T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

HİBRİT KOMPOZİT MALZEMELERDE TABAKALI VE GELİŞTİRİLMİŞ TABAKALI KAYMA MODELİ İLE MİKRO MODELLEME

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MUSTAFA ALPER SARİİPEK

DENİZLİ, ARALIK - 2017

T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

HİBRİT KOMPOZİT MALZEMELERDE TABAKALI VE GELİŞTİRİLMİŞ TABAKALI KAYMA MODELİ İLE MİKRO MODELLEME

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MUSTAFA ALPER SARIİPEK

DENİZLİ, ARALIK - 2017

KABUL VE ONAY SAYFASI

Mustafa Alper SARİİPEK tarafından hazırlanan "HİBRİT KOMPOZİT MALZEMELERDE TABAKALI VE GELİŞTİRİLMİŞ TABAKALI KAYMA MODELİ İLE MİKRO MODELLEME" adlı tez çalışmasının savunma sınavı 28.12.2017 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	İmza
Danışman Prof. Dr. Olcay Ersel CANYURT	.....
Üye Prof. Dr. Cemal MERAN	.....
Üye Yrd. Doç. Dr. Mehmet Murat TOPAÇ	.....

Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 03/01/2018.. tarih ve ...01/11.... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

.....

Prof. Dr. Uğur YÜCEL

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atfedildiğine beyan ederim.



MUSTAFA ALPER SARIİPEK

ÖZET

HİBRİT KOMPOZİT MALZEMELERDE TABAKALI VE GELİŞTİRİLMİŞ TABAKALI KAYMA MODELİ İLE MİKRO MODELLEME
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MUSTAFA ALPER SARIİPEK
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

(TEZ DANIŞMANI:PROF. DR. OLCAY ERSEL CANYURT)

DENİZLİ, ARALIK - 2017

Malzemeye olan ihtiyaç gelişen teknoloji ile birlikte artmakta ve mevcut malzemeler istenilen ihtiyaçları karşılamak için yeterli olmamaktadır. Bu nedenle son yüz yılda kompozit malzemelere yönelik araştırmalar hız kazanmıştır. Kompozit malzemelerin gerek üretimi gerekse teorik hesaplamaları diğer malzemelere oranla daha zordur. Bu sebeplerden dolayı mikro modelleme yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemler kompozit malzemelerin yük ve sıcaklık değişimi altındaki mekanik davranışlarını hesaplamaya olanak sağlamıştır.

Bu çalışmada mikro modelle yöntemlerinden; Tabakalı Kayma Modeli, TKM (Shear Lag Model, SLM) ve Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli, GTKM (Modified Shear Lag Model, MSLM) kullanılarak tabakalı hibrit/nonhibrit kompozit malzemeler analiz edilmiştir. Bu analizler ile kompozit malzemeler içerisindeki her bir tabakada oluşan deplasmanlar, kuvvetler ve kayma gerilmeleri hesaplanmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: Mikro modelleme, SLM, MSLM, Hibrit malzeme, Tabakalı kompozit

ABSTRACT

MICRO MODELLING OF SHEAR LAG AND MODIFIED SHEAR LAG MODELS FOR HYBRID COMPOSITE METARIALS
MSC THESIS
MUSTAFA ALPER SARIİPEK
PAMUKKALE UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
MECHANICAL ENGINEERING

(SUPERVISOR: PROF.DR. OLCAY ERSEL CANYURT)

DENİZLİ, DECEMBER 2017

The need for materials is increasing with development in technology and current materials are not sufficient to meet the desired needs. The investigations related to composites have accelerated for 100 years. In composite materials, both the production and the theoretical calculations are more difficult than the other materials. Micro modeling methods have been developed for these reasons. These methods allow us to understand the mechanical behavior of composite materials under load and temperature before production.

In this study, laminated hybrid composite materials were analyzed by using Shear Lag Model (SLM) and Modifield Shear Lag Model (MSLM) which are micro modeling methods. Displacements, forces and shear stresses in each layer of composite materials were calculated with these analyzes.

KEYWORDS: Micro modelling, Shear Lag Model, Modified Shear Lag Model, Hybrid composite, laminated composites

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET ..... **i**
ABSTRACT ..... **ii**
İÇİNDEKİLER ..... **iii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **iv**
TABLO LİSTESİ ..... **vi**
SEMBOL LİSTESİ ..... **vii**
ÖNSÖZ ..... **ix**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Literatür Özeti 1
2. MODELLERİN FORMÜLASYONU **6**
2.1 Tabaka Kayma Modeli İçin Denklemler 8
2.1.1 Kuvvet ve Ara yüzey Kayma Gerilmesi İçin Denklemler 8
2.1.2 Denge Denklemleri 9
2.1.3 Boyutsuz Nicelikler 10
2.1.4 Deplasman Denklemleri 10
2.1.5 Kuvvet Denklemleri 13
2.1.6 Ara yüzey Kayma Gerilme Denklemleri 15
2.1.7 Sınır Şartları 15
2.2 Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli için Denklemler 17
2.2.1 Deplasman, Kuvvet ve Kayma Gerilmesi Denklemleri 17
2.2.2 Denge Denklemleri 22
2.2.3 Boyutsuz Nicelikler 25
2.2.4 Kuvvet Denklemleri 29
2.2.5 Ara yüzey Kayma Gerilme Denklemleri 31
2.2.6 Sınır Şartı 32
3. MODELLERİN ÇÖZÜMLER VE ANALİZ SONUÇLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ **36**
3.1 MALZEMELER 36
3.2 ANALİTİK ÇÖZÜMLER VE SONUÇLARI 38
3.2.1 Tabaka Kayma Modeli için Grafikler 40
3.2.2 Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli için Grafikler 47
3.2.3 $\boldsymbol{R = 1}$ Durumunda TKM ve GTKM için Grafikler 54
3.2.4 GTKM' de Sanal Malzemeler ile Elastisite Modülü ve Isıl Genleşme Katsayısının Kompozitin Mekanik Davranışlara Etkisi 61
4. SONUÇ VE ÖNERİLER **63**
5. KAYNAKLAR **64**
6. ÖZGEÇMİŞ **66**

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Tabaka Kayma Modeli.....6
Şekil 2.2: Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli.....7
Şekil 2.3: k=5 için serbest cisim diyagramı. 16
Şekil 2.4: k=5 de simetri durum için serbest cisim diyagramı. 17
Şekil 2.5: İkinci dereceden şekil değiştirme varsayımı, fiberlerin ve matrislerin uzaması.....18
Şekil 2.6: YM ve DM fiberler arasında kalan d kalınlığındaki matris alanı. 18
Şekil 2.7: n-2 nolu fiber üzerinde oluşan kayma gerilmesi.....20
Şekil 2.8: n nolu fiber altında oluşan kayma gerilmesi. 21
Şekil 2.9: matris ve fiberler için gerilmeler ve yükler. 23
Şekil 2.10: Kenar matris ve fiberler için gerilmeler ve yükler.....24
Şekil 2.11: Serbest cisim diyagramı. 33
Şekil 2.12: Simetri şartı için serbest cisim diyagramı. 34
Şekil 2.13:Akış diyagramı.....35
Şekil 3.1: TKM ile elde edilen en üst iki fiber arası oluşan maksimum boyutsuz kayma gerilmesi – Fiber sayısı grafiği.....38
Şekil 3.2: GTKM ile elde edilen en üst tabaka fiber altı boyutsuz maksimum kayma gerilmesi – Fiber sayısı grafiği. 39
Şekil 3.3: YM karbon-DM çelik olma durumunda ($R = 0.5570, r = 24$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 40
Şekil 3.4: YM alümina-DM çelik olma durumunda ($R = 0.7, r = 1.5789$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 41
Şekil 3.5: YM çelik-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.3428, r = 1.29$ (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 42
Şekil 3.6: YM ve DM fiberler arasındaki deplasman farkları.....43
Şekil 3.7: Kayma Gerilmeleri gösterimi. 44
Şekil 3.8: YM SiC-DM karbon olma durumunda ($R = 0.7854, r = 0.1041$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 45
Şekil 3.9: YM SiC-DM alümina olma durumunda ($R = 0.6250, r = 1.5833$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 46
Şekil 3.10: YM SiC-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.15, r = 3.2291$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 47
Şekil 3.11: YM karbon-DM çelik olma durumunda ($R = 0.5570, r = 24, Rm = 0.1326\,, rm = 8.2$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.....48
Şekil 3.12: YM alümina-DM çelik olma durumunda ($R = 0.70, r = 1.57, Rm = 0.1666\,, rm = 0.5394$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.....49

Şekil 3.13: YM çelik-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.3428, r = 1.2916,\ Rm = 0.2380\ , rm = 0.3416$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 50
Şekil 3.14: YM SiC-DM karbon olma durumunda ($R = 0.7854, r = 0.1041, Rm = 0.1041\ , rm = 0.8541$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 51
Şekil 3.15: YM SiC-DM alümina olma durumunda ($R = 0.625, r = 1.5833, Rm = 0.1041\ , rm = 0.8541$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 52
Şekil 3.16: YM SiC-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.15, r = 0.9791,\ Rm = 0.1041\ , rm = 0.8541$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 53
Şekil 3.17: R=1 (DM ve YM malzemenin aynı olması) de TKM için (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 54
Şekil 3.18: R=1 (DM ve YM malzemenin aynı olması) de GTKM için (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 55
Şekil 3.19: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris seramik durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 56
Şekil 3.20: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris silisyum nitrür seramik durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri..... 57
Şekil 3.21: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris epoksi durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 58
Şekil 3.22: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris polimer durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri. 59
Şekil 3.23:Sanal malzemeler için elastisite modülü ile ısıl genleşme katsayısının boyutsuz maksimum kayma gerilmesine etkisi. ($Rm = 0{,}5\ , rm = 1$)..... 61

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1: Malzeme Özellikleri. 37

SEMBOL LİSTESİ

u_{n+2}, u_n, u_{n-2}	:	(n+2). n. ve (n-2). fiberlerin x yönündeki deplasmanı
$u^m_{n+2,n}, u^m_{n,n-2}$	:	(n+2,n). ve (n,n-2). Matrislerin x ve y yönündeki deplasmanı
U_{n+2}, U_n, U_{n-2}	:	(n+2). n. ve (n-2). fiberlerin x yönündeki boyutsuz deplasmanı
$U^m_{n+2,n}, U^m_{n,n-2}$	:	(n+2,n). ve (n,n-2). Matrislerin x ve y yönündeki boyutsuz deplasmanı
p_{n+2}, p^*_n, p_{n-2}	:	(n+2). n. ve (n-2). fiberlerin x yönündeki kuvvetleri sırasıyla YM fiber, DM fiber ve YM fiber.
$p^m_{n+2,n}, p^m_{n,n+2}$	:	(n+2,n). ve (n,n-2). Matrislerin x ve y yönündeki kuvvetleri.
P_{n+2}, P^*_n, P_{n-2}	:	(n+2). n. ve (n-2). fiberlerin x yönündeki boyutsuz kuvvetleri sırasıyla YM fiber, DM fiber ve YM fiber.
$P^m_{n+2,n}, P^m_{n,n+2}$	:	(n+2,n). ve (n,n-2). Matrislerin x ve y yönündeki boyutsuz kuvvetleri.
$\tau^a_{n+2,n}, \tau^b_{n,n+2}$	:	n. fiberin üst yüzeyindeki, (n+2). Fiberin alt yüzeyindeki kayma gerilmeleri.
$T^a_{n+2,n}, T^b_{n,n+2}$	:	n. fiberin üst yüzeyindeki, (n+2). Fiberin alt yüzeyindeki boyutsuz kayma gerilmeleri.
ΔT	:	Sıcaklık farkı
E, E^*, E_m	:	YM fiber, DM fiber ve matrisin Elastisite modülü.
A, A^*, A_m	:	YM fiber, DM fiber ve matrisin enine kesiti.
$\alpha, \alpha^*, \alpha_m$	:	YM fiber, DM fiber ve matrisin ısıl genleşme katsayısı.
r, r_m	:	DM fiber ve YM fiber, matris ve YM arasındaki termal genişleme katsayılarının oranı $\left(\frac{\alpha^*}{\alpha}\right)\left(\frac{\alpha_m}{\alpha}\right)$.
R, R_m	:	DM fiber ve YM fiber, matris ve YM arasındaki elastisite modülü ve enine kesitin oranı $\left(\frac{E^*A^*}{EA}\right)\left(\frac{E_mA_m}{EA}\right)$
$c_1, c_2, \dots, c_{n+1}$	:	İntegral sabitleri.

$\boldsymbol{\xi}$	:	Boyutsuz x ekseni.
$\boldsymbol{v}$	:	Matrisin y yönündeki deplasmanı.
$\boldsymbol{h}$	:	Tabaka kalınlığı.
$\boldsymbol{G}$	:	Matrisin kayma modülü.
$\boldsymbol{v_f^m}$	:	Matrisin hacimsel oranı.

ÖNSÖZ

Bu çalışmamın tüm aşamalarında katkı ve yönlendirmeleri ile beni destekleyen, bilgi birikimlerini benden hiç esirgemeyen değerli danışmanım Prof. Dr. Olcay Ersel CANYURT hocama teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tezimi yaptığım süre boyunca yardımlarını hiç esirgemeyen Araş. Gör. Merve KALPAK, Araş. Gör. Yalçın BULUT ve Araş. Gör. Emre KORKMAZ' a teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarak; Hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini hiç esirgemeyen aileme minnettarlığımı belirtmek isterim.

1. GİRİŞ

Gelişen teknoloji ile birlikte malzemeye olan ihtiyaç da paralel olarak artmakta ve saf malzemeler istenilen ihtiyaçları karşılamak için yeterli olmamaktadır. Bunun için araştırmalar, birbiri içinde çözünmeyen en az iki farklı malzemenin makroskobik düzeyde bir araya getirilmesiyle oluşturulan kompozit malzemelere yönelmiştir, (Karakuzu, R. ve Okutan, B. B. 2014). Kompozit malzemelerde genellikle iki farklı malzeme bulunur. Bunlar matris ve takviye malzemesidir. Matris ve takviye elemanlarının farklı özellikleri olduğundan ikisinin birleşmesiyle oluşan kompozit, iki malzemenin özelliklerine de sahip olur. Burada takviye elemanı taşıyıcı, matris ise onu bir arada tutmaya ve desteklemeye yardımcı olur. Kompozit malzemelerin karmaşık yapılarından dolayı onları üretmek ve hesaplarını yapmak oldukça zordur. Bilgisayar programları ile mikro modelleme teknikleri kullanılarak kompozit malzemeyi üretmeden her bir tabakasının davranışlarını tahmin etmek mümkündür.

Bu çalışmada amaç; mikro modelleme analiz tekniği kullanılarak tabakalı hibrit/non hibrit kompozit malzemelerde, kompozit içerisindeki her bir tabakada oluşan deplasmanlar, kuvvetler ve kayma gerilmelerinin statik yük altında davranışı ile ilgili sonuçları iki farklı modelleme yaklaşımı ile hesaplamaktır. Analiz sonuçları incelenerek oluşan yükler, yer değiştirmeler ve kayma gerilmeleri incelenecektir. Bu işlemler yapılırken tabakalar içinde kullanılacak yüksek mukavemete sahip fiber tabakası ile düşük mukavemete sahip ara tabakaların etkisi, matrislerin etkisi ve tabaka sayısı gibi parametrelerin etkisi incelenecektir.

1.1 Literatür Özeti

Chen Z. ve Yan W. (2015), yaptıkları çalışmada, güçlendirilmiş fiber takviyeli kompozitlerin, matris ve fiber ara yüzlerindeki gerilme dağılım analizleri için Shear Lag Model'i geliştirilmiştir. Fiberlerdeki normal ve kayma gerilmeleri için bir denklem türetilerek analitik sonuçlar elde edilip, sonuçlar deneysel verilerle ve sonlu elemanlar metodu hesaplamalarıyla karşılaştırılmıştır.

Kundawal S. I. ve Meguid S. A (2017), yapmış oldukları çalışma, düzenli olarak kademeli karbon fiberlerle takviye edilmiş, nano takviyeli polimer kompozitlerin gerilme transfer özelliklerinin çok ölçekli modellenmesi ile ilgilidir. Fiber matris ara yüzeyleri boyunca gerilme transfer mekanizmalarını daha iyi anlayabilmek için çok sayıda analitik ve hesaplamalı, iki ve üç fazlı Shear Lag Model geliştirilmiştir. Modelleme sonucu ulaşılan sonuçlar sonlu elemanlar yöntemleri ile karşılaştırılmıştır.

Liayu Wu, Hong Yuan, Longyuan Li ve diğerleri (2017), çalışmalarında dinamik yükleme koşullarında tendonların mikro mekanik davranışını incelemek için Kelvin-Voigt viskoelastik shear lag model geliştirmişlerdir. Bu model tendonlar dinamik yükte iken, tendonlardaki lifler ve lifler arası deformasyon ve gerilme transferinin tahmini için üretilmiştir. Elde edilen sonuçlar, liflerin üst üste binme uzunluğu ve fibril hacim fraksiyonunun tendonun gerilme transferini ve mekanik özelliklerini nasıl etkilediğini göstermektedir.

Abhishek Tebatia ve Sunil Kumar Srivastava (2014), çalışmalarında kısa fiber takviyeli metal matris kompozitlerin yorulmaya dayalı çatlak oluşma ömrünü tahmin etmek için Modifiel Shear Lag Model oluşturup, bu modelle analizler yapmışlardır. Kısa fiber takviyeli metal matris için oluşan analitik sonuçlar literatürdeki deneysel veriler ile kıyaslanmıştır.

Spencer E. Szczesny ve Dawn M. Elliott (2014), son zamanlarda plastik lifler arası yükü, süreksiz lifler arasına ilettiği açıkça varsayılan bir Shear Lag Modelin, lifler arası matrisin plastik deformasyon nedeniyle fasikülün akması öne sürülerek çok ölçekli fasikül mekaniklerinin açıklanabileceği gösterilmiştir.

Ling Xin, Wenshu Yang, Qiqi Zhao, ve diğerleri (2016) bu çalışmada SiC nanoteller ile güçlendirilmiş saf Al kompozitlerin güçlenme davranışları incelenmiştir. Geçmiş çalışmalardaki takviye oranını dikkate aldıktan sonra güçlenme davranışlarını açıklama için bir Shear Lag model oluşturulmuştur. Oluşturulan modele göre SiC nanotellerin güçlendirmeye etkilerini tamamıyla kullanmak için çeşitli konularda daha fazla çalışmalar yapılması gerektiğini öne sürmüşlerdir.

S.O. Ojo ve M. Paggi (2015), çalışmalarında, polimerik kapsül katmanlarının işlemesi için Kirchhoff plaka teorisine ve Shear Lag Model yaklaşımına dayanan ve

kesirsel hesap faktörlerinden türetilen bir reolojik modele göre zaman ve sıcaklık bağımlılığını hesaba katarak yarı analitik bir modeli önermişlerdir. Shear Lag Modelinin tahminleri, EVA (Epoksi Vinil Asetat) tabakasının bölünmediği kabul edilerek hesaplanan başka bir klasik yapısal model ile kıyaslanmıştır.

Xiaoding Wei, Tobin Filleter ve Horacio D. Espinosa, (2015), çalışmalarında doğal malzemelerde karşılaşılan hiyerarşik yapıların analizleri için çok sayıda deneysel ve modelleme çalışmaları yapmışlardır. Bu modelleme çalışmalarından biri de, bileşenlerin kuvvetlerinin istatistiklerine göre klasik Shear Lag Modelini genişleterek türetilen istatistiksel Shear Lag modeli yöntemidir. Geliştirilen istatistiksel modelin, biyolojik hiyerarşik kompozitlerin mukavemetini öngören mekanik mukavemet üzerindeki benzersiz boyut etkisini ortaya koyan çok ölçekli bir modeldir. Sonuç olarak bu istatistiksel Shear Lag Modelinin, ideal olarak paralel bir lif hizalanması olduğunu varsaymışlardır.

Alian ve diğ. (2015), çalışmalarında karbon nano tüp bazlı (CNT) epoksi kompozitlerin mekanik özellikleri araştırılması için çok ölçekli modelleme tekniğini kullanmışlardır. İlk aşamada ara yüzey ve enine mekanik özelliklerin belirlenmesi için moleküler dinamik (MD) yöntemini, ikinci aşamada ise seçilen temsili hacim elementlerin (RVE) mekanik özelliklerinin belirlenmesi için Mori-Tanaka yöntemini kullanmışlardır. Buldukları sonuçları literatürde ki çok ölçekli Atom temelli kontinuum (ABC) yöntemi ile kıyaslamışlardır. Kullandıkları modelleme yönteminin nano kompozitlerinin ara yüzey ve enine mekanik özelliklerinin belirlenmesinde daha güvenilir olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Shao ve diğ. (2012), çalışmalarında mikro-yapı çatlak mekanizma modelini kullanarak tabakaların çatlak köprüsü mekanizmalarının tokluğu araştırmışlardır. Bu model sayesinden çatlak köprüsü mekanizmalarının sedefin tokluğu üzerine olan katkısı teorik sonuçlarla kıyaslanmıştır.

Shamloo ve diğ. (2015), çalışmalarında standart lineer katı model (SLS) yöntemi ile mikro tüpleri simüle etmişlerdir. İki boyutlu aksonal mikro tüpler üzerine ani kuvvetler uygulayarak mikro tüplerin dinamik tepkilerini SLS modeli ile tespit etmişlerdir. Ayrıca uygulanan kuvvetin oran ve büyüklüğünün mikro tüp demetleri üzerine olan deformasyonlarını araştırmışlardır. Bu model aksonal mikro tüp demetlerinin kritik bölgelerinin tahmin edilmesine olanak sağlamıştır.

Kundalwal ve diğ. (2014), basamaklı hibrit kompozitlerinin gerilme transfer davranışları üzerine çalışmışlardır. Düzensiz küçük fiberler ile güçlendirilmiş kompozitlerin gerilme transfer davranışlarını analiz etmek için üç fazlı Shear Lag Modeli geliştirilmiştir. Yeni geliştirilen analitik SLM sonlu elemanlar yöntemi ile kıyaslanmış ve uyumlu sonuçlar bulunmuştur.

Kundawal ve Kumar (2016), çok ölçekli kompozitlerin mekanik özellikleri ve gerilme transfer davranışları üzerine çalışmışlardır. Öncelikle karbon nano yapı ve epoksi malzemelerden oluşmuş arafaz tabakalarının elastik özelliklerini belirlemek için moleküler dinamik simülasyonu ve Mori-Tanaka modellerini kullanmışlardır. Bu modeller yardımı ile bulunan sonuçlar sonlu elemanlar metodu ile kıyaslanarak uygunluğu görülmüştür. Buldukları sonuçlar yardımıyla fiberlerin çevresinde kullanılan karbon nano tüplerin kontrolü ile gerilme transfer davranışlarının önemli ölçüde geliştirilebileceğini bulmuşlardır.

Gao ve Li (2005), çok ölçekli yaklaşımı kullanabilmek için güçlendirilmiş polimer kompozit-karbon nano tüp malzemelerde Shear Lag Modeli geliştirmişlerdir. Modelleme analizi asimetrik problemlerin lineer elastisitelerinin belirlenmesi amacıyla kullanılmış ve sonuçta bir formül türetmişlerdir. Tahmin edilen analitik model verileri bilgisayar ve deneysel verilerle de ayrıca kıyaslamışlardır.

Nairnn (1997), çalışmasına simetrik eksenli gerilme durumları için var olan elastisite denklemini kullanarak başlamış ve çok yaygın kullanılan Shear Lag denklemi türetilebilmesi için bir varsayım sunmuştur. Bu varsayımlar Shear Lag analizi ile herhangi bir problemin doğruluğunun kontrol edilmesine olanak sağlamıştır. Sonuçta Shear Lag metodunun ortalama eksenel gerilme tahmininde yaklaşık sonuç verdiği bulunmuştur.

Tsai ve diğ. (2010), çalışmalarında çok ölçekli simülasyon yaklaşımını kullanarak karbon nano tüp malzemelerin elastik davranışlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Karbon nano tüp nano kompozitlerin elastik özellikleri üç fazlı mikro mekanik model ile tahmin edilmiştir. Bu üç fazlı model sonuçları moleküler dinamik modeli ile bulunan sonuçlar ile uyumlu olduğunu görmüşlerdir.

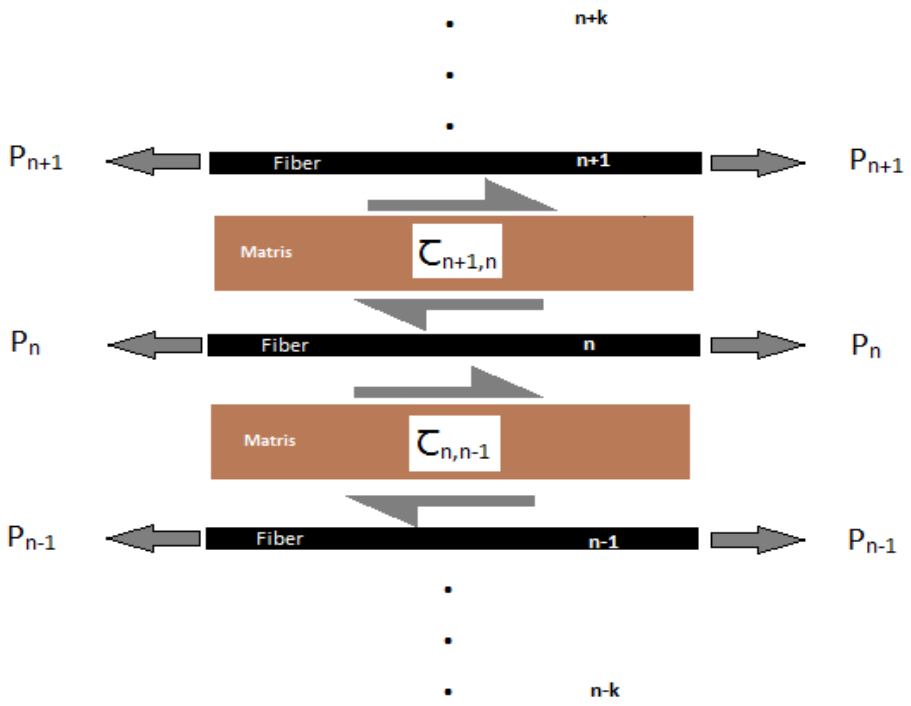
Literatür çalışmalarında tabakalı kompozit malzemeler için sıcaklık değişimi ve elastisite modülünün kompozit malzemelerin mekanik davranışlarına etkisi

konusunda fazla çalışma bulunmamaktadır. Bu çalışmada tabakalı ve geliştirilmiş tabakalı kayma modelleri ile hibrit kompozit malzemelerde, elastisite modülü ve ısıl genleşme katsayısının etkisi incelenmiştir.

2. MODELLERİN FORMÜLASYONU

Bu çalışmada x eksenine paralel olan 2n+1 adet doğrusal liflerden oluşan katmanlı kompozit plakalar için, Tabaka Kayma Modeli (TKM) (Şekil 2.1) ve Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli (GTKM) (Şekil 2.2)'i oluşturulmuştur.

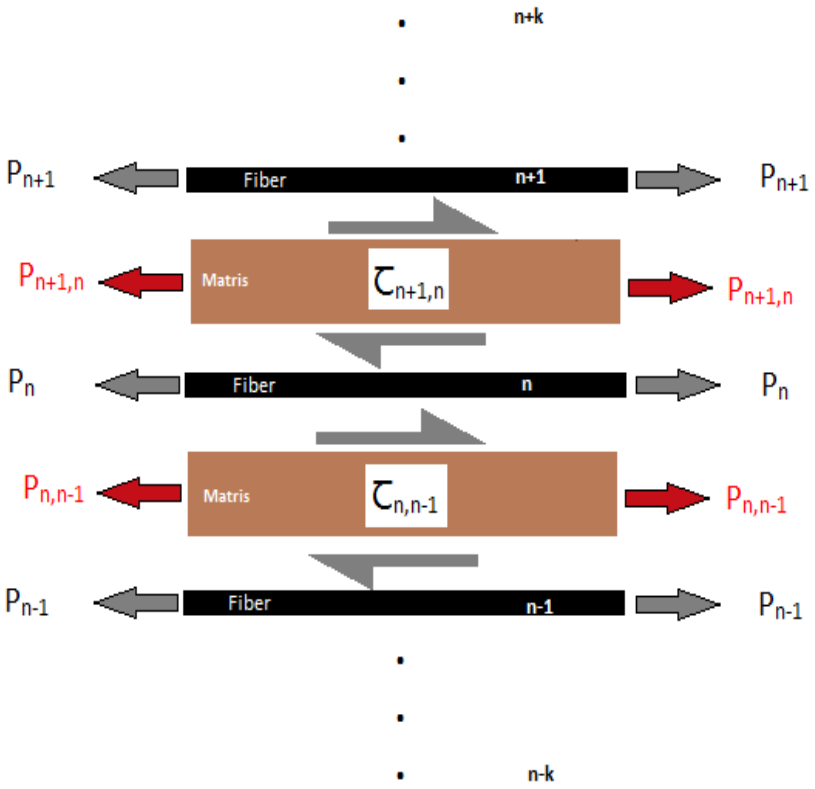
Fiberlerin merkezindeki fiberi n. fiber olarak kabul edersek, merkez fiberin üzerinde kalan fiber n+1 den n+k ya kadar, altından kalanlar ise n-1 den n–k ya kadar numaralandırılır. Şekillerde kullanılan küçük harf ile yazılmış u_n, p_n, ve τ_n sırasıyla eksenel deplasman, eksenel yükleme ve kayma gerilmesini ifade etmektedir. Formülasyonda (*) ve (m) sembolleri sırasıyla Düşük Young Modülüne sahip fiberleri (DM) ve ara tabaka olan matris malzemesinin Young Modülünü temsil etmektedir.



Şekil 2.1: Tabaka Kayma Modeli.

TKM modelinde fiberlerin eksenel gerilme taşıdığı ve matrisin sadece kayma gerilmesi taşıdığı kabul edilerek kuvvet dengesi elde edilmiştir. Levha'nın sol kenarlarının referans yüzey (x=0) olarak alınması kompozitin sol bölgeden sabitlenmiş

olduğunu gösterir. Modeller sınır şartlarını sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Bu şekilde fiber ve matris üzerinde oluşan gerilme ve uzama durumlarına yönelik matematiksel modeller oluşturulmuştur.



Şekil 2.2: Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli.

GTKM modelinde fiberlerin eksenel gerilme taşıdığı ve matrisin hem eksenel hem de kayma gerilmesi taşıdığı kabul edilerek kuvvet dengesi oluşturulur. Bu şekilde fiber ve matris üzerinde oluşan gerilme ve uzama durumlarına yönelik matematiksel modeller oluşturulmuştur.

2.1 Tabaka Kayma Modeli İçin Denklemler

2.1.1 Kuvvet ve Ara yüzey Kayma Gerilmesi İçin Denklemler

n. Yüksek Young Modülüne sahip fiber (YM) için kuvvet denklemi

$$p_{n=} E_f A_f \frac{du_n}{dx} \tag{2.1}$$

(n-1). Düşük Young Modülüne sahip fiber (DM) için kuvvet denklemi

$$p^*_{n-1} = E^*_f A^*_f \frac{du^*_{n-1}}{dx} \tag{2.2}$$

Bu denklemlerle (*) indisi fiberin DM olduğunu,

E_f n. YM fiberin Elastisite Modülünü,

A_f n. YM fiberin Kesit Alanını,

$E_f{}^*$ n. DM fiberin Young Modülünü ve

A_f^* n. DM fiberin Kesit Alanını göstermektedir.

u_n, u^*_{n-1} sırasıyla YM fiber ve DM fiberlerdeki deplasman gösterimidir. (n+1,n), (n,n-1) ve (n-1,n-2) ara yüzeyleri arasındaki kayma gerilmeleri

$$(\tau)^*_{n+1,n} = G\left(\frac{u^*_{n+1} - u_n}{d}\right) \tag{2.3}$$

$$(\tau)_{n,n-1} = G\left(\frac{u_n - u^*_{n-1}}{d}\right) \tag{2.4}$$

$$(\tau)^*_{n-1,n-2} = G\left(\frac{u^*_{n-1} - u_{n-2}}{d}\right) \tag{2.5}$$

denklemleri ile hesaplanır.

2.1.2 Denge Denklemleri

n. YM fiber için denge denklemi

$$\frac{dp_n}{dx}dx + \left\{\left(\tau_{xy}\right)^{*}_{n+1,n} - \left(\tau_{xy}\right)_{n,n-1}\right\}hdx = 0 \tag{2.6}$$

(n-1). DM fiber için denge denklemi

$$\frac{dp^{*}_{n-1}}{dx}dx + \left\{\left(\tau_{xy}\right)_{n,n-1} - \left(\tau_{xy}\right)^{*}_{n-1,n-2}\right\}hdx = 0 \tag{2.7}$$

(2.1)….(2.5) denklemlerini (2.6),(2.7) denklemlerinde yerine yazarsak

$$\frac{d}{dx}\left(E_f A_f \frac{du_n}{dx}\right)dx + \left\{G\left(\frac{u^{*}_{n+1} - u_n}{d}\right) - G\left(\frac{u_n - u^{*}_{n-1}}{d}\right)\right\}hdx = 0$$

$$E_f A_f \frac{d^2u_n}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(u^{*}_{n+1} - 2u_n + u^{*}_{n-1}\right) = 0 \tag{2.8}$$

$$E^{*}_f A^{*}_f \frac{d^2u^{*}_{n-1}}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(u_n - 2u^{*}_{n-1} + u_{n-2}\right) = 0 \tag{2.9}$$

Kenar fiber, en üst ve en alt sıradaki fiberler için, (2.1)….(2.5) denklemleri kullanırsak;

en üst fiber için n=+ k için,

$$E_f A_f \frac{d^2u_n}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(-u_n + u^{*}_{n-1}\right) = 0 \tag{2.10}$$

en alt fiber için n=– k için,

$$E_f A_f \frac{d^2u_n}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(u^{*}_{n+1} - u_n\right) = 0 \tag{2.11}$$

diyebiliriz.

2.1.3 Boyutsuz Nicelikler

Boyutsuzlaştırma parametreleri,

$$x = \sqrt{\frac{E_f A_f d}{Gh}}\,\xi \tag{2.12}$$

$$u_n^{(*)} = \sqrt{\frac{E_f A_f d}{Gh}}\,\alpha \Delta T U_n^{(*)} \tag{2.13}$$

$$\frac{1}{dx^2} = \frac{Gh}{E_f A_f d} \cdot \frac{1}{d\xi_2} \tag{2.14}$$

$$p_n^{(*)} = E\ A\ \alpha\ \Delta T\ P_n^{(*)} \tag{2.15}$$

$$\tau_{n,n-1}^{(*)} = \sqrt{\frac{GEA}{hd}}\,\alpha \Delta T T_{n,n-1}^{(*)} \tag{2.16}$$

Büyük harf ile gösterimler boyutsuzlaştırılmış niceliklerdir.

$T_{n,n-1}\,T_{n,n-1}^{*}$ ifadeleri (n,n-1). YM ve DM arasındaki boyutsuz kayma gerilmesi olur.

2.1.4 Deplasman Denklemleri

(2.12)……(2.16) denklemlerini kullanarak; denge denklemlerini boyutsuzlaştırılmış şekilde yazarsak,

<u>YM fiberleri</u>

En üstteki fiber için; n=+k,

$$\frac{d^2 U_n}{d\xi^2} + (-U_n + U_{n-1}^{*}) = 0 \tag{2.17}$$

Ortadaki fiberler için,

$$\frac{d^2U_n}{d\xi^2} + (U^*_{n+1} - 2U_n + U^*_{n-1}) = 0 \qquad (2.18)$$

En alttaki fiber için, n=– k,

$$\frac{d^2U_n}{d\xi^2} + (U^*_{n+1} - U_n) = 0 \qquad (2.19)$$

DM fiberleri

Ortadaki fiberler için,

$$\frac{d^2U^*_{n-1}}{d\xi^2} + \frac{1}{R}(U_n - 2U^*_{n-1} + U_{n-2}) = 0 \qquad (2.20)$$

Olur. Denge denklemlerini matris formatında yazarsak,

$$U'' - L_1U = 0 \qquad (2.21)$$

denklemde $U = R \cdot e^{\lambda\xi}$ seçildiğinde,

$$(L_1 - \lambda^2 I) = 0 \qquad (2.22)$$

L_1, n x n kare matris,

U, Bilinmeyen deplasman vektördür.

$U^T = [U_n, U^*_{n-1}, U_{n-2}, U^*_{n-3} \ldots\ldots U_0]$ $_{1xn}$ ikinci dereceden differansiyel denklem sistemi, (Rossettos 1987,1991)'de tanımlanan özvektör genişletme tekniğine göre çözülür. Denklemlerin çözümü için (2.22),

$U = R \cdot e^{\lambda\xi}$ dönüşümü yapılır.

Burada U ve R, n. dereceden vektörlerdir.

Boyutsuzlaştırılmış deplasman denklemleri aşağıdaki gibidir, Üssü işareti ξ ye göre türevi gösterir.

$$U''_n - (U_n - U^*_{n-1}) = 0$$

$$U_{n-1}^{*\prime\prime} - \frac{1}{R}(-U_n + 2U_{n-1}^* - U_{n-2}) = 0$$

$$U_{n-2}^{\prime\prime} - (-U_{n-1}^* + 2U_{n-2} - U_{n-3}^*) = 0$$

$$U_{n-3}^{*\prime\prime} - \frac{1}{R}(-U_{n-2} + 2U_{n-3}^* - U_{n-4}) = 0$$

$$\vdots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad = \vdots$$

$$U_0^{\prime\prime} - (-U_1^* + 2U_0 - U_{-1}^*) = 0$$

$$\vdots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad = \vdots$$

$$U_{-n}^{\prime\prime} - (U_{-n+1}^* + U_{-n}) = 0$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & . & . & \ldots & 0 \\ 1/R(& -1 & 2 & -1 & 0 & . & \ldots & .) \\ & 0 & -1 & 2 & -1 & . & \ldots & . \\ 1/R(& 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \ldots & .) \\ & \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ & \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ & 0 & \ldots & . & . & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$(L_1 - \lambda^2 I) = 0$ denkleminin çözümü özdeğer ve buna karşılık gelen özvektörü ($\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{i}}$) verir. Özdeğerler λ ile simgelendirilir.

$$\overline{\lambda_n} = [\overline{\lambda_1}, \overline{\lambda_2}, \ldots \overline{\lambda_3}]$$

$$\lambda_i = +\sqrt{\overline{\lambda_i}}, \quad -\sqrt{\overline{\lambda_i}}$$

$\lambda_1 = 0$ çift katlı kökü vardır,

ξ sonsuza doğru gittikçe $e^{\lambda_n \xi}$ ve deplasmanda sonsuza doğru gider, böylece λ_n' in pozitif değerleri YM ve DM fiberlerin sonlu yükleme durumunu tahmin etmek için atılır.

$\lambda_1 = 0$ ve $R_{(:,1)} = 1$ için deplasman çözümleri aşağıdaki gibi genel bir formatta yazılabilir.

$$U = c_1 U_{p1} + c_2 U_{p2} + \sum_{i=2}^{n} c_{(i+1)} R_{(:,i)} e^{-\lambda_i \xi} \tag{2.23}$$

$$U_n = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(1,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(1,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(1,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

$$U^*_{n-1} = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(2,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(2,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(2,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$U_0 = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(n,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(n,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(n,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

$$U = c_1 U_{p1} + c_2 U_{p2} + c_3 R_{(:,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(i,n)} e^{-\lambda_n \xi} \tag{2.24}$$

Özel çözümler $U_{p1}^T = [1,1,1,\ldots,1]$ ve $U_{p2}^T = [\xi, \xi, \xi, \ldots, \xi]$ dir.

$$R_{(:,i)} = \left[R^{(1)} R^{(2)} R^{(3)} \ldots\ldots\ldots R^{(n)}\right]$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{(1,1)} & R_{(1,2)} & R_{(1,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(1,n)} \\ R_{(2,1)} & R_{(2,2)} & R_{(2,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(2,n)} \\ R_{(3,1)} & R_{(3,2)} & R_{(3,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(3,1)} \\ R_{(3,1)} & R_{(4,2)} & R_{(4,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(4,n)} \\ \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ R_{(n,1)} & R_{(n,2)} & R_{(n,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(n,n)} \end{bmatrix}$$

2.1.5 Kuvvet Denklemleri

YM fiberler için

n. fiberdeki meydana gelen eksenel yük, sıcaklık etkisi dahil edildiğinde,

$$p_n = E_f A_f \frac{dU_n}{dx} - E_f A_f \alpha \Delta T \tag{2.25}$$

DM fiberler için

$$p_n^* = E_f^* A_f^* \frac{dU_n^*}{dx} - E_f^* A_f^* \alpha^* \Delta T \tag{2.26}$$

şeklinde ifade edilebilir.

(2.25) ve (2.26) denklemlerine boyutsuzlaştırma yaparsak,

$$P_n = \frac{dU_n}{d\xi} - 1 \tag{2.27}$$

$$P_{n-1}^* = R\left(\frac{dU_{n-1}^*}{d\xi} - r\right) \tag{2.28}$$

Olur.

$R = \frac{E_f^* A_f^*}{E_f A_f}$, $\quad r = \frac{\alpha^*}{\alpha}$

Burada,

α^* : DM fiberin termal genişleme katsayısı,

α : YM fiberin termal genişleme katsayısıdır.

$$P_n = 1\left(c_2 - c_3\lambda_2 R_{(1,2)} e^{-\lambda_2 \xi} - c_4\lambda_3 R_{(1,3)} e^{-\lambda_3 \xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n R_{(1,n)} e^{-\lambda_n \xi} - 1\right)$$

$$P_{n-1}^* = R\left(c_2 - c_3\lambda_2 R_{(2,2)} e^{-\lambda_2 \xi} - c_4\lambda_3 R_{(2,3)} e^{-\lambda_3 \xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n R_{(2,n)} e^{-\lambda_n \xi} - r\right)$$

$$P_{n-2} = 1\left(c_2 - c_3\lambda_2 R_{(3,2)} e^{-\lambda_2 \xi} - c_4\lambda_3 R_{(3,3)} e^{-\lambda_3 \xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n R_{(3,n)} e^{-\lambda_n \xi} - 1\right)$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$P_0 = 1\left(c_2 - c_3\lambda_2 R_{(n,2)} e^{-\lambda_2 \xi} - c_4\lambda_3 R_{(n,3)} e^{-\lambda_3 \xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n R_{(n,n)} e^{-\lambda_n \xi} - 1\right)$$

2.1.6 Ara yüzey Kayma Gerilme Denklemleri

Kayma gerilmelerine boyutsuzlaştırma bağlantıları uygulanırsa kayma gerilmeleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$T_{n,n-1} = U_n - U^*_{n-1} \tag{2.29}$$

$$T_{n-1,n-2} = U^*_{n-1} - U_{n-2}$$

2.1.7 Sınır Şartları

Hibrit kompozit tabaka Şekil (2.3) de görüldüğü gibi YM fiberin kenarında $\xi = 0$ noktasından sabitlenmiş olarak işlemler yapılır.

- $\xi \to \infty$ da, Tabakalarda oluşan kuvvetler aşağıdaki denge denklemini sağlamalıdır.

$$2P_n + 2P^*_{n-1} + 2P_{n-2} + \ldots + 2P^*_1 + P_0 = 0 \tag{2.30}$$

Denklem (2.30) de $n = 0$ için simetri uygulamıştır.

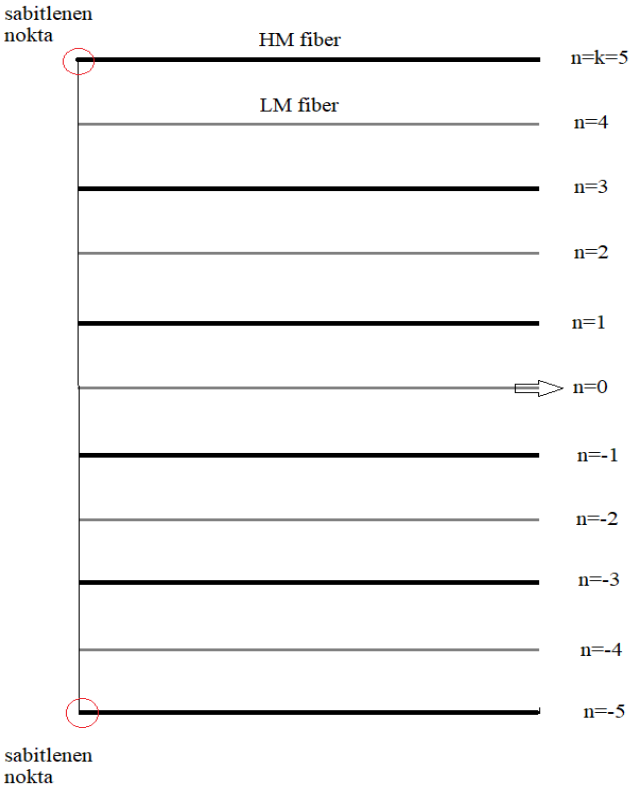
- $\xi = 0$

Fiberlerin sonundaki deplasman, $(U_n = 0)$ olur. $(n = k, n = -k)$ diğer yüklerde yük $(P_n = 0)$ olur.

Denklem (2.24) de bu sınır şartlarıyla $2n+1$ formatındaki denklemlerin (c_i) sabitleri bulunur.

$$U_n = 0$$

$$P^*_{n-1} = 0$$



Şekil 2.3: k=5 için serbest cisim diyagramı.

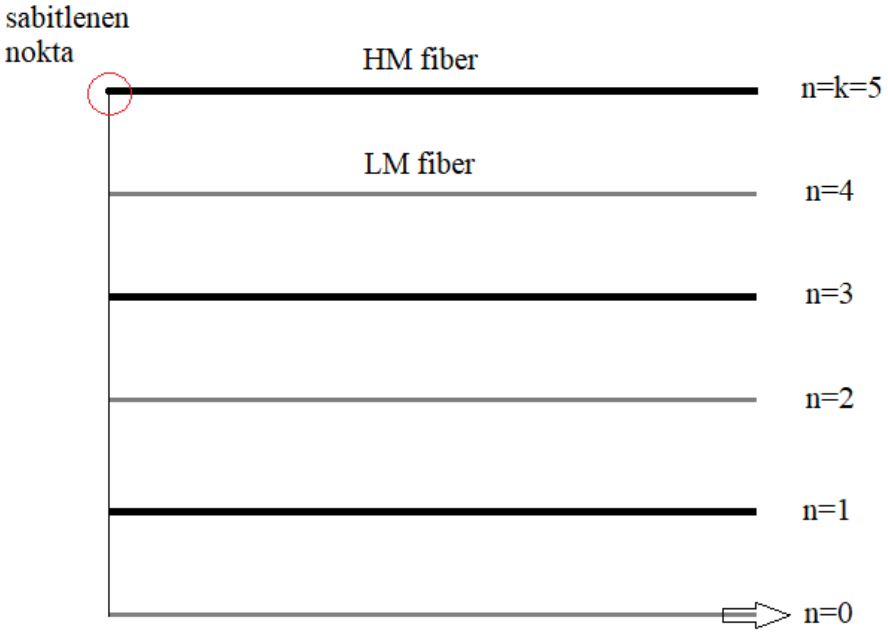
$$P_{n-2} = 0$$

$$P^*_{n-3} = 0$$

$$P_{n-4} = 0$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$P^*_0 = 0$$



Şekil 2.4: k=5 de simetri durum için serbest cisim diyagramı.

2.2 Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli için Denklemler

2.2.1 Deplasman, Kuvvet ve Kayma Gerilmesi Denklemleri

Matris deki uzama (deplasman) ikinci dereceden denklem olarak varsayılır, (Şekil 2.5 de gösterilmiştir.)

$$u(x,y) = A(x) + B(x)y + C(x)y^2 \tag{2.31}$$

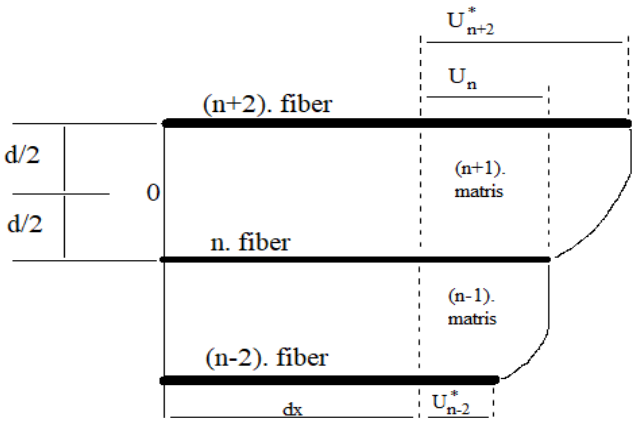
Sınır Şartları

$u(x, y = 0) = u^m_{n,n-2}$

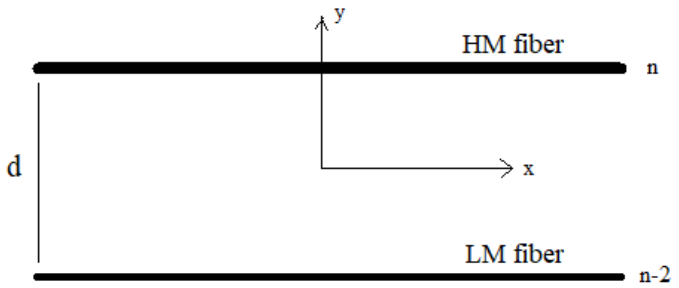
$u\left(x, y = \frac{d}{2}\right) = u_n$

$u\left(x, y = -\frac{d}{2}\right) = u^*_{n-2}$

n. ve (n-2). Fiberler arasındaki matris deki uzama Şekil (2.5) deki gibi modellenmiştir.



Şekil 2.5: İkinci dereceden şekil değiştirme varsayımı, fiberlerin ve matrislerin uzaması.



Şekil 2.6: YM ve DM fiberler arasında kalan d kalınlığındaki matris alanı.

Yukarıdaki sınır şartları ile aşağıdaki denklem türetilir.

$$u_{n,n-2}(x,y) = u^m_{n,n-2} + (u_n - u^*_{n-2})\frac{y}{d} + \left(u_n - 2u^m_{n,n-2} + u^*_{n-2}\right)\frac{2y^2}{d^2} \qquad (2.32)$$

n. fiberdeki meydana gelen eksenel yük, sıcaklık etkisi dahil edildiğinde,

$$p_n = \sigma_n A_n = E_f A_f \frac{du_n}{dx} - E_f A_f \alpha \Delta T \qquad (2.33)$$

(n-1). Matris deki eksenel yük,

$$p_{n-1}^{m} \equiv p_{n,n-2}^{m}(x) = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \sigma_x(x,y)dA + \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} E_m(\frac{du_{n,n-2}}{dx} - \alpha_m \Delta T)hdy \qquad (2.34)$$

(n,n-2). Matrisler arası deplasman eğimi,

$$\frac{du_{n,n-2}(x,y)}{dx} = \frac{du_{n,n-2}^{m}}{dx} + \left(\frac{du_n}{dx} - \frac{du_{n-2}^{*}}{dx}\right)\frac{y}{d} + \left(\frac{du_n}{dx} - 2\frac{du_{n,n-2}^{*}}{dx} + \frac{du_{n-2}^{*}}{dx}\right)\frac{2y^2}{d^2}$$

şeklinde olur.

Gerekli integrasyon yapıldıktan sonra oluşan denklem aşağıdaki forma getirilir.

$$p_{n-1}^{m} \equiv p_{n,n-2}^{m}(x) = \frac{E_m A_m}{6}\left(u_n' + 4u_{n,n-2}'^{m} + u_{n-2}'^{*}\right) - E_m A_m \alpha_m \Delta T \qquad (2.35)$$

(n-2). DM fiberdeki eksenel yük,

$$p_{n-2}^{*} = E_f^{*} A_f^{*} \frac{du_{n-2}^{*}}{dx} - E_f^{*} A_f^{*} \alpha^{*} \Delta T \qquad (2.36)$$

matris deki kayma gerilmesi ise,

$$\tau_{xy} = G\left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}\right)$$

denklemi ile ifade edilir. Burada,

$A_m = h \cdot d$ matrisin enine kesit alanı

u x eksenindeki deplasman

v y eksenindeki deplasman

E_f n. YM fiberin Elastisite modülü

A_f n. YM fiberin kesit alanı

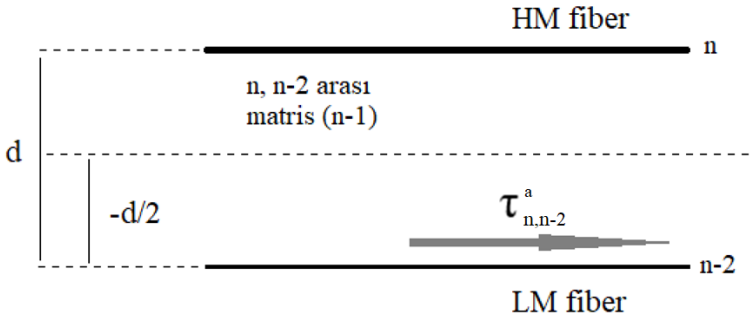
$\alpha, \alpha^*, \alpha_m$ sırasıyla YM fiber, DM fiber ve Matrisin ısıl iletim katsayıları

G Kayma modülü

h tabaka kalınlığı dır.

Geliştirilmiş tabaka kayma modelindeki varsayımdan dolayı denklemin ikinci terimi ($\frac{dv}{dx}$) sıfırdır.

(n, n-2) fiberleri arasında (n-2) nolu fiber üzerindeki oluşan (n-1) matrisine ait kayma gerilmesi aşağıdaki şekildeki gibi gösterilebilir.

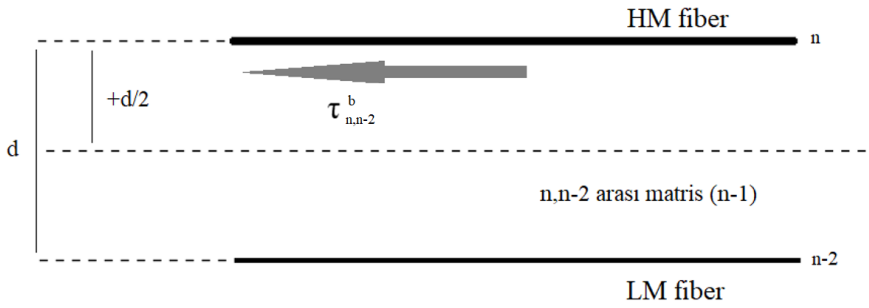


Şekil 2.7: n-2 nolu fiber üzerinde oluşan kayma gerilmesi

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n,n-2\wr y=-\frac{d}{2}} = G\,\frac{du_{n,n-2}}{dy}\,\wr_{y=-\frac{d}{2}}$$

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n,n-2}\,\wr_{y=-\frac{d}{2}} = \frac{G}{d} = \left(-u_n + 4u^m_{n,n-2} - 3u^*_{n-2}\right) \qquad (2.37)$$

(n, n-2) fiberleri arasında (n) nolu fiber altında oluşan (n-1) matrisine ait kayma gerilmesi aşağıdaki



Şekil 2.8: n nolu fiber altında oluşan kayma gerilmesi.

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n,n-2\wr y=+\frac{d}{2}} = G\frac{du_{n,n-2}}{dy}\wr_{y=+\frac{d}{2}}$$

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n,n-2}\wr_{y=+\frac{d}{2}} = \frac{G}{d}\left(3u_n + 4u^m_{n,n-2} - u^*_{n-2}\right) \tag{2.38}$$

Son fiberlerde de aşağıdaki gibi denklemler söz konusudur.

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n+2,n}\wr_{y=-\frac{d}{2}} = \frac{G}{d}\left(-u^*_{n+2} + 4u^m_{n+2,n} - 3u_n\right)$$

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n+2,n}\wr_{y=+\frac{d}{2}} = \frac{G}{d}\left(3u^*_{n+2} - 4u^m_{n+2,n} + u_n\right)$$

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n-2,n-4}\wr_{y=+\frac{d}{2}} = \frac{G}{d}\left(3u^*_{n-2} - 4u^m_{n-2,n-4} + u_{n-4}\right)$$

(n-2). ve n. Fiberler arasındaki net kayma gerilmeleri aşağıdaki denklemle bulur.

$$(\Delta\tau)_{n,n-2} = \left(\tau_{xy}\right)_{n+2,n}\wr_{y=+\frac{d}{2}} - \left(\tau_{xy}\right)_{n+2,n}\wr_{y=-\frac{d}{2}}$$

$$(\Delta\tau)_{n,n-2} = \frac{G}{d}\left(4u_n - 8u^m_{n,n-2} + 4u^*_{n-2}\right) \tag{2.39}$$

2.2.2 Denge Denklemleri

Şekil 2.8 ve Şekil 2.9' e bakarsak serbest cisim diyagramlarında üç tane denge denklemi elde edilebilir.

$\sum F_x = 0$ şartına göre denklemleri yazarsak,

n. YM fiber için denge denklemi,

$$\frac{dp_n}{dx} + \left\{\left(\left(\tau_{xy}\right)_{n+2,n} \wr_{y=-\frac{d}{2}} - \left(\tau_{xy}\right)_{n,n-2} \wr_{y=+\frac{d}{2}}\right)\right\} h = 0 \tag{2.40}$$

(n,n-2). Matris için denge denklemi,

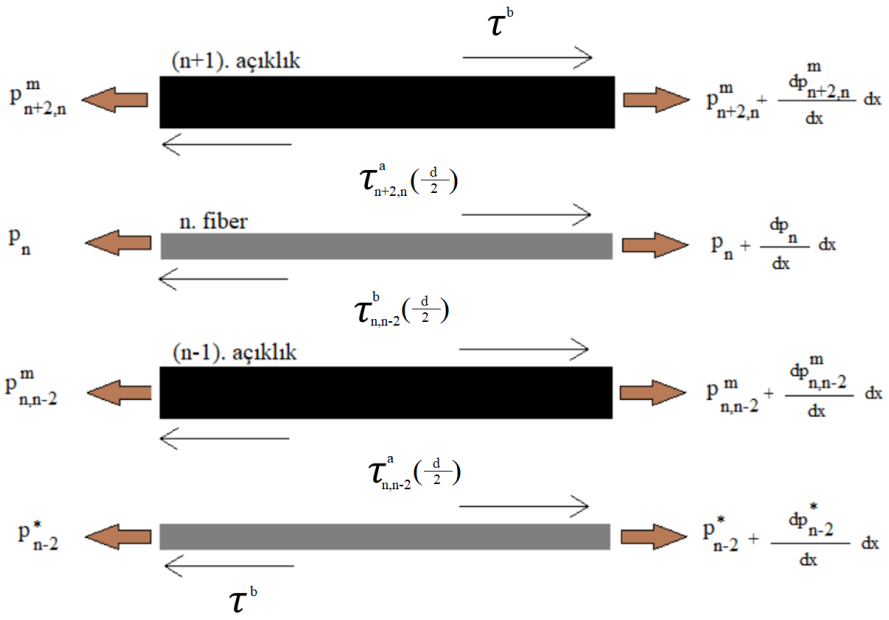
$$\frac{dp^*_{n-2}}{dx} + h(\Delta\tau)_{n,n-2} = 0 \tag{2.41}$$

(n-2). DM fiber için denge denklemi ise,

$$\frac{dp^*_{n-2}}{dx} + \left\{\left(\tau_{xy}\right)_{n,n-2} \wr_{y=-\frac{d}{2}} - \left(\tau_{xy}\right)_{n-2,n-4} \wr_{y=+\frac{d}{2}}\right\} h = 0 \tag{2.42}$$

şeklinde ifade edilir.

burada h tabakanın kalınlığıdır.



Şekil 2.9: matris ve fiberler için gerilmeler ve yükler.

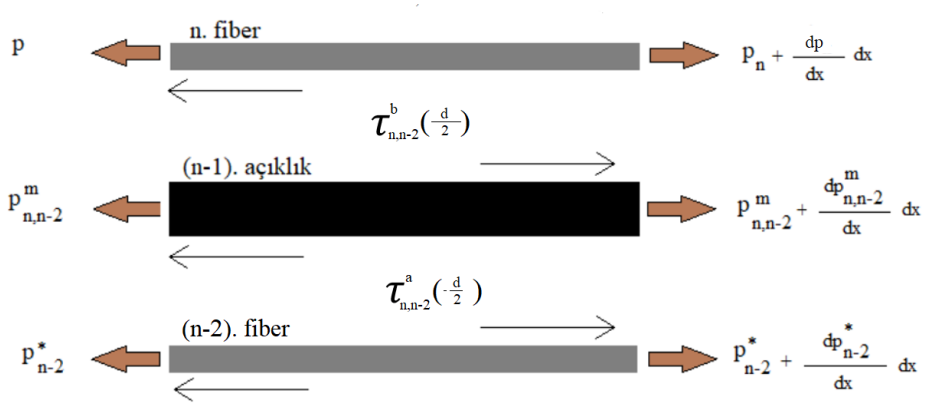
$\tau_{xy}, p_n, p_{n-2}^*, \Delta\tau$ ifadelerini denklem (2.40), (2.41) ve (2.42) de kullanarak denge denklemleri deplasman cinsinden yazılabilir.

$$E_f A_f \frac{d^2 u_n}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(-u_{n+2}^* + 4u_{n+2,n}^m - 6u_n + 4u_{n,n-2}^m - u_{n-2}^*\right) = 0 \qquad (2.43)$$

$$\frac{E_f A_f}{6}\left(u_n'' + 4u_{n,n-2}^{''m} + u_{n-2}^{''m}\right) + \frac{Gh}{d}\left(4u_n - 8u_{n,n-2}^m + 4u_{n-2}^*\right) = 0 \qquad (2.44)$$

$$E_f^* A_f^* \frac{d^2 u_{n-2}^*}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(-u_n + 4u_{n,n-2}^m - 6u_{n-2}^* + 4u_{n-2,n-4}^m - u_{n-4}\right) = 0 \qquad (2.45)$$

Son fiberler



Şekil 2.10: Kenar matris ve fiberler için gerilmeler ve yükler.

Kenar fiberler için deplasman denge denklemi,

n=+k için;

$$\frac{dp_n}{dx} - h(\tau_{xy})_{n,n-2}\,\wr_{y=+\frac{d}{2}} = 0$$

$$E_f A_f \frac{d^2u_n}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(-3u_n + 4u^m_{n,n-2} - u^*_{n-2}\right) = 0 \qquad (2.46)$$

n=–k için;

$$E_f A_f \frac{d^2u_n}{dx^2} + \frac{Gh}{d}\left(-u^*_{n+2} + 4u^m_{n+2,n} - 3u_n\right) = 0 \qquad (2.47)$$

şeklinde ifade edilir.

2.2.3 Boyutsuz Nicelikler

Boyutsuzlaştırma parametreleri,

$$x = \sqrt{\frac{E_f A_f d}{Gh}}\xi \tag{2.48}$$

$$u_n^{(*)} = \sqrt{\frac{E_f A_f d}{Gh}}\alpha\Delta T U_n^{(*)} \tag{2.49}$$

$$u_{n,n-2}^{m} = \sqrt{\frac{E_f A_f d}{Gh}}\alpha\Delta T U_{n,n-2}^{m} \tag{2.50}$$

$$\frac{1}{dx^2} = \frac{Gh}{E_f A_f d}\frac{1}{d\xi^2} \tag{2.51}$$

$$p_n^{(*)} = EA\alpha\Delta T P_n^{(*)} \tag{2.52}$$

$$p_{n,n-2}^{m} = EA\alpha\Delta T P_{n,n-2}^{m} \tag{2.53}$$

$$\tau_{n,n-2}^{(*)} = \sqrt{\frac{GEA}{hd}}\alpha\Delta T T_{n,n-2}^{(*)} \tag{2.54}$$

$U_n, U_{n,n-2}^{m}$ terimleri n. fiber ve (n,n-2). matrisin boyutsuz deplasmanlarını ifade eder.$(U_{n,n-2}^{m} \equiv U_{n-1}^{m})(n = 0,2,4,6,\ldots\ldots)$

$P_n, P_{n,n-2}^{m}$ terimleri n. fiber ve (n,n-2). matrisin boyutsuz kuvvetlerini ifade eder. $(P_{n,n-2}^{m} \equiv P_{n-1}^{m})(n = 0,2,4,6,\ldots\ldots)$

$T_{n,n-2}$ terimi n. fiber ve (n,n-2). Matrisin arasındaki ara yüzey kayma gerilmelerinin x ekseni için boyutsuz halini ifade eder.

ΔT terimi sıcaklıktaki değişimi gösterir.

Üssü işareti ξ 'ye göre türevi gösterir.

Denklem (2.47) den kenar YM fiber için boyutsuzlaştırılmış denge denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d^2U_n}{d\xi^2} + \left(-3U_n + 4U^m_{n,n-2} - U^*_{n-2}\right) = 0 \tag{2.55}$$

Denklem (2.45) den matris için boyutsuzlaştırılmış denge denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{1}{6}\frac{E_m A_m}{E_f A_f}\left(\frac{d^2U_n}{d\xi^2} + 4\frac{dU^m_{n,n-2}}{d\xi^2} + \frac{dU^*_{n-2}}{d\xi^2}\right) + \left(4U_n - 8U^m_{n,n-2} + 4U^*_{n-2}\right) = 0 \tag{2.56}$$

Denklem (2.46) dan orta DM fiber için boyutsuzlaştırılmış denge denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{E^*_f A^*_f}{E_f A_f} \cdot \frac{d^2U^*_{n-2}}{d\xi^2} + \left(-U_n + 4U^m_{n,n-2} - 6U^*_{n-2} + 4U^m_{n-2,n-4} - U_{n-4}\right) = 0 \tag{2.57}$$

Denklem (2.44) den orta YM fiber için boyutsuzlaştırılmış denge denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d^2U_n}{d\xi^2} + \left(-U^*_{n+2} + 4U^m_{n+2,n} - 6U_n + 4U^m_{n,n-2} - U^*_{n-2}\right) = 0 \tag{2.58}$$

Geliştirilmiş tabaka kayma modeli için çözüm de tabaka kayma modeli için olan çözümle aynı olup, (Rossetto 1987-1991 tarafından kullanılan) bir özdeğer problemdir.

$$\boldsymbol{L_1 U'' - L_2 U = 0} \tag{2.59}$$

$$U''_n - \left(3U_n - 4U^m_{n,n-2} + U^*_{n-2}\right) = 0$$

$$\frac{1}{6}\left(U''_n + 4U''^m_{n,n-2} + U''^*_{n-2}\right) - \frac{1}{R_m}\left(-4U_n + 8U^m_{n,n-2} - 4U^*_{n-2}\right) = 0$$

$$\left(U''^*_{n-2}\right) - \frac{1}{R}\left(U^*_n - 4U^m_{n,n-2} + 6U_{n-2} - 4U^m_{n-2,n-4} + U^*_{n-4}\right) = 0$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$(U_2''^{*}) - \frac{1}{R}\left(U_4 - 4U_{4,2}^{m} + 6U_2^{*} - 4U_{2,0}^{m} + U_0\right) = 0$$

$$\frac{1}{6}\left(U_2''^{*} + 4U_{2,0}''^{m} + U_0''\right) - \frac{1}{R_m}\left(-4U_2 + 8U_{2,0}^{m} - 4U_0^{*}\right) = 0$$

$$U_0'' - \left(U_2^{*} - 4U_{2.0}^{m} + 6U_0 - 4U_{0,-2}^{m} + U_{-2}^{*}\right) = 0$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$U_{-2}'' - \left(-U_{-n+2}^{*} + 4U_{-n+2,n}^{m} - 3U_{-n}\right) = 0$$

L_1 ve L_2 matrisleri aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$L_1 = \begin{bmatrix} & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1/6(& 1 & 4 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots) \\ & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1/6(& 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots & \cdots) \\ & \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ & \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} & 3 & -4 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1/R_m(& -4 & 8 & -4 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots) \\ 1/R(& 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots) \\ 1/R_m(& 0 & 0 & -4 & 8 & -4 & \cdots & \cdots & \cdots) \\ & \vdots & & & & \ddots & & & \vdots \\ & \vdots & & & & & \ddots & & \vdots \\ & \vdots & & & & & & \ddots & \vdots \\ & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

Devam eden hesaplamalarda n=0 noktası için $U_2 = U_{-2}, U_{2,0}^{m} = U_{0,-2}^{m}$ olduğundan simetri kuralı uygulanacaktır. Bunun sonucunda denge denklemleri aşağıdaki gibi olur.

n=0 için $\qquad U_0'' - \left(2U_2^{*} - 8U_{2,0}^{m} + 6U_0\right)$

$$U = \begin{bmatrix} U_n & U_n \\ U^m_{n,n-2} & U^m_{n-1} \\ U^*_{n-2} & U^*_{n-2} \\ U^m_{n-2,n-4} & U^m_{n-3} \\ \vdots & \vdots \\ U_0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ U_{-n} & U_{-n} \end{bmatrix}$$

burada $U = R \cdot e^{\lambda\xi}$ dönüşümü yapatığımızda,

$$\left(\overline{\lambda}L_1 - L_2\right) = 0 \tag{2.60}$$

Denklemini elde edebiliriz.

$\lambda = \sqrt{\overline{\lambda}}$

Bu $\boldsymbol{Ax} = \lambda \boldsymbol{Bx}$ formu Tabaka Kayma Modelinde(TKM) olduğu gibi $\boldsymbol{Cx} = \lambda x$ formuna değiştirilebilir. $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{B^{-1}} \cdot \boldsymbol{A}$ $\quad (\boldsymbol{A} = \boldsymbol{L_2},\ \boldsymbol{B} = \boldsymbol{L_1})$

$$\lambda_n = [0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \ldots., \lambda_n]$$

ξ sonsuza doğru gittikçe $e^{\lambda_n \xi}$ değeri de sonsuza yaklaşır bu yüzden $e^{\lambda_n \xi}$ terimi λ 'nın pozitif değerleri için ihmal edilebilir ve genel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$U = c_1 U_{p1} + c_2 U_{p2} + \sum_{i=2}^{n} c_{i+1} R_{(:,i)} e^{-\lambda_i \xi} \tag{2.61}$$

burada,

$U^T_{p1} = [1,1,1,1,\ldots.,1]$, $U^T_{p2}[\xi, \xi, \xi, \xi, \ldots., \xi]$ boyutsuzlaştırılmış denge denklemleri,

$$\boldsymbol{R}_{(:,\boldsymbol{i})} = \begin{bmatrix} R^{(1)} & R^{(2)} & R^{(3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} R_{(1,1)} & R_{(1,2)} & R_{(1,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(1,n)} \\ R_{(2,2)} & R_{(2,2)} & R_{(2,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(2,n)} \\ R_{(3,1)} & R_{(3,2)} & R_{(3,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(3,n)} \\ R_{(4,1)} & R_{(4,2)} & R_{(4,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(4,n)} \\ \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ R_{(n,1)} & R_{(n,2)} & R_{(n,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & R_{(n,n)} \end{bmatrix}$$

$$U_n = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(1,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(1,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(1,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

$$U_{n-1}^{m} = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(2,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(2,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(2,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

$$U_{n-2}^{*} = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(3,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(3,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(3,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

$$U_{n-3}^{m} = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(4,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(4,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(4,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$U_0 = c_1 + c_2\xi + c_3 R_{(n,2)} e^{-\lambda_2 \xi} + c_4 R_{(n,3)} e^{-\lambda_3 \xi} + \cdots + c_{n+1} R_{(n,n)} e^{-\lambda_n \xi}$$

olur. Bu bir öz değer öz vektör problemi olup çözümü için MATLAB bilgisayar programı kullanılmıştır.

2.2.4 Kuvvet Denklemleri

Sıcaklık etkisini dikkate alarak toplam net kuvvet elde edilir.

Boyutsuzlaştırılmış (2.48) … (2.54) denklemleri kullanılarak (2.34) … (2.37) denklemleri aşağıdaki gibi olur.

$$P_n = \frac{dU_n}{d\lambda} - 1 \tag{2.62}$$

$$P_{n-1}^{m} = R_m \left[\frac{1}{6} \left(\frac{dU_n}{d\xi} + 4 \frac{dU_{n-1}^{m}}{d\xi} + \frac{dU_{n-2}^{*}}{d\xi} \right) - r_m \right] \tag{2.63}$$

$$P_{n-2}^{*} = R\left(\frac{dU_{n-2}^{*}}{d\xi} - r\right) \tag{2.64}$$

$R = \frac{E_f^* A_f^*}{E_f A_f}$ $R_m = \frac{E_m A_m}{E_f A_f}$ $r = \frac{\alpha^*}{\alpha}$ $r_m = \frac{\alpha_m}{\alpha}$

E_m : matrisin elastisite modülü

α_m : matrisin ısıl genişleme katsayısı

$S_{(i,:)} = R_{(i,:)}$ (i=1,3,5, …)

$S_{(i,:)} = \frac{1}{6}\left(R_{(i-1,i)} + 4R_{(i,:)} + R_{(i+1,:)}\right)$ (i=2,4,6, …)

$$S = \begin{bmatrix} S_{(1,1)} & S_{(1,2)} & S_{(1,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & S_{(1,n)} \\ S_{(2,1)} & S_{(2,2)} & S_{(2,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & S_{(2,n)} \\ S_{(3,1)} & S_{(3,2)} & S_{(3,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & S_{(3,n)} \\ S_{(4,1)} & S_{(4,2)} & S_{(4,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & S_{(4,n)} \\ \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ S_{(n,1)} & S_{(n,2)} & S_{(n,3)} & \cdots & \cdots & \cdots & S_{(n,n)} \end{bmatrix}$$

$$P_n = 1\left(c_2 - c_3\lambda_2 S_{(1,2)} e^{-\lambda_2\xi} - c_4\lambda_3 S_{(1,3)} e^{-\lambda_3\xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n S_{(1,n)} e^{-\lambda_n\xi} - 1\right)$$

$$P_{n-1}^{m} = R_m\left(c_2 - c_3\lambda_2 S_{(2,2)} e^{-\lambda_2\xi} - c_4\lambda_3 S_{(2,3)} e^{-\lambda_3\xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n S_{(2,n)} e^{-\lambda_n\xi} - r_m\right)$$

$$P_{n-2}^{*} = R\left(c_2 - c_3\lambda_2 S_{(3,2)} e^{-\lambda_2\xi} - c_4\lambda_3 S_{(3,3)} e^{-\lambda_3\xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n S_{(3,n)} e^{-\lambda_n\xi} - r\right)$$

$$P_{n-3}^{m} = R_m\left(c_2 - c_3\lambda_2 S_{(4,2)} e^{-\lambda_2\xi} - c_4\lambda_3 S_{(4,3)} e^{-\lambda_3\xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n S_{(4,n)} e^{-\lambda_n\xi} - r_m\right)$$

$\vdots$ $\vdots$

$$P_0 = 1\left(c_2 - c_3\lambda_2 S_{(n,2)} e^{-\lambda_2\xi} - c_4\lambda_3 S_{(n,3)} e^{-\lambda_3\xi} - \ldots - c_{n+1}\lambda_n S_{(n,n)} e^{-\lambda_n\xi} - 1\right)$$

Kuvvet ve deplasman denklemlerinde n+1 tane bilinmeyen sabit vardır. $(c_1, c_2, \ldots, c_{n+1})$, bu yüzden problemi çözmek için n+1 tane sınır şartına ihtiyacımız olacaktır. Bu sınır şartları ileriki bölümlerde görülecektir.

2.2.5 Ara yüzey Kayma Gerilme Denklemleri

Denklem (2.37) ve (2.38) den elde ettiğimiz, n. fiber ile (n-1). matris arasındaki ve (n-1). matris ile (n-2). fiber arasındaki kayma gerilme alanları

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n-1}^{b} \wr_{+\frac{d}{2}} = \frac{G}{d}\left(3u_n - 4u_{n-1}^{m} + u_{n-2}^{*}\right) \tag{2.65}$$

$$\left(\tau_{xy}\right)_{n-1}^{a} \wr_{-\frac{d}{2}} = \frac{G}{d}\left(-u_n - 4u_{n-1}^{m} - 3u_{n-2}^{*}\right) \tag{2.66}$$

(2.48) … (2.54) denklemlerini (2.65) ve (2.66) denklemlerinde boyutsuzlaştırma için kullanırsak; n. fiberin altında kalan boyutsuz ara yüzey kayma gerilmeleri,

$$T_{n-1}^{b} = \left(3U_n - 4U_{n-1}^{m} + U_{n-2}^{*}\right) \tag{2.67}$$

(n-2). fiberin üzerinde kalan boyutsuz ara yüzey kayma gerilmeleri,

$$T_{n-1}^{a} = \left(-U_n + 4U_{n-1}^{m} - 3U_{n-2}^{*}\right) \tag{2.68}$$

Boyutsuzlaştırılmış ara yüzey kayma gerilmeleri (n=0,1,2, . . . , q) aşağıdaki gibi olur. Burada q simetrik fiber sayısıdır.

$$T_{n-1}^{b} = 3U_n - 4U_{n-1}^{m} + U_{n-2}^{*}$$

$$T_{n-1}^{a} = -U_n + 4U_{n-1}^{m} - 3U_{n-2}^{*}$$

$$T_{n-3}^{b} = 3U_{n-2}^{*} - 4U_{n-3}^{m} + U_{n-4}$$

$$T_{n-3}^{a} = -U_{n-2}^{*} + 4U_{n-3}^{m} - 3U_{n-4}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$T_{5}^{b} = 3U_6 - 4U_{5}^{m} + U_{4}^{*}$$

$$T_{5}^{a} = -U_6 + 4U_{5}^{m} - 3U_{4}^{*}$$

$$T_3^b = 3U_4^* - 4U_3^m + U_2$$

$$T_3^a = -U_4^* + 4U_3^m - 3U_2$$

$$T_1^b = 3U_2 - 4U_1^m + U_0^*$$

$$T_1^a = -U_2 + 4U_1^m - 3U_0^*$$

Ara yüzey kayma gerilme denklemleri matris formatında yazılırsa,

$$T^T = [T_{n-1}^b, T_{n-1}^a, T_{n-3}^b, T_{n-3}^a, \dots, T_3^b, T_3^a, T_1^b, T_1^a]$$

$$T = L_4 \cdot U \tag{2.69}$$

$$L_4 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 4 & -3 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & . \\ 0 & 0 & 3 & -4 & 1 & \cdots & \cdots & . \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -3 & \cdots & \cdots & . \\ \vdots & & & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

şeklinde olur.

2.2.6 Sınır Şartı

Hibrit kompozitler son fiberlerinden sabitlendiğinde,

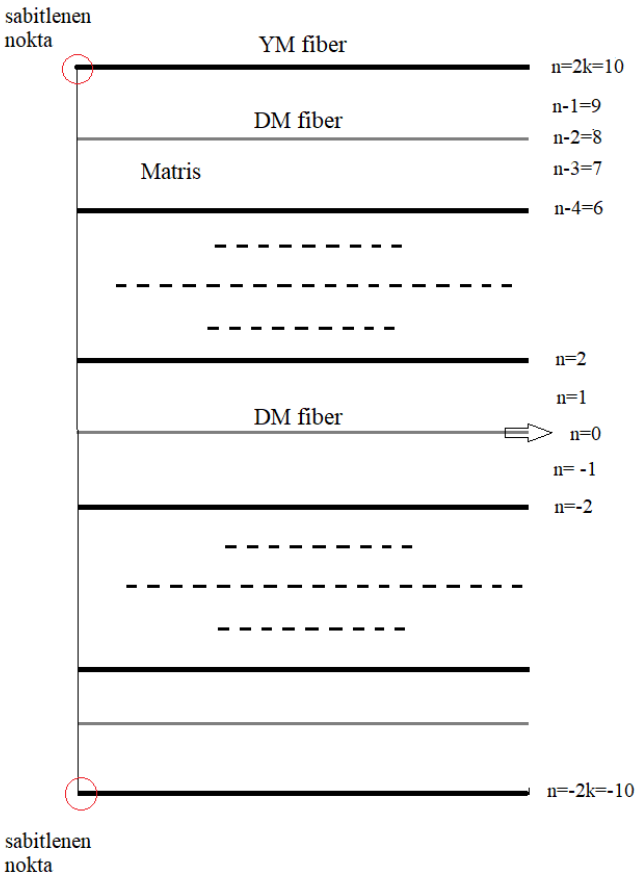
- ξ sonsuza yaklaşırken, Tabakalarda fiber ve matriste oluşan kuvvetler aşağıdaki denge denklemini sağlamalıdır.

$$2P_n + 2P_{n-1}^m + 2P_{n-2}^* + 2P_{n-3}^m + 2P_{n-4} + \cdots + 2P_2 + 2P_1^m + P_0^* = 0 \tag{2.70}$$

- ξ = 0

  kopmamış fiberde deplasman, $U_n = 0$

kopmuş diğer fiberlerde yük, $P_n = 0$ olur.



Şekil 2.11: Serbest cisim diyagramı.

$$U_n = 0$$

$$P_{n-1}^m = 0$$

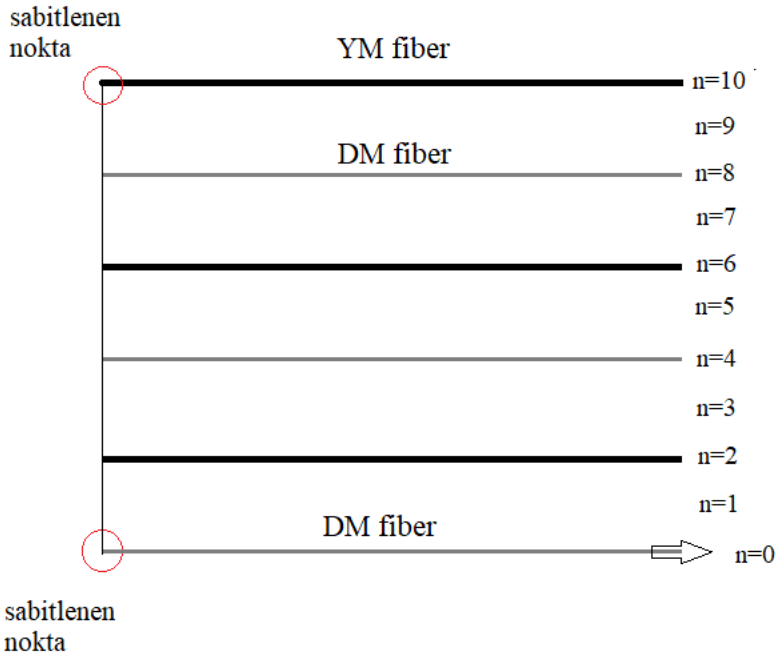
$$P_{n-2}^* = 0$$

$$P_{n-3}^m = 0$$

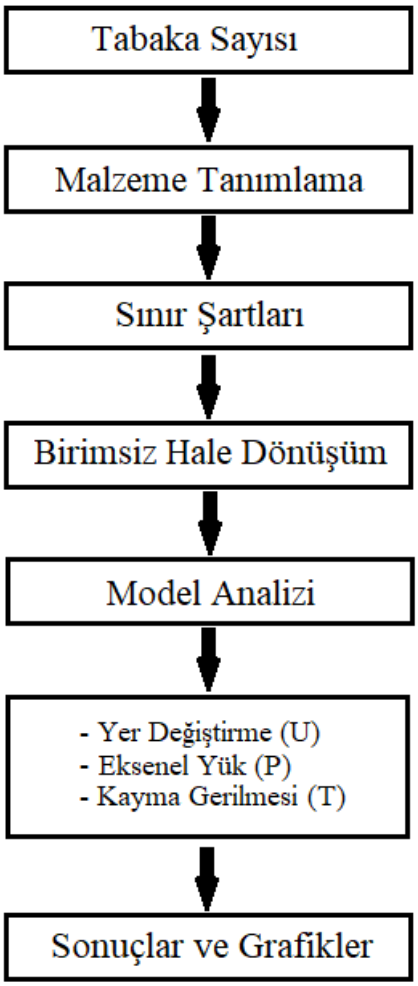
$$P_{n-4} = 0$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$P_0^* = 0$$



Şekil 2.12: Simetri şartı için serbest cisim diyagramı.



Şekil 2.13:Akış diyagramı.

İkinci bölümde çıkarılan formüllerin çözümü için Şekil 2.13'de akış diyagramı verilen bilgisayar yazılımı geliştirilmiştir.

3. MODELLERİN ÇÖZÜMLER VE ANALİZ SONUÇLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ

3.1 MALZEMELER

Kompozit üretiminde kullanacağımız herhangi bir malzeme bu alana girebilir. Burada malzemelerin elastisite modüllerini ve termal genleşme katsayılarını bilmemiz yeterli olacaktır. Modellemelerimizde kullanılacak malzemeleri temel olarak 2 gruba ayırabiliriz.

- Yüksek ve düşük modüllü malzemeler; (YM ve DM)

  Malzeme havuzundan seçtiğimiz herhangi iki malzemenin hangisinin elastisite modülü yüksek ise o malzeme yüksek modüllü(YM), diğeri ise düşük modüllü(DM) malzeme olur.

- Matrisler;

  Seçtiğimiz YM ve DM malzemelerin dışında geliştirilmiş tabaka kayma modelinde kullanacağımız YM ve DM malzemelerin arasında kalan elamanlar.

Bu çalışmada analitik çözümler için kullanılan malzeme özellikleri aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.1: Malzeme Özellikleri.

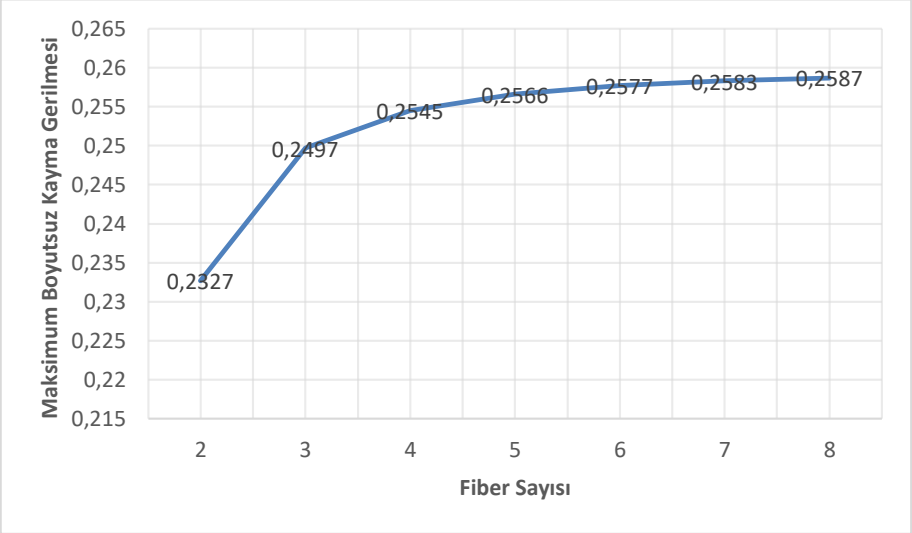
Malzeme	Elastisite Modülü (E) (GPa)	Isıl Genleşme Katsayısı (α) (1/C˚)
Karbon	377	0,5
Berilyum	315	12
Çelik	210	12
Alümina	300	7,6
E tipi cam elyaf	72	4,7
Silisyum karbür	480	4,8
Epoksi	2,5	60
Polimer	3,1	110
Seramik	120	3,2
Silisyum Nitrür	310	3,1

3.2 ANALİTİK ÇÖZÜMLER VE SONUÇLARI

İkinci bölümde çıkarılan formüllerin hesaplanması bilgisayar yardımıyla analitik olarak yapılmıştır. Burada seçtiğimiz malzemelerde Tabaka Kayma Modeli ve Geliştirilmiş Tabak Kayma Modelinin son fiberleri için sabitlenmiş olma durumuna (Şekil 2.4 ve Şekil 2.12) göre fiber ve matrisler üzerindeki Deplasman (U), Kuvvet (P), ve Kayma Gerilmesi (T) değişim grafikleri çıkartılmıştır.

Tabaka sayısının kaç olacağını belirlemek için hem TKM de hem de GTKM de malzemeler sabit tutulup $\xi = 0$ da n=2'den n=8'e kadar olan tabaka sayıları için birinci fiberdeki kayma gerilme değerleri incelenerek, modellemelerde kullanılacak tabaka sayısı belirlenmeye çalışılmıştır.

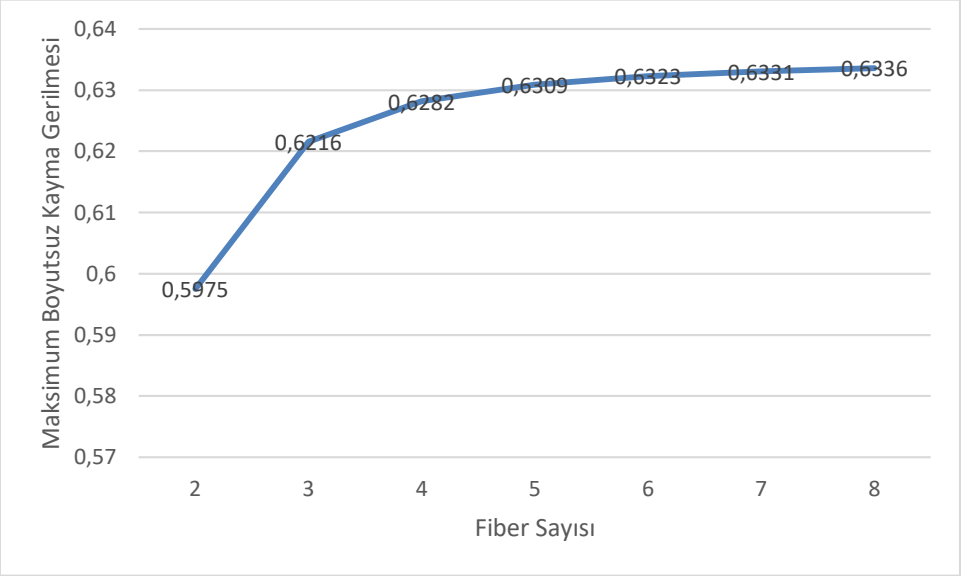
TKM için;



Şekil 3.1: TKM ile elde edilen en üst iki fiber arası oluşan maksimum boyutsuz kayma gerilmesi – Fiber sayısı grafiği.

Grafikten de anlaşılacağı üzere fiber sayısının belli bir fiber sayısından sonra artması en üst tabakada oluşan maksimum kayma gerilmelerinde ciddi değişikliklere neden olmamaktadır. Fiber sayısının n=4 den sonraki değişim miktarlarının daha az olması nedeniyle yapacağımız hesaplamalarda fiber sayısı dört olarak seçilmiştir.

GTKM;



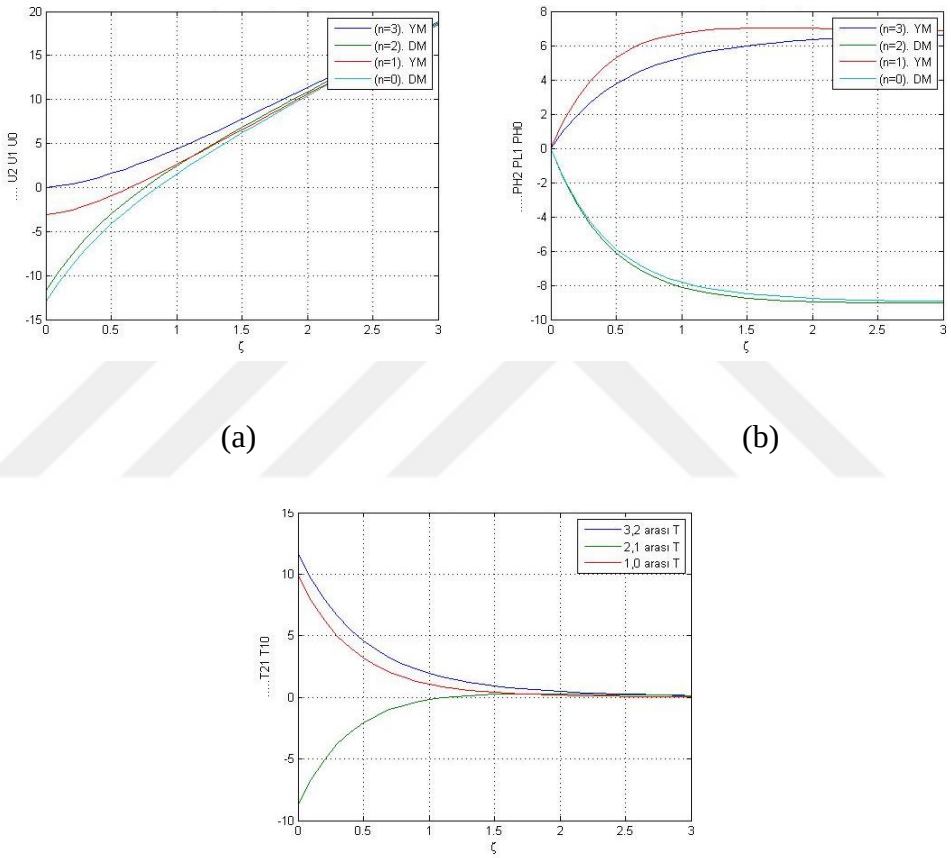
Şekil 3.2: GTKM ile elde edilen en üst tabaka fiber altı boyutsuz maksimum kayma gerilmesi – Fiber sayısı grafiği.

TKM modelinde olduğu gibi, fiber sayısı dört ve üzerinde GTKM modelinde maksimum kayma gerilmesi değerlerinin yakınsadığı, fazla değişim göstermediği görülmektedir. Dolayısı ile GTKM için oluşturulacak çözümlerde n=4 almak yeterli olacaktır.

3.2.1 Tabaka Kayma Modeli için Grafikler

Tabaka Kayma modeli grafikleri oluşturulurken sınır şartı olarak son fiberlerden sabitlenmiş kompozit malzemeler seçilmiştir. Bu çalışmada çelik sabit tutulup; çelik-karbon, çelik-alümina ve çelik-E tipi cam elyaf, ve silisyum karbür (SiC) sabit tutulup; SiC-karbon, SiC-alümina ve SiC-E tipi cam elyaf kompozit malzemelerinin grafikleri oluşturulmuştur.

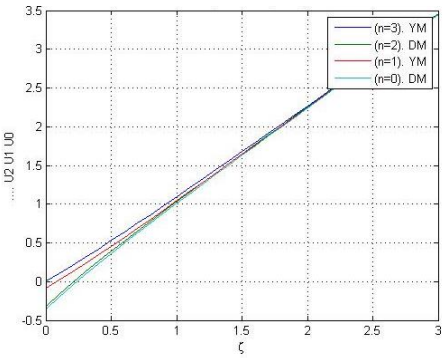
Çelik Sabit



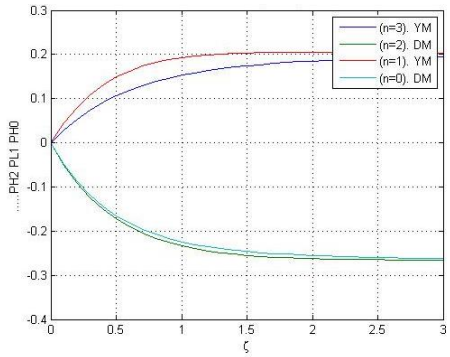
(a) (b)

(c)

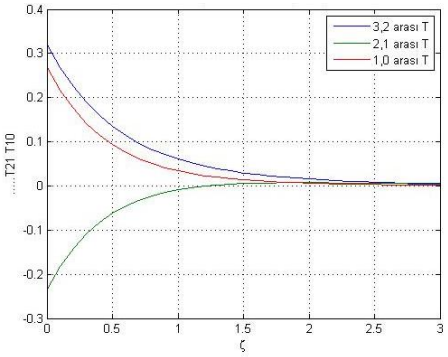
Şekil 3.3: YM karbon-DM çelik olma durumunda ($R = 0.5570, r = 24$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a)

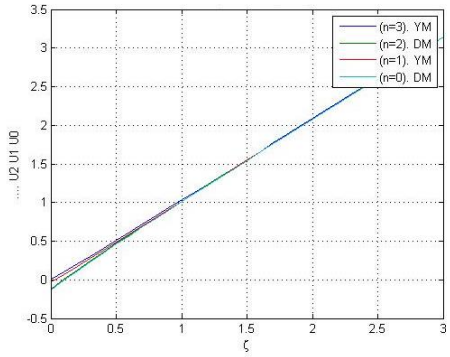


(b)

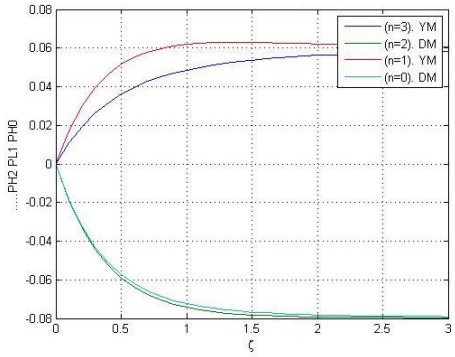


(c)

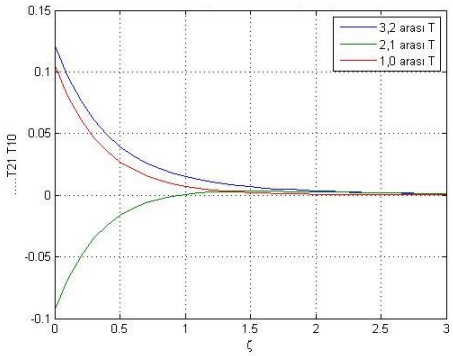
Şekil 3.4: YM alümina-DM çelik olma durumunda ($R = 0.7, r = 1.5789$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a)



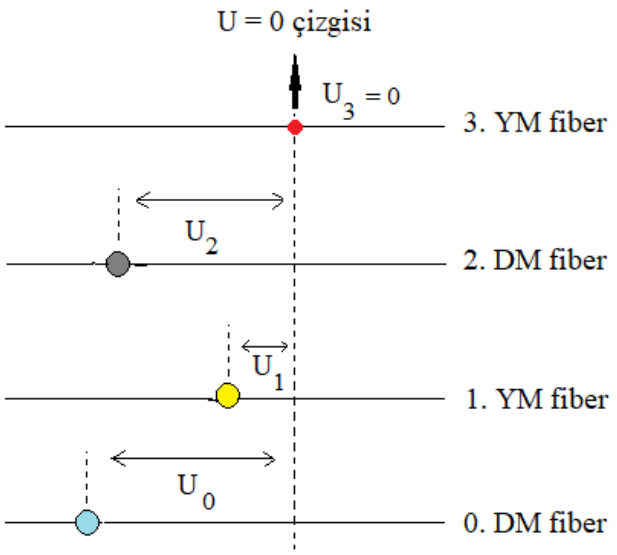
(b)



(c)

Şekil 3.5: YM çelik-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.3428, r = 1.29$ (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

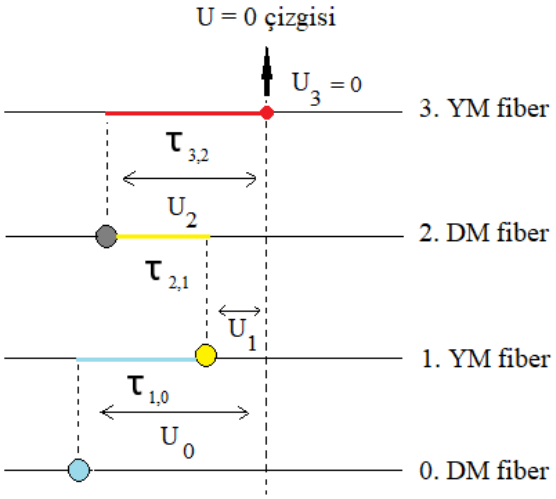
Deplasman ve birimsiz x ekseni, ξ grafikleri incelendiğinde (Şekil 3.3a, Şekil 3.4a, Şekil 3.5a), YM fiberlerin deplasmanlarının DM fiberlere göre $\xi = 0$ da daha az ξ sonsuza yaklaştıkça YM ve DM deplasmanları birbirlerine yaklaştığı gözlenmiştir. Bunun sebebi YM fiberlerin daha yüksek elastisite modülüne sahip olmalarından kaynaklanmaktadır. Tabakalar arası yer değiştirme Şekil 3.6 da karakterize edilmeye çalışılmıştır. En üst tabaka yüksek modüllü fiber sabit tutulduğu için uzama miktarı U_3=0, simetrik tabakalı kompozit malzemede yer alan orta tabakadaki uzama U_0, orta tabaka üstünde yer alan yüksek modüllü 1 fiberdeki uzama U_1 ve düşük modüllü 2 fiberde oluşan uzama U_2 olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.6: YM ve DM fiberler arasındaki deplasman farkları.

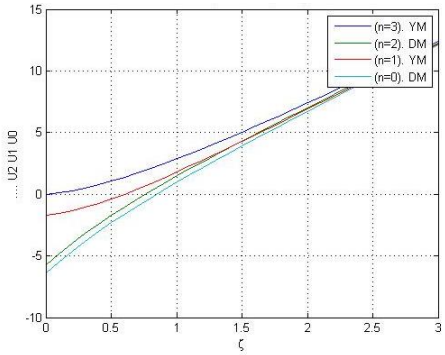
Kuvvet grafiklerine bakıldığında (Şekil 3.3b, Şekil 3.4b, Şekil 3.5b), YM fiberler ile DM fiberler zıt yüklenip toplamlarının sistemi dengelediği gözlemlenmiştir.

Kayma gerilmeleri grafiklerine bakıldığında, bu gerilmeler birbirini takip eden fiberlerdeki deplasmanlardan dolayı oluştuğundan, $\xi = 0$ da en fazla, ξ sonsuza yaklaştığında deplasman farkları azaldığından kayma gerilmelerinin de sıfır a yaklaştığı gözlemlenmiştir. Tabakalar arası kayma gerilmesi Şekil 3.7 de karakterize edilmeye çalışılmıştır. En üst tabaka olan 3 tabaka ile 2. tabaka arasında oluşan kayma gerilmesi, $\tau_{3,2}$, 2. tabaka ile 1. tabaka arasında oluşan kayma gerilmesi, $\tau_{2,1}$, 1 tabaka ile orta tabaka arasında oluşan kayma gerilmesi, $\tau_{1,0}$ ile gösterilmiştir. Maksimum kayma gerilmesinin en üst tabakanın altında oluştuğu görülmüştür.

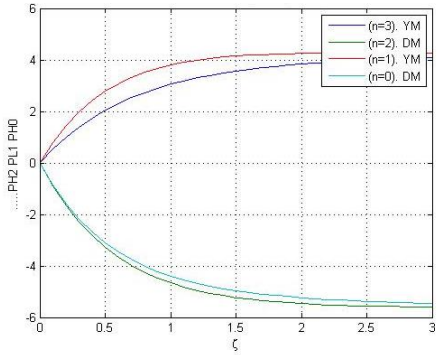


Şekil 3.7: Kayma Gerilmeleri gösterimi.

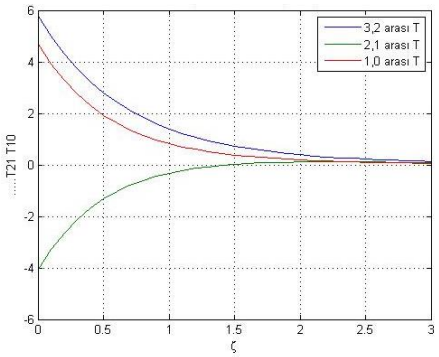
SiC sabit



(a)

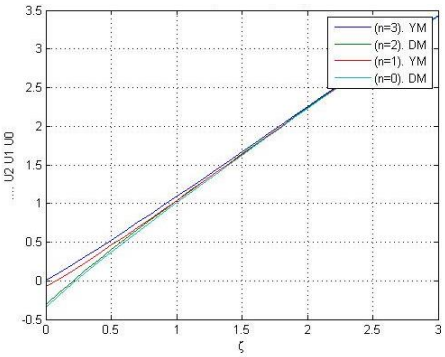


(b)

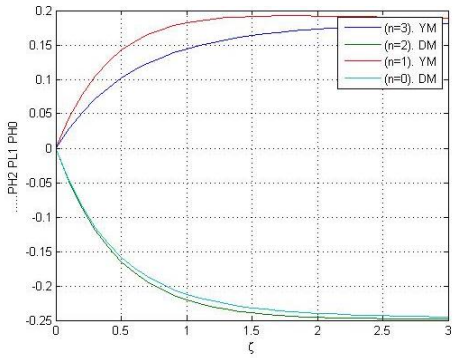


(c)

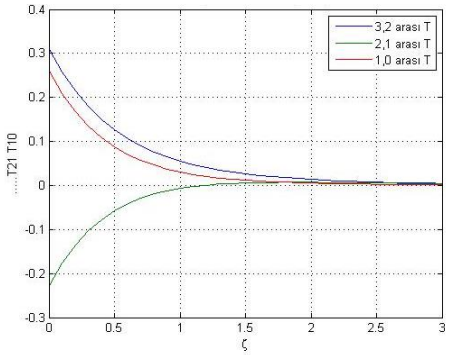
Şekil 3.8: YM SiC-DM karbon olma durumunda ($R = 0.7854, r = 0.1041$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a)

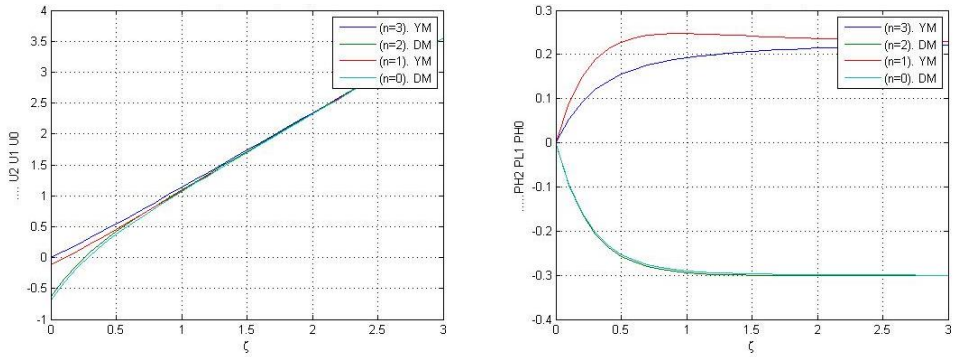


(b)

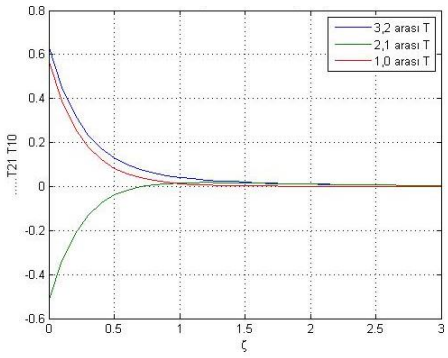


(c)

Şekil 3.9: YM SiC-DM alümina olma durumunda ($R = 0.6250, r = 1.5833$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a) (b)



(c)

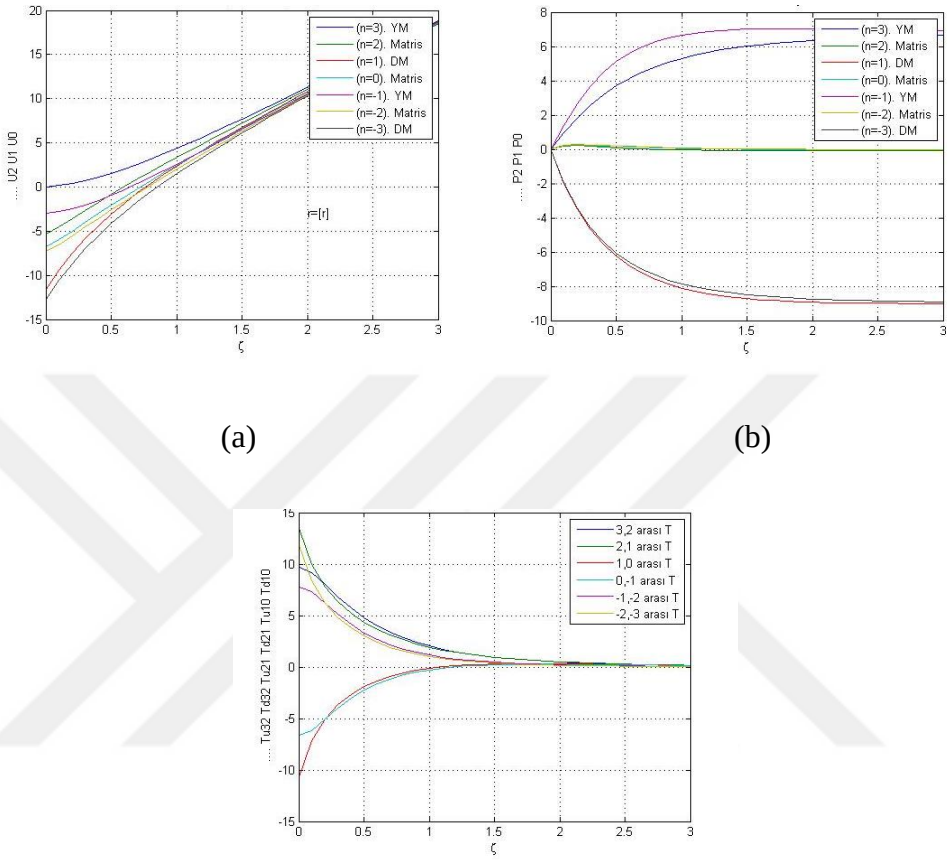
Şekil 3.10: YM SiC-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.15, r = 3.2291$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

3.2.2 Geliştirilmiş Tabaka Kayma Modeli için Grafikler

Geliştirilmiş Tabak Kayma Modelinde grafikler oluşturulurken son fiberin sabit olma sınır şartına (Şekil 2.12) göre grafikler oluşturulmuştur. Bu sınır şartı için çelik ve seramik matris sabit tutulup; çelik-karbon, çelik-alümina ve çelik-E tipi cam elyaf grafikleri oluşturulmuş, silisyum karbür(SiC) ve seramik matris sabit tutulup; SiC-karbon, SiC-alümina ve SiC-E tipi cam elyaf kompozit malzemelerinin grafikleri elde edilmiştir. Ayrıca bu modelleme yöntemi için elastisite modülünün ve termal genleşme katsayısının etkisini araştırabilmek için n=4 de YM fiber olarak berilyum, DM fiber olarak alümina sabit tutulup; elastisite modülünün etkisini incelemek için matris olarak seramik ile silisyum nitrür seramik ayrı ayrı eklenerek, termal genleşme

katsayısının etkisini incelemek için ise epoksi ve polimer ayrı ayrı incelenerek grafikleri oluşturulmuştur.

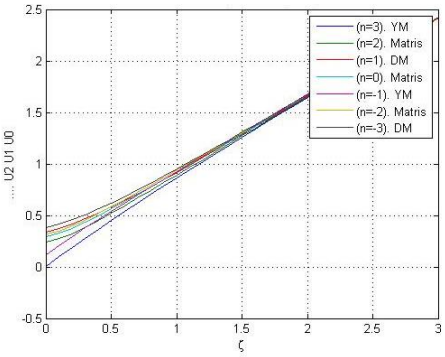
Çelik Sabit



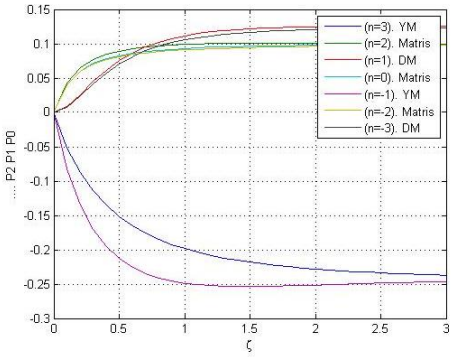
(a) (b)

(c)

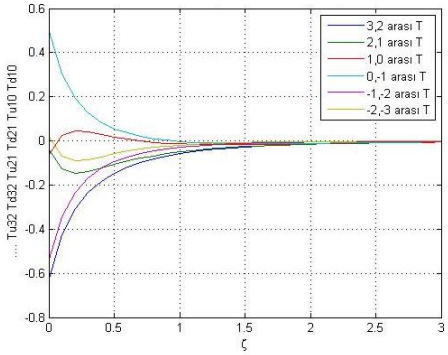
Şekil 3.11: YM karbon-DM çelik olma durumunda ($R = 0.5570, r = 24, R_m = 0.1326\,, r_m = 8.2$)
(a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a)

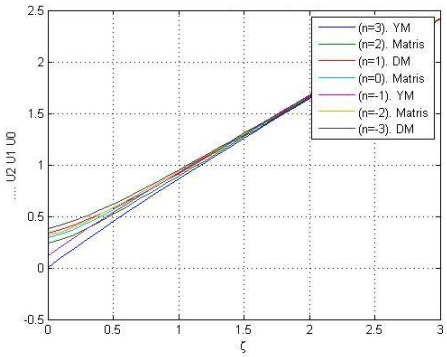


(b)

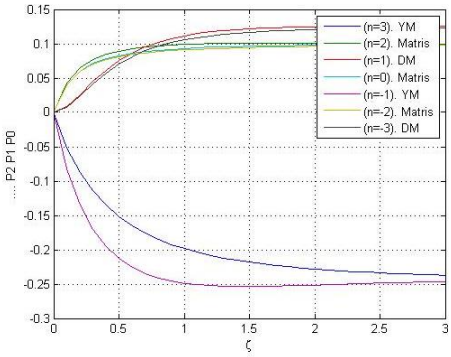


(c)

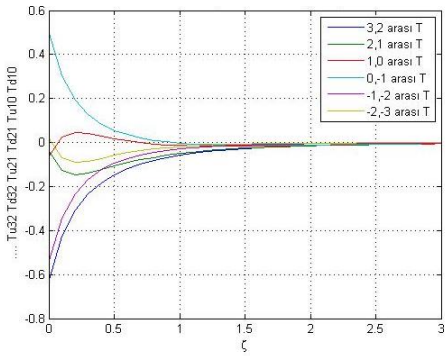
Şekil 3.12: YM alümina-DM çelik olma durumunda ($R = 0.70, r = 1.57, R_m = 0.1666$, $r_m = 0.5394$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a)



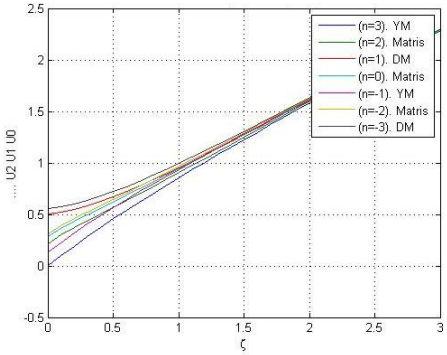
(b)



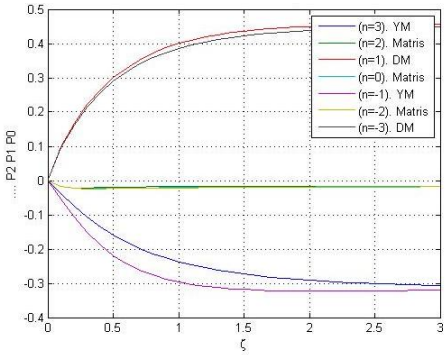
(c)

Şekil 3.13: YM çelik-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.3428, r = 1.2916,$ $R_m = 0.2380\,, r_m = 0.3416$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

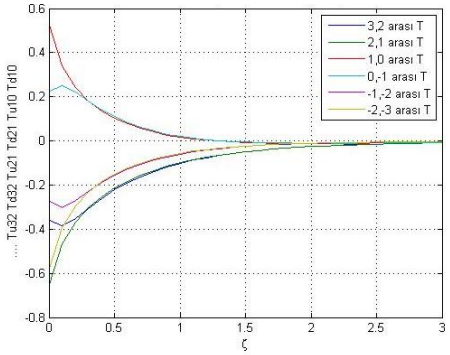
SiC Sabit



(a)

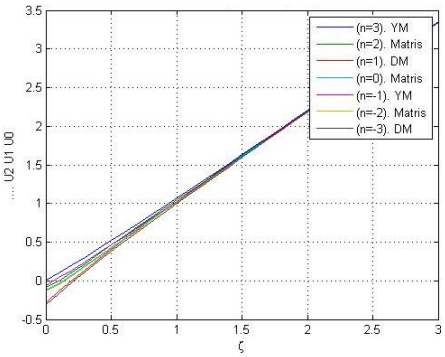


(b)

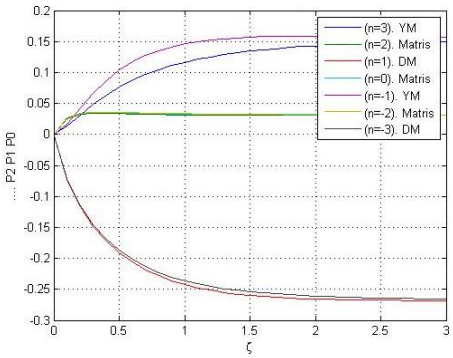


(c)

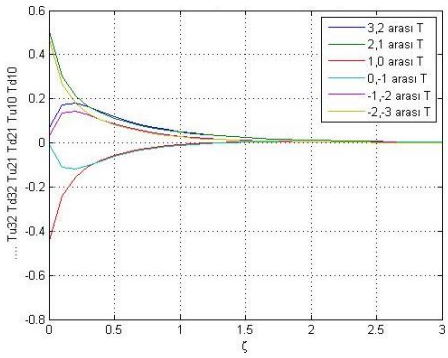
Şekil 3.14: YM SiC-DM karbon olma durumunda ($R = 0.7854, r = 0.1041,$ $R_m = 0.1041\,, r_m = 0.8541$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a)

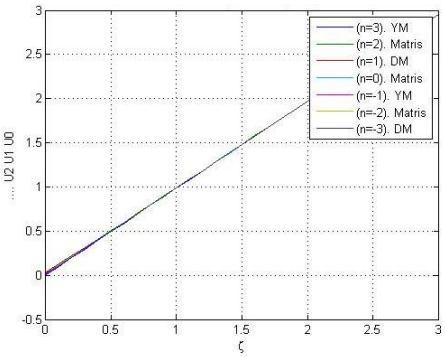


(b)

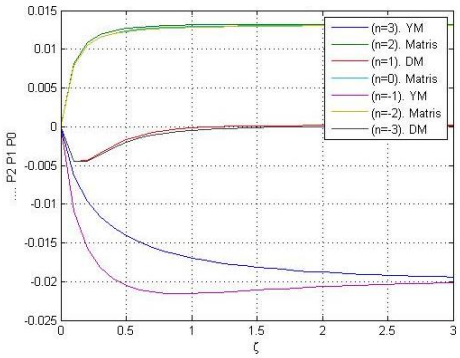


(c)

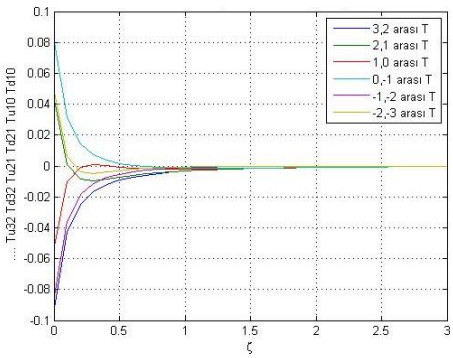
Şekil 3.15: YM SiC-DM alümina olma durumunda ($R = 0.625, r = 1.5833,$ $R_m = 0.1041\,, r_m = 0.8541$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.



(a)



(b)

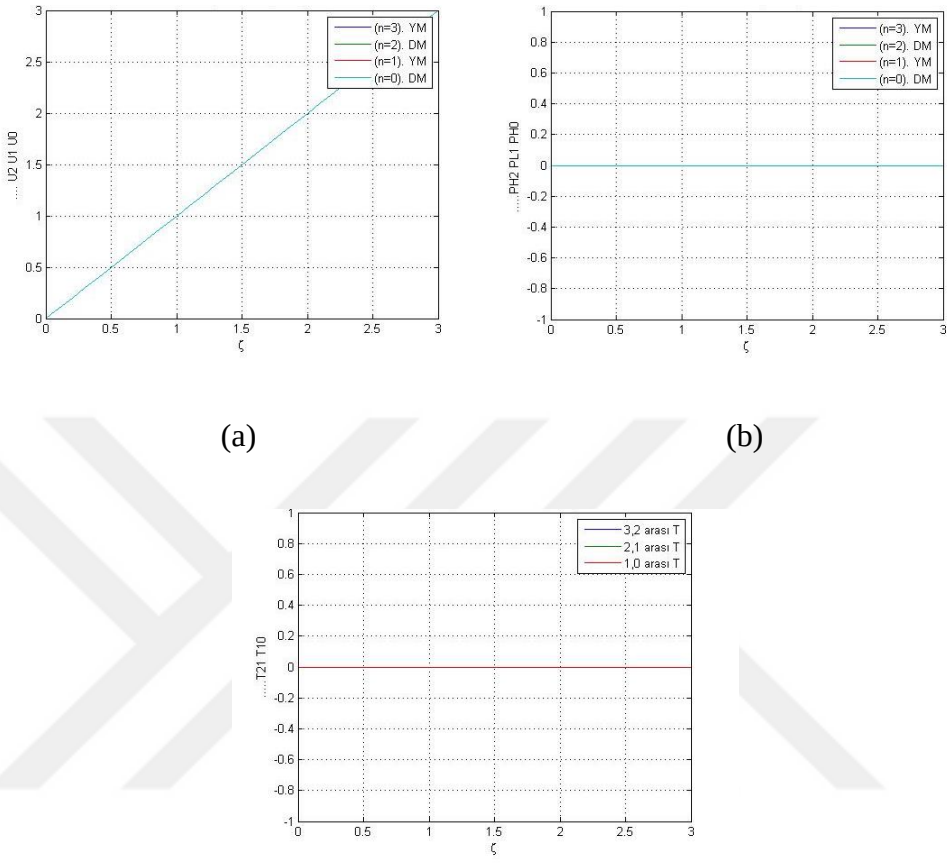


(c)

Şekil 3.16: YM SiC-DM E tipi cam elyaf olma durumunda ($R = 0.15, r = 0.9791,$ $R_m = 0.1041\,, r_m = 0.8541$) (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

3.2.3 $R = 1$ Durumunda TKM ve GTKM için Grafikler

TKM için

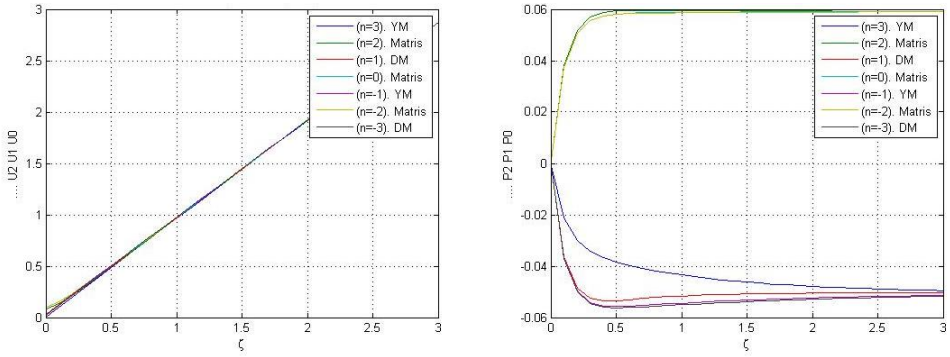


(a) (b)

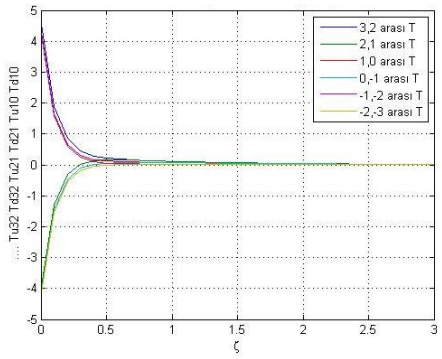
(c)

Şekil 3.17: R=1 (DM ve YM malzemenin aynı olması) de TKM için (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

GTKM için



(a) (b)



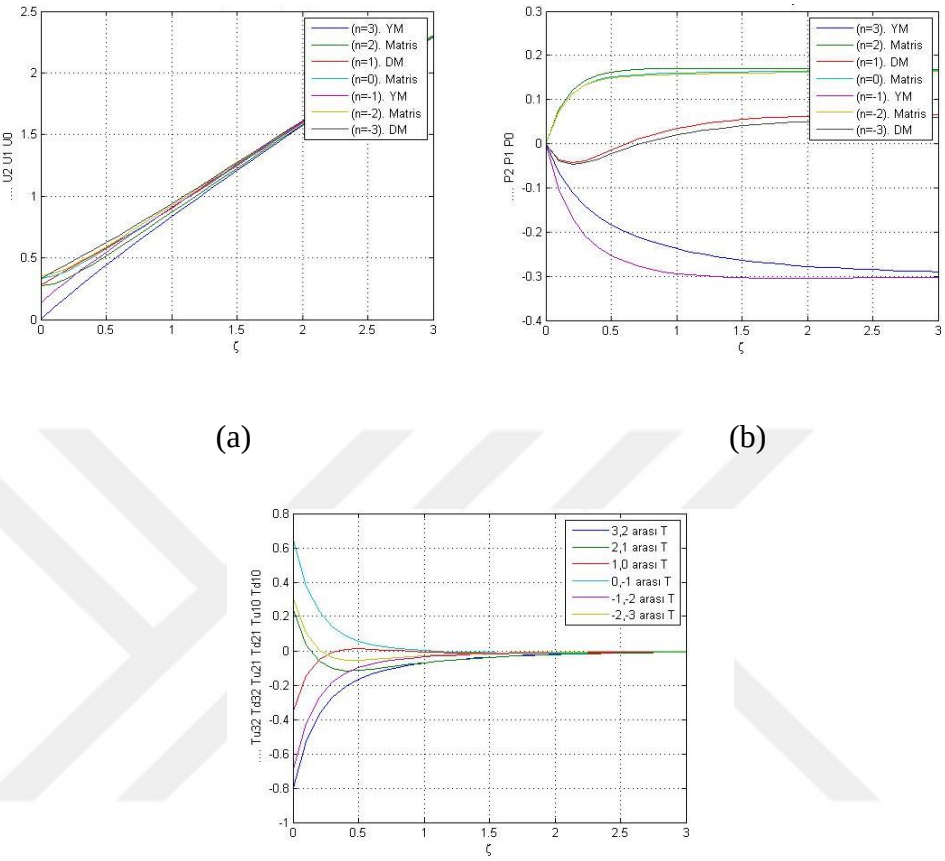
(c)

Şekil 3.18: R=1 (DM ve YM malzemenin aynı olması) de GTKM için (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

$R = 1$ durumu için TKM ve GTKM kıyaslandığında, TKM (Kabul: matrisin eksenel yük taşımadığı durum) modelinde YM ve DM aynı malzeme kullanıldığında fiberler arası elastisite modülü farkı oluşmadığı için deplasmanlar sıfır çıkmıştır. Bu durum Şekil 3 17c'de görülmektedir. GTKM (Kabul: matrisin eksenel yük taşıdığı durum) modelinde matris ile fiberler arasındaki elastisite modülü farkından dolayı deplasmanlar meydana gelmiştir. Bu durum GTKM modelinin TKM ye oranla doğru sonuçlar elde edebileceğini göstermektedir. Bu durum Şekil 3 18c'de görülmektedir.

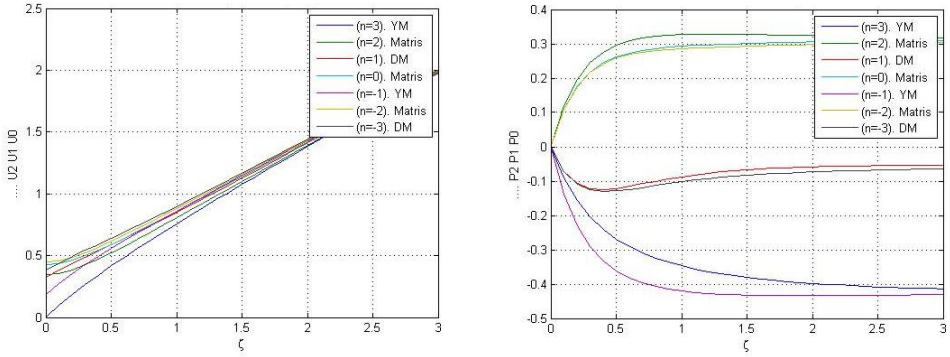
Elastisite etkisi için;

(a) Seramik matriste grafikler,

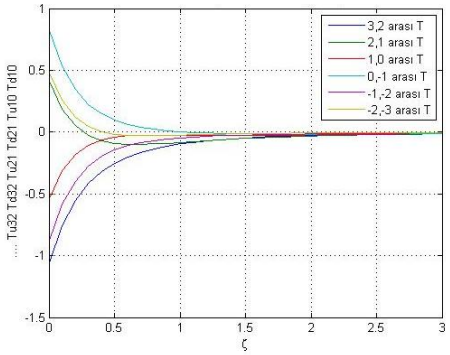


Şekil 3.19: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris seramik durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

(b) Silisyum nitrür seramik matriste grafikler,



(a) (b)

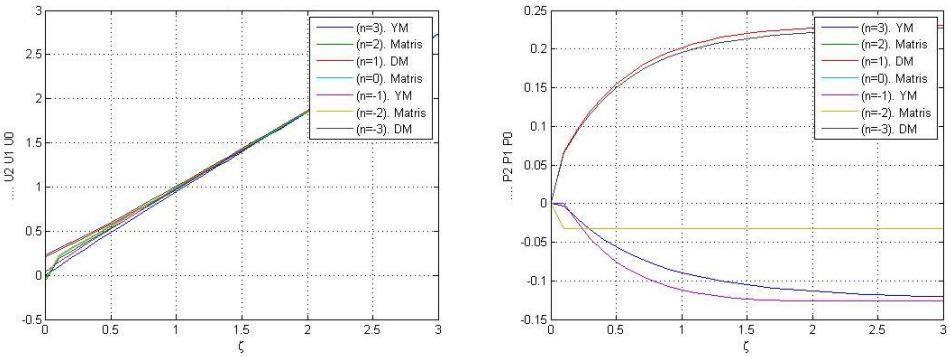


(c)

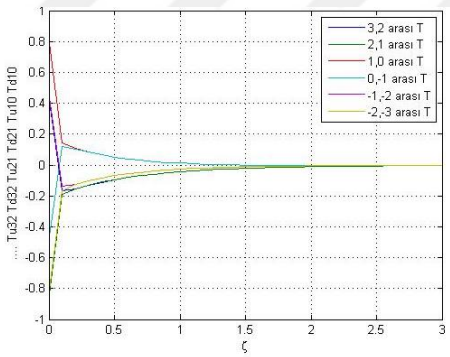
Şekil 3.20: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris silisyum nitrür seramik durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

Termal genleşme katsayısı etkisi için;

(a) Epoksi matriste grafikler,



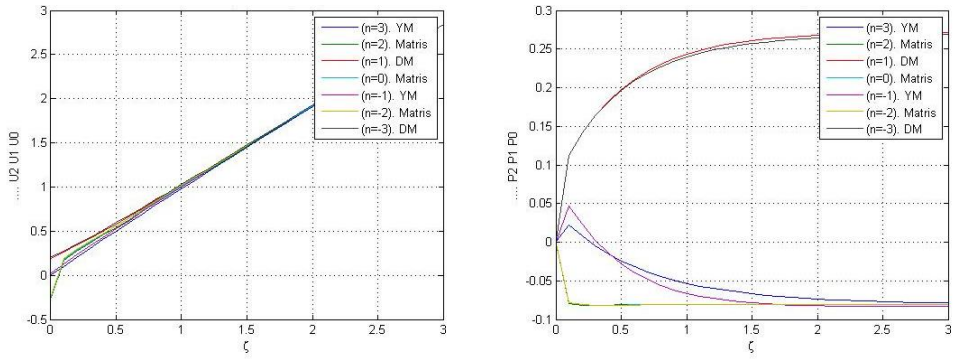
(a) (b)



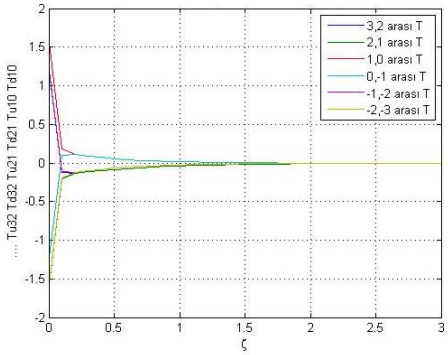
(c)

Şekil 3.21: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris epoksi durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

(b) Polimer matriste grafikler,



(a) (b)



(c)

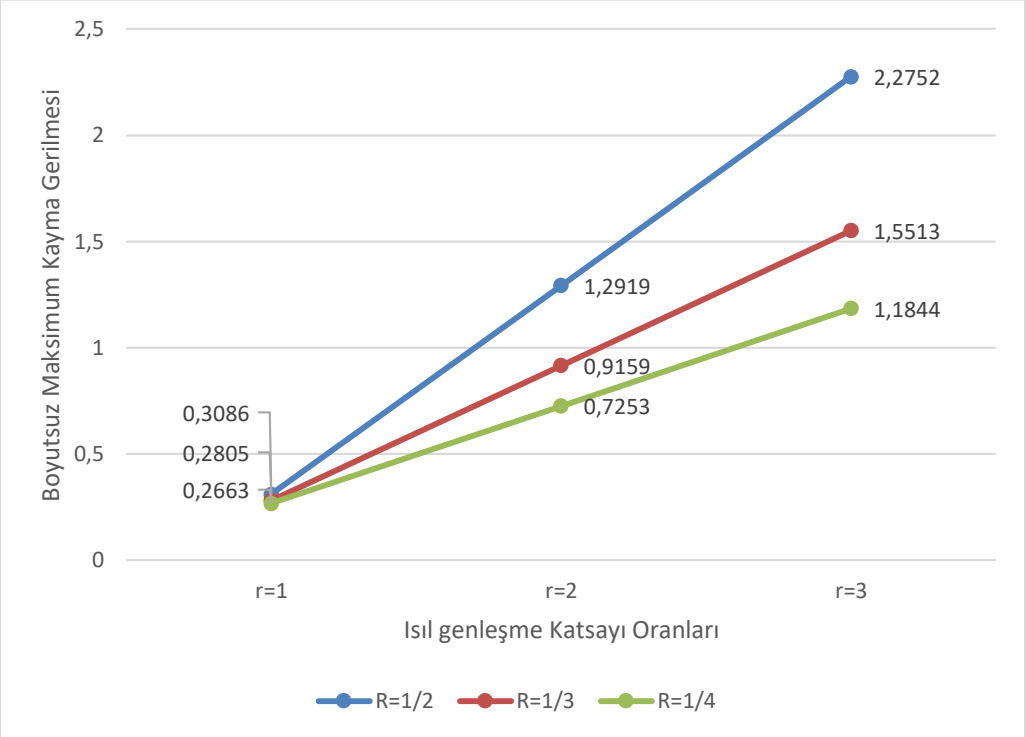
Şekil 3.22: YM fiber berilyum DM fiber alümina matris polimer durumunda (a) Deplasman, (b) Kuvvet ve (c) Kayma Gerilmesi değişim grafikleri.

GTKM inde elastisite modülünün etkisinin incelenmesi için matris olarak seramik ($E = 120, \alpha = 3{,}2$) ve silisyum nitrür ($E = 310, \alpha = 3{,}1$) karşılaştırılmış ve grafikler elde edilmiştir. (Şekil 3.19 ve Şekil 3.20) Grafiklere göre; seramik için, kayma gerilmesi – yönde maksimum 0,81'e çıkarken + yönde 0,65'e çıkmıştır. Kuvvet ise + yönde 0,17'e çıkarken – yönde 0,30'a çıkmıştır. Silisyum nitrat için, kayma gerilmesi – yönde maksimum 1,05'e çıkarken + yönde 0,84'e çıkmıştır. Kuvvet ise + yönde 0,32'ye çıkarken – yönde 0,43'e çıkmıştır. Bu sonuçlara göre elastise modülünün artması ξ' lerin aynı olduğu noktalarda hem kayma gerilmesini hem de kuvvetleri arttırmıştır.

GTKM inde termal genleşme katsayısının etkisinin incelenmesi için matris olarak epoksi ($E = 2{,}5\,, \alpha = 60$) ve polimer ($E = 3{,}1\,, \alpha = 110$) karşılaştırılmış ve grafikler elde edilmiştir. (Şekil 3.21 ve Şekil 3.22) Grafiklere göre; epoksi için, kayma gerilmesi – yönde maksimum 0,85'e çıkarken + yönde 0,81'e çıkmıştır. Kuvvet ise + yönde 0,22'ye çıkarken – yönde 0,12'ye çıkmıştır. Polimer için, kayma gerilmesi – yönde maksimum 1,6'ya çıkarken + yönde de 1,6'ya çıkmıştır. Kuvvet ise + yönde 0,27'ye çıkarken – yönde 0,09'a çıkmıştır. Bu sonuçlara göre termal genişleme katsayısının artması ξ' lerin aynı olduğu noktalarda kuvveti çok fazla etkilemezken kayma gerilmesini arttırmıştır.

3.2.4 GTKM' de Sanal Malzemeler ile Elastisite Modülü ve Isıl Genleşme Katsayısının Kompozitin Mekanik Davranışlara Etkisi

Elastisite ve ısıl genleşme katsayısının etkisini daha belirgin şekilde görebilmek için GTKM' de sanal malzemeler kullanarak üç farklı R, R_m(1/2, 1/3, 1/4) değerlerinde α, α_m oranları sabit tutularak maksimum boyutsuz kayma gerilme değerleri kıyaslanmıştır. (Şekil 3.21)



Şekil 3.23:Sanal malzemeler için elastisite modülü ile ısıl genleşme katsayısının boyutsuz maksimum kayma gerilmesine etkisi. ($R_m = 0{,}5\ , r_m = 1$)

$r = 1$ olduğunda YM fiber için elastisite modülünü 2 kat arttırmak boyutsuz maksimum kayma gerilmesini 0,3086'dan 0,2663'e düşürdüğü gözlemlenmiştir. $r = 3$ için elastisite modülünü 2 kat arttırdığımızda ise boyutsuz maksimum kayma gerilmesi 2,2752'den 1,1844' e düştüğü görülmüştür. Elde edilen sonuçlardan hibrit kompozit malzemelerde tabakalar arasına yüksek elastite modülüne sahip fiberlerin yerleştirilmesi ile maksimum kayma gerilmesinin azaltılabileceği görülmektedir.

$R = 0{,}5$ olduğunda ısıl genleşme katsayısı oranının 2 kat artması boyutsuz maksimum kayma gerilmesini 0,0,3086'dan 1,2919'a çıkarttığı, 3 kat artması ise 0,3086'den 2,2752' ye çıkarttığı gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar hibrit kompozit

malzemelerde tabakalar arasında kullanılacak fiberlerin seçiminde ısıl genleşme katsayısının önemli bir parametre olduğunu göstermektedir. Seçilecek iki fiberin ısıl genleşme katsayısındaki değişim maksimum kayma gerilmesini önemli oranda artırdığı görülmektedir. Dolayısı ile yük ve ısı etkisine maruz hibrit kompozit malzemelerde, tabalara konulacak fiber seçiminde, Elastite modülü yüksek fiber ve ısıl genleşme katsayıları birbirine yakın malzemelerin seçiminin uygun olacağı görülmektedir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Aynı iki malzemeden oluşan kompozit malzemede ($R = 1, r = 1$) TKM ve GTKM için analitik sonuçlar ayrı ayrı incelendiğinde; TKM de DM fiber ve YM fiberin ısıl genleşme katsayıları ve elastisite modüllerinin aynı olmasından dolayı malzemeler eşit miktarda uzama göstermiştir. Eşit uzamanın olması malzemeler arasında kayma gerilmesi ve kuvvet oluşmamasına neden olmuştur. ($P = 0, T = 0$) GTKM de DM fiber ve YM fiberin yanında matris malzemesi de kullanıldığından bir miktar uzama gözlemlenmiş ve bunun sonucunda kayma gerilmesi ve kuvvet oluşmuştur. GTKM' i TKM'ne göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Bu yüzden elastisite modülünün ve termal genleşme katsayısının etkin olduğu durumlarda GTKM modelleme yöntemi kullanılması önerilmektedir.

GTKM de ısıl genleşme katsayısı yaklaşık aynı olan iki malzemenin elastisite modülü üç kat azaltıldığında, boyutsuz maksimum kayma gerilmesinin r=1 için %56 r=3 için yaklaşık %83 oranında arttığı gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar hibrit kompozit malzemelerde tabakalar arasına yüksek elastite modülüne sahip fiberlerin yerleştirilmesi ile maksimum kayma gerilmesinin azaltılabileceği görülmektedir.

GTKM de elastisite modülü yaklaşık aynı olan iki malzemenin termal genleşme katsayılarını yaklaşık iki kat arttırdığımızda boyutsuz maksimum kayma gerilmesinin R=1/2 için %318 R=1/4 için yaklaşık %172 oranında arttığı gözlemlenmiştir. Dolayısı ile yük ve ısı etkisine maruz hibrit kompozit malzemelerde, tabalara konulacak fiber seçiminde, Elastite modülü yüksek fiber ve ısıl genleşme katsayıları birbirine yakın malzemelerin seçiminin uygun olacağı görülmektedir.

Bu çalışmada fiberlerin sondan sabitlenme ve termal ısı artışı dikkate alınarak analizler yapılmıştır. Değişik sınır şartları uygulanarak tabakalı doğrusal kompozit malzemelerin mekanik davranışları incelenebilir. Ayrıca kullanılan bilgisayar yazılımı ile herhangi tabakalı hibrit kompozit malzeme için tabakanın her bir noktasındaki kuvvet, deplasman ve kayma gerilmeleri bulunabilir.

5. KAYNAKLAR

Kundalwal, S. I., and S. A. Meguid. "Multiscale modeling of regularly staggered carbon fibers embedded in nano-reinforced composites." European Journal of Mechanics-A/Solids 64, 69-84, (2017).

Xin, Ling, et al. "Strengthening behavior in SiC nanowires reinforced pure Al composite." Journal of Alloys and Compounds 695, 2406-2412, (2017).

Wu, Jiayu, et al. "Viscoelastic shear lag model to predict the micromechanical behavior of tendon under dynamic tensile loading." Journal of theoretical biology 437, 202-213, (2017).

Ojo, Saheed Olalekan, and Marco Paggi. "A thermo-visco-elastic shear-lag model for the prediction of residual stresses in photovoltaic modules after lamination." Composite Structures 136, 481-492, (2016).

Kundalwal, S. I., & Kumar, S. "Multiscale modeling of stress transfer in continuous microscale fiber reinforced composites with nano-engineered interphase." Mechanics of Materials, 102, 117-131, (2016).

Chen, Zuorong, and Wenyi Yan. "A shear-lag model with a cohesive fibre–matrix interface for analysis of fibre pull-out." Mechanics of Materials 91,119-135, (2015).

Alian, A. R., Kundalwal, S. I., & Meguid, S. A. "Interfacial and mechanical properties of epoxy nanocomposites using different multiscale modeling schemes." Composite Structures, 131, 545-555, (2015).

Wei, Xiaoding, Tobin Filleter, and Horacio D. Espinosa. "Statistical shear lag model–Unraveling the size effect in hierarchical composites." Acta biomaterialia 18, 206-212, (2015).

Shamloo, A., Manuchehrfar, F., & Rafii-Tabar, H. "A viscoelastic model for axonal microtubule rupture." Journal of biomechanics, 48(7), 1241-1247, (2015).

Tevatia, Abhishek, and Sunil Kumar Srivastava. "Modified shear lag theory based fatigue crack growth life prediction model for short-fiber reinforced metal matrix composites." International Journal of Fatigue 70, 123-129, (2015).

Szczesny, Spencer E., and Dawn M. Elliott. "Incorporating plasticity of the interfibrillar matrix in shear lag models is necessary to replicate the multiscale mechanics of tendon fascicles." Journal of the mechanical behavior of biomedical materials 40, 325-338, (2014).

Karakuzu, R. ve Okutan, B. B. (Eds.), *kompozit malzeme mekaniği*, Ankara: Efil yayınevi, (2014)

Kundalwal, S. I., Ray, M. C., & Meguid, S. A. “Shear lag model for regularly staggered short fuzzy fiber reinforced composite.” Journal of Applied Mechanics, 81(9), 091001, (2014).

Shao, Y., Zhao, H. P., Feng, X. Q., & Gao, H. “Discontinuous crack-bridging model for fracture toughness analysis of nacre.” Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 60(8), 1400-1419, (2012).

Tsai, J. L., Tzeng, S. H., & Chiu, Y. T. “Characterizing elastic properties of carbon nanotubes/polyimide nanocomposites using multi-scale simulation.” Composites Part B: Engineering, 41(1), 106-115, (2010).

Gao, X. L., & Li, K. “A shear-lag model for carbon nanotube-reinforced polymer composites.” International Journal of Solids and Structures, 42(5), 1649-1667, (2005).

Nairn, J. A. “On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites.” Mechanics of Materials, 26(2), 63-80, (1997).

Rosettos, J. N., Sakkas, K., “Effect of fiber modulus on stress concentration in fiber composites”, AIAA Journal, vol.27, 482-485, (1993).

6. ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı	: Mustafa Alper SARİİPEK
Doğum Yeri ve Tarihi	: ANKARA 1990
Lisans Üniversite	: Gümüşhane Üniversitesi
Elektronik posta	: msariipek@pau.edu.tr
İletişim Adresi	: PAÜ Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü. Pamukkale/DENİZLİ
Yayın Listesi	**:**
Konferans listesi	**:**