KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YATAK KATSAYISI DEĞİŞKEN ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KİRİŞİN EĞİLME VE TİTREŞİM PROBLEMLERİNİN FARKLI ANALİTİK TAHMİN YÖNTEMLERİYLE İNCELENMESİ

HİLAL ALBAYRAK MUTLU

KOCAELİ 2018

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YATAK KATSAYISI DEĞİŞKEN ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KİRİŞİN EĞİLME VE TİTREŞİM PROBLEMLERİNİN FARKLI ANALİTİK TAHMİN YÖNTEMLERİ İLE İNCELENMESİ

HİLAL ALBAYRAK MUTLU

Prof. Dr. Safa Bozkurt COŞKUN Danışman,	Kocaeli Üniversitesi	.....
Doç. Dr. Utkan MUTMAN Jüri Üyesi,	Kocaeli Üniversitesi	.....
Doç. Dr. Baki ÖZTÜRK Jüri Üyesi,	Hacettepe Üniversitesi	.....

Tezin Savunulduğu Tarih: 29.06.2018

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında, lisans öğrenimim boyunca olduğu gibi, birikim ve tecrübeleri ile yol gösteren, her konuda desteğini esirgemeyen çok kıymetli tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Safa Bozkurt COŞKUN'a teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Ayrıca bu çalışmayı hazırlarken geçirdiğim süreçte bana moral veren, iş yoğunluğuna rağmen beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan, akademik bilgi ve birikimlerini benden esirgemeyen değerli eşim Eren'e ve eğitim hayatımda yüksek lisans tezimi yazdığım bu günlerime gelebilmeme vesile olan, her zaman yanımda olduklarını bildiğim çok kıymetli anneme, babama ve ablama sonsuz teşekkür ederim.

Haziran – 2018 Hilal ALBAYRAK MUTLU

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR i
İÇİNDEKİLER ii
ŞEKİLLER DİZİNİ iii
TABLOLAR DİZİNİ iv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ v
ÖZET vi
ABSTRACT vii
GİRİŞ 1
1. YATAK KATSAYISI DEĞİŞKEN ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KİRİŞ 5
1.1. Winkler Elastik Zemini 5
1.2. Eğilme ve Titreşim Problemleri 6
2. BAZI ANALİTİK TAHMİN YÖNTEMLERİ 8
2.1. Adomian Ayrıştırma Metodu (ADM) 8
2.2. Varyasyonel İterasyon Metodu (VIM) 11
2.3. Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM) 14
3. ANALİTİK YÖNTEMLERİN PROBLEME UYGULANMASI 19
3.1. Eğilme Problemi 19
3.2. Titreşim Problemi 21
4. SAYISAL SONUÇLAR 23
4.1. Eğilme Problemi Sonuçları 23
4.1.1. Dinev tarafından elde edilen sonuçlar 23
4.1.2. Analitik tahmin metodları ile elde edilen sonuçlar (Eğilme) 24
4.2. Titreşim Problemi Sonuçları 37
4.2.1. Zhou Ding tarafından elde edilen sonuçlar 37
4.2.2. Yaklaşım metodlarıyla elde edilen sonuçlar (Titreşim) 39
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 44
KAYNAKLAR 46
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER 48
ÖZGEÇMİŞ 49

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Winkler elastik zemin modeli 6
Şekil 1.2. Çeşitli yükleme koşullarındaki yer değiştirmeler 6
Şekil 1.3. Winkler elastik zemini üzerindeki kiriş 6
Şekil 3.1. Değişken katsayılı elastik bir zemindeki eğilmeye zorlanan kiriş..... 19
Şekil 4.1. Deplasman dağılımı (Dinev, 2012) 23
Şekil 4.2. Moment dağılımı (Dinev, 2012) 23
Şekil 4.3. Basınç dağılımı (Dinev, 2012) 23
Şekil 4.4. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasman değerleri 31
Şekil 4.5. Elastik zemindeki kirişte oluşan eğilme momenti değerleri 32
Şekil 4.6. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerlerinin dağılımı..... 32
Şekil 4.7. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasman değerleri 33
Şekil 4.8. Elastik zemindeki kirişte oluşan eğilme momenti değerleri 33
Şekil 4.9. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerlerinin dağılımı..... 34
Şekil 4.10. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasman dağılımı 34
Şekil 4.11. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momenti dağılımı 35
Şekil 4.12. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı dağılımı 35
Şekil 4.10. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasman dağılımı 36
Şekil 4.11. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momenti dağılımı 36
Şekil 4.12. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı dağılımı 37

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 4.1. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar 24
Tablo 4.2. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momentleri 24
Tablo 4.3. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerleri 25
Tablo 4.4. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar 26
Tablo 4.5. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momentleri 27
Tablo 4.6. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerleri 28
Tablo 4.7. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar 28
Tablo 4.8. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momentleri 29
Tablo 4.9. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerleri 30
Tablo 4.10. K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri..... 37
Tablo 4.11. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri..... 38
Tablo 4.12. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için α'nın etkisi..... 38
Tablo 4.13. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri..... 38
Tablo 4.14. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için α'nın etkisi 38
Tablo 4.15. K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri (ADM)..... 39
Tablo 4.16. K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri (HPM) 39
Tablo 4.17. K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri (VIM) 39
Tablo 4.18. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri (ADM)..... 40
Tablo 4.19. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri (HPM)..... 40
Tablo 4.20. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri (VIM) 40
Tablo 4.21. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için α'nın etkisi (ADM)..... 41
Tablo 4.22. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için α'nın etkisi (HPM) 41
Tablo 4.23. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için α'nın etkisi (VIM) 41
Tablo 4.24. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri (ADM)..... 42
Tablo 4.25. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri (HPM) 42
Tablo 4.26. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri (VIM) 42
Tablo 4.27. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için α'nın etkisi (ADM) 43
Tablo 4.28. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için α'nın etkisi (HPM)..... 43
Tablo 4.29. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için α'nın etkisi (VIM)..... 43

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A	: Kesit alanı, (m^2)
b	: Kiriş genişliği
C_s	: Burulma katsayısı
C_w	: Eğilme katsayısı
E	: Elastisite modülü, (N/m^2)
EI	: Eğilme rijitliği, ($N.m^2$)
G	: Kayma modülü , (N/m^2)
I_p	: Polar atalet momenti, (m^4)
k	: Zemin yatak katsayısı, (N/m^2)
K_s	: Burulma sertliği
L	: Kiriş uzunluğu
M	: Eğilme momenti (kNm)
P	: Eksenel basınç kuvveti, (N)
p	: HPM parametresi
R	: Zemin basıncı (kPa)
T	: Zamana bağlı fonksiyon
u	: HPM çözümü yapılan fonksiyon
z	: Kiriş açıklığı, (m)
q	: Kirişe gelen yük
w	: Yerdeğiştirme, (m)
α	: Değişkenlik katsayısı
ρ	: Birim hacim yoğunluk, ($kg/m^{3)}$
ϕ	: Burulma açısı, (radyan)

Kısaltmalar

ADM	: Adomian Ayrıştırma Metodu
HPM	: Homotopi Pertürbasyon Metodu
VIM	: Varyasyonel İterasyon Metodu

YATAK KATSAYISI DEĞİŞKEN ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KİRİŞİN EĞİLME VE TİTREŞİM PROBLEMLERİNİN FARKLI ANALİTİK TAHMİN YÖNTEMLERİYLE İNCELENMESİ

ÖZET

Elastik zemine oturan kirişler uygulamada çok sık rastlanan yapı elemanları olduğundan bu konuda yapılan çalışmalar oldukça fazladır. Yapı zemin etkileşimleri konusu günümüze kadar önemini koruyarak gelmiştir. Elastik zemine oturan betonarme yapılar, havaalanı yapılarında yumuşak filamentlerin kullanımının artması, soğuk bölgelerde yapılan bina çalışmaları, yatay yük etkisindeki düşey kazık ve palplanş kullanımının artması ile elastik zemine oturan kiriş, plak ve kabuk problemi gibi uygulama alanlarının çokluğu, elastik zemin üzerine oturan betonarme elemanlarının detaylı bir şekilde incelenmesi durumunu ortaya çıkarmıştır.

Bu çalışmada yatak katsayısı değişken elastik zemin üzerindeki kirişin eğilme ve titreşim problemleri Varyasyonel İterasyon Metodu (Variational Iteration Method), Homotopi Pertürbasyon Metodu (Homotopy Perturbation Method) ve Adomian Ayrıştırma Metodu (Adomian Decomposition Method) yöntemleriyle incelenmiştir. Varyasyonel İterasyon Metodu, Homotopi Pertürbasyon Metodu ve Adomian Ayrıştırma Metodu adi/kısmi, doğrusal/doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin çözümünde başarılı ve etkin bir şekilde kullanılan analitik tahmin yöntemleridir. Bu yöntemler problemlerin sınır koşullarına uygun bir başlangıç tahmin fonksiyonuyla başlayarak problemin tanım aralığında analitik ve sürekli bir fonksiyonu çözüm olarak elde etmemizi sağlar. Literatürde problemle ilgili çalışmalar araştırılarak önerilen yöntemlerle elde edilen sonuçlar literatürde var olan mevcut çözümlerle karşılaştırılmıştır ve elde edilen sonuçlar uygulanan yöntemlerin incelenen problemin çözümünde etkin bir şekilde kullanılabileceğini göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Adomian Ayrıştırma Metodu, Değişken Yatak Katsayısı, Elastik Zemin, Homotopi Pertürbasyon Metodu, Varyasyonel İterasyon Metodu

INVESTIGATION OF BENDING AND VIBRATION PROBLEMS OF A BEAM ON VARIABLE ELASTIC FOUNDATION WITH DIFFERENT ANALYTICAL APPROXIMATION METHODS

ABSTRACT

Since the beams on the elastic foundation are very common in practice, there are a lot of studies and researches done in this area. Soil and structure interaction phenomenon kept up to day-to-day importance. Reınforced concrete structures on the elastic foundations have been examined in detail due to increase in the use of soft filaments in airport constructions, construction work in cold regions, vertical piles and pile-planks affected by horizontal load and frequent application of beams, shells and plates used on elastic foundation.

In this study, bending and vibration problems of a beam on variable elastic foundation are investigated by using Variational Iteration Method (VIM), Homotopy Perturbation Method (HPM) and Adomian Decomposition Method (ADM). VIM, HPM and ADM are analytical approximation methods that are used successfully and effectively to solve ordinary / partial, linear / nonlinear differential equations. These methods start with an initial guess function that fits the boundary conditions of the problems and allow us to obtain analytical and continuous function solution for the problem definition interval. The previous studies on the problem were investigated and the results obtained with the proposed methods were compared with the existing solutions in the literature. The results show that the methods used in this study can be used effectively in the solution of the problem considered in this study.

Keywords: Adomian Decomposition Method, Variable Foundation Coefficient, Elastic Foundation, Homotopy Perturbation Method, Variational Iteration Method

GİRİŞ

Elastik zemine oturan yapıların uygulama sahalarının genişliği, bu konu üzerine birçok çalışma yapılmasını gerektirmiştir. Bu çalışmaların hepsinde esas zorluğu, zeminin, karmaşık elastik veya plastik deformasyonlar yapabilme özelliği teşkil etmektedir. Bu nedenle elastik zemine oturan yapıları incelerken zeminin etkisinin önemi hiçbir zaman göz ardı edilmemeli ve unutulmamalıdır. Yapının bünye denklemleri kadar, zeminin de bünye denklemlerini ve ikisi arasındaki ilişkiyi bilmek gerekir (Güdül, 2005).

Yukarıda bahsettiğimiz zeminin karmaşık özelliklerinden dolayı, elastik zemine oturan yapılar incelenmeye başlanmadan önce zeminle ilgili bir takım idealleştirmeler yapılması gerekmektedir. Fakat zemin ile ilgili bu idealleştirmelerin yapılması, matematik çözümün gerçeğe yakınlığını sınırlayan bir etkendir. Elastik zemin üzerine çalışmış araştırmacılar zeminin fiziksel ve mekanik özelliklerini değişik tiplerde düşünmüş ve modellemişlerdir (Güdül, 2005).

Winkler 1867 yılında elastik zemin davranışı ile ilgili ilk önemli çalışmayı yapmış ve aynı zamanda ismiyle anılan Winkler zemini hipotezini ortaya koymuştur (Winkler, 1867).

Biot elastik zemin üzerindeki sonsuz uzunluktaki bir kirişin eğilme problemini irdelenmiştir. Biot bu çalışmasında Winkler gibi esnek zemin tanımında sonsuz sayıdaki küçük yaylardan bahsetmektedir. Yayların rijitliğini belirten k katsayısının aynı zamanda elastik zeminin zemin modülü olan K olarak tanımlanabileceğini vurgulamış, bununla birlikte zemin için iki farklı elastik katsayıdan bahsetmiştir. Çalışma kapsamında iki parametreli elastik zemin ile üç parametreli elastik zemin arasındaki farklılıklar ortaya koyulmuş, eğilmeye neden olan kuvvet bölgesindeki kirişin davranışları analitik yaklaşım metodları kullanılarak incelenmiştir (Biot, 1937).

Filonenko tarafından 1945 yılında yapılan çalışmada ise betonarme ve zeminin mekanik ve geometrik özelliklerinin gerilmeler üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu çalışma, aynı yük durumlarında, burulma momentinin ve kayma gerilmesinin değerlerinin, sırasıyla eğilme momentleri ve normal gerilmeler açısından ihmal edilebileceğini göstermektedir (Filonenko, 1945).

Hetenyi, elastik zemin üzerindeki kiriş problemini, konu ile ilgili bir klasik olan kitabında kiriş ve temel kavramının ayrıntılarını da içeren inşaat ve makine mühendisliği alanlarında uygulamalı örnekler de dahil olmak üzere kapsamlı bir matematiksel analiz sunmaktadır (Hetenyi, 1946).

Civalek elastik zemin üzerindeki kirişler üzerine literatürde var olan çalışmaları inceleyerek konu üzerine detaylı bir çalışma yayınlamıştır (Civalek, 2004).

Eisenberger değişken Winkler elastik temeli üzerindeki kirişlerin titreşim ve stabilize problemini ele almıştır. Kullanılan ilk yöntem, değişken bir Winkler elastik temeli üzerinde bir kiriş için tam sertlik, tutarlı kütle ve geometrik sertlik matrislerini kullanmaya dayanmaktadır. İkinci yöntem, titreşim ve stabilite analizi için düzenli kiriş sertliği matrisine bir eleman temeli sertlik matrisinin eklenmesine dayanmaktadır. Bu matrislerle, az sayıda parça kullanarak doğal frekansları ve titreşim modu şekillerini elde etmek mümkündür. Temel eleman rijitliği yaklaşımının kullanılmasının daha az hesaplama ile daha iyi bir yakınlaşma sağladığı sonucuna varılmıştır (Eisenberger ve Clastornik, 1986).

Yine Eisenberger değişken bir ve iki parametreli elastik temeller üzerinde duran kirişlerin tam titreşim frekanslarını bulmak için bir yöntem önermektedir. Önerilen çözüm, değişken temel rijitliğinin etkileri de dahil olmak üzere, elemanın dinamik rijitlik matrisini bulmasını sağlayan yeni bir yönteme dayanmaktadır. Titreşimlerin doğal frekansları, rijitlik matrisinin determinantının sıfıra eşit olmasına neden olan frekans olarak bulunur. Yöntemin doğruluğunu ve esnekliğini göstermek için çeşitli örnekler verilmiştir ve literatürde var olan sonuçlarla karşılaştırılmıştır (Eisenberger, 1994).

Chen elastik bir temel üzerinde duran bir kiriş problemini çözmek için yeni bir sayısal yaklaşım önermiştir. Bu yaklaşım, tüm elemanlar üzerinde tanımlanan

diferansiyel denklemleri, iki bitişik elemanın ara bağlantı sınırlarında tanımlan geçiş koşullarını ve kirişin sınır koşullarını ayırmak için diferansiyel kuadratür (DQ) kullanır. Tüm ayrık ilişki denklemlerini bir araya getirerek, global bir doğrusal cebirsel sistem elde edilebilir. DQEM tarafından elde edilen sayısal sonuçlar sunulmaktadır (Chen, 1998).

Daloğlu ve Vallabgan çok katmanlı bir zemin üzerindeki levhanın analizi için tek boyutlu olmayan parametreler kullanılarak, Winkler modelinde kullanılacak olan eşdeğer zemin katsayısı K modülünü değerlendirmek için bir yöntem geliştirmiştir. Eşdeğer K değerini elde edebilmek için zemindeki Posion oranı 0,25 olarak alınmış, sistemin geometrisinin tamamı ve genel özelliklerinin bilindiği durumda eşdeğer k değerinin hesaplanmasıyla birlikte eşdeğer Winkler k modülünün elde edilmesiyle elde edilen sonuçlar nümerik örnekler kullanılarak Vlasov modeli ile elde edilen sonuçlarla kıyaslanmış, Biot tarafından önerilen k değerinin kullanılmasının uygun olduğu sonucuna varılmıştır (Daloglu ve Vallabhan, 2000).

Avramidis ve Morfidis Kerr tipi 3 parametreli elastik zemin üzerindeki Timoshenko kirişinin eğilme problemi ile ilgili çalışmalar yapmıştır. Yapılan bu çalışma kapsamında kiriş eğilme probleminin modellenebilmesi için uygun diferansiyel denklemler oluşturularak analitik olarak çözümlenmiş, farklı durumlar ve koşullar için analizler yapılmıştır. Kiriş boyunun sonlu ve sonsuz olduğu koşullar için bir, iki ve üç parametreli modeller 2 boyutlu sonlu elemanlar metodu yaklaşımıyla çözülmüş, zemin parametrelerinin değişiminin çözümdeki etkisi irdelenmiştir. Ayrıca yapılan bu çalışmayla gerekli zemin parametreleri Vlasov modeli kullanılarak ortaya koyulmuştur (Avramidis ve Morfidis, 2006).

Betten elastik zemin üzerinde iki ucundan mesnetlenmiş kirişin eğilme problemi incelenmiştir. Yapılan bu çalışma kapsamında F kuvveti ile tam ortadan yüklenen L uzunluğundaki bir kirişin ortasında meydana gelebilecek deplasman, K zemin parametreli bir elastik zemin üzerinde incelenmiş, oluşturulan diferansiyel denklemler Laplace dönüşümü yöntemi ile çözülmüştür (Betten, 2008).

Dinev elastik bir temel üzerinde yer alan kirişin eğilmesi problemi için kapalı formda bir analitik çözümü elde etmenin yeni bir yolunu ele almaktadır. Temel denklemler, toplam potansiyel enerji fonksiyonelinin minimumuna dayanan bir varyasyonel

formülasyon ile elde edilir. Yönetici denklemlerin çözümü için temel yöntemler göz önünde bulundurulmakta, avantaj ve dezavantajları analiz edilmektedir. Yazar, denge denklemini çözümünde tekillik fonksiyonlarını kullanarak yükün transformasyonu ile sınır koşullarını uygulamak için yeni bir çözüm felsefesi önermektedir. Bu yaklaşım, modern hesaplamalı cebir sistemlerinin kaynakları ile birleştiğinde, elastik bir temel üzerinde kirişlerin güvenilir ve etkili bir analizini sağlamaktadır. Sayısal örnekler, zemin-yapı etkileşiminin klasik problemlerinin çözümüne yönelik önerilen yaklaşımın uygulanabilirliğini ve etkinliğini göstermektedir. Tek parametreli ve iki parametleri zemin yapıları üzerinde durulmuş, detaylı olarak farkları incelenmiştir (Dinev, 2012).

Ding yatak katsayısı değişen elastik Winkler zemini üzerindeki kirişin titreşim problemi üzerine çalışmalar yapmıştır. Ding yaptığı bu çalışmada, sabit katsayılı, doğrusal ve parabolik olarak değişen yatak katsayısı durumları için farklı denklemler geliştirerek bu denklemlerin analitik çözümlerin ortaya koymuş ve sonuçlarını kıyaslamıştır (Ding, 1993).

Bu çalışmada yatak katsayısı değişken elastik zemin üzerindeki kirişin eğilme ve titreşim problemleri Varyasyonel İterasyon Metodu (VIM), Adomian Ayrıştırma Metodu (ADM) ve Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM) yöntemleriyle incelenmiştir. VIM, ADM ve HPM adi/kısmi, doğrusal/doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin çözümünde başarılı ve etkin bir şekilde kullanılan analitik tahmin yöntemleri olup bu yöntemler problemlerin sınır koşullarına uygun bir başlangıç tahmin fonksiyonuyla başlayarak problemin tanım aralığında analitik ve sürekli bir fonksiyonu çözüm olarak elde etmemizi sağlar. İncelenen problem için sadece bazı özel durumlarda analitik çözümler elde edilebilir durumda olup, herhangi bir değişkenlik durumu için analitik bir çözüm elde etmek mümkün değildir. Kullanılması önerilen ADM, HPM ve VIM sayesinde değişken yatak katsayısı olması durumunda analitik bir çözüm elde etmek mümkün olmaktadır. Elde edilen çözümler literatürde bazen yarı analitik çözüm, bazen de analitik tahmin olarak adlandırılmaktadır. Literatürde çözümü yapılmış bir eğilme ve bir de titreşim problemi test amaçlı olarak seçilmiştir. Seçilen problemler önerilen yöntemlerle çözülerek yatak katsayısı değişken elastik zemin üzerindeki kirişlerin analizi için etkin yöntemler önerilecektir.

1. YATAK KATSAYISI DEĞİŞKEN ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KİRİŞ

1.1.Winkler Elastik Zemini

Bu bölümde yatak katsayısı kavramı ve winkler hipotezinin prensibi açıklanacaktır.

Yatak katsayısı zemin gerilmesi ve temel oturması arasındaki ilişkiyi gösteren zeminlerin elastik özelliklerinden birisidir. Sürekli, yayılı ve değişik tipteki kazıklı temeller için kullanılır.

Winkler zemini hipotezi küçük şekil değiştirmeler için uygulanabilir bir hipotezdir. Bu hipoteze göre k yatak katsayısı, zeminin homojen bir yapıda olmadığında zeminin noktasından noktasına değişiklik gösterir. Ek olarak zemin tabakasının kalınlığı k yatak katsayısı değerini etkilemekte olup, k yatak katsayısı zemin tepkisinden bağımsız olan bir değerdir.

Zemin tepkisi q(x) ve düşey doğrultudaki yer değiştirme (çökme) z(x) olarak tanımlanırsa, k zemin yatak katsayısı (1.1) denkleminden hesaplanabilir.

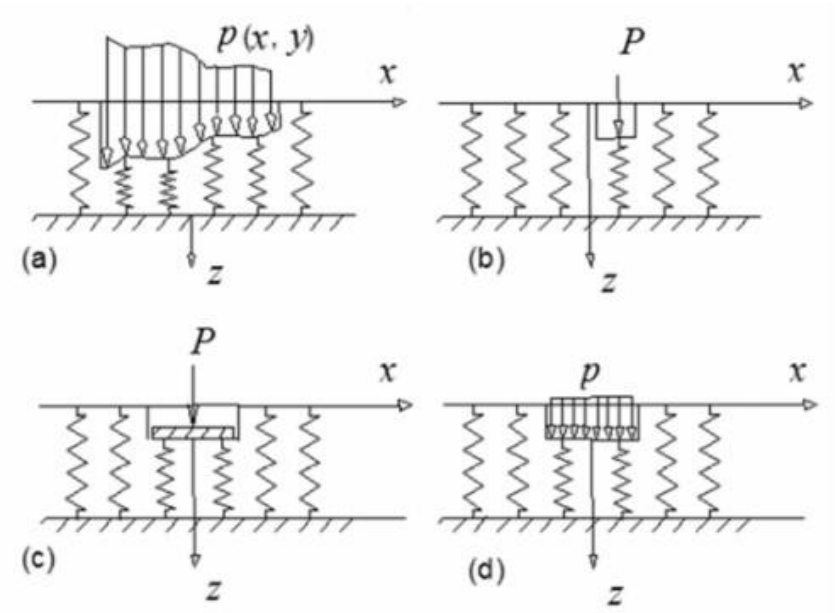
$$q(x) = k.z(x) \qquad (1.1)$$

Winkler zemin hipotezinin bir diğer kabulü de, zemine etkiyen herhangi bir kuvvetin yalnızca etkidiği noktada bir şekil değiştirmeye sebebiyet vermesi yani zeminin birbirine komşu olan noktalarında noktaların birbiri ile herhangi bir etkileşiminin olmadığıdır. Bu hipotezi ile Winkler, çözüm yapacağı elastik zemini, birbirine sonsuz yakınlıkta ve sıkışarak aralarında etkileşim olmadan serbestçe hareketini yapabilen yaylar sistemi olduğunu düşünmüştür.

Aşağıda Şekil 1.1'de Winkler elastik zemin modeli, Şekil 1.2'de Winkler zemin modeline göre çeşitli yüklemeler için yer değiştirmeler gösterilmiştir.



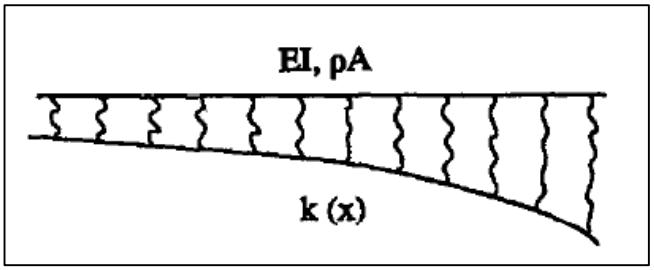
Şekil 1.1. Winkler elastik zemin modeli



Şekil 1.2. Çeşitli yükleme koşullarındaki yer değiştirmeler (a) Düzgün yayılı olmayan yük durumunda (b) Tekil yük durumunda (c) Rijit tabaka aracılığıyla aktarılan yük altında (d) Düzgün yayılı yük altında

1.2.Eğilme ve Titreşim Problemleri

Yatak katsayısı değişken elastik zemin üzerindeki kiriş Şekil 1.3'te gösterilmiştir.



Şekil 1.3. Yatak katsayısı değişken Winkler elastik zemini üzerindeki kiriş

Yatak katsayısı değişken Winkler elastik zemini üzerindeki sabit kesit alanına ve eğilme rijitliğine sahip bir kirişin titreşimini yöneten diferansiyel denklem aşağıdaki gibidir (Ding, 1993).

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A\,\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + k(x)y = 0, \quad 0 \le x \le L \tag{1.1}$$

Bu denklemde y(x,t) kirişin deplasmanını, t zamanı, EI eğilme rijitliğini, ρ birim uzunluk başına kütlesel yoğunluğu, A kirişin kesit alanını, k(x) Winkler elastik zemininin yatak katsayısını, L ise kirişin boyunu temsil etmektedir.

Harmonik titreşim varsayımı ile birlikte denklem (1.1)'e değişkenlere ayırma yönteminin uygulanması ile birlikte, yeni boyutsuz yer değiştirme aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Ding, 1993).

$$y(\xi,t) = Y(\xi)e^{i\omega t} \tag{1.2}$$

Bu tanımlama ile kirişe ait titreşim denklemi aşağıdaki formu alır.

$$\frac{d^4Y}{d\xi^4} - \lambda^4 Y = -K(\xi)Y \tag{1.3}$$

Bu denklemde K(ξ) boyutsuz Winkler elastik zemini yatak katsayısını, $\lambda^4 = \frac{\rho A l^4 \omega^2}{EI}$ ise boyutsuz frekans parametresini göstermektedir.

Adi diferansiyel denklemin çözülmesiyle, denklemin genel çözümü aşağıdaki gibi oluşmaktadır(Ding, 1993);

$$Y(\xi) = C_1 \sin\lambda\xi + C_2 \cos\lambda\xi + C_3 \sinh\lambda\xi + C_4 \cosh\lambda\xi + F(\xi) \tag{1.4}$$

$$F(\xi) = \frac{1}{2\lambda^3}\int_0^{\xi} K(s)Y(s)[\sin\lambda(\xi - s) - \sinh\lambda(\xi - s)]ds \tag{1.5}$$

Eğilme problemi ise denklem (1.1)'den, yerdeğiştirmenin zamana bağlı türevini sıfır almak suretiyle elde edilebilir. Bu durumda eğilme problemine ait denklem ise aşağıdaki gibi olacaktır.

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + k(x)y = 0 \tag{1.6}$$

2. BAZI ANALİTİK TAHMİN YÖNTEMLERİ

2.1. Adomian Ayrıştırma Metodu (ADM)

ADM, George Adomian tarafından geliştirilmiş bir analitik tahmin yöntemidir. (Adomian, 1980,1990,1994). Bu yöntem ile lineer olmayan denklemler sistemi, lineer olmayan diferansiyel denklemler ve lineer olmayan denklemler sisteminin farklı başlangıç koşullarındaki analitik ve yaklaşık çözümleri çeşitli fiziksel problemlerin çözümü hesaplanmıştır (Adomian, 1990). Adomian çözümün analitik çözüme hızlı yakınsayan bir seri toplamı olarak elde edilebileceğini göstermiştir (Adomian, 1994).

ADM, lineer (doğrusal) olmayan denklemlerin çözümünde kolay uygulanabilir yöntemlerden birisidir. Diferansiyel bir denklem;

$$Lu + Ru + Nu = g(x) \tag{2.1}$$

şeklinde ifade edilirse; bilinmeyeni u, en yüksek mertebeden doğrusal türev operatörünü L, doğrusal olmayan operatörü N, diğer terimlere ait operatörü R (L'den küçük mertebelidir), kaynak fonksiyonunu da g olarak tanımlarsak; Denklem (2.1)'in çözümü aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$u = f(x) - L^{-1}(Ru) - L^{-1}(Nu) \tag{2.2}$$

ADM ile çözüm seri toplamı şeklinde elde edilecektir ve çözüm;

$$u(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(u_n)\,(x) \tag{2.3}$$

olarak elde edilir. Doğrusal olmayan kısmın çözümü Nu için ise;

$$Nu = \sum_{n=0}^{\infty}(A_n)(u_0, u_1, \ldots\ldots u_n,) \tag{2.4}$$

Dönüşümü kullanılır ve Adomian polinomları;

$$A_n=\frac{1}{n!}\frac{d^n}{d\lambda^n}\, N\sum_{n=0}^{\infty}\left(\lambda^k u_k\right), n > 0 \tag{2.5}$$

eşitliği kullanılarak çözümlenebilir. λ_n lineer olmayan kısmın çözümü için kullanılan ve u_0'dan u_n'e kadar olan çözümlerin toplamı şeklindedir. Nu = F(u) eşitliğinin varsayımıyla Adomian polinomlarının ilk beş terimi aşağıdaki gibi elde edilebilir;

$$A_0 = F(u_0) \tag{2.6a}$$

$$A_1 = u_1 F'(u_0) \tag{2.6b}$$

$$A_2 = u_2 F'(u_0)+\frac{1}{2!}u_1^2F''(u_0) \tag{2.6c}$$

$$A_3 = u_3 F'(u_0)+u_1u_2F''(u_0)+\frac{1}{3!}u_1^3F'''(u_0) \tag{2.6d}$$

$$A_4 = u_4 F'(u_0)+(\frac{1}{2!}u_2^2 + u_1u_3)F''(u_0)+\frac{1}{2!}u_1^2u_2F'''(u_0)+\frac{1}{4!}u_1^4F^{IV}(u_0) \tag{2.6e}$$

Denklem (2.3)'ü Denklem (2.1)'de yerine koyarak, çözümü ardışık çözümlerin toplamı olarak aşağıdaki bağıntılar yardımıyla elde edebiliriz.

$$u_0(x) = F(x) \tag{2.7a}$$

$$u_{n+1}(x) = -L^{-1}[Ru_n - A_n],\ n\geq 0 \tag{2.7b}$$

Sayısal Uygulama: Non-Lineer Denklemin ADM ile Çözümü (Demirci, 2010)

$$y'=\frac{y^2}{1-xy},\ y(0) = 1 \tag{2.8}$$

Denklem (2.8)'in L_x operatörü ile düzenlenerek;

$$L_xy = xyy' + y^2,\ y(0) = 1 \tag{2.9}$$

L_x lineer adi diferansiyel operatör $\frac{d}{dx}$ ve integral operatörü L_x^{-1} olsun;

$$L_x^{-1}(.) = \int_0^x(.)dx \tag{2.10}$$

İntegral operatörü L_x^{-1} ve başlangıç koşulunu Denklem (2.10)'da eşitliğin her iki tarafına uygulanırsa;

$$y(x) = 1+ L_x^{-1}(xyy')+ L_x^{-1}(y^2) \tag{2.11}$$

ile doğrusal olmayan terimler ve seri toplamı şeklinde açıldığında;

$$yy' = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{2.12}$$

$$y^2 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \tag{2.13}$$

A_n ve B_n, adomian polinomlarıdır ve ilk üç terimi aşağıdaki gibidir;

$$A_0 = y_0 y_0', A_1 = y_0' y_1 + y_1' y_0, A_2 = y_0' y_2 + y_1' y_1 + y_2' y_0, \ldots \tag{2.14}$$

$$B_0 = y_0^2, B_1 = 2y_0 y_1, B_2 = 2y_0 y_2 + y_1^2, \ldots \tag{2.15}$$

Denklem (2.14) ve Denklem (2.15) denklemleri, Denklem (2.3)'e göre Denklem (2.11)'de yerine koyulursa;

$$\sum_{n=0}^{\infty} y_n(x) = 1 + L_x^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} xA_n + L_x^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} B_n \tag{2.16}$$

$n=0,1,2,\ldots,\infty$ ve Denklem (2.16) kullanılarak $y_n(x)$ fonksiyonunu;

$$y_0 = 1, y_{k+1} = L_x^{-1}(xA_k) + L_x^{-1}(B_k), k \geq 0 \tag{2.17}$$

biçiminde elde ederiz ve çözüm dördüncü mertebeye kadar devam ettirildiğinde;

$$y_0 = 1,$$

$$y_1 = L_x^{-1}(xA_0) + L_x^{-1}(B_0) = x,$$

$$y_2 = L_x^{-1}(xA_1) + L_x^{-1}(B_1) = \frac{3}{2} x^2,$$

$$y_3 = L_x^{-1}(xA_2) + L_x^{-1}(B_2) = = \frac{8}{3} x^3,$$

$$y_4 = L_x^{-1}(xA_3) + L_x^{-1}(B_3) = \frac{125}{24} x^4 \tag{2.18}$$

Denklem (2.8)'in analitik tahmin çözümü seri formunda;

$$y(x) = 1 + x + = \frac{3}{2} x^2 + = \frac{8}{3} x^3 + = \frac{125}{24} x^4 + \ldots \tag{2.19}$$

2.2. Varyasyonel İterasyon Metodu (VIM)

Varyasyonel İterasyon Metodu Ji Huan He tarafından geliştirilmiş bir yöntemdir (He J.H., 1998,1999). Lineer ve nonlineer diferansiyel denklemlerin çözümünde etkin bir şekilde kullanılabilen metottur. Inokuti ve ekibi nonlineer denklem çözümlemeleri için Lagrande çarpanı yöntemi önermişlerdir (Inokuti M., Sekine H., Mura T., 1978).

$$Lu + Ru = f(x) \tag{2.20}$$

genel nonlineer denklemin x_0 noktasındaki değerini düzeltmek için u_0, $Lu = 0$ denkleminin sonucu olmak üzere,

$$u_c(x_0) = u_0(x_0) + \int_a^b \lambda\,(Lu_0(x) + Nu_0(x) - f)\,dx \tag{2.21}$$

düzeltme formülünün yazılabileceğini belirtir. Denklemdeki λ genel Lagrange çarpanını ifade eder ve varyasyonel analiz yöntemleri kullanılarak hesaplanabilir. Varyasyonel iterasyon metodu, Lagrange metodunun Ji Huan He tarafından geliştirilmesiyle elde edilmiştir. Ji Huan He, Denklem (2.2)'deki u_0 fonksiyonunu ilk yaklaşım olarak alarak;

$$u_{n+1}(x) = u_n(x) + \int_0^x \lambda\,(Lu_n(s) + N\tilde{u}_n(s) - f(s))\,ds \tag{2.22}$$

şeklinde bir iteratif sürece dönüştürmüştür. Burada u_n, n. mertebe yaklaşık çözüm, $\tilde{u}_n$ ise kısıtlanmış varyasyondur. Yani $\delta\tilde{u}_n = 0$ olacaktır. (2.22) denklemine düzeltme fonksiyoneli de denilir. Bu fonksiyonele varyasyon uygulanırsa $\delta u_n(0) = 0$ olmak üzere $\delta u_{n+1}(x) = \delta u_n(x) + \delta \int_0^x \lambda\,(x, s)\,(Lu_n(s) + N\tilde{u}_n(s) - f(s))\,ds = \delta u_n(x) + \int_0^x \lambda\,\delta(x, s)\,(Lu_n(s) - f(s))\,ds = 0$ elde edilir ve oluşan Euler-Lagrange problemi çözülerek Lagrange çarpanı $\lambda(x, s)$ belirlenir. Daha sonra başlangıç koşullarını sağlayacak şekilde bir u_0 ilk yaklaşım fonksiyonu olarak seçilerek ve bu değerler Denklem (2.22)'de yerine konularak u_n, n = 1, 2, . . . mertebelerinde çözümler bulunur. Sonuç olarak çözüm $u=\lim_{n\to\infty} u_n$ ile verilir. Bu metodun nasıl işlediğini anlayabilmek için bir lineer homojen olmayan problemi, varyasyonel iterasyon metodu kullanarak bulalım:

Sayısal Uygulama : Lineer-Homojen Olmayan Problemin VIM ile Çözümü (İlhan, 2011)

$u''+ u = \cos t$ ve $u(0) = 1,\ u'(0) = 0$

sabit katsayılı lineer homojen olmayan başlangıç değer problemini ele alındığında; karşılık gelen düzeltme fonksiyoneli;

$$u_{n+1}(t) = u_n(t) + \int_0^x \lambda(t, s)\ \{u_n''(s) + \tilde{u}_n(s) - \cos s\}\ ds \qquad (2.23)$$

şeklinde yazılabilir. Bu fonksiyonelin kararlı hale getirilebilmesi için varyasyon uygulanırsa;

$$\delta u_{n+1}(t) = \delta u_n(t) + \delta \int_0^x \lambda(t, s)\ \{u''_n(s) - \cos s\}\ ds$$

$$= \delta u_n(t) + \int_0^x ((\partial^2 / \partial s^2\ \lambda(t, s))\ \delta u_n(s))\ ds - \partial / \partial s \lambda(t, s) \delta u_n(s)|_{s=t} + \lambda(t, s) \delta u'_n(s)|_{s=t}$$

$$= (1 - \partial / \partial s \lambda(t, s)\ |_{s=t})\ \delta u_n(t) + \lambda(t, s)|_{s=t}\ \delta u'_n(t) + \int_0^x ((\partial^2 / \partial s^2\ \lambda(t, s))\ \delta u_n(s))\ ds = 0$$

elde edilecektir. Euler-Lagrange denklemi;

$$\partial^2 / \partial s^2\ \lambda(t, s) = 0 \qquad (2.24)$$

ve başlangıç koşulları $\lambda(t, s)|_{s=t} = 0$, $1 - \partial / \partial s \lambda(t, s)\ |_{s=t} = 0$ şeklinde bulunur. Bu problem de çözülerek $\lambda(t, s) = s - t$ sonucunu verir. Lagrange çarpanı Denklem (2.24)'te yerine yazılır ve iterasyon formülü;

$$u_{n+1}(t) = u_n(t) + \int_0^t (s - t)\ \{u''_n(s) + u_n(s) - \cos s\}\ ds \qquad (2.24)$$

olacak şekilde belirlenir.

İlk yaklaşım fonksiyonu a, b sabitler olmak üzere $u_0(t) = at + b$ şeklinde alınabilir ve bu ilk yaklaşım fonksiyonunun problemin başlangıç koşullarını sağlaması gerekeceğinden, $a = 0$, $b = 1$ bulunur. Bu durumda;

$u_0(t) = 1$ olmalıdır. Böylece Denklem (2.24)'teki iterasyon formülünden ikinci yaklaşım,

$$u_1(t) = u_0(t) + \int_0^t (s-t)\ \{u''_0(s) + u_0(s) - \cos s\}\ ds$$

$$= 1 + \int_0^t (s-t) \{1 - \cos s\}\ ds$$

$= 2 - t^2 / 2 - \cos t$

şeklinde elde edilir.

Üçüncü yaklaşım fonksiyonu u_2 olacaktır. u_2 Denklem (2.24)'teki iterasyon formülünde u_1 fonksiyonunda yerine yazılmasıyla elde edilebilecektir. Fakat burada u_1 fonksiyonundaki cost ifadesi yerine x = 0 noktası civarındaki seri açılımının ilk teriminlerinden birkaçını almak, sonraki aşamalarda hesaplamaları kolaylaylaştıracaktır. Bu durumda;

$$u_1(t) = 2 - \frac{1}{2}t^2 - \left(1 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{24}t^4 - \frac{1}{720}t^6\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{24}t^4 + \frac{1}{720}t^6$$

olarak alırsak devamında;

$u_2(t) = 1 - \frac{1}{24}t^4 + \frac{1}{720}t^6 - \frac{1}{20160}t^8$ ve $u_3(t) = 1 - \frac{1}{24}t^4 + \frac{1}{720}t^6 - \frac{1}{13440}t^8$ sonucu elde edilir. Elde edilen sonuç, problemin analitik çözümü olan $u(t) = \cos t + \frac{t}{2}\sin t$ fonksiyonunun seri açılımındaki ilk dört terim ile aynıdır. Metot, kullanıcısını ilk yaklaşım fonksiyonunu seçmekte serbest bırakmaktadır. Örnek olarak bu problemde ilk yaklaşım olarak istersek problemin homojen kısmının çözümü olan $u_0(t) = \cos t$ fonksiyonu da alınabilir.

O halde;

$u_1(t) = u_0(t) + \int_0^t (s-t)\{u_0''(s) + u_0(s) - \cos s\}\, ds = \cos t - \int_0^t (s-t)\{\cos s\}\, ds = \cos t - \cos t + 1 = 1$ olarak bulunur.

Dikkat edilmesi gereken nokta;

$u_1(t) = u_0(t)$

olarak bulundu. Yani ilk yaklaşım fonksiyonunun bu yaptığı seçimi, sonuca yaklaşımı bir kademe geciktirmiş oldu. Fakat sonucun bu olmasını, her problemde aynı şekilde sonuçlanacağı anlamına gelmemelidir. İlk yaklaşım fonksiyonunun seçimi, yaklaşımı negatif etkilediği gibi olumlu olarak da etkileyebilir.

Bir diğer önemli nokta; varyasyonel iterasyon metodunun başarılı sonuçlanması, ilk yaklaşım fonksiyonu olan u_0'ın seçimi kadar, Lagrange çarpanının belirlenmesine de bağlıdır. Şöyle ki; Lagrange çarpanı, denklemde mevcut en yüksek mertebeli türev hariç, diğer terimlerin hepsine kısıtlı varyasyon uygulaması yapılarak genellenebilir. Bunun için;

$d^m u / dx^m + Lu + Nu = f(x)$

diferensiyel denklemini ve

$y^{(k)}(x0) = yk$, $k = 0, 1, 2, \ldots, m$ genel başlangıç koşullarını ele alırsak;

Bu seçimlerden sonra da düzeltme fonksiyonelini

$u_{n+1}(x) = u_n(x) + \int_0^x \lambda \, (d^m u / dx^m + L\tilde{u}_n(s) + N\tilde{u}_n(s) - f(s)) \, ds$ biçiminde alırsak, varyasyon uygulandığında;

$\delta u_{n+1}(x) = \delta u_n(x) + \delta \int_0^x \lambda \, (x, s) \, (d^m u / dx^m) \, ds$ olacak ve Lagrange çarpanı;

$$(-1)^m / (m-1)!(s-x)^{m-1}, \; m \geq 1 \qquad (2.25)$$

şeklinde bulunabilecektir.

2.3. Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM)

Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM), Ji Huan He tarafından geliştirilmiş bir yöntemdir (He J.H., 1998,1999,2003). Topolojideki homotopi kavramı ile pertürbasyon kavramını birleştirerek iki tekniğin dezavantajlarını ortadan kaldırıp, doğrusal ve doğrusal olmayan problemleri basite indirgeyerek ayrıca sadece zayıf doğrusal olmayan problemlerin değil aynı zamanda kuvvetli doğrusal olmayan problemlerin de çözümünü kolay problemlere dönüştürerek, elde edilen çözümlerin tüm çözüm bölgelerinde geçerli olduğu yarı analitik bir yöntemdir. HPM'de doğrusal olmayan bir denklem;

$$A(u) - f(r) = 0, \; r \in \Omega \qquad (2.26)$$

Sınır koşulları,

$$B\left(u,\frac{\partial u}{\partial n}\right)=0,\ r\in\Gamma \tag{2.27}$$

Denklem (4.1)'de A genel diferansiyel operatörü, Denklem (2.27)'de B sınır operatörü temsil etmekte olup; f(r) bilinen analitik fonksiyondur ve Γ ise Ω'ya bağımlı bir sınırdır.

A operatörü genellikle doğrusal (L) ve Nonlineer (N) olmak üzere iki bölüme ayrılarak yazılırsa;

$$L(u)+N(u)-f(r)=0 \tag{2.28}$$

Denklem (2.28) ifadesi aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$\nu(r,p):\Omega\times[0,1]\to R$ olmak üzere

$$H(\nu,p)=(1-p)\left[L(\nu)-L(u_0)\right]+p\left[A(\nu)-f(r)\right]=0,\ p\in[0,1]\ r\in\Omega \tag{2.29}$$

$A(u)=L(u)+N(u)$ denklemi (2.29) denkleminde yerine yazılırsa;

$$H(\nu,p)=L(\nu)-L(u_0)+pL(u_0)+p\left[N(\nu)-f(r)\right]=0,\ p\in[0,1], r\in\Omega \tag{2.30}$$

Burada $p\in[0,1]$ ifadesindeki p, gömme parametresidir.

Denklem (2.30) de p'nin yerine sırasıyla 0 ve 1 konursa;

$$H(\nu,0)=L(\nu)-L(u_0)=0 \tag{2.31}$$

$$H(\nu,1)=A(\nu)-f(r)=0 \tag{2.32}$$

elde edilmiş olur. p'nin 0'dan başlayarak 1'e doğru olan değişim süreci $\nu(r,p)$'nin $u_0(r)$ den $u(r)$'ye olan değişim sürecini de ifade etmektedir. Buna topolojide deformasyon denir ve $L(\nu)-L(u_0)$, $A(\nu)-f(r)$ çiftine ise homotopik denilmektedir.

$p\in[0,1]$ küçük bir parametre olan p kuvvetler serisi olarak Denklem (2.33) gibi olacaktır.

$$\nu=\nu_0+p\nu_1+p^2\nu_2+p^3\nu_3+..... \tag{2.33}$$

$p=1$'e yaklaşırken çözüm;

$$u = \lim_{p \to 1} \nu = \nu_0 + \nu_1 + \nu_2 + \ldots\ldots \tag{2.34}$$

şeklinde elde edilecektir.

Sayısal Uygulama : Nonlineer bir Problemin HPM ile Çözümü (Başkonuş, 2010)

$$u_t - 3(u^2) + u_{xxx} = 0 \tag{2.35}$$

$$u(x, 0) = 6x \tag{2.36}$$

başlangıç koşulları ile kurulacak homotopi;

$$(1-p)[Y-u_0]+p[Y-3(Y^2)_x+Y''']=0 \tag{2.37}$$

olacaktır. Burada;

$Y'' = \dfrac{\partial^3 y}{\partial x^3}$, $Y = \dfrac{\partial Y}{\partial t}$ ve $p \in [0,1]$ dir. (2.37) denklemi açılırsa;

$$Y - u_0 + pu_0 - 3p(Y^2)_x + pY''' = 0 \tag{2.38}$$

Denklem (4.12)'nin açılımı, Denklem (2.33)'e uygun yerine yazılırsa;

$$Y = Y_0 + pY_1 + p^2Y_2 + p^3Y_3 + p^4Y_4 + \ldots. \tag{2.39}$$

$$Y''' = Y'''_0 + pY'''_1 + p^2Y'''_2 + p^3Y'''_3 + p^4Y'''_4 + \ldots \tag{2.40}$$

meydana gelen Denklem (4.14) ve (4.15)'deki ifadeler Denklem (2.38)'te yerine yazılırsa;

$$Y - u_0 + pu_0 - 3p\left(Y^2\right)_x + pY''' = 0, \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}&\left(Y_0 + pY_1 + p^2Y_2 + p^3Y_3 + p^4Y_4\right) - u_0 + pu_0 - 3p\left[\left(Y_0 + pY_1 + p^2Y_2 + p^3Y_3 + p^4Y_4\right)^2\right]_x \\ &+p\left(Y'''_0 + pY'''_1 + p^2Y'''_2 + p^3Y'''_3 + p^4Y'''_4\right) = 0,\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}&\left(Y_0 + pY_1 + p^2Y_2 + p^3Y_3 + p^4Y_4\right) - u_0 + pu_0 + \left[-3pY_0^2 - 6p^2Y_0Y_1 - 3p^3Y_1^2 - 6p^3Y_0Y_2\right]_x \\ &+\left[-6p^4Y_1Y_2 - 6p^4Y_0Y_3\right]_x + p\left(Y'''_0 + pY'''_1 + p^2Y'''_2 + p^3Y'''_3 + p^4Y'''_4\right) = 0,\end{aligned} \tag{2.43}$$

$$Y_0 + pY_1 + p^2Y_2 + p^3Y_3 + p^4Y_4 - u_0 + pu_0 + \begin{bmatrix} -\left(3pY_0^2\right)_x - \left(6p^2Y_0Y_1\right)_x - \left(3p^3Y_1^2\right)_x \\ -\left(6p^3Y_0Y_2\right)_x \end{bmatrix}$$
$$-\left(6p^4Y_1Y_2\right)_x - \left(6p^4Y_0Y_3\right)_x + pY_0''' + p^2Y_1''' + p^3Y_2''' + p^4Y_3''' = 0, \quad (2.44)$$

elde edilir. Oluşan denklem p'nin kuvvetlerine göre parantezlerle yeniden düzenlenirse;

$$p^0 : Y_0 - u_0 = 0, \quad (2.45)$$

$$p^1 : Y_1 + u_0 - \left(3Y_0^2\right)_X + Y_0''' = 0, \quad (2.46)$$

$$p^2 : Y_2 - (6Y_0Y_1)_X + Y_1''' = 0, \quad (2.47)$$

$$p^3 : Y_3 - \left(3Y_1^2\right)_X - \left(6Y_0Y_2\right)_X + Y_2''' = 0, \quad (2.48)$$

$$p^4 : Y_4 - \left(6Y_1Y_2\right)_X - \left(6Y_0Y_3\right)_X + Y_3''' = 0, \quad (2.49)$$

Şeklini alacaktır. Bu denklemlerin çözülmesiyle;

$$p^0 : Y_0 - u_0 \Rightarrow u_0 \Rightarrow Y_0 = 6x, \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} &p^1 : Y_1 + u_0 - \left(3Y_0^2\right)_x + Y_0''' = 0 \\ &\Rightarrow Y_1 = -u_0 + \left(3Y_0^2\right)_x - Y_0''' \\ &\Rightarrow Y_1 = \int_0^t \left[-u_0 + \left(3Y_0^2\right)_x - Y_0'''\right] dt \\ &\Rightarrow Y_1 = \int_0^t \left[\left(3Y_0^2\right)_x - Y_0'''\right] dt \\ &\Rightarrow Y_1 = 216tx, \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} &p^2 : Y_2 - \left(6Y_0Y_1\right)_x + Y_1''' = 0 \\ &\Rightarrow Y_2 = \left(6Y_0Y_1\right)_x - Y_1''' \\ &\Rightarrow Y_2 = \int_0^t \left[\left(6Y_0Y_1\right)_x - Y_1'''\right] dt \\ &\Rightarrow Y_2 = 7776t^2x \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$
\begin{aligned}
&p^3 : Y_3 - \left(3Y_1^2\right)_x - \left(6Y_0Y_2\right)_x + Y_2''' = 0 \\
&\Rightarrow Y_3 = \left(3Y_1^2\right)_x + \left(6Y_0Y_2\right)_x - Y_2''' \\
&\Rightarrow Y_3 = \int_0^t \left[\left(3Y_1^2\right)_x + \left(6Y_0Y_2\right)_x - Y_2'''\right] dt \\
&\Rightarrow Y_3 = 279936t^3x,
\end{aligned}
\tag{2.53}
$$

$$
\begin{aligned}
&p^4 : Y_4 - \left(6Y_1Y_2\right)_x - \left(6Y_0Y_3\right)_x + Y_3''' = 0 \\
&\Rightarrow Y_4 = \left(6Y_1Y_2\right)_x + \left(6Y_0Y_3\right)_x - Y_3''' \\
&\Rightarrow Y_4 = \int_0^t \left[\left(6Y_1Y_2\right)_x + \left(6Y_0Y_3\right)_x - Y_3'''\right] dt \\
&\Rightarrow Y_4 = 10077696t^4x
\end{aligned}
\tag{2.54}
$$

şeklinde serinin ilk dört fonksiyonu elde edilmiş olur. Bu durumda KdV denkleminin yaklaşık çözümü;

şeklinde serinin ilk dört fonksiyonu elde edilmiş olur. Bu durumda KdV denkleminin yaklaşık çözümü;

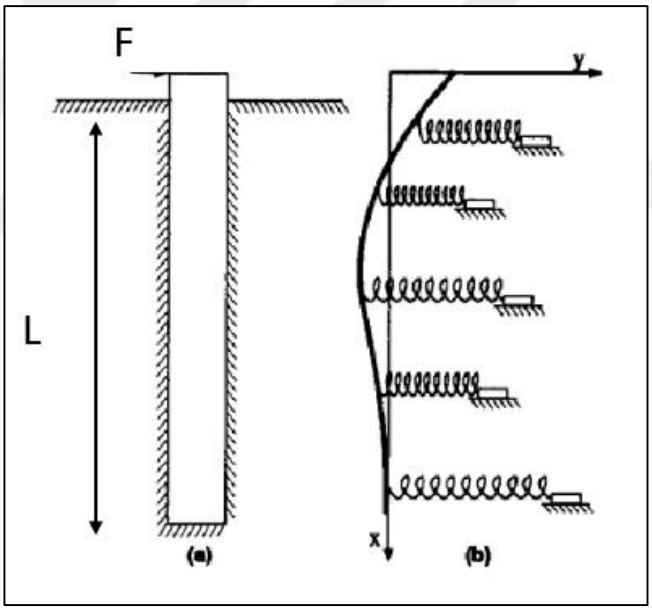
$$
\begin{aligned}
u(x,t) &= \lim_{p\to 1} Y = Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + \ldots \\
&= 6x + 216xt + 7776t^2x + 279936t^3x + 10077696t^4x + \ldots \\
&= 6x\left(1 + 36t + 1296t^2 + 4665t^3 + 1679616t^4 + \ldots\right)
\end{aligned}
\tag{2.55}
$$

şeklinde elde edilmiş olunur.

3. ANALİTİK YÖNTEMLERİN PROBLEME UYGULANMASI

3.1. Eğilme Problemi

Eğilme problemi olarak çalışmada yatak katsayısı değişken elastik bir zemin üzerine oturmuş HP360x174 çelik kirişin deplasman, eğilme momenti ve zemin basıncı analizleri farklı analitik tahmin yöntemleriyle incelenecektir. Bu problem analitik çözümü daha önce literatürde verilmiş olan bir problemdir (Dinev, 2012). Şekil 3.1'de görüldüğü gibi kirişin zemin üzerinde kalan bölümüne 50,78 kN'luk bir F yanal kuvveti etki etmektedir.



Şekil 3.1. Değişken katsayılı elastik zemindeki eğilmeye zorlanan kiriş

Çelik kirişin uzunluğu L = 19 m, eğilme rijitliği EI = 101600 kNm^2, kirişin genişliği b = 378 mm olarak verilmektedir. Elastik zeminin yatak katsayısı k, x mesafesine bağlı olarak aşağıdaki gibi değişmektedir.

.

$k(x) = 200 + 50x1/2$ kN/m2 . (3.1)

Bir önceki bölümde özetlenen tüm yöntemlerle, n. mertebeden çözüm olarak bir polinom elde edilecektir. Çözümü polinom olarak elde edebilmek için başlangıç tahmini de yine sınır koşullarına uygun bir polinom olacaktır. ADM'de bu polinom problemin formülasyon sürecinde otomatik olarak elde dilecektir.

Çözüm için uygulanacak ADM algoritması:

$$w(x) = A + Bx + C\frac{x^2}{2} + D\frac{x^3}{6} + L^{-1}\left[-\frac{k(x)b}{EI}w\right] \quad (3.2)$$

$$L \equiv \frac{d^4}{dx^4} \quad (3.3)$$

$$w_0(x) = A + Bx + C\frac{x^2}{2} + D\frac{x^3}{6} \quad (3.4)$$

$$w_n(x) = L^{-1}\left[-\frac{k(x)b}{EI}w_{n-1}\right] \text{ , } n\geq 1 \quad (3.5)$$

$$w(x) = \sum_{n=0}^{N} w_n(x) \qquad n \geq 2 \quad (3.6)$$

Çözüm için uygulanacak HPM algoritması:

$$H(v,p) = (1-p)\left[\frac{d^4w}{dx^4} - \frac{d^4u_0}{dx^4}\right] + p\left[\frac{d^4w}{dx^4} - \frac{k(x)b}{EI}w\right] = 0 \quad (3.7)$$

$$w = w_0 + pw_1 + pw_2 + \cdots \quad (3.8)$$

$$\frac{d^4w_0}{dx^4} - \frac{d^4u_0}{dx^4} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{d^4w_1}{dx^4} + p\frac{d^4u_0}{dx^4} + \frac{k(x)b}{EI}w_0 = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{d^4w_n}{dx^4} + \frac{k(x)b}{EI}w_{n-1} = 0 \qquad n \geq 2 \quad (3.11)$$

$$w(x) = \lim_{p\to 1} w_0 + pw_1 + p^2 w_2 + \cdots .. \quad (3.12)$$

Çözüm için uygulanacak VIM algoritması:

$$w_n(x) = w_{n-1}(x) + \int_0^x \lambda(\zeta)\left[\frac{d^4w_{n-1}(\zeta)}{dx^4} + \frac{k(\zeta)b}{EI}w_{n-1}(\zeta)\right]d\zeta \quad (3.13)$$

$$\lambda(\zeta) = \frac{(\zeta - x)^3}{6} \quad (3.14)$$

$$w(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \quad (3.15)$$

ADM, VIM, ve HPM yardımıyla istenilen çözüm elde etmek mümkündür. Çözümün mertebesi arttıkça hassasiyet de artacaktır. Başlangıç tahmininde yer alan dört bilinmeye sabit A, B, C ve Delde edilecek olan N. mertebe çözümde de yer alacaktır. Bu sabitler kirişe ait dört adet sınır koşulu yardımıyla bulunur. Her bir sınır koşulundan elde edilecek denklemlerle toplamda dört denklem elde edilecek olup dört bilinmeyen bu denklemler yardımıyla kolaylıkla bulunabilecektir.

Bu süreci matris formda ifade edecek olursak denklem sistemi:

$$[K]\{\alpha\}=\{F\} \tag{3.16}$$

Burada $\{\alpha\}$bilinmeyen vektörü ve $\{F\}$de kuvvet vektörüdür. Bilinmeyenlerin elde edilmesi ile birlikte, bilinmeyen cinsinden yazılabilen probleme ait diğer bulgular da kolaylıkla elde edilebileceklerdir.

3.2. Titreşim Problemi

Bu kısımda ele alınacak olan titreşim problemi Ding tarafından boyutsuz olarak ifade edilmiş ve frekansların elde edileceği denklem ise aşağıdaki gibi elde edilmişti (Ding, 1993)

$$\frac{d^4Y}{d\xi^3} - \lambda^4 Y = K(\xi)Y \tag{3.17}$$

Bu denklemde K(ξ) boyutsuz Winkler elastik zemini yatak katsayısını, $\lambda^4 = \frac{\rho A l^4 \omega^2}{EI}$. ise boyutsuz frekans parametresini göstermekteydi.

Denklemlerin çözümü Bölüm 2'de detaylı olarak ADM, HPM, ve VIM çözüm algoritmaları aşağıdaki gibi elde edilirler.

Çözüm için uygulanacak ADM algoritması:

$$Y(\xi) = A + B\xi + C\,\frac{\xi^2}{2} + D\,\frac{\xi^3}{6} + L^{-1}\left[\lambda^4 - \frac{k(\xi)b}{EI}Y\right] \tag{3.18}$$

$$L \equiv \frac{d^4}{d\xi^4} \tag{3.19}$$

$$Y_0(\xi) = A + B\xi + C\,\frac{\xi^2}{2} + D\,\frac{\xi^3}{6} \tag{3.20}$$

$$Y_n(\xi) = L^{-1}\left[\lambda^4 - \frac{k(\xi)b}{EI}Y_{n-1}\right] \qquad n \geq 1 \tag{3.21}$$

$$Y(\xi) = \sum_{n=0}^{N} Y_n(\xi) \tag{3.22}$$

Çözüm için uygulanacak HPM algoritması:

$$H(v,p) = (1-p)\left[\frac{d^4Y}{d\xi^4} - \frac{d^4u_0}{d\xi^4}\right] + p\left[\frac{d^4Y}{d\xi^4} + \left(\frac{k(\xi)b}{EI} - \lambda^4\right)Y\right] = 0 \quad (3.23)$$

$$Y = Y_0 + pY_1 + pY_2 + \cdots \quad (3.24)$$

$$\frac{d^4Y_0}{d\xi^4} - \frac{d^4u_0}{d\xi^4} = 0 \quad (3.25)$$

$$\frac{d^4Y_1}{d\xi^4} + p\frac{d^4u_0}{d\xi^4} + \left(\frac{k(\xi)b}{EI} - \lambda^4\right)Y_0 = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{d^4Y_n}{d\xi^4} + \left(\frac{k(\xi)b}{EI} - \lambda^4\right)Y_{n-1} = 0 \qquad n \geq 2 \quad (3.27)$$

$$Y(\xi) = \lim_{p\to 1} Y_0 + pY_1 + p^2 Y_2 + \cdots .. \quad (3.28)$$

$$Y_0(\xi) = A + B\xi + C\xi^2 + D\,\xi^3 \quad (3.29)$$

Çözüm için uygulanacak VIM algoritması:

$$Y_n(\xi) = Y_{n-1}(\xi) + \int_0^{\xi} \psi(\zeta)\left[\frac{d^4Y_{n-1}(\zeta)}{d\xi^4} + \left(\frac{k(\zeta)b}{EI} - \lambda^4\right)Y_{n-1}(\zeta)\right]d\zeta \quad (3.30)$$

$$\psi(\zeta) = \frac{(\zeta-\xi)^3}{6} \quad (3.31)$$

$$Y_0(\xi) = A + B\xi + C\xi^2 + D\,\xi^3 \quad (3.32)$$

Titreşim probleminde çözüm eğilme problemindeki gibi elde edilemez. Çünkü sınır koşullarının uygulanması ile bilinmeyenler A, B, C ve D cinsinden elde edilecek olan dört denklemin matris formu aşağıdaki gibi olur.

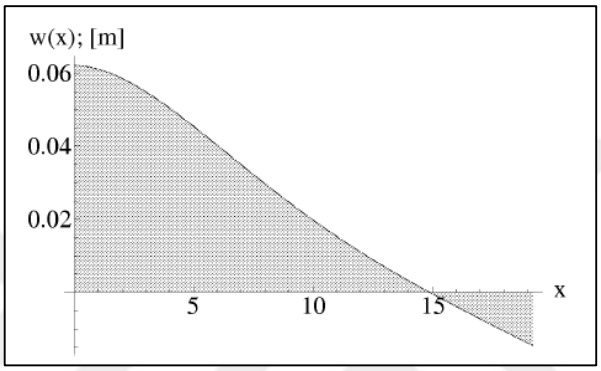
$[K]\{\alpha\}=\{0\}$

Burada $\{\alpha\}$ bilinmeyen vektörü ve denklemin sağ tarafı ise sıfır vektörüdür. Bu durum ise yerdeğiştirmenin sıfır olduğu anlamına gelir ki çözüm aradığımız çözüm değildir. Bu durumda katsayı matrisinin tekil olması durumunda çözümün ne olacağını yani özdeğer problemini çözmemiz gerekecektir. Katsayı matrisinin determinantının sıfıra eşitlenmesiyle elde edilecek olan bu çözüm bize özdeğer olarak boyutsuz frekans parametresini verir. Matrisin determinantı titreşim frekansı parametresi cinsinden elde edilecektir. Bölüm 4'te her iki problem için elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilecektir.

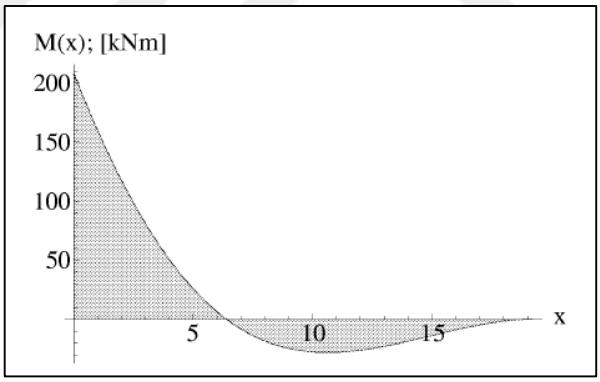
4. SAYISAL SONUÇLAR

4.1. Eğilme Problemi Sonuçları

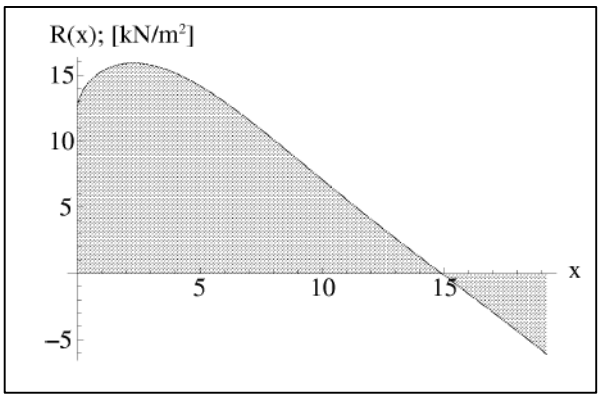
4.1.1. Dinev tarafından elde edilen sonuçlar



Şekil 4.1. Deplasman dağılımı (Dinev,2012)



Şekil 4.2. Moment dağılımı (Dinev,2012)



Şekil 4.3. Basınç dağılımı (Dinev,2012)

4.1.2. Analitik tahmin metodları ile elde edilen sonuçlar (Eğilme)

Tablo 4.1. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar (Varyasyonel Iterasyon Metodu)

Uzunluk	$w_n(x)$ - Çelik Kirişte Meydana Gelen Deplasmanlar (n=5 iterasyon)				
x (m)	**w_1 (m)**	**w_2 (m)**	**w_3 (m)**	**w_4 (m)**	**w_5 (m)**
0	0,0729972	0,0606139	0,0622531	0,062233	0,0622331
1	0,0714801	0,0597032	0,0613096	0,0612898	0,0612899
2	0,0672309	0,0572786	0,0587856	0,0587668	0,0587668
3	0,0606526	0,053759	0,0550979	0,0550808	0,0550808
4	0,0520814	0,0495061	0,0506046	0,0505899	0,05059
5	0,0417889	0,0448247	0,0456054	0,0455939	0,0455939
6	0,0299883	0,0399644	0,0403436	0,0403362	0,0403362
7	0,0168427	0,0351229	0,0350098	0,0350074	0,0350074
8	0,00247513	0,0304503	0,0297464	0,0297501	0,0297501
9	-0,0130199	0,0260531	0,0246524	0,0246634	0,0246634
10	-0,029565	0,0219992	0,0197892	0,0198087	0,0198087
11	-0,0470888	0,0183225	0,015186	0,0152155	0,0152154
12	-0,0655152	0,0150282	0,0108457	0,0108865	0,0108864
13	-0,084756	0,0120965	0,00675052	0,0068041	0,00680394
14	-0,104705	0,00948825	0,00286754	0,0029353	0,0029351
15	-0,125238	0,00714877	-0,000845689	-0,000762461	-0,00076271
16	-0,146214	0,00501371	-0,00443578	-0,00433598	-0,00433628
17	-0,167484	0,00301497	-0,00794815	-0,00783093	-0,00783129
18	-0,188911	0,00108863	-0,0114217	-0,0112866	-0,011287
19	-0,210389	-0,000814319	-0,0148835	-0,0147302	-0,0147307

Tablo 4.2. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momentleri (Varyasyonel Iterasyon Metodu)

Uzunluk	$M_n(x)$ - Çelik Kirişte Meydana Gelen Eğilme Momenti (n=5 iterasyon)				
x (m)	**M_1 (kNm)**	**M_2 (kNm)**	**M_3 (kNm)**	**M_4 (kNm)**	**M_5 (kNm)**
1	277,025	153,355	160,098	160,031	160,031
2	236,057	110,764	117,727	117,658	117,658
3	201,937	74,0131	81,3502	81,276	81,2762
4	174,385	43,0721	50,9269	50,8462	50,8464

Tablo 4.2.(Devam) Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momentleri (Varyasyonel Iterasyon Metodu)

x (m)	M_1 (kNm)	M_2 (kNm)	M_3 (kNm)	M_4 (kNm)	M_5 (kNm)
5	152,796	17,735	26,2312	26,1423	26,1426
6	136,314	-2,32573	6,90278	6,80446	6,80475
7	123,901	-17,5193	-7,51314	-7,62184	-7,62151
8	114,409	-28,3043	-17,5348	-17,6542	-17,6538
9	106,647	-35,1631	-23,7191	-23,8486	-23,8482
10	99,4624	-38,5832	-26,6422	-26,7805	-26,78
11	91,8226	-39,0457	-26,8862	-27,0305	-27,03
12	82,897	-37,0219	-25,0294	-25,1757	-25,1752
13	72,1477	-32,9788	-21,6414	-21,7843	-21,7838
14	59,421	-27,3969	-17,2817	-17,414	-17,4135
15	45,0437	-20,8021	-12,5004	-12,6137	-12,6134
16	29,9214	-13,8169	-7,8412	-7,9269	-7,92659
17	15,6416	-7,23548	-3,84457	-3,89605	-3,89585
18	4,57815	-2,13054	-1,0508	-1,06828	-1,06821
19	$-1{,}76248.10^{-13}$	$-4{,}4062.10^{-13}$	$-7{,}93116.10^{-13}$	$-6{,}16868.10^{-13}$	$-1{,}76248.10^{-13}$

Tablo 4.3. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerleri (Varyasyonel Iterasyon Metodu)

Uzunluk	$R_n(x)$ – Elastik Zeminde Meydana Gelen Basınç Dağılımı (n=5)				
x (m)	**R_1 (kPa)**	**R_2 (kPa)**	**R_3 (kPa)**	**R_4 (kPa)**	**R_5 (kPa)**
0	5,51859	4,58241	4,70634	4,70482	4,70482
1	6,75487	5,64196	5,79376	5,79189	5,79189
2	6,87964	5,86124	6,01545	6,01352	6,01353
3	6,57085	5,82402	5,96907	5,96722	5,96722
4	5,90603	5,61399	5,73857	5,73689	5,7369
5	4,92531	5,28311	5,37513	5,37377	5,37378
6	3,65543	4,87147	4,9177	4,91679	4,91679
7	2,11552	4,41161	4,3974	4,3971	4,3971
8	0,319434	3,92984	3,83899	3,83947	3,83947
9	-1,72253	3,44683	3,26151	3,26297	3,26296

Tablo 4.3.(Devam) Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerleri (Varyasyonel Iterasyon Metodu)

x (m)	R_1 (kPa)	R_2 (kPa)	R_3 (kPa)	R_4 (kPa)	R_5 (kPa)
10	-4,00213	2,97796	2,6788	2,68145	2,68144
11	-6,51163	2,53372	2,09998	2,10406	2,10405
12	-9,24233	2,12005	1,53002	1,53578	1,53576
13	-12,1832	1,73882	0,970352	0,978055	0,978032
14	-15,3202	1,3883	0,419571	0,429485	0,429456
15	-18,6354	1,06373	-0,125838	-0,113454	-0,113491
16	-22,1075	0,758074	-0,67069	-0,6556	-0,655645
17	-25,7133	0,462878	-1,22025	-1,20226	-1,20231
18	-29,4297	0,169594	-1,77934	-1,75829	-1,75835
19	-33,2379	-0,128649	-2,35134	-2,32713	-2,3272

Tablo 4.4. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar (Adomian Ayrıştırma Metodu)

Uzunluk	$w_n(x)$ - Çelik Kirişte Meydana Gelen Deplasmanlar (n=5 iterasyon)				
x (m)	w_1 (m)	w_2 (m)	w_3 (m)	w_4 (m)	w_5 (m)
0	0,0729972	0,0606139	0,0622531	0,062233	0,0622331
1	0,0714801	0,0597032	0,0613096	0,0612898	0,0612899
2	0,0672309	0,0572786	0,0587856	0,0587668	0,0587668
3	0,0606526	0,053759	0,0550979	0,0550808	0,0550808
4	0,0520814	0,0495061	0,0506046	0,0505899	0,05059
5	0,0417889	0,0448247	0,0456054	0,0455939	0,0455939
6	0,0299883	0,0399644	0,0403436	0,0403362	0,0403362
7	0,0168427	0,0351229	0,0350098	0,0350074	0,0350074
8	0,00247513	0,0304503	0,0297464	0,0297501	0,0297501
9	-0,0130199	0,0260531	0,0246524	0,0246634	0,0246634
10	-0,029565	0,0219992	0,0197892	0,0198087	0,0198087
11	-0,0470888	0,0183225	0,015186	0,0152155	0,0152154
12	-0,0655152	0,0150282	0,0108457	0,0108865	0,0108864
13	-0,084756	0,0120965	0,00675052	0,0068041	0,00680394

Tablo 4.4.(Devam) Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar (Adomian Ayrıştırma Metodu)

x (m)	w_1 (m)	w_2 (m)	w_3 (m)	w_4 (m)	w_5 (m)
14	-0,104705	0,00948825	0,00286754	0,0029353	0,0029351
15	-0,125238	0,00714877	-0,000845689	-0,000762461	-0,00076271
16	-0,146214	0,00501371	-0,00443578	-0,00433598	-0,00433628
17	-0,167484	0,00301497	-0,00794815	-0,00783093	-0,00783129
18	-0,188911	0,00108863	-0,0114217	-0,0112866	-0,011287
19	-0,210389	-0,000814319	-0,0148835	-0,0147302	-0,0147307

Tablo 4.5. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momentleri (Adomian Ayrıştırma Metodu)

Uzunluk	$M_n(x)$ - Çelik Kirişte Meydana Gelen Eğilme Momenti (n=5 iterasyon)				
x (m)	M_1 (kNm)	M_2 (kNm)	M_3 (kNm)	M_4 (kNm)	M_5 (kNm)
1	277,025	153,355	160,098	160,031	160,031
2	236,057	110,764	117,727	117,658	117,658
3	201,937	74,0131	81,3502	81,276	81,2762
4	174,385	43,0721	50,9269	50,8462	50,8464
5	152,796	17,735	26,2312	26,1423	26,1426
6	136,314	-2,32573	6,90278	6,80446	6,80475
7	123,901	-17,5193	-7,51314	-7,62184	-7,62151
8	114,409	-28,3043	-17,5348	-17,6542	-17,6538
9	106,647	-35,1631	-23,7191	-23,8486	-23,8482
10	99,4624	-38,5832	-26,6422	-26,7805	-26,78
11	91,8226	-39,0457	-26,8862	-27,0305	-27,03
12	82,897	-37,0219	-25,0294	-25,1757	-25,1752
13	72,1477	-32,9788	-21,6414	-21,7843	-21,7838
14	59,421	-27,3969	-17,2817	-17,414	-17,4135
15	45,0437	-20,8021	-12,5004	-12,6137	-12,6134
16	29,9214	-13,8169	-7,8412	-7,9269	-7,92659
17	15,6416	-7,23548	-3,84457	-3,89605	-3,89585
18	4,57815	-2,13054	-1,0508	-1,06828	-1,06821
19	$-1{,}76248.10^{-13}$	$-4{,}4062.10^{-13}$	$-7{,}93116.10^{-13}$	$-6{,}16868.10^{-13}$	$-1{,}76248.10^{-13}$

Tablo 4.6. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerleri (Adomian Ayrıştırma Metodu)

Uzunluk	$R_n(x)$ – Elastik Zeminde Meydana Gelen Basınç Dağılımı (n=5)				
x (m)	**R_1 (kPa)**	**R_2 (kPa)**	**R_3 (kPa)**	**R_4 (kPa)**	**R_5 (kPa)**
0	5,51859	4,58241	4,70634	4,70482	4,70482
1	6,75487	5,64196	5,79376	5,79189	5,79189
2	6,87964	5,86124	6,01545	6,01352	6,01353
3	6,57085	5,82402	5,96907	5,96722	5,96722
4	5,90603	5,61399	5,73857	5,73689	5,7369
5	4,92531	5,28311	5,37513	5,37377	5,37378
6	3,65543	4,87147	4,9177	4,91679	4,91679
7	2,11552	4,41161	4,3974	4,3971	4,3971
8	0,319434	3,92984	3,83899	3,83947	3,83947
9	-1,72253	3,44683	3,26151	3,26297	3,26296
10	-4,00213	2,97796	2,6788	2,68145	2,68144
11	-6,51163	2,53372	2,09998	2,10406	2,10405
12	-9,24233	2,12005	1,53002	1,53578	1,53576
13	-12,1832	1,73882	0,970352	0,978055	0,978032
14	-15,3202	1,3883	0,419571	0,429485	0,429456
15	-18,6354	1,06373	-0,125838	-0,113454	-0,113491
16	-22,1075	0,758074	-0,67069	-0,6556	-0,655645
17	-25,7133	0,462878	-1,22025	-1,20226	-1,20231
18	-29,4297	0,169594	-1,77934	-1,75829	-1,75835
19	-33,2379	-0,128649	-2,35134	-2,32713	-2,3272

Tablo 4.7. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar (Homotopi Pertürbasyon Metodu)

Uzunluk	$w_n(x)$ - Çelik Kirişte Meydana Gelen Deplasmanlar (n=5 iterasyon)				
x (m)	**w_1 (m)**	**w_2 (m)**	**w_3 (m)**	**w_4 (m)**	**w_5 (m)**
0	0,0729972	0,0606139	0,0622531	0,062233	0,0622331
1	0,0714801	0,0597032	0,0613096	0,0612898	0,0612899
2	0,0672309	0,0572786	0,0587856	0,0587668	0,0587668
3	0,0606526	0,053759	0,0550979	0,0550808	0,0550808
4	0,0520814	0,0495061	0,0506046	0,0505899	0,05059

Tablo 4.7.(Devam) Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar (Homotopi Pertürbasyon Metodu)

x (m)	w_1 (m)	w_2 (m)	w_3 (m)	w_4 (m)	w_5 (m)
5	0,0417889	0,0448247	0,0456054	0,0455939	0,0455939
6	0,0299883	0,0399644	0,0403436	0,0403362	0,0403362
7	0,0168427	0,0351229	0,0350098	0,0350074	0,0350074
8	0,00247513	0,0304503	0,0297464	0,0297501	0,0297501
9	-0,0130199	0,0260531	0,0246524	0,0246634	0,0246634
10	-0,029565	0,0219992	0,0197892	0,0198087	0,0198087
11	-0,0470888	0,0183225	0,015186	0,0152155	0,0152154
12	-0,0655152	0,0150282	0,0108457	0,0108865	0,0108864
13	-0,084756	0,0120965	0,00675052	0,0068041	0,00680394
14	-0,104705	0,00948825	0,00286754	0,0029353	0,0029351
15	-0,125238	0,00714877	-0,000845689	-0,000762461	-0,00076271
16	-0,146214	0,00501371	-0,00443578	-0,00433598	-0,00433628
17	-0,167484	0,00301497	-0,00794815	-0,00783093	-0,00783129
18	-0,188911	0,00108863	-0,0114217	-0,0112866	-0,011287
19	-0,210389	-0,000814319	-0,0148835	-0,0147302	-0,0147307

Tablo 4.8. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen eğilme momentleri (Homotopi Pertürbasyon Metodu)

Uzunluk	$M_n(x)$ - Çelik Kirişte Meydana Gelen Eğilme Momenti (n=5 iterasyon)				
x (m)	**M_1 (kNm)**	**M_2 (kNm)**	**M_3 (kNm)**	**M_4 (kNm)**	**M_5 (kNm)**
1	277,025	153,355	160,098	160,031	160,031
2	236,057	110,764	117,727	117,658	117,658
3	201,937	74,0131	81,3502	81,276	81,2762
4	174,385	43,0721	50,9269	50,8462	50,8464
5	152,796	17,735	26,2312	26,1423	26,1426
6	136,314	-2,32573	6,90278	6,80446	6,80475
7	123,901	-17,5193	-7,51314	-7,62184	-7,62151
8	114,409	-28,3043	-17,5348	-17,6542	-17,6538
9	106,647	-35,1631	-23,7191	-23,8486	-23,8482
10	99,4624	-38,5832	-26,6422	-26,7805	-26,78
11	91,8226	-39,0457	-26,8862	-27,0305	-27,03

Tablo 4.8.(Devam) Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar (Homotopi PertürbasyonMetodu)

x (m)	w_1 (m)	w_2 (m)	w_3 (m)	w_4 (m)	w_5 (m)
12	82,897	-37,0219	-25,0294	-25,1757	-25,1752
13	72,1477	-32,9788	-21,6414	-21,7843	-21,7838
14	59,421	-27,3969	-17,2817	-17,414	-17,4135
15	45,0437	-20,8021	-12,5004	-12,6137	-12,6134
16	29,9214	-13,8169	-7,8412	-7,9269	-7,92659
17	15,6416	-7,23548	-3,84457	-3,89605	-3,89585
18	4,57815	-2,13054	-1,0508	-1,06828	-1,06821
19	$-1{,}76248.10^{-13}$	$-4{,}4062.10^{-13}$	$-7{,}93116.10^{-13}$	$-6{,}16868.10^{-13}$	$-1{,}76248.10^{-13}$

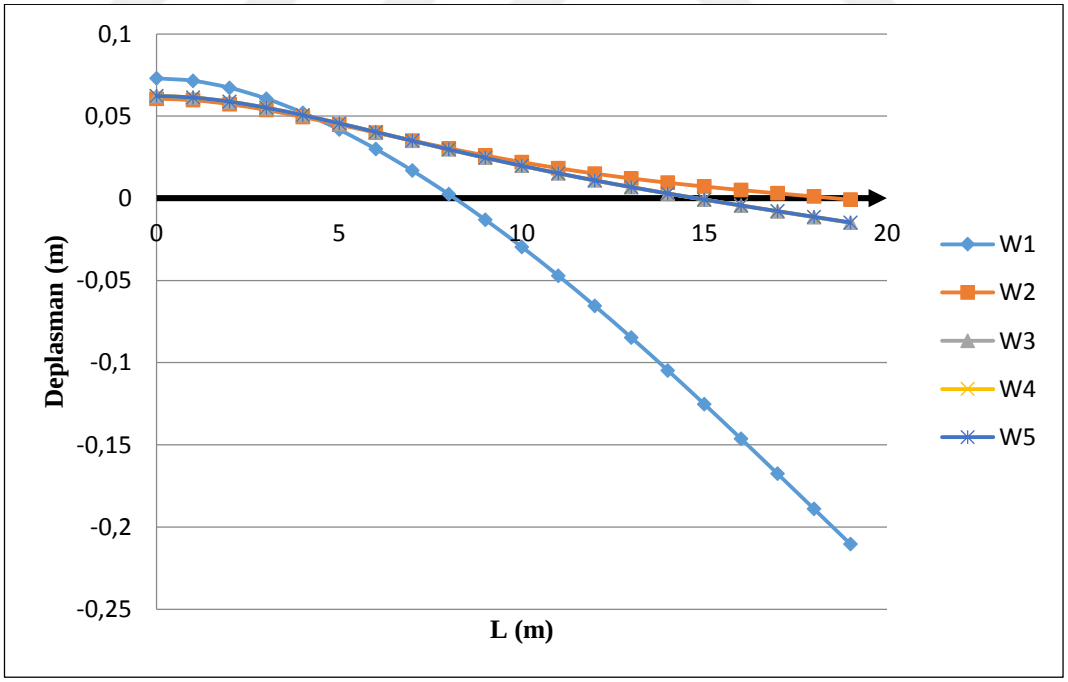
Tablo 4.9. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerleri (Homotopi Pertürbasyon Metodu)

Uzunluk	$R_n(x)$ – Elastik Zeminde Meydana Gelen Basınç Dağılımı (n=5)				
x (m)	**R_1 (kPa)**	**R_2 (kPa)**	**R_3 (kPa)**	**R_4 (kPa)**	**R_5 (kPa)**
0	5,51859	4,58241	4,70634	4,70482	4,70482
1	6,75487	5,64196	5,79376	5,79189	5,79189
2	6,87964	5,86124	6,01545	6,01352	6,01353
3	6,57085	5,82402	5,96907	5,96722	5,96722
4	5,90603	5,61399	5,73857	5,73689	5,7369
5	4,92531	5,28311	5,37513	5,37377	5,37378
6	3,65543	4,87147	4,9177	4,91679	4,91679
7	2,11552	4,41161	4,3974	4,3971	4,3971
8	0,319434	3,92984	3,83899	3,83947	3,83947
9	-1,72253	3,44683	3,26151	3,26297	3,26296
10	-4,00213	2,97796	2,6788	2,68145	2,68144
11	-6,51163	2,53372	2,09998	2,10406	2,10405
12	-9,24233	2,12005	1,53002	1,53578	1,53576
13	-12,1832	1,73882	0,970352	0,978055	0,978032
14	-15,3202	1,3883	0,419571	0,429485	0,429456
15	-18,6354	1,06373	-0,125838	-0,113454	-0,113491
16	-22,1075	0,758074	-0,67069	-0,6556	-0,655645
17	-25,7133	0,462878	-1,22025	-1,20226	-1,20231

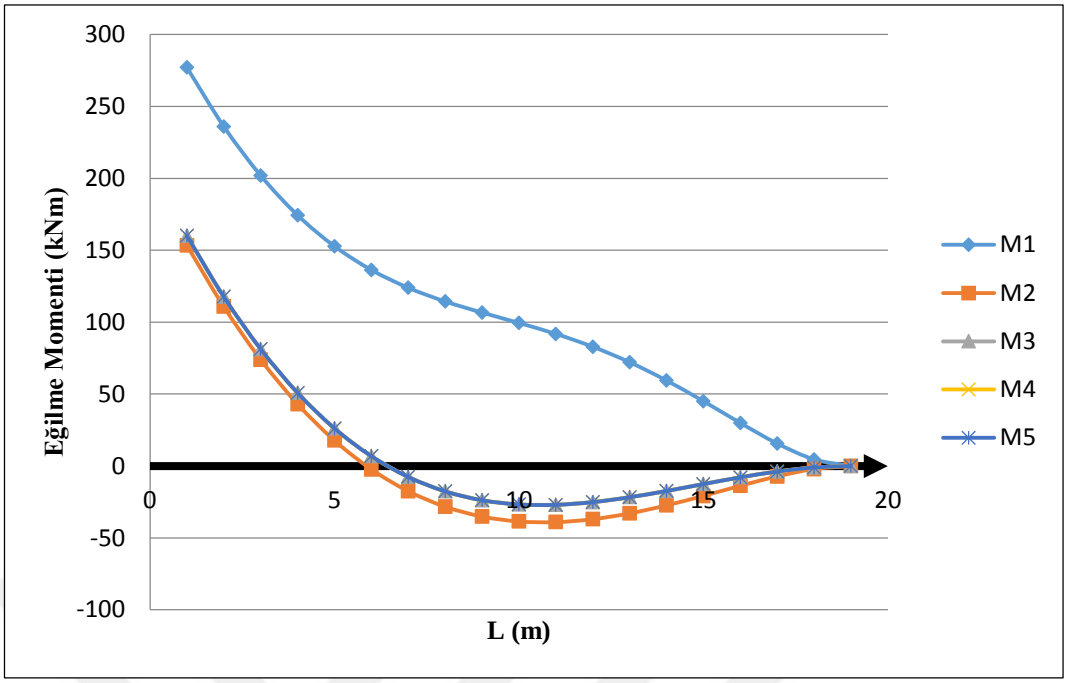
Tablo 4.9.(Devam) Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasmanlar (Homotopi PertürbasyonMetodu)

x (m)	w_1 (m)	w_2 (m)	w_3 (m)	w_4 (m)	w_5 (m)
18	-29,4297	0,169594	-1,77934	-1,75829	-1,75835
19	-33,2379	-0,128649	-2,35134	-2,32713	-2,3272

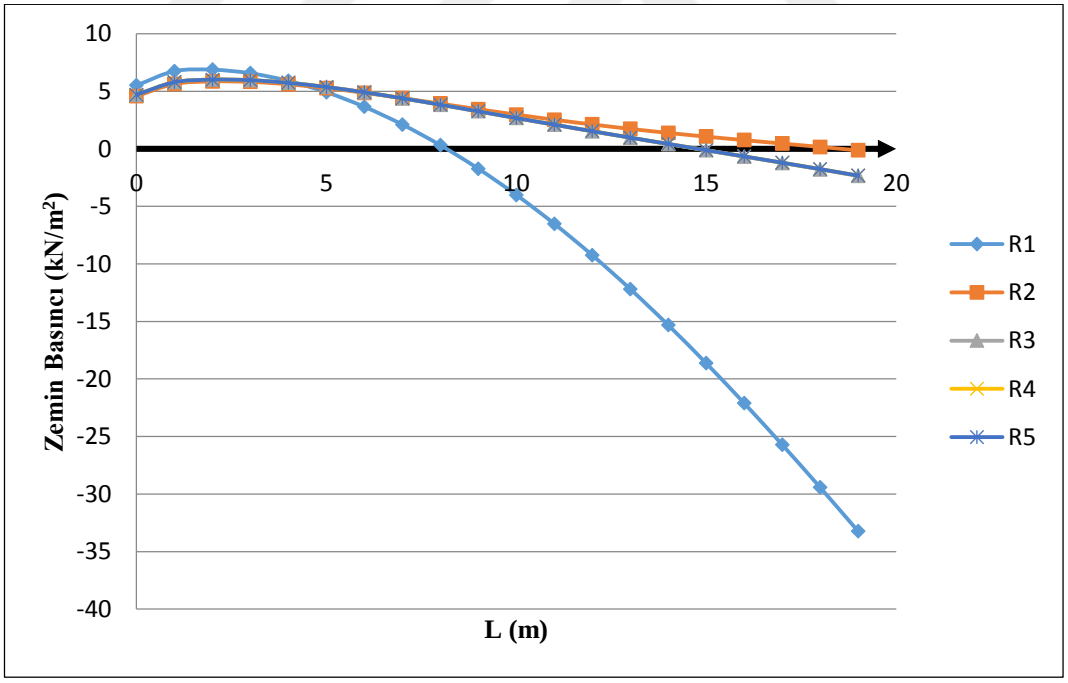
Elde edilen sonuçlar incelendiğinde 1. ve 2. mertebeler arasında anlamlı farklar görülmektedir. 3.mertebe sonucunda ise sonuçlar yakınsamakta ve belirli bir asimptota oturmaktadır. 4. mertebe ve 5.mertebe arasında anlamlı bir fark görülemediğinden yapılan çalışma 5. mertebede sonuçlandırılmıştır. Farklı yaklaşım metotları uygulansa da 5.mertebe sonunda elde edilen deplasman, eğilme momenti ve zemin basıncı değerleri birbirine oldukça yakın çıkmaktadır. Bu sonuç da yapılan çalışmayı doğrular niteliktedir. Elde edilen sonuçlar bölüm 5'te detaylıca irdelenmiştir. Elde edilen deplasman, eğilme momenti ve zemin basıncı değerlerine göre hazırlanan grafikler aşağıda gösterilmektedir. Çözümün nasıl yakınsadığı bu grafiklerle daha iyi anlaşılabilmektedir.



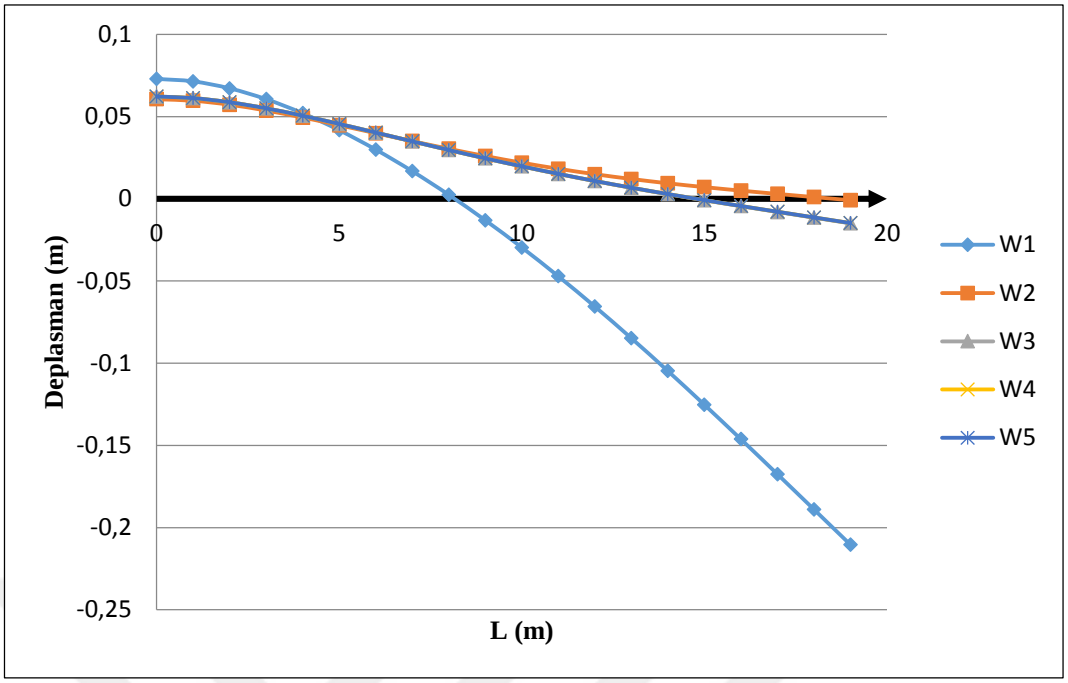
Şekil 4.4. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasman değerleri (VIM)



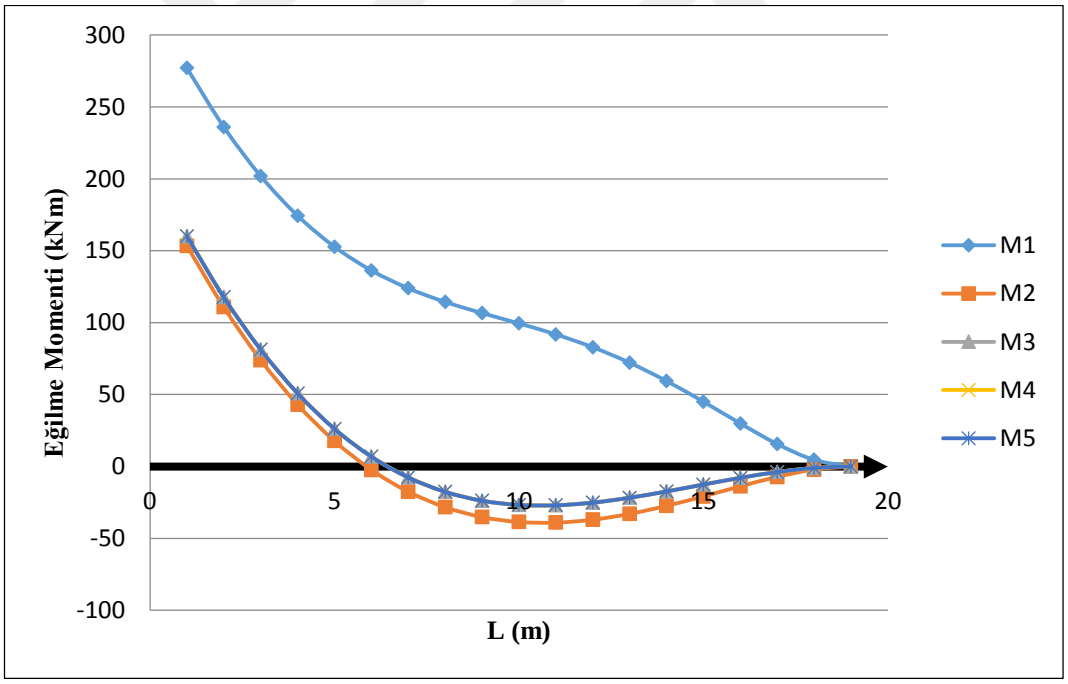
Şekil 4.5. Elastik zemindeki kirişte oluşan eğilme momenti değerleri (VIM)



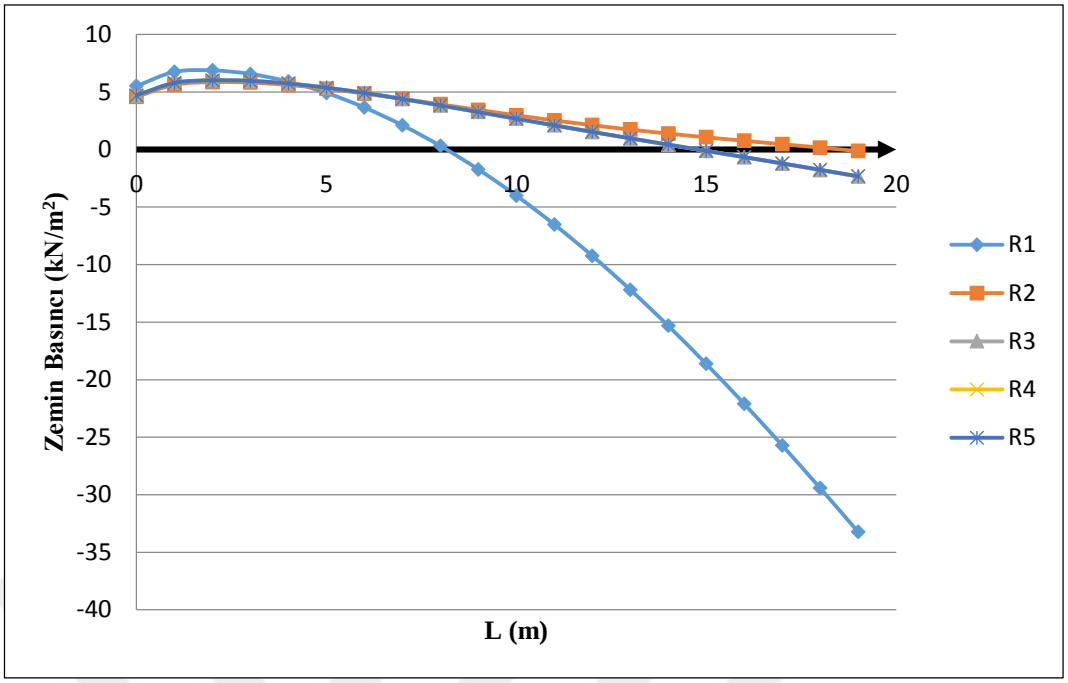
Şekil 4.6. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerlerinin dağılımı (VIM)



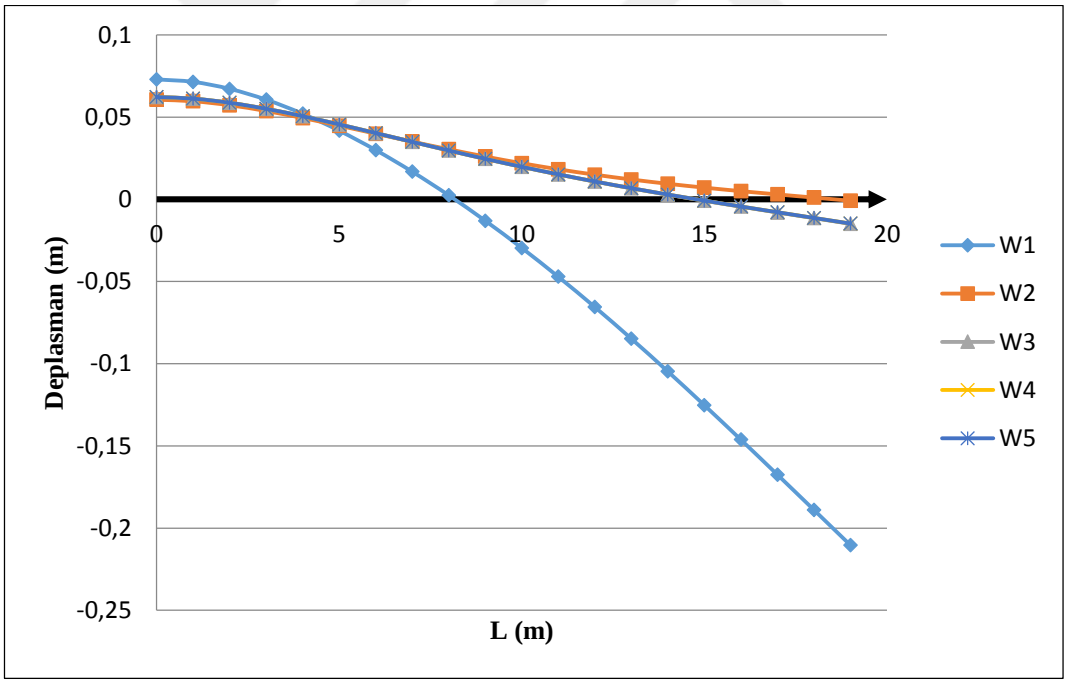
Şekil 4.7. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasman değerleri (ADM)



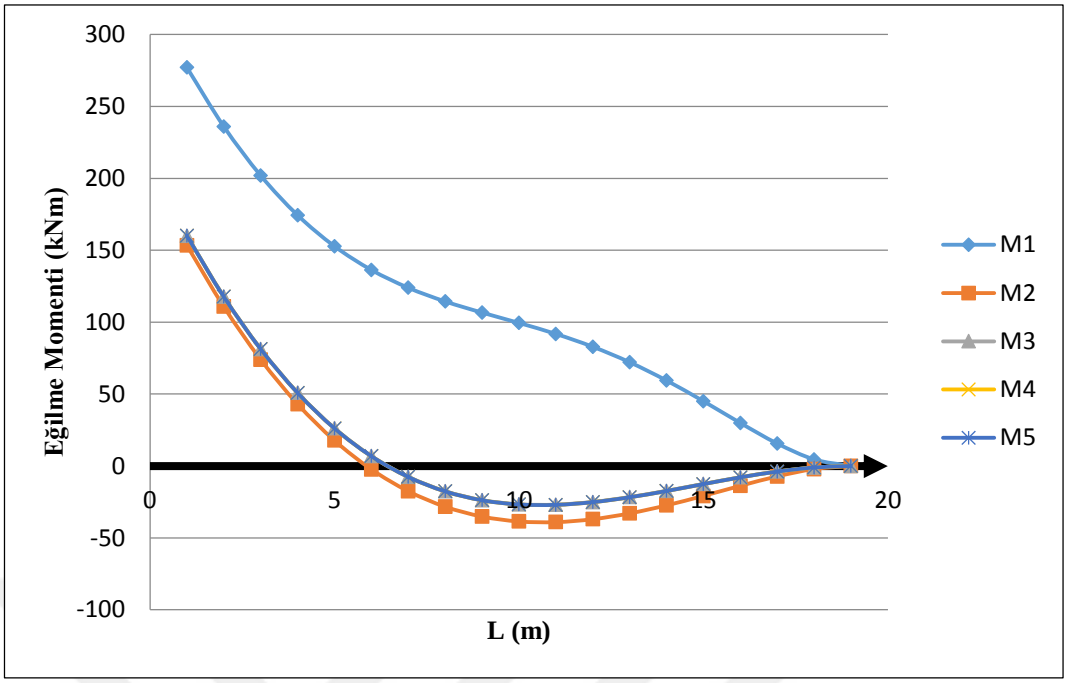
Şekil 4.8. Elastik zemindeki kirişte oluşan eğilme momenti değerleri (ADM)



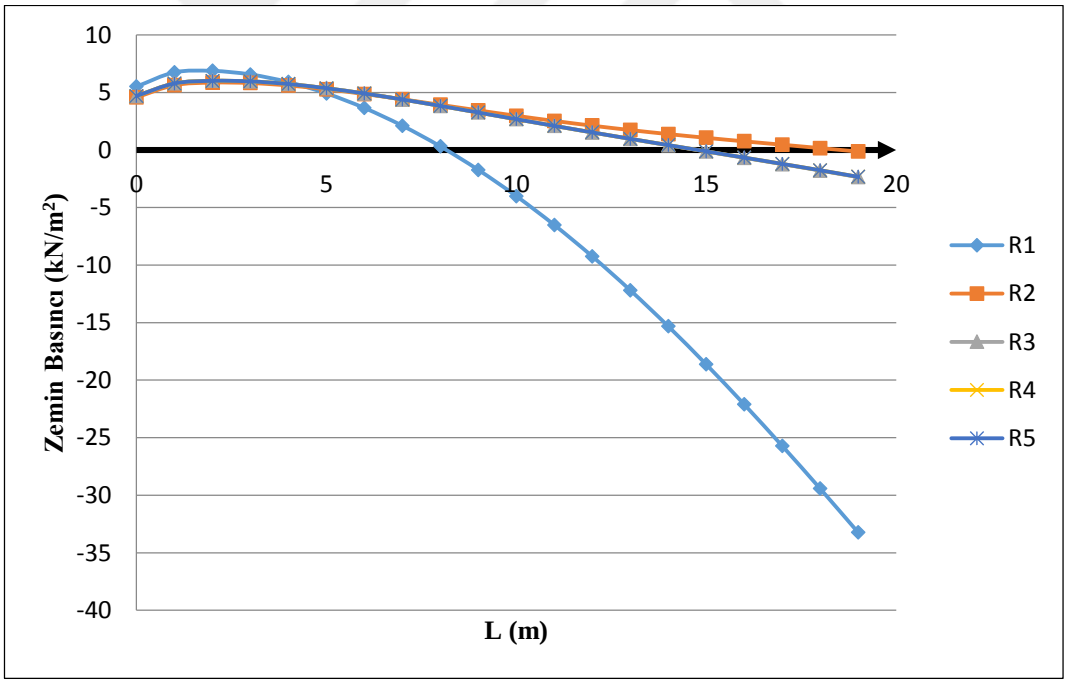
Şekil 4.9. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerlerinin dağılımı (ADM)



Şekil 4.10. Elastik zemindeki kirişte meydana gelen deplasman değerleri (HPM)

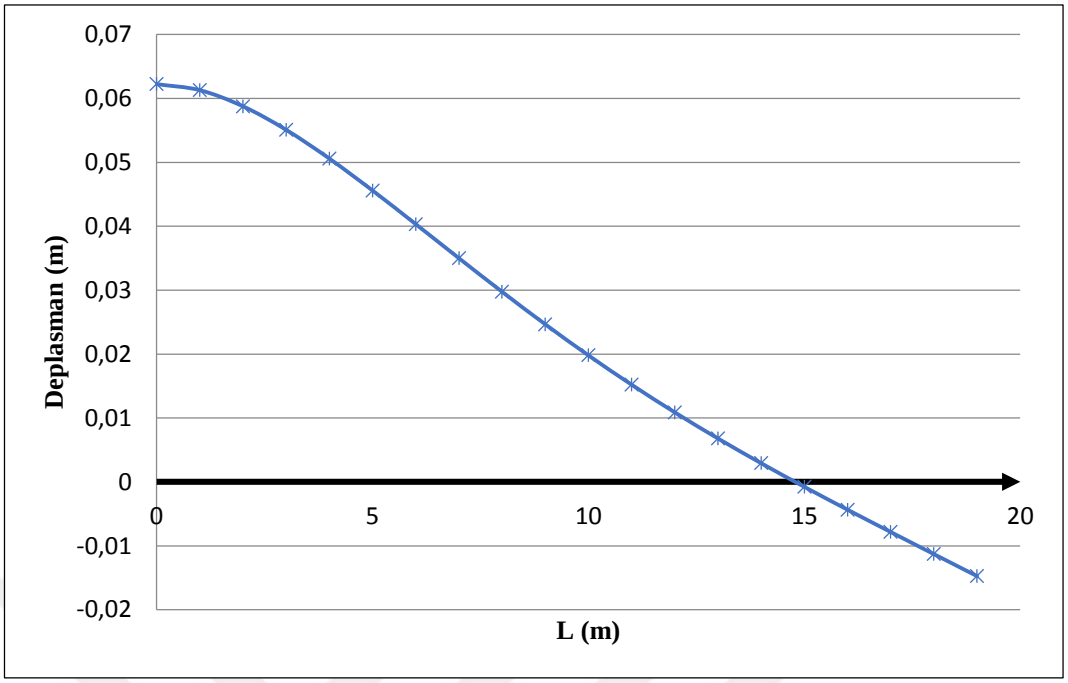


Şekil 4.11. Elastik zemindeki kirişte oluşan eğilme momenti değerleri (HPM)

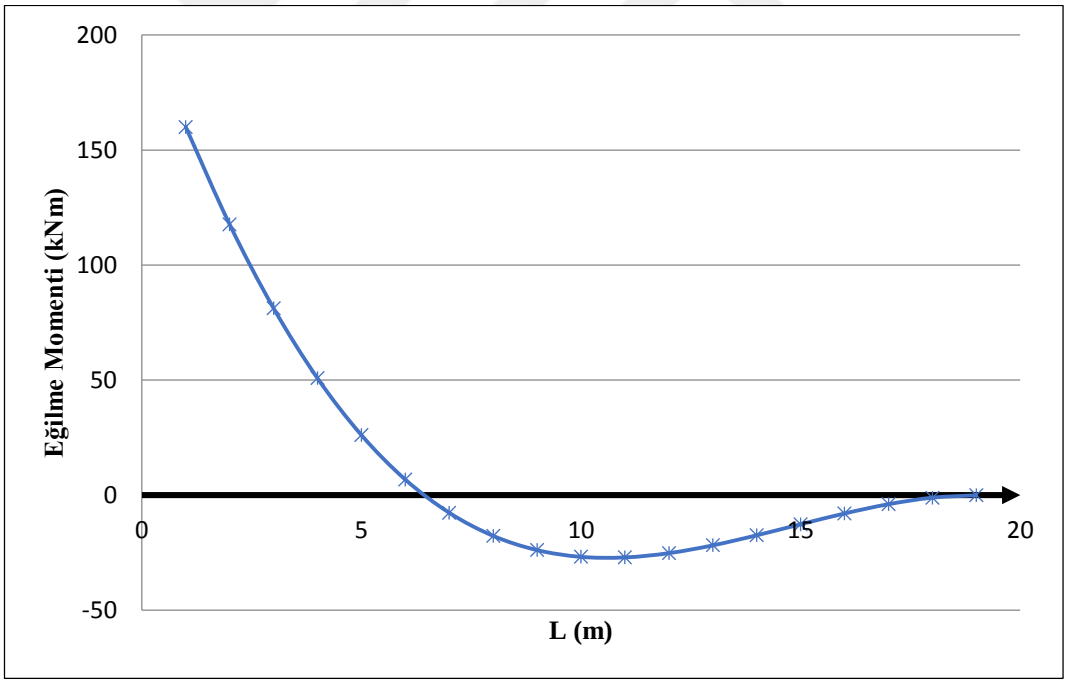


Şekil 4.12. Elastik zeminde oluşan zemin basıncı değerlerinin dağılımı (HPM)

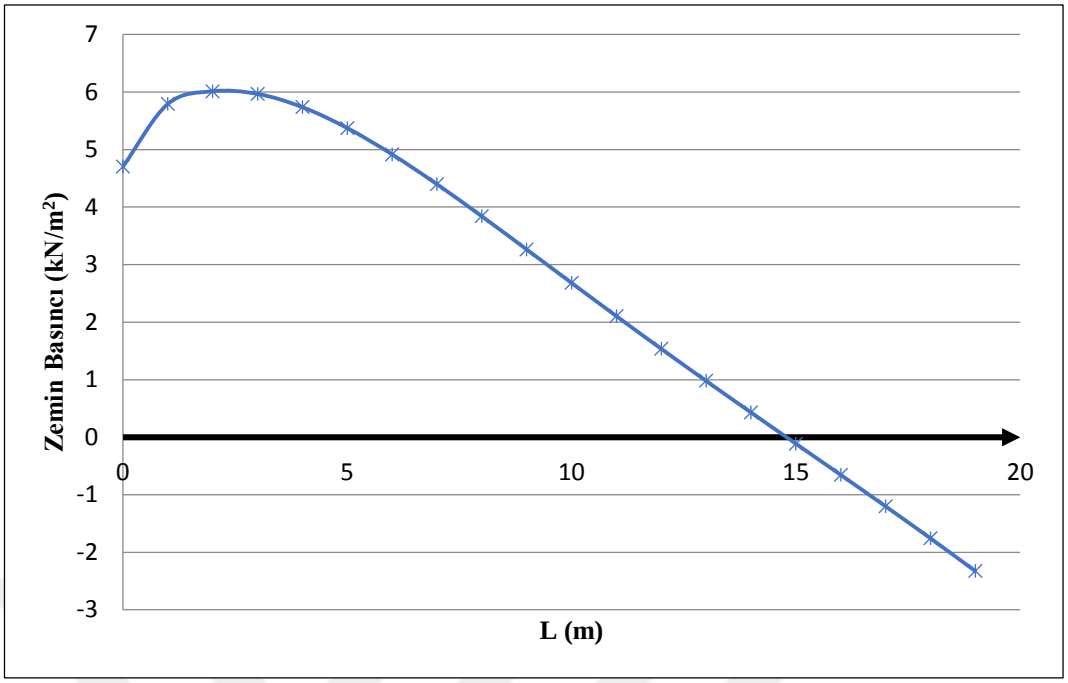
Yapılan analizler sonucunda 3. mertebeden itibaren elde edilen sonuçlarda anlamlı bir fark oluşmadığı için çalışma 5. mertebede sonlandırılmıştır. 5. mertebe sonucunda elde edilen deplasman, eğilme momenti ve zemin basıncı dağılımlarını gösteren grafikler aşağıdaki gibidir. ADM, VIM, ve HPM çözümleri birbiri ile neredeyse aynı olduğundan tek bir çözüm verilecektir.



Şekil 4.13. Elastik zemindeki kirişte oluşan deplasman dağılımı



Şekil 4.14. Elastik zemindeki kirişte oluşan eğilme momenti dağılımı



Şekil 4.15. Elastik zemin üzerinde oluşan zemin basıncı dağılımı

Grafikler 4.13- 4.15 incelendiğinde 5. Mertebe çözümlerin şekil 4.1-4.3'te verilen analitik çözümle mükemmel uyum içerisinde olduğu görülmektedir.Elde edilen yatak katsayısı x mesafesine bağlı olarak değişen elastik bir zemin üzerine oturan Hp360x174 çelik kirişe 50,78kN'luk yanal kuvvet etkidiğinde 15m uzunluğuna kadar olan bölgede kuvvet ile aynı yönde bir deplasman görülmektedir. 15m-20m arasında ise çelik kirişin ucunda meydana gelen deplasmanın 3'te 1'i oranında ve kuvvete ters yönlü deplasman oluşmaktadır. Yanal kuvvet etkisiyle kirişteki maksimum eğilme momenti ise 160,031 kNm olarak hesaplanmaktadır. Zeminde oluşan maksimum basınç ise kuvvetin kirişe etki ettiği noktadan 2 m mesafede 6,031 kPa olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu çözümler analitik çözümler (Dinev, 2012) ile aynıdır.

4.2. Titreşim Problemi Sonuçları

4.2.1. Zhou Ding tarafından elde edilen sonuçlar

Tablo 4.10. Zhou Ding tarafından bulunan K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri

İterasyon	**K(x)=K₀ için Frekans Parametreleri (Ding)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
10	4,495	6,735	9,571	12,269	15,74

Tablo 4.11. Zhou Ding tarafından bulunan $K(x) = K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri (α=0,2 olarak alınmıştır.)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için Frekans Parametreleri (Ding)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
10	4,837	6,695	9,577	12,623	15,737

Tablo 4.12. Zhou Ding tarafından bulunan $K(x) = K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (K_0=500 olarak alınmıştır, n=10)

Katsayı	**$K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için Frekans Parametreleri (Ding)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,837	6,695	9,577	12,623	15,737
0,4	4,721	6,652	9,541	12,616	15,734
0,6	4,595	6,61	9,527	12,61	15,731
0,8	4,456	6,568	9,513	12,604	15,727

Tablo 4.13. Zhou Ding tarafından bulunan $K(x) = K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri (α=0,2 olarak alınmıştır.)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (Ding)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
10	4,884	6,71	9,562	12,624	15,737

Tablo 4.14. Zhou Ding tarafından bulunan $K(x) = K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (K_0=500 olarak alınmıştır, n=10)

Katsayı	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (Ding)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,884	6,71	9,562	12,624	15,737
0,4	4,821	6,683	9,552	12,62	15,735
0,6	4,753	6,657	9,542	12,616	15,733
0,8	4,682	6,63	9,534	12,612	15,731

Zhou Ding tarafından elde edilen analitik sonuçlar ile yaklaşım yöntemleri uygulanarak elde edilen sonuçlar kıyaslanmaktadır. Detaylı sonuçlar 5. bölümde ele alınacaktır.

4.2.2. Analitik tahmin metodlarıyla elde edilen sonuçlar (Titreşim)

Tablo 4.15. K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri (ADM)

İterasyon	**K(x)=K₀ için Frekans Parametreleri (ADM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,943	6,593			
6	4,944	6,736	9,578		
8	4,944	6,736	9,571	12,618	
10	4,944	6,736	9,571	12,628	15,758
12	4,944	6,736	9,571	12,629	15,74
15	4,944	6,736	9,571	12,629	15,74

Tablo 4.16. K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri (HPM)

İterasyon	**K(x)=K₀ için Frekans Parametreleri (HPM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,943	6,593			
6	4,944	6,736	9,578		
8	4,944	6,736	9,571	12,618	
10	4,944	6,736	9,571	12,628	15,758
12	4,944	6,736	9,571	12,629	15,74
15	4,944	6,736	9,571	12,629	15,74

Tablo 4.17. K_0=500 için elde edilen frekans parametreleri (VIM)

İterasyon	**K(x)=K₀ için Frekans Parametreleri (VIM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,943	6,593			
6	4,944	6,736	9,578		
8	4,944	6,736	9,571	12,618	
10	4,944	6,736	9,571	12,628	15,758
12	4,944	6,736	9,571	12,629	15,74
15	4,944	6,736	9,571	12,629	15,74

Tablo 4.18. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri (ADM) (α=0,2 alınmıştır)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için Frekans Parametreleri (ADM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,836	6,549			
6	4,837	6,695	6,564		
8	4,837	6,695	9,556	12,612	
10	4,837	6,695	9,556	12,623	15,755
12	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737
15	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737

Tablo 4.19. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri (HPM) (α=0,2 alınmıştır)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için Frekans Parametreleri (HPM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,836	6,549			
6	4,837	6,695	9,564		
8	4,837	6,695	9,556	12,612	
10	4,837	6,695	9,556	12,623	15,755
12	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737
15	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737

Tablo 4.20. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametreleri (VIM) (α=0,2 alınmıştır)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için Frekans Parametreleri (VIM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,836	6,549			
6	4,837	6,695	9,567		
8	4,837	6,695	9,556	12,612	
10	4,837	6,695	9,556	12,623	15,755
12	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737
15	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737

Tablo 4.21. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (ADM) (K_0=500 olarak alınmıştır, n=15)

Katsayı	**K(x)=K₀ (1-αx) için Frekans Parametreleri (ADM)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737
0,4	4,72	6,653	9,542	12,617	15,734
0,6	4,594	6,611	9,528	12,61	15,731
0,8	4,455	6,568	9,513	12,604	15,727

Tablo 4.22. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (HPM) (K_0=500 olarak alınmıştır, n=15)

Katsayı	**K(x)=K₀ (1-αx) için Frekans Parametreleri (HPM)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737
0,4	4,72	6,653	9,542	12,617	15,734
0,6	4,594	6,611	9,528	12,61	15,731
0,8	4,455	6,568	9,513	12,604	15,727

Tablo 4.23. $K(x)=K_0(1-\alpha x)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (VIM) (K_0=500 olarak alınmıştır, n=15)

Katsayı	**K(x)=K₀ (1-αx) için Frekans Parametreleri (VIM)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,837	6,695	9,556	12,623	15,737
0,4	4,72	6,653	9,542	12,617	15,734
0,6	4,594	6,611	9,528	12,61	15,731
0,8	4,455	6,568	9,513	12,604	15,727

Tablo 4.24. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri (ADM) (α=0,2 alınmıştır)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (ADM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,884	6,565			
6	4,884	6,71	9,569		
8	4,884	6,71	9,561	12,614	
10	4,884	6,71	9,561	12,624	15,756
12	4,884	6,71	9,561	12,625	15,738
15	4,884	6,71	9,561	12,625	15,738

Tablo 4.25. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri (HPM) (α=0,2 alınmıştır)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (HPM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,884	6,565			
6	4,884	6,71	9,569		
8	4,884	6,71	9,561	12,614	
10	4,884	6,71	9,561	12,624	15,756
12	4,884	6,71	9,561	12,625	15,738
15	4,884	6,71	9,561	12,625	15,738

Tablo 4.26. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametreleri (VIM) (α=0,2 alınmıştır)

İterasyon	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (VIM)**				
n	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
3	4,884	6,565			
6	4,884	6,71	9,569		
8	4,884	6,71	9,561	12,614	
10	4,884	6,71	9,561	12,624	15,756
12	4,884	6,71	9,561	12,624	15,738
15	4,884	6,71	9,561	12,624	15,738

Tablo 4.27. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (ADM) (K_0=500 olarak alınmıştır, n=15)

Katsayı	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (ADM)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,884	6,71	9,561	12,625	15,738
0,4	4,821	6,683	9,552	12,621	15,736
0,6	4,754	6,657	9,543	12,617	15,734
0,8	4,682	6,631	9,533	12,613	15,732

Tablo 4.28. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (HPM) (K_0=500 olarak alınmıştır, n=15)

Katsayı	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (HPM)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,884	6,71	9,561	12,625	15,738
0,4	4,821	6,683	9,552	12,621	15,736
0,6	4,754	6,657	9,543	12,617	15,734
0,8	4,682	6,631	9,533	12,613	15,732

Tablo 4.29. $K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için elde edilen frekans parametrelerine α'nın etkisi (VIM) (K_0=500 olarak alınmıştır, n=15)

Katsayı	**$K(x)=K_0(1-\alpha x^2)$ için Frekans Parametreleri (VIM)**				
α	**λ_1**	**λ_2**	**λ_3**	**λ_4**	**λ_5**
0,2	4,884	6,71	9,561	12,624	15,738
0,4	4,821	6,683	9,552	12,621	15,736
0,6	4,754	6,657	9,543	12,617	15,734
0,8	4,682	6,631	9,533	12,613	15,732

ADM, HPM ve VIM ile elde edilen çözümlerin (DİNG, 2012) ile mükemmelbir uyum gösterdiği görülmektedir. İlk mod için 3. Mertebe çözümün yeterli olduığu görülmektedir. İlk beş modun serbest titreşim frekanslarının ise hyem yatak katsayısı sabit, hem de yatak katsayısı değişken zeminler için 12. Mertebede elde edildiği görülmüştür.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada yatak katsayısı değişken elastik zemin üzerine oturan kirişe ait eğilme ve titreşim problemleri ele alınmıştır. Ele alınan problemler analitik tahmin yöntemleri olarak isimlendirilen ADM, VIM ve HPM ile çözülmüştür. Ele alınan problemler için literatürde var olan iki problem ele alınmış ve kullanılması önerilen yöntemler her iki probleme de uygulanmıştır.

Yatak katsayısının değişken olması ile probleme ait yönetici denklem değişken katsayılı diferansiyel denklem haline gelmektedir ve bu denklemleri özel durumlar hariç analitik çözümlerini elde etme imkanı oldukça kısıtlıdır. Oysa analitik tahmin yöntemleri ile bu tip problemlere analitik çözümler üretmek mümkün olmaktadır ve bu çözümler literatürde bazen yarı analitik çözüm olarak isimlendirilmektedir.

Ele alınan ilk problemde eğilmeye maruz kalan HP360x174 çelik kirişin Varyasyonel İterasyon Metodu (VIM), Adomian Ayrıştırma Metodu (ADM) ve Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM) ile analizleri yapılarak kiriş ve zemine ait deplasman, eğilme momenti ve zemin basıncı değerleri elde edilmiştir. Uygulanan yöntemler ile 1. mertebeden, 2. mertebeden, 3. mertebeden, 4. mertebeden ve 5. mertebeden çözümler elde edilerek yöntemlerin sonuca asimptotik olarak yakınsadıkları gözlemlenmiştir. Başlangıç fonksiyonumuz polinom olduğundan yöntemler sonuç analitik tahminlerini polinom olarak vermiştir. Kirişte x mesafesi boyunca meydana gelen deplasman ve oluşan eğilme momenti dağılımının yanı sıra elastik zeminde meydana gelen basınç dağılımı da x mesafesi boyunca elde edilmiştir.

Yapılan analizler sonucunda 3. mertebeden sonra analitik çözümle mükemmel uyum gösteren çözümler elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlardan her üç yöntemin de yatak katsayısı değişken elastk zemin üzerine oturan ve eğilmeye maruz kalan kirişin analizlerinde etkin bir şekilde kullanılabileceğinden söz edilebilir.

İkinci olarak yatak katsayısı değişken elastik zemin üzerindeki bir kirişin serbest titreşim problemi farklı analitik tehmin metodları kullanılarak çözümlenmiş, bu çalışmada kullanılması önerilen tahmin yöntemlerinin dinamik problemin çözümündeki performansları test edilmiştir. Çlışmada, sabit, lineer ve parabolik olmak üzere üç farklı yatak katsayısı türü irdelenmiştir. Her üç analitik yaklaşım metodunda (ADM, HPM ve VIM) iterasyon sayısı artırıldığında sonuçlar gerçek çözüm ile elde edilen sonuçlara hızla yakınsamaktadır. İterasyon sayısı 3 olduğunda sadece 2 boyutsuz titreşim parametresi (λ) elde edilirken, 6. iterasyonda üç boyutsuz titreşim parametresi, 7 iterasyonda dört boyutuz titreşim parametresi ve 10 iterasyonda ise beş boyutsuz titreşim parametresi elde edilmektedir. İterasyon sayısı 12 ve üzerine çıkarıldığında ise sonuçların değişmediği ve kararlı hale geldiğinden bahsedilebilir. Her üç yaklaşım metodu arasında sonuç bazında farklılık gözlenmemiştir. Lineer değişken yatak katsayısında, sabit katsayının (α) değişiminin , yaklaşım sonuçlarına olan etkisi de irdelenmiştir. Katsayı arttıkça titreşim parametrelerin de azalma gözlenmiştir. Zhou Ding tarafından elde edilen gerçek sonuçlar da bu durumu doğrular niteliktedir. Kuadratik değişen yatak katsayısı kullanıldığında, analitik tahmin metodları daha az iterasyon ile sonuca daha fazla yakınsadığı gözlenmiştir. Yatak katsayısı sabit ve ya linner olarak değiştiğinde ise gerçek sonuçları elde edebilmek için (özellikle ilk 3 boyutsuz frekans parametresi için) daha fazla iterasyon gerekmektedir. 12. Mertebeden itibaren ise ilk beş mod için çok iyi sonuçlar elde edilmektedir.

Bu çalışmada ele alınan problemler için ADM, HPM ve VIM'ın çok iyi sonuçlar türettiği gözlemlenmiştir. Her üç yöntem de yatak katsayısı değişken zemin üzerindeki kirişin analizinde başarıyla kullanılabilecektir.

KAYNAKLAR

Adomian G., *Applied Stochastic Processes*, 1st ed., Academic Press, New York, 1980.

Adomian, G., A review of the decomposition method and some recent resulft for nonünear equatious, *Math. Comp. Modeli*, 1990, **13**, 17-43.

Adomian G., *Solving Frontier Problems of Physics: The Decomposition Method*, 1st ed., Springer Netherlands, Dordrecht, 1994.

Avramidis I.E., Morfidis K., Bending of Beams on Three-Parameter Elastic Foundation, *International Journal of Solids and Structures*, 2006, **43**, 357-375.

Başkonuş H.M., Bazı Lineer Olmayan Diferansiyel Denklemlerin Adomian Ayrışım Metodu ve Homotopi Pertürbasyon Metodu ile Sayısal Çözümleri, Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 2010, 270000.

Betten J., Beam on an Elastic Foundation, Mapples of Application Centre, 2008.

Biot M.A., Bending of an Infinite Beam on an Elastic Foundation, *J. Appl. Mech*., 1937, **2**, 165–184.

Chen C., Solution of Beam on Elastic Foundation by DQEM, *J. Appl. Mech*., 1998, **124**.

Civalek Ö., Elastik Zemine Oturan Yapıların Hesap Yöntemlerine Genel Bir Bakış, *TMH – Türkiye Mühendislik Haberleri,* 2004, **432**, 45-54.

Daloglu A.T., Vallabhan C.V., Values of k for Slab on Winkler Foundation, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2000, **126**, 463-471.

Demirci İ., Adomian Ayrıştırma Metodu Yardımıyla Lineer Olmayan Adi Diferansiyel Denklemler İçin Başlangıç Değer Probleminin Çözümü, Yüksek Lisans Tezi, Dumlupınar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kütahya, 2010, 259732.

Dinev D., Analytical Solution of Beam on Elastic Foundation by Singularity Functions, *Engineering Mechanics*, 2012, **19**, 381-392

Ding Z., A General Solution to Vibrations of Beams on Variable Winkler Elastic Foundation, *Computers & Structures*, 1993, **47**, 83-90

Eisenberger M., Clastornik J., Vibrations and Buckling of a Beam on a Variable Winkler Elastic Foundation, *Journal of Sound and Vibration*, 1987, **115**(2), 233-241.

Eisenberger M., Vibration Frequencies for Beams on Variable One- And Two-Parameter Elastic Foundation, *Journal of Sound and Vibration*, 1994, **176**(5), 577-584.Epstein M., Murray D.W., Three-dimensional large deformation analysis of thin-walled beams, *Int. J Solids Struct.,* 1976, **12**, 867-876.

Güdül C., Değişken Kalınlıklı Elsatik Zemine Oturan Kirişler, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2005, 166154.

He J. H., A variational iteration method for nonlinearity and its applications (in Chinese), *Mech. Practice,*1998, **20**, 30-32.

He J. H., Variational iteration method-a kind of non-linear analytical technique: some examples, *Internat. J. Nonlinear Mech.*, 1999, **34**, 699-708.

He J. H., Homotopy perturbation method-a new non-linear analytical technique, *Appl.Math.Comput.*, 2003, **135**, 73-79.

Hetenyi M., *Beams on Elastic Foundation*, University of Michigan Press, 1946.

Inokuti M., Sekine H., Mura T., General use of the Lagrande Multiplier in Nonlinear Mathematical Physics, Variational Method in the Mechanics of Solids, *Pergamon Press*, 1978, 159-162.

İlhan E., Diferansiyel Denklemlerin Varyasyonel İterasyon Metodu ile Yaklaşık Analitik Çözümleri, Yüksek Lisans Tezi, Ahi Evran Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırşehir, 2011, 287047.

Kerr A. D., Elastic and viscoelastic foundation models, *Journal of Applied Mechanics*, 1964, **31**, 491-498.

Winkler E., *Die Lehre Vonder Elastizitat und Festigkeit*, Dominicus, Prague, 1867.

KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

Albayrak Mutlu H., Coşkun S.B., Mutlu E., Yatak Katsayısı Değişken Elastik Zemin Üzerindeki Kirişin Eğilme Probleminin Farklı Analitik Tahmin Yöntemleriyle İncelenmesi, 3. *Uluslararası Mühendislik Mimarlık ve Tasarım Kongresi*, Kocaeli, Mayıs, 130-131, 2018.

ÖZGEÇMİŞ

1989 yılında İstanbul'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 2007 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Çevre Mühendisliği Bölümünde birinci yıl bahar dönemi sonunda bölüm 3.'sü oldu ve 2008 yılında İnşaat Mühendisliği Bölümünde çift anadal hakkını kazanarak; Çevre Mühendisliği Bölümünden 2011 yılında Çevre Mühendisi, İnşaat Mühendisliği Bölümünden 2012 yılında İnşaat Mühendisi olarak mezun oldu. 2013 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı Yapı İşletmesi Tezsiz Yüksek Lisans Programına kabul edildi ve 2014 yılında bu bölümden mezun oldu. 2016 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladı.