksel Olarak Çalışma	86
4.11	Grup 4 Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma	89
4.12	Grup 4 Revize Sonrası Matematikselleştirme	90
4.13	Grup 4 Sunum Fotoğrafı	90
4.14	Grup 5 Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma	93
4.15	Grup 5 Revize Sonrası Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma	94
4.16	Grup 1 Matematikselleştirme	99
4.17	Grup 1 Matematiksel Olarak Çalışma	100
4.18	Grup 2 Grup İçi Çalışma Süreci	103
4.19	Grup 2 Çözüm Kâğıdı	105
4.20	Grup 3 Problemi Anlama ve Sadeleştirme	107
4.21	Grup 3 Matematikselleştirme	108
4.22	Grup 3 Matematikselleştirme	108
4.23	Grup 3 Matematiksel Olarak Çalışma	110
4.24	Grup 4 Sadeleştirme	112
4.25	Grup 4 Sunum	114
4.26	Grup 4 Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma	114
4.27	Grup 5 Matematiksel Olarak Çalışma	117
4.28	Grup 1 Matematikselleştirme	122
4.29	Grup 1 Matematiksel Olarak Çalışma	123
4.30	Grup 2 Matematikselleştirme İlk Çözüm	126
4.31	Grup 2 Matematikselleştirme	127
4.32	Grup 2 Matematikselleştirme 2. Çözüm	128
4.33	Şekil 4.33. Grup 2 Matematiksel Olarak Çalışma-1	129
4.34	Grup 2 Matematiksel Olarak Çalışma-2	129
4.35	Grup 3 Matematikselleştirme-1	133
4.36	Grup 3 Matematikselleştirme-2	134
4.37	Grup 3 Matematiksel Olarak Çalışma	135
4.38	Grup 4 Matematikselleştirme-1	138
4.39	Grup 4 Matematikselleştirme-2	140
4.40	Grup 4 Matematiksel Olarak Çalışma-1	141

4.41	Grup 4 Matematiksel Olarak Çalışma-2	141
4.42	Grup 5 Matematikselleştirme	144
4.43	Grup 5 Matematiksel Olarak Çalışma-1	145
4.44	Grup 5 Matematiksel Olarak Çalışma-2	145

Özet

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözüm Süreçlerinin İncelenmesi

Aslıhan ÇOKSÖYLER

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Gülay BOZKURT

2020

Amaç: Bu çalışmada 6. sınıf öğrencilerini matematiksel modelleme problemleriyle tanıştırmak ve öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri bilişsel modelleme süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.

Yöntem: Modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan 6. sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterliliklerinin incelendiği bu çalışmada nitel araştırma yönteminden yararlanılmış ve durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırma Eskişehir merkezdeki bir devlet okulunda bulunan bir 6. sınıf şubesindeki öğrencilerin tamamıyla gerçekleşmiştir. Çalışma ön uygulama ve asıl uygulama olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır. Ön uygulama aşamasında öğrencileri matematiksel modelleme problemleriyle tanıştırabilmek için alanyazından elde edilen 3 adet matematiksel modelleme problemi sorulmuştur. Öğrenciler matematiksel modelleme problemlerini tanıdıktan sonra bilişsel modelleme döngüsü tanıtılmış ve araştırmanın asıl uygulama aşamasına geçilmiştir. Bu kısımda araştırmacı tarafından öğrencilerin matematiksel bilgileri ve sosyal çevreleri baz alınarak hazırlanmış 3 adet matematiksel modelleme problemi sorulmuştur. Ses ve kamera kaydı, gözlemci notları, çalışma kâğıtları aracılığıyla toplanan veriler, araştırmanın teorik çerçevesini oluşturan Borromeo-Ferri'nin bilişsel modelleme perspektifi altında incelenmiştir.

Bulgular: Araştırmanın ilk aşaması olan ön uygulama kısmında matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin zorlanmalarının nedenleri, hocam biz anlamadık! çıkmazı, ekstra bilgiye ihtiyaç duyma, problemi yeterince okumama, sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama, matematiksel ön bilgi eksikliği, doğrulama mekanizması olarak öğretmeni görme olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin ön uygulama sayesinde modelleme problemlerini tanımasıyla zamanla bu zorlukların azaldığı tespit edilmiştir. Araştırmanın ikinci aşaması olan asıl uygulama

kısmında tüm grupların 3 matematiksel modelleme problemindeki bilişsel modeleme yeterlilikleri incelenmiş ve süreç içerisinde bilişsel modelleme yeterliliklerinde gelişim yaşandığı, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini tanıması ve söz konusu problemlere alışmasıyla çözüm süreçlerini değerlendirmek için yapılan puanlama tablosundaki puanlarında artış olduğu görülmüştür.

Sonuç ve Öneriler: Araştırmanın ön uygulama aşamasında öğrencilerin özellikle problemi anlamama gibi 6 sebepten ötürü matematiksel modelleme problemlerinde zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte ön uygulamanın öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini tanımasına katkı sağladığı, araştırmacıyı ve öğrencileri asıl uygulama sürecine hazırladığı belirlenmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasını oluşturan asıl uygulama kısmında öğrencilerin modelleme problemlerini tanımasıyla birlikte süreçte ilerleme gösterdikleri görülmüştür. Ancak bilişsel modelleme döngüsünün son iki basamağı olan yorumlama ve doğrulama aşamalarının çözüm sürecinde ihmal edildiği belirlenmiştir. Matematiksel modelleme problemleriyle daha önce karşılaşmamış öğrencileri modelleme problemleriyle tanıştırmak ve sürece alıştırmak için ön uygulama yapılması, çözüm sürecinde rehberlik etmesi için modelleme döngüsünün tanıtılması, öğrencilerin modelleme döngüsünü takip etmelerini kolaylaştırmak adına yapılandırılmış çözüm kâğıtları hazırlanması, modelleme problemlerinde grup çalışması yapılması önerilmektedir.

Anahtar kelimeler: Matematiksel modelleme, Bilişsel modelleme perspektifi, Matematiksel modelleme döngüsü, 6. sınıf öğrencileri,

Abstract

An Investigation Into 6th Grade Students Solution Processes of Mathematical Modelling Problems

Aslıhan ÇOKSÖYLER

Eskisehir Osmangazi University Institute of Educational Sciences

Department of Educational Science

Advisor: Asst. Prof. Dr. Gülay BOZKURT

2020

Purpose: This study aims to introduce mathematical modelling problems to 6th grade students and explore their cognitive modelling processes which they present while solving mathematical modelling problems.

Method: In the study, which explores cognitive modelling capability of 6th grade students who encounter mathematical modelling problems for the first time, qualitative research methods are practiced and case study pattern is utilised. Research was performed in a school in the city centre of Eskişehir with a whole 6th grade class. Study consists of two stages as pre-practice and main-practice. At pre-practice stage, 3 mathematical modelling questions from literature were asked to students to introduce them to mathematical modelling problems. After students became familiar with mathematical modelling problems, the cognitive modelling cycle was introduced and study proceeded with the main-practice stage. At this stage the researcher asked the students 3 mathematical modelling problems based on their mathematical knowledge and social environments. The data gathered through audio and video recordings, researcher notes and study papers are analyzed under Borremeo Ferri's cognitive modelling perspective that built the theoretical framework of the research.

Results: At the pre-practice stage, which was the first part of the research, the reasons for the difficulties the students, who encounter mathematical modelling problems for the first time, experienced are defined as; "Teacher we couldn't understand!" dilemma, need for extra knowledge, not reading the problem sufficiently, not being able to write a verbal expression mathematically, lack of fundamental mathematical knowledge and positioning the teacher as the verifying mechanism. It was determined that the difficulties the students experience decreased owing to the familiarity with the modelling problems they got at the pre-practice stage. At the second

stage which is the main-practice part of the research; the cognitive modelling capability of all groups on 3 mathematical modelling problems was studied, and it was observed that their cognitive modelling capabilities developed through the process, and the students' knowing mathematical modelling problems and gaining familiarity with said problems resulted with increase of scores on the scoring table produced to assess their solution processes.

Conclusion and Suggestions: At the pre-practice stage; it is determined that students experience difficulties in solving mathematical modelling problems due to 6 reasons, especially not understanding the problem. At the same time, it is determined that the pre-practice stage contributed to identifying mathematical modelling problems of students and it has prepared the researcher and students for the main-practice process. It is observed that by identifying modelling problems students have made progress at the main-practice stage which forms the second part of the research. However it is identified that interpretation and verification steps, which constitute the last two steps of the cognitive modelling cycle, are ignored at the solving process. Performing pre-practice to introduce the modelling problems to the students who haven't encountered the mathematical modelling problems before and get them accustomed to the process, introducing the modelling cycle to guide them at the solving process, preparing structured solution papers to make following modelling cycle easy for students and performing group studies at modelling problems are suggested.

Keywords: Mathematical modelling, Cognitive modelling perspective, Mathematical modelling cycle, 6th grade students

BİRİNCİ BÖLÜM

1. Giriş

21. yüzyılda bir bireyin çağın bir öznesi olabilmesi için problem çözme, strateji geliştirme ve yaratıcı düşünme gibi özelliklere sahip olması beklenmektedir. Bunu gerçekleştirmenin bir parçası da günlük hayat problemlerini matematiksel olarak algılayabilmekten geçmektedir (Çepni, 2017, s. 7–12).

Matematik günlük yaşamda bazen doğrudan bazen dolaylı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yüzden matematik derslerini dizayn ederken günlük yaşam problemlerine yer verilmesi önemli görülmektedir (Bukova-Güzel, Hıdıroğlu, Kula-Ünver, Özaltun-Çelik ve Tekin-Dede, 2016, s. 3). Matematik eğitiminin amacı, matematiksel düşünme, problem çözme gibi becerilerin yanı sıra matematik ile gerçek yaşam arasındaki bağlantının fark edilmesinin sağlanması olarak belirlenmiştir (MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, 2009, s. 9). İlkokul ve ortaokulda matematik öğretiminin amaçlarından biri öğrencilerin sınıf dışındaki çeşitli bağlamlarda da matematiği kullanabilmelerini sağlamak olmalıdır (Blum, Galbraith ve Niss, 2007, s. 5). Bu sebeple, fen bilimleri, matematik, mühendislik, teknoloji gibi disiplinlerin birbirleriyle ilişkilendirildiği, günlük hayat problemlerine yer verilen matematik eğitimi önemli görülmeye başlanmıştır. PISA gibi uluslararası sınavlarda da matematiğin gerçek yaşamdaki kullanımına vurgu yapan sorular sorulmaktadır (Blum vd., 2007, s. 12). Ayrıca, günlük hayattan örneklerle matematik öğrenimi, öğrencilerde motivasyonu arttırmakta, hem matematiği hem de dünyayı daha iyi algılayabilmeyi sağlamakta böylece matematik, öğrenciler açısından daha anlaşılabilir olmaktadır (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009, s. 47).

İlköğretim matematik eğitimi müfredatında matematik öğretiminde gerçek hayat problemlerinin ve gerçek hayat olaylarının yer alması, bağ kurulması gerekliliği ülkemizde de daha fazla vurgulanmaktadır. Örneğin 2018 yılı MEB matematik dersi öğretim programında gerçek/günlük/gündelik hayat/yaşam ifadeleri vurgulanmakta ve neredeyse her kazanım başlığında bu ilişkinin altı çizilmektedir (MEB, 2018b, s. 4–76). Aynı şekilde MEB'in 2009 yılı İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda günlük yaşamda matematiği kullanabilme yetkinliğinin önemi birçok noktada vurgulanmaktadır (MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, 2009, s. 7–406).

“Günlük yaşamda, matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Değişen dünyamızda, matematiği anlayan ve matematik yapanlar, geleceğini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Değişimlerle birlikte matematiğin ve matematik eğitiminin belirlenen ihtiyaçlar doğrultusunda yeniden tanımlanması ve gözden geçirilmesi gerekmektedir.”(MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, 2009, s. 7)

Matematiğin günlük hayat ile ilişkilendirilmesinde matematiksel modellemeden yararlanıldığı ve problem çözmenin bir bileşeni olarak matematiksel modellemenin matematik müfredatının önemli bir parçası olduğu bilinmektedir (Berry, 2002, s. 212). Matematiksel modelleme, gerçek dünyaya ait olayları matematiksel temsillerle, analiz etme, tahmin yürütme, anlamlandırma süreci olarak tanımlanmaktadır (Garfunkel vd., 2016, s. 9).

Matematiksel modellemenin son 40-50 yıldır önemli bir araştırma alanı olmakla birlikte son 10 yılda hem niceliksel hem de niteliksel araştırmalara dayalı olarak yapılan çalışmalarla modellemenin nasıl öğretilebileceği ve öğrenilebileceği konusunda önemli ilerlemeler kaydedilmiştir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 13). Pek çok ülkenin öğretim programlarında, ders kitaplarında matematiksel modellemeye yer verildiği görülmektedir (Blum vd., 2007, s. 12). Matematiksel modellemenin, öğrencilerin matematiği günlük hayat ile ilişkilendirmelerini kolaylaştıracağı fikri, modellemenin öğretim programlarına girmesini sağlamıştır (Çepni, 2017, s. 6–7). Dünyadaki diğer ülkelerin öğretim programları ve ülkemiz öğretim programında son yıllarda yapılan değişiklikler incelendiğinde, öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin geliştirilmesi konusunun oldukça önemli olduğu görülmektedir. Örneğin Almanya'da matematiksel modellemeye ilgi 1980'lerden itibaren artmıştır (Borromeo-Ferri, 2018, s. 92) ve altı zorunlu matematik yetkinliğinden biri matematiksel modelleme olarak belirlenmiştir (Blum, 2011, s. 150). Ülkemizde de öğretim programlarında öğrencilerin sorgulama, keşfetme ilişkilendirme, genelleme becerilerinin geliştirilmesi ve matematiksel modellemenin önemine vurgu yapılmıştır (MEB, 2013, s. 4)

1.1. Problem Durumu

Problem çözme, matematik öğretim programında ayrı bir konu olarak ele alınmamalı, programın temelinde yer almalıdır (NCTM, 2000, s. 52). Ülkemizde de 2017 yılı Öğretim Programı'nda günlük hayattan problem çözmenin önemine değinerek,

öğrencilerin problem çözme sürecinde akıl yürütmeleri ve bunları açıklayabilmelerinin gerekliliğine vurgu yapılmaktadır (MEB, 2017, s. 6).

Problemler, öğrencilerin daha önceden karşılaştığı, çözüm yolunu bildiği ya da çözüm süreci ile ilgili bilgilendirmelerin yapıldığı türden değil, öğrencilerin ön bilgilerini kullandığı, birbiriyle ilişkilendirdiği, matematiksel fikirlerini ortaya çıkarmaya yarayan türden olması gerektiği belirtilmektedir (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 46). Ayrıca öğrencilerin problemi çözdükten sonra çözüm süreçlerini gerekçelendirmeleri ve doğrulamaları da oldukça önemli görülmektedir (Bay-Williams, Karp ve Walle, 2016, s. 53). Problem çözme ile ilgili yapılan bu tanımlamaların, matematiksel modellemenin felsefesine yakın olduğu anlaşılmaktadır. Matematiksel modelleme, tüm verilerin verildiği ya da sadece algoritmaların kullanıldığı "sahte bir gerçekçi problem" anlamına gelmemekte (Borromeo-Ferri, 2018, s. 53), öğrencilerin günlük hayat ile matematik arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olmaktadır. Ayrıca günümüz toplumlarında model kurmak, analiz etmek, eleştirel düşünmek oldukça önemli görülmektedir. Matematiksel modellemenin eğitimde kullanılmasıyla öğrencilerin bu gibi yeterliliklerinin gelişmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir (Kaiser, Sriraman, Blomhøj, Garcia, Andresen, Borromeo-Ferri, Burkhardt ve Canavarro, 2006, s. 84-85).

Matematiksel modelleme üzerine yurt dışında uzun yıllardır çalışmalar yapıldığı bilinmektedir. Ülkemizde de son yıllarda yapılan çalışmalarda artış olduğu görülmüştür (Aydın-Güç ve Baki, 2016; Bilgili ve Çiltaş, 2018; Hıdıroğlu ve Özkan-Hıdıroğlu, 2017; Tekin-Dede, 2017). Öğrencileri günlük yaşam problemlerine hazırlamak, modelleme yeterliklerini geliştirmek için derslerde matematiksel modelleme sorularına yer verilmesinin gerekli olduğu belirtilmekte ve yapılan çalışmalar derslerde modelleme etkinliklerine yer verilmesinin öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini geliştirdiğini, olaylara farklı açıdan bakmalarına yardımcı olduğunu ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinde etkili olduğunu göstermektedir (Aydın-Güç, 2015; Bakırcı, 2016; Çelikkol, 2016). Greer (1997, s. 4), çalışmasında kalıplaşmış kelime problemleri yerine matematiksel modelleme problemlerinin kullanılması gerekliliğini vurgulamaktadır. Öğrenciler matematiksel modelleme problemleriyle çalışırken gerçek hayat durumlarıyla karşılaşmakta ve bu sorunlara matematiksel çözümler bulmaya çalışmaktadırlar. Ayrıca soruların genellikle tek bir doğru çözüm yolunun ya da stratejisinin olmaması modelleme sorularının zenginliği olarak değerlendirilmektedir (Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2015, s. 180). Bunun yanı sıra matematiksel modelleme

etkinlikleri, öğrencilerin matematiği günlük yaşamda kullanabilmelerine olanak sağlamaktadır (Doruk ve Umay, 2011, s. 133).

Matematiksel modellemenin öğrencilere katkılarına dönük yapılan pek çok çalışma bulunmasına rağmen matematik öğretmenlerinin modellemeye derslerinde yeterince önem vermediği bilinmektedir (Blum, 2002 s.229-230).

Bu tartışmalar ışığında, bir matematik öğretmeni ve eğitim araştırmacısı olarak, bu çalışmada, altıncı sınıf öğrencilerine yönelik hazırlanan matematiksel modelleme problemleriyle öğrencileri, matematiksel modelleme sorularıyla tanıştırmak, işbirliğine dayalı grup çalışmaları yaptırarak öğrencilerin çözüm sürecindeki modelleme yeterliliklerini açığa çıkarmak, öğrencilerin matematiksel modellemede hangi aşamada olduklarını tespit edebilmek amaçlanmıştır. Çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlilikleri, Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsüne göre belirlenmiştir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Bahsedildiği gibi 21. yy dünyasında bilgiyi sadece bilen değil, kullanan, analiz eden, yorumlayan bireyler yetişmesi önemli görülmektedir. Buna karşı öğrencilerin okullarda öğrenmiş olduğu matematiği günlük hayata yansıtamadıkları düşünülmektedir (Bakırcı, 2016, s. 2). Matematiksel modellemenin en önemli özelliği günlük yaşam ile matematik arasında bağ kurması, günlük yaşam problemlerini matematik kullanarak çözmeyi sağlamasıdır. Bu bağlamda öğrencilerin geleneksel problemler yerine günlük yaşamdan gelen gerçek problemleri matematik kullanarak çözmesi, disiplinler arası çalışması, açık uçlu sorulara maruz kalması, çözümünü kontrol edebilmesi gibi yeterliliklerin matematiksel modelleme etkinlikleriyle geliştirileceği düşünülmektedir. 2012 yılından beri uygulanan matematik uygulamaları dersi içeriği incelendiğinde matematiksel modelleme sorularına müfredatta yer verildiği görülmektedir. Müfredatta modellemeye vurgular artsa da, Liselere Giriş Sınavı'nda (LGS) sorulan yeni nesil sorular adı verilen, gerçek hayat problemlerinde boş bırakma oranının oldukça yüksek olduğu belirlenmiştir. (MEB, 2018a, s. 36). Bunun yanı sıra, her üç yılda bir gerçekleşen, gerçek yaşam sorularına yer verilen ve matematiği günlük hayat probleminde kullanabilme becerisini ölçen PISA uygulamasının matematik alanındaki Türkiye sıralaması, 2018'de 79 ülke arasında 42. olarak belirlenmiştir (MEB, 2019, s. 58–63). Bu durum öğrencilerin gerçek hayat problemleri ve matematiksel modelleme problemlerinde henüz istenilen seviyede olmadığını göstermektedir. Ülkemizin 21.

yüzyıl gereklerine sahip bireyler yetiştirmesi ve eğitim felsefesinin bu yönde gelişebilmesi için matematiksel modellemeye derslerde daha çok yer verilmesi gerektiği görülmektedir. Ayrıca matematiksel modelleme problemleriyle çalışan öğrencilerin PISA matematik başarı düzeylerinin daha yüksek olduğu yapılan araştırmalarda tespit edilmiştir (Bakırcı, 2016, s. 108).

Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında çalışmaların çoğunun öğretmen adayları ile yürütüldüğü görülmektedir (Çiltaş, 2011; Hıdıroğlu, 2012; Korkmaz, 2014; Şen-Zeytun, 2013). Alan yazında öğretmen adaylarına yönelik yapılan pek çok matematiksel modelleme çalışması varken, ilkokul, ortaokul ve ortaöğretime yönelik daha az sayıda çalışma olduğu belirlenmiştir (Aztekin ve Taşpınar Şener, 2015, s. 154). Bu anlamda, bu çalışmanın ortaokul altıncı sınıf öğrencileriyle yürütülüyor olmasının ve nitel araştırma teknikleri kullanılarak derinlemesine analiz yapılacak olmasının alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra matematiksel modelleme teorilerinin gelişimi kadar bu teorilerin sınıf ortamında tutarlılığının değerlendirilmesinin de oldukça önemli olduğu söylenmektedir. (Blomhøj, 2008, s. 1). Özellikle geçmiş yıllarda ihmal edilen bilişsel modelleme, öğrencilerin ve öğretmenlerin zihinlerindeki modelleme sürecini anlayabilmek için çalışılması gereken bir yaklaşımdır (Borromeo-Ferri, 2018, s. 91). Bu yüzden, bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme süreçleri bilişsel modelleme döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006, s. 92) çerçevesinde sınıf ortamında incelenmiş, modelleme basamaklarında nasıl ilerledikleri, en çok zorlandıkları aşamaların neler olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel yeterliliklerini ortaya koyarak bu durumun derinlemesine incelemesinin alan yazına katkı sunacağı düşünülmektedir.

1.2.1. Araştırma problemi

Matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan 6. sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterlilikleri nelerdir?

Alt problemler;

1) Modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların sebepleri nelerdir?
2) Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerine ilişkin çözüm süreçlerindeki bilişsel becerileri nasıl gelişim göstermektedir?

1.3. Varsayımlar

1) Matematiksel modelleme sorularının çözümünde grup çalışması yapılacaktır. Bu sürece tüm grup üyelerinin aktif bir şekilde katılıp işbirliği yapacağı düşünülmektedir.
2) Çalışma boyunca yapılan modelleme etkinliklerinde öğrencilerin zihinlerindeki düşüncelerin, bilişsel modelleme becerilerinin ortaya çıkaracağı düşünülmektedir.
3) Öğrencilerin çalışma esnasında modelleme sorularını çözerken kendi performanslarını yansıtacakları düşünülmektedir.

1.4. Sınırlılıklar

1) Araştırma Eskişehir merkezde öğrenim gören merkez okuldaki bir altıncı sınıf ile sınırlıdır.
2) Araştırma süresi 2018-2019 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.
3) Araştırmada toplanan veriler, ses ve video kaydı, öğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacının tuttuğu gözlem notları ile sınırlıdır.

1.5. Tanımlar

Bilişsel Modelleme Perspektifi: Matematiksel modelleme problemlerinin çözümü esnasında bilişsel süreçlere odaklanan perspektiftir (Bukova-Güzel vd., 2016 s.16).

Durumun Zihinsel Temsili: Karmaşık bir modelleme problemi okuyan öğrencinin zihninde canlanan yapılardır (Borromeo-Ferri, 2018, s. 15).

Matematiksel Model: Matematiksel model herhangi bir durumu iki ya da daha fazla değişkenle matematiksel olarak ifade etmek bir olayı açıklamak için ilişkilerden ve işlemlerden yararlanmak olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Doerr, 2003, s. 10; Berry ve Houston, 1995, s. 1).

Matematiksel Modelleme: Matematiksel modelleme en genel anlamda gerçek hayat ile matematik arasındaki bağlantı olarak tanımlanmaktadır (Borromeo-Ferri, 2018 s.13).

Matematiksel Sonuç: Kullanılan matematiksel modele göre problemin cevabının elde edildiği aşamadır (Borromeo-Ferri, 2018, s. 16).

Problem: Problem ise matematiksel düşünmeyi hedefleyen, çözüm yolunun doğrudan bilinmediği bir durum olarak tanımlanmaktadır (Posamentier ve Krulik, 2016, s. 1–3).

1.6. Kısaltmalar

DISUM: Didaktische Interventionsformen für einen Selbständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten Unterricht am Beispiel Mathematik" (Didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self-regulation and directed by tasks).

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü)

PISA: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

İKİNCİ BÖLÜM

2. Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde, matematiksel model ve modelleme, modelleme perspektifleri ve özellikle araştırmanın kuramsal çerçevesi olan bilişsel modelleme perspektifi ayrıntılı olarak tanıtılmış ve matematiksel modelleme ile ilgili yapılan araştırmalara değinilmiştir.

2.1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme

Matematiksel model herhangi bir durumu iki ya da daha fazla değişkenle matematiksel olarak ifade etmek (Berry ve Houston., 1995, s. 1), bir olayı açıklamak için ilişkilerden ve işlemlerden yararlanmak olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Doerr., 2003, s. 10). Modeller öğrencilerin zihinlerinde oluşur ve denklem, grafik, diyagram, bilgisayar programlarıyla temsil edilir (Kapur, 1988, s. 2). Gerçek dünya probleminden yola çıkarak, bunu çözmek için gerçek dünya ile matematik arasında ilişki kurma ve gerçek dünyayı matematiğe bağlayan süreç matematiksel modelleme (Blum, 1993, s. 4), bu süreçte meydana gelen ürün ise matematiksel model olarak adlandırılmaktadır (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 9). Berry ve Houston'a (1995, s. 10) göre matematiksel modelleme, matematiksel olmayan bir gerçek hayat durumunun matematiksel hale getirilmesi, -burada yapılan varsayıma matematiksel model denilmektedir- matematiksel işlemler yaparak bir sonuca ulaşmak ve son olarak da elde edilen sonucu tekrar gerçek dünya ifadesine çevirme şeklinde üç adımdan oluşmaktadır.

2.2. Matematik Eğitiminde Modellemeyi Tercih Nedenleri

Eğitimcilerin matematik eğitiminde matematiksel modellemeyi tercih etmelerinin farklı gerekçeleri olduğu bilinmektedir. Blum (1993, s. 5–6), matematik eğitiminde modellemeyi tercih etmenin çeşitli nedenlerini Tablo 2.1'de görüldüğü gibi pragmatik, biçimlendirici, kültürel ve psikolojik gerekçe başlıkları altında incelemektedir.

Tablo 2.1

Eğitimcilerin Modellemeyi Tercih Nedenleri

Gerekçe	İçerik
1- Pragmatik gerekçe	Matematik eğitiminin öğrencilerin gerçek dünya problemlerini anlamalarına yardımcı olması
2- Biçimlendirici gerekçe	Öğrencilerin kazandığı genel nitelikler ve gelişen bakış açıları
3- Kültürel gerekçe	Matematiğin insanlık tarihindeki rolü ve modellemenin yeri
4- Psikolojik gerekçe	Öğrenci tutum ve motivasyonu

Pragmatik gerekçeye göre, matematik eğitimi öğrencilerin gerçek dünya problemlerini anlamalarına yardımcı olmalıdır. Bu modellemenin vazgeçilmezi olarak bilinmektedir. Biçimlendirici gerekçeye göre, matematik eğitimiyle öğrenciler problem çözme gibi genel nitelikler kazanır ve matematiksel modelleme problemlerinde deneyimi artan öğrenciler farklı bakış açıları geliştirebilirler. Matematik, bilimin, insanlık tarihinin ve kültürünün bir parçası olarak görülmektedir. Kültürel gerekçeyle matematiğin insanlık tarihindeki rolü matematiksel modelleme yoluyla anlatılabilir. Matematiksel modellemenin eğitimdeki öneminin psikolojik gerekçesi ise öğrenci tutum ve motivasyonuyla ilişkilendirilmektedir.

2.3. Matematiksel Modelleme Perspektifleri

Tüm dünyadaki çalışmalar incelendiğinde matematiksel modellemenin nasıl öğrenileceği ve nasıl öğretileceği konusunda kısmen bilgi sahibi olunduğu düşünülmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 13). Matematiksel modelleme ile ilgili teorik yaklaşımların, *Matematiksel Modellemeyi Öğrenme* ve *Matematiksel Modelleme ile Öğrenme* şeklinde iki ana başlıkta toplandığı görülmektedir (Erbaş vd., 2016, s. 540–563). 1960'lı yıllardan bu yana matematiksel modelleme ile ilgili yapılan araştırmalara bakıldığında, araştırmacıların benimsedikleri farklı felsefi paradigmaların matematiksel modellemenin öğrenilmesi ve öğretilmesinde farklı modelleme perspektiflerini doğurduğu anlaşılmkatadır (Blomhøj, 2008, s. 1–17). Matematik eğitiminde

modellemenin öğretilmesine yönelik ortaya çıkan bu farklı bakış açılarının, matematiksel modellemenin kuramsal yapısının sağlamlaşmasına katkı sağladığı düşünülmektedir (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 12). Tablo 2.2'de görüldüğü gibi altı başlıkta toplanabilecek bu bakış açıları etrafında yeni araştırmalar yapılmaktadır.

Tablo 2.2

Matematiksel Modelleme Perspektifleri

Perspektif	Amaç
Gerçekçi/Uygulamalı Modelleme	Gerçek yaşam problemlerine yaratıcı çözümler geliştirme
Eğitimsel Modelleme	Öğrenme süreçleri ve modelleme ile ilgili kavramları tanıtma
Epistomolojik/Teorik Modelleme	Yeni teorilerin geliştirilmesine katkı sağlanması
Sosyo-Eleştirel Modelleme	Sosyal problemlerin ele alınarak modellemede öğrencilerin eleştirel bir bakış açısı kazanmaları
Model Oluşturma Etkinlikleri Yaklaşımı	Öğrenci yorumlamasına dayalı olarak problem çözümünün sağlanması
Bilişsel Modelleme	Öğrencilerin modelleme süreçlerinde hangi bilişsel aşamada olduklarını belirleme

*Gerçekçi/Uygulamalı modelleme*de öğrencilerin öğrendiği matematik bilgisini gerçek yaşam problemlerini çözebilmek için kullanmaları amaçlanmaktadır. *Epistomolojik/ Teorik modelleme* bakış açısı *Gerçekçi/Uygulamalı modelleme* perspektifine benzemektedir. İlk perspektiften farklı olarak gerçek hayat durumlarından matematik öğretimi için daha genel teorilerin geliştirilmesini amaçlamaktadır. *Eğitimsel modelleme* perspektifinde, matematik öğretimi amaçlanır ve öğrencilerin yaparak yaşayarak keşfederek, bilgiyi yapılandırmaları sağlanır. *Model oluşturma etkinlikleri*

yaklaşımıyla, öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri sayesinde kavramsal öğrenmelerini sağlamak istenmektedir. *Sosyo-eleştirel modelleme* perspektifinde ise ekonomi, sağlık, çevre problemleri gibi ülkelerin işleyişine yönelik sosyal problemler ele alınmakta, öğrencilerin eleştirel bir bakış açısı geliştirmeleri ve varsayımda bulunmaları amaçlanmaktadır. Bu perspektifin özellikle Latin Amerika ülkelerinde geliştiği bilinmektedir (Barbosa, 2006, s. 133–155). *Bilişsel modelleme perspektifinde* amaç öğrencilerin modelleme sürecinde hangi bilişsel aşamada olduğunu belirlemek ve böylece öğrencilerin kendi modelleme süreçlerindeki engelleri aşmalarına yardımcı olacak eğitimsel önlemleri almaktır. Bu bakış açısı ile matematiksel modelleme yeterliliğinin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Çeşitli araştırmalar dikkate alındığında bilişsel modelleme perspektifinde Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226), bilişsel modelleme döngüsünün yaygın olarak kullanıldığı bilinmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 18; Bukova-Güzel vd., 2016, s. 12–16; Gürbüz ve Doğan, 2018, s. 21–24; Ural, 2018, s. 16–20).

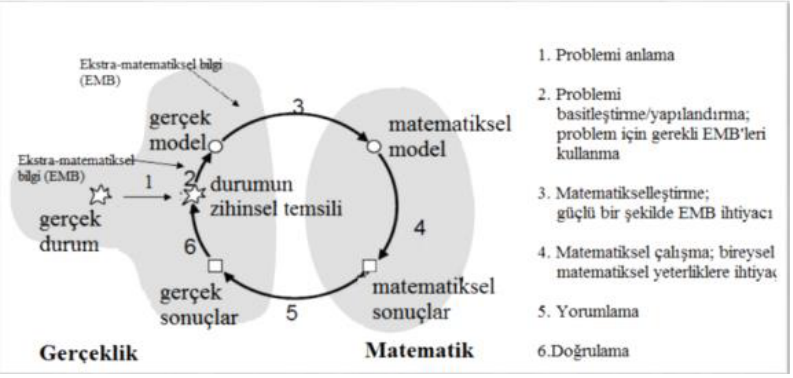
Bilişsel perspektifle modelleme sürecinde öğrencilerin zihinlerinde neler canlandığı, yaşanan zorlukların modelleme döngüsünün hangi aşamasından kaynaklandığı analiz edilmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 20). Öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken nasıl düşündükleri ve hangi aşamalarda zorluk yaşadıklarının belirlenmesinin modellemeyi öğrenebilmeleri için gerekli olduğu düşünüldüğünden (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 13) bu çalışmada bilişsel modelleme perspektifinden yararlanılmıştır. Böylece geleneksel problemlerden pek çok yönden farklı olan matematiksel modelleme problemlerini çözüm sürecinde öğrencilerin zihinlerinde oluşan durumları anlamak ve nasıl düşündüklerini ve nerelerde zorlandıklarını belirlemek mümkün olmuştur. Modelleme sürecinde karşılarına çıkan engellerin hangi bilişsel basamakla ilgili olduğu tespit edilebilmiş ve bu engelleri aşabilmeleri için öğrencilere rehberlik edilmiştir. Bu süreci ayrıntılı ve açık bir şekilde ele aldığı bilinen Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü kuramsal çerçeve olarak benimsenmiştir. Özellikle durumun zihinsel gösterimi vurgusuyla bilişsel süreçlere odaklanan bu döngünün, hem araştırmacıya tespit ve geri bildirim imkanı vermesi hem de öğrencilere çözüm sürecinde rehberlik etmesi açısından uygun olduğu düşünülmüştür.

2.3.1. Bilişsel modelleme perspektifi

Bu çalışmanın kuramsal çerçevesini oluşturan bilişsel modelleme perspektifi, son yıllarda çalışılmaya başlanan ve modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin, bilişsel süreçlerine odaklanan bir bakış açısıdır (Ural, 2018, s. 20). Bilişsel modelleme perspektifinde, öğrenciler modelleme problemleri üzerinde çalışırken, bilişsel açıdan ortaya çıkan unsurlar -problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama, doğrulama- üzerine odaklanılır. Böylece öğrencilerin bilişsel süreçleri ve zorlandıkları aşamalar belirlenerek, eğitim sürecinde bu zorluğun aşılması için önlemler alınabilir (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 16).

Bilişsel modelleme perspektifinde diğer perspektiflerden farklı olarak durum modeli, matematiksel modelleme döngüsüne dahil edilmiştir. Durum modeli, modelleme problemindeki gerçek yaşam durumundan problemi anlama aşamasına geçişi temsil etmekte ve bilişsel modelleme perspektifini diğer perspektiflerden ayıran önemli bir adım olarak görülmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 24). Durum modelini ilk olarak Blum ve Leiß (2007, s. 222–237) matematiksel modelleme döngüsüne dahil etmişler ve bu adımın oldukça önemli olduğunu vurgulamışlardır. Borromeo-Ferri (2007, s. 226) ise durum modeli yerine durumun zihinsel gösterimi (mental representation of the situation MRS) terimini kullanmıştır. Karmaşık modelleme problemlerini okuyan öğrencilerin zihinlerinde oluşan tabloyu açığa çıkarmak isteyen bilişsel modelleme yaklaşımı için bu terimin daha uygun olduğu belirtmiştir. Durum modeli ve durumun zihinsel gösterimi yoluyla modelleme problemlerini bilişsel açıdan ele almak mümkün olmuştur (Vorhölter, Greefrath, Ferri ve Schukajlow, 2019, s. 104)

Borromeo-Ferri'ye (2007, s. 226) göre bilişsel modelleme döngüsü Şekil 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2.1. *Bilişsel Modelleme Perspektifine Göre Modelleme Döngüsü* (Borromeo-Ferri, 2007, s. 266)

Bilişsel modelleme döngüsünde gerçekleşen adımlar aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır (Borromeo-Ferri, 2018, s. 15–17).

- Gerçek Durum, problemin resim, metin vb. ile temsil edilmesidir.
- Durumun Zihinsel Temsili, verilen problem karşısında bireyin zihninde oluşan yapılar olarak ifade edilmektedir. Dolayısıyla oldukça bireyseldir. İki kısımdan oluşur. Bunlar; bireyin kendi deneyimden yola çıkarak düşündükleri ve verilen görevden ne anladığıdır.
- Gerçek Model, zihinde oluşan yapıların basitleştirilmesi ve yapılandırılmasıdır. Problemi çözebilmek bir sonraki basamağa geçebilmek için gerçek durum hakkında varsayımlarda bulunmak ve basitleştirmek önemlidir.
- Ekstra Matematik Bilgisi, matematiksel modelleme sorularını çözmek için gerekli olan tüm bilgiler soruda verilmemektedir. Modelleme sorularını çözebilmek için ekstra matematik bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. Gerçek model ve matematiksel model arasındaki geçişi sağlayan bu ekstra matematik bilgisi kişinin kendi deneyimlerinden elde edilebilir ya da bilgiyi nasıl elde edeceklerini öğrenmeleri gerekmektedir. Ekstra matematik bilgisinin modelleme sürecini öğrenciler için ilgi çekici hale getirdiği düşünülmektedir.
- Matematiksel Model, gerçek bir problemin çözümü için gerçek model ve matematiksel bilginin kullanılmasıyla elde edilen model olarak tanımlanmaktadır. Çözüm sürecinde birden fazla matematiksel model olabilmektedir.
- Matematiksel Sonuç, kullanılan matematiksel modellere göre problemin cevabının elde edildiği aşama olarak tanımlanmaktadır.
- Gerçek Sonuç, genellikle öğrencilerin modelleme sürecini matematiksel sonuçları elde ettikten sonra durdurdukları bilinmektedir. Çünkü geleneksel problemlerden bildikleri budur. Ancak matematiksel modelleme farklıdır. Burada öğrencilerin çözümlerini gerçek sonuçlara göre doğrulamaları beklenmektedir. Öğrencilerin sürecin başında belli varsayımlarda bulunarak ve matematiksel bilgilerini kullanarak elde ettikleri matematiksel sonuçları sorgulamaları oldukça önemli görülmektedir.

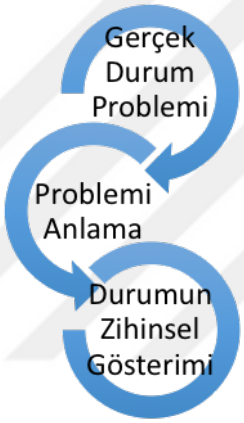
Borromeo-Ferri'ye (2007, s. 226) göre matematiksel modelleme sürecinde beklenen bilişsel davranışlar şu şekildedir:

1. Problemi anlama
2. Sadeleştirme
3. Matematikselleştirme

4. Matematiksel olarak çalışma
5. Yorumlama
6. Doğrulama

2.3.1.1. Problemi anlama

Modelleme problemlerinin ilk aşaması olan problemi anlama, öğrencilerin problem durumunda bahsedilen gerçek durumu anlamlandırmaları ve problemle ilgili zihinlerinde bir yapı oluşturmaları gereken aşamadır. Bilişsel modelleme döngüsünde gerçek yaşam durumunun zihinde bir temsilinin oluşması problemi anlama aşaması olarak görülmektedir.Şekil 2.2'de Borromeo-Ferri'nin bilişsel modelleme döngüsünden esinlenerek problemi anlama süreci şematik olarak gösterilmiştir.

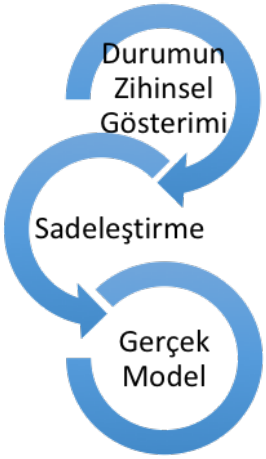


Şekil 2.2. *Problemi Anlama Süreci*

Bu kısımda öğrencilerin problemi anlamak için neler yaptıkları, problem durumuyla ilgili zihinlerinde neler oluştuğu ve problemi anlayıp anlamadıkları üzerine bir sorgulamaya gidilmektedir.

2.3.1.2. Sadeleştirme

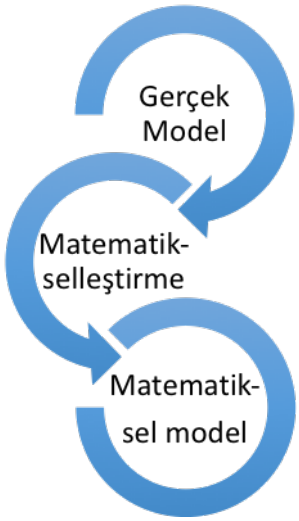
Bu aşamada öğrencilerin çözüm için ihtiyaç duyulan bilgileri ayırt etmesi, eğer gerekli ise kendi yaşam deneyimlerinden yararlanarak eksik bilgileri tamamlaması beklenmektedir. Bunun içinde problemi anlama aşaması yani gerçek yaşam durumunun zihinde temsili ön koşul olarak bilinmektedir. Şekil 2.3'te Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsünden hareketle sadeleştirme süreci şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.3. *Sadeleştirme Süreci*

2.3.1.3. Matematikselleştirme

Problemin çözümüyle ilgili sözel olarak ifade edilen varsayımların, düşüncelerin matematik diline çevrildiği basamak matematikselleştirme olarak adlandırılmaktadır. Bu aşamada öğrencilerin düşündüklerini matematiksel ifadeler, semboller, çizimler ile ortaya koyması beklenmektedir. Şekil 2.4'te Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsünden hareketle matematikselleştirme süreci şematik olarak gösterilmiştir.

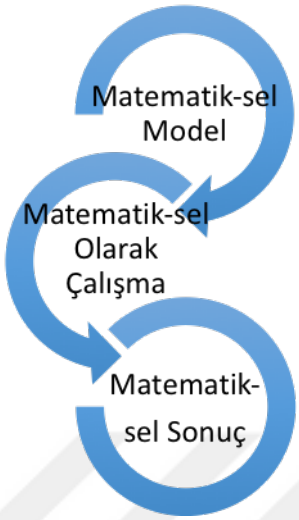


Şekil 2.4. *Matematikselleştirme Süreci*

2.3.1.4. Matematiksel olarak çalışma

Modelleme basamağının bu aşamasında öğrencilerin, çözüm için oluşturdukları matematiksel model üzerinde çalışmaları, matematiksel işlemler yaparak bir sonuç

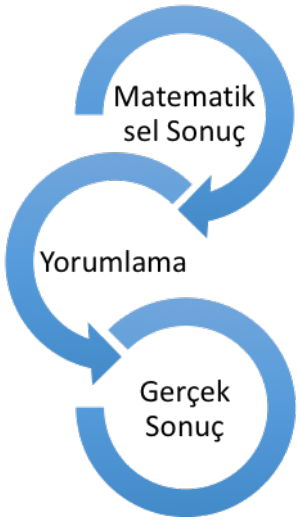
bulmaları gerekmektedir. Şekil 2.5'de Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsünden hareketle matematiksel olarak çalışma süreci şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.5. *Matematiksel Olarak Çalışma Süreci*

2.3.1.5. Yorumlama

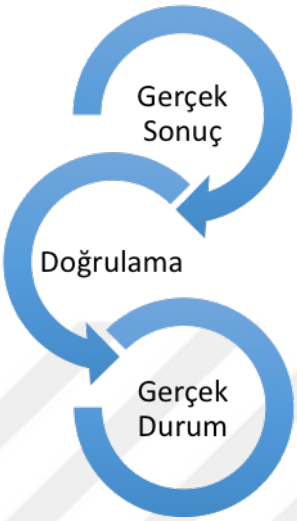
Modellemenin yorumlama basamağında bulunan sonuçların gerçek hayat ile tutarlı olup olmadığının kontrol edilmesi gereken aşamadır. Şekil 2.6'da Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsünden hareketle yorumlama süreci şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.6. *Yorumlama Süreci*

2.3.1.6. Doğrulama

Modellemenin son aşaması olan doğrulama basamağında öğrencilerin elde ettikleri sonuçları hem işlemsel olarak hem de gerçek hayatı baz alarak kontrol etmeleri gerekmektedir. Şekil 2.7'de Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsünden hareketle doğrulama süreci şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.7. *Doğrulama Süreci*

Matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecindeki bilişsel eylemlere odaklanan bilişsel perspektifle araştırmacıların modellemede karşılaşılan zorlukları ve bunların bilişsel nedenlerini belirleyebilmeleri mümkün olmuştur. Bilişsel modelleme döngüsü öğretmenler için tanı aracıyken öğrenciler için problem çözümünde rehberlik aracı olarak çalışmaktadır. Bu süreçte öğretmenlerin, öğrencilerin bilişsel engellerini aşabilmelerine rehberlik edebilmeleri için, bilişsel modelleme döngüsündeki ilerleyişlerinin hangi basamaklarla ilgili olduğunu ayırt edebilmeleri gerekmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 25).

2.4. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde matematiksel modelleme ile ilgili araştırmalar, matematiksel modelleme sürecini inceleyen araştırmalar, matematiksel modelleme yoluyla öğrenmeyi inceleyen araştırmalar ve matematiksel modellemenin etkilerini inceleyen araştırmalar başlıkları altında gruplandırılarak incelenmiştir.

2.4.1. Matematiksel modelleme sürecini inceleyen araştırmalar

Bu çalışmada, bilişsel modelleme döngüsü altında öğrencilerin modelleme süreçleri incelenmektedir. Alanyazın incelendiğinde, farklı perspektifler ve modelleme döngüleri altında öğrencilerin modelleme süreçlerine odaklanan çalışmalar olduğu belirlenmiştir.

İnan (2018, s. 37–156) 7. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği, öğrencilerin modelleme süreçlerini incelediği tez çalışmasında, nitel araştırma yönteminden ve durum çalışmasından yararlanmıştır. Daha önce modelleme problemleriyle karşılaşmamış öğrencilerle yürütülen çalışmada ilk önce üç tane PISA sorusu yardımıyla öğrenciler modelleme problemleriyle tanıştırılmıştır. Bu ön uygulamadan sonra öğrenciler üçer kişilik sekiz gruba ayrılmışlar ve bu gruplardan 2 tanesi amaçlı örneklem yöntemiyle odak grup olarak seçilmiştir. Odak gruplardaki öğrencilerin matematik dersinde başarılı olmaları, kendilerini ifade edebilmeleri, çalışmaya gönüllü olarak katılmaları gibi kriterler dikkate alınmıştır. Araştırmanın devamında öğrenciler alan yazından elde edilen 5 tane günlük hayat problemiyle çalışmışlar, elde ettikleri sonuçları sınıf ortamında paylaşmışlar ve farklı çözüm yolları üzerine araştırmacının da dahil olduğu bir tartışma süreci yürütmüşlerdir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre, matematiksel modelleme deneyimi olmayan öğrencilerin doğrudan matematiksel olarak çalışmaya yoğunlaştıkları, çözümün kontrolü için ise işlemsel hataları dikkate aldıkları ortaya çıkmıştır. Bunların yanı sıra, matematiksel modelleme sürecinin anlama, analiz etme, eleştirel düşünme gibi becerilere katkı sağladığı da belirlenmiştir.

Ortaöğretim öğrencilerine modelleme problemleri sorarak çözüm yaklaşımlarını inceleyen Çakan (2019, s. 110–112), öğrencilerin gerçek hayat problemlerini anlamakta, problemde verilenleri matematik kullanarak ifade etmekte ve bunun sonucunda bir model oluşturmakta, oluşturulan bu modelin gerçek hayatla tutarlılığını kontrol etmekte zorluk yaşadıklarını söylemiştir. Ayrıca Çakan, öğrencilerin modelleme sorularında zorluk yaşamalarının sebebini ise modelleme sorularının daha önce karşılaştıkları problem tarzından farklı olmasına bağlamıştır. Araştırmasına katılan öğretmenlerle yaptığı görüşmelerde, öğrencilerin en çok problemi anlama sürecinde zorluk yaşadığı ortaya çıkmıştır.

Hıdıroğlu, Tekin-Dede, Kula ve Bukova-Güzel (2014, s. 12–13) 10 ortaookul öğrencisiyle gerçekleştirdikleri çalışmalarında öğrencilerin *Kuyruklu Yıldız Problemi*'ne ilişkin çözümlerini incelemişlerdir. Yedi basamaklı matematiksel modelleme sürecinin dikkate alındığı araştırmada modelleme basamaklarında ilerledikçe öğrencilerin

zorlandığı, problemi anlama aşamasında yaşanan sıkıntıların doğal olarak diğer basamakları da etkilediği, değişkenleri belirleme ve bu değişkenleri kullanma konusunda da zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte matematikselleştirme aşamasında zorlanmalarının sebebi ise disiplinler arası ilişki kurmaya yönelik eğitim almamalarına bağlanmıştır. Ayrıca matematiksel bilgi eksikliklerinin de model kurma konusunda sıkıntı yaşamalarına sebep olduğu ortaya çıkarılmıştır. Yorumlama basamağının çoğu zaman eksik bırakılmasının sebebi ise, öğrencilerin sonuç odaklı bir problem çözme sürecine alışkın olmalarıyla ilişkilendirilmiştir. Yorumlama ve doğrulama basamaklarının modelleme sürecinde oldukça önemli olduğu ve öğrencilerin bu basamaklardaki yeterliliklerini geliştirmek üzere çalışmalar yapılması gerektiği vurgulanmıştır.

Yıldırım (2019, s. 56–57) öğrencilerin bilişsel modelleme süreçlerini incelediği tez çalışmasında, modelleme sürecinin yapılandırmacı eğitim felsefesine paralel olarak bilgiyi inşa etmeye katkı sağladığını belirtirken, öğrencilerin varsayımda bulunma ve modelin gerçek hayatla tutarlılığını değerlendirme basamağında yetersiz kaldığını söylemiştir.

Kocayayla (2019, s. 181), 7. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmasında, matematiksel modelleme problemleriyle ilk defa karşılaşan öğrencilerin ilk başta zorluk yaşadıklarını ancak etkinlikler ilerledikçe bu durumun ortadan kalktığını belirlemiştir. Öğrencilerle yürütülen çalışmalar sonrasında, geometri ve uzamsal muhakemenin geliştiğini, modelleme yeterliliklerinin arttığını ve grupla çalışmanın tüm bu süreci destekleyerek öğrencileri motive ettiğini söylemiştir.

Tekin-Dede ve Yılmaz (2015, s. 58) 6. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği, 12 etkinlikten oluşan eylem araştırmasında öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliliklerinin nasıl geliştirilebileceğini incelemiştir. İlk etkinliklerde öğrencilere modelleme problemlerini tanıtmayı amaçlamış, daha sonra da öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliklerinin gelişimi için eylem planları yapmıştır. Süreç içerisinde öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliliklerinin geliştiğini raporlamıştır.

Tekin-Dede ve Yılmaz (2013, s. 185–201), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla gerçekleştirdikleri 9 hafta süren, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini inceledikleri çalışmalarında, katılımcıların yorumlama yeterliliği hariç diğer tüm yeterlilikleri sergilediklerini belirlemişlerdir. Katılımcılar, matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışırken gerekli bilgiyi ayırt etmişler, değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyerek düzenlemişler, matematiksel model

oluşturmuşlar, bu model üzerinde matematiksel işlemler yapmışlar ve elde ettikleri sonuçları doğrulamışlardır. Ancak çözümün gerçek hayatla tutarlılığını sorgulamadıkları yani yorumlama yeterliliğini eksik bıraktıkları belirlenmiştir.

English (2010, s. 207–214), bir sınıftaki öğrenciler ve öğretmenleriyle birlikte 3 yıl boyunca yürüttüğü boylamsal çalışmasının ikinci yılında öğrenciler 6. sınıftayken, problem çözümü için uygun kararlar aldıklarını ve kendi kendilerine bağımsız olarak model inşa ettiklerini belirtmiştir. Öğrencilerin akıl yürütme, argüman ortaya koyma gibi üst bilişsel özellikler de sergiledikleri çalışmada elde edilen bulgular arasındadır.

Didiş Kabar ve İnan (2018, s. 359–361) daha önce matematiksel modelleme problemriyle karşılaşmamış 7. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdikleri araştırmada öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerine ve geliştirdikleri modellere odaklanmışlardır. 2 grubun katılımıyla gerçekleşen çalışmada Grup 1 ve Grup 2'deki öğrencilerin gerçek yaşam problem durumunu matematikselleştirdikleri belirlenmiştir. İki grupta bulunan öğrencilerin karmaşık bir matematiksel modelleme problemi karşısında işbirliği ile çalıştıkları, sistematik bir şekilde matematiksel düşünme biçimi ortaya koydukları ve başarılı modeller ürettikleri görülmüştür. Ancak gerçek yaşam deneyimleri üzerinden varsayımda bulunmadıkları, çözüm sürecinde tartışmalarının zayıf kaldığı, genellikle grup içindeki daha çalışkan öğrencinin fikri üzerinden ilerledikleri belirlenmiştir.

Şahin ve Eraslan (2017, s. 27–45) ortaokul öğrencilerinin bilişsel yeterliliklerini inceledikleri çalışmalarının ön uygulama sürecinde 6 adet modelleme problemi sormuşlardır. Ön uygulama sürecinin ardından sınıftan amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen bir gruba *Okul Yarışması Problemi* sorulmuştur. Öğrencilerin gerçek hayat problemini anlama, gerçeğe dayalı bir model oluşturma yeterliliklerini gerçekleştirdikleri ve gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliliği kapsamında genel olarak başarılı oldukları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, oluşturdukları model üzerinde matematiksel işlem yaptıkları ve elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamla tutarlılığını sorguladıkları görülmüştür.

Dinç (2020, s. 107) 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliliklerini ve epistomolojik inançlarını incelediği tez çalışmasında, öğrencilerin problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarının tamamında gelişim gösterdiklerini belirlemiştir. En çok gelişim gösterilen basamakların problemi anlama ve matematiksel

olarak çalışma, en az gelişim gösterilen basamakların ise, yorumlama ve doğrulama olduğu tespit edilmiştir.

2.4.2. Matematiksel modelleme yoluyla öğrenmeyi inceleyen araştırmalar

Eğitimde matematiksel modellemeyi kullanmanın iki amacı olduğu bilinmektedir. Bunlar matematiksel modellemeyi öğrenme ve matematiksel modelleme ile öğrenmedir (Kertil, Cetinkaya, Erbaş ve Çakıroğlu, 2016, s. 540). Bu bölümde matematiksel modelleme ile öğrenmeyi amaçlayan çalışmalara örnekler verilecektir.

Yüzdeler öğretiminde matematiksel modellemeden yararlanan Kayan (2019, s. 60–61), matematiksel modelleme etkinlikleriyle yüzdeler öğretiminin öğrencilerin başarısına ve matematiği gerçek hayatla ilişkilendirmelerine etkisini incelediği deney ve kontrol gruplu çalışmasında, deney grubundaki öğrencilerin matematiği günlük hayatla ilişkilendirmelerinin kontrol grubuna göre daha iyi olduğu, modelleme etkinlikleri sayesinde grup çalışması ve iletişimin geliştiği, daha özgün sonuçlar buldukları ve konunun öğretimiyle ilgili daha olumlu görüşleri olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Oran orantı konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretilmesinin akademik başarıya ve kalıcılığa etkisini araştıran Pazarcı-Çelenk (2019, s. 109–112) gerçekleştirdiği deney ve kontrol gruplu çalışmasında, deney grubuna modelleme yoluyla öğretim, kontrol grubuna geleneksel yolla öğretim yapmış, öğretim tamamlandıktan sonra yapılan testlerde, deney grubundaki öğrencilerin akademik olarak kontrol grubundaki öğrencilerden daha iyi olduğunu belirlemiştir. Bunun yanı sıra deney grubundaki öğrenciler modelleme etkinlikleri yoluyla öğretimin daha eğlenceli olduğunu, öğretmenler ise modelleme etkinliklerinin başarıya ve kalıcılığı olumlu yönde etkisi olduğunu söylemişlerdir.

Çavuş-Erdem (2018, s. 209–214) matematiksel modellemenin alan ölçmeye etkisini araştırdığı tez çalışmasında öğrencilerin matematiksel bilgilerinin ve modelleme yeterliliklerinin süreç içerisinde geliştiğini söylemiştir. Çalışmanın başlarında matematiksel bilgi eksikliğinin modelleme etkinlikleri üzerinde çalışmayı zorlaştırdığını hatta sadeleştirme yorumlama ve doğrulama basamaklarında zorluklar yaşandığını ancak zaman içerisinde öğrencilerin matematiksel bilgileriyle orantılı olarak modelleme yeterliliklerinin de geliştiğini tespit etmiştir. Bununla birlikte matematiksel modelleme etkinlikleri sayesinde hatalı öğrenmelerin düzeltilmesinin de sağlandığını rapor etmiştir.

2.4.3. Matematiksel modellemenin etkilerini inceleyen araştırmalar

Bu kısımda matematiksel modelleme etkinliklerinin, çeşitli değişkenler üzerindeki etkisini inceleyen araştırmalara örnekler verilmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin üst bilişsel düşünmeye ve problem çözme becerisine etkisini inceleyen Mengi (2019, s. 110), öğrencilerin muhakeme yapma, yargılama, doğrulama gibi becerilerinin ve problem çözme stratejilerinin modelleme etkinlikleriyle çalıştıktan sonra geliştiğini belirtmiştir.

Akyol ve Polat (2019, s. 101–129) modelleme problemiyle çalışan öğrencilerin bilişsel araç kullanımının karmaşık, yaratıcı, kritik düşünme becerilerine etkilerini inceledikleri çalışmalarında, bilişsel araçlarla çalışan öğrencilerin geleneksel yöntemle çalışan öğrencilere göre süreçte daha iyi olduklarını tespit etmişlerdir.

Üstün yetenekli öğrencilerle çalışan Şengil (2017, s. 210) modelleme etkinliklerinin yaratıcılığına etkisini incelediği tez çalışmasında, modellemenin öğrencilerin yaratıcılığını ortaya çıkardığını, grup çalışmasıyla yaratıcı ürünler ortaya koyduklarını söylemiştir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin, matematiğe karşı tutuma ve öğrenmenin kalıcılığına etkisini inceleyen Delikanlı (2019, s. 83–84), modelleme etkinliklerinin matematiğe karşı tutumu olumlu yönde etkilediğini ve öğrenmenin kalıcı olmasını sağladığını söylemiştir.

Alkan (2019, s. 102) modelleme etkinliklerinin okuduğunu anlama becerisine etkisini incelemiş, modelleme etkinlikleriyle çalışan öğrencilerin okuduğunu anlama puanlarının arttığını, problemden ne anladıklarını ifade etmenin, varsayımda bulunmanın bunda etkili olduğunu dile getirmiştir.

Akademik olarak iyi düzeydeki 6. ve 7. sınıf öğrencileriyle Gerçekçi Matematik Eğitimi perspektifine göre hazırlanmış modelleme sorularıyla yaptığı çalışmasında Sönmez (2019, s. 754–755), öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleşmesini incelemiş, modelleme problemlerinin ilişkisel öğrenmeyi desteklediğini söylemiştir. Modelleme etkinliklerinin grup şeklinde yürütülmesinin öğrencilerin kendi başlarınayken kurmakta zorlandıkları ilişkileri görebilmesini kolaylaştırdığını ve böylece yatay ve dikey matematikselleştirmenin geliştiğini vurgulamıştır.

2.4.4. Çalışmanın literatüre katkısı

Matematiksel modelleme bağlamında yapılan çalışmalar incelendiğinde bu çalışmanın;

- Matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin karşılaştığı zorlukları ele alması,
- Ortaokul öğrencileriyle çalışılması,
- Kuramsal çerçeve olarak bilişsel modelleme perspektifi kullanılması ve öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliliklerinin incelenmesi,
- Bilişsel modelleme perspektifinin sınıf ortamında incelenmesine bir örnek oluşturması bakımından literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu katkıları daha detaylı olarak açıklamak gerekirse, araştırmanın ön uygulama aşamasında öğrenciler matematiksel modelleme problemleriyle tanıştırılmış ve bu süreçte karşılaştıkları zorlukların nedenleri saptanmıştır. Bu sayede derslerinde matematiksel modellemeyi kullanacak uygulayıcılara, ilk süreçte yaşanabilecek zorlukların nedenleriyle ilgili bir fikir vermektedir.

Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde daha çok öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalar olduğu bilinmektedir (Aztekin vd., 2015, s. 154). Matematiksel modellemenin okul öncesinden yüksek öğretime kadar her yaş grubunda çalışılmasının gerekli olduğu bilinmekte (Lesh ve Doerr, 2003, s. 3–33) ve özellikle erken yaş gruplarında uygulandığında hem bilişsel hem duyuşsal açıdan öğrencilerin gelişimini desteklediği belirtilmektedir (English, 2006, s. 303–323). Bu anlamda altıncı sınıf öğrencileriyle yürütülen bu çalışma, ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlilikleri ile ilgili bir örnek oluşturmaktadır. Bununla birlikte PISA gibi uluslararası sınavlar, 15 yaş grubundaki öğrencilere uygulanmaktadır ve bu sınavlarda öğrencilerin matematiği günlük hayatta kullanabilmesine vurgu yapan problemler sorulmaktadır (MEB, 2019, s. 58). Bu bağlamda matematik ile günlük hayat arasında bağlantı kuran matematiksel modelleme problemlerinin ortaokul öğrencileriyle çalışılması önemli görülmektedir.

Araştırmanın kuramsal çerçevesi olan bilişsel modelleme perspektifinin geçmiş yıllarda ihmal edildiği bilinmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 91). Öğrencilerin ve öğretmenlerin zihinlerinde oluşan modelleme sürecini anlayabilmek ve bu süreçte yaşanan zorlukları aşabilmek bilişsel perspektifle mümkün olmaktadır. Bununla birlikte modelleme sürecinde öğrencilerin zihinlerinde neler canlandığı, yaşanan zorlukların modelleme döngüsünün hangi aşamasından kaynaklandığı analiz edilmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 20). Teorik çerçeve kapsamında bilişsel modelleme döngüsü altında öğrencilerin çözüm süreçlerine odaklanılarak, ilk olarak hangi durumların bu

süreçte zorluk yaşamalarına neden olduğu incelenmiştir. Yaşanan bu zorluklar bilişsel modelleme döngüsüyle ilişkilendirilmiş ve böylece öğrencilerin modellemeyi öğrenmelerinin önündeki engeller belirlenmiştir. Bu durumun modelleme etkinliklerini ilk kez deneyimleyecek araştırmacılara bir fikir sunacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin ilk aşamada yaşadıkları bu zorluklar çalışmanın devamına da katkı sağlamış ve yön vermiştir. Araştırmanın ikinci problemiyle öğrencilerin bilişsel modelleme döngüsünde hangi basamağa kadar ilerleyebildikleri de incelenmiştir. Bu sayede öğrencilerin modelleme problemlerini çözüm süreçleri, bilişsel eylemleri incelenmiş ve modelleme döngüsünde ilerleyişleri açığa çıkarılmıştır.

Teori üretmek kadar üretilen teorilerin deneyimlenmesinin yani teorilerin pratikte çalışıp çalışmadığının ve ne gibi durumlar yaşandığının belirlenmesinin, bilişsel perspektife katkı sağlayacağı belirtilmiştir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 8). Bu çalışma da kuramsal çerçeve olarak kullanılan bilişsel modelleme perspektifine dair bir örnek oluşturması bakımından literatüre katkı sağlamaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. Yöntem

Bu kısımda, araştırma sorusu kapsamında, bilişsel modelleme döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006, s. 92) altında öğrencilerin bilişsel modelleme düzeylerinin belirlendiği araştırmanın deseni, çalışma grubu, verilerin toplanması, verilerin çözümlenmesi, güvenirlik ve geçerliliğine dair bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırma Deseni

Çalışmada matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin, bu süreçte nasıl ilerledikleri, neler yaşadıkları, çözüm sürecindeki düşünceleri, modelleme döngüsünde hangi aşamaya kadar ilerleyebildikleri bilişsel modelleme perspektifi altında, Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü bağlamında incelenmiştir. Araştırma probleminde de belirtildiği üzere öğrencilerin bilişsel modelleme düzeylerini ortaya koyabilmek, bu süreci ayrıntılı bir şekilde açıklayabilmek için durum çalışması araştırmanın deseni olarak belirlenmiştir. Durum çalışması, bir olayın gerçekleştiği yerde derinlemesine incelenmesidir. Durum çalışmasında her bir olay ele alınırken kendi özel bağlamı içinde ayrıntılı bir şekilde ortaya konulmaktadır (Yin, 2017, s. 4–5). Araştırmacı aynı zamanda sınıfın matematik öğretmeni olduğu için çalışma tüm sınıfın katılımıyla gerçekleşmiş ve etkinlikler matematik uygulamaları dersinde yapılmıştır. Böylece durum çalışması için önemli olan doğal ortam, olayın gerçekleştiği yerde ve derinlemesine incelenme parametresi sağlanmıştır (Hancock ve Algozzine, 2017, s. 15–16).

Çalışma, 24 öğrencinin bulunduğu bir altıncı sınıfta, 5 farklı grup oluşturularak ve 3 ön uygulama 3 asıl uygulama olmak üzere toplam 6 tane matematiksel modelleme probleminin sorulmasıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırma grup çalışması şeklinde dizayn edilmiş ve araştırmacı tarafından heterojen gruplar oluşturulmuştur. Bir tane altıncı sınıf bağlamında gerçekleştiği için tekli durum çalışmasıdır. Bir olayın tek bir bağlam altında incelenmesi tekli durum çalışması, farklı bağlamlar altında aynı olayın incelenmesi çoklu durum çalışması olarak açıklanmaktadır (Yin, 2017, s. 136–137). Bu çalışmada grupların çözüm süreçlerindeki, benzer ve farklı durumları birbirleriyle karşılaştırılmış ve 5 farklı grup olduğu için zengin bir veri içeriği elde edilmiştir.

Aynı bağlam altında da farklı düşünce yapısına sahip öğrencilerin bulunduğu gerçeği, bilişsel modelleme süreçlerinin incelendiği bu çalışmada tek bir durum

altındaki çeşitliliği derinlemesine inceleyerek ortaya koymayı sağlamıştır. Buna yardımcı olan bir diğer etken de farklı modelleme problemlerinin üzerinde çalışılması olmuştur. Araştırma kapsamında 3 tane ön uygulama aşamasında 3 tane de asıl uygulama aşamasında olmak üzere toplam 6 tane modelleme probleminin sağladığı veriler çalışmanın zenginliğini arttırmıştır. Çalışmada 5 heterojen grup oluşturulmuş ve her birinin bu 6 problemdeki bilişsel modelleme süreci ayrı ayrı incelenmiştir. Bu şekilde tek bir durum içinde, birden fazla analiz biriminin incelendiği çalışmalar iç içe geçmiş tekli durum deseni olarak adlandırılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 301).

Durum çalışmalarında nitel ve karma yöntem yaklaşımlarından faydalanıldığı bilinmektedir. Bu çalışmada verilerin elde ediliş biçimi ve veri analiz yöntemleri nitel bir araştırma özelliği göstermektedir. Nitel araştırma yöntemleri son yıllarda sosyal bilimlerin pek çok alanında benimsenmiştir. 1990'lardan sonra nitel araştırmaların sayılarında yükselme yaşandığı ve nitel yaklaşım türleri hakkında daha net bilgilerin ortaya çıkmaya başladığı belirtilmektedir (Balcı, 2016; Creswell, 2017). Nitel bir çalışma yapan araştırmacı pek çok farklı yoldan veri toplamalıdır (Stake, 1995, s. 89). Bu çalışmada da olayları ayrıntılı bir şekilde anlayabilmek için gözlem, görüşme ve dokümanlar gibi çeşitli veri toplama yöntemleri ve ses, video kaydı, çözüm kâğıtları, gözlem notları gibi farklı veri toplama araçlarından yararlanılmıştır. Çeşitli veri kaynaklarından yararlanıldığı için, öğrencilerin bilişsel modelleme süreçleri ve süreçte yaşanan değişimlerle ilgili zengin bir içeriğe sahip olunmuştur (Yin, 2017, s. 13). Veri çeşitlemesi yöntemiyle durum çalışmasının hedefi olan {neden, nasıl, neler, niçin} sorulara cevap aranması da kolaylaşmaktadır. Çünkü sadece bir veri kaynağından elde edilen verilerle derinlemesine bilgi isteyen neden ve nasıl sorularına cevap bulunamayacağı düşünülmektedir (Akar, 2016, s. 119).

3.2. Katılımcılar

Bu çalışma, Eskişehir merkezde bulunan devlet ortaokulunda 2018-2019 eğitim öğretim yılında öğrenim görmekte olan bir altıncı sınıf şubesindeki tüm öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Bu sınıfta başarılı, orta düzeyde başarılı ve daha az başarılı öğrenciler (bir önceki yılın matematik notlarına göre) ile bir tane özel gereksinimli öğrenci olmak üzere 23 öğrenci bulunmaktadır (Tablo 3.1). Bu sınıfın matematik, matematik uygulamaları derslerine giren hem de sınıf rehber öğretmenliğini yapan araştırmacı, çalışmanın yapılacağı sınıfı seçerken öğrencilerin daha önce matematiksel modelleme problemleriyle tanışmamış olmalarını ve öğrencileri tanıyor olmayı (daha

önceden derslerine girmiş olmak) kriter olarak belirlemiştir. Bu anlamda, araştırmanın çalışma grubu seçilirken, bir olgunun derinlemesine anlaşılması ve incelenmesini sağlayan amaçlı örneklem yöntemi kullanılmıştır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2016, s. 90).

Bu kriterler, modelleme sorularıyla ilk kez karşılaşan öğrencilerin bu süreçteki davranışlarını ve ilerlemesini daha gerçekçi bir şekilde gözlemleyebilmek ve yorumlayabilmek için önemli bir yere sahiptir. Özellikle araştırmacının çalışma grubunu daha önceki derslerden tanıyor olması modelleme sürecinin etkilerini ayırt edebilmek anlamında destekleyici olmuştur. Aynı zamanda araştırmacının sınıfın rehber öğretmenliğini yapıyor olması, velilerle sıklıkla iletişim kurmasına yardımcı olmuştur. Bu sayede araştırmanın etik olarak düzgün bir şekilde ilerlemesi için hem öğrencilerin hem velilerin rızasının alınması ve süreç hakkında bilgilendirilmeleri sağlanmıştır. Bu sebeple çalışmanın yürütüldüğü grup, araştırmacının bir önceki eğitim-öğretim yılında matematik derslerine girdiği ve sınıf rehber öğretmenliğini yürüttüğü bir altıncı sınıfın tamamından oluşmaktadır. Ancak tüm bu süreçler planlansa da, dönem başında altıncı sınıflardaki şube sayısının azaltılmasından dolayı, altıncı sınıflar arasında sınıf değişiklikleri yapıldığı için bu sınıfa 7 yeni öğrenci dahil olmuştur. Araştırmacı, modelleme uygulamalarından önce bu 7 öğrenci hakkında bilgi edinmiş, onları akademik ve kişisel olarak tanımaya çalışmıştır. Gruplar oluşturulurken bu 7 öğrenci, akademik özellikleri de dikkate alınarak mümkün olduğunca farklı gruplara gelecek şekilde dağıtılmıştır. Bu anlamda, süreçte bu 7 öğrenci ilk başlarda grup çalışmalarında pasif bir konumda kalsalar da sınıfa alışmalarıyla birlikte onların da daha aktif olmaya başladıkları gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin matematiksel modelleme uygulamasını gerçekleştirirken, problem üzerinde tartışmaları önemli görülmektedir (Blum ve Niss, 1991, s. 22). Bu çalışmada da öğrenciler, modelleme problemi üzerinde çalışırken tartışma ortamı yaratılması için desteklenmiştir (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 55). Geleneksel matematik öğretiminden farklı olan grup içi ve sınıf içi tartışma ortamları öğrencilere ilk uygulamalarda alışılmadık gelse de, zamanla bu duruma uyum sağladıkları ve tartışma yürüttükleri görülmüştür.

Tablo 3.1

Katılımcıların Matematik Dersindeki Akademik Durumları

Akademik Durum	Katılımcılar
Başarılı	Duru, Mert, Ece, Melis, Çağan, Eylül, Selin, Yağmur, Alp, Berk
Orta düzeyde başarılı	Başak, Kerem, Doruk, Pınar, Ilgın, Deniz
Daha az başarılı	Görkem, Can, Sarp, Ahmet, Derin, Beren, Tuna

Tablo 3.1'de verilen başarı düzeyleri gruplar oluşturulurken dikkate alınmıştır. Örneğin; *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi'nde* Grup 5'te Yağmur ve Alp (akademik olarak başarılı), Başak (orta düzey başarılı) ve Can (daha az başarılı) bulunmaktadır. Bu süreçte, grup içi değişimler yapıldığından gruplar sabit bir şekilde devam etmemiştir. Ancak gruplar arası öğrenci değişimleri yapılırken her grupta akademik yönden başarılı, orta derecede başarılı ve daha az başarılı öğrenciler olmasına dikkat edilmiştir.

3.3. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmaların yapısı gereği yorumlamaya dayalı olması süreci yürütecek araştırmacının katılımcılarla yoğun bir şekilde birlikte olmasını ve bu esnada çeşitli deneyimler yaşamasını gerektirir (Creswell, 2017, s. 187). Nitel araştırma özellikleri taşıyan bu çalışmada da araştırmacı, matematik öğretmeni olarak altıncı yılındadır. Ayrıca, hem araştırmanın gerçekleştiği, hem de bir önceki eğitim öğretim yılında katılımcı öğrencilerin matematik ve rehberlik derslerini yürütmüştür. Yani öğrencileri kişisel ve akademik yönden tanımaktadır. Bu durum, araştırma planlanırken ve çalışma grupları oluşturulurken araştırmacının karar vermesine yardımcı olmuştur. Bununla birlikte öğrencilerin bilişsel modelleme yeterlikleri belirlenirken de, araştırmacının süreci yorumlamasına katkı sağlamıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 94).

Araştırmacı yüksek lisans eğitimi esnasında matematiksel modelleme konusunda eğitim almış ve bu konuda farklı sınıflarda uygulamalar yapmıştır. Bu uygulamalardan elde ettiği deneyimlerle tez çalışmasını planlamıştır. Modellemeyi öğrenmek ve öğretmek zaman alıcı bir süreç olduğundan bu çalışma esnasında da araştırmacı

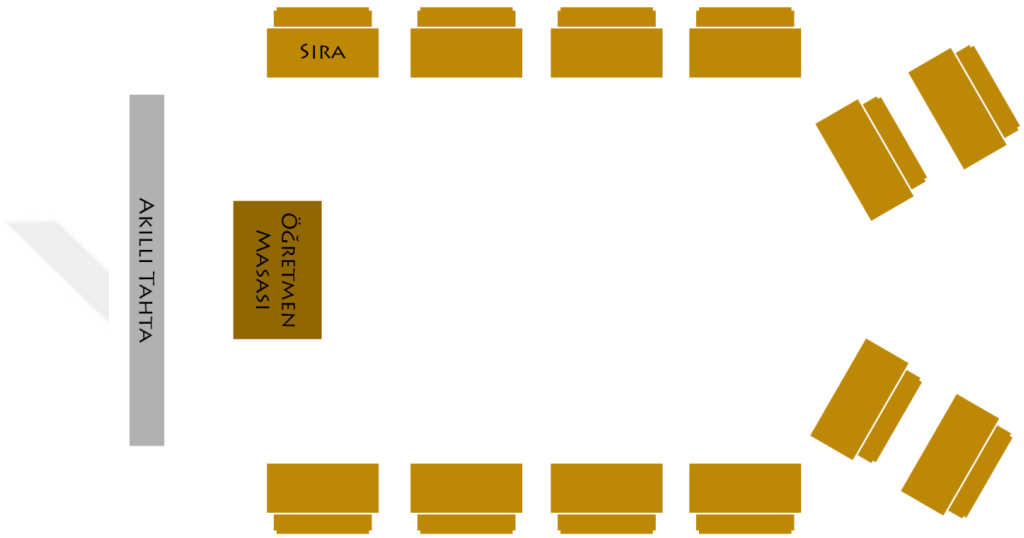
deneyim kazanmaya devam etmiştir (Borromeo-Ferri, 2020, s. 52–53). Katılımcı öğrenciler daha önce matematiksel modelleme problemleriyle karşılaşmadığından çalışmanın ilk aşamasında ön uygulama (Bölüm 3.4.'te detaylı olarak anlatılmıştır) yapılarak öğrenciler, modelleme problemleriyle tanıştırılmıştır. Ön uygulama aşamasında hem öğrencilerin hem araştırmacının yaşadığı deneyimler asıl uygulama sürecine yön vermiştir. Araştırmacı ön uygulama aşamasında öğrencilerin yaşadıkları zorlukların sebeplerini dikkate alarak, asıl uygulama aşamasındaki modelleme problemlerini düzenlemiş ve problemleri öğrencilerin seviyesine daha uygun ve anlaşılır bir hale getirmiştir.

Matematiksel modelleme problemlerini çözerken grup çalışması yapılmış ve araştırmacı öğrencileri matematik dersindeki akademik seviyelerine göre gruplara ayırmıştır. Zaman zaman grup çalışması esnasında yaşanan sorun ve uyumsuzlukların önüne geçebilmek için gruplar arası öğrenci değişimleri yapmıştır. Böylece problemlerin çözüm sürecinde yaşanabilecek aksaklıkların önüne geçilebilmiştir. Grup çalışmaları esnasında araştırmacı, gruplar arasında gezerek öğrencilerin çalışmalarını gözlemlemiş, zorlandıkları kısımlarda stratejik sorular sorarak matematiksel düşünme süreçlerini desteklemiş ve onlara çözüm sürecinde rehberlik etmiştir (Blum vd., 2009, s. 52). Yani, araştırmacı, geleneksel bir öğretmen gibi öğrencilere doğru cevapları vermek yerine onları düşünmeye, grup arkadaşlarıyla tartışmaya ve bir çözüm üretmeye teşvik etmiştir (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 77). Gerekli durumlarda "Problemi okuduğunuzda zihninizde neler canlanıyor?, "Problemin ilgili kısmına dikkat ettiniz mi?", "Sizce geliştirdiğiniz varsayım gerçek hayata uygun mu?", "Grup içinde problemi anlamak adına bir tartışma yürüttünüz mü?" gibi sorular sorarak öğrencileri grup çalışmasına, grup içi tartışmaya yönlendirmiş ve çözümleriyle ilgili varsa hatalarına dikkat çekmeye çalışmıştır.

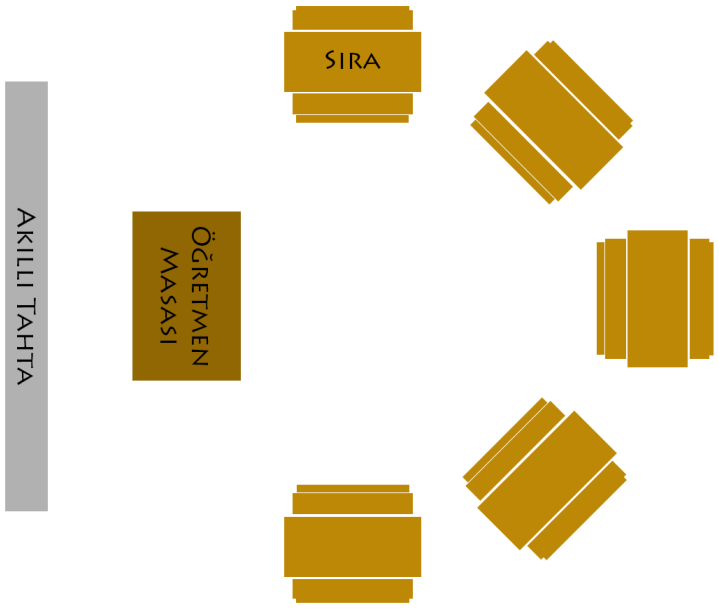
3.4. Araştırmanın Tasarımı

Matematiksel modelleme sürecinin daha verimli ilerleyebilmesi için modelleme problemleriyle yeni tanışan öğrencilere grup çalışması yaptırılması ve farklı akademik seviyelere sahip öğrencilerin birlikte gruplandırılması önerilmektedir (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 65). Bu anlamda, bu çalışmanın gerçekleştiği sınıfta etkinlikler grup çalışması şeklinde yürütülmüştür ve gruplar belirlenirken bir önceki yıl matematik dersinde göstermiş oldukları performansları, not ortalamaları ve grupla çalışmaya yatkınlıkları gibi özellikler dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda öğrenciler 5 heterojen

gruba ayrılmıştır. Grup çalışması esnasında öğrencilerin daha rahat iletişim kurabilecekleri ,birlikte çalışabilecekleri bir oturma şekli belirlenmiştir. Öğrencilerin birbirleriyle daha rahat çalışabilmelerini sağlamak amacıyla, sınıf düzeni grup çalışmasına elverişli olacak şekilde düzenlenmiştir (Şekil 3.2). Uygulamanın yapıldığı dersler haricinde öğrenciler sınıfta U düzeni şeklinde oturuyorken (Şekil 3.1) uygulama derslerinde öğrenciler kendi sıralarını grup çalışması yapacak şekilde düzenlemişlerdir.



Şekil 3.1. *Normal Derslerdeki Sınıf Oturma Düzeni*



Şekil 3.2. *Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Yapıldığı Derslerdeki Sınıf Oturma Düzeni*

Bu araştırma modelleme problemlerinin tanıtılması yani ön uygulama , modelleme döngüsünün tanıtılmasının ardından yapılan asıl uygulama olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Ön uygulamada, veri toplama, verileri yorumlama, veri analizi hakkında fikir edinme ve bu süreçleri geliştirebilmek; modelleme problemleriyle öğrencileri tanıştırmak amaçlanmıştır. Bu aşamada, öğrencileri modelleme sorularına ve grup halinde problem çözme sürecine ısındırmak ve süreç sonunda öğrencilere modelleme döngüsünü tanıtmak hedeflenmiştir. Ön uygulama süreci aynı zamanda Bölüm 3.2.'de bahsedilen sınıfa yeni gelen 7 öğrencinin de hem yeni sınıf ortamına hem de modelleme sürecine alışmalarını kolaylaştırmıştır. Ayrıca problemlerin grup çalışması halinde çözülmesinin, öğrencilerin sınıfa daha kolay uyum sağlamasına yardımcı olduğu gözlemlenmiştir. Ön uygulama aşamasında öğrencilere matematiksel modelleme döngüsünden bahsedilmemiştir. Çünkü matematiksel modelleme problemleriyle yeni tanışan öğrenciler için modelleme süreci zor ve karmaşık olduğundan matematiksel modelleme döngüsünün öğrenciler modelleme problemlerini tanıdıktan sonra, yani en az iki modelleme problemi çözdükten sonra tanıtılması önerilmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 29).

Ön uygulama sırasında alan yazında yer alan farklı özelliklere sahip 3 modelleme sorusu öğrencilere sunulmuştur. Bu sorular seçilirken farklı özelliklerde olmasına dikkat edilmiştir. Örneğin Maaß ve Mischo'nun uyarladığı Okulda Zaman (Akt. Bukova-Güzel vd., 2016, s. 135) ve Tekin-Dede ve Yılmaz'ın uyarladığı Elmalı Turta (Akt. Bukova-Güzel vd., 2016, s. 132) problemlerinde öğrencilerin günlük hayat bilgilerinden yararlanması gerekmektedir. Ayrıca bu soruların metni kısadır ve tüm bilgiler soru metinlerinde verilmemektedir. Ancak Obezite Problemi'nde (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 99–100) soru metni uzundur ve sorunun birçok farklı çözümü vardır. Modelleme problemlerinin özellikleri olan tek bir doğru cevabının olmaması, sorunun çözümü için gerekli tüm bilginin soru metninde verilmemesi gibi durumları kapsayacak şekilde seçilen problemlerle öğrencilere modelleme problemleri tanıtılmıştır. Bu anlamda, alan yazında bulunan güvenirliği test edilmiş sorularla çalışılmış olması, asıl uygulama süreci için araştırmacıya kendi hazırlamış olduğu modelleme sorularını düşünmesi açısından yol gösterici olmuştur. Araştırmacı kendi hazırladığı modelleme problemlerini, ön uygulama sürecinde öğrencilerin uzun metinli ve çözüm için gerekli tüm verinin verilmediği problemlerde zorlanmalarını göz önünde bulundurarak revize etmiştir.

Ön uygulama sürecinin ardından problemi çözüm sürecini yapılandırmaya yardımcı olması (Borromeo-Ferri, 2018, s. 110) ve modelleme problemlerinde öğrencilere kılavuzluk etmesi için Bölüm 2.3.1'de detaylı bir şekilde açıklanan Borromeo-Ferri 'nin "Bilişsel modelleme döngüsü" tanıtılmıştır. Modelleme döngüsünü tanıyan öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin geliştiğine dair çalışmalar bulunmaktadır. (Borromeo-Ferri, 2018, s. 28; Tekin-Dede vd., 2015, s. 59). Bu çalışmada da öğrencilere çözüm sürecinde rehberlik etmesi (Borromeo-Ferri, 2006, s. 92) amacıyla bilişsel modelleme döngüsü tanıtılmıştır. Borromeo-Ferri (2018, s. 28) modelleme döngüsünün faydalarını şu şekilde açıklamaktadır;

- Öğrencilerin matematiksel modellemenin ne anlama geldiğini anlamalarını sağlar.
- Öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken süreçte nerede olduklarını anlamalarına yardımcı olur.
- Öğrencilerin modelleme sürecinde hangi basamaklardan geçtiğini, nerelerin eksik olduğunu, metabilişsel düzeyde düşünmelerine yardımcı olur.

Bilişsel modelleme döngüsünün, öğrencilerin çözüm sürecinde daha rahat kullanabilmesi ve önceki bilgileriyle bağ kurarak süreci inşa edebilmeleri için, problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamakları tanıtılmıştır. Bu tanıtım sürecinde, öğrencilere daha önceki derslerde yaptıkları problem çözme süreçleriyle bağ kurmalarına olanak tanınarak modelleme problemlerinin benzerlikleri ve farklılıklarına vurgu yapılmıştır. Ayrıca daha önce çözülen ön uygulama problemleri üzerinden örnekler verilerek basamaklarda nasıl ilerlemeleri gerektiğine dair açıklamalar yapılmış ve bundan sonra çözülecek modelleme problemlerinde bu basamakların öğrencilere rehberlik edeceği belirtilmiştir.

Modelleme döngüsünün tanıtılmasından sonraki aşama araştırmanın asıl uygulama kısmıdır. Bu kısımda, araştırmacının hazırlamış olduğu altıncı sınıf kazanımlarına uygun 3 matematiksel modelleme problemi öğrencilere sunulmuştur. Yapılan ön uygulamalar ve alan uzmanlarından alınan görüşler sonucunda, araştırmacı tarafından hazırlanan problemlerde revizeler yapılmıştır. Örneğin alan uzmanları Eskişehir'in Tarihi Bacaları Problemi'ndeki baca fotoğraflarının yetersiz olduğunu dile getirdikleri için, bacanın farklı açılardan fotoğrafları da probleme eklenmiştir. Modelleme sorularıyla ilgili ayrıntılı bilgi ve problemlerin revize süreçleri için 3.5.4. Modelleme problemleri bölümüne bakınız.

3.5. Veri Toplama Yöntemleri

Nitel paradigmanın benimsendiği bu araştırmada, nitel araştırmaya uygun veri toplama yöntemlerinden gözlem, görüşme ve doküman kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 174–200).

Öğrencilerin 6 adet matematiksel modelleme problemi (3 adet ön uygulama, 3 adet asıl uygulama sürecinde) üzerinde çalışırken aldığı notlar bu çalışmanın dokümanlarını oluşturmaktadır. Bununla birlikte öğrenciler modelleme problemleri üzerinde çalışırken araştırmacı tarafından gözlemlenmiş süreç içerisinde ve sonunda notlar alınmıştır. Aynı zamanda modelleme problemleri üzerinde çalışan grupların ses ve video kaydı alınarak, öğrencilerin problem üzerinde çalışmaları, araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyaloglar elde edilmiştir. Bunlar da araştırmanın görüşme verilerini oluşturmaktadır.

Araştırmacının kullandığı veri toplama araçlarını;

- ⇒ Ön uygulama için alan yazından alınmış üç matematiksel modelleme problemi,
- ⇒ Asıl uygulama için araştırmacı tarafından hazırlanmış üç matematiksel modelleme problemi,
- ⇒ Her bir çalışma grubunun problemi çözüm sürecinde alınan ses kaydı,
- ⇒ Her hafta farklı bir grubun çözüm sürecinde alınan video kaydı,
- ⇒ Çalışma gruplarının ortak cevaplarının olduğu çözüm kâğıtları,
- ⇒ Araştırmacının süreç içerisinde ve süreç sonunda tuttuğu gözlem notları oluşturmaktadır.

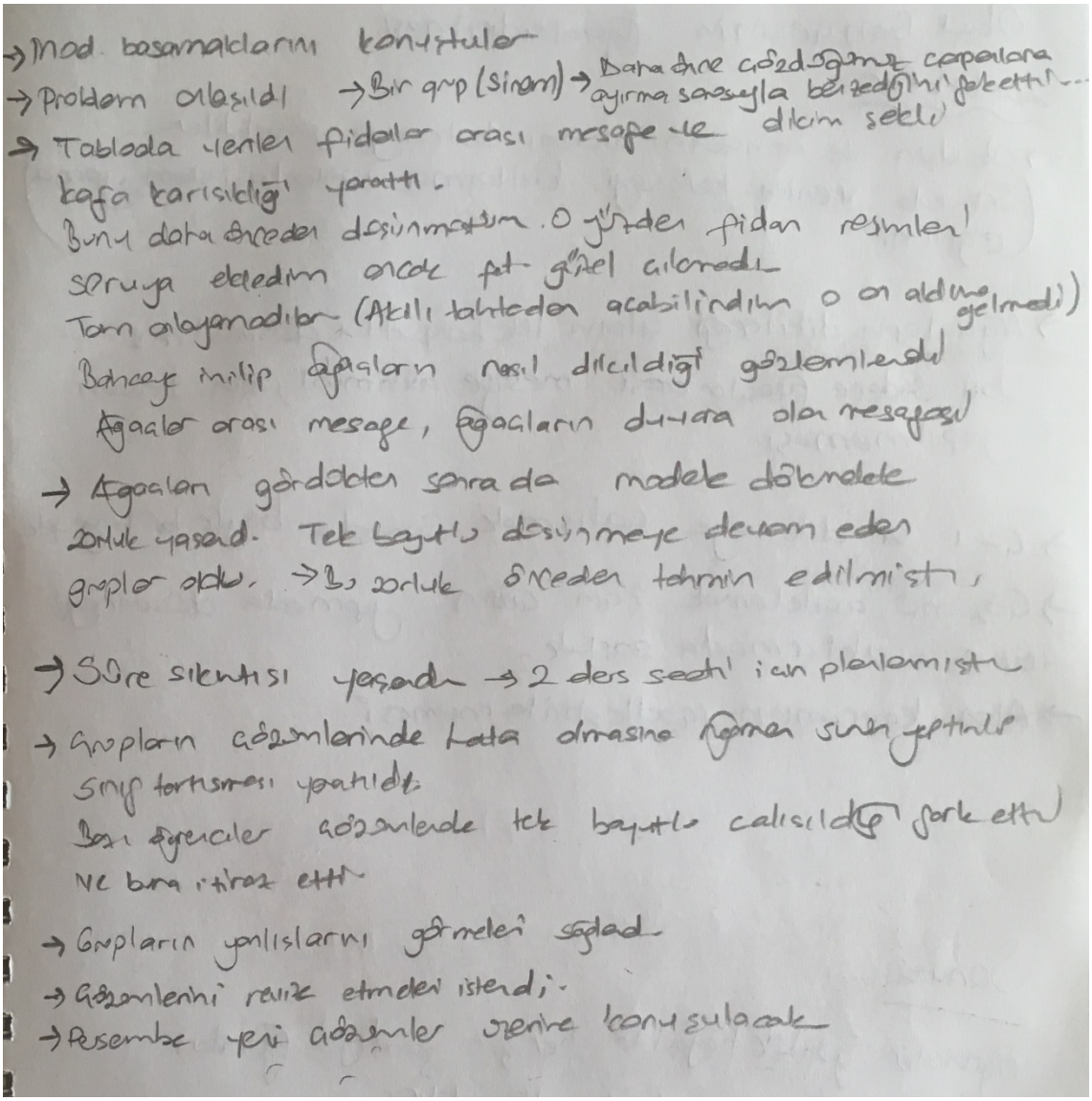
Gözlem, görüşme ve doküman gibi yöntemlerin neden ve nasıl uygulandığına dair detaylı bilgiler aşağıda verilmiştir.

3.5.1. Gözlem

Bu çalışmada gözlem önemli veri toplama araçlarından birisidir. Öğrencilerin bilişsel modelleme süreçlerinin incelendiği bu araştırmada, öğrenciler modelleme problemleri üzerinde çalışırlarken, problemi okumaları, problem hakkında konuşmaları, grup içinde problemde ne sorulduğu üzerine tartışmaları ve bir çözüm yolu üretmeleri, bilişsel süreçlerini belirlemede oldukça önemlidir. Öğrencilerin bu süreçlerde neler yaptıkları, nasıl düşündüklerine ait veriler doğrudan (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 173) gözlem yöntemi vasıtasıyla toplanmıştır. Araştırmacı tarafından yapılan gözlemin,

katılımcıların ön yargıları ve olayların hatırlanma düzeyi ile sınırlanan görüşmeden daha objektif veri sağlayacağı düşünülmektedir (Yin, 2017, s. 46–50).

Durum çalışması olarak tasarlanan bu araştırmada, öğrencilerin bilişsel modelleme süreçlerini açığa çıkarabilmek için derinlemesine inceleme yapmak gerekmektedir. Gözlem bir durumun derinlemesine ve ayrıntılı incelenmesi için başvurulabilecek en önemli veri toplama araçlarından birisidir (Balcı, 2016, s. 206; Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 173). Bu çalışmada araştırmacı sınıfın doğal ortamında, öğretmen kimliğiyle süreci yönlendiren konumdayken bir taraftan da araştırmacı kimliğiyle gözlem yapmaktadır. Davranışın gerçekleştiği doğal ortamda , araştırmacının da ortama katıldığı gözlem türüne yapılandırılmamış alan çalışması denilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 175). Bu türden doğal ortamlarda yapılan gözlemin dış geçerliği yükselttiği bilinmektedir (Balcı, 2016, s. 204). Bu anlamda, araştırmacı öğrencileri sınıf ortamında direkt olarak gözlemlemiş ve o an kritik olarak gördüğü noktaları not almıştır. Bunun dışında her etkinlik sonrası sürecin nasıl ilerlediğine, karşılaşılan zorluklara ve olumlu gelişmelere dair genel fikirlerini içeren notlar tutmuştur. Araştırmacı süreç esnasında ve modelleme sorularının çözüldüğü gün sonunda, sınıfta gelişen düşünceler, yaşanan zorluklar, ilginç bulunan vakalarla ilgili notlar almış süreçle ilgili kendi yorumlarını kaydetmiştir. Bu notlar veriler analiz edilmeden önce araştırmacının durumu gözden geçirmesine, yaşananlar hakkında düşünmesine, yani çalışmanın yürütüldüğü ana geri dönmesine yardımcı olmuştur. Aşağıda *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi*'nin çözüm süreciyle ilgili alınan araştırmacı notu Şekil 3.3'te gösterilmiştir. Burada araştırmacı gözlemlerinden, süreçte yaşanan kafa karışıklıklarından ve öğrencilerin problemi revize sürecinden bahsetmiştir.



Şekil 3.3. *Araştırmacının Gözlem Notu*

3.5.2. Görüşme

Görüşme bu araştırma için oldukça önemli bir veri toplama yöntemidir. Gruplar modelleme problemleri üzerinde çalışırken, öğrencilerle araştırmacı arasında yaşanan diyaloglar ve karşılıklı etkileşim sayesinde bilişsel süreçlerini derinlemesine açığa çıkarabilmek mümkün olmuştur (Patton, 1987, s. 108). Görüşmenin farklı türlerine ilişkin sınıflandırmalar (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 120–133) bulunmakla birlikte bu çalışmada klinik görüşme yönteminden yararlanılmıştır. Klinik görüşmeyle, karmaşık modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin zihinlerinde neler canlandığı, bilişsel becerileri, hata veya yanılgıları, karşılaştıkları zorluklar belirlenmiştir (Karataş ve Güven, 2003, s. 5–6). Araştırma bir altıncı sınıfta bulunan öğrencilerin tamamıyla yürütüldüğünden, aynı anda 5 farklı grup modelleme problemleri üzerinde

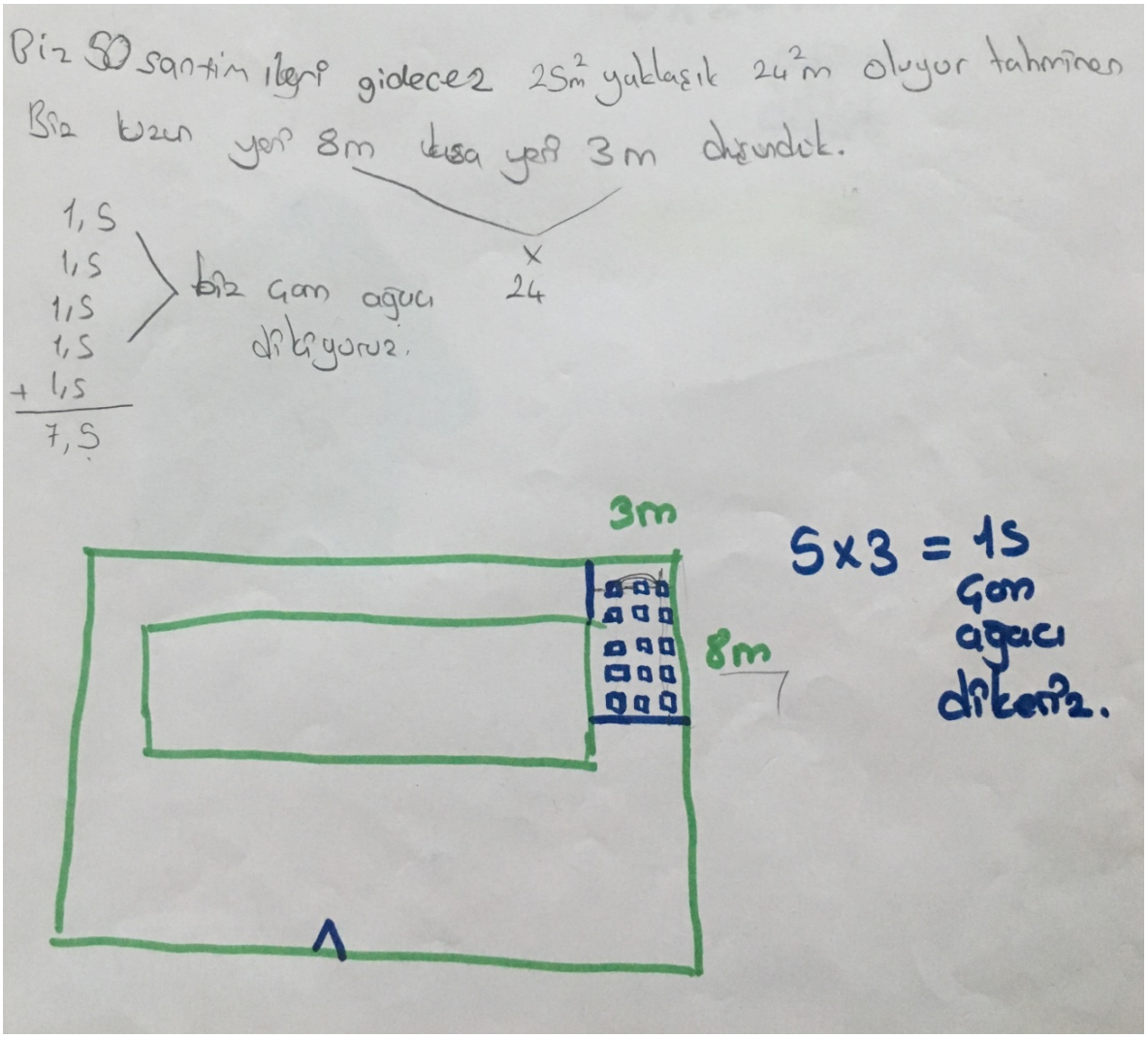
çalışmaktadır. Bu süreçte veri kayıplarının önüne geçebilmek için ses ve video kaydından yararlanılmıştır (Büyüköztürk vd., 2016, s. 140). Klinik görüşmeyle elde edilen verilerin daha güvenilir olması, daha sonra verilerin ayrıntılı bir şekilde incelenebilmesi için ses veya video kaydı önerilmektedir (Karataş vd., 2003, s. 9). Buradan hareketle, çalışma sürecinde her derste her bir öğrenci grubunun ses kaydı ve araştırmacının ses kaydı alınmıştır. Öğrenci gruplarından alınan ses kayıtları araştırmacının olmadığı zamanlarda öğrenciler arasında geçen tartışmaların ve çözüm sürecinin nasıl ilerlediğinin daha net anlaşılmasına yardımcı olmuştur. Araştırmacıdan alınan ses kaydı ise araştırmacı-öğrenci diyalogları ve sınıf genelinde gerçekleşen diyalogların bütünsel olarak ele alınmasını ve anlamlandırılmasını sağlamıştır. Buna ek olarak öğrencilerin çalışma süreciyle ilgili daha ayrıntılı bilgiye sahip olabilmek için her problemde farklı bir grubun kamera kaydı alınmıştır. Ders başlamadan önce kamera, kayıt altına alınacak grup üyeleri ve yaptıkları çalışmalar görünecek şekilde sıralarının yakınına sabitlenmiştir.

Veri toplama araçlarında kamera kaydına da yer verilmesinin sebebi araştırmacının, "Altıncı sınıf öğrencilerinin alan ölçme konusundaki matematiksel modelleme sorusuna yönelik yaklaşımları" (Çoksöyler ve Bozkurt, 2018, s. 130–131) adlı çalışmasından elde ettiği deneyimlere dayanmaktadır. Bu çalışmada PISA sorusundan uyarlanan 6. sınıf matematik uygulamaları kitabında bulunan "Kıtanın Alanı" problemi öğrencilere sorulmuş ve grup çalışması şeklinde çözüm üretmeleri istenmiştir. Bu sayede öğrencilerin alan ölçme konusundaki bir matematiksel modelleme probleminde bilişsel modelleme yeterlilikleri incelenmiş ve buradan elde edilen verilerle gelecek çalışmalara yön vermek amaçlanmıştır. Bu çalışmanın verileri sadece ses kaydı aracılığıyla toplanmıştır. Ancak ses kayıtlarının öğrenci tartışmalarını anlamada her zaman yeterince açıklayıcı olmadığı bazı verilerde kayıplar yaşandığı fark edilmiştir. Öğrenciler çözüm sürecinde çalışırken zaman zaman birbirlerine çizimlerini, işlemlerini ya da soru üzerinde bir yer göstermektedirler. Fakat ses kaydı ile bunu anlamak her zaman mümkün olmamaktadır. Tüm bu sebeplerle bu çalışmada, kamera kaydına yer verilmesinin, öğrencilerin bilişsel sürecini gözlemlemeye katkı sağlayacağı düşünülmüş (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 185) ve her grubun aynı anda kameraya alınması teknik açıdan (Her grubun ayrı ayrı kameraya alınması için yeterli kamera bulunmaması) mümkün olamayacağı için her hafta farklı bir grubun kamera kaydının alınmasına karar verilmiştir. Araştırma verileri incelenirken kamera kaydının düşünüldüğü gibi, öğrencilerin çözüm süreçlerini gözlemlemek için ses kaydından daha

nitelikli veri elde etmeyi sağladığı fark edilmiştir. Böylece öğrencilerin grup içi tartışmaları, çözüm sürecinde nasıl ilerledikleri daha ayrıntılı olarak belirlenmiştir. Ses kayıtları ve video kayıtları sürecin ayrıntılı ve derinlemesine incelenebilmesi için kullanılan oldukça kritik veri toplama araçları olmuştur.

3.5.3. Doküman

Araştırma esnasında toplanan araştırma konusu ile ilgili her türlü yazılı ya da görsel materyal doküman olarak adlandırılmaktadır (Balcı, 2016, s. 127). Öğrenci çözüm kâğıtları bu çalışmanın oldukça önemli veri kaynaklarından birisi olmuştur (Şekil 3.4). Öğrenciler modelleme sorularını grup çalışmasıyla cevapladıklarından her bir grup için ortak bir çözüm kâğıdı oluşturmuşlardır. Gruplar çözümünü tamamladıktan ve sunumlarını yaptıktan sonra çözüm kâğıtları araştırmacı tarafından toplanmış ve incelenmiştir. Böylece öğrencilerin çözüm sürecinde nasıl ilerledikleri, hangi işlemleri yaptıkları ya da varsa yaptıkları hatalı işlemlerin neler olduğu belirlenmiştir. Araştırma esnasında, öğrencilerden, modelleme problemleriyle çalışırken çözümlerinin her basamağını ayrıntılı bir şekilde not almaları ve hatalı çözüm yapsalar dahi silmemeleri istenmiştir. Çünkü öğrenciler problemin sonunda gerçekleştirdikleri sunum esnasında en son karar verdikleri, geliştirdikleri modeli anlatmaktadırlar. Ancak o modeli oluşturana kadar aldıkları yollar oldukça kıymetlidir. Neler düşündüler ve düşüncelerini nasıl matematik diline çevirdiler? Hangi hataları yaptılar ve bunları nasıl düzelttiler? Bu sorularının cevabını anlamak öğrenci çözüm kâğıtlarının incelenmesiyle mümkün olmuştur (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 191–192).



Şekil 3.4. *Öğrenci Çözüm Kâğıdı*

3.5.4. Modelleme problemleri

Öğrencilerin bilişsel modelleme düzeylerinin belirlendiği bu çalışmada Tablo 3.2'de de belirtildiği üzere alan yazında yer alan modelleme problemleri ile araştırmacının kendi hazırladığı matematiksel modelleme problemlerinden yararlanılmıştır. Ön uygulama aşamasında, alan yazında bulunan güvenirliği kanıtlanmış sorularla öğrenciler matematiksel modelleme problemleriyle tanıştırılmıştır. İlk aşamada öğrencilere alan yazında bulunan soruların sorulmasının sebebi, soruların alan uzmanları tarafından hazırlanmış ve daha önce denenmiş sorular olmasıdır. Bu anlamda, öğrencilere öncelikli olarak bu soruların sunulması ve sürecin gözlemlenmesi, asıl uygulama sürecinde araştırmacı tarafından hazırlanan soruların revize edilmesine katkı sağlamıştır. Araştırmada kullanılan problemlerin yapısıyla ilgili bilgiler Tablo 3.2'de özetlenmiştir.

Tablo 3.2

Araştırmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemleri ve Özellikleri

	Problemler	Konu /Kazanım /Amaç	Veri toplama araçları	Problemin kaynağı
Ön Uygulama	1) Okulda Zaman	Öğrencileri tüm verilerin verilmediği bir modelleme sorusuyla tanıştırmak.	Ses kaydı, video kaydı, Öğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacı notları	(Bukova-Güzel vd., 2016, s. 135)
	2)Obezite Problemi	Öğrencileri uzun metinli bir modelleme sorusuyla tanıştırmak.	Ses kaydı, video kaydı, Öğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacı notları	(Bukova-Güzel vd., 2016, s. 99)
	3)Elmalı Turta	Öğrencileri modelleme problemlerinin farklı çözüm yollarına alıştırmak ve eksik bilgilerin günlük hayattan tamamlanması gerektiğini göstermek	Ses kaydı, video kaydı, Öğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacı notları	(Bukova-Güzel vd., 2016, s. 132)
Asıl Uygulama	4)Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması	6. sınıf kazanımı olan çarpanlar ve katlar konusunu içeren bir gerçek hayat problemidir	Ses kaydı, video kaydı, Öğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacı notları	Araştırmacı tarafından hazırlandı
	5)Eskişehir'in Tarihi Bacaları	Öğrencilerin oran kavramını kullanarak yakın çevrelerinden bir gerçek hayat problemi çözmesini sağlamak	Ses kaydı, video kaydı, Öğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacı notları	Araştırmacı tarafından hazırlanmıştır.
	6)Eskişehir'in Yüz Ölçümü	Alan ölçümü, harita ölçeği, oran ve kesirler kazanımlarını bir modelleme problemiyle öğrencilerin günlük hayatta kullanmalarını sağlamak	Ses kaydı, video kaydı, Öğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacı notları	Araştırmacı tarafından hazırlanmıştır.

Ön uygulama sonrasında Borromeo-Ferri'nin belirlemiş olduğu matematiksel modelleme döngüsü öğrencilere tanıtılmış ardından, araştırmacının hazırlamış olduğu üç modelleme problemi öğrencilere sorulmuştur. Bu soruların araştırmacı tarafından hazırlanmasındaki amaç, soruların öğrenilen kazanımlarla ilişkili olmasını sağlayarak matematiği günlük hayatla ilişkilendirmelerini kolaylaştırmak ve yakın çevrelerinden örnekler vererek öğrencilerin motivasyonlarını arttırmak olmuştur. Araştırmacı tarafından hazırlanan matematiksel modelleme soruları öğrencilerin ön bilgilerine ve altıncı sınıf kazanımlarına uygun olarak tasarlanmıştır.

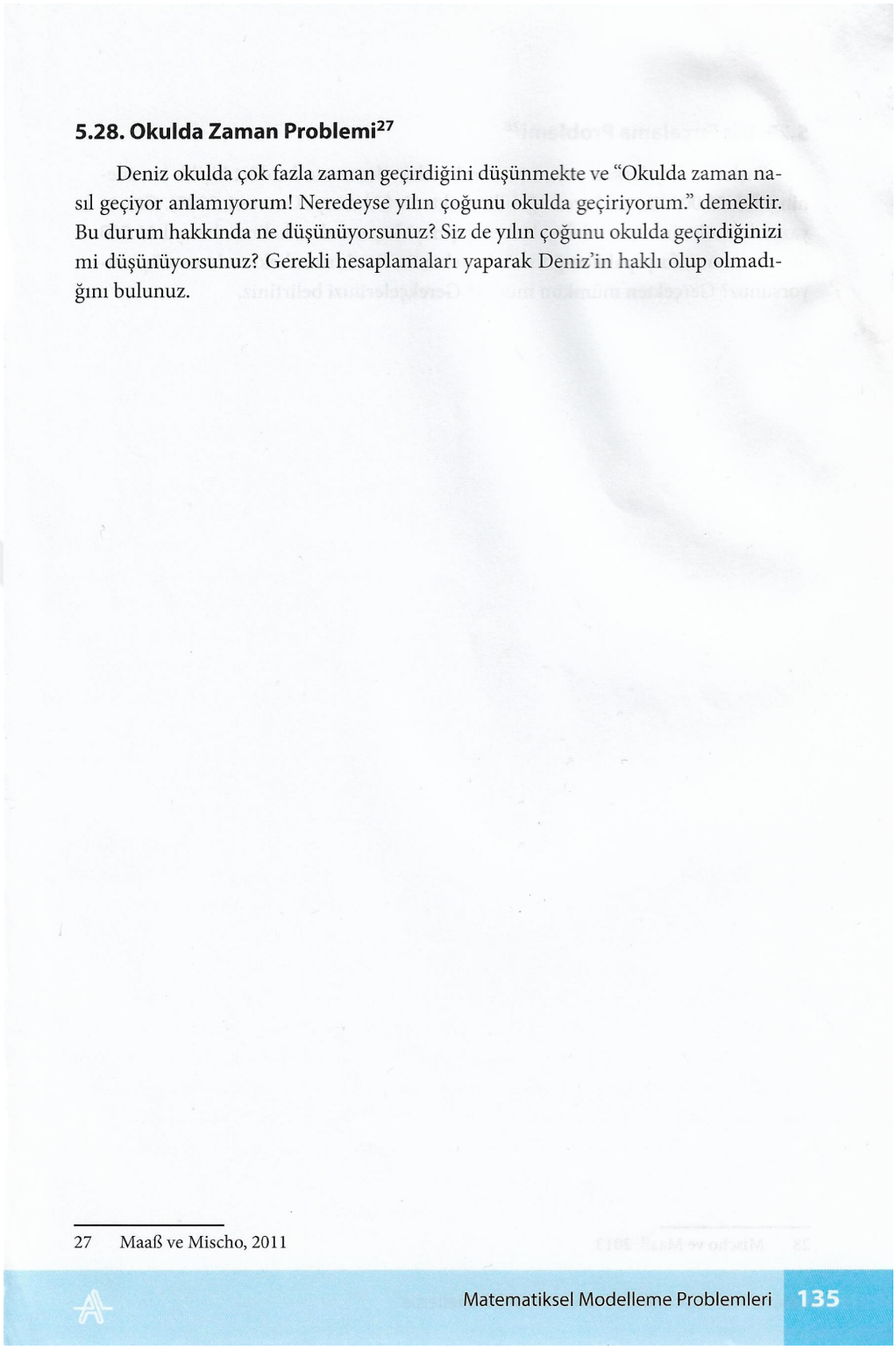
Araştırmacı asıl uygulama aşamasında uyguladığı üç problemi hazırlarken aşağıdaki kriterleri baz almıştır: (Bukova-Güzel vd., 2016, s. 48–50)

- ⇒ Gerçek hayattan durumlar içermesi,
- ⇒ Yakın çevrelerinden örnekler içermesi,
- ⇒ Çözüm için gerekli tüm verilerin problem metninde olmaması,
- ⇒ Kendi yaşam deneyimlerinden yola çıkarak eksik bilgileri tamamlayabilmeleri,
- ⇒ Farklı çözüm yolları içermesi,
- ⇒ 6. sınıf kazanımlarına uygun olması, gerekli matematiksel bilgiye hakim olmaları,
- ⇒ Grup çalışmasına, işbirliğine uygun olması,
- ⇒ Problemlerin öğrencilerin anlayacağı bir dille yazılmasına dikkat edilmesi.

Araştırmacı problemleri hazırladıktan sonra 2 tane alan uzmanından problemler ilgili görüş almış ve alan uzmanlarının önerileri doğrultusunda problemleri revize etmiştir. Bunun dışında yapılan ön uygulama sonrasında öğrencilerden alınan dönütler doğrultusunda sorularda bazı değişiklikler yapılaması kararlaştırılmıştır. Ön uygulama için alan yazından alınan 3 problem ve asıl uygulama için araştırmacının hazırladığı 3 problem, problemlerin hazırlanma ve revize süreci aşağıda detaylıca açıklanmıştır.

3.5.4.1. Okulda zaman problemi

Ön uygulama esnasında öğrencilere ilk olarak alanyazından alınan *Okulda Zaman Problemi* sorulmuştur. Bu problemde öğrencilerin çözüm için gerekli verileri kendi günlük yaşamlarından yola çıkarak belirlemeleri gerekmektedir. Aşağıda problem metni verilmiştir.



5.28. Okulda Zaman Problemi[27]

Deniz okulda çok fazla zaman geçirdiğini düşünmekte ve "Okulda zaman nasıl geçiyor anlamıyorum! Neredeyse yılın çoğunu okulda geçiriyorum." demektir. Bu durum hakkında ne düşünüyorsunuz? Siz de yılın çoğunu okulda geçirdiğinizi mi düşünüyorsunuz? Gerekli hesaplamaları yaparak Deniz'in haklı olup olmadığını bulunuz.

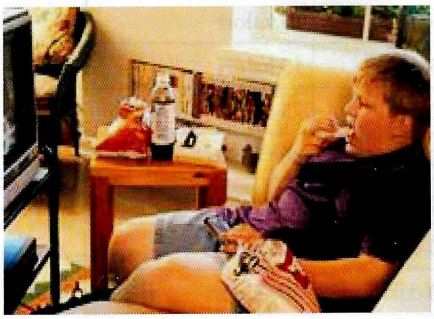
27 Maaß ve Mischo, 2011

Şekil 3.5. *Okulda Zaman Problemi*

3.5.4.2. Obezite problemi

Ön uygulama aşamasında öğrencilere ikinci olarak sorulan *Obezite Problemi* , uzun metinli olması, çözüm için gerekli verileri içermesi bakımından ilk problemden farklıdır. Bu problemle öğrencileri uzun metinli matematiksel modelleme problemleriyle tanıştırmak amaçlanmıştır.

5.5. Obezite Problemi[5]



8.sınıf öğrencisi Can'ın annesi ve babası özel bir şirkette çalışmaktadır. Sabahları işe erken gidip, akşamları işten eve geç dönmektedirler. Bu nedenle Can düzenli beslenme alışkanlığı edinememiştir; hazır ve yüksek kalorili besinlere yönelmiştir. Bunun sonucunda hızlı bir şekilde kilo almaya başlamıştır. 1.60 m boyundaki Can 82 kg ağırlığına ulaşmıştır. Bu sorunu fark eden annesi, Can' ı diyetisyene götürmüştür. Diyetisyen obezite tespiti için vücut kitle endeksi formülünü kullanarak bir hesaplama yapmıştır. Bu hesaplama kişinin ağırlığının, boyunun karesine bölümüyle yapılmaktadır. Can'ın vücut kitle endeksi 31,2 olup, bu durumu aşağıdaki tabloya göre değerlendirmiştir.

18,5 kg / m^2'nin altında olanlar	Zayıf
18,5-24,9 kg / m^2 arasında olanlar	Normal kilolu
25-29,9 kg / m^2 arasında olanlar	Fazla kilolu
30-39,9 kg / m^2 arasında olanlar	Obez (şişman)
40 kg / m^2'nin üzerinde olanlar	İleri derecede obez

Tabloya göre Can'ın obez grubuna girdiği gözlenmiş ve ilk hedef olarak yukarıdaki tabloda en azından bir üst grup olan fazla kilolu gruba yükselmesini uygun görmüştür. Diyetisyen Can'a günlük aldığı kalori değişmeden uygulayacağı bir egzersiz programı önermiştir. Buna göre Can haftada 3 gün, 20 şer dakikalık egzersiz ile başlayıp sonraki her hafta günlük süreyi bir önceki haftaya göre 5 er dakika artırarak egzersize devam edecektir. Egzersiz olarak aşağıdaki tablodan yalnız bir seçim yapıp bu seçimi değiştirmeyecektir. Hangi egzersizin kaç kaloriye karşılık geldiğini gösteren tablo verilmiştir. (1 gram yağ için 9 kalori harcanmalıdır.)

5 Tekin'in (2012) çalışmasında matematik öğretmenleri tarafından tasarlanmıştır.

Şekil 3.6. *Obezite Problemi 1. Sayfa*

Ağırlık çalışmak	30 dak	150 kalori
Paten yapmak	15 dak	15 kalori
Merdiven çıkmak	15 dak	15 kalori
Dans etmek	30 dak	75 kalori
Bisiklete binmek	30 dak	300 kalori
Tenis oynamak	30 dak	120 kalori
Yürüyüş yapmak	20 dak	60 kalori
Basketbol oynamak	30 dak	300 kalori
Yüzmek	30 dak	300 kalori
Voleybol oynamak	1 saat	180 kalori

Can'a yardım etmek için hangi aktiviteyi seçtiğinde hedeflediği kiloya kaç hafta sonra ulaşacağını bulmasını sağlayan bir model geliştiriniz ve bunu Can'a ayrıntılarıyla açıklayan bir mektup yazınız.

Şekil 3.7. *Obezite Problemi 2. Sayfa*

3.5.4.3. Elmalı turta problemi

Ön uygulama sürecinin üçüncü problemi olarak *Elmalı Turta Problemi* belirlenmiştir. Bu problemde öğrencilerin, farklı çözüm yollarını hesaba katarak günlük yaşam deneyimlerini bir matematik probleminde kullanmaları hedeflenmiştir.

5.25. Elmalı Turta Problemi[25]



Hafta sonu sınıftan birkaç arkadaşını evine davet eden Sevinç, annesinden arkadaşları için meşhur elmalı turtasını yapmasını istiyor. Evde hiç elma kalmadığını fark eden annesi Sevinç'ten 3 kg elma alıp gelmesini istemiştir. Elma almak için Sevinç'in iki seçeneği vardır:

1. seçenek: Evinin hemen yanındaki manavda yarım kg elma 1 TL'dir.

2. seçenek: Evinden biraz uzaklıktaki pazarda 1 kg elma 1,5 TL'dir. Fakat pazar uzak olduğu için mutlaka otobüse binmesi gerekmektedir.

Sizce Sevinç'in hangi seçeneği seçmesi mantıklı olacaktır? Düşüncelerinizi nedenleriyle açıklayınız.

25 Schukajlow, Leiss, Pekrun, Blum, Müller ve Messner, 2012'den uyarlayan Tekin Dede, 2015

132 Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme

Şekil 3.8. *Elmalı Turta Problemi*

3.5.4.4. Okul bahçesinin ağaçlandırılması problemi

Öğrencilere asıl uygulama sürecinde ilk olarak *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması* adlı modelleme problemi sorulmuştur. Bu modelleme problemi hem öğrencilerin dönem içerisinde öğrendikleri çarpanlar ve katlar konusu ile hem de bir önceki dönem öğrendikleri dörtgenlerin alanı kazanımları ile ilişkilidir.

Öğrencilerin derste öğrendikleri kazanımları hem günlük hayat probleminde kullanmalarına hem de erozyon, orman yangını gibi felaketlere dikkat çekilerek bu konuda bilinçlenmelerini sağlamak amaçlanmıştır. Kaybedilen ağaçların tekrar dikilmesinin gezegenimiz için önemi okul bahçesinin ağaçlandırılması problemiyle bir gerçek hayat problemine dönüşmüş ve öğrencilerin kendi okul bahçelerinden yola çıkarak bu konuda bir model geliştirmeleri istenmiştir.

Alan uzmanları, *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi'*nin görsel açıdan daha zengin bir hale getirilmesi gerektiğini söylemişlerdir. Ayrıca verilen okul krokisinin öğrencilerin kendi okullarına benzer olmasının gerçek hayat deneyimlerine bağlı etkili çözümler üretebilmeleri için önemli olduğuna vurgu yapmışlardır. Yapılan ön uygulama sonrasında da, öğrencilerin ağaç dikim aralıklarıyla ilgili verilen tabloyu görselleştirmelerinde yaşanabilecek zorlukların önüne geçebilmek için soruya ağaç dikimiyle ilgili fotoğraflar eklenmiştir. Böylece öğrencilerin ağaç dikilirken, fidanlar arası bırakılan mesafeyi somutlaştırmalarını sağlamak amaçlanmıştır. Problem metni aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.9. *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi*

3.5.4.5. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi

Bu etkinlikte Eskişehir'de merkezi bir konumda bulunan eskiden fabrika bacası işlevi olan bir tuğla bacanın uzunluğu sorulmuştur. Öğrenciler, fotoğraf üzerinden bir model geliştireceklerinden perspektif yüzünden bir hata yapmalarının önüne geçmek ve perspektif konusunu hatırlatmak amacıyla dersin başında perspektifle ilgili kısa ve eğlenceli bir video izletilmiştir.

Alan uzmanları, bacanın farklı açılardan fotoğraflarının soruya eklenmesini, böylece öğrencilerin hangi fotoğrafı neden kullandıklarının değerlendirilebileceğini ve farklı fotoğraflar sayesinde doğrulama yapabileceklerini belirtmişlerdir. Alınan bu dönütler doğrultusunda bacanın farklı açı ve uzaklıklardan fotoğrafları ile soru görsel açıdan zenginleştirilmiştir. Ayrıca yapılan ön uygulamalardan sonra, sorunun daha ilgi çekici olması ve öğrencilere yol gösterici olması için, araştırmacı bacanın önünde çektirdiği kendi fotoğrafı soruda kullanmıştır. Revizeden önce bacanın önünden geçen

çeşitli insanlardan yararlanarak bir model geliştirmek gerekiyordu. Ancak yapılan değişiklikle araştırmacının kendi fotoğrafının olması hem öğrencilerin soruya karşı ilgilerini arttırmış hem de boy uzunluğu tahminini daha iyi yapmalarına yardımcı olmuştur.



Şekil 3.10. *Eskişehir'in Tarihi Bacaları Problemi*

3.5.4.6. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi

Eskişehir'in yüz ölçümü etkinliğiyle öğrencilerin alan bilgilerini bir gerçek hayat probleminde kullanmaları istenmiştir. Etkinlikle ilgili 2 tane alan uzmanından görüş alınmış ve alan uzmanları problemde kullanılan haritanın değiştirilmesini önermişlerdir. Bu öneriler doğrultusunda daha büyük ve Eskişehir'in sınırlarının daha net olduğu bir harita kullanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca problem bu çalışmada 6. sınıf öğrencileriyle uygulanmadan önce, 7. sınıf öğrencilerine sorulmuş ve çözüm süreci araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir. 7. sınıfa devam eden öğrencileri problemi çözerken, zaman konusuda sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Bu sebeple, sorunun b şıkkında sorulan, Eskişehir İç Anadolu Bölgesi'nin kaçta kaçıdır sorusunu

yetiştiremedikleri ve benzer şekilde zorlandıkları fark edilmiştir. Bu yüzden sorunun b şıkkı, öğrencilerin zaman problemi yaşanmaması adına kaldırılmıştır. Problem öğretim programında bulunan alan ölçme kazanımı işlendikten sonra 6. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır.

Eskişehir'in Yüzölçümü

Verilen haritayı ve ölçeğini inceleyiniz. Eskişehir'in yüz ölçümünü sizce kaç kilometrekaredir?



Şekil 3.11. *Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi*

Matematiksel modelleme problemleri, problem çözümü için gerekli varsayımların oluşturulması, grup içi tartışmalar, öğrencilerin problemi anlaması ya da anlamaması, yapılacak işlemlerin yoğunluğu gibi nedenlerle farklı sürelerde uygulanabilmiştir. Problemlerin uygulama zamanları ve uygulama süreleri Tablo 3.3'te verilmiştir.

Tablo 3.3

Veri Toplama Süreçleri

Problemler	Uygulama Tarihi	Uygulama Süresi
Okulda Zaman	Aralık 2018	4 ders saati
Obezite	Aralık 2018	6 ders saati
Elmalı Turta	Arlık 2018	2 ders saati
Modelleme Döngüsünün Tanıtılması	Ocak 2018	1 ders saati
Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması	Ocak 2018	4 ders saati
Eskişehir'in Tarihi Bacaları	Mart 2018	2 ders saati
Eskişehir'in Yüz Ölçümü	Nisan 2018	6 ders saati

Tablo 3.3'te baktığımızda öğrencilerin daha kolay anladığı bu sebeple varsayım ve model geliştirmekte zorlanmadığı *Elmalı Turta* ve *Eskişehir'in Tarihi Bacaları* Problemleri 2 ders saatinde çözülürken, problem metninin uzun olduğu *Obezite Problemi* ve ölçek bilgisi yüzünden anlamakta güçlük çektikleri *Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi* 6 ders saatinde çözülmüştür.

3.5.5. Veri çeşitlemesi

Veri çeşitlemesi, farklı kaynaklardan, farklı veri toplama ve analiz yöntemlerinden yararlanarak araştırmanın güvenirlik ve geçerliliğini arttırmaya yönelik yapılan çalışmalardır (Akar, 2016, s. 132; Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 91). Nitel araştırma özelliği taşıyan bu çalışmada araştırmacı gözlem, görüşme ve doküman gibi farklı veri toplama araçlarından ve altı farklı matematiksel modelleme probleminden yararlanarak, öğrencilerin bilişsel modelleme yeterlilikleri hakkında ayrıntılı bilgi edinmiştir (Karataş, 2015, s. 64; Rossman ve Rallis, 2012, s. 65). Araştırmada görüşme yoluyla elde edilen veriler gözlem ve dokümanlarla ya da dokümanlar yoluyla elde edilen veriler gözlem ve görüşme yoluyla teyit edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 91). Elde edilen verilerin, farklı yöntemlerle toplanan verilerle desteklenmesi sonucu

doğru bir çıkarım yapılabileceği düşünülmektedir (Christensen, Johnson ve Turner, 2015, s. 407).

3.6. Verilerin Analizi

Bu çalışmada, öncelikli olarak ön uygulamadan elde edilen veriler, Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü (Bakınız Bölüm 2.3.1) kuramsal çerçeve alınarak analiz edilmiş ve Bölüm 3.5.4.'te belirtildiği üzere ön uygulama süreci baz alınarak asıl uygulama sürecinde kullanılan matematiksel modelleme problemlerinde düzenlemeler yapılmıştır. Böylece ön uygulama sürecinden elde edilen veriler çalışmanın asıl uygulama sürecine yön vermiştir.

Bu çalışmada toplanan veriler Bölüm 2.3.1'de detaylı olarak ele alınan Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü altında analiz edilmiştir. Bilişsel süreçlere odaklanan bu çalışmada, özellikle öğrencilerin modelleme sürecinde nasıl ilerledikleri ve modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde zihinlerinde neler canlandırdıkları belirlenmiştir. Veriler analiz edilirken Borromeo-Ferri'nin 6 basamaklı modelleme döngüsü baz alınarak her bir basamaktaki öğrenci düşünce ve davranışları ortaya çıkarılmış ve bu basamaklarla ilgili kodlar belirlenmiştir. Bu çerçeve kapsamında her basamak altında aşağıda verilen sorular göz önünde bulundurularak veriler incelenmiştir:

Problemi Anlama

⇒ Problemi anlamak için neler yapıyorlar?

⇒ Problem metninde verilenleri not alıyorlar mı?

⇒ Grup içi herhangi bir tartışma gelişiyor mu?

⇒ Grup içinde problemi anlamayan öğrenciler için bir çalışma yürütüyorlar mı?

Sadeleştirme

⇒ Eksik veriler için ne düşünüyorlar?

⇒ Verileri tamamlarken kendi gerçek yaşam deneyimlerini düşünüyorlar mı?

⇒ Problem çözümü için gerekli verileri not alıyorlar mı?

⇒ Çözüm için bir varsayımda bulunabiliyorlar mı?

Matematikselleştirme

⇒ Problemde verilenleri matematiksel olarak ifade edebiliyorlar mı?

⇒ Matematik dersinde öğrendikleri kazanımları gerçek hayata aktarabiliyorlar mı?

Matematiksel Olarak Çalışma

⇒ Düşüncelerini, elde ettikleri verileri matematik diline çevirdikten sonra matematik kullanarak bir çözüm üretebiliyorlar mı?

⇒ Matematik bilgilerinin modelleme sürecine aktarabiliyorlar mı?

⇒ Eksik matematik bilgilerini tamamlamak için nasıl bir strateji geliştiriyorlar?

Yorumlama

⇒ Matematiksel bir çözüme ulaştıktan sonra buldukları sonucun gerçek hayat ile tutarlılığını kontrol ediyorlar mı?

Doğrulama

⇒ Matematiksel bir çözüme ulaştıktan sonra, yaptıkları işlemleri ve kurdukları modeli en başından gözden geçirip doğruluğunu kontrol ediyorlar mı?

Verilerin analiziyle elde edilen bulgular raporlaştırılırken birkaç farklı yöntem denenmiştir. İlk olarak bulgular, bilişsel modelleme döngüsünün basamakları olan problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama altında incelenmiştir. Ancak bu şekilde sunulan bulguların, grupların çözüm sürecini yeterince yansıtmadığına karar verilip tüm gruplar için bilişsel modelleme sürecinin bir bütün olarak ele alındığı grup bazlı bir sunum tercih edilmiştir. Çünkü modelleme döngüsünün basamakları arasında net geçişler olmadığı ve çözüm sürecinde öğrencilerin basamaklar arasında gidip gelmeler yaşadığı bilinmektedir. Bu sebeplerden ötürü grupların çözüm sürecini bölerek hepsinin tüm basamaklardaki sürecini aynı anda ele almanın çözümlerinin bütünlüğünü bozduğu ve süreci iyi yansıtmadığına karar verilmiştir.

Bu çalışmada veriler, Corbin ve Strauss (2015, s. 79) kuramsal çerçeveye bağlı içerik analizi yönteminden yararlanılarak ve Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü kuramsal çerçeve olarak alınarak veriler analiz edilmiştir. İçerik analizinde amaç, birbiriyle bağlantılı verileri belirleyerek bunları belirli kodlar ve temalar altında birleştirmek ve yorumlamaktır. Kuramsal çerçevesi belli olan araştırmalarda, temalar kuramsal çerçeveye göre belirlenebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 242–250). Bu çalışmada da kurmasal çerçeve bilişsel modelleme perspektifi olduğundan, temalar bu perspektife bağlı kalınarak belirlenmiştir.

Aşağıda Yıldırım ve Şimşek (2016, s. 242–252) içerik analizi adımları dikkate alınarak veri analizi sürecinde yapılan işlemler detaylıca anlatılmıştır.

3.6.1. Verilerin kodlanması

Verileri her yönüyle özümsemek için öncelikli olarak verileri tanımanın en önemli yolu (Riessman, 2000, s. 4–5) olarak görülen transkripsiyon sürecine başlanmıştır. Grup çalışmaları sırasında alınan ses ve video kayıtları araştırmacı tarafından dinlenerek detaylı dökümleri hazırlanmıştır. Alınan dökümleri kontrol etmek amacıyla video ve ses kayıtları tekrar dinlenerek eksik ve hatalar tespit edilmiş ve düzeltmiştir. Verileri yazılı forma çevirmek uzun süre alsa da araştırmacının verileri kapsamlı bir şekilde anlamasını sağlamıştır. Verileri düzenlemek ve aralarındaki ilişkileri ortaya çıkarmak için araştırmacı, ses ve video kayıtlarının yazılı formunun çıktılarını alıp okuyarak (Braun ve Clarke, 2006, s. 20) bilişsel modelleme süreci bağlamında verileri incelemeye başlamıştır. Bu süreçte öğrencilerin modelleme problemleri üzerinde çalışırken yaptıkları çözümler, gözlemci notları ve transkriptler eş zamanlı incelenerek, her grup ayrı ayrı ele alınarak, modelleme sürecindeki bilişsel yeterlilikleri kuramsal çerçeve bağlamında incelenmiş ve kodlar belirlenmiştir. Kodlar belirlenirken, ses ve kamera kaydı ile öğrenci çözüm kâğıtları eş zamanlı incelenmiş ve bilişsel modelleme basamaklarıyla ilişkilendirilmiştir. Örneğin; grupların modelleme problemini okuyup üzerine tartışmaları, grup arkadaşlarına problemi anlatmaları, kendi yorumlarını söylemeleri, problemi anlama adına yapılan çalışmalar olduğu için problemi anlama aşamasıyla ilişkilendirilmiştir.

Her basamak için farklı renkteki bir kalem kullanılarak, o basamakla ilgili olduğu düşünülen metin işaretlenmiştir. Böylece metnin hangi basamakla ilgili olduğu daha anlaşılır bir hale getirilmiştir. Benzer şekilde öğrenci çalışma kâğıtlarında da post-it kullanılarak çözümlerin hangi basamakla bağdaştığı belirlenmiş ve bu süreçte ortaya

çıkan kodlar not alınmıştır. Belirlenen bu kodların bilişsel modelleme döngüsünün hangi basamağıyla ilgili olduğu Tablo 3.4'te verilmiştir. Modelleme döngüsünün aşamaları altında oluşan kodlar belirlenirken, döngünün herhangi bir basamağıyla eşleşmeyen veriler ayıklanmaya başlanmıştır (Stake, 2010, s. 89). Aşağıda verilen Tablo 3.4'te bilişsel modelleme basamakları altında bu çalışma bağlamında elde edilen kodlar verilmiştir.

Tablo 3.4

Modelleme Basamakları Altında Belirlenen Kodlar

Modelleme Basamakları	Kodlar
Problemi Anlama	Problemi okuma Grup arkadaşlarıyla problem hakkında konuşma Not alma İstenileni belirleme Problemi yorumlama Verilen tüm bilgiyi kullanma
Sadeleştirme	Gerekli veriyi ayırt etme Problem metninde olmayan veriyi tamamlama Varsayımda bulunma
Matematikselleştirme	Varsayımda bulunma Model oluşturma Deneyimleri matematiğe aktarma Modeli geliştirme
Matematiksel Olarak Çalışma	Model üzerinde matematiksel işlem yapma Sonuca ulaşmak için hesaplama yapma
Yorumlama	*(Çalışma esnasında herhangi koda ulaşılamamıştır.)*
Doğrulama	Çözümün işlemsel kontrolü

3.6.2. Temaların bulunması

Kuramsal çerçeveye bağlı içerik analizi (Corbin ve Strauss, 2015 s.79) yapılan bu çalışmada öğrencilerin bilişsel modelleme yeterlilikleri inceleneceğinden Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme persoektifi kuramsal çerçeve olarak seçilmiştir. Bilişsel modelleme döngüsü, bilişsel modelleme yeterliliklerini belirlemek için bir tanı aracı olarak uygundur (Borromeo-Ferri, 2018, s. 24). Veriler bilişsel modelleme

döngüsünde yer alan; problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama temaları altında her problem için her grubun çözüm süreci dikkate alınarak incelenmiştir.

3.6.3. Verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenmesi

Bu aşamada tematik çerçeveye göre elde edilen bulgular, kanıtlarla desteklenerek açıklanmıştır. Her grubun her problemdeki çözüm süreci ayrı ayrı ele alınmış, grupların problemi çözerken neler yaptıkları alınan notlar, ses kayıtlarından bölümler ve buldukları cevaplar çözüm kâğıtlarından alıntılarla desteklenerek gösterilmiştir. Özellikle ses kaydı, kamera kaydı, çözüm kâğıdı, gözlem notları gibi farklı veri kaynaklarından (Simon, 2019, s. 89) elde edilen veriler ilişkilendirilerek grupların bilişsel modelleme süreci açıklanmıştır. Modelleme faaliyetleri esnasında öğrencilerin sahip olduğu bilişsel engelleri aşabilmek için öğrencilerin çözüm sürecinde hangi basamakta olduğu belirlenmiştir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 12).

Araştırmanın bulguları yazılırken ilk aşamada modelleme döngüsünün basamakları altında sunulmuştur. Yani problemi anlama basamağı altında beş grubun ne yaptığı incelenip ardından sadeleştirme basamağına geçilmiş ve bu şekilde tüm basamaklar incelenmiştir. Ancak matematiksel modelleme süreci lineer değil döngüsel bir süreç olduğundan (Borromeo-Ferri, 2018, s. 89; Hıdıroğlu vd., 2015, s. 199) ve döngüdeki basamaklar arasında geçişler yaşandığından bu şekildeki bir sunumun bulguları yansıtmadığına karar verilmiş ve grupların çözüm süreci ayrı ayrı incelenmiştir. Böylece grupların çözüm sürecinde nasıl ilerledikleri daha ayrıntılı ve açık bir şekilde yansıtılabilmiştir.

Araştırma raporunu okuyanlara, elde edilen verileri gerekçeleriyle birlikte aktarabilmek için temalar hakkında yeterli kanıt sunulmasına dikkat edilmiş ama aynı zamanda da çalışmayı verilerle doldurmamaya, yani bir denge kurulmaya çalışılmıştır (Creswell, 2017, s. 195; Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 298). Buna ek olarak bulguları özetleyen tablolar vasıtasıyla çalışmadaki verilerin, okuyucuya anlaşılır ve düzenli bir şekilde aktarılması sağlanmıştır (Creswell, 2017, s. 200; Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 298).

Grupların modelleme problemleri üzerinde ayrıntılı çalışmaları aktarıldıktan sonra, modelleme döngüsündeki ilerlemeleri puanlanarak bir tablo (Borromeo-Ferri, 2018, s. 116) ile özetlenmiştir. Bu tabloda modelleme sürecinin basamakları baz alınarak sadeleştirme/varsayımlar, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma,

yorumlama/doğrulama, sonucu belirleme kriterlerine göre puanlama yapılmıştır. Asıl uygulama sürecindeki 3 matematiksel modelleme problemi için tüm gruplar için puanlanarak oluşturulan tablolar, grupların çalışma sürecine özet olarak bakmayı sağlamakla birlikte süreç içerisindeki değişen durumlarının belirlenmesine de olanak sağlamıştır. Böylece aynı problem içerisinde, grupların birbirleriyle benzerlik ve farklılıkları aynı zamanda süreç içerisindeki değişimlerini belirlemek kolaylaşmıştır. Aşağıda bu şekilde hazırlanan tabloya bir örnek verilerek, puanlama kriterlerinde nelere dikkat edildiği açıklanmıştır.

Tablo 3.5

Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Problem durumunu anlayarak, çözüm için gerekli varsayımları üretme (4 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Problemin çözümü için bir matematiksel model oluşturma (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Oluşturulan model üzerinde matematiksel işlemler yaparak bir sonuç elde etme (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Elde edilen sonucun gerçek hayatla tutarlılığını ve doğruluğunu kontrol etme (2 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Süreci açıklayıcı olarak anlatma ve bir sonuç ortaya koyma (2 puan)
Genel Puan	14/14

Grupların bilişsel modelleme süreçleri puanlanırken belirlenen basamakların, her grupta tam olarak gerçekleşmeyeceği göz önünde bulundurularak, puanlama işlemine bir sistematiktik kazandırmak ve gruplara verilen puanların tutarlılığını sağlamak adına, puanlamaya kriterler getirilmiştir. Aşağıda verilen tabloda, hangi durumda kaç puan verileceğine dair genel bilgiler yer almaktadır.

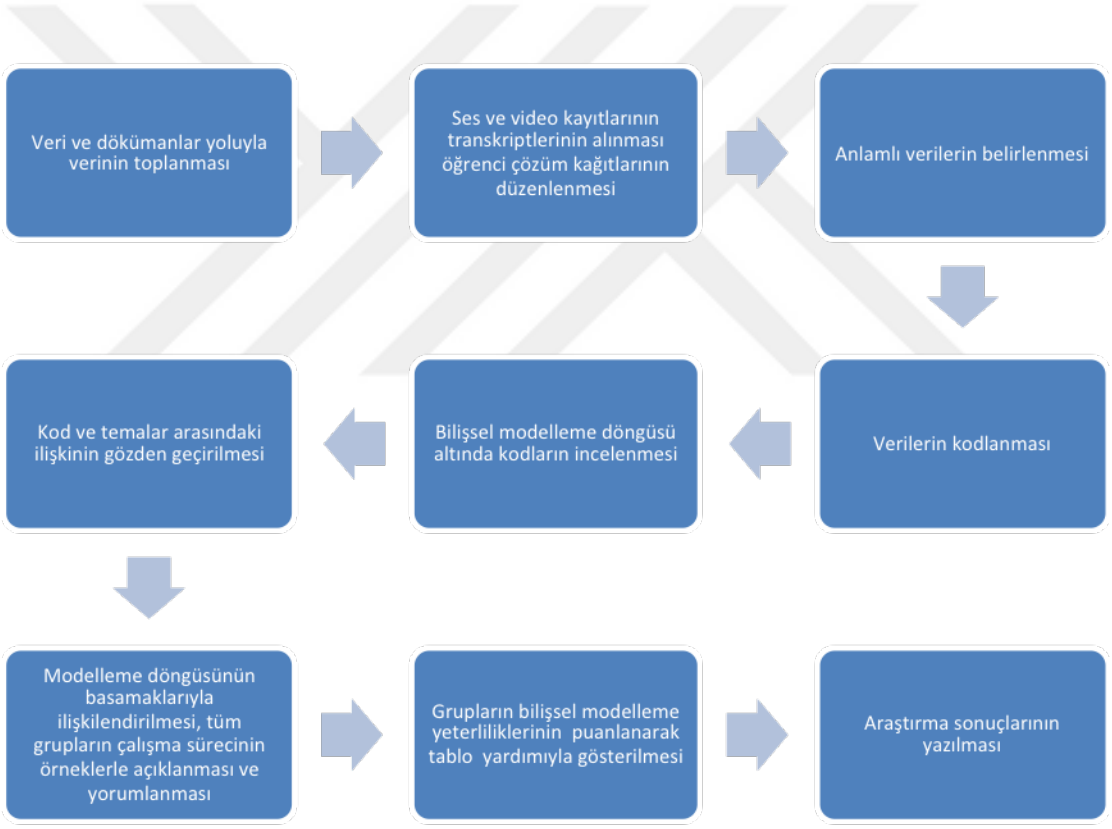
Tablo 3.6

Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Kriterleri

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Çözüm için gerekli verileri belirleyerek, varsayım üretme : 4 puan Varsayımda bulunma ancak yeterli olmaması : 2 puan Varsayımda bulunamama ya da hatalı olması: 0 puan
Matematikselleştirme (3puan)	Problemin çözümü için doğru bir matematiksel model oluşturma : 3 puan Çözüm için bir model oluşturma ancak bazı eksiklerinin olması: 2 puan Hiçbir model ortaya koyamama: 0 puan
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Oluşturulan model üzerinde matematiksel işlemler yaparak doğru bir sonuç elde etme: 3 puan Model üzerinde çalışırken yapılan matematiksel işlemlerde hata olması (İşlem hatası düzeyinde) : 2 puan Model üzerinde doğru matematiksel işlemleri yapamama (Matematik bilgisinin yetersiz olması) : 0 puan
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Elde edilen sonucun gerçek hayatla tutarlılığını ve doğruluğunu kontrol etme : 2 puan Sonucun gerçek hayatla tutarlılığını ya da sadece doğruluğunu (işlemsel kontrol) kontrol etme: 1 puan Sonucun gerçek hayatla tutarlılığını ya da doğruluğunu kontrol etmeme: 0 puan
Sonucu belirtme (2 puan)	Süreci açıklayıcı olarak anlatma ve bir sonuç ortaya koyma : 2 puan Bir sonuç belirleme ancak, süreci yeterince açıklamama: 1 puan Herhangi bir sonuç belirtmeme ve yapılan işlemlere açıklık getirmeme: 0 puan
Genel Puan	...../14

3.6.4. Bulguların yorumlanması

Araştırma sürecinde elde edilen bulgular, doğrudan okuyucuya sunulmamış, veriler arasında sebep sonuç ilişkisi açığa çıkarılmış ve çalışmanın doğal bir parçası olan araştırmacının (sınıfın matematik öğretmeni) yorumlarıyla desteklenmiştir (Creswell, 2016, s. 195). Nitel araştırmalar, bulguların yorumlanması açısından nicel araştırmalardan oldukça farklıdır. Çünkü burada sürece birebir dahil olan araştırmacının getirdiği açıklamalar oldukça önemli görülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 251). Araştırmacı bilişsel modelleme döngüsü altında grupların çözüm süreçlerini açıklarken gerçekleşen davranışların sebebini sorgulamış, matematiksel modelleme ile ilk defa karşılaşan öğrencilerin döngüde nasıl ilerledikleri ve bazen de neden ilerlemekte zorluk yaşadıklarını açıklamıştır.



Şekil 3.12. *Veri Değerlendirme Akışı*

3.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Çalışmanın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak amacıyla çeşitli veri toplama yöntemleri kullanılmış ve veri çeşitlemesine gidilmiştir (Creswell, 2017, s. 201). Durum çalışmalarında üç veya daha fazla veri kaynağından elde edilen bilginin aynı sonucu işaret etmesinin güvenirliği arttırdığı belirtilmektedir (Yin, 2017, s. 1). Bu çalışmada da

elde edilen veriler farklı veri kaynaklarıyla desteklenmiştir. Ayrıca yapısal geçerliği arttırmak için gözlem, görüşme ve doküman gibi farklı veri toplama kaynaklarından yararlanılmış, grup çalışmaları sırasında ses kayıtları alınmış, her etkinlikte farklı bir grubun kamera kaydı alınmış, öğrenci çözüm kâğıtları toplanmış, süreç esnasında ve süreçten hemen sonra araştırmacının tuttuğu gözlem notlarından faydalanılmıştır (Akar, 2016, s. 132–133).

Araştırmanın dış geçerliliği açısından çalışma yapılacak grup belirlenirken araştırma sorusuna, çalışmanın içeriğine uygun olması için amaçlı bir örneklem seçilmiştir. Araştırma probleminde modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrenciler denildiği için çalışmanın gerçekleştiği grup modelleme problemleriyle daha önce karşılaşmamış öğrencilerden oluşmaktadır.

Nitel çalışmalarda, güvenirliği sağlamak için araştırmacının, araştırmanın gerçekleştiği yerde uzun süreli bulunması çalışma yapılan grubu tanıması gereklidir (Başkale, 2016, s. 23). Bu çalışmada araştırmacı aynı zamanda sınıfın öğretmeni olduğu için katılımcılarla zaten etkileşim halindedir. Araştırma, araştırmacının (öğretmenin) da zaten bir parçası olduğu sınıfın doğal ortamında gerçekleştirilmiştir.

Çalışma sürecinde araştırmacının öğrencilerle uzun süreli etkileşim halinde olması, doğal ortamlarında (Creswell, 2017, s. 202) verilerin toplanması ve farklı veri kaynaklarından elde edilen bulguların birbiriyle tutarlı olduğunun gösterilmesi çalışmanın geçerlik ve güvenirliği açısından önemli bir yere sahiptir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 298–300).

3.8. Etik

Çalışma, araştırmacının öğretmenlik yaptığı Eskişehir merkezdeki bir ortaokulda 2018-2019 eğitim öğretim yılı içerisinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya başlamadan önce, okul idaresi ve Milli Eğitim Müdürlüğü çalışma hakkında bilgilendirilmiş ve çalışmanın yürütülebilmesi için gerekli izinler alınmıştır. Daha sonra çalışma yapılacak sınıftaki öğrencilerle görüşülmüş araştırmanın amacı, içeriği neler yapılacağı öğrencilere anlatılmıştır. Araştırmacı aynı zamanda sınıfın matematik ve rehber öğretmeni olduğundan, oluşabilecek güç ilişkisinin önüne geçebilmek adına, araştırmanın amacının öğrencileri değerlendirmek, onlara not vermek olmadığı anlatılmıştır. Böylece süreçle ilgili oluşabilecek yanlış anlaşılmaların önüne geçilmiştir (Creswell, 2017, s. 97–98). Benzer şekilde öğrenci velileri ile bir toplantı gerçekleştirilmiş ve öğrenci velileri de araştırma sürecinden haberdar edilerek gerekli

izinler alınmıştır. Araştırmanın bulguları raporlaştırılırken, öğrencilerin deşifre olmaması için kendi isimleri değil takma isimler kullanılmış, ayrıca araştırma sürecinde çekilen fotoğraflarda öğrencilerin yüzleri kapatılarak sunulmuştur.

Araştırmada elde edilen veriler bireysel önyargılardan bağımsız bir şekilde analiz edilmiş ve araştırma raporu yazılırken verilere sadık kalınmıştır (Rossman vd., 2012, s. 60). Elde edilen tüm veriler kapsamlı bir şekilde kanıtlarıyla birlikte araştırma raporunda sunulmuştur (Creswell, 2017, s. 99; Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 93). Araştırma esnasında toplanan veriler yazılı çözüm kâğıtları ses ve video kayıtları sadece araştırmacı ve danışman tarafından dinlenmiş ve bilimsel çalışma amacıyla kullanılmıştır. Toplanan ses ve video kayıtları araştırma sürecinin tamamlanmasının ardından beş yıl sonra sonra imha edilecektir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. Bulgular

Bu bölümünde Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü bağlamında araştırmanın bulguları sunulacaktır.

Bölüm 3.4'te belirtildiği üzere bu araştırma ön uygulama ve asıl uygulama olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır. Araştırmanın alt problemleri de bu süreçler dikkate alınarak aşağıdaki gibi belirlenmiştir;

1- Ön uygulama aşamasında matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların sebepleri nelerdir?

2- Asıl uygulama aşamasında altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerine ilişkin çözüm süreçlerindeki bilişsel becerileri nasıl gelişim göstermektedir?

Araştırmanın ilk probleminin bulguları ön uygulama sürecinde öğrencilere sorulan 3 matematiksel modelleme probleminden elde edilmiştir. Bu süreçte matematiksel modelleme problemlerinde zorluk yaşayan öğrencilerin, neden zorlandıkları incelenmiş ve sıklıkla ortaya çıkan sebeplere yer verilmiştir. Araştırmanın ikinci problemiyle ilgili bulgular ise asıl uygulama sürecinde sorulan ve araştırmacı tarafından hazırlanan 3 matematiksel modelleme problemi ile her grup için ayrı ayrı bilişsel modelleme döngüsünün altı basamağı (problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama) dikkate alınarak analiz edilmiştir. Grupların çalışmaları incelenirken, basamaklar arası lineer bir geçiş olmaması ve modelleme döngüsünde basamaklar arası ilerleyişin net bir şekilde birbirinden ayrılmaması analizlerin gruplar bazında ayrı ayrı yapılmasına sebep olmuştur. Böylece her grubun problem sürecinde yaşadıkları ve ilerleyişi bütüncül olarak ele alınmıştır.

4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular

Bu bölümde, daha önce modelleme problemleriyle çalışmayan öğrencilerin, problemlerin çözüm sürecinde zorlandıkları belirlenmiş ve bu zorlukların sebepleri ortaya çıkarılmıştır. Araştırma, ön uygulama ve asıl uygulama olarak iki bölümden oluşmaktadır. Ön uygulama bölümünde amaç öğrencileri modelleme problemleriyle tanıştırmak ve bu süreçte yaşanan zorluklara göre asıl uygulama sürecine yön vermektir.

Ön uygulama sürecinde öğrencilere henüz bilişsel modelleme döngüsü tanıtılmamıştır. Çünkü öğrencilerin modelleme problemleri üzerinde çalışırken döngüden yararlanmadan önce, modelleme problemlerini tanıması gerektiği bilinmektedir. Borromeo-Ferri (2018, s. 24). Öğrencilerin araştırma sürecinde karşılaştıkları zorluklar ele alınırken, ön uygulama bölümünde sorulan 3 modelleme problemine odaklanılmıştır. Bu problemlerin çözüm sürecinde öğrencileri zorlayan faktörler ve bunların sebepleri belirlenmiş ve bunlar modelleme döngüsünün basamaklarıyla ilişkilendirilmiştir. Böylece, modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin ilerlemeleri hakkında bir fikir sahibi olunmuş ve modelleme döngüsündeki aşamalarda ne gibi zorluklar ortaya çıktığı belirlenmiştir. Aşağıda ön uygulama bölümünde karşılaşılan zorlukların sebepleri 6 başlık altında incelenmiştir. Zorlukların tamamı bütün problemlerde ve tüm gruplarda görülmemiş, ancak belirgin olarak yaşanan zorlukların sebepleri ele alınmış ve bu zorluklarla ilgili örnekler verilmiştir. Bölüm sonunda verilen Tablo 4.2'de hangi problemde hangi zorluğun yaşandığı özetlenmiştir.

Tablo 4.1

Ön Uygulama Aşamasında Öğrencilerin Karşılaştığı Zorluklar ve Bilişsel Süreçlerle İlişkisi

Karşılaşılan zorlukların sebepleri	Bilişsel süreçler
Hocam biz anlamadık! Çıkmazı	Problemi anlama, Sadeleştirme
Ekstra bilgiye ihtiyaç duyma	Problemi anlama, Sadeleştirme
Problemi yeterince okumama	Problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme
Sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama	Matematikselleştirme
Matematiksel ön bilgi eksikliği	Matematiksel olarak çalışma
Doğrulama mekanizması olarak öğretmeni görme	Doğrulama

4.1.1. Hocam biz anlamadık! Çıkmazı

Alışılmış problem tarzından farklı tarzda problemler gören öğrencilerin bazen problemlerin henüz başında bazen de çözüm sürecinde ilerlerken önlerine çıkan ufak bir sorunda bile *"Biz bunu anlamadık!"* diyerek pes etme eğiliminde olduklarına ön

uygulama sürecinde sıklıkla rastlanmıştır. Aşağıda Okulda Zaman probleminin çözüm sürecinde yaşanan diyalogda da bu durum görülmektedir.

Araştırmacı: *Tek tatiliniz yaz tatili mi peki?*

Eylül: *Hocam 15 tatili anlamadık, onu nasıl yapacağız?*

Araştırmacı: *Peki tek tatiliniz 15 tatil ve yaz tatili mi?*

Kerem: *Cumartesi pazarlar var.*

Eylül: *Hocam bunu anlamadık çözen oldu mu bunu?*

Araştırmacı: *Arkadaşlar bu kadar şey düşündüğünüze göre anlamışsınız bir şeyler ama biraz daha ayrıntılı düşünmeye çalışın.*

Öğrencilerle yaşanan diyalog incelendiğinde, öğrencilerin aslında soruyu anladıkları ama çözüm sürecinde tatillerin tamamını almadıkları görülmektedir. Araştırmacı burada öğrencilerin diğer tatilleri de düşünmesini sağlamak amacıyla sorular sormuştur ve grup üyeleri diğer tatilleri söylediği halde, Eylül'ün bu soruyu anlamadıklarını söylediği görülmektedir. Öğrencilerin yeni karşılaştıkları matematiksel modelleme problemleriyle çalışırken özellikle ön uygulama sürecinde, sıklıkla anlamadıklarını dile getirdikleri fark edilmiştir. Bu durum geleneksel problem tarzına alışmış olan öğrencilerin, matematiksel modelleme problemleriyle tanışma aşamasında yaşadıkları zorluklardan kaynaklanmaktadır. Ancak süreç içerisinde öğrencilerin, problemi anlama konusunda gelişim gösterdikleri, çalışmanın asıl uygulama kısmında sunulan bulgularda görülmektedir.

4.1.2. Ekstra bilgiye ihtiyaç duyma

Matematiksel modelleme problemlerinde gerekli tüm bilginin problem metninde verilmemesi durumunda öğrenciler problemi çözebilmek için ekstra bilgiye ihtiyaç duyabilmektedir. Öğrencilerin, bu bilgiyi kendi yaşam deneyimlerinden ve matematik bilgilerinden yararlanarak elde etmeleri beklenmektedir. Bu durum matematiksel modelleme sorularıyla ilk defa karşılaşan öğrencilerin problemi anlama aşamasında zorluk yaşamalarına sebep olmuştur. Bu anlamda ön uygulama aşamasında sorulan *Okulda Zaman* ve *Elmalı Turta* problemlerinde, çözüm için gerekli olan tüm verilerin problem metninde verilmemiş olmasından kaynaklı olarak öğrencilerin zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu iki problemin de, kendi hayatlarından yola çıkarak eksik verileri tamamlamaları gereken öğrenciler için, şaşırtıcı ve kafa karıştırıcı olduğu

gözlemlenmiştir. Örneğin, *Okulda Zaman* problemini okuyan öğrenciler, araştırmacıya "Nasıl yapacağız? Kaç gün okula gittiğimizi nereden bileceğiz?" sorularını sormuşlardır. Araştırmacı tarafından, sınıfa yapılan genel bir açıklamayla, kendi hayatlarından yola çıkmaları, bir günün, bir haftanın ne kadarını okulda geçirdiklerini düşünmeleri istenmiştir. Bu uyarılardan sonra öğrencilerin çözüm için kendi hayat deneyimlerini düşünmeye başladıkları görülmüştür. İlk matematiksel modelleme problemi için bunların beklenen zorluklar olduğu söylenebilir. Aşağıda verilen diyalog örneğinde öğrencilerin matematiksel modelleme problemini çözüm için kendi hayat deneyimlerinden yararlandıkları ancak çözüm için gerekli tüm verileri ayrıntılı olarak düşünmedikleri görülmektedir.

Çağan: *Sadece 3 aylık tatili aldık.*

Araştırmacı: *Sadece 3 ay mı tatilimiz mi var bizim?*

Çağan: *15 tatil hafta sonu tatili bir de bayramlar var.*

Araştırmacı :*Evet onları da hesaba katmak gerekebilir...*

Araştırmacı ve öğrenciler arasında yaşanan diyaloğa bakıldığında, öğrencilerin sadece yaz tatilini hesaba kattıkları anlaşılmaktadır. Ancak, tatiller sadece yaz tatili olmadığı için araştırmacının öğrencileri daha ayrıntılı düşünmeye teşvik ettiği görülmektedir.

Benzer bir şekilde *Elmalı Turta* probleminde de otobüs biletinin fiyatı hakkında herhangi bir bilgi verilmemesi öğrencilerde kafa karışıklığı yaratmıştır. Şehir merkezinde yaşayan ve sıklıkla otobüs, tramvay gibi ulaşım araçlarını kullandığı düşünülen öğrencilerin otobüs bileti fiyatlarını kendi günlük yaşamlarından yola çıkarak tamamlamaları amaçlanmıştır. Ancak grupların otobüs bileti fiyatında takılı kalarak çözüm sürecinde ilerleyemediği aşağıda verilen diyalogda da görülmektedir.

Yağmur: *Hocam biz otobüs fiyatında kaldık.*

Araştırmacı: *Hiç otobüse binmediniz mi arkadaşlar?*

Ahmet Arda: *Hocam bindik. Eskarttan (Eskişehir'de toplu taşımaya biniş için kullanılan kart) 2 lira, bilet alırsak 3,5 lira.*

Araştırmacı: *Sizin eskartlarınız öğrenci eskartı değil mi? Öğrenci eskartlarından 2 lira mı çekiyor?*

Yağmur: *Hayır hocam!*

Arda: *Benim arkadaşımdan 2 lira çekiyor.*

Yukarıdaki grup diyaloğunda öğrencilerin otobüs fiyatı hakkında tartışma yaşadıkları görülmektedir. Günlük hayatlarında otobüs gibi toplu taşıma araçları kullansalar da, bilet ücretinin ne kadar olduğuna dikkat etmediklerinden, bilet ücretiyle ilgili herhangi bir matematiksel işlem yapmadıklarından yani günlük hayat ile matematik bağlantısını henüz kurmamış olduklarından dolayı eksik verili matematiksel modelleme problemlerinde zorlandıkları düşünülmektedir.

Grupların, otobüs fiyatı belirsizliği çözüldükten sonra, çözüm sürecinde kolayca ilerledikleri görülmüştür. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorluklar modelleme döngüsünün ilk basamakları olan problemi anlama aşamasını ve çözüm için gerekli verilerin belirlendiği sadeleştirme aşamasını etkilediği görülmüştür.

4.1.3. Problemi yeterince okumama

Problemi yeterince okumama aslında geleneksel matematik problemleri çözerken de sıklıkla karşılaşılan bir durum olarak bilinmektedir. Ancak, uzun metinli bir matematiksel modelleme problemlerinde verileri iyi değerlendirmek, istenilenleri belirlemek ve soruyu iyi anlamak sonraki adımlar için oldukça önemli olmaktadır.

Ön uygulamanın 2. problemi olan *Obezite Problemi*, soru metni olarak uzun olduğundan, öğrencilerin soruyu iyi bir şekilde okuyup önemli kısımları belirlemeleri yani problemi anlayıp, sadeleştirme yapmaları gerekmektedir. Ancak öğrencilerin problem metnini dikkatlice okuyup gerekli yerleri not almamaları bazı yanılgılara düşmelerine sebep olmuştur. Öğrencilerin yaşadığı yanılgılar aşağıda verilen diyaloglarda görülmektedir.

Araştırmacı: *Ne yaptınız arkadaşlar? Hangi egzersizi seçtiniz?*

Çağan: *Basketbol sonra da pateni seçtik.*

Araştırmacı: *Ama bakın burada ne diyor. (Sorunun ilgili kısmı okunur.)*

Çağan: *Her hafta değiştirmeyecek, basketbola katıldıysa öyle devam edecek.*

Problem metninde sadece bir egzersiz seçmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Ancak diğer gruplarında benzer şekilde farklı egzersiz seçme eğiliminde olduğu fark

edilmiştir ve problemin ilgili kısmı gösterilerek öğrenciler araştırmacı tarafından uyarılmıştır. Buradan, problemi yeterince okumamanın sadeleştirme aşamasını olumsuz etkilediği görülmektedir.

Aşağıda verilen diyalogda da öğrencilerin problemde istenilen duruma dikkat etmedikleri anlaşılmaktadır.

Araştırmacı: *Kaç kg vermesi gerektiğini nasıl hesaplamayı planlıyorsunuz?*

Tuna: *Kilosu normal olacağı için...*

Araştırmacı: *Normal kilolu değil fazla kilolu olması gerektiği yazıyor soruda. (Sorunun ilgili kısmı öğrencilere gösterilir). İlk hedefimiz fazla kilolu olmasını sağlamak.*

Yukarıdaki diyaloğa bakıldığında öğrencilerin soru metnini tam olarak okumadıkları anlaşılmaktadır. Çünkü problemde fazla kilolu hale gelmek için kaç kg vermesi gerektiği sorulduğu halde, normal kilolu olacağı üzerine düşündükleri fark edilmiştir. Araştırmacı bu aşamada problemde fazla kilolu olması gerektiğinin belirtildiğini dile getirerek, öğrencilere problemin ilgili kısmını göstermiştir. Problemi yeterince okumamaktan kaynaklanan bir başka yanılgının da vücut kitle endeksi konusunda olduğu aşağıda verilen diyalogdan anlaşılmaktadır.

Duru: *Boyunun karesini ağırlığına bölünce vücut kitle endeksini buluyoruz.*

Araştırmacı: *Tam tersi bakın burada ne yazıyor, ağırlığını boyunun karesine bölünce vücut kitle endeksi bulunuyor.*

Vücut kitle endeksinin kişinin ağırlığının boyunun karesine bölümü olduğu soru metninde açıkça yazmaktadır. Problem metninin dikkatlice okunmaması, vücut kitle endeksinin yanlış anlaşılmasına ve bunun sonucunda da matematikselleştirme aşamasında hatalı işlemler yapılmasına neden olmuştur. Problemin okunup anlaşılması, istenilenlerin belirlenmesi problemin çözümünde doğru bir şekilde ilerleyebilmek için önem arz etmektedir. Bunun da modelleme döngüsünde problemi anlama, sadeleştirme ve ardından gelen matematikselleştirme basamaklarını kapsadığı verilen diyaloglarda görülmektedir. Öğrencilerin problemi dikkatlice okumaması bu basamaklarda zorluk yaşamalarına sebep olmuştur.

4.1.4. Sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama

Matematiksel modelleme döngüsünde problemi anlama ve sadeleştirmeden sonra matematikselleştirme basamağı gelmektedir. Bu aşamada öğrencilerin matematik kullanmaya başlaması, verileri matematiksel olarak ifade etmesi gerekmektedir. Ancak ön uygulama kısmında sorulan *Obezite Problemi'nde* öğrencilerin sözel olarak verilen vücut kitle endeksi ifadesini matematikselleştirmede zorlandıkları aşağıda araştırmacı ve öğrenciler arasında, vücut kitle endeksi ile ilgili yaşanan diyaloglarda görülmektedir.

Doruk: *Hocam şimdi fazla kilolu olması gerekiyor 25 ile 29 kg vermesi gerekiyor.*
Araştırmacı: *Burası 25-29 kg vermesi gerektiği anlamına mı geliyor sizce?*
Doruk: *Hocam biz öyle anladık.*
Araştırmacı: *Bakın burada kg demiyor 25-29 kg/m^2 diyor. Can'ın vücut kitle endeksi 31.2 kg/m^2 olup aşağıdaki tabloya göre değerlendirilmiştir diyor. 31,2 neden obez kategorisinde? Bu vücut kitle endeksi tablosu ve bunun nasıl hesaplandığı var bakın burada... Burada bir hesaplama yapılmış ondan sonra vücut kitle endeksi belirlenmiş.*

Araştırmacı, öğrencilerin vücut kitle endeksini yanlış anladıklarını fark etmiştir ve bu konuda öğrencilere açıklama yapmaktadır. Aşağıda verilen diyalogda ise Melis'in boy uzunluğu ve kiloyu topladığı görülmektedir. Ancak vücut kitle endeksi, kişinin ağırlığının boyunun karesine bölünmesiyle bulunmaktadır. Araştırmacının kendi vücut kitle endeksinin hesaplanmasını anlatarak öğrencilere örnek verdiği görülmektedir.

Melis: *Hocam ben 1.60 ile 82 yi topladım. (Can'ın boy uzunluğu ve kilosunu toplamıştır).*
Araştırmacı: *Öyle mi diyor? Bir daha bakalım. Kişinin ağırlığının boyunun karesine bölünmesi diyor. Diyelim ki ben 52 kiloyum bunu kendi boyum olan 1.68'in karesine bölersem kendi vücut kitle endeksimi bulurum. Bu tabloda size verilen şey de vücut kitle endeksi Mesela Doruk sen kaç kilosun boyun kaç? Senin vücut kitle endeksini bulalım.*

Diğer gruplardaki öğrencilerin de vücut kitle endeksi kavramında takılıp ilerleyemediği fark edilince problem hakkında daha fazla açıklama yapılmıştır. Araştırmacı vücut kitle endeksinin ne demek olduğunu tekrar öğrencilere anlatıp, kg ve vücut kitle endeksi arasındaki ilişkiye vurgu yapmıştır ve kendi vücut kitle endeksini

hesaplayarak bir örnek üzerinden öğrencilere vücut kitle endeksini nasıl hesaplayacaklarını anlatmıştır.

4.1.5. Matematiksel ön bilgi eksikliği

Modelleme problemleri seçilirken öğrencilerin matematiksel bilgileri dikkate alınmıştır. Ancak, bu süreçte öğrencilerin daha önceki yıllarda öğrendikleri kazanımları hatırlamakta zorlandıkları fark edilmiştir. Örneğin öğrenciler *Obezite Problemi'nde* ondalık sayılarla işlem yapma ve uzunluk ölçü birimleri konusunda zorluk yaşamışlar, bu da bilişsel modelleme sürecinin bir basamağı olan matematiksel olarak çalışma aşamasının önüne geçmiştir. Aşağıda verilen diyalog kesitinde öğrencilerin problem çözümü için planlarını ve yaptıkları işlemleri araştırmacıya anlattıkları görülmektedir.

Melis: *Problemi ilk önce kısaltarak yazmaya çalıştık. Sonra biraz daha tartışınca bu 1.60'ın karesini bulmaya karar verdik. İlk önce bunu 160 cm'e çevirdik sonra bunun karesini bulacağız.*

Araştırmacı: *Cm'ye çevirdiniz ama formülde m^2 diyor. Peki m^2 olarak hesapladınız mı?*

Kerem: *Onu daha hesaplamadık hocam.*

(Öğrenciler işlemlerini tamamladıktan sonra elde ettikleri sonucu belirtmişlerdir).

Eylül: *1.60 ın karesini bulacağız demiştik, 25600 bulduk.*

Öğrencilerin ondalık sayılarla işlem yapmaktan kaçındığı bu sebeple birim çevirme yaparak tam sayı elde ettikleri görülmektedir. Ancak öğrenciler elde ettikleri sonucu söylerken sanki bir ondalık sayıyla işlem yapmışlar gibi 1.60'ın karesini bulduklarını dile getirmişlerdir. Oysa elde ettikleri sonucun 160'ın karesi olduğu görülmektedir. Buradan öğrencilerin ondalık sayılar ve uzunluk ölçü birimleri konusunda zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Benzer şekilde, diğer grupların da ondalık saylarla işlem yaparken ve uzunluk ölçü birimleri konusunda zorluk yaşadıkları ve bunun da matematiksel olarak çalışma sürecini, olumsuz etkilediği fark edilmiştir.

4.1.6. Doğrulama mekanizması olarak öğretmeni görme

Geleneksel yöntemlerle işlenen derslerde sınıfta doğrulama mekanizması olarak öğretmen görüldüğünden ve öğretmen öğrencileri cevapları konusunda doğru veya yanlış diye yönlendirdiğinden, matematiksel modelleme problemlerinin de çözüm sürecinde öğrencilerin benzer bir beklenti içinde oldukları görülmüştür. Düşüncelerini

grup içerisinde tartışarak ortak bir karara varmak yerine bunu öğretmene sorma eğiliminde oldukları aşağıda verilen diyalogdan anlaşılmaktadır.

Araştırmacı: *Çözümünüz ne aşamada? Ne düşündünüz ?*
Arın: *Hocam biz bir günde 6 saat okulda olduğumuzu bulduk.*
Deniz: *Öğretmenim 7 saat olmuyor mu?*

Gruptaki öğrencilerden Arın, 6 saat okulda zaman geçirdiklerini söylerken, Deniz okulda 7 saat geçirildiğini düşünmektedir. Bu düşüncelerini diğer arkadaşlarıyla tartışmak ve günlük hayat bağlamında düşünmek yerine öğretmene sormaları, bilişsel modelleme döngüsünün son aşaması olan doğrulama aşamasında zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Aşağıda verilen Tablo 4.2 ön uygulama sürecinde sorulan üç problemde yaşanan zorlukların nedenleri özetlenmiştir.

Tablo 4.2

Ön Uygulama Sürecinde Yaşanan Zorlukların Nedenleri

Zorluklar	Okulda Zaman Problemi	Ön Uygulama Obezite Problemi	Elmalı Turta Problemi
Hocam biz anlamadık çıkmazı	✓	✓	
Yeterli veri olmaması	✓		✓
Problemi yeterince okumama		✓	
Matematiksel ön bilgi eksiği		✓	

Tablo 4.2 *(Devam)*

Ön Uygulama Sürecinde Yaşanan Zorlukların Nedenleri

Zorluklar	Okulda Zaman Problemi	Ön Uygulama Obezite Problemi	Elmalı Turta Problemi
Sözel bir ifadeyi matematiksel yazamama		✓	
Öğretmene onaylatma isteği	✓	✓	✓

Ön uygulama sürecinde, hocam biz anlamadık! çıkmazı, yeterli veri olmaması, problemi yeterince okumama, matematiksel ön bilgi eksikliği, sözel bir ifadeyi matematiksel yazamama, doğrulama mekanizması olarak öğretmeni görme gibi nedenlerden dolayı matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde zorlandıkları belirlenmiştir. Matematiksel modelleme problemleriyle ilk defa karşılaşan öğrencilerin, ilk aşamada yaşadıkları zorluklar araştırmanın devamına yani asıl uygulama sürecine yön vermiştir. Sürecin öğrenciler açısından daha verimli ilerleyebilmesi için, ön uygulamadan elde edilen veriler dikkate alınarak asıl uygulama sürecindeki matematiksel modelleme problemleri revize edilmiş, (Ayrıntılı açıklama Bölüm 3.5.4.'de yapılmıştır) öğrenciler matematiksel modelleme döngüsü hakkında bilgilendirilmiş, matematiksel ön bilgi eksikliğinin önüne geçebilmek için önlemler alınmıştır.

4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

Bu bölümde, matematiksel modelleme problemleri hakkında deneyim kazanmış ve bilişsel modelleme döngüsü tanıtılmış öğrencilerin bilişsel yeterlilikleri Borromeo-Ferri (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü çerçevesinde belirlenmiştir. Araştırmanın başında yapılan 3 soruluk ön uygulama aşamasından sonra öğrencilere modelleme döngüsü tanıtılmış, daha önce çözülen modelleme problemlerinden örnekler verilerek modelleme döngüsünün basamakları hakkında açıklama yapılmıştır. Öğrenciler modelleme döngüsüyle tanıştıktan sonra araştırmanın asıl uygulama kısmı başlamıştır. Asıl uygulama kısmında araştırmacı tarafından hazırlanan ve ön uygulama

aşamasından sonra revize edilerek (Ayrıntılı açıklama Bölüm 3.5.4.'te yapılmıştır) öğrencilerin seviyesine daha uygun hale getirilen 3 matematiksel modelleme problemi sorulmuştur. Aşağıda bu 3 matematiksel modelleme probleminin çözüm sürecine ait grup bazında yapılan ayrıntılı değerlendirmelere yer verilmiştir.

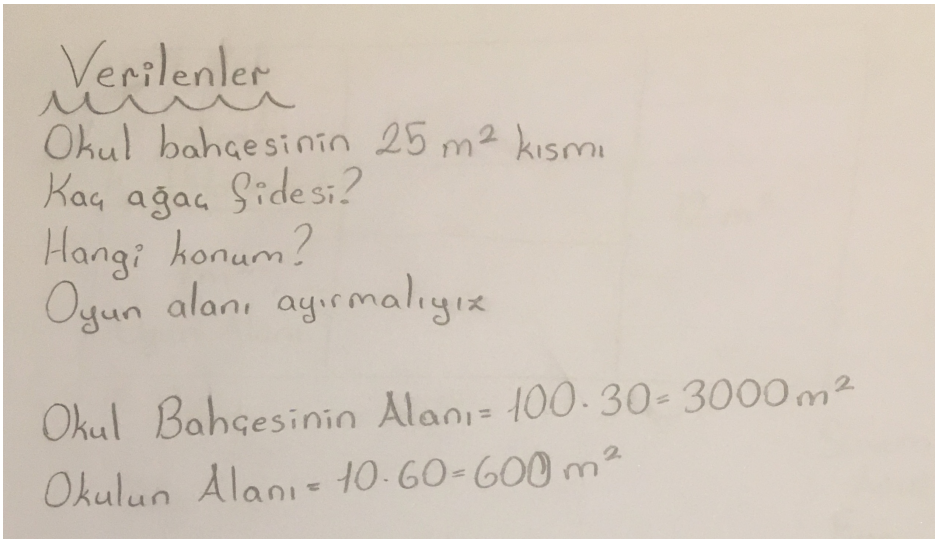
4.2.1. Okul bahçesinin ağaçlandırılması problemi

Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Probleminde (Bölüm 3.5.4.4.), öğrencilerden 25 metrekarelik bir alana çam ya da ıhlamur ağaçları dikilecek şekilde bir model oluşturmaları istenmektir. Burada dikkat etmeleri gereken nokta çam ağaçları arasında 1,5 metre, ıhlamur ağaçları arasında 2 metre boşluk olması ve okul bahçesi çeşitli faaliyetler için etkin bir şekilde kullanıldığından ağaçları bu faaliyetleri engellemeyecek bölgelere dikmeleri gerektiğidir. Aşağıda grupların çözüm süreçleri ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.

4.2.1.1. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 1'in çözüm süreci

Grup 1'deki öğrencilerin problemde verilen bilgilerden önemli gördükleri kısımları ve çözüm sürecinde dikkate almaları gereken ifadeleri not aldıkları görülmektedir. Bu durum problem hakkında fikirlerinin gelişmeye başladığını aynı zamanda sadeleştirme yapmaya başladıklarını göstermektedir. Ancak, öğrencilerin problemde verilen gerçek durumu zihinlerinde canlandıramadıkları aşağıda verilen ifadeden ve yaptıkları alan hesabından anlaşılmaktadır. Örnek olarak Duru problemi anladıklarını ifade etmiş ve alanı bulduklarını söylemiştir. Aşağıda buna dayalı olarak yaptıkları çözüm Şekil 4.1'de verilmiştir.

Duru: *İlk başta problemi anladık ve verilenleri yazdık. Sonra okulun alanını ve okul bahçesinin alanını bulduk.*

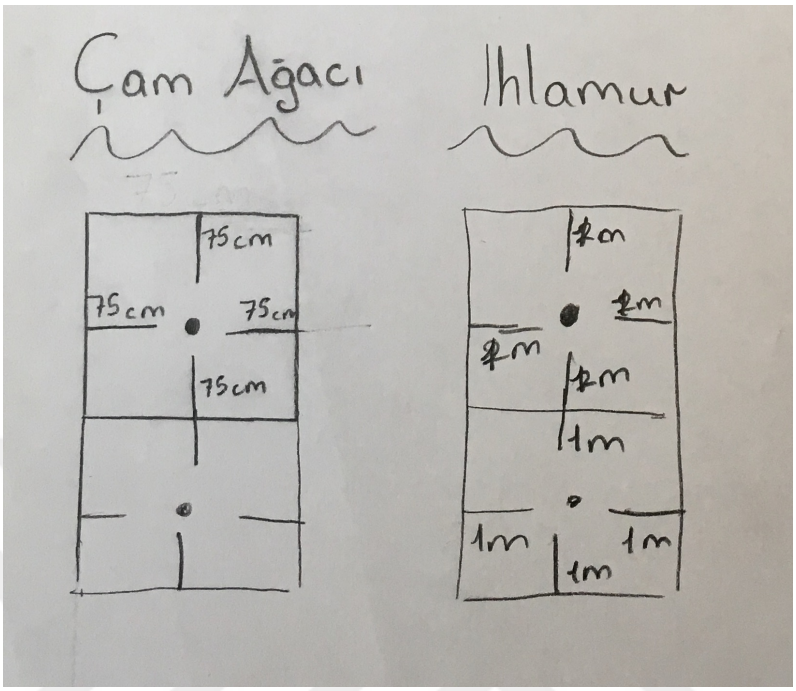


Şekil 4.1. *Grup 1 Problemi Anlama ve Sadeleştirme*

Çözüm kâğıdında okulun ve bahçenin alanını bulmaları, geleneksel matematik problemlerine alışkın olmalarıyla ilişkilendirilebilir. Geleneksel matematik problemlerinde problem metninde verilen her bilginin gerekli olması ve kullanılmasına alışkın olan öğrenciler, modelleme probleminde de okul ve bahçesinin kenar uzunluklarının verildiğini görünce onları da çevre ve alan bularak işleme dahil etmişlerdir. Oysaki bu problemde okulun ve bahçenin kenar uzunlukları ağaçları dikecekleri konumlara gerçekçi bir yaklaşım geliştirsinler diye verilmiştir. Bu sebeple Grup 1'in problemde sorulan gerçek yaşam durumunu, anlamadıkları ve bu durumu zihinlerinde canlandıramadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Diğer gruplarda da benzer bir durum fark edildiği için öğrenciler ağaçların nasıl dikildiğini gözlemlemeleri için bahçeye çıkarılmıştır. Sonra da çözümlerini revize etmeleri için süre tanınmıştır. Grup 1'in revize sürecinden sonra oluşturdukları model ve bu modeli anlattıkları sunumda geçen diyalogdan ve çözüm kâğıdından (Şekil 4.2) bir kesit aşağıda verilmiştir. Burada nokta olarak belirttikleri kısım ağacın dikileceği yer ve etrafındaki mesafelerde bırakılması gereken boşlukları göstermektedir. Öğrencilerin problemde verilenleri kullanarak gerçek hayata uygun bir varsayım geliştirdikleri görülmektedir.

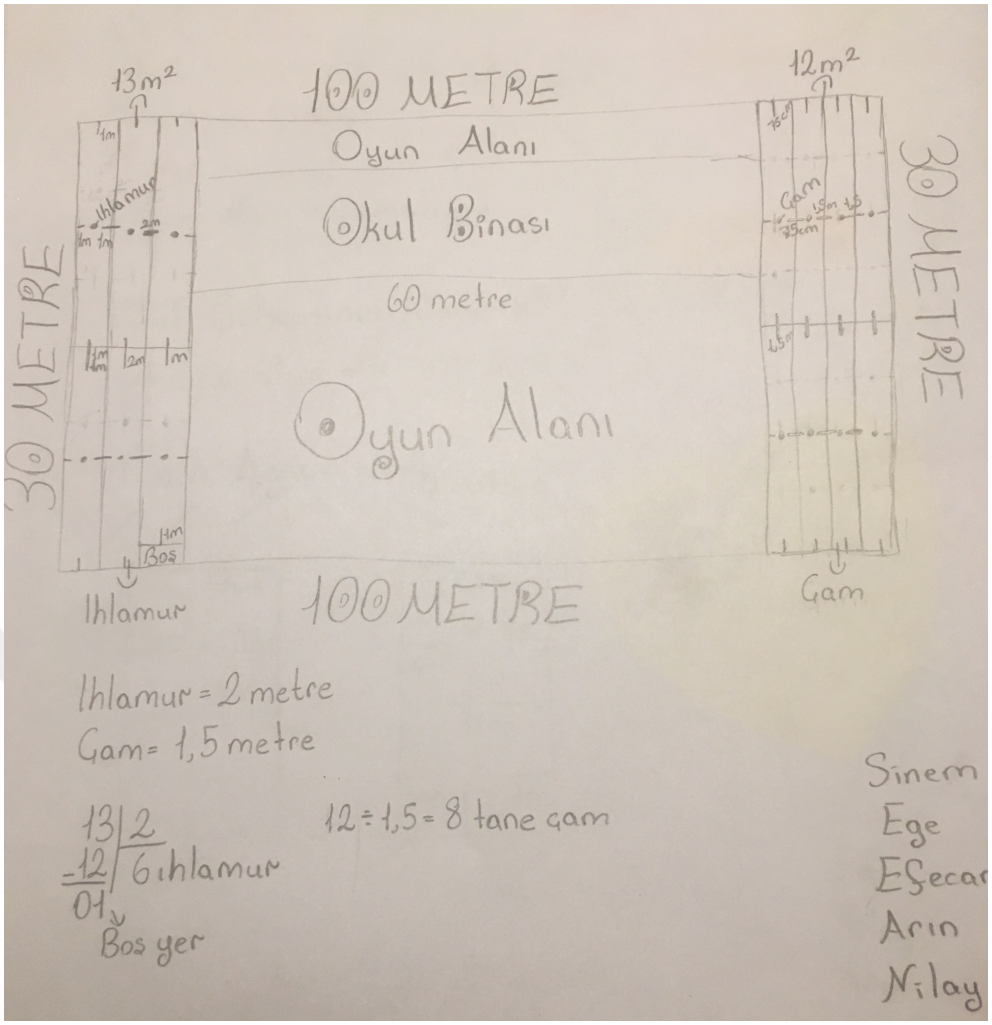
Duru: *Çarpanlar ve katlar özelliğini kullanacağımızı anladık. Bahçede de gördüğümüz gibi mesafeler vardır duvara karşı... Şurada (çam ağacı modelini*

kastetmektedir) onun yarısını yaptık ve 75 cm oldu. Çam ağaçları arasındaki mesafe de 1,5 m oldu.



Şekil 4.2. *Grup 1 Matematikselleştirme*

Grup 1'in modeli incelendiğinde ağaçlar arası mesafeye dikkat ettikleri ve doğru bir model ortaya koydukları görülmektedir. Ayrıca grup üyelerinden Duru çözüm sürecinde çarpanlar ve katlardan yararlandıklarını söylemiştir. Bu, öğrencilerin matematik dersinde öğrendikleri bir konu ile gerçek hayat bağlantısı kurduklarını yani çözüm için ekstra matematik bilgisi kullandıklarını göstermektedir. Matematiksel bir model ortaya koyan Grup 1'in matematiksel olarak çalışma süreciyle ilgili kâğıt alıntısı (Şekil 4.3) aşağıda verilmiştir



Şekil 4.3. *Grup 1 Matematiksel Olarak Çalışma*

Öğrenciler oluşturdukları modelde ağaçlar arası mesafeyi doğru bir şekilde göstermişlerdir. Ancak elde ettikleri matematiksel sonuçlar incelendiğinde, belirledikleri alanlara dikilecek ağacı hesaplarken bölme işlemi yaptıkları görülmektedir. 8 tane çam ağacının 12 metrekarelik alana, 6 tane ıhlamur ağacının ise 13 metrekarelik alana dikileceğini belirtmişlerdir. Bu durumun oluşturdukları modele göre hatalı olduğu görülmektedir. Çünkü, dikilecek ağaç sayısını belirlerken, oluşturdukları modeli kullanmayıp sadece bölme işlemi yaparak oradan elde ettikleri sayının doğru cevap olduğunu düşünmüşlerdir. Ancak, 13 m^2'lik alana 6 ıhlamur ağacının dikilemeyeceği Şekil 4.3 göz önüne alındığında da anlaşılmaktadır. Yani öğrenciler oluşturdukları modeli matematiksel olarak çalışma sürecinde dikkate almamışlar ve dolayısıyla hatalı sonuçlar elde etmişlerdir. Tablo 4.3'de Grup 1'in bilişsel süreçlerini açıklayan dereceli puanlama şeması verilmiştir.

Tablo 4.3

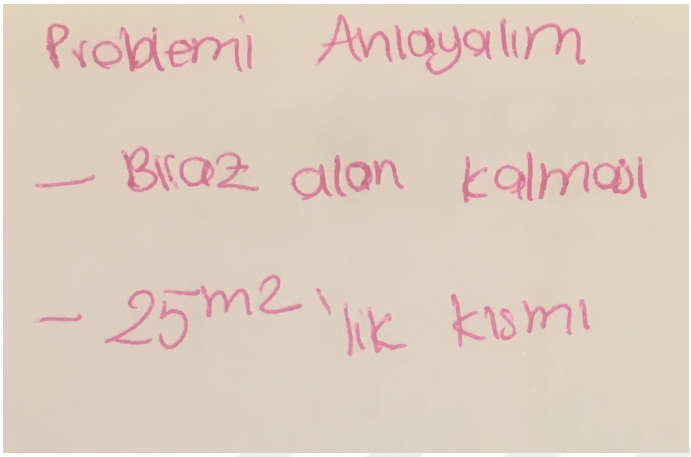
Grup 1 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	İlk aşamada okulun alanını bulmaya yönelmişler ve gereksiz işlemler yapmışlardır. Ancak daha sonra problem durumunu anlayıp, ağaçlar arasındaki mesafeye dikkat etmeleri gerektiğini fark etmişlerdir. (3 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Ihlamur ve çam ağaçlarının nasıl dikileceğine dair doğru bir model oluşturmuş ve bunun çizimini yapmışlardır. (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Düşündükleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel işlem yapamamışlar ve hatalı bir sonuç elde etmişlerdir. (0 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Sonuç yorumlanmamış ve doğrulanmamıştır. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Hatalı olsa da bir sonuç belirlemişlerdir. (1 puan)
Genel Puan	7 /14

4.2.1.2. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 2'nin çözüm süreci

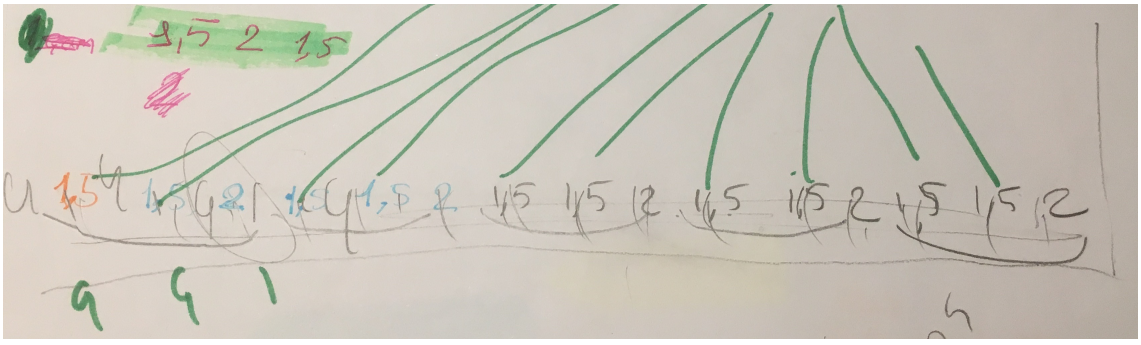
Grup 2'deki öğrencilerin problemde verilenleri, önemli gördükleri yerleri not aldıkları Şekil 4.4'te görülmektedir. Bu aşama problemi anlama ve sadeleştirme için önemlidir. Ancak problemde dikkat edilmesi gereken daha fazla veri bulunmaktadır.

Öğrencilerin sadece iki madde not alması bu aşamaya gerekli özeni göstermedikleri anlamına gelmektedir.



Şekil 4.4. *Grup 2 Problemi Anlama ve Sadeleştirme*

Grup 2'nin matematikselleştirme sürecini incelediğimizde, öğrencilerin çam ve ıhlamur ağaçlarını yan yana dizdikleri ve Şekil 4.5'te görüldüğü gibi, çam ve ıhlamur ağaçları arasına hem 1,5 m hem de 2 metre mesafe bıraktıkları görülmektedir. Ayrıca oluşturdukları modelde ağaçların dikim alanının enini hesaba katmadıkları anlaşılmaktadır. Yani ağaçların dikileceği bölmeyi tek boyutlu düşünmüşlerdir. Aşağıda çözüm kâğıtları ve bu süreçte yaşanan diyalogdan bir kesit verilmiştir.



Şekil 4.5. *Grup 2 Matematikselleştirme*

Eylül: *Çam ağaçları ve ıhlamurları bir düzene göre dizdik. (1,5- 1,5 - 2 - 1,5 - 1,5 - 2 şeklindeki çözümlerini tahtaya çizerler.)*

Selin: *Arkadaşlar bunları topladığımızda da 25 m^2 ediyor.*

Araştırmacı: *Nasıl m^2 ediyor?*

(Sınıftan bir öğrenci çözüm hakkında yorum yapar.)

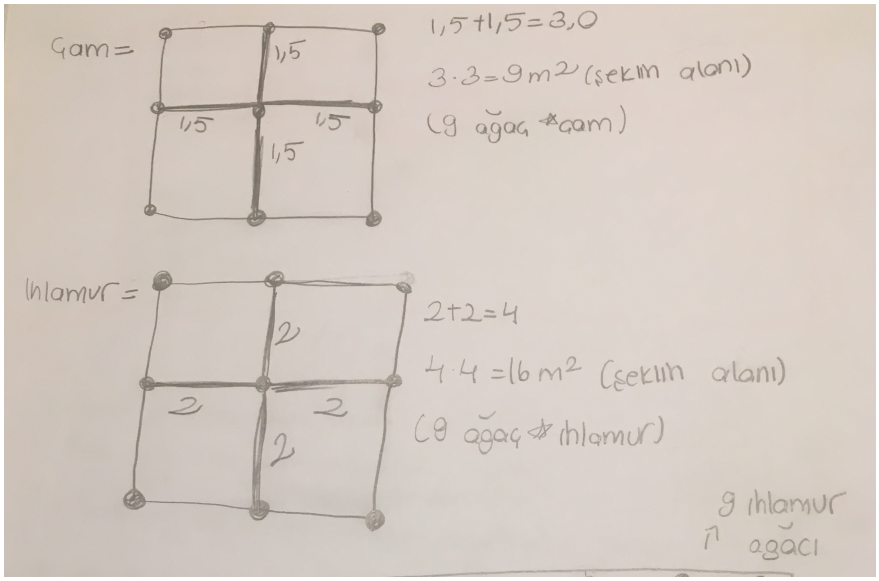
Çağan: *Ama siz metreleri topluyorsunuz! Metre ile metreyi çarpınca m^2 olur. Ihlamur ile çamın arası 2 metre demedi ki! (Problemde çam ile çam arası 1,5 m, ıhlamur ile ıhlamur arası 2 m olarak verilmiştir.)*

Öğrencilerin sunum esnasında tahtaya çizdikleri bu çözüme sınıftan bir öğrencinin itiraz ettiği diyalogda görülmektedir. Grup 2'deki öğrenciler, uzunlukları toplayıp alan bulduklarını iddia etmişlerdir. Ama Çağan bu duruma itiraz ederek alanın öyle bulunamayacağını ifade etmiştir. Araştırmacı bu konuda sınıfa uyarıda bulunarak, ağaçlar arasındaki mesafenin toplanarak alana ulaşılamayacağından, ağaçların dikildiği bölgenin bir alan kapladığından ve dolayısıyla bu bölgenin iki boyutlu olduğundan bahsetmiştir. Grubun çözümlerini revize etmeleri istenmiştir. (Revize süreci bahçede ağaçlar gözlemlendikten sonra gerçekleşmiştir.) Revize çalışması sırasında araştırmacı ve Eylül arasında gerçekleşen diyalogdan bir kesit aşağıda verilmiştir.

Eylül: *25 m^2'lik alan için, mesela bunu bir dikdörtgen olarak düşünürsek bir tarafı 25 bir tarafı 1, bir tarafı 5, diğer tarafı 5 öyle düşündük. Oradan ilerlemeye çalışacağız.*

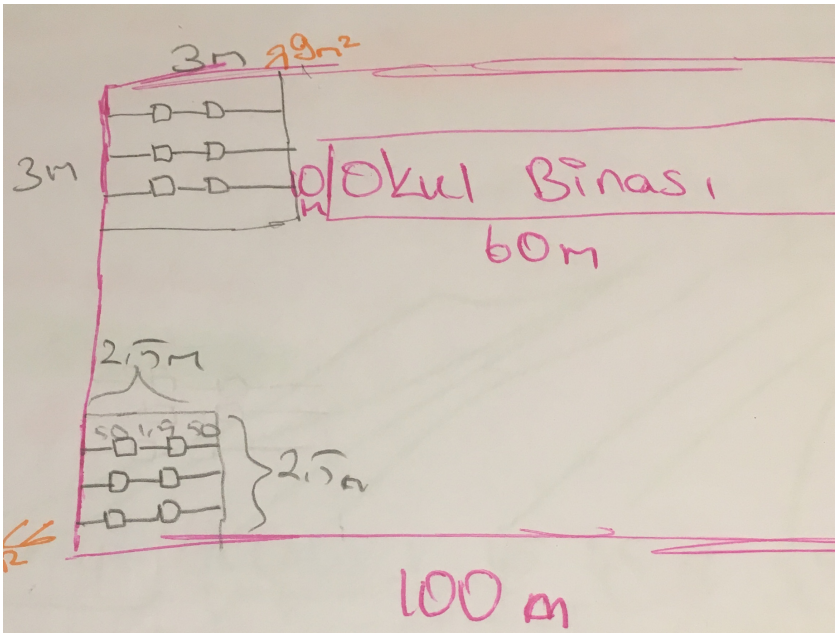
Araştırmacı: *Oradan ilerleyebilirsiniz.*

Grup 2'deki öğrencilerden Eylül ile araştırmacı arasında geçen diyalogda Eylül, alan kavramını anladıklarını ve ağaçların dikileceği yerin alanını 25'in çarpanlarına göre hesaplayacaklarını anlatmaktadır. Öğrencilerin zihninde problem durumunun daha somut hale geldiği görülmektedir. Revize sonrası çözümlerinde alan kavramına dikkat ettikleri modellerini kurarken tek boyutlu düşünmedikleri ancak bu sefer de, köşelerdeki ağaçlardan sonra mesafe bırakmadıkları aşağıda verilen çözüm kâğıtlarında (Şekil 4.6) görülmektedir.



Şekil 4.6. *Grup 2 Hatalı Model*

Grup 2'de öğrenciler, köşelere dikmeyi planladıkları ağaçlar konusunda uyarılıp, problemde verilen dikim mesafeleri öğrencilere hatırlatılmıştır. Sınıf olarak okul bahçesine çıkıldığında, gözlemlenen ağaçların konumlarıyla ilgili hatırlatma yapılmış ve öğrencilerinin modellerini revize etmeleri istenmiştir. Revize sürecinin ardından Grup 2'deki öğrencilerin ağaçlar arasına ve ağaçlar ile okul duvarı arasına mesafe bırakmaya özen gösterdiği Şekil 4.7'de de görülmektedir.



Şekil 4.7. *Grup 2 Doğru Model*

Grup 2'deki öğrencilerin gerçekleşen 2 ayrı revize sürecinden sonra, çözümlerinde gerçek yaşama uygun bir model oluşturdukları görülmektedir. İlk yaptıkları çözümlerde, modellerinin gerçek yaşamla tutarlı olup olmadığını kontrol etmemişlerdir. Aynı şekilde son çözümü yaptıktan sonra da modelin doğruluğunu sorgulamadıkları fark edilmiştir. Grup 2'deki öğrenciler de Grup 1'deki öğrenciler gibi yorumlama ve doğrulama basamakları üzerinde durmamışlardır. Aşağıda Grup 2'nin bilişsel süreçlerinin açıklayan dereceli puanlama şeması verilmiştir.

Tablo 4.4

Grup 2 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Problemde verilen ve istenilenleri eksik belirlemişler ve ağaçların dikim aralıklarını ilk aşamada anlamlandıramamışlardır. Yapılan çeşitli müdahaleler sonrasında problemi anlayıp doğru bir varsayımda bulunmuşlardır. (2 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	İlk geliştirdikleri hatalı modelden sonra, modellerini revize etmişler ancak modellerinde yine hata olması sonucunda 2. defa çözümlerini revize etmeleri gerekmiştir. En sonunda ıhlamur ve çam ağaçlarının nasıl dikileceğine dair doğru bir model oluşturmuşlar ve bunun çizimini yapmışlardır. (2 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalışabilmişlerdir (3 puan)

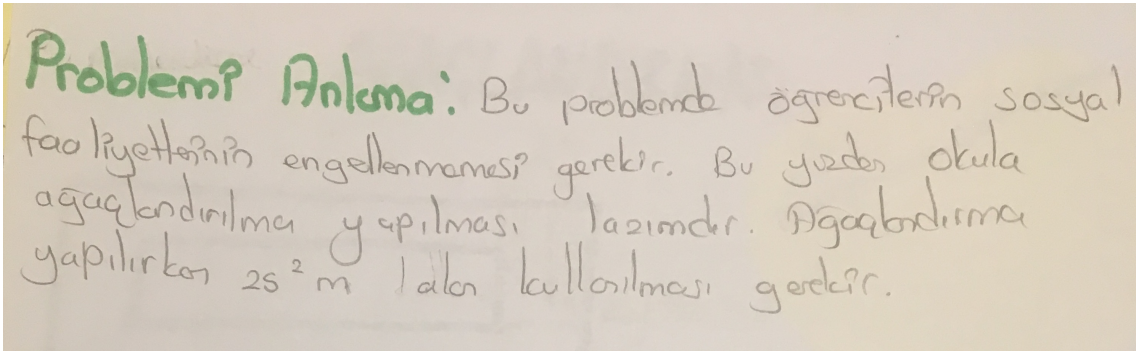
Tablo 4.4 *(Devam)*

Grup 2 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Sonuç yorumlanmamış ve doğrulanmamıştır. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Çalışma sürecini açıklamışlar ve sonuç belirlemişler (2 puan)
Genel Puan	9 /14

4.2.1.3. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 3'ün çözüm süreci

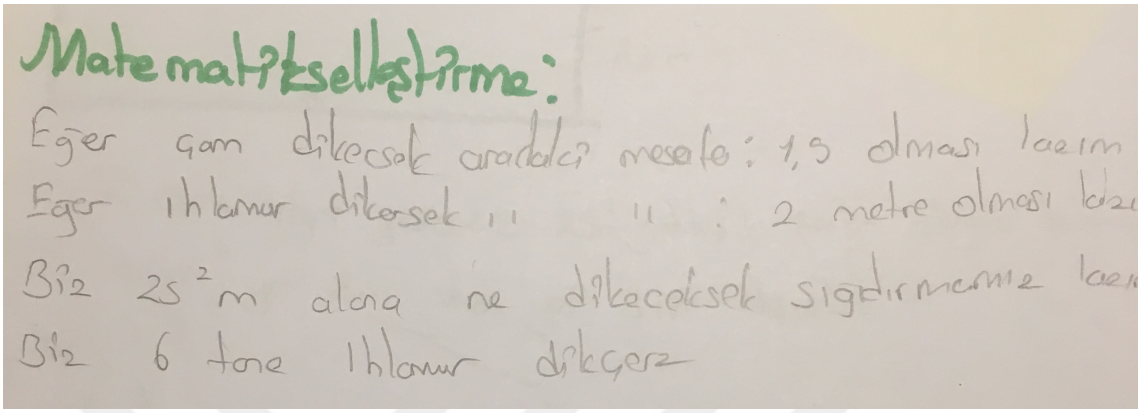
Grup 3'teki öğrencilerin problemi okudukları ve grup içinde problem hakkında konuştuktan sonra çözüm kâğıdına problemi anlama başlığı altında notlar aldıkları görülmüştür. Şekil 4.8'de problemi genel hatlarıyla özetlemişlerdir. Aslında bu sadeleştirme aşamasına da geçtiklerini göstermektedir. Ancak problem çözümünde gerekli bilgilerden olan çam ve ıhlamur ağaçlarının dikim mesafesiyle ilgili bir not almadıkları görülmektedir. Bu bilgileri Şekil 4.9'da görüldüğü üzere matematikselleştirme başlığı altında incelemişlerdir. Bu açıdan öğrencilerin zihninde matematiksel modelleme döngüdeki aşamaların tam olarak oturmadığı anlaşılmaktadır.



Şekil 4.8. *Grup 3 Problemi Anlama*

Öğrencilerin problemi anladıkları ve özetledikleri görülmektedir. Ancak çözüm için gerekli verilerin belirlendiği sadeleştirme aşamasını matematikselleştirme aşaması altında incelemişlerdir. Aşağıda Şekil 4.9'da çözüm kâğıdından verilen kesitte çam ve

ıhlamur ağaçları arasındaki mesafeyi not aldıkları görülmektedir. Bununla birlikte kaç tane ağaç dikeceklerine dair bir varsayımda bulunmuş olsalar da henüz matematiksel bir gösterim gerçekleştirmedikleri için bu bölüme sadeleştirme aşaması denilmesinin daha uygun olacağı düşünülmektedir.



Şekil 4.9. *Grup 3 Sadeleştirme*

Öğrenciler çözüm kâğıdına aldıkları notta 6 tane ıhlamur ağacı dikeceklerini belirtmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı neden ıhlamur dikmeyi planladıklarını sormuştur. Aşağıda öğrencilerin verdikleri cevapları içeren diyalogda ıhlamur ağacını seçmelerinin sebebinin, dikim mesafesinin tam sayı olmasından kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Yani öğrenciler çam ağacının dikim mesafesi olan 1,5 metre (ondalık sayı) ile işlem yapmak istemedikleri için ıhlamur ağacı dikmeyi tercih ettiklerini söylemişlerdir.

Ilgın: *Biz okul bahçesine çam ağacı yerine ıhlamur dikmeye karar verdik.*

Araştırmacı: *Neden öyle düşündünüz?*

Ilgın: *Çünkü daha aralıklı oluyor 2m 2m olunca daha geniş oluyor işe yarıyor.*

Araştırmacı: *Ne anlamda işe yarıyor? Ama 1,5 dikerseniz de daha çok ağaç dikersiniz.*

Çağan: *Ama öyle tam bulamıyoruz. (Çam ağacının dikim aralığının 1,5 metre olmasından dolayı tam bulamadıklarını söylemektedir)*

Problemdeki öncüllere ve gerçek hayata uygunluğuna dikkat etmek yerine öğrencilerin burada işlem kolaylığını tercih ettikleri anlaşılmaktadır. Araştırmacı sadece işlem kolaylığına bakarak bir model geliştirmenin doğru olmadığı konusunda öğrencileri uyarmıştır. Bunun yanı sıra diğer tüm gruplardaki öğrencilerin verilen

uzunluklarla alan ve çevre hesabı yaptığı görülmesine rağmen, Grup 3'teki öğrencilerin alan ve çevre hesabı yapmaması dikkat çekicidir. Öğrenciler, problem durumunu anlayıp, doğru bir model geliştirme yolunda ilerlemişlerdir. Diğer grupların çözüm üretebilmeleri için, okul bahçesine inip oradaki ağaçlarla gözlem yapılması gerekirken, Grup 3, buna ihtiyaç duymadan çözüm sürecine başlayabilmiştir. Ancak burada ondalık sayılarla işlem yapmaktan kaçındıkları için, modellerini gerçek hayata göre değil, işlem kolaylığını göre belirlemişlerdir. Araştırmacıyla yaşanan diyaloglardan sonra Grup 3'deki öğrencilerin modellerini değiştirdikleri ve ıhlamur yerine çam ağacı dikilecek yeni bir model oluşturdukları fark edilmiştir. Öğrencilerin dikdörtgensel bir alana ağaçları dikmeyi planladıkları Şekil 10'da görülmektedir. Bu alana çam ağacı dikmeyi planlayan öğrencilerin 8 metreye 3 metre olacak şekilde bir model oluşturdukları toplamda 24 metrekarelik bir alan düşündükleri anlaşılmaktadır. Öğrencilerin Şekil 10 'daki çözüm kâğıdına aldığı notlardan ve aşağıda verilen diyalogdan da anlaşılacağı üzere 25 metrekareden daha küçük bir alan planlamalarının sebebi köşelerdeki ağaçlardan sonra bir miktar boşluk bırakabilmektir.

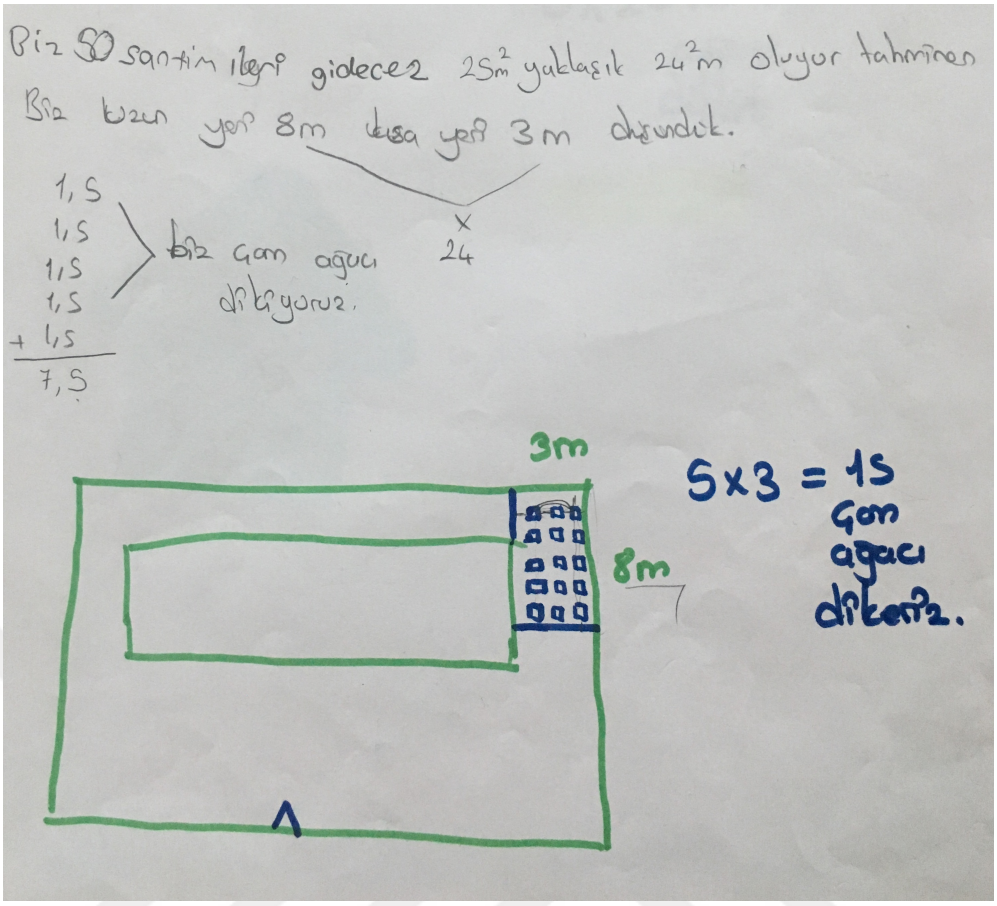
Ilgın: *Biz şimdi 25 m^2 'den 50 cm ileriye gittik. Bu yüzden alanımız yaklaşık 24 m^2 oluyor.*

Çağan: *Yani ağaçlarla duvar arasında mesafe bırakmak için...*

Ilgın: *Sonra biz 5 tane çam ağacı dikmeye karar verdik bu da 7,5 oluyor sonra burası 3 burası 8 oluyor 24 metrekare olması için.*

Çağan: *7,5'i 8 gibi sayarsak....*

Araştırmacı: *Evet böyle düşünebilirsiniz. Peki bu alana kaç çam fidanı sığıyor onu belirleyin bakalım.*



Şekil 4.10. *Grup 3 Matematikselleştirme-Matematiksel Olarak Çalışma*

Ağaçların dikimiyle ilgili matematiksel bir model ortaya koyup bir sonuca ulaşan Grup 3'ün elde ettikleri modelin gerçek hayata uygunluğunu ve sonucun doğruluğunu kontrol etmedikleri fark edilmiştir. Grup 3'ün de yorumlama ve doğrulama basamaklarına gerekli önemi vermediği gözükmektedir. Yine de Grup 3'ün bu problemde diğer gruplardan farkı en başta gerçek hayatla tutarsız bir model ortaya koymamaları, model üzerinde sorun yaşamadan ve revize işlemine gerek kalmadan matematiksel olarak çalışabilmeleri olmuştur. Aşağıda Grup 3'ün bilişsel süreçlerini açıklayan dereceli puanlama şeması verilmiştir.

Tablo 4.5

Grup 3 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Problem çözümünde gerekli olan bilgileri ayırt ederek varsayımda bulunmuşlardır. (4puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Çözüm için doğru bir model belirlemişlerdir. (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Geliştirdikleri son model üzerinde model üzerinde matematiksel olarak çalışabilmişlerdir. Ancak ilk başta ondalık sayılarla işlem yapmaktan kaçınmışlardır. (2 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Sonuç yorumlanmamış ve doğrulanmamıştır. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Bir sonuç belirlemişlerdir. (2 puan)
Genel Puan	11 /14

4.2.1.4. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 4'ün çözüm süreci

Grup 4'teki öğrencilerin problemi anlama ve sadeleştirme üzerine düşünmedikleri, problemde verilen ve istenenleri belirlemedikleri fark edilmiştir. Çözüm kâğıtlarında bu sürece ait bir not bulunmamaktadır. Ayrıca grup içi tartışmada da problemde okulun ve bahçesinin kenar uzunlukları verildiği için doğrudan onları çarpıp alan bulmaya yöneldikleri görülmüştür. Neden alan hesabı yaptıkları üzerine bir sorgulama gerçekleştirmemişlerdir. Aşağıda verilen diyalogda da öğrenciler alan ve

çevre hesabı yaptıklarını dile getirmişlerdir. Öğrencilerin alan hesabını çözüm sürecinde kullanmadıkları belirlenmiştir.

Melis: *Biz bunun alanını bulduk. 3000 m^2. Bir de çevresini bulduk.*
Araştırmacı: *Çözümünüzde çevre ya da alan bilgisini kullandınız mı?*
Mert: *Hayır...*

Araştırmacının sorusu üzerine çevre ve alan bilgisini kullanmadıklarını söyleyen Grup 4'ün, Grup 3 hariç diğer gruplarda olduğu gibi, geçmişteki alışkanlıkları sonucu problemde verilen her veriyle işlem yapılması gerektiğini düşünüp çevre ve alan hesabı yaptıkları görülmektedir. Araştırmacı ile yaşanan diyalogdan sonra alan ve çevrenin çözüm için gerekli olmadığına ikna olan Grup 4, çarpanlara ayırma konusunu hatırlayarak 25 m^2 'lik bir alan elde etmek için hangi sayıların çarpılması gerektiğini belirlemişlerdir. Aşağıda Grup 4'teki öğrencilerin bu süreci anlattıkları diyalogdan bir kesit verilmiştir.

Melis: *Hocam biz çarpanlara göre yaptık. 25 bulabileceğimiz sayıları bulmaya çalıştık. Bir kenarı 4 bir kenarı 5 olan bir alan bir de bir kenarı 5 bir kenarı 1 olan bir alan, ikisini toplayınca 25 oluyor.*
Araştırmacı: *Ayrı alanlar kullanmışsınız böyle de yapabilirsiniz tabii ki. Peki ağaçları nasıl dikmeyi planlıyorsunuz?*
Ece: *Yani şöyle bir kareye mesela.... Ihlamurun daha çok yere ihtiyacı olduğu için burayı verebiliriz.... (Ses kaydı olduğu için öğrencinin nereyi gösterdiği bilinmemektedir)*
Araştırmacı: *Ağaçları nasıl dikeceğinizi de belirleyin ve kaç fidan gerektiğini de düşünün.*

Bu sorunun hazırlanmasındaki amaçlardan olan, çarpanlar ve katlar konusunu çözüm için kullanmalarının, matematikselleştirme süreci için doğru bir başlangıç olduğu düşünülmektedir. Araştırmacı, bir model geliştirmeleri için ağaçları nereye dikeceklerini belirlemelerini istemiştir. Ancak sürecin devamında öğrencilerin, oluşturdukları modelde (Şekil 4.11), birim kareler şeklinde bir model oluşturdukları, ancak problem metninde verilen ağaçların dikim alanlarını dikkate almadıkları fark

edilmiştir. Grup 4'ün geliştirdiği 3 farklı modelde de aynı yanılgıya düştüğü görülmektedir. Öğrencilerin dikim aralıklarını dikkate almamasının sürecin başında problemi anlama ve sadeleştirme basamaklarına yeterli önemi vermemelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Aşağıda verilen diyalogda, Grup 4'ün de, araştırmacının sorusundan sonra, yaptıkları hatayı fark ettikleri ve çözümlerini değiştirmeye karar verdikleri görülmektedir.

Mert: *3 tane çözüm bulduk.*

Araştırmacı: *5 fidan 10 fidan demişsiniz bunlar hangi ağaçların fidanları?*

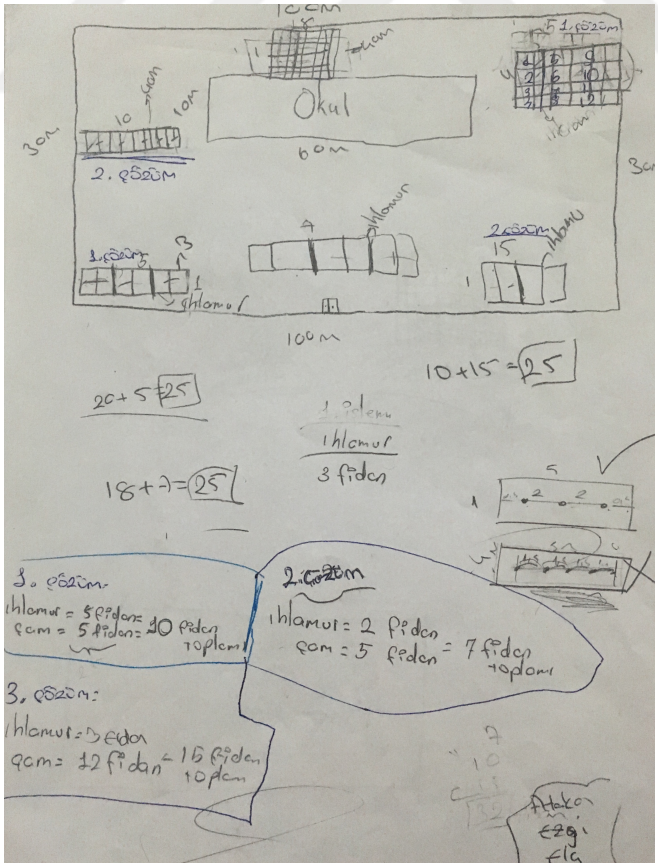
Görkem: *Şu ıhlamur bu çam!*

Araştırmacı: *Aralıklara dikkat ettiniz mi?*

Ece: *Bu ağaç burası boşluk burası ağaç burası boşluk....*

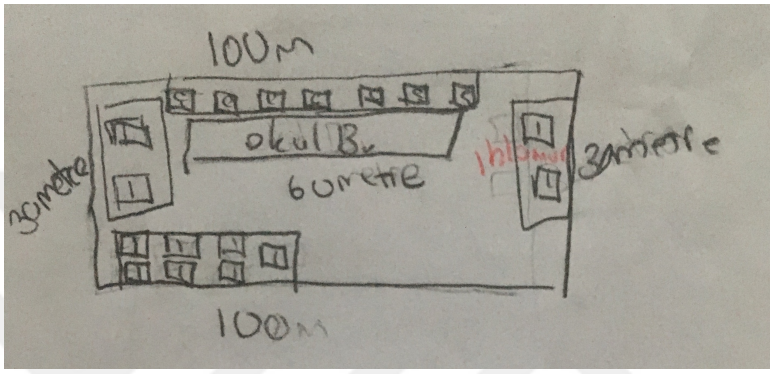
Araştırmacı: *Aynı alana 5 ıhlamur 5 çam nasıl sığdırdınız yani 5 metrekarelik yere nasıl sığdırdınız?*

Mert: *Hocam yani sığmaz. O zaman değiştirelim.*

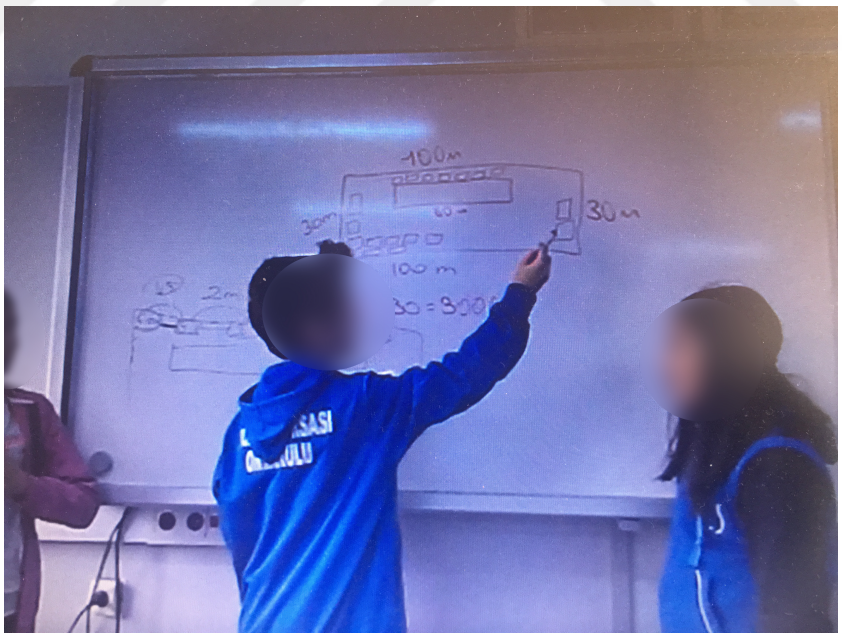


Şekil 4.11. *Grup 4 Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma*

Öğrencilere problemde verilen dikim aralıkları bilgisi hatırlatılmış ve onları kullanarak bir çözüm üretmeleri istenmiştir. Ancak revize sonrası ortaya koydukları modelde de hatalar olduğu tespit edilmiştir. Soruda 25 m^2'lik bir alanın ağaçlandırılması istenmiştir. Ama öğrencilerin modeline göre çok daha fazla alanı ağaçlandırdıkları görülmektedir. Grup 4 bu sefer de ağaçlandırılması gereken alanın miktarına dikkat etmeyerek hatalı bir model ortaya koymuştur. Grup 4'teki öğrencilerin çözüm kâğıdı Şekil 4.12'de ve sunum fotoğrafları Şekil 4.13'te verilmiştir.



Şekil 4.12. *Grup 4 Revize Sonrası Matematikselleştirme*



Şekil 4.13. *Grup 4 Sunum Fotoğrafı*

Öğrencilerin çözüm kâğıdı incelendiğinde çok fazla alan harcadıkları anlaşılmaktadır. Bunun yanı sıra çizdikleri modellerin, okul ve bahçenin kenar uzunluklarıyla tutarlı olmadığı görülmektedir. Çam ağaçları arasındaki uzaklığın 1,5 metre olduğu bilindiğinden, en üste çizdikleri kısmın 10 metre civarında olması

gerektiği anlaşılmaktadır. Ancak çizdikleri modelde okulun uzunluğundan bile fazla bir alan ayırmış olan Grup 4'ün, doğru bir model oluşturamadığı görülmektedir. Bu sebeple de, bundan sonraki basamaklar olan, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama aşamalarına ait bir çalışma yürütememişlerdir. Aşağıda Grup 4'ün bilişsel süreçlerini açıklayan dereceli puanlama şeması verilmiştir

Tablo 4.6

Grup 4 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	İlk aşamada çözüm için gerekli bilgileri ayırt etmemişler doğru bir varsayımda bulunmamışlardır ancak araştırmacının yönlendirmesiyle problemi anlama ve sadeleştirme aşamalarına geri dönmüşler ve bir varsayım geliştirmişlerdir. (2 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Bir model ortaya koymuşlardır ancak modelde hatalar ve gerçek hayatla tutarsızlıklar vardır. (1 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Model hatalı olduğu için, matematiksel işlemleri de hatalıdır. (0 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Sonuç yorumlanmamış ve doğrulanmamıştır. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Bir sonuç belirlememişlerdir. (0 puan)
Genel Puan	3 /14

4.2.1.5. Okul bahçesinin ağaçlandırılması Grup 5'in çözüm süreci

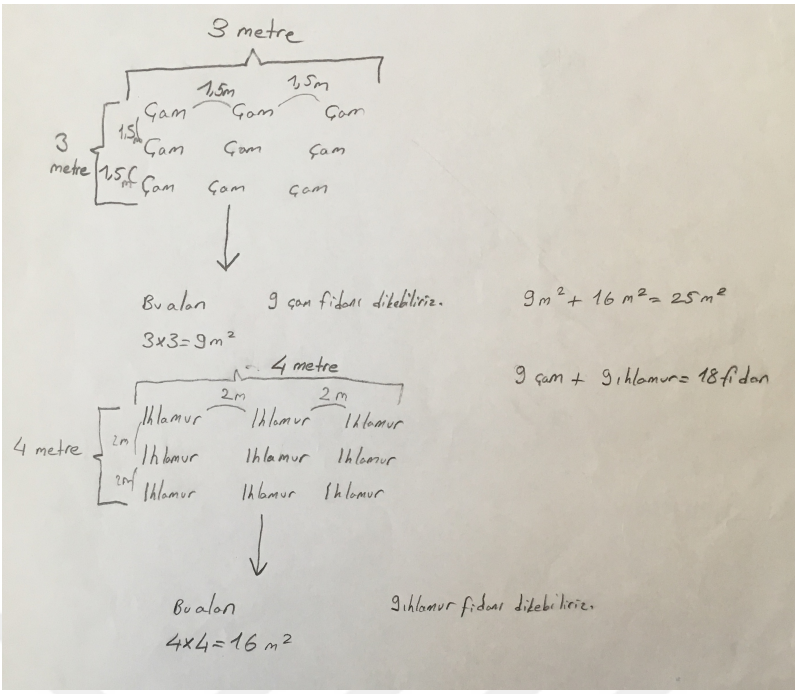
Grup 5'teki öğrenciler problemde verilenler ve istenenler gibi bilgileri çözüm kâğıdına not almamışlar ancak grup içinde soruyu okuduktan sonra verilenlerle ilgili konuştukları gözlemlenmiştir. Grup 5'in de, Grup 3 hariç diğer gruplar gibi ilk önce soruda verilen uzunlukları kullanarak okul bahçesinin ve okulun alanını buldukları belirlenmiştir. Aşağıda verilen diyalogda, Grup 5'teki öğrencilerden Yağmur okul binasının ve bahçesinin alanını bulduklarını anlatmaktadır.

Yağmur: *Biz bu bahçenin alanını bulduk okul binasını saymazsak alanı 2400 metrekare.*

Araştırmacı: *Peki bu bilgi ne işinize yaradı?*

İzzet: *Sonradan hiçbir işimize yaramadığını gördük.*

Öğrenciler bu bilginin bir işe yaramadığını fark etmelerine rağmen yine de çözüm sürecine bu bilgiyi dahil etmeye çalışmışlardır. Araştırmacının uyarısından sonra, alan ve çevre hesabından vazgeçerek bir çözüm üretmeye başlayan Grup 5'in çözüm kâğıdı aşağıda (Şekil 4.14) verilmiştir. Grup 5'in çözüm kâğıdı incelendiğinde, oluşturdukları modelde 4 kenara da dikilen ağaçlardan sonra mesafe bırakmadıkları görülmektedir. Bu da köşelerdeki ağaçlar için yeterli yer olmaması anlamına geldiğinden gerçek hayata uygun bir model olmadığı anlaşılmaktadır.

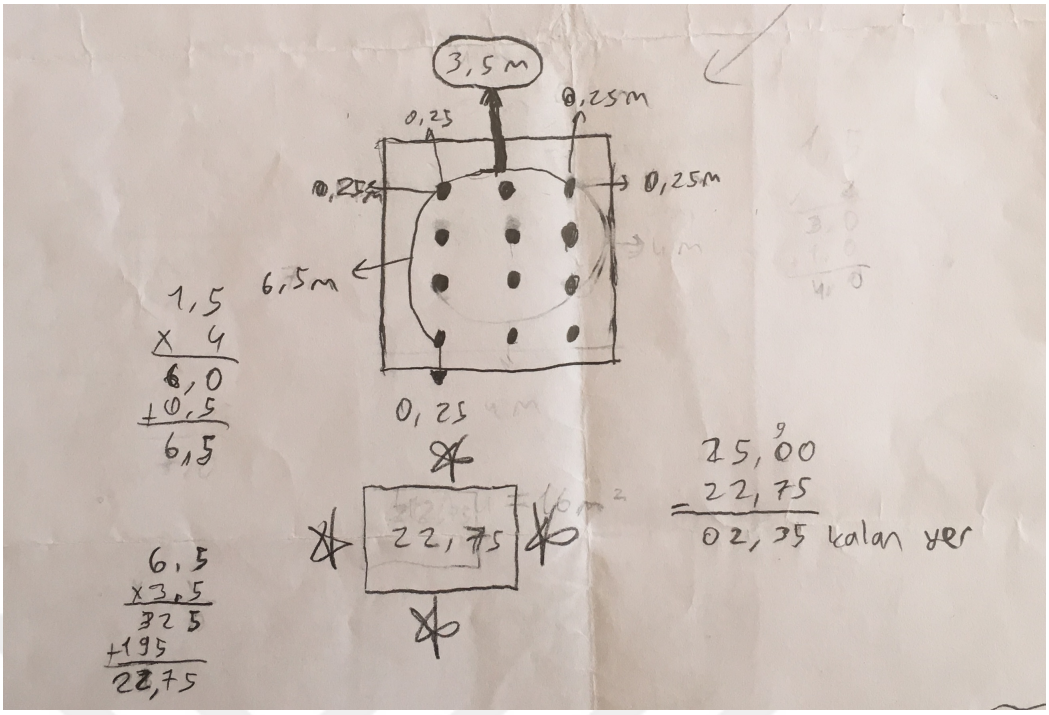


Şekil 4.14. *Grup 5 Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma*

Öğrencilerin oluşturdukları hatalı model üzerinden şekillerin alanlarını belirledikleri ve toplamda 25 m^2'lik bir alana ağaç dikmeyi planladıkları belirlenmiştir. Grup 5 ile modelleri üzerine konuşulmuş ve kenarlarda bulunan ağaçlardan sonra mesafe bırakmamalarına dikkat çekilmiştir. Okul bahçesinde incelenen ağaçlardan yola çıkarak gerçek hayata daha uygun bir model geliştirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin revize sürecinden sonra oluşturdukları modelde gerçek hayata uygun bir model oluşturdukları yani ağaçlar arası mesafeye ve kenarlardaki ağaçlardan sonraki mesafeye dikkat ettikleri Şekil 4.15'te de görülmektedir. Aşağıdaki diyalogda grup üyelerinden Yağmur'un çözüm süreci ile ilgili açıklamaları verilmiştir.

Araştırmacı: *Ne yaptınız arkadaşlar? Nasıl düşündünüz?*

Yağmur: *Duvara uzaklık yarım metre diye düşündük, çamların arasına da 1,5 m yani 3 tane aralık var 1,5 ile 3 ü çarpıyoruz sonra buna yarım metreyi ekliyoruz ve bu kenar 5 m yapıyor.*



Şekil 4.15. *Grup 5 Revize Sonrası Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma*

Öğrenciler ortaya koydukları modeli geliştirmişler ve matematiksel işlemler yaparak dikilecek ağaç sayısını doğru bir şekilde hesaplamışlardır. Ancak, oluşturdukları modele göre ağaçları okul bahçesinde nereye dikeceklerini belirlememişlerdir.

Bununla birlikte diğer tüm gruplar gibi Grup 5'teki öğrenciler de matematiksel olarak ürettikleri sonuçların gerçek hayatla tutarlılığını kontrol etmemiştir yani yorumlama ve doğrulama aşamalarıyla ilgili herhangi bir çalışma yapmamışlardır. Tablo 4.7'da Grup 5'in bilişsel süreçlerinin açıklayan dereceli puanlama şeması verilmiştir.

Tablo 4.7

Grup 5 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Çözüm için gerekli bilgileri ayırt etmemişler doğru bir varsayımda bulunmamışlardır. Çeşitli müdahalelerden sonra varsayımlarını geliştirmişlerdir. (2 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	İlk aşamada hatalı bir model ortaya koymuşlardır. Müdahalelerden sonra modellerindeki hatayı düzeltmişlerdir. (2 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Belirledikleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalışmışlardır. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Sonuç yorumlanmamış ve doğrulanmamıştır. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Bir sonuç belirlemişlerdir. (2 puan)
Genel Puan	9 /14

4.2.1.6. Okul bahçesinin ağaçlandırılması gruplara toplu bakış

Okul bahçesinin ağaçlandırılması probleminde grupların genel olarak problemi anlama sürecinde zorlandıkları belirlenmiştir. Süreç içerisinde, araştırmacının müdahaleleri sonucu gerçekleşen revizeler de bunu destekler niteliktedir. Çünkü yapılan revizelerin sebepleri öğrencilerin hatalı modeller kurması, hatalı modellerin sebebi ise, öğrencilerin problemde verilen, istenenlere ve gerçek hayata dikkat etmemelerinden kaynaklanmaktadır. Grup 1 ve Grup 3'ün en başta problemde verilen ve istenenleri not

aldığı görülmüştür. Grup 2'nin ise sadece iki maddelik bir not aldığı ve bunların çözüm için yeterli olmadığı belirlenmiştir. Problemi okuduktan sonra Grup 3 hariç diğer grupların okul bahçesinin ve okulun, alan ve çevresini hesapladıkları fark edilmiştir. Öğrencilerle yaşanan diyaloglarda çevre ve alan hesabını nerede kullandıkları sorulduğunda, "herhangi bir yerde kullanmadık" cevabı alınmıştır. Bunun farkında olmalarına rağmen yine de sınıfın çoğunluğunun çevre ve alan hesabı yapması dikkat çekici olmuştur. Bir şeklin kenar uzunlukları veriliyorsa çevre veya alan sorulacağı düşünüldüğü için yine bir alışkanlık sonucu öğrencilerin çevre ve alan hesabı yaptıkları düşünülmektedir. Bu problemde görülen bir diğer yanılgı ise Grup 2'nin ağaçların dikileceği alanı tek boyutlu düşünmeleri ve sadece ağaçlar arası dikim uzaklığını hesaba katarak alan bulduklarını iddia etmeleri olmuştur. Benzer olarak Grup 1, Grup 2, Grup 5, ağaçların dikileceği alanın modelini oluştururken kenarlarda kalan ağaçlar için herhangi bir mesafe bırakmamışlardır. Gerçek yaşamla tutarsız olan bu modelleri fark eden araştırmacı öğrencileri bahçeye indirerek, grup arkadaşlarıyla birlikte ağaçları gözlemlemelerini istemiştir. Gerçek yaşamda ağaçların nasıl dikildiğini aralarında mesafe olduğunu, ağacın dikildiği alanın iki boyutlu olduğunu ve ağacın dikildiği yerden sonra da belirli bir miktar mesafe bırakıldığını öğrencilerin gözlemlemeleri ve daha gerçekçi modeller oluşturmaları hedeflenmiştir. Bu süreçle ilgili araştırmacının aldığı gözlem notu aşağıda verilmiştir.

"Tabloda verilen fidanlar arası mesafe ve dikim şekli kafa karışıklığı yarattı. Bunu aslında daha önceden tahmin etmiştim. Bu yüzden soruya fotoğraf ekleyerek öğrencilerin durumu gözlerinde canlandırmalarının daha kolay olacağını düşünmüştüm. Öğrencilerin yine de gerçek hayata uygun çözümler üretmemesi üzerine, bahçeye çıkıp ağaçları gözlemlemelerinin matematik ile gerçek hayat arasında bağ kurmalarının iyi olacağını düşündüm. Öğrenciler bahçedeki incelemelerini tamamladıktan sonra sınıfa çıkıp çözümlerini revize etmeye başladılar"

Yapılan ağaç gözleminden sonra sınıfa çıkılarak grupların modellerini revize etmeleri istenmiştir. Revize sonrası Grup 4 hariç diğer grupların doğru bir model oluşturduğu belirlenmiştir. Ancak Grup 1 doğru bir model oluştursa da bu model üzerinde matematiksel olarak doğru bir şekilde çalışamamıştır. Grupların hiçbirisinin yorumlama ve doğrulama yapmadığı çözümlerinin gerçek yaşama uygunluğunu kontrol etmediği belirlenmiştir. Araştırmacı, hatalı modellerin yoğun olduğunu gördükten sonra

öğrencileri bahçeye indirerek, çözümlerinin gerçek yaşamla tutarsız olduğunu göstermiş olsa da öğrenciler daha sonradan yeni oluşturdukları modeller üzerinde yorumlama yapmamışlardır. Tüm grupların çözüm süreçleri ayrıntılı olarak açıklandıktan sonra, bu süreci özetleyen bir puanlama tablosuna yer verilmiştir. Bu tablolar sayesinde, grupların çözüm süreçlerine genel olarak bakabilmek ve gruplar arası ilişkileri belirleyebilmek kolaylaşmıştır. Aşağıda Tablo 4.8'de grupların toplam puanları verilmiştir.

Tablo 4.8

Grupların Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemindeki Toplam Puanları

Gruplar	Toplam Puan Oranları
Grup 1	7/14
Grup 2	9/14
Grup 3	11/14
Grup 4	3/14
Grup 5	9/14

Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması probleminde, Grup 4'ün modelleme aşamalarından pek çoğunu gerçekleştiremediği ancak diğer grupların bir model oluşturarak üzerinde çalışabildiği belirlenmiştir. Grup 3, 11 puanla bu süreçte en yüksek puanı, Grup 4 ise 3 puanla en düşük puanı almıştır.

4.2.2. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi

Eskişehir'in Tarihi Bacaları problemine geçmeden önce öğrencileri çözüm sürecinde yanıltacağı düşünülen perspektif konusuyla ilgili dikkat çekici bir video ile derse başlanmıştır. Buradaki amaç öğrencilerin olası hatalı düşünmelerinin dersin başında önüne geçmek ve problemi çözerken fotoğraflardaki perspektiflere dikkat çekmek olmuştur. Problemde, Eskişehir Espark alışveriş merkezi önünde, daha önce burada olan bir fabrikaya ait bacanın yüksekliği sorulmuştur. Bacanın farklı açılardan ve bir de yakın açıdan araştırmacının da içinde olduğu fotoğrafları öğrencilere dağıtıldıktan sonra, grup çalışmaları başlatılmıştır. (Problemin tam metni için Bölüm 3.5.4.5'e bakınız.) Bu bölümde modelleme problemlerinin uygulandığı beş grubun

çözüm süreçleri Borromio Ferri'nin belirlemiş olduğu altı basamaklı (Problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama, doğrulama) bilişsel modelleme döngüsü çerçevesinde değerlendirilmiştir. Grupların çözüm sürecinin detaylı açıklaması aşağıda verilmiştir.

4.2.2.1. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 1'in çözüm süreci

Grup 1'deki öğrenciler problemi okuyup verilen fotoğrafları incelemişlerdir. Dersin başında izletilen perspektif videosunu hatırlayarak perspektife dikkat etmeleri gerektiğini söylemişlerdir. Fotoğraflardan birinde araştırmacıyı görünce onun boyundan yola çıkmayı planlamışlardır. Grup üyelerinden, Sarp bir ara Espark'ın boyundan gidelim önerisini sunmuş olsa da diğer grup üyeleri bu ihtimal üzerinde durmamışlardır. İlk olarak araştırmacıya boy uzunluğunu sormuşlar ama tahmin etmeleri gerektiği yanıtını almışlardır. Aşağıda Grup 1'in boy uzunluğu ile tartışma sürecinden bir diyalog kesiti verilmiştir.

Eylül: *Etrafındaki cisimlere bakalım. Perspektif meselesi baksanıza videoya! Hayır Aslıhan hoca neden oraya kendini koymuş olabilir? Aslıhan hocanın boyunu sormamız için!*

Ahmet: *Bence 178 vardır.*

Tuna: *165.*

Ahmet: *168.*

Eylül: *168 olamaz!*

Melis: *Senin boyun kaçtı?*

Eylül: *158*

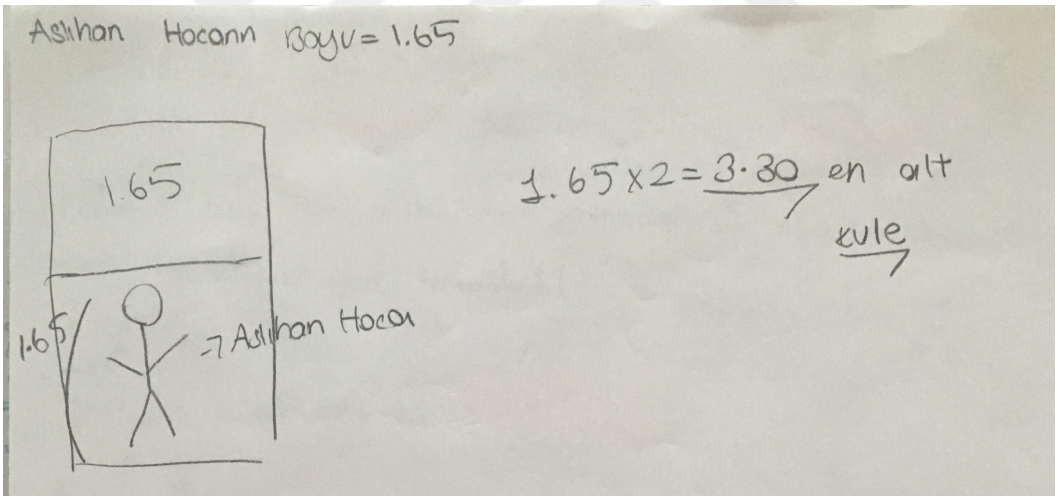
Melis: *3-4 cm vardı arada 1 cm şu kadar bir şeyse 160 diyelim.*

Eylül: *165 diyelim.. Tahmini ama.*

Verilen diyalogdan da anlaşılacağı üzere grup üyeleri araştırmacının boy uzunluğunu tahmin etmeye çalışmaktadır. Tartışma sürecinden sonra araştırmacının boyunu, grup üyesi Eylül'ün boyundan yola çıkarak 165 cm almaya karar vermişlerdir. Araştırmacının boyu 168 cm olduğu için bu gerçek hayata yakın bir tahmindir. Grup üyeleri boy tahmininden sonra, bacanın boyunun uzunluğunu bulmaya yönelik çalışmaya başlamışlardır. Yürüttükleri tartışma sonucunda bacanın en alt bölmesinin uzunluğunun, araştırmacının boyunun iki katı kadar olduğuna karar vermişlerdir.

Bununla birlikte öğrenciler, bu şeritlerin en alttakinin, diğerlerinin iki katı olduğunu diğerlerinin ise birbirlerine eşit olduğunu varsaymışlardır. Buradan Grup1'in matematikselleştirme üzerine çalıştıkları ve bir model ortaya koydukları anlaşılmaktadır. Araştırmacı, bunun üzerine öğrencilerin düşündüklerini nereye dayandırdıklarını, nasıl matematikselleştirdiklerini sorduğunda, bu varsayımları sadece göz kararı ile yaptıkları ortaya çıkmıştır. Aşağıda Şekil 4.16'da çözüm kâğıtlarında çizdikleri model ve bu modeli araştırmacıya açıklarken gerçekleşen diyalogdan bir kesit verilmiştir.

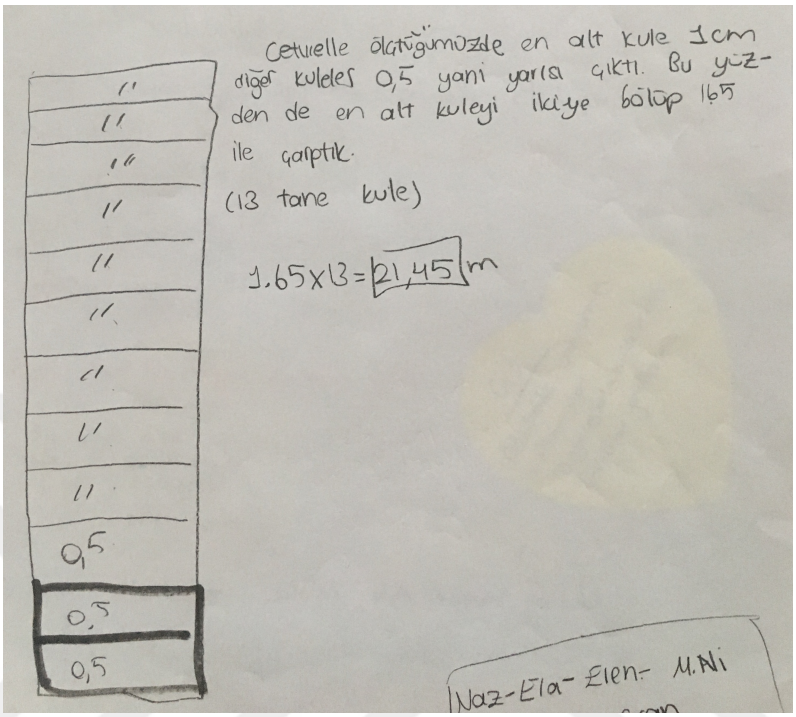
Eylül: *Şurası (en alttaki kısmı kastetmektedir) büyük sonra hepsi aynı.*
Araştırmacı: *Peki oranın büyük diğerlerinin aynı olduğunu nasıl buldunuz? Bunu ölçmek için herhangi bir şey yaptınız mı? Bakarak söylememiz doğru olur mu?*
Eylül: *Cetvelle ölçsek... En azından yarısı olup olmadığını buluruz. Burası 1 çıkıyor. Burası 0.5 çıkarsa bizim yaptığımız doğru demektir.*



Şekil 4.16. *Grup 1 Matematikselleştirme*

Araştırmacı, öğrencilere "Bir ölçüm aleti kullandınız mı?" diye sorarak model oluştururken varsayımlarını bir yere dayandırmaları gerektiğini hissettirmeye çalışmıştır. Böylece göz kararı verilen kararlar yerine, daha net matematiksel veri sağlayacak ölçüm aleti kullanmaya öğrencileri teşvik etmiştir. Bunun üzerine, Eylül cetvelle ölçme fikrini ortaya atmıştır. Öğrenciler cetvelle yaptıkları ölçümlerden sonra varsayımlarının doğru olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Düşündükleri modeli tüm bacanın boyunu bulmak için kullanmışlardır. Bacanın diğer şeritleri arasındaki mesafeyi

de ölçerek her bölmenin uzunluğunun araştırmacının boyuna eşit olduğu varsayımında bulunmuşlardır. Aşağıda Grup 1'in bacanın uzunluğuyla ilgili matematiksel sonuca nasıl ulaştıklarını anlatan çözüm kâğıdı verilmiştir. (Şekil 4.17)



Şekil 4.17. *Grup 1 Matematiksel Olarak Çalışma*

Grup 1'in çiziminden en alttaki kısmı, diğer şeritler arası mesafenin iki katı olarak buldukları anlaşılmaktadır. En alt kısmı 1 cm olarak belirlemişlerdir. Diğer şeritler arası mesafeyi de 0.5 cm olarak ölçmüşlerdir ve işlemlerini bu bilgiler doğrultusunda devam ettirdikleri çözüm kâğıdında da görülmektedir. Bacayı 13 ayrı bölme olarak düşünmüşler ve her bir bölmenin uzunluğunun araştırmacının boyunun uzunluğuna eşit olduğunu söylemişlerdir. Grup1 'deki öğrenciler matematiksel sonuca ulaştıktan sonra çözümlerinin tutarlılığını sorgulamak, işlemlerinin ve modellerinin doğruluğunu kontrol etmek adına herhangi bir çalışma yapmamışlardır. Aşağıda verilen Tablo 4.9'de Grup 1'in modelleme süreci özetlenmiştir.

Tablo 4.9

Grup 1 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Bacanın uzunluğu için araştırmacının boy uzunluğuna ihtiyaçları olduğunu belirlemiş ve bu konuda grup arkadaşlarının boy uzunluğundan yola çıkarak tahminde bulunmuşlardır. (4 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Baca uzunluğu bulmak için bir strateji geliştirmişlerdir. Ancak ilk aşamada, göz kararı yorumlar yapmışlar, araştırmacının ipucundan sonra ölçüm aleti kullanmışlardır. (2 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Belirledikleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalışmışlardır. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Sonuç yorumlanmamış ve doğrulanmamıştır. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	İşlemlerini açıklayıcı bir şekilde yazmışlar ve bir sonuç belirlemişlerdir. (2 puan)
Genel Puan	11/14

4.2.2.2. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 2'nin çözüm süreci

Grup 2'deki öğrenciler ilk önce soruyu okuyup fotoğrafları incelemeye başlamışlar, farklı fotoğrafları yan yana koyarak bir kıyaslama yapmışlardır. Fotoğraflarda bulunan araştırmacının boyundan yola çıkmaya karar vererek boy

uzunluğu hakkında tahminde bulunmuşlardır. Aşağıda verilen diyalogda, araştırmacının boy uzunluğu ile ilgili tartışmaları verilmiştir. Burada öğrencilerin 176 santimetre yerine daha kolay işlem yapabileceklerini düşündükleri 180 santimetreyi seçme eğiliminde oldukları görülmektedir.

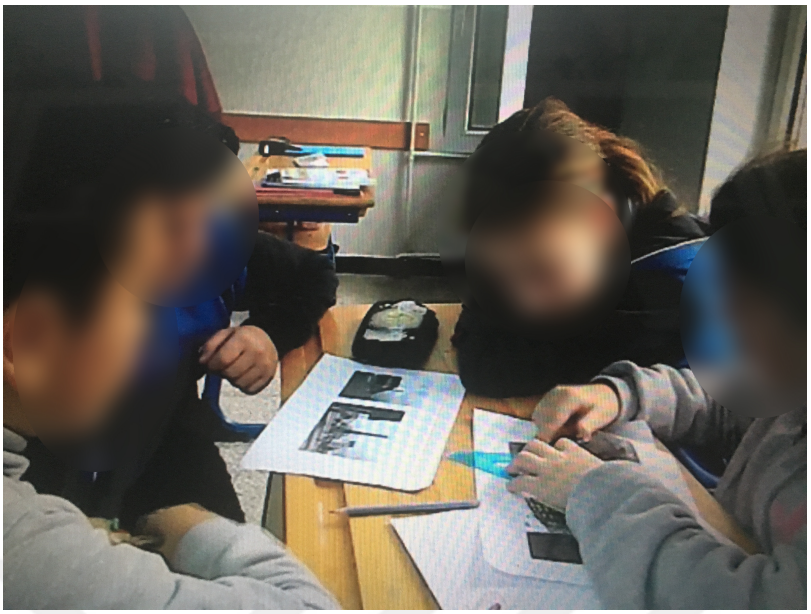
Ilgın: *180 cm alalım.*
Ahmet Arda: *Bence hocanın boyu 176 cm.*
Yağmur: *176 cm ile işlem yaparsak işlemimiz zorlaşır.*

Öğrencilerin işlem kolaylığını tercih etme isteklerinin boy uzunluğunu varsayımlarını etkilediği görülmektedir. Boy uzunluğu tahminini belirleyip not aldıktan sonra fotoğraf üzerinde çalışmaya devam etmişler ve bacanın şeritlerine odaklanarak şeritler arası uzunluğu bulmaya ve bununla araştırmacının boy uzunluğu arasında ilişki kurmaya çalışmışlardır. Aşağıda Grup 2 öğrencileri ile araştırmacı arasında yaşanan diyalogda öğrenciler, bacanın 12 şerit olduğunu ve bu şeritlerin bir tanesinin uzunluğundan yola çıkarak bacanın uzunluğunu bulabileceklerini söylemektedirler.

Ilgın: *Hocam şimdi biz bunun 1 tanesini bulursak, burada 12 tane şey var 12 ile çarparız.*
Araştırmacı: *Peki bu aralıklar eşit mi sizce?*
Yağmur: *İşte onu düşünüyoruz hocam.*

Araştırmacının burada grup üyelerini, düşüncelerinin doğruluğunu tartışmaları ve düşündüklerinden emin olmaları için ölçüm yapmaları konusunda teşvik ettiği görülmektedir. Öğrencilerin bu diyalogdan sonra ilk önce uç kutusuyla daha sonra da cetvelle ölçüm yaptıkları gözlemlenmiştir. Yaptıkları ölçümlerden sonra bacanın boyu ile ilgili varsayımda bulunmaya başladıkları aşağıda verilen diyalog kesitinden anlaşılmaktadır. Öğrencilerin grup içi çalışma sürecini gösteren fotoğraf Şekil 4.18'de verilmiştir.

Doruk: *Hocanın boyu tam en alttaki yere yetmediği için biraz daha eklemeliyiz.*
Ilgın: *Bu ilk kısmın boyu, ikinci kısmın boyu için ne yapmalıyız?*
Yağmur: *İkinci kısım 1 cm'den küçük.*



Şekil 4.18. *Grup 2 Grup İçi Çalışma Süreci*

Öğrenciler ilk siyah şeride kadar olan kısmın uzunluğunu belirlerken diğer gruplardan farklı olarak araştırmacının boyunun iki katı kadar değil, 2 katından daha az bir değer vermişlerdir. Araştırmacının boyunu 180 cm alıp 160 cm daha ekledikleri görülmüştür. Bunun sebebi Grup 2'ye sorulmuş ve aşağıda verilen diyalog yaşanmıştır.

Ahmet: *Aslıhan hocanın boyu tam buraya (bacanın en alt bölmesinden bahsetmektedir) yetmediği için 160 ile 180'i topladık.*

Ilgın: *(Fotoğraf üstünde çizim yaparak gösterir.) Şurayı 160 düşündük. (Fotoğrafta, araştırmacının kafasının üstünden siyah şeride kadar olan kısmı kastetmektedir).*

Araştırmacı: *Neden öyle düşündünüz?*

Ilgın: *Siz biraz daha uzunsunuz, bizde biraz daha az aldık.*

(Sınıftan bir öğrenci soru sorar).

Melis: *Mesela biz bunu kanıtladık. Cetvelle ölçtük peki siz yarısı olmadığını kanıtladınız mı?*

Ilgın: *Kanıtlamadık ama tahmin ettik.*

Sınıftan başka bir öğrenci: *Ama tahmininizi doğrulamanız gerekir.*

Araştırmacı: *Herhangi bir ölçüm aracı kullandınız mı bunun için?*

Yağmur: *Hocam biz aslında bunu biraz uç kutusuyla yaptık. Uç kutusunun beyaz kısmı yani kapağı hariç sizin boyunuza geliyordu. Üst kısmı biraz daha küçük oluyordu.*

Araştırmacı: *Evet böyle de ölçüm yapabilirsiniz. İlla cetvel kullanmanıza gerek yok. Güzel bir yöntem.*

Grup 2'nin oluşturduğu modelin farklılığı dışında matematiksel olarak da farklı düşünerek bir çözüm ürettikleri anlaşılmıştır. Grup 2, ikinci bölümün uzunluğunun üstteki 10 bölümden daha fazla olduğunu düşünmüştür. Bunun yanı sıra uzunlukları hesaplarken, ilk bölümün varsaydıkları uzunluğunu (340 cm), cetvelde milimetreye denk gelecek şekilde bölüp diğer kısımların uzunluğunu oran kullanarak bulmuşlardır. Yani ilk kısım gerçekte 340 cm, fotoğrafta 1cm, ikinci kısım fotoğrafta 1cm'den küçük, o yüzden 7mm; diğer bölmeler 5 mm olarak bulmuşlardır. Daha sonra ilk kısmın varsayılan gerçek uzunluğundan yola çıkılarak diğer bölümlerin uzunlukları oran kurularak hesaplanmıştır. Öğrencilerin yaptıkları hesaplamaları içeren çözüm kâğıdı (Şekil 4.19) ve süreci anlattıkları diyalog aşağıda verilmiştir.

Yağmur: *1santimetre 10 milimetredir. Cetvelle alt kısmı ölçtüğümüz de 1santimetre oldu (İlk siyah şeride kadar olan kısmı kastediyor). Alt kısmı biz 340 santimetre bulduğumuz için , yani 1 santimetrede 10 milimetre olduğu için 340'ı 10'a böldük 1 milimetrenin ne kadar uzunluğu olduğunu bulmak için.*

Araştırmacı: *Siz cetveldeki milimetre ile fotoğraf arasında bir oran mı kurmaya çalışıyorsunuz? Niye 10'a böldünüz 340'ı?*

Ilgın: *Çünkü hocam biz ölçtüğümüzde 340, 1 santimetreye denk geliyor. 1 santimetre içinde de 10 milimetre var.*

Araştırmacı: *Cetveldeki bir milimetrenin bacada ne kadar uzunluğa denk geldiğini mi bulmaya çalışıyorsunuz?*

Yağmur: *Sonra 34 çıktı. Biz ikinci kısmı ilk önce yanlış ölçmüşüz galiba. 7 mm diye bulduk. sonra 34 ile 7'yi çarptık.*

(sınıftan bir öğrenci)

İrem: *34 ile 7'yi neden çarptınız.*

Yağmur:*1 milimetre, 34 santimetre diye bulmuştuk. 7 milimetre olduğu için kaç santimetre olduğunu bulmak için 7 ile çarptık. Biz öbür bütün yerleri 5 milimetre diye bulduk aynı şekilde 1 kısmını bulup sonra 10 ile çarptık...*

Ilgın: *Şu iki kısım hariç (bacanın en alt iki şeridini gösterir.) 5 milimetre diye düşündük. Sonra da 34 ile 5 i çarptık...*

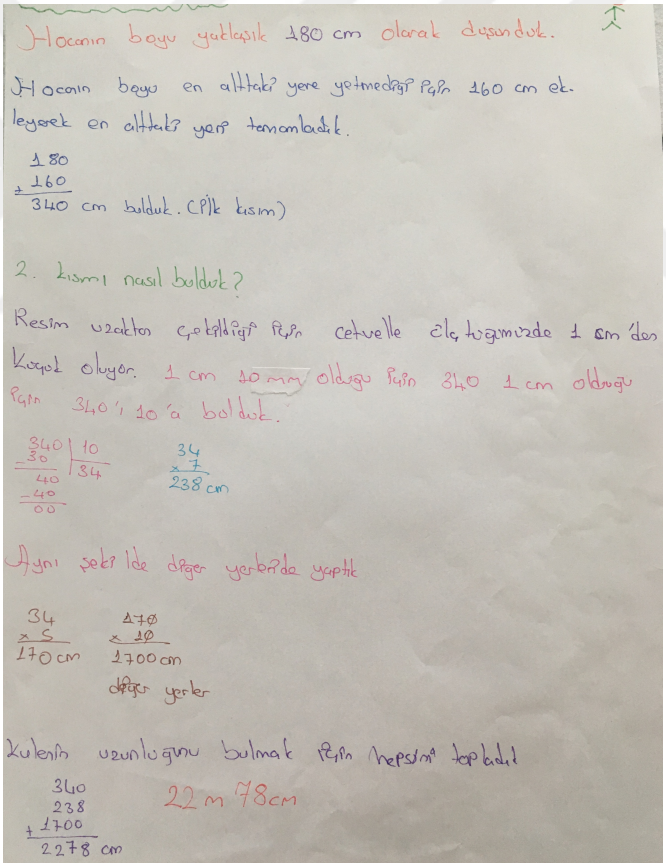
Araştırmacı: *Nereyi 5 milimetre buldunuz?*

Yağmur: *Hocam biz bununla bunu bulmuştuk zaten. (İlk iki bölümü kast etmektedir).*

Ilgın: *Üstten 10 kısmını 5 milimetre diye bulduk.*

Yağmur: *Şimdi burası 340 cm diye bulmuştuk. (Bacanın en alt bölümünü kastetmektedir.) Burasını da 238 santimetre diye bulmuştuk. Şimdi biz bunun 2 kısmı hariç... Burayı ölçtüğümüzde 5 milimetre çıktı, burası da burası da, burasıda... yani hepsi 5milimetre oluyor. İlk başta biz burayı yaptık 34 ile 5 i çarptık. 170 cm oluyor. 10 tane yer olduğu için 170'le de 10'u çarptık. Yani bu ikisi hariç burası 1700 cm biz bunların hepsini topladık bacanın uzunluğunu bulmak için.*

Ilgın: *Yani bacanın uzunluğu 2278 santimetre, metreye çevirirsek 22 metre 78 santimetre.*



Şekil 4.19. *Grup 2 Çözüm Kâğıdı*

Grup 2'deki öğrencilerin diğer gruplardan farklı düşündükleri görülmektedir. Baca uzunluğunu hesaplamak için, fotoğraftaki bacayı milimetrelik parçalara ayırmışlar ve fotoğraftaki 1 milimetrenin gerçek hayattaki uzunluğunu bularak bu, hesabı tüm bacanın uzunluğu bulmak için kullanmışlardır. Ayrıca gerçek uzunluk ve harita

uzunluğu arasında oransal bir ilişki kurmuş olmaları da, matematik bilgilerini gerçek hayat probleminde kullanmaya başladıklarını göstermektedir. Grup 2'nin çözüm sürecinin özeti Tablo 4.10'da verilmiştir.

Tablo 4.10

Grup 2 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Araştırmacının boyundan yola çıkarak bacanın boy uzunluğunu bulmuşlardır. Ancak boy uzunluğu konusunda tahminde bulunurken, işlem kolaylığı olması için araştırmacının boyunu 176 cm yerine 180 cm almışlardır. (3 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Baca uzunluğunu bulmak için, gerçek uzunluk ve fotoğraf üzerindeki uzunluk arasında bir oran kurarak, fotoğrafta 1mm'nin gerçekte kaç santimetre olduğu hesaplamışlar ve bu model üzerinden ilerlemişlerdir. Araştırmacı uyarana kadar herhangi bir ölçüm aleti kullanmamışlardır. (2 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Belirledikleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalışmışlardır. (3 puan)

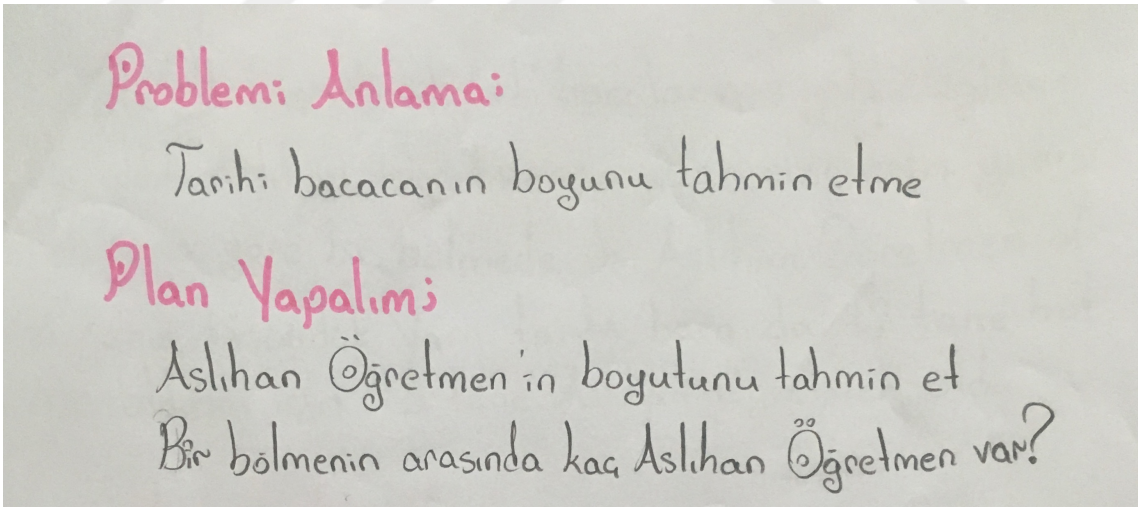
Tablo 4.10 *(Devam)*

Grup 2 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Sonuç yorumlanmamış ve doğrulanmamıştır. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Çözüm yollarını ve işlemlerini açıklamışlar ve bir sonuç belirlemişlerdir. (2 puan)
Genel Puan	10/14

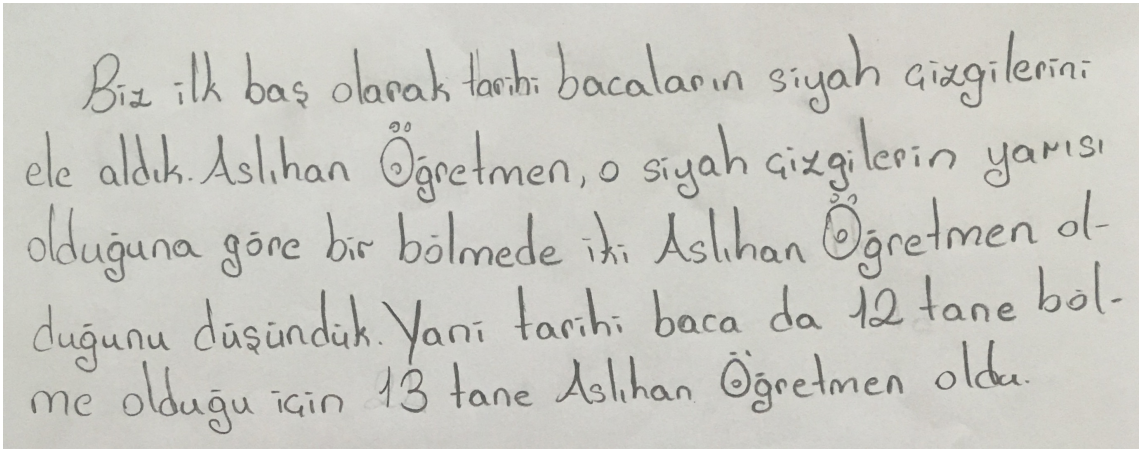
4.2.2.3. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 3'ün çözüm süreci

Grup 3'teki öğrencilerinde problemi anlamakla ilgili zorluk yaşamadıkları problem durumunu zihinlerinde canlandırabildikleri problemin çözümü için bir yol haritası belirledikleri anlaşılmıştır. Aşağıda öğrencilerin çözüm kâğıdından (Şekil 4.20) verilen kesitte öğrencilerin problem durumuyla ilgili aldıkları notlar verilmiştir.



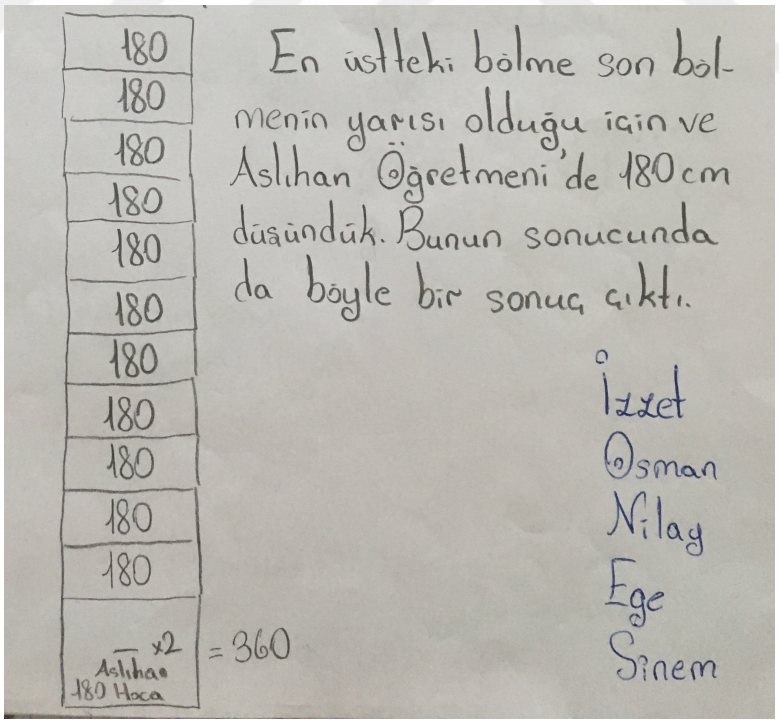
Şekil 4.20. *Grup 3 Problemi Anlama ve Sadeleştirme*

Grup 3'teki öğrencilerin, grup arkadaşları Kerem'in boyundan yola çıkarak araştırmacının boyunun uzunluğunu tahmin ettikleri belirlenmiştir. Daha sonra bacanın boy uzunluğunu hesaplamak için çalışmalar yapmışlardır. Aşağıdaki çözüm kâğıtlarında, bacanın uzunluğu bulmak için düşündükleri modeli anlattıkları bir kesit (Şekil 4.21) verilmiştir.



Şekil 4.21. *Grup 3 Matematikselleştirme*

Grup 3'teki öğrencilerinde Grup 1 ile benzer şekilde bir model oluşturdukları, en alt bölmenin boyunun araştırmacının boyunun 2 katı kadar, diğer bölmelerin boyunun ise araştırmacının boyuna eşit olduğunu düşündükleri aşağıda verilen çözüm kâğıtlarından (Şekil 4.22) anlaşılmaktadır.



Şekil 4.22. *Grup 3 Matematikselleştirme*

Araştırmacı oluşturdukları modelde neden bacaların şeritleri arası mesafeyi eşit aldıklarını sormuştur. Aşağıda verilen diyalogdan, öğrencilerin aynı diğer gruplar gibi,

göz kararı bir sonuca ulaştıkları anlaşılmış ve bunun üzerine araştırmacı, ölçüm yapmaları konusunda Grup 3'ü teşvik etmiştir.

Araştırmacı: *Tüm bölmelerin uzunlukları eşit mi sizce?*

Kerem: *Hocam burada uzadıkça alanları daralıyor.*

Araştırmacı: *Alan sormuyorum uzunluklardan bahsediyorum.*

Kerem: *Yani hocam her bu çizgide sizden 2 tane...*

Araştırmacı: *Anladım çözümünüzü. Peki sorumu tekrar sorayım o halde, o çizgiler arası mesafeler hep eşit mi? Dikkatle inceledik mi orayı?*

Duru: *Hocam eşit olmayabilir.*

Deniz: *Küçülüyor bak..*

Araştırmacı: *Ama sadece gözle de olmaz bu... Belki bir alet kullanarak fikir yürütebilirsiniz.*

Kerem: *Hocam bu en baştaki büyük, ondan sonrakiler küçük olmaya başlıyor.*

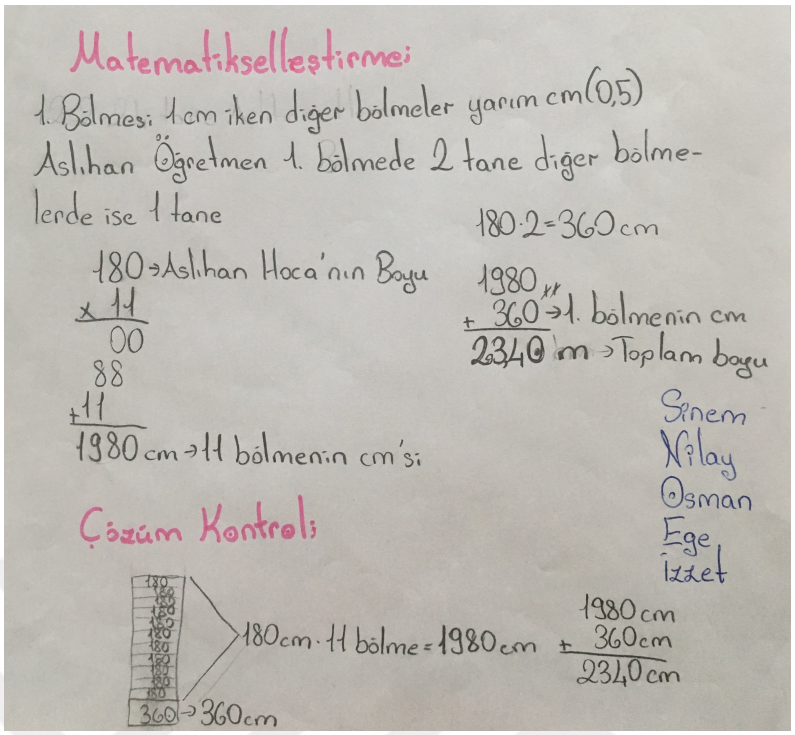
Araştırmacı: *Ama sadece bakarak yorum yapmak yeterli olmayabilir. Ne yapabilirsiniz bir düşünün bakalım.*

Araştırmacıyla gerçekleşen diyalogdan sonra, öğrencilerin cetvel kullanarak çözümlerini teyit ettikleri gözlemlenmiştir. Daha sonra belirledikleri model üzerinde matematiksel olarak çalışmaya başlayan öğrencilerin yaptıkları işlemlerle matematiksel bir sonuca ulaştıkları görülmektedir. Aşağıda verilen çözüm kâğıdında öğrenciler bu süreci matematikselleştirme olarak adlandırsalar da aslında matematiksel bir sonuç elde ettikleri için, bu matematiksel olarak çalışma basamağıdır. Öğrencilerle yaşanan diyalogdan bir kesit ve çözüm kâğıdı (Şekil 4.23) verilmiştir.

Duru: *Hocam sizin boyunuzu 1.80 olarak düşündük. 12 tane bölmemiz var bizim ancak bir bölmemiz hepsinden daha büyük. O yüzden 180'le 11 i çarptık. Cevabımız ise 1980 cm çıktı. Bu 11 bölmenin uzunluğu. Sonra sizin boyunuz buranın yarısını kaplıyordu. Yani sizi burada 2 tane düşündük.*

Araştırmacı: *Yukarılardaki bölmelerin benim boyumla eşit olduğunu neden düşündünüz?*

Duru: *Siz yarısı oluyordunuz cetvelle ölçtüğümüzde. O yüzden 180 ile 2'yi çarptık. 360 santimetre bulduk bu bölmeyi, sonra ikisini topladık.*



Şekil 4.23. *Grup 3 Matematiksel Olarak Çalışma*

Grup 3'deki öğrencilerin yukarıda verilen çözüm kâğıdında, yaptıkları işlemi kontrol ettikleri görülmektedir. Öğrencilerin en çok ihmal ettikleri bölümlerden olan doğrulama ile ilgili bir çalışma yapmış olmaları yani çözümlerini işlemsel açıdan kontrol etmelerinin olumlu bir gelişme olduğu düşünülmektedir.

Tablo 4.11

Grup 3 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Çözüm için varsayımda bulunmuşlar, araştırmacının boy uzunluğundan ilerlemeyi planlamışlardır. (4 puan)

Tablo 4.11 *(Devam)*

Grup 3 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Çözüm için varsayımda bulunmuşlar, araştırmacının boy uzunluğundan ilerlemeyi planlamışlardır. (4 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Baca uzunluğu bulmak için oluşturdukları modelde, bacanın en alt bölmesini araştırmacının boyunun 2 katı kadar diğer bölmelerinin uzunluğunu ise araştırmacının boyuna eşit olduğunu düşünmüşlerdir. İlk aşamada ölçüm aleti kullanmamışlar, araştırmacının teşviki sonrası cetvelle ölçüm yapmışlardır. (2 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Belirledikleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalışmışlardır. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Buldukları sonucun işlemsel kontrolünü yapmışlardır. (1puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Bir sonuç belirlemişlerdir. (2 puan)
Genel Puan	12/14

4.2.2.4. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 4'ün çözüm süreci

Grup 4'teki öğrenciler problemi okuduktan sonra kendi aralarında ne sorulduğunu tartışmışlar ve grup içerisinde problemi anlamayan arkadaşlarına yardımcı olmuşlardır. Öğrenciler arasında geçen aşağıdaki diyalogda, öğrencilerin farklı

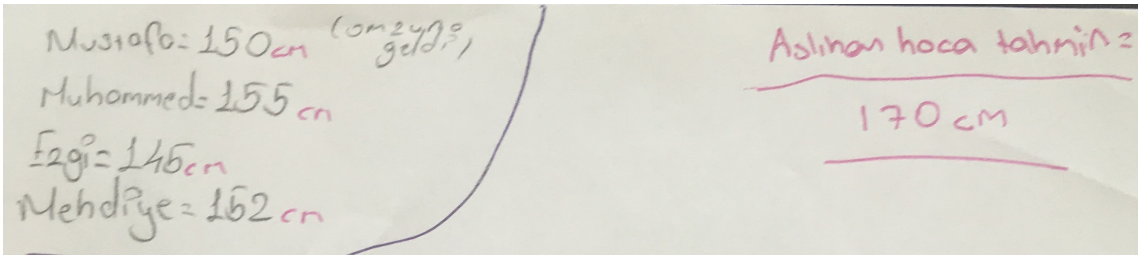
açılardan ve uzaklıklardan çekilen baca fotoğrafı hakkındaki konuşmaları verilmiştir. Çağan, bacanın farklı açılardan çekilmiş fotoğraflarını anlamlandıramamış ve farklı uzunlukla olduğunu dile getirmiştir. Bu durumu anlayan grup arkadaşı Ece ise neden aynı bacanın farklı fotoğraflarda farklı uzunlukta olduğunu grup arkadaşına açıklamıştır. Matematiksel modelleme sorularının grup çalışması halinde çözülmesiyle öğrencilerin birbirlerinden öğrendiği bir ortam oluştuğu gözlemlenmiştir.

Çağan: *Ama bak kule burada 7,5 cm burada 4 cm çıkıyor.*

Ece: *Ama hayır bak perspektiften dolayı ve çekim açıları farklı olduğundan dolayı böyle gözüküyor. O yüzden bununla bunun farklı çıkması normal. O yüzden birleştirmemiz yanlış olur zaten.*

Çağan: *Aynen! yanlış olur.*

Problem durumunu anlayan Grup 4'teki öğrenciler, nasıl bir çözüm yolu izleyeceklerini belirlemişlerdir. Diğer gruplar gibi Grup 4'te araştırmacının boyundan yola çıkarak bir model oluşturmaya karar vermiştir. Grup üyeleri, araştırmacının boy uzunluğunu tahmin etmek için kendi boylarından yola çıkmışlardır. Aşağıda verilen çözüm kâğıdı alıntısında (Şekil 4.24) kendi boylarını yazdıkları ve buradan araştırmacının boyu hakkında bir tahminde bulundukları anlaşılmaktadır.



Şekil 4.24. *Grup 4 Sadeleştirme*

Grup 4'teki öğrenciler de, Grup 1, Grup 3 ve Grup 5'deki öğrenciler gibi en alt bölmenin uzunluğunun araştırmacının boyunun iki katı kadar olduğunu düşünmüşlerdir. Ancak baca yukarı doğru gittikçe, şeritler arası uzunluğun kısaldığını varsaydıkları bir model oluşturmuşlardır. Bu yüzden baca üzerinde 12 parça olmasına rağmen bacanın boyunun araştırmacının boyunun 11 katı olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Aşağıda öğrencilerin çözümlerini anlattıkları diyalogdan bir kesit ve çözüm kâğıdı alıntısı (Şekil 4.26) verilmiştir.

Selin: *Biz de diğer grupların düşündüğü gibi şu ilk katmanı (tahtadaki fotoğraf üzerinde eliyle gösterir) 2 olarak aldık.*

Çağan: *Öğretmenin boyunu 1.70 diye düşündük.*

Selin: *Bu bacaya tam 11 tane Aslıhan Hoca sığar diye düşündük.*

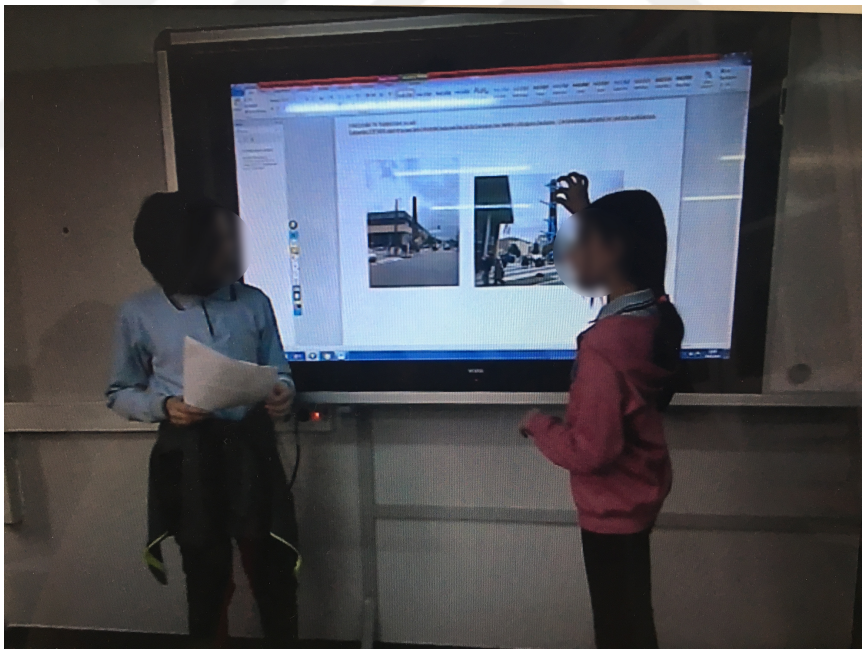
Ece: *Şöyle o da göstereyim. (Tahtada fotoğraf üzerinden gösterir). Şimdi siz burada iki tane vardınız hocam (fotoğraftaki en alt bölümü gösterir). Buralarda da... Şuraya kadar da 9 tane olduğunuzu düşündük.*

Araştırmacı: *Yukarıyı neden dahil etmediniz?*

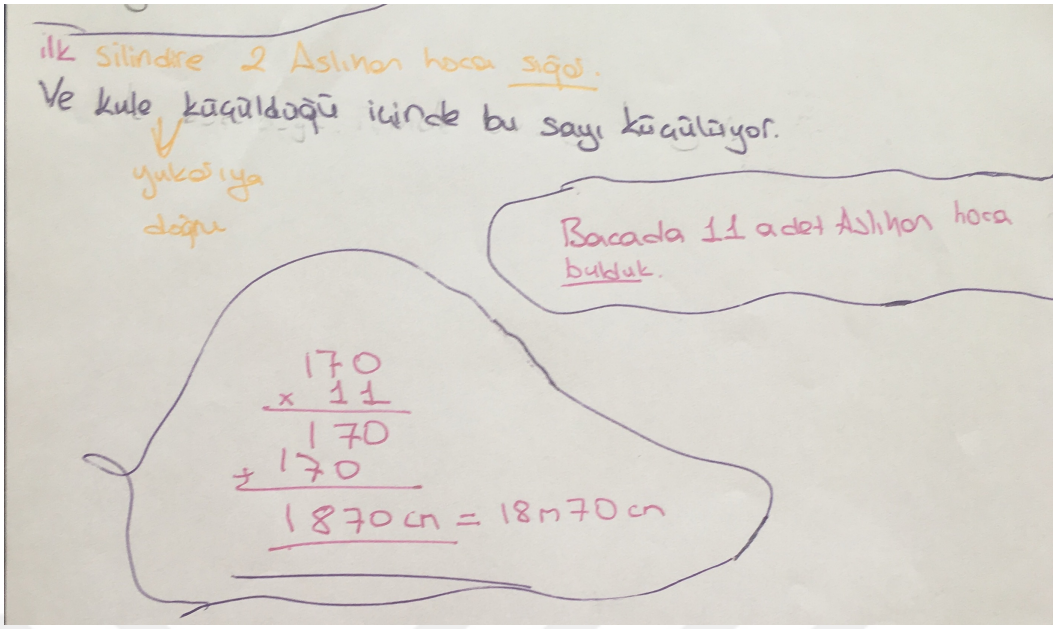
Ece: *Onlar çünkü diğer alt kısımdakilere göre daha küçük.*

Araştırmacı: *Siz onların eşit olduğunu düşünmüyorsunuz yani.*

Ece: *Evet evet... Sadece iki tanesinin bir ettiğini düşündük.(Bacanın en üstteki iki bölmesinin toplam uzunluğunun, alttaki bir bölmenin uzunluğuna eşit olduğunu söylüyorlar). Buradan (tahtada baca resmi üzerinde gösterir). İki tane çıkıyor ve toplam da 11 tane sizden (öğretmenin boy uzunluğunu kastetmektedirler) oluyor.*



Şekil 4.25. *Grup 4 Sunum*



Şekil 4.26. *Grup 4 Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma*

Bacanın şeritleri arasındaki mesafenin kısaldığını düşündükleri için araştırmacının boy uzunluğunun 11 katını alan Grup 4 üyeleri en kısa baca uzunluğu tahmini üretmişlerdir. Bacanın uzaktan dik açıyla çekilen fotoğrafında inceleme yapıldığında şeritler arasındaki mesafenin aynı olduğu gözükmektedir. Bacanın yukarı çıkarken inceliyor olması öğrencilerin böyle algılamalarına sebep olduğu düşünülmektedir.

Tablo 4.12

Grup 4 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Çözüm için araştırmacının boy uzunluğundan yola çıkacakları varsayımlar geliştirmişlerdir. (4 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Baca üzerindeki şeritler arasındaki uzunluğun en alt bölmede araştırmacının boyunun iki katı kadar olduğu, en üst iki bölmeye kadar olan şeritlerin araştırmacının boyuna eşit olduğunu düşünmüşler. Ancak

Tablo 4.12 *(Devam)*

Grup 4 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Matematikselleştirme (3puan)	en üst iki bölmenin daha kısa olduğunu varsaydıkları için kısmen hatalı bir model oluşturmuşlardır. Varsayımda bulunurken ölçüm yapmadıkları fark edilmiştir. (1 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Belirledikleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalışmışlardır. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Buldukları sonucun gerçek hayatla tutarlılığı ve doğruluğunu kontrol etmemişlerdir. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Elde ettikleri çözümü açıklamışlar ve bir sonuç belirlemişlerdir. (2 puan)
Genel Puan	10/14

4.2.2.5. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi Grup 5'in çözüm süreci

Grup 5'teki öğrenciler problemi okuyup, fotoğrafları inceledikten sonra, araştırmacının boyu üzerinden ilerlemeye karar vermişlerdir. Araştırmacının boyunu sınıf arkadaşlarının boyundan yola çıkarak tahmin etmeye çalıştıkları aşağıda verilen diyalogda da görülmektedir.

Mert: *Hocam biz sizin boyunuzu 1.75 olarak hesapladık. İnşallah doğru hesaplamışızdır.*

İrem: *Kerem'in boyundan gittik orada.*

Boy uzunluğunu tahmin ettikten sonra, bacanın uzunluğunu nasıl hesaplayacaklarını düşünmüşler, Grup 1 ve Grup 3 ile benzer bir mantıkla en alt bölmenin uzunluğunun araştırmacının boyunun iki katı kadar olduğunu, diğer bölmelerin uzunluğunun ise araştırmacının boyuna eşit olduğunu varsayarak ilerlemişlerdir. Aşağıda verilen diyalogda, en alt kısmın uzunluğunu, araştırmacının boyunun uzunluğunun iki katı olarak almalarının sebebini açıklamaktadırlar.

Berk: *Sizin burada çekindiğiniz fotoğrafta tam kafanızın hizası tam kalbin hizasına geliyor. Burada da kalbin tam hizasını bulursak sizin boyunuzu da 1.75 alırsak...*
Mert: *Yaklaşık yarısı oluyor o aralık.*

Grup 5'teki öğrencilerinde diğer tüm gruplar gibi bacanın boyu ve araştırmacının boyu arasında ilişki kurarken göz kararı bir sonuca ulaştığı fark edilmiştir. Herhangi bir ölçüm aleti ilk başta kullanmamışlar. Ancak araştırmacının uyarısından sonra cetvel ile ölçüm yaptıkları gözlemlenmiştir. Grup üyelerinden Mert, bacanın en alt bölmesi hariç diğer bölmelerinin uzunluklarını 12 eşit aralık olarak aldıklarını aşağıda verilen diyalogda anlatmaktadır.

Mert: *Şimdi burada 12 tane saydık neredeyse yarısında olduğunuz için (araştırmacıyı kast etmektedir) 1.75 ile 1.75 i topladık 3.50 bulduk. 12 tane olduğu için...*
Araştırmacı: *Peki 12 aralığında boyu eşit mi?*
Mert: *Hocam inceliyor ama boyu eşit.*
Araştırmacı: *Mesafeleri soruyorum tabii incelerek gidiyor.*
Mert: *Eşit bence.*
Araştırmacı: *Bir araç kullanarak daha net sonuçlara ulaşabilirsiniz.*

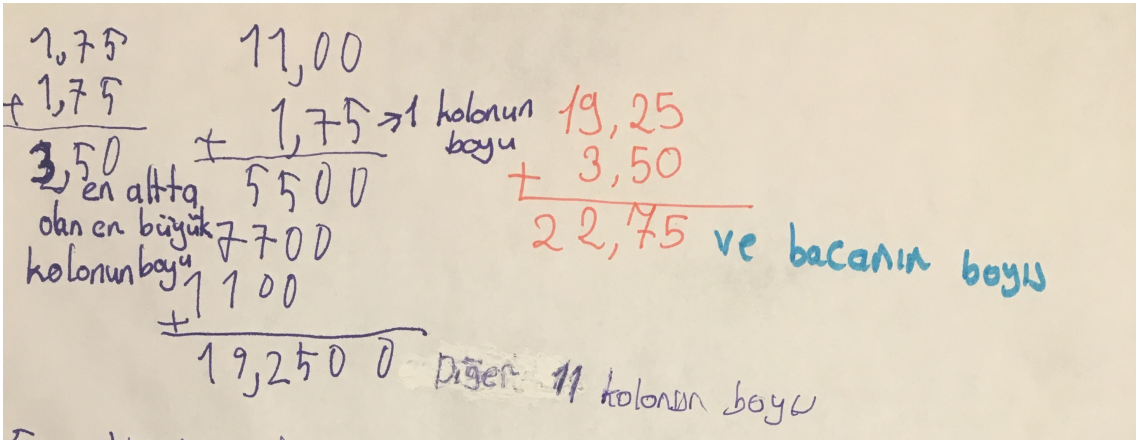
Araştırmacı bacanın üzerindeki şeritler arasındaki mesafeyi bir ölçüm aracıyla ölçmeleri için öğrencileri teşvik etmiştir. Buradaki amaç, öğrencilerin varsayımlarını matematikselleştirirken bir dayanak noktası belirlemelerini sağlamaktır. Araştırmacının teşvikinden sonra öğrencilerin, baca uzunluğunu ve şeritleri arasındaki mesafeyi ölçtükleri belirlenmiştir. Aşağıda, Grup 5'teki öğrencilerin çözüm süreçlerini anlattıkları diyalogdan bir kesit ve yaptıkları işlemleri gösteren çözüm kâğıtlarından bir kesit (Şekil 4.27) verilmiştir.

İrem: *Biz Kerem'in boyuna göre Aslıhan Hoca'nın boyunu düşündük Aslıhan hoca da 5 cm uzun olursa 1.75 olur diye düşündük. Bu ikisini topladık ve 3.50 çıktı. En alt kule biraz daha büyük diğerlerinden bunu biz cetvelle ölçtük.*

Mert: *Bu en büyük olduğu için bunlar 11 yani hocam. (Tahtadaki fotoğraf üzerinde en alttaki hariç baca üzerindeki diğer bölümleri gösterir). 11 ile 1.75 i çarptık. Bunların her biri 1.75 (Bacanın üzerinde bulunan siyah şeritler arası mesafeyi kastetmektedir).*

İrem: *Sonucumuz 19.200.*

Mert: *Diğerleriyle de toplayınca 22,75 çıkıyor.*



Şekil 4.27. *Grup 5 Matematiksel Olarak Çalışma*

Grup 5'teki öğrenciler, araştırmacının uyarısından sonra cetvelle ölçüm yaparak çözümlerini desteklemişlerdir. Araştırmacının boy uzunluğundan yola çıkarak oluşturdukları modelin, Grup 1 ve Grup 3'teki öğrencilerin modeliyle oldukça benzer olduğu görülmektedir. Sadece her grup araştırmacının boy uzunluğu hakkında farklı bir tahminde bulunmuştur. Grup 5'teki öğrencilerin, kurdukları model üzerinde doğru bir şekilde çalıştıkları ve matematiksel bir sonuca ulaştıkları gözlemlenmiştir. Ancak buldukları sonucun gerçek hayatla tutarlığını ve doğruluğunu kontrol etmek üzere herhangi bir çalışma yapmadıkları fark edilmiştir.

Tablo 4. 13

Grup 5 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Problemi anlayabilmişler, ne istendiğini belirleyebilmişlerdir. .Baca uzunluğunu hesaplayabilmek için araştırmacının boy uzunluğuna ihtiyaçları olduğunu belirleyerek, grup arkadaşlarının boyundan yola çıkarak bir tahminde bulunmuşlardır. (4 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	En alt bölmenin uzunluğunun araştırmacının boyunun uzunluğunun iki katı olduğunu, diğer bölmelerin uzunluğunun ise araştırmacının boyuna eşit olduğunu düşünerek bir model oluşturmuşlardır. Diğer gruplar gibi Grup 5'deki öğrencilerde ilk başta varsayımlarını bir ölçümle desteklememişlerdir. Araştırmacının uyarısıyla bir ölçüm aleti kullanmayı düşünmüşlerdir. (2 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Belirledikleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalışmışlardır. (3 puan)

Tablo 4.13 *(Devam)*

Grup 5 Matematiksel Modelleme Süreci Puanlama Cetveli

Çözüm adımları	Yorumlar
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Buldukları sonucun gerçek hayatla tutarlılığı ve doğruluğunu kontrol etmemişlerdir. (0 puan)
Sonucu belirtme (2 puan)	Çözüm süreçlerini açıklayarak bir sonuç belirlemişlerdir. (2 puan)
Genel Puan	11/14

4.2.2.6. Eskişehir'in tarihi bacaları problemi gruplara toplu bakış

Problemin çözümü için tüm grupların araştırmacının boy uzunluğundan yola çıktığı belirlenmiştir. Gerek çözüm kâğıtlarına aldıkları notlar, gerekse grup içi konuşmalarında boy uzunluğunu bulmaları gerektiğini tartışmışlar ve yakın çevrelerinden (sınıf arkadaşlarından) yola çıkarak araştırmacının boy uzunluğu hakkında bir tahminde bulunmuşlardır. Grupların tamamı çözüm sürecinin ilk başında baca uzunluğuyla ilgili fotoğraf üzerinde çalışırken herhangi bir ölçüm aleti kullanmadan göz kararı yorum yapmışlardır. Çözüm sürecinde yaşanan diyaloglar sonucunda araştırmacının teşvik etmesiyle ölçüm aleti kullanarak modellerini daha sağlam bir şekilde belirledikleri gözlemlenmiştir. Tüm grupların çözüm sürecinde ilerlediği ve bir matematiksel sonuç bulduğu belirlenmiştir. Ancak, hala yorumlama ve doğrulama basamaklarını ihmal ettikleri de fark edilmiştir. Çözümlerinin doğruluğunu kontrol etmek için genelde farklı grupların sonuçlarına baktıkları, arkadaşlarının neler bulduğuyla ilgilendikleri çalışma esnasında gözlemlenen davranışlar arasındadır. Bunun dışında sınıftaki en büyük kontrol mekanizması olarak hala öğretmenin görüldüğü ve grupların çözümlerinin doğruluğunu araştırmacı (öğretmen) tarafından yapılan yorumlara göre belirlemeye çalıştıkları fark edilmiştir. Grupların çözüm süreciyle ilgili genel bilgilere aşağıda verilen Tablo 4.14'ten ulaşılabilir.

Tablo 4.14

Tüm Grupların Matematiksel Modelleme Süreçleri

Gruplar	Aslıhan Öğretmen'in boyu	Tahmin şekli	En alt bölümün yüksekliği	Kullanılan ölçüm aleti	Çözüm yöntemi	Bacanın yüksekliği
Grup 1	165 cm	Grup arkadaşlarının boyundan	2* Aslıhan Öğretmen	cetvel	13 parçaya bölünmüş	21,45 m
Grup 2	180 cm	Grup arkadaşlarının boyundan	Aslıhan Öğretmen+ 160 cm	uç kutusu ve cetvel	Bacanın ilk bölümü, ikinci bölümü ve diğer bölümler şeklinde 3 farklı uzunluk alınmış	22,78 m
Grup 3	180 cm	Grup arkadaşlarının boyundan	2* Aslıhan Öğretmen	cetvel	13 parçaya bölünmüş	23,40 m
Grup 4	170 cm	Grup arkadaşlarının boyundan	2* Aslıhan Öğretmen	cetvel	11 parçaya bölünmüş	18,70 m
Grup 5	175 cm	Grup arkadaşlarının boyundan	2* Aslıhan Öğretmen	cetvel	13 parçaya bölünmüş	22,75 m

4.2.3. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi

Eskişehir'in yüz ölçümü probleminde, öğrencilere yaşadıkları şehir olan Eskişehir'e ait bir harita verilmiş ve öğrencilerin haritanın ölçeğinden yararlanarak Eskişehir'in yüz ölçümünü hesaplanmaları istenmiştir. Bu problemle, harita üzerinde verilen bir uzunluğun gerçekte ne kadar olduğunun ve buradan yola çıkarak Eskişehir'in yüz ölçümünün hesaplanması beklenmektedir. Ölçeğin anlamını sosyal bilgiler dersinde öğrenen öğrencilerin, bu bilgilerini matematik dersinde de kullanmaları ve bu bilgilerin matematik dersinde öğrendikleri oran konusuyla ilgisini keşfederek, bir gerçek hayat problemine çözüm üretmeleri amaçlanmıştır. Aşağıda grupların çözüm süreçleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

4.2.3.1. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 1 çözüm süreci

Grup 1'deki öğrencilerin problemi okuduktan sonra, verilenler, istenenler gibi gerekli bilgileri not almadıkları görülmüştür. Aşağıda araştırmacıyla yaşadıkları diyaloğa bakıldığında, problem çözümü için kendilerine bir yol haritası çizemedikleri, problemi basitleştiremedikleri anlaşılmaktadır.

Araştırmacı: *Ne durumdasınız arkadaşlar düşündünüz mü bir şeyler?*

Eylül: *Öğretmenim sadeleştirme kısmında kaldık.*

Selin: *Şu tarafın alanını bulmaya çalışacağız.*

Araştırmacı: *Sizden ne istiyor?*

Grup üyeleri: *Eskişehir'in yüz ölçümü.*

Araştırmacı: *Ayrı ayrı ilçeleri bulun diyor mu?*

Eylül: *Hocam biz Türkiye'nin yüz ölçümünün ne olduğunu bulalım dedik. Oradan gidebiliriz diye düşündük.*

Araştırmacı: *Ama elinizdeki harita Eskişehir ilinin haritası ve onun ölçeğini biliyorsunuz.*

Eylül: *Yani hocam normalinden 25 kat daha küçültülmüş.*

Araştırmacı: *Tam olarak öyle değil. Haritada verilen bu uzaklık gerçekte 25 km'ye denk geliyor anlamında.(Araştırmacı burada ölçekle ilgili hatırlatma yapar).*

Öğrenciler Türkiye'nin yüz ölçümünden ilerlemeyi planladıklarını söylüyorlar, ancak problemde bu konuda herhangi bir veri bulunmamaktadır. Dolayısıyla, problemin bu şekilde çözülemeyeceği öğrencilere fark ettirilmiştir. Araştırmacı durumun öğrencilerin zihinlerinde daha iyi oturmasını sağlamak için haritanın Eskişehir'e ait olduğunu ve ölçeğinde bu haritaya ait olduğunu belirterek, öğrencilerin dikkatini ölçeğe çekmeye çalışmıştır. Ölçekle ilgili yanlış anlaşılmaları da düzeltmiştir. Çünkü ölçek bilgisi sorunun çözülebilmesi için kilit bir noktada bulunmaktadır ve bu konudaki yanlış hatırlamalar doğru bir model oluştursalar bile hatalı işlemler yapmalarına sebep olacaktır. Yapılan açıklamalardan sonra öğrencilerin problem durumunu anladıkları ve çözüm üzerine fikir yürütmeye başladıkları görülmüştür. İlk olarak, sosyal bilgiler dersinde öğrendikleri meridyenler ve paraleller konusundan hareketle, haritayı küçük karelere bölerek bir model oluşturmayı düşünmüşlerdir. Bu planlarını araştırmacı ile paylaştıkları diyalog aşağıda verilmiştir.

Eylül: *Peki şöyle yapalım her 1,5 cm 25 kilometre ya bunu 1,5-1,5 diye ayıralım.*

Selin: *Meridyenler! Paraleller!*

Eylül: *Doğru sosyalde o konuyu öğrendik.*

(Araştırmacıya soru sorarlar).

Eylül: *Hocam biz bunu 1,5-1,5 diye ayırsak olur mu?*

Selin: *Hocam meridyenler paraleller gibi...*

Araştırmacı: *Ayırabilirsiniz, oradan nasıl ilerleyeceksiniz?*

Selin: *Her yeri yapıp...*

Eylül: *Her 1,5 cm'yi 25 km yapıp...*

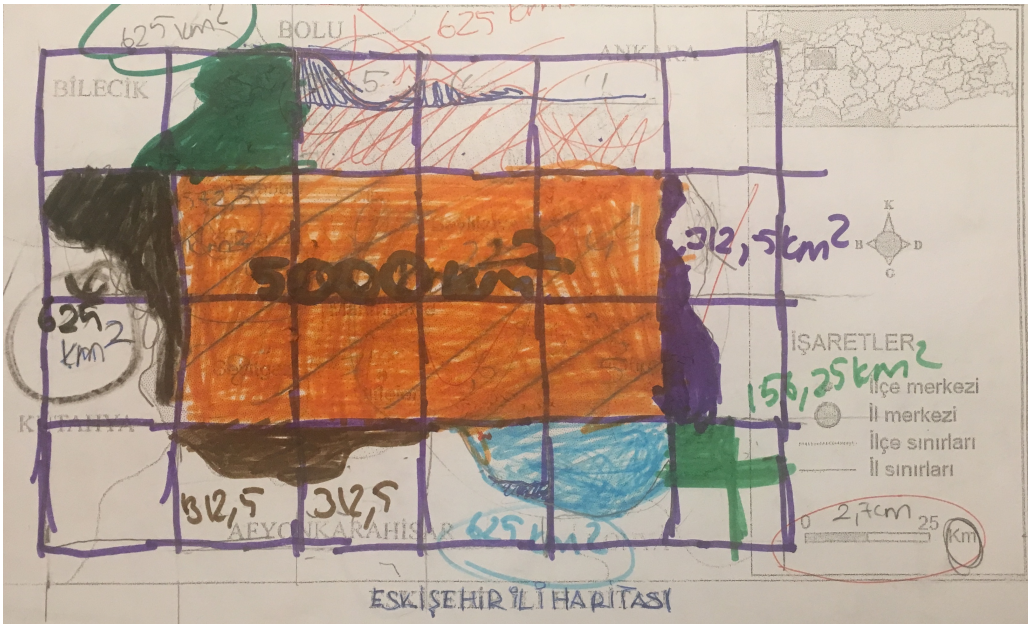
Araştırmacı: *1,5 cm 25 km mi?*

Araştırmacı, öğrencilerin hatalı bir ölçüm yaptıklarını fark etmiştir. Ölçümü tekrar yapmalarını istediğinde, öğrencilerin burada cetvelin inç kısmına baktıkları anlaşılmıştır. Bunun üzerine cetvelin inç kısmıyla çalıştıklarını göstererek santimetre kısmıyla tekrar çalışmalarını istemiştir. Ölçüm yaptıktan sonra ölçeğin uzunluğunun 2,7 cm olduğunu belirledikleri aşağıda verilen diyalogdan anlaşılmaktadır.

Selin: *2,7 cm.*

Eylül: *Evet doğru 2,7 cm. Hadi her 2,7'de bir çizgi koyalım. Acaba tam yetecek mi? 2,7 tam yeterse muhteşem bir şey olur.*

Öğrenciler, haritayı karelere bölerek çalışmaya başlamışlar ve elde ettikleri küçük karelerin alanlarından yola çıkarak Eskişehir'in yüz ölçümünü hesaplamayı planlamışlardır. Grup 1'in haritayı 2,7 cm'lik karelere bölerek oluşturduğu model Şekil 4.28'de verilmiştir.



Şekil 4.28. *Grup 1 Matematikselleştirme*

Grup 1'deki öğrenciler Eskişehir haritasını küçük karelere ayırdıktan sonra bu karelerden bir tanesinin alanını bulmuşlardır. Şekil 4.28'de turuncu renge boyadıkları kısım, tam karelerin olduğu bölümdür. Diğer renkler ise tam bir kareyi doldurmayan yerlerdir. Bu kısımların alanlarını ise tahmini olarak yarım ya da çeyrek kareye benzeterek hesapladıkları verilen diyalogda ve çözüm kâğıdında (Şekil 4.29) görülmektedir.

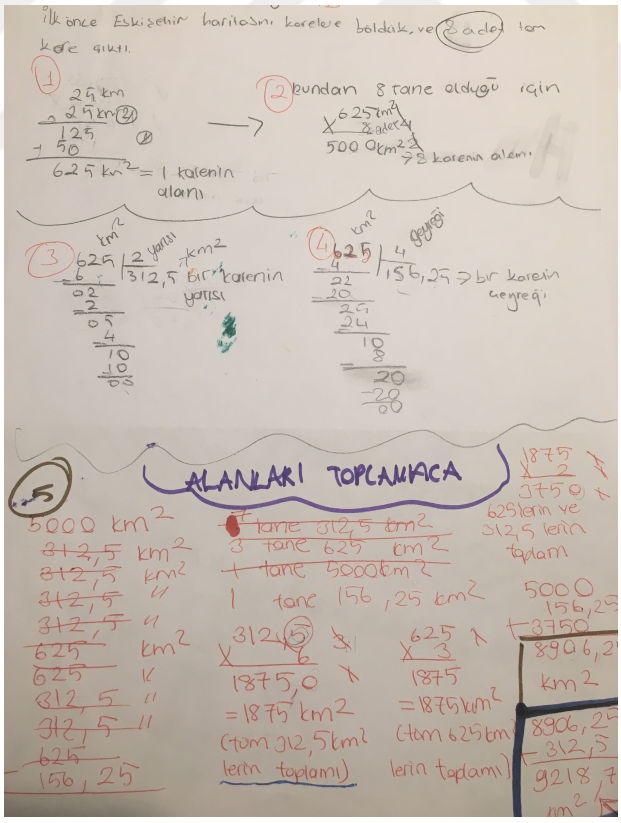
Eylül: *Karelere böldük. 2,7 cm'lik 8 tam kare oldu. 2,7 cm'de 25 km'ye eşit olduğundan...*

Sarp: *Bir karenin alanı 625 km^2 çıkıyor.*

Duru (Sınıftan bir öğrenci): *Neden böldüğünüzü bir daha söyler misiniz?*

Selin: *Bazı yerleri birleştirdik. Bazı yerlerde yarım ya da daha küçüktü.*

Eylül: *Mesela şurada bir tane kaldı ya, burada da bir tane parça var. Biz bunları birleştirdiğimizde 1 tam elde ediyoruz diye düşündük. Böyle böyle hepsini topladık.*



Şekil 4.29. *Grup 1 Matematiksel Olarak Çalışma*

Grup 1'deki öğrencilerin, tam karenin, yarım ve çeyrek karelerin alanlarını hesapladıktan sonra, haritada kaç tane tam kare, kaç tane yarım kare ve kaç tane çeyrek kare olduğunu belirleyerek toplam alana ulaştıkları Şekil 4.29'da görülmektedir.

Tablo 4.15

Grup 1 Çözüm Süreci

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	İlk başta, kullanmaları gereken ölçek bilgisinden yararlanmadan ilerlemeyi düşünmüşlerdir. Ancak araştırmacının rehberliğiyle ölçekten yararlanarak doğru varsayımlarda bulunmuşlar, çözüm için gerekli bilgileri ayırt edebilmişlerdir. (3 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Meridyenler ve paralellerden esinlendikleri matematiksel bir model belirlemişlerdir. (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Belirledikleri bu model üzerinde doğru matematiksel işlemler yaparak, matematiksel bir sonuç elde etmişlerdir. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Elde ettikleri sonuçla ilgili herhangi bir doğrulama ya da yorumlama işlemi yapmamışlardır. (0 puan)
Sonucu Belirtme (2 puan)	Çözümlerini açıklamışlar ve Eskişehir'in yüz ölçümüyle ilgili bir sonuca ulaşmışlardır. (2 puan)
Genel Puan	11/14

4.2.3.2. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 2 çözüm süreci

Grup 2'nin problemi anlama aşamasında zorluk yaşadıkları fark edilmiştir. Araştırmacı öğrencilere çözüm sürecinin nasıl ilerlediğini sorduğunda Melis, problemi anlayamadığını söylemiştir. Çağan'ın ise, Melis'in nerede takıldığını araştırmacıya açıkladığı ve daha önce de Melis'e problem hakkında açıklama yaptığı fark edilmiştir. Bu durum aşağıda verilen diyaloglarında görülmektedir.

Melis: *Soruyu tam anlamadık. Bir şeyler konuşuyoruz ama Çağan'la ya o anlamadı ya ben anlayamıyorum.*

Çağan: *Hocam Melis'in az önce dediği şuralar çıkıntılı dedi nasıl ölçeceğiz dedi. Ben de burayı ölçtüm 3 cm çıkıyor. 25'i 3 cm'ye bölerek 1 cm'ye kaç km düşüyor onu bulmak istedik.*

Melis: *Devirli oluyor.*

Araştırmacı: *Tamam çıkabilir problem değil. Sonuçta siz ondalık sayılarla işlem yapmayı biliyorsunuz.*

Yukarıda yaşanan diyalogdan Melis'in ondalık sayılarla işlem yapmaktan kaçındığı anlaşılmaktadır. Araştırmacı ondalık sayılarla işlem yapmayı bildiklerini söyleyerek, Çağan'ın düşüncesi üzerinden ilerleyebileceklerini belirtmiştir. Bunun yanı sıra Çağan'ın ölçekle ilgili yaptığı yorumlara rağmen, Grup 2'nin ölçekten yararlanmadığı aşağıda verilen diyalogdan anlaşılmaktadır.

Melis: *Biz bunun sınırlarına dikdörtgen çizdik. Ardından bunları ayırdık ve 2,70'lik alanını bulduk.*

Araştırmacı: *Nasıl yani? 2,70 alandan kastın ne Melis?*

Melis: *Şurayı çizdik (2,7 olarak ayırmışlar) sonra şurada yarım kalan bir yer vardı onda da 1,4 çıkıyordu kısa kenarı da aynı şekilde yaptık.*

Araştırmacı: *Peki km ile nasıl bağlantı kurdunuz?*

Ece: *Çıkan sonuçları çarparak alanını bulduk, onu da cm^2'den km^2'ye çevirdik.*

Araştırmacı: *Nasıl çevirdiniz?*

Ece: *Uzun kenar ve kısa kenarı bulurken cm kullandık alanı bulurken de santimetrekare çıktı. Onu da km^2'ye çevirdik.*

Araştırmacı: *Bu ölçeği neden verdi sizce?*

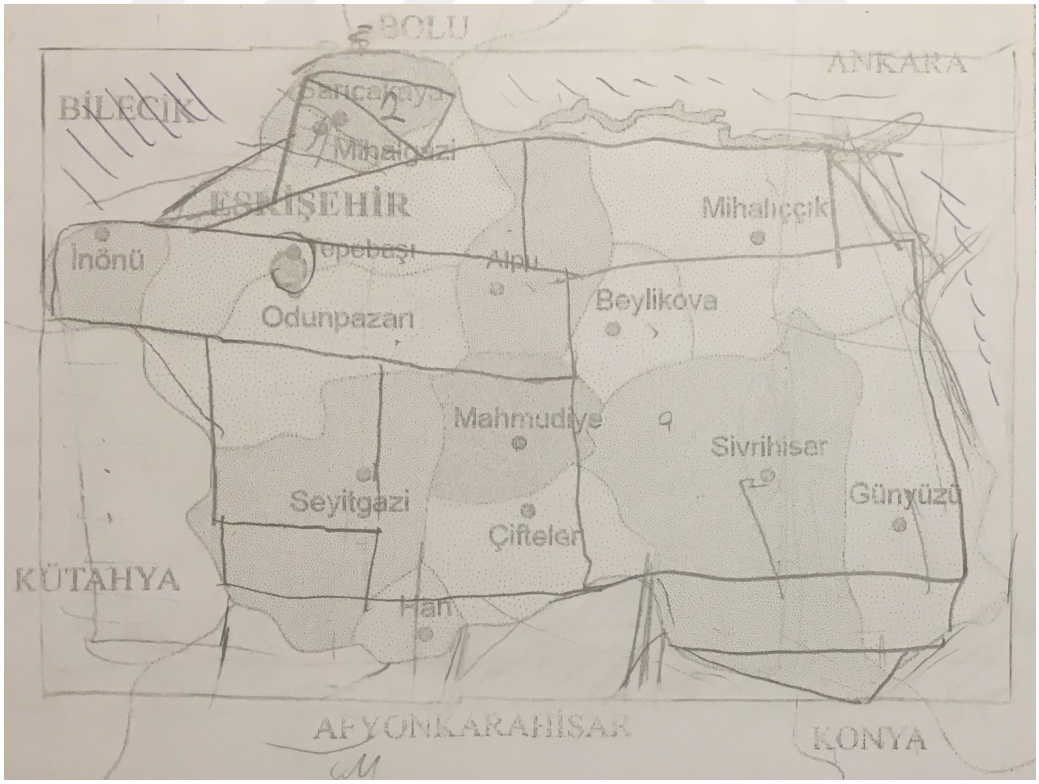
Melis: *Cetvelle ölçtük.*

Araştırmacı: *2,7 cm neye denkmiş gerçek hayatta? 2,7 santimetrenin 25 kilometreye denk olduğunu söylemiş ya bu ölçek size, onu nasıl kullandınız?*

Ece: *2,7 santimetre 25 kilometreye eşit ya her bir 2,7'lik parça 25 kilometreye eşit oluyor. Biz bunu kullanmadık!*

Melis: *Onunla çarpmamız gerekiyordu..*

Çözüm sürecinde ölçeğin kullanılmadığını fark eden araştırmacı, soruda ölçeğin neden verildiğini öğrencilerin sorgulamasını sağlamıştır. Bu sorgulama sayesinde, öğrencilerin ölçeğin anlamını bir daha düşündükleri ve yaptıkları hatanın farkına vardıkları görülmektedir. Ölçek mantığını anlayan öğrencilerin, yaşanan diyalogdan sonra ölçeği kullandıkları bir çözüm ürettikleri Şekil 4.30'da verilen çözüm kâğıdından anlaşılmaktadır. Burada Eskişehir haritasının içerisine alanını bildikleri geometrik şekiller çizdikleri ve bu şekillerin alanlarını tek tek bularak çözüme ulaşmayı planladıkları belirlenmiştir.



Şekil 4.30. *Grup 2 Matematikselleştirme İlk Çözüm*

Grup 2'deki öğrencilerin problem üzerinde çalışırken zaman içerisinde ürettikleri modeli geliştirdikleri fark edilmiştir. Aşağıda verilen diyalogdan ve Şekil 4.31'de öğrencilerin çözüm kâğıdının üzerine aldıkları notlardan anlaşıldığı üzere, yeni modellerinde en dışa çizdikleri dikdörtgenin alanını bulup, Eskişehir'in alanı dışındaki tüm bölgeleri dikdörtgenin alanından çıkarmayı planladıkları anlaşılmaktadır.

Çağan: *Şöyle bir dikdörtgen çizdik tam sınırlarına göre. Bunun oranını bulacağız.*

Melis: *Cetvelle şunu ölçtük. Sonra tabanını 16, yüksekliğini 14 bulduk. Şu dikdörtgenin alanını bulduk.*

Araştırmacı: *Ama cm cinsinden buldunuz sizden gerçek alan istiyor.*

Çağan: *Onları çarptık 3'e böldük. Çünkü 25 km 3 cm diyor. 3'e bölünce kaç tane 25 km gerektiğini bulduk. Onları da şimdi çarpıyoruz.*

Araştırmacı: *Km'ye çeviriyorsunuz yani?*

Öğrenciler: *Evet.*

Araştırmacı: *(Kâğıt üzerinde öğrencilere göstererek) Mesela şurası Kütahya alanı şurası Bilecik alanı.. Bunlar için de bir yöntem düşündünüz mü?*

Melis: *Çıkaracağız hocam.*

Araştırmacı: *Nasıl çıkaracaksınız?*

Çağan: *Şöyle ölçmeyi düşünüyoruz biz yine bunları yaklaşık 5,7 çıkıyor burası*

Melis: *Dikdörtgen yapıp yine...*

Araştırmacı: *Dikdörtgene benziyor mu burası?*

Çağan: *Ya da şöyle yaparız o zaman.*

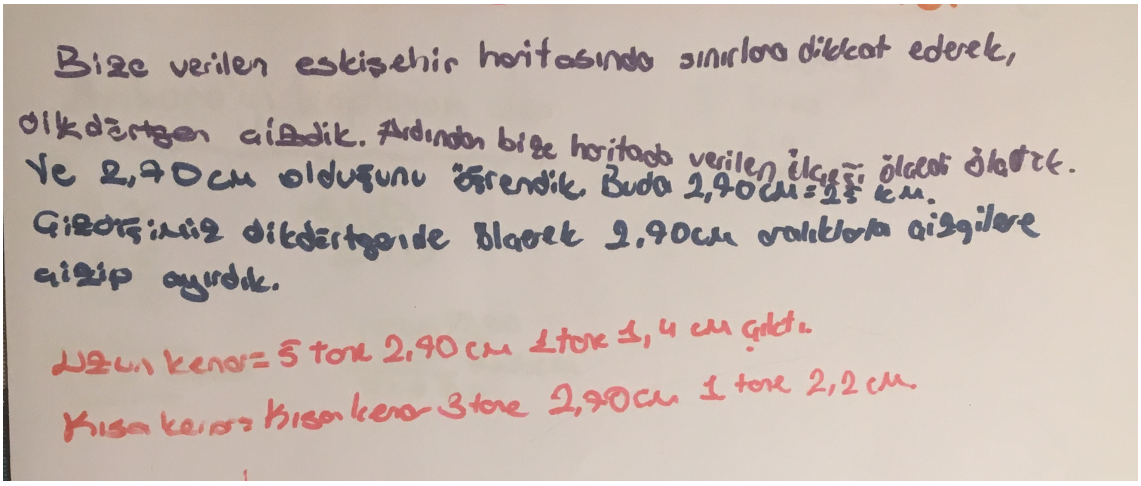
Araştırmacı: *Peki alanını bildiğiniz şekilleri düşünün.*

Ilgın: *Paralelkenarın, üçgenin...*

Araştırmacı: *Bildiğiniz şekillerden yola çıkabilirsiniz.*

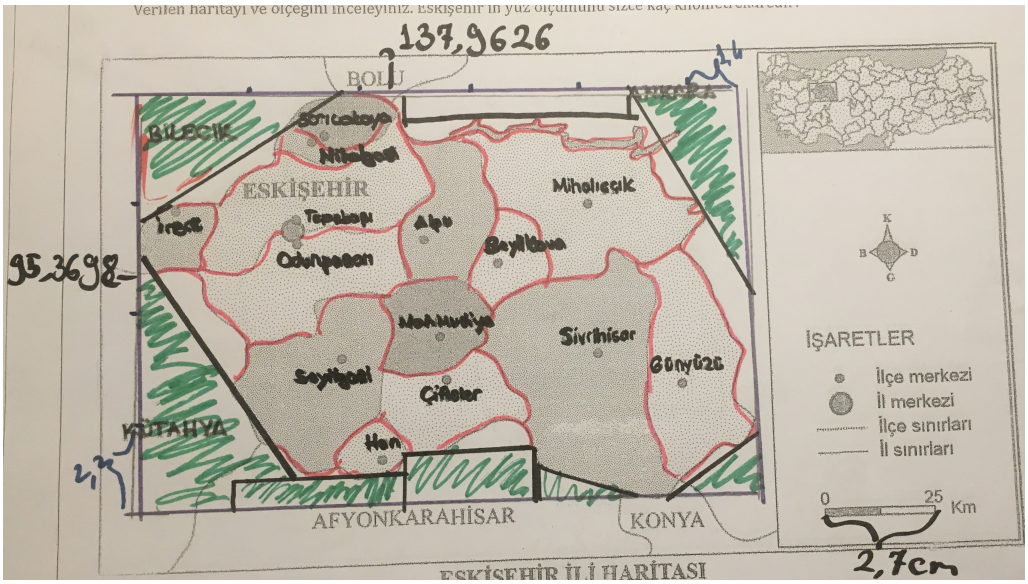
Melis: *Şu birazcık üçgene benzemiyor mu?*

Çağan: *Evet birazcık üçgene benziyor.*



Şekil 4.31. *Grup 2 Matematikselleştirme*

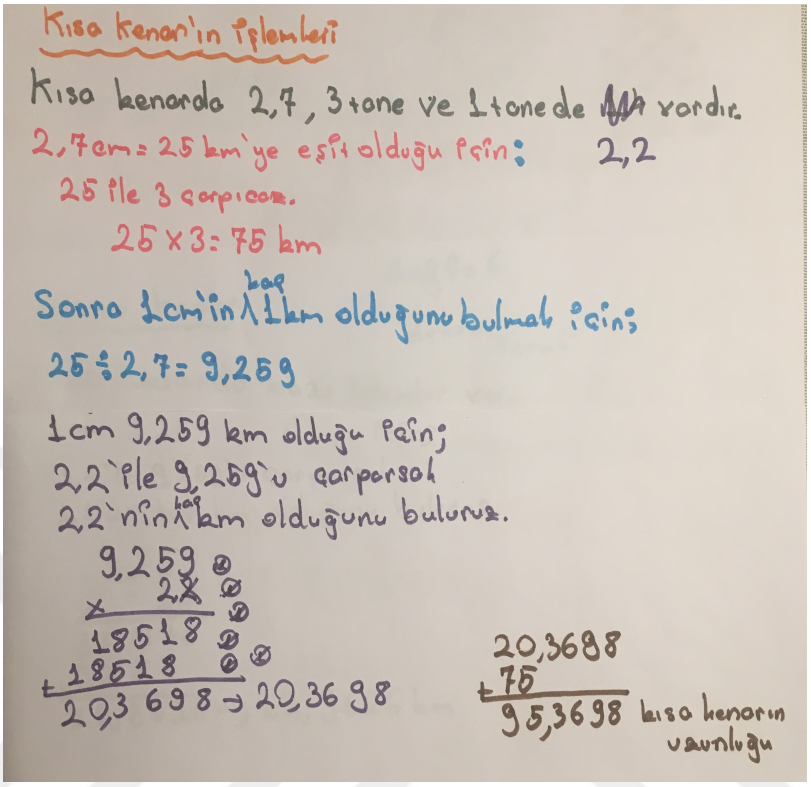
Grup 2'deki öğrencilerin zaman içerisinde modellerini geliştirdikleri, daha sistemli çalıştıkları görülmektedir. Nasıl ilerleyecekleri konusunda hemfikir olduktan sonra planlarını işleme dökmeye başlamışlardır. Yukarıda açıklanan öğrencilerin yeni geliştirdikleri modele ilişkin çizimleri Şekil 4.32'de verilmiştir. Bu yeni modelde, haritayı dikdörtgen içine alıp, Eskişehir'in alanı dışında kalan kısımları üçgen ve dikdörtgen gibi geometrik şekillere benzettikleri anlaşılmaktadır.



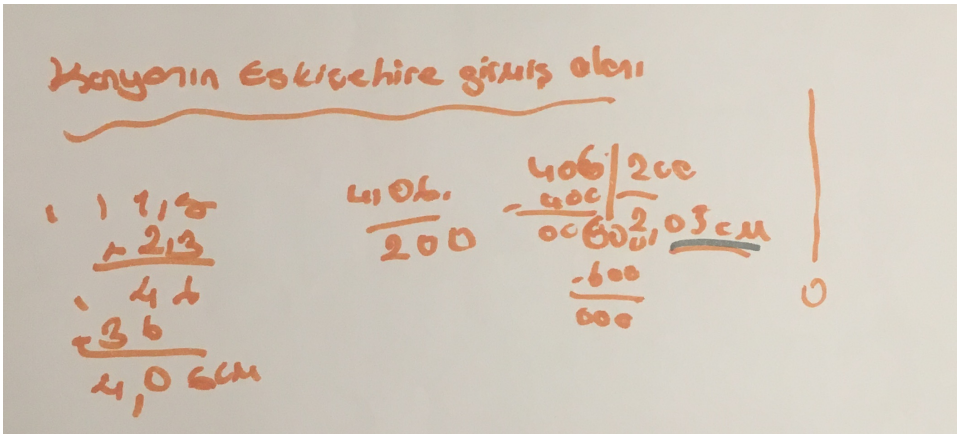
Şekil 4.32. *Grup 2 Matematikselleştirme 2. Çözüm*

Grup 2'deki öğrencilerin modelinden Eskişehir'in alanını bulmak için en dışa çizdikleri büyük dikdörtgenden Eskişehir'in alanı dışında kalan kısımları çıkarmayı planladıkları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin Eskişehir'in alanını bulmak için

gerçekleştirdikleri işlemler Şekil 4.33 ve Şekil 4.34'teki çözüm kâğıdı alıntılarında verilmiştir.



Şekil 4.33. *Grup 2 Matematiksel Olarak Çalışma-1*



Şekil 4.34. *Grup 2 Matematiksel Olarak Çalışma-2*

Öğrencilerin oluşturdukları model üzerinde matematiksel olarak çalıştıkları, yaptıkları işlemlerle Eskişehir'in yüz ölçümüyle ilgili bir sonuç elde ettikleri görülmüştür. Ancak buldukları sonucun gerçek hayatla tutarlılığını ve doğruluğunu kontrol etmemişlerdir.

Tablo 4. 16

Grup 2 Çözüm Süreci

Çözüm Adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Grup üyelerinden bazıları ilk başta problemi anlamakta zorluk yaşasa da grup içinde bu sorunu çözebilmişlerdir. İlk varsayımlarında ölçeği dahil etmediklerini anlayan araştırmacı ölçeğin amacını öğrencilere hatırlatmıştır. Daha sonra öğrencilerin ölçeği de dahil ettikleri varsayımlar ürettikleri görülmüştür. (3 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	İlk olarak Eskişehir haritasının içerisinde çeşitli geometrik şekiller çizdikleri bir model oluşturmuşlar, daha sonra modelleri üzerinde çalışarak Eskişehir'i kapsayacak bir dikdörtgen çizip, bu dikdörtgenin içindeki fazla alanları çıkarttıkları yeni bir model geliştirmişlerdir. (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Geliştirdikleri model üzerinde doğru matematiksel işlemler yaparak bir sonuç elde etmişlerdir. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Elde ettikleri sonuçla ilgili herhangi bir doğrulama ya da yorumlama işlemi yapmamışlardır. (0 puan)
Sonucu Belirtme (2 puan)	Eskişehir'in yüz ölçümüyle ilgili bir sonuca ulaşmışlardır. (2 puan)
Genel Puan	11/14

4.2.3.3. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 3 çözüm süreci

Grup 3'teki öğrencilerin de Grup 1 ve Grup 2'deki öğrenciler gibi ölçeği anlamakta zorluk yaşadıkları görülmüştür. Grup üyelerinden Deniz'in ölçeğin anlamını araştırmacıya sorduğu aşağıda verilen diyalogda, araştırmacının bu soruyu tüm sınıfa yansıtarak, ölçek hakkında genel bir açıklama yaptığı görülmektedir.

Deniz: *Öğretmenim şunu anlamadım da... (Ölçeği gösteriyor).*

Araştırmacı: *Daha önce haritalarda hiç görmediniz mi?*

Grup üyeleri: *Öğretmenim gördük ama...*

Araştırmacı tüm sınıfa haritanın altında yer alan şeklin ne anlama geldiğini sorar.

Araştırmacı: *Çocuklar bu gruptan bir soru geldi. Bu ne demek biliyor muyuz?*

Çağan: *O kadarlık alan 25 km imiş. (Grup 2'den bir öğrenci)*

Araştırmacı: *Alan mı uzunluk mu?*

Çağan: *Çizgi*

Araştırmacı: *Aslında bu sosyal bilgiler dersinde de öğrendiğiniz bir şey. Gerçek uzunluk harita uzunluğu gibi kavramları duymuş olabilirsiniz. Haritalar orijinal boyutuyla çizilemez değil mi? Belli oranlarda küçültülür. Bu ölçek de size haritanın hangi oranda küçültüldüğünü veriyor.*

Ölçek bilgisi problemin çözümü için önemli olduğundan araştırmacı Grup 3'ten gelen soruyu tüm sınıfa sormuş ve genel bir açıklama yapmıştır. Böylece ölçekle ilgili kafalarında soru olan başka gruplar varsa bunları gidermek istemiştir. Grup 3'teki öğrencilere ölçekle ilgili açıklama yapıldıktan sonra bir süre çalışmaları için zaman tanınmıştır. Araştırmacı grupların çözüm süreçlerini gözlemlerken tekrar Grup 3'teki öğrencilerin yanlarına gidip çözüm süreçlerinin nasıl ilerlediğini sormuştur.

Deniz: *Biz bunu ölçtük (Kâğıtta ölçeği göstererek) 2,7 çıkıyor.*

Araştırmacı: *2,7 ne ?*

Deniz: *Santimetre*

Araştırmacı: *Birimi de yazın o zaman oraya. O zaman o size neyi söylüyor? Orası 2,7 cm ise?*

Berk: *Hocam bu 2,7 cm olan yerler 25 km.*

Araştırmacı: *Evet gerçekte 25 km.*

Duru: *Mesela hocam şurası (Kâğıt üzerinde gösterir.) 25 km.*

Araştırmacı: *Şimdi alanı bulmak için bir strateji gelişmelisiniz.*

Deniz: *Hocam uğraşıyoruz.*

Araştırmacı: *Bu bildiğiniz bir şeklin alanına benziyor mu?*

Duru: *Hayır.*

Araştırmacı: *O zaman ne yapmanız lazım?*

Duru: *Böyle bir dikdörtgen çizip (Kâğıt üzerinde gösterir. Şekil 33'te haritanın hemen dışında oluşan dikdörtgeni kastetmektedir). sonra, o dikdörtgenin alanını bulup, sonra ondan bazı yerleri çıkarsak...*

Berk: *Taban çarpı yükseklikten... Tam buradan buraya kadar ölçsek onu da 25 km'ye kadar kaç km ise onu ölçsek sonra çarpsak...*

Deniz: *Bütün ilçelerin alanını bulsak...*

Öğrencilerle yaşanan diyalogdan ölçeğin anlamını kavradıkları anlaşılmıştır. Ancak henüz tam olarak matematiksel bir model ortaya koyamadıkları da görülmektedir. Bir çözüm modeli konusunda Deniz'in, Berk ve Duru'dan bu konuda farklı fikirleri olduğu anlaşılmaktadır. Berk'in bu sırada cetvelle harita üzerinde çizimler yapmaya başladığı, Duru'nun ise arkadaşlarına defterden alanını bulmayı bildikleri şekillere bakmayı teklif ettiği ve ardından matematik defterine göz attıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler, bir süre sonra yeni bir çözüm ürettiklerini, çevreden alana geçeceklerini dile getirmişlerdir. Ancak bu çözümün matematiksel olarak hatalı olduğunu araştırmacı aşağıda verilen diyalogdan da anlaşılacağı üzere, öğrencilere fark ettirmiştir.

Duru: *Hocam biz yeni bir çözüm geliştirdik. Çevresini bulup oradan alana geçeceğiz.*

Araştırmacı: *Nasıl yapacaksınız? Bir dikdörtgen çizin bakalım...*

(Öğrenciler dikdörtgeni çizdikten sonra, araştırmacı sorar).

Araştırmacı: *Çevre ne demektir? Gösterir misiniz?*

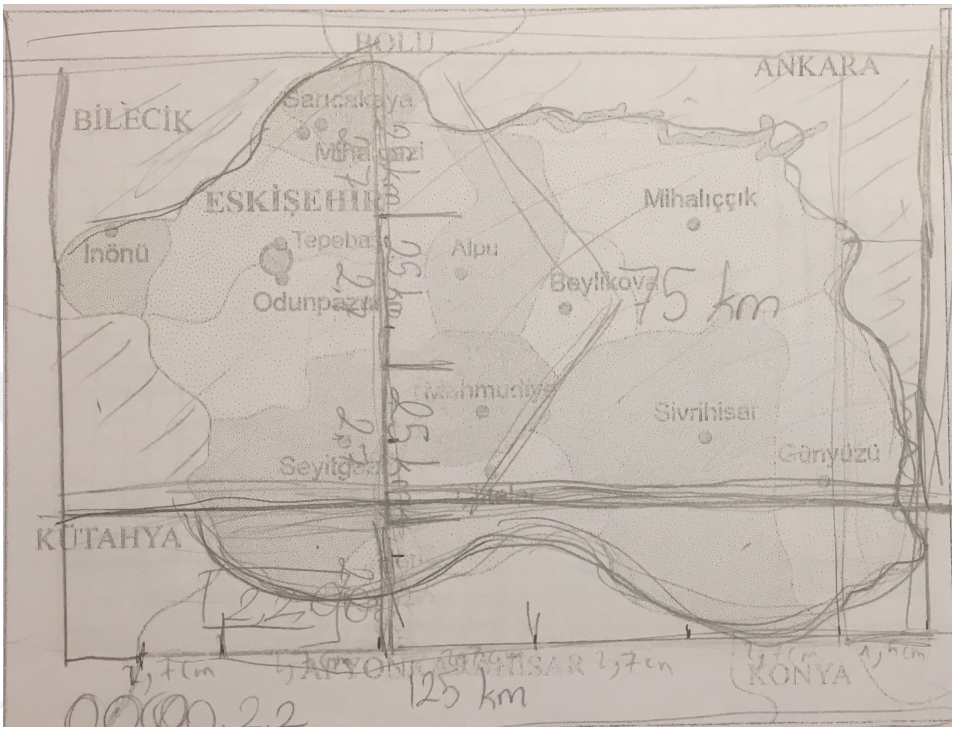
(Öğrenciler kâğıt üzerinde dikdörtgenin kenarlarını gösterir).

Araştırmacı: *Alan ne demektir?*

Berk: *Alan şöyle içi (Dikdörtgenin iç bölgesini tarar).*

Araştırmacı: *İkisi farklı yani.*

Araştırmacı, öğrencilere çevre ve alanla ilgili çizimler yaptırarak, farklı olduklarını göstermiştir. Öğrencilerin daha sonra bu çözümden vazgeçtikleri, Duru ve Berk'in ilk düşündükleri çözüm olan en dışa bir dikdörtgen çizip fazla alanları çıkarma fikrine geri döndükleri aşağıda Şekil 4.35'te verilen çözüm kâğıdında görülmektedir.



Şekil 4.35. *Grup 3 Matematikselleştirme-1*

Haritayı ölçek uzunluğunu baz alarak işaretledikleri, böylece 2,7 cm olarak ayırdıkları ve 2,7 cm olan yerlerin de 25 kilometreye eşit olduğunu gösterdikleri Şekil 34'teki matematikselleştirme sürecini anlatan çözüm kâğıdından anlaşılmaktadır. Ancak son kısımda kalan 2,2 cm'lik yerin kaç km'ye denk olduğu hesaplamada zorluk yaşadıkları fark edilmiştir. Bu konuda araştırmacıdan yardım istedikleri aşağıda verilen diyalogda görülmektedir.

Duru: *Hocam 2,2 cm'nin kaç km olduğunu bilsek buluruz aslında.*

Araştırmacı: *Oran kurarak bulabilirsiniz aslında. Mesela haritada 1cm olan bir yer gerçekte 10 km ise, haritada 2cm olan yer gerçekte kaç km'dir?*

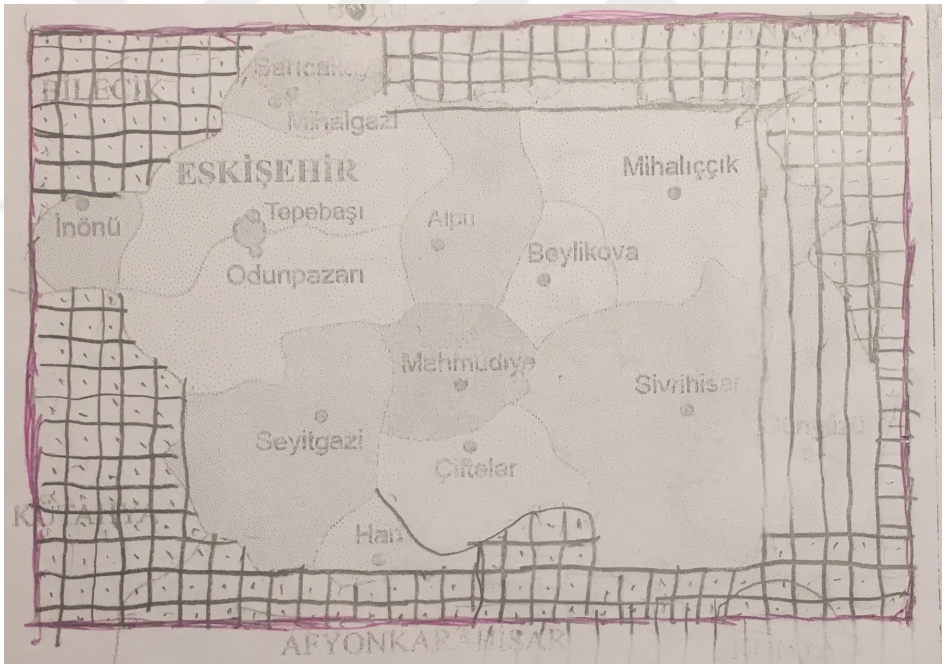
Grup üyeleri: *20 km.*

Araştırmacı: *Peki haritada 0,5 cm olan yer?*

Berk: *5 km'dir.*

Araştırmacı: *Aynı bunun gibi oranlamaya çalışın çocuklar.*

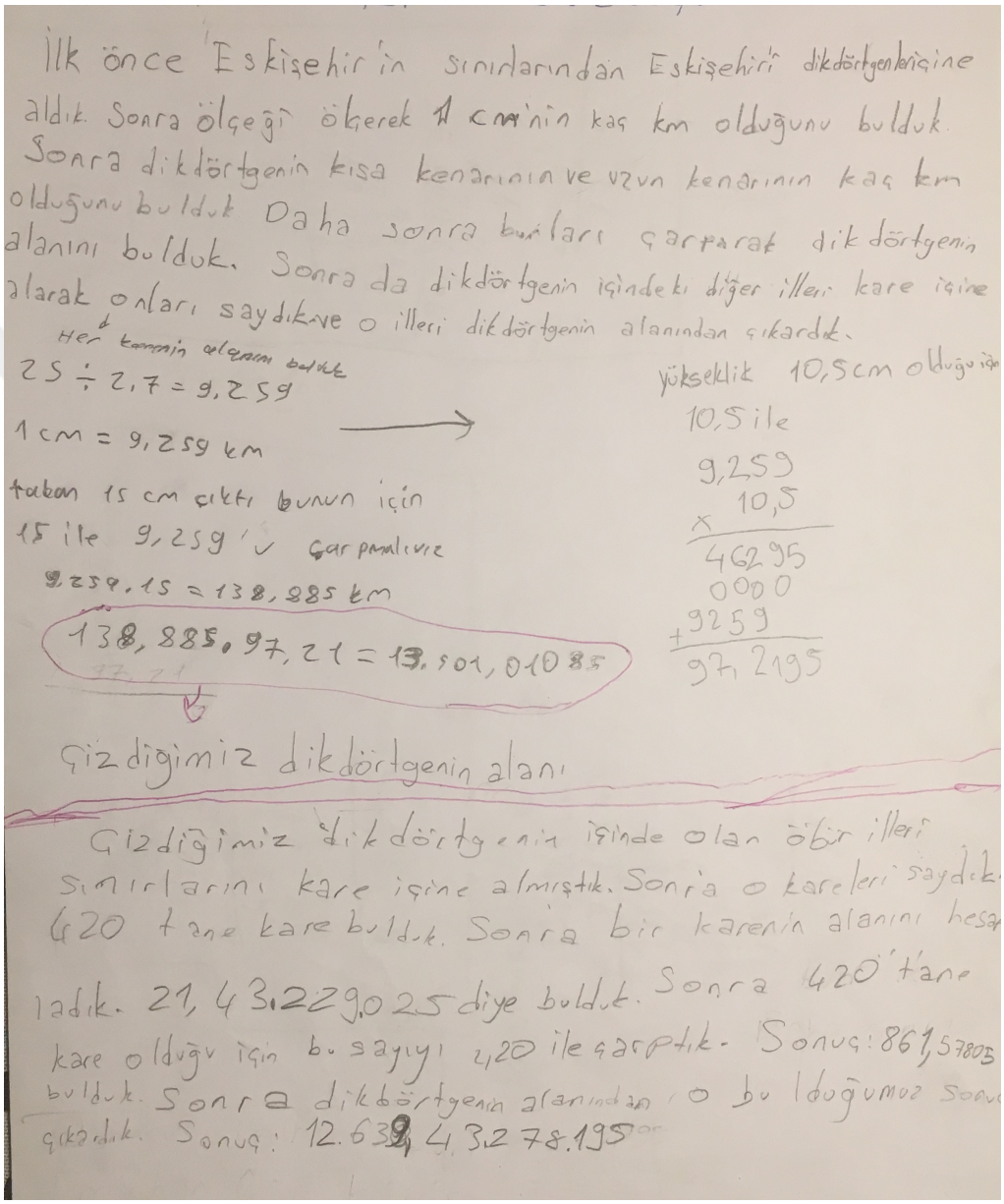
Araştırmacının, öğrencilere nasıl bir yol izleyebilecekleriyle ilgili farklı örneklerle ipucu verdiği görülmektedir. Öğrencilerin 2,2 cm'nin kaç km olduğu üzerine düşünmeye devam ettikleri, daha sonra 0,1 cm'nin kaç km'ye eşit olduğunu bulmanın daha iyi olacağını konuştukları gözlemlenmiştir. 0,1 cm'nin gerçekte kaç km'ye eşit olduğunu bulduklarında çarpma işlemi yaparak harita üzerindeki her uzunluğun kaç kilometre olduğunu bulabileceklerini anlamışlardır. Ancak, öğrencilerin geliştirdikleri bu model üzerinde matematiksel bir sonuç elde etmeye çalışırken, bu modelden vazgeçip başka bir model üzerinde çalışmaya başladıkları fark edilmiştir. (Bu duruma, bazı öğrencilere yapılan grup değişiklikleri sonunda gruplarına Yağmur'un dahil olmasının sebep olduğu düşünülmektedir). Grup 3'teki öğrencilerin, yeni geliştirdikleri modelde, haritanın dışına yine dikdörtgen çizdikleri, ancak bu sefer Eskişehir'in alanı dışındaki yerleri küçük birim karelere ayırdıkları Şekil 4.36'da verilen çözüm kâğıtlarında görülmektedir.



Şekil 4.36. *Grup 3 Matematikselleştirme-2*

Öğrencilerin yeni geliştirdikleri modelde, Eskişehir'in alanına ulaşmak için yaptıkları işlemleri (dikdörtgenin gerçek alanını bulup, birim karelerin toplam alanını bundan çıkarmak) anlatan diyalog ve çözüm kâğıtları Şekil 4.37'de verilmiştir.

Berk: *O karelerin hepsini saydık ve 420 tane kare bulduk. Bir karenin alanını hesapladık. 21,4322929025 bulduk. Sonra, 420 tane kare olduğu için bu sayıyı (21,43....) 420 ile çarptık. Sonucu 861,57805 bulduk. Dikdörtgenin alanından, o bulduğumuz (861,57.....) sonucu çıkarttık.*



Şekil 4.37. *Grup 3 Matematiksel Olarak Çalışma*

Öğrencilerin problemin çözümü için uygun bir model kurdukları ve bu model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalıştıkları görülmektedir. Eskişehir'in yüz ölçümü ile ilgili buldukları sonucun gerçek hayata oldukça yakın olduğu belirlenmiştir.

Grup 3'teki öğrencilerin diğer gruplardan farklı olarak çözümlerini bitirdikten sonra yaptıkları işlemlerin doğruluğunu sadece işlemsel açıdan kontrol ettikleri fark edilmiştir.

Tablo 4.17

Grup 3 Çözüm Süreci

Çözüm Adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Ölçeğin anlamını bilmeyen öğrenciler ilk başta zorlanmışlardır ancak ölçek hakkında yapılan açıklamalardan sonra, çözümde ölçekten yararlandıkları farklı varsayımlar geliştirmişlerdir. (3 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Grup üyeleri Eskişehir'i kapsayacak şekilde bir dikdörtgen çizip daha sonra bu dikdörtgenin içinde Eskişehir dışındaki alanları bulup çıkarmayı planlamışlardır. Daha sonra bu modeli geliştirerek fazla olan alanları birim karelere ayırmışlardır. (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Geliştirdikleri model üzerinde doğru matematiksel işlemler yaparak bir sonuç elde etmişlerdir. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Elde ettikleri sonucun doğruluğunu işlemsel açıdan kontrol etmişlerdir. (1 puan)
Sonucu Belirtme (2 puan)	Eskişehir'in yüz ölçümüyle ilgili bir sonuca ulaşmışlar ve bu sonuca nasıl ulaştıklarını açıklamışlardır. (2 puan)
Genel Puan	12/14

4.2.3.4. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 4 çözüm süreci

Grup 4'teki öğrencilerin de, ilk aşamada ölçeği anlamakta zorlandıkları görülmüş ve Ece, ölçeği anlamadığını ifade etmiştir. Araştırmacı öğrencilerin ölçek hakkında ne bildiklerini sorgulamış ve çözüm sürecine geçebilmeleri için yönlendirmiştir. Öğrencilerin problemle ilgili düşüncelerini anlattıkları diyalogdan bir kesit aşağıda verilmiştir.

Yağmur: *Hepimizin farklı fikri vardı.. Ortada birleşemedik. Burasını ölçtüğümüzde 270 cm oldu.*

Araştırmacı: *270 cm olduğundan emin miyiz?*

Yağmur: *Ay 2,70 cm.... 2,70 cm 25 km'ye denk geliyor. Buradan Eskişehir'de kaç tane 2,70 cm varsa o kadar 25 km vardır.*

Araştırmacı: *Sizden istenen neydi bu soruda?*

Görkem: *Yüzölçümü.*

Araştırmacı: *Yani ne demek o yüz ölçümü?*

Ilgın: *Uzunluk, yükseklik....*

Duru: *Alan?*

Araştırmacı: *Alan demek, yüz ölçümü. Yani Eskişehir'in alanının kaç km^2 olduğunu bulmanız lazım. Onun üzerine yoğunlaşın.*

Öğrencilerle yaşanan diyalogdan grup içerisinde bazı öğrencilerin ölçeğin anlamını yorumlayabildiği anlaşılmaktadır. Araştırmacı da problemi anlamaları, basitleştirebilmeleri ve çözüm sürecine geçebilmeleri için, ne istendiğini ve nasıl bulunabileceğini düşünmelerini sağlamıştır. Bu süreçten sonra, öğrencilerin bir model ortaya koydukları ve üzerinde çalışmaya başladıkları fark edilmiştir. Ancak yaptıkları işlemlerde bir hata olduğunu düşünüp araştırmacıya danışmak istemişlerdir. Bu davranış da hala, doğrulamayı öğretmenden bekleme eğiliminde olduklarını göstermektedir. Aşağıda araştırmacı ve öğrenciler arasında yaşanan diyalogdan ve Şekil 4.38'de çözüm kâğıdından bir kesit verilmiştir.

Duru: *Hocam biz bu şekillerin alanını bulduk.*

Araştırmacı: *Nasıl buldunuz?*

Duru: *Ölçerek, cetvelle.*

Ilgın: *Biz ilk önce Eskişehir'i sınırları içerisinde dikdörtgene ayırdık. Sonra oralara giren boşlukları şekillere ayırdık. Sonra onların hepsinin teker teker alanlarını bulup toplayıp, dikdörtgenin alanından çıkaracağız.*

Duru: *Ama hocam dikdörtgenin alanı 150 cm^2, ama yaptığımız şekiller 17875 cm^2 çıkıyor.*

Araştırmacı: *O zaman bir yerde hatanız var. Ölçmede hata yapmış olabilirsiniz (Çözüm üzerinde araştırmacıyla birlikte kontrole başlarlar).*

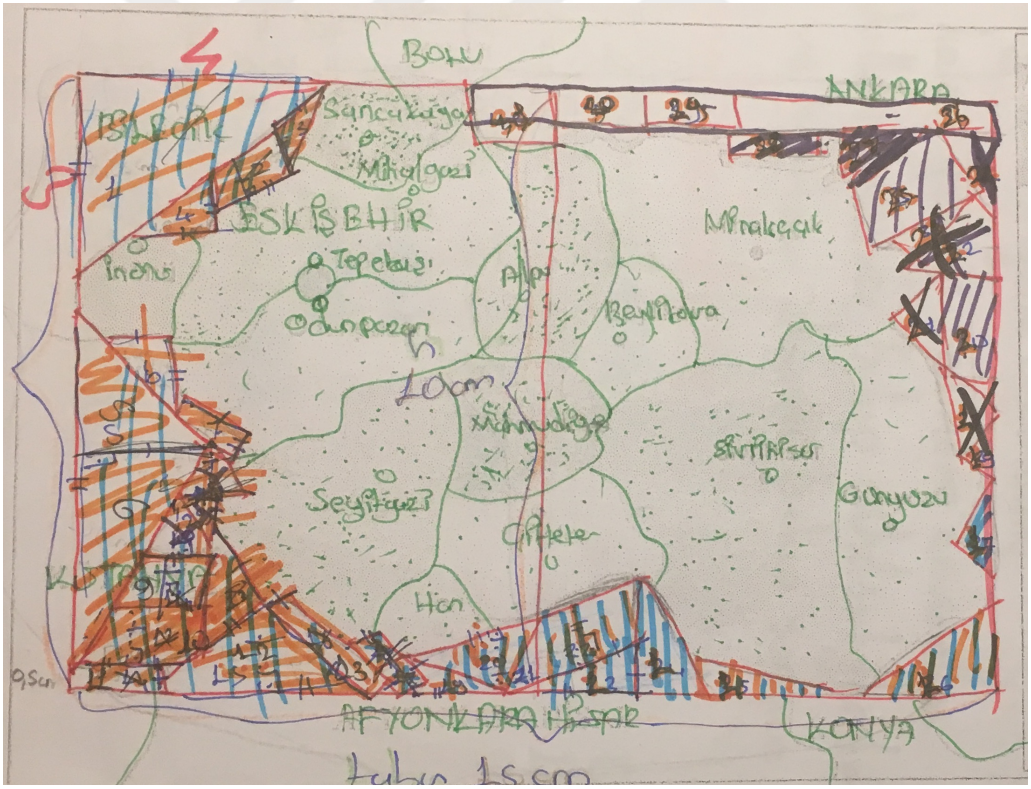
Araştırmacı: *Tam kısımları ve ondalık kısımları doğru topladığınıza emin misiniz?*

Duru: *Bilmiyorum hocam.*

Araştırmacı: *Bir bakın çocuklar.*

Duru: *Hocam galiba altıları bu taraf yazacaktık.*

Araştırmacı: *Tam kısımlar ve ondalık kısımlar farklı yerlerde. Tekrar çözümünüzü gözden geçirin.*



Şekil 4.38. *Grup 4 Matematikselleştirme-1*

Öğrencilerin işlemlerini kontrol eden araştırmacı ondalık sayılarla işlem yaparken hata yaptıklarını fark etmiştir. Bu konuda öğrencileri uyarmış ve işlemlerini tekrar etmelerini istemiştir. Öğrencilerin matematik bilgilerinin eksik olması model

üzerinde matematiksel olarak çalışmalarına engel olmaktadır. Grup 4'teki öğrencilerin yaşadığı bir diğer zorluk ise aşağıda verilen diyalogdan da anlaşılacağı gibi harita üzerinde cetvelle ölçüp, buldukları sayılar üzerinde uzunluk hesabı yapmaları olmuştur. Yani harita uzunluğunu gerçek uzunluğa çevirmemişlerdir.

Araştırmacı: *Alanı cm^2 cinsinden mi buldunuz? Eskişehir'in alanı cm^2 olabilir mi? Harita ölçeğinin mantığı nedir?*

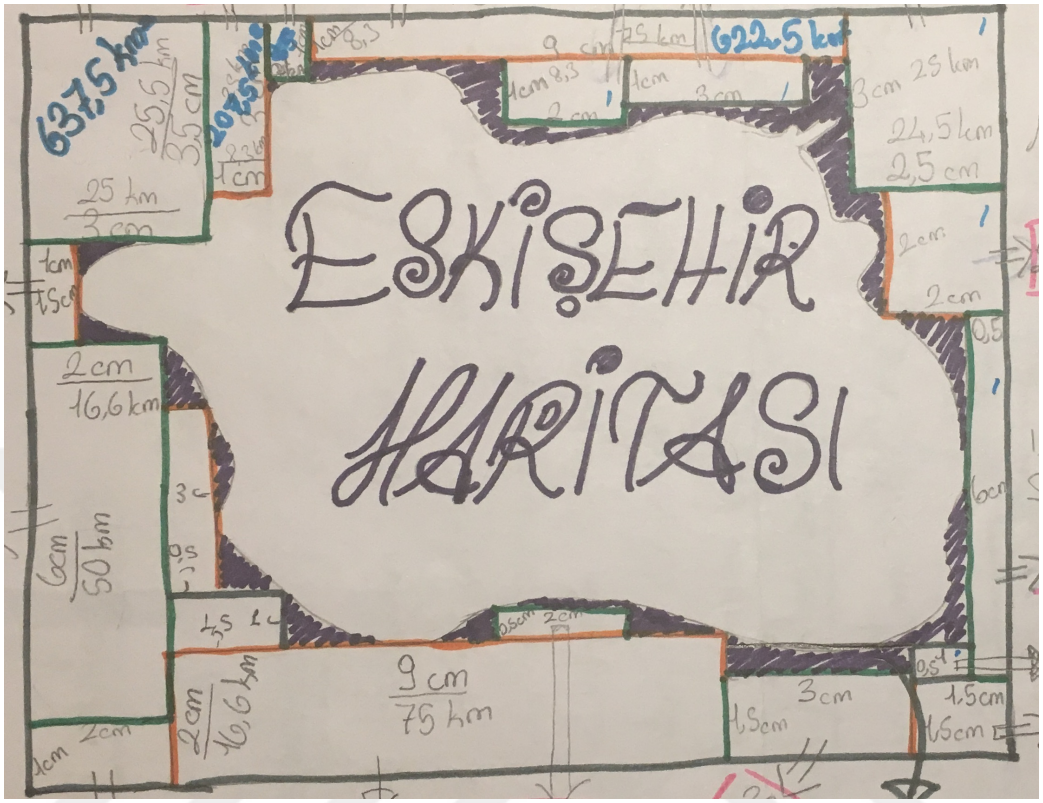
Duru: *Hocam biz toplayıp sonucu km'ye çevireceğiz.*

Araştırmacı: *Birim çevirme mi yapacaksınız? Sadece cm^2'yi km^2 'ye çevirirseniz ne olur ?*

Araştırmacı buldukları sonucu km^2 'ye çevirmelerini istemiştir. Buradaki amacı, elde ettikleri sonucu yorumlamalarını yani sonucun gerçek hayatla tutarlı olup olmadığını sorgulamalarını sağlamaya çalışmaktır. Öğrenciler birim çevirme işlemi yaparken daha m^2 'ye geldiklerinde, Eskişehir'in yüz ölçümünü 0,015 m bulmuşlardır. Araştırmacı öğrencilerin metre üzerinden yorumlamalarının daha kolay olacağını, bir metrenin uzunluğunu gerçek hayatta gösterebileceklerini düşünerek, "Sizce 0,015 m^2'lik bir alan ne kadar yer kaplar?" diye sormuş ve öğrencilerin bunu düşünmesini istemiştir. Daha sonra bu soruyu tüm sınıfa sorarak diğer gruplarında bunu düşünmesini istemiştir. Bir yandan da öğrencilere buldukları sonucu yorumlamanın, yani gerçek hayatla tutarlılığını kontrol etmenin önemini anlatmaya çalışmıştır. Sınıftan bu konuda bir cevap gelmeyince, tahtaya bir kenarı 30 cm bir kenarı 50 cm olacak şekilde cetvelle bir dikdörtgen çizmiştir. Öğrencilere bu dikdörtgenin alanını sormuştur ve çoğu öğrenci dikdörtgenin alanını 1500 cm^2 olarak doğru bir şekilde hesaplamıştır. Daha sonra, buldukları sonucu m^2'ye çevirmelerini istemiştir. Sonucun 0,015 m^2 çıktığını belirlenmiş ve öğrencilere, "Sizce Eskişehir'in alanı 0,015 m^2 olabilir mi?" diye sormuştur. Doğal olarak öğrenciler hayır cevabını vermişlerdir. Araştırmacı bu aşamada, buldukları sonucu yorumlamanın önemine değinmiş, sonucun gerçek hayatta neye denk geldiğinin üzerinde durmuştur.

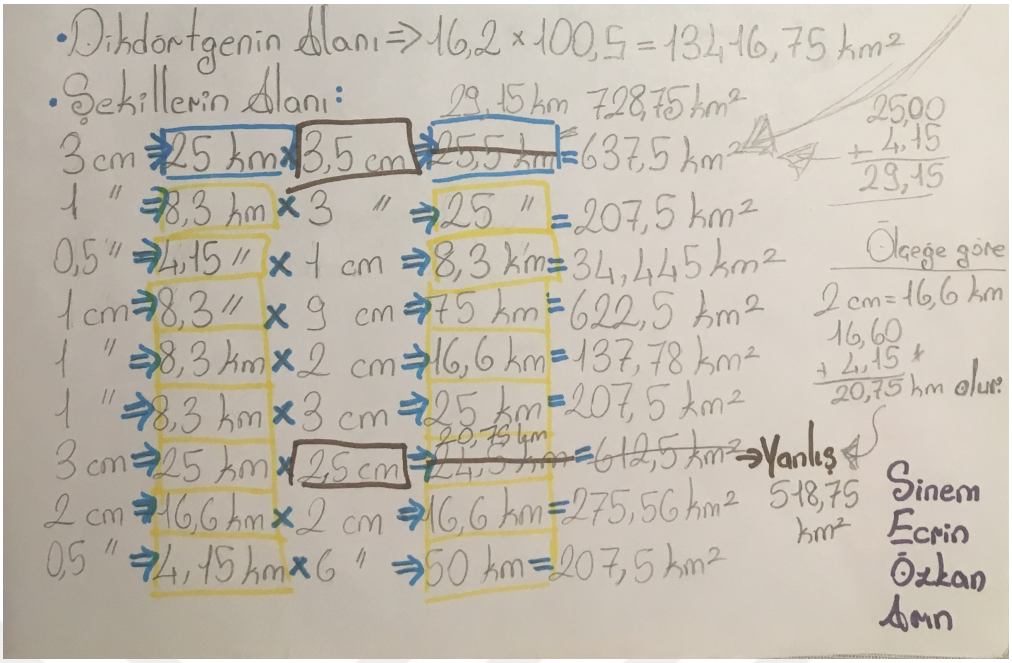
Tüm bu açıklamalardan sonra, çözümlerinin gerçek hayata uygun olmadığını gören Grup 4'teki öğrencilerin problem üzerinde tekrar düşünmeye başladıkları gözlemlenmiştir. Grup 4'teki öğrencilerde Grup 1, Grup 2, Grup 3'teki öğrenciler gibi ilk oluşturdukları modeli geliştirmişler ve de en önemlisi artık çözüm sürecinde ölçek

kullanmaya başlamışlardır. Öğrencilerin geliştirmiş oldukları ikinci çözüm modeli Şekil 4.39'da verilmiştir.

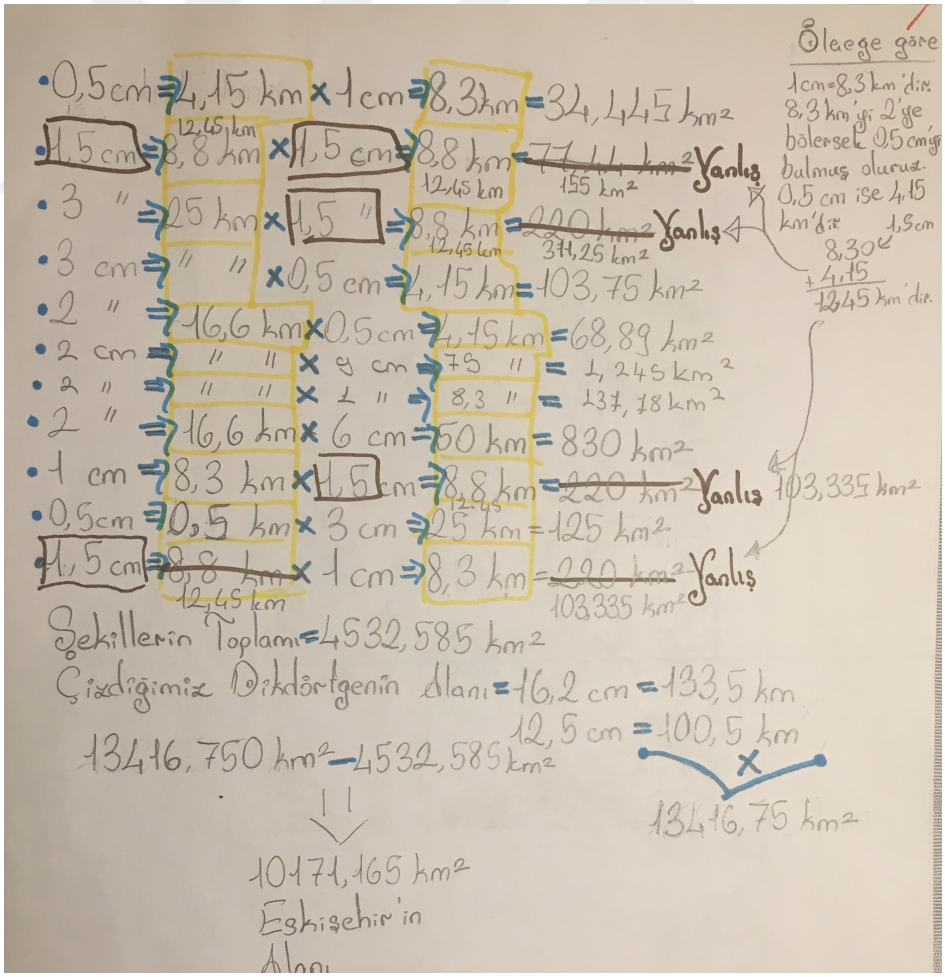


Şekil 4.39. *Grup 4 Matematikselleştirme-2*

Öğrencilerin bu sefer oluşturdukları model üzerinde matematiksel olarak çalışırken ölçek bilgisini dikkate aldıkları görülmektedir. Ölçeği kullanırken 2,7 cm yerine 3 cm'ye yuvarlamışlardır. 3 santimetre üzerinden işlem yapmaları işlem kolaylığını tercih ettiklerini göstermektedir. Bu sefer ilk çalışmalarından farklı olarak, model üzerinde çizdikleri tüm şekillerin gerçek uzunluğunu ve gerçek alanını hesapladıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin yüz ölçümünü hesaplamak için yaptıkları işlemler Şekil 4.40 ve Şekil 4.41'deki çözüm kâğıdında görülmektedir.



Şekil 4.40. *Grup 4 Matematiksel Olarak Çalışma-1*



Şekil 4.41. *Grup 4 Matematiksel Olarak Çalışma-2*

Tablo 4. 18

Grup 4 Çözüm Süreci

Çözüm Adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Grup 4'teki öğrenciler de ilk başta ölçeği anlamadıkları için bir varsayımda bulunamamışlardır, daha sonra araştırmacıyla geçen diyalogda ölçek sorgulanmıştır. Ancak öğrencilerin ilk varsayımlarında da ölçeği kullanmadığı fark edilmiştir. (3 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Grup üyeleri çözüm için, Eskişehir'i kapsayacak şekilde bir dikdörtgen çizip daha sonra bu dikdörtgenin içinde Eskişehir dışındaki alanları bulmaya yönelik bir model geliştirmişlerdir. Ancak bu modellerinde ölçek bilgisini kullanmamışlardır. Daha sonra bu modellerini revize ettikleri görülmüştür. (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Geliştirdikleri model üzerinde çalışırken hatalı matematiksel işlemler yaptıkları fark edilmiştir. Ondalık sayılarla işlemler konusundaki matematiksel bilgi eksiği öğrencilerin zorluk yaşamasına sebep olmuştur. Daha sonra hatalı işlemlerini düzelttikleri görülmüştür. (2 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Elde ettikleri sonuçla ilgili herhangi bir doğrulama ya da yorumlama işlemi yapmamışlardır. (0 puan)
Sonucu Belirtme (2 puan)	Eskişehir'in yüz ölçümüyle ilgili bir sonuca ulaşmışlardır. (2 puan)
Genel Puan	10/14

4.2.3.5. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi Grup 5 çözüm süreci

Grup 5'teki öğrencilerin problemi anlamakta zorluk yaşamadıkları ve çözüm için varsayımda bulundukları görülmüştür. Problemin çözümü için oldukça önemli olan ölçek bilgisini gözden kaçırmadıkları ve çözüm için varsayım üretmeye başladıkları aşağıda verilen diyalogda görülmektedir.

İrem: *Biz şimdi bunu ölçtük hocam. Burada kaç tane varsa bundan (Ölçekten bahsetmektedir).*

İzzet: *2,7 olarak bulduk. Buranın hepsini 2,7-2,7 olacak şekilde düşündük yani bunların hepsi 25 km bunların hepsini toplayarak bu kısmın km'sini bulduk. Aynısını burada da yaptık hocam, sonra bu ikisini çarparak alanını bulduk.*

Araştırmacı: *Peki burada bazı yerler Eskişehir'in alanına dahil değil. Bilecik, Kütahya var mesela... Bu şekilde yaparsanız Eskişehir alanından daha fazlasını bulursunuz değil mi?*

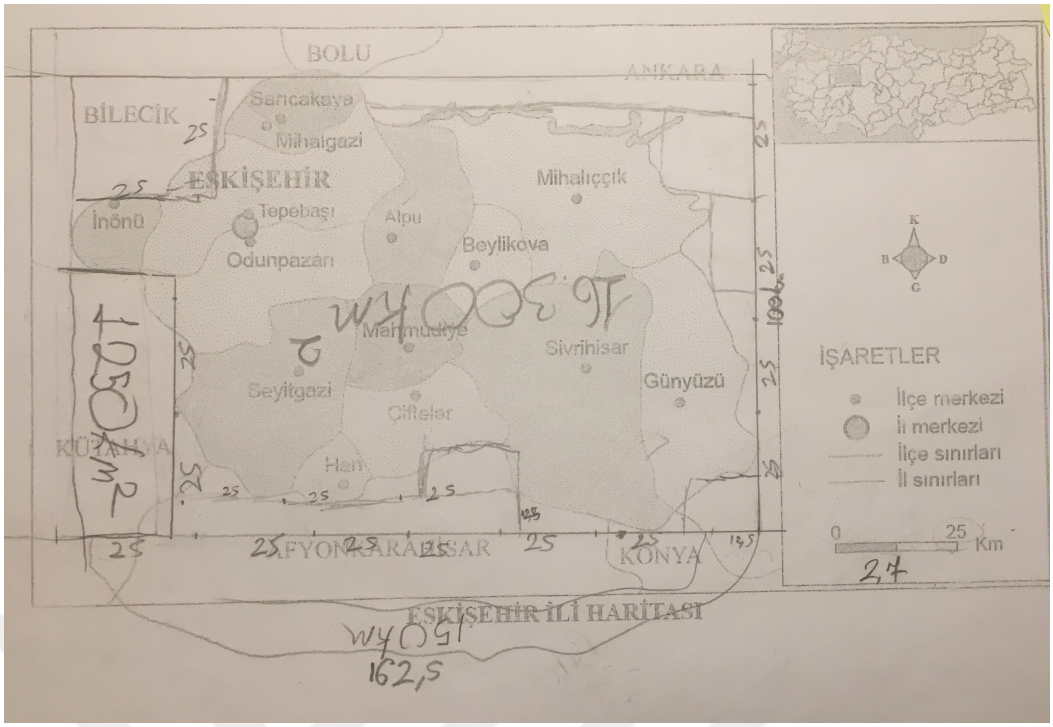
İrem: *Fazlalıkların hepsini toplayıp bizim bulduğumuz alandan çıkarsak olur mu?*

Araştırmacı: *Olabilir.*

İzzet: *Mesela hocam bu kısma dikdörtgen desek?*

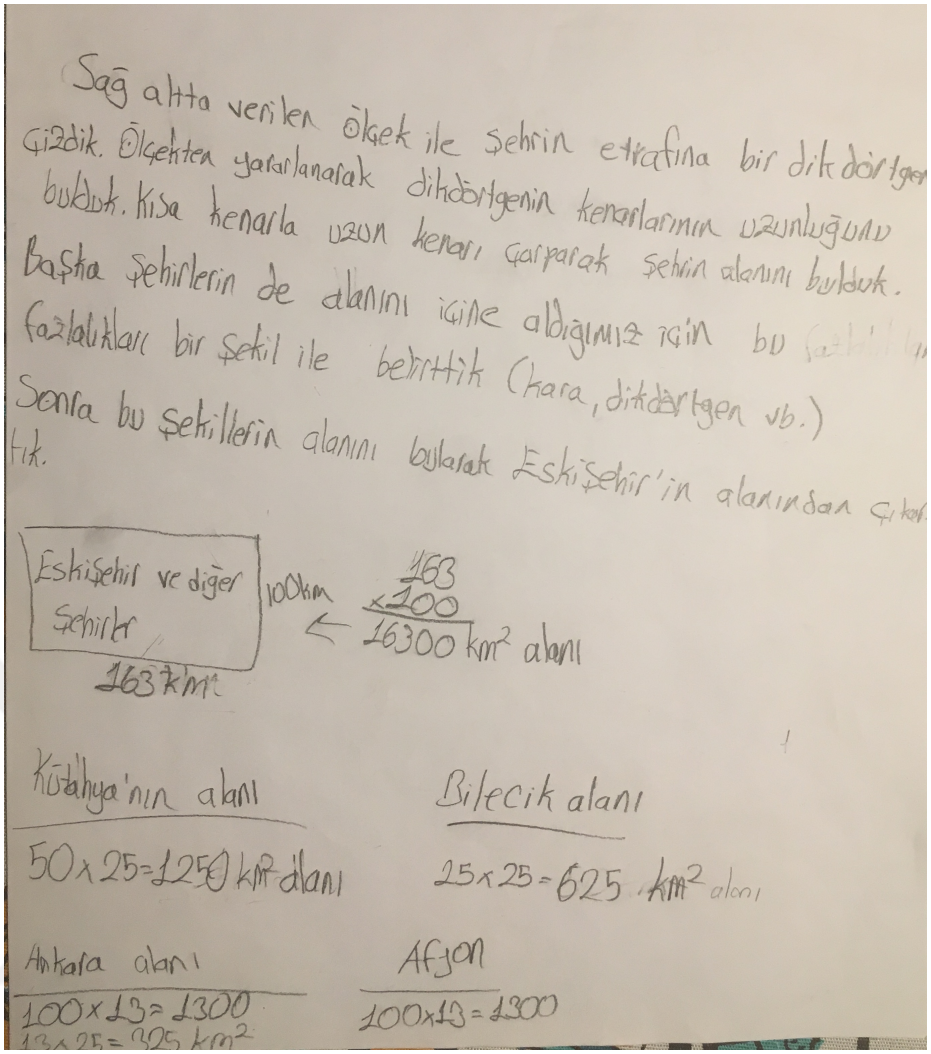
Araştırmacı: *Olabilir evet. Tabi buradaki şekiller bizim bildiğimiz klasik şekiller değil. Ama onlara benzetmeye çalışabilirsiniz İzzet'in de dediği gibi mesela o burayı dikdörtgene benzetti. Buradan farklı şeyler üretebilirsiniz.*

Grup 2 ve Grup 4'e benzer şekilde Grup 5'teki öğrencilerin de, Eskişehir haritasını kapsayacak şekilde bir dikdörtgen çizip, fazla olan alanları çıkarmayı planladıkları Şekil 4.42'de verilen çözüm kâğıdı alıntısından da anlaşılmaktadır.

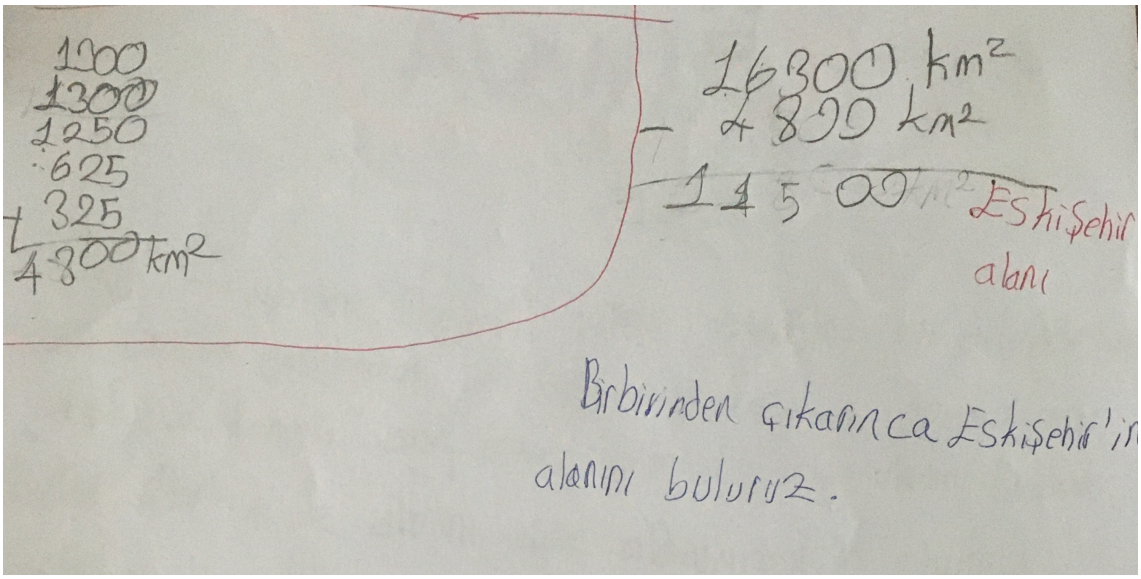


Şekil 4.42. *Grup 5 Matematikselleştirme*

Çözüm için belirledikleri varsayımı matematiksel bir model haline dönüştüren Grup 5'teki öğrencilerin, daha sonra da bu model üzerinde matematiksel olarak çalışmaya başladıkları ve ölçekten yararlanarak belirledikleri şekillerin gerçek alanlarını hesaplayıp, haritanın etrafına çizdikleri dikdörtgenin alanından, Eskişehir'in dışında kalan kısımların alanını çıkarttıkları Şekil 4.43 ve Şekil 4.44'te verilen çözüm kâğıtlarında görülmektedir.



Şekil 4.43. *Grup 5 Matematiksel Olarak Çalışma-1*



Şekil 4.44. *Grup 5 Matematiksel Olarak Çalışma-2*

Grup 5'teki öğrencilerin belirledikleri model üzerinde doğru bir şekilde matematiksel olarak çalıştıkları ve gerçek hayata yakın bir sonuca ulaştıkları Şekil 4.43 ve Şekil 4.44'te görülmektedir. Ancak çözümlerini yorumlama ve doğrulama adına herhangi bir çalışma yürütmedikleri fark edilmiştir. Grup 5'teki öğrencilerin çözüm süreçlerindeki bilişsel modelleme yeterliliklerini özetleyen Tablo 4.19 aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.19

Grup 5 Çözüm Süreci

Çözüm adımları	Yorumlar
Sadeleştirme/ Varsayımlar (4 puan)	Grup 5'deki öğrenciler problemi ve ölçeği anlamakta herhangi bir zorluk yaşamamışlardır. Çözüm için bir varsayım geliştirmişlerdir. (4 puan)
Matematikselleştirme (3puan)	Grup üyeleri çözüm için, Eskişehir'i kapsayacak şekilde bir dikdörtgen çizerek fazla olan alanları çıkarmaya yönelik bir model geliştirmişlerdir. (3 puan)
Matematiksel Olarak Çalışma (3 puan)	Geliştirdikleri model üzerinde, ölçeği de dahil ederek belirledikleri şekillerin gerçek alanları hesaplayabilmişler ve Eskişehir'in yüz ölçümünü bulmuşlardır. (3 puan)
Yorumlama /Doğrulama (2 puan)	Elde ettikleri sonuçla ilgili herhangi bir doğrulama ya da yorumlama işlemi yapmamışlardır. (0 puan)
Sonucu Belirtme (2 puan)	Eskişehir'in yüz ölçümüyle ilgili bir sonuca ulaşmışlardır. (2 puan)
Genel Puan	12/14

4.2.3.6. Eskişehir'in yüz ölçümü problemi gruplara toplu bakış

Eskişehir'in Yüz Ölçümü problemi bu araştırma sürecinin son problemidir. Öğrencilerin bu problemde artık modelleme problemlerini tanıdıkları ve sürece alışmış oldukları görülmektedir. Bu soruda yer alan ölçek ve harita bilgisini sosyal bilgiler dersinde öğrenmiş olsalar da, bunları hatırlamakta ve gerçek hayat bağlamında düşünmekte zorlandıkları tespit edilmiştir. Ancak ölçek kavramı üzerine sınıf geneline yapılan açıklamalar ve araştırmacının grupların çalışmalarını gözlemlerken, gruplar arasında gezdiği sırada yaşanan diyaloglar ve verilen küçük ipuçlarıyla tüm gruplar, problemi anlayıp, model oluşturabilmiş ve matematiksel bir sonuç elde etmiştir. Bunun yanı sıra bu problemde Grup 2, Grup 3 ve Grup 4'ün süreç içerisinde oluşturdukları modelleri geliştirdikleri ve daha iyi modeller ortaya koydukları gözlemlenmiştir. Daha önceki problemlerde bu duruma rastlanmadığı için bu önemli bir bulgu olarak değerlendirilmektedir. Çünkü artık öğrenciler bir model ortaya koymanın yanı sıra, bu modeli geliştirmeye yönelik de adım atmaya başlamışlardır.

Grupların çözüm süreçlerini genel olarak değerlendirmek için süreç sonunda yapılan puanlama tablosuna bakıldığında Grup 4'ün 10 puanla en düşük, Grup 3 ve Grup 5'in de 12 puanla en yüksek puanı aldıkları görülmektedir. Grup 4'ün en düşük puanı almasındaki sebep, diğer gruplardan farklı olarak, matematiksel olarak çalışma aşamasında da zorluk yaşamaları, ondalık sayılarla işlem yaparken hatalı sonuç elde etmeleri olmuştur. Grup 3'teki öğrenciler diğer gruplardan farklı olarak buldukları sonucun işlemsel açıdan doğruluğunu kontrol etmişlerdir ve bu puanlarının yükselmesini sağlamıştır. Grup 5'teki öğrencilerin en yüksek puanlardan birini almasının sebebi ise, diğer gruplar ilk başta ölçek bilgisini yorumlayamazken, onların bu konuda zorluk çekmeden varsayım üretmeye başlamaları olmuştur.

Grupların son durumda elde ettikleri matematiksel sonuç ve çözüm sürecinde aldıkları puanlar Tablo 4.20'de verilmiştir. Bu tabloya göre, grupların genel anlamıyla gerçek yaşama yakın sonuçlar buldukları, gerçek hayata en yakın sonucu elde edenin Grup 2, en uzak sonucu elde edenin ise Grup 1 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.20

Tüm Grupların Aldıkları Puanlar ve Elde Ettikleri Sonuçlar

Gruplar	Bir model üretme ve matematiksel olarak çalışabilme	Bulunan sonuç	Grupların çözüm süreçlerinde aldıkları puanlar
Grup 1	+	9218 km^2	11
Grup 2	+	13121 km^2	11
Grup 3	+	12624 km^2	12
Grup 4	+	10171 km^2	10
Grup 5	+	11500 km^2	12

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Matematiksel Modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme düzeylerinin ve bu süreçte meydana gelen zorlukların nedenlerinin belirlendiği çalışmanın bu aşamasında elde edilen bulgulara dayanarak sonuçlar, tartışma ve öneriler sunulmuştur.

5.1. Sonuç

Altıncı sınıf öğrencileriyle yürütülen çalışmanın ilk basamağında, öğrencileri modelleme sorularıyla tanıştırmak için Bölüm 4.1.'de detaylı bir şekilde anlatılan ön uygulama yapılmıştır. Bu süreçte öğrencilere farklı özelliklere sahip üç matematiksel modelleme problemi -*Okulda Zaman Problemi, Obezite Problemi, Elmalı Turta Problemi*- sorulmuştur. Bu farklı özellikleri tekrar özetle belirtmek gerekirse; birinci ve üçüncü soruda, çözüm için gerekli tüm veriler problem metninde verilmemiş ve öğrencilerin kendi hayat deneyimlerinden yola çıkarak verileri tamamlamaları gerekmiştir. İkinci soru ise çözüm için gerekli verileri içermektedir ancak, farklı çözüm olasılıklarının olduğu uzun metin içeren bir yapıya sahiptir.

Ön uygulama sürecindeki en önemli sonuç öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinin ilk basamağı olan problemi anlama aşamasında zorluk yaşamaları olarak belirlenmiştir. Öğrenciler, "*Nasıl yapacağız, hiçbir şey anlamadım, burada ne demek istiyor, bu nasıl soru?*" gibi ifadeler kullanarak problemi anlamadıklarını açıkça belirtmişlerdir. Bu durumun, birinci ve üçüncü problemde çözüm için gerekli tüm verilerin verilmemesi, öğrencilerin günlük hayat bilgilerinden yola çıkarak bu eksik verileri tamamlamasının gerekmesi; ikinci problemde ise, metnin uzun olması ve farklı çözüm alternatiflerini barındırmasından kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Sonuç olarak, yeterli veri olmaması ve problemi yeterince okumama öğrencilerin ön uygulama sürecinde problemi anlama aşamasında zorluk yaşamalarına neden olmuştur.

Ön uygulama aşamasında, modelleme problemlerinin yapısından kaynaklanan problemi anlama aşamasında yaşanan zorlukların yanında öğrencilerin matematiksel açıdan da zorluklar yaşadıkları elde edilen sonuçlar arasındadır. Öğrenciler, matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışırken, araştırmacının yönlendirmeleriyle problemi anlama aşamasında ilerlemişler ancak bu sefer de

matematiksel engeller karşılarına çıkmıştır. Problemi çözmek için gerekli matematik bilgisine sahip olmama yani matematiksel ön bilgi eksikliği bu zorlukların sebeplerinden biri olarak belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, *Obezite probleminde* sözel olarak verilen ifadeleri matematik diline çevirme konusunda da tüm grupların zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Tüm bu matematiksel zorlukların, modelleme döngüsünün matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma aşamalarında ilerlemelerine engel olduğu belirlenmiştir.

Ön uygulama aşaması hem öğrencilere hem araştırmacıya deneyim kazandırması ve araştırmanın devamı olan asıl uygulama aşamasına yön vermesi bakımından oldukça önemlidir. Modelleme problemlerinde zaman ya da matematiksel bilgi açısından yaşanan zorlukların süreci olumsuz etkilediği ve öğrencilerin motivasyonunu düşürdüğü ön uygulama sayesinde görülmüştür. Böylece ön uygulamadan elde edilen sonuçlara göre, öğrencilerin problemi anlama, sadeleştirme, matematiksel olarak çalışma gibi aşamalarda yaşadıkları bilişsel zorluklar dikkate alınarak, asıl uygulamadaki sorularda düzenlemeye gidilmiştir. Yapılan düzenlemelerle problemler, daha açık ve anlaşılır hale getirilmiş ve görsellerle desteklenmiştir. Ayrıca problemlerin çözüm sürecinde harcanan zaman dikkate alınarak Eskişehir'in yüz ölçümü problemi sadeleştirilmiştir. Buna ek olarak, ön uygulama sayesinde matematiksel modelleme problemlerini tanıyan öğrencilere bilişsel modelleme döngüsü tanıtılabilmiş ve asıl uygulama sürecindeki problemlerde çözüm sürecine bu döngünün rehberlik edeceğinden bahsedilmiştir. Tüm bunlara bakarak ön uygulamanın bu araştırma sürecine katkı sağladığı söylenebilir.

Araştırmanın ikinci kısmı olan asıl uygulama süreci Bölüm 2.3.1'de detaylı bir şekilde anlatılan Borromeo-Ferri'nin (2007, s. 226) bilişsel modelleme döngüsü öğrencilere tanıtıldıktan sonra başlamıştır. Bilişsel modelleme döngüsünün tanıtılmasından sonra, Bölüm 3.5.4.'te ayrıntılı olarak ele alınan, araştırmacının hazırladığı 3 adet matematiksel modelleme problemi öğrencilere sorulmuştur.

Bu süreçte, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerine alıştığı, özellikle problemi anlama aşamasında gelişim gösterdikleri belirlenmiştir. Bölüm 2.3.1.'de ayrıntılı bir şekilde açıklanan bilişsel modelleme perspektifinde, problemi anlama aşamasından sonra durumun zihinsel gösterimi gelmektedir. Öğrencilerin, verilen matematiksel modelleme problemlerini kendi gerçek yaşamlarından yola çıkarak anlamlandırdığı yani durumun zihinsel gösterimini yapmaya başladıkları görülmüştür.

Modelleme problemlerinin doğası gereği, çözüm için gerekli tüm verilerin problem metninde bulunmamasının, ön uygulama döneminde öğrencilerin problemi

anlamalarını zorlaştırdığı ve çözüm sürecine geçmelerini engellediği belirlenmiştir. Buna ek olarak, asıl uygulama aşamasında ise öğrencilerin verilmeyen bilgilere alıştıkları yakın çevrelerinden ve deneyimlerinden yola çıkarak bu eksik verileri tamamlama eğiliminde oldukları fark edilmiştir. Bilişsel perspektif açısından modelleme döngüsü düşünüldüğünde, öğrencilerin verilen gerçek durumdan yola çıkarak gerçek modeli basitleştirme, sadeleştirme aşamalarında gelişim gösterdikleri belirlenmiştir.

Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma aşamalarını ele aldığımızda, ön uygulamadan asıl uygulamaya geçişte bu basamaklarda da gelişme yaşandığı görülmüştür. Asıl uygulama aşamasında öğrencilerin gerçek durumdan yola çıkarak ve bunu matematik bilgileriyle birleştirerek matematiksel model oluşturdukları ve model üzerinde matematiksel işlemler yaparak bir sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte; modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin, zaman zaman gerçek hayata uygun sonuçlar, problemde istenilen duruma daha uygun çözümler yerine daha kolay işlem yapmalarını sağlayacak şekilde modeller geliştirdikleri de fark edilen sonuçlar arasındadır. Örneğin; *Eskişehir'in Tarihi Bacaları Problemi'nde* öğrenciler araştırmacının boy uzunluğunu tahmin ederken, düşündükleri 176 cm yerine daha kolay işlem yapacakları 180 cm'yi almışlardır. Yine asıl uygulama kısmında sorulan *Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi'nde* öğrencilerin 2,7 cm'lik ölçeği 3 cm'ye yuvarlayarak işlem yaptığı belirlenmiştir. Tüm bu durumlar öğrencilerin matematiksel açıdan daha kolay işlem yapmalarına yardımcı olacak şekilde tercihte bulunduklarını göstermektedir. Buna ek olarak *Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi'nde* diğer problemlerden farklı olarak, öğrencilerin bir model ortaya koyduktan sonra, bu modeli geliştirdikleri gözlemlenmiştir. Problemin çözümü için doğru sayılacak bir modeli daha ayrıntılı olarak düşünmeye başlamışlardır. Örneğin; Eskişehir'in yüz ölçümünü bulurken, sadece dikdörtgen kullanarak oluşturdukları model yerine, daha küçük parçalar için kareler ya da üçgenler kullanarak daha hassas modeller geliştirdikleri fark edilmiştir. Daha önceki problemlerde ortaya çıkmayan bu davranış; öğrencilerin sürece alıştıkça problemi anlama, sadeleştirme gibi basamaklarda sorun yaşamadan ilerlemelerinin bir model üretebilmelerine ve bu modeli de geliştirmek için fırsat bulmalarına olanak sağladığı görülmektedir.

Asıl uygulama sürecinde sorulan 3 matematiksel modelleme probleminde çözüm işlemlerini değerlendirmek amacıyla tüm gruplar için puanlama tablosu oluşturulmuştur. *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi'nde* grupların aldığı

toplam puan 40, *Eskişehir'in Tarihi Bacaları Problemi'nde* 59, *Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi'nde* ise 56 olarak hesaplanmıştır. Bu bulgulara dayanarak öğrencilerin zamanla matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde gelişim gösterdikleri, puanlarının genel anlamda arttığı sonucuna ulaşılabilir. *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi'nde* daha düşük puan almaları, problemi anlamadan matematiksel işlem yapmaya geçmeleri ve gerçek hayata uygun olmayan model üretmelerinin bir sonucu olarak değerlendirilmiştir. Modelleme problemlerinde kazandıkları deneyimle *Eskişehir'in Tarihi Bacaları Problemi'nde*, problemi anlama ve model oluşturma aşamalarında zorluk yaşamadıkları söylenebilir. Bu sayede puanlarında artış gözlemlenmiştir. *Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi'nde* ise, ölçek bilgisi ilk başta kafa karışıklığı yaratsa da, bu ön uygulama aşamasındaki gibi bir zorluğa dönüşmemiş ve gruplar çözüm için doğru modeller oluşturabilmişlerdir.

Çalışmanın teorik çerçevesi olan bilişsel modelleme döngüsünün tanıtılmasının, çözüm sürecine önemli katkılarda bulunduğu, öğrencilerin çözüm kâğıtlarında teorik çerçevedeki başlıkları bir yönerge olarak kullandıkları ve çözümlerini bu başlıklar altında oluşturdukları böylece çözümlerinin düzene girdiği belirlenmiştir. problemi anlama bölümünde problemde verilenleri ve istenenleri yazdıkları, sadeleştirme kısmında çözüm için gerekli verileri belirledikleri daha sonra matematiksel işlemlere geçtikleri, gözlemlenmiştir. Tüm bunlara rağmen öğrencilerin yorumlama ve doğrulama basamaklarını ihmal etmeye devam ettikleri, bulunan sonucu sadece işlemsel açıdan kontrol eden bir grup olmasına rağmen modelin gerçek hayata uygunluğu ile ilgili yorum yapan herhangi bir grup olmadığı belirlenmiştir. Yorumlama ve doğrulama aşamaları modelleme problemleri üzerinde çalışırken araştırmacının yaptığı uyarılarla ya da grup sunumları esnasında çözümlerini anlatırken gerçekleşen değerlendirmelerle gerçekleştirilmiştir. Örneğin; *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi'nde* gerçek hayata uygun model oluşturmayan gruplar olduğu görülmüş ve yorumlama basamağının üzerinde durularak öğrencilere gerçek hayat örnekleri gösterilmiştir. Ancak daha sonra uygulanan *Eskişehir'in Yüz Ölçümü Problemi'nde* de yorumlama basamağı üzerinde durulmadığı yapılan gerçek hayatla tutarsız çözümlerden anlaşılmıştır. Buradan geleneksel matematik derslerinden ve geleneksel problemlerden cevabı öğretmenin kontrol etmesine ve doğrulamasına alışkın öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinde de benzer bir beklenti içinde oldukları sonucuna ulaşılabilir. Bununla birlikte karmaşık bir modelleme problemi üzerinde uzun süre çalışan öğrencilerin matematiksel bir sonuca ulaştıklarında zihinsel olarak yoruldukları ve çözümü bırakma

eğiliminde oldukları fark edilmiştir. Bu durumun da son aşamalar olan yorumlama ve doğrulama basamaklarının ihmal edilmesinin bir sebebi olduğu düşünülmektedir.

Tüm çözümün gözden geçirilip gerçek hayat bağlamında incelendiği yorumlama ve doğrulama aşamalarının kompleks süreçler olmasından dolayı öğrencilerin deneyimlerinin yeterli olmamasının da bu aşamaların ihmaline sebep olabileceği ve daha uzun süreli çalışmalar gerektirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte öğrenciler modelleme döngüsünü çözüm süreçlerinde kullansalar da döngünün basamakları üzerine yeterince düşünmeden, sadece sonuç elde etmeye yönelik çalıştıkları elde edilen bulgular arasında olmuştur. Örneğin, sadeleştirme başlığı altında çözüm için gerekli verilerden sadece bir kısmını yazıp bıraktıkları durumlar yaşanmıştır. Halbuki bu aşamada, gerçek durumun basitleştirilmesi, tüm verinin not alınması, bir sonraki aşama olan matematikselleştirmeye geçiş için önemli görülmektedir.

Çalışma esnasında öğrencilerin problemi anlamada sorun yaşamaları, hatalı model üretmeleri, matematiksel olarak çalışmada yaşanan sorunlar ya da gerçek hayata uygun olmayan modeller üretmeleri çözümlerini tekrar gözden geçirmelerine sebep olmuştur. Bu durum genellikle araştırmacının grupların çözüm sürecinde verdiği geri bildirimler, uyarılar neticesinde gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde hatalı ilerlediğini anlayan grupların, problemi anlama sürecine geri döndükleri ve problem üzerine tekrar düşündükleri gözlemlenmiştir. Buradan matematiksel modelleme problemleriyle çalışan öğrencilerin modelleme döngüsünde lineer olarak ilerlemediği, çözüm sürecinde yaşanan zorluk ya da aksaklıkların, öğrencileri problemi anlama, sadeleştirme gibi basamaklara geri döndürdüğü belirlenmiştir. Asıl uygulama sürecinin ilk problemi olan *Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi'nde* (Şekil 3.9) öğrencilerin, okulun ve bahçesinin kenar uzunluklarını çözüm sürecinde hiç işlerine yaramayacak olan okul bahçesinin alan ve çevresini bulmak için kullandıkları görülmüştür. Bir şeklin kenar uzunlukları verildiğinde alan ya da çevre hesabı yapmaya alışkın olan öğrencilerin problemi anlamadan doğrudan matematiksel olarak çalışmaya geçmelerinin geçmiş alışkanlıklarına dayandığı düşünülmektedir. Bu problemde, öğrencilerin çözüm için bir varsayım geliştirmekte zorlandıkları ve problemde verilenleri problemi anlamadan sadece işlemsel olarak kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Çözüm sürecinde araştırmacının müdahalesiyle öğrencilere ağaç dikiminin gerçek hayatta nasıl olacağı somut örneklerle gösterilmiş ve problem üzerine yeniden düşünmeleri sağlanmıştır. Yani problemi anlama aşamasına geri dönülmüştür. Ayrıca problem çözümü için gerekli bilgilerin belirlenmesi ve bir varsayımda bulunmaları için öğrencilere ek süre

tanınmıştır. Bu problem öğrencilerin doğru bir model oluşturana kadar modelleme döngüsünde yapılan ileri-geri hareketlere bir örnek oluşturmaktadır.

Araştırmanın yürütüldüğü grup çalışması yönteminin zamanla sürecin olumlu ilerlemesine ve öğrencilerin bilişsel süreçlerine katkı sağladığı belirlenmiştir. Çalışmanın ilk zamanlarında grup çalışmalarının çok verimli geçmediği ve grup içerisinde bireysel ya da grup içinde küçük grup oluşturarak çalıştıkları, grup içi tartışma yürütmedikleri gözlemlenmiştir. Ancak süreç ilerlerken grupla çalışma, işbirliği yapma gibi özelliklerin de geliştiği görülmüştür. Grup içerisinde problemi anlamak adına konuşmalar geçtiği ve problemi anlamayan grup arkadaşlarına açıklamalar yaptıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca matematik dersinde akademik olarak orta düzey ve altındaki öğrencilerin de grup çalışmalarına katıldığı, fikir yürütmeye başladığı tespit edilmiştir. Bireysel performansın sergilendiği geleneksel matematik derslerinde, derse katılma konusunda hevesli olmayan öğrencilerin grup içerisinde kendi akranlarıyla etkileşim halindeyken daha katılımcı oldukları gözlemlenmiştir. Tüm bu veriler düşünüldüğünde, öğrencilerin zamanla grupla çalışma konusunda daha uyumlu oldukları ve grupla çalışmanın akademik olarak orta düzey ve daha düşük seviyedeki öğrencileri derse katılma konusunda teşvik ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Hem problemlerin hem de çalışma tarzının öğrenciler için yeni olmasının sürecin başında zorluk yaşamalarına sebep olduğu ancak, zamanla grupla çalışma yetenekleriyle birlikte modelleme becerilerinin de geliştiği sonucuna ulaşılmıştır.

5.2. Tartışma

Matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan altıncı sınıf öğrencilerinin bu süreçte yaşadıkları zorlukların nedenleri ve matematiksel modelleme döngüsünde hangi bilişsel basamağa kadar ilerlediklerinin araştırıldığı çalışmanın bu bölümünde elde edilen sonuçların diğer araştırmalarla tutarlılığı tartışılmıştır.

Matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin, modelleme süreci göz önüne alındığında en çok zorlandıkları aşamanın problemi anlama aşaması olduğu belirlenmiş ve bu *durum Hocam biz anlamadık! Çıkmazı* olarak ifade edilmiştir. İlgili literatüre bakıldığında (Mengi, 2019, s. 109; İnan, 2018, s. 68; Sağıroğlu, 2018, s. 94) bu durumun sürpriz olmadığı söylenebilir. Öğrencilerin problemi anlama aşamasında zorlanmalarının en temel sebebi olarak modelleme problemlerinin alıştıkları geleneksel problemlerden farklı olması söylenebilir (Çakan, 2019, s. 112). Problemin çözümü için gerekli tüm verilerin verilmesine ve bu verilerin

tamamının çözümde kullanılmasına alışkın olan öğrenciler için matematiksel modelleme problemlerinin kafa karıştırıcı olduğu ve problemin hatalı olduğunu düşündükleri Hankeln'in (2020, s. 14) çalışmasına benzer olarak bu çalışmada da gözlemlenmiştir. Detay olarak Hankeln (2020, s. 14) Alman ve Fransız lise öğrencileriyle yürüttüğü matematiksel modelleme çalışmasında, Fransız öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini matematiksel bulmadıklarını dile getirmiştir. Alman öğrencilerin Fransız öğrencilere göre gerçek hayat bağlamındaki problemlere daha alışkın olduğu belirtilmiştir. Bunun sebebinin Alman eğitim sisteminde modellemeye daha fazla önem verilmesi olduğu düşünülmektedir.

Çalışmanın ön uygulama aşamasında öğrencilerin zorluk yaşamasının nedenlerinden biri de *Ekstra bilgiye ihtiyaç duyma* olarak belirlenmiştir. Yani problem çözümü için gerekli ancak problem metninde verilmeyen bilgileri gerçek hayat deneyimlerinden yola çıkarak tamamlamakta zorluk yaşamışlardır. Şen Zeytun'da (2013, s. 147-148) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmasında, görevi basitleştirmek ve tanımlamak için çok zaman harcadıklarını ve bu durumun varsayım üretmelerini zorlaştırdığını belirtmiştir.

Obezite Problemi'nde öğrencilerin sözel olarak verilen vücut kitle endeksi ifadesini matematiksel olarak yazmakta zorlandıkları belirlenmiş ve bu zorluk, *Sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama* olarak ifade edilmiştir. Öğretmen adaylarıyla yapılan bazı çalışmalarda da matematikselleştirme aşamasında, ôğretmen adaylarının problemi matematiksel bir forma çevirip üzerinde çalışmakta zorlandıkları ortaya çıkarılmıştır (Şen-Zeytun, 2013, s. 151; Kol, 2014, s. 51).

Çalışmada elde edilen bulgulara göre *Matematiksel ön bilgi eksikliği*, öğrencilerin çözüm sürecinde ilerlemelerinin önüne geçmiş ya da hatalı çözüm bulmalarına sebep olmuştur. Benzer durum alanyazına bakıldığında Hıdıroğlu'nun (2017, s. 1717) çalışmasında da belirtilmiştir. Yazar bu araştırmasında matematiksel ön bilgiye değinmiş ve öğrencilerin bazı kavramları bilmediklerinden dolayı hatalı modeller elde ettiklerini ve ideal matematiksel çözüme ulaşamadıklarını belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel ön bilgilerinin yetersiz kalacağı endişesiyle daha kolay işlem yapacakları tercihlerde bulunduklarını vurgulamıştır. Bu çalışmada da benzer şekilde, öğrencilerin ondalık sayılarla işlem yapmaktan kaçındıkları ve ondalık sayıları tam sayılara yuvarlama eğiliminde oldukları görülmüştür.

Ön uygulama döneminde öğrencilerin zaman içerisinde matematiksel modelleme problemlerine alıştıkları ve modelleme becerilerini geliştirdikleri görülmüştür. Ön

uygulamadan asıl uygulama sürecine geçişte öğrencilerin zamanla bilişsel modelleme becerilerinde gelişme kaydettikleri (problemi anlama, sadeleştirme, model üretme, matematiksel bir sonuca ulaşma) sonucu literatürde yer alan bir çok çalışmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir (English ve Fox, 2005, s. 7; Erdem, 2018, s. 210; Kayan, 2019, s. 61; Kocayayla, 2019, s. 181; Tekin-Dede vd., 2015, s. 58; Yıldırım, 2019, s. 57). Bu çalışmanın asıl uygulama sürecinde ayrıca öğrencilerin bilişsel modelleme becerilerindeki gelişim bir puanlama sistemi göz önünde bulundurularak da belirtilmiş ve ilk problemden son probleme doğru grupların toplam puanları 40, 59, 56 olarak görülmüştür. Bu anlamda, Alkan'ın (2019, s. 102) çalışmasında da vurgulandığı gibi grupların toplam puanlarında genel olarak artış olduğu yani bilişsel modelleme yeterliliklerinde gelişim olduğu sonucuna varılmıştır.

Bu çalışmada bilişsel modelleme yeterliliklerinde yaşanan tüm bu gelişmelere ek olarak son modelleme etkinliği olan Eskişehir'in Yüz Ölçümü probleminde, öğrencilerin oluşturdukları doğru modelleri geliştirerek, daha hassas modeller elde ettikleri fark edilmiştir. Öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerine ve çözüm sürecine alışmasının, modellerini geliştirmeye başlamalarında etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Çünkü ilk problemlerde problemi anlama aşamasının en büyük sorun olması, modeli geliştirmek bir yana çözüm için bir matematiksel model oluşturmayı bile engellemiştir. Öğrencilerin ilk problemden son probleme yaşadıkları süreç düşünüldüğünde problemi anlama zorluğunun aşıldığı, döngüyü kullanmaya başladıktan sonra, verilen ve istenenleri belirleyerek problemi sadeleştirmeye başladıkları görülmüştür. İlk problemlerde bilişsel modelleme basamaklarından problemi anlama ve sadeleştirme aşamalarında yaşanan bu zorlukların aşılması çalışmanın önemli bir sonucudur. Çünkü bilişsel modelleme döngüsünde durumun zihinsel gösterimi yani problemle ilgili öğrencinin zihninde ne oluştuğu, verilen problemden ne anladığı bilişsel yeterlilikler için önemli görülmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 24). Modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin bilişsel yeterliliklerine odaklanan bu çalışma için -özellikle ön uygulama sürecinden sonra- öğrencilerin zihinlerinde problemle ilgili bir temsil oluşması ve buradan hareketle bir model geliştirmeye başlamaları süreç içinde yaşadıkları gelişimi göstermektedir.

Bu çalışmada ortaya çıkan önemli sonuçlardan bir tanesi de asıl uygulama sürecinin ilk probleminde öğrencilerin problemi anlamadan, matematiksel olarak çalışma aşamasına geçmesi olmuştur. Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması probleminde, öğrenciler çözüm sürecinde işlerine hiç yaramadığı halde, ilk olarak okulun alan ve

çevresini hesaplamışlardır. Öğrencilerin bu çalışmaya kadar karşılaştıkları geleneksel problemler düşünüldüğünde bir geometrik şekil ve kenar uzunlukları verildiğinde, genellikle sorulan, bu şeklin çevresi ya da alanı olduğundan, alan ve çevre hesabı yaptıkları düşünülmektedir. Bu durum öğrencilerin problemi özümsemeden, çözüm için gerekli planı yapmadan, problemde verilenleri kullanarak matematiksel bir sonuç elde etmeye eğilimli olduklarını göstermektedir. Benzer bir şekilde, İnan (2018, s. 150) öğrencilerin, Şen Zeytun (2013, s. 149) öğretmen adaylarının problemi anlamadan matematiksel sonuç bulmaya yöneldiğinden bahsetmektedir.

Çalışmanın teorik çerçevesi olan bilişsel perspektif düşünüldüğünde bu perspektife ait modelleme döngüsünün öğrencilere tanıtılmasının sürece katkıda bulunduğu, özellikle öğrencilere takip etmeleri gereken altı alt başlık sağlayarak onlar için bir yol ve yönerge oluşturarak ilk başta yaşadıkları belirsizliği giderdiği söylenebilir. Matematiksel modellemenin gelişmiş olduğu Almanya'da yapılan çalışmalarda da vurgulandığı üzere modelleme döngüsü kullanmanın öğrencilerin modelleme sorusu çözerken ne yaptıklarını daha iyi anlamalarına yardımcı olmaktadır (Blum ve Leiss, 2007, s. 227). Bu anlamda, genel olarak matematik eğitiminde geliştirilen, spesifik olarak matematiksel modelleme özelinde geliştirilen teorik çerçevelerin uygulamada/sınıf pratiklerinde kullanılması bu teorilerin işlevsellik ve geçerliliğini test etme anlamında da literatüre katkı sağladığı düşünülmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 24; Goos vd., 2010, s. 327). Blum ve Leiss (2007, s. 230) DISUM projesi kapsamında yürüttükleri deney ve kontrol gruplu çalışmalarında, modelleme döngüsünü çözüm süreçlerinde kullanan deney grubunun modelleme yeterliliklerinin kontrol grubuna göre daha fazla geliştiğini rapor etmişlerdir. Matematiksel modelleme problemleriyle tanışan öğrencilerin çözüm süreçlerini yapılandırmaları için matematiksel modelleme döngüsünün tanıtılması, ilerleyişlerini değerlendirebilmeleri ve hatalarını fark etmeleri açısından önemli görülmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 210). Buna rağmen, öğrencilerin tanıtılan bu modelleme döngüsünü çalışmalarına tam olarak entegre edemeyecekleri göz ardı edilmemelidir. Blum ve Leiss'in (2007, s. 229) belirttiği üzere, öğrenciler modelleme döngüsünü yol gösterici olarak kullanamayarak özellikle en önemli aşamalardan olan yorumlama ve doğrulama aşamalarını yok sayabilirler. Nitekim, bu çalışmada da benzer şekilde modelleme döngüsü kullanılırken yorumlama ve doğrulama basamakları bütün öğrenciler tarafından ihmal edilmiştir. Borromeo-Ferri de (2006, s. 93) de aynı şekilde, öğrencilerin modelleme sürecinde geleneksel problemlerdeki alışkanlıklarıyla çözümün

gerçek hayatla tutarlılığını sorgulamadıklarını sadece işlemsel açıdan kontrol ettiklerini belirtmiştir. Bu çalışmada da, Eskişehir'in Tarihi Bacaları problemi düşünüldüğünde bir grubun elde ettiği çözümün doğruluğunu sadece işlemsel olarak kontrol ettiği görülmüştür. Yapılan çalışmalar (Erdem, 2018, s. 210; Gündüzalp, 2019, s. 109; Tekin-Dede vd., 2015, s. 59) geleneksel öğretim sürecinde ve rutin problemlerde sonuçların tutarlılığını ve doğruluğunu sorgulama gibi bir adım olmamasının bu aşamaların ihmal edilmesinde etkili olduğunu belirtmişlerdir.

Uluslararası PISA sınavına bakıldığında bilişsel modelleme yeterliliklerinden yorumlama ve doğrulama aşamalarının özellikle matematiksel okuryazarlıkta önemli bir süreç olduğu bilinmektedir (Blum, 2002, s. 230). Çalışmada, bu aşamaların ihmal edilmesi üzerine, araştırmacı yönlendirmeler yaparak öğrencilerin kurdukları modellerle ilgili düşünmelerini sağlamış ve çözümlerinin gerçek hayatla tutarlılığını sorgulatmıştır. Borromo Ferri (2018, s. 87), modelleme problemleri çözerken uygulanacak rehberliğin öğretmen eğitiminin önemli bir parçası olduğunu vurgulamış ve öğretmenin ne derecede müdahale edeceğini kendisinin belirlemesi gerektiğini söylemiştir. Bu anlamda matematiksel modelleme problemlerinde öğretmenin rolü kaçınılmaz görülse de bu rehberliğin alt düzeyde tutulması ve öğrencinin bağımsız çalışması (Blum vd., 2009, s. 52) önerilmektedir. Bununla birlikte öğretmenlerin, öğrencilerin modellerinin doğruluğunu ve uygunluğunu değerlendirebilecekleri fırsatlar sağlamaları gerektiği belirtilmiştir (Asempapa ve Sturgill, 2019, s. 73). Buradan hareketle, döngünün sadece tanıtmakla anlaşılamadığı çıkarımı üzerine öğrencilerin atladığı yorumlama ve doğrulamanın önemini vurgulamak için kendi çözümlerinden yola çıkarak dönütler verilmiştir. Örneğin; Eskişehir'in Yüz Ölçümü probleminde, Eskişehir'in alanını 150 cm^2 olarak hesaplayan grupla bunun gerçek hayata uygunluğu üzerine bir tartışma yürütülerek, yorumlama ve doğrulama basamaklarının gerekliliği üzerinde durulmuştur. Ancak, tüm bunların grupların, bu aşamaları ihmal etmesine engel olmadığı görülmüştür. Yorumlama ve doğrulamanın ortaokul, lise ve öğretmen adaylarıyla yürütülen çalışmalarda da (Şen-Zeytun, 2013, s. 171; Toy, 2015, s. 75) eksik bırakılması bu aşamalarda gelişim gösterilebilmesi için daha uzun süreli modelleme çalışmalarına ihtiyaç olabileceğini düşündürmektedir.

Çalışmanın teorik çerçevesi olan bilişsel modelleme döngüsünde problemi anlamama, gerçek hayatla tutarsız modeller kurma ve verileri iyi değerlendirememe gibi sebeplerle geçişler yaşandığı tespit edilmiştir. Problemi anlamakta zorluk yaşanması, hatalı modeller oluşturulması ya da gerçek hayatla tutarsız çözümler üretilmesi sonucu

bu geçişlerin kaçınılmaz olduğu düşünülmektedir. Buradan modelleme döngüsünün ilgili literatürde de belirtildiği üzere lineer bir şekilde ilerlemediği sonucuna ulaşılmıştır (Borromeo-Ferri, 2018, s. 30; Garfunkel vd., 2016, s. 13; İnan, 2018, s. 154).

Modelleme problemleriyle yeni tanışan öğrencilerin, grup çalışması yapması önerildiğinden (Erbaş vd., 2016, s. 11) grup çalışması yöntemiyle yürütülen bu çalışmada öğrencilerin ilk uygulamalarda tam adapte olamadıkları ancak zamanla grupla çalışma, işbirliği yapma gibi yeteneklerinin geliştiği belirlenmiştir. Tek başlarına ilerlemekte zorlanabilecekleri problemleri, fikir paylaşımları ve grup içi tartışmalarla çözebilmiş olmaları grup çalışmasının olumlu özellikleri olarak değerlendirilmiştir. Grup çalışmasının, ilgili literatürde de (Erdem, 2018, s. 202, Mengi, 2019, s. 11) belirtildiği gibi iş birliği ve akran öğrenmeyi desteklediği, dolayısıyla süreçte ilerlemelerini kolaylaştırdığı ve bilişsel yeterliliklerini geliştirdiği belirlenmiştir. Zengin (2019, s. 99) grup çalışmasının öğrencilerin özgüvenlerini arttırarak sürece olumlu katkı sağladığını belirtmiştir. Bu çalışmada da benzer bir şekilde akademik olarak orta ve düşük seviyeli öğrencilerin de grup çalışmasına ve çözümlerin anlatıldığı sunum süreçlerine dahil olması dikkat çekici olmuştur (Erbaş vd., 2016, s. 3). Tek başlarına sınıf etkinliklerine katılmakta tereddüt eden öğrencilerin grup çalışmasıyla matematik karşısında kendilerine olan güvenlerinin arttığı düşünülmüştür. Öğrencilerde gözlemlenen bu olumlu gelişmelerin yanı sıra bazı gruplarda anlaşmazlıklar yaşandığı ve verimli bir şekilde çalışamadıkları da belirlenmiştir. Böyle durumlarda araştırmacı sürece müdahale ederek gruplar arası öğrenci değişiklikleriyle her grubun sürece aktif bir şekilde katılımını sağlamıştır. Ancak bunun öğrenciler arası yapılan pek çok etkinlikte yaşanabileceği bilindiğinden grup çalışması süreci olumsuz olarak değerlendirilmemiştir. Gündüzalp (2019, s. 109) öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri çözerken grup çalışmasını tercih ettiğine vurgu yapmıştır.

5.3. Öneriler

Matematiksel modelleme etkinlikleriyle ilk kez karşılaşan altıncı sınıf öğrencileriyle yürütülen bu çalışmada, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinde neden zorlandıkları ve hangi bilişsel modelleme basamağına kadar ilerleyebildikleri incelenmiş ve elde edilen sonuçlara dayanarak aşağıda verilen öneriler sunulmuştur.

Araştırmanın başında öğrencileri modelleme problemleriyle tanıştırmak amacıyla alan yazında yer alan (Ayrıntılı açıklama için Bölüm 3.5.4.'e bakınız) 3 adet

matematiksel modelleme sorusuyla ön uygulama yapılmıştır. Ön uygulama süreci öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini tanımasının yanı sıra araştırmacıya da asıl uygulama hakkında fikir vermiş böylece asıl uygulama sürecine hazırlık yapılmasını sağlamıştır. Tüm bunlara dayanarak, matematiksel modelleme problemleriyle yeni tanışacak öğrencilerle yürütülecek çalışmalarda ön uygulama yapılması önerilmektedir. Buna ek olarak, ön uygulama sürecinde öğrenciler henüz matematiksel modelleme problemlerini tanımadığı için daha az veri içeren, karmaşık olmayan ve matematiksel ön bilgilerine uygun modelleme problemleri sorulmasının daha verimli olacağı düşünülmektedir.

Matematiksel modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin ve öğretmenlerin rollerinin geleneksel derslerden farklı olduğu bilinmektedir. Çalışmada öğrencilerin grup içi tartışma yapmak yerine düşündükleri her şeyi öğretmene sorma ve öğretmenden onay alma eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Bu sebeple öğrencilere, bu roller anlatılmalı ve öğretmene onaylatma gereği duymadan grup olarak birlikte karar almaları gerektiği belirtilmelidir (Bukova-Güzel, 2016, s. 71).

Çalışmanın ikinci aşaması olan asıl uygulama sürecinde kullanılan araştırmacının hazırladığı matematiksel modelleme problemlerinde öğrencilerin kendi yakın çevrelerinden örnekler verilmiştir. Bu tarz gerçek hayat problemlerinin öğrencilerin ilgi ve motivasyonunu arttırdığı gözlemlendiği için hazırlanan modelleme sorularında öğrencilerin kendi gerçek hayatlarından örnekler seçilmesine dikkat edilmesi önerilmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 42).

Matematiksel modelleme problemleri ne kadar öğrencilerin ön bilgileri dikkate alınarak hazırlansa da problemde kullanılacak matematiksel bilgi öğrenciler tarafından hatırlanmadığı zaman zorluk yaşandığı tespit edilmiştir (Hıdıroğlu ve Özkan-Hıdıroğlu, 2017, s.1717). Bu anlamda, problem çözümünde kullanılacak matematiksel bilginin dersten önce hatırlatılmasının yararlı olacağı düşünülmektedir.

Uluslararası literatür incelendiğinde (Blum ve Leiss, 2007, s. 227; Borromeo-Ferri, 2018, s. 210) öğrencilere çözüm sürecinde rehberlik etmesi için matematiksel modelleme döngüsünün tanıtılmasının faydalı olacağı görülmektedir. Bu nedenle bu çalışmada da ön uygulama sürecinden sonra, öğrencilerin çözümlerine rehberlik etmesi amacıyla bilişsel modelleme döngüsü tanıtılmıştır. Öğrencilerin döngüyü tanımalarının çözüm sürecine olumlu katkı sağladığı tespit edildiğinden modelleme problemlerini tanıyan öğrencilere seçilen bir modelleme döngüsünün tanıtılması ve döngünün kullanımının teşvik edilmesi önerilmektedir. Ancak çalışmada öğrencilere modelleme

döngüsü tanıtılmasına rağmen yorumlama ve doğrulama basamaklarının ihmal edildiği belirlenmiştir. Bunun önüne geçebilmek ve öğrencilerin modelleme döngüsünde ilerleyişlerini değerlendirebilmelerini sağlayabilmek için yapılandırılmış çözüm kâğıtları (problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama başlıklarının bulunduğu) verilebilir. Böylece öğrencilerin döngüyü düşünerek, kendilerine rehber alarak çözüm sürecinde ilerlemeleri sağlanabilir. Buna ek olarak öğrencilerin en sık ihmal ettiği belirtilen yorumlama ve doğrulama basamaklarının önemine vurgu yapacak atomistik yaklaşımla hazırlanmış problemlere yer verilmesi önerilmektedir (Hıdıroğlu ve Özkan-Hıdıroğlu, 2017, s. 1728).

Bu çalışma 23 kişilik bir altıncı sınıftaki tüm öğrencilerin katılımıyla gerçekleşmiştir. Öğrenciler matematiksel modelleme problemlerine grup çalışması şeklinde katılmışlardır. Gruplar oluşturulurken, öğrencilerin matematik ders notları dikkate alınarak her grupta başarılı, orta derecede başarılı ve daha az başarılı öğrencilerin olmasına özen gösterilmiştir. Bu şekilde yapılan grup çalışmasının akran öğrenmeyi desteklediği gözlemlenmiştir. Matematiksel modellemenin grup çalışması şeklinde yürütülmesinin ve grupların heterojen bir şekilde oluşturulmasının akademik başarısı düşük öğrenciler için akran öğrenmeyi desteklediği bilinmektedir (Erbaş vd., 2016, s. 4).

Gruplar matematiksel modelleme problemleriyle çalıştıktan sonra elde ettikleri çözümleri sınıfta diğer arkadaşlarına sunmuşlardır. Bu sunumlar esnasında öğrenciler, birbirlerinin çözümlerini dinlemişler ve aynı problemin farklı çözüm yolları olabildiğini görmüşlerdir. Ayrıca sunumlar esnasında kendi problemlerini değerlendirme fırsatı bulup bazen sınıf arkadaşlarından bazen araştırmacıdan gelen önerilerle çözümlerini geliştirebilmişlerdir. Bu nedenle, çözümlerin paylaşımı ve ardından yapılan sınıf tartışmasının bilişsel açıdan modelleme sürecini destekleyeceği düşünüldüğünden grupların çözümlerini sunmaları önerilmektedir.

Çalışmanın yapıldığı okulda bilgisayar sınıfı gibi teknolojik imkanlar olmadığı için modelleme problemlerinin çözümünde teknolojiden yararlanılamamıştır. Ancak, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin, öğrencilerin farklı strateji ve yaklaşımlar geliştirmelerini desteklediği, daha verimli ve adapte çalışmalarına yardımcı olduğu bilinmektedir (Hıdıroğlu vd., 2018, s. 800). Bu sebeple matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde teknolojiden yararlanılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Bu çalışma bir ders yılı ile sınırlı kalmış ve öğrencilerin sadece altıncı sınıftaki bilişsel modelleme becerilerini incelemiştir. Ancak daha uzun sürecek boylamsal çalışmalarla öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliliklerinin gelişimi hakkında daha ayrıntılı bilgi alınabilir.

KAYNAKÇA

Akar, H. (2016). Durum çalışması. A. Saban (Ed), *Eğitimde nitel araştırma desenleri* içinde (s. 11-151). Ankara: Anı Yayıncılık.

Akar, Ş. (2017). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde incelenmesi.* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 454933.)

Akyol, D. ve Şendurur, P. (2019). Model oluşturma etkinliklerinde bilişsel araç kullanımının öğrenci düşünme becerilerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 10*(1), 101–129.

Alkan, Y. (2019). *Matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapılan öğretim sürecinin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliliklerine ve okuduğunu anlama becerilerine etkisinin incelenmesi.* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No. 584591.)

Asempapa, R. S., & Sturgill, D. J. (2019). Mathematical modeling: Issues and challenges in mathematics education and teaching. *Journal of Mathematics Research*, *11*(5), 71.

Aydın Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 381105.)

Aydın Güç, F. ve Baki, A. (2016). Matematiksel modelleme yeterliliklerini geliştirme ve değerlendirme yaklaşımlarının sınıflandırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *7*(3), 621–621.

Aztekin, S. ve Taşpınar Şener, Z. (2015). Türkiye'de matematik eğitimi alanındaki matematiksel modelleme araştırmalarının içerik analizi: Bir meta-sentez çalışması. *Eğitim ve Bilim*, *40*(178), 139–161.

Bakırcı, C. (2016). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin PISA matematik başarı düzeylerine etkisi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 450066.)

Balcı, A. (2016). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntem, teknik ve ilkeler.* Ankara:Pegem.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM- International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 293–301.

Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün

belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi, 9*(1), 23–28.

Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: The role of CAS. *ZDM-International Journal on Mathematics Education*, *34*(5), 212–220.

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling.* London: Elsevier.

Bilgili, S. ve Çiltaş, A. (2018). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme etkinliği kurma ve çözme becerilerinin farklı değişkenler açısından incelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *5*(2), 66–77.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. M. Blomhøj, & S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*: Vol.461. *Proceedings From Topic Study Group 21 At The 11th International Congress On Mathematical* (s.1-17). https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_42

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. T. Breiteing, I. Huntley, & G. Kaiser (Ed), *Teaching and learning mathematics in context* içinde (s. 3-14). Chichester, UK: Horwood.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education - Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, *34*(5), 229–239.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* içinde (s. 15–30). New York: Springer.

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45–58.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Ed), *Mathematical Modelling* (*ICTMA-12): Education, engineering and economics* içinde (s.222–231). Chichester: Horwood Publishing.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects-State, trends and ıssues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *1*(22), 37–68.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the

modelling process. *ZDM- International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 86–95.

Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Ed), *Mathematical modelling* (*ICTMA-12): Education, engineering and economics* içinde (s. 260-270). Chichester: Horwood Publishing.

Borromeo Ferri, R. (2018). Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education [DX Reader version]. https://www.springer.com/gp/book/9783319680712 adresinden erişilmiştir.

Borromeo Ferri, R. (2020). Make mathematical modeling marvelous follow teacher Mr. K . for your lesson tomorrow. T*he New Jersey Mathematics Teacher, 8*(1), 44-53.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitive Research in Psychology*, *3*(2), 77–101.

Bukova Güzel, E., Tekin Dede, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula Ünver, S. ve Özaltun Çelik, A. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme.* Ankara: Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.

Christensen, L. B., Johnson, B. ve Turner, L. A. (2015). *Araştırma yöntemleri desen ve analiz* (A. Aypay, Çev.). Ankara: Anı.

Corbin, J. ve Strauss, A. (2015). *Basics of qualitative research*. Thousand Oaks:Sage.

Creswell, J. (2017). *Araştırma deseni nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları* (S.B. Demir, Çev.). Ankara: Eğiten Kitap.

Çakan (2019). O*rtaöğretim öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerine ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematik öğretmenleri tarafından değerlendirilmesi.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 550330.)

Çelikkol, Ö. (2016). *7. Sınıf öğrencilerine cebirsel sözel problemlerde matematiksel modelleme uygulaması: Bir eylem araştırması*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 431416.)

Çepni, S. (2017). *Kuramdan uygulamaya STEM eğitimi.* Ankara: Pegem Akademi.

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi veri

tabanından alınmıştır. (No: 301126.)

Çoksöyler, A. ve Bozkurt, G. (2018, Ekim). *Altıncı sınıf öğrencilerinin alan ölçme konusundaki matematiksel modelleme sorusuna yönelik yaklaşımları*. 13. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Denizli.

Delikanlı, D. S. (2019). *Matematiksel modeleme etkinliklerinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematik başarı düzeylerine, tutumlarına ve kalıcılığına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 591948.)

Didiş-Kabar, M. G. ve İnan, M. Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin matematikselleştirme süreçlerinin ve matematiksel modellerinin incelenmesi: Çim biçme problemi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *9*(2), 339–366.

Dinç, R. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlikleri ve epistemolojik inançları üzerine bir çalışma*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No:638276.)

Doruk, B. K. ve Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmeden matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *41*(41), 124–135.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(3), 303–323.

English, L. D., & Fox, J. L. (2005). Seventh-graders' mathematical modelling on completion of a three-year program. P. Clarkson vd. (Ed), *Building connections: Theory, research and practice* içinde (s. 321-328). Melbourne: Deakin University Press.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A. ve Korkmaz, H. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları* . Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.

Erdem, Z. Ç. (2018). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 527110.)

Garfunkel, S., Montgomery, M., Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., Giordano, F., Godbold, L., Gould, H., Levy, R., Libertini, J., Long, M., Malkevitch, J., Pollak, H., Teague, D., van der Kooij, H., & Zbiek, R. (2016). *GAIMME: Guidelines for*

assessment & instruction in mathematical modeling education. Philadelphia : SIAM. http://www.siam.org/reports/gaimme.php

Goos, M., Soury-Lavergne, S., Assude, T., Brown, J., Kong, C. M., Glover, D., Grugeon, B., Laborde, C., Lavicza, Z., Miller, D., & Sinclair, M. (2009). Teachers and teaching: Theoretical perspectives and issues concerning classroom implementation. Hoyles C., Lagrange J. B. (Ed) *Mathematics education and technology-rethinking the terrain* içinde (s. 311-328). Boston: Springer.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, *7*(4), 293–307.

Gündüzalp, M. (2019). *11. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi)*. Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 572469.)

Gürbüz, R. ve Doğan, M. F. (2018). *Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış:Bir STEM yaklaşımı*. Ankara: Pegem Akademi.

Hancock, D. R., & Algozzine, B. (2017). *Doing case study research: A practical guide for beginning researchers.* New York: Teachers College Press.

Hankeln, C. (2020). Mathematical modeling in Germany and France: A comparison of students' modeling processes. *Educational Studies in Mathematics*, *103*(2), 209–229.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemelrinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi : Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 313232.)

Hıdıroğlu, Ç.N., Tekin Dede, A., Kula, S. ve Bukova-Güzel, E. (2014). Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*(31), 1- 17.

Hıdıroğlu, Ç. N. ve Bukova-Güzel, E. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel yapılar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *6*(2), 179-208.

Hıdıroğlu, Ç. N. ve Özkan Hıdıroğlu, Y. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdukları gerçek yaşam problem durumu modelleri. *İlköğretim Online*, *16*(4), 1702–1731.

İnan, M. (2018). *7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin*

incelenmesi. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 528010.)

Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Mathematical modelling in school – theoretical reflections and empirical research. *ZDM - International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 82–85.

Kapur, J. N. (1988). *Mathematical modelling*. New Delhi: New Age.

Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, *1*(1), 62–80.

Kayan, A. K. (2019). *Yüzdeler öğretiminde matematiksel modelleme etkinlikleri kullanımının öğrencilerin başarısı ve matematiği günlük hayatla ilişkilendirme becerisine etkisi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 559058.)

Kertil, M., Cetinkaya, B., Erbaş, A. K., ve Çakıroğlu, E. (2016). Matenatik eğitiminde matematiksel modelleme. E. Bingölbali, S. Arslan, İ.Ö. Zembat (Ed), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 539-560). Ankara: Pegem.

Kocayayla, C. (2019). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerine yönelik matematiksel modelleme etkinliklerinin geliştirilmesi ve öğrencilerin modelleme yeterliklerinin belirlenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No:587243.)

Korkmaz, H. (2014). *An investigation of prospective secondary mathematics teachers thinking about mathematical modeling and pedagogy of modeling throughout a modeling course.* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 368864.)

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. *ZDM-International Journal on Mathematics Education, 35*(6), 325-328.

MEB. (2009). *T.C. Mili eğitim bakanlığı talim ve terbiye kurulu başkanlığı, ilköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

MEB. (2013). *T.C. Mili eğitim bakanlığı talim ve terbiye kurulu başkanlığı, ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8.sınıflar) öğretim programı.* Ankara : Milli Eğitim Bakanlığı.

MEB. (2017). *T.C. Mili eğitim bakanlığı talim ve terbiye kurulu başkanlığı, ilkokul ve ortaokul matematik dersi (1,2,3,4,5, 6, 7 ve 8.sınıflar) öğretim programı.* Ankara : Milli Eğitim Bakanlığı.

MEB. (2018a). *T.C. Mili eğitim bakanlığı 2018 Liselere geçiş sistemi (LGS): Merkezi sınavla yerleşen öğrencilerin performansı*, "http://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2018_12/17094056_2018_lgs_rapor.pdf" adresinden erişilmiştir.

MEB. (2018b). *T.C. Mili eğitim bakanlığı matematik dersi öğretim programı ilkokul ve ortaokul (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara : Milli Eğitim Bakanlığı.

MEB. (2019). *T.C. Mili eğitim bakanlığı PISA 2018 Türkiye ön raporu.* Ankara : Milli Eğitim Bakanlığı.

Mengi, B. (2019). *Matematiksel modelleme yaklaşımının öğretim ortamında kullanılmasının 7.sınıf öğrencilerinin problem çözme ve üst düzey düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 569916.)

National Council of Teachers of Mathematics, (2000), Principles and Standards For School Mathematics, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA: NCTM.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Modelling and applications in mathematics education. W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Ed.), *Modelling and application inmathematics education: The 14th ICMI study* içinde (s. 3-32). New York: Springer.

Pazarcı Çelenk, P. (2019). *Matematiksel modelleme yoluyla öğretimin öğrenci başarısına ve kalıcılığına etkisi.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 572106.)

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2016). *Matematikte problem çözme*. (L. Akgün, T. Kar, M. F. Öçal, Çev.). Ankara: Pegem Akademi.

Rossman, G. B., ve Rallis, S. F. (2012). *Learning in the field: An introduction to qualitative research*. Thousand Oaks : SAGE Publications.

Sağıroğlu, D. (2018). *Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine yönelik etkinlik oluşturma ve uygulama süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 523093.)

Simon, M.A. (2019). Analyzing qualitative data in mathematics education. K. Leatham (Ed.), *Designing, conducting, and publishing quality research in mathematics* education içinde (s. 111-122). Cham: Springer.

Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. California: SAGE Publications.

Stake, R. E. (2010). *Qualitative research: Studying how things work*. New York, NY:

Guilford.

Şahin, N., ve Eraslan, A. (2017). Ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin okuma yarışması problemi üzerinde bilişsel modelleme yeterlilikleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 11(2), 19-51.*

Şen Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 341056.)

Tural-Sönmez, M. (2019). Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde orantosal akıl yürütmelerini etkileyen faktörler. *Elementary Education Online*, *18*(2), 734–759.

Tekin-Dede, A. (2017). Modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyi ve matematik başarısı arasındaki ilişkilerin incelenmesi. *İlköğretim Online*, *16*(3), 1201–1219.

Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(3), 185–206.

Tekin Dede, A. ve Yılmaz, S. (2015). 6. Sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterlikleri nasıl geliştirilebilir?. I*nternational Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, *4*(1), 49–63.

Toy, S. (2019). *Investigation of prospectivee mathematics teachers' mathematical modeling processes*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 603671.)

Ural, A. (2018). *Matematiksel modelleme eğitimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Vorhölter, K., Greefrath, G., Ferri, R. B., & Schukajlow, S. (2019). Mathematical modelling. H.N. Jahnke, & L. Hefendehl-Hebeker (Ed.), *Traditions in german-speaking mathematics eucation research* içinde (s.91-114). Cham: Springer.

Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2016). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel.

Yin, R. K. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları* (İ. Günbayı, Çe*v.).* Ankara: Nobel.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.

Yıldırım, U. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri

tabanından alınmıştır. (No: 573242.)

Zengin, S. (2019). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ders içi uygulamalarının değerlendirme türleri bağlamında incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (No: 542641.)

EKLER

Ek Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
EK 1	Araştırma İzin Dilekçesi	173

EK-1
Araştırma İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : 88074293/605.01/21680730 13.11.2018
Konu : Araştırma Projesi

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı' nın 05/11/2018 tarih ve 116522 sayılı yazısı.

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matemetik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisan Programı öğrencisi Aslıhan ÇOKSÖYLER' in "Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematiksek Modelleme Problemlerini Çözüm Süreçlerinin İncelenmesi" başlıklı proje çalışması Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, komisyon tarafından belirtilen okulda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Barış HANCI
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
.../11/2018

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EK:
Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr
Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden bdc7-db34-3471-a840-ccda kodu ile teyit edilebilir.

EK-1 *(Devam)*

Araştırma İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 88074293/605.01/21958356 16.11.2018
Konu: Araştırma Projesi

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : a) 13/11/2018 tarih ve 21680730 sayılı olur.
b) 05/11/2018 tarih ve E.116522 sayılı yazınız.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.
Bilgilerinize rica ederim.

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EKLER :
1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)
2-Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

BELGENİN ASLI
ELEKTRONİK İMZALIDIR
Tarih:...../...../20..
16 Kasım 2018
Öndor ÜLKE
Meinur

ADRES:
Meşelik Kampüsü 26480
Odunpazarı/ESKİŞEHİR

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr
Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 88c7-5a44-373b-9307-20c4 kodu ile teyit edilebilir.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı SOYADI : Aslıhan Çoksöyler

Eğitim Durumu

Lise	Aksu Anadolu Öğretmen Lisesi	2008
Lisans	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	2013
Yüksek Lisans	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	2020

Yabancı Dil

İngilizce: Okuma (İyi), Yazma (İyi), Konuşma (Orta)

Mesleki Geçmiş

Görev	**Kurum**	**Çalışma Tarihleri**
Matematik Öğretmeni	MEB	2013-Halen

Akademik Çalışmalar

Makeleler

Yenilmez, K. ve Çoksöyler, A. (2018). Altıncı sınıf öğrencilerinin işlem önceliği konusunda karşılaştıkları zorluklar. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 2*(7), 155-166.

Seminer ve Çalıştaylar

Çoksöyler, A.ve Bozkurt, G. (2018, Ekim) *Altıncı sınıf öğrencilerinin alan ölçme konusundaki matematiksel modelleme sorusuna yönelik yaklaşımları.* 13. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Denizli.

Çoksöyler, A. ve Bozkurt, G. (2019, Eylül) *Matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme süreçlerinin incelenmesi.* 4.

Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildiri, İzmir.

Çoksöyler, A. ve Bozkurt, G. (2020, Aralık) *Bir matematik öğretmeninin matematiksel modelleme problemlerini tasarlama sürecinin incelenmesi.* 2. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi'nde sunulan bildiri, İzmir.

Sertifikalar

Temel Robotik (201960270)

Web 2.0 Araçlarını Tanıma ve Bu Araçlarla İçerik Geliştirme (201926078)

Çocuk İhmal ve İstismarı (201960130)

Zeka Oyunları-1(201960040)

AB Proje Hazırlama Teknikleri (201760250)

Sınıfında Yabancı Uyruklu Öğrenci Bulunan Öğretmenlerin Eğitimi (2016260649)

Çalışanların iş Sağlığı ve Güvenliği (2016260524)

Özel Eğitim Hizmetleri (2016260370)

Fatih Projesi Etkileşimli Sınıf Yönetimi (2016000357)

Matematik Eğitiminde Yenilikçi Teknoloji Uygulamaları (2018)

Kanguru Matematik Türkiye Matematik ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (2019)

Gelecek STEM'le Şekilllenecek (2017)

Tersyüz Öğrenme Modeli Yoluyla Sürdürülebilir Gelişme Odaklı Eğitim(2019)