T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KARA DELİKLERİN YAPISI VE GEOMETRİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Beyhan KARAKAŞ

Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

İzmir

2019

T.C.

EGE ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KARA DELİKLERİN YAPISI VE GEOMETRİSİ

Beyhan KARAKAŞ

Danışman : Prof. Dr. Kadri YAKUT

Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

Astrofizik Yüksek Lisans Programı

İzmir

2019

Beyhan KARAKAŞ tarafından yüksek lisans tezi olarak sunulan "**Kara deliklerin yapısı ve geometrisi**" başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 29.07.2019 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:		**İmza**
Jüri Başkanı	**: Prof.Dr. Selim O. SELAM**	.....
Raportör Üye	**: Prof.Dr. Kadri YAKUT**	.....
Üye	**: Prof.Dr. Can B. KILINÇ**	.....

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "**Kara deliklerin yapısı ve geometrisi**" başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

29/07/2019

İmzası

Beyhan KARAKAŞ

ÖZET

KARA DELİKLERİN YAPISI VE GEOMETRİSİ

KARAKAŞ, Beyhan

Yüksek Lisans Tezi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Kadri YAKUT
Haziran 2019, 122 sayfa

Bu tezde, öncelikle iyi bilinen izole tek kara delik çözümleri incelendi. Bir kara deliğin oluşturduğu geometride dolanan test parçacığının kütleye ve/veya spine, yüke sahip olması, dairesel ya da eliptik yörüngede dolanması, yarattığı gravitasyonel ışımanın yörünge evrimi üzerindeki etkileri, kara deliğe parçacık gönderilerek çıplak tekilliğe dönüştürülüp dönüştürülemeyeceği gibi birçok durum incelendi. Kara delik çiftleri için başkaları tarafından elde edilen nümerik ve analitik sonuçlara ek olarak gravitasyonel dalga gözlemleri sunuldu. Son olarak, kara delik fiziği ile termodinamik arasındaki benzerliğe değinildi.

Anahtar sözcükler: Kara delikler, gravitasyonel dalgalar, çift kara delikler, genel görelilik, numerik görelilik, kara deliklerin geometrisi.

ABSTRACT

THE STRUCTURE AND GEOMETRY OF BLACK HOLES

KARAKAŞ, Beyhan

MSc in Astronomy and Space Sciences
Supervisor: Prof. Dr. Kadri YAKUT
JUNE 2019, 122 pages

In this thesis, well known isolated black hole solutions have been studied as a first step. Many aspects such as whether a test particle, which orbits in the geometry formed by a black hole, has mass and/or spin, charge, orbiting in circular or elliptic orbits, its gravitational radiation effect on the orbital evolution and whether the black hole can be transformed into naked singularity by sending particles or not. In addition to numerical and analytical results for binary black holes, which were performed by others, gravitational wave observations have been presented. Finally, the analogy between black hole physics and thermodynamics has been presented.

Keywords: Black holes, gravitational waves, binary black holes, general relativity, numerical relativity, the geometry of black holes.

ÖNSÖZ

Yoğun cisimlere lisans süresince de ilgili olan biri olarak danışmanımın önerisiyle tez konusunu belirledik. Konuyu belirledikten sonra ise beyaz cüce, nötron yıldızı gibi yoğun cisimler varken ve bunların oluşumu ve evrimi hakkında daha tutarlı bilgilere sahip olduğumuzu düşündüğümden kara delikleri daha iyi anlayabilmek için bu sistemlerdeki olayları incelemeye ara vermekte zorlandığımı itiraf etmeliyim. Kara deliklere odaklandıktan sonra ise genel görelilik sınırları içerisinde kalmak da ayrı ancak iyi bir sınırlama getirdi. Her ne kadar bu konuda makale okumaktan inanılmaz keyif alsam da bazı makalelerin sonuçlarını yorumlarken oldukça zorlandım. Çalışmanın en büyük faydası ise, klasik mekanik bilgimle hayal dahi edemeyeceğim birçok olayın gerçekleştiğini öğrenmek oldu.

İZMİR

29/07/2019

Beyhan Karakaş

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇ KAPAK ii

KABUL ONAY SAYFASI iii

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI v

ÖZET vii

ABSTRACT ix

ÖNSÖZ xi

İÇİNDEKİLER DİZİNİ xiii

ŞEKİLLER DİZİNİ xvii

TABLOLAR DİZİNİ ..... xxvı

1.GİRİŞ 1

2.SCHWARZSCHİLD KARA DELİĞİ 5

2.1 Yörüngeler 11

2.1.1 Zamansal geodezikler 13

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

2.1.2 Işıksal eodezikler 23

3. REİSSNER – NORDSTRÖM KARA DELİĞİ 24

3.1 Yörüngeler 28

3.1.1 Zamansal geodezikler 28

3.1.2 Işıksal geodezikler 31

4. KERR KARA DELİĞİ 33

4.1 Yörüngeler 38

4.1.1 Zamansal geodezikler 38

4.1.2 Işıksal geodezikler 49

5. ÇİFT KARA DELİKLER 53

6. GÖZLEMLER 81

6.1 GW150914 85

6.2 GW151226 86

6.3 GW170104 88

6.4 GW170608 91

6.5 GW170814 92

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

6.6 Gravitasyonel Dalga Gözlemleri 94

7. KARA DELİKLERİN MEKANİĞİ 96

8. SONUÇLAR 102

KAYNAKLAR DİZİNİ 104

TEŞEKKÜR 120

ÖZGEÇMİŞ 122

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil Sayfa

2.1 Schwarzschild kara deliği için ışık konisinin değişimi (Norton, 2018).....8

2.2 (r,T) ve (u,v) düzlemlerine karşılık gelen bölgeler. (u,v) düzleminde sabit r eğrileri $r = 2M$ 'deki çizgilere asimptotik olan hiperbollerken, T orijinden düz çizgi boyunca sabittir. Taralı alanlar $r > 2M$ $|v| < u$ bölgesine karşılık gelir. (r,T) düzlemindeki bütün $r = 2M$ çizgisi $u = v = 0$ orijinine karşılık gelirken, $r \to 2M$ ve $T \to \pm\infty$ kalan $u = |v| > 0$ sınır noktalarına karşılık gelir. (u,v) düzleminde metrik sadece taralı alanda değil, $r = 0$ hiperbolünün iki kolu arasındaki bütün alanda tanımlıdır. Bu koordinat tekilliğinin dışının iki, içinin iki resmini içerir. Radyal *null* geodezikler 45° eğimli çizgilerle gösterilir (Kruskal, 1960). 10

2.3 Durgun hâlde $r = 6M$ 'den başlayıp tekilliğe doğru düşen test parçacığı tarafından tanmlanan zamansal radyal geodezik boyunca koordinat zamanı (t) ve öz zamanın (τ) değişimi (Chandrasekhar, 1983).....16

2.4 a) Çöken madde sonucu oluşan Schwarzchild kara deliği için, b)sürekli var olan (eternal) kara delik (genişletilmiş Schwarzschild kara deliği olarak bilinir) için Penrose – Cartan diyagramları. (b), (a)'nın iki katı, I. ve III. bölgeler birbirlerinin kopyasıdır (Norton, 2018). 16

2.5 Schwarzschild uzayzamanında dönen test parçacığının isco parametrelerinin, spinin (s) fonksiyonu olarak değişimi. Düşey eksenin sol tarafi zamansalken, sağ tarafının uzaysal olduğuna dikkat edilmelidir (Zhang et al., 2018). 19

2.6 Test parçacığının açısal momentumu L_z a) 3.5, b) 4.0, c) 5.0 ve d) 6.5 için relativistik ve yarı relativistik anlamda hesaplanan ortalama enerji akılarının karşılaştırılması (Tanaka et al., 1993). ..20

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil Sayfa

3.1 Reissner - Nordström geometrisini tanımlayan iki koordinat parçası (Graves and Brill, 1960). 26

3.2 R-N metriğinin $\theta = sabit$ ve $\phi = sabit$ enine kesitlerinin a) $M^2 = q^2$, b) $0 < q^2 < M^2$ durumu için gösterimi. Düz tek çizgiler diyagramın kenarında olduklarında *null* sonsuzu, içeride olduklarında *null* ufukları temsil ederler. Noktalı çizgiler tipik Killing vektör yörüngelerini ($r = sabit$), çift çizgiler ise uzayzaman tekilliklerini temsil eder (Carter, 1966). 28

3.3 Dairesel yörüngenin yarıçapı ile a) E^2'nin, b) L^2'nin değişimi. Eğriler q^2 değerleriyle etiketlendi (Armenti, 1975). 29

4.1 Dairesel yörüngelerin θ yönünde kararsız oldukları parametre bölgeleri. a), b) ve c) durumları için parçacığın spininin minimum değerleri sırasıyla $S = 0.98\mu M$, $S = 0.9\mu M$ ve $S = 0.94\mu M$ dır (Suzuki and Maeda, 1998). 40

4.2 Kara delik ile a) aynı yönde, b) zıt yönde hareket eden parçacığın farklı spin değerleri (S) için isco yarıçapının değişimi (Jefremov et al., 2015). 41

4.3 Isco frekansının göreli kaymasının birim kütledeki açısal momentumun (a) fonksiyonuyla değişimi. Kırmızı çizgi uygulanan yöntemin nümerik sonuçlarını, mavi barlar ise hata barlarını gösterir (Isoyama et al., 2014). 43

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil Sayfa

4.4 Boyutsuz spin parametresi a = 0.99 olan Kerr kara deliği etrafında p = 2.35, e = 0.9 durumu için zoom-whirl yörüngesi. Bu şekilde, parçacık 3 yörünge döneminden daha kısa sürede 20 dönüşten fazla gerçekleştirdi. Olay ufku kesikli çizgiyle gösterildi. Enberi uzaklığı $r_{enberi} = 1.237$, olay ufku ise $r_{+} = 1.141$'de yer alır (p ve r değerleri için M=1 alındı) (Glampedakis and Kennefick, 2002). 44

4.5 Schwarzschild kara deliği etrafindaki test parçacığı için w=1, L=3.9 durumunda z=1,2,3,4 olan yörüngelere ek olarak rastgele seçilmiş yüksek z değerine sahip yörüngelerin gösterimi. Soldan sağa ve yukarıdan aşağıya doğru yörünge enerjisi artar (Levin and Perez-Giz, 2008). 46

4.6 Kerr kara deliği etrafindaki test parçacığı için w=3, L=2 durumunda z= 1, 2, 3, 4 olan yörüngelere ek olarak rastgele seçilmiş yüksek z değerine sahip yörüngelerin gösterimi. Soldan sağa ve yukarıdan aşağıya doğru yörünge enerjisi artar (Levin and Perez-Giz, 2008). 48

5.1 Görünür ufuklar arasındaki minimum öz uzaklığın zamana göre değişimi. h çözünürlük değerini, RE ise Richardson ötelemesini gösterir (Diener et al., 2006). 60

5.2 Her bir görünür ufkun açısal hızının zamanla ve açıyla (görünür ufkun ilk oluşumundan geriye doğru radyan biriminde ölçüldü) değişimi. Eğri, görünür ufkun açısal hızını (Ω) gösterirken yatay noktalı çizgi $\Omega_0 = 0.055$ değerine karşılık gelir (Diener et al., 2006). 60

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil Sayfa

5.3 Ufukların spinlerinin, çiftin öz uzaklıklarıyla artışı. Sürekli çizgi SC durumu için a/m değerinin değişimini (başlangıçta eş dönme yapan kara delik çifti), noktalı çizgi S0 durumunda (başlangıçta dönmeye sahip olmayan kara delik çifti) a/m değerinin değişimini gösterir. Nokta ve çizgiden oluşan çizgi ise spinler için eşdönme değerini gösterir (Campanelli et al., 2006). 64

5.4 S0 ve SC durumları için ufuk yollarının gösterimi. İşaretler her 10M'deki evrimi gösterir. S0 ve SC yolları ilk 100M için iyi bir uyum içindeyken, 100M sonra SC yolu birleşmeden önce daha sıkı ve daha uzun yörünge gösterir. S0 durumunda çift 1.75 yörüngeden biraz daha az yörüngeyi tamamlarken, SC durumunda biraz daha fazla yörüngeyi tamamlar (Campanelli et al., 2006). 65

5.5 Eşit kütleli kara delik çiftleri için enberi kayması. Yörünge frekansının radyal frekansa oranının (Ω_ϕ / Ω_r) yörünge frekansına ($M\Omega_\phi$) karşı değişimi. Veriler iki farklı basıklık değeri e için eşit kütleli dönmeyen kara delik çiftlerinin nümerik simülasyonlarını temsil ediyor. q=1 ve test parçacığı durumları için PN yaklaşımının tahmini ($e \ll 1$ sınırında) de gösterildi. $e \sim 5x10^{-5}$ durumunda nümerik veri $M\Omega_\phi \gtrsim 0.03$ için güvenilir değildir (Mroué et al., 2010). 70

5.6 Şekil 5.5'le aynı ama $q = M_1/M_2$ olmak üzere farklı kütleli kara delik çiftleri durumunu gösterir (Mroué et al., 2010). 71

5.7 Eşit kütleli kara delik çiftlerinin enberi kaymasının (K) dairesel hareketin yörünge frekansı (Ω_ϕ) ile değişimi. Nümerik görelilik (Numerical Relativity - NR) sonuçları açık mavi taralı alanla belirtildi. PN ve etkin tek cisim modeli 3.PN derecesinde geçerlidir. Alt panel göreli farkı gösterir $\left(\delta K/K = (K - K_{NR})/K_{NR}\right)$ (Le Tiec et al., 2011). 72

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil Sayfa

5.8 Şekil 5.7 ile aynı ama kütle oranının $q = 1/8$ olduğu durum. Yörünge frekansı $m\Omega_\phi \sim 0.03$, $r \sim 10m$ ayrıklığına karşılık gelir (enberi kayması, radyal dönemde yarım yörüngeye kadar ulaşır) (Le Tiec et al., 2011). 72

5.9 $e = 0.1$ ve $e = 0.3$ durumları için h_+ dalgaformu polarizasyonu (Hinder et al., 2008). 74

5.10 $e = 0.1$ ve $e = 0.3$ basıklıkları için *inspiral* yollarının gösterimi (Hinder et al., 2008). 74

5.11 Sol kolonda üstten ilk görüntü, L=4.10 durumu ve yörünge enöteler arasında π'den fazla presesyon yaparak zoom-whirl çevrimi boyunca hareket eder. İkinci görüntü, L=3.95 durumu ve yörünge birleşmeden önceki ilk radyal çevrimde neredeyse 2π'den fazla presesyon yapar. Üçüncü görüntü, L=3.915 durumu ve yörünge, ışınımla kaybedilen açısal momentum ve kütlenin birleşmeye neden olmasından önce kararsız dairesel yörünge civarında $\sim 4\pi$ kadar presesyon yapar. Sağ kolon ise 60M yarıçapında elde edilen gravitasyonel dalganın simülasyon zamanıyla değişimini gösterir (Healy et al., 2009) 76

5.12 İki benzer, enine ve zıt yönlü S spinine sahip kara deliğin kafa kafaya birleşme anının görüntüleri. Birleşmeden önce her bir ufuk S de merkezlenmiş negatif *vorticity* bölgelerine (kırmızı) ve diğer tarafta pozitif *vorticity* bölgelerine (mavi) sahiptir. a) birleşme öncesindeki *vortex*leri, b) birleşme sırasındaki *vortex*leri ve birleşen ufkun iki ucundaki *tendex*leri gösterir (Owen et al., 2011). 78

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil Sayfa

5.13 Dönen ve dönmeyen kara delik durumlarında *tendicity* ve *vorticity*lerin gösterimi. a) Dönmeyen kara delik ve onun *tendex* çizgilerinin gösterimi ve bir birey üzerindeki etkilerini gösterir. Şekilde negatif *tendicity* çizgileri kırmızı (gerilme), pozitif *tendicity* çizgileri ise mavi (sıkıştırma) olarak gösterildi. b) $a = 0.95$ spine sahip Kerr kara deliği için *tendex* çizgilerini c) , b) deki kara delik için *vortex* çizgilerini ve bir birey üzerindeki etkilerini gösterir. Pozitif *vorticity* (mavi) saat yönünde presesyona, negatif *vorticity* (kırmızı) saat yönünün tersinde presesyona karşılık gelir (Owen et al., 2011). 79

6.1 LIGO'nun Hanford (H1) (sol kolon) ve Livingston'da (L1) (sağ kolon) yer alan dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW150914. Zaman, 09:50:45 UTC'ye göre gösterildi. Gravitasyonel dalga ilk olarak L1'e ve $6.9^{+0.5}_{-0.4}$ milisaniye sonra H1'e ulaştı. Görsel karşılaştırma için H1 verisi, dedektörlerin göreli yönüne karşılık gelmesi için bu gecikme zamanı kadar kaydırılarak ters çevrildi. Birinci satır, H1 ve L1 için gerilmeleri, ikinci satır, her bir detektöre 35-350 Hz bandında yansıtılan gerilmeleri gösterir. İkinci satırda düz çizgiler, parametreleri gözlemle uyumlu nümerik görelilikten elde edilen dalgaformlarını gösterir. Üçüncü satır, filtrelenmiş nümerik görelilik dalgaformunun filtrelenmiş zaman dizininden çıkarıldıktan sonra elde edileni, son satır ise gerilme için frekansın zamanla değişiminin gösterimidir (Abbott et al., 2016). 86

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil Sayfa

6.2 LIGO'nun Hanford (H1) (sol kolon) ve Livingston'da (L1) (sağ kolon) yer alan dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW151226. Zaman, 26 Aralık 2015 saat 03:38:53.648 (UTC)'e göre gösterildi. İlk satır, iki dedektörün 30-600 Hz'te bantgeçiş filtresi tarafından filtrelenmesiyle elde edilen gerilmeyi gösterir. Siyah ile gösterilen gerilme, benzer filtreleme uygulanarak *Bayesian* analiziyle yeniden oluşturulan, presesyon yapmayan spin dalgaformundan elde edilen en iyi eşleştirmeyi gösterir. İkinci satır, 30 Hz'ten başlayarak birleşme süresine kadar biriktirilmiş zirve SNRnin zamanla değişimini gösterir. Üçüncü satır, en iyi eşleşen dalgaformu şablonunun zaman kaydırılmasıyla oluşturulan SNR zaman dizisini ve her zaman noktasında birleştirilmiş SNR hesabını gösterir. LIGO H1 ve L1 dedektörlerinin farklı SNRlerinin sebebi farklı duyarlılığa sahip olmalarıdır. Dördüncü satır, gerilme verisi için frekansın zamanla değişimini gösterir (Abbott et al., 2016). ..88

6.3 LIGO'nun H1 ve L1 dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW170104. Veri, 1167559936.5 GPS zamanında başlıyor. İlk iki satır, gerilmenin frekansının zamanla değişimini gösterir. Üçüncü satır, her bir detektörden 30-350 Hz bantgeçiş filtresindeki ve güçlü aletsel tayfsal çizgileri bastırmak için bantın geçirmediği filtrelerden zaman dizini verisini gösterir. Dördüncü satır ise, her bir veri ile maksimum dalgaformu olasılığı arasındaki kalıntıları gösterir (Abbott et al., 2017). 90

6.4 LIGO'nun H1 ve L1 dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW170608 için gravitasyonel dalga frekansının zamanla değişimi (Abbott et al., 2017). 92

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil Sayfa

6.5 L1, H1 ve Virgo tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW170814. Birinci satır, her bir dedektör için küçük gecikme süresinde üretilen SNR zaman dizini. İkinci satır, her bir dedektör için gerilmenin frekansının zamanla değişimini gösterir. Üçüncü satır ise, her bir dedektör için arındırılmış gerilmelerin zamanla değişimini gösterir (Abbott et al., 2017). ..... ……94

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo Sayfa

4.1 Farklı spin değerleri a için isco frekansının göreli kayması. Negatif a değerleri zıt yönde harekete, pozitif a değerleri aynı yönde harekete karşılık gelir. Parantez içindeki sayılar son ondalıktaki hatayı temsil eder (örneğin 1.245 568(2) 1.245 568 $\pm$ 0.000 002 anlamına gelir) (Isoyama et al., 2014)..... 43

5.1 Sistemin başlangıç parametreleri (Campanelli et al., 2006).. 61

5.2 Dalgaformu ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin ufkundan elde edilen evrim sonuçları. $E_{ışımm} / M_{ADM}$ ve $L_{ışımm} / L_{ADM}$ sırasıyla ADM kütlesi cinsinden gravitasyonel ışımayla kaybedilen kütle ve açısal momentumu, a_{son} boyutsuz spin pararmetresini, ogu ise ortak görünür ufku ifade eder (Campanelli et al., 2006)..... 62

5.3 Birleşme sonucu oluşan ufuktan belirlenen parametreler. Ufuk ++0.757 için T=224.5M'de, --0.757 durumunda T=105.5M'de ve spinin olmadığı durumda T=161M de oluştu (Campanelli et al., 2006)..... 62

5.4 Eşit kütleli, dairesel benzeri kara delik çifti için başlangıç verileri. Çiftin ADM kütlesi $(1.0000 \pm 0.0005)M$, yörünge frekansı $M\Omega = 0.0500$ (sabit), toplam açısal momentum (yörünge ve spin) (0, 0, L), öz ufuk ayrıklığı l ile gösterildi. *Puncture* $(0, \pm Y, 0)$ konumunda yer alır ve kütle parametresi m_p, momentumu $(\pm P, 0, 0)$, spin açısal momentumu (0, 0, S) ve m ufuk kütlesi olmak üzere boyutsuz spin parametresi a / m dir. S0 başlangıçta dönmeyen kara delikleri, SC ise aynı yönlü dönen kara delikleri gösterir (Campanelli et al., 2006)..... 64

TABLOLAR DİZİNİ (devam)

Tablo Sayfa

5.5 Farklı basıklık değerleri için ADM kütlesi cinsinden (M_{ADM}) yayılan enerji $\left(E_{ışınım}\right)$, açısal momentum$\left(J_{ışınım}\right)$ ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesine $\left(M_f\right)$ ek olarak birleşme sonrası oluşan kara deliğin boyutsuz spin parametresinin $\left(a_f\right)$ değişimi (Hinder et al., 2008)…….....75

6.1 Şu ana kadar (Haziran 2019) gerçekleştirilen bütün tutarlı gravitasyonel dalga gözlemlerinin parametrelerinin son değerleri. $M_\odot$, M_{chirp} ve M_{son} sırasıyla Güneş kütlesini, sistemin *chirp* kütlesini ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesini gösterir. χ_{etkin} etkin spin parametresini, a_{son} oluşan kara deliğin spinini, $E_{ışınım}$ yayılan enerjiyi, l_{zirve} zirve ışınımını, d_l ışınım uzaklığını ve z kırmızıya kayma değerlerini gösterir (The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration, 2018). 95

1 GİRİŞ

Newton, Einstein bu durumu sorgulayana kadar diğer herkes gibi uzay ve zamanın ayrı ve mutlak nicelikler olduğunu düşünüyordu. Einstein, 1905'te yayınlanan "Hareketli cisimlerin elektrodinamiği" adlı makalesinde fizik yasalarının bütün eylemsiz referans sistemlerinde aynı olduğu ve bu koordinat sistemlerinde ışık hızının, onu yayan cismin hızından bağımsız olarak aynı olduğunu varsayarak özel görelilik teorisini oluşturdu (Einstein, 1905). Özel görelilik teorisiyle uzay ve zamanın ayrı ve mutlak nicelikler olmadığı, göreli ve tek bir nicelik olan uzayzaman olduğu ortaya çıktı.

Özel göreliliğin ivmeli referans sistemlerine genişletilmesi ise yaklaşık 9 yıl sürdü ve genel görelilik teorisi adını aldı (Einstein, 1914, 1915a; 1915b; 1915c, 1916). Newton mekaniğinde çekim bir kuvvet olarak tanımlanırken, Einstein, genel görelilik teorisiyle çekimin bir kuvvet olmadığını, cisimlerin kütleleriyle doğru orantılı olarak uzayzamanı eğdiklerini ve gravitasyonel etkileşimin bu eğrilikten kaynaklandığını gösterdi. Einstein, uzayzaman algımızı tümden değiştirmiş olsa da genel göreliliğin ışık hızıyla kıyaslandığında oldukça düşük hızlara sahip sistemler için Newton'ın çekim teorisine dönüştüğü unutulmamalıdır.

Einstein Alan Denklemleri'nin iyi bilinen tam çözümleri kara deliğin dışındaki uzayzamanın boş (Reissner – Nordström kara deliği durumunda elektromanyetik alan mevcut) ve asimptotik olarak düz olduğu durum için yapıldı. Genel görelilik teorisinin yayınlanmasından kısa bir süre sonra dönmeyen, statik, küresel simetrik kara delik için çözüm elde edildi. Schwarzschild (1916) tarafından elde edilen bu çözüme, Reissner (1916) ve Nordström (1918)'un, birbirlerinden bağımsız olarak, kara deliğin yüke sahip olması durumunu da ekleyerek alan denklemlerini çözmesiyle Reissner – Nordström metriği olarak adlandırılan çözüm elde edildi. Gerek yüklü gerek yüksüz, küresel simetrik, statik ve dönmeyen kara deliğin fiziksel gerçekliğe uygun olması için küresel simetriden, dönmeme ve statik oluştan kurtulması gerekiyordu. Bu amaçla alan denklemlerinin dönen, stasyonel, eksensel simetrik kara deliği tanımlayan çözümü genel göreliliğin

yayınlanmasından 48 yıl sonra Kerr (1963) tarafından elde edildi. Kara deliğin yapısı bilinmesine rağmen bu isimlendirmenin ilk olarak Cleveland'deki Amerikan Bilimin Gelişimi Derneği (American Association for Advancement of Science – AAAS) toplantısında önerildiği Ewing tarafından belirtildi (Ewing, 1964).

Oppenheimer ve Volkoff, soğuk Fermi gaz için hâl denklemi kullanarak küresel simetrik olarak dağılan nötronların gravitasyonel denge durumunu genel göreliliği kullanarak inceledi. Kütlenin $\sim 0.7M_{\odot}$ den fazla olması durumunda çökmenin süresiz olarak devam ederek denge durumuna ulaşamayacağı sonucuna vardı (Oppenheimer and Volkoff, 1939). Çalışmada elde edilen maksimum kütle doğru olmasa da nötron yıldızı için maksimum kütlenin varlığını ortaya koyması bakımından önemlidir. Rhoades ve Ruffini, genel göreliliği ve nedensellik ilkesini kullanarak dönmeyen nötron yıldızı için maksimum kütleyi $3.2M_{\odot}$ olarak elde etti (Rhodes and Ruffini, 1974). Rezzolla, Most ve Weih, iki nötron yıldızının birleşmesi sürecinde gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW170817'yi kullanarak dönmeyen nötron yıldızı için maksimum kütlenin $2.01^{+0.004}_{-0.04} - 2.16^{+0.17}_{-0.15} M_{\odot}$ aralığında olduğu sonucuna vardı (Rezzolla et al., 2018). Nötron yıldızları için maksimum kütle değerleri, nükleer yoğunluklar ve üzerinde hâl denklemlerindeki belirsizlikten dolayı farklılık gösterir.

Kara delikler sadece kütle, yük ve açısal momentum olmak üzere üç parametreyle tanımlanırlar ve buna saçsızlık teoremi adı verilir (Ruffini and Wheeler, 1971).

Webster ve Murdin, Cygnus X-1 x ışın çiftinin bileşenlerinden birinin çiftin dönme dönemiyle senkronize 5.6 günlük döneme sahip süperdev olduğunu belirterek görünmeyen bileşenin kara delik olabileceğini önerdi (Webster and Murdin, 1972). Tananbaum ve diğerleri ise, çiftin 16 aylık gözlem verisini kullanarak x ışın yeğinliğindeki hızlı geçişlerden ve çiftin dikine hız gözleminden görünmeyen bileşenin kütlesinin $12M_{\odot}$ dolayısıyla kara delik olduğu sonucuna vardı (Tananbaum et al., 1972).

Wyller (1970), Kara deliklerin küresel kümelerin merkezlerinde, onların başlangıç oluşum işlemlerinin kalıntısı olarak bulunduklarını önererek $3\times10^{3}-3\times10^{5}M_{\odot}$ kütle aralığına sahip olduklarını belirtti. Lynden-Bell ve Rees ise kuazarların ışınımlarını açıklamak için galaksilerin merkezlerini süper kütleli kara delik (supermassive black hole – Smbh) olarak modelleyerek maddenin bu smbhlara aktığını öne sürdü. Çalışmada ek olarak bu smbhların varlığını kanıtlayan gözlemler sunuldu (Lyden-Bell and Rees, 1971). Rees (1984), şiddetli aktif evre göstermiş bütün galaksilerin merkezinde süper kütleli kara delik olduğunu önerdi. Buradan hareketle Kormendy ve Richstone, galaksilerin merkezlerinde smbh arayarak M31, M32, M87, NGC 3115, NGC 3377, NGC 4258 ve NGC 4594 galaksilerinde kütleleri $10^{6}-10^{9.5}M_{\odot}$ aralığında değişen merkezi siyah cisimler olduğu sonucuna vardı. Gözlemler bunların smbh olduğunu önerse de Lyden-Bell ve Rees tarafından önerildiği gibi olduklarını kanıtlayamadı (Kormendy and Richstone, 1995).

Chandra X-Işın Gözlemevi'indeki Geliştirilmiş Yük bağdaştırıcılı aygıt (Charged Coupled Device – CCD) Resimleme Spektrometresi I (Advanced CCD Imaging Spectrometer I –ACIS I) aletiyle samanyolunun merkezindeki güçlü radyo kaynağı olan Sagittarius A*'nın $2.6\times10^{6}M_{\odot}$ kütleye sahip smbh olduğu kanıtlandı (Baganoff, F. K. et al., 2003). Devam eden gözlemler bu kara deliğin kütlesinin $4.02\pm0.16\times10^{6}M_{\odot}$ olduğunu ortaya çıkardı (Boehle et al., 2016).

Gözlemler bölümünde detaylı olarak değinileceği gibi, çift kara deliklerin birleşme süreci boyunca yaydığı gravitasyonel dalgaların ilk gözlemi 14 Eylül 2015'te gerçekleşti ve Haziran 2019 itibariyle parametreleri tutarlı olarak belirlenen toplam 10 çift kara delik gözlemi yapıldı. Smbh gölgesinin ilk resmi 16 ± 0.8 Milyon parsek (Mega parsec – Mpc) uzaklıkta yer alan, $6.5\pm0.7\times10^{9}M_{\odot}$ kütleye sahip, M87 eliptik galaksisinin merkezinde yer alan M87* için Olay Ufku Teleskobu (The Event Horizon Telescope – EHT) olarak adlandırılan, neredeyse yer çapında sanal bir teleskop gibi davranan, altı farklı konumda sekiz istasyonda yer alan teleskoplarla 1.3 milimetrede 5, 6, 10 ve 11 Nisan 2017'de yapılan gözlemlerle gerçekleştirilerek elde edilen resmin Kerr kara deliğinin gölgesiyle uyumlu olduğu sonucuna varıldı (The Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019a; 2019b;

2019c; 2019d; 2019e; 2019f). M87*, Sagittarius A*'dan sonra en büyük açısal çapa sahip olay ufkuna sahiptir.

Belczynski ve diğerleri, tek yıldız evrimi sonucunda oluşan kara delik için maksimum kütleyi metalliğe ve rüzgarla bazı spesifik kütle kayıp oranına bağlayarak hesapladı (Belczynski et al., 2010). Buna göre, Z metallik olmak üzere maksimum kütleyi yüksek metallik durumunda ($Z = 0.02$) $\sim 15M_{\odot}$, normal metallik durumunda ($Z = 0.006$) $30M_{\odot}$, düşük metallik durumunda ($Z = 0.0002$) ise $80M_{\odot}$ kadar olabileceği sonucuna varıldı.

Genel görelilikte enerji ve açısal momentum koordinattan bağımsız şekilde (kovaryant olarak korunumlu) Komar (1959) tarafından elde edildi. Genel görelilik teorisi şu ana kadar (Haziran 2019) gerçekleştirilen testlerde en başarılı sonuçları vermiş, gravitasyonel etkileşimi en iyi tanımlayan teoridir. Bu testlerle genel göreliliğin geniş bir karşılaştırması Clifford tarafından yapıldı (Will, 2014).

Çalışmada genel görelilik sınırları içinde kalmaya özen gösterilerek iki, üç ve dördüncü bölümlerde Einstein Alan Denklemleri'nin dönmeyen yüksüz (Schwarzschild metriği), dönmeyen yüklü (Reissner-Nordström metriği), dönen yüksüz (Kerr metriği) kara delik çözümleri incelenerek, bu kara delik çözümleri için yörüngeler belirlendi ve bu yörüngelere çeşitli düzeltmeler yapılarak elde edilen sonuçlar tartışıldı (çözümler hem elle hem de Mathematica programıyla gerçekleştirildi). Beşinci bölümde, çift kara delikler için analitik ve nümerik görelilik sonuçları sunuldu. Altıncı bölümde, Haziran 2019 itibariyle parametreleri tutarlı bir şekilde elde edilmiş gravitasyonel dalga olayları incelendi. Son bölüm olan yedinci bölümde ise kara delik fiziği ile termodinamik arasındaki benzerlik ortaya konuldu.

2 SCHWARZSCHİLD KARA DELİĞİ

M kütleli, dönmeyen, statik, küresel simetrik kara deliğin dışındaki boş, asimptotik olarak düz uzayzaman için genel metrik ifadesi Schwarzschild tarafından 1916'da elde edildi (Schwarzschild, 1916). Bu metriği Schwarzschild koordinatlarında (t, r, θ, ϕ) metrik işareti (+, -, -, -) olacak şekilde yazacak olursak:

$$ds^2 = A(r)dt^2 - B(r)dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{2.1}$$

ds^2: 4 boyutlu uzayzamanda iki nokta arasındaki uzaklığı tanımlar ve öz zamanla (zamansal evren çizgisi (world line) boyunca o çizgiyi takip eden cisim tarafından ölçülen zamandır ve τ ile gösterilir) arasındaki ilişki $ds^2 = c^2 d\tau^2$ dir. Metrik, $ds^2 = 0$ durumunda ışıksal, metrik işaretinin (+, -, - , -) olduğu durumda $ds^2 > 0$ ve $ds^2 < 0$ durumları için sırasıyla zamansal ve uzaysaldır.

Bu metrik çözüldüğünde elde edilecek metrik Schwarzschild metriği olarak adlandırılır ve geometrik birimler $(G = c = 1)$ kullanılarak şu şekilde ifade edilir:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{2.2}$$

Burada $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ Schwarzschild yarıçapıdır (dönmeyen kara delik için olay ufku yarıçapı).

Denklemde G, M ve c sırasıyla evrensel çekim sabiti, cismin kütlesi ve ışık hızını gösterir. Geometrik birimde Schwarzschild yarıçapı $r_g = 2M$ dir.

Schwarzschild metriği cisimden çok uzakta $(r \to \infty)$ düz uzayzamanı tanımlayan Minkowski metriğine dönüşür (asimptotik olarak düzlük). Minkowski metriğini Schwarzschild koordinatları kullanarak yazarsak aşağıdaki metriği elde ederiz.

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \qquad (2.3)$$

Schwarzschild metriğinin iki noktada tanımsız olduğu kolayca görülebilir. Bu noktalar $r = 0$ ve $r = 2M$ dir. Metrik bu noktalarda uzayzamanın yapısında tekillikler olduğunu söylüyor. Bu noktalardaki eğrilik skalerini hesaplayarak tekilliğin olup olmadığını söyleyebiliriz. Schwarzschild kara deliği için Ricci eğrilik tensörü dolayısıyla Ricci skaleri 0'dır.

Eğrilik skaleri hesaplanacak olursa ($G = c = 1$ için) $R_{abcd}R^{abcd} = \frac{48M^2}{r^6}$ elde edilir. İfadeden görüleceği gibi $r = 2M$ 'de eğrilik sonluyken, $r = 0$ 'da sonsuzdur. Bu durumda $r = 0$ 'daki tekilliğe uzayzaman tekilliği, $r = 2M$ 'deki tekilliğe ise Schwarzschild koordinat sisteminden kaynaklandığı için koordinat tekilliği diyebiliriz. Cisim $r = 2M$ ve $r = 0$ noktalarına sonlu öz zamanda ulaşır.

Sonlu eğriliğe sahip olmasına rağmen olay ufkunun dıştaki gözlemci için bir sınır gibi davranmasının sebebi nedir? Burada cismin öz hızı ışık hızına eşittir (bkz. denklem 2.26 ve Şekil 2.1). Olay ufkunun altında zaman ve yarıçap bileşeni yer değiştirdiğinden ufku geçen cismin kendisinin ya da etkisinin ufkun dışına çıkması mümkün değildir (Şekil 2.1'de ışık konisinin olay ufkundaki yapısına dikkat edilmelidir). Olay ufku *null* hiperyüzeydir, $r = 0$ 'daki tekillik ise uzaysaldır.

$r = 2M$ 'deki tekilliğin koordinat tekilliği olduğunu anladığımıza göre bu noktadaki tekilliği ortadan kaldırmak için nasıl bir koordinat sistemi seçeceğiz?

Bunun cevabı ilk olarak Paul Painlevé (1921) ve Allvar Gullstrand (1922) tarafından, Einstein'in özel bir koordinat koşulu kullanarak $\left((-g)^{1/2} = 1\right)$ elde ettiği Merkür'ün enberi noktasının kayma değerinin koordinata bağlı olduğunu göstermek için, yeni bir koordinat dönüşümüyle elde ettikleri metrikle farkında olmadan verildi (Frolov and Novikov, 1998).

Bu metrik

$$ds^2 = \left(1-\frac{r_g}{r}\right)dr^2 \mp 2\left(\frac{r_g}{r}\right)^{1/2} drdt - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \qquad (2.4)$$

Görüldüğü gibi metrik $r = 2M$ noktasında tekil değil yani $r < 2M$ durumuna genişletilebilirdir. 1933'te Lemaitre ve Robertson aynı metrik formunu keşfetti.

Lemaitre koordinat sisteminde, uzaysal sonsuzlukta hızı sıfır olan, serbest düşme yapan parçacıklar düşünülür. Bu koordinat sistemi için zaman koordinatı serbest düşme yapan parçacık tarafından ölçülen zaman olarak seçilir. r uzaklığından serbest düşme yapan parçacık için metrik, metrik işareti (-, +, +, +) için Schwarzschild'deki (r, t) koordinatları yerine (ρ, τ) yazılarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$ds^2 = -d\tau^2 + \frac{d\rho^2}{Ar_g} + A^2 r_g^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)$$
$$A = \frac{3}{2}\left(\frac{\rho-\tau}{r_g}\right)^{2/3} \qquad (2.5)$$

Metriğin Schwarzschild metriği ile arasındaki ilişki:

$$r = Ar_g = r_g^{1/3}\left[\frac{3}{2}(\rho-\tau)\right]^{2/3} \qquad (2.6)$$

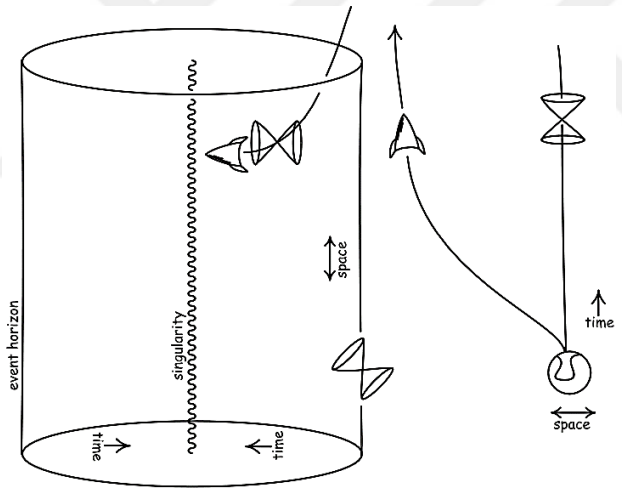
$$t = \frac{\rho}{r} - \left(\frac{2}{3}+\frac{2r_g}{r}\right)\left(\frac{r}{r_g}\right)^{1/2} + \left(\frac{r_g}{r}\right)\ln\left|\left(\frac{r}{r_g}\right)^{1/2}+1\Big/\left(\frac{r}{r_g}\right)^{1/2}-1\right| \qquad (2.7)$$

şeklinde verilir (Frolov and Novikov, 1998).

Synge (1950), Eddington ve Lemaitre koordinat sistemlerindeki tamamlanmamışlığı bularak bunları giderdi (Misner et al., 1973).

2.6 denkleminden görüldüğü gibi metrik $r = 2M$ için $\frac{3}{2}(\rho - \tau)$ ifadesine eşitken, $r = 0$ için $\rho - \tau = 0$'a eşit yani tanımsızdır. Böylece uzayzaman tekilliğinin koordinat dönüşümüyle ortadan kaldırılamayacağını görmüş olduk (Frolov & Novikov, 1998).

Schwarzschild koordinatlarında $r < 2M$ olduğunda metriğin zaman ve yarıçap bileşeninin işaret değiştirdiğini söylemiştik. Bunun anlamı metrikte zaman bileşeninin yerini yarıçap bileşeninin, yarıçap bileşeninin yerini de zaman bileşeninin almasıdır. Böylece $r < 2M$ için bütün cisimler zamanla daha küçük r değerine doğru hareket eder ve sonlu bir zamanda $r = 0$ tekilliğine ulaşırlar. Bu durumu uzayzamanda farklı noktalar arasındaki iki boyutlu nedensel ilişki diyagramı olan Penrose – Cartan diyagramı ile gösterebiliriz. Schwarzchild kara deliği için ışık konisinin değişimi Şekil 2.1'de gösterildi.



Şekil 2.1. Schwarzschild kara deliği için ışık konisinin değişimi (Norton, 2018).

Lemaitre ve koordinat dönüşümüyle elde edilen diğer metrikler için de $r < 2M$ durumunda durum bu şekildedir. Aksi olması beklenemez çünkü bu metriklerin hepsi Schwarzschild metriğinden elde edilir.

Koordinat tekilliğinin ortadan kaldırıldığı bir diğer önemli koordinat sistemi Kruskal (1960) tarafından önerildi. Kruskal, $r = 2M$'deki tekilliği ortadan kaldırmak için radyal fotonların her yerde $\frac{dx^1}{dx^0} = \pm 1$ (ışık hızı) eğimine sahip

olacağı küresel simetrik bir koordinat sistemi aradı. Buna göre metrik, metrik işareti (-, +, +, +) ile şu şekilde ifade edilir:

$$ds^2 = f^2(-dv^2 + du^2) + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{2.8}$$

Burada f sadece r'ye bağlı ve $u = v = 0$ için sıfırdan farklı ve sonludur. Bunun anlamı $r = 2M$ 'deki tekilliğin ortadan kalktığıdır. Yeni koordinatları Schwarzschild koordinatları cinsinden yazacak olursak

$$u = \left[\left(\frac{r}{2M}\right) - 1\right]^{1/2} e^{\left(\frac{r}{4M}\right)} \cosh\left(\frac{t}{4M}\right) \tag{2.9}$$

$$v = \left[\left(\frac{r}{2M}\right) - 1\right]^{1/2} e^{\left(\frac{r}{4M}\right)} \sinh\left(\frac{t}{4M}\right) \tag{2.10}$$

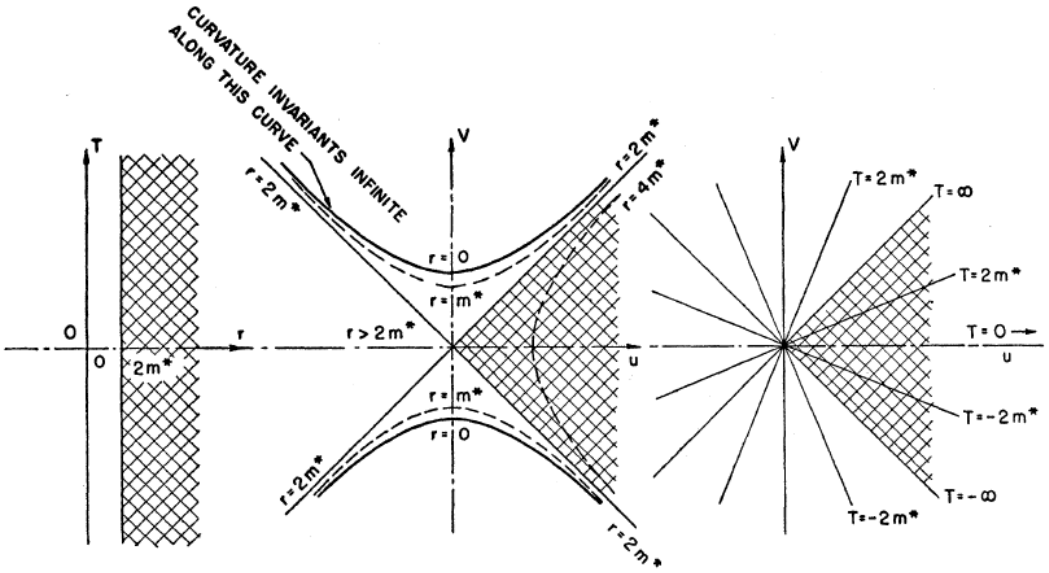
Schwarzschild koordinatlarını yeni koordinatlar cinsinden yazacak olursak

$$\left[\left(\frac{r}{2M}\right) - 1\right] e^{\left(\frac{r}{2M}\right)} = u^2 - v^2 \tag{2.11}$$

$$\frac{t}{4M} = \arctan h\left(\frac{v}{u}\right) = \frac{1}{2}\arctan h\left[\frac{2uv}{u^2 + v^2}\right] \tag{2.12}$$

- $r = 2M$ için $u^2 = v^2$
- $r = 0$ için $u^2 - v^2 = -1$

ifadelerini elde ederiz. $f^2 = \frac{32M^3}{r} e^{\left(\frac{-r}{2M}\right)}$ $u^2 - v^2$'nin soyut (transcendental) fonksiyonudur.



Şekil 2.2. (r,T) ve (u,v) düzlemlerine karşılık gelen bölgeler. (u,v) düzleminde sabit r eğrileri $r = 2M$ 'deki çizgilere asimptotik olan hiperbollerken, T orijinden düz çizgi boyunca sabittir. Taralı alanlar $r > 2M$ $|v| < u$ bölgesine karşılık gelir. (r,T) düzlemindeki bütün $r = 2M$ çizgisi $u = v = 0$ orijinine karşılık gelirken, $r \to 2M$ ve $T \to \pm\infty$ kalan $u = |v| > 0$ sınır noktalarına karşılık gelir. (u,v) düzleminde metrik sadece taralı alanda değil, $r = 0$ hiperbolünün iki kolu arasındaki bütün alanda tanımlıdır. Bu koordinat tekilliğinin dışının iki, içinin iki resmini içerir. Radyal *null* geodezikler 45° eğimli çizgilerle gösterilir (Kruskal, 1960).

Elbette Schwarzschild metriği için verdiğimiz iki koordinat dönüşümü dışında koordinat dönüşümüyle $r = 2M$ 'deki tekilliğin ortadan kalktığı koordinat sistemleri mevcuttur. Bunlardan bazıları: Eddington'ın 1924'te Whitehead ve Einstein'in çekim teorilerini karşılaştırırken $r = 2M$ tekilliğinin ortadan kalktığının farkında olmadan elde ettiği metriktir (Eddington, 1924). Bu metrik 1958'de Finkelstein tarafından yeniden keşfedildi (Finkelstein, 1958). Bu nedenle Eddington-Finkelstein metriği olarak anılır.

Sürekli, koordinat dönüşümüyle metriğin daha anlamlı hâle gelebileceğinden bahsettik. Bu noktada koordinat sistemi yerine metriğin kendisinin değiştirilmesi gerektiği düşünülebilir. Bu soru küresel simetrik ve Einstein Alan Denklemleri'nin boş uzayzaman çözümünün geometrisinin Schwarzschild geometrisinin bir parçası olması gerekliliği şeklinde Birkhoff tarafından 1923'te cevaplandı (Misner et al., 1973) (Bu teoremin ilk olarak 1921 yılında Norveçli fizikçi J. T. Jebsen tarafından

keşfedildiği ortaya çıktı (Johansen and Ravndal, 2006)). Bu bir varsayım değil sonuçtur. Schwarzchild geometrisinin özel olduğunu gösterir ve Jebsen - Birkhoff teoremi olarak adlandırılır. Bu teoremin diğer tam çözümler için genelleştirilmiş hâlini ileride göreceğiz.

Israel (1967) ise, Jebsen ve Birkhoff'un çalışmasını bir adım öteye taşıyarak bütün statik, boş, asimptotik olarak düz uzayzamanda olay ufkunu tanımlayan çözümlerden sadece Schwarzschild çözümünün tekil olmayan olay ufkuna sahip olduğunu gösterdi. Schwarzschild tekilliğinin tarihi gelişimi için bkz. (Israel, 1989), koordinat dönüşümleriyle ilgili detaylı bilgi için bkz. (Chandrasekhar, 1983).

Test parçacığının hareketi Infeld ve Schild tarafından incelenerek yörüngesinin metrik alanının ($g_{\mu\nu}$) geodeziği olduğu gösterildi (Infeld and Schild, 1949).

2.1 Yörüngeler

2.1.1 Zamansal geodezikler

$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ çizgi elementini Lagranjiyenden türetirsek

$$2\bar{L} = g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda} \tag{2.13}$$

ifadede $\bar{L}$ ve λ sırasıyla Lagranjiyen ve geodezik boyunca afin parametresidir. λ ile parçacığın öz zamanı arasında $\lambda = \frac{\tau}{\mu}$ ilişkisi vardır ve μ (cismin durgun kütlesi) parçacık için 1 foton için 0 alınabilir. Schwarzschild metirği için:

$$\bar{L} = \frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{2M}{r}\right)\dot{t}^2 - \frac{\dot{r}^2}{1-\frac{2M}{r}} - r^2\left(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\dot{\phi}^2\right)\right] \tag{2.14}$$

şeklini alır. Burada nokta afin parametresine göre türevi gösterir. Bu ifadeye karşılık gelen momentum bileşenleri

$$p_t = \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{t}} = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\dot{t}, \quad p_r = -\frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{r}} = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}\dot{r},$$

$$p_\theta = -\frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\theta}} = r^2\dot{\theta}, \qquad p_\phi = -\frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\phi}} = r^2 \sin^2\theta\dot{\phi} \text{ dir.}$$

Zamansal geodezik için 2L=1, null geodezik için 2L=0 dır. Böylece

$$\frac{dp_t}{d\lambda} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial t} = 0 \qquad (2.15)$$

$$\frac{dp_\theta}{d\lambda} = -\frac{\partial \bar{L}}{\partial \theta} = \frac{d(r^2\dot{\theta})}{d\lambda} = (r^2 \sin\theta\cos\theta)\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = 0$$

(2.16)

(2.16 denkleminin sağlanması için $\theta = \frac{\pi}{2}$ (ekvator düzlemi) seçilirse)

$$\frac{dp_\phi}{d\lambda} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial \phi} = 0 \qquad (2.17)$$

elde edilir. Böylece

$$p_t = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\frac{dt}{d\lambda} = sabit = E \qquad (2.18)$$

$$p_\phi = r^2\frac{d\phi}{d\lambda} = sabit = L \qquad (2.19)$$

E ve L sırasıyla yörüngenin bağlanma enerjisi ve ekvator düzlemine dik eksen etrafindaki açısal momentumu gösterir. Spesifik enerji ve açısal momentum için sırasıyla $E_{spesifik} = E/\mu$ ve $L_{spesifik} = L/\mu$ ifadeleri kullanılır. Test parçacığı için $\mu = 1$ olduğundan $E_{spesifik} = E$ ve $L_{spesifik} = L$ olur. Hareket boyunca enerjinin korunumu statik gravitasyonel alandan, açısal momentumun korunumu ise küresel simetriden kaynaklanır.

$\dot{t}$ ve $\dot{\phi}$ ifadelerini Lagranjiyende yerine yazarsak

$$2\bar{L} = \frac{E^2}{1-\frac{2M}{r}} - \frac{\dot{r}^2}{1-\frac{2M}{r}} - \frac{L^2}{r^2} \tag{2.20}$$

elde ederiz.

Zamansal geodezikler için denklem

$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = E^2 - \left(1+\frac{L^2}{r^2}\right)\left(1-\frac{2M}{r}\right) \tag{2.21}$$

hâlini alır. 2.19 denkleminden

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = \frac{L}{r^2} \tag{2.22}$$

ve 2.21 denklemindeki λ'ya göre türev yerine 2.22'deki eşitlikten yararlanarak ϕ'ye göre türev alınırsa denklem

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 = \left(E^2-1\right)\frac{r^4}{L^2} + \frac{2M}{L^2}r^3 - r^2 + 2Mr \tag{2.23}$$

şeklini alır. Bu denklem ekvator düzlemindeki geodeziklerin geometrisini belirler (Chandrasekhar, 1983).

Hareket radyal olduğunda ise, $L=0$ ve $d\theta = d\phi = 0$ dır. Bu durumda, Schwarzschild metriği

$$ds^2 = \left(1-\frac{2M}{r}\right)dt^2 - \left(1-\frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 \tag{2.24}$$

ifadesine eşittir. Bu ifade, test parçacığının $(v<c)$ radyal hareketi için çözülürse geometrik birimde $(G=c=1)$ koordinat hızı

$$v_{koordinat} = \frac{dr}{dt} = \pm \frac{\left(1-\frac{2M}{r}\right)\left[E^2 - \left(1-\frac{2M}{r}\right)\right]^{1/2}}{E} \tag{2.25}$$

olarak elde edilir. İfadeden kolayca görülebileceği gibi koordinat hızı $r = 2M$ konumunda $v_{koordinat} = 0$ dır.

Öz hız için ifadeyi yeniden yazacak olursak

$$v_{öz} = \frac{dr}{d\tau} = \pm\sqrt{\frac{g_{11}}{-g_{00}}}\frac{dr}{dt} = \pm\left(1-\frac{2M}{r}\right)^{-1} v_{koordinat} = \pm E^{-1}\left[E^2 - \left(1-\frac{2M}{r}\right)\right]^{1/2} \tag{2.26}$$

ifadesini elde ederiz.

İfadede $r \to 2M$ için ± 1 değeri yani ışık hızı elde edilir (parçacığın olay ufkuna ulaşabilmesi için ışık hızında olması gerekir).

Test parçacığının r_1 uzaklığından r_g'ye düşmesi için gereken öz zaman ise

$$\Delta\tau = \int_{r_g}^{r_1} |ds| = \int_{r_g}^{r_1} \sqrt{\left| g_{00}\frac{dt^2}{dr^2} + g_{11} \right|}\, dr \tag{2.27}$$

dir. 2.25 ve 2.27 denklemlerinden yararlanarak parçacığın r_1'den r'ye serbest düşme yapması için gereken öz zamanı $E = 1$ durumu için hesaplarsak

$$\Delta\tau = \frac{2}{3} r_g \left[\left(\frac{r_1}{r_g}\right)^{3/2} - \left(\frac{r}{r_g}\right)^{3/2} \right] \tag{2.28}$$

elde ederiz (Frolov and Novikov, 1998).

2.28 ifadesinden de görüleceği gibi test parçacığı hem $r = r_g$'deki koordinat tekilliğine hem de $r = 0$ daki uzayzaman tekilliğine sonlu öz zamanda ulaşır. Öte

yandan uzaktaki gözlemci için parçacık sonsuz zamanda $r = r_g$'ye ulaşır. Bunu görmek için basitlik olması açısından fotonun radyal hareketini inceleyelim

Fotonun radyal hareketi için $\left(ds^2 = d\theta^2 = d\phi^2 = 0\right)$ koordinat hızı

$$v_{koordinat} = \frac{dr}{dt} = \pm\left(1 - \frac{2M}{r}\right) \tag{2.29}$$

Öz hız ($v_{öz}$) için 2.29 denklemini 2.26 denkleminde yerine yazarsak

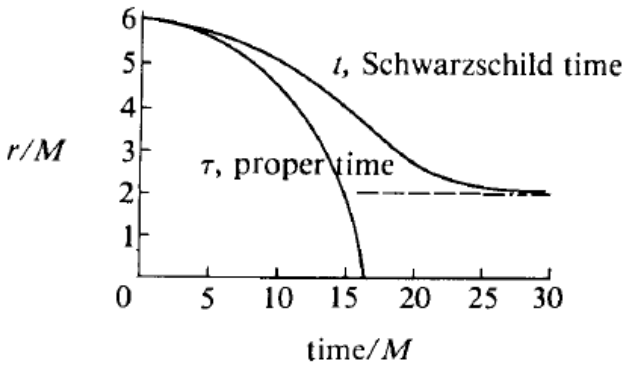
$$v_{öz} = \frac{dr}{d\tau} = \pm 1 \text{ (ışık hızı)} \tag{2.30}$$

2.29 denkleminden, $r \to 2M$'e yaklaştıkça dıştaki gözlemciye göre koordinat hızının yavaşladığı ve $r = 2M$'de sıfıra eşit olduğu görülüyor. Bu durum, olay ufkuna doğru hareket eden parçacığın uzaktaki sabit bir gözlemciye göre olay ufkuna yaklaştıkça yavaşlayacağı anlamına gelir. Uzaktaki gözlemciye göre parçacığın r_1'den r'ye düşmesi için gerekli zaman

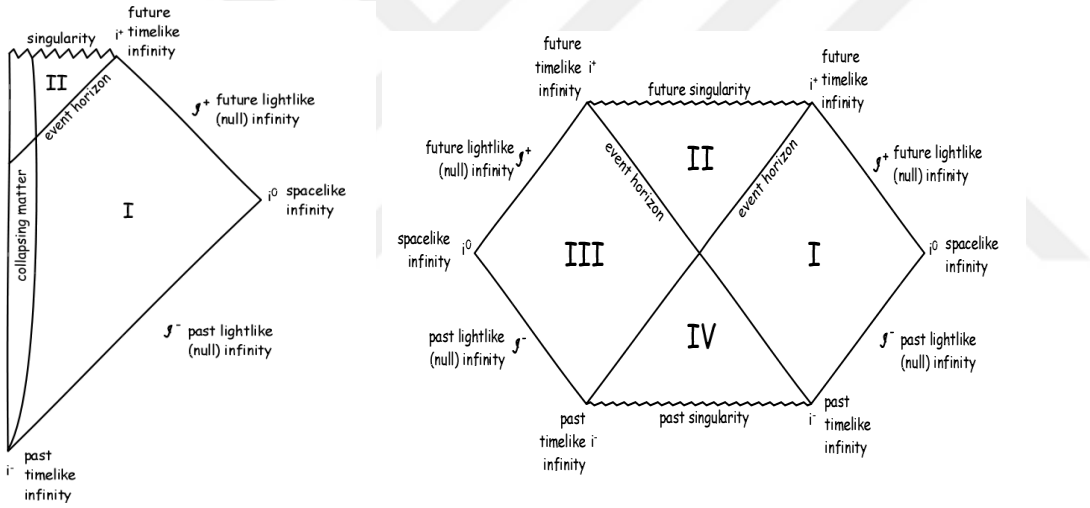
$$\Delta t = r_1 - r + r_g \ln\left(\frac{r_1 - r_g}{r - r_g}\right) \tag{2.31}$$

dır. İfadede r_1: t_1 anında fotonun konumu ve $\Delta t = t - t_1$ dir (Frolov and Novikov, 1998).

2.31 denkleminden görüleceği gibi $r = r_g$ için $\Delta t = \infty$ dur. Sonuç olarak foton ya da parçacık uzaktaki gözlemciye göre sonsuz zamanda olay ufkuna ulaşır.



Şekil 2.3. Durgun hâlde $r = 6M$ 'den başlayıp tekilliğe doğru düşen test parçacığı tarafından tanmlanan zamansal radyal geodezik boyunca koordinat zamanı (t) ve öz zamanın (τ) değişimi (Chandrasekhar, 1983).



(a) (b)

Şekil 2.4. a) Çöken madde sonucu oluşan Schwarzchild kara deliği için, b) sürekli var olan (eternal) kara delik (genişletilmiş Schwarzschild kara deliği olarak bilinir) için Penrose – Cartan diyagramları. (b), (a)'nın iki katı, I. ve III. bölgeler birbirlerinin kopyasıdır (Norton, 2018).

Şimdi de Schwarzschild uzayzamanında yörüngelerin bağlı olup olmama koşullarını inceleyelim.

2.23 denkleminde $\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 = 0$ için $E^2 = V^2(r)$ dir. $V(r)$ etkin potansiyel olarak adlandırılır ve

$$E^2 = V^2(r) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\left(1 + \frac{L^2}{r^2}\right) \tag{2.32}$$

şeklinde verilir. Farklı enerji durumları için yörüngenin değişimine bakalım (Chandrasekhar, 1983).

2.23 denkleminin sıfıra eşit olması durumunda $\left(\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 = 0\right)$ denklemin üç kökü de pozitif olduğunda ($r_1 > r_2 > r_3 > 0$ durumu için) $r_2 \geq r \geq r_3$ ve $r \geq r_1$ aralığına sınırlanmış iki farklı yörünge vardır. Bunlar sırasıyla 1) r_2 ve r_3 değerleri arasında salınım yapan yörünge ve 2) r_1 enöte uzaklığından başlayıp $r = 0$'daki tekilliğe düşen (plunges) yörüngedir. Bu yörüngelerden ilki eliptik yörüngelerin relativistik hâline benzerken ikinci yörüngenin klasik mekanikte bir karşılığı yoktur.

- $r_2 = r_3$ için birinci yörünge kararlı dairesel yörüngeyken, ikinci yörünge tekilliğe düşer.

- $r_1 = r_2$ için birinci yörünge r_3 enöte noktasından başlayıp r_1 yarıçaplı daireye, onun etrafında sonsuz kez spiral çizerek asimptotik olarak yaklaşır. İkinci yörünge ise tekilliğe düşmek için aynı daireden spiral çizerek merkeze doğru uzaklaşır.

Sonlu bir enöte noktasından başlayan bütün yörüngelerin tekilliğe düştüğü durumda

- $r_1 = r_2 = r_3$ için $r_1 = r_2 = r_3$ yarıçaplı kararsız dairesel yörüngeler mevcuttur.

- Basıklık $e = 0$ yani dairesel yörünge (iç kararlı dairesel yörünge (innermost stable circular orbit - isco) için sağlanması gereken iki koşul radyal hız ve radyal ivmelenmenin sıfır olmasıdır. Bu durumda

$$L_{isco} = 2\sqrt{3}M \quad r_{isco} = 6M \quad E_{isco} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ dır.}$$

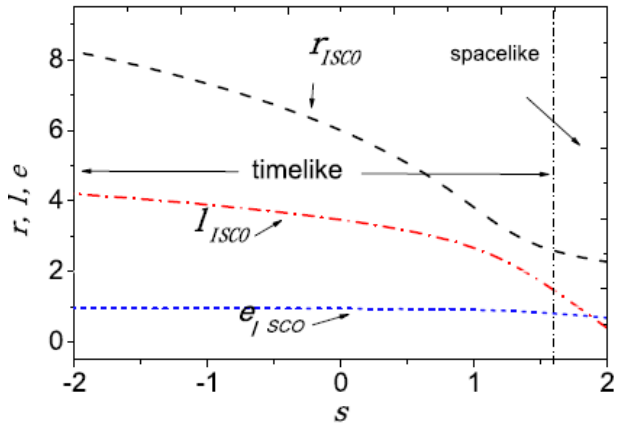
Daha büyük yarıçaplı dairesel yörünge, daha küçük yarıçaplı dairesel yörüngeye göre daha kararlıdır (yarıçap azaldıkça bağlanma enerjisi (etkin potansiyel) artar ve yörünge kararsız olmaya başlar).

Buna göre kararlı yörüngeler $6M < r < \infty$ aralığında, kararsız yörüngeler $3M \le r \le 6M$ aralığında yer alırlar. Schwarzschild kara deliği için isco $r = 6M$ 'dedir.

Şu ana kadar, kara deliğin çevresindeki parçacığı elektriksel yüksüz, dönmeyen test parçacığı olarak inceledik. Parçacığın dönmeye sahip olması durumunda hareket denklemi Papapetrou (1951) tarafından elde edildi. Bu durumda isco parametrelerinin değişimi Favata (2011) tarafından açısal momentum vektörü z yönü boyunca seçilerek (keyfi olarak), kara deliğin ekvator düzleminde, test parçacığının yarıçapının arkaplan uzayzamanının eğrilik ölçeğinden çok küçük olduğu ve kütlesinin kara deliğin kütlesinden çok daha az olduğu varsayımlarıyla analitik olarak elde edildi. Buna göre

$$
\begin{aligned}
L_{isco} &= 2\sqrt{3}M + \frac{\sqrt{2}}{3}s_L \\
r_{isco} &= 6M - 2\sqrt{\frac{2}{3}}s_L \\
E_{isco} &= \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{36\sqrt{3}}\frac{s_L}{M} \\
\Omega_{isco} &= \frac{1}{6\sqrt{6}M} + \frac{s_L}{48M^2}
\end{aligned}
\qquad (2.33)
$$

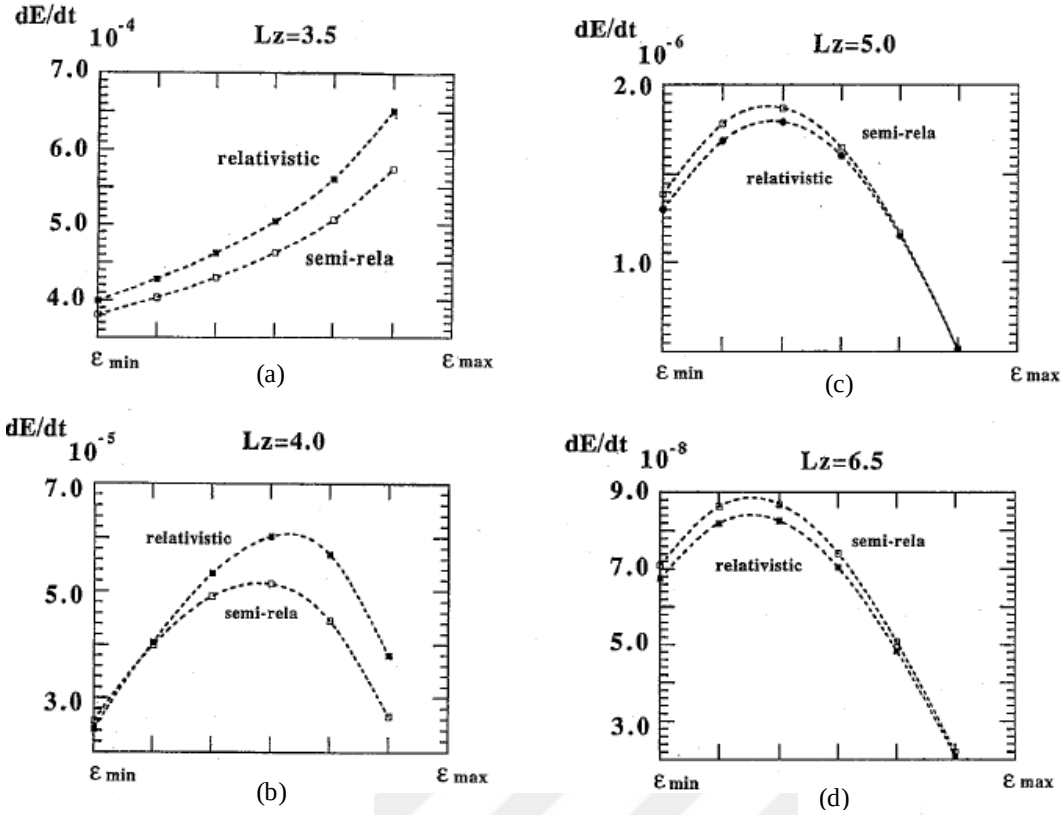
s_L spin açısal momentum vektörünün toplam açısal momentum vektörüne (L) izdüşümüdür ve paralel olması durumunda pozitif, paralel ve zıt yönlü olması durumunda (anti parallel) ise negatiftir. Ω_{isco}, isconun açısal frekansını gösterir. Görüleceği gibi dönen test parçacığı için isco yarıçapı, dönmeyen test parçacığına göre daha azdır. Dönen test parçacığının isco parametrelerinin, spinin fonksiyonuyla değişimi Şekil 2.5'te gösterildi.



Şekil 2.5. Schwarzschild uzayzamanında dönen test parçacığının isco parametrelerinin, spinin (s) fonksiyonu olarak değişimi. Düşey eksenin sol tarafı zamansalken, sağ tarafının uzaysal olduğuna dikkat edilmelidir (Zhang et al., 2018).

Gravitasyonel ışıma etkisinin ihmal edildiği durumda, M kütleli Schwarzschild kara deliği etrafında genel yörüngelerde dolanan dönen test parçacığının hareketi incelenerek, s parçacığının spini, L toplam açısal momentum olmak üzere $L = 4M$ için $s \geq 0.635M$ durumunda test parçacığının *kaotik* hareket gerçekleştirdiği, bu *kaotik* hareketin ise tamamen spin – yörünge etkileşiminden kaynaklandığı bulundu (Suzuki and Maeda, 1997).

M kütleli Schwarzschild kara deliğinin etrafında basık yörüngelerde dolanan m kütleli test parçacığının ($M \gg m$) yarattığı gravitasyonel dalga, çift sistemin yörünge evrimini incelemek için hesaplandı (Tanaka et al., 1993). Çalışmada $G = c = M = 1$ olarak alındı. Parçacığın hareketi ekvator düzlemiyle sınırlandırılarak L_z parçacığın yörünge açısal momentumu olmak üzere $L_z = 3.5 - 8$ aralığındaki yörüngeler incelendi. Her bir L_z için, ε parçacığın enerjisi olmak üzere $\varepsilon = \left(\frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{6} (i + 0.01) + \varepsilon_{\min} \right)$ şeklinde seçildi. İfadede $i = 0 - 5$ aralığında ve minimum enerji $\varepsilon_{\min} = \left[L_z^3 + 36L_z - \left(L_z^2 - 12 \right)^{3/2} \right] \Big/ 54L_z$, maksimum enerji $\varepsilon_{\max} = \left[L_z^3 + 36L_z + \left(L_z^2 - 12 \right)^{3/2} \right] \Big/ 54L_z$ dir.



Şekil 2.6. Test parçacığının açısal momentumu L_z a) 3.5, b) 4.0, c) 5.0 ve d) 6.5 için relativistik ve yarı relativistik anlamda hesaplanan ortalama enerji akılarının karşılaştırılması (Tanaka et al., 1993).

Şekil 2.6'da $L_z < 4$ için yörünge dönemi bütün ε değerleri için neredeyse aynıyken, her bir yörünge döneminde yayılan toplam enerji ε ile birlikte artar. $L_z \geq 4$ durumunda ise yörünge dönemi ε ile birlikte artarak $\varepsilon \to 1$ sınırında sonsuzlaşırken her bir yörünge döneminde yayılan toplam ışınımdaki artış sonlu kalır. Sonuç olarak $\varepsilon \to 1$ sınırında ortalama enerji akısı sıfir olur. Küçük ε değeri daha da dairesel yörüngeye karşılık gelir.

Cutler, Kennefick ve Poisson da Schwarzschild kara deliği etrafında bağlı yörüngede dolanan test parçacığının gravitasyonel ışımayla yörüngesinin değişimini inceledi (Cutler et al., 1994). Çalışmada kara delik tarafından soğurulan gravitasyonel dalga ihmal edildi. Bağlı yörüngelerin başlangıç koşulları dışında parametre (*semi latus rectum*) p ve basıklık e ile tanımlanabileceği vurgulanarak, yörüngenin bağlı olması için $0 \leq e < 1$ ve $p \geq 6 + 2e$ eşitliklerinin sağlanması gerektiği gösterildi. $p = 6 + 2e$ sınırı *separatrix* (*separatrix*teki noktalar $e \neq 0$ için

kararsız dairesel yörüngeleri temsil eder) olarak adlandırılır. *Separatrix*e oldukça yakın bağlı yörüngeler için parçacığın enöteye dönmeden önce kara delik etrafında birçok kez dolandığı, $p < 6 + 2e$ durumunda ise parçacığın kara deliğe düştüğü bulundu. Büyük p değerleri için (yavaş yörünge hareketi) ışınım etkisiyle p ve e değerleri azalırken, küçük p değerleri için (hızlı yörünge hareketi) p eğer minimum değere (6+2e) yeterince yakınsa, ışınım etkisinin basıklığı arttıracağı analitik olarak kanıtlandı. Bu keşif daha önce Tanaka ve diğerleri (1993) tarafından yapılmış, çalışmada ise analitik olarak kanıtlanmıştır.

Schwarzschild kara deliği etrafında basık yörüngelerde dolanan test parçacığı için, sonsuzdaki statik gözlemci tarafından görünen yörünge hareketi genelde (özellikle *separatrix*e yakın yörüngeler için) periyodik değildir. Azimutal hareket belli bir döneme sahip değilken, radyal hareket belli bir döneme sahiptir. Buna rağmen hareketin belli bir döneme sahip olduğu referans sistemi vardır. Bu referans sistemi sonsuzdaki statik gözlemciye göre Ω_ϕ açısal hızıyla döner (Cutler et al., 1994). Bu yörünge hareketi *zoom – whirl* olarak adlandırılır.

Apostolatos ve diğerleri (1993), basıklığın her zaman küçük, gravitasyonel tedirginliğin lineer ve adyabatik yaklaşımın geçerli olduğu varsayımları altında Schwarzschild kara deliği etrafında dairesel yörüngede dolanan test parçacığının gravitasyonel ışıma etkisi altında dairesel yörüngede kalacağını ve Tanaka ve diğerlerine (1993) benzer olarak ışınım etkisinin r yörüngenin ortalama yarıçapı olmak üzere $r > 6.6792M$ için basıklığı azaltacağını, $r < 6.6792M$ durumunda ise arttıracağını gösterdi (Apostolatos et al., 1993).

Newton sonrası (Post Newtonian – PN) açılımında (Einstein Alan Denklemleri'nin $x \sim \frac{v^2}{c^2} \sim \frac{GM}{Rc^2}$ şeklinde seriye açılmasıdır) M kütleli Schwarzschild kara deliği etrafında r yarıçaplı dairesel yörüngede dolanan test parçacığının ($M \gg m$) yarattığı gravitasyonel ışımanın $x = (M/r)^{1/2}$ olmak üzere $x^6 \ln x$ ve $x^8 \ln x$ ile orantılı logaritmik terimlere (bu ifadelerin $l = m = 2$ modundan geldiği bulundu) sahip olduğu en küçük kare ayarlaması (least square fitting) kullanılarak bulundu (Tagoshi and Nakamura, 1994).

Gravitasyonel dalga tedirginliğinin PN açılımı yöntemiyle Schwarzschild kara deliği etrafında dairesel yörüngedeki test parçacığının ($M \gg m$) oluşturduğu gravitasyonel dalganın enerji akısı 5.5 PN dereceye kadar analitik olarak hesaplandı. Hesaplama, nümerik veriyle karşılaştırılarak 5.5 PN formülünün hatasının parçacık iscodayken %4 olduğu ve yörünge yarıçapı arttıkça azaldığı bulundu (Tanaka et al., 1996). Buna göre parçacığın yörüngesi (trajectory) Schwarzschild uzayzamanındaki hareket denklemleriyle, gravitasyonel ışımayla enerji ve açısal momentum kaybı ise yörünge düz uzayzamandaymış gibi hesaplandı. Yarı relativistik kuadrupol yaklaşımında gravitasyonel dalganın uzayzaman eğriliği tarafından geri saçılması ve yüksek multipol katkıları ($l \geq 3$) gibi etkiler ihmal edilmesine rağmen, bu yaklaşımın dairesel yörüngelerde olduğu gibi basık yörüngeleri de iyi şekilde tanımladığı sonucuna varıldı.

Parçacık kütleye sahip olmadığında uzayzaman geometrisinin geodeziğini izler, öte yandan kara deliğe göre çok küçük de olsa kütleye sahip olması durumunda parçacık kendi gravitasyonel alanıyla etkileşerek gravitasyonel öz kuvvet meydana getirir. Bu kuvvetin, isconun konumu ve frekansında yarattığı değişim Barack ve Sago tarafından hesaplandı. Bu kuvvet, hem korunumlu hem de kademeli olarak enerji yayan bileşene sahiptir. Çalışmada isconun yerel olarak belirlenebilmesi için sadece korunumlu etki ele alındı. Elde edilen değişimler:

$$\Delta r_{isco} = -3.269\mu \quad \frac{\Delta\Omega_{isco}}{\Omega_{isco}} = 0.4870\,\mu/M \tag{2.34}$$

İfadede μ parçacığın, M kara deliğin kütlesini gösterir. Gravitasyonel öz kuvvetin korunumlu etkisinin isco frekansını arttırdığı görülüyor (Barack and Sago, 2009).

Bu noktada test parçacığının spini, elektriksel yükü arttırılarak isco yarıçapının olay ufkuyla çakıştırılabileceği düşünülebilir ancak olay ufku *null* hiperyüzey olduğundan bu mümkün değildir. Isconun konumuna yapılan düzeltmeler cisim buradan sonra kara deliğe düşeceği için oldukça önemlidir. Tek kara delik ya da çift kara delik olma durumunda isconun gravitasyonel dalga üzerindeki etkilerine ileride değineceğiz.

Bağlı olmayan yörüngeleri ($E^2 > 1$) incelersek, 2.23 denkleminde $E^2 > 1$ için köklerden biri negatif, ikisi pozitif olabilir. Bu durumda da $r_2 \geq r > 0$ ve $r \geq r_1$ aralığına sınırlanmış iki farklı yörünge vardır. Bunlardan ilki, klasik mekanikteki hiperbolik yörüngelerin benzeri, ikincisi ise, bağlı yörüngelerdeki ikinci yörüngenin aynısıdır.

- $r_1 = r_2$ olduğunda bu iki yörünge ortak daireye onun etrafında sonsuz sayıda spiral çizerek zıt yönlerden asimptotik olarak yaklaşarak birleşirler. Bu durumda yörünge basıklığı $1 \leq e < 3$ ve enberi uzaklığı $3M < r_{enberi} \leq 4M$ aralığındadır.

Schwarzschild uzayzamanındaki yörüngeler hakkında detaylı bilgi için bkz. (Chandrasekhar, 1983) , (Frolov and Novikov, 1998), (Darwin, 1959), (Hagihara, 1930).

2.1.2 Işıksal geodezikler

Işıksal geodezikler için elde edilen yörünge parametreleri birinci tür yörünge için $r = 3M$ ve $L = 3\sqrt{3}M$ dir. Bu yarıçapa foton küresi yarıçapı denir ve yörünge kararlı değildir. İkinci tür yörünge için foton $r = 3M$'e zıt yönden yaklaşır ve sonunda $r = 0$'daki tekilliğe düşer.

3 REİSSNER – NORDSTRÖM KARA DELİĞİ

M kütleli, q yüklü, dönmeyen, küresel simetrik, statik kara deliğin dışındaki boş (elektromanyetik alan mevcut), asimptotik olarak düz uzayzamanı tanımlayan metrik Reissner (1916) ve Nordström (1918) tarafından birbirlerinden bağımsız olarak elde edildi. Schwarzschild koordinatlarında metrik

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{q^2}{r^2}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{q^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right) \quad (3.1)$$

şeklinde gösterilir. Metrik küresel simetrik ve statik olduğundan metrik tensör sadece r'ye bağlıdır. Schwarzschild metriği ile karşılaştırıldığında q^2/r^2 ifadesinin elektriksel yükün katkısı olduğu rahatlıkla görülebilir. Peki, bu durum nasıl bir fark yaratır? Öncelikle metriğin tanımsız olduğu durum ya da durumlara bakarak iç ve dış yapıyı Schwarzschild'inkiyle karşılaştıralım.

$\Delta = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{q^2}{r^2}$ dersek $\Delta = 0$ için denklemin $r_{\pm} = m \pm \sqrt{(m^2 - q^2)}$ şeklinde iki köke sahip olduğunu görürüz. Burada r_+ olay ufkuna, r_- ise Cauchy ufkuna karşılık gelir.

Metriğin yapısı üç kısımda incelenecek olursa :

$r > r_+$ için metrik verilen formda (+, -, -, -), $r_+ > r > r_-$ için yarıçap bileşeni ile zaman bileşeni işaret değiştirir (-, +, -, -) ve $r_- > r \geq 0$ aralığında metriğin yarıçap bileşeni ile zaman bileşeni yeniden işaret değiştirir (+, -, -, -). Bu durum Reissner-Nordström (R-N) kara deliğindeki $r = 0$ tekilliğinin Schwarzschild'deki $r = 0$ tekilliğinden farklı olarak zamansal yapıda olduğunu gösterir. Buna rağmen sadece radyal *null* geodeziklerin $r = 0$'daki tekilliğe ulaşabileceğine, diğer geodeziklerin onu sıyırıp geçeceklerine ileride değineceğiz.

Metriğin $r > r_+$'da zamansal, $r_+ > r > r_-$ uzaysal ve $r_- > r \geq 0$ aralığında zamansal oluşu, cismin zamansal yörüngeden uzaysal yörüngeye geçip tekrar zamansal

yörüngeye geçtiğini düşündürebilir ancak kütleli cismin zamansal yörüngede ilerlemek zorunda oluşu burada da geçerlidir.

$M^2 < \mathrm{q}^2$ metriğin bir çözümü olmasına rağmen cismin kara delik olabilmesi için $M^2 \geq \mathrm{q}^2$ koşulu sağlanmalıdır. $M^2 < \mathrm{q}^2$ durumu çıplak tekillik olarak adlandırılır.

Görüldüğü gibi elektriksel yükün varlığı cisimde ikinci bir ufuk meydana getiriyor. Artan elektriksel yükle olay ufkunun ve Cauchy ufkunun yarıçapının azalması R-N kara deliğinin olay ufku yarıçapının aynı kütleli Schwarzschild kara deliğinin olay ufku yarıçapından daha küçük olduğunu gösterir.

Schwarzschild metriğindeki gibi olay ufkunda ya da iç ufukta tekillik olup olmadığı, bunların koordinat dönüşümüyle ortadan kaldırılıp kaldırılamayacakları hemen düşünülebilir. Bunu incelemek için olay ufkundaki eğrilik skalerine bakalım.

R-N metriği için bu değer $R_{abcd}R^{abcd} = \dfrac{8\left(7q^4 - 12Mq^2r + 6M^2r^2\right)}{r^8}$ dir. Eğrilik olay ufkunda ve Cauchy ufkunda sonlu, $r = 0$'da ise tanımsızdır. Bunun anlamı $r = 0$'daki tekilliğin uzayzaman tekilliği olduğudur. Schwarzschild kara deliğinde ve diğer kara deliklerde olduğu gibi R-N kara deliğinde de cismin olay ufkuna sonlu öz zamanda, dışarıdaki gözlemciye göre ise sonsuz zamanda ulaştığı kolaylıkla gösterilebilir. Geodeziklerin hesaplanmasında Schwarzschild metriği ile arasındaki tek fark q^2/r^2 ifadesi olduğundan işlem kolaylıkla gerçekleştirilebilir. Tekrara düşmemek adına bu hesaplamalara yer vermedik.

Graves ve Brill, $M^2 > q^2$ durumunda olay ufkundaki tekilliği ortadan kaldırmak için Schwarzschild metriğindeki Kruskal koordinatlarına benzer bir koordinat dönüşümü buldu (Graves and Brill, 1960).

Buna göre, R-N metriğini 2.9 ve 2.10'daki Kruskal koordinatlarına $((r,t) \to u(r,t), v(r,t)$ dönüşümü) dönüştürmek için yeni radyal koordinat R, $dR = \Delta^{-1}(r)dr$ şeklinde tanımlanır. Bu durumda

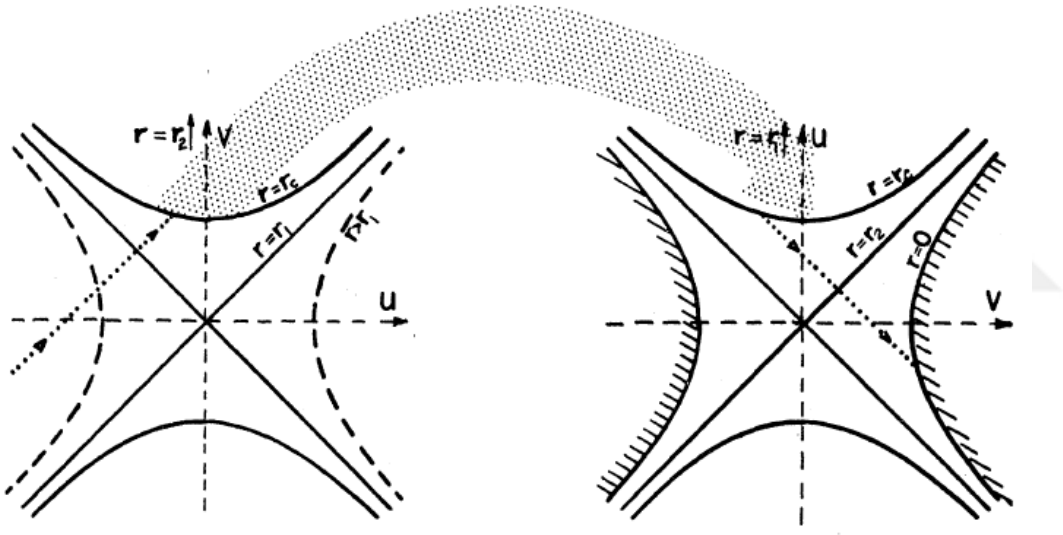
u, v koordinatlarına dönüşüm

$$u = 2Ae^{\gamma R}\cosh\gamma t \qquad v = 2Ae^{\gamma R}\sinh\gamma t \tag{3.2}$$

ile, R ve t'ye dönüşüm ise

$$F(r) = 4A^2e^{2\gamma R} = u^2 - v^2 \qquad t = \left(\frac{1}{2M}\right)\tanh^{-1}\left[\frac{2uv}{u^2 - v^2}\right] \tag{3.3}$$

ile verilir. Dönüşümlerde γ: $f^2 = \Delta(r)e^{-2\gamma R/4A^2\gamma^2}$ denkleminin koordinat parçası boyunca düzenli ve pozitif olması için seçilen sabit, A ve B keyfi ölçek faktörleridir.



Şekil 3.1. Reissner - Nordström geometrisini tanımlayan iki koordinat parçası (Graves and Brill, 1960).

Çalışmada zamansal geodeziklerin $r = 0$ tekilliğine ulaşamayacağı da gösterildi (Graves and Brill, 1960).

$M = q$ durumunda koordinat tekilliğinin ortadan kaldırıldığı metrik Carter (1966) tarafından verildi. Bunun için öncelikle R-N metriğini *null* formda yazacak olursak

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}+\frac{q^2}{r^2}\right)du^2 + 2dudr + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right) \tag{3.4}$$

Yeni bir parametre (w) şöyle tanımlanırsa

$$w = u - F(r) \tag{3.5}$$

$$F(r) = \frac{1}{2}\left(r + \frac{\left(2M^2 - q^2\right)\arctan\left[\frac{-M+r}{\sqrt{-M^2+q^2}}\right]}{\sqrt{-M^2+q^2}} + M\log\left[q^2 - 2Mr + r^2\right] \right)$$

çift *null* form

$$ds^2 = \left(1-\frac{2M}{r}+\frac{q^2}{r^2}\right)dudw + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right) \tag{3.6}$$

elde edilir.

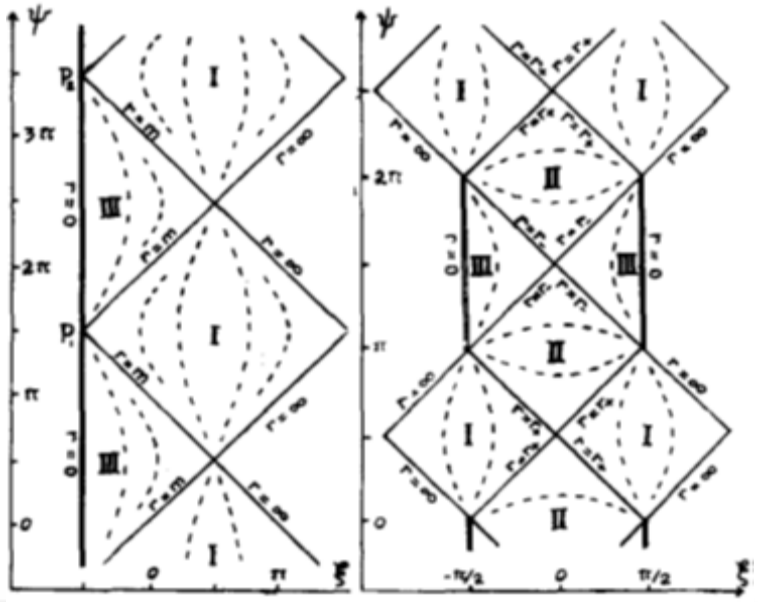
Tam manifold yeni koordinatlar (ψ , ξ) cinsinden;

$$u = \tan\frac{1}{2}(\psi+\xi) \qquad w = \cot\frac{1}{2}(\psi-\xi) \tag{3.7}$$

şeklinde tanımlanarak bir koordinat parçasıyla gösterilebilir. Bu dönüşümle metrik şu hâle gelir

$$ds^2 = X\left(d\xi^2 - d\psi^2\right) + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right) \tag{3.8}$$

Metrikte $X = \frac{1}{4}\left(1-\frac{M}{r}\right)^2\left(\sec^2\frac{1}{2}(\psi+\xi)\right)\left(\operatorname{cosec}^2\frac{1}{2}(\psi-\xi)\right)$ dir. Bu koordinat dönüşümü $M^2 > q^2$ durumuna da uygulanabilirdir ve Graves ve Brill'in yönteminin aksine tek bir koordinat parçası gerektirir (Graves ve Brill'in yönteminde tüm manifoldu kaplamak için sonsuz koordinat parçası gerekir).



(a) (b)

Şekil 3.2. R-N metriğinin $\theta = sabit$ ve $\phi = sabit$ enine kesitlerinin a) $M^2 = q^2$, b) $0 < q^2 < M^2$ durumu için gösterimi. Düz tek çizgiler diyagramın kenarında olduklarında *null* sonsuzu, içeride olduklarında *null* ufukları temsil ederler. Noktalı çizgiler tipik Killing vektör yörüngelerini ($r = sabit$), çift çizgiler ise uzayzaman tekilliklerini temsil eder (Carter, 1966).

3.1 Yörüngeler

3.1.1 Zamansal geodezikler

R-N kara deliği için zamansal dairesel geodezikler Armenti (1975) tarafından incelendi. Buna göre, dairesel yörünge için yörünge açısal momentumu ve enerjisi

$$L^2 = \frac{r^2(Mr - q^2)}{r^2 - 3Mr + 2q^2} \qquad E^2 = \frac{\left(r^2 - 2Mr + q^2\right)^2}{r^4 - 3Mr^3 + 2q^2 r^2} \tag{3.9}$$

dir.

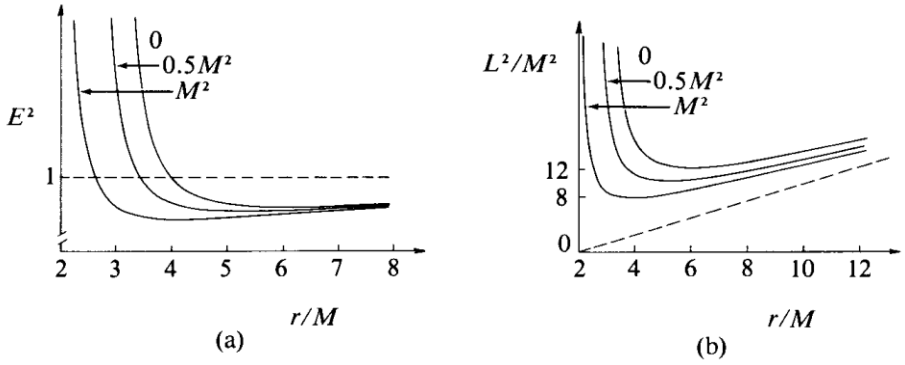
Parametrelerin anlamlı olabilmeleri için $r^2 - 3Mr + 2q^2 > 0$ ve $Mr - q^2 > 0$ koşulları sağlanmalıdır. Bu durumda elde edilecek yörünge yarıçapı

($M^2 \geq q^2 > 0$ için) $r > 1.5M\left[1+\left(1-\frac{8q^2}{9M^2}\right)^{1/2}\right]$ dir. İfade bu aralıkta daima 3M'den küçüktür. $M = q$ durumunda ise $r_{isco} > 2M$ olacağı kolaylıkla görülebilir. Böylece dairesel hareketin $3M \geq r > 2M$ aralığında gerçekleştiğini görmüş olduk. Isco parametreleri ise

$$L^2_{isco} = 8M^2$$
$$r_{isco} = 2M + \frac{4M^2 - 3q^2}{B} + B \qquad (3.10)$$
$$B = \left(\frac{8M^4 - 9M^2q^2 + 2q^4 + \sqrt{5M^4q^4 - 9M^2q^6 + 4q^8}}{M}\right)^{1/3}$$

(ifadenin $q = 0$ için Schwarzschild durumuna dönüşeceği ($r = 6M$), maksimum elektriksel yük durumunda ($M = q$) ise $r = 4M$ olacağı kolaylıkla görülebilir)

$E^2_{isco} = 27/32$ dir.



Şekil 3.3. Dairesel yörüngenin yarıçapı ile a) E^2'nin, b) L^2'nin değişimi. Eğriler q^2 değerleriyle etiketlendi (Armenti, 1975).

Hareket denklemi radyal zamansal geodezik için çözülürse geodeziğin $r = 0$'daki tekilliğe ulaşmadığı görülür. Tekilliğe düşmek yerine onu sıyırıp başka evrene geçer.

R-N uzay zamanında elektriksel ve/veya manyetik yüklü test parçacıklarının yörüngelerinin analitik çözümleri Granau ve Kagramanova tarafından yapıldı (Granau and Kagramanova, 2011) Çalışmada sırasıyla elektriksel ya da manyetik yüklü R-N uzayzamanında manyetik ve elektriksel yüklü parçacıkların konide hareket ettikleri gösterildi. Konide hareket etme koşulu eş (dual) yüklerin çarpımlarının eşit olmamasıdır ($Gq \neq Qg$ q ve G gravitasyonel kaynağın, Q ve g ise test parçacığının elektriksel ve manyetik yüklerini gösterir ve ifadenin eşit olduğu durumda hareket düzlemde gerçekleşir). Test parçacığının yükünün fazla olduğu durumda Cauchy ufkunun altında bağlı yörüngelerin mümkün olabileceği gösterildi. Bu durum yüksüz parçacık durumunda yoktur. Schwarzschild'deki duruma zıt olarak ufkun dışında negatif enerjili parçacıkların bulunabileceği yer vardır.

Pugliese ve diğerleri, sabit elektriksel yüke sahip R-N kara deliğinin $\left(M^2 > q^2 \text{ için}\right)$ çevresindeki yüklü test parçacıklarının ekvatorel dairesel yörüngelerini inceledi (Pugliese et al., 2011). Negatif enerjili durumlar qQ<0 durumunda mümkündür. Negatif enerjili durumların mümkün olduğu aralık $M + \sqrt{M^2 - q^2} < r \leq M + \sqrt{M^2 - q^2(1-Q^2)}$ olarak verildi (L=0 durumuna karşılık gelir). Sabit q'de $|Q|$<1 yüküne sahip parçacık için qQ>0 durumunda isco yarıçapı qQ<0 durumundakine göre daha büyüktür. Aynı yörünge yarıçapında yüklü test parçacıkları yüksüz test parçacıklarına göre Q<0 için daha fazla, Q>0 için daha az yörünge hızına sahiptir. Coulomb itme kuvvetinden dolayı yüklü test parçacıkları yüksüz test parçacıkları için yasaklı yörüngelerde bulunabilirler (bu yörüngeler kararsızdır). Q>1 durumunda dairesel yörüngelerin bulunmadığı bölgeler vardır. Çalışmada ekvatorel dairesel yörüngelerde hareket eden, sadece test parçacıklarından oluşmuş kararlı yığılma diskinin geometrik yapısının kara delik ve çıplak tekilliğin ayırt edilmesini sağladığı gösterildi.

3.1.2 Işıksal geodezikler

Radyal null geodezikler $r = 0$ tekilliğine ulaşan tek geodeziklerdir. Sonsuzdaki gözlemci için ışınım olay ufkunu geçerken sonsuz olarak kırmızıya

kaymış, Cauchy ufkunu geçen gözlemci için ise dış uzayın bütün tarihi sonsuz olarak maviye kaymış olarak görünür. Foton için kritik yarıçap

$$r_{foton} = 1.5M\left[1+\left(1-\frac{8q^2}{9M^2}\right)^{1/2}\right] \tag{3.11}$$

ile verilir. İfadenin $q=0$ durumu için Schwarzschild'deki duruma $\left(r_{foton}=3M\right)$ dönüşeceği, $M=q$ için ise $r_{foton}=2M$ olacağı görülebilir.

4 KERR KARA DELİĞİ

M kütleli yüksüz, dönen, stasyonel, eksensel simetrik kara deliğin dışındaki boş, asimptotik olarak düz uzayzamanı tanımlayan metrik Kerr (1963) tarafından elde edildi. Metrik orijinal olarak *null* (*advanced* Eddington-Finkelstein olarak da bilinir) formda metrik işareti (-, +, +, +) ile

$$\begin{aligned} ds^2 &= -\left(1-\frac{2Mr}{\Sigma}\right)\left(du + a\sin^2\theta d\varphi\right)^2 + 2\left(du + a\sin^2\theta d\varphi\right)\left(dr + a\sin^2\theta d\varphi\right) \\ &\quad +\Sigma\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right) \\ \Sigma &= r^2 + a^2\cos^2\theta \end{aligned} \tag{4.1}$$

şeklinde verildi. Metrikte M ve a sırasıyla kara deliğin kütlesini ve birim kütlesindeki açısal momentumunu gösterir (birim kütledeki açısal momentum boyutsuz spin parametresi olarak da kullanıldı). Metriğin $a=0$ durumunda Schwarzschild metriğinin null formuna $\left(ds^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}\right)\left(du^2\right) + 2dudr + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right)$ dönüşeceği kolaylıkla görülebilir.

Newman ve Janis, Kerr metriğinin, Schwarzschild metriğine kompleks koordinat dönüşümü uygulanmasıyla elde edilebileceğini kısa bir süre sonra gösterdi (Newman and Janis, 1965).

Metriği daha kolay anlaşılabilir bir hâle getirmeye çalışalım. Bunun için köşegen olmayan elemanların sayısını azaltmaya çalışalım. İlk olarak metriğe $u = t + r$ koordinat dönüşümü uygulanırsa

$$\begin{aligned} ds^2 &= -dt^2 + dr^2 + 2a\sin^2\theta d\varphi dr + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2\right)\sin^2\theta d\varphi^2 \\ &\quad +\left(\frac{2Mr}{\Sigma}\right)\left(dt + dr + a\sin^2\theta d\varphi\right)^2 \end{aligned} \tag{4.2}$$

hâline dönüşür. Kerr metriği genellikle Boyer ve Lindquist (1967) tarafından elde edilen, Schwarzschild metriği için Kruskal dönüşümünün genelleştirilmiş şekliyle verilir. Buna göre 4.2 metriğine $(t,\ r,\ \theta,\ \varphi) \to (\bar{t},\ \bar{r},\ \bar{\theta},\ \bar{\varphi})$ olmak üzere

$$r = \bar{r} \quad \theta = \bar{\theta} \quad d\varphi = d\bar{\varphi} - \frac{a dr}{\Delta} \quad dt = d\bar{t} + \frac{2Mr dr}{\Delta} \tag{4.3}$$

dönüşümleri uygulanırsa metrik

$$ds^2 = -d\bar{t}^2 + \Sigma\left(\frac{dr^2}{\Delta} + d\theta^2\right) + \left(r^2 + a^2\right) a \sin^2\theta d\bar{\varphi}^2 + \left(\frac{2Mr}{\Sigma}\right)\left(d\bar{t} + a\sin^2\theta d\bar{\varphi}\right)^2 \tag{4.4}$$

hâline gelir. Elde edilen metrik $\bar{\varphi} \to -\bar{\varphi}$ ve $\bar{t} \to -\bar{t}$ dönüşümleri altında değişmezdir. Genellikle $\bar{t} \to -\bar{t}$ ve $\bar{\varphi} \to -\bar{\varphi}$ yazılarak elde edilen formda verilir ve Boyer-Lindquist koordinatları olarak adlandırılır. Kerr metriğini Boyer-Lindquist koordinatlarında (-, +, +, +) metrik işaretiyle yazacak olursak

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right) d\bar{t}^2 - \left(\frac{4Mar\sin^2\theta}{\Sigma}\right) d\bar{t} d\bar{\varphi} + \left(\frac{\Sigma}{\Delta}\right) dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Ma^2 r \sin^2\theta}{\Sigma}\right) \sin^2\theta d\bar{\varphi}^2 \tag{4.5}$$

ifadesine ulaşırız. Metrikte $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2$ ve $\Sigma = r^2 + a^2\cos^2\theta$ dir (Boyer and Lindquist, 1967). Metriği Boyer-Lindquist koordinatlarında ifade etmek isteme sebebimiz metriğin sadece bir köşegen olmayan ifadeye sahip olması, böylece metriği daha kolay inceleyebilecek oluşumuzdur. $a = 0$ durumunda metriğin Schwarzschild metriğine dönüştüğünü görmek bu koordinat sisteminde çok daha kolaydır. İlk olarak metriği tanımsız yapan ifade ya da ifadeleri bulalım. Metrik, $\Delta = 0$ ve/veya $\Sigma = 0$'da tanımsızdır. $\Delta = 0$ için $M^2 > a^2$ durumunda ifade $r_{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}$ şeklinde iki köke sahiptir. İfadede r_+ olay ufkunu, r_- ise Cauchy ufkunu gösterir. Ekstrem dönmeye sahip olma durumunda ($M = a$) Cauchy ufku ile olay ufku çakışır ve $r_{\pm} = M$ konumunda yer alır. Cismin kara delik olma koşulu $M \geq a \geq 0$ dır. $a > M$ metriğin bir çözümü olmasına rağmen çıplak tekilliği tanımlar. $\Sigma = 0$ için $r = 0$ ve $\theta = \frac{\pi}{2}$ olmalıdır (Kerr metriğinde uzayzaman tekilliğinin yapısı ve konumu ilk olarak Newman ve Janis tarafından hesaplandı

(Newman and Janis, 1965)). Bu değerin ne anlam ifade ettiğini Riemann eğrilik skalerini yazarak görmeye çalışalım. Kerr metriği için eğrilik skaleri

$$R_{abcd}R^{abcd} = \frac{48M^2\left(r^2 - a^2\cos^2\theta\right)\left[\left(\Sigma^2 - 16r^2a^2\cos^2\theta\right)\right]}{\Sigma^6} \text{ dir.}$$

Eğrilik, olay ufku ve Cauchy ufkunda sonluyken, $\Sigma = 0$ durumunda tanımsızdır. Böylece Kerr metriğinde uzayzaman tekilliğinin $r = 0 \quad \theta = \frac{\pi}{2}$ konumunda yer aldığını görmüş olduk. Eğrilik skalerinin ekstrem dönme durumunda ($M = a$) kutuplarda ($\theta = 0,\ \pi$) sıfıra eşit olduğu görülebilir. Bu durum, ekstrem dönme durumunda Boyer-Lindquist koordinat sisteminin kutuplarda fiziksel olmadığını gösterir.

Schwarzschild ve R-N metriğinden farklı olarak $g_{tt} = 0$ durumu ergosferi gösterir. Boyer-Lindquist koordinatları ergosferde fiziksel değildir (Bardeen et al., 1972). Buna göre ergosfer $r_E^{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2\cos^2\theta}$ konumlarında yer alır. İfadede r_E^+ ve r_E^- sırasıyla dış ve iç ergosferi gösterir. İfadeden kolayca görüleceği gibi ergosfer kutuplarda ($\theta = 0,\ \pi$) olay ufkuyla çakışırken, $\theta = \frac{\pi}{2}$ olduğunda $r_E^+ = 2M$ 'de ve $r_E^- = 0$ 'da yani uzayzaman tekilliğindedir. Zamansal geodeziğe sahip bir gözlemci ergosferde durgun hâlde bulunamaz, kara delikle aynı yönde sürüklenmek zorundadır. Bu etki referans sistemi sürüklenmesi olarak adlandırılır ve sadece ergosferin içinde değil dışında da etkisi azalsa da vardır. Ergosfer, koordinat sistemiyle ilişkili değildir, dönen cisimlerin yarattığı uzayzamanın yapısında vardır.

Kerr metriğinin yapısı $M > a$ durumunda üç kısımda incelenebilir. $r > r_+$ için metrik verilen formda (-, +, +, +), $r_+ > r > r_-$ için yarıçap bileşeni ile zaman bileşeni işaret değiştirir (+, -, +, +) ve $r_- > r \geq 0$ aralığında metriğin yarıçap bileşeni ile zaman bileşeni yeniden işaret değiştirir (-, +, +, +). Öte yandan, ekstrem dönmeye sahip olma durumunda ($M = a$) Cauchy ufku ile olay ufku çakıştığından $r > r_+$ için metrik verilen formdayken, $r_\pm > r \geq 0$ için ise metriğin yarıçap bileşeni ile zaman

bileşeni yer değiştirir. Bu iki durum karşılaştırıldığında $M > a$ durumunda uzayzaman tekilliğinin R-N metriğindeki uzayzaman tekilliğine benzer şekilde zamansal, $M = a$ durumunda ise Schwarzschild'deki tekilliğe benzer şekilde uzaysal yapıda olduğu görülebilir. Buna rağmen R-N ve Schwarzchild metriklerindeki uzayzaman tekilliklerinden farklı olarak tekillik nokta değil halka yapıdadır ve $r = 0 \quad \theta = \frac{\pi}{2}$ konumunda yer alır (Garcia – Compean ve Manko ise $r = 0$'daki tekilliğin çift koni (dicone) yapıda olduğunu belirtti (Garcia - Compean and Manko, 2014)).

Kerr metriğinin Boyer-Lindquist koordinatlarındaki olay ufku ve Cauchy ufku tekilliklerini ortadan kaldırmaya çalışalım. Metriğin analitik olarak maksimum genişletilmesi için öncelikle $\bar{\varphi}$ yerine w koordinatı şu şekilde tanımlanır: $w = \bar{\varphi} + \left(\frac{a}{2Mr_+}\right)\bar{t}$, ifadede r_+ olay ufkunu gösterir. Kerr metriği aşağıdaki dönüşümler uygulanarak maksimum olarak genişletilebilir:

($-\infty < v < \infty, -\infty < u < \infty, 0 \le \theta < \pi, 0 \le w < 2\pi$ aralığında

- $r > r_+$ için $\left((\bar{t},\ r,\ \theta,\ \varphi) \to (v,\ u,\ \theta,\ w)\right)$

$$u \pm v = \left(\frac{r - r_+}{2M}\right)^{1/2} \left(\frac{r - r_-}{2M}\right)^{-x/2} e^{\left(\frac{r \pm \bar{t}}{2\sigma_+}\right)} \qquad (4.6)$$

- $r_+ > r > -\infty$ için $(v',\ u',\ \theta',\ w')$ yeni koordinatlar olmak üzere

$$\left((\bar{t},\ r,\ \theta,\ \varphi) \to (v',\ u',\ \theta',\ w')\right)$$

$$\begin{aligned} u' + v' &= -e^{-(r+t)/2\sigma_-} \\ u' - v' &= -\left(\frac{r_- - r}{2M}\right)\left(\frac{r_+ - r}{2M}\right)^{-1/x} e^{-(r-t)/2\sigma_-} \\ w' &= \varphi + \left(\frac{a}{2Mr_-}\right)t - \frac{a}{r_-}\ln\left(\frac{r_+ - r}{2M}\right) \end{aligned} \qquad (4.7)$$

Dönüşümlerde

$$\sigma_{\pm} = Mr_{\pm}\left(M^2 - a^2\right)^{-1/2} \text{ ve } \quad x = \frac{r_{-}}{r_{+}} \text{ dir.}$$

Detaylı bilgi için bkz. (Boyer and Lindquist, 1967).

Carter (1971), Kerr çözümünün önemini göstermek için *pseudo* stasyonel, dönen, eksensel simetrik, boş (yıldızın çöküp kara delik oluşturduktan sonra kalan maddenin ya kara deliğe düştüğü ya da büyük uzaklıklara firlatıldıktan sonra incelenen durum olduğundan boş (vakum) olarak incelendi), asimptotik olarak düz uzayzaman durumunda klasik madde için çökmekte olan yıldızın son aşamasının (kara delik) dıştaki gözlemcinin gözünden Kerr metriğinin bir ailesi ile tanımlanmak zorunda olduğunu gösterdi.

Robinson (1975) ise, M kütleli, yüksüz, dönen, stasyonel, eksensel simetrik kara deliğin dışındaki boş, asimptotik olarak düz uzayzamanın $M > a$ durumu için sadece Kerr metriği ile tanımlandığını kanıtladı.

Ernst (1968), eksensel simetrik, uniform olarak dönen cismin gravitasyonel alanına karşılık gelen alan denklemlerini azimuttan bağımsız kompleks fonksiyon ε ile varyasyon (variational) yöntemi kullanarak yeniden formüle etti. Bu yöntemle *prolate* küremsi koordinatlar (elipsin odak ekseni etrafında iki boyutlu eliptik koordinat sisteminin döndürülmesiyle elde edilen dik koordinat sistemi) cinsinden Kerr metriği basit bir şekilde elde edilir (aynı zamanda Schwarzschild metriğinin Kerr metriğine genelleştirilmesini de sağlar) ve bilinen bütün eksensel simetrik çözümlerin ε fonksiyonu cinsinden basit bir şekilde elde edilebileceği belirtilmiştir.

Tomimatsu ve Sato, stasyonel, eksensel simetrik alanda Ernst formulasyonunu kullanarak dönen cismin gravitasyonel alanını temsil eden çözümü bir dizi Weyl metriği kullanarak elde etti. Bu çözüm Kerr metriğini de içerir. Çözüm, bu durumda olay ufku dışında ekvator düzleminde halka tekilliğine (çıplak tekillik) sahiptir (Tomimatsu and Sato, 1973).

Bilinen stasyonel, eksensel simetrik çözümlerden yeni çözümler elde etmek için kullanılabilecek bir dizi dönüşüm Kinnersley ve Chitre tarafından verildi (Kinnersley and Chitre, 1978). Bu dönüşümlerin önemi asimptotik düzlüğün korunmasını sağlamasıdır. Bu dönüşümle de Schwarzschild metriğinden Kerr metriği elde edilebilir.

Stasyonel, eksensel simetrik, asimptotik olarak düz vakum Einstein denklemlerinin çözümünü elde etmek için Hoenselaers ve diğerleri tarafından bir dizi dönüşüm sunuldu (Hoenselaers et al., 1979). Dönüşümlerin genel Weyl metriğine uygulandığında eksensel simetriye sahip bütün stasyonel metrikleri oluşturmak için kullanılabileceği varsayılmıştır (Hoenselaers et al., 1979).

Kerr metriği için 4. hareket denklemi Hamilton-Jacobi ve Schrodinger denklemlerinin değişkenlerin ayrımıyla çözülmesi ve bir ayar seçimiyle elde edildi (Carter, 1968). Çözüm Kerr metriği ile sınırlı değildir ve yoksayılamayacak r ve θ koordinatları içeren kooordinat dönüşümü ayrılabilirliği ortadan kaldırır.

Kerr metriği için hareket sabitleri ve denklemleri Carter tarafından verildi. 4 momentumun kovaryant Boyer-Lindquist bileşenleri cinsinden hareket sabitleri;

$$\begin{aligned} E &= -p_t \\ L_z &= p_\varphi \\ Q &= p_\theta{}^2 + \cos^2\theta\left[a^2\left(\mu^2 - p_t{}^2\right) + L_z{}^2/\sin^2\theta\right] \end{aligned} \tag{4.8}$$

dir. İfadelerde E, L_z ve μ^2 sırasıyla toplam enerji, açısal momentumun z bileşeni ve parçacığın durgun kütlesidir. Q 4. hareket sabitidir, parçacığın θ yönündeki hareketini tanımlar ve Carter sabiti olarak adlandırılır. Hareket denklemleri için bkz. (Carter, 1968), (Wilkins, 1972).

4.1 Yörüngeler

4.1.1 Zamansal geodezikler

Kerr metriğinde bağlı geodezikler Wilkins (1972) tarafından incelendi. $E^2 < 1$ durumunda yörünge bağlıyken, $E^2 \geq 1$ durumunda yörünge bağlı değildir (kararsız

periyodik yörüngeler dışında (Bardeen et al., 1972)**).** Buna göre yörünge ekvator düzleminde sınırlanmışsa $Q=0$ dır. Bütün bağlı yörüngelerin ya ekvator düzleminde kaldığı ya da onu tekrar tekrar geçtikleri $(Q>0)$ ortaya kondu. $a=0$ durumunda L toplam açısal momentum olmak üzere $L=\sqrt{L_z{}^2+Q}$ ile ifade edilir ve sadece yarıçapa bağlıdır. Buna zıt olarak $a=M$ durumunda toplam açısal momentum yaklaşık iki kat değişir (Wilkins, 1972). Çalışmada ek olarak ekstrem dönme durumunda $(a=M)$ küresel yörüngeler incelendi.

Ekvator düzlemindeki dairesel yörüngeler için E (spesifik) ve L_z (spesifik) hesaplanacak olursa;

$$E=\frac{r-2M\pm aM^{1/2}}{r^{1/4}\left(r^{3/2}-3Mr^{1/2}\pm 2aM^{1/2}\right)^{1/2}} \tag{4.9}$$

$$L_z=\frac{\pm aM^{1/2}\left(r^2\mp 2aM^{1/2}r^{1/2}+a^2\right)}{r^{3/4}\left(r^{3/2}-3Mr^{1/2}\pm 2aM^{1/2}\right)^{1/2}} \tag{4.10}$$

şeklinde elde edilir. Denklemlerde üstteki işaret $L_z>0$ durumuna, alttaki işaret ise $L_z<0$ durumuna karşılık gelir. Dairesel yörünge $\left(r^{3/2}-3Mr^{1/2}\pm 2aM^{1/2}\right)^{1/2}\geq 0$ durumunda vardır.

$r>r_{foton}$ için $E>1$ enerjisine sahip dairesel yörüngeler bağlı değildir.

Bağlı yörüngeler, parabolik (E=1) dairesel yörüngelerden büyük yarıçaplarda yer alırlar. Parabolik yörünge yarıçapı $r_p=2M\mp a+2M^{1/2}\left(M\mp a\right)^{1/2}$ şeklinde verilir. Bu bütün parabolik yörüngeler için minimum enberi noktasıdır. İfade $a=0$ için $r_p=4M$, $a=M$ durumunda ise aynı yönlü yörünge için $r_p=M$, zıt yönlü yörünge için $r_p=5.83M$ değerlerine karşılık gelir.

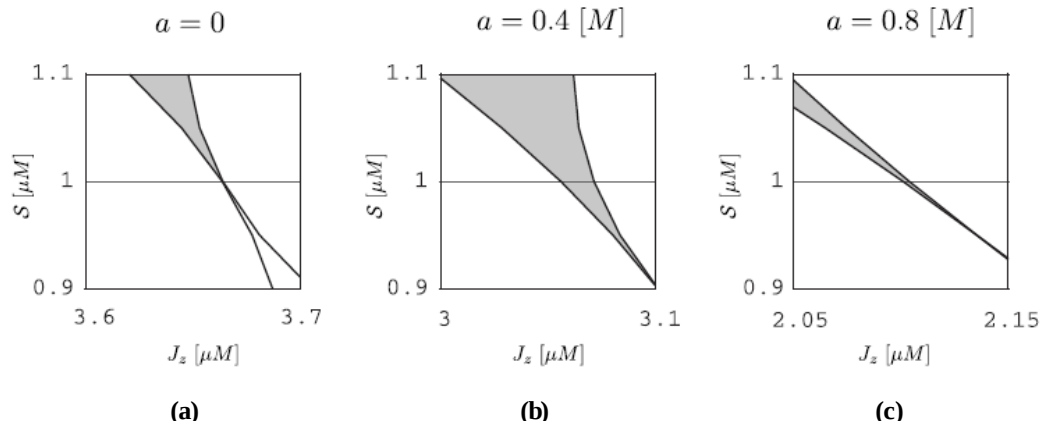
Hod (2017), hızlı dönen Kerr kara deliğinde ekvatorel olmayan genel yörüngelerin yarıçapı için analitik formül elde etti. Ekvatorel olmayan yörüngeler

için kara deliğin ekvator düzleminden sapması, etkin eğiklik açısı i olmak üzere $\cos i = \frac{L_z}{L}$ ve $L = \sqrt{L_z^2 + Q}$ şeklinde ifade edildi. Parabolik yörüngeler için kritik eğiklik açısı $\cos i = \sqrt{2/3}$ değerinin olay ufkuna sonlu öz uzaklıktaki yörüngeler ile sonsuz öz uzaklıktaki yörüngeleri ayırdığı ortaya kondu. Bağlı yörüngelerin de hepsi kararlı değildir. Kararlı yörüngeler için $r \geq r_{isco}$ olmalıdır. Kerr metriği için isco yarıçapı $r_{isco} = M\left(3 + Z_2 \mp \left[(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)\right]^{1/2}\right)$ şeklinde verilir. İfadede $Z_1 = 1 + \left(1 - a^2/M^2\right)^{1/3}\left[(1 + a/M)^{1/3} + (1 - a/M)^{1/3}\right]$ ve $Z_2 = \left(3a^2/M^2 + Z_1^2\right)^{1/2}$

dir. $a = 0$ için $r_{isco} = 6M$, $a = M$ durumunda aynı yönlü yörünge için $r_{isco} = M$ ve zıt yönlü yörünge için $r_{isco} = 9M$ dir (Bardeen et al., 1972).

Küresel zamansal yörüngelerde aynı yönlü yörüngenin bir enlemsel salınımının φ yönünde birden fazla dönmenin tamamlanmasına karşılık geldiği, böylece ufuk yakınındaki yörüngenin kara deliğin dönme eksenine paralel *helix* benzeri yapıya sahip olacağı gösterildi (Wilkins, 1972).

Kerr kara deliği etrafında ekvator düzleminde dolanan test parçacığının dairesel yörüngelerinin kararlılığı Suzuki ve Maeda tarafından incelendi (Suzuki and Maeda, 1998). Bazı yörüngelerin radyal doğrultuda kararlı olmasına rağmen ekvator düzlemine dik doğrultuda kararsız oldukları bulundu. S parçacığın spini, M ve a sırasıyla Kerr kara deliğinin kütle ve spini olmak üzere isco yarıçapının S ve a arttıkça azalacağı ancak S'nin kritik değerden (iscodaki açısal momentum değeri) fazla olduğu durum için artacağı, bu durumun da θ yönündeki hareketin kararsızlığına sebep olacağı gösterildi. Bu yörüngeler kararsız olduklarından parçacık sonunda ekvator düzlemini terk ederek kara deliğin içine düşer. Şekil 4.1'de μ, S ve J_z sırasıyla test parçacığının kütlesi, spin değeri, ve z yönündeki toplam açısal momentumu olmak üzere farklı kara delik spin değerleri için kararsız parametre aralığı koyu bölgeyle gösterildi.



Şekil 4.1. Dairesel yörüngelerin θ yönünde kararsız oldukları parametre bölgeleri. a), b) ve c) durumları için parçacığın spininin minimum değerleri sırasıyla $S = 0.98\mu M$, $S = 0.9\mu M$ ve $S = 0.94\mu M$ dır (Suzuki and Maeda, 1998).

Parçacığın dönmeye sahip olması durumunda isco parametrelerinin değişimi Jefremov ve diğerleri tarafından, açısal momentum vektörü z yönü boyunca seçilerek, kara deliğin ekvator düzleminde, test parçacığının yarıçapının arkaplan uzayzamanının eğrilik ölçeğinden çok küçük olduğu ve kütlesinin kara deliğin kütlesinden çok daha az olduğu varsayımlarıyla analitik olarak elde edildi (Jefremov et al., 2015). Çalışmada yavaş dönmeye sahip Kerr kara deliği ve ekstrem dönmeye sahip Kerr kara deliği durumları için düzeltmeler uygulandı. Buna göre, yavaş dönmeye sahip Kerr kara deliği için isco parametrelerinin değişimi

$$L_{isco} = \mp 2\sqrt{3}M - \frac{2\sqrt{2}a + \sqrt{2}s}{3} \pm \frac{11}{36\sqrt{3}}\frac{a}{M}s \pm \frac{4\sqrt{3}M}{27}\left(\frac{a}{M}\right)^2 \pm \frac{1}{4M\sqrt{3}}s^2 \qquad (4.11)$$

$$r_{isco} = 6M \pm 4\sqrt{\frac{2}{3}}a \pm 2\sqrt{\frac{2}{3}}s + \frac{2}{9}\frac{a}{M}s - \frac{7M}{18}\left(\frac{a}{M}\right)^2 - \frac{29}{72}\frac{s^2}{M} \qquad (4.12)$$

$$E_{isco} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \pm \frac{1}{18\sqrt{3}M}\left(a \pm \frac{s}{2}\right) - \frac{\sqrt{2}}{81}\frac{a}{M}\frac{s}{M} - \frac{5}{162\sqrt{2}}\left(\frac{a}{M}\right)^2 - \frac{5}{432\sqrt{2}}\left(\frac{s}{M}\right)^2 \qquad (4.13)$$

$$\Omega_{isco} = \mp\frac{1}{6\sqrt{6}M} + \frac{11}{216}\frac{a}{M} + \frac{1}{48M^2}s \mp \left(\frac{1}{18\sqrt{6}M}\frac{as}{M^2} + \frac{59}{648\sqrt{6}M}\frac{a^2}{M^2} + \frac{97}{3456\sqrt{6}M}\frac{s^2}{M^2}\right) \qquad (4.14)$$

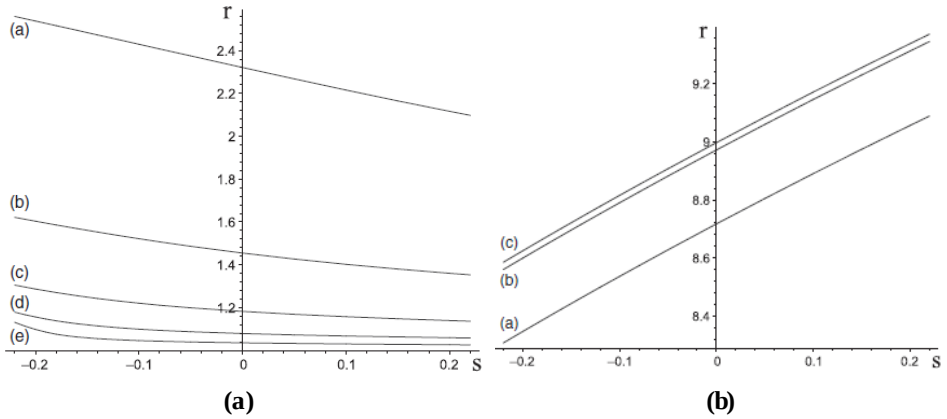
şeklinde elde edildi. Üst işaretler $s > 0$, alt işaretler ise $s < 0$ durumunu gösterir. Ekstrem dönmeye sahip Kerr kara deliği durumu ise aynı yönlü ve zıt yönlü dönen parçacık olmak üzere iki alt durumda incelendi. Zıt yönlü dönme durumunda

$$L_{isco} = -\frac{22\sqrt{3}}{9}M + \frac{82\sqrt{3}}{243}s \qquad r_{isco} = 9M + \frac{16}{9}s$$
$$E_{isco} = \frac{5\sqrt{3}}{9} + \frac{\sqrt{3}}{243}\frac{s}{M} \qquad \Omega_{isco} = -\frac{1}{26M} + \frac{3}{338}\frac{s}{M^2} \tag{4.15}$$

aynı yönlü dönme durumunda ise $a = M(1-\delta)$ şeklinde verilir (Bardeen et al., 1972). Isco parametreleri;

$$L_{isco} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2^{5/3}\delta^{1/3}}{\sqrt{3}}\right)M + \left(-\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2^{8/3}\delta^{1/3}}{\sqrt{3}}\right)s$$
$$r_{isco} = \left(1 + 2^{2/3}\delta^{1/3}\right)M - 2^{5/3}\delta^{1/3}s$$
$$E_{isco} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2^{2/3}\delta^{1/3}}{\sqrt{3}}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2^{5/3}\delta^{1/3}}{\sqrt{3}}\right)\frac{s}{M} \tag{4.16}$$
$$\Omega_{isco} = \frac{1}{2M} - \frac{3x2^{2/3}\delta^{1/3}}{8M} + \frac{9x2^{2/3}\delta^{1/3}}{16M^2}s$$

şeklinde elde edildi. Parametrelerden görüleceği gibi aynı yönlü dönme durumunda yörüngenin açısal frekans ve yarıçapı parçacığın spininden bağımsızdır $(a = M \to \delta = 0)$. Çalışmada ek olarak keyfi dairesel yörüngeler için spin düzeltmeleri yapıldı.



(a) **(b)**

Şekil 4.2. Kara delik ile a) aynı yönde, b) zıt yönde hareket eden parçacığın farklı spin değerleri (S) için isco yarıçapının değişimi (Jefremov et al., 2015).

Kerr kara deliğinin etrafindaki genel yörüngelerdeki parçacığın gravitasyonel öz kuvveti Barack ve Ori tarafindan hesaplandı (Barack and Ori, 2003).

Favata (2011), Kerr kara deliğinin iscosunun test parçacığının spini ve korunumlu gravitasyonel öz kuvvetiyle değişimini farklı yöntemleri karşılaştırarak inceledi.

Parçacığa etki eden gravitasyonel öz kuvvetin korunumlu bileşeninden kaynaklanan, ekvatorel isconun açısal frekansındaki kayma Isoyama ve diğerleri tarafından hesaplandı (Isoyama et al., 2014). Buna göre elde edilen isco açısal frekansı

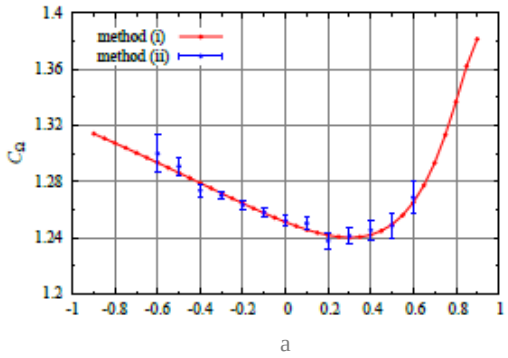
$$\Omega_{isco} = \frac{M\Omega^{0}_{isco}(a)}{(M+\mu)}\left[1+\eta C_{\Omega}(a)+O(\eta^{2})\right] \tag{4.17}$$

dir. İfadede $\Omega^{0}_{isco}(a)$ gravitassyonel öz kuvvet olmadığında elde edilen isco açısal frekansını, μ ve M sırasıyla parçacığın ve kara deliğin kütlesini $\left(\eta = \frac{\mu}{M} \ll 1\right)$, a birim kütledeki açısal momentumu, z kırmızıya kayma fonksiyonunu

($z''(\Omega_{isco}) = O(\eta^{2})$ ve isco için $z''(\Omega_{isco}) = 0$) ve C_{Ω} isco frekansındaki göreli kaymayı gösterir. Farklı spin değerleri için isco frekansının göreli kayması Tablo 4.1'de verildi. Isco frekansındaki kaymanın birim kütledeki açısal momentumun fonksiyonuyla değişimi ise Şekil 4.3'te verildi.

Tablo 4.1. Farklı spin değerleri a için isco frekansının göreli kayması. Negatif a değerleri zıt yönde harekete, pozitif a değerleri aynı yönde harekete karşılık gelir. Parantez içindeki sayılar son ondalıktaki hatayı temsil eder (örneğin 1.245 568(2) 1.245 568 $\pm$ 0.000 002 anlamına gelir) (Isoyama et al., 2014).

a	C_{Ω}	a	C_{Ω}
0.1	1.245 568(2)	-0.1	1.257 379(3)
0.2	1.241 595(4)	-0.2	1.264 284(4)
0.3	1.239 927(4)	-0.3	1.271 478(7)
0.4	1.241 83(1)	-0.4	1.278 787(6)
0.5	1.249 234(6)	-0.5	1.286 093(9)
0.6	1.265 030(8)	-0.6	1.293 314(9)
0.7	1.293 19(1)	-0.7	1.300 397(7)
0.8	1.336 83(2)	-0.8	1.307 305(8)
0.9	1.381 57(3)	-0.9	1.314 016(9)



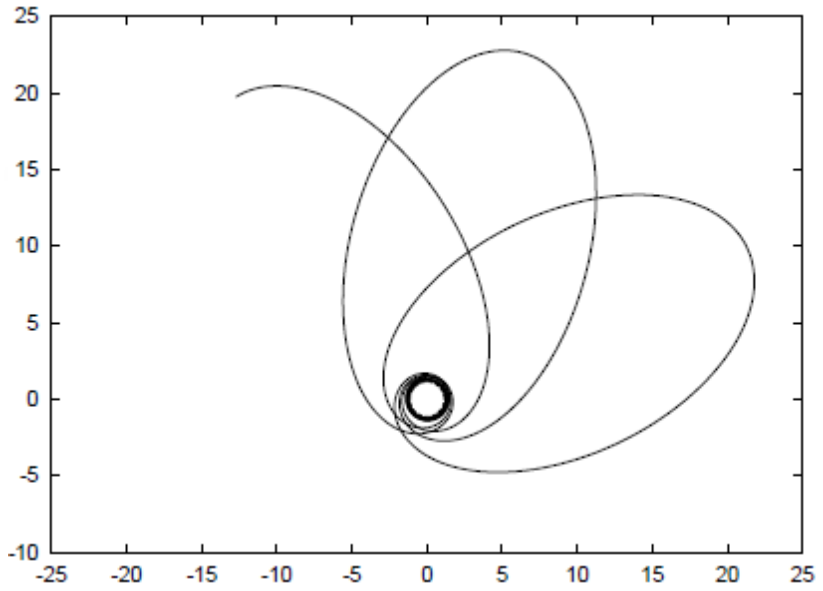
Şekil 4.3. Isco frekansının göreli kaymasının birim kütledeki açısal momentumun (a) fonksiyonuyla değişimi. Kırmızı çizgi uygulanan yöntemin nümerik sonuçlarını, mavi barlar ise hata barlarını gösterir (Isoyama et al., 2014).

Van de Meent, Kerr kara deliğinde basık ekvatorel yörüngeler ve genel bağlı yörüngeler üzerindeki gravitasyonel öz kuvvet etkilerini hesapladı (Van de Meent, 2016, 2018).

Kerr kara deliği etrafında basık, ekvatorel yörüngelerde dolanan test parçacığının gravitasyonel dalga etkisi altında evrimi Glampedakis ve Kennefick tarafından incelendi (Glampedakis and Kennefick, 2002).

Inspiral boyunca basıklığın (e), yörünge kararlı bağlı yörüngelerin separatrixine ulaşmadan hemen önceye kadar azalacağı ve birçok astrofiziksel olarak alakalı durumda *inspiral*in son kısımlarında önemli olacağı bulundu. *Inspiral*den sonra basıklığın ne kadarının kalacağı başlangıç basıklığından bağımsız, başlangıç enberi uzaklığına bağlıdır. Kerr kara deliği için yavaş dönme durumunda parametre p olmak üzere *separatrix* $p=(6+2e)\mp 8a\left[\frac{1+e}{6+2e}\right]^{1/2}+O\left(a^2\right)$ konumlarında yer alır (üst indis aynı yönlü, alt indis zıt yönlü yörüngeyi gösterir). Ekstrem dönmeye sahip aynı yönlü Kerr kara deliği durumunda bütün basıklıklar için $p=(1+e)$ dir ($e=0$ durumunda ufuktan sonlu öz uzaklıkta yer alır (Bardeen et al., 1972)). Kritik değere ulaşıldığında ise Schwarzschild'deki duruma benzer olarak basıklığın artmaya başlayacağı gösterildi. *Plunge*dan hemen önce özellikle zıt yönlü yörüngeler için farkedilebilir olan her durum için basıklığın arttığı evre vardır. Bu evrede kazanılan

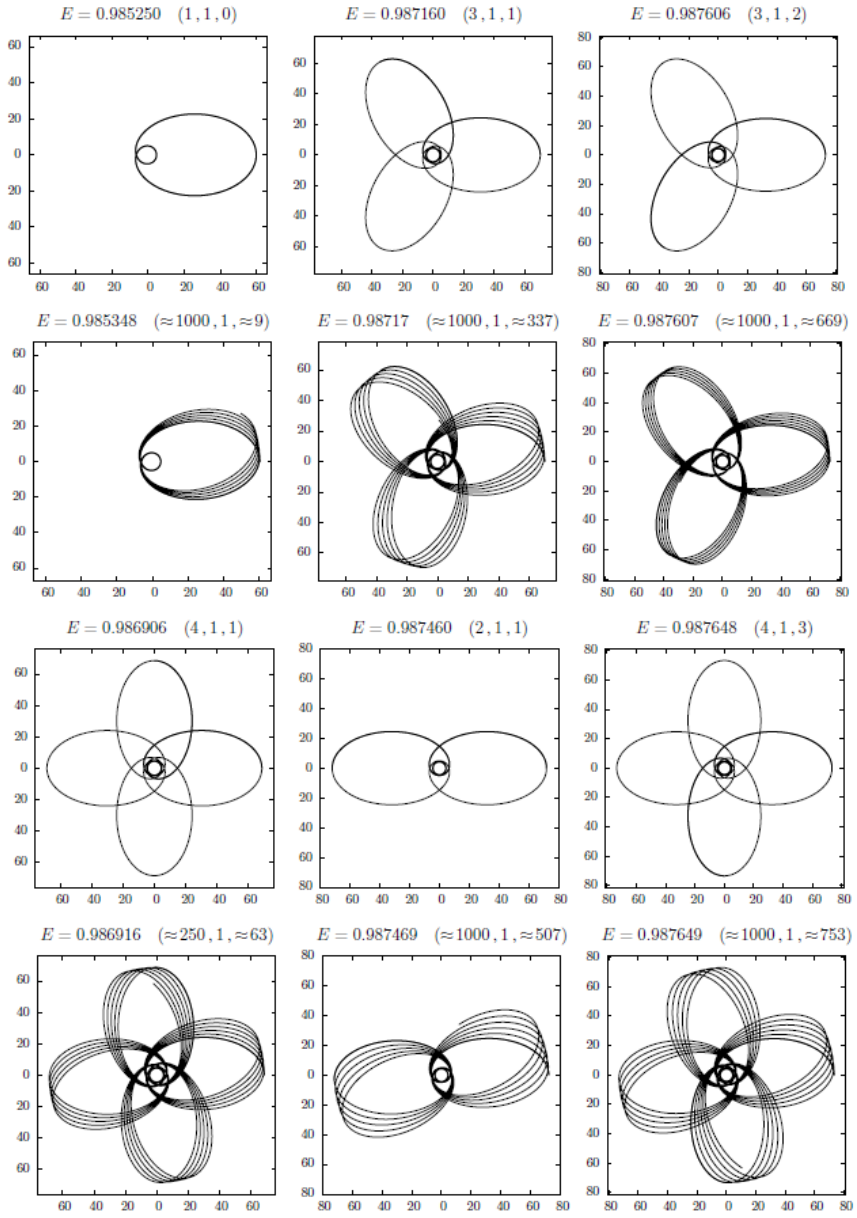
basıklık, küçük basıklığa sahip ($e<0.1$) aynı yönlü yörüngeler için genellikle küçük olur (%10 mertebesinde), buna rağmen küçük basıklığa sahip zıt yönlü yörüngeler için %50 mertebesinde olabilir. *Zoom-whirl* yörüngenin en önemli özelliği yaydığı gravitasyonel dalganın karakteristiğidir (göreli sakin aralıklarla ayrılmış dairesel benzeri hızlı salınımlara sahiptir). Boyutsuz spin parametresi (birim kütledeki açısal momentum) $a=0.99$ olan Kerr kara deliği etrafında $p=2.35,\ e=0.9$ durumu için *zoom-whirl* yörünge Şekil 4.4'te gösterildi.



Şekil 4.4. Boyutsuz spin parametresi a = 0.99 olan Kerr kara deliği etrafında p = 2.35, e = 0.9 durumu için zoom-whirl yörüngesi. Bu şekilde, parçacık 3 yörünge döneminden daha kısa sürede 20 dönüşten fazla gerçekleştirdi. Olay ufku kesikli çizgiyle gösterildi. Enberi uzaklığı $r_{enberi}=1.237$, olay ufku ise $r_{+}=1.141$'de yer alır (p ve r değerleri için M=1 alındı) (Glampedakis and Kennefick, 2002).

Gravitasyonel ışıma etkisinin ihmal edildiği durumda Kerr kara deliğinin ekvator düzlemindeki yörüngeler için güçlü bir sınıflandırma sunuldu (Levin and Perez-Giz, 2008). Buna göre bütün genel yörüngeler, periyodik yörüngelere küçük bir tedirginlik uygulanmış gibi görünür. Sınıflandırma için kara delik etrafındaki bütün kapalı yörüngeler 3 sayıyla tanımlandı. Bunlar z yörüngenin *zoom* için yaprak sayısı, w *whirl* sayısı ve enötelerin oluşturduğu çokgenin köşelerini belirten v dir ($z>2$ durumundaki periyodik yörüngelerin başarılı enöteleri düzenli çokgenin köşelerini oluşturur). Yörüngenin başlangıç enötesi $v=0$ olarak alınır ve yörüngeyle aynı dönme yönünde artar (aynı yönlü yörünge için saat yönünün tersi,

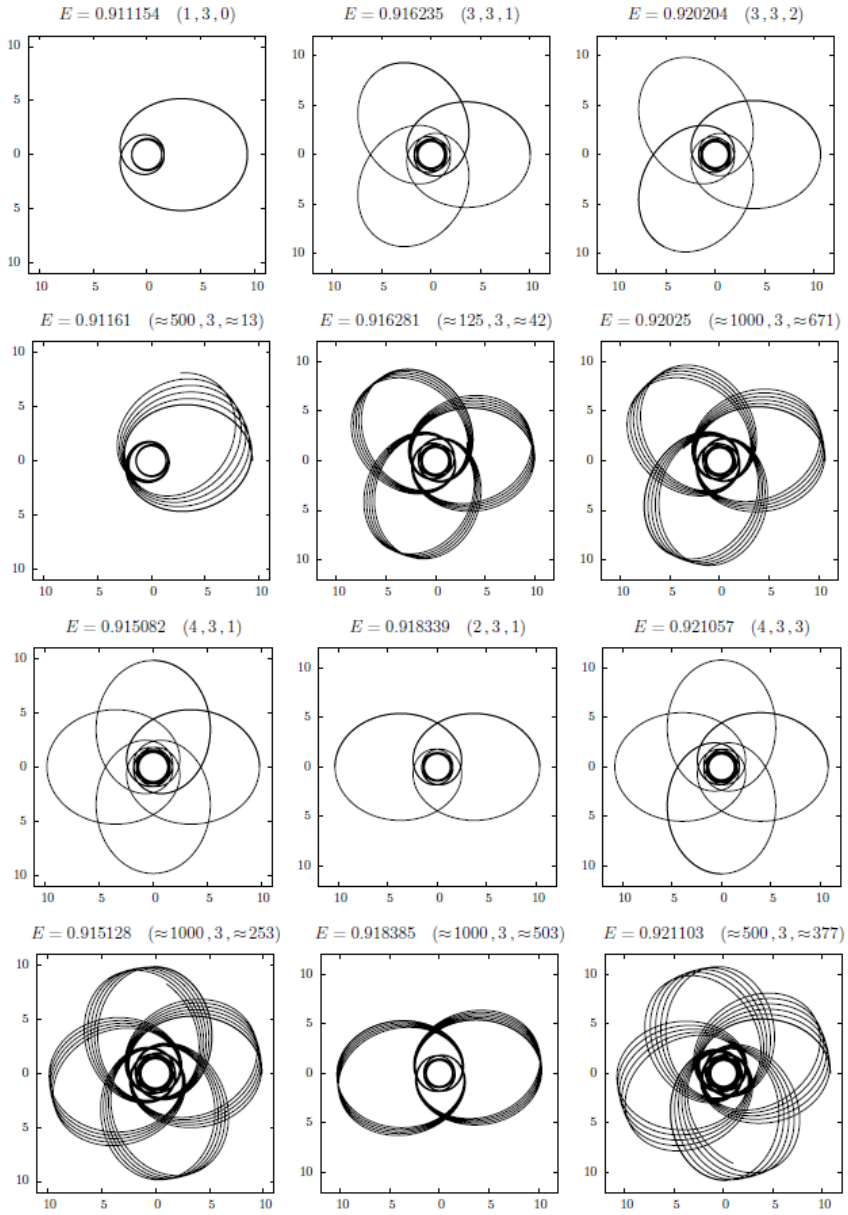
zıt yönlü yörünge için saat yönündedir). v, $v = 0$ 'dan sonra yörüngenin uğradığı ilk köşeyi gösterir. Kerr kara deliğinde bütün periyodik yörüngelerin izinli olmadığı, yörüngelerin izinli oldukları aralığın sınırlarının kara deliğin spiniyle değiştiği belirtildi. Çalışmada E ve L sırasıyla parçacığın sonsuzdaki gözlemci tarafından ölçülen enerji ve açısal momentumunu gösterir. Şekil 4.5'te $w = 1$, $L = 3.9$ durumunda Schwarzschild kara deliği etrafındaki test parçacığı için $z = 1,\ 2,\ 3,\ 4$ olan yörüngelere ek olarak rastgele seçilmiş yüksek z değerine sahip yörüngeler gösterildi. Büyük z değerine sahip yörüngeler enerji olarak en yakın oldukları küçük z değerine sahip yörüngelerin presesyonu gibi görünürler.



Şekil 4.5. Schwarzschild kara deliği etrafındaki test parçacığı için w=1, L=3.9 durumunda z=1,2,3,4 olan yörüngelere ek olarak rastgele seçilmiş yüksek z değerine sahip yörüngelerin gösterimi. Soldan sağa ve yukarıdan aşağıya doğru yörünge enerjisi artar (Levin and Perez-Giz, 2008).

Kara deliklerin dönmeye sahip olduğu durumda ise küçük ve orta dereceli basıklığa sahip yörüngeler Schwarzschild durumundan daha fazla *whirl* gösterirler. Bütün basık Kerr yörüngeleri, $a = 0.995$ ve açısal momentumun iç bağlı dairesel yörüngenin (innermost bound circular orbit – ibco) açısal momentumundan küçük olduğu durumda ($L < L_{ibco}$) bir tür *zoom – whirl* davranışı gösterirler. Şekil 4.6'da, $w = 3$, $L = 2$ durumunda Kerr kara deliği etrafında $z = 1,\ 2,\ 3,$ olan yörüngelere

ek olarak rastgele seçilmiş yüksek z değerine sahip yörüngeler gösterildi. Schwarzschild kara deliği durumu için az yapraklı yörüngelerin büyük çoğunluğu büyük basıklıkta yığılmışken, Kerr kara deliği durumunda küçük basıklıklarda küçük z değerine sahip yörüngeler daha geniş bir dağılım gösterir.



Şekil 4.6. Kerr kara deliği etrafındaki test parçacığı için w=3, L=2 durumunda z= 1, 2, 3, 4 olan yörüngelere ek olarak rastgele seçilmiş yüksek z değerine sahip yörüngelerin gösterimi. Soldan sağa ve yukarıdan aşağıya doğru yörünge enerjisi artar (Levin and Perez-Giz, 2008).

4.1.2 Işıksal geodezikler

4.9 ve 4.10 ifadelerinden kolayca görülebileceği gibi $\left(r^{3/2}-3Mr^{1/2}\pm 2aM^{1/2}\right)^{1/2}=0$ durumu foton yarıçapına karşılık gelir (dairesel) ve $r_{foton}=2M\left[1+\cos\left(\frac{2}{3}\cos^{-1}\left(\mp\frac{a}{M}\right)\right)\right]$ şeklinde verilir. $a=0$ durumunda $r_{foton}=3M$, $a=M$ durumunda ise aynı yönlü yörünge için ($L_z>0$) $r_{foton}=M$, zıt yönlü yörünge için ($L_z<0$) $r_{foton}=4M$ elde edilir.

Yörüngelere bakıldığında ekstrem dönme durumunda $r_+=r_E^{\pm}(\theta=0,\pi)=r_{foton}(L_z>0)=r_p(L_z>0)=r_{isco}(L_z>0)=M$ olduğu görülebilir. Bu durumun Boyer-Lindquist koordinat sisteminden kaynaklandığı, aslında yörüngeler arasında sonlu öz uzaklık olduğu Bardeen ve diğerleri tarafından gösterildi (Bardeen et al., 1972).

Ekvator düzleminde sınırlanmamış, sabit yarıçaplı yörüngeler (küresel foton yörüngeleri) Teo (2003) tarafından incelendi. Carter sabitinin maksimum olduğu değerde ($Q=27M^2$) fotonun hareketinin sadece θ yönünde olduğu gösterildi. $L_z=0$'a sahip küresel foton yörüngesi için yarıçap

$$r_{foton}(L_z=0)=M+2\sqrt{M^2-\frac{1}{3}a^2}\cos\left(\frac{1}{3}\cos^{-1}\frac{M\left(M^2-a^2\right)}{\left(M^2-\frac{1}{3}a^2\right)^{3/2}}\right) \tag{4.18}$$

olarak elde edildi. Küresel zamansal yörüngelerdekine benzer olarak, aynı yönlü yörüngenin bir enlemsel salınımı, φ yönünde birden fazla dönmenin tamamlanmasına karşılık gelirken, zıt yönlü yörüngenin bir enlemsel salınımı, φ yönünde birden daha az dönmenin tamamlanmasına karşılık gelir. İki durumda da yörüngenin düğümleri (ekvatorel olmayan yörüngelerin ekvator düzlemiyle kesiştiği noktalar) kara deliğin dönme yönünde sürüklenir. Yörünge yarıçapı azaldıkça düğümlerin sürüklenmesi artar.

Kerr kara deliklerinin ekvatorel olmayan küresel *null* geodezikleri (foton küreleri) Hod (2013) tarafından analitik olarak incelendi. Çalışmada küresel *null* geodeziklerin yarıçapı için yaklaşık formül oluşturuldu. İlk olarak yavaş dönen kara delikler ele alınarak analitik yarıçap formülü

$$r_{foton} = M\left[3 - \frac{2}{\sqrt{3}} a\cos i + \frac{a^2}{9}\left(-4 + 2\cos^2 i\right) + \frac{5\sqrt{3}}{81} a^3\left(\cos^2 i - 2\cos i\right) + O(a^4)\right] \qquad (4.19)$$

olarak elde edildi. İfadede i etkin eğiklik açısıdır. Formülün doğruluğunu test etmek için tam foton yarıçapı değerleriyle karşılaştırıldı. Analitik yörünge yarıçapının sadece aynı yönlü yörüngede $a \geq 0.9$ için uygun olmadığı gösterildi. Bu durumda geçerli olan analitik yarıçap formülü de elde edildi. Ekvatorel *null* geodeziklerin a ile azalıp/artmasının (aynı yönlü/zıt yönlü yörüngeler için) Kerr uzayzamanının genel bir özelliği olmadığı ortaya kondu. Yakın ekstrem durumda elde edilen analitik yarıçap formülüyle kara deliğin olay ufkundan sonlu öz uzaklığa sahip yörüngelerden sonsuz öz uzaklığa sahip yörüngelere geçişin olduğu eğiklik açısı $\cos i = \sqrt{\frac{4}{7}}$ olarak elde edildi

Şu ana kadar büyük çoğunlukla parçacıkların/fotonların kara delik etrafındaki yörüngelerini ve bunlara uygulanan çeşitli düzeltmeleri gördük. Şimdi de kara deliğe parçacık göndererek onu ortadan kaldırmanın mümkün olup olmadığına bakalım.

Wald (1974), ekstrem yüke sahip ($q = M,\ a = 0$) Reissner-Nordström, ekstrem spine sahip ($q = 0,\ a = M$) Kerr ve ekstrem Kerr-Newmann ($M^2 = a^2 + q^2$) kara deliği durumlarından başlayarak çıplak tekillik oluşturmaya çalıştı.

Ekstrem yüke sahip Reissner-Nordström kara deliğine sonsuzdan durgun hâlde parçacık düşürme işleminde parçacığın kara deliği çıplak tekilliğe dönüştürmesi için Q parçacığın yükü olmak üzere Q>M olması gerekir. Ancak, bu durumda elektrostatik itmenin gravitasyonel etkileşimden daha büyük olduğu ve parçacığın kara deliğe düşmesini engellediği gösterildi. Ek olarak, parçacığın yüksek hızla

kara deliğin içine girmeye zorlanabileceği ancak bu durumda parçacığın enerjisi artacağından Q<E olmak zorunda olduğu yani çıplak tekilliğin oluşamayacağı gösterildi. Benzer şekilde, ekstrem Kerr kara deliğine yüksek açısal momentuma sahip parçacık gönderilerek A parçacığın açısal momentumu olmak üzere A>M durumunda kara deliğe düşmeyeceği (spin-spin kuvvetinin itici etkisinden dolayı) sonucuna varıldı. Ekstrem Kerr-Newman durumunda ise bu iki etkinin birleşerek çıplak tekilliğin oluşmasını engellediği sonucuna varıldı.

Hubeny (1999), neredeyse ekstrem yüke sahip (q), M kütleli Reissner-Nordström kara deliğine radyal olarak, Q yüklü, m durgun kütleli ve E enerjili test parçacığı (m<E<Q<q<M olan) göndererek (geri etki (backreaction) ihmal edilerek) çıplak tekilliğe (Q+q>M+E) dönüştürülebileceği sonucuna vardı.

Zimmerman ve diğerleri, Hubeny'nin çalışmasına parçacığın elektromanyetik öz kuvveti ve radyatif etkisini (elektromanyetik dalga olarak sonsuza yayılan enerji) de hesaba katarak öz kuvvetin kozmik sansür gibi davranarak çıplak tekilliğin oluşumunu engellediği (parçacığın kara deliğe düşmesini engelleyen itici kuvvet, parçacığın kara deliğe düştüğü durumda da son durum çıplak tekillik değildir) sonucuna vardı (Zimmerman et al., 2013).

Jacobson ve Sotiriou, Hubeny'nin (1999) çalışmasını Kerr kara deliğine uyarlayarak gravitasyonel ışıma ve öz kuvvet etkilerinin ihmal edildiği durumda neredeyse ekstrem spine sahip Kerr kara deliğine, kara deliğin spiniyle aynı yönlü açısal momentuma sahip (yörünge ya da spin) test parçacığı düşürüldüğünde çıplak tekilliğe dönüşebileceği sonucuna vardı (Jacobson and Sotiriou, 2009). Ek olarak test parçacığının fiziksel yapısı ve boyut sınırı incelendi ve boyut sınırının çıplak tekilliğin oluşumunu engellemediği bulundu. Yörünge açısal momentumu durumunda çıplak tekilliğe dönüşüm sonsuzdan düşen cisim için bile gerçekleştirilebilirdir. "Dönen test cismi durumunda, test cismini kara deliğin spin ekseni boyunca ufuk yakınına indirip düşürmek cisim basık olduğunda kara deliği çıplak tekilliğe dönüştürür" (Jacobson and Sotiriou, 2009).

Barausse ve diğerleri, Jacobson ve Sotiriou'nun (2009) çalışmasında dönmeyen test parçacığı için gravitasyonel ışıma ve öz kuvvet etkilerini de hesaba

katarak korunumlu öz kuvvetin çıplak tekilliğin oluşumunu engelleyebileceğini gösterdi (Barausse et al., 2010).

5 ÇİFT KARA DELİKLER

Genel görelilikte asimptotik olarak düz, iki Kerr çözümünün (iki Kerr-Nut çözümü olarak adlandırılır. Nut ifadesi: dönen kaynaklardan büyük uzaklıklardaki gravitasyonel potansiyelin asimptotik genişlemesindeki sanal kütle ifadesidir) süperpozisyonunu tanımlayan metrik Kramer ve Neugebauer (1980) tarafından Ernst formulasyonu kullanılarak elde edildi (Kramer and Neugebauer, 1980).

Buna göre, Nut ifadesinin ortadan kalktığı durumda gravitasyonel potansiyelin asimptotik açılımı $\varepsilon = \frac{m_1 + m_2}{r} + \frac{iz}{r^3}\left(m_1 + m_2\right)^2 \sin\lambda + \ldots$ şeklini alır ($\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$ durumuna karşılık gelir). İfadede $r = \left(\rho^2 + z^2\right)^{1/2}$, ρ ve z Weyl kanonikal koordinatlarını, m_1 ve m_2 bileşenlerin kütlelerini, $m_1^2 \sin\lambda_1$ ve $m_2^2 \sin\lambda_2$ ise bileşenlerin açısal momentumlarını gösterir.

Ufuklar arasındaki eksen üzerindeki düzenlilik için gerekli koşul gravitasyonel etki ile dönme kuvveti arasındaki dengedir ve $\left(z_1 - z_2\right)^2 = 2m_1m_2 + \left(m_1 - m_2\right)^2 \cos^2\lambda > \left(m_1 + m_2\right)^2 \cos^2\lambda$ eşitliği ile verilir. Nut parametresinin ortadan kalkmadığı durumda eksen üzerindeki düzenlilik koşulu ise Tomimatsu ve Kihara tarafından elde edildi (Tomimatsu and Kihara, 1982). Gravitasyonel potansiyelin asimptotik açılımı ifadesinde $\lambda = \frac{\pi}{2}$ iki ekstrem dönmeye sahip Kerr çözümünün süperpozisyonuna (5 parametreli Kinnersley-Chitre çözümü ile verilir (Kinnersley and Chitre, 1978)), $\lambda = 0$ durumu ise iki Schwarzschild çözümünün süperpozisyonuna karşılık gelir.

Pozitif Komar kütleli (Komar, 1959) (kütle ve açısal momentumun Komar formunda yazılışı için bkz. (Carter, 1973)) ekstrem olmayan iki kara deliğin stasyonel dengede olamayacağı Hoenselaers (1984) tarafından gösterildi. Çalışmada ek olarak asimptotik düzlük, iki kara delik arasındaki eksenin varlığı ve denge koşulları sunuldu. Eksenin düzenliliği ve asimptotik olarak düzlük koşullarının sağlanmamasının konik tekilliğe (kaynaklar arasındaki etkileşim kuvvetleri (gravitasyonel etkileşim ve spin-spin etkileşimi) ile ilişkili destek (strut))

neden olduğu gösterildi. Varzugin (1998), konik tekilliği kullanarak kara delikler arasındaki etkileşim kuvvetini tanımladı. Buna göre zıt yönlü, aynı spine ve kütleye sahip iki kara delik arasındaki etkileşim kuvvetinin aynı kütleli Schwarzschild kara delikleri arasındakiyle aynı olduğu ortaya çıktı. Bu kuvvetin R ufukların merkezleri arasındaki uzaklık olmak üzere $F = \frac{M^2}{R^2 - 4M^2}$ ifadesine karşılık geldiği bulundu.

Hartle ve Hawking (1972), Majumdar-Papapetrou metriğinin analitik olarak genişletilmesinin çıplak tekilliğe ya da gravitasyonel ve elektriksel kuvvet altında dengedeki ekstrem yüklü (q=M) birden fazla kara deliğe karşılık geldiğini bularak stasyonel, çıplak tekilliğin olmadığı birden fazla kara deliği tanımlayan vakum Einstein-Maxwell denkleminin çözümünün sadece statik Majumdar-Papapetrou çözümü olduğunu önerdi (Hartle and Hawking, 1972).

Kütlesiz destekle ayrılmış, zıt yönde dönen benzer iki Kerr kara deliğini tanımlayan metrik Manko, Rodchenko, Ruiz ve Sadovnikov tarafından analitik olarak elde edildi (Manko et al., 2008). Metrik Komar kütlesi M, birim kütledeki Komar açısal momentumu a ve ufukların merkezleri arasındaki koordinat uzaklığı R olmak üzere üç keyfi parametre ile tanımlanır. Spin-spin kuvvetleri kara deliklerin birbirleri üzerine düşmelerini engeller. Öncelikle genel stasyonel, eksensel simetrik metriği silindirik koordinatlar cinsinden (t, ρ, z, ϕ)

$$ds^2 = f^{-1}\left(e^{2\gamma}\left(d\rho^2 + dz^2\right) + \rho^2 d\phi^2\right) - f\left(dt - \omega d\phi\right)^2 \tag{5.1}$$

şeklinde yazabiliriz. ε Ernst kompleks potansiyel, σ indirgenemez kütle olmak üzere ε, σ, f, γ ve ω aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\sigma = \sqrt{M^2 - a^2\mu} \quad \mu = \frac{R - 2M}{R + 2M} \tag{5.2}$$

$$\varepsilon=\frac{A-B}{A+B},\ f=\frac{A\bar{A}-B\bar{B}}{\left(A+B\right)\left(\bar{A}+\bar{B}\right)},\ e^{2\gamma}=\frac{A\bar{A}-B\bar{B}}{16R^4\sigma^4R_+R_-r_+r_-},\ \omega=-\frac{2\,\mathrm{Im}\left[\left(\bar{A}+\bar{B}\right)\right]}{A\bar{A}-B\bar{B}}$$

$$\begin{aligned}A&=M^2\left[4\sigma^2\left(R_+R_--r_+r_-\right)+R^2\left(R_+r_++R_-r_-\right)\right]\\&+\left[\left(R-2M\right)\left[R\left(\sigma^2-a^2\right)+2M^3\right]+4M^2a^2\mu\right]\left(R_+r_-+R_-r_+\right)\\&-2ia\sigma R\left(R-2M\right)\left(R_+r_--R_-r_+\right)\\B&=2M\sigma R\left[\sigma R\left(R_++R_-+r_++r_-\right)-\left[2M^2+ia\left(R-2M\right)\right]\left(R_+-R_--r_++r_-\right)\right]\\G&=-zB+M\sigma R\begin{bmatrix}2M\left[2\sigma\left(r_++r_--R_++R_-\right)+R\left(R_-r_--R_+r_+\right)\right]\\+\left(R+2\sigma\right)\left[R\sigma-2M^2-ia\left(R-2M\right)\right]\left(R_+-r_-\right)\\+\left(R-2\sigma\right)\left[\left[R\sigma+2M^2+ia\left(R-2M\right)\right]\left(R_--r_+\right)\right]\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.3}$$

$$R_\pm=\sqrt{\rho^2+\left(z+\frac{1}{2}R\pm\sigma\right)^2},\quad r_\pm=\sqrt{\rho^2+\left(z-\frac{1}{2}R\pm\sigma\right)^2}\tag{5.4}$$

İfadelerde $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ sırasıyla A ve B'nin kompleks eşleneğini gösterir.

Metriğin ekstrem sınırı $\sigma=0$ durumuyla tanımlanır. Bu durumda

$$R=\frac{2M\left(a^2+M^2\right)}{a^2-M^2}\tag{5.5}$$

elde edilir. Bunun anlamı $M>0$ durumu için zıt yönlü ekstrem olarak dönen bileşenler için, Kerr kara deliğindeki $a^2=M^2$ durumuna zıt olarak $a^2>M^2$ durumunun sağlandığıdır. $a^2>M^2$ için R ile verilen uzaklıkta ekstrem altı olan cisimler ekstrem olur. $M^2>a^2$ durumunda ise kara delikler merkezleri arasındaki uzaklıktan bağımsız olarak ekstrem altı kalırlar.

İki zıt yönlü ekstrem olarak dönen Kerr kara deliğini tanımlayan metrik parametreleri ise

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon = \frac{A-B}{A+B},\ f = \frac{N}{D},\ e^{2\gamma} = \frac{N}{\left(1+\alpha^2\right)^2\left(x^2-y^2\right)^4},\\
&A = x^4 - 1 + \alpha^2\left(x^2-y^2\right)^2 - 2i\alpha\left(x^2+y^2-2x^2y^2\right)\\
&B = 2(b+ic)x\left[x^2-1-i\alpha\left(x^2-y^2\right)\right]\\
&N = \left[\left(x^2-1\right)^2 + \alpha^2\left(x^2-y^2\right)^2\right]^2 - 16\alpha^2x^2y^2\left(x^2-1\right)\left(1-y^2\right)\\
&D = \left[x^4 - 1 + \alpha^2\left(x^2-y^2\right)^2 + 2x\left[b\left(x^2-1\right) + c\alpha\left(x^2-y^2\right)\right]\right]^2\\
&\quad +4\left[\alpha\left(x^2+y^2-2x^2y^2\right) + cx\left(1-y^2\right)\right]^2\\
&W = c\alpha\left(x^2-y^2\right)\left(3x^2+y^2\right) + b\left(3x^4+6x^2-1\right) + 8x^3\\
&\alpha = \frac{2Ma}{a^2-M^2},\ e^{-iv} = b+ic = \frac{a^2-M^2}{a^2+M^2} + i\frac{2Ma}{a^2+M^2},\ k = \frac{M\left(a^2+M^2\right)}{a^2-M^2}
\end{aligned}
\tag{5.6}
$$

şeklinde verildi.

Manko ve Ruiz, simetri ekseninde konumlandırılmış, kütlesiz destekle ayrılarak dengede olan, keyfi iki stasyonel, eksensel simetrik Kerr kara deliğini (ya da hiperekstrem (çıplak tekillik) cisimleri) tanımlayan metriği 5 fiziksel parametre ile verdi (Manko and Ruiz, 2018). Bu parametreler, her bir kara deliğin Komar kütleleri m_1 ve m_2, birim kütledeki Komar açısal momentumu $a_1 = L_1/m_1$ ve $a_2 = L_2/m_2$ ve bileşenlerin merkezleri arasındaki koordinat uzaklığı R'dir. Toplam kütle $M = m_1 + m_2$, toplam açısal momentum $L = L_1 + L_2$ dir.

Hawking (1971), eşit kütleli (M), iki Schwarzschild kara deliğinin birleşmesi süreci ve sonrasında gravitasyonel ışımayla kütle kaybı için üst sınırı 0.59M olarak elde etti.

Kidder, Will ve Wiseman (1992), gravitasyonel ışıma etkisinin hesaba katılmadığı durumda, keyfi kütle oranları için, dönmeyen yoğun cisimlerden oluşan çift sistemlerdeki iscoyu inceledi (Kidder et al., 1992). Çalışmada eşit kütleli çift

Schwarzchild kara delik sistemi için harmonik koordinatlarda isconun konumu 6.8M olarak bulundu.

Kidder, Will ve Wiseman, dönen yoğun cisimlerden (neredeyse küresel simetrik ve yapıları mükemmel akışkanla tanımlanan iyice ayrık cisimler) oluşan çift sistemlerin *inspiral* evresinden gelen gravitasyonel ışımaya spin-yörünge ve spin-spin eşliği katkılarını hesaplayarak gravitasyonel dalga formunu ve enerji kayıp miktarını belirledi (Kidder et al., 1993). Yayılan enerjiyle kaybedilen yörünge enerjisi arasında denge varsayılarak (gelgit etkileri ihmal edilerek), dairesel yörüngede spinin yörünge frekansı ve yarıçapının evrimi üzerindeki etkileri belirlendi.

Baumgarte (2000), konformal olarak düz arkaplan metriği seçerek, dönmeyen kara delik çiftleri için iscoyu belirleyip önceki çalışmalarla karşılaştırarak alttaki manifold yapının isconun konumunda çok küçük bir etkiye sahip olduğunu gösterdi (Baumgarte, 2000).

Pfeiffer, Teukolsky ve Cook, etkin potansiyel yöntemini kullanarak dönen çift kara delik sistemlerinde dairesel benzeri yörüngeleri inceleyerek isconun her bir kara deliğin spin değerine güçlü şekilde bağlı olduğunu buldu (Pfeiffer et al., 2000). Büyük ayrıklıklarda dairesel benzeri yörüngeler PN açılım ile iyi bir şekilde tanımlanır. Küçük ayrıklıklarda ise etkin potansiyel yöntemi geçersizdir. Isconun bulunabileceği bütün durumlarda görünür ufkun iscodan daha küçük ayrıklıklarda iki kara deliği de kapsadığı bulundu.

Dönen viskoz akışkan yıldızlarda gelgit dönme momenti, spin ve yörüngesel açısal momentumun dönüşümüne neden olur. Kara deliğin ufku yıldızsal akışkanlardakiyle kıyaslandığında daha büyük etkin viskoziteye sahiptir ve etkin gelgit dönme momentinin (*inspiral* evresinin son bölümlerindeki kara delik spini ile ilişkilendirilmiştir) hızlı dönen iki kara deliğin *inspiral*inin bitiş noktasında önemli etkilere sahip olabileceği önerildi (Price and Whelan, 2001). Buna göre, iki kara deliğin maksimum dönmeye sahip olduğu ve açısal momentumlarının (yörünge ve spin) aynı yönlü olduğu durumda;

1) Açısal momentum transferinin *inspiral*in bitiş noktasında gravitasyonel dalga *chirp*ini değiştirebilecek önemli etkilere sebep olabileceği,

2) Spin enerjisinin yörüngesel enerjiye gelgit transferinin yayılan enerjiyi arttırabileceği,

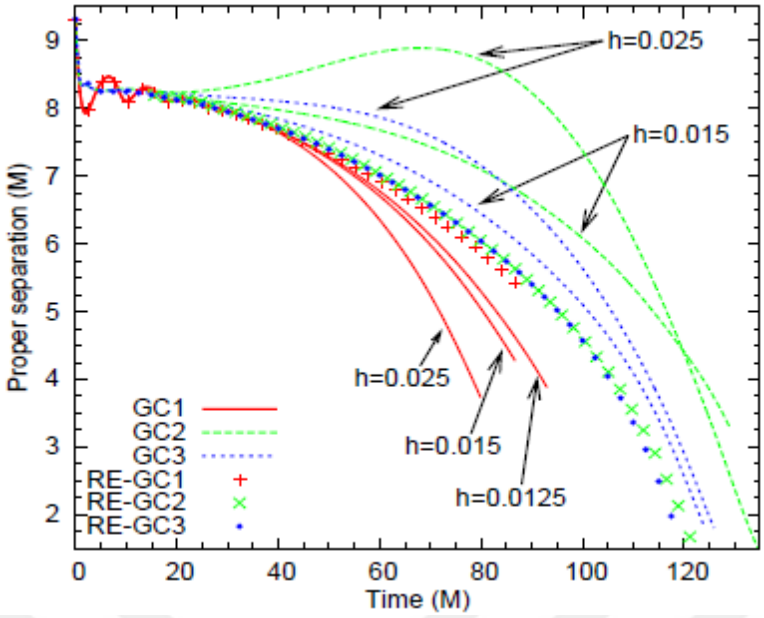
3) Bu sistemlerdeki gelgit transferinin fazla açısal momentumu atmak için bir mekanizma sağlayabileceği ve gelgit dönme momentinin nötron yıldızı çiftlerinde olduğu gibi kara delik çiftlerinde de sadece çok küçük ayrıklıklarda (kara deliklerin boyutları mertebesinde) etkili olabileceği belirtildi.

Buna rağmen Campanelli, Lousto ve Zlochower tarafından yapılan simülasyonda spinin artmasının önemli etkilere sahip olabileceği fikri doğrulanmadı (Campanelli et al., 2006).

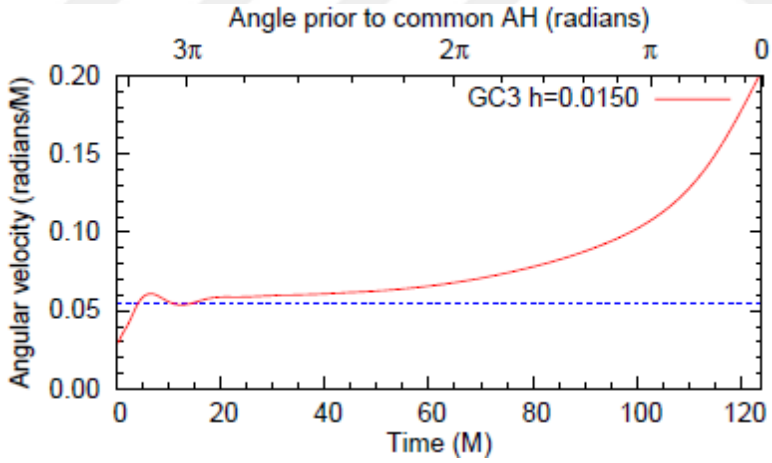
Merritt ve Ekers, kara deliklerin birleşmesi sırasında ve sonucunda spin eksenlerinin yönünün önemli ölçüde değişeceği, bunun da jetin yönünün aniden değişmesine (flip) neden olacağı, bu durumun da birleşen galaksilerin radyo gözlemlerinde görülebilir geometrik etkiye sahip olabileceğini belirledikleri kanatlı (winged) ya da X tür radyo kaynaklı galaksileri kullanarak gösterdiler (Merritt and Ekers, 2002). Çalışmaya göre büyük kütleli kara deliğin başlangıç spiniyle son spini arasndaki açı 180° kadar farklı olabilir.

İki eşit kütleli, dönmeyen kara deliğin nümerik evrimi (*plunge*, birleşme ve *ringdown* boyunca) ve bu evreler boyunca yayılan gravitasyonel dalga ilk kez Pretorius tarafından elde edildi (Pretorius, 2005). Bu, nümerik görelilikte devrim niteliğinde bir adım olarak ifade edilir. Çalışmada kara deliklerin ~ 1 yörüngede birleşeceği başlangıç parametreleri seçildi. Buna göre M kütleli, başlangıç öz ayrıklığı ve yörünge açısal frekansı sırasıyla 16.6M ve 0.023/M olan iki kara delik birleşerek $M_{son} = 1.9M$ kütleye, $a_{son} = 0.7$ boyutsuz spin parametresine sahip kara delik oluşturmuş ve $\sim 0.1M$ kütle gravitasyonel ışıma olarak yayılmıştır.

Diener ve diğerleri, son yörüngede kara delik çiftinin evrimini inceledi (Diener et al., 2006). Çalışmada başlangıç verisi olarak Brandt ve Brugmann'ın *puncture* yaklaşımı kullanıldı (Brandt and Brügmann, 1997). Başlangıç yörünge parametreleri, kara delik çiftini dairesel benzeri bir yörüngeye yaklaştırmak için başlangıç ayrıklığı l/M=9.32M, her bir kara deliğin kütlesi m=0.47656M, eşit ve zıt çizgisel momentum $p \pm 0.13808$ olarak seçildi. Son yörüngenin süresi ~ 59M, ortak ufkun oluşumu ise T=124M (öz ayrıklık ~ 1.8M olduğunda gerçekleşir) olarak bulundu. Birleşmiş olay ufuklarının, ortak görünür ufuklardan daha önce oluşacağı böylece görünür ufkun hareketine bağlı olan açısal hız ölçülerek kara deliklerin 1.5 dönmeden daha fazla bir ayrıklığa sahip olduğu bulundu. Görünür ufuklar arasındaki minimum öz uzaklığın zamana göre değişimi farklı çözünürlük değerleri için Şekil 5.1'de, her bir görünür ufkun açısal hızının zamanla ve açıyla değişimi ise Şekil 5.2'de gösterildi.



Şekil 5.1. Görünür ufuklar arasındaki minimum öz uzaklığın zamana göre değişimi. h çözünürlük değerini, RE ise Richardson ötelemesini (extrapolation) gösterir (Diener et al., 2006).



Şekil 5.2. Her bir görünür ufkun açısal hızının zamanla ve açıyla (görünür ufkun ilk oluşumundan geriye doğru radyan biriminde ölçüldü) değişimi. Eğri, görünür ufkun açısal hızını (Ω) gösterirken yatay noktalı çizgi $\Omega_0 = 0.055$ değerine karşılık gelir (Diener et al., 2006).

Eşit kütleli kara delik çiftlerinin nümerik evrimi için uzayzaman tekilliğini çıkarmadan son yörünge ve birleşme hareketli *puncture* yöntemi kullanılarak modellendi (Campanelli et al., 2006). Çalışmada, her bir görünür ufkun yörüngeleri izlenerek çiftin ortak ufuk oluşturmadan önce ~ 1.33 yörüngeyi tamamladığı bulundu. Dalgaformu ve son ufuk parametreleri doğru bir şekilde elde edilerek çiftin kütlesinin %3.2'sini ve açısal momentumunun %24'ünü gravitasyonel ışıma olarak yaydığı bulundu. Dalgaformunun erken kısmı artan genlik ve frekansla salınımlı, sonrasında ise *plunge* dalgaformuna geçiş yapar. *Plunge* dalgaformunun dairesel benzeri yörüngelerden başlandığında çiftler arasındaki başlangıç ayrıklığından bağımsız, genel bir şekle sahip olduğu tahmin edildi.

Tablo 5.1. Sistemin başlangıç parametreleri (Campanelli et al., 2006).

m/M=0.47656	**P/M=13808**	**Y/M=** ± 3.0
l/M=9.32	$L/M^2 = 0.82843$	$M\Omega = 0.054988$

Sistemin başlangıç parametreleri m her bir kara deliğin kütlesi, M=1 boyutsuz olması için seçildi, P çizgisel momentum değeri (kara delikleri birleştiren çizgiye dik, zıt ve eşit), (0,Y,0) *puncture*ın koordinat konumu, l görünür ufuklar arasındaki öz uzaklık, L toplam açısal momentum ve Ω yörünge frekansıdır (Tablo 5.1). Bu yapı için toplam Arnowitt-Deser-Misner (ADM) kütlesi $M_{ADM} = 0.98461M$ dir. Ortak ufkun T=120M-125M arasında oluştuğu ve son yörüngenin döneminin yaklaşık olarak 62M olduğu bulundu. Birleşme sonucu oluşan kara deliğin ufkundan ve salınan ışınımdan elde edilen sonuçlar Tablo 5.2'de verildi

Tablo 5.2. Dalgaformu ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin ufkundan elde edilen evrim sonuçları. $E_{ışınım} / M_{ADM}$ ve $L_{ışınım} / L_{ADM}$ sırasıyla ADM kütlesi cinsinden gravitasyonel ışımayla kaybedilen kütle ve açısal momentumu, a_{son} boyutsuz spin parametresini, ogu ise ortak görünür ufku ifade eder (Campanelli et al., 2006).

Yöntem	$E_{ışınım} / M_{ADM}$	$L_{ışınım} / L_{ADM}$	T_{ogu} / M	a_{son}
Işınım	$\%(3.18 \pm 0.2)$	$\%(24.3 \pm 2)$	≈ 121	0.673 ± 0.002
Ufuk	$\%(3.3 \pm 0.2)$	$\%(24.7 \pm 0.4)$	≈ 125	0.668 ± 0.001

Campanelli ve diğerleri, yüksek hızla dönen, eşit kütleli kara delik çiftlerinin yörüngelerinin gravitasyonel ışımayla değişimini spin yönünün fonksiyonu olarak belirledi (Campanelli et al., 2006). Çalışmada, etkiyi maksimum hâle getirmek için spin açısal momentumu $S / M^2 = 0.757$, boyutsuz spin parametresi a, başlangıç yörünge dönemi 125M olan aynı yönlü kara delik çifti (++0.757 şeklinde gösterilir), zıt yönlü dönen kara delik çifti (--0.757 şeklinde gösterilir) ve karşılaştırma olarak dönmeyen kara delik çifti durumları incelendi. Birleşme sonucu oluşan ufuktan elde edilen parametrelerr Tablo 5.3'te verildi.

Tablo 5.3. Birleşme sonucu oluşan ufuktan belirlenen parametreler. Ufuk ++0.757 için T=224.5M'de, --0.757 durumunda T=105.5M'de ve spinin olmadığı durumda T=161M de oluştu (Campanelli et al., 2006).

S / M^2	$E_{ışınım} / M_{ADM}$	$L_{ışınım} / L_{ADM}$	a_{son}
++0.757	$\%(6.7 \pm 0.2)$	$\%(34 \pm 1)$	0.800 ± 0.002
--0.757	$\%(2.2 \pm 0.1)$	$\%(26 \pm 2)$	0.443 ± 0.001
0.00	$\%(3.5 \pm 1)$	$\%(26.9 \pm 0.1)$	0.688 ± 0.001

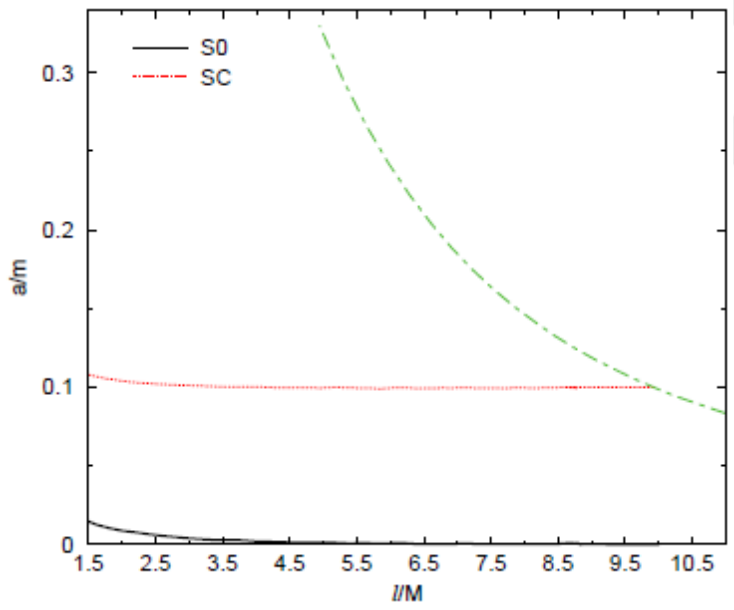
Kara delik çifti birleşmeden önce --0.757 durumunda ~ 0.9 yörüngeyi, ++0.757 durumunda ~ 3 yörüngeyi tamamladığı bulundu. Böylece dönmeyen duruma göre spin-yörünge eşliğinin *plunge* evresini spinler aynı yönlü olduğunda ertelediği, zıt yönlü olduğunda ise hızlandırdığı sonucuna varıldı. M_{ufuk} ufuk kütlesi olmak üzere spin açısal momentumu ile boyutsuz spin parametresi arasındaki ilişki $S = aM_{ufuk}$ dur.

Eşit kütleli kara delik çiftlerinin birleşme işleminin son aşaması boyunca spin ve yörünge açısal momentumlarının dönüşümünün nümerik simülasyonu Campanelli ve diğerleri tarafından yapıldı (Campanelli et al., 2006).

Yörüngeden spine açısal momentumun transferini hesaplamak için iki dairesel benzeri yörüngeden başlandı. Başlangıç verileri Tablo 5.4'te verildi. Birinci durumda kara delikler başlangıçta dönmeye sahip değildir. İkinci durumda ise aynı yönlü dönmeye sahiptir ve iki durumda da çiftlerin birleşmeden önce ~ 1.75 yörüngeyi (dönüş) tamamladığı bulundu. Her bir ufkun boyutsuz spin parametresinin (a) başlangıçta dönmeyen kara delikler için 0.012, aynı yönde dönen kara delikler için ise 0.006 arttığı tespit edildi. Spin-yörünge eşliği *inspiral*in son evresi boyunca çifti eş dönme durumuna gelgit kilitlemesi için oldukça küçüktür (bkz. Şekil 5.3). Spinden yörünge açısal momentumuna transfer durumunda eşit kütleli, hızlandırılmamış *(non boosted)* kara deliklerin y ekseni, her bir spinin +z ekseni boyunca hizalandığı çiftler incelenerek yayılan enerji ve açısal momentum ölçüldü. Bu durumdaki dönmeyen kara delik çiftleri kafa kafaya çarpışma (tam kafa kafaya çarpışma durumu enerjinin yayılmasına neden olur, açısal momentum yayılmaz) meydana getirirken, dönen kara delik çiftlerinin spin-yörünge eşliğinin açısal momentumun da ışınımına neden olmasından dolayı kafa kafaya olmayan çarpışma gerçekleştirdiği ortaya çıktı.

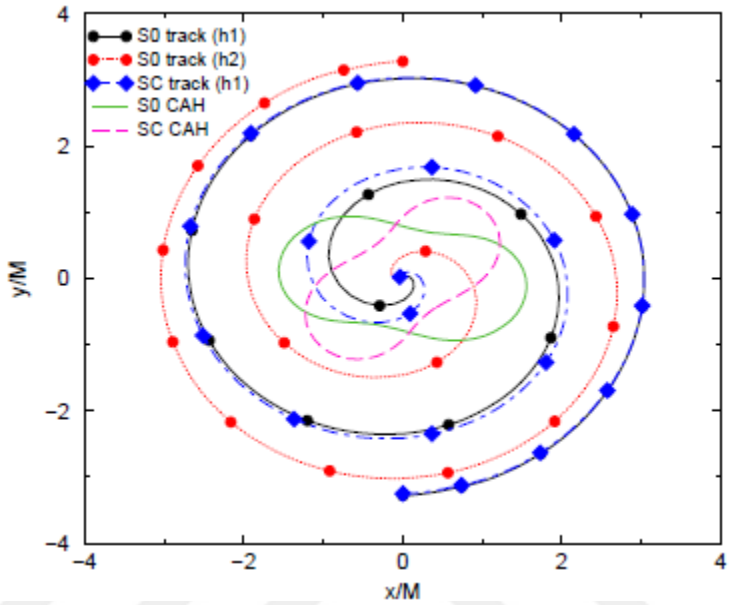
Tablo 5.4. Eşit kütleli, dairesel benzeri kara delik çifti için başlangıç verileri. Çiftin ADM kütlesi $(1.0000 \pm 0.0005)M$, yörünge frekansı $M\Omega = 0.0500$ (sabit), toplam açısal momentum (yörünge ve spin) (0, 0, L), öz ufuk ayrıklığı l ile gösterildi. *Puncture* $(0, \pm Y, 0)$ konumunda yer alır ve kütle parametresi m_p, momentumu $(\pm P, 0, 0)$, spin açısal momentumu (0, 0, S) ve m ufuk kütlesi olmak üzere boyutsuz spin parametresi a/m dir. S0 başlangıçta dönmeyen kara delikleri, SC ise aynı yönlü dönen kara delikleri gösterir (Campanelli et al., 2006).

	S/M^2	Y/M	P/M	L/M^2	a/m	m_p/M	l/M
S0	0.000	3.280	0.1336	0.876	0.0000	0.4848	10.01
SC	0.025757	3.2534	0.1330	0.917	0.1001	0.4831	9.93



Şekil 5.3. Ufukların spinlerinin, çiftin öz uzaklıklarıyla artışı. Sürekli çizgi SC durumu için a/m değerinin değişimini (başlangıçta eş dönme yapan kara delik çifti), noktalı çizgi S0 durumunda (başlangıçta dönmeye sahip olmayan kara delik çifti) a/m değerinin değişimini gösterir. Nokta ve çizgiden oluşan çizgi ise spinler için eşdönme değerini gösterir (Campanelli et al., 2006).

Ufukların spinlerinin, çiftin öz uzaklıklarıyla değişimi Şekil 5.3'te gösterildi. Görünür ortak ufuk, S0 için öz ayrıklık 1.75M, SC için öz ayrıklık 1.69M olduğunda gerçekleşir. Karşılaştırılabilir kütle durumunda gravitasyonel ışıma son *inspiral* ve *plunge* evreleri boyunca baskındır, bu nedenle isco yoktur. S0 ve SC durumları için ufuk yolları Şekil 5.4'te gösterildi.



Şekil 5.4. S0 ve SC durumları için ufuk yollarının gösterimi. İşaretler her 10M'deki evrimi gösterir. S0 ve SC yolları ilk 100M için iyi bir uyum içindeyken, 100M sonra SC yolu birleşmeden önce daha sıkı ve daha uzun yörünge gösterir. S0 durumunda çift 1.75 yörüngeden biraz daha az yörüngeyi tamamlarken, SC durumunda biraz daha fazla yörüngeyi tamamlar (Campanelli et al., 2006).

Birleşmeden sonra oluşan kara deliklerin boyutsuz spin parametresi S0 durumu için 0.688 ± 0.001, SC durumu için 0.717 ± 0.0001 dir. Son olarak, eşit kütleli kara deliklerin birleşmesi durumunda oluşan kara deliğin boyutsuz spinin parametresinin 0.355'ten (başlangıçta ekstrem dönmeye sahip zıt yönlü dönen kara delikler için) daha küçük ve 0.946'dan (başlangıçta ekstrem dönmeye sahip aynı yönlü kara delikler için) daha büyük olamayacağı gösterildi.

Kara deliklerin birleşmesi boyunca gravitasyonel dalganın yönbağımlı (anizotropik) şekilde yayılması, birleşme sonucunda oluşan kara deliğin geri tepmeye uğramasına neden olur. Eşit kütleli, dönmeyen kara deliklerde gravitasyonel ışıma geri tepmesi olmaz ya kütleleri farklı, dönmeyen ya da farklı

kütle farklı spinli, eşit kütle farklı spinli olmak zorundadırlar. "Spindeki farklılık, kütledeki farklılığa göre gravitasyonel ışıma geri tepmesinde daha baskındır" (Campanelli et al., 2007).

Peres (1962), gravitasyonel ışımayla çizgisel momentum kaybından dolayı geri tepme koşullarını elektromanyetik ışımayla karşılaştırarak inceledi. Çift sistemde gravitasyonel ışıma geri tepmesi Cooperstock (1968) tarafından çalışıldı.

Bekenstein (1973), yıldız çekirdeğinin küresel olmayan gravitasyonel çökmesiyle gravitasyonel dalgayla çizgisel momentumun da yayıldığı ve bu çizgisel momentumun geri tepmeye neden olduğunu belirterek geri tepme hızı ve olası sonuçlarını inceledi.

Cooperstock (1977), benzer gravitasyonel dalga yayan kara deliklerden oluşan çift sistemde, her bir bileşenin kuadrupol ışıması arasındaki girişimin geri tepmeyi arttırabileceğini belirtti.

Eşit kütleli, dönen çiftlerde (zıt yönlü spine, yörünge açısal momentumuyla aynı veya zıt yönlü dönen kara delikler) gravitasyonel geri tepme etkisi incelenerek, a her bir kara deliğin boyutsuz spin parametresi olmak üzere geri tepme hızı $V = 475a\ kms^{-1}$ olarak elde edildi (Hermann et al., 2007).

Eşit kütleli, maksimum dönmeye sahip, zıt yönlü ve yörünge düzlemine paralel spine sahip kara delik çiftinin birleşmesi sonucunda maksimum gravitasyonel geri tepme hızı ise $\sim 4000\ kms^{-1}$ olarak elde edildi (Campanelli et al., 2007). Bu geri tepme hızının süper kütleli kara delikleri galaksisinden çıkartmak için yeterli olduğu vurgulandı.

Farklı kütleli, aynı hizada olmayan spinli genel kara delik çiftinin evrimi Campanelli ve diğerleri tarafından incelendi (Campanelli et al., 2007). Kütle oranı 2:1, boyutsuz spin parametresi (a=0.885), spin yönü yörünge düzlemine göre -45° eğik olan kara deliğin etrafında, başlangıçta dönmeyen kara deliğin dolandığı durumda *inspiral* ve birleşme ~ 2 yörünge boyunca izlenerek birleşme sonucunda oluşan kara deliğin $454\ kms^{-1}$'lik geri tepmeye uğradığı bulundu. Oluşan kara

deliğin spin yönünün başlangıçta spine sahip kara deliğin spin yönüne göre 103°, başlangıç yörünge açısal momentumuna göre ise 33° kaydığı bulundu.

Kara delik çiftlerinin birleşmesinin son evreleri boyunca spinin nasıl değiştiği ilk kez Campanelli ve diğerleri tarafından yapılan simülasyonlarla gösterildi (Campanelli et al., 2007). Çalışmada spinleri (paralel ve eşit) yörünge açısal momentumuyla zıt yönde olan dairesel benzeri yörüngelerdeki kara delik çiftlerinin evrimi iki durumda incelendi. İlk durumda her bir spin yörünge düzlemini (yörünge açısal momentumuna dik), ikinci durumda ise yörünge düzleminin 45° üstünü gösterir. İlk durumda çiftin birleşmeden önce 1.75 yörünge tamamladığı, spin presesyonu 98° ve oluşan kara deliğin spininin bileşenlerin spinine göre 72° kaydığı, ikinci durumda ise çiftin birleşmeden önce 2.25 yörüngeyi tamamladığı, spin presesyonu 151° ve oluşan kara deliğin spininin bileşenlerin spinine göre 34° kaydığı bulundu. Spin kayması, çiftin birleşmesinin sonlarında yörünge açısal momentumunun spin açısal momentumuna dönüşümünden dolayı spin ekseninin kayması olayıdır, lineer etkileşim gerektirmez ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin başlangıçtaki kara deliklerin toplam açısal momentumlarının çoğunu alması durumunun basit bir sonucudur.

Genel, dönen kara delik çiftlerinin *inspiral*, birleşme ve *ringdown* boyunca gravitasyonel dalga sinyali, frekans uzayında üç fiziksel parametreyle çiftin yedi boyutlu parametre uzayını ifade eden PhenomP olarak adlandırılan modelle elde edildi (Hannam et al., 2014). Üç fiziksel parametre sırasıyla çiftin kütle oranı (m_1 ve m_2 bileşenlerin kütleleri olmak üzere $q = m_2/m_1 \leq 3$ için geçerli), etkin *inspiral* spini χ_{etkin} ($|\chi_{etkin}| \leq 0.75$ için geçerli, *inspiral* oranını belirleyen yörünge açısal momentumuna paralel toplam etkin spin) ve etkin presesyon spini x_p dir. Gravitasyonel dalgaformu, presesyon yapmayan çiftin dalgaformunun presesyon hareketi için yaklaşık ifadeyle döndürülmesiyle elde edilir. Çalışmada, bütün spinin büyük kara delikte olduğu durum incelendi.

Peters ve Mathews (1963), gravitasyonel ışıma ile elektromanyetik ışıma arasındaki benzerliği kullanarak, net dış kuvvetin olmadığı durumda, iki nokta kaynaktan oluşan çift sistemin yarattığı gravitasyonel ışımayı yörünge hızının

düşük ve basıklığın (göreli yörüngenin) keyfi olduğu durum için hesaplayarak sabit enerji için basıklığın yüksek ışınıma neden olacağı sonucuna vardı (Peters and Mathews, 1963). Buna göre m_1, m_2 bileşenlerin kütlelerini, a yarı büyük eksen uzunluğunu ve e basıklık olmak üzere $G=c=1$ için gravitasyonel dalgayla salınan enerjinin zamanla değişimi

$$\frac{dE}{dt}=-\frac{32}{5}\frac{m_1^2m_2^2\left(m_1+m_2\right)}{a^5\left(1-e^2\right)^{7/2}}\left(1+\frac{73}{24}e^2+\frac{37}{96}e^4\right) \tag{5.7}$$

şeklinde elde edildi.

Peters (1964), gravitasyonel dalgayla salınan enerjinin zamanla değişimi ifadesini kullanarak düşük hızlarda açısal momentumun (L) zamanla değişimini

$$\frac{dL}{dt}=-\frac{32}{5}\frac{m_1^2m_2^2\left(m_1+m_2\right)^{1/2}}{a^{7/2}\left(1-e^2\right)^2}\left(1+\frac{7}{8}e^2\right) \tag{5.8}$$

yarı büyük eksen uzunluğunun zamanla değişimini

$$\frac{da}{dt}=-\frac{64}{5}\frac{m_1m_2\left(m_1+m_2\right)}{a^3\left(1-e^2\right)^{7/2}}\left(1+\frac{73}{24}e^2+\frac{37}{96}e^4\right) \tag{5.9}$$

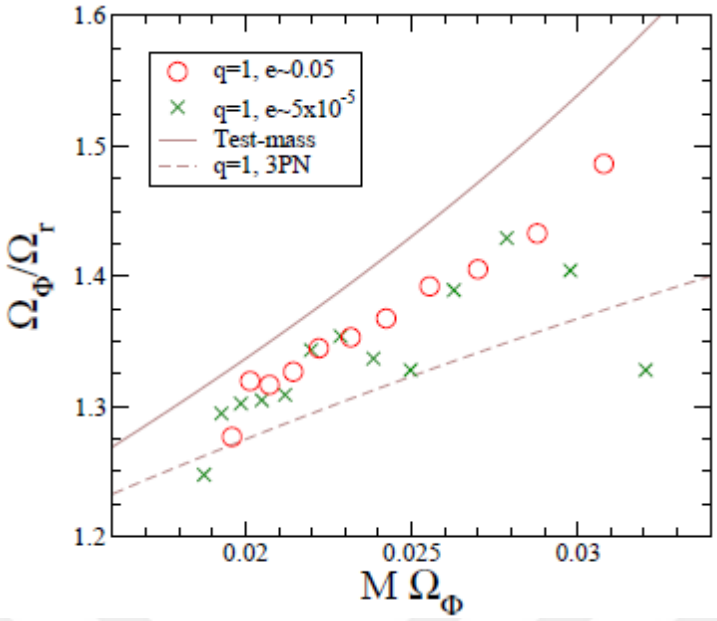
ve basıklığın zamanla değişimini

$$\frac{de}{dt}=-\frac{304}{15}\frac{em_1m_2\left(m_1+m_2\right)}{a^4\left(1-e^2\right)^{5/2}}\left(1+\frac{121}{304}e^2\right) \tag{5.10}$$

şeklinde elde etti.

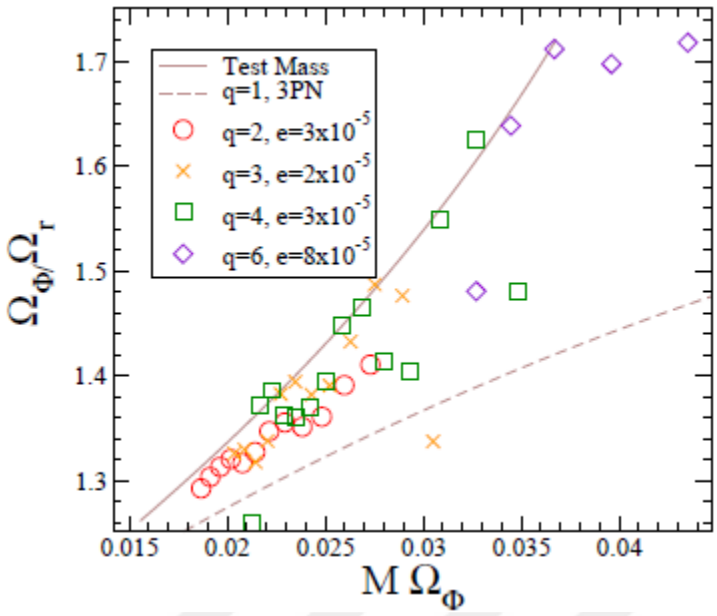
Mroué ve diğerleri, yörünge değişenleri (yörünge frekansı Ω, kara delikler arasındaki koordinat ayrıklığı D, öz ufuk ayrıklığı l (koordinat ekseni boyunca kara delikler arasındaki uzaklıkların toplamı), gravitasyonel dalga evresi (ϕ) ve frekansı (ω) kullanılarak dairesel benzeri yörüngelerdeki kara delik çiftlerinin yörünge

basıklıklarının hesaplandığı yöntemleri karşılaştırdı (Mroué et al., 2010). Buna göre $e = 0.01$ için çoğu yöntem makul sonuçlar verirken, $e \sim 10^{-4}$ durumunda gravitasyonel dalga evresinin daha iyi sonuç verdiği görüldü. Çalışmada ek olarak eşit/eşit olmayan kütleli, dönmeyen kara delik çiftleri durumunda enberi kayması ilk kez hesaplandı**.** Enberi kayması, basık yörüngeli çiftler için gravitasyonel dalga sinyalinin değişimine neden olur. Bir yörüngedeki kesirsel enberi kayması K olmak üzere $K = \frac{\Delta\phi}{2\pi}$ şeklinde tanımlandı. İfadede, $\Delta\phi = \phi - 2\pi$ bir yörüngedeki enberi kaymasını gösterir. Radyal frekans Ω_r, yörünge frekansı Ω_ϕ olmak üzere kesirsel enberi kaymasıyla aralarındaki ilişki $\frac{\Omega_\phi}{\Omega_r} = K + 1$ dir.



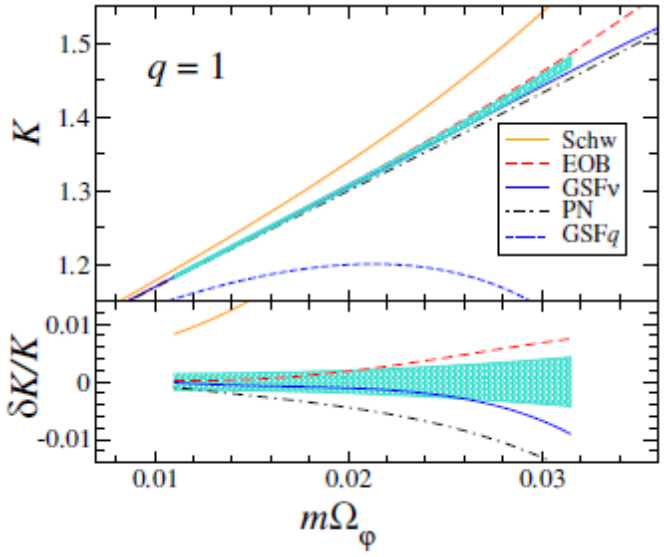
Şekil 5.5. Eşit kütleli kara delik çiftleri için enberi kayması. Yörünge frekansının radyal frekansa oranının (Ω_ϕ / Ω_r) yörünge frekansına ($M\Omega_\phi$) karşı değişimi. Veriler, iki farklı basıklık değeri e için eşit kütleli dönmeyen kara delik çiftlerinin nümerik simülasyonlarını temsil ediyor. q=1 ve test parçacığı durumları için PN yaklaşımının tahmini ($e \ll 1$ sınırında) de gösterildi. $e \sim 5x10^{-5}$ durumunda nümerik veri $M\Omega_\phi \gtrsim 0.03$ için güvenilir değildir (Mroué et al., 2010).

$\frac{\Omega_\phi}{\Omega_r}$ oranının yörünge frekansına (gravitasyonel dalga frekansının yarısı olarak alındı) göre değişimi eşit kütleli kara delik çifti için Şekil 5.5'te, farklı kütleli kara delik çifti için ise Şekil 5.6'da gösterildi. Enberi kaymasının artan yörünge frekansı $M\Omega_\phi$ ile arttığı bulundu. Şekildeki tam ve noktalı çizgiler sırasıyla Schwarzschild kara deliğinin etrafında dolanan test parçacığının enberi kaymasına ve 3.dereceden PN yaklaşımda eşit kütleli çiftlerin enberi kayması durumlarına karşılık gelir. $\frac{\Omega_\phi}{\Omega_r}$ değerlerindeki saçılmanın, simülasyonun enberi kaymasındaki belirsizliğinin ölçüsü olduğu ve test parçacığı durumunun eşit olmayan kütleli kara delik çifti durumuyla daha iyi uyum sağladığı belirtildi (Bkz. Şekil 5.6).

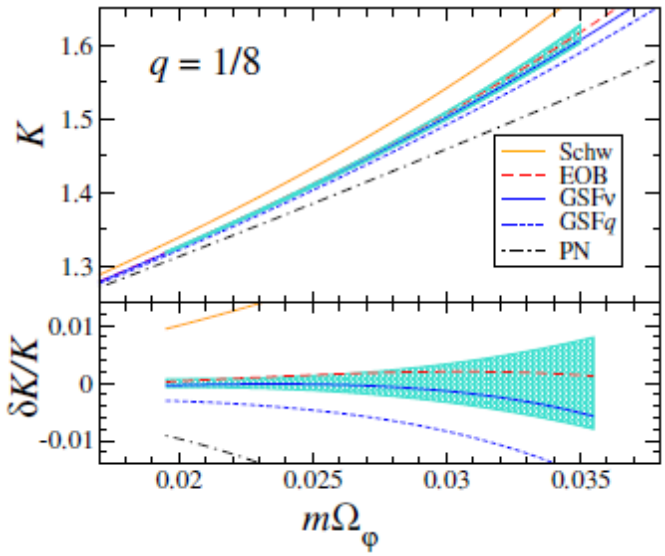


Şekil 5.6. Şekil 5.5'le aynı ama $q = M_1/M_2$ olmak üzere farklı kütleli kara delik çiftleri durumunu gösterir (Mroué et al., 2010).

Işınım etkisinin ihmal edildiği durumda, kütle oranı $1/8 \le q = m_1/m_2 \le 1$, basıklığı $0.0015 \le e \le 0.023$ aralığında olan dönmeyen kara delik çiftlerinin *inspiral*lerinin son evrelerinin simülasyonları kullanılarak, bu sistemler için enberi kayması hesaplanarak birkaç analitik yaklaşımın (PN yaklaşımı, kara delik tedirginlik teorisi, etkin tek cisim modeli) tahminleriyle karşılaştırıldı (Le Tiec et al., 2011). Çalışmada gravitasyonel dalgaformunun asimptotik yapısı yerine, çiftin yörünge dinamiğine odaklanıldı. Gravitasyonel öz kuvvetle hesaplanan enberi kaymasında kütle oranı q yerine $m = m_1 + m_2$ toplam kütle olmak üzere simetrik kütle oranı $\nu = m_1 m_2/m^2$ yazıldığında elde edilen enberi kayması ile nümerik simülasyonla elde edilen enberi kayması değerlerinin bütün kütle oranları için çok iyi bir şekilde uyuştuğu görüldü. Çalışmada ek olarak, 2.dereceden gravitasyonel öz kuvvet etkisinin enberi kaymasını arttıracak şekilde davrandığı gözlendi. Kara delik çiftlerinin enberi kaymasının dairesel yörünge frekansıyla değişimi eşit kütle durumunda Şekil 5.7'de, kütle oranının $q = 1/8$ olduğu durumda ise Şekil 5.8'de gösterildi.



Şekil 5.7. Eşit kütleli kara delik çiftlerinin enberi kaymasının (K) dairesel hareketin yörünge frekansı (Ω_ϕ) ile değişimi. Nümerik görelilik (Numerical Relativity - NR) sonuçları açık mavi taralı alanla belirtildi. PN ve etkin tek cisim modeli 3.PN derecesinde geçerlidir. Alt panel göreli farkı gösterir $\left(\delta K/K = (K - K_{NR})/K_{NR}\right)$ (Le Tiec et al., 2011).

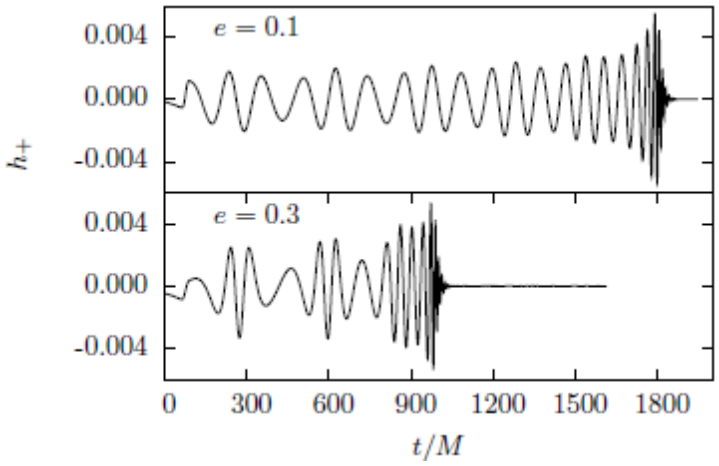


Şekil 5.8. Şekil 5.7 ile aynı ama kütle oranının $q = 1/8$ olduğu durum. Yörünge frekansı $m\Omega_\phi \sim 0.03$, $r \sim 10m$ ayrıklığına karşılık gelir (enberi kayması radyal dönemde yarım yörüngeye kadar ulaşır) (Le Tiec et al., 2011).

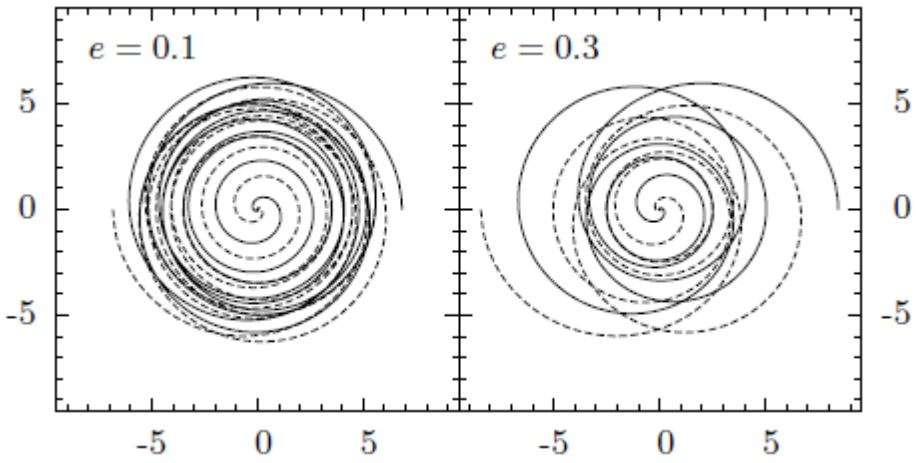
Şu ana kadar, çiftlerin evriminde basıklığın etkisini neredeyse hesaba katmayarak dairesel benzeri yörüngelerde evrimi inceledik. Şimdi ise, basıklığın çiftin evrimine ve birleşme sonucu oluşan kara deliğe etkilerini incelemeye çalışalım.

Sperhake ve diğerleri, eşit kütleli, dönmeyen kara delik çiftlerinin oluşturduğu gravitasyonel dalgaları hesaplayarak *inspiral*den *plunge*a geçiş durumunu inceledi (Sperhake et al., 2008). Çalışmada, çiftin dairesel benzeri *inspiral*den başlayarak birleşmeden önce 1.5, 2.3 ve 9.6 yörüngeyi tamamladığı durumlar ele alınarak, her durumda sistemin bağlanma enerjisi sabit tutulup yörünge açısal momentumu devamlı olarak azaltılarak artan basıklığa sahip yörüngeler, sonunda da kafa kafaya çarpışma durumu elde edildi. *Inspiral*den *plunge*a geçişin yörünge açısal momentumu $L = L_{kritik} \simeq 0.8M^2$ olduğunda gerçekleştiği, $L \simeq L_{kritik}$ olan yörüngeler için birleşme sonucu oluşan kara deliğin $a = L/M^2 \simeq 0.724 \pm 0.13$ spinine sahip olduğu ve bu spinin dönmeyen kara deliklerin birleşmesiyle elde edilebilecek maksimum spine yakın olduğu tahmin edildi.

Başlangıç basıklığı $e \leq 0.8$, koordinat ayrıklığı $D \geq 12M$ olan (9 yörüngeye kadar) eşit kütleli, dönmeyen kara delik çiftlerinin nümerik simulasyonları Hinder ve diğerleri tarafından sunuldu (Hinder et al., 2008). Birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi M_f ve spini a_f elde edildi. Basıklığın $e \leq 0.4$ olduğu durumda birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi ve spinini başlangıç basıklığından bağımsız olarak $a_f / M_f \approx 0.69$, $M_f / M_{ADM} \approx 0.96$ şeklinde elde ederek (dairesel benzeri yörüngelere benzer olarak) çiftin birleşme süresince daireselleştiği önerildi. Basıklığın $e \geq 0.5$ olduğu durumda ise kara deliklerin *plunge* yaptığı belirtilerek maksimum dönme parametresi $a_f / M_f \approx 0.72$ olarak $e = 0.5$ durumu için elde edildi. Maksimum dönme parametresi Sperhake ve diğerleri (2008) tarafından elde edilen değerle uyumludur.



Şekil 5.9. $e = 0.1$ ve $e = 0.3$ durumları için h_+ dalgaformu polarizasyonu (Hinder et al., 2008).



Şekil 5.10. $e = 0.1$ ve $e = 0.3$ basıklıkları için *inspiral* yollarının gösterimi (Hinder et al., 2008).

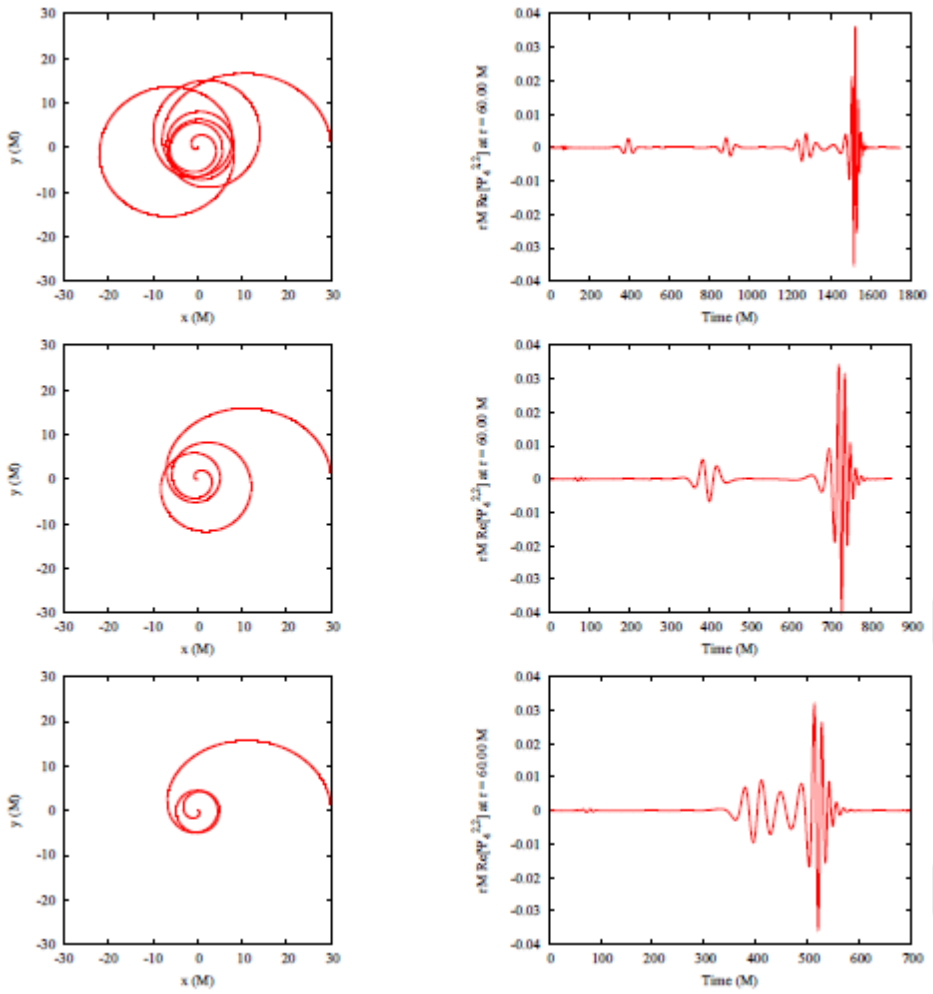
Şekil 5.9 ve 5.10'dan başlangıç basıklığının *inspiral* evresinde önemli etkiye sahip olduğu görülebilir. Basıklığın fazla olduğu durumda, az olduğu duruma göre *inspiral* daha hızlı gerçekleşir. Şekil 5.10, her bir kara deliğin koordinat konumunu gösterir ve ortak ufuk oluştuğunda anlamsızdır.

Farklı basıklık değerleri için ADM kütlesi cinsinden yayılan enerji, açısal momentum ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütle ve boyutsuz spin parametrelerinin değişimi Tablo 5.5'te verildi.

Tablo 5.5. Farklı basıklık değerleri için ADM kütlesi cinsinden (M_{ADM}) yayılan enerji ($E_{ışınım}$), açısal momentum ($J_{ışınım}$) ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesine (M_f) ek olarak birleşme sonrası oluşan kara deliğin boyutsuz spin parametresinin (a_f) değişimi (Hinder et al., 2008).

e	**0.00**	**0.05**	**0.10**	**0.15**	**0.20**	**0.30**	**0.40**	**0.50**	**0.60**	**0.70**	**0.80**
$\frac{E_{ışınım}}{M_{ADM}}$	0.039	0.039	0.040	0.039	0.040	0.039	0.040	0.038	0.022	0.011	0.004
$\frac{J_{ışınım}}{M_{ADM}^2}$	0.391	0.388	0.388	0.385	0.389	0.372	0.279	0.190	0.108	0.063	0.033
$\frac{a_f}{M_f}$	0.714	0.713	0.707	0.696	0.676	0.686	0.716	0.742	0.713	0.623	0.484
$\frac{M_f}{M_{ADM}}$	0.961	0.961	0.960	0.961	0.960	0.961	0.960	0.962	0.978	0.989	0.996

Yörüngenin *zoom-whirl* davranışının nadir görülen bir olay olduğu düşünülüyor. Bunun sebebi gravitasyonel dalganın, genel yörüngeleri zoom-whirl davranışı göstermeden önce daireselleştirecek şekilde açısal momentumu hızlıca tüketmesidir. Büyük kütle oranına sahip sistemler, birleşmeden önce yörüngede daha uzun süre kaldıkları için bu davranışı incelemek için idealdirler. Buna ek olarak spin değerinin büyük olması da *zoom – whirl*liği arttırır. Çalışmada kütle oranı $q = 1/3$, boyutsuz spin parametreleri $a_1 = a_2 = 0.3$ (zıt yönlü), enöte uzaklığı $r = 30M$ olan kara delik çifti durumu incelenerek basık yörüngedeki bu çiftin açısal momentum kaybıyla tamamen daireselleşemeden *whirl* evresi boyunca birleşebileceği bulundu (Healy et al., 2009). Bu durumun dalgaformunda yarattığı değişim ise Şekil 5.11'de gösterildi

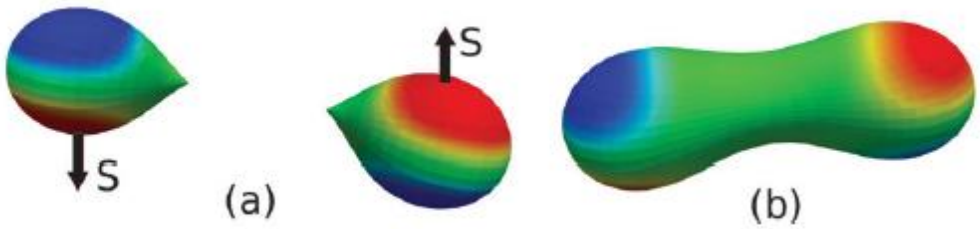


Şekil 5.11. Sol kolonda üstten ilk görüntü, L=4.10 durumu ve yörünge enöteler arasında π 'den fazla presesyon yaparak *zoom-whirl* çevrimi boyunca hareket eder. İkinci görüntü, L=3.95 durumu ve yörünge birleşmeden önceki ilk radyal çevrimde neredeyse 2π 'den fazla presesyon yapar. Üçüncü görüntü, L=3.915 durumu ve yörünge, ışınımla kaybedilen açısal momentum ve kütlenin birleşmeye neden olmasından önce kararsız dairesel yörünge civarında $\sim 4\pi$ kadar presesyon yapar. Sağ kolon ise 60M yarıçapında elde edilen gravitasyonel dalganın simülasyon zamanıyla değişimini gösterir (Healy et al., 2009)

Oldukça hızlandırılmış, eşit kütleli, genel etki parametreli, dönmeyen kara delik çiftinin birleşmesi durumunda etki parametresi iyi şekilde ayarlandığında bu sistemlerin *zoom-whirl* davranışı gösterdikleri ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin spin parametresinin maksimum değere yakın olabileceği $(a \geq 0.95)$ gösterildi (Sperhake et al., 2009).

Uzayzaman eğriliğinin görselleşirilmesi için Owen ve diğerleri bir yöntem önerdi (Owen et al., 2011). Buna göre uzayzaman uzay ve zaman olarak ayrıldığında Weyl eğrilik tensörü (vakumda Riemann tensörüne eşit) iki özel, simetrik, izsiz tensöre ayrılır. Bunlar, gelgit kuvvetini tanımlayan elektrik kısım $\mathcal{E}_{ik}$ ve eylemsiz referans sisteminin diferansiyel sürüklenmesini tanımlayan manyetik kısım B_{ik} dır.

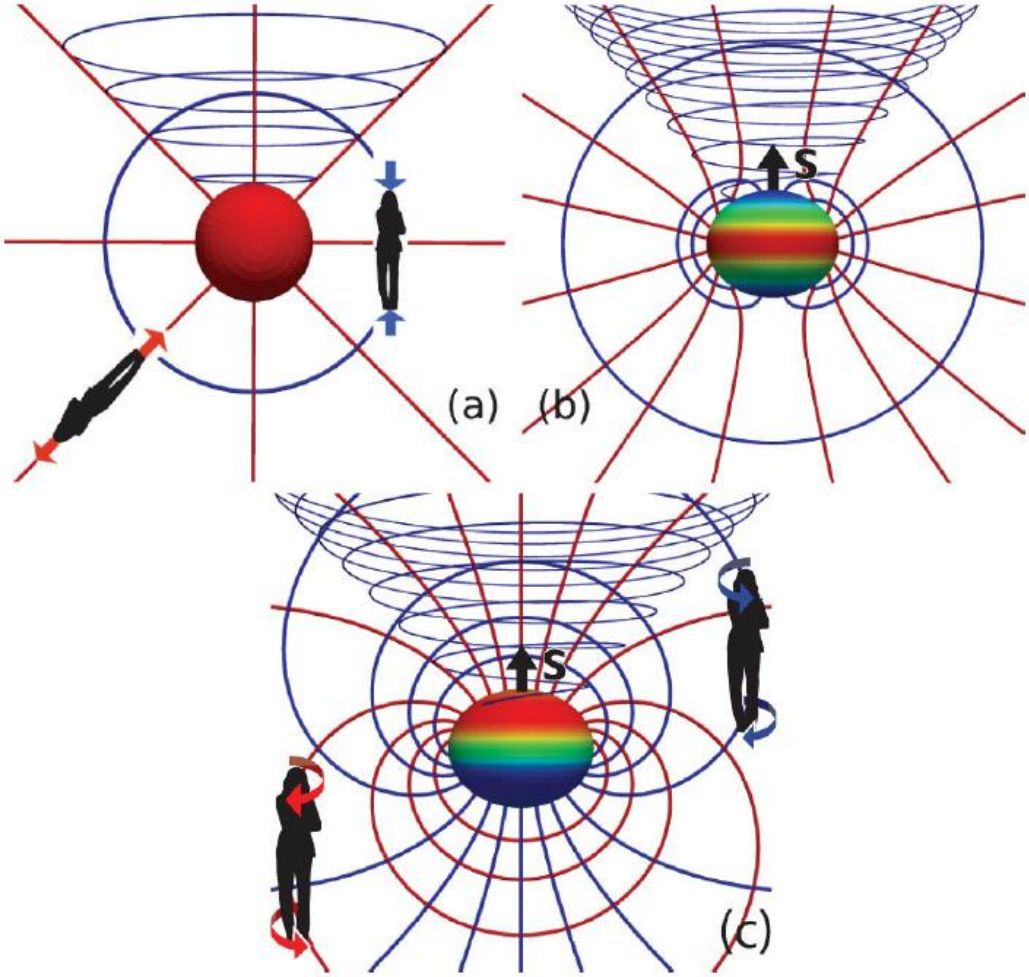
Buna göre, $\mathcal{E}_{ik}$ alanının üç özvektörünün integral eğrileri gelgit *tendex* çizgileri, bu özvektör alanlarının özdeğerleri ise *tendicity* olarak adlandırılırken, B_{ik} alanındaki karşılıkları referans sistemi sürüklenmesi *vortex* çizgileri ve onların *vorticity*leri şeklinde adlandırılır. N ufkun içe doğru birim dik vektörü olmak üzere B_{NN} ufkun *vorticity*sini gösterir ve N boyunca hızlanmadan bağımsız olduğundan dikey gözlemcinin ufuktan içeri düşüş hızından bağımsızdır (gözlemci ufkun hemen üstünde dursa bile değişmezdir). Benzer şekilde, E_{NN} dikey gözlemci tarafından ufka düşerken (ya da ufkun üstünde dururken) hissedilen gelgit ivlenmesinin kuvvetini ölçtüğünden ufkun *tendicity*si olarak adlandırılır. *Vorticity*nin yoğunlaştığı bölgelere *vortex*, *tendicity*nin yoğunlaştığı bölgelere ise *tendex* adı verilir. Şekil 5.12 iki benzer, enine ve zıt yönlü S spinine sahip kara deliğin birleşme anının görüntülerini gösterir.



Şekil 5.12. İki benzer, enine ve zıt yönlü S spinine sahip kara deliğin kafa kafaya birleşme anının görüntüleri. Birleşmeden önce her bir ufuk S de merkezlenmiş negatif *vorticity* bölgelerine (kırmızı) ve diğer tarafta pozitif *vorticity* bölgelerine (mavi) sahiptir. a) birleşme öncesindeki *vortex*leri, b) birleşme sırasındaki *vortex*leri ve birleşen ufkun iki ucundaki *tendex*leri gösterir (Owen et al., 2011).

Yapılan nümerik simülasyonla dört *vortex*in birleşen ufka aktarıldığı (Şekil 5.12 b)), sonrasında ise pozitif ve negatif *vorticity* arasında salınım yapmalarına rağmen (bu salınım dışarı doğru gravitasyonel dalga olarak yayılan *vortex* döngüsü oluşturur) kimliklerini korudukları ve kara deliğin Schwarzschild durumuna dönüşmesiyle kademeli olarak ortadan kalktığı gözlendi.

Kerr kara deliğinin boyutsuz spin parametresi a arttıkça kutuplarındaki Ricci eğrilik skalerinin azaldığı ve boyutsuz spin parametresinin $a = \sqrt{3}/2$ olduğu durumda negatif olduğu bulundu. Dönen ve dönmeyen kara delik durumları için *tendicity* ve *vorticity*ler Şekil 5.13'te gösterildi.



Şekil 5.13. Dönen ve dönmeyen kara delik durumlarında *tendicity* ve *vorticity*lerin gösterimi. a) Dönmeyen kara delik ve onun *tendex* çizgilerinin gösterimi ve bir birey üzerindeki etkilerini gösterir. Şekilde, negatif *tendicity* çizgileri kırmızı (gerilme), pozitif *tendicity* çizgileri ise mavi (sıkıştırma) olarak gösterildi. b) $a = 0.95$ spine sahip Kerr kara deliği için *tendex* çizgilerini c) , b) deki kara delik için *vortex* çizgilerini ve bir birey üzerindeki etkilerini gösterir. Pozitif *vorticity* (mavi) saat yönünde presesyona, negatif *vorticity* (kırmızı) saat yönünün tersinde presesyona karşılık gelir (Owen et al., 2011).

Pozitif *vorticity* bölgeleri negatif *vorticity* bölgeleriyle dengelenmek zorundadır, ufkun sadece bir *vortex*e sahip olması mümkün değildir. Çoklu kara delikler her yerde negatif ufuk *tendicity*sine sahiptir (Şekil 5.13 b) bu durumun istisnalarından biridir). Böylece onların ufuk *tendex*leri, ufuk ortalama değerinden sapmayla ayırt edilmek zorundadır.

Şekil 5.13 a)'dan görülebileceği gibi dönmeyen kara delik için gerilme *tendex* çizgileri radyalken, sıkıştırma çizgileri ise küre üzerindedir. Kara deliğin boyutsuz spininin 0.95 olduğu durumda (Şekil 5.13 b)) onun φ yönündeki (*toroidal*) *tendex* çizgileri spiral kazanır ve θ yönündeki (*poloidal*) *tendex* çizgileri bir kutup bölgesinden çıkıp diğer kutup bölgesine döner. Öte yandan bütün Kerr kara delikleri için her bir kutupsal bölgeden kara deliğin çevresine ulaşan *vortex* çizgileri aynı bölgeye döner. Kırmızı kuzey kutup bölgesinden gelen kırmızı *vortex* çizgileri saat yönünün tersindeki *vortex*e, mavi güney kutup bölgesinden gelen *vortex* çizgileri ise saat yönündeki *vortex*lere karşılık gelirler.

6 GÖZLEMLER

Einstein (1916), düz uzayzamana küçük bir tedirginlik uygulayarak bu durum için alan denklemlerini elektrodinamikteki geciktirilmiş potansiyellere benzer şekilde hesaplayarak, gravitasyonel tedirginliğin ışık hızında yayıldığını göstererek gravitasyonel dalgaları ve nasıl oluştuklarını inceledi. Çalışmada düzlem gravitasyonel dalgaları inceleyerek enine, boyuna ve yeni bir tür olarak adlandırdığı üç farklı tür elde etmesine rağmen koordinat koşulu kullanarak $\left((-g)^{1/2}=1\right)$ bunlardan sadece yeni bir tür olarak adlandırdığı gravitasyonel dalga türünün enerji taşıdığını gösterdi. Çalışmanın öngörülerinden bir diğeri ise kalıcı olarak küresel simetriye sahip olan mekanik bir sistemin gravitasyonel ışıma yayacağıydı. Einstein, bu çalışmasında yaptığı matematiksel hatayı 1918'deki çalışmasında düzelterek kalıcı olarak küresel simetriye sahip mekanik sistemin gravitasyonel ışıma yayamayacağını gösterdi (Einstein, 1918).

Eddington (1922), Weyl'nin düzlem gravitasyonel dalgaları boyuna – boyuna, boyuna – enine ve enine – enine olmak üzere üç türe ayırdığını belirterek sadece enine – enine dalgaların ışık hızında hareket ettiğini, diğer dalga türlerinin hareketi için sabit bir hız olmadığı sonucuna vardı. Bu enine – enine dalga türü Einstein'in yeni bir dalga türü olarak tanımladığı dalga türüdür. Eddington da Einstein'a benzer olarak sabit hıza sahip olmayan dalgaların enerji taşımadığı, dolayısıyla gerçek olmadığını vurguladı.

Gravitasyonel dalgaların gözlemi ve oluşturulabilmesi için ilk öneri Weber'den geldi (Weber, 1960). Çalışmada, nokta kaynakların göreli hareketi ya da kristaldeki gerginliğin, gravitasyonel alanın ikinci türeviyle üretildiğini kullanarak Güneş'ten ya da Güneş sistemi dışından gravitasyonel dalga olayı tespit edilebilmesi ve laboratuvar ortamında gravitasyonel dalga oluşturulup tespit edilebilmesi için birkaç yöntem önerildi. Bu öneriden 9 yıl sonra Argonne Ulusal Laboratuvarı ve Maryland Üniversitesi'nde 1000 kilometre (km) taban uzunluğuna sahip gravitasyonel dalga dedektörleri (altı detektörden oluşan sistemdeki detektörlerden dördü 1660 Hertz (Hz) yakınındaki frekansların dar bandına

ayarlanmış 153 santimetre uzunluğunda alüminyum silindirdir) tarafından ilk gözlemin gerçekleştiğini duyurdu (Olay 1660 Hz'de gerçekleşti.) (Weber, 1969). Diğer dedektörlerin de gözlem yapmaya başlamasıyla Weber'in keşfettiğinin gravitasyonel dalga olayı olmadığı ortaya çıktı.

Girişimölçüm dedektörlerinin ilk uygulaması Moss, Miller ve Forward tarafından yapıldı (Moss et al., 1971). Uzun, genişbant, lazer bağlantılı 1.5 metre (m) uzunluğunda 0.6 – 1.2 m çapında alüminyum silindirlerden oluşan rezonant gravitasyonel dalga anteni için lazer girişimölçer güç çeviricisi oluşturulup test edildi.

Gravitasyonel ışımanın ilk dolaylı gözlemi Hulse ve Taylor'ın 0.3230 günlük çevrim boyunca atma dönemi 0.058967 saniye (s) ve 0.0059045 saniye arasında sistematik olarak değişen çift sistemdeki pulsarı (PSR 1913+16 olarak adlandırılır) keşfetmesiyle gerçekleşti (Hulse and Taylor, 1975). Gözlem, Porto Riko'daki 305 m çapa sahip radyo teleskobu olan Arecibo'yla gerçekleştirildi. Bu çalışmada pulsarın yörünge hareketinin Doppler kaymasının gözlenen dönem değişimine karşılık gelebileceği vurgulanarak, sistemin genel göreliliğin testi için uygun bir aday olduğu belirtildi. Bu çalışmadan sonra PSR 1913+16 için 4.1 yıl boyunca 1000 gözlemden oluşan sinyal varış ölçümleri kullanılarak sistemin çift nötron yıldızından oluştuğu, atma dönemi değişiminin genel görelilikte gravitasyonel ışımanın yörünge evrimi üzerindeki etkisiyle uyumlu olduğu sonucuna varıldı (Taylor et al., 1979).

Yer konuşlu gravitasyonel dalga gözlemevleri: Geliştirilmiş Lazer Girişimölçer Gravitasyonel Dalga Gözlemevi (advanced Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory – aLIGO)'nun Hanford (Washington) ve Livingston (Louisiana)'da yer alan her bir kol uzunluğu 4 km olan, birbirine dik iki koldan oluşan, gravitasyonel dalga gerilmesini *(strain)* dikey kolların uzunlukları arasındaki fark olarak ölçen geliştirilmiş Michelson girişimölçerleridir (Harry, 2010; Aasi et al., 2015).

aLIGO (bundan sonra sadece LIGO)'ya benzer yapıda her bir kol uzunluğu 3 km olan lazer girişimölçer gravitasyonel dalga dedektörü olan geliştirilmiş Virgo

(bundan sonra sadece Virgo) ise İtalya'nın Pisa şehrinin yakınlarındaki Cascina kasabasında yer alır (Acernese et al., 2014).

Şu ana kadar olan gözlemlere katkı sağlayamasalar da diğer yer konuşlu gözlemevleri şu şekildedir: Almanya'nın Hannover şehri yakınlarında her bir kol uzunluğu 600 m olan GEO600 dedektörü (Lück, 1997; Affeldt et al., 2014) ve Japonya'nın Hida şehrindeki Kamioka madeninde yer alan her bir kol uzunluğu 3 km olan ilk yer altı gravitasyonel dalga gözlemevi KAGRA dedektörüdür (Somiya, 2012; KAGRA Collaboration, 2019).

Bunların yanı sıra yeri 20° açısal uzaklıktan takip eden (Güneşten olan uzaklığı yaklaşık 1 astronomik birim), birbirleri arasındaki uzaklık 2.5×10^{6} km olan benzer 3 uzay aracının eşkenar üçgen şeklinde oluşturduğu, 10^{-4} Hz'den 10^{-1} Hz'in üstüne kadar olan aralıktaki gravitasyonel dalga olaylarını belirleyebilecek olan Lazer Girişimölçer Uzay Anteni'nin (Laser Interferometer Space Antenna – LISA) 2030 civarında fırlatılabileceği düşünülüyor (Amaro-Seoane et al., 2017). LISA, evrenin tarihini z=20'nin ötesine (evrenin 200 milyon yıldan daha genç olduğu durum) kadar inceleyebilecek ve galaktik çiftlerin, süper kütleli kara deliklerin evrimini anlamamızı sağlayarak gravitasyonel etkileşimin daha net anlaşılabilir bir görüntüsünü çizebilecek.

Buradan itibaren söylenenler LIGO ve Virgo dedektörleriyle sınırlıdır. Dedektörler toplam kütle $100M_{\odot}$ olmak üzere her bir kara deliğin kütlesinin 1'den $99M_{\odot}$'e kadar olduğu (kaynak referans sisteminde), boyutsuz spin parametrelerinin ise 0.99'a kadar olduğu kara delik çiftleri tarafından oluşturulan gravitasyonal dalgayı ölçmeye çalışıyor. Bir olay, güvenilir şekilde gravitasyonel dalga kaynağı olarak belirlendiğinde diğer olayların önemini belirleyen arkaplan, gravitasyonel dalga olayının katkısı çıkartılarak yeniden ölçülür. Gravitasyonel dalga adayı iki dedektörde de aynı şablonla 15 milisaniye içinde bulunmak zorundadır. Bu sürenin 10 milisaniyesi dalganın iki dedektör arasındaki mesafede katettiği süre, 5 milisaniyesi ise belirlenen sinyalin varış zamanındaki belirsizliktir (Abbott et al., 2016).

Kaynağın ışınım uzaklığı, sinyalin genliğiyle ters orantılı olmakla birlikte çiftin yörünge düzleminin dedektörlerin doğrultusuyla yaptığı açıya bağlıdır.

Büyük kütleli sistemler daha küçük gravitasyonel dalga frekanslarında birleşirler. Küçük kütleli sistemler için gravitasyonel dalga sinyali *inspiral*de baskınken, büyük kütleli sistemlerde birleşme ve *ringdown* kısımlarındaki sinyal önemlidir. *Inspiral* boyunca gravitasyonel dalga evresinin evrimi *chirp* kütlesine bağlıdır ve $M = m_1 + m_2$ çiftin toplam kütlesi, f ve $\dot{f}$ sırasıyla gözlenen frekans ve gözlenen frekansın zamana göre türevi olmak üzere geometrik birimde $(G = c = 1)$ $M_{chirp} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{M^{1/5}} = \left[2.463 \times 10^{-3} f^{-11/3} \dot{f} \right]^{3/5}$ şeklinde verilir. *Inspiral, chirp* kütlesini sınırlarken, *ringdown* toplam kütleye duyarlıdır. Birleşme frekansı (birleşme anındaki toplam kütleyi verir) ve *chirp* kütlesi kullanılarak bileşenlerin kütleleri belirlenir.

LIGO, ilk gözlem dönemini 12 Eylül 2015'ten 19 Ocak 2016'tarihine kadar gerçekleştirdi. Bu süreçte kara deliklerin birleşmesinin ürettiği gravitasyonel dalganın ilk gözlemi GW150914'e ek olarak, kara delik birleşmelerinin ürettiği gravitasyonel dalga olayları olan GW151226 ve GW150112 (başlangıçta LVT151012 olarak adlandırıldı) gözlendi. GW150112 olayı, parametrelerindeki belirsizliklerin fazla olmasından dolayı ayrı bir alt başlıkta incelenmedi ancak Tablo 6.1'de yer alıyor.

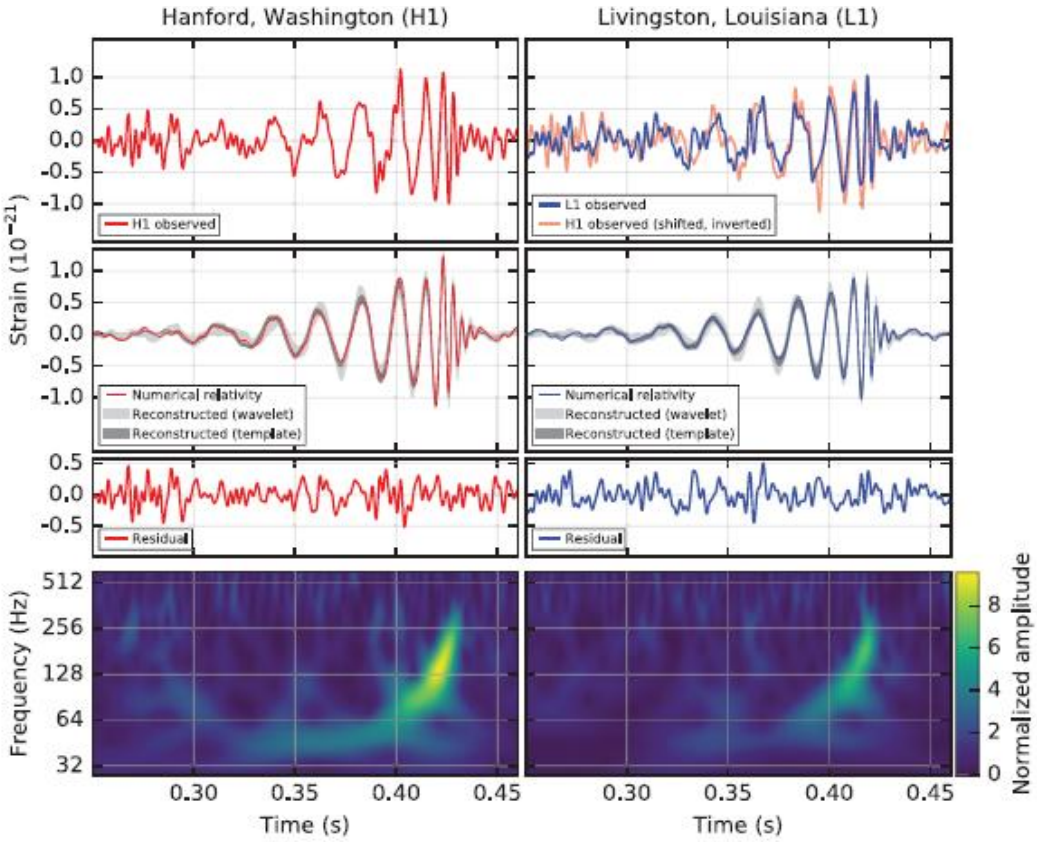
LIGO'nun ikinci gözlem dönemi 30 Kasım 2016'dan 25 Ağustos 2017'ye kadar devam etti. Virgo dedektörünün 1 Ağustos 2017'de gözlem dönemine başlamasıyla üç dedektörün de kullanıldığı gözlemler gerçekleştirildi. Bu süreçte, ilk nötron yıldızı çiftinin ürettiği gravitasyonel dalga olayı olan GW170817 (Abbott et al., 2017)'ye ek olarak kara delik çifti birleşmesinin ürettiği gravitasyonel dalga olayları GW170104, GW170608, GW170814, GW170729, GW170809, GW170818, GW170823 gözlendi. Son dört olay ilk kez yayınlanan gravitasyonel dalga kataloğuyla (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration, 2018) duyurulduğundan her biri ayrı alt başlıkta incelenmedi. Alt başlıkta verilen gravitasyonel dalga olaylarının parametreleri, gözlem duyurulduktan sonra elde

edilen parametreleri gösterir. Bütün gravitasyonel dalga olaylarının parametrelerinin daha duyarlı hâli Tablo 6.1'de verildi.

6.1 GW150914

Kara delik çiftinin birleşme süreci boyunca ve sonrasında (*inspiral*, birleşme ve *ringdown*) yayılan gravitasyonel dalganın ilk gözlemi LIGO'nun Hanford (Washington) ve Livingston (Louisiana)'da yer alan dedektörlerle 14 Eylül 2015 eş güdümlü evrensel zamana (Coordinated Universal Time - UTC) göre 09:50:45'te gerçekleştirildi (Abbott et al., 2016).

Gravitasyonel dalga sinyali zirve gravitasyonel dalga gerilmesi 1×10^{-21} olmak üzere 35 Hz'ten 150 Hz'e kadar çıktı. Sinyalin kara delik çiftinin birleşmesi sırası ve sonucunda üretildiğinin anlaşılmasının temel sebebi, 0.2 s boyunca frekans ve genliğin artarak 8 çevrimde 35 Hz'den genliğin maksimum olduğu 150 Hz'e çıkmasıdır. Sinyal, eşleştirilmiş (benzer parametrelerle nümerik görelilikten elde edilen dalgaformlarıyla eşleştirme işlemi) sinyal-gürültü oranı (Signal to Noise Ratio – SNR) 24 olarak gözlendi. Kaynak referans sisteminde başlangıç kara delik kütleleri $36^{+5}_{-4}M_{\odot}$ ve $29^{+4}_{-4}M_{\odot}$ olarak, birleşme sonucunda oluşan kara deliğin kütlesi ise $62^{+4}_{-4}M_{\odot}$ olarak elde edilerek, başlangıç kütleleri ile birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi kıyaslanarak, birleşme boyunca ve sonrasında c ışık hızı olmak üzere $3^{+0.5}_{-0.5}M_{\odot}c^2$ kütlenin gravitasyonel dalga olarak yayıldığı sonucuna varıldı. Sistemin ulaştığı gravitasyonel dalga ışınımının zirvesi $200^{+30}_{-20}M_{\odot}c^2/s$ değerine karşılık gelen $3.6^{+0.5}_{-0.4}\times10^{56}$ erg/s dir. Birleşme sonucunda oluşan kara deliğin boyutsuz spin parametresi $0.67^{+0.05}_{-0.07}$ olarak elde edildi. Kaynağın ışınım uzaklığı ise $z=0.09^{+0.03}_{-0.04}$ kırmızıya kayma değerine karşılık gelen 410^{+160}_{-180} Milyon parsektir (Mpc). Dedektörlerin elde ettiği gravitasyonel dalga gerilmeleri ve bunların nümerik görelilikle elde edilen dalgaformlarıyla karşılaştırılması ve gerilme için frekansın zamanla değişimi Şekil 6.1'de gösterildi. Bu olay, kara delik birleşmesinin ilk gözlemi, gravitasyonel dalganın da ilk doğrudan gözlemidir.

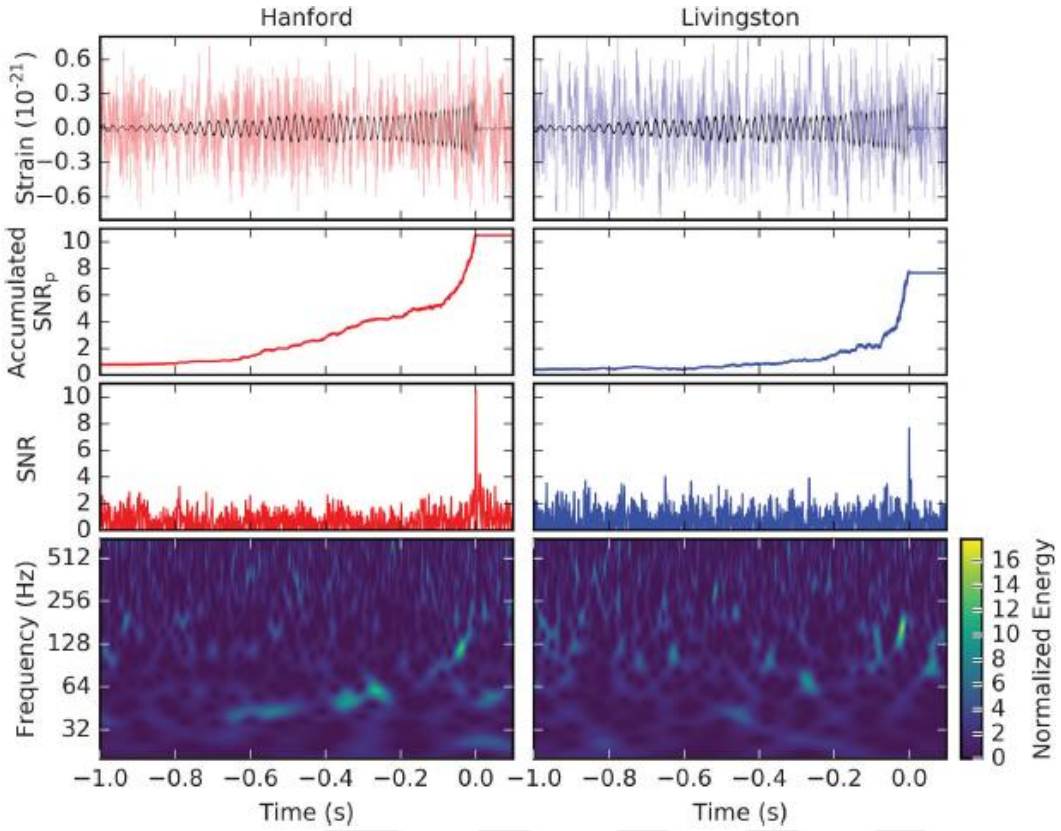


Şekil 6.1. LIGO'nun Hanford (H1) (sol kolon) ve Livingston'da (L1) (sağ kolon) yer alan dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW150914. Zaman, 09:50:45 UTC'ye göre gösterildi. Gravitasyonel dalga ilk olarak L1'e ve $6.9^{+0.5}_{-0.4}$ milisaniye sonra H1'e ulaştı. Görsel karşılaştırma için H1 verisi, dedektörlerin göreli yönüne karşılık gelmesi için bu gecikme zamanı kadar kaydırılarak ters çevrildi. Birinci satır, H1 ve L1 için gerilmeleri, ikinci satır her bir detektöre 35-350 Hz bandında yansıtılan gerilmeleri gösterir. İkinci satırda düz çizgiler, parametreleri gözlemle uyumlu nümerik görelilikten elde edilen dalgaformlarını gösterir. Üçüncü satır, filtrelenmiş nümerik görelilik dalgaformunun filtrelenmiş zaman dizininden çıkarıldıktan sonra elde edileni, son satır ise gerilme için frekansın zamanla değişiminin gösterimidir (Abbott et al., 2016).

6.2 GW151226

İki yıldız kütleli kara deliğin birleşmesinin ürettiği gravitasyonel dalganın ikinci gözlemi LIGO'nun H1 ve L1 dedektörleri tarafından 26 Aralık 2015'te saat 03:38:53'te (UTC) gerçekleşti (Abbott et al., 2016).

Sinyal, LIGO frekans bandında yaklaşık 1 saniye kalarak (55 çevrim boyunca frekans ve genlikteki artış 35 Hz'den 450 Hz'e çıktı) gravitasyonel dalga gerilmesinin zirvesine $\left(3.4^{+0.7}_{-0.9}\times10^{-22}\right)$ ulaştı. SNR 13 olarak elde edilerek erken *inspiral* (35 Hz'ten 100 Hz'e ~ 45 çevrim) ile geç *inspiral*den birleşmeye (100 Hz'ten 450 Hz'e ~ 10 çevrim) eşit olarak yoğunlaştı. Sinyal ilk olarak L1 dedektörü tarafından, $1.1^{+0.3}_{-0.3}$ milisaniye sonra ise H1 dedektörü tarafından tanımlandı. Bu olay için elde edilen gravitasyonel dalga gerilmesinin zamanla değişimi, SNRnin zamanla değişimi ve frekansın zamanla değişimi Şekil 6.2'de gösterildi. Kaynağın referans sistemindeki başlangıç kara delik kütleleri $14.2^{+8.3}_{-3.7}M_{\odot}$ ve $7.5^{+2.3}_{-2.3}M_{\odot}$ olarak, birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi ise $20.8^{+6.1}_{-1.7}M_{\odot}$ olarak belirlendi. Birleşme öncesindeki toplam kütle ile birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi karşılaştırılarak bu süreçte ışınım zirvesi $3.3^{+0.8}_{-1.6}\times10^{56}$ erg/s olan $1^{+0.1}_{-0.2}M_{\odot}c^2$ kütlenin gravitasyonel dalga olarak yayıldığı sonucuna varıldı. Birleşme sonucu oluşan kara deliğin boyutsuz spin parametresi $0.74^{+0.06}_{-0.06}$ olarak, kara deliklerden birinin boyutsuz spin parametresinin ise 0.2'den büyük olduğu bulundu. Kaynağın ışınım uzaklığı $z=0.09^{+0.03}_{-0.04}$ kırmızıya kayma değerine karşılık gelen 440^{+180}_{-190} Mpc olarak bulundu.

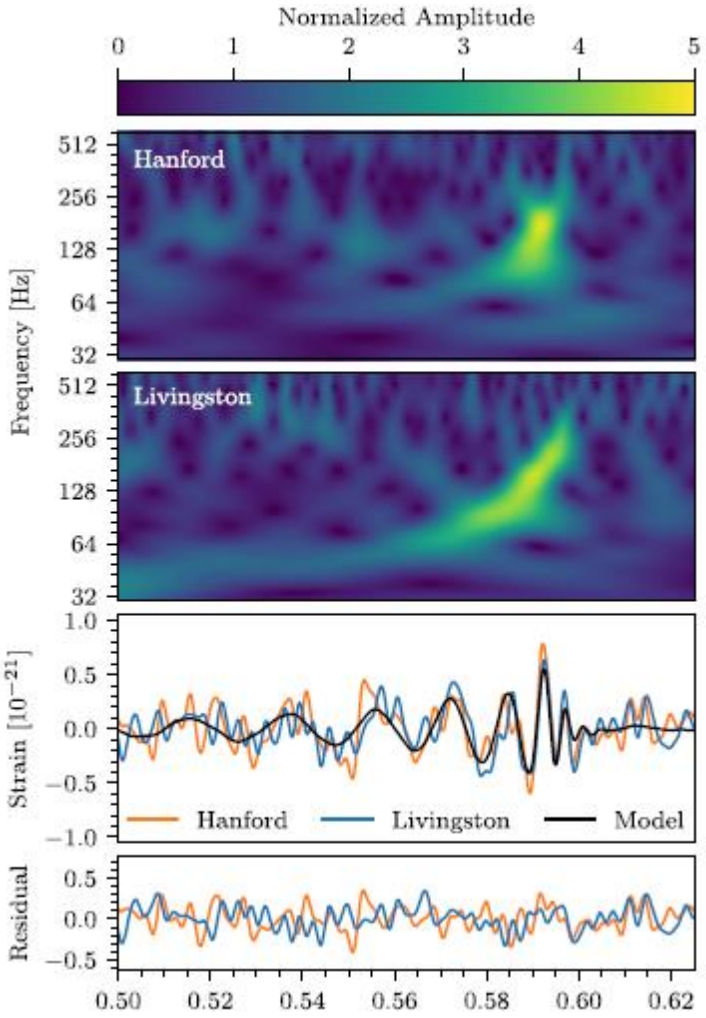


Şekil 6.2. LIGO'nun Hanford (H1) (sol kolon) ve Livingston'da (L1) (sağ kolon) yer alan dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW151226. Zaman, 26 Aralık 2015 saat 03:38:53.648 (UTC)'e göre gösterildi. İlk satır, iki dedektörün 30-600 Hz'te bantgeçiş filtresi tarafından filtrelenmesiyle elde edilen gerilmeyi gösterir. Siyah ile gösterilen gerilme, benzer filtreleme uygulanarak *Bayesian* analiziyle yeniden oluşturulan, presesyon yapmayan spin dalgaformundan elde edilen en iyi eşleştirmeyi gösterir. İkinci satır, 30 Hz'ten başlayarak birleşme süresine kadar biriktirilmiş zirve SNRnin zamanla değişimini gösterir. Üçüncü satır, en iyi eşleşen dalgaformu şablonunun zaman kaydırılmasıyla oluşturulan SNR zaman dizisini ve her zaman noktasında birleştirilmiş SNR hesabını gösterir. LIGO H1 ve L1 dedektörlerinin farklı SNRlerinin sebebi farklı duyarlılığa sahip olmalarıdır. Dördüncü satır, gerilme verisi için frekansın zamanla değişimini gösterir (Abbott et al., 2016).

6.3 GW170104

Yıldız kütleli kara delik çiftinin birleşmesinin oluşturduğu gravitasyonel dalganın bir diğer gözlemi 4 Ocak 2017 saat 10:11:58.6 (UTC)'da L1 ve H1 dedektörleri tarafından SNR 13 olarak gerçekleşti (Abbott et al., 2017).

Sinyal, ilk olarak H1 dedektörüne, 3 milisaniye sonra ise L1 dedektörüne ulaştı. Şekil 6.3, elde edilen gravitasyonel dalga gerilmesinin ve gerilmenin frekansının zamanla değişimine ek olarak her bir veri ile maksimum dalgaformu olasılığı arasındaki kalıntıları gösterir. Belirlenen başlangıç kara delik kütleleri $31.2^{+8.4}_{-6.0} M_{\odot}$ ve $19.4^{+5.3}_{-6.9} M_{\odot}$ olarak, birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi ise $48.7^{+5.7}_{-4.6} M_{\odot}$ olarak elde edilerek, bu olayda zirve ışınımı $3.1^{+0.7}_{-1.3} \times 10^{56}$ erg/s olan $2^{+0.6}_{-0.7} M_{\odot} c^2$ kütlenin gravitasyonel dalga olarak yayıldığı sonucuna varıldı. Birleşme sonucu oluşan kara deliğin boyutsuz spin parametresi $a_{son} = 0.64^{+0.09}_{-0.20}$ olarak elde edildi. Kaynağın ışınım uzaklığı $z = 0.18^{+0.08}_{-0.07}$ kırmızıya kayma değerine karşılık gelen 880^{+450}_{-390} Mpc olarak elde edildi. Kara deliklerin spinlerinin ölçümü, spinlerin yörünge açısal momentumuyla aynı yönlü olmadığını gösteriyor.



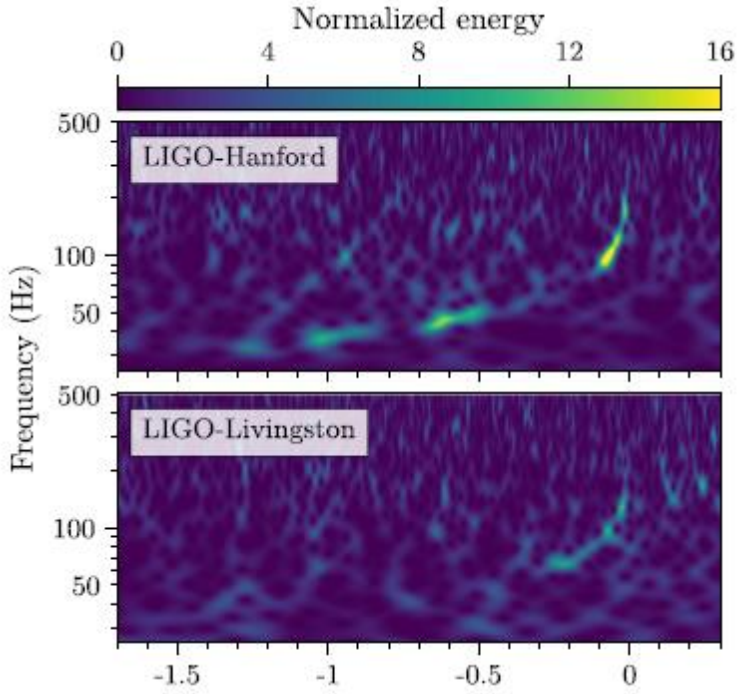
Şekil 6.3. LIGO'nun H1 ve L1 dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW170104. Veri, 1167559936.5 GPS zamanında başlıyor. İlk iki satır, gerilmenin frekansının zamanla değişimini gösterir. Üçüncü satır, her bir detektörden 30-350 Hz bantgeçiş filtresindeki ve güçlü aletsel tayfsal çizgileri bastırmak için, bantın geçirmediği filtrelerden zaman dizini verisini gösterir. Dördüncü satır ise, her bir veri ile maksimum dalgaformu olasılığı arasındaki kalıntıları gösterir (Abbott et al., 2017).

6.4 GW170608

İki yıldız kütleli kara deliğin birleşmesinin ürettiği bir diğer gravitasyonel dalga sinyali 8 Haziran 2017 saat 02:01:16.49 (UTC)'da LIGO'nun H1 ve L1 dedektörleri tarafından SNR 13 olarak gözlendi (Abbott et al., 2017).

Sinyal, ilk olarak H1 dedektörüne, ~7 milisaniye sonra ise L1 dedektörüne ulaştı. Elde edilen gravitasyonel dalga frekansının zamanla değişimi Şekil 6.4'te gösterildi. Sinyal, Virgo da gözlem modunda olmasına rağmen GW170608 olayı için uzaklık sınırı 60-70 Mpc olduğundan Virgo tarafından gözlenemedi.

Başlangıç kara delik kütleleri $12^{+7}_{-2} M_{\odot}$ ve $7^{+2}_{-2} M_{\odot}$ olarak, birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi ise $18^{+4.8}_{-0.9} M_{\odot}$ olarak elde edilerek, bu olayda zirve ışınımı $3.4^{+0.5}_{-1.6} \times 10^{56}$ erg/s olmak üzere $0.85^{+0.07}_{-0.17} M_{\odot} c^2$ kütlenin gravitasyonel dalga olarak yayıldığı sonucuna varıldı. Birleşme sonucu oluşan kara deliğin boyutsuz spin parametresi $0.69^{+0.04}_{-0.05}$ olarak elde edildi. İki kara deliğin de büyük, yörünge açısal momentumuyla hizalı ama zıt yönlü spine sahip olmadığı sonucuna varıldı. Birincil kara deliğin boyutsuz spin değerinin 0.75'ten az olduğu bulundu. Kaynağın ışınım uzaklığı $z = 0.07^{+0.03}_{-0.03}$ kırmızıya kayma değerine karşılık gelen 340^{+140}_{-140} Mpc olarak belirlendi. Bu olay, gözlenen en küçük kütleli kara delik çifti birleşmesidir. GW170608'in dedektörlerin bakış doğrultusuyla yaptığı açının seçim etkisinden dolayı (bu eğiklik değerleri için verilen çift birleşmesinin sabit sinyal-gürültü eşiğinde en büyük olarak ölçülebilme uzaklığı) 0° ya da 180° olması olasıdır.



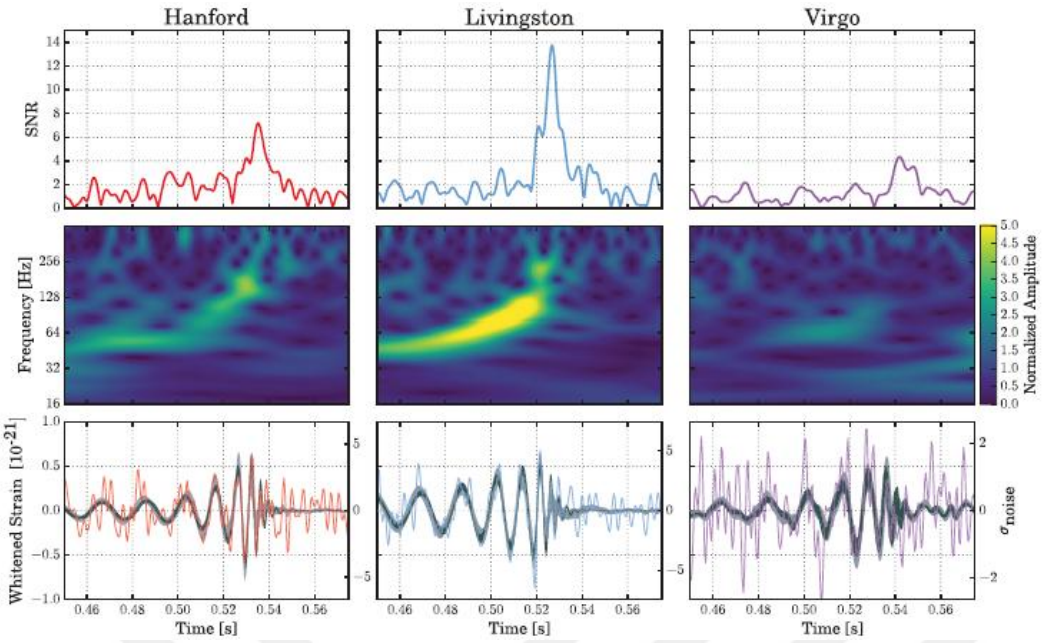
Şekil 6.4. LIGO'nun H1 ve L1 dedektörleri tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW170608 için gravitasyonel dalga frekansının zamanla değişimi (Abbott et al., 2017).

6.5 GW170814

Yıldız kütleli kara deliklerin birleşmesinin ürettiği gravitasyonel dalga sinyali 14 Ağustos 2017 saat 10:30:43 (UTC)'te Virgo dedektörü ve LIGO'nun L1 ve H1 dedektörleri tarafından SNR 18 olarak (tutarlı *Bayesian* analiziyle LIGO-Virgo ağında maksimum SNR 18.3 olmak üzere, SNR L1 dedektörü için 14.8, H1 dedektörü için 9.7 ve Virgo için 4.8 olarak elde edildi) tespit edildi (Abbott, et al., 2017).

Sinyal, ilk olarak L1 dedektörüne, sırasıyla ~8 ms ve ~14 ms sonra ise H1 ve Virgo dedektörlerine ulaştı. Virgo'nun da gravitasyonel dalgayı gözlemesiyle kaynağın gökyüzü konumundaki ve ışınım uzaklığındaki belirsizlikler önemli ölçüde azaldı. Çiftin belirlenen yönünden dolayı, çiftin eğimi ve polarizasyon açısı parametrelerinde önemli bir gelişme elde edilemedi. Şekil 6.5'te dedektörler tarafından elde edilen SNRın zamanla değişimi ve gerilmenin frekansının zamanla

değişimi gösterildi. Başlangıç kara delik kütleleri $30.5^{+5.7}_{-3.0} M_{\odot}$ ve $25.3^{+2.8}_{-4.2} M_{\odot}$ olarak, birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi ise $53.2^{+3.2}_{-2.5} M_{\odot}$ olarak elde edilerek, bu olayda zirve ışınımı $3.7^{+0.5}_{-0.5} \times 10^{56}$ erg/s olmak üzere $2.7^{+0.4}_{-0.3} M_{\odot} c^2$ kütlenin gravitasyonel dalga olarak yayıldığı sonucuna varıldı. Birleşme sonucu oluşan kara deliğin boyutsuz spin parametresi $0.70^{+0.07}_{-0.05}$ olarak elde edildi. Kaynağın ışınım uzaklığı $z = 0.11^{+0.003}_{-0.004}$ kırmızıya kayma değerine karşılık gelen 540^{+130}_{-210} Mpc olarak elde edildi. Bu olay, üç dedektörle elde edilen ilk gravitasyonel dalga gözlemi olduğundan ilk kez gravitasyonel dalga polarizasyonunun yapısı test edilebildi. Genel görelilikte gravitasyonel dalgalar iki tensör polarizasyonuyla (+ ve x) tanımlandığından polarizasyonun yapısı genel göreliliği test etme yollarından biridir. Çalışmada, gravitasyonel dalga polarizasyonu dalganın genliğinin üç dedektör üzerine yansıtılmasıyla geometrik olarak incelenerek sadece tensör polarizasyonu durumunun, sadece skaler ya da sadece vektör polarizasyonu durumlarına göre (karışık durum incelenmedi) çok daha iyi uyuştuğu, böylece gözlenen gravitasyonel dalganın genel görelilikle uyumlu olduğu sonucuna varıldı.



Şekil 6.5. L1, H1 ve Virgo tarafından gözlenen gravitasyonel dalga olayı GW170814. Birinci satır, her bir dedektör için küçük gecikme süresinde üretilen SNR zaman dizinini gösterir. İkinci satır, her bir dedektör için gerilmenin frekansının zamanla değişimini gösterir. Üçüncü satır ise, her bir dedektör için arındırılmış gerilmelerin zamanla değişimini gösterir (Abbott et al., 2017).

6.6 Gravitasyonel Dalga Gözlemleri

GWTC-1 olarak adlandırılan gravitasyonel dalga olayları kataloğunda ilk kez yayınlanan gözlemlerin (ikinci gözlem dönemi boyunca elde edilen) yanı sıra önceki gözlemlerin parametrelerindeki belirsizlikler azaltıldı. Parametreler Tablo 6.1'de verildi.

Tablo 6.1. Şu ana kadar (Haziran 2019) gerçekleştirilen bütün tutarlı gravitasyonel dalga gözlemlerinin parametrelerinin son değerleri. $M_{\odot}$, M_{chirp} ve M_{son} sırasıyla Güneş kütlesini, sistemin *chirp* kütlesini ve birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesini gösterir. χ_{etkin} etkin spin parametresini, a_{son} oluşan kara deliğin spinini, $E_{ışınım}$ yayılan enerjiyi, l_{zirve} zirve ışınımını, d_l ışınım uzaklığını ve z kırmızıya kayma değerlerini gösterir (The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration, 2018).

Olay	$\frac{m_1}{M_{\odot}}$	$\frac{m_2}{M_{\odot}}$	$\frac{M_{chirp}}{M_{\odot}}$	χ_{etkin}	$\frac{M_{son}}{M_{\odot}}$	a_{son}	$\frac{E_{ışınım}}{M_{\odot}c^2}$	$\frac{l_{zirve}}{erg/s}$	$\frac{d_l}{Mpc}$
GW150914	$35.6^{+4.8}_{-3.0}$	$30.6^{+3.0}_{-4.4}$	$28.6^{+1.6}_{-1.5}$	$-0.01^{+0.12}_{-0.13}$	$63.1^{+3.3}_{-3.0}$	$0.69^{+0.05}_{-0.04}$	$3.1^{+0.4}_{-0.4}$	$3.6^{+0.4}_{-0.4}\times10^{56}$	430^{+150}_{-170}
GW151012	$23.3^{+14.0}_{-5.5}$	$13.6^{+4.1}_{-4.8}$	$15.2^{+2.0}_{-1.1}$	$0.04^{+0.28}_{-0.19}$	$35.7^{+9.9}_{-3.8}$	$0.67^{+0.13}_{-0.11}$	$1.5^{+0.5}_{-0.5}$	$3.2^{+0.8}_{-1.7}\times10^{56}$	1060^{+540}_{-480}
GW151226	$13.7^{+8.8}_{-3.2}$	$7.7^{+2.2}_{-2.6}$	$8.9^{+0.3}_{-0.3}$	$0.18^{+0.20}_{-0.12}$	$20.5^{+6.4}_{-1.5}$	$0.74^{+0.07}_{-0.05}$	$1.0^{+0.1}_{-0.2}$	$3.4^{+0.7}_{-1.7}\times10^{56}$	440^{+180}_{-190}
GW170104	$31.0^{+7.2}_{-5.6}$	$20.1^{+4.9}_{-4.5}$	$21.5^{+2.1}_{-1.7}$	$-0.04^{+0.17}_{-0.20}$	$49.1^{+5.2}_{-3.9}$	$0.66^{+0.08}_{-0.10}$	$2.2^{+0.5}_{-0.5}$	$3.3^{+0.6}_{-0.9}\times10^{56}$	960^{+430}_{-410}
GW170608	$10.9^{+5.3}_{-1.7}$	$7.6^{+1.3}_{-2.1}$	$7.9^{+0.2}_{-0.2}$	$0.03^{+0.19}_{-0.07}$	$17.8^{+3.2}_{-0.7}$	$0.69^{+0.04}_{-0.04}$	$0.9^{+0.0}_{-0.1}$	$3.5^{+0.4}_{-1.3}\times10^{56}$	320^{+120}_{-110}
GW170729	$50.6^{+16.6}_{-10.2}$	$34.3^{+9.1}_{-10.1}$	$35.7^{+6.5}_{-4.7}$	$0.36^{+0.21}_{-0.25}$	$80.3^{+14.6}_{-10.2}$	$0.81^{+0.07}_{-0.13}$	$4.8^{+1.7}_{-1.7}$	$4.2^{+0.9}_{-1.5}\times10^{56}$	2750^{+1350}_{-1320}
GW170809	$35.2^{+8.3}_{-6.0}$	$23.8^{+5.2}_{-5.1}$	$25.0^{+2.1}_{-1.6}$	$0.07^{+0.16}_{-0.16}$	$56.4^{+5.2}_{-3.7}$	$0.70^{+0.08}_{-0.09}$	$2.7^{+0.6}_{-0.6}$	$3.5^{+0.6}_{-0.9}\times10^{56}$	990^{+320}_{-380}
GW170814	$30.7^{+5.7}_{-3.0}$	$25.3^{+2.9}_{-4.1}$	$24.2^{+1.4}_{-1.1}$	$0.07^{+0.12}_{-0.11}$	$53.4^{+3.2}_{-2.4}$	$0.72^{+0.07}_{-0.05}$	$2.7^{+0.4}_{-0.3}$	$3.7^{+0.4}_{-0.5}\times10^{56}$	580^{+160}_{-210}
GW170818	$35.5^{+7.5}_{-4.7}$	$26.8^{+4.3}_{-5.2}$	$26.7^{+2.1}_{-1.7}$	$-0.09^{+0.18}_{-0.21}$	$59.8^{+4.8}_{-3.8}$	$0.67^{+0.07}_{-0.08}$	$2.7^{+0.5}_{-0.5}$	$3.4^{+0.5}_{-0.7}\times10^{56}$	1020^{+430}_{-360}
GW170823	$39.6^{+10.0}_{-6.6}$	$29.4^{+6.3}_{-7.1}$	$29.3^{+4.2}_{-3.2}$	$0.08^{+0.20}_{-0.22}$	$65.6^{+9.4}_{-6.6}$	$0.71^{+0.08}_{-0.10}$	$3.3^{+0.9}_{-0.8}$	$3.6^{+0.6}_{-0.9}\times10^{56}$	1850^{+840}_{-840}

7 KARA DELİKLERİN MEKANİĞİ

Hawking (1971)'in birleşme sonucu oluşan kara deliğin olay ufku alanının, kendisini oluşturan kara deliklerin olay ufku alanları toplamından büyük olduğunu göstermesinin ardından Bekenstein, kara delik fiziğine termodinamik yaklaşımın temelini oluşturan, kara deliklerin olay ufku alanıyla entropi arasındaki benzerliği ortaya çıkardı (Bekenstein, 1973).

İki nicelik de geri döndürülemez şekilde artma eğilimindedir. A kara deliğin olay ufku alanı ($A = 8\pi M\left(M + \sqrt{M^2 - a^2}\right)$) olmak üzere $k = c = G = h = 1$ durumu için (k, c, G ve h sırasıyla Boltzmann sabiti, ışık hızı, evrensel çekim sabiti ve Planck sabitidir) kara deliğin entropisi $S_{kara\ \text{delik}} = (1/4)(\ln 2)A$ olarak elde edildi. Ortak entropi kara deliğin içine girdiğinde, kara deliğin entropisi ile kara deliğin dışındaki ortak entropinin toplamı asla azalmaz. Bu durum, genelleştirilmiş ikinci yasa olarak adlandırılır. Buna rağmen, kapalı bir termodinamik sistemin ortak entropisinin istatistiksel dalgalanmayla kendiliğinden azalmasına benzer olarak, klasik olarak olmasa da kara delik entropisi de istatistiksel yapıda bir azalmaya sahiptir. Çalışmada, kuantum mekaniksel olarak kara deliğin entropisinin istatistiksel azalmaya uğrayacağı yollardan biri olarak kara deliğin metriğinin kuantum dalgalanmalarına bağlı olması hâlinde, bu dalgalanmaların alanda küçük, rastgele dalgalanmalar olarak kendini göstereceği ve böylece kara deliğin entropisinde azalma yaratacağı ifade edildi. Öte yandan parçacığın olay ufkuna doğru indirilmesi durumunda bile olay ufku alanının artacağı (parçacık olay ufkuna doğru indirilirken yaydığı gravitasyonel dalganın bir kısmının kara delik içine girmesinin yarattığı artışa ek olarak), bu artışın parçacığın dönme noktasından yakalanması durumunda önemli ölçüde azalacağı bulundu.

Bardeen, Carter ve Hawking, Bekenstein'in temelini attığı kara deliklerin termodinamiği için stasyonel, eksensel simetrik kara deliğin etrafını saran madde çözümü ve böyle komşu iki çözüm arasındaki kütle farkı durumlarını inceleyerek kara deliklerin termodinamiği için dört yasayı oluşturdu (Bardeen et al., 1973).

Bu yasalardan bahsedecek olursak:

- Sıfırıncı yasa

Stasyonel kara deliğin yüzey çekimi $\kappa = \frac{4\pi\sqrt{M^2 - a^2}}{A}$ ufuk boyunca sabittir.

- Birinci yasa

Herhangi iki komşu, stasyonel, eksensel simetrik kara delik etrafında dairesel akışa sahip mükemmel akışkan içeren çözümler

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi}\delta A + \Omega_u \delta dL_u + \int \Omega \delta dL + \int \bar{\mu}\delta dL + \int \bar{\theta}\delta dS \tag{7.1}$$

ifadesiyle ilişkilidir. İfadede M kütleyi, κ yüzey çekimini, A, $\Omega_u = \frac{4\pi a}{A}$ ve L_u (a boyutsuz spin parametresi olmak üzere $a_u = \frac{L_u}{M}$) sırasıyla olay ufkunun alanını, açısal frekansını ve açısal momentumunu gösterir. $\bar{\mu}$ ve $\bar{\theta}$ ise sırasıyla kırmızıya kaymış kimyasal potansiyel ve kırmızıya kaymış sıcaklığı gösterir.

İfadeden, olay ufku alanının entropiye benzerliği gibi, $\frac{\kappa}{8\pi}$ ifadesinin sıcaklığa benzediği görülebilir. Buna rağmen $\frac{\kappa}{8\pi}$ ve A kara deliğin sıcaklığı ve entropisinden farklıdır. Kara deliğin etkin sıcaklığı sıfır kelvindir.

- İkinci yasa

Bekenstein'in ortaya koyduğu benzerliğe dayanır. Kara deliğin olay ufkunun alanı zamanla azalmaz. Benzer şekilde, iki kara delik birleştiğinde, birleşme sonucunda oluşan kara deliğin olay ufkunun alanı kendisini oluşturan kara deliklerin olay ufku alanlarının toplamından büyüktür. Bu durum, olay ufkunun alanıyla entropi arasında benzerlik kurulmasını sağlar.

Matematiksel olarak ifade edecek olursak M_1 , M_2 ve a_1, a_2 sırasıyla birleşme öncesindeki kara deliklerin kütleleri ve boyutsuz spin parametrelerini, M_{son} ve a_{son} birleşme sonucu oluşan kara deliğin kütlesi ve boyutsuz spin parametresi olmak üzere olay ufkundaki artış $A_{son} > A_1 + A_2$ şeklindedir. İfadeyi daha açık şekilde yazarsak

$$M_{son}\left(M_{son}+\sqrt{{M_{son}}^2-{a_{son}}^2}\right) > M_1\left(M_1+\sqrt{{M_1}^2-{a_1}^2}\right)+M_2\left(M_2+\sqrt{{M_2}^2-{a_2}^2}\right)$$

şekline dönüşür. İfadeden, birleşme sonucu oluşan kara deliğin olay ufkunun, sistemin bu işlem süresince kütle ve/veya boyutsuz spin parametresinin azalmasına (zıt yönlü spin durumunda) rağmen artmayacağı dolayısıyla ifadenin geçersiz olduğu düşünülebilir. İfadede bileşen kütleleri ADM kütlesi (izole sistemin uzaysal sonsuzluktaki toplam kütlesi) cinsinden yazıldığından herhangi bir tutarsızlık yoktur.

- Üçüncü yasa

Ne kadar idealleştirilmiş olursa olsun, yüzey çekimini sonlu işlem uygulayarak sıfıra düşürmek mümkün değildir.

Bekenstein, kara delikler için bir sıcaklık tanımlamış olsa da metrikte kuantum dalgalanmalarının etkisinin ve parçacığın geri etkilerinin ihmal edildiği durum için, her ne kadar yerel olarak küçük olsa da toplandığında önemli etkiye sahip olan gravitasyonel etkilerin kuantum etkileri hesaba katılarak, kara deliklerin $\frac{\kappa h}{8\pi^2 k} \approx 10^{-6}\left(\frac{M_g}{M}\right)$ sıcaklığına sahip (Kelvin cinsinden) cisim gibi parçacık oluşturacağı ve salacağı Hawking tarafından bulundu (Hawking, 1974). Bu ısısal ışınıma Hawking ışınımı denir ve ifadede κ, $M_\odot$ ve M sırasıyla kara deliğin yüzey çekimini, Güneş kütlesini ve kara deliğin kütlesini gösterir.

Bu olay, kara deliklerin zamanla $\left(10^{71}\left(M_\odot/M\right)^{-3} s\right)$ yok olacağını gösterir. Bu bulgu, kara deliklerin entropisi için doğru ifadenin $k = c = G = h = 1$ durumu için

$S_{kara\ \text{delik}} = (\pi/2)A$ olduğunu ortaya çıkardı. Daha sonra ise, bu ifadenin sadece ekstrem olmayan kara delikler için geçerli olduğu, ekstrem Reissner – Nordström kara deliği incelenerek gösterildi. Bu durumda, kara deliğin olay ufku alanının sıfır olmamasına rağmen entropisinin sıfır olduğu bulundu (Hawking et al., 1995).

Hawking ışınımının sıcaklığı, Güneş kütleli kara delik için kozmik mikrodalga fon ışınımının sıcaklığından (3 K) oldukça küçüktür. Bu boyuttaki bir kara delik, ışınımı saldığından daha hızlı şekilde soğurur ve kütlesi artar. Hawking ışınımının sıcaklığı arttıkça kara delik, ışınımı soğurduğundan daha hızlı bir şekilde salacağından kütlesi azalır.

Uzayzaman eğriliğinin yarıçapının, verilen parçacık için Compton dalgaboyundan küçük olduğu durumda parçacık oluşturulduğu, buna rağmen oluşan parçacığın enerji yoğunluğunun kendisini oluşturan eğrilikle kıyaslandığında yerel olarak küçük olduğu gösterildi (Hawking, 1975).

Çalışmada, yıldızların gravitasyonel çökmesiyle oluşan kara deliklere ek olarak, erken evrende yoğunluk dalgalanmaları tarafından oluşan çok küçük kara delikler olabileceği vurgulandı. Buna göre, bu küçük kara delikler çok sıcak olduklarından soğurduklarından daha fazla ışınım salar ve böylece kütleleri azalır. Kütlenin azalmasıyla sıcaklık artar ve bu durum kütle kaybının daha hızlı olmasına neden olur. Sıcaklık yükseldikçe elektron ve müon gibi parçacıkların durgun kütlesini geçer ve kara delik bu parçacıkları salmaya başlar. Sıcaklık 10^{12} K'e ulaştığında ya da kütle 10^{14} g olduğunda ise kara delik, kalan durgun kütlesini çok hızlı bir şekilde salarak 10^{-23} s mertebesinde bir sürede buharlaşır. Bu yok oluş 10^{35} erg/s enerjiye sahip bir patlamaya neden olur.

Hawking ışınımı sonucu kara deliğin kütlesinin azalmasıyla olay ufkunun azalmasının muhtemel sebebinin ise (olay ufku klasik olarak azalamaz) sonsuza salınan pozitif enerji akısını dengeleyen olay ufku boyunca negatif enerji akısının sebep olduğu ifade edildi (Hawking, 1975). Bu durum, kara deliğin aslında stasyonel olmamasına sebep olurken, kara deliğin kütlesinin Planck kütlesinden çok fazla olduğu durum için evrim çok yavaş olduğundan, kara delik stasyonel olarak düşünülebilir.

Negatif enerji akısı ise şu şekilde ifade edilebilir: Olay ufkunun hemen dışında, biri pozitif diğeri ise negatif enerjili sanal parçacık çifti olur. Negatif parçacık, klasik olarak yasaklı bölgede olmasına rağmen kara deliğin içine girebilir. Burada parçacık, sonsuza salınan enerjisi negatif olsa bile zamansal momentum vektörüne sahip gerçek parçacık gibi var olabilir. Negatif enerjili parçacığın ufuk içine girebilme olasılığı ise yüzey çekimine bağlıdır. Negatif enerji yoğunluğu uzayzaman eğriliği yarıçapı Planck uzunluğu olana kadar uzayzaman tekilliğinin ortadan kalkmasını sağlamaz. Çiftin diğer parçacığı ise, pozitif enerjiye sahip olduğundan ısısal salma oluşturacağı sonsuza kaçabilir.

Parçacık oluşturma işlemi global bir işlem olduğundan yerelleştirilemez. Bunun anlamı, olay ufkuna doğru düşen gözlemcinin kara delikten sonsuz sayıda parçacık çıkıyormuş gibi görmeyeceğidir. Kerr ve Kerr–Newman kara delikleri ise stasyonel olduklarından parçacık oluşturamazlar.

Bekenstein (1974), genelleştirilmiş ikinci yasanın geçerliliğini, entropiye sahip bir sistemin daha büyük boyutlu ve kütleli genel stasyonel kara deliğin içine girdiği durum için elde etmeyi başardı. Hawking ise, kara deliklerin ısısal ışınım yaydığını da göz önüne alarak genelleştirilmiş ikinci yasa için genel kanıtı sundu (Hawking, 1976).

Unruh (1976), kara deliklerin buharlaşmasının çeşitli yönlerini inceleyerek düz uzayda bile sabit ivmeyle hareket edildiğinde parçacık oluşacağı sonucuna vardı. Bu parçacığı tespit edecek dedektör ise parçacık dedektörü (bundan sonra sadece dedektör) olarak adlandırıldı. Bu durum, ile kara deliğin yakınındaki dedektörün davranışının benzerliği ortaya çıkarılarak ufkun yakınındaki geoodezik dedektörünün Hawking ışınımını göremeyeceği gösterildi.

Buna göre, dedektör, herhangi bir evrensel zamana göre değil, kendi öz zamanına göre pozitif frekansa sahip durumlara tepki verir. Dedektörle parçacık tespit etme işlemi, dedektör ivmelendiğinde parçacığın soğurulmasına ya da salınımına karşılık gelebilir. Çalışmada, biri temel düzeyde Schrödinger parçacığı içeren kutu (dedektör bir zaman sonra temel düzeyden farklı bir düzeyde bulunursa parçacık

tespit ettiği anlaşılır) diğeri ise tam relativistik olan dedektör olmak üzere iki tür dedektör incelendi.

Kutu dedektörünün sabit ivmeyle hareket ettiği düşünülürse ivmelenen gözlemci için pozitif frekans tanımının eylemsiz referans sistemindeki (ers) gözlemcininkine eşit olmadığı görülür. Düz uzayda, herhangi bir geodezik dedektöre göre tanımlanan pozitif frekans, bütün diğer geodezik detektörlerine eşittir. Buna rağmen, eğri uzayda, ikisi de eşit olarak geçerli geodezik dedektörleri, parçacığın orada olup olmadığı konusunda anlaşamayabilir. Anlaşamama durumunda ise, birine göre vakum olan durum diğerine göre birçok parçacık durumu gibi görünür.

Dedektör, parçacık tespit ettiğinde (yani bir parçacık soğurduğunda) ersdeki gözlemci detektörden böyle bir parçacık salındığını görür. Bu salma için gerekli enerji, ersdeki gözlemci düşünüldüğünde, dedektörü ivmelendiren dış alandan gelir. Buna rağmen bu sonuç, dedektörü ivmelendirme şeklinden bağımsız, sadece ivmelenmenin kendisine bağlıdır.

8 SONUÇLAR

Tek kara deliklerin oluşturduğu geometriyi, bu geometride hareket eden parçacıklar/fotonlar için elde etmek çift kara delik durumuyla kıyaslandığında oldukça kolaydır. Bu çalışma kapsamında gerçekleştirilen literatür incelemesinde (her ne kadar tezde bunlardan birkaçından bahsedilmiş olsa da) genel kabul görmüş tam çift kara delik çözümü ya da çift kara delik sistemi için, gravitasyoenl ışımanın yörünge evrimi üzerinde güçlü etkilere sahip olduğu durumda parçacık/foton yörüngesi için elde edilen parametrelere rastlanmadı. Kara deliklerin gravitasyonel dalga gözlemlerine ek olarak elektromanyetik tayfta da test edilebilir hâle gelmesinin genel görelilik ya da alternatif gravitasyon teorileri için sınırlama ve düzeltme olanağı sağlaması mümkün. Genel görelilik, öngördüğü kara delikleri güçlü gravitasyonel alan bölgesinde de iyi şekilde tanımlamaya devam ediyor. Buna rağmen, her ne kadar fiziksel olmadığını düşünsek de, genel göreliliğin uzayzaman tekilliklerinde geçersiz olduğu açıktır. Bu geçersizliğin, kuantum gravitasyon teorisi ya da sicim teorisi gibi teorilerle ortadan kaldırılması amaçlanmaktadır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Aasi, J. et al., 2015, Advanced LIGO, *Classical and Quantum Gravity*, 32(7):.074001.

Abbott, B. P. et al., 2016, GW151226: Observation of gravitational waves from a 22 solar mass binary black hole coalescence, *Physical Review Letters*, 116(24):241103.

Abbott, B. P. et al., 2016, Observation of gravitational waves from a binary black hole merger, *Physical Review Letters*, 116(6):061102.

Abbott, B. P. et al., 2017, GW170104: Observation of a 50 solar mass binary black hole coalescence at redshift 0.2, *Physical Review Letters*, 118(22): 221101.

Abbott, B. P. et al., 2017, GW170608: Observation of a 19 solar-mass binary black hole coalescence, *The Astrophysical Journal*, 851(2):L35.

Abbott, B. P. et al., 2017, GW170814: A three detector observation of gravitational waves from a binary black hole coalescence, *Physical Review Letters* 119(14):141101.

Abbott, B. P. et al., 2017, GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral, *Physical Review Letters* 119(16): 161101.

Acernese, F. et al., 2014, Advanced Virgo: A second generation interferometric gravitational wave detector, *Classical and Quantum Gravity* 32(2):024001

Affeldt, C. et al., 2014, Advanced techniques in GEO 600, *Classical and Quantum Gravity*, 31(22):224002.

Amaro-Seoane, P. et al. "Laser interferometer space antenna", https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1702/1702.00786.pdf (2017) (Erişim tarihi: 29 Mayıs 2019)

Apostolatos, T., Kennefick, D., Ori, A. and Poisson, E., 1993, Gravitational radiation from a particle in circular orbit around a black hole. III. Stability of circular orbits under radiation reaction, *Physical Review D*, 47(12):5376–5388 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Armenti, A., 1975, Existence and stability criteria for circular geodesics in the vicinity of a Reissner-Nordström black hole. II. Nuovo Cimento B, 25(1):442-448 pp.

Baganoff, F. K. et al., 2003, Chandra x-ray spectroscopic imaging of Sagitarius A* and the central parsec of the galaxy, *The Astrophysical Journal*, 591(2):891-915 pp.

Barack, L. and Ori, A., 2003, Gravitational self-force on a particle orbiting a Kerr black hole, *Physical Review Letters*, 90(11):111101.

Barack, L. and Sago, N., 2009, Gravitational self-force correction to the innermost stable circular orbit of a Schwarzschild black hole. *Phyisal Review Letters*, 102(19):1101.

Barausse, E., Cardoso, V. and Khanna, G., 2010, Test bodies and naked singularities: Is the self-force the cosmic censor?, *Physical Review Letters*, 105(26):261102.

Bardeen, J. M., Carter, B. and Hawking, S. W., 1973, The four laws of black hole mechanics, *Communications in Mathematical Physics*, 31(2):161-170 pp.

Bardeen, J. M., Press, W. H. and Teukolsky, S. A., 1972, Rotating black holes: locally nonrotating frames, energy extraction, and scalar synchrotron radiation, *Astrophysical Journal*, 178(2):347-369 pp.

Baumgarte, T. W., 2000, Innermost stable circular orbit of binary black holes, *Physical Review D*, 62(2):024018.

Bekenstein, J. D., 1973, Black holes and entropy, *Physical Review D*, 7(8):2333-2346 pp.

Bekenstein, J. D., 1973, Gravitational radiation recoil and runaway black holes. *Astrophysical Journal*, Volume 183(2):657-664 pp.

Bekenstein, J. D., 1974, Generalized second law of thermodynamics in black-hole physics, *Physical Review D*, 9(12):3292-3300 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Belczynski, K. et al., 2010, On the maximum mass of stellar black holes, *The Astrophysical Journal*, 714(2):1217-1226 pp.

Birkhoff, G. D. and Langer, R. E., 1923, *Relativity and Modern Physics*. Harvard University Press, Cambridge, 283 p.

Boehle, A. et al., 2016, An improved distance and mass estimate for Sgr A* from a multistar orbit analysis, *The Astrophysical Journal*, 830(1):17.

Boyer, R. H. and Lindquist, R. W., 1967, Maximal analytic extension of the Kerr metric, *Journal of Mathematical Physics*, 8(2):265-281 pp.

Brandt, S. and Brügmann, B., 1997, A simple construction of initial data for multiple black holes, *Physical Review Letters*, 78(19):3606-3609 pp.

Campanelli, M. et al., 2007, Spin flips and precession in black hole binary mergers, *Physical Review D*, 75(6):064030.

Campanelli, M., Lousto, C. O. and Zlochower, Y., 2006, Last orbit of binary black holes, *Physical Review D*, 73(6):061501.

Campanelli, M., Lousto, C. O. and Zlochower, Y., 2006, Spinning black hole binaries: The orbital hang-up, *Physical Review D*, 74(4):041501.

Campanelli, M., Lousto, C. O. and Zlochower, Y., 2006, Spin-orbit interaction in black-hole binaries, *Physical Review D*, 74(8):084023.

Campanelli, M., Lousto, C. O., Zlochower, Y. and Merritt, D., 2007, Maximum gravitational recoil, *Physical Review Letters*, 98(23):231102.

Campanelli, M., Lousto, C., Zlochower, Y. and Merritt, D., 2007, Large merger recoils and spin flips from generic black hole binaries, *Astrophysical Journal*, 659(1):L5-L8 pp.

Carter, B., 1966, The complete analytic extension of Reissner-Nordström metric in the special case e^2=m^2, *Physics Letters*, 21(4):423-424 pp.

Carter, B., 1968, Global structure of the Kerr family of gravitational fields, *Physical Review*, 174(5):1559-1571 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Carter, B., 1968, Hamilton-Jacobi and Schrödinger separable solutions of Einstein's equations, *Communications in Mathematical Physics,* 10(4):280-310 pp.

Carter, B., 1971, Axisymmetric black hole has only two degrees of freedom, *Physical Review Letters,* 26(6):331-333 pp.

Carter, B., 1973, Black hole equilibrium states, 57-210, Black Holes: Les Astres Occlus, DeWitt, C. and DeWitt, B. S. (Eds.), T. & A. Constable Ltd., Edinburgh, 552 p.

Chandrasekhar, S., 1983, *The Mathematical Theory Of Black Holes,* Oxford University Press, New York, 646 p.

Cooperstock, F. I., 1968, Momentum flux by gravitational waves, *Physical Review,* 165(5):1424-1426 pp.

Cooperstock, F. I., 1977, Enhanced gravitational radiation recoil, *Astrophysical Journal,* Volume 213:250-251 pp.

Cornelisse, J. W., 1996, LISA mission and system design, *Classical and Quantum Gravity,* 13(11A):A251-A258 pp.

Cutler, C., Kennefick, D. and Poisson, E., 1994, Gravitational radiation reaction for bound motion around a Schwarzschild black hole, *Physical Review D,* 50(6):3816-3835 pp.

Darwin, C., 1959, The gravity field of a particle, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences,* 249(1257):180-194 pp.

Diener, P., Hermann, F., Pollney, D. and Schnetter, E., 2006, Accurate evolution of orbiting binary black holes, *Physical Review Letters,* 96(12):121101.

Eddington, A. S., 1922, The Propagation of gravitational waves, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 102(716):268-282 pp.

Eddington, A., 1924, A comparison of Whitehead's and Einstein's formulæ, *Nature,* 113(2832):192 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Einstein, A., 1905, Zur elektrodynamik bewegter körper, *Annalen der Physik*, 322(10):891-921 s.

Einstein, A., 1914, Die formale grundlage der allgemeinen relativitätstheorie, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin),* 1030-1085 s.

Einstein, A., 1915, Die feldgleichungen der gravitation, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin),* 844-847 s.

Einstein, A., 1915, Zur allgemeinen relativitätstheorie (nachtrag), *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin),* 799-801 s.

Einstein, A., 1915, Zur allgemeinen relativitätstheorie, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin),* 778-786 s.

Einstein, A., 1916, Die grundlage der allgemeinen relativitätstheorie, *Annalen Der Physik*, 354(7):769-822 s.

Einstein, A., 1916, Näherungsweise integration der feldgleichungen der gravitation, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin),* 688-696 s.

Einstein, A., 1918, Über gravitationswellen, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin),* 154-167 s.

Ernst, F. J., 1968, New formulation of the axially symmetric gravitational field problem, *Physical Review*, 167(5):1175-1177 pp.

Ewing, A., 1964, Black holes in space, *The Science News-Letter*, 85(3):39 p.

Favata, M., 2011, Conservative corrections to the innermost stable circular orbit (isco) of a Kerr black hole: A new gauge-invariant post-Newtonian isco condition and the isco shift due to test-particle spin and the gravitational self-force, *Physical Review D*, 83(2):024028.

Finkelstein, D., 1958, Past-future asymmetry of the gravitational field of a point particle, *Physical Review*, 110(4):965-967 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Frolov, V. and Novikov, I., 1998, *Black Hole Physics: Basics Concepts and New Developments,* Springer Science+Business Media, Dordrecht, 770 p.

Garcia - Compean, H. and Manko, V. S. "Comment on "Global structure of the Kerr family of gravitational fields", https://arxiv.org/pdf/1410.4671.pdf (2014) (Erişim tarihi: 10.06.2019)

Glampedakis, K. and Kennefick, D.., 2002, Zoom and whirl: eccentric equatorial orbits around spinning black holes and their evolution under gravitational reaction, *Physical Review D,* 66(4):044002.

Granau, S. and Kagramanova, V., 2011, Geodesics of electrically and magnetically charged test particles in Reissner - Nordström space-time: analytical solutions, *Physical Review D,* 83(4):044009.

Graves, J. C. and Brill, D. R., 1960, Oscillatory character of Reissner-Nordström metric for an ideal charged wormhole, *Physical Review,* 120(4):1507-1513 pp.

Hagihara, Y., 1930, Theory of the relativistic trajectories in a gravitational field of Schwarzschild, *Japanese Journal of Astronomy and Geophysics,* 8:67-176 pp.

Hannam, M., Schmidt, P., Bohé, A. and Haegel, L., 2014, Simple model of complete precessing black hole binary gravitational waveforms, *Physical Review Letters,* 113(15):151101.

Harry, G. M., 2010, Advanced LIGO: The next generation of gravitational wave detectors, *Classical and Quantum Gravity,* 27(8):084006.

Hartle, J. B. and Hawking, S. W., 1972, Solutions of the Einstein-Maxwell equations with many black holes, *Communications in Mathematical Physics,* 26(2):87-101 pp.

Hawking, S. W., 1971, Gravitational radiation from colliding black holes, *Physical Review Letters,* 26(21):1344-1346 pp.

Hawking, S. W., 1974, Black hole explosions?, *Nature,* 248(5443):30-31 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Hawking, S. W., 1975, Particle creation by black holes, *Communications in Mathematical Physics*, 43(3):199-220 pp.

Hawking, S. W., 1976, Black holes and thermodynamics, *Physical Review D*, 13(2), 191-197 pp.

Hawking, S. W., Horowitz, G. T. and Ross, S. F., 1995, Entropy, area and black hole pairs, *Physical Review D*, 51(8):4302-4314.

Healy, J., Levin, J. and Shoemaker, D., 2009, Zoom-whirl orbits in black hole binaries, *Physical Review Letters*, 103(13):131101.

Hermann, F. et al., 2007, Gravitational recoil from spinning binary black hole mergers, *Astrophysical Journal*, 661(1):430-436 pp.

Hinder, I., Vaishnav, B., Hermann, F. and Shoemaker, D. M., 2008, Circularization and final spin in eccentric binary black hole inspirals, *Physical Review D*, 77(8):081502.

Hod, S. "Marginally bound (critical) geodesics of rapidly rotating black holes", https://arxiv.org/pdf/1707.05680.pdf (2017) (Erişim tarihi: 19.06.2019)

Hod, S., 2013, Spherical null geodesics of rotating Kerr black holes, *Physical Letters B*, 718(4-5):1552-1556 pp.

Hoenselaers, C., 1984, Remarks on the double-Kerr solution, *Progress of Theoretical Physics*, 72(4):761-767 pp.

Hoenselaers, C., Kinnersley, W. and Xanthopoulos, B. C., 1979, Generation of asymptotically flat, stationary space-times with any number of parameters, *Physical Review Letters*, 42(8):481-482 pp.

Hoenselaers, C., Kinnersley, W. and Xanthopoulos, B. C., 1979, Symmetries of the stationary Einstein-Maxwell equations. VI. Transformations which generate asymptotically flat spacetimes with arbitrary multipole moments, *Journal of Mathematical Physics*, 20(12):2530-2536 pp.

Hubeny, V. E., 1999, Overcharging a black hole and cosmic censorship, *Physical Review D*, 59(6):064013.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Hulse, R. A. and Taylor, J. H., 1975, Discovery of a pulsar in a binary system, *The Astrophysical Journal,* Volume 195:L51-L53 pp.

Infeld, L. and Schild, A., 1949, On the motion of test particles in general relativity, *Reviews Of Modern Physics,* 21(3):408-413 pp.

Isoyama, S. et al., 2014, Gravitational self-force correction to the innermost stable circular equatorial orbit of a Kerr black hole, *Physical Review Letters,* 113(16):161101.

Israel, W., 1967, Event horizons in static vacuum space times, *Physical Review,* 164(5):1776-1779 pp.

Israel, W., 1989, Dark stars: the evolution of an idea, 199-277, Three Hundred Years of Gravitation, Hawking, S. W. and Israel, W. (Eds.), Cambridge University Press, New York, 708 p.

Jacobson, T. and Sotiriou, T. P., 2009, Erratum: Overspinning a black hole with a test body [Phys. Rev. Lett. 103, 141101 (2009)], *Physical Review Letters,* 103(20):209903.

Jacobson, T. and Sotiriou, T. P., 2009, Overspinning a black hole with a test body, *Physical Review Letters,* 103(14):141101.

Jefremov, P. I., Tsupko, O. Y. and Bisnovatyi-Kogan, G. S., 2015, Innermost stable circular orbits of spinning test particles in Schwarzschild and Kerr space-times, *Physical Review D,* 91(12):124030.

Johansen, N. V. and Ravndal, F., 2006, On the discovery of Birkhoff's theorem, *General Relativity and Gravitation*, 38(3):537-540 pp.

KAGRA Collaboration "First cryogenic test operation of underground km-scale gravitational-wave observatory KAGRA", https://arxiv.org/pdf/1901.03569.pdf (2019) (Erişim tarihi: 19.06.2019)

KAGRA Collaboration, 2019, KAGRA: 2.5 generation interferometric gravitational wave detector, *Nature Astronomy,* 3(1):35-40 pp.

Kerr, R. P., 1963, Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics, *Physical Review Letters,* 11(5):237-238 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Kidder, L. E., Will, C. M. and Wiseman, A. G., 1992, Innermost stable orbits for coalescing binary systems of compact objects, *Classical and Quantum Gravity*, 9(9):L125-L131 pp.

Kidder, L. E., Will, C. M. and Wiseman, A. G., 1993, Spin effects in the inspiral of coalescing compact binaries, *Physical Review D*, 47(10):R4183-R4187 pp.

Kinnersley, W. and Chitre, D. M., 1978, Symmetries of the stationary Einstein-Maxwell equations. IV. Transformations which preserve asymptotic flatness, *Journal of Mathematical Physics*, 19(10):2037-2042 pp.

Komar, A., 1959, Covariant conservation laws in general relativity, *Physical Review*, 113(3):934-936 pp.

Kormendy, J. And Richstone, D., 1995, Inward bound – the search for supermassive black holes in galactic nuclei, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 33(1):581-624 pp.

Kramer, D. and Neugebauer, G., 1980, The superposition of two Kerr solutions, *Physics Letters A*, 75(4):256-261 pp.

Kruskal, M., 1960, Maximal extension of Schwarzschild metric, *Physical Review*, 119(5):1743-1745 pp.

Le Tiec, A., Mroué, A. H., Barack, L. and Buonanno, A., 2011, Periastron advance in black hole binaries, *Physical Review Letters*, 107(14):141101.

Levin, J. and Perez-Giz, G., 2008, A periodic table for black hole orbits, *Physical Review D*, 77(10):103005.

Lück, H. and T. G. T., 1997, The GEO600 Project, *Classical and Quantum Gravity*, 14(6):1471-1476 pp.

Lyden-Bell, D. and Rees, M. J., 1971, On quasars, dust and the galactic centre, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 152(4):461-475 pp.

Manko, V. S. and Ruiz, E. "Metric for two arbitrary Kerr sources", https://arxiv.org/pdf/1806.10408.pdf (2018) (Erişim tarihi: 19.06.2019)

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Manko, V. S., Rodchenko, E. D., Ruiz, E. and Sadovnikov, B. L., 2008, Exact solutions for a system of two counter-rotating black holes, *Physical Review D*, 78(12):124014.

Merritt, D. and Ekers, R. D., 2002, Tracing black hole mergers through radio lobe morphology, *Science*, 297(5585):1310-1313 pp.

Misner, C. W., Thorne, K. S. and Wheeler, J. A., 1973, *Gravitation*, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1279 p.

Moss, G. E., Miller, L. R. and Forward, R. L., 1971, Photon-noise-limited laser transducer for gravitational antenna, *Applied Optics*, 10(11):2495-2498 pp.

Mroué, A., Pfeiffer, H. P., Kidder, L. E. and Teukolsky, S. A., 2010, Measuring orbital eccentricity and periastron advance in quasicircular black hole simulations, *Physical Review D*, 82(12):124016.

Newman, E. T. and Janis, A. I., 1965, Note on the Kerr spinning particle metric, *Journal of Mathematical Physics*, 6(6):915-917 pp.

Nordström, G., 1918, On the energy of the gravitation field in Einstein's theory, *Koninklijke Nederlandsche Akademie van Wetenschappen Proceedings*, 20(2):1238-1245 pp.

Norton, J. D. "A Better Picture of Black Holes", http://pitt.edu/~jdnorton/teaching/HPS_0410/chapters/black_holes_picture/index.html (2018) (Erişim tarihi: 19.06.2019)

Oppenheimer, J. R. And Volkoff, G. M., 1939, On massive neutron cores, *Physical Review*, 55(4):374-381 pp.

Owen, R., Brink, J., Chen, Y. and Kaplan, J. D., 2011, Frame-dragging vortexes and tidal tendexes attached to colliding black holes: visualizing the curvature of spacetime, *Physical Review Letters*, 106(15):151101.

Papapetrou, A., 1951, Spinning test-particles in general relativity. I, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 209(1097):248-258 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Peres, A., 1962, Classical radiation recoil, *Physical Review*, 128(5):2471-2475 pp.

Peters, P. C. and Mathews, J., 1963, Gravitational radiation from point masses in a Keplerian orbit, *Physical Reviews*, 131(1):435-440 pp.

Peters, P. C., 1964, Gravitational radiation and the motion of two point masses, *Physical Review*, 136(4B):1224-1232 pp.

Pfeiffer, H. P., Teukolsky, S. A. and Cook, G. B., 2000, Quasicircular orbits for spinning binary black holes, *Physical Review D*, 62(10):104018.

Pretorius, F., 2005, Evolution of binary black-hole spacetimes, *Physical Review Letters*, 95(12):121101.

Price, R. H. and Whelan, J. T., 2001, Tidal interaction in binary-black-hole inspiral, *Physical Review Letters*, 87(23):231101.

Pugliese, D., Quevedo, H. and Ruffini, R., 2011, Motion of charged test particles in Reissner-Nordström spacetime, *Physical Review D*, 83(10):10452.

Rees, M. J., 1984, Black hole models for active galactic nuclei, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 22(1):471-506 pp.

Reissner, H., 1916, Über die eigengravitation des elektrischen feldes nach der Einsteinschen theorie, *Annalen der Physik*, 355(9):106-120 s.

Rezzolla, L., Most, E. R. and Weih, L. R., 2018, Using gravitational-wave observations and quasi-universal relations to constrain the maximum mass of neutron stars, *The Astrophysical Journal*, 852(2):L25.

Rhoades, C. E. and Ruffini, R., 1974, Maximum mass of a neutron star, *Physical Review Letters*, 32(6):324-327 pp.

Robinson, D. C., 1975, Uniqueness of the Kerr black hole, *Physical Review Letters*, 34(14):905-906 pp.

Ruffini, R. And Wheeler, J. A., 1971, Introducing the black hole, *Physics Today*, 24(1):30-41 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Schwarzschild, K., 1916, Über das gravitationsfeld eines massenpunktes nach der Einsteinschen theorie, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin),* 189-196 s.

Somiya, K., 2012, Detector configuration of KAGRA – The Japanese cryogenic gravitational wave detector, *Classical and Quantum Gravity*, 29(12):124007.

Sperhake, U. et al., 2009, Cross section, final spin and zoom-whirl behavior in high-energy black-hole collisions, *Physical Review Letters*, 103(13):131102.

Sperhake, U., Berti, E., Cardoso, V. and González, J. A., 2008, Eccentric binary black hole mergers: The transition from inspiral to plunge in general relativity, *Physical Review D*, 78(6):064069.

Suzuki, S. and Maeda, K., 1997, Chaos in Schwarzschild spacetime: The motion of a spinning particle, *Physical Review D*, 55(8):4848-4859 pp.

Suzuki, S. and Maeda, K., 1998, Innermost stable circular orbit of a spinning particle in Kerr spacetime, *Physical Review D*, 58(2):023005.

Tagoshi, H. and Nakamura, T., 1994, Gravitational waves from a point particle in circular orbit around a black hole: Logarithmic terms in the post-Newtonian expansion, *Physical Review D*, 49(8):4016-4022 pp.

Takahashi, R., 2004, Status of TAMA300, *Classical and Quantum Gravity*, 21(5):S403-S408 pp.

Tanaka, T., Shibata , M. and Sasaki, M., 1993, Gravitational wave induced by a particle orbiting around Schwarzschild black hole, *Progress of Theoretical Physics*, 90(1):65-83 pp.

Tanaka, T., Tagoshi, H. and Sasaki, M., 1996, Gravitational waves by a particle in circular orbits around a Schwarzschild black hole: 5.5 post-Newtonian formula, *Progress of Theoretical Physics*, 96(6):1087-1101 pp.

Tananbaum, H., 1972, Observation of a correlated x-ray transition in Cygnus X-1, *Astrophysical Journal*, 177:L5-L10 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Taylor, J. H., Fowler, L. A. and McCulloch, P. M., 1979, Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar PSR1913+16, *Nature*, 277(5696):437-440 pp.

Teo, E., 2003, Spherical photon orbits around a Kerr black hole, *General Relativity and Gravitation*, 35(11):1909-1926 pp.

The Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019, First M87 Event Horizon Telescope results. I. Shadow of the supermassive black hole, *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L1.

The Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019, First M87 Event Horizon Telescope results. II. Array and instrumentation, *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L2.

The Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019, First M87 Event Horizon Telescope results. III. Data processing and calibration, *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L3.

The Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019, First M87 Event Horizon Telescope results. IV. Imaging the central supermassive black hole, *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L4.

The Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019, First M87 Event Horizon Telescope results. V. Physical origin of the asymmetric ring, *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L5.

The Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019, First M87 Event Horizon Telescope results. VI. The shadow and mass of the central black hole, *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L6.

The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration "GWTC-1: A gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by LIGO and Virgo during the first and second observing runs", https://arxiv.org/pdf/1811.12907.pdf (2018) (Erişim tarihi: 19.06.2019)

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Tomimatsu, A. and Kihara, M., 1982, Conditions for regularity on the symmetry axis in a superposition of two Kerr-Nut solutions, *Progress of Theoretical Physics*, 67(5):1406-1414 pp.

Tomimatsu, A. and Sato, H., 1973, New series of exact solutions for gravitational fields of spinning masses, *Progress of Theoretical Physics*, 50(1):95-110 pp.

Unruh, W. G., 1976, Notes on black-hole evaporation, *Physical Review D*, 14(4):870-892 pp.

Van de Meent, M., 2016, Gravitational self-force on eccentric equatorial orbits around a Kerr black hole, *Physical Review D*, 94(4):044034.

Van de Meent, M., 2018, Gravitational self-force on generic bound geodesics in Kerr spacetime, *Physical Review D*, 97(10):104033.

Varzugin, C. G., 1998, The interaction force between rotating black holes at equilibrium, *Theoretical and Mathematical Physics*, 116(3):1024-1033 pp.

Wald, R., 1974, Gedanken experiments to destroy a black hole, *Annals of Physics*, 82(2):548-556 pp.

Weber, J., 1960, Detection and generation of gravitational waves, *Physical Review*, 117(1):06-313 pp.

Weber, J., 1969, Evidence for discovery of gravitational radiation, *Physical Review Letters* , 22(24):1320-1324 pp.

Webster, B. L. And Murdin, P., 1972, Cygnus X-1 – a spectroscopic binary with a heavy companion?, *Nature*, 235(5332):37-38 pp.

Wilkins, D. C., 1972, Bound geodesics in the Kerr metric, *Physical Review D*, 5(4):814-822 pp.

Will, C. M., 2014, The confrontation between general relativity and experiment, *Living Reviews in Relativity*, 17:4(1).

Wyller, A. A., 1970, Observational Aspects of black holes in globular clusters, *Astrophysical Journal*, 160:443-449 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Zhang, Yu-Peng.et al., 2018, Innermost stable circular orbit of spinning particle in charged spinning black hole background, *Physical Review D*, 97(8):084056.

Zimmerman, P., Vega, I., Poisson, E. and Haas, R., 2013, Self-force as a cosmic censor, *Physical Review D*, 87(4):041501.

TEŞEKKÜR

Tüm eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi desteğini esirgemeyen aileme, bu çalışmanın oluşumu, gelişimi ve sonuçlandırılmasında yadsınamaz katkısı ve yol göstericiliği olan danışmanım Prof. Dr. Kadri Yakut'a, sorularıma verdikleri cevaplarla konuyu daha iyi anlamama katkı sağlayan Prof. Dr. Can Battal Kılınç'a ve Prof. Dr. Belinda Kalomeni'ye teşekkürü bir borç bilirim.

29/ 07/ 2019

İmzası

Adı-Soyadı

Beyhan Karakaş

ÖZGEÇMİŞ

8 Haziran 1992'de Üsküdar'da doğdu. Lisans öğrenimini Ege üniversitesi Astronomi ve uzay bilimleri bölümünde 2016'da tamamladı. 2017'den beri genel görelilikte kara delikler üzerine çalışıyor.

İletişim: beyhannkarakas@gmail.com