T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

11. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

MELEK GÜNDÜZALP

İstanbul - 2019

T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

11. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

MELEK GÜNDÜZALP

Danışman

Prof. Dr. İlyas YAVUZ

İstanbul-2019

Tüm kullanım hakları

M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.

© 2019

ONAY

Melek Gündüzalp tarafından hazırlanan "11.Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Becerilerinin İncelenmesi" konulu bu çalışma, 30/07/2019 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda jüri tarafından başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

DANIŞMAN : Prof. Dr. İlyas YAVUZ

JÜRİ ÜYESİ : Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI

JÜRİ ÜYESİ : Doç. Dr. Murat KİRİŞÇİ

ÖZGEÇMİŞ

2005 Kocaeli Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü

2010 İstanbul Üniversitesi Formasyon

2014 Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitimi Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı

Görev Yaptığı Kurum : Şehremini Anadolu Lisesi Matematik Öğretmeni

E- Posta: melek_gunduzalp@hotmail.com

ÖNSÖZ

Tezimin aşamalarında bana destek olan Ali Şahin, Hümeyra Bozkurt, Fadime Uysal'a, manevi desteği ile bu yola girmemi sağlayan aileme teşekkürlerimi borç bilirim. Ayrıca yüksek lisans tez danışmanlığımı üstlenerek bu çalışma süresince değerli görüşleri ve önerileriyle bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile rehberlik eden danışman hocam Prof. Dr. İlyas YAVUZ'a ve bilgi ve tecrübesi ile bana yol gösteren Arş.Gör.Dr. Mahmut KERTİL hocama teşekkürlerimi sunarım**.**

Melek GÜNDÜZALP

İÇİNDEKİLER

ONAY i

ÖZGEÇMİŞ ii

ÖNSÖZ iii

Tablolar Listesi vii

Şekiller Listesi viii

Kısaltmalar Listesi x

ÖZET xi

ABSTRACT xiii

BÖLÜM I 15

GİRİŞ 15

1.1 Çalışmanın Alt Yapısı 19

1.2 Araştırma Sorusu 20

1.3 Amaç 21

1.4 Araştırmanın Önemi 22

1.5 Sınırlılıklar 24

1.6 Sayıltılar 25

1.7 Tanımlar 25

BÖLÜM II 27

İLGİLİ ALANYAZIN 27

2.1 Matematiksel Problem Çözme Süreci 28

2.2 Model ve Matematiksel Model 29

2.2.1 Modellerin Sınıflandırılması 32

2.3 Modelleme 35

2.4 Matematiksel Modelleme 36
2.4.1 Matematiksel Modelleme Becerileri ve Yeterlilikleri 37
2.4.2 Matematiksel Modelleme Süreci 38
2.4.3 Matematiksel Modellemeye Yönelik Yaklaşımlar 50
2.5 Matematiksel Modelleme Problemleri ve Geleneksel Sözel Problemler 55
2.6. Model Oluşturma Etkinlikleri 58
2.7. Matematiksel Problem Çözme ve Matematiksel Modellemenin Karşılaştırılması 62
2.8 Ulusal ve Uluslararası Düzeyde Matematiksel Modellemenin Gelişimi 64
2.9 Matematiksel Modellemenin Matematik Eğitimindeki Yeri ve Önemi 67
BÖLÜM III 71
YÖNTEM 71
3.1 Araştırmanın Modeli 71
3.2 Çalışma Grubu 72
3.3 Veri Toplama Araçları 73
3.3.1. Matematiksel Başarı Testi 74
3.3.2 Matematiksel Modelleme Problemi 75
3.3.3 Gözlem 76
3.3.4 Görüşme 77
3.4 Araştırmacının Rolü 77
3.5 Veri Analizi 78
BÖLÜM IV 80
BULGULAR VE YORUMLAR 80
4.1 Matematiksel Başarı Testinden Elde Edilen Bulgular 80
4.2 Matematiksel Modelleme Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular 83

4.2.1 Problemi Anlama 83
4.2.2 Değişkenleri Seçme 85
4.2.3 Matematiksel Modeli Kurma 88
4.2.4 Matematiksel Problemi Çözme 92
4.2.5 Çözümü Yorumlama 101
4.2.6 Modeli Doğrulama 103
4.2.7 Rapor 104
4.3 Anket Sonuçlarından Elde Edilen Bulgular 105
4.4 Gözlem İle Elde Edilen Bulgular 107
BÖLÜM V 109
SONUÇLAR VE ÖNERİLER 109
5.1 Sonuçlar ve Tartışma 109
5.2 Öneriler 112
Kaynakça 117
EKLER 123

Tablolar Listesi

Tablo 1. Matematiksel Modelleme Yaklaşımlarının Sınıflandırılması (Kaiser,2005; Kaiser&Sriraman, 2006; Blomhoj, 2008; Kaiser, Sriraman, Blomhoj & Garcia, 2007)……..51

Tablo 2. Problem Çözme ve Matematiksel Modellemenin Karşılaştırılması……...63

Tablo 3. Başarı Testi Sorularının Analizi ve Başarı Yüzdeleri…….....82

Tablo 4. Problemi Anlama Basamağı Analiz Tablosu…….…….84

Şekiller Listesi

Şekil 1. Modelleme Süreci (Berry & Houston, 1995) 40
Şekil 2. Matematiksel Modellemenin Basit Bir Görünümü (Berry & Houston, 1995) 41
Şekil 3. Modelleme Sürecinin Düğümleri (Doerr, 1997) 43
Şekil 4. Matematiksel Modelleme Diyagramı (Keskin, 2008) 44
Şekil 5. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Abrams, 2001) 45
Şekil 6. Modelleme Sürecinin Basit Bir Görünümü (Cheng, 2001) 46
Şekil 7. Matematiksel Modelleme Süreci (Cheng, 2010) 46
Şekil 8. Modelleme Döngüsü (Ferri, 2006) 48
Şekil 9. Modelleme Döngüsü (Blomhøj & Jensen, 2006) 50
Şekil 10. Banka Soygunu Problemi (Erbaş, et al., 2016:18) 75
Şekil 11. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 84
Şekil 12. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 84
Şekil 13. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 84
Şekil 14. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 86
Şekil 15. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 86
Şekil 16. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 86
Şekil 17. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 87
Şekil 18. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 87
Şekil 19. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 88
Şekil 20. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 89
Şekil 21. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 89
Şekil 22. Öğrenci Çözümlerinden Bir Kesit 90
Şekil 23. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 90
Şekil 24. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 91
Şekil 25. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 91
Şekil 26. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 92
Şekil 27. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 93
Şekil 28. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 93
Şekil 29. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 93
Şekil 30. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 94
Şekil 31. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 94
Şekil 32. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 95

Şekil 33.Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 96
Şekil 34. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 97
Şekil 35. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 97
Şekil 36. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 98
Şekil 37. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 99
Şekil 38. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 100
Şekil 39. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 100
Şekil 40. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 101
Şekil 41. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 102
Şekil 42. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 102
Şekil 43. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit 104

Kısaltmalar Listesi

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

TYÇ : Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi

USMES : İlköğretim Okulları için Birleşik Bilimler ve Matematik

CERME : Congress of the European Society for Research in Mathematics Education

SINUS : Matematik ve fen öğretiminin verimliliğini artırma (- "Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwis- senschaftlichen Unterrichts- ing. Increasing the efficiency of math and science teach)

DISUM : Didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self-regulation and directed by tasks-**D**idaktische **I**nterventionsformen für einen **S**elbständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten **U**nterricht am Beispiel **M**athematik

TIMSS : Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (**T**rends in **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy)

USMES : İlköğretim Okulları için Birleşik Bilimler ve Matematik

OSYM : T.C Ölçme, Şeçme ve Yerleştirme Merkezi

ALES : Akademik Personel ve Lisansüstü Eğitimi Giriş Sınavı

YKS : Yükseköğretim Kurumları Sınavı

TÜBİTAK : Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu

11. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmada aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

- Lise öğrencilerinin mantık konusundaki matematik başarısı hangi düzeydedir?
- Lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerileri ne düzeydedir?
- Matematiksel modelleme etkinliği farklı derste uygulandığında öğrencilerin muhakeme biçiminde ne tür farklılıklar oluşmaktadır?
- Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi ile ilgili görüşleri nelerdir?

Araştırmanın çalışma grubunu İstanbul ili Fatih ilçesindeki bir Anadolu lisesinin 11.sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Matematik dersinde yapılan matematiksel modelleme etkinliği öncesi öğrencilere matematiksel başarı testi uygulanmıştır. Matematik dersinde yapılan matematiksel modelleme etkinliğine 55 öğrenci, Türk dili ve edebiyat dersinde yapılan aynı matematiksel modelleme etkinliğine 27 öğrenci katılmıştır. Matematiksel modelleme etkinliğindeki bulgular Berry ve Houston (1995)'in modelleme sürecinin basamakları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Ayrıca öğretmenlere; ders içinde öğrencilerine bu matematiksel modelleme problemini sorup sormayacağı üzerine bir açık uçlu sorudan oluşan anket yapılmıştır. Bu çalışma nitel araştırmanın bir deseni olan durum çalışması niteliği taşımaktadır.

Yapılan değerlendirmelere göre, öğrencilerin matematik başarı düzeyi yüksek olmasına rağmen matematiksel modelleme becerilerinin yetersiz olduğu görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel modelleme içeren durumları yorumlamakta zorluk çektiği görülmektedir. Bu durumun sebebi, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerine ve sürecine deneyimsiz oldukları şeklinde yorumlanabilir. Öğrencilerin matematiksel modelleme problemi çözümünde çokça sözel muhakemelere başvurduğu gözlemlenmektedir. Ayrıca Türk dili ve edebiyatı dersinde yapılan matematiksel modelleme etkinliğinde; öğrenciler sözel muhakemelere başvurmaya daha fazla eğilimli oldukları görülmüştür. Öğretmenlerle gerçekleştirilen

görüşmeler neticesinde öğretmenlerin matematiksel modelleme konusunda yeterli bilgiye sahip olmadıkları saptanmıştır. Ayrıca derslerinde matematiksel modelleme problemlerine yer vermede isteksiz oldukları görülmüştür. Öğretmenlerin matematiksel modelleme etkinliklerine bir matematik öğretimi kazanımı olarak görmek yerine bir boş ders etkinliği olarak gördükleri gözlemlenmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: matematiksel modelleme, modelleme, model, matematiksel modelleme problemi

EXAMINING THE MATHEMATICAL MODELING SKILLS OF 11TH GRADE STUDENTS

ABSTRACT

The purpose of this study is to investigate the mathematical modeling skills of high school students. Answers are inquired for the following questions:

• What is the level of mathematics achievement of high school students in logic?

• What is the level of mathematical modeling skills of high school students?

• What are the differences in the reasoning of students when mathematical modeling activity is applied in different courses?

•"What are the teachers' views on the mathematical modeling problem?"

The study group of this study consists of 11th grade students of an Anatolian high school in Fatih district of Istanbul. Mathematical achievement test was applied to the students before the mathematical modeling activity in mathematics course. 55 students participated in the mathematical modeling activity in the mathematics course, 27 students participated in the same mathematical modeling activity in the Turkish language and literature course. Findings in mathematical modeling effectiveness were analyzed by considering the steps of Berry and Houston (1995) modeling process. In addition, teachers; In the course, an open-ended questionnaire was used to ask students if they would ask this mathematical modeling problem. This study is a case study which is a design of qualitative research.

According to the evaluations, it is seen that mathematical modeling skills are insufficient despite the high level of mathematics achievement of the students. It is seen that students have difficulty in interpreting situations involving mathematical modeling. The reason for this situation can be interpreted as that students are inexperienced in mathematical modeling problems and process. It is observed that students resort to verbal reasoning in solving mathematical modeling problem. In addition, mathematical modeling activity in Turkish language literature course; students were more prone to resort to verbal reasoning. As a result of the interviews

conducted with the teachers, it was determined that the teachers did not have enough knowledge about mathematical modeling. They were also reluctant to include mathematical modeling problems in their courses. It was observed that teachers perceived mathematical modeling activities as an empty lesson activity instead of a mathematics teaching achievement.

KEY WORDS: mathematical modeling, modeling, model, mathematical modeling problem

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bilim ve teknolojide yaşanan hızlı değişimin getirdiği yeniliklerle son yıllarda öğretim programlarındaki yapılanma diğer alanlarda olduğu gibi matematik alanında da değişim talebini beraberinde getirmiştir. Bu değişim bireyden beklenen niteliklerde, öğretim programlarında, öğretmen ve öğrenci rollerinde, öğretim hedeflerinde değişime yol açmıştır. Bu doğrultuda öğrenciden beklenen; iletişim kurabilen, analitik düşünebilen, günlük hayat problemlerine çözüm getirebilen, matematiksel muhakeme yeteneğine sahip, bilgiyi üreten ve bunu günlük hayatında kullanabilen, topluma katkı sağlayan bir birey olmasıdır. Matematik derslerinde sıkça kullanılan geleneksel sözel problemler, öğrencinin bu rollerini karşılamakta yetersiz kalmaktadır. Matematik eğitiminde problem çözmeye bakış açısı değişmektedir. Bu durum; matematik eğitiminde yeni araştırma soruları yaratmıştır. "Nasıl, ne şekilde, hangi ölçüde anlamlı matematik öğrenimi uygulanmalı?" gibi sorulara cevap arama ihtiyacı oluşturmuştur.

Bilim; matematiksel bir kavram değil karmaşık bir yöntemdir, durağan değil sürekli gelişmektedir ve anlamında belirsizlikler vardır ve bilim bir süreç olarak ele alındığında, hipotezlerin denenmesi için geliştirilen yöntem veya araştırma yolu olarak tanımlanabilir (Çepni, 2010). Bilim ve teknolojide yaşanan hızlı değişim, bireyin ve toplumun değişen ihtiyaçları, öğrenme, öğretme, teori ve yaklaşımlarındaki yenilik ve gelişmeler bireylerden beklenen rolleri de doğrudan etkilemiştir (MEB, 2018). Öğrencilerin düşünmeyi ve düşünmenin ötesine geçmeyi öğrenmesi için en etkili yöntem; öğrencilerin ürettiği ürünlerin, ne tür matematiksel nesneler, ilişkiler, işlemler içerdiğini sorgulamalı ve bu planlama, izleme, değerlendirme süreçlerini nasıl düşündüklerini açık bir şekilde ortaya koymalıdırlar (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000).

Okuldaki matematiğin öğrenilmesi, matematiği veya gerçek dünyadaki problemleri çözerken matematiği sağlam bir şekilde kullanabilmeleri için öğrencilere bilgi, beceri, yeterlilik ve tutum kazandırmayı amaçlar (Blum & Leiss, 2007). Bu beklentiler,

amaçlar, yetkinlikler ve niteliklerin değişimi matematik öğretim programında matematiksel modellemenin varlığının baş göstermesi sebebinin güçlü bir dayanağıdır. Nitekim MEB (2005) ve MEB (20018) 'de matematiksel modelleme kavramı yer alarak matematiksel modellemenin 21.yüzyılda gerekliliğini somut olarak göstermiştir. Matematiksel modellemenin öğretimde gerekliliği ise bu çalışmaya öncülük etmiş, uygulamada ve teoride bu yolu aydınlatması umut edilmiştir.

Matematik; doğanın, evrenin sayılarla, simgelerle ifade edilmesidir. Matematik, soyut olan şeyleri somutlaştırabilmekte etken rol oynar. Matematik, sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir dildir (Güder, 2013). Matematik, bilimin alfabesidir. Bu sebeple diğer bilim dallarının içinde matematik vardır. Matematiği sadece sayılar ya da formüller olarak betimlemek yanlış olacağı gibi sadece sayısal bir bilim dalı olduğunu söylemekte çok doğru değildir. Her şeyden önce, "matematiğin" ne olduğu konusundaki genel soru, kültürümüzün bir parçası ve sosyal bir fenomen olarak matematiğin nasıl ortaya çıktığı ve geliştiği hakkında; diğer disiplinlerde, doğada ve toplumda matematik uygulamalarına yönlendirir (Blum, 2002). Matematiksel modelleme ise matematik dahil birçok disiplin ile eşgüdümlü çalışır. Matematiksel modelleme bu özelliğiyle matematikte avantaj sağlar.

Bilgi çağında, insanlar deneyimlerini anlamlandırmak için kavramsal bir araç geliştirir geliştirmez, bu aracı yeni gerçeklik ve deneyimler yaratmak için kullanır (Lesh & Doerr, 2003). Yani dünya giderek var olandan daha karmaşık bir sistemler bütünü olarak karşımıza çıkmaktadır. İnsan yapısı, davranışlarını yeni karmaşık sistemleri var olan sistemler ile tanımlamaya, açıklamaya, revize etmeye meyillidir. Geleneksel problem çözme yaklaşımlarının aksine bilgi, matematiksel modellemede aktaran-aktarılandan ötedir yani bir makine değil yaşayan bir organizmaya benzetilir (Lesh & Doerr, 2003). Modeller ise gelişmekte olan bilgi çağında karmaşık sistemleri anlamlandırmada altın değerindedir. Matematik dalında yahut matematik aracılığı ile diğer bilim dallarında modelleme ile birçok karmaşık ya da soyut veriler basitleştirilir ya da somutlaştırılır. Yani bir nevi matematik, gerçek modeli matematiksel bir modele dönüştürür (Blum & Leiss, 2005). Bu ise problem durumlarına çözüm üretebilmek, olası yollar üretebilmek için olanak sağlar. Matematiksel modelleme bu anlamda sadece matematik alanında işlevsel olmadığı, matematiğin birçok bilim dalı ile ilişkili olduğunu

söylenebilir. Bu düşünce doğrultusunda, modellerin sadece matematik alanında işe yarar sistemler olmadığını söylemek de pek şaşırtıcı olmayacaktır. Bilginin amacı, sağlık, eğitim ve çevresel refahın sürdürülebilirliğini sağlamak ve kalitesini artırmak için bize yardımcı olmaksa, bireyler bunu yapmak için modellemeyi yok saymamalıdır (Blum, 2002). Böylece 21. yüzyıl bilgi çağının hızlı değişimi, beklentileri ve matematiksel modellemenin bu beklentilerdeki rolü dolayısıyla, önemsenmesi gerekliliği açıktır.

Öğrencilerin matematik alanında algılarını geliştirmeleri için; ilgili sistemleri kavramsal sistemlere koordine etmelerine yardımcı olacak ve öğrencileri alternatif düşünme yollarına sevk edebilecek, farklı düşünme yollarını test edebilecek, revize edebilecek, sorgulayabilecekleri problemler ile karşı karşıya gelecekleri durumlar yaratılmalıdır (Lesh & Doerr, 2003). Bu durumu gerçekleştirmek, öğrencilere böyle bir ortamı sağlamak için gerçek hayat problemleri işlevsel nitelik sağlar. Matematiksel olarak çalışmak (hesaplama, denklem çözme, vb.) ise gerçek hayat problemlerinden elde edilen gerçek veri ve sonuçların yorumlanarak bir matematiksel sonuç elde etmeyi sağlar (Blum & Leiss, 2005). Bir gerçek hayat problemi, matematiğin bir uygulaması olarak adlandırılabilir; bir gerçek hayat problemini araştırmak ve ifade etmek için matematiği kullanmak, uygulamak veya gerçek dünyayı matematiğe bağlamanın herhangi bir şekli, uygulamalı matematik olarak adlandırılabilir (Blum, 1993). Matematiksel modeller veya daha genel olarak, bir şekilde gerçek dünyayla ilişkili olan veya olabilecek her matematik "uygulamalı matematik" olarak görülebilir lakin bu tanım "pür" ve "uygulamalı" matematik arasında kesin bir ayrım olarak anlaşılmamalıdır (Blum & Niss, 1989). Matematiksel modellemenin gerçek hayat problemleri ile ilgilendiği bu süreçte sözel problemlerden yararlandığı bu sürece matematiğin uygulaması olarak bakıldığı gibi çoklu bir yargıya varılsa bile genelleme yapılamaz. Çünkü alt başlıklarda daha detaylı olarak ele alınıp görüleceği üzere literatürde matematiksel modellemenin birçok farklı yaklaşımı ve dolayısıyla tanımı mevcuttur.

Matematiksel modellemenin varlığının öneminden, bilgi çağındaki değişimin matematik öğretim programını da etkilediği ve değişime yol açtığını, beklentileri değiştirdiğinden bahsedildi. Bu sebeple bu alt paragrafta matematik öğretimi literatür incelemesi yapılması faydalı olacağı düşünülmektedir. Matematik öğretim programının hangi

amaçlara hizmet ettiği ve çerçevesi aşağıda Blum ve Niss (1991), matematik öğretiminin esas olarak iki farklı amaca hizmet edeceğini dile getirir:

1. Öğrencilere matematiğe ilişkin olarak kendi içinde bir konu olarak bilgi ve beceri kazandırmak;

2. Öğrencilere, matematiğin sunabileceği gerçek ya da potansiyel hizmetlere sahip olması gereken (bir ya da daha fazla) diğer konularla ilgili bilgi ve beceriler kazandırmak.

Blum ve Niss (1991), matematik öğretiminin organizasyonel/örgütsel çerçevesini iki farklı şekilde ele almıştır:

1. Matematik, ayrı bir konu olarak, yani "matematik" denilen bağımsız bir örgütlenme birimi veya bunun gibi bir şey olarak öğretilebilir;

2. Matematik başka derslerin bir parçası olarak öğretilebilir ve bunlarla (bir veya daha fazla) entegre edilebilir.

Blum ve Niss (1989), farklı eğitim geçmişlerinde de matematik öğretimi arasında ayrım yapılacağını ifade etmiştir:

1. Genel eğitim veren okulda (ilkokul, ortaokul ve ortaokul düzeyinde vs.) matematik,

2. Mesleki eğitimde matematik,

3. Gelecekteki matematikçiler veya matematik öğretmenleri için üniversite derslerinde matematik,

4. Gelecekteki bilim insanları, mühendisler, ekonomistler vb. için üniversite derslerinde hizmet konusu olarak matematik.

Matematiğin estetik niteliği hem pür hem de uygulamalı matematikçiler için karşılıklı olarak kabul edilebilir bir odak noktası olmaya devam ederken, ne tür bir matematiğin okul müfredatının bir parçası olması gerektiği sorusu hala tartışmalı bir konudur (Sriraman & Lesh, 2006).

Yurtiçi ve yurtdışı çalışmalar ve matematik öğretim programımızdaki güncellemeler incelendiğinde matematiksel modellemenin daha yakın bir tarihte kendini gösterdiği, çoğu ülkede iyi bir gelişim gösterdiği ve ülkemizde de bu ivmenin hız kazanması

gerekliliğinin vurgusunun yapıldığı görülmektedir. Bu çalışma İstanbul'da bir devlet lisesinin 11.sınıf öğrencileri ile sınırlı olan bir matematiksel modelleme sürecini içermektedir. Çalışma, öğrenci ve öğretmenden beklenen nitelikler açısından da matematiksel modellemenin, doğru bir araç ve amaç olduğunu açıklamayı içerir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme uygulamalarına yönelik görüşleri anketle desteklenip, öğrencilerin matematiksel modelleme becerileri süreç içerisinde değerlendirilmiştir. Yapılan çalışmanın bulguları doğrultusunda; öğretim programının revize edilmesi, öğrencinin deneyim kazanması ve bu sürecin daha anlamlı hale gelmesi için ölçme ve değerlendirme sürecinin de değişmesi gerekliliği görülmüştür. Öğretmenlerin görüşlerinin değişmesi için hizmet içi ve öncesinde gerekli eğitimler verilerek süreç desteklenebilir. Ayrıca öğretmen adaylarının da öğretim programlarına matematiksel modelleme eklenerek matematiksel modellemenin hizmet öncesi eğitimi desteklenebileceği düşünülmüştür.

1.1 Çalışmanın Alt Yapısı

MEB (2018), bireyi; bilgiyi üreten, hayatta işlevsel olarak kullanabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünen, girişimci, kararlı, iletişim becerilerine sahip, empati yapabilen, topluma ve kültüre katkı sağlayan vb. niteliklerde sahip olarak tanımlamıştır. Yani, öğrenci, öğretmen ve öğretim programlarından beklenen nitelikler değişmiştir. "Öğrenciye nasıl öğretilmeli?" sorusuna öncelik "Öğrenci nasıl öğrenmelidir?" sorusu önem kazanmıştır. Öğrencinin ne düşündüğü, nasıl düşündüğü, neyi, nasıl sorguladığı önem kazanmıştır. Bu durum ise; öğretim programında nitelikli öğrenimin, öğretmekten daha önemli olduğuna ve yöntem, teknik arayışına yönlendirmiştir.

OSYM'nin geçmiş yıllarda yaptığı sınavların matematik sorularına bakıldığında öğrencilerden beklenenin iyi bir problem çözücü olmasıdır. Son yıllarda özellikle ALES matematik sorularında muhakemelere dayalı soruların arttığı, bu değişimin YKS matematik sorularına da yansımaya başladığı görülmektedir. Sözel problemlerle öğrencilerin iyi bir problem çözücü olmaktan öteye gidemediği görülmekte, rutin olmayan problemlerin, gerçek hayat problemlerinin gerekliliği artık daha fark edilir konuma gelmektedir. Çünkü MEB(2018)'inde bireyin tanımını, var olan sistem

karşılamamaktadır. Eğitim ve öğretim kurumları da değişimi ve ihtiyaçları göz önüne alarak kendini güncellemesi gerekmektedir.

Gerçek hayat problemlerini içeren matematiksel modelleme problemlerinin ilköğretim ve lise düzeyinde matematik öğretim programında yer almasına rağmen, derslerde uygulanmamaktadır. Bu kadar araştırmacı matematiksel modellemeyle ilgili çalışmalar yaparken; ilköğretim ve lise düzeyinde matematiksel modelleme etkinliklerine öğretimde yer verilmemesi önemli bir eksikliktir.

Son yıllarda matematik programları incelendiğinde dünyanın her yerinde – farklı düzeylerde- matematiksel ve matematiksel olmayan alanlarda modellemeyi içermekle birlikte diğer bilim dalları ile de işbirliği gözlemlenmektedir. Bu sürecin ilerleme göstermesi bu alana yönelik araştırma sorularında ve çalışmalarında artış sağlamakta ve bu araştırmalar neticesinde çalışmaların neticesinde matematiksel modelleme alanında daha olumlu gelişmeler beklenilmektedir.

Maaβ (2006), matematiksel modellemenin derslere entegre edilmesi sonuçlarının incelenmesinin amacında, daha uzun süreli matematik dersleri içinde birleşik hale gelmesini ve doğal bir sınıf içinde mümkün olduğu kadar iç içe olması gerekliliğinin yattığını ifade eder.

Bu çalışmada; bu düşünceler doğrultusunda öğrencilerin matematik modelleme becerilerinin ne düzeyde olduğunun anlaşılması, sınıf ortamında modelleme sürecinde matematiği ne kadar kullanabildiklerini görülmesi amaçlanmaktadır. Ayrıca öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin matematik öğretiminde yer verilmesi hususunda görüşleri de incelenmiştir.

1.2 Araştırma Sorusu

"11.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi" başlıklı bu çalışmada lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerileri incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda cevap aranacak alt problemler aşağıdaki gibidir;

- Lise öğrencilerinin mantık konusundaki matematik başarısı hangi düzeydedir?
- Lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerileri ne düzeydedir?

- Matematiksel modelleme etkinliği farklı derste uygulandığında öğrencilerin muhakeme biçiminde ne tür farklılıklar oluşmaktadır?
- Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemine ile ilgili görüşleri nelerdir?

1.3 Amaç

Polya'nın 1945'te yayınlanan ve Türkçe dahil bir çok dile çevrilen "Nasıl Çözmeli?" (How to Solve It?) adlı kitabının önsöz kısmında Ian Stewart, Polya ve kitaptan bahsederken şunları dile getirmiştir:

> "Polya, diğer birçok öğretmen gibi öğrencilerin problem çözemediklerini fark etti ancak o bir adım daha ileri gitti. Sorun onların matematik bilmemeleri ya da bildiklerini kullanmanın mekanizmasını anlamamaları değildi. Sonunda Polya, onlarda düşünme süreçlerini verimli kanallara sürebilen yeteneklerinin eksikliğinin sonucuna vardı. Öğrenciler becerikli taktikçi fakat strateji kavramından anladıkları yanlıştı. Bunun nedeninin ise bir matematik problemini çözmek için bir strateji gerekeceği konusunda hiçbir fikirlerinin olmaması olabilir miydi? "

Polya'nın farkına vardığı bu gerçek, günümüzde bile ne yazık ki hala sorun olarak devam etmektedir. Bu soru ve sorun neticesinde belki de ortada bir sorun yoktur; "Koşması gerekmezse, yürüyerek işlerini haledebiliyorsa, neden öğrenci koşsun ki? Öğrencilere farklı düşünme yollarına sevk edecek, sorgulamalarını sağlayacak, strateji kurmaları gerekliliğini onlara hissettirecek, bildiklerini analiz etmelerine ve doğrularını test etmelerine olanak tanıyacak koşulların oluşmasını sağlayan problemler karşısında, taklit etmek yerine kendilerine özgü bir yöntem aracılığıyla problem ile baş edebileceklerdir. Bu niteliklerin oluşmasını sağlayan problem durumu, doğru yeterlilik ve deneyimle matematiksel modelleme kanalıyla matematik öğretim programına entegre edilebilir.

Bu çalışmanın amacı matematiksel modellemenin açtığı bu pencereyi görmek, keşfedebilmektir. Bu düşünce doğrultusunda, çalışma lise matematik öğretiminde matematiksel modellemenin kullanımı üzerine sonuçları analiz etmeyi, hipotezler geliştirmeyi amaçlar. Öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin düzeyini belirlemeyi, modelleme sürecinin matematik eğitimindeki, öğretmen ve öğrencideki rolünün kapsamını ve önemini açıklayabilmeyi hedefler.

Son yıllarda, dünyanın her yerinde farklı düzeylerde artan sayıda matematik programı, matematiksel alanlarda ve derslerde problem çözme, uygulamalar, modeller ve modellemeyi içermektedir (Blum & Niss, 1991). Bilim ve teknolojinin hızlı gelişimi ve sınıfta kullanılabilirliği tüm öğrencilerin hesaplama becerilerinin beklentileri üzerinde muazzam bir etki yaratmıştır (Cheng, 2001). Ancak, problem çözümünde ve matematiksel modellemede matematik uygulamaları müfredatın ayrılmaz bir parçası olarak kalmalıdır, çünkü bunlar her zaman yararlı olacaktır (Cheng, 2001).

Zawojewski (2013), matematiksel modelleme araştırmalarında nihai iki amaç olduğundan bahseder; matematiksel modelleme gelişimini iyileştirmek ve iki tür model tasarlamak: Öğrenci modelinin tasarımı (öğrenci öğrenme teorisinin tasarımı), matematiksel modellemede öğrencinin performansını arttırmayı amaçlayan öğretim araçlarının tasarımı. Blum (2002) ise, diğer şeylerin yanı sıra, öğrencilere matematiksel kavramların daha iyi bir şekilde öğrenilmesini sağlamayı, belirli durum problemlerini formüle etmeyi ve çözmeyi öğretmeyi, eleştirel ve yaratıcı duyularını uyandırmayı ve matematiğe yönelik tutumlarını şekillendirmeyi öğretmeyi amaçladığını ifade eder. Antonius, Haines, Jensen, Niss ve Burkhardt (2007) ise; öğrencilerin bir modelleme problemi üzerinde çalışırken, temel amacının, belirli matematiksel teknikleri geliştirmek için değil, ilginç ve faydalı bir analiz ve rapor üretmek olduğunu dile getirir.

1.4 Araştırmanın Önemi

Öğrenciler sınıf ortamında kullandıkları matematiksel bilgileri günlük hayatta nasıl, nerede kullanacakları konusunda sıkıntı yaşamaktadır. Eğitim öğretim ortamları öğretmen merkezli ve belli bir ders saati üzerine inşa edilmiştir. Bu ortam, öğrenciden beklenen nitelikleri taşımasında gerekli şartları sağlamamaktadır. Öğrencilerin öğrendikleri bilgileri gerçek hayat durumlarına taşıyabilmesi yahut gerçek hayat durumlarında bilgiyi keşfetme becerilerine sahip olabilmesi için eğitim öğretim ortamının güncellenmesi, öğrencilerin uygulama alanlarının bu sürece uygun hale getirilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin matematiksel bilgiyi günlük hayatta keşfetmeleri, öğrendikleri matematiksel bilgileri günlük hayatlarında kullanabilme becerisine sahip olabilmeleri için matematiksel modelleme sürecini yaşamaları önemlidir.

Öğrencilere entelektüel problemleri çözmek için modeller kullanarak deneyimler sunmak önemlidir. Çünkü böylece öğrenciler bir modelin bir sorgulama aracı olarak kullanılabileceğini ve matematiğin ezberlenmesi gereken bir gerçekler paketi olmadığını öğrenme fırsatı edineceklerdir (Grosslight, Unger, Jay, & Smith, 1991). Öğrenci bu süreci içselleştirdikçe problem çözücü olmaktan çıkacak strateji belirleyen, uygulayan ve analiz eden olacaktır. Bu süreçte öğretmenler de öğrenciler kadar aktif ve rehber rolünde olduklarından sınıf ortamı öğretmen merkezli olmaktan kurtulacaktır. Öğretmen, öğrenciyle bilgiyi keşfeden, öğrenen olacaktır. Çünkü modelleme yaklaşımı, öğretmenlerin ve öğrencilerin olağan rollerinde büyük bir tersine dönüş gerektirir (Doerr, 2007).

Blum ve Ferri (2009), matematiksel modellemenin önemini şöyle ifade eder ve tüm bu özellikler ortaöğretim matematik öğretiminin amaçlarını destekler niteliktedir:

- Öğrencilerin dünyayı daha iyi anlamalarına yardımcı olur,
- Matematik öğrenimini destekler (motivasyon, kavram oluşturma, anlama),
- Çeşitli matematiksel yeterliliklerin ve uygun tutumların geliştirilmesine katkıda bulunur,
- Yeterli matematik resmine katkıda bulunur,
- Modelleme yoluyla matematik, öğrenciler için daha anlamlı hale gelir (elbette, bunun için tek olasılık bu değildir).

Matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesinde modellemeye belirgin bir atıfta bulunulmasının temel nedenlerinden biri, öğrencilerin matematik dersi dışında, bu yeterliliğin farklı özelliklere sahip başka disiplinlere de aktarılabileceği varsayımıdır (Blum, 2002). Önemi ve uygunluğu konusunda fikir birliğine varılmasına rağmen, matematiksel modelleme, hem öğretmenler hem de öğrenciler için tam anlamıyla ilgilenebilmek için zorlu bir etkinlik olmaya devam etmektedir (Cheng, 2010). Cheng (2010), bunun nedenini matematiksel modellemede öğretmenin deneyimsizliğinden kaynaklandığını, bu da güven eksikliğine ve sınıfta matematiksel modellemeye yönelik genel bir isteksizliğe yol açtığını ayrıca öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel olarak bu sürece hazır olmadığı kaygısı olduğunu ifade eder.

Matematik öğretiminde matematiksel modellemenin önemi; yapılan çalışmalar, değişmeye çalışan öğretim ve sınav sistemi ile vurgulanırken, problem çözme,

uygulama ve diğer etkinlikler aracılığı ile nitelik kazanmaya başlamıştır. Blum (1993), matematik öğretiminde matematiksel modellemenin, öğretimin ayrılmaz bir parçası olduğunu dile getirir. MEB (2018)' de, hayatımızda yaşanan değişimlerin ortaya çıkardığı yeni problemlerin çözümü için; matematiğe değer veren, matematiksel düşünme gücü gelişmiş, matematiği modelleme ve problem çözmede kullanabilen bireylere her zaman olduğundan daha çok ihtiyaç duyulmakta olduğunu dile getirir. Bu ise öğretim programını ve yaklaşımlarında güncellemelerin, farklı bakış açılarının önemini açıkça vurgular.

Yurtiçi ve yurtdışında daha önce yapılmış olan çalışmalarda da görünen o ki çoğunlukta öğrencilerin bu model anlayışına tam olarak sahip olamadığıdır. Model anlayışını ve modelleme sürecini öğrencilerin ve öğretmenlerin içselleştirebilmesi için ise zengin deneyimler edinmeleri gerekliliği açıktır. Güzel ve Uğurel (2010)' da öğretmen adayları üzerinde yaptığı çalışmada matematik başarı düzeyi yüksek olan bireylerin modelleme için tam anlamıyla yeterli kriter olmadığı sonucuna varmalarıyla 'deneyimin önemini' destekler niteliktedir. Çalışmada, günümüzde bu kavrama ve sürece ne kadar sahip olunduğunu inceleyebilmek ve bu konuda deneyim farkındalığı edinebilmek önemi üzerine odaklanılmıştır. Yani öğrencilerin bu modelleme sürecini ilk etapta nasıl öğrendiklerini keşfetmek, geçmişten gelen hataları tekrarlamamak için önemlidir (Sriraman & Lesh, 2006). Bunun için ise, öğrencilerin ve öğretmenlerin deneyim kazanmaları gereklidir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin düzeyi hakkında bilgi sahibi olmak gelişimi için önemlidir.

Bu düşünceler doğrultusunda; lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin düzeyini belirlemek ve öğretmenlerin matematiksel modelleme ile ilgili görüşlerini almak bu çalışmanın önemini ortaya koymaktadır.

1.5 Sınırlılıklar

1. Araştırma süresi 2017-2018 bahar dönemi ve ders saatleri ile sınırlıdır.
2. Araştırma İstanbul'da bir devlet lisesinde 11.sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.
3. Araştırma öğrencilerin matematik bilgisi ve matematiksel modelleme bilgi ve deneyimi ile sınırlıdır.

4. Araştırma uygulamaya katılan öğretmenlerin deneyim, bilgi, yaklaşım ve görüşleri ile sınırlıdır.
5. Araştırmada toplanan veriler, matematik başarı testi, matematiksel modelleme problemi, matematiksel modelleme problemini çözerken yapılan öğretmen gözlem notları ve öğretmen anketi ile sınırlıdır.

1.6 Sayıltılar

1. Bu araştırmanın çalışma grubunun, lise öğrencilerini temsil edecek nitelikte olduğu varsayılmıştır.
2. Öğrencilerin matematiksel başarı testinde sahip oldukları matematik alan bilgilerini yansıtacakları düşünülmektedir.
3. Öğretmenlerin anket sorusunu içtenlikle cevaplayacakları düşünülmektedir.
4. Bu süreçte öğretmenlerin özverili, dikkatli gözlemler yaparak süreci adil ve öğrenciler için eşit oranlarda yürüteceği düşünülmektedir.

1.7 Tanımlar

Model: Model, dış gösterimler ile ifade edilen; davranışları inşa etmek, açıklamak, tanımlamak için kullanılan, gerçek-karmaşık sistemleri basitleştiren, kavramsal sistemlerdir (Lesh & Doerr, 2003).

Matematiksel model: Belirli bir durum veya problemle ilgili iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel bir temsili olarak tanımlanır (Berry & Houston, 1995a).

Modelleme: Gerçek dünya ile matematik arasındaki her türlü ilişkiyi belirtmek için giderek daha fazla kullanılan terimdir (Blum, 2002).

Matematiksel modelleme: Problemlere çözüm bulmaya çalışmak için matematiksel terimlerle gerçek dünya problemlerini temsil etme sürecidir (Cheng, 2001).

Model oluşturma etkinlikleri: Öğrencilere gerçek anlamda problem çözme sürecini yaşatacak problemler için "model oluşturma etkinlikleri" ifadesi kullanılmaktadır (Kertil, Çetinkaya, Erbaş, & Çakıroğlu, 2016, s.554).

Modelleme becerisi: Modelleme becerisi, ihtiyaç duyulan bireylerin sahip olması gereken temel becerilerden biridir (Güzel, Dede, Hıdıroğlu, Ünver, & Çelik, 2016).

BÖLÜM II

İLGİLİ ALANYAZIN

Niss (1991), konuyla ilgili çalışmaların iki yönünden bahseder: Ampirik ve teorik araştırma ve matematik eğitiminin eğitim sistemindeki gerçek uygulaması. Araştırma terimi, sadece yeni "pozitif" (genellikle ampirik) bilginin oluşturulmasını değil, aynı zamanda matematik eğitiminde, matematiksel, felsefi, psikolojik, sosyolojik vb. sistematik yansımaları da içermesini, uygulama terimi sadece günlük sınıf öğretimi uygulamasına değil, geniş anlamda alınması gerekliliğini vurgular (Blum & Niss, 1991). Bir çalışmayı "araştırma" ya da "uygulama" ya ait olarak sınıflandırmada önemli olan şey, yeni düşüncelerin, yeni sonuçların ve yenilikçi fikirlerin içeriğidir (Blum & Niss, 1991). Bu durum matematik eğitiminde oldukça bulanıklaşmıştır bu da matematik eğitiminin gerçekliğini çok iyi yansıtmaktadır (Blum & Niss, 1991). Model ve modelleme üzerine yapılan araştırmalar, model ve modelleme yaklaşımlarını ve öğrencilerin modelleme sürecini gerçekleştirebilmesi için ihtiyaç duyduğu anlama ve becerilerin doğasını araştırır (Sriraman & Lesh, 2006). Matematik eğitimindeki tüm sorular ve problemler, yani matematik öğrenme ve matematik öğretimi ile ilgili sorular ve problemler, matematik ve gerçek hayat arasındaki ilişkileri etkilemekte ve ilişkilerden etkilenmektedir (Blum, 2002).

Lesh ve Doerr (2003)'ün de belirttiği gibi matematik eğitimi araştırmacıları hem matematik hem psikoloji hem de eğitim gibi farklı alanları da kapsayacak geniş kapsamlı çalışmalar yaptığı, bazen öğretim programı bazen bilim dalı yahut başka sebeplerden çerçeve değiştiği için model ve modellemenin tek bir cevabı olmadığı sonucuna ulaşılır. Yine bu başlık altında görüldüğü gibi; modellerin farklı türlerinin olduğu, matematiksel modellemenin farklı yaklaşımlara sahip olduğu görülecektir. Bu farklılıklar farklı tanımlamaları getirmektedir.

Bu başlık altında model, matematiksel model ve matematiksel modellemenin tanımına, matematiksel modelleme yaklaşımlarına, matematiksel modelleme problemlerinin ve

modellerin sınıflandırılmasına, matematiksel modelleme üzerine yapılan yurt içi ve yurt dışı çalışmalara ayrı başlıklar altında yer verilmiştir.

2.1 Matematiksel Problem Çözme Süreci

Matematiksel modellemede problem terimi, sadece pratik problemleri değil aynı zamanda dünyanın parçalarını tanımlamayı, açıklamayı, anlamayı ve hatta tasarlamayı amaçlayan daha entelektüel nitelikteki problemleri de kapsayan geniş anlamıyla kullanılmaktadır (Blum, 2002). Sayılarla hesaplama yapmanın ötesinde, matematiksel olarak düşünmek genellikle problemleri matematiksel olarak tanımlamayı da içerir (Lesh & Doerr, 2003).

MEB (2018), öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, programın temel hedeflerine ulaşılabilmek için aşağıdaki hususlar dikkate alınmasını dile getirir:

1. Öğrenciler günlük hayatla ilişkili problem durumları ile karşı karşıya bırakılmalı, onlara bunların üstesinden gelmenin yolları öğretilmelidir.
2. Tasarlanan gerçek hayat problemleri, öğrencilerde akıl yürütme ve karar vermelerini gerektirecek durumlar barındırmalıdır.
3. Problemler öğrencilerin kültürel çevrelerine uygun, ailelerini ve yakın çevrelerini içine alan gerçek hayat durumları ile ilişkilendirilmelidir.
4. Derslerde, hayattaki olaylardan ve problemlerden başlanmalı, öğrencilerin bazı konu ve kavramları öğrenmelerine dair bir ihtiyaç hissetmeleri sağlanmalıdır. Bu çerçevede ilgili kavramlar, problemin çözüm sürecinde irdelenmelidir.

Blum ve Niss (1989), içeriğin ve yapının temel unsurları her iki kategoride de ortak iken özellikle matematik müfredatındaki amaçlar, hedefler ve roller konusunda önemli farklılıklardan dolayı matematik eğitiminde problem çözmenin iki şekilde ele alındığını ifade eder:

i. Araştırmanın bir amacı olarak: Problem çözme ‘matematiksel olarak düşünmenin’ diğer yönleriyle nasıl ilişkili olduğu, problem çözmedeki temel yapısal ve psikolojik bileşenlerin neler olduğu. Problem çözme süreçlerinin sınıflandırılması, öğrencilerin problem çözme kabiliyetini kazanmaları ve kazanmaları önündeki bilişsel ve duyuşsal engeller. Problem çözmeyi gerçekten

öğrenmenin ve öğretmenin mümkün olup olmadığı gibi sorunlar bu alanın sorunlarıdır.

ii. Matematik öğretimiyle ilgili olarak: Matematik müfredatına problem çözmenin dahil edilmesi ve uygulanmasına ilişkin konuların ele alınması.

Problem çözme, kişinin görevi çözmek için çeşitli alternatifler kullanma fırsatına sahip olduğu bir süreç olmalıdır (Chamberlin & Moon, 2005). Problem çözme sürecinin çok yönlü olabilmesi için öğrencinin nasıl bir problem ile karşı karşıya kaldığı da önemlidir. Problem çözme basitçe, onu çözmeye çalışırken bir problemle başa çıkma sürecinin tamamını ifade eder (Blum & Niss, 1991).

2.2 Model ve Matematiksel Model

Matematik ve fen bilimlerinde, insanların deneyimlerini anlamlandırmak için geliştirdikleri kavramsal sistemlere genellikle model denir (Ferri, 2006). Matematik öğretiminin en önemli bilişsel hedeflerinin çoğunu, matematiğin yararlı olduğu durumları inşa etmek, tanımlamak veya açıklamak için kullanılan kavramsal sistemlerin (örneğin, matematiksel modeller) oluşturduğu kabul edilmektedir (Lesh & Doerr, 2003). Modeller "doğru cevaplar" değil, bilimin yöntemleri ve ürünleridir ve modelleri kullanmadan bilimi öğretmek ve öğrenmek imkansızdır (Harrison & Treagust, 2000). Model, öğelerden, bu öğeler arasındaki ilişkilerden, bu öğelerin nasıl etkileşimde bulunduğunu açıklayan işlemlerden, ilişkiler ve işlemler için geçerli olan temsil veya kurallardan oluşan bir sistemdir (Chamberlin & Moon, 2005). Model, dış gösterimler ile ifade edilen; davranışları inşa etmek, açıklamak, tanımlamak için kullanılan, gerçek-karmaşık sistemleri basitleştiren, kavramsal sistemler iken, matematiksel model ise bu sistemlerin yapısal özelliklerine odaklanır (Lesh & Doerr, 2003).

Bilimsel fikirler güçlerini, onları somutlaştıran modellerden alır (Lehrer & Schauble, 2007). Somut modellerin, öğrencilere kavramları tanıtmak için ve soyut modellerin kavramın daha karmaşık versiyonlarını açıklamak için daha uygun olduğu varsayılmış olsa da, somut modeller kusursuz değildir (Harrison & Treagust, 2000). Önerilen model gerçekliğin kopyası olarak değil bunun yerine olayların işleyişine odaklanmak için gerçekliği düzenleyendir (Lehrer & Schauble, 2007).

Modeller, sadece açıklamak için değildir, ayrıca alternatif görme yolları sunar (Lehrer & Schauble, 2007). Modellere; varsayımsal kalıpların tanımlanmasında, başkaları tarafından oluşturulan açıklamaların, yorumların analiz edilmesinde, temel olayları tahmin etmek gerektiğinde ihtiyaç vardır (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). Bir model; belirli bir problemin çözümü değil, bir öğrencinin çözümleri bulmak için kullanabileceği ve yeniden kullanabileceği bir geliştirme aracıdır (Doerr, 1997). Yapılandırmacı öğrenme kuramları, öğrencilerin etkili bir ilişkisel düşünürler olmak için, modele dayalı düşünmede ve mutabakat ortamında öğrenme konusunda geniş deneyime ihtiyaç duyacağını ileri sürmektedir (Harrison & Treagust, 2000). Modeller, eleştiriye ve gelişime açıktır (Blum & Niss, 1991). Modellerin bu özelliği gelişmekte olan öğretim programına, modellerin hızlı adapte olmasını sağlar.

Matematiksel model, belirli bir durum veya problemle ilgili iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel bir temsili olarak tanımlanır (Berry & Houston, 1995a). Matematiksel temsil, genellikle tek bir doğru cevabı olan cebirsel denklemlerle sınırlıdır (Doerr, 1997). Bir modelin gelişimi, bir ilgi alanı ve belirli bir soru gerektirir (Abrams, 2001). Bu da öğrencileri yeni sorular üretmeye sevk ettiği gibi, öğrencilerin soru sormalarını sağlayan durumların oluşmasına olanak tanır. Modelde eksik değişkenleri etkin bir şekilde temsil etmek, öğrencilerin hem matematiksel olmayan hem de matematiksel nesnelerin ortak olduğu yapıları aramaya alışmalarını gerektirir (Abrams, 2001). Tüm öğrenciler kendi matematiksel karmaşıklığına uygun temsiller oluşturabilirler (Abrams, 2001). Model, hem matematiksel modelleri hem de bunların arkasındaki matematiksel modelleme süreçlerini analiz etmek için ve "matematiksel modelleme yeterliliğini" normatif olarak tanımlamak ve analiz etmek için bir araç olarak kullanılabilir (Blomhoj & Jensen, 2003).

Matematiksel modellerin öğretimi ile matematiksel modellemenin öğretilmesi arasında belirgin bir fark olması hali gözden kaçırılmamalıdır (Cheng, 2001). Modeller üzerinde vurgu ürüne iken, matematiksel modellemede ise odak; fiziksel, gerçek dünya durumunun uygun bir temsiline ulaşma sürecindedir (Cheng, 2001). Böylece süreç, gerçek bir problemle başlıyor ve olası çözümlere doğru adım adım ilerliyor.

Gerçek bir modelin matematikselleştirilmesi gerekir, yani verileri, kavramları, ilişkileri, koşulları ve varsayımları matematiğe çevrilerek, orijinal durumun matematiksel bir

modeli ortaya çıkarılmalıdır (Blum & Niss, 1991). Böyle bir model esasen orijinal durumun veya gerçek modelin "temel unsurlarına" karşılık gelen belirli matematiksel nesnelerden ve yine bu "temel unsurlar" arasındaki ilişkilere karşılık gelen bu nesneler arasındaki belirli ilişkilerden oluşur (Blum & Niss, 1989). Bir matematik modeli var olduğunda, geleneksel okul matematiğinin teknik becerileri devreye girer (Abrams, 2001).

Uzman öğretmenler çoğunlukla, bir kavramın önemli ve zor yönlerini vurgulamak ve araştırmak için modelleri kullanırlar ve bunu başarmanın en iyi yolu anahtar fikirleri vurgulamak için modeli aşırı basitleştirmektir (Harrison & Treagust, 2000). Basit bir model, daha geneldir ve daha geniş kapsamlı sorulara cevap verebilir (veya bunu yapmak için bir başlangıç noktası olarak hizmet edebilir), daha karmaşık modeller ise, oldukça spesifiktir ve ilgili probleme daha kolay uygulanır (Abrams, 2001). Ayrıca Lesh ve Doerr (2003), modellerin genellikle paylaşılabilir, taşınabilir veya yeniden kullanılabilir olması gerekliliğini dile getirir.

Modelleyiciler, yönetilebilir bir ilk model oluşturmak için yola çıktığında, mümkün olduğunca basit bir şekilde başlaması gerekliliğini şu örnekle destekler: Kar tanelerinin erimesini inceleyen bir öğrenci üç boyutlu dünya gerçeğini bırakıp dikey bir kar düzlemi yaratarak anlamlı cevaplar bulmasını kolaylaştırabilir ve böylece daha karmaşık temsillerle model geliştirilebilir (Abrams, 2001). Borromeo Ferri (2006) çalışmasında, modeli basitçe tanımlarken, bir başka amaç (daha az tanıdık) uğruna sistemleri anlamak için kullanılan basit (tanıdık) sistemler ifadesine yer verir. Öğrenciler ilkel düşünme biçimlerindeki eksiklikleri tespit edemezlerse, ilkel yorumlarının ötesinde, gelişim için önemli çaba gösterme olasılıkları yoktur (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). Düzinelerce değişkene ve düşünceye sahip bir model oluşturmak, başlangıçta oldukça fazla kafa karıştırıcı olurdu. Bu sebeple artımlı yaklaşım, bir modelleyicinin her yeni değişimi test edebilmesi ve yeni dahil edilen ilişkinin veya değişkenin, modelin sonuçları üzerindeki etkisinde gerçekten önemli olup olmadığını keşfedebilmesi açısından daha yararlı bir eylem olacaktır (Abrams, 2001).

2.2.1 Modellerin Sınıflandırılması

(Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000), modelin şu 4 ilkeden oluşan bir sistem olduğunu ve bu sistemin de belli şartlar içermesini ifade etmektedir:

a) Elemanlar
b) Elemanlar arasındaki ilişkiler
c) Bu elemanların nasıl etkileştiğini açıklayan işlemler
d) İlişkiler ve işlemler için geçerli olan simetri, değişmezlik veya geçişlilik gibi modeller veya kurallar.

Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post (2000), yukarıda ele alınan bu dört ilke ile tüm sistemlerin model olarak işlev görmediğini, bir sistemin model olabilmesi için; bir sisteminin başka bir sistemi tanımlamak, düşünmek, yorumlamak, açıklamak, ya da bu konuda tahminlerde bulunmak için belli bir sistem kullanılması gerekliliğini vurgular. Her matematiksel temsilin bir matematiksel model olması genelleştirmesine ise bu tanımla bir parantez açılmış olur. O halde temsillerin model olması, bir modelin matematiksel model olması için kıstaslara ihtiyacı vardır. Matematiksel olarak anlamlı bir model olması için, tarif edilen sistemin temel yapısal özelliklerine odaklanmalıdır (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). Öğrencinin somut bir modeli başarılı bir şekilde yorumladığını bilmek, matematiksel, teorik veya kavram-süreç modelini yorumlayabileceği anlamına gelmez (Harrison & Treagust, 2000). Bu nedenle; bir etkinlik, model yapım prensibini karşılarsa, aktivitenin geliştiricileri, öğrencilerin inşa edilmeye zorlandığı sistemin türünü isimlendirebilmeli ve sistem matematiksel olarak anlamlı bir yapıya odaklanmalıdır (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). Ayrıca modeller, öğrencilere verdikleri taleplere göre de farklılık gösterir (Harrison & Treagust, 2000). Matematiksel olarak anlamlı bir model olması kıstası kadar öğrenci için anlamlı olması da mühimdir. Öğretmenlerin, modellerin öğrencilere yerleştirdikleri kavramsal talepleri dikkatlice değerlendirmesi ve her modeli öğrencilerle dikkatlice müzakere etmesi önemlidir (Harrison & Treagust, 2000).

Literatür incelendiğinde bilimsel olan/bilimsel olmayan modeller, somut/soyut modeller (görünüş bakımından), tanımlayıcı/açıklayıcı/betimleyici modeller (işlevleri bakımından) olmak üzere çeşitli model sınıflandırmalarıyla karşılaşmak mümkündür. Farklı model türlerini ayırt etmenin uygun olduğu kanıtlanmıştır (Blum & Niss, 1989).

Abrams (2001)'in öğrencilerle yaptığı çalışmada farklı modeller farklı sonuçlar doğuracağından model seçiminin önemini, modellerin her yönünün gerçek dünya durumunun bazı özelliklerini temsil etmesi gerektiği keşfedilir. Harrison ve Treagust (2000), öğretim ve öğrenme modellerinde görülen benzerlikleri ve farklılıkları karakterize etmek için modelleri aşağıdaki gibi sınıflandırmıştır:

Bilim ve öğretim modelleri:

1) **Ölçeklendirme modelleri:** Hayvanların, bitkilerin, arabaların, teknelerin ve binaların ölçeklendirilmiş modelleri, renkleri, dış şekli ve yapıyı betimlemek için kullanılır. Ölçeklendirilmiş modeller, ayrıntılı bir şekilde dış görünüşü yansıtmakta iken nadiren iç yapıyı, işlevleri ve kullanımını yansıtmaktadır. Ayrıca hedefle aynı malzemeden yapılmamışlardır. Ölçeklendirme modelleri, genellikle oyuncak ya da oyuncak gibidir (Grosslight ve ark. 1991). Bu gerçekçilik paylaşılmamış model – hedef arasındaki farklılıkları gizleyebilir.
2) **Pedagojik analojik modeller:** Bu kategori, öğretim ve öğrenmede kullanılan tüm benzer modelleri kapsar ve ölçeklendirme modellerini de içerir. Bunların "analojik" olarak adlandırılmasının sebebi, modelin bilgiyi hedefle paylaşmasıdır. "Pedagojik" olarak adlandırılmasının sebebi ise, atom ve molekül gibi gözlenemeyen varlıkları, öğretmenlerin; öğrenciler için modeli açıklayarak modelin geliştirilmesinden kaynaklanır. Bir veya daha fazla özellik, analizin yapısına hükmeder; örneğin moleküler modellerde toplar ve çubuklar (Keenan ve ark. 1980). Analojik modeller, belirli öznitelikler için analoji ve hedef arasındaki nokta-nokta karşılıklarını yansıttığından, analojik özellikler çoğu zaman basitleştirilmiş veya genişletilmiştir. Analojik modeller ve benzeri modeller, basitleştirilebilir, zenginleştirilebilir veya genişletilebilir (Curtis ve Reigeluth 1984).

Kavramsal bilgiyi oluşturan pedagojik modeller:

3) **Simgesel veya sembolik modeller:** Kimyasal formüller ve denklemler, kimyasal reaksiyonların ve bileşiklerin sembolik modelleridir. Formüller ve denklemler kimya diline bu şekilde yerleştirilmiştir. Formüller ve denklemler açıklayıcı ya da iletişimsel modeller olarak kabul edildiğinde yanlış

yönlendirilebilmektedir. Formüller ve denklemlerin anlamlı yorumlanması gerekir.

4) **Matematiksel modeller**: Fiziksel özellikler ve işlemler, kavramsal ilişkileri zarif bir şekilde tasvir eden matematiksel denklemler ve grafikler olarak temsil edilebilir. Örneğin; Boyle - Marioette Kanunu, üstel eğriler vs.
5) **Teorik modeller:** Fotonlar ve elektromanyetik alan çizgileri teorik modellerdir. Çünkü bu modeller insanlar tarafından oluşturulan teorik temellerle iyi yapılandırılmıştır. Kinetik teorinin gaz hacminin, sıcaklığının ve basıncının açıklanması gibi modeller bu kategoriye aittir (Keenan ve ark. 1980, s. 222-222). Mükemmel elastik boşluk doldurma küreleri olarak kinetik teori parçacıklarının basitleştirilmesi, onları ölçeklendirme modellerine de uyarlar. Bazı fenomenler, kuramsal ve matematiksel özellikleri paylaşabilir (Black 1962).

Birden çok kavram ve / veya süreç tasvir eden modeller:

6) **Haritalar, diyagramlar ve tablolar:** Bu modeller, öğrenciler tarafından kolayca görselleştirilebilen kalıpları, yolları ve ilişkileri temsil eder. Örnek olarak; periyodik tablo, filogenetik ağaçlar, hava haritaları, devre şemaları, metabolik yollar, kan dolaşımı, besin zincirleri ve ağlar verilebilir. Bu şemaların tümünün veya parçalarının basitleştirilmiş ve abartılı doğasının onları iki boyutlu modeller haline getirdiğini anlamak önemlidir.
7) **Kavram- süreç modelleri:** Pek çok fen kavramı, nesnelerden ziyade süreçten ibarettir. Öğretmenler ve ders kitapları, çoklu asit ve baz modelleri, redoks ve kimyasal denge gibi kavram süreci modellerini kullanırlar.
8) **Simülasyonlar:** Simülasyonlar, uçak uçuşu, küresel ısınma, nükleer reaksiyonlar, kazalar ve nüfus dalgalanmaları gibi karmaşık süreçleri model alır. Simülasyonlar, acemi araştırmacıların yaşamı ve mülkiyetini riske etmeden becerilerini geliştirmelerine ve geliştirmelerine olanak tanır ve ayrıca "sanal gerçeklik" deneyimlerine (örneğin bilgisayar oyunları ve animasyonlar ve gerçek hayat durumları kullanan bilgisayar tabanlı interaktif multimedya) olanak sağlar. Bir simülasyon, incelemekte olduğunuz varlıkların davranışlarını tanımlayan kuralların oluşturulmasını gerektirir (Abrams, 2001).

Gerçekliğin kişisel modelleri:

9) **Zihinsel Modeller:** Zihinsel modeller, bireylerin bilişsel işlevler sırasında ürettiği özel bir zihinsel temsildir. Öğrenciye özgüdür, değişime uğrayabilir, fikirlerin içsel tanımlarıdır. Zihinsel modellerin teknik olarak uygun olmaları gerekmez, fakat işlevsel olmaları gerekir. Zihinsel modeller, modellemeyi etkili bir düşünme, bilişsel olarak çalışan bir araç haline getiren dinamik imgelerdir.
10) **Sentetik Modeller:** Öğretmenlerin, öğrencilerin sentezlediği alternatif kavramları tanımlamak için kullanılmıştır.

Kavramsal modeller, kavramsal olarak önemli yapıları ve fonksiyonları tanımlamak ve açıklamak için düzenli olarak kullanılmaktadır (Harrison & Treagust, 2000). Keşif modelleri, bazı içerik alanındaki bilgileri temsil etmek için uzmanlar tarafından oluşturulmuş modellerdir (Doerr, 1997). Analojik modeller, öğrenenlerin anlayış geliştirmelerine yardımcı olur, ancak, öğretmenler, öğrencilerin analitik modelin yakınlığını ve paylaşılmış ve paylaşılmamış niteliklerini öğrencilerle aktif bir şekilde müzakere etmiyorlarsa, öğretmenlerin beklentileri ile öğrencilerin anlayışının uyumlu olması açık bir sorudur (Harrison & Treagust, 2000). Öğrencilerin teorik modelleri anlamaları beklenemez, çünkü müfredat materyalleri ve öğretmenler bunları kullanmaya karar verirler (Harrison & Treagust, 2000). Bu sınıflamadaki en karmaşık ve soyut modeller kavram süreç modelleridir (Harrison & Treagust, 2000).

2.3 Modelleme

Son yıllarda, "modelleme" terimi, gerçek dünya ile matematik arasındaki her türlü ilişkiyi belirtmek için giderek daha fazla kullanılmaktadır (Blum, 2002). "Modelleme" terimi, teorik çerçeveye, uygulama içeriğine vb. bağlı olarak farklı anlamlarla kullanıldığı gerçeği söz konusudur (Andresen, 2007). Modelleme için teorik bir çerçeve, modelleme sürecinin bileşenlerini ve destekleyici araçlarını ve bileşen aktiviteleri arasındaki ilişkilerin doğasını da içermelidir (Doerr, 1997). "Modelleme" terimi, bir yandan gerçeklikten matematiğe olan yöne odaklanır ve diğer yandan daha genel olarak dahil olan süreçleri vurgular (Blum, 2002).

Basit bir modeli, gerçekliği daha iyi yansıtabilene dek karmaşıklaştırma süreci, modellemenin merkezinde yer alır (Abrams, 2001). Modelleme çalışmaları, sürece

özgünlük katar ve öğrenciler arasında probleme ve sürece daha fazla ilgi uyandırır (Cheng, 2010). Modellemenin birçok farklı unsuru ve özelliği vardır; bunlardan bazıları açık uçlu soruları çözmek, modelleri oluşturmak, incelemek, doğrulamak, durumları matematikselleştirmek, simülasyonları tasarlamak ve yürütmek, sözel problemleri çözmek ve uygulamalı problem çözmede bulunmaktır ve bu unsurların hepsi matematiği ve gerçek dünyayı birbirine bağlar (Blum, 2002). Modellemenin temel özelliklerinden biri ise gerçek verilerdir ve gerçek hayatta, bir model için toplanan veriler, ders kitaplarındaki alıştırmalardan alınanlarla çalışmak için uygun olmayabilir (Cheng, 2006a). Okulda modelleme ise, faaliyetin amaçlarına göre farklı özelliklere sahip olabilir (Barbosa, 2007). Modelleme önemli bir yetkinliktir, ancak amaç, öğrencilerin kapsamlı bir matematik eğitimidir (Blum & Ferri, 2009).

2.4 Matematiksel Modelleme

Bir terimin tanımı, onun anlamının iyi bilinen başka terimlerle ifade edilmesidir (Polya, 1945). Matematiksel modelleme terimi birçok araştırmacı tarafından farklı bakış açıları ile tanımlanmış olup, ortak bir tanımdan bahsetmek mümkün olamaz. Modellemeyi hangi alanda, hangi bakış açısı ile incelediğimiz bile tanımda farklılıklar yaratılmasına sebep olur. Bu sebeple matematiksel modelleme tanımını yapmaya çalışırken farklı bakış açılarını anlamayı, bu süreci bu bakış açılarıyla incelemeyi ve farklı tanımlamaları süzgece almayı hedeflemek bu başlık altındaki nihai amaçtır.

Matematiksel modelleme, farklı alanlardan fikirleri birleştirmek ve kullanmak için mükemmel fırsatlar sunar (Cheng, 2001). Matematiksel modelleme, matematikte çok zengin öğrenme deneyimleri sağlar ve sıklıkla disiplinler arası unsurlar içerir ve problemler başka disiplinlerle ilişkili olabildiği gibi öğretmenlerinde matematiksel problem çözme konusunda işbirliği yapma fırsatları yaratır (Cheng, 2010). Matematiksel modelleme; matematiğin öğrenilmesine ve öğretilmesine daha fazla anlam kazandırmaya katkıda bulanacağı gibi, uygun temel fikirlerin oluşturulması ve düşüncelerin geliştirilmesi matematik öğretiminin temel amaçları ise, matematiğin ayrılmaz bir parçası olması gerekir (Blum, 1993).

Matematiksel süreç, gerçek modelden matematiğe doğru bir süreç iken, orijinal-gerçek problem durumundan matematiksel bir modele uzanan tüm süreci ifade etmek için

modelleme veya model oluşturma kullanılır (Blum & Niss, 1991). Cheng (2001), matematiksel modellemede başlangıç noktasının gerçek bir dünya olduğunu dile getirirken Keskin (2008), matematiksel modellemeyi, gerçek hayat problemlerinin üstesinden gelme süreci olarak tanımlar. Bir başka deyişle; matematiksel modelleme, problemlere çözüm bulmaya çalışmak için matematiksel terimlerle gerçek dünya problemlerini temsil etme sürecidir (Cheng, 2001). Maaβ (2006) ise, matematiksel modellemenin, modelleme sürecinin adımlarını geçmekten daha üst düzey yeterlilikler gerektiren üst düzey bilişsel bir süreç olduğunu ve zihinsel faaliyetlerin farkında olmanın bu süreçte önemli rol oynadığını ifade eder.

Blum (2002); problem durumundan matematiksel modele giden sürece matematiksel modelleme olarak tanımlar. Matematiksel modelleme terimi, gerçek bir durumdan matematiksel bir modele giden model oluşturma süreci veya uygulanan tüm problem çözme sürecini ya da gerçek dünyayı matematikle birleştirmenin herhangi bir şeklini ifade edebilir (Blum, 1993). Matematiksel modelleme, gerçek hayattan veya gerçekçi bir durumun matematiksel yöntemler kullanılarak analiz edilmesi sürecidir (Erbaş, et al., 2014). Matematiksel modelleme, problemi anlamak ve probleme çözüm bulmak amacıyla matematiksel terimlerle gerçek dünya problemlerini temsil etme süreci olarak tanımlanabilir (Cheng, 2010). Dolayısıyla matematiksel modelleme sadece bir ürüne değil, o ürüne ulaşıncaya kadar gerçekleştirilen tüm eylemlere odaklanmaktadır (Güzel & Uğurel, 2010).

2.4.1 Matematiksel Modelleme Becerileri ve Yeterlilikleri

MEB (2018), öğrencilerin hem ulusal hem de uluslararası düzeyde; kişisel, sosyal, akademik ve iş hayatlarında ihtiyaç duyacakları beceri yelpazeleri olan yetkinlikleri Türkiye Yeterlilikler Çerçevesinde (TYÇ) sekiz başlık altında incelemekte ve matematiksel yeterliliği aşağıdaki gibi tanımlamaktadır:

> “ Matematiksel yeterlilik, günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır. Sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen süreç, faaliyet ve bilgiye vurgu yapmaktadır. Matematiksel yeterlilik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın

(formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir.(s.6)"

Modelleme yeterlilikleri, modelleme sürecini uygun şekilde ve hedefe yönelik olarak yapma becerilerini ve yeteneklerini, bunları uygulamaya koymak için istekliliği ve üst bilişsel becerilere sahip olmayı içerir (Maaß, 2006).

Modelleme becerisi, ihtiyaç duyulan bireylerin sahip olması gereken temel becerilerden biridir (Güzel, Dede, Hıdıroğlu, Ünver, & Çelik, 2016). Modelleme becerileri; herhangi bir modelleme sürecini tamamlayabilmek için sahip olunması gereken gerçek hayat durumunu anlayabilme, model kurabilme ve model üzerinde matematiksel işlemleri yapabilme gibi teknik düzeyde sayılabilecek becerilerdir. (Kertil, Çetinkaya, Erbaş, & Çakıroğlu, 2016).

Modelleme yeterliliklerinin bu tanımlar doğrultusunda, modelleme becerilerini kapsadığı söylenebilir. Modelleme yeterliliklerinin ve becerilerinin tam olarak anlaşılması, modelleme sürecinin tanımı ile yakından ilgilidir (Maaß, 2006). Bu sebeple matematiksel modelleme süreci alt başlıkta detaylı olarak açıklanmıştır.

2.4.2 Matematiksel Modelleme Süreci

Literatüre bakıldığında, modelleme sürecine yönelik farklı döngüler bulunmaktadır. Borromeo Ferri (2006), bu döngülerin farklılığını matematiksel modellemeye yönelik farklı bakış açılarına ve bu sürece dair basamakların bu yaklaşımlara bağımlı olmasıyla ilgili olduğunu ifade eder. Ayrıca Borromeo Ferri (2007) çalışmasında, farklı modelleme yollarının öğrencilerin farklı matematiksel düşünme stillerinin bir sonucu olduğunu ifade eder.

Matematiksel modelleme sürecine yönelik araştırmalarda farklı yaklaşımların ortaya çıkması ise sürecin karmaşık yapısını ortaya koymaktadır (Hıdıroğlu & Güzel, 2013). Zawojewski (2013), bu süreci tanımlarken üretken düşünme yolu, bir yorumlama süreci başka bir deyişle bir problem durumunun matematiksel bir sistemle temsil edilmesi olarak ifade eder. Yapılan araştırmalar incelendiğinde, bu süreçte üst düzey bilişsel aktivitelerinde gerekli olduğu kanısı vardır lakin gerekli olmaktan ziyade çok yönlü düşünme, sorgulama, yorumlama gibi aktivitelerde üst düzey bilişsel yeterliliğin bu karmaşık yapıyı basitleştirmede faydalıdır.

Matematiksel modelleme süreci, sadece önceden var olan bir gerçekliğin bir kısmının basitleştirilmiş bir görüntüsünü verir. Asla gerçek bir görüntüsünü vermez. Problem çözücünün bilgisi, niyetleri ve çıkarlarına bağlı olarak bir gerçeklik parçasını yapılandırır ve yaratır (Blum & Niss, 1991). Matematiksel modelleme süreci, zihinsel modelleme sürecini gerektirir (Hıdıroğlu & Güzel, 2013). Modellemeyi öğrenci ve öğretmenler için zor kılan en önemli nedenlerden biri de, bu zihinsel sürecin bilişsel talepleridir (Blum & Ferri, 2009). Bu zihinsel süreçteki talepleri analiz etmek içinse modelleme döngüleri işlev kazanır.

Modelleme sürecine dair yapılan incelemelerde genel varılan kanı, bu döngünün doğrusal olmadığıdır. Bu sürecin avantajlarından biri, sürecin bu özelliğidir. Maaβ (2006)'da modelleme sürecini tanımlarken bu süreci doğrusal bir şekilde geçilmesi gereken bir algoritma olarak değil, basitleştirilmiş bir şema, döngü olarak görülmesi fikri ile bu düşünceyi destekler niteliktedir.

Maaβ (2007), matematiksel modelleme sürecini gerçekleştirmek için belirli yeterliliklerin olması gerektiğini ifade eder:

1. Modelleme sürecinin gerçekleştirmeye yönelik alt yeterlilikler (Problemi anlama, gerçek bir modeli basitleştirme ve kurma, matematikselleştirme, modelle çalışma, yorumlama ve doğrulama).

2. Metabilişsel modelleme yeterlilikleri

3. Gerçek dünya problemlerini yapılandırma ve yön bulma becerisi ile çözüme yönelik çalışma

4. Modelleme sürecine ilişkin çıkarımlar oluşturma ve bu çıkarımları yazma, işleme yeterlilikleri

5. Matematiğin gerçek dünya problemlerini çözmek için sunduğu olanakları görme yeterlilikleri (Akt. Maaß 2007, Maaß 2006, s.139).

Borromeo Ferri (2007), modelleme sürecinin bireysel bir yol izlediğini ve bu yolun hiyerarşik bir ilerleme olmadığını bu yolların birden fazla olmasını öğrencideki aşağıdaki üç etkiye bağlar:

(1) Matematiksel düşünme stilleri düzeyi: Temel etki faktörleri, öğrencilerin matematiksel düşünme stilleridir: görsel, analitik, bütünleşik.

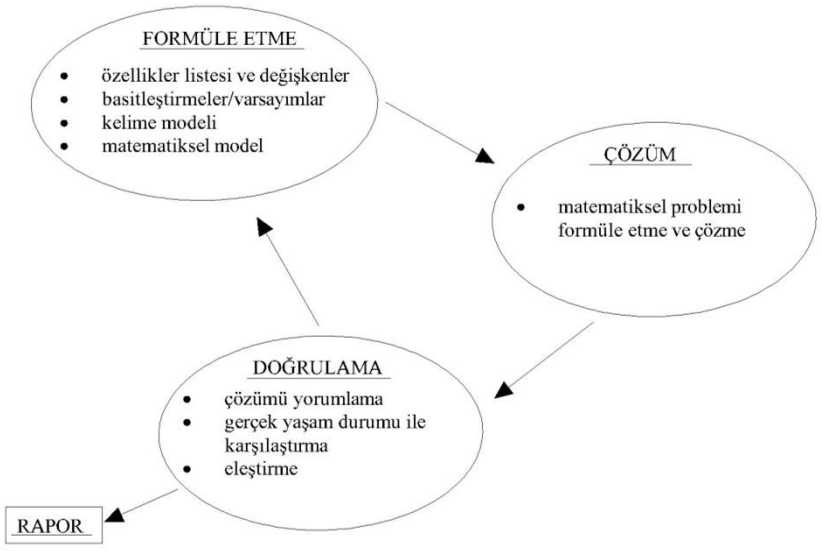
(2) Matematiksel yeterliliklerin düzeyi: Matematiği anlama, mantıksal akıl yürütme, problemleri çözmek için kavramları uygulamada kullanabilme.

(3) Matematiksel bilgi düzeyi ve kendi deneyimlerinin düzeyi: Güçlü matematiksel bilgi ve öğrencilerin deneyimleri modelleme sürecini etkilemesi yani gerektiğinde yeniden yapılandırabilmesini sağlar. Çünkü çoğunlukla bu süreçte ek matematiksel bilgiler gerekecektir ve bu bilgiler sonuçların analizi için katkı sağlayacaktır.

Modelleme süreci incelendiğinde, modelleme yeterlilikleri ile modelleme süreci arasında sıkı bir bağlantı olduğu hakkında genel bir kanının varlığından söz edilebilir. Modelleme yeterlilikleri üzerine birçok tanımlama, özellikler sunulurken genel olarak Maaβ (2006), modelleme yeterliliklerini, modelleme sürecini uygun şekilde ve hedefe yönelik olarak yapma becerilerini ve yeteneklerini ve bunları uygulamaya koymak için istekliliği içerdiğini ifade eder.

Berry ve Houston (1995), modelleme sürecini Şekil 1' deki gibi ifade etmiştir ve bu diyagramda modellemenin döngüsel bir yaklaşım olduğunu vurgulamıştır:

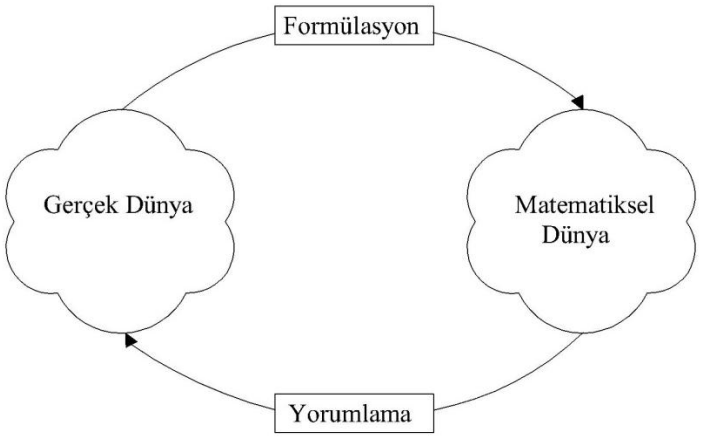
Şekil 1. Modelleme Süreci (Berry & Houston, 1995)



Berry ve Houston (1995), gerçek yaşamdan bir problemi çözmek için yukarıda belirtilen bu adımları kullanma sürecini matematiksel modelleme olarak adlandırır ve Şekil 2'de üç aşamadan oluşan bu süreci şöyle ifade eder:

> "Matematiksel modeller (grafikler, denklemler, eşitsizlikler vs.), matematiksel açıdan veya gerçek dünyayı temsil ederek tanımlayarak formüle edilir. Oluşabilecek tüm denklemler çözülür. Daha sonra modelin idealliğini test etmek için uygun veriler kullanılır. Bunu yaparken matematiksel analizin sonuçları yorumlanır ve modele yönelik iyileştirmeler yapmak için model eleştirilir (s.6)."

Şekil 2. Matematiksel Modellemenin Basit Bir Görünümü (Berry & Houston, 1995)



Berry ve Houston (1995) matematiksel modelleme sürecini şu şekilde basamaklandırmış ve açıklamıştır:

1. Problemi anlama
    - Var olan gerek yaşam problemini tanımlanır.
    - Problem için gerekli verileri toplar, analiz edilir.
2. Değişkenleri Seçme
    - Beyin fırtınası ile problemin özellikler listesi oluşturulur.
    - Özellikler listesi, belli nitelikler gözden geçirilerek sıralanır.
    - Modelde kullanılacak değişkenler tanımlanır.
3. Matematiksel modeli kurma
    - Problem model olarak tanımlanmaya çalışılır.
    - Model tanımlanan değişkenler kullanılarak semboller ile yazılır, formüle edilir.

- Basit bir modelin başlangıçta çalışmak için daha kolay olduğunu ve daha sonraki iyileştirmelerde size yardımcı olabilecek duruma veya probleme bir bakış açısı getirdiği unutulmamalıdır.

4. Matematiksel problemi çözme ve formüle etme

- Matematiksel bir modelleme aktivitesi ve kurulan modeller aracılığı ile matematiksel problem düzenlenir ve çözülür. Bu aşamada bilinen matematiksel bilgiler kullanılmalıdır.

5. Çözümü yorumlama

- Çözüm kelimelerle açıklanır ve model ve durum analiz sonuçları matematiksel açıdan değerlendirilir.
- Modelin onaylanması için hangi verilere ihtiyaç olduğuna karar verilir.

6. Modeli doğrulama

- Modelin idealliği uygun verilerle test edilir.
- Model ve varsayımlar sorgulanır.

7. Modeli başka problemler için geliştirme

- Varsayımlar tekrar gözden geçirilir.
- Gözden geçirilen model formüle edilir.
- Çözme, yorumlama, onaylama süreçleri tekrar edilir.

8. Modelleme sürecini rapor etme

- Problem ve problemin çözümünü, sonucunu açıklayan bir rapor hazırlanır. Bu bir poster, yazılı bir rapor veya sözlü bir sunum şeklinde olabilir.

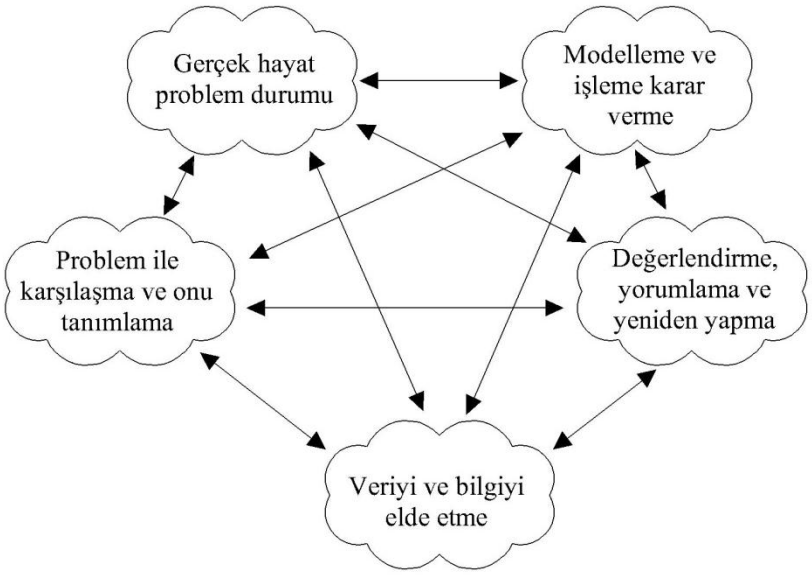
Blum (1993) 'de matematiksel modelleme süreci aşamalarını özetlerken 'problem çözmenin matematiksel uygulamasının basit modeli' olarak ifade eder ve süreci şöyle özetler:

> "Başlangıç noktası, gerçek hayat problemidir (matematik dışındaki dünyanın geride kalanı). Problem, basitleştirilmeli, yapılandırılmalı ve problemin gerçek modeline yol açan durum, çözücü tarafından daha kesinlik kazandırılmalıdır. Gerçek model, objektif, önceden var olan bir gerçekliğin bir kısmının basitleştirilmiş halidir ama gerçek bir görüntüsü değildir. Aksine problem çözücünün hedef ve ilgilerine göre gerçeklik payı yaratır. Daha sonra, eğer mümkünse, gerçek model matematikselleştirilmeli ve gerçek problem matematiksel

modeline sonuçlandırılarak matematiğe çevrilir. Bazen aynı problemin farklı modelleri inşa edilebilir. Bu süreç, uygun yöntemlerin seçimi ve belirli matematiksel sonuçların elde edildiği bir süreç olarak devam eder. Elde edilen verilerin gerçek hayata çevrilmesi, yorumlanması gerekir. Bu aşamada problem çözücü matematiksel modeli de doğrular. Eğer tutarsızlıklar ortaya çıkarsa (bu sıklıkla geçekleşebilir) o zaman bu döngü tekrar başlamalıdır. (s.4)"

Blum (1993), bu süreci özetlerken görüldüğü gibi süreci bir döngü şeklinde ifade eder ve bu döngü; hatalara, yeniden başlamaya açıktır. Aynı zamanda, Blum (1993), bu sürecin 'gerçekten gerçek' durumlar için geçerli olduğunu ifade eder.

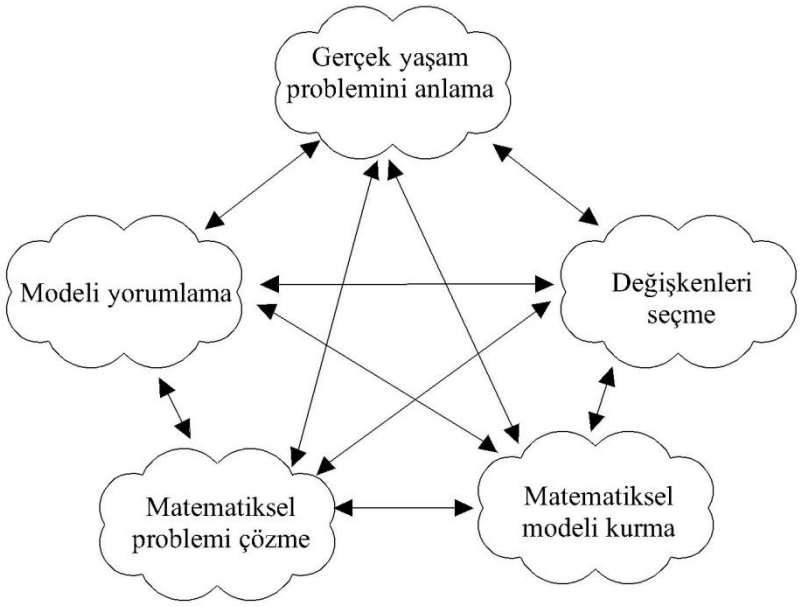
Şekil 3. Modelleme Sürecinin Düğümleri (Doerr, 1997)



Modelleme sürecinin düğümlerini gösteren Şekil 3'deki şema, Bell'in (1993: 76) paradigmasına ve Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (1989: 138) tarafından verilen şekline dayanmaktadır (Doerr, 1997). Doerr (1997), çalışmasında matematiksel modelleme sürecinin herhangi bir sıralamada olması gerekmediğini, her bir basamağın birbiri ile ilişkili ve birbirine geçiş yapılabilir yeniden diğer basamağa geçilebilir şekilde olduğunu ifade etmektedir. Doerr (1997), yine çalışmasında kullandığı bu model oluşturma yaklaşımında, daha az kavramla ilgili uzun vadeli araştırmalara dayanan ve öğrencileri sürekli sorun çözme etkinliklerine dahil eden, büyük ölçüde yeniden yapılandırılmış bir müfredat uygulamaktadır. Doerr (1997), modelleme problemiyle uğraşan öğrencilerin sürecin başlarında model kurmada zorluk çektiklerini, yine bu

süreçte çok zaman kaybettiklerini lakin akıl yürütme yeteneği gösterebildiklerini, daha zengin kavram bilgisi edinebildiklerini ifade etmiştir.

Şekil 4. Matematiksel Modelleme Diyagramı (Keskin, 2008)



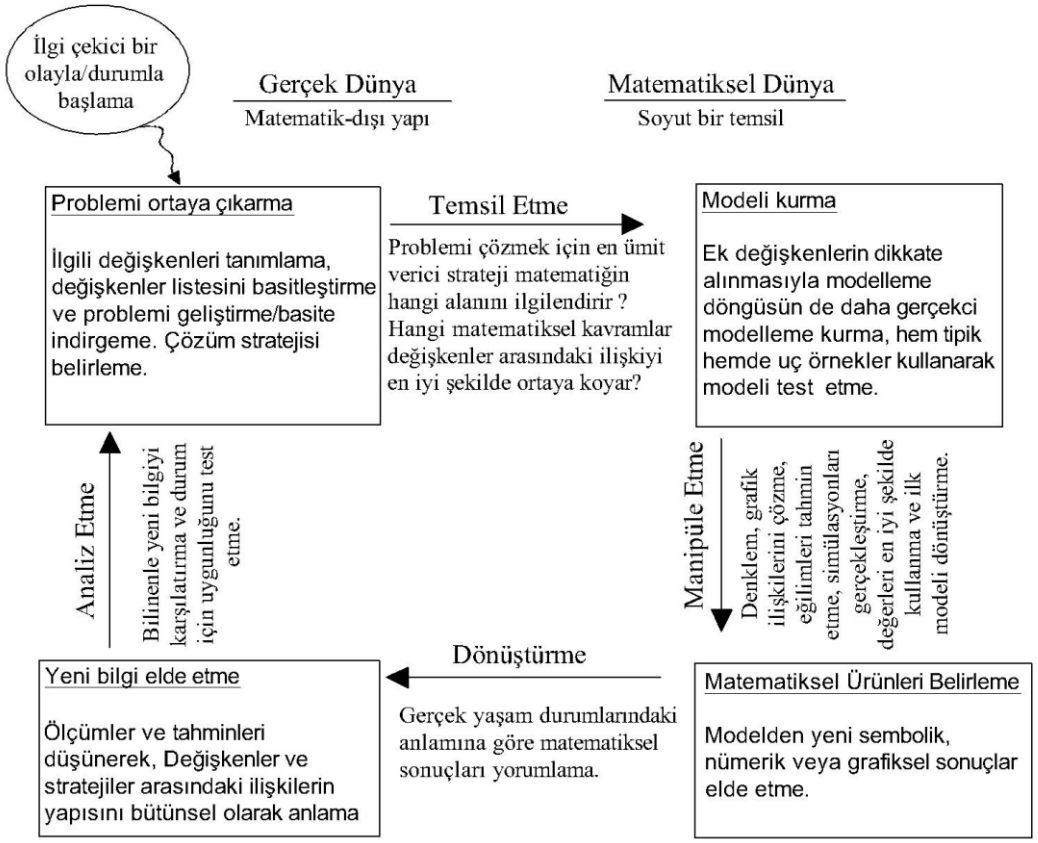
Keskin (2008), "Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Becerilerinin Geliştirilmesi Üzerine Bir Araştırma" isimli doktora çalışmasında Şekil 4'deki diyagramı Berry ve Houston (1995) ile Doerr (1997)' un çalışmalarından derlemiştir. Keskin (2008), çalışmasını bu döngüyü kullanarak gerçekleştirmiştir. Keskin (2008) çalışmasında bu diyagramı şöyle açıklar:

> "Bu diyagramda matematiksel modelleme sürecinde yer alan aşamalar; problemi anlama, değişkenleri seçme, modeli kurma, problemi çözme ve çözümü gerçek hayata yorumlama aşamalarından her biri birbiri ile etkileşim içindedir. Bu aşamaların doğrusal bir sıra takip etmesi gerekmemektedir. Örneğin; modeli oluşturamayan bir kişi tekrar problemi anlama aşamasına gidip problemi tekrardan incelemek isteyebilir. Problemi çözme aşamasında zorlanan bir kişi, değişkenleri seçme aşamasına gidip değişkenleri tekrardan değişkenleri belirlemek isteyebilir. (s.20) "

Abrams (2001), modelleme döngüsünün aşamalarını şöyle sıralar: 1) Değişkenleri ve ihtiyaç duyulan verileri tanımlamak; 2) Bir modeli formüle etmek (durumu

matematikselleştirmek); 3) Modelden matematiksel sonuçlar elde etmek; 4) Bu sonuçları gerçek dünya düzeninin ışığında yorumlamak; 5) Model gerçekçi bir davranış sergileyene kadar birinci adıma dönerek döngü devam eder. Abrams (2001), matematiksel modellemenin hem pür hem de uygulamalı matematiği birlikte ortaya çıkaran ekili bir süreç olduğunu ve bu sürecin matematiksel düşünmeyi ve uygulamayı etkin rol aldırdığını ifade eder. Abrams (2001), ayrıca deneyimlerin öneminden bahseder yani öğrencinin bir problemi çözmesi için ihtiyacı olan en önemli şeyin problem hakkındaki deneyimleri olduğudur. Abrams (2001), matematiksel modelleme döngüsünü ayrıntılı olarak Şekil 5'deki gibi açıklamıştır:

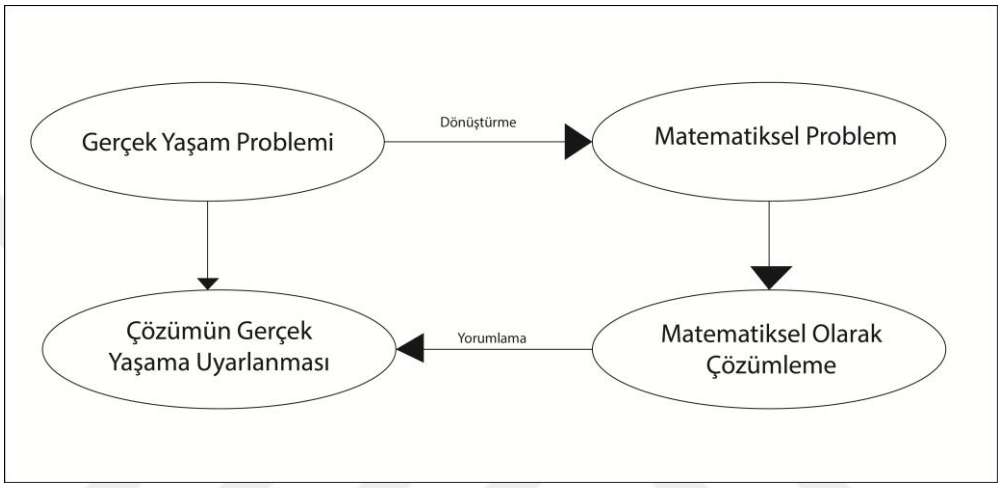
Şekil 5. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Abrams, 2001)



Matematiksel modelleme, problemlere çözüm bulmaya çalışmak için matematiksel terimlerle gerçek dünya problemlerini temsil etme sürecidir (Cheng, 2001). Matematiksel bir model, (karmaşık) gerçek dünya probleminin veya durumunun matematiksel bir formda basitleştirilmesi veya soyutlanması olarak düşünülebilir ve böylece gerçek dünya problemini matematiksel bir problem haline dönüştürebilir

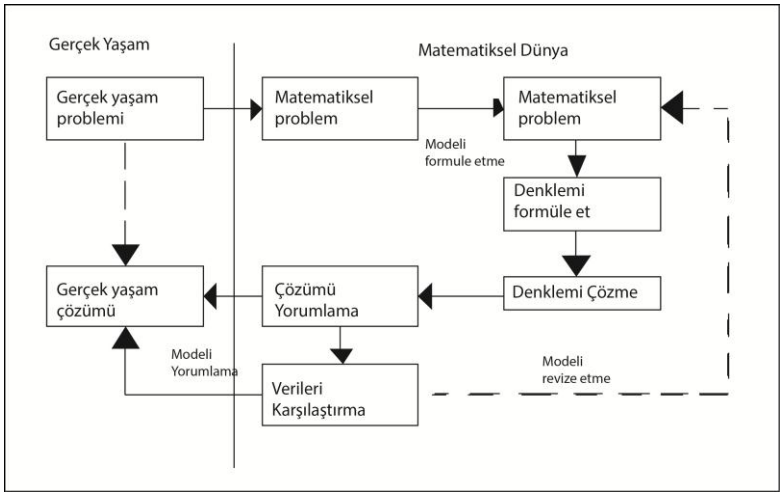
(Cheng, 2001). Cheng (2001)'e göre, matematiksel problem matematiksel bir çözüm elde etmek için bilinen teknikler kullanılarak çözülebilir ve bu çözüm yorumlanır daha sonra gerçek hayata uyarlanır. Şekil 6'da matematiksel modelleme sürecinin basitleştirilmiş bir görünümü gösterilmektedir. Cheng (2001), bu şemanın genellikle karmaşık modelleme süreci için oldukça basitleştirilmiş bir tanım olduğunu ifade eder.

Şekil 6. Modelleme Sürecinin Basit Bir Görünümü (Cheng, 2001)



Cheng (2010), modellemeyi gerçek yaşam problemlerinin üstesinden gelmek için matematiği kullanma süreci olarak ifade etmektedir. Cheng (2010), matematiksel modellemenin birçok yorumu olsa da, Cheng (2006)'daki çalışmasını derleyerek daha ayrıntılı matematiksel modelleme sürecini Şekil 7'de gösterilen olay akışı olarak vermiştir:

Şekil 7. Matematiksel Modelleme Süreci (Cheng, 2010)



Cheng (2010), Şekil 7'deki şemayı ayrıntılı şekilde aşağıdaki gibi açıklamıştır:

> "Süreç gerçek bir dünya problemi ile başlar ve bu probleme gerçek bir dünya çözümü bulmak gerekir. Lakin bu çözüme doğrudan ulaşmak zor olabilir. Böylece problemi anlamak ve matematiksel terimlerle tanımlamak ile başlanır. Bu aşamada problemdeki değişkenleri tanımlamak ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi kurmak önemli ve gereklidir. Bu aşamadan sonra model için temel bir çerçeve geliştirilir ve bu modele ilişkin varsayımlar, problemi bilinen yöntemleri kullanarak çözebilmek için problem izlenerek basit tutulmaya çalışılır. Model oluşturulduktan sonra bir diğer aşama matematiksel teknikleri ve araçları kullanarak modeli çözmenin yollarını bulmaktır. Daha sonra modelin sonuçları ve çözümleri gerçek dünya bağlamında yorumlanır ve elde edilen veriler karşılaştırılır. Gerekirse son aşamada modelde düzeltmelere gidilir. (s.1)"

Cheng (2010), bu süreçte modeli formüle etmenin öğrenciler ve öğretmenler için oldukça yüksek düzey düşünme, disiplinler arası bilgi ve modelleme deneyimi gerektirdiğinden en zorlu aşama olduğunu dile getirir. Cheng (2010), ayrıca bir problemi çözmenin çeşitli yollarının olması, matematiksel modellemenin zengin bir matematiksel deneyime dönüştüğünü ifade eder.

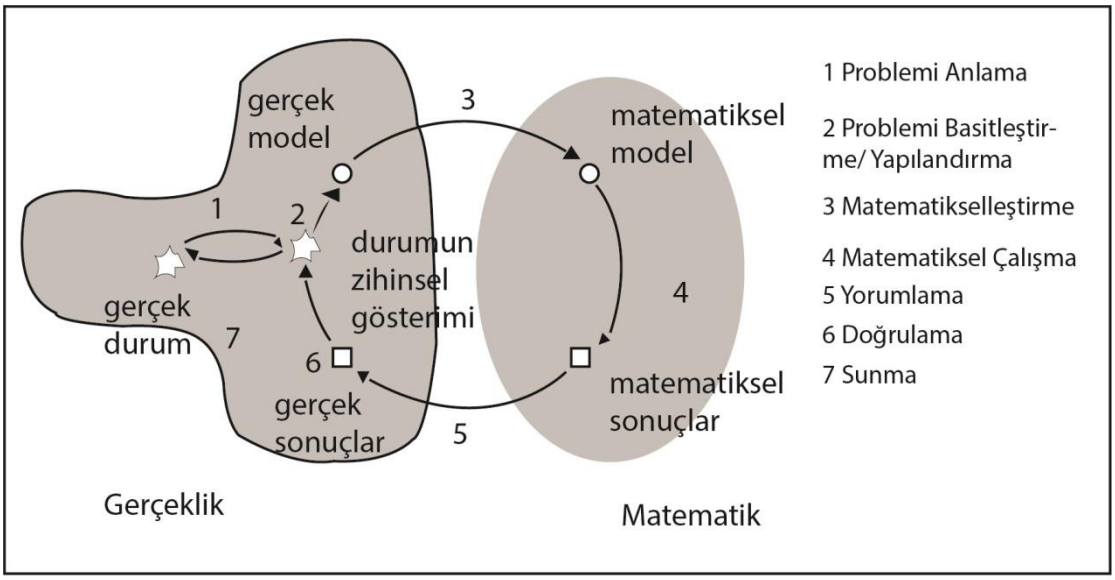
Cheng (2006a), yaptığı çalışmada matematiksel modelleme sürecini gerçekten deneyimlemek için, gerçek bir yaşam problemini ve gerçek verileri ele almak, hatta hesaplama becerileri yoluyla modellerin geçerliliğini test etmek gerektiğini ifade etmiştir.

Borromeo Ferri (2006), çalışmasında matematiksel modelleme döngüsünü özellikle bilişsel psikolojik yönlerini vurgulamıştır. Blum ve Leiss (2005)'in modelleme döngüsünü temel olarak ele almıştır. Borromeo Ferri (2006), Blum ve Leiss (2005)'den farklı olarak 7. Basamağın 'sunma' olduğunu vurgulamıştır. Borromeo Ferri (2006), modelleme döngüsünde Blum ve Leiss (2005)'in durum modelinin aşamasını kullanıyor. Ancak 'durum modeli' terimi yerine öğrencilerin zihinsel süreçlerini daha iyi tanımladığını düşündüğünden 'durumun zihinsel gösterimi' ifadesini kullanmıştır. Borromeo Ferri (2006), çalışmasında sözel problemlerindeki gerçek durumun daha da basitleştirildiğini, bu yüzden durumun ya da durum modelinin zihinsel gösteriminin doğrudan gerçek modelden kaynaklandığını ifade eder. Borromeo Ferri (2006), bu çalışmasında bireysel modelleme sürecini önemsediğinden ve bu sürecin gerçekten

doğrusal olmadığını gördüğünden, bireye özgü aşamalarda birden fazla ya da sadece bir kez geçildiğinden, burada mühim olanın gerçek durumlardan gerçek sonuçlar çıkacağı durumundan bahseder. Borromeo Ferri (2006), Şekil 8'deki modelleme döngüsünü şöyle açıklamaktadır:

> "Gerçek durum problemde verilen durumdur ve bu bir resim, metin yahut her ikisi de olabilir. Gerçek durumdan durumun zihinsel gösterimine geçişte birey sorunu az çok anlar. Problemde verilen durumun zihinsel olarak yeniden yapılandırılması gerçekleşir. Durumun zihinsel gösteriminden gerçek modele geçiş sürecinde, birey için problem durumu daha da basitleştirilmesi gerçekleşir çünkü birey sorular üretir ekstra matematiksel bilgiye ihtiyaç duyar. Gerçek modelden matematiksel modele geçişte duyulan ekstra matematiksel bilgiye ulaşılır ve bu matematiksel bir model oluşturmada kullanılır. Matematiksel modelden matematiksel sonuçlara geçişte bireyler matematiksel yeterliliklerini kullanırlar. Bireyler çoğunlukla model temelinde elde ettikleri sonuçları matematiksel sonuçlar aşamasında yazarlar. Sonuçların yorumlanması matematiksel sonuçlardan gerçek sonuçlara geçişte gerçekleşmektedir. (s.91) "

Şekil 8. Modelleme Döngüsü (Ferri, 2006)



Borromeo Ferri (2006), genel olarak modelleme alanında, özellikle gerçek dünyayı daha iyi anlamak için modelleme konusunda önde gelen bir araştırmacı elbette Pollak (1979) olduğunu dile getirmiştir.

Blomhoj ve Jensen (2006), matematiksel modellemenin rolünü matematiksel modelleme yetkinliğinin gelişiminin doğal bir bileşeni olarak görmeyi, bu gelişimin öğretimin en azından bir kısmının bütünsel yaklaşıma dayanmasını gerektirdiğini, yani öğrencilerin çalışmaya zorlandıklarını varsaymaktadır. Özetle Blomhoj ve Jensen (2006), matematiksel modellemenin tüm süreci yönlendirmekle sorumlu olduğunu dile getirir. Blomhoj ve Jensen (2003) bu süreci şöyle ifade eder;

> "Matematiksel modelleme ile Şekil 9'da ve aşağıda açıklanan sürecin tamamından geçilir. Baştan sona "tek yönlü bir tur" olarak tanımlamak doğru değildir, ama geriye doğru gidip bazı evreleri tekrarlamak ya da hepsinden geçmek daha bilinçli ve kontrollü bir şekilde yapılmak zorunda da değildir. Yani matematiksel modellemede ne kadar iyi ve deneyimli olursanız, bunu otomatik olarak o kadar çok yaparsınız. Fakat matematiksel modelleme, herhangi bir şekilde ya da böyle belirtilen tüm yönlerle çalışmak anlamına gelir (s.126)."

Blomhoj ve Jensen (2006) , Blomhoj ve Jensen (2003) modelleme döngüsünü Şekil 9'daki gibi revize etmiştir. Blomhoj ve Jensen (2006), Blomhoj ve Jensen (2003)'de ki şemayı geliştirerek şekilde görüldüğü gibi modelleme döngüsünü 6 alt sürece ayırmıştır:

a. Durumun Formüle Edilmesi: Matematiksel modelleme sürecini yönlendiren aşamadır. Algılanan gerçekliğin özellikleri tanımlanır ve gerçek yaşam durumunu temsil eden zihinsel model oluşturmaya rehberlik eder.

b. Sistematik Hale Getirme: Matematiksel bir gösterim elde edebilmek için nesneler ve ilişkiler seçilir.

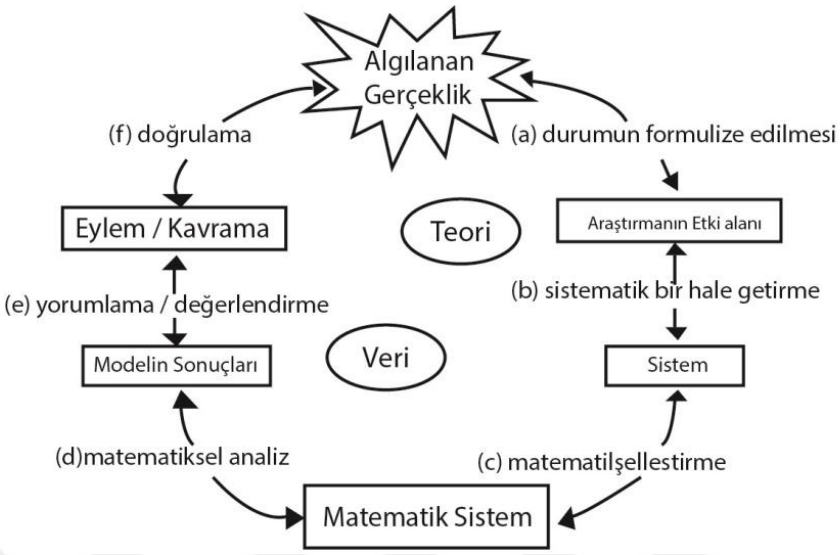
c. Matematikselleştirme: Seçilen nesneler ve ilişkiler matematiksel olarak ifade edilerek matematiksel bir sistem oluşturulur.

d. Matematiksel Analiz: Matematiksel sonuçlara ulaşmak için matematiksel yöntemler kullanılır.

e. Yorumlama - Değerlendirme: Belirli eylemleri desteklemek için araştırmanın etki alanına dayanarak sonuçlar yorumlanır ve onaylanır.

f. Doğrulama: Tüm matematiksel modelleme süreci, modelin geçerliliğinin, gözlemlenen veya öngörülen verilerle veya teorik olarak temel alınan bilgilerle karşılaştırılarak değerlendirilir.

Şekil 9. Modelleme Döngüsü (Blomhøj & Jensen, 2006)



2.4.3 Matematiksel Modellemeye Yönelik Yaklaşımlar

Matematiksel model ve matematiksel modelleme yaklaşımlarına ilişkin yapılan araştırmalar, öğrencilerin belirli problem çözme durumlarını anlamak için geliştirdikleri modellerin (ve diğer kavramsal araçların), aynı zamanda güçlü, paylaşılabilir ve yeniden kullanılabilir yapıların önemli gelişmelerine yol açtığı model ortaya çıkaran faaliyetlerin örneklerini gösteren transkriptlerle doludur (Sriraman & Lesh, 2006). Matematik öğretim programı tartışmalarında ve uygulamalarında kullanıldığı şekliyle matematiksel modelleme terimi, açıkça yorumlanmasına rağmen, matematiği geliştiren ya da matematik eğitiminde başlı başına bir amaç olarak görülmesi gerekliliğini savunan farklı bakış açıları vardır, bu farklı bakış açıları uygulamada da farklılıklar yaratır. (Stillman, Galbraith, Brown, & Edwards, 2007).

Kaiser (2005), Kaiser ve Sriraman (2006), Blomhoj (2008), Kaiser, Sriraman, Blomhoj ve Garcia (2007) ‘nin çalışmalarından derlenen matematiksel modelleme yaklaşımlarının sınıflandırılması aşağıdaki Tablo 1’de verilmiştir:

Tablo 1. Matematiksel Modelleme Yaklaşımlarının Sınıflandırılması (Kaiser,2005; Kaiser&Sriraman, 2006; Blomhoj, 2008; Kaiser, Sriraman, Blomhoj & Garcia, 2007)

Yaklaşımın Adı	**Temel Hedefleri**	**Etkilendiği Yaklaşımlar**	**Kaynak**	**Makalelerin Sınıflandırılması ve Atıfta Bulunulan Önemli İsimler**
Gerçeğe Uygun veya Uygulamalı Modelleme	Pragmatik- faydacı hedefler, gerçek yaşam problemlerini çözme, gerçek yaşamı anlama, modelleme yetkinliklerini geliştirme	Pollak'ın pragmatik (faydacı) yaklaşımı	Anglo-Saxon pragmatizmi ve uygulamalı matematik	Pollak (1969) Haines/Crouch
Bağlamsal Modelleme	Konu ilişkili ve psikolojik hedefler (örneğin; sözel problemleri çözme)	Sistem yaklaşımlarına yol açan bilgi işleme yaklaşımları	Amerikan problemi tartışmalarının yanı sıra günlük okul uygulamaları ve psikolojik laboratuvar deneyleri	Lesh & Doerr (2003) Lesh & Caylor (2007) Sriraman
Eğitimsel Modelleme a) **Didaktik** Modelleme b) **Kavramsal** Modelleme	Pedagojik ve konu ilişkili hedefler: a) Öğrenme süreçlerinin yapılandırılması ve geliştirilmesi b) Kavramın tanıtımı ve geliştirilmesi c) Matematiğe yönelik tutumların geliştirilmesi d) Modelleme süreçlerine ve geliştirilen modellere yönelik eleştirel anlayışın teşvik edilmesi	Bütünleştirici yaklaşım (Blum, Niss) ve bilişsel-hümanistik yaklaşımın daha da geliştirilmesi	Öğretici (didaktik) teoriler ve öğrenme teorileri	Niss (1987,1989) Blum & Niss (1991) Blum & Leiss (2005) Blum, Niss et al. (2006)
Sosyo-eleştirel ve **sosyo- kültürel** Modelleme	a)Dünya çapındaki eleştirel anlayış gibi psikolojik hedefler b)Modelleme süreçlerinin kültürel bağımlılığının tanınması ve geliştirilen modelleme	Özgürlükçü yaklaşım	Politik sosyolojideki sosyo-eleştirel yaklaşım	Skovsmose (1994,2005) D'Ambrosio (1999)

	yaklaşımlarının tanınması ile bağlantılı olarak genel amaç olarak geliştirilen modelleme süreçleri ve modellerinin eleştirel olarak anlaşılması.			
Epistemolojik veya **Teorik** Modelleme	a)Teori temelli hedefler (teori gelişiminin desteklenmesi gibi) b)Modelleme etkinlikleri ile matematiksel etkinlikler arasındaki bağlantıların desteklenmesi, matematiğin yeniden kavramsallaştırılması ve okul matematiğinin modellenmesi açısından yeniden düzenlenmesi	Freudenthal,in eski yaklaşımı olan bilimsel-hümanistik yaklaşımı	Roman epistemoloji	Freudenthal (1983) Traffers (1987) Chevallard
Aşağıdaki yaklaşım bir üst yaklaşım türü olarak tanımlanabilir:				
Bilişsel Modelleme	Psikolojik hedefler: a) Modelleme süreçlerinde gerçekleşen bilişsel süreçlerin analizi ve bu bilişsel süreçlerin anlaşılması b) Modellerin zihinsel resimler veya fiziksel resimler olarak kullanılması ya da modellemenin soyutlama, genelleme gibi zihinsel süreçler olarak ele alarak matematiksel düşünme süreçlerinin desteklenmesi.		Bilişsel psikoloji	Piaget Skemp Boromeo Ferri (2006) Blum/Leiss

Sosyo-eleştirel yaklaşım, özgürlükçü yaklaşımın bir devamı olarak nitelendirilebilir (Kaiser & Sriraman, 2006). Bu tür yaklaşımları kısmi olarak düşünmek yerine bir bütün olarak düşünmek gerekir, yaklaşımlar devam niteliğinde ya da iç içe geçmiş olabilir. Modelleme sürecinde öğrenciler modelleme sürecinin vazgeçilmez bir parçası olarak

görülmektedir (Kaiser & Sriraman, 2006). Öğrencilerin söylemsel ve kültürel yaklaşıma dayalı olarak modelleme süreci içerisindeki söylemlerine odaklanarak, öğrencilerde eleştirel düşünmeyi geliştirmeyi amaçlar.

Gerçekçi Matematik Eğitimi programı (RME), modelleme süreci boyunca matematiksel kavramları geliştirdiği, iyi tasarlanmış öğretim materyalleriyle temel modellemeye dayanmaktadır (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007). Yani bu yaklaşımda, öğrencilerde sezgisel olarak bazı matematiksel fikirleri geliştirmek için, matematiksel kavramları ve matematiksel fikirleri hazır vermek yerine uygun bağlamlarda ve iyi planlanmış yönlendirmeler yaparak öğrencilerin kendilerinin keşfetmeleri sağlanır (Erbaş, et al., 2014).

Bu yaklaşımlara ek olarak; Kaiser, Sriraman, Blomhoj ve Garcia (2007), CERME 5'de yapmış oldukları çalışmada bu tabloyu güncellemişlerdir. Diğer bu yaklaşımların temel hedefleri aşağıda sunulmuştur:

- Duyuşsal yaklaşım: Matematik öğretimine yönelik olumlu tutumların ve öz yeterlilik gibi kişisel algıların teşviki, gerçek yaşam problemlerinin gerçeğe uygunluğu gibi özel yönlerin etkisi
- Model oluşturma yaklaşımı: Psikolojik hedefler, gerçek problemi yeni bir problem çözerek modeli oluşturmaya başvurma vs.

Okul veya üniversite öğretiminde uygulamaları ve modellemeyi teşvik eden çeşitli yaklaşımların matematikten problem çözmeye kadar uzanan çok farklı teorik bakış açılarından geldiği açıktır (Kaiser, Sriraman, Blomhøj, & Garcia, 2007). Matematiksel modelleme yaklaşımlarında üzerinde durulan şey problem çözmedeki stratejiler yerine fikir gelişimidir ve bu yaklaşımlar farklı bakış açıları sunmaktadır (Zawojewski, 2013).

Matematik öğretim programında matematiksel modelleme, matematik öğretiminin amaçları ve modellemenin rolüne, modelleme içeriğine sahip matematik konularının yelpazesine, modelleme örneklerinin alındığı alanlara (bilim, ekonomi, günlük yaşam) göre farklılıklar gösterir (Blum, 1993). Araştırma veya okul amaçları için kullanılan modelleme süreçleri arasında bir ayrım yapılması elbette önemlidir (Ferri, 2006). Öğretim aracı olarak kullanılan somut materyallerin model olarak adlandırılması, matematiksel modellemenin somut materyal tasarlama ve kullanımı ile sınırlı olduğu

algısına sebep oluyor gibi gözükse de matematiksel modelleme matematik eğitiminde görüldüğü üzere çok daha geniş yelpazede ele alınır (Erbaş, et al., 2014).

Blum ve Niss (1989), matematik öğretim programında matematiksel modellemeye nasıl yer verilmesi ile ilgili 6 farklı yaklaşımdan bahseder ve bu yaklaşımların hangisinin uygulanmasının uygun olduğuna karar verirken; öğretimin seviyesi, matematiksel modellemenin amacı ve hedefleri gibi birçok hususa bakılması gerektiğini ifade eder:

(1) Ayırma yaklaşımı (The separation approach): Matematiksel modellemenin, var olan matematik derslerine dahil edilmesi yerine ayrı matematik derslerinde verilerek geliştirilmesini savunur. Böylece pür matematik uygulamaları modelleme uygulamalarından etkilenmeyebilir.

(2) İki bölmeli yaklaşım (The two-compartment approach): Matematik öğretim programı bu yaklaşımda ikiye ayrılmıştır. İlk bölüm, "pür" matematikte olağan bir dersten oluşurken, ikincisi, pür matematik veya daha önceki matematik bilgilerinden ve modelleme uygulamalarından oluşur. Oldukça popüler olan yaklaşımdır.

(3) Adacıklar yaklaşımı (The islands approach): Matematik programı bu yaklaşıma göre her biri iki bölmeli yaklaşım ile organize edilmiş birkaç bölüme ayrılmıştır.

(4) Karma yaklaşım (The mixing approach): Matematiksel modelleme uygulamaları matematik öğretimi içerisinde matematiksel temsiller ve kavramlar öğretildikçe sık sık yer alır. Yeni geliştirilen matematiksel kavramlar bu yaklaşıma göre mümkün oldukça matematiksel modelleme uygulamalarına entegre edilir.

(5) Matematik müfredatıyla bütünleşik yaklaşım (The mathematics curriculum integrated approach): Bu yaklaşımda, matematik öğretim programında, problem durumu verilir daha sonra matematiksel sürece girilir. Böylece problemi çözmek için matematik keşfedilir, geliştirilir.

(A6) Disiplinlerarası bütünleşik yaklaşım (The interdisciplinary integrated approach): Bu yaklaşım beşinci yaklaşıma çok benzer lakin bu yaklaşımda

matematiksel ve matematiksel olmayan faaliyetler arasında tam bir bütünleşme söz konusudur.

2.5 Matematiksel Modelleme Problemleri ve Geleneksel Sözel Problemler

Problem, soruları cevaplamak için, yeterli doğrudan yöntem / prosedür / algoritma vb. bulundurmayan birisine entelektüel olarak meydan okuyan, belli soruları içeren bir durumdur (Blum & Niss, 1989). Matematiksel problemlere gelince; Blum ve Niss (1991), uygulamalı matematik ve pür matematik problemleri olmak üzere, matematik problemlerini genel anlamda ikiye ayırmaktadır. Pür matematik yapmak; sistemleri yapısal olarak ilginç şekillerde inşa ederek, dönüştürerek ve yapısal özelliklerini inceleyerek, araştırmak anlamına gelir (akt. Lesh & Doerr , 2003; Steen, 1987, 1988). Uygulamalı matematik yapmak; önceki sistemleri diğer sistemlerle inşa etmek, tanımlamak, açıklamak, tahmin etmek, manipüle etmek veya kontrol etmek için modeller (veya kavramsal araçlar) kullanmak anlamına gelir. (akt. Lesh & Doerr, 2003; Lesh & Doerr, 1998). Blum ve Niss (1989), uygulamalı matematik problemleri sürecini durumun ve onu tanımlayan sorunun gerçek yaşamın bazı kesimlerine ait olan ve bazı matematiksel kavramları, yöntemleri ve sonuçları kapsayan bir süreç olduğundan bahsederken pür matematik problemlerinin de bazı matematiksel evrenlerde inşa edildiğini ifade eder. Bu pür matematik problemlerinin uygulamalı matematik problemlerinden kaynaklanmadığı anlamına gelmediği gibi, onları ortaya çıkaran ek matematiksel bağlamlardan çıkar çıkmaz uygulamalı matematik problemlerinden ayrılır (Blum & Niss, 1989).

Chamberlin ve Moon (2005), yaratıcılığı, matematikçilerin rutin olmayan problem çözme süreçlerinde kullandıkları alana özgü düşünme süreçlerini olarak tanımlar. Matematikte yaratıcılığın önemini araştırmacılar çokça vurgulamıştır. Üst düzey düşünme, mantıksal, matematiksel düşünme gereklidir, ancak üst düzey matematikteki başarı için yeterli değildir, yaratıcı düşünme yeteneklerine de ihtiyaç vardır (Chamberlin & Moon, 2005). Matematiğin rutin olmayan problemlerine, modellemeye odaklanarak, yaratıcılık daha önemli hale gelip, yaratıcı yetenek geliştirilebilir (Chamberlin & Moon, 2005).

Rutin olmayan ve disiplinlerarası problemlerde, öğrenciler daha geniş bir bilgi yelpazesi kullanabilir ve potansiyel olarak yaratıcılık kullanma olasılığını artırabilir (Chamberlin & Moon, 2005). Sözel problemler ise, okuyucuya az çok aşina olan bir durumu tanımlayan ve nicel bir soru ortaya koyan, cevabı metinde verilen verilerle gerçekleştirilen veya başka bir şekilde çıkarılan matematiksel işlemlerle elde edilebilecek metinlerdir (Maaß, 2007).

Gerçek hayat problemleri genellikle gerçek hayat verileri içerir (Cheng, 2010). Gerçek hayat problemleri, gerçek dünyada ortaya konan problemleri çözmek için matematiğin güçlü uygulamasını göstermek için kullanılır (Berry & Houston, 1995). Gerçek hayat problemlerinin çözülebilmesi için gerekli olan matematik bilgisi dikkatlice analiz edilmeli ve öğrencilerin yeterlilik seviyelerine göre ayarlanmalıdır ve metni öğrenciler tarafından anlaşılmayacak kadar karmaşık olmamalıdır (Maaß, 2007). Gerçek hayat problemleri çözmenin en önemli özelliklerinden bazısı; problemin doğasını, amaçlarını, olası çözüm yollarını yorumlamak için faydalı yollar geliştirmeyi içermesidir (Lesh & Doerr, 2003). Ayrıca problemin öğrencinin doğasına uygun olması ve sözel problemler ile desteklenmesi öğrencinin tanımlayabileceği sözcüklerle donatılması da önemlidir.

Blum (2002), matematik modelleme problemleri ile geleneksel sözel problemleri ayrımını şu ifadelerle dile getirmiştir:

> "Bazen verilen problem durumu önceden yapılandırılmıştır veya gerçek dünyanın bir kesiminin sözleriyle tamamen matematiksel bir problemin 'giyinmesinden' başka bir şey değildir. Bu genellikle geleneksel sözel problemler (okulda çözülen sözel problemler) için geçerlidir. Bu durumda matematik yapmak sadece sorunu soymak anlamına gelir ve modelleme süreci sadece bu soygundan, matematiğin kullanılmasından ve basit bir yorumdan oluşur (s.153)."

Sözel problemler, araştırma problemlerini çözmek ve analiz etmek için yapılır ayrıca durum modelini ve gerçek modeli bir araya getiren bir modelleme döngüsünün bir parçasıdır (Ferri, 2006). Modelleme becerilerini geliştirmeye çalışırken, öğrencilerin beklentilerini karşılayan ve bağlam hakkında düşünmelerini sağlayan sözel problemleri seçmek önemlidir (Maaß, 2007). Yani burada sözel problemler, amaç değil araçtır. Bu süreç iyi yürütüldüğünde öğrenciler gerçek hayattan matematiksel sürece/modele geçebilirler.

Berry ve Houston (1995), matematiksel modelleme problemlerinin yapısına ve çözüm süreçlerinini farklılığına göre matematiksel modellemeyi 4 çeşide ayırmıştır:

1. **Deneysel Modelleme (Empirical Modelling):** Gerçek dünyadaki durumdan, bazen matematik dünyası olarak adlandırılan matematiksel dünyanın özelliklerini kurallara dönüştürerek problem çözme süreci eldeki verilere dayandırıldığında modele deneysel model ve deneysel model bulma sürecine deneysel modelleme denir (Berry & Houston, 1995).
2. **Teorik Modelleme (Theorical Modelling):** Bir problemin önemli özelliklerine değişiklikleri dahil etmek için matematiksel modeli formüle ederken, yalnızca verilere değil, teoriye dayanan problem çözme sürecine teorik modelleme denir (Berry & Houston, 1995). Berry ve Houston (1995), teorik problem çözme yönteminin sadece çizim grafiğinden ya da denklemlerin çözülmesinden çok daha fazlası olduğunu ve aşağıda listelenen adımları içerdiğini ifade etmiştir:
    - Problemi anlama
    - Önemli özellikleri tanımlama
    - Varsayımlar ve basitleştirmeler yapma
    - Değişkenleri tanımlama
    - Alt modelleri kullanma
    - Değişkenler arasındaki ilişkileri kurma
    - Denklemleri çözme
    - Modeli yorumlama ve doğrulama
    - Modele iyileştirmeler yapma
    - Sonucu açıklama
3. **Simülasyon Modelleme (Simulation Modelling):** Deneysel veriler sonuçsuz olduğunda veri üretmek için simülasyon modelleme dikkate alınmalıdır (Doerr, 1997). Genellikle bilgisayar kullanılarak uygun verilerle cebirsel yolla elde edilemeyen olasılıkları simüle etmeye simülasyon modelleme denir (Berry & Houston, 1995).
4. **Boyutsal- Analiz Modelleme (Dimensional Analysis Modelling):** Boyutsal Analiz, modelleme ve uygulamalarda son derece güçlü ve ihmal edilmiş bir tekniktir (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007). Fen bilimleri ve

uygulamalı matematikte güçlü bir altyapıya sahip olmayanlara oldukça zor fiziksel modelleri uygulamanın bir yolunu sunar (Antonius, Haines, Jensen, Niss & Burkhardt, 2007).

Matematiksel modelleme, geleneksel problemler çözmeden farklı özelliklere sahip olduğu açıktır. Matematiksel modelleme, sözel problemler ile (word problem) karıştırılmaktadır lakin daha öncede bahsi geçtiği gibi sözel problemler bu süreçte tek başına yeterli değil bu süreçte bir araçtır demek daha doğrudur.

2.6. Model Oluşturma Etkinlikleri

Model oluşturma etkinlikleri, iyi yapılandırılmış problemlerdir (Chamberlin & Moon, 2005). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme, model oluşturmayı içerir ve ilgili yapılar somut-soyut, özel-genel, konum-biçimselleştirilmiş, sezgisel-analitik, farklılaştırılmış-rafine ve parçalanmış-ölçülü gibi boyutlar boyunca gelişir (Lesh & Doerr, 2003).

Model oluşturma etkinlikleri ilk olarak 1970' lerin ortalarında matematik eğitimcileri tarafından yaratıldı (Akt. Chamberlin, Moon 2005; Chamberlin, 2002; Lesh, Hoover, Hold, Kelly ve Post, 2000; Lesh ve Lamon, 1992). Model oluşturma (model-eliciting) "model" ve "modelleme" terimlerinin her ikisini birden anlam bakımından içeren bir kavram olarak Lesh ve Doerr (2003) tarafından kullanılmıştır (Kertil, 2008). Model ve modelleme yaklaşımı (Models and Modeling Perspective); öğrencilere gerçek anlamda problem çözme sürecini yaşatacak problemler için "model oluşturma etkinlikleri" ifadesini kullanmaktadır (Kertil, Çetinkaya, Erbaş, & Çakıroğlu, 2016, s.554).

Matematiğin gerçek modelden matematiğe geçiş süreci olmasına rağmen, orijinal gerçek problem durumundan matematiksel modele giden tüm süreci ifade etmek için modelleme veya model oluşturma terimi kullanılır (Blum & Niss, 1989).

İlk hedefi, öğrencilerin karmaşık matematiksel görevleri çözmek için matematiksel modeller oluşturmalarını sağlamaktır (Lesh & Doerr, 2003). Model oluşturma etkinlikleri, öğrencilerin düşünme biçimlerini öğretmenler tarafından görülebilen formlarda ifade etmelerini gerektirdiğinden, bu etkinliklerin bir diğer hedefi de, öğrencilerin kavramsal güçlerini ve zayıf yönlerini tanımlamaktır (Lesh, Doerr, Cramer, Post, & Zawojewski, 2003).

Model oluşturma, öğrencilere kendi kavramlarını ifade etme ve kavramlarını temsil etme, ilişkileri tanımlama ve bu ilişkilerin sonuçlarını keşfetme süreci aracılığıyla öğrenme fırsatı sunar (Doerr, 1997). Geleneksel problem çözmede amaç, sabit bir yapıyla ilişkili adımları (sadece tanımlanması, alınması ve doğru bir şekilde yapılması gereken), kuralları kullanarak bilgiyi işlemektir, model oluşturma etkinliklerinde ise bu yapıların, öğrenciler tarafından işlenmesi beklenir (Lesh & Doerr, 2003). Bir diğer amacı, öğrencilerin düşünceleri için zengin bilgiler sağlamaktır (Chamberlin & Moon, 2005). Ayrıca model oluşturma etkinlikleri, öğrencilerin kendi zihinsel yollarını tekrar tekrar ifade etmelerini, test etmelerini ve düzeltmelerini veya gözden geçirmelerini teşvik eder (Lesh, Doerr, Cramer, Post, & Zawojewski, 2003).

Etkili bir model oluşturma süreci, diğer verileri açıklamak veya daha fazla değişken içermek amacıyla, ilk elden, basit olaylardan ve karmaşıklıktaki artışlardan başlayan bir süreci kapsaması gerekir (Doerr, 1997). Başlangıçta model, gerçeklikten uzak olabildiğince basitleştirilmeli sonra bu modelin basitleştirilmesi aşırı görünüyorsa veya sonuçlar mantıksız görünüyorsa, modelin kullanışlılığını, tutarlılığını ve inanılırlığını geliştirmek için basitleştirici varsayımları azaltılmaya çalışılmalı daha sonra gerçek dünya değişkeninin matematiksel bir temsili kullanılarak model genişletilmelidir (Abrams, 2001).

Model oluşturma etkinlikleri, modelleri öğretmek ve matematik öğretim programına modellemeyi dahil edebilmek için en uygun yöntem olabilir (Chamberlin & Moon, 2005). Genellikle bilgisayar grafikleri, diyagramlar veya animasyonlar gibi temsil sistemleri içerir (akt. Lesh, Doerr, Cramer, Post ve Zawojewski, 2003; Lesh, Post ve Behr, 1987a). Bir dizi modelleme döngüsü içeren model oluşturma etkinlikleri için, en faydalı olan sezgiler ve stratejiler, öğrencilerin ilgili fikirleri tanımlamakta yardımcı olmak yerine sahip oldukları fikirleri uyarlamak, değiştirmek ve geliştirmek için verimli yollar bulmalarına, yeni düşünme yolları geliştirmelerine yardımcı olma eğilimindedir (Lesh & Doerr, 2003).

Etkili model oluşturma etkinlikleri okul yılı boyunca kültürlerin ve bireysel sınıfların tarihinin önemli bir parçası haline gelmelidir (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). Böylece öğrenme için daha etkin bir ortam sağlanırken matematiksel fikirleri sorgulayabilirler. Model oluşturma etkinlikleri, matematiksel yetenek geliştirme

potansiyeline sahiptir çünkü öğrencileri matematik öğretmenlerinin uyguladığı görevlere benzer karmaşık matematiksel görevlerle meşgul ederler (Chamberlin & Moon, 2005). Yani öğrenciler için daha gerçeğe yakın vaka çalışması ortamları yaratılmalıdır. Lesh, Doerr, Cramer, Post ve Zawojewski (2003), gerçek hayatın problem çözme durumlarının simülasyonları ve merkezi hedefin, geleneksel ders kitaplarında ve testlerde vurgulanan tipte sorulara basit cevaplardan çok daha fazlasını içeren güçlü, paylaşılabilir ve yeniden kullanılabilir kavramsal araçları geliştirmek, test etmek, gözden geçirmek ve iyileştirmektir olduğunu ifade etmektedir.

Lesh ve Doerr (2003), model oluşturma etkinliklerini düzenlerken aşağıda ifade edilen altı temel prensibe dikkat edilmesi gerektiğini vurgular:

1) **Model oluşturma prensibi:** Etkinlikler, öğrencilerin matematiksel olarak anlamlı bir model geliştirmesi, gözden geçirmesi, iyileştirmesi ve genişletmesi ihtiyaçlarını karşılayacak düzeyde olmalıdır. Her şeyden önce, modele yönelik aktiviteler, faaliyetleri ortaya çıkarmayı amaçlamalıdır.
2) **Gerçeklik prensibi:** Etkinlikler, etkili sonuçların türetilebilmesi için öğrencilerin kendi kişisel bilgi ve deneyimlerinin uzantılarına dayanarak durumu anlamlandırmaya çalışmalıdır. Bu sebeple bu prensip "anlamlılık prensibi" olarak da adlandırılabilir. Etkinlik gerçek ya da gerçeğe yakın verilere dayanmalı, öğrencilerin duyu yeteneklerini kapatmamalıdır. Gerçeklik ilkesine yakından dikkat etmek, öğrencinin ilgisini arttırmayı ve gerçek, uygulamalı matematikçilerin problem çözerken gerçekleştirdikleri etkinlik türlerini simüle etmeyi amaçlar (Chamberlin & Moon, 2005).
3) **Öz değerlendirme prensibi:** Bu prensip matematiksel yaratıcılığın gelişimi ile ilişkilidir çünkü yaratıcı çalışmalara katılan bireylerin öz-değerlendirme becerisine sahip olmaları gerekir (Chamberlin & Moon, 2005). Etkinlik süreç içersinde öğrencinin kendi kedini değerlendirmesini sağlayabilmelidir. Bunun için problemin anlamlı olması yani öğrenci de açıklama ihtiyacı duymasını sağlamalıdır ki öğrenci de bir fikir patlaması olabilsin. Problem ifadesi " Henüz bitirdik mi?" sorusunu açıkça ifade etmelidir ki öğrenci çözümün etkililiğini sorgulayabilsin.

4) **Model açığa çıkarma- dökümantasyon prensibi:** Bu prensip, öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri üzerinde çalışırken kendi düşüncelerini ortaya çıkarmaları gerektiğini ve düşünme süreçlerinin cevaplarında belgelenmesi gerektiğini belirtir (Chamberlin & Moon, 2005). Etkinlik, öğrencilerin düşünme süreçlerini, durumu nasıl düşündüklerini (varsayımlar, amaçlar, olası çözüm yolları, hedefler vs.) olabildiğince açığa vurmasına teşvik etmelidir.
5) **Model genelleme prensibi:** Etkinlik sürecinde öğrenciler tarafından ortaya konması beklenen modeller başka benzer durumlara da uygulanabilmelidir. Yani ortaya çıkan model başka durumlar için kolaylıkla değiştirilebilir, yeniden kullanılabilir olup genel bir model özelliği sağlamalıdır.
6) **Etkili örnek model- prototip prensibi:** Etkinliği ortaya çıkartan model, yapısal olarak anlamlı olmalıdır, ancak bu karmaşık olması anlamına gelmemelidir. Yani model olabildiğince basit olmalıdır, daha fazlası değil. Etkinliğin olası çözümü başka durumları yorumlamak için kullanışlı bir prototip sağlamalıdır. Sorun çözüldükten sonra, öğrenciler yapısal olarak benzer durumlarla karşılaştıklarında tekrar üzerinde düşünebilmelidir. Bu prensip, genç matematikçilerin uygulamalı matematik problemlerine yönelik yaratıcı çözümlerin faydalı ve genelleştirilebilir olduğunu öğrenmelerine yardımcı olmaktadır (Chamberlin & Moon, 2005).

Chamberlin ve Moon (2005), model oluşturma etkinliklerinin olumlu özelliklerini aşağıdaki gibi listelenebilir:

- Üstün yetenekli eğitimcilere ivmeyi değiştirecek bir alternatif sunarlar.
- Öğrencileri disiplinlerarası, rutin olmayan problem çözme sürecine dahil eder.
- Öğrencilere işletme ve mühendislik gibi alanlarda ihtiyaç duyulan yaratıcı matematiksel yetenek türlerini keşfetme, geliştirme fırsatı sunar.
- Üst düzey matematik için gereken matematiksel modelleme yeteneklerini geliştirme fırsatı sunar.

2.7. Matematiksel Problem Çözme ve Matematiksel Modellemenin Karşılaştırılması

Matematik eğitiminin tarihi boyunca ve matematik öğretimine modelleme ve problem çözmenin dahil edilmesi, çeşitli bireyler ve gruplar tarafından sürekli savunulmuştur ve bazı dönemlerde bazı müfredatlarda da bu talep gerçekleştirilmiştir (Blum & Niss, 1991). Matematiksel modellemeyi, problem çözmeyle sınırlı kılan bir matematik dersinden ayıran özellik; öğrencileri çalışmalarını ifade etmekten çok keşif yapma eğilimine yönlendirmesidir (Andresen, 2007).

Öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesi için geleneksel sözel problemlerden daha fazlası gerekmektedir. Matematiksel modellemeyle geleneksel problem çözme kıyaslandığında matematiksel modelleme problemlerinin daha açık uçlu, anlamlı, gerçekçi öğrenmeler sağlayan, öğrencileri farklı düşünme yollarına sevk eden özellikler içerdiği görülmektedir.

Lesh ve Doerr (2003), birçok araştırmacı gibi matematiksel modelleme ve geleneksel problem çözme sürecini karşılaştırmıştır:

Tablo 2. Problem Çözme ve Matematiksel Modellemenin Karşılaştırılması

Geleneksel Problem Çözme Yaklaşımları	**Matematiksel Modelleme**
Uygulamalı problem çözme, geleneksel problem çözmenin özel bir durumu olarak kabul edilir.	Geleneksel problem çözme, model oluşturma etkinliklerinin aktiviteleri özel bir örnek durum olarak ele alınır.
	
• Problem bağlamı idealleştirilmiş gerçek veya gerçekçi hayat problemleri kullanılır. • Gerçek hayattan soyutlanmış problemler çözülür, önceden öğrenilen adımlar takip edilerek tek bir sonuca ulaşılır. • Var olan matematiksel kalıplar, fikirler kullanılarak problemin anlamlandırılması beklenir.	• Bir problemi çözmek için adımları sıkı sıkıya takip etmekten daha önemlisi, problemi anlamak modeller oluşturmak, süreci yorumlamak, sorgulamak olduğu varsayılır. • Problemi anlama ve çözme, ya hep ya hiç olarak algılanmamalıdır. • Fikirler gelişir, gerçek yaşam problemlerini çözmek için ihtiyaç duyulan yapılar, süreçler, modeller başka problemler için de kullanılabilir, geliştirilebilir.

Matematiksel modellemede vurgu, var olması gereken bir cevap bulmaktan ziyade bir problemi çözmektir (Cheng, 2001). Her problem tam anlamıyla çözülebilir ya da kesin bir cevaba açık değildir. Bu durumlarda probleme ne kadar fazla yaklaşılırsa o kadar tatmin edicidir ya da ilk başta direk çözülebilmesi mümkün değildir. İşte tüm mesele probleme model ve modelleme ile yaklaşabilmektir. Bir etkinliğin matematiksel modelleme olarak tanımlanabilmesi için, öğrencilerin önceden bir şemaya sahip olmak

yerine matematik yoluyla gerçeği referans alacakları bir problem ve onları araştırmaya yönelten bir öğretim ortamı gereklidir (Maaß, 2007). Bazen -özellikle okul matematiğinde- verilen durum yalnızca bazı matematiksel problemlerin yapay bir giydirmesidir. O zaman modelleme süreci sadece sözel probleminin soyulmasından ibarettir ve problem çözme süreci sadece bir döngüden sonra durur (Blum, 1993).

2.8 Ulusal ve Uluslararası Düzeyde Matematiksel Modellemenin Gelişimi

Okullarda modelleme öğretimi için tamamen tasarlanmış ilk malzemeler, 1960'larda, Eğitim Geliştirme Merkezi'nden öncü ABD projesi olan İlköğretim Okulları için Birleşik Bilimler ve Matematik (USMES) tarafından sağlandı; buna rağmen, bunlar genel rehberlik sağladılar ve çoğu öğretmen için çok zorlayıcı olduklarını ispatladılar (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007). Ders kitaplarındaki uygulama ve model vakalarının okuldan üniversiteye artarken, ayrıca bazı ülkelerde (ör. Danimarka ve Hollanda'da) matematiğin uygulamalı yönleri, sadece henüz ılımlı bir ölçüde yazılı sınav kâğıtlarına girmiştir (Blum & Niss, 1991).

Singapur'da matematiksel modellemenin önemi kabul edilmiş ve matematik eğitimi programlarına "uygulamalar ve modelleme" kavramı olarak eklenerek özellikle üniversite öğrencileri için Yüksek Matematik (H3) dersinde matematiksel modelleme, diferansiyel denklemler başlığı altında ve bu ders programında nihai amaç; "Matematiksel modelleme ve muhakeme becerilerini geliştirme fırsatı" yer almaktadır (Cheng, 2006a).

Alman devleti, 1997'de tatmin edici olmayan TIMSS (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması, ing-**T**rends in **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy) sonuçlarının yayınlanmasından kısa bir süre sonra, matematik (ve fen bilgisi) öğretiminin kalitesini iyileştirmeyi amaçlayarak; "Matematik ve Fen Öğretiminin Verimliliğini Artırma" (SINUS- *"Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts*- ing. Increasing the efficiency of math and science teach) isimli bir reform projesi geliştirdi (Blum & Leiss, 2005). SINUS'un yol gösterici ilkelerini Blum ve Leiss (2007) şöyle sıralar:

- Yeni öğretim kültürü: Tüm öğretim faaliyetlerinde bu kalite kriterlerini takip etmek.

-Yeni görevler kültürü: Yetkinlik odaklı görevler, özellikle de görevlerin modellenmesi (‘nasıl?’) yolunda adımlar atmak.

- Yeni işbirliği kültürü: Yeni matematik öğretme yöntemleri, sadece bireysel öğretmenler tarafından değil, bir okulun bütün matematik personeli tarafından benimsenir ve desteklenir.

Blum ve çalışma grubunun gerçekleştirmiş olduğu “Öz düzenlemeye yönelik ve görevlerle yönetilen matematik öğretimi için didaktik müdahale modelleri” (DISUM – Didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self-regulation and directed by tasks-**D**idaktische **I**nterventionsformen für einen **S**elbständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten **U**nterricht am Beispiel **M**athematik-) adlı projede çoğunlukla konu 9.sınıf modelleme problemleri olup, proje; bu problemlerin SINUS’ da (pratik odaklı bir sınıf olarak kurulmuş reform projesi) daha sistematik ve dikkatli bir şekilde ele alınmasını amaçlamaktadır (Blum & Leiss, 2005). Öğrenci ve öğretmenlerin modelleme ile nasıl başa çıktığını araştırır (Blum & Leiss, 2007). DISUM’ da özellikle; uygun modelleme görevlerinin yapımı, bu görevlerin bilişsel ve kavramsal analizleri, problem çözme süreçlerinin öğrenci ve öğretmenlerinin ayrıntılı çalışması, öğrenci başarılarını ve tutumlarını ölçmek için çeşitli araçların oluşturulması, öğrenci ve öğretmen eğitimi gibi birçok faaliyet gerçekleştirildi (Blum & Leiss, 2007).

COM²-projesi, “Matematik Derslerindeki Modelleme Sürecinin Bilişsel-Psikolojik Analizi” (**CO**gnitive psychological analysis of **M**odelling processes in **M**athematics lessons), sınıf içi araştırma ile öğretmen ve öğrencilerin (üç adet 10.sınıf, 65 öğrenci 2. aşamada ek 26 öğrenci) modelleme sürecindeki davranışlarını ve birbiriyle etkileşimlerinin analiz ederek düşünme süreçlerini araştıran nitel bir çalışmadır (Ferri, 2007). Özetle, DISUM ve COM^2 projeleri, öğrencilerin ve öğretmenlerin 8. ve 10. sınıflara odaklanarak bilişsel olarak zorlu modelleme görevlerini nasıl ele aldıklarını analiz eden bir çalışmadır (Blum & Ferri, 2009).

Uygulamaların teorik ve felsefi yönlerinin ve eğitim bağlamında modellemeye ilişkin katkılarının çoğunluğu Batı Almanya, Avusturya, Hollanda, Danimarka, Fransa ve Hindistan'dan gelmektedir (Blum & Niss, 1991). Uzun bir süredir uygulamaların

pragmatik yönlerinde ve modelleme konusunda önde gelen ülke ise İngiltere olmuştur ancak diğer birçok ülkede de çok ilginç çalışmalar yapılmaktadır (Blum & Niss, 1991).

Matematik ve diğer dersler arasında, özellikle de lise okulunda, makul miktarda pragmatik işbirliğinin gerçekleştirildiği iki ülke, Danimarka ve Hollanda olduğunu dile getiren Blum ve Niss (1989), matematiksel modellemenin bu işbirliğinde iham kaynağı bir aracı olduğunu ifade eder.

Ülkemiz matematik öğretim programında matematiksel modelleme kavramı yer alsa da problem çözme olarak algılanıldığı, daha çok problem çözme uygulamaları gibi görülmektedir. Oysa matematiksel modelleme ile problem çözme arasında önemli farklılıklar olduğu açıktır. Problem çözme de "problem durumu" ve "hedefler" statik ve değişmez ve bu süreçte yapılan araştırmalar da matematiği anlamak, aramak vurgulanırken iken matematiksel modelleme de "problem durumu" ve "hedefler" dinamik olup bu süreçte yapılan araştırmalarda matematiği yorumlamak, tasarlamak vurgulanır (Zawojewski, 2013).

Erbaş ve arkadaşlarının (2016), "Ortaöğretim (9-12. sınıflar) matematik dersi öğretim programındaki kazanımlara uygun matematiksel modelleme etkinlikleri geliştirmek ve bu konuda ihtiyaç duyulan Türkçe kaynak eksikliğini gidermek" amacıyla yürüttüğü proje kapsamında TÜBİTAK onaylı WEB portalı (http://matemodel.metu.edu.tr) mevcuttur. Ayrıca Erbaş ve arkadaşlarının (2016), aynı amaç doğrultusunda "Günlük Hayattan Modelleme Soruları" kitabı yayımlanmıştır.

Ülkemizdeki üniversitelerin ilgili bölümlerin ders programları incelendiğinde "matematiksel modelleme" dersine özellikle matematik eğitimi programlarında yer verilmeye başlandığı görülmektedir.

Matematiksel modellemenin gelişimi incelendiğinde; matematiksel modelleme dünyanın çoğu ülkesinde matematik öğretim programında kendine yer edinmeye başlamış ve hızla gelişme göstermektedir. Cheng (2001), matematiksel modelleme aracılığı ile matematik öğretimine yaklaşıldığında gerçekten matematiksel problem çözmenin öğretilebileceğini ve kara tahtaya karışık formüller dizisi yazmaktan öteye matematiğin gerçekten bu yolla gerçekleşebileceğini ifade eder.

2.9 Matematiksel Modellemenin Matematik Eğitimindeki Yeri ve Önemi

Blum ve Niss (1989), matematik eğitimi ile ilgili literatür taraması yapıldığında, matematik eğitimi tarihi boyunca öğretim programlarında matematiksel modelleme ve uygulamalarına niçin yer verildiğine dair 5 temel özelliğe vurgu yapmaktadır:

- **(1) Gelişmeci (formative)** yaklaşımına göre; matematiksel modelleme öğrencilere keşfedici, açık fikirli, özgüvenli, yaratıcı olmanın yanı sıra, problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, farklı problem çözme stratejileri kullanmaya teşvik eder.
- **(2) Eleştirel beceri (critical competence)** yaklaşımına göre; matematiksel modelleme, öğrencileri bir bütün içinde yaşamaya, toplumun şekli ve işleyişinin matematiğin kullanımından giderek etkilenmesi neticesinde eleştirel bir beceri kazanmaya teşvik eder. Bu yaklaşımın amacı, bireylerin sosyal açıdan önemli problemlere, çözümlerde dahil olmak üzere, matematiğin temsillerini tanıma, analiz etme ve değerlendirme becerisini bağımsız olarak 'anlama ve değerlendirme' (see and judge) sağlamaktır.
- **(3) Kullanılabilirlik (Unility/ Utilise)** yaklaşımına göre; matematiksel modelleme öğrencileri diğer derslere veya diğer konulara atıfta bulunarak, ekstra matematiksel alanların ve durumların problemlerini çözmek ya da anlamlandırmak için matematiği kullanmaya hazırlaması gerektiğini vurgular. Bu yaklaşım, matematiği ek matematiksel durumlara aktive etmenin, pür matematiğin geliştirilmesinden kaynaklanmadığı lakin bir dereceye kadar hazırlanma ve eğitim süreci gerektirdiği varsayımına dayanır. Yine bu yaklaşım, bazen toplumun bireylere kapsamlı bir matematik eğitimi sağlaması için matematiğin uygulanabilir olması, örtük nihai beklenti için ifade edilir.
- **(4) Kültürel yapı (picture of mathematics/ social and cultural)** yaklaşımına göre; öğrencilere tüm bilim dallarında toplumsal ve kültürel kapsamlı bir matematik resmi kurmanın matematik eğitiminin önemli görevi olduğunu vurgular. Matematiksel modelleme, problem çözme ve matematiksel uygulamalar böyle bir resimde temel bileşen olduğundan öğretim programında yer alması gerekliliğine vurgu yapmaktadır.

- **(5) Matematik öğrenmeyi teşvik etme (promoting mathematics learning)** yaklaşımına göre; matematiksel modelleme, problem çözme, matematik uygulamaları matematik öğretim programına dahil edilerek öğrencilerin motivasyonunu sağlayarak matematiksel kavramları, yöntemleri ve sonuçları edinmelerine, öğrenmelerine ve tam anlamıyla anlamalarına yardımcı olmayı vurgular. Ayrıca bu yaklaşıma göre, matematiksel modelleme; öğrencilerin matematiksel olarak düşünmelerini, matematik ve matematik dışı matematiksel teknikleri seçmelerine ve gerçekleştirmelerine yardımcı olur.

İnançlar, tutumlar ve duygular matematikte eleştirel ve yaratıcı duyuların gelişiminde önemli rol oynamaktadır (Blum, 2002). Öğretim programı yahut yazılı kaynaklar dahi bu sürece tam anlamıyla hazırlıklı olsa dahi bu sürecin içindeki en önemli katılımcı öğretmen, öğrenci ve öğretim ortamıdır. Modelleme sürecine yönelik olumsuz bir tutum temelde modelleme performanslarının gelişimini engellemektedir (Maaß, 2006). Matematiksel modelleme matematik eğitimindeki öneminden bahsedilse bile ilk olarak bu engeller fark edilmeli ve aşılmalıdır. Öğrenci ve öğretmen tutumunu olumlu bir hale getirmek için yeterli koşulları sağlamak, olumsuz tutumlara sebebiyet veren durumları iyi analiz etmek gerekir. Öğrenci ve öğretmen yargıları, öğrencinin ve öğretmenin hazır oluş seviyesi gibi etmenler de modelleme sürecinde aktif rol oynadığı, sadece iyi bir dokümanın ya da araştırmanın yeterli olmadığı görülmektedir. Blum ve Niss (1991) ve Blum (1993) bu engelleri 3 kısımda incelemiştir:

1. **Öğretim ve değerlendirme açısından engeller:** Birçok matematik öğretmeni müfredatta yer alan zorunlu matematik zenginliğine ek olarak problem çözme, modelleme ve uygulamalarla başa çıkmanın zor olacağını bunun için yeterli zamana ihtiyaç bulmanın sıkıntı olacağı kanısındadır. Ayrıca bu uygulamaların diğer derslerle bağlantısı matematiğin evrensel oluşunu, olumsuz etkileyeceği kanısı da yaygındır. Sürecin değerlendirilmesi de zordur, bu da öğrenci ve öğretmen tarafından ciddiyetinde azalmasına sebep olacaktır.
2. **Öğrenenin bakış açısından engeller:** Problem çözme, modelleme ve diğer disiplinlere yönelik uygulamalar, matematik derslerini; geleneksel matematik derslerinden (öğrenci için) daha zorlu hale getirir. Kuralların, rutin basamakların kavranması daha kolaydır ve bu tür kalıp modellerin sonucu daha tahmin

edilebilir olduğundan, öğrenci açısından tercih edilmesi daha yüksektir. Bu kıstaslar da sınavların, sınava dayalı not sisteminin de etkisi yüksektir. Özetle bu süreç ile matematik dersi ve sınavları daha az öngörülebilir hale gelecek bu da öğrencinin sonuca ulaşmak için ekstra çaba sarf ermesine neden olacaktır.

3. **Öğretmenin bakış açısından engeller:** Matematiğin diğer disiplinlere yönelik uygulamaları, modelleme öğretimi ek matematiksel yeterlilikler gerektirir ve ölçme değerlendirmede öğretmenlere zorluklar yaratır. Öğretmenlerin literatüre, güncel bilgilere, öğrencilerin ilgi alanlarına, sınıf iklimine hakim olması gerekir. Bu ise var olandan daha fazla zaman ve çaba gerektirir. Öğretmenler bunun için yeterli zamana ve ortama sahip değillerdir. Öğretmenler genellikle öğretime uygun modelleme örneklerini bilmezler. Bunları sürece adapte etmek ve açık bir durumu yönetmek için var olan eğitimden fazlası gerekmektedir.

Matematiksel modelleme ayrıca disiplinler arası bir doğanın çalışmaları ve deneyleri için mükemmel bir platform sağlar (Cheng, 2001). Matematiksel modelleme, matematik öğretimine girdiğinde bunun başarılma olasılığı yükselmesi mümkündür. Cheng (2001), bu hususta matematiksel modellemeye hevesli öğretmenlerin fikirlere ihtiyaç duyacağı bunlar için ise kaynakların mevcut olduğu fakat bunun yeterli olmadığını, öğretmenlerin ve öğrencilerin bu konuda deneyim kazanması gerekliliğinden ayrıca öğretmenlerinde öğrenciler ile bu süreçte öğrenebileceğini ifade eder. Öğretmenlere yönelik bu süreçte düşüncelerini açığa çıkarma faaliyetlerin amacı, kendi düşünce tarzlarının önemli yönlerini açıkça ortaya koyma, test etme, gözden geçirme veya hassaslaştırmalarını teşvik etmektir (Lesh & Doerr, 2003).

Matematik derslerinde matematik konusunda en başarılı öğrenciden en başarısız öğrenciye uzanan süreçte genel olarak algı, öğretmenin her adımı ayrıntılı olarak ele alması ve açıklamasıdır. Oysa kaliteli bir öğretim için, (asgari) öğretmenin rehberliği ile (azami) öğrencilerin bağımsızlığı arasında kalıcı bir denge sağlanması çok önemlidir (Blum & Ferri, 2009). Öğrencilerin büyük bir kesimi ise bağımsız çalışmaya açık değildir. Maaβ (2007), öğrencilerin çoğunun temel matematik bilgisini kullanmada ve metinleri okuyup anlamada çok büyük problemler yaşadığını ifade etmektedir. Matematik okuryazarlığına olan ilginin artması biraz daha fazla ilerleme umudu ve her seviyede tipik öğretmenleri desteklemek için daha iyi tasarlanmış öğretim

materyallerinin geliştirilmesidir (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007). Matematiksel modelleme süreci öğrenci özerkliği ve öğretmen rehberliği dengesini sağlamada iyi yapılandırılmıştır. Öğrencileri bağımsız çalışmaya teşvik eder ve süreçte aktif kılar. Matematik öğretiminin daha kaliteli hale gelmesi için iyi tasarlanmış bir süreçtir.

.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, araştırma da kullanılan veri toplama araçları ve veri analizlerinde kullanılan yöntem ve teknikler açıklanmaktadır.

3.1 Araştırmanın Modeli

Eğitim araştırmalarında verilerin analizi ve yöntem bakımından bakıldığında nitel ve nicel olmak üzere iki temel yaklaşım vardır. Patton (1980)'in nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri tanımlamasında bazı kıstaslar sunar:

- Nitel bulgular açık uçlu mülakatlar, doğrudan gözlem ve yazılı dokümanlar olmak üzere üç farklı veri toplama şeklinden meydana gelir.
- Nitel analiz için gerekli olan veriler genellikle alan çalışmasından elde edilir.
- Nitel araştırma, özellikle kuram oluşturmada çok etkili olup; kuram, alan çalışması tarafından gerçek dünyadaki gözlemleri ve mülakatları ile ortaya çıkarılır.

Nitel araştırma sosyal veya beşeri bir probleme bireylerin ya da grupların atfettiği anlamları keşfetme ve anlamaya yönelik bir yaklaşımdır (W.Creswell, 2013). Nitel araştırmada araştırmacının kendisi bir araç olup nitel yöntemlerin inanılırlığı alan araştırması yapan kişinin dikkatine, yeterliliğine, becerisine bağlıdır (Patton, 1980). Nitel çalışmalar yürütülürken söylem analizi, eylem araştırması, anlatı araştırması, fenomenolojik araştırma, kuram oluşturma, etnografi ve durum çalışmaları gibi yaklaşımlar kullanılır.

W. Creswell (2013), durum çalışmasını, özellikle değerlendirme süreçleri gibi birçok alanda kullanılan, araştırmacının bir durumu, sıklıkla bir programı, olayı, eylemi, süreci ya da bir veya daha fazla bireyi derinlemesine analiz eden bir araştırma deseni

olarak tanımlar. Durum çalışmaları bir diğer adı ile örnek olay çalışmaları olarak geçmekte olup kökeni İngilizceden, "case study" teriminden gelir. Durum çalışmaları, sistematik ve planlı bir şekilde yapılıyor, eğitimi geliştirmeyi amaçlıyor, bu yönde önerilerde bulunuyor ve bulgularını mevcut bilgiler üzerine kurarak yeni yorumlar getirebiliyorsa, bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar eğitim-öğretim açısından anlamlı ve değerlidir (Çepni, 2010).

Bu çalışma, 11. sınıf öğrencilerinin sınıf ortamında matematiksel modelleme becerilerini incelediğinden nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması niteliği taşımaktadır. Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemini derslerinde sorup sormayacakları hakkında görüşlerini almak için bir açık uçlu sorudan oluşan anket uygulanmıştır.

3.2 Çalışma Grubu

Nicel araştırmalarda evren ve örneklem terimleri kullanılırken, nitel araştırmalarda "katılımcılar" ve "çalışma grubu" terimleri kullanılır. Bu çalışma nitel bir çalışma olduğundan "çalışma grubu" terimi kullanılacaktır. Çalışma grubunu İstanbul İlinde Fatih ilçesinde bulunan bir Anadolu lisesinde 2017-2018 eğitim öğretim yılı bahar dönemi öğrenim gören 11.sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Matematik dersinde yapılan etkinliğe 55 öğrenci katılmıştır. Matematik dersinde yapılan matematiksel modelleme etkinliği sonucu elde edilen bulgular ışığında, araştırmacı tarafından bir alt basamak soru önem kazanmıştır. "Matematiksel modelleme etkinliği farklı derste uygulandığında öğrencilerin muhakeme biçiminde ne tür farklılıklar oluşmaktadır?" sorusu üzerine Türk dili ve edebiyatı dersinde bir çalışma yapılmıştır. Bu uygulamadaki katılımcı sayısı 27 öğrencidir.

Grup çalışmalarında; Antonius, Haines, Jensen, Niss ve Burkhardt (2007)' nin ilkesi ile hareket edilip süreç içerisinde sosyolojik bir ortam oluşturulup asgari öğretmen rehberliğinde gözleme dayalı analizler yapılması hedeflenmiştir:

- Gruplar sürekli oluşturulur ve çözülür.
- Bir öğrencinin problemi varsa, bu problemi çözmek için bir grup oluşturmaya (başka bir öğrenciyle) veya mevcut bir gruba kabul edilmeye çalışır.
- İş yapıldığında grup dağılır.

Bu çalışmada baskın olan bağımsız çalışma ilkesi olmuştur. Öğrencilerin grup ile ya da bireysel olarak çalışma insiyatifi tamamen öğrenciye bırakılmıştır. Çalışma grubunun matematiksel modelleme problemine yabancı olmaları, sürece deneyimli olmamaları bu insiyatifte ana nedendir. Süreçte öğrencilerin zorlanması, süreçte ilerlemelerini kolaylaştırmak sebebiyle bu konuda öğrenciler özgür bırakılmıştır.

Öğretmenler için düzenlenen anketin verileri İstanbul ve İstanbul dışı illerden 6 öğretmenin katılımı ile oluşturulmuştur. Bu öğretmenlerin her biri devlet okullarında görev yapmakta olan lise matematik öğretmenleridir.

3.3 Veri Toplama Araçları

Çepni (2010), veri toplama araçlarının kaynaktan toplama şekillerine göre birincil ve ikincil veriler olmak üzere ikiye ayrıldığını dile getirir:

İkincil veriler, araştırma yapan bireylerden farklı olarak diğer araştırmacıların toplamış olduğu bilgilerdir.

Birincil veri toplama araçları ise, araştırmacının ihtiyaç duyduğu verileri çeşitli veri araçlarını (gözlem, anket, deney ve mülakat gibi) kullanarak doğrudan kendisinin toplaması ya da kendi denetiminde toplattırmasıdır.

Matematiksel modelleme sürecinde öğrenci eylemlerinin araştırılmasında, söylemsel uygulamaları(jest, işaret, ifade, vb.) analiz etmek odak noktası olmalıdır çünkü anlamlar bizden önce gelir ve oluşturduğumuz bağlantılar dil ve uygulamalardan oluşur (Barbosa, 2007). Bu sebeple bu somut veriler, sayılarla, yüzdeliklerle analizinden çok soyut verilerle öğretmen- öğrenci, öğrenci-öğrenci eylemlerinin araştırılmasının daha uygun olduğu kanısına varılarak çalışma niteldir. Araştırma da nitel yöntem kullandığından dolayı veri toplama araçları da bu yönteme göre şekillenmiştir.

Nitel çalışmanın bir veri toplama yöntemi olan yazılı doküman incelemesi yani literatür taramasından faydalanılmıştır. Nitel bir çalışmada literatür, araştırma problemini gerekçelendirmeye yardım eder lakin katılımcı görüşlerini sınırlandırmaz (W.Creswell, 2013). Öğretmen görüşlerini almak için bir açık uçlu sorudan oluşan anket veri aracıyla çalışma desteklenmiştir. Öğrencilerin süreç içerisindeki yaklaşımlarını analiz etmek için süreç matematik dersinde araştırmacı, Türk dili ve

edebiyatı dersinde ders öğretmeni tarafından gözlemlenmiştir. Çalışmada kullanılan veri toplama araçları aşağıda detaylandırılmıştır.

3.3.1. Matematiksel Başarı Testi

Çalışmada öğrencilerin mantık konusundaki matematiksel bilgisi ölçülmek istenmektedir. Bu sebeple bir adet mantık konusunda matematik başarı testi geliştirilmiştir. 10 sorudan oluşan bu testin 9 sorusu çoktan seçmeli olup 1 soru klasik tarzda hazırlanmıştır. Öğrencilerin matematiksel modellemede kullanacağı kavramlara bağlı olarak matematiksel başarı testinin sorularının kapsamı sınırlandırılmıştır. Bu test oluşturulurken aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

1. Ortaöğretim matematik öğretim programı 11.sınıf mantık konusu kazanımları gözden geçirilmiştir. Matematiksel modelleme probleminin çözüm yolları incelenmiştir. Çözüm aşamalarında içermesi gereken kazanımlar belirlenmiştir. Kazanımlar, matematiksel modelleme çözümünde kullanılan matematiksel kavramlar ile sınırlandırılmıştır. Bu kazanımları kapsayan sorular oluşturulmuştur. Sorular Ek-1'de, soruların kazanımlara göre dağılımı Ek-2'de verilmiştir.
2. Sorular 11.sınıf matematik dersi ve üniversiteye hazırlık kitaplarından seçilmiştir. Soruların her biri tez danışmanı tarafından incelenmiştir.
3. Bir ölçme aracının araştırmalarda kullanabilmesi için geçerli ve güvenilir olması gerekmektedir. Sorular oluşturulurken araştırmacı dışında 3 lise matematik öğretmeninin görüşüne başvurulmuştur. Öğretmenlerin her biri soruyu kazanımlara uygunluğu, cevap anahtarlarının doğruluğu açısından değerlendirmişlerdir. Öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda testin kapsam geçerliliği ve görünüş geçerliliğinin uygun olduğu anlaşılmıştır. Madde istatistikleriyle testin güvenilirlik katsayısı arasındaki ilişkiyi hesaplamak için Kuder- Richardson formülü (KR-20) kullanılmıştır. Testin KR-20 güvenilirlik katsayısı 0.89 olarak bulunmuştur. Bulunan bu değer testin güvenilir olduğunu göstermektedir. Değerlendirmeler sonucu soruların istenen kazanımlara yönelik matematik başarılarını ölçeceği kararına varılmıştır.

3.3.2 Matematiksel Modelleme Problemi

Matematiksel modelleme ekinliğine katılan öğrenci sayısı; matematik dersinde 55, Türk dili ve edebiyatı dersinde 27 kişidir. Süreçte bireysel ya da grup çalışması birlikte uygulanmıştır. Her iki çalışma grubuna da "Banka Soygunu" matematiksel modelleme problemi kullanılmıştır. Banka Soygunu matematiksel modelleme probleminin kazanım konusu 'mantık' olup gerçek yaşam bağlamları; banka soygunu, adliye, savcı, soruşturma, suçludur.

'Banka Soygunu' bir deneysel modelleme problemidir. Deneysel modelleme eldeki verileri kullanarak grafik, tablo veya eşitlik oluşturulan modellemeye denir (Berry & Houston, 1995). Ayrıca bu problem model oluşturma etkinliği özelliği de taşımaktadır. Araştırmada kullanılan 'Banka Soygunu' matematiksel modelleme problemi Şekil 10'da verilmiş olup bu problem, Erbaş ve arkadaşları (2016)'nın " Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları" adlı kitaptan alınmıştır. Problemin örnek çözüm yaklaşımı ise Ek-3'de verilmiştir.

Şekil 10. Banka Soygunu Problemi (Erbaş, et al., 2016:18)



Önceki gece İstanbul'da bir banka şubesi kimliği belirsiz kişi ya da kişilerce elektriklerin kesik olduğu bir sırada soyuldu. Polis olay mahalline kısa sürede ulaştı, ancak soygunu yapan kişi ya da kişileri yakalayamadı. Olay yerindeki çeşitli kanıtları değerlendiren polis sabah saatlerinde Ahmet K. (35), Burak M. (24) ve Cem T. (34) adlı şüphelileri gözaltına alarak önce Emniyet Müdürlüğü'ne oradan da Adliyeye götürdü.

Adliyedeki savcı, sorgulamalardan şüphelilerin durumlarıyla ilgili aşağıdaki çıkarımlara ulaşmıştır:

- Eğer Ahmet suçsuzsa, hem Burak hem Cem suçludur.
- Ya Burak ya da Cem suçsuzdur.
- Ya Ahmet suçsuzdur ya da Burak suçludur.

Bu bilgiler ışığında savcı, şüphelilerin tutuklanma talebiyle mahkemeye sevkine ya da tahliyesine karar verecek. Savcı sizlerden, şüphelilerden kimin suçlu kimin suçsuz olduğuna karar vermede kullanabileceği bir yöntem önermenizi beklemektedir.

3.3.3 Gözlem

Gözlem, bir değerlendirme yaklaşımıdır ve bir öğretmenin çalışmaları sırasında öğrencileri gözlemlediği ve ilerlemeleri hakkında not aldığı anlarla ilgilidir (Frejd, 2013). Gözlem tekniği, kendi arasında katılımlı ve katılımsız gözlem olmak üzere ikiye ayrılır. Katılımlı gözlem, araştırmacının araştırma ortamına girerek birinci elden veri toplaması ve veri kaynaklarına katkı sağlaması olup, katılımsız gözlem araştırmacının sadece gözlemci olduğu, kimliğinin ve araştırmanın konu ve süresinin açıkça belli olduğu bir gözlem çeşididir (Çepni, 2010).

Matematik dersindeki matematiksel modelleme sürecinde araştırmacı ayrıca etkinliği uygulayandır. Bu sebeple matematik dersinde araştırmacı birinci elden verileri toplamıştır. Türk dili ve edebiyatı dersinde ise araştırmacı matematik problemi olduğu algısı yaratmamak için ortama dahil olmamıştır. Bu çalışmada matematik dersinde araştırmacının ortamda olması, birinci elden veri toplaması ve veri kaynaklarına katkı sağlaması sebebiyle çalışma katılımcı gözlem çeşidine uygun olup, öğretmen gözlemine, anekdotlara dayalı gözlem tekniği kullanılmıştır. Türk dili ve edebiyatı

dersinde ise süreci uygulayan öğretmenin gözlemleri ve aldığı notlara dayalı veriler araştırmacı tarafından süreç sonunda toplanmıştır.

3.3.4 Görüşme

Öğretmenlerin derslerinde matematiksel modelleme problemine yer vermeye istekli olup olmadıklarını öğrenmek, bu tarz problemlere yaklaşımlarını öğrenmek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğretmenlere önce öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme problemi verilmiştir. Daha sonra "Öğrencilere ders saati içinde öğretim programı çerçevesinde böyle bir probleme yer verir miydiniz?" bir adet açık uçlu sorusu yöneltilmiştir. Bir adet açık uçlu sorudan oluşan anket araştırmacı tarafından oluşturulmuş, tez danışmanı tarafından incelenmiştir. Görüşme araştırmacı tarafından sağlanmıştır. Öğretmenlerle yüz yüze ya da internet aracılığı ile iletişim sağlanmıştır.

3.4 Araştırmacının Rolü

Bilgi kaynaklarına yakın olma, ilgili kişilerle konuşma, gözlemler yapma, ilgili dokümanları analiz etme ve araştırılan konuyu yakından tanıma ve anlama nitel araştırmada oldukça önemli bir yer tutar (Yıldırım, 1999). Nitel araştırmalarda araştırmacı bizzat çalışma sahasına giden, birey ve toplumla doğrudan temas kuran ve olup biten olayları yaşayan kişidir (Karataş, 2015). Nitel araştırmalarda veriler literatür taraması (doküman incelemesi), davranışları gözlemleme veya katılımcılarla mülakatlar yoluyla elde edilirken bilgiyi gerçekte toplayan öncelikle araştırmacılardır (W.Creswell, 2013).

Bu çalışmada araştırmacı matematik dersinde ayrıca katılımcı konumundadır. Araştırmacının katılımcı olması matematiksel modelleme konusunda bilgili olması bakımından ve birinci elden veri toplayabilmesi açısından bu çalışmada tercih edilmiştir. Türk dili ve edebiyatı dersinde ise araştırmacı süreç aşamasında ortamda hiç bulunmamıştır. Bunun sebebi matematik problemi olduğuna dair ipucu vermemek, öğrencileri yönlendirmeden çözümlerini inceleyebilmektir. Problem, daha çok matematiksel ifadelerle mi yoksa sözel muhakemelere başvurarak mı çözüme gidileceğini daha objektif olarak görebilmek için araştırmacı ortamda bulunmamıştır.

Türk dili ve edebiyatı dersinde ise belirtilen sebeplerden bulunmamış, sürece dahil olmamıştır.

3.5 Veri Analizi

Maaβ (2007), matematiksel modelleme sürecinde problem çözme yöntemleri ile veri analizinde modelleyicilerin (öğrencilerin) ideal öğrenci tiplerine göre kategorize edilebileceğini ifade eder:

1. İyi modelleyiciler: Bir modelleme sorununun cevabını bağımsız olarak çözerler. Bu tür bir öğrenci yalnız problemle ilgilidir.
2. Emin olmayan-güvensiz modelleyiciler: Bir problemi çözmeden önce yardıma veya ipucuna ihtiyaçları vardır. Dikkatsiz hatalar her alanda ortaya çıkabilir.
3. Zayıf modelleyiciler: Modellemenin tüm alanlarında açıkları vardır. Modelleme problemlerini reddetme eğilimindedirler.
4. İçeriği anlamayan modelleyiciler: formüle edilmiş durumu anlamada zorluk çeker.
5. Durumu dönüştüremeyen modelleyiciler: Bu öğrenci ya verilen durumu makul bir hesaplamaya dönüştüremez ya da problemin anlamına sadık kalmadan sadece herhangi bir sayı alarak hesaplamaya odaklanır.

Maaß (2007)'nin matematiksel modelleme sürecinde öğrenciyi kategorize etmesi ile çok çeşitli öğrenci profillerinin olduğu görülmektedir. Bu ise bu süreçte veri analizinin güvenilir ve geçerliliğinin anlamlı olması için süreç içerisindeki gözlemlerin ve öğrencileri doğru yönlendirmeler yapmanın önemini vurgular. Matematiksel modellemenin özelliklerine sadık kalarak öğrencilere doğru dönütler vermek, onları sorgulamaya, çözümlerini analiz etmeye yönlendirmek önemlidir. Her öğrenci özeldir ve her öğrencinin aldığı dönüt de farklı olacaktır. Farklı tip öğrenci, matematiksel modellemede farklı çözüm yaklaşımları sunmaktadır. Böylece her veri özel ve tektir. Bu çalışmada, araştırmacı tarafından bu kıstaslara sadık kalınarak doğru analiz yapılmasına özen gösterilmiştir.

Nitel analiz verileri bulgulara çevirme işlemidir fakat bu işlemi yapmanın bir formülü yoktur, işlem sürecinde rehberlik sağlanır fakat bunun da bir reçetesi yoktur, yön

gösterilir fakat varılacak son nokta araştırmacı için özgünlüğünü korur ve o son nokta sadece o noktaya varılacağı zaman bilinir (Patton, 1980). Bu yüzden her veri değerlidir ve verilerin hangi ortamda ne şekilde ne işlemlerde analiz edileceği önemli olduğu gibi araştırmacının etkisi de önemli olduğu açıktır. Borromeo Ferri (2006), öğrencinin her ifadesinin, dış temsili ve problemle ilgili olarak yorumlanmasının gerekliliğinden bahseder. Çünkü bu çalışmaya iyi bir nitel analiz için olanak sağlayacaktır.

Öğrencilerin matematiksel modelleme becerileri Berry ve Houston (1995) tarafından geliştirilen daha önce ayrıntılı olarak verilmiş olan matematiksel modelleme süreci temel alınarak belirlenmiştir. Bu matematiksel modelleme sürecinin temel alınmasındaki amaç araştırmalarda ön plana çıkması, çalışmanın araştırma ortamı için uygun ortam yaratmaya elverişli olduğunun düşünülmesidir. Bu matematiksel modelleme sürecinin alt basamakları şöyledir:

1. Problemi anlama,
2. Değişkenleri seçme,
3. Matematiksel modeli kurma,
4. Matematiksel problemi çözme,
5. Çözümü yorumlama,
6. Modeli doğrulama,
7. Modeli başka problemler için geliştirme,
8. Rapor.

Sınıf ortamında, ders saatleri içinde öğrencilere bir matematiksel modelleme problemi sorulmuştur. Dolayısıyla öğrenciler başka problemler ile karşılaşmamış, başka problemler için model geliştirmemiştir. Bu sebeple 7. aşama olan "Modeli Başka Problemler İçin Geliştirme" basamağı analiz kısmında değerlendirmeye alınmamıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, matematik dersinde matematiksel başarı testinden elde edilen bulgular verilmiştir. Matematik ve Türk dili ve edebiyatı dersinde uygulanan matematiksel modelleme etkinliğinde elde edilen bulgular ayrı alt başlıklar altında verilmiştir. Matematiksel modelleme problemi çözme süreçlerindeki yaklaşımlara dayalı olarak ortaya çıkan veriler Berry & Houston (1995) yaklaşımı alt basamakları ile analiz edilmiştir. Lise matematik öğretmenlerini uygulanan anket bulguları ayrı alt başlık altında analiz edilmiştir.

4.1 Matematiksel Başarı Testinden Elde Edilen Bulgular

Başarı testi, öğrencilere bireysel olarak uygulanmıştır. Başarı testi sadece matematik dersinde araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Türk dili ve edebiyatı dersinde yapılan uygulamada araştırma alt problem sorusunun geçerliliğinin anlamlı olması açısından ders öğretmeni tarafından uygulanmamıştır. Çünkü başarı testi, matematik soruları içerdiğinden matematik dersine ve sorularına yönlendirme, matematiksel modelleme sorusu için ipucu olması istenmeyen durumdur. Başarı testi oluşturulurken mantık konusu kavram bilgilerini ölçmesi amacıyla hazırlanmış olup matematiksel modelleme etkinliğinde kullanılması gerekli olan tüm kavram bilgilerinin testte yer almasına özen gösterilmiştir. Toplamda 10 soruluk bir test oluşturulmuştur.

1.soru; önermenin ne olduğu ne olmadığı ile ilgili olup bu soruyu doğru cevaplandıramayan öğrenci bulunmamaktadır. 2.soru; önermenin doğruluk değeri ile ilgili çoktan seçmeli olup bu soruyu doğru cevaplandıramayan öğrenci bulunmaktadır. 3.soru; “bir önermenin değili”, “denk önermeler” ve ”doğruluk değeri” kavramları ile ilgili olup bu soruyu 3 öğrenci doğru cevaplandıramamıştır. Bu öğrencilerden biri soruyu boş bırakmışken diğer ikisinin cevapladıkları seçenekler birbirinden farklıdır. Her ikisinin cevap kâğıdında işlem adımlarını tamamlamakta eksiklik olduğu gözlemlenmiştir. 4.soru; “ve bağlacı ”, “veya bağlacı” ve “bir önermenin doğruluk

değeri" kavramları ile ilgili olup bu soruyu 2 öğrenci doğru cevaplandıramamıştır. 4.soruyu doğru cevaplandıramayan öğrencilerden birinin 3.soruyu da doğru cevaplandıramayan öğrenci ile aynı kişi olduğu gözlemlenmiştir. 5.soru; "ve bağlacı", "De Morgan Kuralı" ve "bir önermenin değili" kavramları ile ilgili olup bu soruyu 22 öğrenci doğru cevaplandıramamıştır. 5.soruyu cevaplandıramayan öğrencilerin çoğunluğunun "önermenin değilini alma" işlem adımını gözden kaçırdıkları gözlemlenmiştir.

6.soru; "ise bağlacı" ve "bir önermenin değili" kavramları ile ilgili olup bu soruyu 13 kişi doğru cevaplandıramamıştır. 7.soru; "sembolik mantık diline dönüştürme" , "ve bağlacı","veya bağlacı","ise bağlacı" ve "bir önermenin değili" kavramları ile ilgili olup bu soruyu 3 öğrenci doğru cevaplandıramamıştır. 8.soru; "sembolik mantık diline dönüştürme", "ise bağlacı" ve "bir önermenin değili" kavramları ile ilgili olup bu soruyu doğru cevaplandıramayan öğrenci bulunmamaktadır. 7.soru ile 8.sorunun ölçtüğü kavramlar neredeyse aynı iken 7.soruda yanlış cevaplandıran öğrenci bulunurken 8.soruda bulunmaması 7.soru da birden fazla bağlaç ile sembolik mantık diline dönüştürme söz konusu iken 8.soru da bir bağlaç kavramı ile sembolik mantık diline dönüştürme söz konusu olduğu saptanmıştır.

9.soru; "sembolik mantık diline dönüştürme" kavramı ile ilgili olup bu sefer matematiksel ifade yargıları içeren önermeler verilmiş ve bağlaçlarla ifade edilen önermenin sözel ifadelerle yazılması istenmiş olup bu soruyu 4 öğrenci doğru cevaplandıramamıştır. 10.soru; "3 farklı önermenin doğruluk durumunu tablo ile gösterebilme" kavramı ile ilgili olup bu soruyu 5 öğrenci doğru cevaplandıramamıştır. Bu öğrencilerden biri soruyu boş bırakmışken, 3 öğrenci tablo ile göstermek yerine kural ile doğruluk sayısını bulmuştur, diğer bir öğrenci de tablo kurabilmiş fakat durumları eksik göstermiştir. Kural ile doğruluk sayısını bulan 3 öğrenciden biri örnek önerme durumları oluşturup doğru ya da yanlış durumlarını gösterme yolunda istenen dışında başka bir tablo kurma yoluna gittiği gözlemlenmiştir.

Tablo 3. Başarı Testi Sorularının Analizi ve Başarı Yüzdeleri

Başarı Testi	Doğru cevaplama yüzdeleri	Ölçtüğü kavram bilgileri
1.soru	%100	"önerme"
2.soru	%100	"bir önermenin doğruluk değeri"
3.soru	%95	"bir önermenin değili" "denk önermeler" "bir önermenin doğruluk değeri"
4.soru	%97	"ve bağlacı " "veya bağlacı" "bir önermenin doğruluk değeri"
5.soru	%67	"ve bağlacı" "De Morgan kuralı" "bir önermenin değili"
6.soru	%80	"ise bağlacı" "bir önermenin değili"
7.soru	%95	"sembolik mantık diline dönüştürme" "ve bağlacı" "veya bağlacı" "ise bağlacı" "bir önermenin değili"
8.soru	%100	"sembolik mantık diline dönüştürme" "ise bağlacı" "bir önermenin değili"
9.soru	%94	"sembolik mantık diline dönüştürme"
10.soru	%92	"3 farklı önermenin doğruluk durumunu tablo ile gösterebilme"

4.2 Matematiksel Modelleme Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Matematiksel modelleme etkinliği, matematik ve Türk dili ve edebiyatı dersi olmak üzere iki farklı derste uygulanmıştır. Her iki derste de farklı öğrencilerden oluşan çalışma grubuna aynı matematiksel modelleme problemi ile etkinlik gerçekleştirilmiştir. Matematik dersinde; araştırmacı ayrıca dersin öğretmeni olan matematik öğretmeni, Türk dili ve edebiyatı dersinde; dersin öğretmeni ile matematiksel modelleme etkinliği gerçekleştirilmiştir. Türk dili ve edebiyatı dersi öğretmeni, matematiksel modelleme ve etkinliği konusunda araştırmacı tarafından bilgilendirilmiştir. Türk dili ve edebiyatı dersinde matematiksel modelleme probleminin matematik sorusu olup olmaması hususunda öğrencilere bilgi verilmemiştir. Öğrencilerin çözüme yaklaşımları, matematiksel bir çözüme gidip gitmeyecekleri, nasıl bir yönteme başvuracakları incelenmek amaçlanmıştır. Her iki derste elde edilen bulgular ayrı alt başlıklar ile verilmiştir.

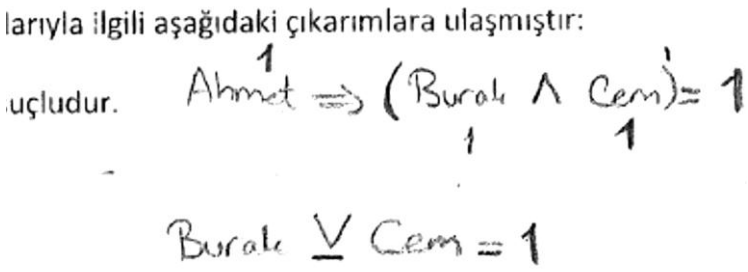
4.2.1 Problemi Anlama

Bu basamakta öğrencilerden beklenen problemi tanımlaması ve gerekli verileri toplayarak analiz edebilmesidir.

4.2.1.1 Matematik Dersinde Elde Edilen Bulgular

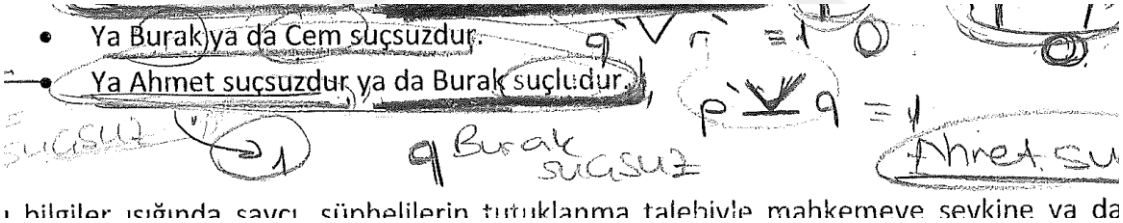
Problemi anlama basamağında genel itibari ile öğrenciler sözel mantık kavramını matematiksel mantığa uyarlama da, problemi sorgulayıp okuma-anlama kısmında sorun yaşamamıştır. Çok önemli farklılık arz edecek bir değişkenlik bu basamakta söz konusu değildir. Şekil 11'de olduğu gibi "ya ya da " bağlacı ile "ya da " bağlacının farklı kavramlar olduğu konusunda ikilemde kalmışlardır. "ya ya da" bağlacının "veya" bağlacı ile Türk Dil Kurumu'nda eş anlamlı sözcükler olup olmadığı konusunda sıkıntı yaşamış ve Türk Dil Kurumu Sözlüğü'ne bakıp bu ikilemden kurtulup "ya ya da" bağlacının aslında "ya da" bağlacı ile aynı olmadığı fark edip soruyu anlama kısmını başarı ile atlatmışlardır.

Şekil 11. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit

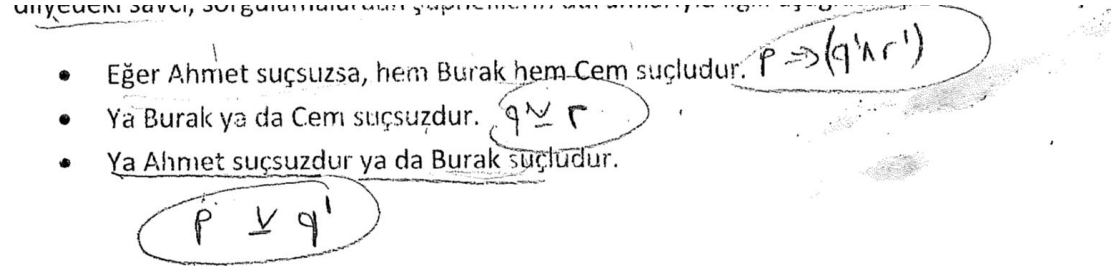


Şekil 12 ve Şekil 13'de gösterilen "ya ya da " bağlacı karmaşası yaşayıp bu basamakta başarısız olan kağıt sayısı 4 adettir. Bir kağıtta da gerekli verileri anlamlandırma da karmaşa yaşandığı gözlemlenmiştir. Bunlar dışında bir kağıtta da aynı karmaşa yaşanmış fakat daha sonra çözümde yanıldığını fark edip düzenlemiştir. Bu süreçler aşağıdaki Tablo 4'de gösterilmiştir.

Şekil 12. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Şekil 13. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Tablo 4. Problemi Anlama Basamağı Analiz Tablosu

Başarılı kağıt yüzdesi	**%92,5**		
Başarısız kağıt yüzdesi	**%7.5**	"ya ya da" bağlacı anlam karmaşası yaşayan	**%6**
		Verileri anlamlandırma da başarısız olan	**%1,5**

4.2.1.2 Türk Dili ve Edebiyatı Dersinden Elde Edilen Bulgular

27 öğrencinin çözümleri incelediğinde bir öğrencinin sadece problemi tanımlayamadığı verileri toplayamadığı görülmektedir.

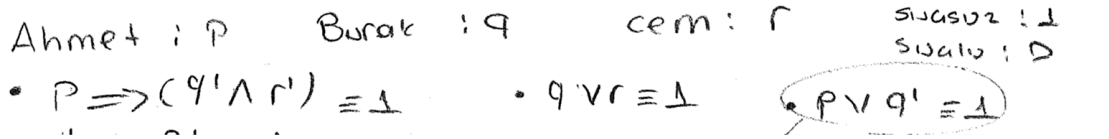
4.2.2 Değişkenleri Seçme

Matematikteki en önemli araçlardan biri değişkenlerdir. Bu sebepten bir matematiksel problem çözümünde değişken seçme basamağı aslında göründüğünden daha önemli bir basamaktır. Eisenberg (1991), matematiğin genellemeler ve soyutlamalar ile yapılan bir bilim olduğu için temel yapı taşının değişkenler olduğunu dile getirir (akt. Boz, 2013). Bir matematiksel modelleme sürecinde soyutlamalardan genellemelere varabilmek adına değişken seçmenin ne kadar önemli olduğu nihayetinde sezilebilir. Değişken kavramı 20.yüzyılın ilk yarısındaki matematik kitaplarında sayıları temsil eden sembol olarak ele alınırken günümüzde belli bir kümenin elemanlarını temsil eden sembol olarak tanımlanmaktadır (Boz, 2013). Blomhøj ve Jensen (2006), matematiğin matematiksel olarak kabul edilen belirli nesneler, kavramlar ve prosedürlerle yapılması gerektiğini ifade eder. Nihayetinde değişken kavramı modelleme sürecinde bu kadar önemli iken doğru değişkenleri seçmek bu süreçte kolaylık sağlayacaktır.

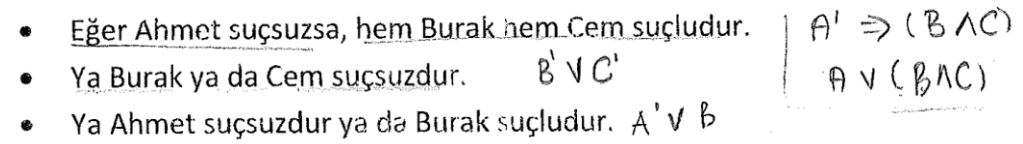
4.2.2.1 Matematik Dersinden Elde Edilen Bulgular

Kağıtlar incelendiğinde; tüm öğrencilerin çözüm aşamasında değişken kullandıkları gözlemlenmiştir ki; bu olumlu bir adımdır. İncelenen 55 kağıttan 37 tanesi “p,q,r” gibi değişkenler atarken, 17 tanesi “A,B,C” değişkenlerini kullanmışlardır, 1 kağıt ise değişken seçmemiştir. Yüzdelik dilim olarak değişkenleri seçme konusunda %98 başarı sağlanırken, %67’si “p,q,r”, %31’i “A,B,C” değişkenlerini seçmiş iken %2’si değişken seçmemiştir denilebilir. Her üç durum da aşağıdaki Şekil 14, Şekil 15 ve Şekil 16’da örneklendirilmiştir.

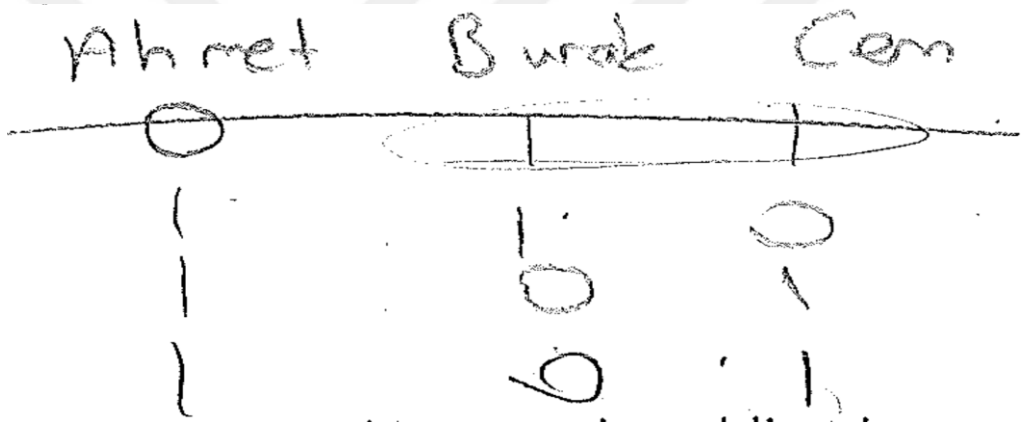
Şekil 14. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Şekil 15. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



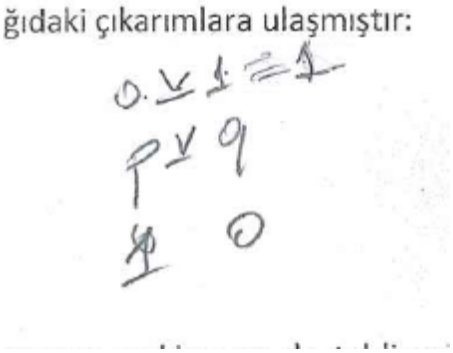
Şekil 16. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



4.2.2.2 Türk Dili ve Edebiyatı Dersinden Elde Edilen Bulgular

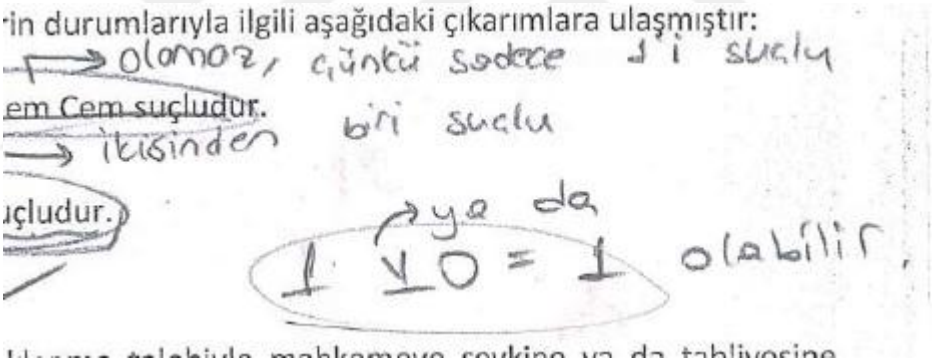
26 öğrencinin çözümleri incelendiğinde 10 öğrencinin hiçbir değişken seçme girişiminde bulunmadığı, 4 öğrencinin dört işlem gibi değişkenler kullanmaktan öteye gidemediği görülmüştür. Bunun dışında 2 çözümde ise bağlaçlar kullanılmış ayrıca "p,q" gibi önermelerin simgeleri olan bağlaçlarla bileşik önermeler kurulmuştur. Şekil-17'de bu duruma örnek çözüm gösterilmiştir.

Şekil 17. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



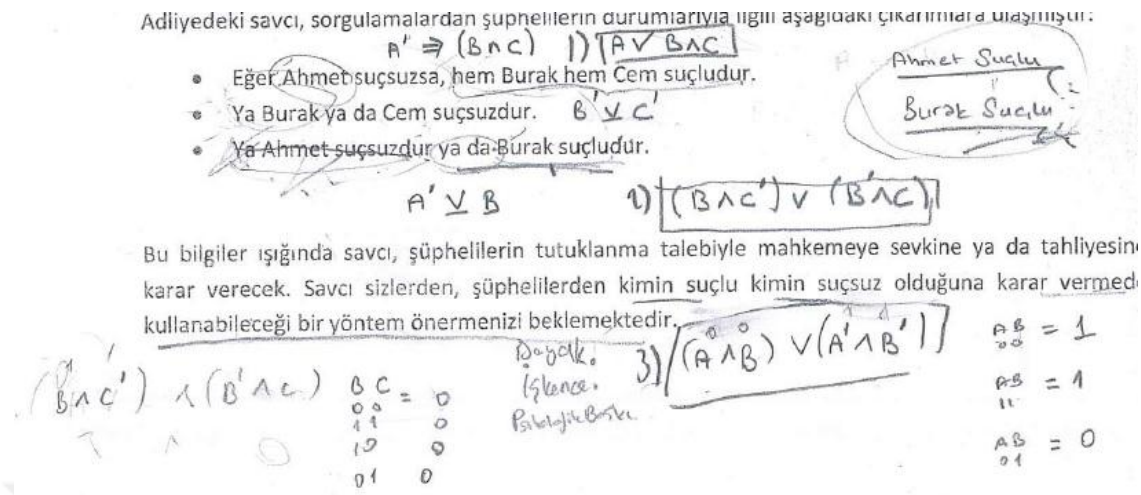
Bir öğrencinin çözümünde sadece suçlu olma olmama durumuna "1,0" atamaları yapabildiği daha öteye geçemediği görülürken 6 öğrencinin "1,0" doğruluk değerlerini ve önerme bağlaçlarıyla verileri toplayabildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum Şekil 18'de gösterilmiştir.

Şekil 18. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



3 öğrencinin çözümü incelendiğinde ise problem durumundaki suçluları "A,B,C" değişkenleri ile tanımladıkları görülmüştür. Ayrıca önerme bağlaçlarını kullandıkları, "1,0" doğruluk değerleri ile bileşik önermeler kurabildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum Şekil 19'da gösterilmiştir.

Şekil 19. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



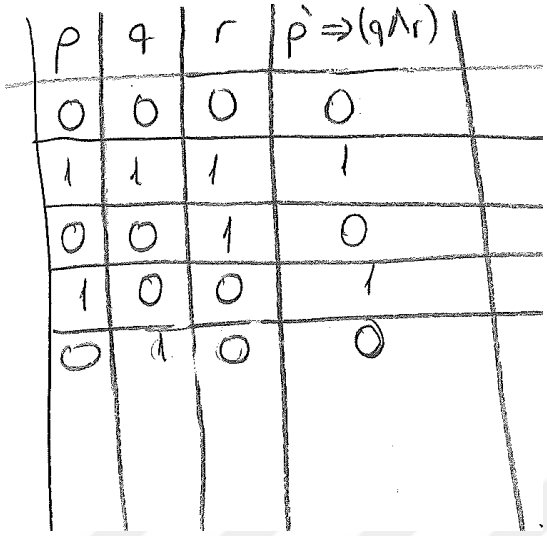
4.2.3 Matematiksel Modeli Kurma

Blomhoj ve Jensen (2006), hangi eğitim seviyesi olursa olsun, öğrenciler için ilk zorluğun problemin matematiksel modele dayanması gerektiğini ve problemi çözmede modellemeyle çalışmanın mantıklı olduğunu kabul etmek olduğunu bu aşamada öğrencilerin probleme bütünsel yaklaşmaları konusunda rehberliğin önemli olduğunu dile getirir. Matematiksel modelleme problemine göre; bu kısımda tablo kurma, grafik oluşturma, bağlaçlardan yararlanarak denklem kurma durumları matematiksel modeli kurma olarak kabul edilmiştir. Tablo oluşturan öğrenciler incelemesinde doğruluk değeri tablosu oluşturmaları esas alınmış diğer tablolar ayrı incelenmiştir. Bu aşama önemlidir çünkü Maaβ (2007a), yaptığı çalışmada modelleme süreci içerisinde birçok yanılgının yeniden yapılandırılabilir olduğunu söyler ve gerçek modeldeki yanlış anlamaların, modelin kurulmasındaki açıklarla yeniden kurgulanabileceğini dile getirir.

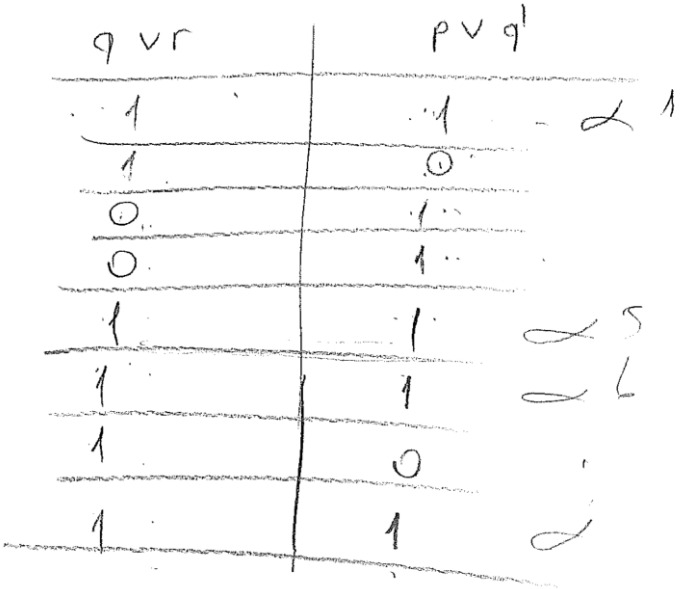
4.2.3.1 Matematik Dersinden Elde Edilen Bulgular

Tablo oluşturan öğrencilerin kağıtları incelendiğinde 27 tane kağıt olduğu gözlemlenmiştir. “3 farklı önermenin 8 farlı durumu vardır” bilgisini 26 kağıt tabloda gösterebilmiştir. Lakin bir kağıtta durum sayısı 5 durum olarak alınmış iken diğer bir kağıtta “3 farklı önermenin 8 farklı durumu” bilgisi gösterilmeden tablo çizilmiştir. Bu iki durum da aşağıda sırasıyla Şekil 20 ve Şekil 21’de gösterilmiştir.

Şekil 20. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



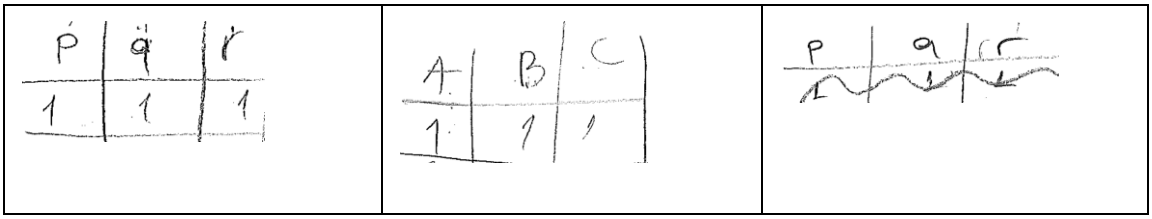
Şekil 21. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Doğruluk tablosu çizen 26 kağıt incelendiğinde 19 kağıdın 8 farklı durumu gösterirken "her üç önermenin doğru olması" durumunu temsil eden "1 1 1" durumu ile başladıkları gözlemlenmiştir. Bu 26 kağıdın 19 'un da bu şekilde olması didaktik bir anlaşma mıdır yoksa matematik eğitiminde yeni bir araştırma sorusu mudur? Bu durum Türk dili ve edebiyatı dersinde bir kez daha incelenecektir. Farklı öğretmenler,

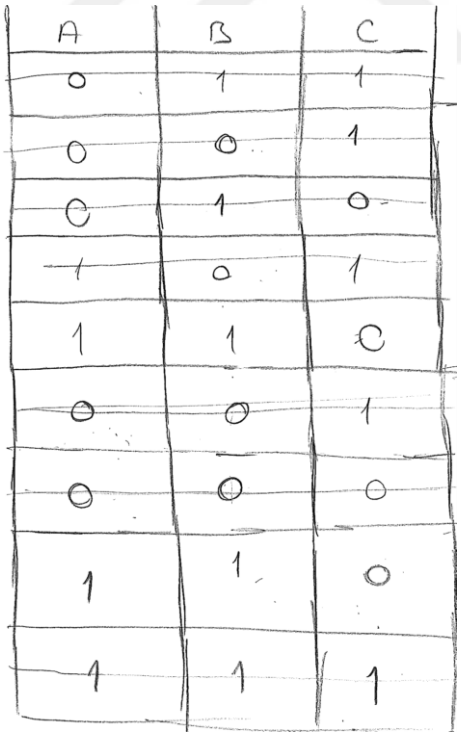
öğrenciler ve derslerde durumun yine aynı olması olmaması durumu sorgulanacaktır. Gözlemlenen bu durumun örnek kağıt silsilesi Şekil 22'de gösterilmiştir.

Şekil 22. Öğrenci Çözümlerinden Bir Kesit

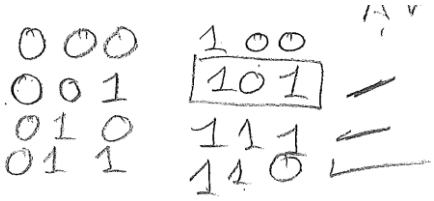


İncelenen diğer 4 kağıtta ise doğruluk durumları tablo ile gösterilmiş buradan sonra tabloya devam edilmemiştir. Bu kağıtların birinde durum sayısı 8 yerine 9 alınmıştır, diğer bir kağıtta ise 8 durum için ayrı ayrı 2 aynı grafik oluşturulmuş, çözümde her ikisi de ayrı ayrı olarak kullanılmıştır. Bu veriler sırasıyla Şekil 23, Şekil 24'de gösterilmiştir.

Şekil 23. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit

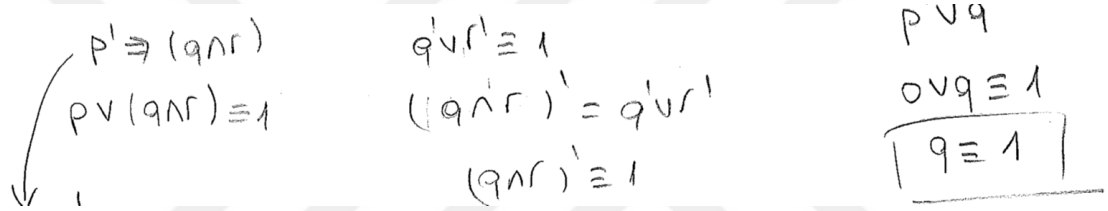


Şekil 24. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Bileşik önerme oluşturabilen her öğrencinin denklem modeli oluşturduğu kabul edilerek bu basamağı sağlayan 21 kağıt olduğu gözlemlenmiş, denklem kurarak model oluşturan bir kağıt aşağıda Şekil 25' de gösterilmiştir. Ayrıca 2 kağıdın herhangi bir model oluşturmaya gidemediği gözlemlenmiştir.

Şekil 25. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



4.2.3.2 Türk Dili ve Edebiyatı Dersinden Elde Edilen Bulgular

27 öğrenciden bir öğrenci "problemi anlama" basamağına bile ulaşamamış verileri toplayamamış bu sebepten çözüm aşaması olmadığından bu basamakta da incelemeye alınmamış olup bağlaçlarla bileşik önermeler kurup durumları ifade edebilen ya da doğruluk değerleri ile tablo oluşturabilen çözümler matematiksel modeli kurabildiği yönünde değerlendirilmiştir. Bu verilen yönergeye uygun sadece 9 öğrenci bulunmaktadır. Bu çözümlerde genellikle bileşik önermeler kurularak bağlaçların kavram bilgisinden önermelerin doğruluk değerini bulma yolu izlenmiştir. 2 kağıtta doğruluk tablosu 8 durum gösterilmemiş, durumların bir kısmının gösterildiği gözlemlenmiştir. Bu iki durumdan biri aşağıda Şekil 26' da verilmiş olup şekilde de görüldüğü üzere problemin tam anlamıyla tablolaştırılamadığı açıktır.

Şekil 26. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Bu basamağın matematik dersinde elde edilen verilerin analizinde elde edilen bulgular Türk dili ve edebiyatı dersinde rastlanılmamıştır. Doğruluk tablosu oluşturan çözümlerde görülen "1-1-1" durumu ile başlaması durumu bu kağıtların çözümünde görülmemiştir. Buna sebep, çoğu kağıtta tablo çizilmediği için olabileceği gibi bu konuda elde veri olmadığından yorum yapmak çok doğru olmayacaktır.

4.2.4 Matematiksel Problemi Çözme

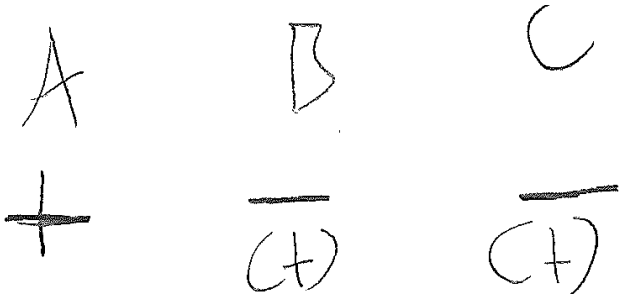
Bu basamakta öğrenciden beklenen belirli bağlaçları kullanarak tüm durumlar için verilen koşulların sağlanması koşulu ile suçlu ve suçsuz olan ya da olanları belirlemektir.

4.2.4.1 Matematik Dersinden Elde Edilen Bulgular

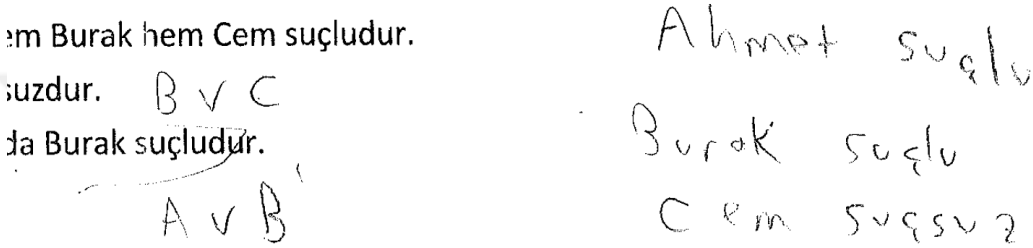
55 kağıttan 21 tanesinde çözüme gidilemediği, 34 tanesinde ise matematiksel problemi çözme aşaması başarıyla neticelendirildiği gözlemlenmiştir. İlk olarak çözüme gidemeyen 21 kağıt sonra 34 kağıt kendi içinde gruplandırarak incelenmiştir.

Çözüme gidemeyen 21 kağıttan 1 kağıtta suçlu olup olmaması durumu +/- durumları ile gösterilmekten bir aşama öteye geçemezken diğer 1 kağıtta "veya" bağlacı ile "bir önermenin değili" kavramıyla matematiksel bir sistem kurulmaya çalışılmaktan öteye geçememiş benzer durumlar söz konusudur. Öğrencilerin problemi matematikselleştirmede sorun yaşadıkları, muhakeme kısmında karmaşa yaşamaları çözme aşamasında ileri adım atmaya ket vurduğu gözlemlenmiştir. Bu durumlar sırasıyla aşağıda Şekil 27 ve Şekil 28' de verilmiştir. Bir diğer kağıtta ise çıkarımlar bileşik önermeler ile matematiksel form oluşturulmuş fakat çözüm adımları atlanarak direk sonuç adımına geçilmiştir.

Şekil 27. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit

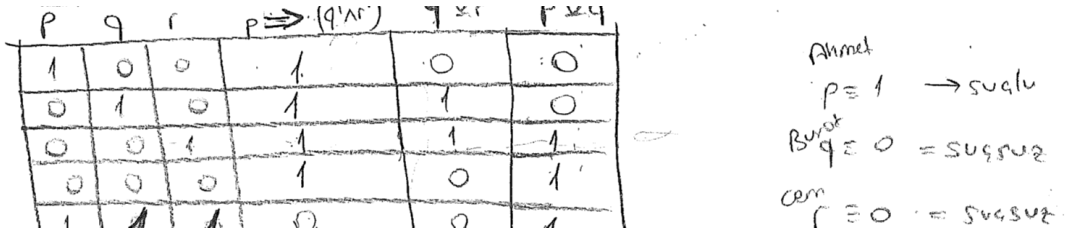


Şekil 28. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Diğer 18 kağıtta çözüme gidilmiş lakin doğru çözümler elde edilememiştir. Bu 18 kağıttan 4'ün de "ya da" bağlacı yerine "veya" bağlacı kullanılmıştır. Bu 4 kağıttan birinde tablo yardımıyla problemin çözümüne kısmen gidilmiş lakin kavram karmaşasından çözüm yanlış bulunmuş bu durum Şekil 29'da gösterilmiştir. Diğer 3 kağıtta ise çözümün neticelendirilemediği gözlemlenmiştir

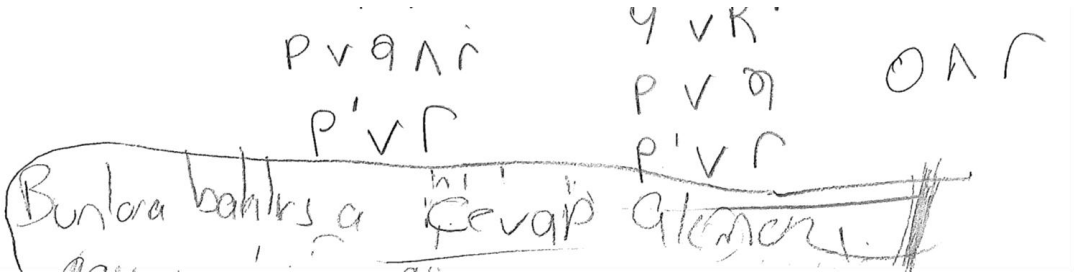
Şekil 29. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Çözüm elde edilemeyen kağıtların diğer ikisinde öğrenciler böyle bir çözümün mümkün olamayacağını kanıtlamaya çalışmıştır. Problemin çözülebilir olmasına değil çözülemez olduğu kanısında hareket etmişlerdir. Bir öğrenci bunu tabloyla göstererek bu 3 durumu sağlayan tek bir durumun söz konusu olmadığından çözüm bulunamayacağını dile getirirken, diğer öğrenci kurduğu bileşik önermelerle; "Bu yargıların hepsinin birden sağlanması olanaksızdır, bu yüzden çözüm elde edilemez"

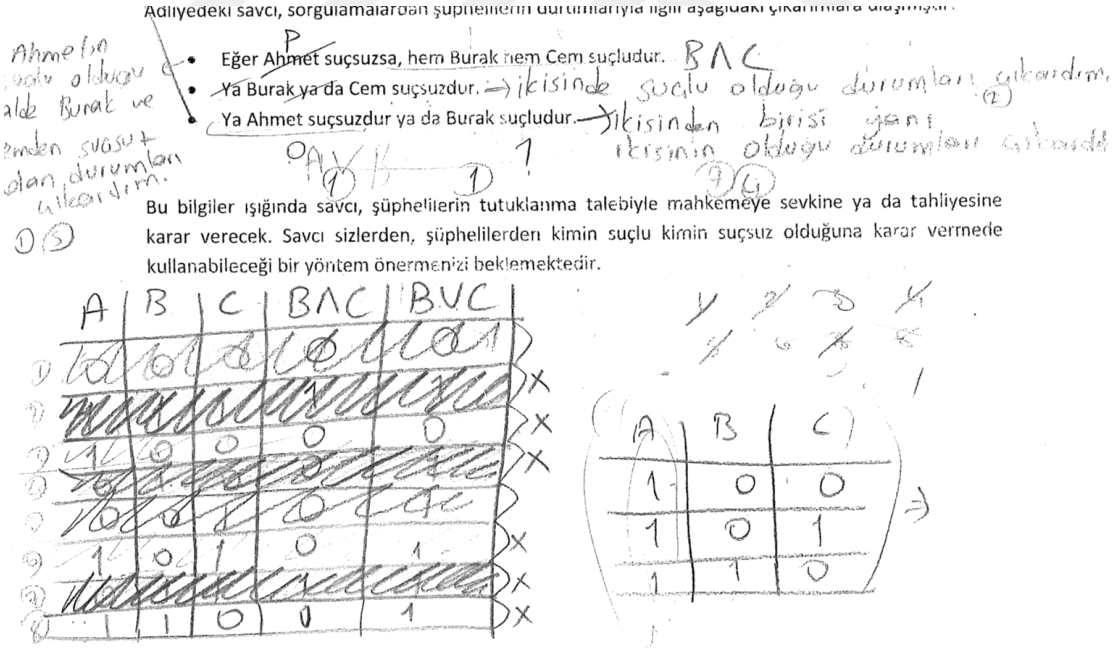
ifadesinde bulunmuştur. Bir kağıttaki sözel ifade aynen aşağıda Şekil 30'da gösterilmiştir.

Şekil 30. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Bir diğer kağıtta ise Ahmet'in suçlu olduğu kesin olarak bakılmış ve diğer durumlar bu durumlardan elenerek sonuç elde edilmeye çalışılmıştır. Bu çözümde sonuca gidilemese de kurulan muhakeme neticesinde ilginç bir bakış açısı olduğu aşikar olup çözüm Şekil 31'de gösterilmiştir.

Şekil 31. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit

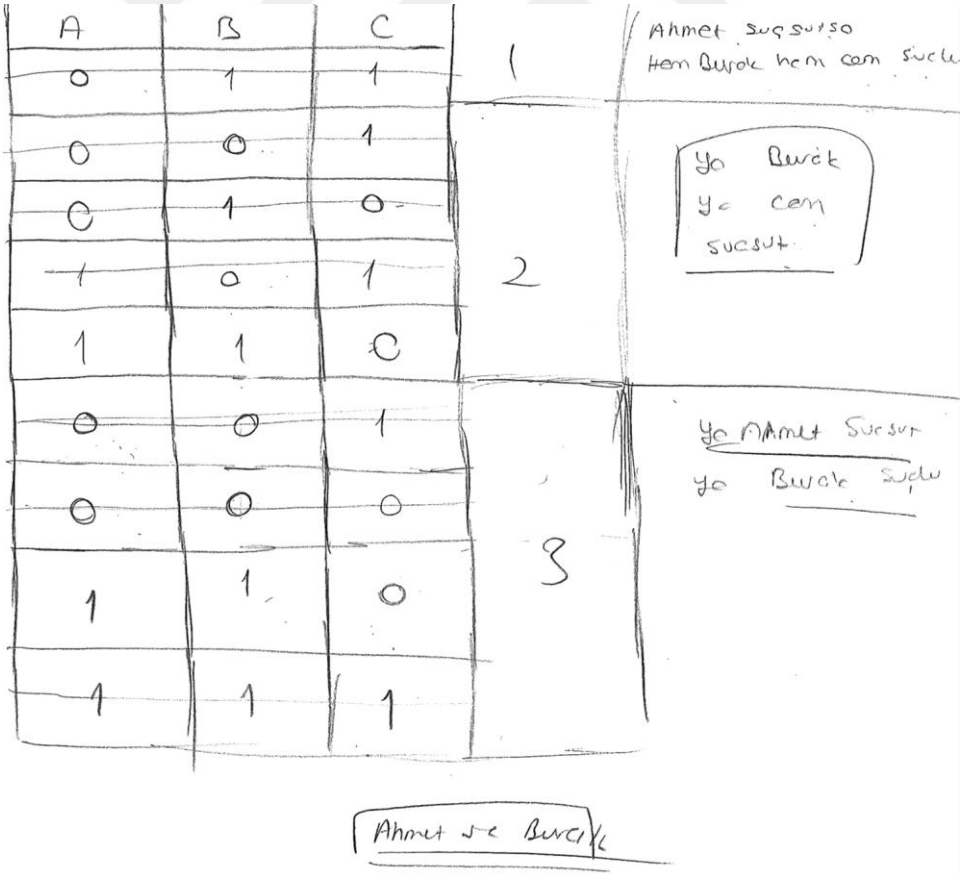


18 kağıdın diğer bir 6 kağıdı bileşik önermeler kurabilmiş lakin bu bileşik önermelerinin muhakemesini yapamadığı için çözümü neticelendirememiştir. Diğer bir 4 kağıtta ise Ahmet'in suçlu olduğu bulunmuş fakat Burak ve Cem'in suçluluğu konusunda yanlış çözümlemelere gidilmiştir. Birinde ise varılan yargı Burak'ın suçsuz olduğu durumlarda tüm durumların sağlandığıdır ki çözümü neticelendiremeyen

kağıtlardaki olası sorunun genelde bu tarz anlam karmaşalarından kaynaklandığı görülmüştür. Netice de 21 kağıtta matematiksel problemin tam olarak çözülemediği gözlenmiştir.

Diğer 34 kağıtta çözümün doğruluğu söz konusu olup onlar da ayrı incelenecektir. Bu 34 kağıda bakıldığında çözümlerin genelde Ahmet üzerinden varsayımlar doğrultusunda, denklem kurarak, tablo kurarak ya da birkaç kağıtta karşılaşılan farklı yollarla çözüme gidildiği görülmüştür. 34 kağıt gruplandırıldığında 20 kağıdın tablo kurarak çözüme gittiği görülmüştür. Tablo kurarak çözüme giden 20 kağıttan 3 tanesinde bileşik önermeler matematiksel model olarak yazılı olarak faydalanılmamış bunun yerine 3 önermenin doğruluk durumları yazılıp çıkarımlara uymayan durumlar elenerek çözüme gidilmiştir. Bu duruma ait çözümlerden biri aşağıda Şekil 32'de gösterilmiştir.

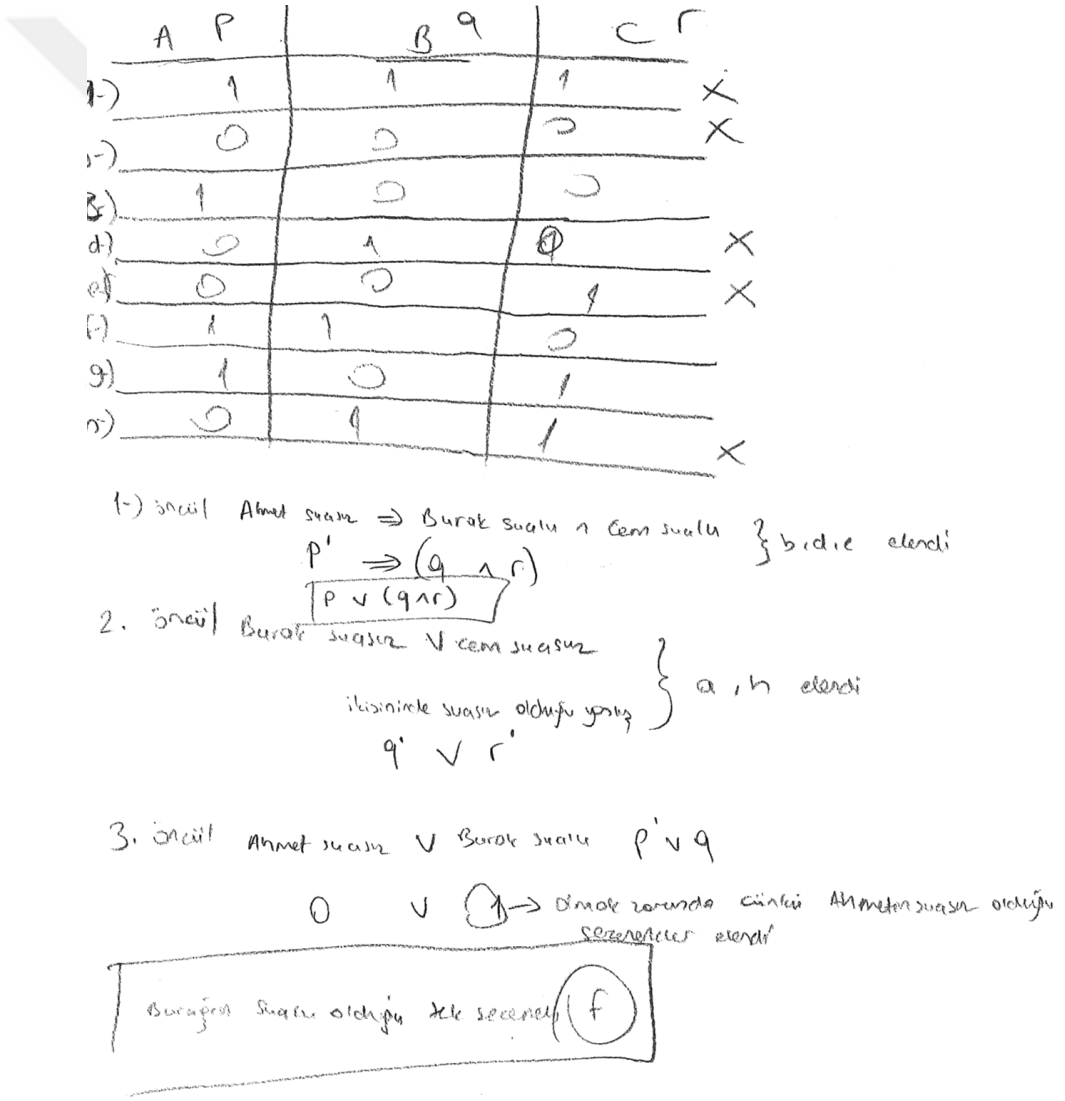
Şekil 32. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



İncelenen bazı kağıtlarda görülen bir ilginç ayrıntı öğrencilerin kendi aralarında bir didaktik anlaşma oluşturduklarıdır. Öğretim sisteminde genelde; bileşik önermeler,

doğruluk tablosunda yazılır. Doğruluk durumlarına göre tüm önermelerin doğruluk değerleri aynı tabloya yazılır. Öğrenciler ise doğruluk tablosunu göstermiş lakin soruda verilen çıkarımların bileşik önermelerini ya muhakeme yoluyla eleyerek bir yukarıda gösterilen örnek çözümde olduğu gibi bir yönteme başvurarak ya da bir diğer yöntem bileşik önermeleri ayrı ayrı tablo dışında ele alarak eleme yöntemi olmuştur. Bu durumların yaşanmasında grup çalışmalarının da etkisi olasıdır. Bu bahsedilen hususa ait çözüm olan kağıt, Şekil 33'de gösterilmiştir. Bu çözüm, gruplandırılırken ayrı sınıflandırılmıştır.

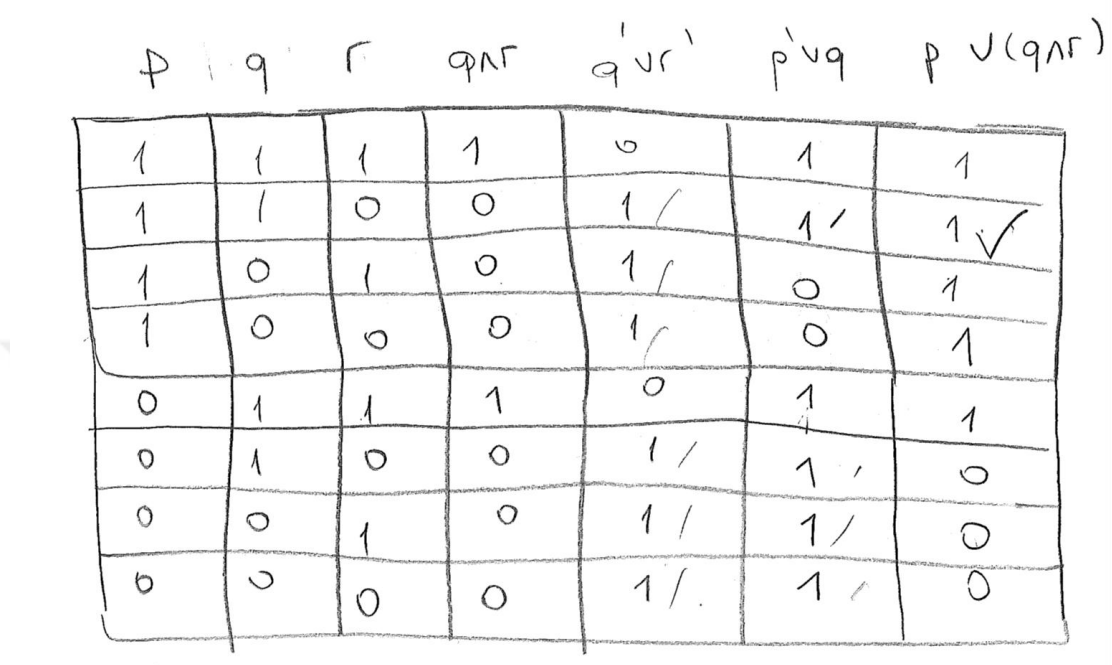
Şekil 33.Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



34 kağıdın 17 tanesinde ise didaktik anlaşmaya uygun olan da yani derslerde daha çok kullanılan çözüm yöntemi kullanılmıştır. Tabloda bileşik önermelerde tüm durumların

gösterilmesi yöntemi ile çözüme gidilmiştir. Çözümlerden biri aşağıda Şekil 34'de verilmiştir.

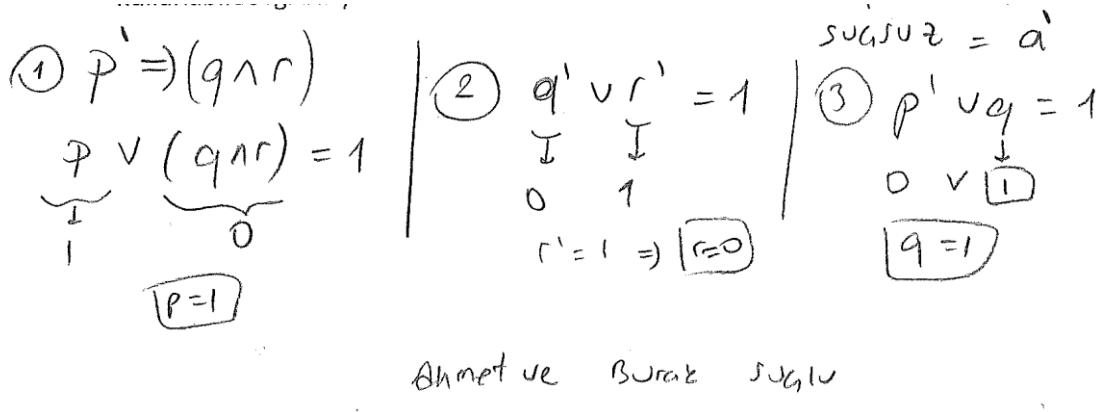
Şekil 34. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



p	q	r	q∧r	q'∨r'	p'∨q	p∨(q∧r)
1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0

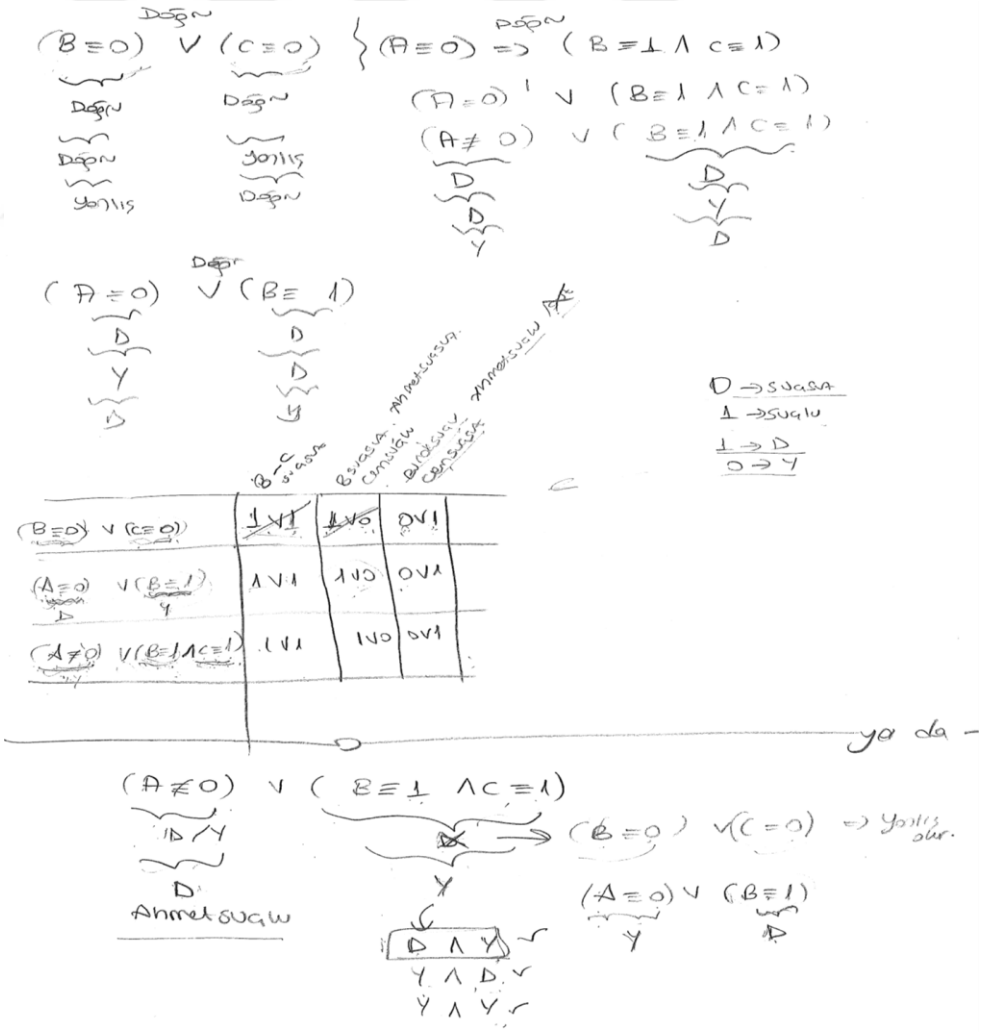
34 kağıttan 12 tanesinde bileşik önermeler oluşturulmuş, bağlaçların tanımı kullanılarak denklem kurma yöntemi ile çözüme gidilmiştir. Bu rutin olan mantık sorularındaki verilen bileşik önermelerin doğruluk değerleri yardımıyla önermelerin doğruluk değerlerini tahmin etme sorularını çözme yöntemine benzemektedir. Bahsedilen çözüm aşağıda Şekil 35'de verilmiştir.

Şekil 35. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Bir diğer kağıtta çözüm ilginç olup diğer çözümlerden daha farklı adımlarla çözüme gidilmiştir. Oluşturulan matematiksel modeller, temsiller var olan alışıldık temsillerle değil daha öznel ifadeler ile ifade edilirken tablo kurmak yerine Ahmet'in suçlu olup olmama durumundaki diğer olası durumlar teker teker incelenerek eleme yöntemine gitmiş buradan Ahmet'in suçlu olduğu kanısına varılmış lakin Burak ve Cem hakkında yargıya varılmamıştır. "Ahmet'in suçlu olması kesin yargıdır" olarak verilmiştir. Çözüm kısmında Burak ve Cem için vardığı yargılar çözümler de emin olunamamış yapılan görüşmeler de bileşik önermeleri oluşturarak Ahmet'in çıkarımlardan Burak ve Cem'in varsayımlarını elediği öğrenilmiştir. Matematiksel problem doğru çözen öğrencinin kurduğu tablo, varsayım, muhakeme ve matematiksel modelleri ilginçtir. Bahsi geçen bu çözüm Şekil 36'da gösterilmiştir.

Şekil 36. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit

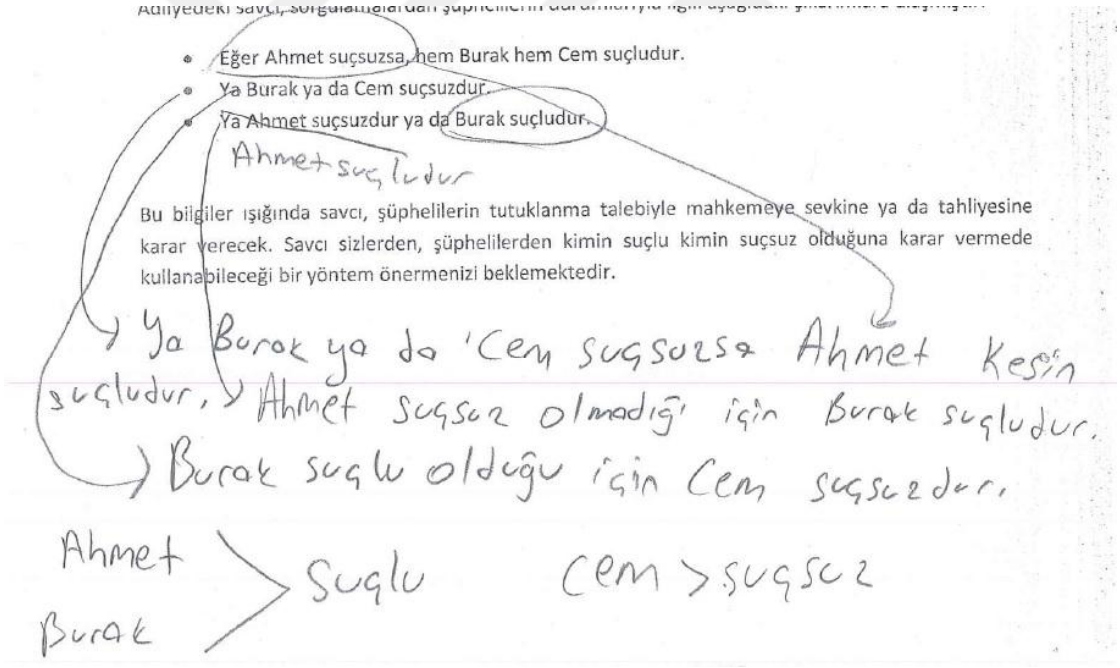


Netice de “matematiksel problemi çözme” basamağı 55 kağıttan 21 kağıdında sonuçlandırılamazken 34 kağıtta bu basamak sonuçlandırılmıştır.

4.2.4.2 Türk Dili ve Edebiyatı Dersinden Elde Edilen Bulgular

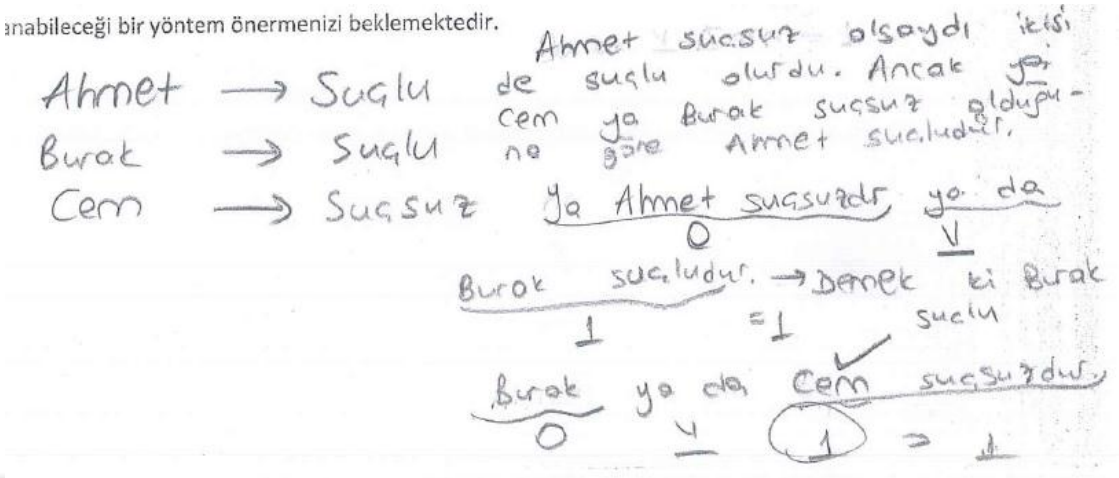
27 öğrencinin çözümleri incelendiğinde 1 kağıtta hiçbir çözüm olmadığı sadece sonuç olduğu diğer 11 kağıtta çözme aşamasına girişildiği lakin doğru çözümlemeler yapılamadığı ya da bir çözüme ulaşılamadığı görülmüştür. Diğer 15 öğrencinin kağıtları incelendiğinde matematiksel problemi çözebildikleri gözlemlenmiştir. 15 öğrencinin kağıdı ayrı ayrı incelendiğinde ise 6 öğrencinin matematiksel bilgiler kullanılarak değil sözel muhakemeler ile çözüme gidildiği görülmüştür. Bu duruma örnek çözüm aşağıdaki Şekil 37’ de gösterilmiştir.

Şekil 37. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



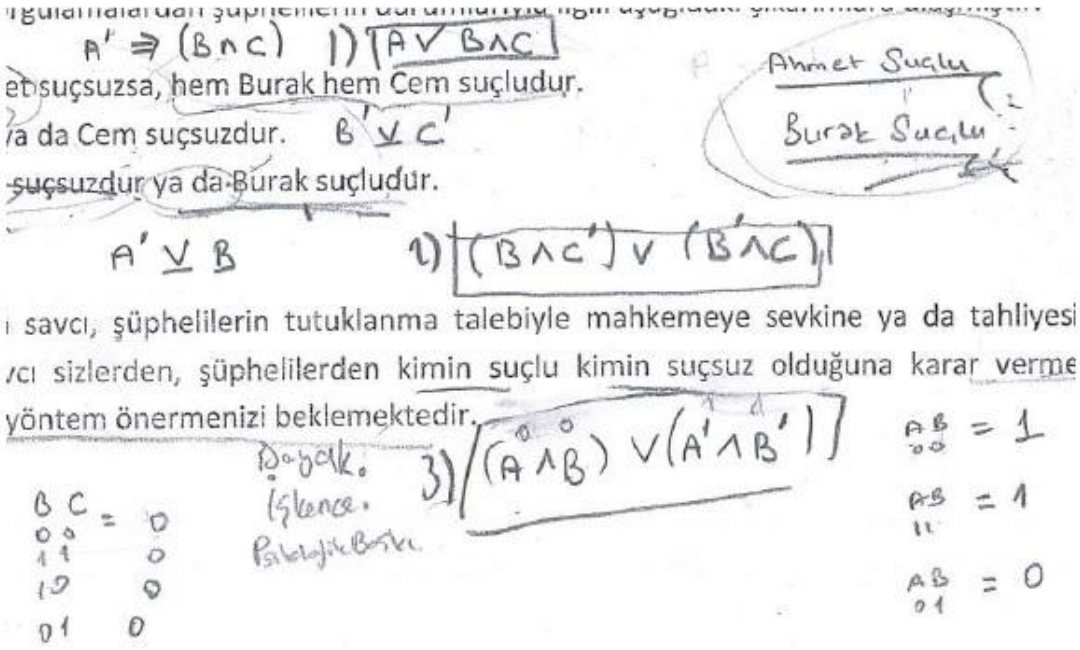
Kalan 9 öğrencinin çözümlerinde ise matematiksel bilgiler kullanılarak çözüme gidildiği görülmüş olup bu 9 öğrencinin matematiksel problemi çözebildikleri söylenebilir. Matematik dersinde elde edilen bulgulardan farklı olarak, bu öğrenciler matematiksel ifadeleri ve bilgileri kısmen kullanmışlar lakin sözel ifadeler ile çözümlerini destekleyici yönergeler sunmuşlardır. Bu duruma dair çözüm aşağıda Şekil 38’ de gösterilmiştir.

Şekil 38. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Bu 9 öğrenciden sadece ikisi tamamen matematiksel ifadeler ve bilgiler ile matematiksel problemi çözmüşlerdir. Bu çözümlerden birinde kısmen doğruluk tablosundan yararlanılmış olup bir diğeri bileşik önermeler oluşturulup önermelerin doğruluk durumları muhakeme edilip çözüme gidilmiştir. Bileşik önerme kavramı ile çözüme gidilen öğrencinin çözüm aşaması aşağıda Şekil 39' da gösterilmiştir.

Şekil 39. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Bunun dışında çözümler incelendiğinde "Matematikteki mantık konusu bu!" ya da "Mümkünse matematikteki mantıkla çözün" gibi matematiksel problemi sezinlediklerine dair yönergelerde bulunmuşlardır.

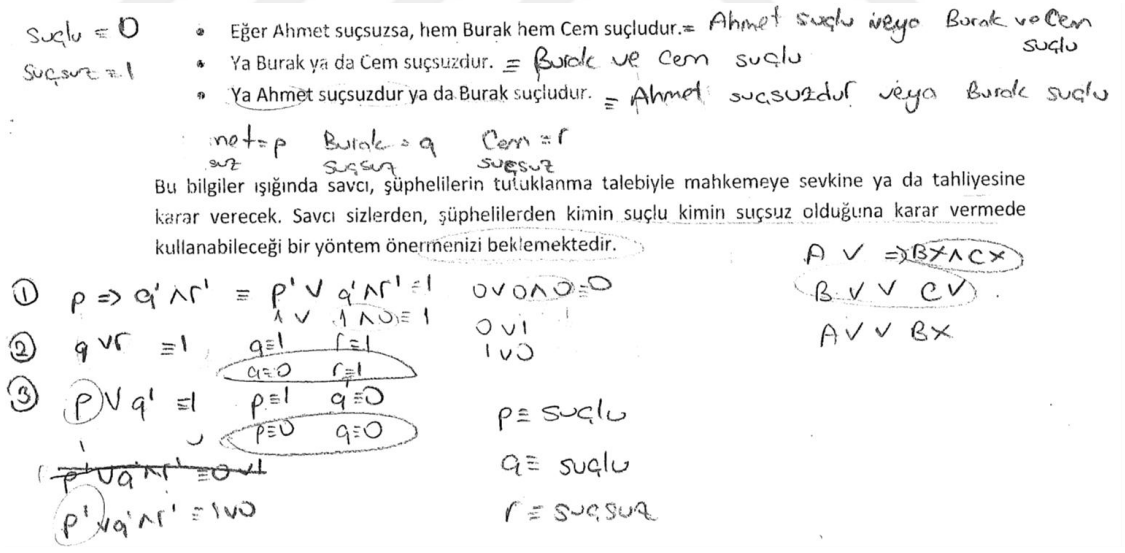
4.2.5 Çözümü Yorumlama

Bu aşamada öğrenciden beklenen, çözümü kelimelerle açıklayabilmesi ve model ve durum analiz sonuçlarını matematiksel açıdan değerlendirebilmesidir ayrıca modelin onaylanması için hangi verilere ihtiyaç olduğuna karar verebilmesidir.

4.2.5.1 Matematik Dersinden Elde Edilen Bulgular

Bu basamakta "matematiksel problemi çözme" basamağını neticelendiren 34 kağıt incelenmiştir. 34 kağıttan 11 kağıttaki çözümlerde matematiksel analizin değerlendirilmesinin tam olarak ifade edilemediği görülmüştür. Bunun dışında 18 kâğıttaki çözümlerde matematiksel analizin değerlendirilmesinin yapılabildiği lakin çözümün kelimelerle ifade edilmediği görülmüştür. Bu çözümler ya tablo ya da doğruluk değerleri ile çözüm değerlendirilmeden ibaret olduğu saptanmıştır. Bahsedilen hususa uygun çözüm Şekil 40'da gösterilmiştir.

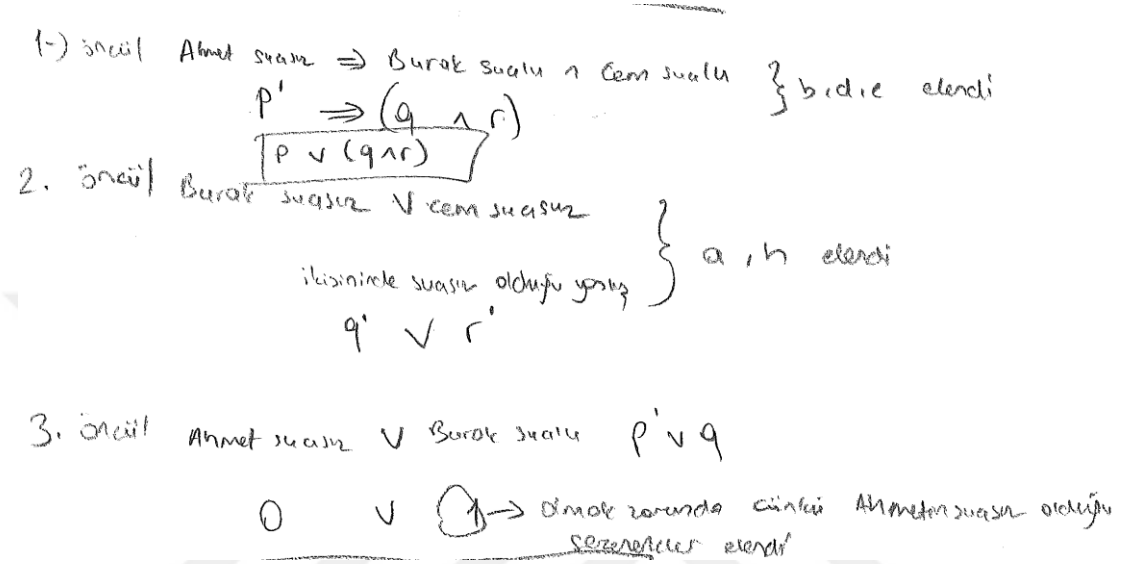
Şekil 40. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



Kalan 5 kağıtta çözümler incelendiğinde ise matematiksel analiz değerlendirilmesi yapıldığı, çözümlerin kelimelerle ifade edildiği görülmüştür. Bu değerlendirmelerin yine verilen üç durum arasında eleme yöntemi ile muhakeme yapılarak varıldığı görülmüştür bu hususa örnek çözüm Şekil 41'de verilmiştir. Çözüm incelendiğinde bir çok kağıttaki çözüm gibi; "Ahmet'in suçlu olması ya da olmaması" durumu üzerinden değerlendirilmeye gidilmiştir ve Ahmet'in suçlu olması zorunluluğu üzerinden analiz

yapılmaya devam edilmiştir. Bu hususta ilk durumda bu öncülün verilmesi mi yoksa ikinci durumdaki veriden birinci durumun kolayca eleme yapılabilmesi mi öğrencileri çoğunlukta bu elemeye yönlendirmiştir? Bu soru da ayrı olarak incelenebilir.

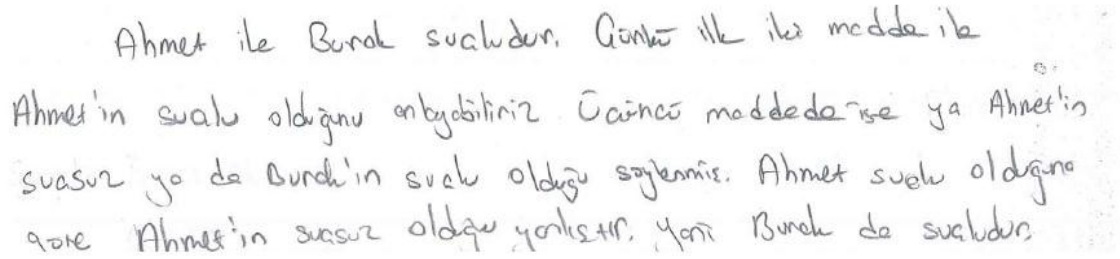
Şekil 41. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



4.2.5.2 Türk Dili ve Edebiyatı Dersinden Elde Edilen Bulgular

11 öğrencinin matematiksel problemin çözümlerini yorumlayabildikleri gözlemlenmiştir. Sözel muhakemeler ile çözüm yapan öğrencilerin bu yorumlamayı çok rahat yapabildikleri gözlemlenmiştir. Bu duruma dair bir öğrencinin yorumu aşağıda Şekil 42'de gösterilmiştir. Lakin bu öğrencilerin daha önce incelediğimiz basamakta belirttiğimiz üzere matematiksel model oluşturamadıkları haliyle modeli onaylayacak bir veriye sahip olup olmadıkları yorumu yapılamamış ve gözlemlenememiştir.

Şekil 42. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit


Ahmet ile Burak suçludur. Çünkü ilk iki maddeyle Ahmet'in suçlu olduğunu anlayabiliriz. Üçüncü maddede ise ya Ahmet'in suçsuz ya da Burak'ın suçlu olduğu söylenmiş. Ahmet suçlu olduğuna göre Ahmet'in suçsuz olduğu yorumu yanlıştır. Yani Burak da suçludur.

4.2.6 Modeli Doğrulama

Borromeo Ferri (2006), verilere dayanarak, modeli doğrulamak için iki farklı yöntemden bahseder:

1. Sezgisel Doğrulama (daha bilinçsiz): Birey sonucu bulur lakin sonuçları açıklayamadığı için yanlış olabilir. Yahut sonuçların yanlış olduğunu hisseder çünkü kendi deneyimleri neticesinde uymayan durumları sezgiler. Bu yüzden habersiz olan gerçekten sezgisel bir karardır. Özetle; farkında lakin bilgiye dayalı değil.

2. Bilgiye Dayalı Doğrulama (daha bilinçli) : Birey probleme dayanarak nasıl matematiksel bilgiye ihtiyaç duyduğunun farkındadır. Böylece bireylerin sonuçları ekstra matematiksel bilgiyi temel alarak sonuçlara katılıp katılmayacağını belirler. Özetle; farkında ve bilgiye dayalı.

Hem "sezgisel" hem de "bilgiye dayalı" doğrulama, bireyin önceki yansımaları ile bağlantılı olup bireylerin çoğunlukla doğrulama yapamamasının nedeni, çoğunlukla "içsel matematiksel doğrulama" yaptıkları içindir (Ferri, 2006). Borromeo Ferri (2006), doğrulamanın onlar için matematiksel modeli "hesaplamak" demekten ibaret olduğunu ve sonuçları problem durumuna, duruma verilen gerçekliğe bağlamadıklarından kaynaklandığını dile getirir.

Frejd (2013), modelin geçerliliğinin değerlendirilmesi, tüm modelleme sürecinin sorgulanması anlamına geleceğini ve bunun için yeni verilere ihtiyaç duyulacağını ifade eder. Bir modeldeki değişiklikleri ve bu değişimi temsil etme yollarını anlamak, matematikte önemli kavramların gelişimini ön plana çıkaran temel bir matematiksel fikirdir (Doerr, 2007). Bu aşamada öğrenciden beklenen kurduğu matematiksel modelin sorgulamasını yapabilme, çözümüne odaklı sorular sorabilmesi, problem durumu modeli ve çözümü ile uyuşmadığında çözümler üretebilmesidir. Yani; modelinin farkında olması, modelinde değişiklik yapılabilirliğinin farkındalığını yaratmaktır.

4.2.6.1 Matematik Dersinden Elde Edilen Bulgular

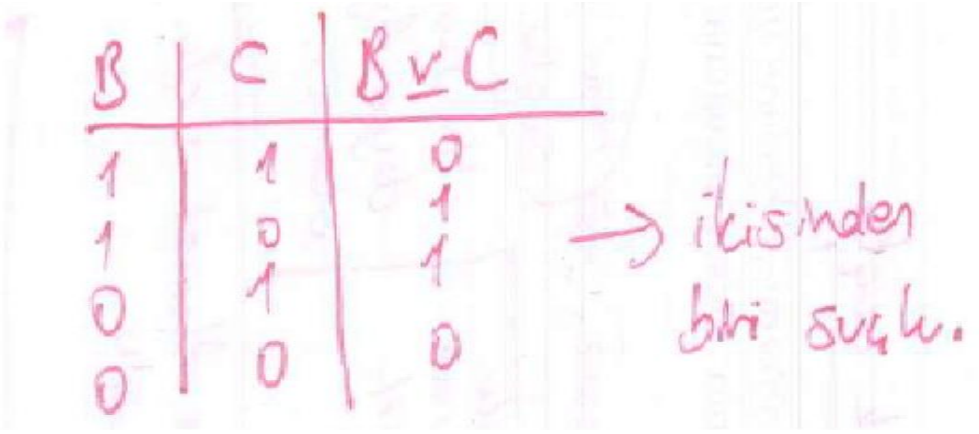
Matematiksel problemi çözebilen 34 öğrencinin kâğıdı incelendiğinde ve gözlemler, uygulama aşaması neticesinde buldukları sonuçları sorgulayabildikleri

gözlemlenmiştir. Bu sorgulamanın öğretmen ışık tutmadığı sürece sadece sezgisel olarak kaldığı rehberlik edilmesi sonucu ise matematiksel sorular üretebildikleri lakin hala ihtiyaçları olan matematiksel bilgiye ulaşmada rehberliğe ihtiyaç duydukları gözlemlenmiştir. Oluşturdukları modellerin farkındalığına varmaları açısından modelin sorgulandığı söylenebilir. Lakin modelin idealistliğini sorgulamada zorluk yaşandığı, bu aşamaya ulaşan öğrenci olmadığı gözlemlenmiştir.

4.2.6.2. Türk Dili ve Edebiyatı Dersinden Elde Edilen Bulgular

Çözümler incelendiğinde 2 öğrencinin çözümünün bu basamağı başarabildiği söylenebilir. Bunlardan ilki bileşik önermeler haline getirdiği çıkarımları matematiksel bilgiler ile çözüp bu modelin doğruluğunu ve aksinin mümkün olmayacağını sözel ifadeler ile destekler iken diğer bir öğrenci sözel muhakemeler ile çözümünü yapıp daha sonra doğruluk tablosu oluşturarak bu durumun gerçekten böyle olacağını aksinin mümkün olmayacağını göstermiştir. Bahsi geçen ikinci çözümde görüldüğü üzere beklenenin aksi bir yöntem izlenmiş ilk sözel muhakemeler ile daha sonra matematiksel ifadeler ile doğrulamaya gidilmiştir. Bu çözüm aşağıda Şekil 43' de gösterilmiştir.

Şekil 43. Bir Öğrencinin Çözümünden Bir Kesit



4.2.7 Rapor

Frejd (2013), öğrencilerimizi yetkin ve hatta çok yetenekli matematiksel modelleyiciler olarak eğitebiliriz, ancak tamamlayıcı iletişim becerileri olmadan, modelleme çabalarının hiçbir zaman meyve vermeyeceği çok büyük bir tehlike

olduğunu ifade eder. Modelleme sürecide sadece rapor aşamasında olmamakla birlikte her aşamasında sorgulama, yorumlama, sorma aktiviteleri, iletişim ile bu sürecin amaca hizmet edeceği unutulmamalıdır. Öğrencilerden beklenen bu aşamada sözlü olarak kendilerini, düşüncelerini matematiksel bir dille ifade edebilmeleri, düşüncelerini dayanaklarla ikna edebilme yetisidir.

Öğrencilerin matematiksel modelleme konusunda deneyimsiz olması dolayısıyla bu basamakta öğrencilerden bir sunu yerine çözümlerini detaylandıran sözlü bir ifade ile desteklemesi beklenmiştir.

4.2.7.1 Matematik Dersinden Elde Edilen Bulguları

Matematiksel problemini çözebilen 34 öğrenci çözümlerini sözel olarak ifade edebilmişlerdir. Çözümlerinde daha önce bulgularda bahsedildiği üzere Ahmet'in suçlu olup olmamasından yola çıkarak Ahmet'in suçlu olması kesinliğinden çözüme devam ettikleri ifadesi çoğunluktadır. Öğrenciler "ya da" bağlacında takıldıkları lakin "veya" bağlacı ile aynı matematiksel anlama geldiğine emin olduklarında problemdeki birinci önermenin ikinci önerme yardımıyla elemeler yardımıyla neticeye ulaşabildiklerini dile getirmişlerdir. Bunun birlikte tüm durumların bileşik önermesini yazarak "1-0" doğruluk değerleri ile öğretim programındaki rutin sorular haline getirip soruyu çözen öğrencilerin de çoğunlukta olduğu saptanmış bu farklılık yaklaşık %50 kadardır.

4.2.7.2 Türk Dili ve Edebiyatı Dersinden Elde Edilen Bulgular

Matematiksel problemi çözebilen 15 öğrencinin çözümlerini destekleyen, ifade eden sözlü sunu yapabildikleri söylenebilir.

4.3 Anket Sonuçlarından Elde Edilen Bulgular

Çalışmanın bu kısmı devlet lisesinde çalışan öğretmenlere, 'Banka Soygunu' matematiksel modelleme problemi gösterilmiştir. Öğretmenlere; 'Öğrencilere ders saati içinde öğretim programı çerçevesinde böyle bir probleme yer verir miydiniz? Nedenini açıklayınız.' sorusu yöneltilmiştir. Ankete katılan öğretmenlerin farklı tür ve

illerden olmasına özen gösterilmiştir. Bu çeşit oluşturulan bir çalışma grubunun daha aydınlatıcı, çeşitli olacağı düşünülmüştür. Ankete toplamda 6 öğretmen katılmış olup öğretmenlerin verdiği cevaplar aşağıda listeler halinde sunulmuştur:

A Öğretmen: Modelleme problemleri öğrencilerin analiz, muhakeme, ilişkilendirme vb. gerekli matematiksel bilgi ve becerilerini gerçek yaşam problemlerine uygulayabilme davranışı kazanmalarını hızlandırır. Bu açıdan bakıldığında; bu tür problemlere mümkün olduğunca yer verilmelidir.

B Öğretmen: Dersimde böyle bir modelleme problemi kullanırdım. Çünkü öğrenciler için dikkat çekici ve öğrencilerin analiz etmeleri açısından yararlı bir problem. Ayrıca matematiksel düşündüğümde, mantık konusunu işlerken çok etkili bir problem olurdu.

C Öğretmen: Evet dersimde bu problemi öğrencilere sorarım fakat mantık konusu içerisinde sormam. Çünkü sayısal yetenek problemlerini işlerken sorarsam mantıken çözümü bulabilirler. Yani; tablo yapmaya gerek yok olduğunu düşünüyorum. Çünkü bizim öğrencilerin tablo yapabileceğini düşünmediğimden mantık konusu çerçevesinde etkili bir problem olmayacaktır.

D Öğretmen: Verdiğin problemi esnek bir ders saatim vardı ve bu derste öğrencilere etkinlik babında uygulattım. Öğrenciler probleme çok ilgiliydi ve süreç çok aktif geçti. Çok dolu dolu bir ders geçti fakat dersimde matematik öğretim programı çerçevesinde bu problemi yöneltmek yerine etkinlik gibi uygulamayı tercih ederim sanırım.

E Öğretmen: Vermezdim. Birincisi; hırsızlık kavramını gündeme taşımak istemezdim. İkincisi; görseli de çok aldatıcı buldum: Zavallı insan, kravatlı insan, kötü işler yapmaya meyilli insan. Çünkü görüntü; olayın gerçeklik algısını zorlaştırır.

F Öğretmen: Böyle bir soruya dersimde yer vermezdim. Çünkü çözdüğüm soru ilk olarak bende pozitif enerji yaratmalıdır. Gasp, hırsızlık temaları yerine gençlere daha pozitif gelebilecek temalı problemler kullanırdım.

Öğretmenlere yapılan anket bulguları ve görüşmeler sonucunda öğretmenlerin bu tarz sorulara yabancı olduğu, matematiksel modelleme problemleri olduğunun farkında olan öğretmen sayısının az olduğu görülmüştür. Öğretmenler ders programı içinde bu tarz problemleri çözmeye sıcak bakmadığı söylenebilir. Ancak etkinlik gibi düşünerek öğrenciler için faydalı gördükleri izlenimi edinilmiştir.

Matematiksel modelleme problemleri hakkında bilgisi olmayan öğretmenlerin bu problemlere yaklaşımı daha farklı olduğu görülmektedir. Problemin öğretim programına uygunluğu yahut bir ders saati içinde çözülebilir olup olmaması gibi durumları değerlendirme kıstaslarını göz ardı etmişlerdir. Daha çok problemin içeriğindeki resmin geçerliliğine ya da problemin temasına odaklı eleştirilerde bulundukları gözlemlenmiştir.

Öğretmenler problemin çözümüyle ilgilenmişlerdir. Kendileri problemi çözse dahi çözümü görmek istemişlerdir. Bu durum öğretmenlerinde matematiksel modelleme problemine alışık olmadıklarından kaynaklanmıştır. Bu durum, problemin çözümü hakkında emin olmadıkları hissiyatı yaratmıştır. Öğretmenler probleme ilgi duymuş fakat ders içeriğine uygun bulmamışlardır. Bulan öğretmenler de öğretim programına uygun bulmamış, ders dışı etkinlik gibi uygulamayı tercih edeceklerini dile getirmişlerdir.

4.4 Gözlem İle Elde Edilen Bulgular

4.4.2 Matematik Dersinde Elde Edilen Bulgular

Matematik dersinde araştırmacı, katılımcı gözlemci konumunda olup matematiksel modelleme sürecini uygulayan dersin öğretmeni de kendisidir.

Öğrenciler ilk başta sürece başlamakta zorlanmış, resme odaklanmışlardır. Öğrenciler hikâye tarzı problemlere ve içinde değişken, sayı olmayan problemlere aşina değildir. Bu durum, problemi kabul etmelerini zorlaştırmış bu da problemi anlama sürelerini geciktirmiştir. “Ya ya da bağlacı ile kavram yanılgısı yaşamış bu bağlacı “ya da” bağlacı ile karıştırmışlardır. Öğrenciler ilk başta bireysel çalışmada özgüven eksikliği yaşamışlardır. Öğrencilerin süreçte ilerleyebilmek için öğretmen rehberliğine fazlaca ihtiyaç duymuşlardır. Çoğunlukla öğretmenin sorgulamalarını sağlaması ile matematiksel çözüme gittikleri görülmüştür. Bu bulgu ise farklı bir derste olsaydı yine öğrenciler matematiksel çözümlere gidip gitmeyecekleri düşüncesi uyandırmıştır. Öğrenciler kendilerini sorgulamaya alışık olmadıkları görülmektedir. Bu durum çözümlerini analiz etmelerini, hatalarını görmelerini zorlaştırmıştır. Ayrıca öğrenciler sözel olarak kendilerini ifade etmede öğretmen değerlendiren konumunda olmadığında

çok daha aktif oldukları görülmektedir. Bu durumu keşfetmede, araştırmacının dersin öğretmeni, öğrencileri tanıyor olması etkili olmuştur. Bu bulgular dışında, öğrenciler süreçte öğrenmiş, keşfetmiş, hatırlamış, kendini değerlendirmiştir. Bu ise; öğrencinin kendini sürece tam anlamıyla dahil etmesini sağlamıştır. Öğrenci, öğretmeni değerlendiren konumundan çıkarabilmiştir. Öğrenci ve öğretmen; beraber keşfeden, işbirlikçi öğrenenler olmuşlardır. Öğrenciler süreçte istekli, sosyal role sahiptir.

4.3.3 Türk Dili ve Edebiyatı Dersinde Elde Edilen Bulgular

Bu ders ortamına araştırmacı dahil olmadığından gözlem ders öğretmeni tarafından yapılmış, notlar alınarak süreç sonunda araştırmacı ile paylaşılmıştır. Öğretmen, süreç öncesi matematiksel modelleme hakkında bilgilendirilmiş, bu süreç detaylı anlatılmıştır. Öğretmenin rolü ve rehberliğinin önemi ve kıstasları hakkında, gözlemlerde nelere dikkat edeceği hakkında araştırmacı tarafından bilgi verilmiştir. Bu hususlar doğrultusunda elde edilen bulgular genel olarak matematik dersinde elde edilen bulgularla paralel olmakla birlikte farklılıklarda vardır.

Öğrencilerde beklenen durum yaşanmıştır. Öğrencilerin sözel muhakemelere daha çok başvurduğu, daha az matematiksel değişkenler kullandığı görülmüştür. Bu ise ders içi didaktik antlaşması ve öğretmenin doğru rehberliği ile öğrenciyi yönlendirmesinin önemini ortaya koymaktadır. Matematik dersinde olduğu gibi "ya ya da" bağlacı kavram yanılgısı yaşanması matematik dersinde olduğu kadar çok rastlanılmamıştır. Bu bağlacı daha çok Türkçe bir bağlaç olarak gördükleri için sorun olmamıştır.

BÖLÜM V

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde çalışmaya ilişkin sonuç, tartışma ve önerilere yer verilmiştir.

5.1 Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışma lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu amaç doğrultusunda elde edilen veriler "Bulgular ve Yorumlar" bölümünde ayrıntılı olarak değerlendirilmiştir. Bulgularla yorumlanan sonuçlar bu bölümde özetlenecektir. Literatür ışığında bu bulgular tartışılacaktır.

Araştırmanın birinci alt problemini "*Lise öğrencilerinin mantık konusundaki matematik başarısı hangi düzeydedir?*" araştırma sorusu oluşturmaktadır. Bu alt problemle ilgili analizin sonucuna göre 11.sınıf öğrencilerin mantık konusundaki matematik başarısı yüksek düzeydedir.

Araştırmanın ikinci alt problemini "*Lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerileri ne düzeydedir?*" sorusu oluşturmaktadır. Bu alt problemle ilgili analizin sonucuna göre matematik dersinde yapılan matematiksel modelleme etkinliğinde 11.sınıf öğrencilerinin tüm aşamaları gerçekleştirmede başarılı olamadıkları görülmüştür. Matematiksel kavram bilgisine sahip olan öğrenciler, bu bilgileri matematiksel modelleme probleminde kullanmada başarılı olamamışlardır. Öğrencilerin problem çözümünde farklılıklar gözlemlenmiştir. Matematik başarı testinde gerçekleştirdiği bir kazanımı matematiksel modelleme probleminde gerçekleştiremeyen öğrenciler saptanmıştır. Öğrenciler çözümlerinde sözel muhakemelere başvurmuşlardır. Öğrenciler, öğretmenin yönlendirmesi ile sorgulama yaparak çözüme teşvik edilmiştir. Öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde grup çalışmasını daha çok tercih ettiği görülmüştür. Berry ve Houston (1995) modelleme süreci basamaklarından "çözümü yorumlama", "modeli doğrulama" ve "rapor" aşamalarında öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür.

Araştırmanın üçüncü alt problemini "*Matematiksel modelleme etkinliği farklı derste uygulandığında öğrencilerin muhakeme biçiminde ne tür farklılıklar oluşmaktadır?*" sorusu oluşturmaktadır. Bu alt problemle ilgili analizin sonucuna göre Türk dili ve edebiyatı dersinde yapılan matematiksel modelleme etkinliğinde 11.sınıf öğrencilerinin tüm aşamaları gerçekleştirmede başarı olamadıkları görülmüştür. Matematik dersinde yapılan matematiksel modelleme problemi çözümleri ile kıyaslandığında Türk dili ve edebiyatı dersinde yapılan matematiksel modelleme problemi çözümlerinde öğrencilerin matematiksel değişkenleri daha az kullandığı, daha fazla sözel muhakemeler ile çözüme gittikleri görülmüştür. Öğrencilerin bireysel çalışmak yerine öğrenci ve öğretmen desteği alarak grup çalışmasını daha çok tercih ettikleri görülmüştür. Öğrenciler matematiksel modelleme problemlerinde deneyimsiz olduklarından bireysel çalıştıklarında çözüm aşamalarında ilerlemede sıkıntı yaşamışlardır. Berry ve Houston (1995) modelleme süreci basamaklarından "çözümü yorumlama","modeli doğrulama" ve "rapor" aşamalarında öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür.

Matematik ile Türk dili ve edebiyatı dersinde yapılan matematiksel modelleme etkinlikleri sonuçları doğrultusunda öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinde eksiklikleri olduğu görülmektedir. PISA-2006 sonuçları da (OECD 2007), dünyanın her yerindeki öğrencilerin, modelleme görevleriyle ilgili problemleri olduğunu belirtmiştir (Blum & Ferri, 2009).

Matematiksel başarı testinden tam puan alan öğrenciler de matematiksel modelleme becerilerini istenen düzeyde gösterememişlerdir Bu durum; matematiksel başarı düzeyinin yüksek olması, matematiksel modelleme problemlerini çözebilmek için gerekli ama yeterli bir kıstas olmadığı şeklinde yorumlanabilir. Ural (2014), matematik öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerisi kazanmadıkça, "matematiksel modelin gerçek yaşam açısından yorumlanarak gerçek sonuçların elde edilmesi" aşamasında başarısız sonuçların çıkması gelecekte de olası olduğunu dile getirir. Matematik dersinde yapılan başarı testinde öğrenciler başarılı olmasına rağmen aynı başarıyı matematiksel modelleme probleminde gösterememişlerdir. Bu başarısızlığın sebebi öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinde deneyimsiz olmaları şeklinde yorumlanabilir.

Araştırmanın dördüncü alt problemini "*Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi ile ilgili görüşleri nelerdir?*" sorusu oluşturmaktadır. Bu alt problem ile ilgili öğretmenlere yapılan bir adet açık uçlu sorudan oluşan anketin analizinde öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerine alışık olmadıkları görülmüştür. Öğretmenler, matematik öğretim programı kazanımları çerçevesinde derslerinde modelleme problemlerine yer vermeye istekli değillerdir. Boş ders ya da esnek bir ders saati içinde etkinlik gibi yapmayı daha çok tercih etmektedirler. Öğretmenler ile yapılan görüşmeler sonucunda öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hakkında bilgisi düşük düzeydedir. Yüksek lisans yapmış ya da yapmakta olan öğretmenler dışında modelleme problemleri hakkında bilgisi olan öğretmen bu görüşmelerde saptanmamıştır.

Yukarıda elde edilen sonuçlara paralel olarak araştırmacının gözlemine dayalı sonuçlarda elde edilmiştir.

Bu gözlemler doğrultusunda; matematiksel modelleme ile öğretim yapan öğretmenin rolleri değişmiştir. Matematiksel modelleme sürecinde öğretmene öğrenci ile işbirliği yapan, birlikte öğrenen, öğrencinin doğru sorular sormasına teşvik eden özellikler eklemiştir. Öğretmen merkezde olma durumundan çıkmış öğrenci ile öğrenen rolüne girmiştir. Matematiksel modelleme sürecinde öğretmenler bu sürece rehberlik etmekte zorlanmış, doğru yönlendirmeler yapmakta çok başarılı olamamışlardır. Öğretmenler öğrencilere uygun öğrenme ortamı yaratma konusunda zorluk yaşamışlardır. Öğretmenlerin, öğrenci özerkliği ile öğretmen müdahalesi arasında uygun bir denge kurmada (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007) zorlandıkları görülmüştür. Öğretme ve öğrenme üzerine bir modelleme yaklaşımının kullanılması öğretmenlerin rollerini değiştirmektedir, böylece hem öğretmen hem de öğrenci problemi çözerken işbirliği halindedir **(**Frejd**,** 2013**)**. Matematiksel modellemeyi öğrenirken ve öğretirken, geleneksel öğretmenin açıklama, gösteri ve doğru cevapların ana kaynağı olduğu rolü (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007) değişmiştir.

Bu gözlemler doğrultusunda; öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliği süresince sosyal becerilerinde artış olmuştur. Öğrencilerin matematiksel başarı testi boyunca iletişim kurmadıkları gözlemlenmiştir. Oysa matematik ve Türk dili ve edebiyatı

derslerinde gerçekleştirilen matematiksel modelleme etkinliğinde öğrencilerin tartışma, sorgulama, soru sorma iletişim becerilerini kullandıkları gözlemlenmiştir. Fakat bu becerileri öğretmen yönlendirmesi ve rehberliğinde yapabilmişlerdir. Maaβ (2007a), çalışmasında da modelleme sürecinde tartışmanın önemli olduğunu ve öğrencilerin aslında tartışma yeterliliğine sahip olduklarını lakin süreçte bunu yeterli kullanamadıklarını dile getirir.

Bu gözlemler doğrultusunda; matematiksel modelleme problem için geleneksel sözel problemlere göre çözüm için daha fazla zaman gerekmektedir. Nitekim Zeytun, Çetinkaya ve Erbaş (2016)'da; sadece daha iyi matematiksel modeller geliştirmek için değil, aynı zamanda genel çözüm sürecini yansıtmak ve kendi çalışmaları hakkında daha fazla düşünmek için yeterli zamanın verilmesi gerektiğini savunur. Bu çalışmada matematiksel modelleme süreci bir ders saatini açmıştır. Öğrenciler matematiksel modelleme problemi çözümüne hevesli oldukları için ders arası verme talebinde bulunmamışlardır. Öğrenciler ders süresi bitmesi ile dağılma eylemi göstermek yerine, matematiksel modelleme problemini tartışmaya, düşüncelerini ifade etmeye çalışmışlardır. Matematik dersini sevmeyen öğrencilerin dahi aynı davranışı sergiledikleri görülmüştür. Muşlu (2016) yaptığı çalışmada da, uygulamış olduğu ön test-son test ile öğrencilerin, matematiksel modellemeyle matematik tutumlarının olumlu yönde değiştiğini destekler sonuçlar bulmuştur.

Bu gözlemler doğrultusunda; öğrenciler matematiksel modelleme problemleri çözerken derslerde çözülen geleneksel problemlere göre daha fazla beceriye ihtiyaç duymuşlardır. Matematiksel başarı testini bireysel çözebilirken matematiksel modelleme problemini çözerken öğretmen ve akran desteğine ihtiyaç duymuşlardır. Maaβ (2006), yaptığı çalışmanın sonuçlarında da, modelleme görevlerini çözmenin "standart" matematiksel okul görevlerini çözmekten çok daha fazla yeterlilik gerektirdiğini sonucuna varmıştır.

5.2 Öneriler

Öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde deneyim kazanmaları ve matematiksel modelleme problemlerini çözebilir hale gelmeleri için ilk deneyimleri grup çalışması şeklinde olabilir. Grup çalışması, öğrencilerin katılımına,

motivasyonunu artırmasına ve hem gerçek dünya bağlamının hem de başarı için gereken matematiksel kavram ve tekniklerin daha iyi anlaşılmasına da yol açacağı için (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007) iyi bir alternatif olabilir.

Matematiksel modelleme problemleri, her seviye ve öğrenci hazır bulunuşluğu düzeyinde ayrı ders kitapları hazırlanmalıdır. Böylece çalışmanın öğretmen görüşlerinde "bizim öğrenciler bu tarz bir problemi mantık konusuyla çözmeyi düşünemez" öğretmen düşüncesi aşılabilir. Çünkü öğretmenlerin sahip olabileceği bir endişe, matematiksel modellemenin tüm yeteneklere sahip öğrenciler olup olmadığıdır (Cheng, 2001).

Matematik öğretim programına matematik uygulamaları diye matematik dersine ek ders saati eklenebilir. Matematik uygulamaları, ders kazanımları matematiksel modelleme etkinlikleri altında düzenlenebilir. Öğrenci ve öğretmen matematiksel modelleme etkinliklerinde deneyim kazandıktan sonra matematik dersi ve uygulamaları birleştirilebilir. Çünkü deneyimler gösteriyor ki uygulamalı matematik diye bir şey yoktur, matematik gerçekte ya da potansiyel olarak uygulanabilir olduğu açıktır (Blum & Niss, 1991).

Merkezi ve okullarda yapılan sınavlar da matematiksel modelleme problemlerine yer verilebilir. Matematiksel modelleme, geleneksel matematik derslerini tartışmasız daha zorlu ve öğrenciler için daha az öngörülebilir hale getireceğinden (Blum & Niss, 1989), durum hem öğretim hem ölçme değerlendirme açısından ele alınarak düzenlenmesi öğrenci- öğretmen algısını da olumlu etkileyecektir. Nitekim OSYM'nin ALES, YKS gibi merkezi sınavlarında son yıllarda muhakemeye dayalı sorulara rastlanılmaktadır. Matematik eğitiminde geleneksel olarak kullanılan değerlendirme türlerinin öğrencilerin modelleme yeterliliklerini değerlendirmek için tam olarak uygun olmadığına dair birçok gösterge vardır (Blum, 2002). Bu sebeple çoktan seçmeli sınavlar, kısa süreli yazılı sınavlar, çoğu gelişim çağı için geçerliliği tartışılır olan sözlü sınavlar yerine performans değerlendirmesine odaklanan projeler tercih edilmelidir. Öğrencilerin ve eğitimcilerin kendini ve problemi nitelikli değerlendirebilmesi için ise "puanlama değerlendirme listesi" kullanılmalıdır. Blum ve Niss (1989)' da matematik öğretim müfredatında matematiksel modelleme uygulamalarının değerlendirilebilirliğinin mümkün olabileceğini bunun için

değerlendirme ve test formlarının kullanılmasını ifade ederek bu kanıyı destekler niteliktedir. Bu düşünceler doğrultusunda; matematik öğretiminde değerlendirme süreci matematiksel modellemeye uygun hale getirilebilir.

Öğretmenler, matematiksel modelleme konusunda bilgi ve deneyim sahibi olmak için matematiksel modelleme problemlerini çözmeye istekli hale getirilmelidir. Çünkü sadece istekli bir birey bilgi ve deneyim sahibi olmaya açıktır. MaaB (2007a), öğretmenlerin sadece matematik dersleri için modelleme görevlerine hazırlamak yeterli olmadığını, kendi başlarına modelleme konusunda deneyim sahibi olmaları da gerektiğini dile getirerek aslında deneyimin ve istekli olma halinin önemini vurgulamıştır. Bunun için matematiksel modellemenin önemi, öğretmenlere konunun uzmanları tarafından anlatılmalıdır. Ayrıca öğretmenler uygulamalı olarak matematiksel modelleme etkinlikleri eğitimi almalıdır. Çünkü derslerde kullanılan geleneksel problemlerin çözüm aşamasındaki öğretmenin rolü, matematiksel modelleme sürecinde değişmektedir. Bu süreçte, öğrencilerin izleyebileceği farklı yolların olası engellerini ve sonuçlarını tahmin etmelerini sağlayan birçok farklı konu türünü derinlemesine anlamaları gerekir (Antonius, Haines, Jensen, Niss, & Burkhardt, 2007). Öğretmenlerin matematiksel modelleme sürecinde daha az belirsizlik yaşaması için bu deneyime sahip olması gerekir. Blum (1993), bunun çok da kolay olmayacağını, bunun için türlü öğretmen eğitim faaliyetlerinin başlatılmasının çok mühim olduğunu dile getirir. Bunun için öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir. Göreve yeni atanan öğretmenler ise hizmet öncesi eğitimler alarak matematiksel modelleme konusunda donanımlı olarak göreve başlayabilirler. Hatta öğretmen adayları için üniversitelerin öğretim programlarına matematiksel modelleme dersleri eklenirse gelecek süreçte hizmet öncesi eğitimlere gerek kalmayacaktır. Ayrıca bu eğitimler bir defaya mahsus olarak düşünülmemeli, öğretmen mesleki çalışma programlarına matematiksel modelleme etkinlikleri de eklenmesi fayda sağlayacaktır.

Matematik eğitiminde anlamlı öğrenmeler sağlamak için matematiksel modelleme sadece ortaöğretim düzeyinde değil ortaokul, ilkokul ve okul öncesi öğretim programlarına da eklenebilir. Blum (2002), çalışmasının sonucunda, matematiksel modellemenin tüm matematik eğitim düzeylerinde sürekli bir şekilde uygulanmasının ihtiyaç olduğu kanısına varmıştır.

Matematik dersinde öğretmen, öğrenci hatta veli açısından bazı yargılar değişmelidir. Bir matematik dersinde çözülen problem sayısı o dersin niteliğini ölçmemelidir. Matematiği kullanmanın ve uygulamanın yolu, yeniden tasarlanmaya ihtiyaç doğması ile mümkün olabilir (Cheng, 2010). Matematik dersinde mühim olan anlamlı öğrenmeler olmasına odaklanılmalıdır. Bir matematik problemi, öğrenciye keşfedilen, geliştirilen ya da öğretilen kazanımlar ile nitelendirilmelidir. Matematik problemleri gerçek yaşamı ne kadar iyi temsil eden problemler olursa matematik dersi de o kadar hayatın içinden olacaktır. Öğrenciler matematiksel modelleme etkinlikleri ile matematik dersindeki kazanımları gerçek hayatta daha etkili kullanabileceklerdir.

Matematiksel modelleme etkinliğinde öğrenciler probleme odaklanmada zorluk yaşamışlardır. Problemin görsel kısmına (hırsızların resmine) odaklanmış, türlü esprilerle odağı probleme ve matematiğe yöneltmek de öğretmen zorlanmıştır. Bu tür engelleri aşmak için teknolojiden yararlanmak faydalı olabilir. Ayrıca öğrencilerin "problemi anlama" basamağı teknoloji yardımıyla daha kolay gerçekleştirebileceği şeklinde yorumlanabilir. Fakat Blum ve Niss (1991)'in bilgisayarın rolünü ve bilgisayar matematiğini çok yönlü incelerken bahsettiği bir gerçek vardır ki: "Bilgisayara artan ilgi ve sınıflarda gittikçe daha kolay ulaşılabilir olması matematik öğretiminde modelleme ve uygulamaların zararına bile etki edebilir". Bu düşünce doğrultusunda teknolojinin kullanım sınırı doğru şekilde belirlenmelidir.

Matematik öğretiminde matematiksel modellemenin yer alması ve gelişimi için öğrenci, öğretmen, öğretim ve değerlendirme açısından ele alınan sorunlara Blum ve Niss (1991); bir bütün olarak bakılması fayda sağlayacaktır. Öğretmen, öğrenci, öğretim ve değerlendirme olmak üzere engeller ortadan kalktığında matematiksel modelleme; matematik eğitimi ve öğretiminde anlam kazanacak, öğrenci için istenilen hedeflere ulaştıracaktır.

Bu çalışmanın sonuçları, öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesine yönelik bir eğitime ihtiyacı olduğu yönündedir. Bu doğrultuda; "Öğrencilere model oluşturma etkinlikleri nasıl öğretilmelidir?" araştırmaya değer bir konudur. Ayrıca, yine bu çalışma sonuçları matematik öğretiminde matematiksel modellemenin yer alması yönündedir. Bu doğrultuda; "Matematik öğretiminde

matematiksel modelleme etkinliklerinin dahil edilme süreci nasıl olmalıdır?" araştırmaya değer bir konudur.

Bu çalışmanın öğrencilerin matematiksel modelleme becerileri düzeyi ve öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri ile ilgili görüşleri için bir kaynak olması umut edilmektedir.

Kaynakça

Abrams, J. P. (2001). Mathematical Modeling: Teaching the Open-Ended Application of Mathematics. *Teaching Mathematical Modeling and the Skills of Representation*.

Andresen, M. (2007). Understandings of 'Modelling'. *CERME 5 (2007) Working Group 13*.

Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H., Niss, M., & Burkhardt, H. (2007). Classroom Activities and the Teacher. *Modelling and Applications in Mathematics Education*, 295-308.

Barbosa, J. C. (2007). Mathematical Modelling and Parallel Discussions. *CERME 5 (2007) Working Group 13*, 2101-2109.

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling.* Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Berry, J., & Houston, K. (1995a). Mathematical Modelling. *Modular Mathematics Series, ZDM 97/1* , 21-23.

Blomhoj, M. (2008). Different Perspectives on Mathematical Modelling in Educational Research - Categorising the TSG21 Papers. *ICME 11 International Congress on Mathmatics Education*, 1-19.

Blomhoj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications , 22(3),* 123-139.

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2006). What's All The Fuss About Competencies? Experiences with Using a Competence Perspective on Mathematics Education to Develop the Teaching of Mathematical Modelling. (W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss, Dü) *Modelling and Applications in Mathematics Education, 2(2)*(10), 45-56.

Blum, W. (1993). Mathematical Modelling in Mathematics Eeducation and Instruction. *Teaching and learning mathematics in context, Edited by Breiteig (etc.)*, 3-14.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education- Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics, 51(1)*, 149-171.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58.

Blum, W., & Leiss, D. (2005). "Filling Up"—The Problem of Independence-Preserving Teacher Interventions in Lessons With Demanding Modelling Tasks. (M. Bosch, Dü.) *CERME 4 - Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1623-1633.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How Do Students and Teachers Deal With Modelling Problems? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Dü) içinde, *Mathematical Modelling* (s. 222-231). Education, Engineering and Economics–ICTMA 12.

Blum, W., & Niss, M. (1989). Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects - State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. W. Blum, M. Niss, & I. Huntley içinde, *Modelling Application and Applied Problem Solving - Teaching Mathematics in a Real Context* (s. 1-36).

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Application, and Links To Other Subjects-State, Trends, and İssues in Mathematics İnstruction. *Educational Studies in Mathematics,* (Cilt 22(1), s. 37-68). içinde

Boz, N. (2013). *Tanımları Ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar.* Ankara: Pegem Akademi.

Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *The Journal of Secondary Gifted Education, 17*(1), 37-47.

Cheng, A. K. (2001). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator, 6(1)*, 63-75.

Cheng, A. K. (2006a). Mathematical Modelling, Technolog and H3 Mathematics. *The Mathematics Educator, 9(2)*, 33-47.

Cheng, A. K. (2010). Teaching and Learning Mathematical Modelling With Technology. *Nanyang Technological University*.

Çepni, P. D. (2010). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (Cilt 5). Trabzon.

Doerr, H. M. (1997). Experiment, Simulation And Analysis: An Integrated Instructional Approach To The Concept Of Force. *International Journal of Science* (Cilt 19:3, s. 265-282). içinde

Doerr, H. M. (2007). What Knowledge Do Teachers Need for Teaching Mathematics Through Applications and Modelling? W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss içinde, *Modelling and Applications in Mathematics Education* (s. 69-78). Springer Science+Business Media, LLC 2007.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Yenmez, A. A., Zeytun, A. S., . . . Şahin, Z. (2016). *Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları.* Ankara: TÜBA Türkiye Bilimler Akademisi.

Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). *Kuram Eğitiminde Uygulamalar.*

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modeling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2),*, 86-95.

Ferri, R. B. (2007). Personal Experiences and Extra-Mathematical Knowledge as an Influence Factor on Modelling Routesof Pupils. *CERME 5 (2007) Working Group 13*, 2080-2089.

Frejd, P. (2013). *Modes of modelling assessment—a literature review.* Springer.

Grosslight, L., Unger, C., Jay, E., & Smith, C. L. (1991). Understanding Models and their Use in Science: Conceptions of Middle and High School Students and Experts. *JOURNAL OF RESEARCH IN SCIENCE TEACHING, 28*(9), 799-822.

Güder, Y. (2013). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modellemeye İlişkin Görüşleri. *Yüksek Lisans Tezi* .

Güzel, E. B., & Uğurel, I. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Analiz Dersi Akademik Başarıları ile Matematiksel Modelleme Yaklaşımları Arasındaki İlişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi , 29 (1)*, 69-90.

Güzel, E. B., Dede, A. T., Hıdıroğlu, Ç. N., Ünver, S. K., & Çelik, A. Ö. (2016). Matematiksel Modellemeye Giriş. E. B. Güzel içinde, *Araştırmacıları, Eğitimciler ve Öğreciler İçin- Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme* (Cilt 1, s. 1-16). Ankara: Pegem Akademi.

Harrison, A. G., & Treagust, D. F. (2000). A Typology of Science Models. A. G. Harrison, & D. F. Treagust içinde, *International Journal of Science Education* (Cilt 22, s. 1011,1026).

Hıdıroğlu, Ç. N., & Güzel, E. B. (2013). Matematiksel Modelleme Sürecini Açıklayan Farklı Yaklaşımlar. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2*(1), 127-145.

Hıdıroğu, Ç. N. (2012). Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama.

Kaiser, G. (2005). Introduction to the Working Group "Applications and Modelling". *CERME4 Proceedings*, 1611-1622.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(3)*, 302-310.

Kaiser, G., Sriraman, B., Blomhøj, M., & Garcia, F. J. (2007). Report From the Working Modelling and Applications – Differentiating Perspectives and Delineating Commonalties. *CERME 5 (2007) Working Group 13*.

Karataş, Z. (2015, Ocak). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi, 1*(1).

Kertil, M. (2008). Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*.

Kertil, M., Çetinkaya, B., Erbaş, A. K., & Çakıroğlu, E. (2016). Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 540-560). Ankara: Pegem Akademi.

Keskin, Ö. Ö. (2008). Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Mattematiksel Modelleme Yapabilme Becerilerinin Geliştirilmesi ÜzerineBir Araştırma. *Doktora Tezi*. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Lehrer, R., & Schauble, L. (2007). *A Developmental Approach for Supporting the Epistemology of Modelling.*

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving. *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 3-35). içinde

Lesh, R., Doerr, H. M., Cramer, K., Post, T., & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. R. Lesh, & H. M. Doerr içinde, *Beyond Constructivism Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (s. 35-49).

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. A. Kelly, & R. Lesh içinde, *Research Design in Mathematics and Science Education* (s. 591-646). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM, 38(2)*, 113-142.

Maaß, K. (2007). Modelling Tasks For Low Achieving Students – First Results of AN Empirical Study. *CERME 5 (2007) , Working Group 13*, 2120-2129.

Maaß, K. (2007a). Modelling in Class: What Do We Want the Students to Learn? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan içinde, *Mathematical Modelling* (s. 63-78). Education, Engineering and Economics–ICTMA 12.

MEB. (2018). Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: Meb Basımevi.

Muşlu, M. (2016). Doğal Sayılarda İşlemler Konusunun Öğretiminde Matematiksel Modelleme Yönteminin Öğrenci Başarısına Etkisi. *Yüksek Lisans Tezi, İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Eğitim Bilim Dalı, Atatürk Üniversitesi*.

Patton, M. Q. (1980). *Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri - Qualitative Evaluation Methods* (Cilt 3). (M. Bütün, & S. B. Demir, Çev.) Newbury Park, CA: Sage: Pegem Akademi.

Polya, G. (1945). *Nasıl Çözmeli?* (F. Halatçı, Çev.) Sistem Yayıncılık.

Sriraman, B., & Lesh, R. (2006). Modeling Conceptions Revisited. *ZDM, 38*(3), 247-254.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). *A Framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom.* Mathematics: Essential Research, Essential Practice — Volume 2.

Ural, A. (2014). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematik Modelleme Becerilerinin İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*, 110-141.

W.Creswell, J. (2013). *Araştırma Deseni - Nitel, Nicel ve Karma Yöntem Yaklaşımları* (Cilt 4). (S. B. Demir, Çev.) Ankara: Eğiten Kitap.

Yıldırım, A. (1999). Nitel Araştırma Yöntemlerinin Temel Özellikleri ve Eğitim Araştırmalarındaki Yeri ve Önemi. *Eğitim ve Bilim, 23*(112).

Zawojewski, J. (2013). Problem Solving Versus Modeling. R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford içinde, *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (s. 237-243). ICTMA 13 Springer.

Zeytun, A. Ş., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2016). Understanding Prospective Teachers' Mathematical Modeling Processes in the Context of a Mathematical Modeling Course. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education, 13(3)*, 691-722.

EKLER

Ek-1 Matematiksel Başarı Testi

Ek-2 Başarı Testinin Kazanımlara Göre Dağılımı

Ek-3 Banka Soygunu Problemi Örnek Çözüm Yaklaşımı (Erbaş, et al., 2016)

Ek-1 Matematiksel Başarı Testi

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi önerme değildir?

a) "Bir hafta 10 gündür."
b) "1 rakamdır."
c) "2-5=-3"
d) "En sevimli hayvan kedidir."
e) "10!-1 bir asal sayıdır."

2. Aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri diğerlerinden farklıdır?

a) "Türkiye'nin başkenti Çankırı'dır."
b) "2-5<-3"
c) "İki basamaklı en küçük sayı -99'dur."
d) "2016 tek sayıdır."

3. $\boldsymbol{p \equiv 1,\ q' \equiv 1,\ r \equiv 0}$ olduğuna göre, aşağıdakilerde hangisi yanlıştır?

a) $\boldsymbol{q \equiv 0}$
b) $\boldsymbol{r \equiv q}$
c) $\boldsymbol{p' \equiv r}$
d) $\boldsymbol{r' \equiv 1}$
e) $\boldsymbol{p' \not\equiv q}$

4. $\boldsymbol{(p \vee q)' \wedge r \equiv 1}$ olduğuna göre, p,q ve r önermelerinin sırasıyla doğruluk değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

a) 1, 1, 0
b) 1, 0, 0
c) 0, 0, 1
d) 0, 1, 1
e) 1, 0, 1

5. $\boldsymbol{(p \wedge 0)' \wedge (p \wedge 1)'}$ önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

a) p
b) $\boldsymbol{p'}$
c) 1
d) 0
e) $\boldsymbol{p \vee 1}$

6. $\boldsymbol{\left(p \Rightarrow 0\right)' \Rightarrow p}$ önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

a) p
b) $\boldsymbol{p'}$
c) 0
d) 1
e) $\boldsymbol{p' \Rightarrow p}$

7. p:"Bugün günlerden Pazartesidir."
q:"Ayşe, markete gider."
r:" Hava güneşlidir."

"Bugün günlerden Pazartesi ve hava güneşli değilse Ayşe markete gider." İfadesinin sembolik mantık diline dönüşümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $(p \vee r') \Rightarrow q$
b) $(p \wedge r) \Rightarrow q$
c) $(p \wedge r') \Rightarrow q$
d) $q \Rightarrow p \wedge r'$
e) $(p \vee r') \Rightarrow q'$

8. p:"Bugün günlerden Pazartesidir."
q:" Hava güneşlidir."

"Hava güneşli ise bugün günlerden pazartesi değildir ." İfadesinin sembolik mantık diline dönüşümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $p \Rightarrow q$
b) $p' \Rightarrow q$
c) $p \wedge q$
d) $q \vee p'$
e) $q \Rightarrow p'$

9. p:"x=0"
q:"x-1=0"
r:"x^2=x"

önermeleri veriliyor. $r \Rightarrow p \vee q'$ önermesine aşağıdaki ifadelerin hangisi karşılık gelir?

a) " x^2 =x ise x=0 ve x-1≠0'dır."
b) " x^2 =x ise x=0 veya x+1=0'dır."
c) " x^2 =x ise x≠0 veya x-1=0'dır."
d) " x^2 ≠x ise x=0 veya x-1≠0'dır."
e) " x^2 =x ise x=0 veya x-1≠0'dır."

10. Önerme sayısı 3 olduğunda kaç farklı doğruluk durumu olduğunu tablo ile gösteriniz.

Ek-2 Başarı Testinin Kazanımlara Göre Dağılımı

Kazanımlar	Sorular
Önermeyi açıklar	1
Önermenin değilini açıklar	3,4,5,6,7,8,9
Doğruluk tablosu kullanır	10
İki önermenin denkliğini açıklar	3,5,6,7,8
Doğruluk değerini açıklar	2,3,4,5,6,10
Bileşik önermeyi açıklar	4,5,6,7,8,9
"Ve", "veya"," ya da" bağlaçlarını açıklar	4,5,7,8,9
Koşullu önermeyi açıklar	6,7,8,9
Sözel olarak verilen ve niceleyici içeren açık önermeleri sembolik mantık diliyle ifade eder	7
Sembolik mantık diliyle verilen ve niceleyici içeren açık önermeleri sözel olarak ifade eder	8

Ek-3 Banka Soygunu Problemi Örnek Çözüm Yaklaşımı (Erbaş, et al., 2016)

Banka Soygunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı

p, q ve r aşağıdaki şekilde tanımlanmış önermeler olsun;
p :"Ahmet suçludur."
q :"Burak suçludur."
r :"Cem suçludur."

Bu önermeleri kullanarak savcılık tutanaklarındaki bilgileri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

(1) $p' \Longrightarrow (q \wedge r)$ [Eğer Ahmet suçsuzsa, hem Burak hem Cem suçludur.]
(2) $q' \vee r'$ [Ya Burak ya da Cem suçsuzdur.]
(3) $p' \vee q$ [Ya Ahmet suçsuzdur, ya Burak suçludur.]

Doğru önerme 1, yanlış önerme 0 ile ifade edilerek, (1), (2) ve (3) bileşik önermelerinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibi elde edilir.

p	q	r	p'	q'	r'	$q \wedge r$	$p' \Rightarrow (q \wedge r)$	$q' \vee r'$	$p' \vee q$
1	1	1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1

Doğruluk tablosuna göre yukarıda verilen üç ifadenin de doğru (1) olduğu ikinci satır sonucu verir. Bu durumda p:1, q:1 ve r:0 olarak bulunur.

Sonuç olarak Ahmet ve Burak suçlu, Cem suçsuzdur.