# Öte-Gezegenli Ve Zonklayan Yıldızların İç Yapı Modellemesi (ÖZİM)

**Program Kodu:** 1001

**Proje No:** 112T989

Proje Yürütücüsü:
**Prof. Dr. Mutlu YILDIZ**

MAYIS 2016
ANKARA

# ÖNSÖZ

Her akademik proje elbette bilgi üretmeye yönelmelidir. Bilginin niteliği alandan alana projeden projeye değişebilir. En arzu edilen durumlar ise hakim olan yöntemlerde iyileştirme yapması ya da tamamıyla yeni tanımlanan kavramlarla (niceliklerle) yeni ve başarılı yöntemler geliştirilmesidir. Bu projede her iki arzu da yerine geldiğinden çok bereketli bir proje oldu: 1) asterosismik ölçeklendirme ilişkilerinin eksik unsurunu bulduk ve yeni bir ölçek ilişkisini formüle ettik, 2) yeni referans frekansları keşfedildi ve bu frekansları kullanarak ölçeklendirme ilişkisine alternatif çok daha başarılı yeni yöntemler geliştirdik. Bu bakımdan diyebiliriz ki, yeryüzünde şu anda Güneş benzeri titreşim yapan yıldızların temel özelliklerinin en yüksek duyarlılıkla bu proje kapsamında hesaplandığını söylemek abartılı değildir.

Proje süresinde model hesaplama yeteneğimiz çok gelişti. MESA ve ANKİ kodlarını kullanarak binlerce model hesaplandı. ANKİ modellerinden astronomi topluluğunun ihtiyaç duyduğu parametreleri içeren gridler elde ederek yaygın kullanıma sunduk.

Çalışmalarımızın ürünleri SCI kapsamına giren dergilerdeki 5 makalede yayınlandı, bir o kadar makalenin yayın hazırlığı da devam etmektedir. Ayrıca, bu ürünleri iki uluslararası konferansta iki konuşma ve bir poster, Ulusal Astronomi Kongresinde ise biri çağrılı üç konuşma şeklinde sunduk. İstanbul Üniversitesi ve Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Rasathanesi'nde davetli seminerler verildi.

Gezegenler üzerine yaptığımız çalışma 19. Ulusal Astronomi Kongresi'nin Bilim Kurulu tarafından kongrenin açılış bildirisi olarak davet edildi ve sunuldu. 2-6 Şubat 2015 tarihleri arasında ODTÜ Fizik Bölümü ve Türk Astronomi Derneği (TAD) tarafından düzenlenen bu kongre, ülkemizde yıldız iç yapı ve evrim çalışmalarını başlatıp geliştiren, bu konuda bir çok araştırmacının yetişmesini sağlayan Prof. Dr. Dilhan Ezer Eryurt onuruna düzenlendi. Kendisinin bu projenin yürütücüsü üzerinde çok ciddi emekleri vardır. Bu nedenle, Prof. Ezer Eryurt hayatını kaybettikten sonra yayınlanan ilk makalemiz kendisine ithaf edilmiştir.

Projenin her aşamasında genç arkadaşlarla birlikte çalışmaktan çok keyif aldım. Baştan beri projede çok katkısı bulunan Zeynep Çelik Orhan'a çok teşekkür ederim. Projeye daha sonra katılmasına rağmen katkısı daha az olmayan Cenk Kayhan da ayrıca teşekkürü hak ediyor.

112T989 proje nolu bu çalışma TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir. TÜBİTAK'a desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

**Mutlu Yıldız**

**ÖZİM Proje Yürütücüsü**

## İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... …ii

TABLOLAR DİZİNİ .....vi

ŞEKİLLER DİZİNİ.....vii

ÖZET ..... …xi

ABSTRACT .....…xii

1.GİRİŞ ..... 1

2.LİTERATÜR ÖZETİ..... 4

2.1 Basit titreşim Yapan Sistemler ve Modlar ..... 5

2.2 Asterosismoloji ..... 6

2.2.1 Asimtotik ilişki ve frekanslar arasında büyük ve küçük ayrılmalar ..... 8

2.2.2 Ölçeklendirme ilişkisi ..... 10

2.3 Öte Gezegenlerin Yapıları ve Kütle Yarıçap İlişkisi ..... 11

3. MODEL HESAPLARİ VE YILDIZLARIN TEMEL PARAMETRELERİ İÇİN

AÇIKLAMALAR ..... 14

3.1 ANKİ yıldız evrim programıyla modeller..... 14

3.1.1 Güneş bileşimli ANKİ modelleri..... 14

3.1.2 Farklı bileşime sahip ANKİ modelleri ..... 16

**İÇİNDEKİLER (devam)**

Sayfa

3.1.3 ANKİ modellerinden elde edilen gridler ve yaş hesabı ..... 19

3.2 MESA yıldız evrim programıyla modeller ..... 20

3.2.1 $\Gamma_1$'in ölçeklendirme ilişkisindeki rolü üzerine ..... 21

3.2.2 Yeni referans frekanslarına dayanan ilişkiler..... 27

3.2.3 Başlangıç ağır element bolluğu..... 29

3.3 AMP portalında model hesapları..... 30

4. BULGULAR VE TARTIŞMA ..... 31

4.1 ANKİ yıldız evrim programıyla üretilen modeller ..... 32

4.1.1 He II iyonlaşma mıntıkasının frekanslar üzerindeki etkisi ..... 33

4.2 MESA yıldız evrim programıyla üretilen modeller - Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının temel özellikleri…….…… 37

4.2.1 Yeni ölçeklendirme ilişkisine göre yıldızların temel parametreleri..... 37

4.2.1.1 Etkin sıcaklıklar..... 38

4.2.1.2 Yeni ölçek ilişkilerine göre kütle ve yarıçap..... 40

4.2.2 Yeni referans frekanslarına göre kütle ve yarıçap ..... 41

4.3 Gezegenlerin yapısı üzerine ..... 45

4.4 Gridler ve çıkarımları ..... 51

4.5 Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının asterosismik analizlerinden önemli çıkarımlar ..... 57

4.5.1 Geri tip yıldızların açısal momentum evrimi ..... 57

4.5.2 Gökada'nın kimyasal zenginleşmesi ..... 58

5.SONUÇ ..... 59

## TABLOLAR DİZİNİ

Tablo Sayfa

Tablo 1. Hidrojen bolluğunun 0.35 olduğu 1 $M_{\odot}$ modeli için bazı modların karakteristik özellikleri ..... 36

Tablo 2. En duyarlı kütle ve yarıçapı bulunan Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar listesi. ..... 42

Tablo Ek-1. Bu çalışmada asterosismik analizleri yapılan yıldızların temel özellikleri. ..... 68

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil Sayfa

Şekil 1. Sismik HR diyagramı (Christensen-Dalsgaard 1988). ..... 9

Şekil 2. Merkez hidrojen bolluğunun 0.35 olduğu çeşitli kütlelerdeki ANKİ modellerinin büyük ayrılmalarının frekansa karşı değişimi. ..... 15

Şekil 3. Sismik yoldan hesaplanan kütleye karşılık model kütlesi…. ..... 17

Şekil 4. 1 $M_{\odot}$ ve farklı Z'li ANKİ modellerinin büyük ayrılmaya karşı radyal düğüm sayısı (n) ……..... 18

Şekil 5. Sismik yoldan hesaplanan helyum bolluğuna karşı model helyum bolluğu..... 19

Şekil 6. MESA modellerinin hesaplanan adyabatik titreşim frekanslarından bulunan minimum frekansları ile gözlemsel frekanslardan hesaplanan minimum frekanslarının kıyaslanması ..... 21

Şekil 7. Yıldızların yüzeyindeki $\Gamma_1$ ve μ'nün etkin sıcaklığa göre değişimi. ..... 22

Şekil 8. Ölçek ilişkilerinden hesaplanan kütlenin model kütlesine karşı değişimi ..... 23

Şekil 9. Ölçek ilişkilerinden hesaplanan yarıçapın model yarıçapına karşı değişimi ..... 24

## **ŞEKİLLER DİZİNİ** (devam)

Şekil Sayfa

Şekil 10. Frekanslar arasındaki büyük ayrımın yoğunluğun karekköküne oranı $\Gamma_{1s}$'e karşı çizilmiştir ..... 25

Şekil 11. Etkin sıcaklığın maksimum genlik ile minimum frekansları arasındaki mertebe farkına karşı değişimi. ..... 26

Şekil 12. Renklerden (*B-V* ve *V-K*) hesaplanan etkin sıcaklıklar literatürden derlenen tayf sıcaklıklarına karşı çizilmiştir. ..... 32

Şekil 13. He II iyonlaşma mıntıkasının frekansların dağılımı üzerindeki etkisi ..... 36

Şekil 14. 16 Cyg A yıldızının Kepler verilerini kullanarak elde edilen titreşim frekanslarında tespit edilen minimumlar *n*= 16 ve 21'de görülmektedir ..... 37

Şekil 15. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için sismik yöntemlerle hesaplanan etkin sıcaklıklar tayftan elde edilen etkin sıcaklığa karşı çizilmiştir...39

Şekil 16. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için bu proje kapsamında geliştirilen ölçek ilişkisinden hesaplanan kütle literatürdeki ilişkiye göre hesaplanan kütleye karşı çizilmiştir ..... 39

## **ŞEKİLLER DİZİNİ** (devam)

Şekil Sayfa

Şekil 17. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için yeni ölçek ilişkisinden kütle ile literatürde saptanan kütle arasındaki kesirsel fark yarıçaplar arasındaki kesirsel farka karşı çizilmiştir ..... 40

Şekil 18. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için yeni ölçek hesabından türetilen yoğunluk literatürdeki iç yapı modellerinin yoğunluğuna karşı çizilmiştir. ..... 41

Şekil 19. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min1 frekasından hesaplanan yarıçap min0 frekansından hesaplanan yarıçapa karşı çizilmiştir. ..... 43

Şekil 20. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min1 frekansından hesaplanan kütle min0 frekansından hesaplanan kütleye karşı çizilmiştir ..... 43

Şekil 21. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min0 ve min1frekanslarından hesaplanan kütleler yeni ölçek ilişkisinden hesaplanan kütleye karşı çizilmiştir ..... 44

Şekil 22. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min0 ve min1frekanslarından hesaplanan yarıçaplar yeni ölçek ilişkisinden hesaplanan yarıçapa karşı çizilmiştir ..... 45

## **ŞEKİLLER DİZİNİ** (devam)

Şekil Sayfa

Şekil 23. ANKİ yıldız evrim programıyla elde edilen modellerinin bir kısmının kuramsal HR diyagramında gösterimi. ..... 51

Şekil 24. SYAK ve ÖYAK'da yüzey çekim ivmesinin kütleye göre değişimi.. ..... 52

Şekil 25. Gözlemsele karşı kuramsal eksen dönme hızı ..... 54

Şekil 26. HR diyagramında Am yıldızlarının eş zaman çizgileri ile kıyaslanması.55

Şekil 27. Uzaklığı iyi bilinen Hyades açık kümesindeki yıldızlar ile eş zaman çizgilerinin HR diyagramında gösterimi. ..... 55

Şekil 28. Modellerin yüzeyinde belli başlı elementlerin iyonlaşma derecesinin etkin sıcaklığa göre değişimi. ..... 56

Şekil 29. Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının dönme hızlarının asterosismik yollardan türetilen yaşlara karşı çizimi……..57

Şekil 30. Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının başlangıç ağır element bolluklarının asterosismik yöntemlerle elde edilen yaşa karşı çizimi……..58

# ÖZET

Hem NASA (Kepler) hem de ESA (CoRoT) tarafından öncelikli araştırma alanı olan asterosismoloji ve öte gezegen konuları asıl motivasyonunu kamuoyunda da yoğun merak konusu olan yaşama elverişli mıntıkaların keşfine yönelik ilgiden almaktadır. Bu projelerde elde edilen ışıkeğrileri hem gezegen keşfi hem de yıldızların gözlemsel titreşim frekanslarının analizlerinde kullanılmaktadır. Bu sayede binlerce yıldızda Güneş benzeri titreşim frekansları keşfedildi ve yıldızların içyapısı ve evrimi hakkında çok önemli keşifler gerçekleşti. Bu keşifler arasında yıldızların katı cisimden çok farklı iç dönme özellikleri beklenmedik niteliktedir. Yıldızların içyapı modellerinin yapılması ve literatürdeki ölçeklendirme ilişkilerinden ise yıldızların asterosismik nicelikleri kullanılarak kütle ve yarıçapları bulunabilmektedir. Bu ölçeklendirme ilişkileri türetilirken yıldız yüzeyinde birinci adyabatik üssün sabit olduğu varsayılmış. Bunun geçerli olmadığını bulduk ve yeni ölçek ilişkilerini ürettik. İncelediğimiz yıldızlar arasında bulunan Procyon A'nın kütlesini (1,478±0,012 $M_{\odot}$) eski ilişki yüzde 10 hata ile verirken yenisi çok ölçülene çok yakın sonuç vermektedir, hata payı yüzde 1,2. Ölçeklendirme ilişkisinin duyarlılığı maksimum genlik frekansının duyarlılığına çok bağlıdır ve maalesef bu nicelik de her yıldız için duyarlı bir şekilde belirlenememektedir. Bu nedenle daha duyarlı bir şekilde belirlenen yeni referans frekansları keşfettik. Bu referans frekansları HeII iyonlaşma mıntıkasının sebep olduğu büyük ayrılmaların minimum olduğu frekanslardır. Yıldızların çoğunda iki, bazılarında ise daha fazla minimum frekansı var. Bu frekanslardan kütle, yarıçap, etkin sıcaklık ve yaş gibi parametreleri gözlemsel frekanslardan elde etmek için yeni yöntemler geliştirdik ve bunları uyguladık. Sonuçlar muhteşem görünüyor. Öyle ki, incelediğimiz Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının içinde 34 yıldızın farklı yollardan hesaplanan kütleleri arasındaki fark 0,02 $M_{\odot}$'ten daha azdır, yarıçaplar arasındaki fark ise en fazla 0,007 $R_{\odot}$. Hesapladığımız verilerden yıldızların açısal momentum ve Gökada'nın kimyasal evrimleşmesi için önemli sonuçlar elde edildi. Kepler gözlemlerinden titreşim frekansları elde edilen binlerce yıldızın, gezegenli yıldızların ve evrimleşmiş yıldızların asterosismik analizleri ise devam etmektedir.

Kepler ve CoRoT sayesinde keşfedilen gezegen sayısı çığ gibi arttı. Bu gezegenlerin gözlemsel verilerinin ayrıntılı analizi yapıldı. Özellikle dev gaz gezegenlerinin yarıçapı üzerinde birim kütle başına birim zamanda barınak yıldızdan alınan aydınlatma enerjisinin başat rol oynadığı keşfedildi. Bu etki çıkarıldıktan sonra, gelgit, soğuma, metallik, moleküler ayrışma ve buharlaşma etkilerinin payı belirlendi. Yaşama elverişli gezegenleri de barındıran daha küçük kütleli gezegenlerin analizi ise devam etmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** yıldızlar: evrim – yıldızlar: iç yapı – yıldızlar: geç-tip – yıldızlar: titreşimler – gezegenler ve uydular: iç yapı – gezegen-yıldız etkileşimleri

## ABSTRACT

Discovery of habitable zones around stars is a very popular issue among the society. This is the main motivation for the NASA Kepler and the ESA CoRoT misisions. The primary targets for these missions are planet host candidate stars. Fortunately, the lightcurves obtained for discovery of transiting planets are also very suitable for asteroseismic researches. Thanks to these data, solar-like oscillations are discovered in thousands of stars and very important results are inferred from frequencies of these oscillations about stellar structure and evolution. Among these results are unexpected features of internal rotations of such stars. Stellar mass and radius can be computed by using so-called scaling relations in terms of asteroseismic quantities. The scaling relations in literature assume that the first adiabatic exponent is constant at the surface of such stars. We have discovered that this asumption is not fulfilled and therefore we reformulate new scaling relations. Among the stars we have analysed, Procyon A is the only star with well known mass from non-asteroseismic methods (1,478±0,012 $M_{\odot}$): While the conventional scaling relation gives its mass 10 per cent higher, the new scaling relation yields mass only 1,2 per cent less than the observed value. However, uncertainties in mass and radius computed from the scaling relations depend on uncertainty in frequency of maximum amplitude and unfortunately it is not low enough in many cases. We have discovered new reference frequencies at which large separations between oscillation frequencies are minimum. These minima are caused by HeII ionization zone and also confirmed in the oscillation frequencies of the Kepler and CoRoT target stars. We have developed entirely new methods for computation of mass, radius, effective temperature and age of stars and applied these methods to the observational data. In many cases, the results seem excellent. We have analysed data of 90 stars found their mass, radius, effective temperature, metallicity and age. We compute these quantities for each frequency of minima. For 34 of these stars, the diffference between the masses computed from different methods is less than 0.02 $M_{\odot}$. The difference between the radii, however, is less than 0.007 $R_{\odot}$. From these precise results, we obtain very important information about angular momentum evolution of late-type stars and chemical enrichment of the Galaxy. Our analyis on thousands of the Kepler target stars continues.

Thanks to Kepler and CoRoT missions, thousands of transiting planets were discovered. We have analysed observational data of these planets and deduce information on their structure and evolution. We discovered that the primary effect on the size of giant gas planets is the irradiated energy per gram per second by host star. After subtracting this effect, we determine roles of the other effects, such as tidal, cooling, metallicity, molecular dissociaton and evaporation effects.



**Key words:** stars: evolution – stars: interiors – stars: late-type – stars: oscillations – planets and satellites: interiors – planet-star interactions

# 1. GİRİŞ

Gezegenli sistemlerden gökada ölçeğindeki yapılara kadar birçok sistemin özelliklerinin iyi anlaşılması yıldız astrofiziğinde kaydedilecek gelişmelere bağlıdır. Kaldı ki, yıldızlar kendi başlarına da mikro ve makro iç içeliğini yansıtan yeterince ilginç enerji üretme, enerji aktarma süreçlerinin büyük bir sahnesidir. Bu sahnenin senaryosunu ve çeşitli ölçekteki yapıların dünü ve bugününü çözmek açısından en kilit aşama, yıldızların temel özelliklerinin elde edilmesidir. Bunun için yeni veriler ve yeni yöntemlere ihtiyacımız var. Bu projenin amacı da en güncel ve en duyarlı verileri kullanarak yıldızların kütle, yarıçap, etkin sıcaklık, ağır element bolluğu ve yaş gibi temel özelliklerini çok duyarlı bir şekilde elde etmek için yeni yöntemler geliştirmek ve bu yöntemleri uygulayıp yıldızların olduğu kadar, gezegenlerin ve gökadanın yapı ve evrim anlayışımızı ilerletmektir. Bu doğrultuda, bu proje kapsamında başlıca hedef hem literatürde mevcut yöntemi ilerletmek ve yeni referans frekansları keşfederek yeni yöntemler geliştirmek hem de gözlemsel frekanslardan yıldızların temel özelliklerinin elde edilmesi sonucu astrofiziksel yeni bulgular ortaya koymaktı. Bu raporda, projenin hedeflerinde ne kadar başarılı olduğunun bir öyküsü sunulmaktadır.

Kesinlikle her bilimsel projenin ana hedefi olan bilgi üretme ve mevcut literatür bilgilerini geliştirme ve iyileştirme teşebbüsleri bu proje kapsamında proje katılımcılarını fazlasıyla sevindiren bir başarı düzeyine ulaştı.

Yıldız astrofiziğine çok yakın olmayan insanlara şaşırtıcı gelebilir ancak gündelik yaşamdan aşina olduğumuz tüm cisimler gibi yıldızlar da titreşim yapar, zonklar. Bu titreşimler yıldızların özelliklerine göre bir birinden çok farklı özelliklere sahiptir. Düşük genlik yerden yapılan gözlemsel çalışmalarda ancak sınırlı bir ilerleme sağlanmasına sebep oldu. Buna rağmen, en bereketli titreşimler Güneş benzeri zonklayan yıldızlarda gerçekleşmektedir. Astronominin birçok alanında olduğu gibi asterosismoloji alanına da altın çağını yaşatan süreç NASA'nın *Kepler* ve ESA'nın *CoRoT* teleskoplarının atmosfer üstüne yerleştirilmesiyle başladı. Yüksek duyarlılıkla kaydedilen ışık eğrileri yeni uzak gezegenlerin keşfinde çığır açtığı gibi düşük genliklerine rağmen binlerce yıldızda Güneş benzeri titreşim frekanslarının elde edilmesiyle benzersiz bir süreç de başlamış oldu.

Her müzik enstrümanının nasıl kendine has sesi varsa, yıldızların da her birinin kendine has titreşimleri vardır. Ortalama bir müzik dinleyicisinin dahi hangi sesi hangi müzik aletinin çıkardığını bilmesi gibi, bizim de ilkesel olarak sadece yıldızların bu titreşim frekanslarından yıldızların yapısal ve evrimsel özelliklerini söyleyebilmemiz lazım. Amaç bu olmakla birlikte,

uygulama çoğu kere arzu edilen sonuçlar vermemektedir. Bu bakımdan, örneğin, delta Scuti türü zonklayan yıldızlar için tablo çok hazin olmuştur (Creevy vd 2011; Fox  Machado vd. 2006). En başında belirtmekte yarar var, Güneş benzeri titreşimlerin vaatleri çok ciddidir ve bu projenin bu vaatlerin yerine gelmesinde her bakımdan çok önemli katkıları vardır. Bu katkılar tamamen yeni yöntemler geliştirip ve onları yıldızlara uygulayacak kadar ilerletildiği gibi hali hazırda literatürde yaygın olarak kullanılan ölçeklendirme ilişkisinin kuramsal çerçevesini değiştiren yeni yaklaşımlar da içermektedir. Proje yürütücüsünün samimi kanaati odur ki, Güneş benzeri titreşim yapan yıldızların temel özellikleri (kütle, yarıçap, etkin sıcaklık ve yaş) en yüksek duyarlılıkla bu proje kapsamında elde edilmektedir. Aşağıda bu sonucu doğuran ve bu proje kapsamında geliştirilen yöntemler ve uygulamaları ayrıntılı olarak anlatılmaktadır.

Devlerden cücelere, hatta nötron yıldızı ve beyaz cüceler gibi sıkı cisimlere, yıldızlarda farklı türde titreşimler gerçekleşir. Güneş benzeri yıldızlardaki titreşimler esas olarak ses dalgalarıdır ve p-biçemli dalgalar olarak adlandırılırlar. Bu dalgalar, genel olarak yıldızın bünyevi özelliklerini ifade ettiği gibi, tuzaklandıkları kovuklar birbirinden farklı olduğundan çeşitli katmanların fiziksel yapısını araştırmak açısından titreşim frekanslarına dayanan biricik yöntemler sunar.

Geçtiğimiz birkaç on yıl astronomiyi bambaşka bir dönemece taşıdı. Gelişen teknoloji ve gözlemsel teknikler sayesinde yıldızların milyonda bir değişimlerinin kaydedilebildiği duyarlılığa ulaşmış durumdayız. Böylece, başka yıldızların barındırdığı gezegen sistemlerinin ve asterosismolojinin özellikle düşük genlikli Güneş benzeri yıldız titreşimlerine dayanan kolunun altın çağı başlamış oldu. Bu düzey, bizim, yıldızların hem derin iç katmalarında hem de etrafında hangi fiziksel süreçlerin ve nasıl gerçekleştiğine ilişkin kuramsal irdelemelerimizin sınırlarını tayin etmektedir. Bu projenin amacı hem gezegenler hem de yıldızların kütle, yarıçap, yaş gibi temel parametrelerinin yüksek duyarlılıkla belirlenebileceği yeni yöntemler geliştirmek ve literatürde mevcut olanları da ilerletmektir. Proje bu bakımdan en mütevazi ifadeyle hem asterosismolojiye hem de gezegenlerin yapısını etkileyen faktörlerin anlaşılmasına çok önemli katkıları olmuştur.

Hem gezegenli sistemler hem de asterosismoloji alanları için proje çalışma takviminde belirtilen iş paketleri eksiksiz olarak tamamlanmıştır. Bu sayededir ki, yıldızlar ve gezegenler üzerine yapılan araştırmalarda yapı ve evrime ilişkin ilk kez elde edilen ve yüksek tanısal güce sahip yeni yöntemler geliştirildi ve bulguları ortaya kondu. Buradan sağlanan

motivasyon sayesinde projenin planlanandan çok daha bereketli olduğunu söylemek abartılı olmayacaktır. Bu bereket akademik açıdan en önemli başarı göstergelerinden olan SCI kapsamındaki dergilerde (MNRAS, ApJ ve RAA) makalelere dönüşme şeklinde de kendini göstermiş ve çeşitli (ulusal ve uluslararası) konferanslarda (bildiri ve poster olarak) sunulmuştur.

# 2. LİTERATÜR ÖZETİ

Titreşimlerin tanısal gücü malzeme biliminden, tıbba, Yer üzerine yapılan araştırmalardan, astrofiziğin gezegen ve yıldızlar üzerine araştırmalarına kadar birçok dalda rüştünü ispat etmiştir. Yıldız astrofiziğinde bu titreşimlerin işe yararlılığı ve kuramı çok erken gelişmiş olsa da yıldızlara uygulayarak yapıya ve yapıdaki değişime ilişkin gözlemsel verilerden somut bilgiler türetilmesi esas olarak 1980li yıllara dayanmaktadır. Bu tarihlerde Güneş üzerine yapılan gözlemsel çalışmalardan Güneş'in 5 dakikalık titreşimlerinin keşfi çok önemli bir dönemeç olmuştur. Bu titreşimlerin Güneş'in farklı kovuklarında tuzaklandığı ve bu nedenle kovuklardaki fiziksel koşulları yansıttığı fikri, bereketin müjdecisi olarak görülebilir. Güneş'te o kadar çok sayıda farklı modda titreşimler vardır ki (yaklaşık 10 milyon mod olduğu sanılıyor) Güneş'in içyapısı katman katman çözülmekte ve bu sayede hemen hemen merkezden yüzeye kadar ses hızı (Basu ve Antia 1995) ve dönme profili (Thompson vd 2003) yüksek duyarlılıkla tespit edilmiştir.

Güneş üzerine yapılan helyosismik (Güneş sismolojisi) araştırmalardan elde edilen kuramsal ve gözlemsel donanımla Güneş benzeri titreşim yapan yıldızların araştırılmasını konu edinen asterosismoloji (yıldız asterosismolojisi) başka ve benzersiz bir aşamaya taşındı (Chaplin vd. 2011; Chaplin ve Miglio 2013; Chaplin vd. 2014 ; Christensen-Dalsgaard 2016). Bu serüven, yıldızların temel parametrelerinin yüksek bir duyarlılıkla tespit edilmesinin doğal sonucu olarak sadece yıldız astrofiziği açısından değil gezegen ölçeğinden gökada ölçeğine kadar çok farklı yapıların iyi anlaşılmasını anlatır. Ayrıca, frekans analizinden anlaşılmaktadır ki, yıldızların iç katmanlarındaki dönme hareketi genel olarak kabul edildiği gibi katı cisim dönmesine benzememektedir. Birçok evrimleşmiş yıldızın yüzeyine göre 5 ve hatta 10 kat daha hızlı dönen özeğinin olduğu görülmektedir (Beck vd. 2012; Deheuvels vd. 2012). Ancak, dönme hareketinin çok kolay anlaşılacak bir konu olmadığı bellidir, özeği yavaş dönen yıldız da tespit edilmiştir (Baran vd. 2015). Dahası, Kepler verilerine göre iç ile dış bölgeleri zıt yönde dönen yıldızdan bile söz edilmektedir (Triana vd. 2015). Bu durum, yıldızların açısal momentum içeriğinin ve evriminin tahmin ettiğimizden çok daha karmaşık süreçleri olduğunu göstermektedir (Meynet vd. 2006).

Asterosismolojinin en benzersiz vaatlerinden birisi yıldızların yaşı hakkındadır. Küçük kütleli anakol yıldızları görece sönük oldukları için ve HR diyagramı dejenere bir diyagram olduğu için veriler çok yüksek duyarlılıkla belirlenmedikçe yaşı belirlemek çok zordur. Frekanslar arasındaki küçük farklar ise bu bakımdan müthiş bir araçtır. Yıldız anakolda evrimleştikçe frekanslar arasındaki küçük ayrılmalar da azalır (Christensen-Dalsgaard 1988). Öyle ki,

SYAK'daki (sıfır yaş anakol) Güneş benzeri titreşim yapan tipik bir yıldızın küçük farklar ortalaması 15 μHz'dir. ÖYAK'ta (ölüm yaş anakolu) ise bu fark 5-6 μHz olur. Güneş ise ömrünü yarılamış bir yıldız olarak yaklaşık 10 μHz gibi bir ortalama küçük farka sahiptir. Demek ki, Güneş küçük ayrılmasında ortalama olarak her bir milyar yılda 1 μHz kadar azalma meydana gelmektedir (bkz Bölüm 2.1.1). Bu yöntemle yıldızların yaşları çok daha duyarlı bir şekilde hesaplanabilir (Yıldız 2007).

## 2.1 Basit Titreşim Yapan Sistemler ve Modlar

Doğada bulunan dengedeki bütün sistemler çeşitli titreşimler yaparlar. Bir bakıma dengede bulunmanın doğal bir sonucudur bu. Denge ve titreşim zıt gibi görünseler de, denge durumundan çok uzak bir durumda bulunan bir sistemde değişim çok hızlı gerçekleşeceği için titreşim gibi göreli olarak daha az değişimlere denk gelen etkileri görme olanağımız bulunmayacaktır. Birçok yinelemeli hareketlerde olduğu gibi, harmonik osilatör çok iyi bir modeldir. Titreşimi, ya da yayın ucuna bağlı kütlenin ileri geri hareketini üreten süreç, kütlenin denge durumunun uzağında fakat ona yakın bir uzaklıkta bulunması sonucunda itme ve çekme kuvvetlerinin birbirini dengelemeye çalışması ile betimlenebilir. Eğer kütle denge durumundan çok uzakta ise yayın deforme olması ya da kopması söz konusu olacak, titreşimin çağrıştırdığı şekliyle birçok defa tekrarlanan bir hareket gerçekleşemeyecektir. Harmonik osilatör ve sarkaç gibi düzenekler basit sistemlerdir ve tek bir modda tek bir frekansla titreşim yaparlar. Bu sistemlerin frekansını (ya da periyodunu) ölçerek, sırasıyla, yay sabitini ve yeryüzündeki kütleçekim ivmesini bulabiliriz. Bu basit sonuçlar bile titreşimlerin gerçekleştiği ortamlara ve sistemlere ilişkin ne kadar önemli bilgiler ürettiğine ilişkin çok güzel örneklerdir.

Yıldızlar, özellikle Güneş ve benzeri titreşim yapan yıldızlar tek modda (biçemde) değil birçok farklı modda titreşim yaparlar. Modların iyi anlaşılması açısından yine basit fiziksel bir sistem olarak iki ucu sabit yatay bir sicimi ele alabiliriz. Temel mod sicimin bir bütün olarak yukarı aşağı gidip geldiği duruma denk gelir. İlk üst tonda ise tam ortada bir düğüm olduğunu düşünelim ve böylece bir yarı yukarı giderken diğer yarı aşağı gider. Bu modun frekansı temel mod frekansının iki katıdır. Düğüm sayısını arttırdıkça frekans da artar. Bir modun düğüm sayısı $n$ ise frekansı da temel frekansın $n$ katıdır. Üç boyutlu yıldızların titreşimlerinde de benzer bir ilişki söz konusudur (bkz. Bölüm 2.2).

## 2.2 Asterosismoloji

Titreşim gibi yinelenen hareketler için geri çağırıcı bir kuvvet gereklidir. Harmonik osilatör için bu kuvvet yaydaki gerilme kuvvetidir. Yıldızlarda iki tür özbiçem (eigenmod) vardır ve bunlar olası iki çağırıcı kuvvetten birisi, buoyant veya sıkıştırma, birisi tarafından yürütülür (Christensen-Dalsgaard 2003). Bunlar, sırasıyla, g-biçemli (çekimsel) ve p-biçemli (basınç) titreşimler olarak adlandırılırlar. Güneş'in p-biçemlileri yüksek frekans bölgesinde yer alırlar ve 1saat - 2 dakika dönem aralığındadır. g-biçemliler, dönemin 45 dakikadan büyük olduğu, düşük frekans bölgesinde bulunurlar. Biçemler üç sayı ile tanımlanırlar; *n, l* ve *m. n* sayısı, radyal mertebeye denk gelir ve yıldız içerisindeki radyal doğrultuda düğüm sayısını belirtir.

Küresel harmonik gösterimde, *l* derecesi, dalgaların dalabildiği derinlikle (penetration depth) ilişkilidir ve yüzey düğüm (dilim) sayısını ifade eder. *m* ise, +*l* ile -*l* arasında değerler alabilir ve dönme ya da manyetik alandan ötürü oluşan küresellikten sapma niteliğini belirtir.

Bu sayılar kimi zaman kuantum sayıları olarak da adlandırılırlar. Fiziksel anlamlarındaki farkların dışında, kuantum fiziğinde *l*'nin değeri *n*'den fazla olamazken, burada herhangi bir sınırlandırma yoktur. *l* sayısı toplam dilimleme sayısını (yatay+dikey), *m* ise dikey dilemleme sayısını göstermektedir.

Peki, dilimlemenin fiziksel anlamı nedir? Güneş'in titreşim yapması ile ilgisi nedir? Bu soruların yanıtı oldukça basit; bir dilimleme çizgisinin ayırdığı iki bölge bir birine zıt davranış gösterirler. Örneğin, dilimleme çizgisinin bir tarafı Güneş'in merkezine doğru hareket ediyorsa diğer tarafı dışarı doğru geliyor demektir. Bu sonuç, Doppler etkisi gözleniyorsa elde edilebilir. Eğer, parlaklık ölçülüyorsa, bu durumda dilimleme çizgisinin bir tarafı parlaksa diğer tarafı daha sönük demektir. Yani, bir çizginin iki tarafındaki bölgeler birbirlerine zıt evrededirler. Hereketin periyoduna göre, bu özellikler düzenli olarak değişir. Parlak olan dönemin yarısı kadar bir zaman sonra sönük olur, veya tersi...

Gerçekte, biz birçok farklı biçemdeki (Güneş'te yaklaşık 10 milyon) titreşimin girişimini gözlemlediğimizden, öncelikle yapılması gereken iş, elde edilen verinin Fourier analizini yaparak bu titreşimlerin frekanslarını bulmak ve mümkün olduğu kadarıyla biçem (*n, l* ve *m*) tayinini yapmak olmalıdır.

Verilen bir biçemin dalga sayısı vektörünün yatay ( $k_h$ ) bileşeni *l* tarafından belirlenir:

$$k_h = \frac{L}{r} = \frac{\sqrt{l(l+1)}}{r}. \qquad (2.1)$$

Yatay bileşen ne kadar fazlaysa dalganın kırınımı o kadar çabuk gerçekleşecek ve iç sapma noktası (turning point) yüzeye o kadar yakın olacaktır. Yani, *l* sayısı ne kadar büyükse dalga o kadar yüzeye sınırlanmış demektir. *l* sayısı ne kadar küçükse dalga o kadar derin iç bölgelere kadar inebilir; *l*'nin sıfır olduğu biçemler kırınıma uğramadan merkezden geçip giderler. Bu demektir ki, Güneş'in merkezi hakkındaki bilgileri bize düşük dereceli titreşimler verebilir.

Toplam dalga sayısı vektörünü (*k*), yatay ($k_h$) ve dikey ($k_r$) bileşenleri cinsinden ifade edecek olursak, *c ve* $\varpi$, sırasıyla, ses hızı ve dalganın açısal frekansı olmak üzere,

$$k^2 = k_h^2 + k_r^2 = \frac{L^2}{r^2} + k_r^2 = \frac{\varpi^2}{c^2} \qquad (2.2)$$

her dalganın kendine has sapma noktasının (turning point) olduğunu saptama olanağına kavuşmuş oluruz. Güneş'in yüzeyinden yansıyan belirli bir *l*'ye sahip dalga, içeri doğru ilerlerken, yarıçap küçüldüğünden, dalgasayısının yatay bileşeni gittikçe artar. Bu demektir ki, dalgasayısının toplam değeri değişmediğinden, radyal bileşenin değeri gittikçe azalır ve bir nokta da sıfır olur. Sapma noktası ($r_t$) tam da burasıdır ve radyal bileşen sıfır olduğuna göre,

$$\frac{\varpi^2}{c^2} = \frac{L^2}{r_t^t} = \frac{l(l+1)}{r_t^2} \qquad (2.3)$$

ilişkisi kolayca türetilebilir. Bu ilişkinin bize söylediği çok açık bir şey var, o da, aynı frekansa fakat farklı *l* değerlerine sahip iki titreşimden, *l*'si küçük olanın diğerine göre daha derine dalacağıdır. Aynı *l*'ye farklı $\varpi$'ya sahip iki titreşimden, $\varpi$'sı büyük olan daha fazla iç kısımlara ilerleyecektir. Bunların $\varpi$'ları arasındaki fark, bize, bunların sapma noktaları arasında bulunan ortamdaki ses hızı hakkında bilgi verir. Bu şekilde, uygun titreşimlerin frekansları arasındaki farklardan yola çıkarak, Güneş'in iç kısmında ses hızı, hemen hemen merkezden yüzeye kadar, katman katman bulunmuştur (Basu ve ark. 1997). Ses hızı türevinin konvektif bölgeden radyatif bölgeye geçişte farklılaşmasından yararlanarak da, Güneş konvektif zarfının taban yarıçapı Basu ve Antia (1997) tarafından toplam yarıçapın 0,713 $\pm$ 0,001 katı kadar bulunmuştur.

Güneş'in yüzeyindeki kütlece helyum bolluğu ise yine Basu ve Antia (1995) tarafından 0,246 $\pm$ 0,001 olarak bulunmuştur.

Helyosismolojinin modeller için koyduğu bu koşullar sayesinde, Güneş'in içyapısını çok daha ayrıntılı bir şekilde çalışabiliyoruz. Yayılma işleminin Güneş'in yapısında ölçülebilir bir etkisinin olduğunu da bu şekilde anlayabildik. Yine helyosismolojiden elde edilen Güneş'in iç kısımlarına ilişkin dönme profili, Güneş üzerine yapılan MHD hesaplarında adeta bir patlama etkisi yaptı. Gelecekte, özellikle ESA projesi PLATO'nun ( 2024'te fırlatılması planlanıyor) sağlayacağı verilerle benzer süreçleri aynı duyarlılıkla başka yıldızlar için de inceleyeceğimizi umabiliriz.

### 2.2.1 Asimtotik ilişki ve frekanslar arasında büyük ve küçük ayrılmalar

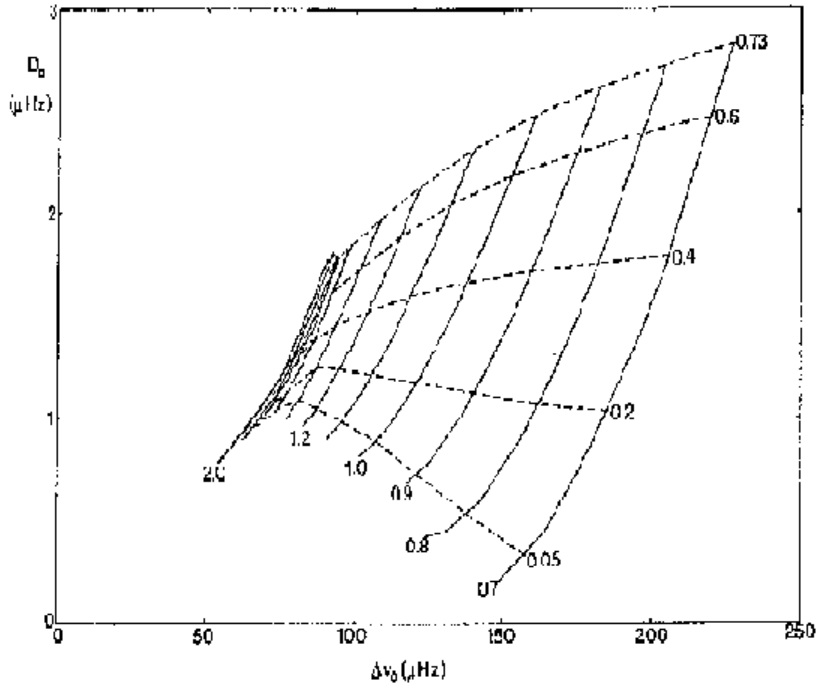
Güneş ağırlıklı olarak beş dakika civarında periyoda sahip titreşimler göstermektedir. Bu titreşimler, basıncın yineleyici kuvvet olarak rol üstlendiği titreşimlerdir ve gözlenen titreşimsel yapının 10 milyon civarında farklı moddaki titreşimlerin toplamı olduğu düşünülmektedir. Belirli bir moddaki titreşimin frekansı, *n* ve *l*'ye

$$\nu_{nl} = (n + \frac{l}{2} + \alpha_n)\Delta\nu_0 \qquad (2.4)$$

şeklinde bağımlılık gösterir, $\alpha_n$ ve $\Delta\nu_0$, sırasıyla, yüzey etkilerine bağlı bir faktör ve komşu modlar arasındaki frekans farklarının ortalaması olmak üzere: $\Delta\nu_0 = \nu_{n0} - \nu_{n-1,0}$. Bu ilişki asimtotik ilişki olarak adlandırılır ve Güneş'te elde ettiğimiz bilgi birikimini diğer yıldızlara uygulama açısından önemli bir konuma sahiptir.

Büyük ayrılma yıldızın ortalama yoğunluğunun karekökü ile doğru orantılıdır. Literatürde yoğunluk ile büyük ayrılma üzerine yapılan ayrıntılı çalışmalardan bu ilişkinin biraz sorunlu olduğu anlaşılmaktadır ve etkin sıcaklığa bir bağlılık göstermektedir (White vd. 2012). Bu proje kapsamında yürütülen çalışmalarda elde edilen en önemli sonuçlardan birisi de bu ilişkinin yıldızların yüzeyindeki sıkıştırılabilirlik parametresi (ya da birinci adyabatik üs) ile çok alakalı olmasıdır (bkz Bölüm 3.2.1, Şekil 7).

Yukarıda verilen asimtotik ilişkiye göre, (*n,l*) ile (*n*-1,*l*+2) modlarının frekansları birbirine çok yakın değere sahip olmalıdır:




Şekil 1. Sismik HR diyagramı (Christensen-Dalsgaard 1988).

$$\nu_{nl} = (n + \frac{l}{2} + \alpha_{nl})\Delta\nu_0 = ((n-1) + \frac{l+2}{2} + \alpha_{nl})\Delta\nu_0 \cong \nu_{n-1,l+2}\,. \qquad (2.5)$$

Bu iki frekans arasındaki fark, frekanslar arasındaki küçük ayrılmalar ($\delta\nu_{nl}$) olarak nitelendirilir:

$$\delta\nu_{nl} = \nu_{nl} - \nu_{n-1,l+2} \cong (4l+6)D_0\,. \qquad (2.6)$$

Bu fark, ya da $D_0$, evrime çok duyarlıdır.

Frekanslar arasındaki büyük ayrılmalar ($\Delta\nu_{nl}$) ise,

$$\Delta\nu_{nl} = \nu_{nl} - \nu_{n-1,l}\,, \qquad (2.7)$$

yıldızın ortalama yoğunluğu ile orantılıdır ve bu nicelik evrimi yavaş olan Güneş benzeri yıldızlar için pek fazla değişmez.

Bu iki frekans farklarının evrimle nasıl değiştiği sismik HR diyagramında (Şekil 1) görülmektedir. Çizgilerin alt tarafındaki rakamlar, modeli yapılan yıldızın kütlesini (Güneş kütlesi biriminde), sağ tarafındaki rakamlar ise merkezde o zamana kadar nükleer tepkimelerle azalan hidrojen elementinin kalan miktarını göstermektedir. Anakol'un başlangıcında hidrojen bolluğu 0,73 iken, sonuna doğru 0,05'e kadar düşmüştür.

Eğer bir yıldızın gözlemsel olarak $\Delta\nu_{nl}$ ve $\delta\nu_{nl}$ (ya da $D_0$) niceliklerinin değerlerini bulabilirsek, sismik HR diyagramında yerine koyup yaşına ilişkin başka hiç bir yoldan elde edemediğimiz bilgiyi elde etmiş oluruz. Yerden yapılan birçok çalışmaya rağmen Güneş benzeri yıldızlarda titreşimler şüpheye yer bırakmayacak hassaslıkta çok az sayıda yıldız için tespit edilebildi. Bu nedenle, uzaydan, atmosfer üstü bir yükseklikten yapılacak gözlemler gündeme geldi. Küçük WIRE (çapı 5cm) teleskobu ile bazı titreşimler kaydedilebildi. Ama, daha büyük uzay projeleri olan *Kepler* ve *CoRoT* bu konuda gerçekten çığır açıcı gelişmelere yol açtı (Chaplin ve Miglio 2013; Christensen-Dalsgaard 2016; Borucki 2016). Önümüzdeki yıl uzaya yerleştirilecek NASA TESS göreviyle de bu süreç çok daha ileri bir noktaya taşınacaktır. 2 m çaplı PLATO teleskobu ise hem gezegen hem de asterosismolojinin seviyesini başka bir seviyeye çekeceği muhakkaktır.

### 2.2.2 Ölçeklendirme ilişkisi

Bu projenin en önemli başarılarından birisi geleneksel ölçeklendirme ilişkisini yeniden oluşturmasıdır. Bu bakımdan literatürdeki ölçeklendirme ilişkisinin hali hazırdaki durumunu yansıtmak gerekir. Titreşimlerin frekansları gibi genlikleri de hareketin gerçekleştiği ortamın fiziksel koşullarına bağlıdır ve bu bakımdan bilgi taşıyıcısıdır. Titreşim genliği karesinin frekansa karşı çizildiği grafikler kuvvet tayfı (power spectrum) diyagramı olarak anılırlar. Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlarda kuvvet tayfı az çok gausyan (tepeli) bir değişim gösterir. Maksimumun gerçekleştiği frekans (Brown vd. 1991, Kjeldsen & Bedding 1995, 2011)

$$\nu_{\max} \propto \frac{g}{\sqrt{T_{\rm eff}}} \tag{2.8}$$

orantısı ile belirlenir. Bu ilişki türetilirken akustik kesme frekansı

$$\nu_{\rm ac} \sim \frac{c}{H}\left(1 - \frac{dH}{dr}\right) \tag{2.9}$$

açıklamasından yararlanılır. Burada *H* ölçek yüksekliğidir ve maksimum genlik frekansının kesme frekansına oranının sabit olduğu kabul edilir. Büyük ayrılmanın da ortalama yoğunluğun karekköküyle orantılı olduğu bilgisini kullanarak, kütle ve yarıçap için aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\frac{M}{\mathrm{M}_\odot} = \frac{(\nu_{\max}/\nu_{\max\odot})^3}{(\langle\Delta\nu\rangle/\langle\Delta\nu_\odot\rangle)^4}\left(\frac{T_{\rm eff}}{\mathrm{T}_{\rm eff\odot}}\right)^{1.5},$$

$$\frac{R}{\mathrm{R}_\odot} = \frac{(\nu_{\max}/\nu_{\max\odot})}{(\langle\Delta\nu\rangle/\langle\Delta\nu_\odot\rangle)^2}\left(\frac{T_{\rm eff}}{\mathrm{T}_{\rm eff\odot}}\right)^{0.5}. \tag{2.10}$$

Bu eşitlikler son derece yararlı eşitliklerdir. Eğer Güneş benzeri titreşim yapan bir yıldızın maksimum titreşim genliğini ve büyük ayrılmasını gözlemsel yollardan belirleyebilirsek, etkin sıcaklığını da kullanarak o yıldızın kütle ve yarıçapını bulabiliriz. Şimdiye kadar bu yolu kullanarak yapılan çalışmalarda, kısmi bir başarı elde edilmiştir. Başarının kısmi kalmasındaki en önemli sebep sıkıştırılabilirlik (ya da birinci adyabatik üssün) yapılan çalışmalarda sabit ele alınmasıdır. Bu proje kapsamında yeniden ele alınan ve revize edilen ölçeklendirme ilişkisi Bölüm 3.2.1'de sunulmaktadır (bkz Şekil 8-9).

### 2.3 Öte Gezegenlerin Yapıları ve Kütle Yarıçap İlişkisi

Gezegen astrofiziği bilim tarihinde eşine az rastlanır bir hızla adeta çığ gibi gelişti. İlk kez bir yıldızın etrafında gezegen keşfedilişinin (Mayor vd. 1995) üzerinden 20 yıl gibi bir zaman geçmesine rağmen günümüzde keşfedilen gezegenlerin sayısı binlerle ifade ediliyor.

Yaşama elverişli gezegenlerin sayısı ise onlarca. Henüz Dünya dışındaki bir gezegende yaşama ilişkin bir kanıt bulunamadı ancak gelişmeler günlük gazetelerin, haber sitelerinin ve kanallarının bültenlerinde sık sık yer almakta ve evrende bizden başka akıllı canlıların varlığı üzerine merak günden güne artmaktadır.

Kepler (Borucki vd. 2009; Koch vd. 2010) ve CoRoT (Michel vd. 2006; Auvergne vd. 2009) görevleri (missions) sayesinde gezegenlerin yörünge parametreleri ve temel özellikleri hakkında devasa veri oluştu. Bu görevlere ek olarak, yeni gezegenlerin keşfi için yer konuşlu projeler de veri üretmektedir: HARPS (Mayor vd. 2003), HAT (Bakos vd. 2002), HATnet (Bakos vd. 2004), KELT (Pepper vd. 2012; Siverd vd. 2012), OGLE (Udalski 2003), Qatar (Alsubai vd. 2013), SuperWASP (Street vd. 2003), TrES (Alonso vd. 2004), WASP (Pollacco vd. 2006), WTS (Cappetta vd. 2012), XO (McCullough vd. 2005). Gezegenler üzerine hazırlanan birkaç çevrimiçi katalog bulunmaktadır. Bu projedeki analizler geçiş yapan (transit) gezegenler için hazırlanan TEPCat katalog verileri (Southworth 2011; www.astro.keele.ac.uk/jkt/tepcat/) kullanılarak yapıldı.

Yıldızların yapıları ve evrimleri çok büyük oranda kütlelerine bağlıdır. Özellikle kütle-ışınımgücü ilişkisi çok kuvvetli bir ilişkilidir; anakol yıldızları için ışınımgücü yıldız kütlesinin dördüncü kuvveti ile orantılıdır. Aynı şiddette olmasa da yıldız yarıçapı da kütleye bağlıdır. Öyle ki, bir yıldızın ışınımgücü ve yarıçapı belirlendiği durumda o yıldızın yapısına ve evrimine ilişkin bilgi türetmek mümkündür. Ancak, gezegenlerde nükleer tepkimeler gerçekleşmediği için ışınımgüçlerinden bahsedemeyiz ve bu nedenle kütle yarıçap ilişkisi başlıca yapı ve evrim belirteci olmaktadır.

Gezegenler üzerine yapılan çalışmalarda bir çok dev gaz gezegeni keşfedildi. Bunların bazılarının yarıçapları Jüpiter yarıçapının iki katından fazla. Bu aşırı şişkinliğin barınak yıldızı kaynaklı aydınlatma akısıyla ilişkili olduğu saptandı (örneğin, bkz. Burrows vd. 2000; Demory & Seager 2011). Ancak, farklı kütle aralıkları için farklı kütle-yarıçap ilişkisi verilmektedir. Kütle-yarıçap ilişkisini etkileyen diğer faktörler arasında gelgit etkisi, metallik (kimyasal bileşim), soğuma, buharlaşma (evaparation), Ohmik sönümlenme gibi mekanizmalar öne sürülmekte ve tartışılmaktadır. Görüldüğü kadarıyla, aşırı şişkinlikteki en önemli pay aydınlatmadan ileri gelmektedir ve diğer etkilerin katkısını açıklığa kavuşturmak için bu etkinin uygun bir şekilde formüle edilmesi gerekir. Sonraki süreçte de aydınlatmanın payı çıkarıldıktan sonra diğer etkilerin katkıları test edilebilir (bkz Bölüm 4.3.2).

Gaz olmayan, kayacıl ya da toprak gezegenlerin yapısını belirlemek ise daha zor gerçekleşmekte ve ağırlıklı olarak kütle-yarıçap ilişkisinin gezegenin kimyasal bileşim ve malzemesi tarafından belirlenmektedir (Charbonnea vd. 2009).

## 3. MODEL HESAPLARI VE YILDIZLARIN TEMEL PARAMETRELERİ İÇİN AÇIKLAMLAR

### 3.1 ANKİ yıldız evrim programıyla modeller

#### 3.1.1 Güneş bileşimli ANKİ modelleri

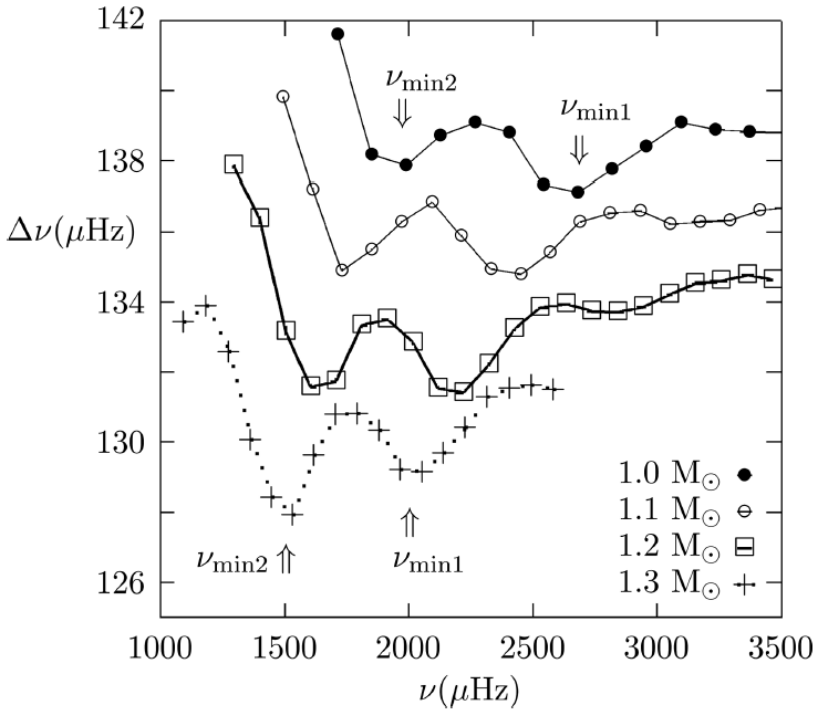
ANKİ (Ezer ve Cameron 1965: Yıldız 2015), MESA (Paxton vd 2013), AMP (Metcalfe vd. 2011) ve ADIPLS (Christensen-Dalsgaard 2008) evrim programları ve kodları bilgisayarlara yüklenerek gerekli düzenlemeler yapıldı ve çalışır duruma getirildi. Hem ANKİ hem de MESA yıldız evrim programları kullanılarak farklı yıldız içyapı modelleri elde edildi. Yıldız evrim kodları gelişkin bilgisayar sistemleri sayesinde gittikçe daha çabuk sonuç alınan uygulamalar olmaktadır. Ancak, gerek verili bir yıldızın fiziksel özelliklerine göre içyapı modellerinin kalibrasyonu gerekse yıldız gridleri (çok sayıda sıralı fiziksel özelliklere göre evrim modelleri) oluşturulması sırasında interaktif yol izlenmesi durumunda, çıkan sonuca göre yeni değerler girilmektedir. Bu işlem çok zaman kaybettirdiğinden, Linux sistemde PHP dosyaları hazırlanarak bir çeşit programları kullanan programlar oluşturuldu. Böylece hesaplamaların çok büyük bir kısmı otomatik olduğundan araştırma yeteneğimizde iyi bir ilerleme sağlandı. Gerek yıldız evrim gerekse adyabatik (titreşim) frekans hesapları çok zaman alan işlemlerdir ve verili bir yıldız için defalarca bu işlemlerini tekrarlanması gerekmektedir. Bu durumda, hem otomasyon sağlayan PHP dosyalarına hem de yıldız parametreleri arasında yeni ilişkiler bulunması çok gereklidir.

Özellikle ANKİ kodu ile elde edilen modellerin ADIPLS kodu kullanılarak adyabatik titreşim frekansları hesaplandı ve analiz edildi. Hazırlanan PHP programları esas olarak yıldız iç yapı modelleri için değişken parametreler olan kütle, ağır element ve hidrojen (ya da helyum) bollukları ve konvektif parametre gibi nicelikleri düzenli aralıklarla değiştirip seçilen evrelerde GONG formatında iç yapı model dosyaları üretmek açısından son derece kullanışlı ve zaman kazandıran uygulamalar oldu. GONG formatındaki bu dosyalar ADIPLS kodu için girdi dosyalarıdır ve buradan adyabatik titreşim frekanslarını hesaplamaktayız. Böylece prensip olarak, her bir model değişken parametresinin yıldızların hangi moddaki titreşimleri üzerinde nasıl etkili olduğunu belirleme şansımız oldu. Yayınlanan ilk makalemizde (Yıldız vd. 2014a; Makale I) esas olarak Güneş değerleri (Z=0.0172, X=0.7024 ve alpha=1.98) için 0.8-1.3 $M_{\odot}$ kütle aralığındaki modellerin asterosismik analizlerinin sonucunda elde edilen bulgular sunulmuştur.

Analizin önceliği yıldızların belirlenmesi zor olan temel parametrelerini bu frekanslardan yüksek duyarlılıkla elde etmek oldu. Bu bakımdan, özellikle yürütücüsünün ve gerçekleştirme görevlisi Zeynep Çelik Orhan'ın üstün gayretleriyle çok mutluluk verici gelişmeler oldu.

Güneş kompozisyonu ve 0.75-1.30 $M_\odot$ kütle aralığındaki model frekanslarında iki referans frekansı keşfedildi. Bu frekanslar esas olarak büyük ayrılmaların dalgalı değişimlerindeki minimumların frekanslarıdır. Bu dalgalanmaya Helyum II iyonlaşma mıntıkası sebep olmaktadır.

Şekil 2'de merkez hidrojen bollukları 0.35 olan 1.0-1.3 $M_\odot$ modellerinde saptanan min1 ve min2 frekansları gösterilmektedir. Yıldızın kütlesi arttıkça yarıçapı da arttığından bütün frekanslar azalmaktadır. Benzer bir azalış min1 ve min2'nin frekanslarında da görülüyor. Min2 Güneş gibi bir yıldızda daha sığken 1.3 $M_\odot$ modelindeki derinlik min1 derinliğinden daha fazladır. Sonraki incelememiz açısından, burada 1.2 ve 1.3 $M_\odot$ modellerininin yüksek frekans bölgesinde (> 2500 μHz) oldukça sığ minimumlara sahip olduğu dikkat çekmektedir.




Şekil 2. Merkez hidrojen bolluğunun 0.35 olduğu çeşitli kütlelerdeki ANKİ modellerinin büyük ayrılmalarının frekansa karşı değişimi. İlk kez bu proje kapsamında keşfedilen ve yıldızların temel parametrelerinin hesaplanması için kullanılan minimum frekanslar gösterilmektedir.

Bu proje kapsamında keşfedilen bu minimumların tanısal gücü maksimum genlik frekansından çok daha yüksektir ve bu nedenle yıldızların ve her türlü astronomik yapının araştırılması açısından çok önemli sonuçlar doğuracaktır. $\nu_{max}$'a göre $\nu_{min1}$ ve $\nu_{min2}$'nin daha verimli olmasının en önemli sebebi kim, yıldızlarda $\nu_{max}$'ı belirlemenin güçlüğü ve hata payının yüksekliğidir; minimumların frekansları ise çok daha yüksek duyarlılıkla saptanabilir.

Ayrıca bazı yıldızlarda üç ($+\nu_{min0}$, bkz. Bölüm 3.2.2) ve hatta dört tane minimum gözlenmektedir. Bu durumda yıldızın temel parametreleri (kütle, yarıçap ve etkin sıcaklık) birçok farklı yoldan bulunabilir.

Modellerde saptadığımız bu frekansların Kepler ve CoRoT teleskoplarının kaydettiği titreşim frekanslarında da görüldüğünü saptadık. Bu frekanslar sayesinde müthiş keşiflere yeni kapılar açıldığını söylemek abartılı olmayacaktır.

Sadece titreşim frekanslarını kullanarak yıldızların kütle, yarıçap, etkin sıcaklık, ışınımgücü, yüzey çekim ivmesi gibi temel parametrelerini veren yeni ilişkiler ilk kez bu proje kapsamında elde edildi. En şaşırtıcı sonuç ise yapı ve evrim açısından yıldızların en önemli parametresi kabul edilen kütlenin farklı yollardan bulunan değerlerinin yıldızların çoğu için çok uyumlu olmasıdır (bkz Bölüm 4.2.1.2, Tablo Ek1).

Dahası, belirlenmesi zor olan yaş hesabını da sismik özelliklerden hesaplayabiliyoruz. Üstelik Güneş benzeri titreşim yapan bu modellerin konvektif katman kütlesi ve kalınlığı için de yeni ilişkiler elde edildi. Bu bulgulara dayanan makalelerden ilki MNRAS'ta yayınlandı (Yıldız vd. 2014, Makale I).

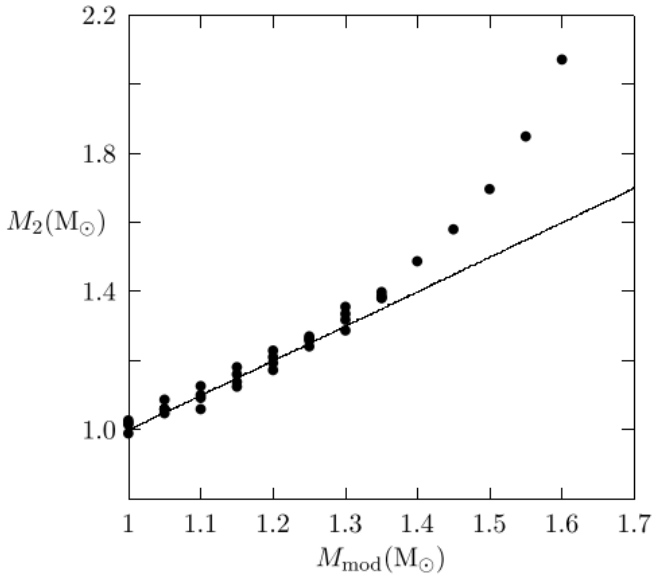
### 3.1.2 Farklı bileşime sahip ANKİ modelleri

ANKİ yıldız evrim programını kullanarak Güneş bileşimi ile 0.75-1.30 $M_{\odot}$ aralığında kütlelere sahip modelleri incelendikten sonra farklı kimyasal kompozisyonu ve daha geniş kütle aralığı (0.75-1.6 $M_{\odot}$) için de modeller ve frekansları hesaplandı. Amacımız Makale I'deki sonuçları hem uygulamak hem de daha geniş bir kütle ve kimyasal bolluk aralığında genelleştirmekti. Model frekanslarının analizi ile çok önemli yeni sonuçlara ulaştık.

Yıldız vd. (2015; Makale II)'de sunulan sonuçlar esas olarak farklı ağır element ($Z$=0.0172, 0.0222, 0.0272 ve 0.0322) ve helyum bollukları ($Y$=0.2404, 0.2604, 0.2804, 0.3004 ve 0.3204) ile daha geniş bir kütle aralığı (0.75-1.6 $M_{\odot}$) için elde edilen modellerin ve frekanslarının analizine dayanmaktadır. Böylece, Makale I'de Güneş kompozisyonu ($Z$=0.0172, $Y$=0.2804) ile 0.75-1.30 $M_{\odot}$ kütle aralığında elde edilen model frekanslarından türetilen ilişkiler test edilebilir ve gerekiyorsa düzeltmeler yapılabilir. Ayrıca, HeII iyonlaşma mıntıkasının fiziksel koşulları $Z$ ve $Y$'ye de bağlı olduğundan hangi tür frekansların $Z$ ve $Y$'ye daha duyarlı olduğunu saptayabilir, duyarlılığın en yüksek olduğu frekanslar kullanılarak $Z$ ve

*Y*'nin doğrudan frekanslardan hesaplamak için yeni (ve denenmemiş) yöntemler geliştirebiliriz.

Güneş benzeri titreşimler 1.3 $M_\odot$'ten daha büyük kütleli modellerde de görülmektedir. Makale I'de elde ettiğimiz $M_2/M_\odot = 1.623 v_{min2}/v_{max}$ ilişkisinin bir sınaması aşağıdaki grafikte yer almaktadır.




Şekil 3. Sismik yoldan hesaplanan kütleye ($M_2/M_\odot = 1.623 v_{min2}/v_{max}$) karşılık model kütlesi.

Sismik kütle ile model kütlesi M> 1.3 $M_\odot$ bölgesi için ciddi bir şekilde ayrışmaktadır. Bu kütle aralığı için elde ettiğimiz yeni ilişki

$$M_2/M_\odot = (0.315 v_{min2}/v_{max} - 0.263)^{0.603} + 1.3$$

şeklindedir. İlişki farklılaşmakla birlikte burada önemli olan nokta kütlenin yine sismik titreşim frekanslarının oranı cinsinden bulunuyor olmasıdır. Benzeri yeni ilişkileri, ışınımgücü, yarıçap ve yaş için de elde edildi.

Bir yıldızın yapı ve evriminin en başta kütlesine bağlı olduğu iyi bilinmektedir. Kimyasal bileşim de bir çok açıdan yıldız yapı ve evrimi üzerinde önemli etkiye sahiptir. Farklı *Z*'lere sahip modellerin analizinden elde ettiğimiz sonuca göre, örneğin $M_2/M_\odot = 1.623 v_{min2}/v_{max}$ ilişkisi de farklılaşmakta ve

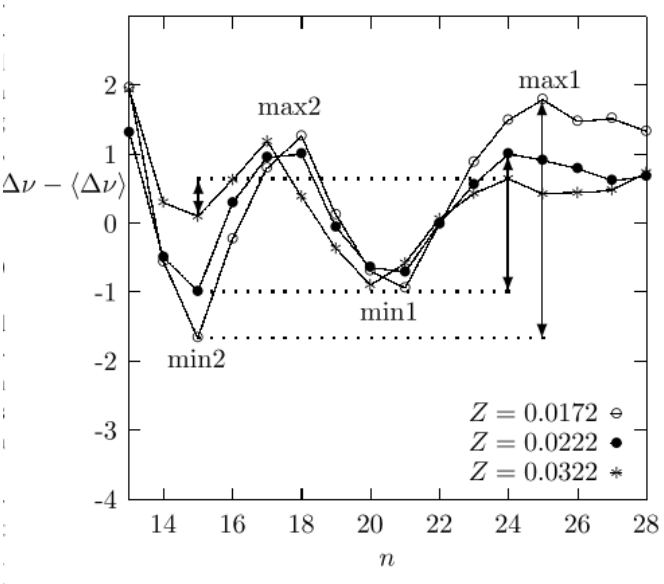
$$M_2/M_\odot = 1.623 v_{min2}/v_{max}\,(Z/Z_\odot)^{0.12}$$

halini almaktadır. Bu demektir ki, Güneş ile aynı $v_{min2}/v_{max}$ oranına sahip olan bir yıldızın metali ne kadar fazla ise kütlesi de o kadar fazla olacaktır. Benzer bir yaklaşımla, $M_2/M_\odot = 1.623 v_{min2}/v_{max}$ ilişkisinin *Y*'ye olan duyarlılığını da türettik:

$$M_2/M_\odot = 1.623 v_{min2}/v_{max}\,(Y/Y_\odot)^{0.25}.$$

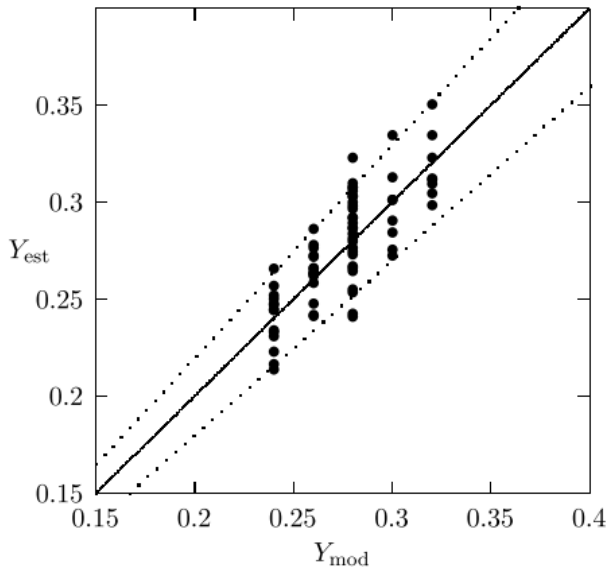
Z için yukarıda yaptığımız değerlendirme Y için de geçerlidir. Aynı $v_{min2}/v_{max}$ oranına sahip iki yıldızdan helyumu daha faza olanın kütlesi de diğerinin kütlesinden daha fazladır.

Kimyasal bollukların frekanslar üzerindeki etkisinden yola çıkarak *Z* ve *Y*'yi belirlemek için geliştirebileceğimiz yöntemin ipucu aşağıdaki büyük ayrılmanın radyal düğüm sayısı n'ye göre grafiğinden bulunabilir. Farklı *Z*'ler için çizdiğimiz büyük ayrılmaların max1 ve min2 arasındaki farkı ($A_z$) *Z*'ye çok bağlıdır. Buradan yola çıkarak, $A_z$ ve diğer referans frekansları kullanarak *Z*'nin sismik yoldan hesaplanması için yeni bir yöntem geliştirdik. Bu yöntemle *Z*'yi yüzde 15 gibi bir duyarlılıkla sismik yoldan belirlenebilir.




Şekil 4. 1 $M_\odot$ ve farklı *Z*'li ANKİ modellerinin büyük ayrılmalarına karşı radyal düğüm sayısı (*n*).

*Y*'nin sismik yoldan belirlenmesi için bu sefer genliği min1 ile max2 arasındaki (dikey) fark ($A_y$) olarak alıyoruz. Aşağıdaki grafikte sismik yoldan hesaplanan *Y* ($A_y$) ile modelin *Y*'si arasındaki ilişki görülmektedir. Sonuç %10 hata payı ile oldukça başarılıdır.




Şekil 5. Sismik yoldan hesaplanan helyum bolluğuna karşı model helyum bolluğu.

Türettiğimiz bu ilişkilerin gözlemsel verilere uygulanması durumunda yıldız astrofiziğinin çok asli sorunlarına çok önemli çareler bulunabilir ancak bu sonuçların model bağlı olup olmadığı da açıklığa kavuşturulmalıdır.

### 3.1.3 ANKİ modellerinden elde edilen gridler ve yaş hesabı

Oldukça geniş bir kütle aralığında, 0.74-10.0 $M_{\odot}$, 0.01 $M_{\odot}$ arttırımı ile modeller üretilerek farklı amaçlar için kullanıma uygun gridler elde edildi ve literatüre sunuldu (Yıldız 2015). Bu gridlerde gözlemle kolayca kıyaslanabilmesi için renk hesabı Lejeune vd. (1998) tabloları kullanılarak yapıldı. Aynı tablodan bolometrik düzeltme de hesablandığından gridlerde mutlak parlaklık da verilmektedir.

Yörüngesi basık çift yıldızlardan bileşenleri birbirine yapılarını bozacak kadar yakın olanlarda eksen dönmesi gözlenmektedir. O-C analizinden bu hareketin periyodu (ya da eksen dönme hızı) elde edilebilmektedir. Bu eksen dönme hızı, genel göreliliğin sınırlı bir katkısı olmakla birlikte, ikinci yıldız harmoniği ile orantılıdır. İkinci yıldız harmoniği ise esas olarak bileşenlerin zarflarında kütlenin nasıl dağıldığına bağlıdır. Bu nedenle, düzenlediğimiz gridlerde ikinci yıldız harmoniği de listelenmiştir.

Aynı gridler gezegen barındıran yıldızların temel özelliklerinin hesabı için de kullanılmıştır. Bu amaç için, bu yıldızların kütle aralığı için farklı *Z*'ye sahip gridler de oluşturulmuş ve bu sistemlerin yaş hesabını yıldızların gözlenen kütle, yarıçap ve *Z* değerlerine dayalı olarak

yapan yeni bir yöntem geliştirilmiştir.

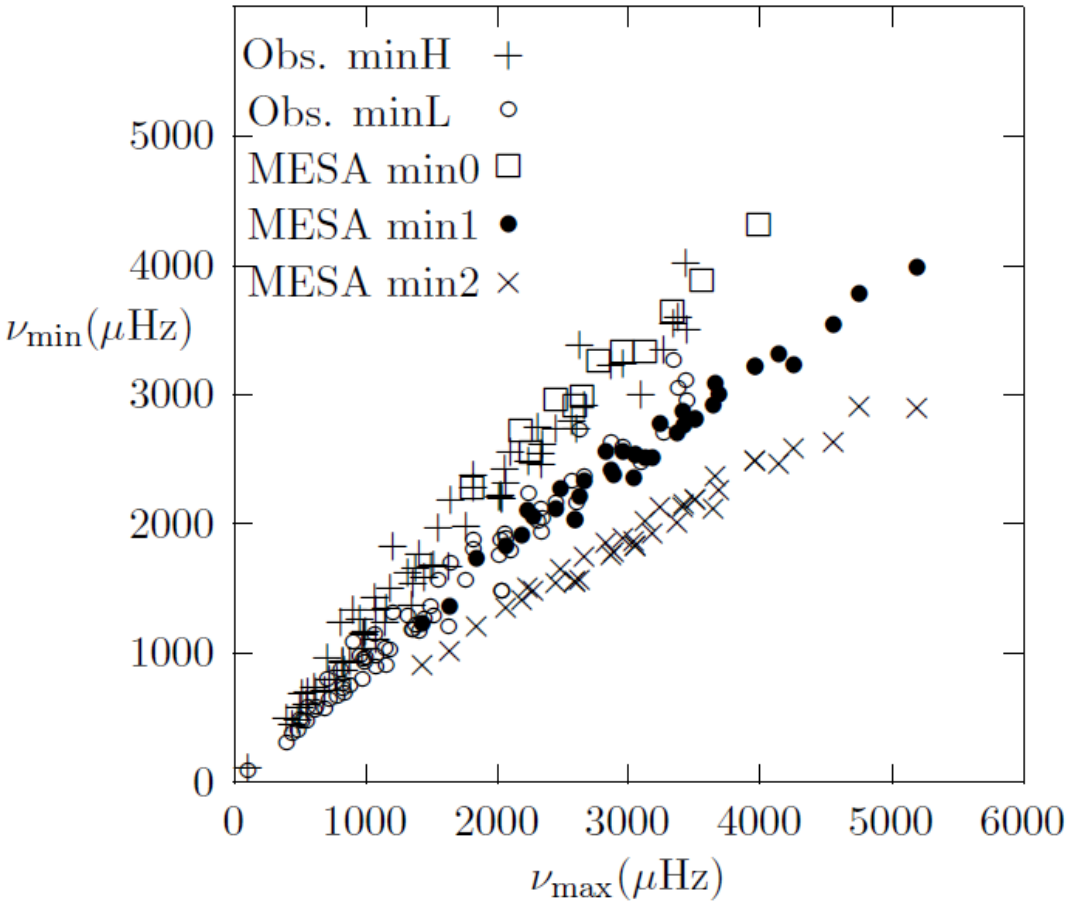
Yıldız astrofiziğinde neredeyse bütün özellikler kütle üzerinden işlenir ve anlatılır. Kütle çok başat bir parametre olmakla birlikte ağır element bolluğu vb parametreler de (dönme, hidrojen bolluğu vs.) yer yer kütleye rakip olmaktadır. Aynı kütleye sahip iki yıldızdan *Z*'si fazla olanın özeği daha soğuk olduğundan ışınımgücü de daha düşüktür. Işınımgücünü etkileyen bir faktör ise, yarıçap da dahil, bütün yapısal özellikleri etkiler. Bu nedenle, yarıçap özellikle de SYAK yarıçapı *Z*'ye de bağlıdır ve neredeyse kütleden bağımsız olarak anakol süresince yüzde 45-50 kadar artış gösterir. Geliştirdiğimiz yöntemde verilen *Z* ve *M* değerlerinden SYAK yarıçapını ve gözlenen yarıçapla SYAK yarıçapı arasındaki farktan (*ΔR*) anakolda ne kadar evrimleştiğini buluyoruz. *ΔR/R* değeri bize göreli yaşı verir, anakol yaşı ile çarptığımızda yıldızın (gezegenli sistemin) yaşını buluruz. Anakol yaşı da yine yıldız kütlesi ve *Z*'ye bağlıdır.

### 3.2 MESA yıldız evrim programıyla modeller

ANKİ evrim programıyla yapılan modellerinin benzerleri MESA evrim programı kullanılarak elde edildi. Böylece elde edilen sonuçların model bağımlı olup olmadığı da tespit edilebilir. ANKİ modellerini elde ederken yaptığımız gibi, MESA programıyla önce Güneş modeli elde edildi. Güneş değerleri X=0.70361, Z=0.0172 ve α=2.175 olarak bulundu. MESA modelleri için basit atmosfer modeli seçildi. Modellerin adyabatik titreşim frekansları yine ADIPLS paketi kullanılarak hesaplandı.

MESA model frekanslarında da ANKİ modellerinde olduğu gibi büyük ayrılmalarda dalgalanmalar göörülmektedir. Bu modeller için de min1 ve min2 referans frekanslarını hesapladık. Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının gözlenen titreşim frekanslarında da minimumlar gözlendi ve bu minimumlar minH ve minL olarak adlandırıldı. Gözlem ile model sonuçlarını doğru eşleştirmek gerekir. Şekil 6'da MESA modellerinin referans frekanslarının gözlemsel olanlarla, ANKİ frekanslarına kıyasla, daha uyumlu olduğu saptandı. Şekil 6 aynı zamanda eşleşmenin de genel olarak nasıl olduğunu da ortaya koymaktadır, minL min1'e denk gelmektedir. Modellerdeki min2'ler az sayıda yıldızda gözlenirken, minH modellerde min1'den daha yüksek frekanslar denk gelmektedir. Bu nedenle, Şekil 2'de de görülen sığ minimumların da (min0) frekanslarını belirledik. Şekil 6'da bu frekanslar da çizilmiştir. minH ile min0 büyük oranda örtüşmektedir.

Özellikle referans frekansları ile uyumundan dolayı, analizlerimizi esas olarak MESA modelleri üzerinden yapmaya başladık.




Şekil 6. MESA modellerinin hesaplanan adyabatik titreşim frekanslarından bulunan minimum frekansları ile gözlemsel frekanslardan hesaplanan minimum frekanslarının kıyaslanması.

### 3.2.1 $\Gamma_1$'in ölçeklendirme ilişkisindeki rolü üzerine

Bölüm 2.1.2'de ölçeklendirme ilişkisi anlatılmıştı. Literatürde sunulan bu ilişkiler (Denklem 2.10) $\Gamma_1$'in ve ortalama molekül ağırlığı $\mu$'nün sabit olduğu varsayımına dayanmaktadır. Elde ettiğimiz MESA modellerinde bu niceliklerin yüzey değerleri etkin sıcaklığa göre Şekil 7'de çizilmiştir. Ortalama molekül ağırlığı Güneş benzeri titreşim yapan yıldızların yüzeyinde pek bir değişiklik göstermezken, $\Gamma_{1s}$ çok ciddi değişikliğe uğramaktadır. $\Gamma_{1s}$ etkin sıcaklığın 5500 K olduğu civarda maksimum olmakta (yaklaşık 1.64) ve daha sıcak ve daha soğuk modellerde ise giderek azalmaktadır. Etkin sıcaklığın 7000 K olduğu durumda ise değeri 1.3 kadardır. Bu değişim önemli bir değişimdir ve mutlaka hesaba katılmalıdır. Şekil 7'de sunulan veriler kullanılarak $\Gamma_{1s}$ için aşağıdaki uyarlama formül elde edilmiştir.

$$\frac{1}{\Gamma_{1s}} = 1.6\left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff\odot}} - 0.96\right)^2 + 0.607. \tag{3.1}$$

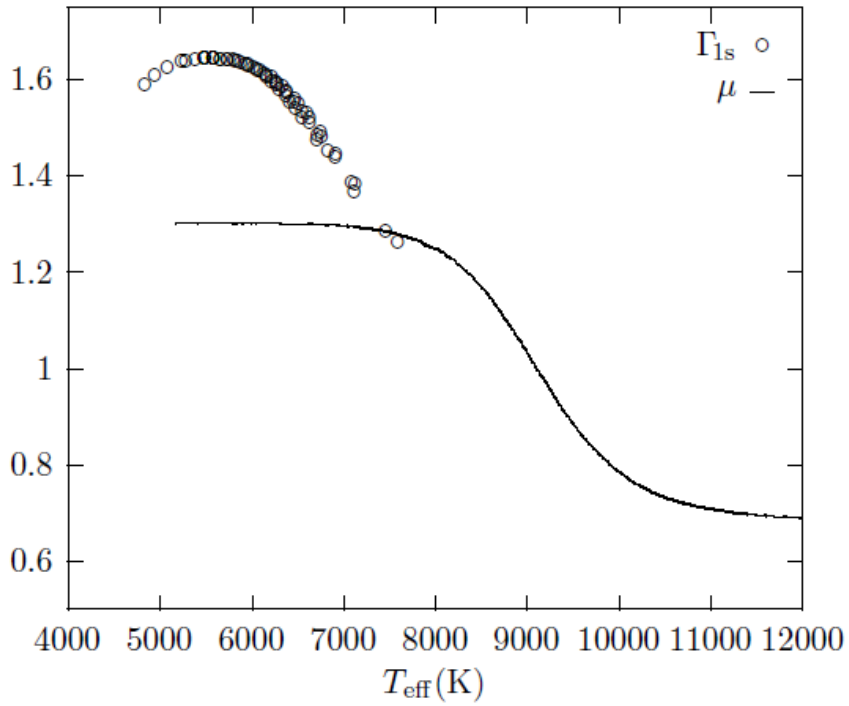
Ölçeklendirme ilişkisine $\Gamma_{1s}$ ses hızı ($c$) üzerinden dahil olur. Akustik kesme (cut-off) frekansı ortamdaki ses hızına bağlıdır:

$$\nu_{\rm ac} \sim \frac{c}{H}\left(1 - \frac{dH}{dr}\right) \tag{3.2}$$

Burada $H$ ölçek yüksekliğidir. Parantez içindeki ikinci terim basınç ölçek yüksekliği gradyentidir ve yıldız yüzeyinde $10^{-4}$ mertebesinde olduğundan ihmal edilebilir. Ses hızı için olağan açıklamasını ($c = \sqrt{\Gamma_1 P/\rho}$ ) Denklem 3.2'de yerine koyarsak

$$\nu_{\rm ac} = \frac{g}{\sqrt{\Re T_{\rm eff}}}\sqrt{\Gamma_{1s}\mu}. \tag{3.3}$$

açıklamasını elde ederiz.



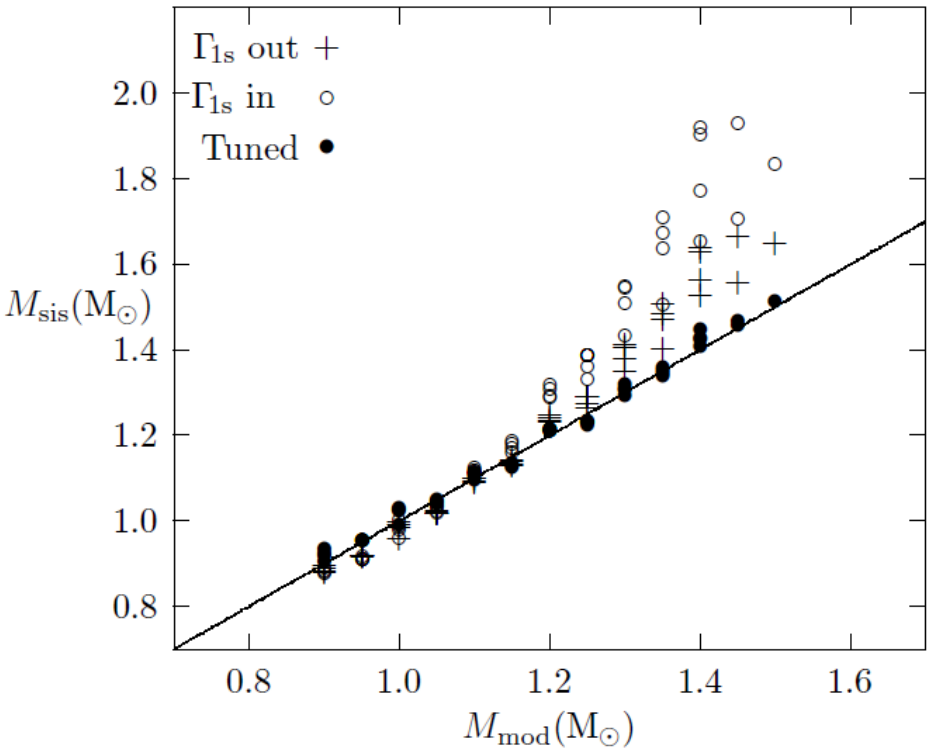

Şekil 7. Yıldızların yüzeyindeki $\Gamma_{1s}$ ve $\mu$'nün etkin sıcaklığa göre değişimi. Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar için $\mu$ pek değişiklik göstermezken $\Gamma_{1s}$ ciddi oranda değişmektedir.

Eğer ölçeklendirme ilişkisini yeniden türetirsek yıldız kütle ve yarıçapı için Güneş değerleri cinsinden aşağıdaki $\Gamma_{1s}$'li ilişkileri türetiriz;

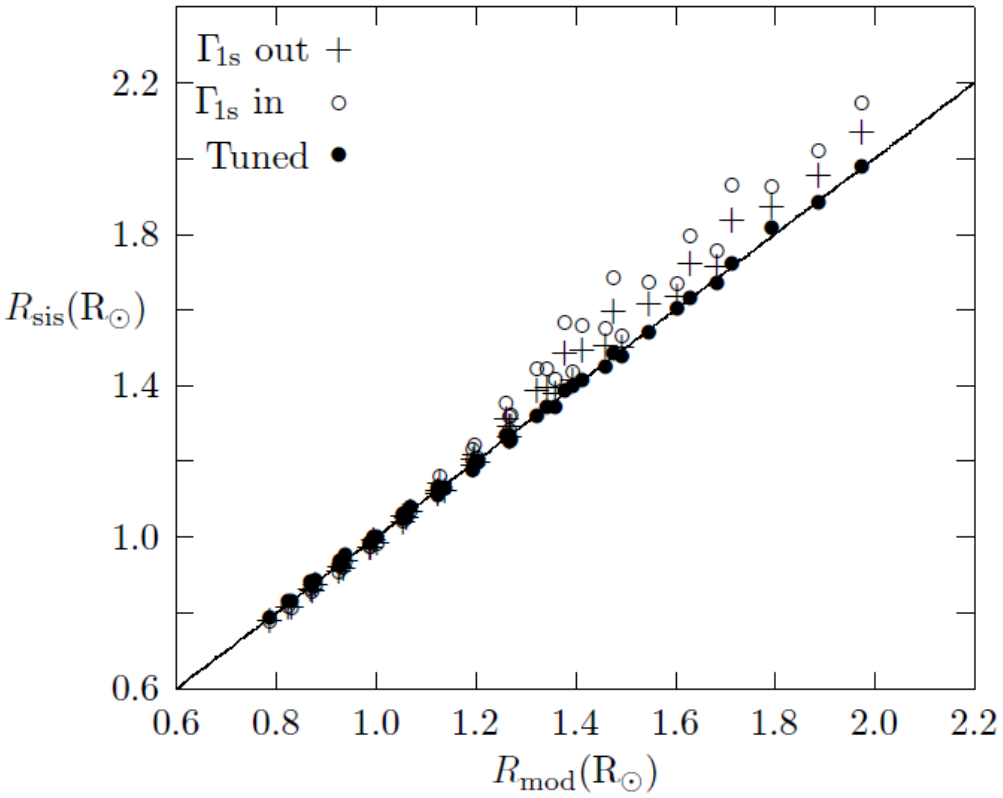
$$\frac{M_{\rm sca}}{M_\odot} = \frac{(\nu_{\rm max}/\nu_{\rm max\odot})^3}{(\langle\Delta\nu\rangle\,/\,\langle\Delta\nu_\odot\rangle)^4}\left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff\odot}}\frac{\Gamma_{1s\odot}}{\Gamma_{1s}}\right)^{3/2} \tag{3.4}$$

$$\frac{R_{\rm sca}}{R_\odot} = \frac{(\nu_{\rm max}/\nu_{\rm max\odot})}{(\langle\Delta\nu\rangle\,/\,\langle\Delta\nu_\odot\rangle)^2}\left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff\odot}}\frac{\Gamma_{1s\odot}}{\Gamma_{1s}}\right)^{1/2} \tag{3.5}$$

MESA modelleri kullanılarak, bu ilişkilerden elde edilen kütle ve yarıçaplar model değerlerine göre sırasıyla Şekil 8 ve 9'da çizilmiştir. Her iki şekil de gösteriyor ki eğer sadece kesme frekansı üzerinden $\Gamma_{1s}$'i dahil edersek durum daha sorunlu oluyor çünkü özellikle M>1.2 $M_\odot$ bölgesinde uyumsuzluk artıyor. O halde çok daha genel bir yaklaşıma ihtiyacımız var.




Şekil 8. Ölçek ilişkilerinden hesaplanan kütlenin model kütlesine karşı değişimi. Geleneksel ölçek ilişkisinden hesaplanan değerler "+", $\Gamma_{1s}$'in sadece akustik kesme frekansında dahil edildilmesiyle hesaplanan kütleler (Denklemler 3.4 ve 3.5) çember, $\Gamma_{1s}$'in tüm bağıntılarda hesaba katıldığı kütleler de içi dolu daireler ile gösterilmektedir (bkz Denklemler 3.8 ve 3.9).




Şekil 9. Ölçek ilişkilerinden hesaplanan yarıçapın model yarıçapına karşı değişimi. Semboller Şekil 8 ile aynı.

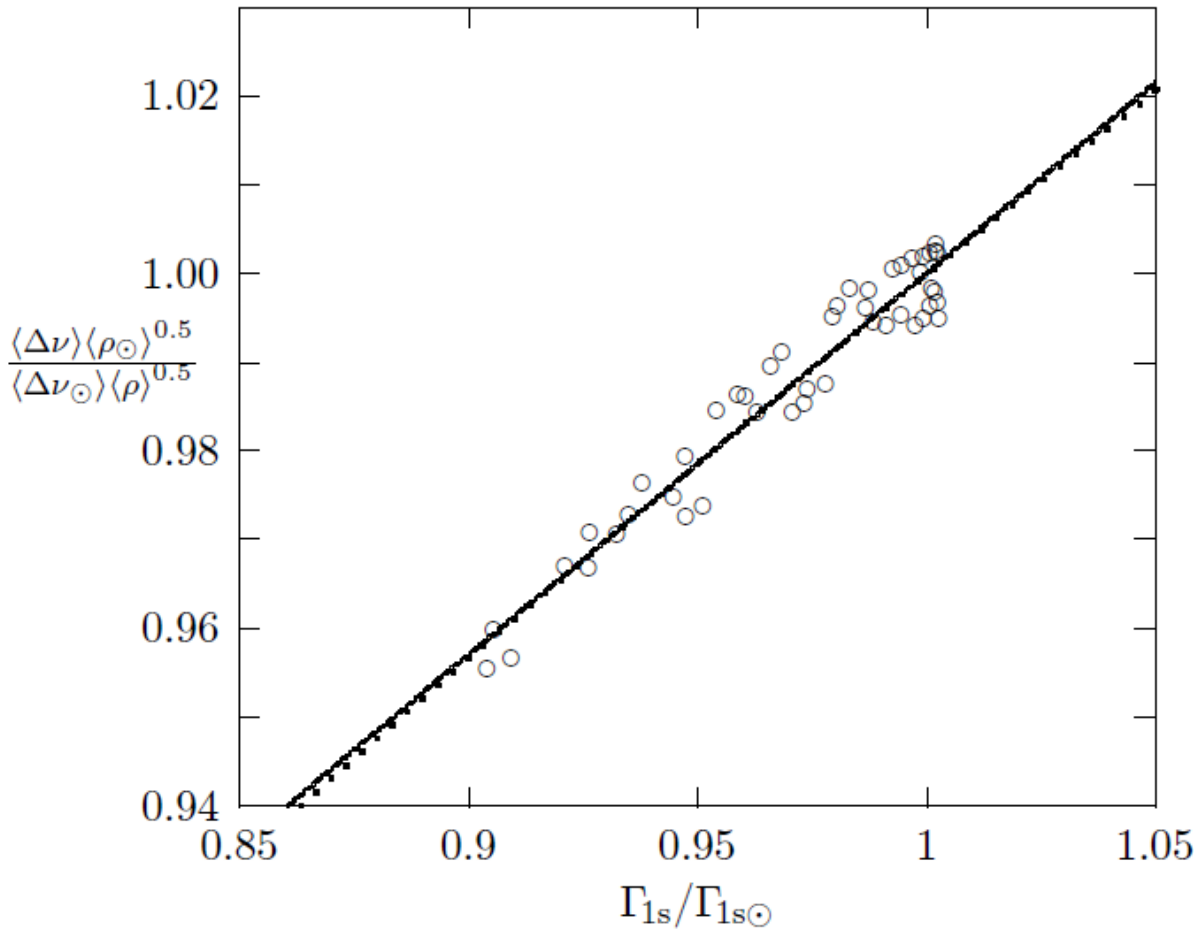
Daha genel yaklaşım ne olabilir? Eğer $\Gamma_{1s}$ değişkenlik gösteriyorsa yıldız parametreleri ile titreşim frekansları arasındaki diğer ilişkiler de kontrol edilmeli. Örneğin, büyük ayrılma ile ortalama yoğunluğun karekökü arasındaki ilişki. Şekil 10'da bu iki niceliğin oranı $\Gamma_{1s}$'e göre çizilmiştir. Geleneksel yaklaşım geçerli olsaydı bu oran 1 olmalıydı. Ancak, bu oran sabit değil ve dahası $\Gamma_{1s}$ ile doğrudan ilişkili. Bu ilişkiden elde edilen çizgi denklemi şöyledir:

$$\frac{\langle\Delta\nu\rangle \,/\, \langle\Delta\nu_\odot\rangle}{(\langle\rho\rangle \,/\, \langle\rho_\odot\rangle)^{1/2}} = f_{\Delta\nu} = 0.430\frac{\Gamma_{1s}}{\Gamma_{1s\odot}} + 0.570 \tag{3.6}$$

Geleneksel ölçeklendirme ilişkisinde sınanması gereken bir varsayım daha var; kesme frekansı ile maksimum genlik frekansı oranının sabitliği. Daha genel bir yaklaşımla

$$\nu_{\max} = f_\nu \nu_{\rm ac}. \tag{3.7}$$

olduğunu kabul edelim. Eğer $f_\nu$ sabit ise, yıldızdan yıldıza değişmiyorsa geleneksel yaklaşım geçerli demektir. Bu durumda en genel haliyle yeni ölçeklendirme ilişkilerini elde ederiz:




Şekil 10. Frekanslar arasındaki büyük ayrımın yoğunluğun karekköküne oranı $\Gamma_{1s}$'e karşı çizilmiştir. Literatürdeki varsayım geçerli olsaydı bu oran 1.00 olmalıydı. Oysa, bariz bir lineer ilişki vardır. Bu ilişki ilk kez bu proje kapsamında elde edildi ve ölçek ilişkilerine yansıtıldı.

$$\frac{M_{\rm sca}}{M_\odot} = \frac{(\nu_{\rm max}/\nu_{\rm max\odot})^3}{(\langle\Delta\nu\rangle\,/\,\langle\Delta\nu_\odot\rangle)^4}\left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff\odot}}\frac{\Gamma_{1s\odot}}{\Gamma_{1s}}\right)^{3/2}\frac{f_{\Delta\nu}^4}{f_\nu^3} \qquad (3.8)$$

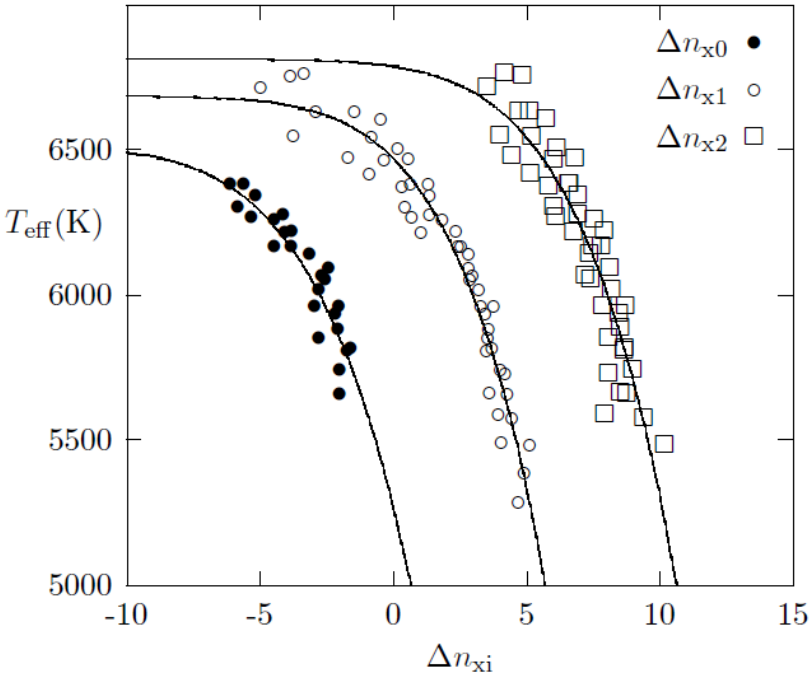
$$\frac{R_{\rm sca}}{R_\odot} = \frac{(\nu_{\rm max}/\nu_{\rm max\odot})}{(\langle\Delta\nu\rangle\,/\,\langle\Delta\nu_\odot\rangle)^2}\left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff\odot}}\frac{\Gamma_{1s\odot}}{\Gamma_{1s}}\right)^{1/2}\frac{f_{\Delta\nu}^2}{f_\nu} \qquad (3.9)$$

İki frekans arasındaki oranı bulmak için iki yolumuz var: birincisi yukarıdaki kütle denkleminde $M_{sca}$ yerine $M_{mod}$ alabiliriz ve $f_\nu$'nün neye bağlı olduğunu kontrol edebiliriz. Bu işlem yapıldığında görüyoruz ki $f_\nu$ de yine $\Gamma_{1s}$'e bağlı. Elde ettiğimiz bağıntı şu şekildedir;

$$f_\nu = 0.470 \frac{\Gamma_{1s\odot}}{\Gamma_{1s}} + 0.530. \tag{3.10}$$

İkinci yol ise aynı işlemi yukarıdaki yarıçap denklemi üzerinden yapabiliriz. Çok hoşnut edici durum şudur ki, ikinci yol da bize aynı $f_\nu$'yü veriyor. Demek ki geliştirdiğimiz formülasyon çok tutarlı ve bir o kadar da başarılı.

Bu denklemler uygulanarak Güneş dahil 90 yıldızın kütle ve yarıçapları hesaplandı ve literatürde verilen model hesaplarından bulunan sonuçlarla kıyaslandı (Tablo Ek-1). İncelenen yıldızlar arasında Procyon'un A baş bileşeni de var. Yakın zamanda bu yıldızın *Hubble Uzay Teleskobu* verilerinden türetilen temel özellikleri yayınlandı. Bu veri geliştirdiğimiz yöntemler hakkında iyi bir kriter olmaktadır.




Şekil 11. Etkin sıcaklığın maksimum genlik ile minimum frekansları arasındaki mertebe farkına karşı değişimi. Bu ilişkiler ilk kez bu proje kapsamında keşfedildi ve yıldızların asterosismik yollardan etkin sıcaklığının hesaplanması için uygulandı.

### 3.2.2 Yeni referans frekanslarına dayanan ilişkiler

Makale I'de ANKİ modelleriyle etkin sıcaklık için maksimum genlik ile min1 frekansları arasındaki mertebe farkı $\Delta n_{x1}$ cinsinden elde etmiştik. O çalışmada maksimum genlik frekansı için literatürdeki açıklama kullanılmıştı. Yeni elde ettiğimiz açıklama aşağıdadır;

$$\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max\odot}} = f_\nu \left( \frac{T_{\mathrm{eff}\odot}}{T_{\mathrm{eff}}} \frac{\Gamma_{1\mathrm{s}}}{\Gamma_{1\mathrm{s}\odot}} \right)^{1/2} \frac{g}{g_\odot}. \tag{3.11}$$

Bu açıklamayı kullanarak hesaplanan $\Delta n_{x1}$'e karşı etkin sıcaklık Şekil 11'de görülmektedir. Etkin sıcaklık için $\Delta n_{x1}$'e bağlı uyarlama formülü aşağıda verilmektedir.

$$\frac{T_{\mathrm{sis1}}(\Delta n_{\mathrm{x1}})}{\mathrm{T}_{\mathrm{eff}\odot}} = 1.157 - 1.093 \times 10^{-9} (\Delta n_{\mathrm{x1}} + 15)^{6.4} \tag{3.12}$$

Benzer şekilde $\Delta n_{x0}$ ve $\Delta n_{x2}$'e bağlı etkin sıcaklık açıklamaları, sırasıyla, şöyledir;

$$\frac{T_{\mathrm{sis0}}(\Delta n_{\mathrm{x0}})}{\mathrm{T}_{\mathrm{eff}\odot}} = 1.127 - 3.339 \times 10^{-9} (\Delta n_{\mathrm{x0}} + 20)^{6} \quad , \tag{3.13}$$

$$\frac{T_{\mathrm{sis2}}(\Delta n_{\mathrm{x2}})}{\mathrm{T}_{\mathrm{eff}\odot}} = 1.179 - 4.049 \times 10^{-9} (\Delta n_{\mathrm{x2}} + 10)^{6} \tag{3.14}$$

Bu denklemler son derece işlevseldir, etkin sıcaklık sadece titreşim frekansları kullanılarak bulunabilir. Bir yıldız için renkler ve tayftan duyarlı bir şekilde etkin sıcaklık elde edilmişse bu durumda asterosismik verilerin (özellikle maksimum genlik frekansının) nasıl bir değerinin olması gerektiği bulunabilir. Bu durumda, bu denklemleri iki yönde de kullanabiliriz: i) etkin sıcaklığı bulmak için, ii) etkin sıcaklık tayftan (örneğin) biliniyorsa maksimum genlik frekansını daha duyarlı elde etmek için.

Ölçek ilişkilerinin astrofizikteki rolünü başarılı bir şekilde yerine getirebilmesi için özellikle kütle ve yarıçapların da duyarlı bir şekilde elde edilmesi gerekir. Bunun için de büyük ayrılmanın, maksimum genlik frekansının gözlemsel verilerden yüksek bir duyarlılıkla elde edilmeli. Büyük ayrılma bu açıdan bir sorun teşkil etmezken aynı durum maksimum genlik frekansı için pek geçerli değil. Kuvvet tayfında tepe kısmı kimi kez çok düz bir sırt şeklindedir ve bazı sıcak F tayf türü yıldızlarda iki maksimum görülmektedir (Arentoft et al. 2008). Bu durumda yapılacak en uygun şey maksimum genlik frekansına alternatif başka frekanslar

bulmaktır. Bu proje kapsamında keşfedilen minimumların frekansları bu iş için çok uygun görünmektedir.

Yarıçap için min1 frekansını kullanarak aşağıdaki uyarlama formülünü elde ettik;

$$\frac{R_{\rm sis1}}{R_\odot} = \frac{\left(\frac{\nu_{\rm min1}}{\nu_{\rm min1\odot}}\right)^{0.156}\left(\frac{\langle\Delta\nu_\odot\rangle}{\langle\Delta\nu\rangle}\right)^{0.92}}{(1.14(r_{T\Gamma}-1.11)^2+0.98)(-0.64r_{\delta\Delta}+1.05)} \tag{3.15}$$

$$r_{T\Gamma} = \frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff\odot}}\frac{\Gamma_{1\odot}}{\Gamma_1},$$

$$r_{\delta\Delta} = \frac{\langle\delta\nu_{02}\rangle}{\langle\Delta\nu\rangle}$$

olmak üzere. Benzer şekilde kütle çekim ivmesi için de

$$\frac{g_{\rm sis1}}{g_\odot} = \frac{\left(\frac{\nu_{\rm min1}}{\nu_{\rm min1\odot}}\frac{\langle\Delta\nu\rangle}{\langle\Delta\nu_\odot\rangle}\right)^{0.58}}{(1.6(r_{T\Gamma}-1.06)^2+0.992)}. \tag{3.16}$$

Uyarlama formülünü türettik. Aynı açıklamaları (Denklem 3.15 ve 3.16) MESA modellerinden türetilen minimum frekansları arasındaki ilişkiden,

$$\left(\frac{\nu_{\rm min1}}{\nu_{\rm min1\odot}}\right) = \left(\frac{\nu_{\rm min0}}{\nu_{\rm min0\odot}}\right)^{1.042}, \tag{3.17}$$

yararlanarak min0 frekansları için de kullanabiliriz. Bu şekilde Rsis0 ve gsis0'ı da hesaplayabiliriz;

$$\frac{R_{\rm sis1}(Z)}{R_{\rm sis1}(Z=Z_\odot)} = \left(\frac{Z}{Z_\odot}\right)^{0.06}, \tag{3.18}$$

$$\frac{g_{\rm sis1}(Z)}{g_{\rm sis1}(Z=Z_\odot)} = \left(\frac{Z}{Z_\odot}\right)^{0.025} \qquad (3.19)$$

Her ne kadar küçük ayrılma ya da küçük ayrılmanın büyük ayrılmaya oranı iyi bir yaş belirteci olarak görülse de aslında ayrılmalardan göreli yaşı buluruz. Yani, yaş bölü anakol ömrü bulunur. Net olarak yaşı bulmak için anakol ömrünü bulmamız gerekir. Anakol ömrü de hem yıldız kütlesine hem de metal bolluğuna bağlıdır (hidrojen bolluğunun yıldızdan yıldıza pek değişmediğini varsayarak). Bu etkileri göz önünde tutarak yaş için aşağıdaki uyarlama formülü türettik;

$$t(\mathrm{Gy}) = \frac{a_t(Z)\,\langle\delta\nu_{02}\rangle\,/\,\langle\delta\nu_{02\odot}\rangle\,(M/\mathrm{M}_\odot)^{1.2} + b_t(Z)}{(M/\mathrm{M}_\odot)^{n_t(Z)}} \quad . \qquad (3.20)$$

Denklem 3.20'deki katsayılar metal bolluğunun fonksiyonlarıdır:

$$a_t(Z) = 9.84(0.931\left(\frac{Z_\odot}{Z} - 0.331\right)^{0.2} - 1.627),$$

$$b_t(Z) = 6.176\left(\frac{Z}{Z_\odot}\right) + 6.016 \quad ,$$

$$n_t(Z) = -0.2447\left(\frac{Z_\odot}{Z}\right) + 3.3848 \quad .$$

### 3.2.3 Başlangıç ağır element bolluğu

Hem yaş hesabı hem de kütle ve yarıçap hesapları için başlangıç ağır element bolluklarının hesaplanması gerekir. İlgilendiğimiz yıldızlar yavaş döndüklerinden yayılma (difüzyon) işleminin etkisiyle yüzey bolluğu başlangıç bolluğundan farklıdır. Bu amaç için yüzey bolluğundan yayılma işlemini de hesaba katarak başlangıç ağır element bolluğunu bulabiliriz.

Yayılma işleminin göz önünde tutulduğu ANKİ modellerinden elde edilen sonuçlara göre başlangıç ($Z_o$) ile yüzey ($Z_s$) ağır element bollukları arasındaki fark yaşın ve kütlenin fonksiyonudur:

$$\delta Z = Z_o - Z_{\rm s} = 5.69 \times 10^{-4}((M/\mathrm{M}_\odot)^{6.73} + 0.7)t_9^{0.9}$$

Burada $t_9$=$t$/$10^9$ yıldır.

Yıldız anakoldan uzaklaştıkça derinleşen konvektif katman önceden gömülmüş ağır elementleri yüzeye geri getirdiğinden ağır element bolluğu artmaya başlar. Bu durum için etkin sıcaklığın ve kütleçekim ivmesine bağlı olarak yeni bir parametre tanımlıyoruz.

$$x_{gT} = \frac{T_{\rm eff}}{\rm T_{eff\odot}} \log g - 3.35$$

.

Bu parametre cinsinden $Z_o$ ile $Z_s$ arasındaki ilişki

$$Z_{\rm o} = \frac{Z_{\rm s}}{1 - 0.526 x_{gT}}$$

eğer $x_{gT} > 0$ ise,

$$Z_{\rm o} = Z_{\rm s}/1.06$$

eğer $x_{gT} < 0$ ise.

$x_{gT} < 0$ olduğu durumda yıldız artık bir kırmızı dev olmuştur ve derinleşen konvektif zarfın sıcak tabanın sıcaklığı karbonun azota dönüşmesine elverişli olduğundan yüzey bolluğu başlangıç bolluğunu bir miktar (yüzde 6, Güneş kimyasal karışımı için) geçer.

### 3.3 AMP portalında model hesapları

AMP AARHUS yıldız evrim programını ve adyabatik titreşim frekansları için de ADIPLS paketini kullanan seçilen gözlemsel kısıtlara göre (constraints) otomatik uyarlamaktadır (fit). Gözlemsel kısıtlar arasında titreşim frekansları da dahil asterosismik olan ve olmayan çok sayıda parametre olduğundan uyarlama işlemi görece çok kısa sürede çok sayıda yıldız için gerçekleştirilmektedir (Metcalfe vd. 2011).

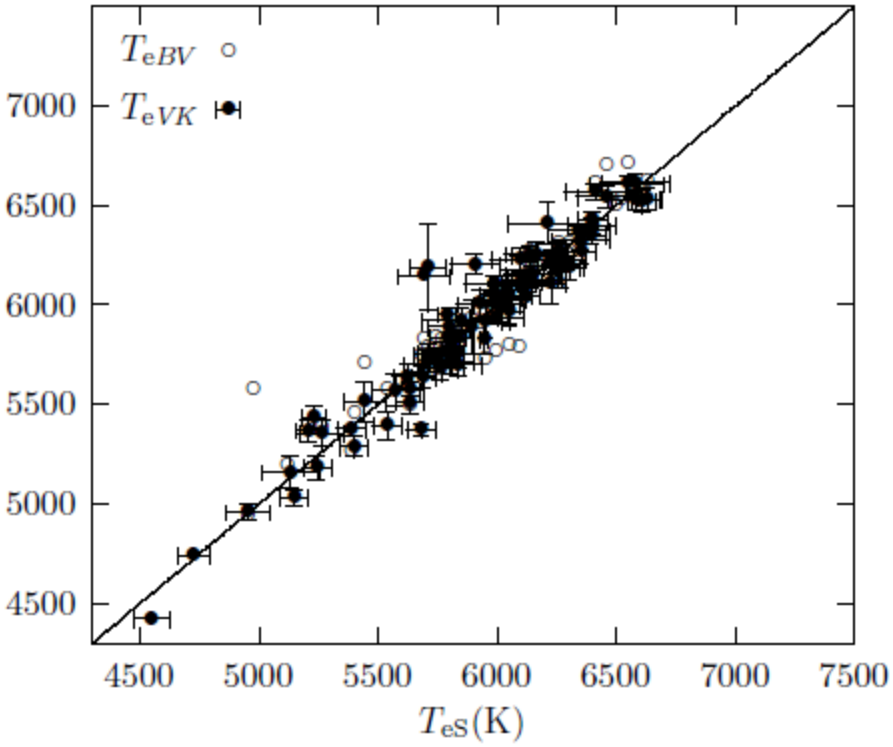
AMP'nin en önemli avantajlarından birisi yüzey etkisi kaynaklı düzeltmeleri de yaparak model frekanslarını gözlenen frekanslara çok iyi uyarlamasıdır. Bu portalda NASA Kepler KASOC WG1 PE6.5 projesi kapsamında 4 yıldızın modellerini yaparak ortak proje kapsamında yayınlanan makaleye katkıda bulunduk (Metcalfe ve ark. 2014).

# 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Proje kapsamında 100'e yakın Kepler ve CoRoT yıldızlarının gözlemsel titreşim frekansları asterosismolojik analize tabi tutuldu. Önceki bölümde farklı yıldız evrim programlarıyla üretilen içyapı modellerine ve onların adyabatik titreşim frekanslarına dayanan ve proje kapsamında üretilen ilişkileri uygulayarak yıldızların kütle, yarıçap, etkin sıcaklık, ağır element bolluğu, yaş, uzaklık parametreleri hesaplandı. Farklı yollardan hesaplanan kütle ve yarıçap değerlerinin kıyaslanmasından anlaşılıyor ki, bulgular 30-40 kadar yıldızlar için oldukça yüksek duyarlılığa sahiptir (bkz. Tablo 2).

Bu bölümde hem modellerden elde edilen bulgular irdelenecek hem de elde edilen kuramsal yöntemlerin gözlemsel verilere yapılan uygulama sonuçları sunulacaktır. Ayrıca, 90 yıldız üzerine elde ettiğimiz bulgulara dayanarak yıldızların dönme hız profillerinin ($v \sin i$) zamanla değişimi ile Gökadamızın ağır elementçe zenginleşmesine ilişkin ilk kez elde edilen bulgular tartışılacaktır.

90 yıldızın literatürden hem asterosismik hem de asterosismik olmayan gözlemsel verileri derlendi. Bu veriler görünür parlaklık (V), renkler (B-V ve V-K), tayftan türetilen etkin sıcaklık, kütleçekim ivmesi (log $g$), ağır element bolluğu ([Fe/H]), uzaklık ve titreşim frekanslarıdır. Bu yıldızların reklerinden de, log $g$ ve [Fe/H] değerlerini de kullanarak, etkin sıcaklığı bulduk. Böylece, asterosismik olmayan yollardan üç farklı etkin sıcaklık değeri edinmiş oluyoruz. Şekil 12'de renklerden elde edilen etkin sıcaklıklar ($T_{eBV}$ ve $T_{eVK}$ ) tayftan türetilmiş etkin sıcaklığa ($T_{eS}$) göre çizilmiştir. Genel olarak farklı yollardan hesaplanan etkin sıcaklıklar birbiriyle çok uyumludur. Özellikle $T_{eVK}$ ile $T_{eS}$ arasındaki uyum çok daha dikkat çekicidir, aradaki fark çoğu durumda 100 K'den daha azdır.




Şekil 12. Renklerden (*B-V* ve *V-K*) hesaplanan etkin sıcaklıklar literatürden derlenen tayf sıcaklıklarına karşı çizilmiştir.

### 4.1 ANKİ yıldız evrim programıyla üretilen modeller

Proje kapsamında ANKİ modelleri ile yapılan asterosismik çalışmaların bulguları iki ayrı makalede (Makale I ve II) yayınlandı. Bu kapsamda elde edilen en önemli sonuç literatürde $\nu_{max}$ için yaygın ve neredeyse tereddütsüz kullanılan açıklamanın bu haliyle geçerli olmadığına (ya da kısmen geçerli olduğuna) ilişkin elde ettiğimiz bulgudur. Daha sonraki çalışmalarda (Makale III ve IV), hem $\nu_{max}$ formülasyonunda hem de ölçeklendirme ilişkisinde ne gibi kuramsal değişiklikler olması gerektiği ortaya konmakta, yeni yöntemler geliştirilmekte ve uygulanmaktadır.

ANKİ modelleriyle yapılan modellere dayanan analizlerimizi bir önceki bölümde sunduk (bkz. Bölüm 3.1). Özellikle önemli olan bulgu yeni referans frekanslarının keşfi ve bu frekansların tanısal potansiyelinin $\nu_{max}$'tan çok daha yüksek olmasıdır. Yeni referans frekanslarının en önemli avantajı gözlemsel hata payı çok düşüktür. Yıldız kütlesi, örneğin, ölçeklendirme ilişkisine göre $\nu_{max}$'ın küpü ile doğru orantılıdır. Eğer $\nu_{max}$ yüzde 5 hata ile belirlenmişse kütledeki hata da yüzde 15 olur. Bu çok yüksek bir belirsizliktir.

Güneş benzeri titreşim yapan 100'e yakın yıldızın Kepler ve CoRoT gözlemlerine dayanan frekanslarını edindik. Birkaç tane de yer konuşlu gözlemlerden titreşim frekansları elde edilmiş yıldız var. Bu frekansların bir kısmı literatürde sunulmuştu bir kısmını ise Kepler projesi kapsamında katıldığımız çalışmalardan edindik. Bu yıldızların önemli bir kısmının AMP (Asteroseismic Modelling Portal) modelleri elde edilmiştir ve elde edilen sonuçlar literatürde yer almaktadır. İlgili kaynakları kullanarak her bir yıldızın tek tek sismik olan ve olmayan verilerini düzenli tablolar halinde elde ettik. Her bir yıldızın, Makale I ve II'nin temeli olan ve proje kapsamında keşfedilen yeni referans frekansları ($\nu_{min1}$ ve $\nu_{min2}$) analizi yapıldı. Bu yıldızların büyük çoğunluğunda hem birinci hem de ikinci minimum görülmektedir. Bazı yıldızlarda ise sadece bir minimum görülürken az sayıda da olsa üç minimumlu yıldızlar da vardır.

Modellerde $\nu_{min1}$, $\nu_{min2}$ ve $\nu_{max}$ frekanslarının kendi aralarında nasıl dağıldığını Makale I ve II'de sunmuştuk. Güneş değerleri ile yapılan modellere göre, kütlesi Güneş kütlesine yakın olan modellerde $\nu_{max}$ hem $\nu_{min1}$'den hem de $\nu_{min2}$ den büyüktür. Daha büyük kütleye doğru gidildikçe $\nu_{max}$ $\nu_{min1}$ 'e yaklaşmakta, 1.2 $M_{\odot}$ modellerinde ise $\nu_{min1}$= $\nu_{max}$ olmaktadır. 1.2 $M_{\odot}$'den daha büyük kütleli modellerde, kütle arttıkça $\nu_{max}$ bu kez $\nu_{min2}$'ye yaklaşmakta ve 1.47 $M_{\odot}$ civarındaki modelde ise $\nu_{min2}$= $\nu_{max}$ olmaktadır. Gözlemsel frekanslardan elde edilen minimumların frekansları ile kıyasladığımızda durumun biraz karışık olduğunu gördük.

Asterosismoloji üzerine yaptığımız araştırmalarda birçok keşif ortaya çıkmıştır ve çıkmaktadır. Makale I ve II'den sonraki elde ettiğimiz en önemli sonuç. Gözlemsel verilerde $\nu_{min1}$, $\nu_{min2}$ ve $\nu_{max}$ arasında büyüklük bakımından nasıl bir sıralama olduğudur. Şimdiye kadar tespit ettiğimiz en ilginç sonuç, yıldızların neredeyse tamamında $\nu_{min2} < \nu_{max} < \nu_{min1}$ şeklinde sıralanmış olmasıdır. Geniş kütle aralığı göz önünde tutulduğunda model ile gözlemsel frekansların farklı $\nu_{min1}$, $\nu_{min2}$ ve $\nu_{max}$ sıralaması göstermesi beklenmedik bir durumdu ve durumun açıklığa kavuşturulması için başka evrim kodları ile de model ve frekansları elde edilmeliydi (bkz Bölüm 4.2) ve gözlemlerdeki minimumların model minimumları ile nasıl eşleştiği bulunmalıydı (bkz Şekil 6).

### 4.1.1 HeII iyonlaşma mıntıkasının frekanslar üzerindeki etkisi

Asterosismoloji üzerine yaptığımız araştırmalarda kat ettiğimiz en önemli gelişmelerden birisi, helyum iyonlaşma mıntıkasının frekanslar üzerindeki etkisini bu mıntıkanın fiziği üzerinden açıklamamızdır. Böylece, büyük ayrılmaların dağılımında görülen minimumların He II iyonlaşma mıntıkası (ionization zone) tarafından nitelikçe nasıl belirlendiği analitik olarak ilk

kez gösterildi. Bu ilişkilendirme esas olarak ayrıştırma bağıntısı (dispersion relation) üzerinden ortaya çıkmaktadır. Ses dalgaları için ayrıştırma bağıntısı

$$\omega^2 = c^2|\mathbf{k}|^2$$

olarak bilinmektedir. Burada *ω, c* ve **k,** sırasıyla, açısal frekans, ses hızı ve dalga sayısı vektörüdür. Basit olsun diye sadece radyal modları (mod derecesi *l=0*) inceleyelim. Dalga sayısı vektörünün radyal bileşeni

$$2\pi/\lambda = \omega/c.$$

Buradan da,

$$\nu\lambda = c.$$

Eğer ortamda ses hızı sabit olsaydı dalga boyu sabit kalacaktı. Ancak, yıldız içerisinde ses hızı merkezden yüzeye negatif bir gradyente sahip olduğundan dalgaboyu da merkezden yüzeye giderek kısalmaktadır. Bazı modların yüzeye yakın ardışık düğümleri He II iyonlaşma mıntıkasının alt ve üst sınırlarına denk gelmektedir. Bu modlar en düşük (frekanslar arasında) *büyük ayrılmaya* sahip olmaktadır. He II iyonlaşma mıntıkasında birinci adyabatik üs ($\Gamma_1$) bir düşme gösterir. Ortamdaki ses hızı da $\Gamma_1$'e bağlı olduğundan ($c = \sqrt{\Gamma_1 \frac{P}{\rho}}$) belirli modların frekansları önemli miktarda farklılaşır.

Bu farklılaşmanın ne şeklide gerçekleştiğini daha iyi görmek adına önce iki duvar arasında tuzaklanmış farklı modlarda dalgaları düşünelim. Bütün modlar için her iki duvar da düğüm noktası olacağından her bir modun dalgaboyu iki duvar arasındaki mesafe cinsinden belirlidir. He II iyonlaşma mıntıkasındaki durumla benzeştirmek için, iki duvar arasındaki ses hızını dar bir katman hariç (bu dar katman He II iyonlaşma mıntıkasını temsil eder) $\delta c$ kadar artırdığımızı varsayalım. Bu durumda bütün modların frekanslarında bir artış olur. Mertebesi *n* olan mod için

$$\delta\nu_n = a_\nu \delta c_n/\lambda_n$$

olur. $a_\nu$ uygulanan kımıltının genliğidir ve en genel haliyle

$$a_\nu = (\delta\nu_n/\nu_n)_{\max} = (\delta c/c)_{\max}$$

şeklinde yazabiliriz. O zaman, frekanstaki artış

$$\nu_n = \nu_{n0} + \delta\nu_n \approx \nu_{n0} + a_\nu \frac{\delta c_n}{\lambda_n}$$

olur. 0 alt indisi başlangıç durumunu ($\delta c = 0$) temsil etmektedir. Büyük ayrılmayı,

$$\Delta\nu'_n = a_\nu \left( \frac{\delta c_n}{\lambda_n} - \frac{\delta c_{n-1}}{\lambda_{n-1}} \right)$$

olmak üzere,

$$\Delta\nu_n = \Delta\nu_{n0} + \Delta\nu'_n$$

şeklinde elde ederiz. Basit bir sistem için elde ettiğimiz bu ilişkiler yıldız içerisinde de geçerlidir. Yıldızların içerisinde ne ses hızı ne de He II iyonlaşma mıntıkasında ses hızındaki azlık ($\delta c$) sabittir. Zaten, büyük ayrılmalardaki değişim esas olarak ses hızı gradyentleri arasındaki farka $\left( \frac{\delta c_n}{\lambda_n} - \frac{\delta c_{n-1}}{\lambda_{n-1}} \right)$ bağlıdır. He iyonlaşma mıntıkası civarında bu gradyentleri düğümler (nodlar) arasındaki eğimden hesaplayabiliriz. Mertebesi *n* olan bir modun *k*inci ve (*k-1*)inci düğümlerinin He II iyonlaşma mıntıkasına alt ve üst sınırlarına denk geldiğini kabul edelim. Bu durumda,

$$\Delta\nu'_n = a_\nu \left( \frac{\delta c_{nk}}{r_{nk} - r_{nk-1}} - \frac{\delta c_{n-1k}}{r_{n-1k} - r_{n-1k-1}} \right)$$

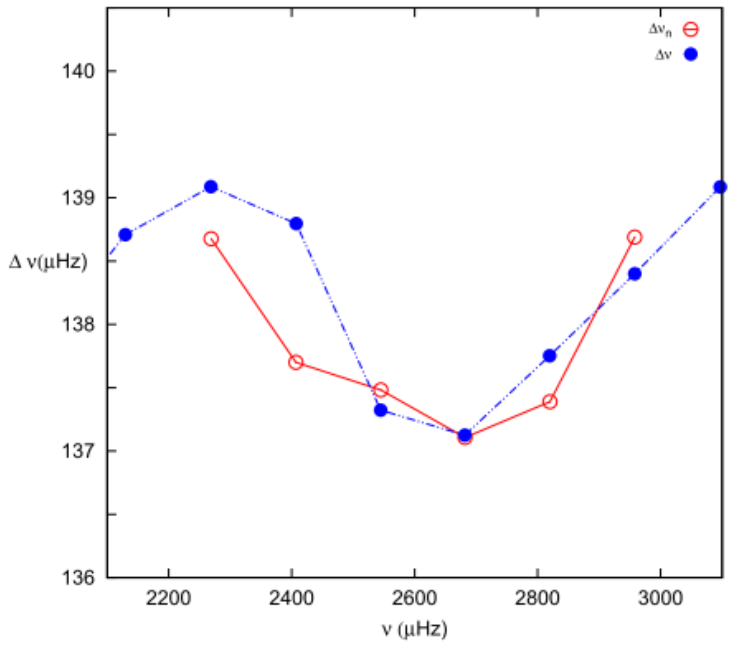
olur. $r_{nk}$ ve $r_{nk-1}$, sırasıyla, mertebesi *n* olan modun *k*inci ve (*k-1*)inci düğümlerinin konumunu temsil etmektedir. Bu konumların merkez hidrojen bolluğunun 0.35 olduğu 1 $M_\odot$ modeli için değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

$a_\nu$ 'yü modelin He II iyonlaşma mıntıkası civarındaki ses hızı gradyentinden 0.018 olarak bulduk.

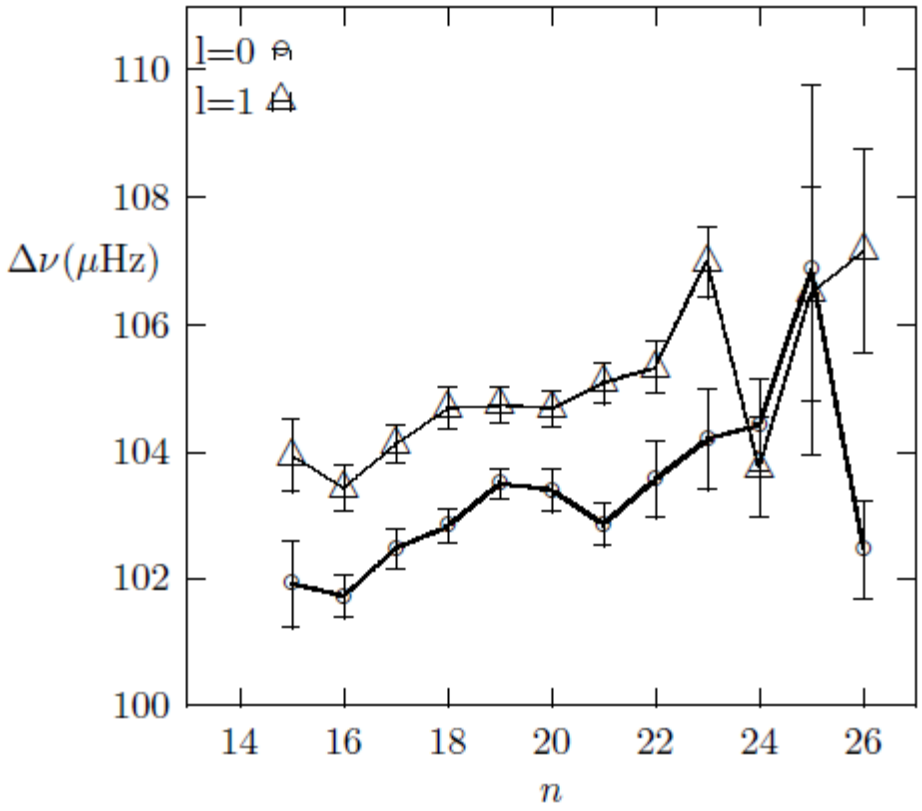
Burada geliştirdiğimiz formülasyon ile doğrudan doğruya frekanslardan hesaplanan büyük ayrılmalar Şekil 7'de frekansa göre çizilmiştir. Bu büyük ayrılmaların minimum civarındaki değişimleri nitelikçe aynıdır.

Tablo 1. Hidrojen bolluğunun 0.35 olduğu 1 $M_{\odot}$ modeli için bazı modların karakteristik özellikleri.

| $n$ | $\nu(\mu\mathrm{Hz})$ | $r_{nk}/R_{\mathrm{mod}}$ | $r_{nk-1}/R_{\mathrm{mod}}$ | $\Delta\nu'_n$ |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 2268.5601 | 0.9624 | 0.9796 | 1.977 |
| 16 | 2407.3562 | 0.9663 | 0.9818 | 1.001 |
| 17 | 2544.6794 | 0.9700 | 0.9837 | 0.783 |
| 18 | 2681.8049 | 0.9732 | 0.9853 | 0.407 |
| 19 | 2819.5566 | 0.9757 | 0.9866 | 0.689 |
| 20 | 2957.9563 | 0.9779 | 0.9877 | 1.989 |




Şekil 13. He II iyonlaşma mıntıkasının frekansların dağılımı üzerindeki etkisi.




Şekil 14. 16 Cyg A yıldızının Kepler verilerini kullanarak elde edilen titreşim frekanslarında tespit edilen minimumlar *n*= 16 ve 21'de görülmektedir.

### 4.2 MESA yıldız evrim programıyla üretilen modeller- Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının temel özellikleri

#### 4.2.1 Yeni Ölçeklendirme ilişkisine göre yıldızların temel parametreleri

Önceki bölümde açıklanan gerekçelerden dolayı ANKİ modellerinin analizine dayanan ilişkilerin model bağımlı olup olmadığının sınanması gerekir. Bu amaçla MESA yıldız evrim kodu (Paxton ve ark. 2011) kullanılarak ANKİ ile elde ettiğimiz modellerin benzerlerini elde ettik ve benzer analizler yaptık. İlişkilerden bazıları aynı kalırken bazılarında ciddi değişiklikler olduğunu gördük.

Geleneksel ölçeklendirme ilişkisinde $\Gamma_{1s}$'in sabit alındığı ve bu sabitliğin geçerli olmadığı Bölüm 4.2.1'de anlatılmış ve alternatif yeni ilişkiler türetilmişti (bkz Denklemler 3.8 ve 3.9). Kütle için en iyi kıyaslama Procyon A için yapılabilir. Astrometrik yöntemle Procyon'un A baş bileşeninin kütlesi 1.478 ±0.012 $M_{\odot}$ bulunmuş (Bond vd. 2015). İncelediğimiz yıldızlar içerisinde kütlesi asterosismik olmayan yöntemle bulunan tek yıldız bu yıldızdır (Güneş hariç). Geleneksel ölçek ilişkisi bu yıldızın kütlesini 1.63 $M_{\odot}$ olarak verirken, bu projenin

ürünü olan yeni ölçek ilişkisine göre kütle 1.46 $M_{\odot}$ çıkmaktadır. Eski ölçek ilişkisi kütleyi yüzde 10 hata ile tahmin ederken, yenisi kütleyi yüzde 1.5'ten daha duyarlı bir şekilde vermektedir (Yıldız vd. 2016, Makale III).

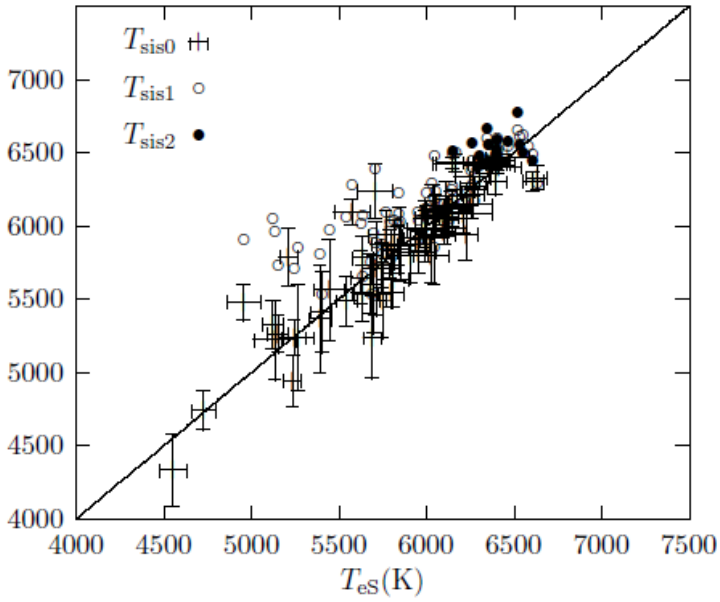
#### 4.2.1.1 Etkin Sıcaklıklar

Bizi en çok mutlu eden sonuçlardan birisi etkin sıcaklığın $\nu_{max}$ ve $\nu_{min1}$ ya da $\nu_{min2}$ arasındaki mertebe ($n$) farkı ($\Delta n_{x1}$) cinsinden elde edilmesidir. Örneğin, ANKİ modellerinden

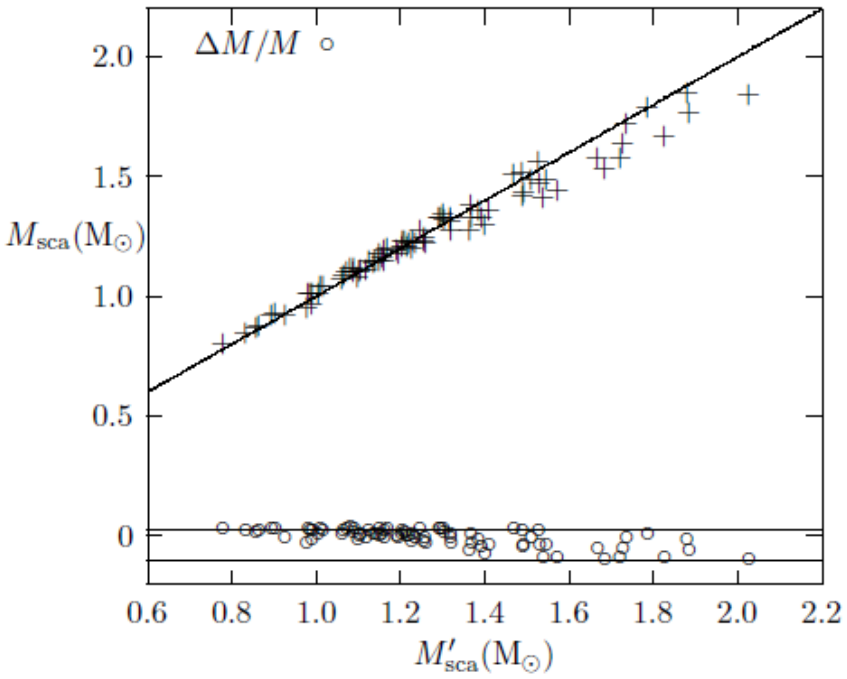
$$T_{\mathrm{eff},\Delta n} = (1.142 - 9.63\ 10^{-3}(\Delta n_{\mathrm{x1}} + 4)^{1.35})\mathrm{T}_{\mathrm{eff}\odot}$$

ilişkisini türetmiştik (Makale I). Benzer bir ilişkiyi de MESA modellerinden elde ettik. İlaveten min0 ve min2 için de Denklem 3.13 ve 3.14'ü ürettik. Şekil 10'da Kepler yıldızlarının sismik yoldan bulunan etkin sıcaklıkları tayftan bulunan etkin sıcaklığa karşı çizilmiştir. Genel olarak asterosismik etkin sıcaklıklarla $T_{\mathrm{eS}}$ arasında çok iyi bir uyum vardır. min2 sadece çok sıcak yıldızlarda görüldüğünden sadece sağ üstte görülmektedir. Etkin sıcaklığın 5500 K'den daha küçük olduğu durumda bazı yıldızların Tsis1'i bir fazlalık göstermektedir. Bu farklılığın nedeni bazı soğuk yıldızlarda düşük frekanslı modlar gözlenmediğinden min1 tam olarak elde edilememesidir. Bazı durumlarda da, maksimum genlik frekanlarındaki belirsizlikliktir.

Güneş için elde ettiğimiz sonuç ise mükemmeldir. Güneş'te üç minimum (min0, min1 ve min2) görüldüğünden, sadece frekanslardan üç ayrı sıcaklık hesabı yapabiliyoruz: $T_{\mathrm{sis0}}$ = 5742 K, $T_{\mathrm{sis1}}$ = 5831 K, $T_{\mathrm{sis0}}$ = 5840 K. Bu sıcaklıkların ortalaması ise 5804 K'dir. Bu değerler gözlemsel Güneş etkin sıcaklığına (5777 K) çok yakın değerlerdir. Etkin sıcaklık için asterosismik açıklamalar hiçbir kalibrasyon yapılmadığından bu sonuç aynı zamanda geliştirdiğimiz yöntemlerin mükemmelliğini ortaya koymaktadır, yeter ki titreşim frekansları yüksek duyarlılıkla saptanabilsin.



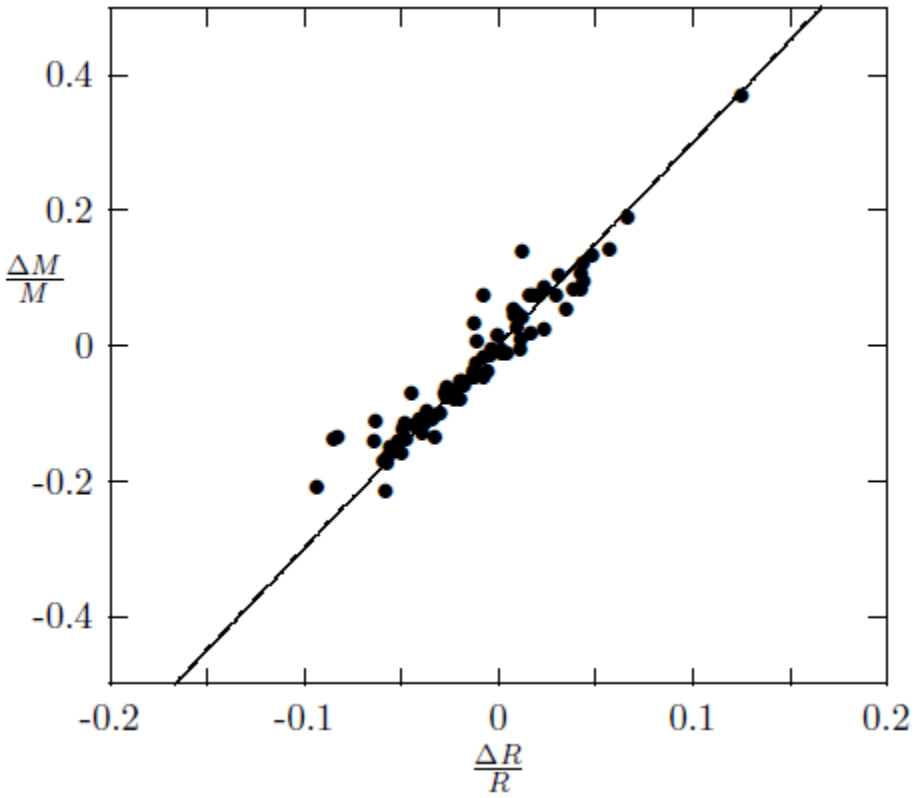

Şekil 15. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için sismik yöntemlerle hesaplanan etkin sıcaklıklar tayftan elde edilen etkin sıcaklığa karşı çizilmiştir. Min2 Güneş benzeri titreşim yapan en sıcak yıldızlarda saptandığından sadece bu yıldızlar için hesaplanabilmiştir.




Şekil 16. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için bu proje kapsamında geliştirilen ölçek ilişkisinden hesaplanan kütle literatürdeki ilişkiye göre hesaplanan kütleye karşı çizilmiştir. Aralarındaki fark yüzde 10'u bulmaktadır. Kütle için bu fark çok önemli bir farktır.

#### 4.2.1.2 Yeni Ölçek İlişkilerine Göre Kütle ve Yarıçap

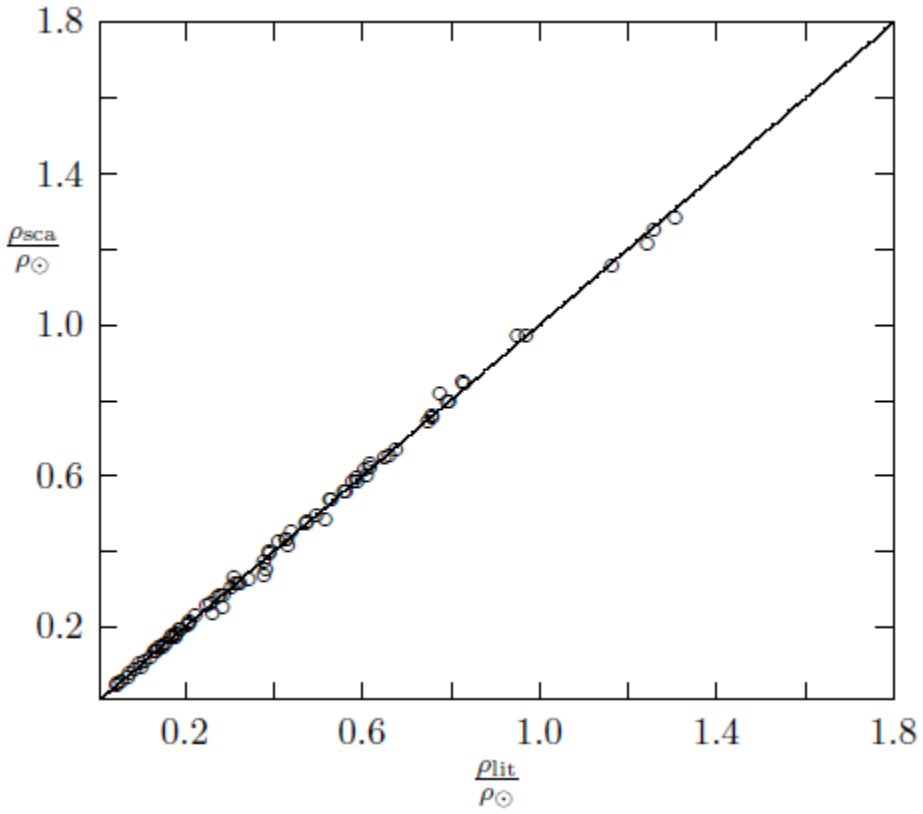
Eski ($M'_{sca}$; Denklem 2.10) ve yeni ($M_{sca}$; Denklem 3.8) ölçeklendirme ilişkilerinin verdiği kütleler arasında çok ciddi farklar vardır. Şekil 16'da Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için $M_{sca}$ $M'_{sca}$'ne karşı çizilmiştir. Küçük kütleler için fark yüzde 4 civarındayken daha büyük kütlelerde fark yüzde 10 civarındadır. Söz konusu olan yıldızların en temel parametresi kütle olduğu için bu yüksek belirsizlik seviyesidir.




Şekil 17. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için yeni ölçek ilişkisinden kütle ile literatürde saptanan kütle arasındaki kesirsel fark yarıçaplar arasındaki kesirsel farka karşı çizilmiştir. Sürekli çizgi $^{\Delta M}/_{M} = 3\,^{\Delta R}/_{R}$ ilişkisini temsil etmektedir. Bu durumun anlamı şudur, literatürde elde edilen iç yapılarından bulunan kütle ve yarıçaplar pek gerçekçi değildir. İç yapı modellerinde esas olarak yoğunluk kalibre edilmektedir (bkz. Şekil 19).

Şekil 17'de $M_{sca}$ ile literatürde içyapı modellerinden elde edilen kütlelere ($M_{lit}$) arasındaki kesirsel fark yarıçaplar arasındaki kesirsel yarıçapa karşı çizilmiştir. Kütledeki kesirsel farklar yüzde 20'yi bulurken yarıçaptaki farklar yüzde 7-8'e kadar çıkmaktadır. Daha ilginç olan

durum ise $\Delta M/M$ ile $\Delta R/R$ arasındaki ilişkinin $\Delta M/M = 3\,\Delta R/R$ lineer ilişkisiyle ortaya çıkıyor. Bunun anlamı şudur; çok farklı gruplar ve farklı yıldız evrim programlarıyla yapılan içyapı modellerinde esas olarak ortalama yoğunluk yıldızın ortalama yoğunluğuna uyarlanmaktadır. Bu durum Şekil 18'de açık bir şekilde görülmektedir. Bu grafikte yeni ölçek ilişkisinden hesaplanan yoğunluk ($\rho_{sca}$) literatürden elde edilen yoğunluğa ($\rho_{lit}$) karşı çizilmiştir. Kütleler ve yarıçaplar arasında ciddi farklar olmasına rağmen yoğunluklar arasında mükemmel bir uyum vardır.




Şekil 18. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için yeni ölçek hesabından türetilen yoğunluk literatürdeki iç yapı modellerinin yoğunluğuna karşı çizilmiştir. Kütle ve yarıçaplar birbirinden çok farklı oldukları halde yoğunluklar çok uyumlu çünkü frekanslar esas olarak ortalama yoğunluğa bağlı.

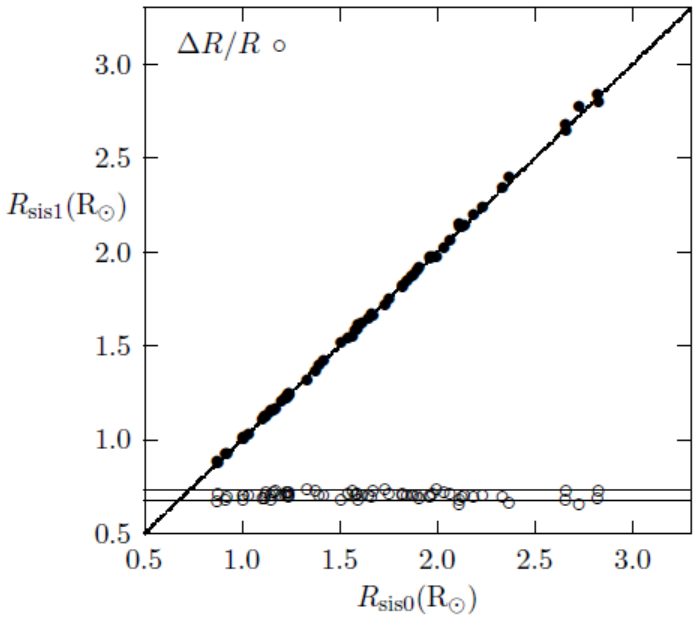
### 4.2.2 Yeni Referans Frekanslarına Göre Kütle ve Yarıçap

Daha önce de belirtildiği gibi ölçeklendirme ilişkisinde kullanılan $\nu_{max}$ çoğu durumda yüksek belirsizliğe sahiptir. Böyle bir durumda da bu ilişkilerden hesaplanan yarıçap ve özellikle de kütle yeterince yüksek duyarlılıkla hesaplanamaz. Bu nedenle, önceki bölümde (bkz Bölüm 3.2.2) duyarlılığı daha yüksek olan minimum frekansları cinsinden ilişkiler elde ettik. Bu

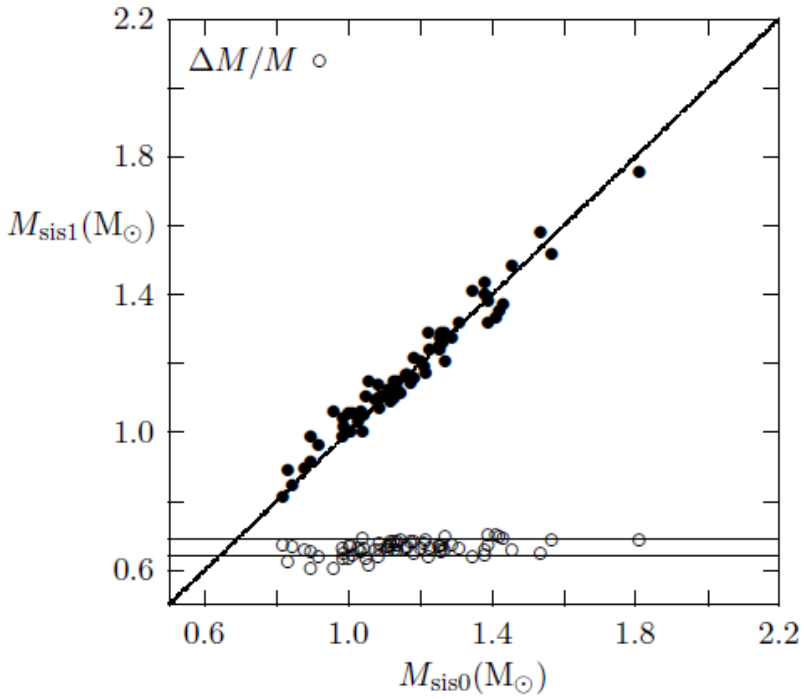
denklemleri uygulayarak hesapladığımız $R_{sis1}$ $R_{sis0}$'a karşı Şekil 19'da çizilmiştir. Bu iki yarıçap arasında uyum mükemmeldir, fark en fazla 0.01 $R_\odot$'tir. Kütleler arasındaki harika uyum da $M_{sis0}$'a karşı çizilmiş $M_{sis1}$ grafiğinde (Şekil 20) görülebilir. Bu sonuçlar literatürde asterosismik yollardan bulunan kütleler arasındaki en uyumlu sonuçlardır. Bu iki kütle arasındaki fark en fazla 0.03 $M_\odot$'tir. Bu farkın çok daha az olduğu, 0.02 $M_\odot$'den daha az, yıldızlar için ayrı bir tablo oluşturduk. Tablo 2'de bu yıldızların yeni ölçek ilişkilerinden ve min0 ve min1 frekanslarından bulunan kütle ve yarıçapları ve farklar sırasıyla listelenmiştir.

Tablo 2 En duyarlı kütle ve yarıçapı bulunan Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar listesi. $R_{sis1}$ ile $R_{sis0}$ arasındaki fark en fazla 0.007 $R_\odot$, $M_{sis1}$ ile $M_{sis0}$ arasındaki fark en fazla 0.02 $M_\odot$. Ölçek ilişkisinden kütle ve yarıçaplar düzeltilmiş $\nu_{max}$'dan hesaplanmıştır (bkz Bölüm 4.2.1). Procyon A'da min0 görülmediği halde listeye eklenmiştir çünkü asterosismik olmayan yollardan kütlenin gözlemsel değeri bulunmuştur, 1.478 $M_\odot$.

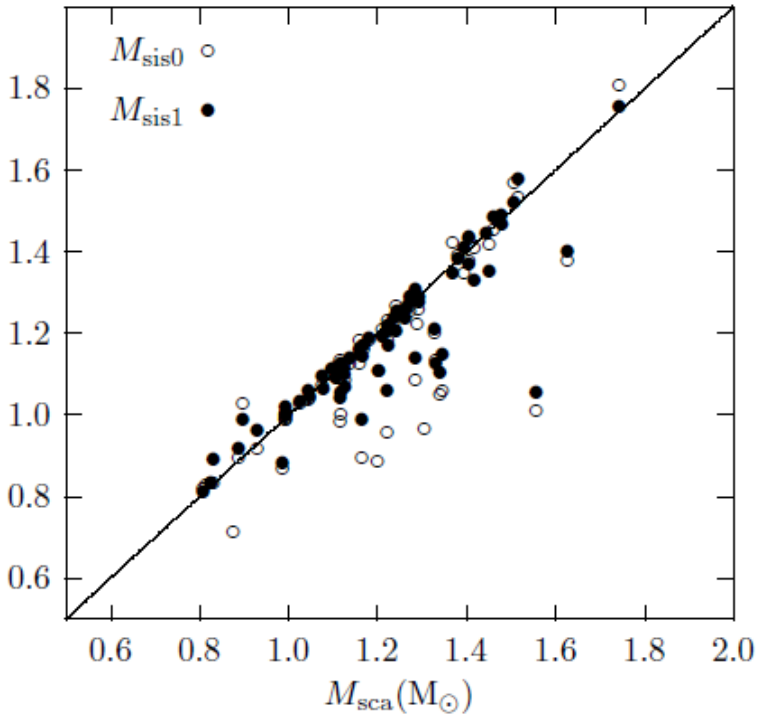
| Star | $M_{sca}$ $M_\odot$ | $M_{sis0}$ $M_\odot$ | $M_{sis1}$ $M_\odot$ | $\delta M_{01}$ $M_\odot$ | $R_{sca}$ $R_\odot$ | $R_{sis0}$ $R_\odot$ | $R_{sis1}$ $R_\odot$ | $\delta R_{01}$ $R_\odot$ | $Z_s$ | $Z_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3632418 | 1.27 | 1.27 | 1.29 | 0.019 | 1.85 | 1.84 | 1.85 | 0.005 | 0.0107 | 0.0171 |
| 5607242 | 1.18 | 1.15 | 1.14 | 0.012 | 2.37 | 2.39 | 2.38 | 0.004 | — | — |
| 5866724 | 1.25 | 1.25 | 1.25 | 0.000 | 1.41 | 1.42 | 1.42 | 0.000 | 0.0164 | 0.0230 |
| 5955122 | 1.24 | 1.22 | 1.24 | 0.012 | 2.10 | 2.14 | 2.14 | 0.004 | 0.0126 | 0.0192 |
| 6116048 | 1.03 | 1.03 | 1.03 | 0.005 | 1.23 | 1.23 | 1.23 | 0.001 | 0.0101 | 0.0150 |
| 6933899 | 1.17 | 1.16 | 1.17 | 0.007 | 1.61 | 1.61 | 1.62 | 0.002 | 0.0141 | 0.0225 |
| 7206837 | 1.38 | 1.39 | 1.38 | 0.009 | 1.59 | 1.59 | 1.58 | 0.002 | 0.0158 | 0.0240 |
| 7747078 | 1.16 | 1.13 | 1.15 | 0.020 | 1.96 | 1.96 | 1.97 | 0.006 | 0.0098 | 0.0145 |
| 7871531 | 0.81 | 0.82 | 0.81 | 0.005 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.001 | 0.0101 | 0.0135 |
| 8228742 | 1.26 | 1.26 | 1.26 | 0.005 | 1.82 | 1.82 | 1.82 | 0.001 | 0.0114 | 0.0182 |
| 8379927 | 1.12 | 1.11 | 1.12 | 0.015 | 1.12 | 1.12 | 1.12 | 0.003 | 0.0129 | 0.0153 |
| 8524425 | 1.13 | 1.09 | 1.07 | 0.017 | 1.81 | 1.82 | 1.82 | 0.005 | 0.0158 | 0.0218 |
| 8694723 | 1.12 | 1.12 | 1.11 | 0.005 | 1.53 | 1.54 | 1.54 | 0.001 | 0.0080 | 0.0128 |
| 8760414 | 0.83 | 0.83 | 0.83 | 0.001 | 1.04 | 1.03 | 1.03 | 0.000 | 0.0042 | 0.0061 |
| 9025370 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.002 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 0.000 | 0.0136 | 0.0175 |
| 9098294 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.006 | 1.16 | 1.15 | 1.15 | 0.001 | 0.0103 | 0.0152 |
| 9410862 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 0.007 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 0.001 | — | — |
| 9812850 | 1.29 | 1.29 | 1.27 | 0.013 | 1.76 | 1.75 | 1.75 | 0.003 | 0.0103 | 0.0165 |
| 10018963 | 1.26 | 1.25 | 1.24 | 0.016 | 1.96 | 1.97 | 1.97 | 0.004 | 0.0097 | 0.0155 |
| 10454113 | 1.18 | 1.18 | 1.18 | 0.002 | 1.26 | 1.25 | 1.25 | 0.000 | 0.0125 | 0.0165 |
| 10920273 | 1.20 | 1.11 | 1.11 | 0.000 | 1.90 | 1.87 | 1.87 | 0.000 | 0.0131 | 0.0186 |
| 11026764 | 1.33 | 1.14 | 1.13 | 0.009 | 2.14 | 2.06 | 2.06 | 0.003 | 0.0142 | 0.0191 |
| 11244118 | 1.33 | 1.20 | 1.21 | 0.009 | 1.69 | 1.65 | 1.65 | 0.002 | 0.0175 | 0.0280 |
| 11253226 | 1.63 | 1.38 | 1.40 | 0.020 | 1.70 | 1.58 | 1.58 | 0.004 | 0.0106 | 0.0169 |
| 11414712 | 1.11 | 1.09 | 1.11 | 0.016 | 2.20 | 2.23 | 2.24 | 0.006 | 0.0126 | 0.0155 |
| 11717120 | 0.99 | 0.87 | 0.88 | 0.015 | 2.33 | 2.32 | 2.33 | 0.007 | 0.0093 | 0.0088 |
| 11771760 | 1.81 | 1.47 | 1.46 | 0.004 | 3.16 | 2.97 | 2.97 | 0.001 | — | — |
| 12009504 | 1.14 | 1.13 | 1.14 | 0.012 | 1.39 | 1.39 | 1.39 | 0.003 | 0.0114 | 0.0170 |
| 12069424 | 1.05 | 1.04 | 1.05 | 0.005 | 1.22 | 1.22 | 1.22 | 0.001 | 0.0152 | 0.0209 |
| 12258514 | 1.21 | 1.21 | 1.19 | 0.017 | 1.59 | 1.59 | 1.58 | 0.004 | 0.0141 | 0.0225 |
| 2151 | 1.10 | 1.11 | 1.11 | 0.001 | 1.83 | 1.87 | 1.87 | 0.000 | 0.0119 | 0.0176 |
| 43587 | 1.08 | 1.07 | 1.09 | 0.019 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 0.004 | 0.0131 | 0.0187 |
| 49385 | 1.27 | 1.26 | 1.27 | 0.018 | 1.94 | 1.96 | 1.97 | 0.005 | 0.0149 | 0.0239 |
| Procyon | 1.48 | — | 1.47 | 0.010 | 2.04 | — | 2.01 | — | 0.0134 | 0.0215 |
| | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.000 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.000 | 0.0134 | 0.0167 |




Şekil 19. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min1 frekasından hesaplanan yarıçap min0 frekansından hesaplanan yarıçapa karşı çizilmiştir. Aralarındaki uyum mükemmeldir, fark en fazla 0.01 $\mathrm{R}_\odot$'tir.



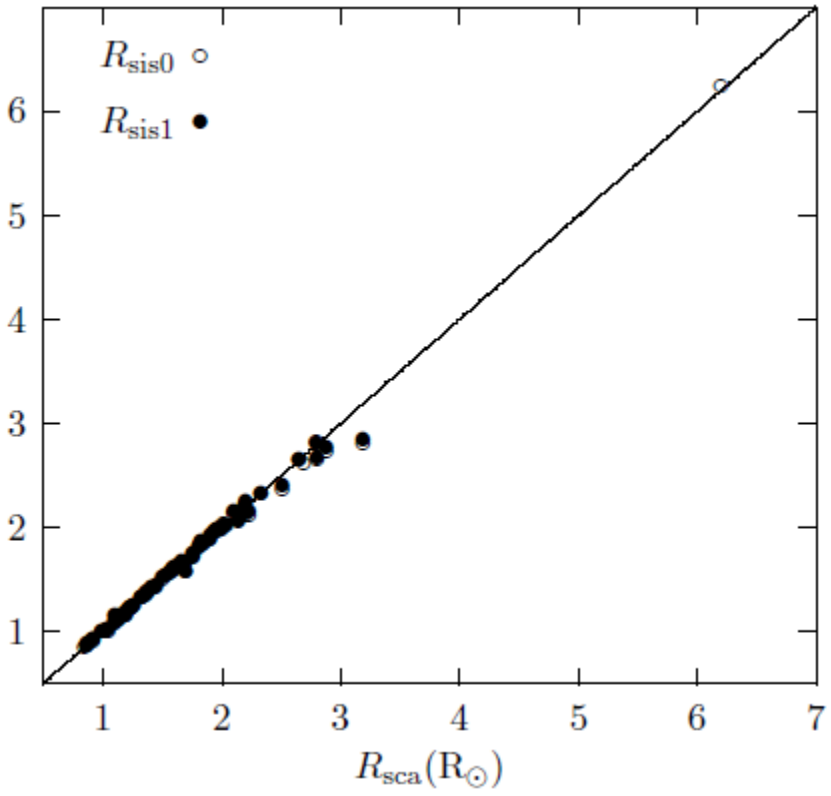

Şekil 20. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min1 frekansından hesaplanan kütle min0 frekansından hesaplanan kütleye karşı çizilmiştir. Aralarındaki fark en fazla sadece 0.03 $\mathrm{M}_\odot$'tir.




Şekil 21. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min0 ve min1 frekanslarından hesaplanan kütleler yeni ölçek ilişkisinden hesaplanan kütleye karşı çizilmiştir. Yeni ölçek ilişkisinde etkin sıcaklık uyumu için gereken düzeltilmiş maksimum genlik frekansı kullanılmıştır.

Daha önce belirtildiği gibi $\nu_{max}$ kuvvet tayfından çoğu durumda yüksek duyarlılıkla belirlenememektedir. Bu proje kapsamında geliştirilen yeni yöntemlerle etkin sıcaklık $\nu_{max}, \nu_{min1}$ ve $\Delta\nu$ frekans değerlerinden hesaplanmaktadır. Çoğu hedef yıldızı için literatürde etkin sıcaklık ($T_{\rm eS}$) değeri mevcuttur. Renklerden de etkin sıcaklık ($T_{\rm eBV}$ ve $T_{\rm eVK}$) hesabı yaptığımızdan, çoğu durumda her yıldız için asterosismik olan (2-3) olmayan (3) toplam 5-6 etkin sıcaklık değeri olmaktadır. Bazı durumlarda asterosismik etkin sıcaklıklarla asterosismik olmayan sıcaklıklar arasında sistematik bir fark ortaya çıkmaktadır. Benzer bir sistematik farklılık yeni ölçek ilişkilerinden bulunan kütle ve yarıçap ile minimum frekanslardan bulunanlar arasında da gerçekleşmektedir. Bu sistematik farklar bizi gözlemsel $\nu_{max}$ değerlerinde düzeltme yapmaya yönlendirmektedir. Çoğunlukla gözlemsel hata payları içinde kalan değişikliklerle asterosismik etkin sıcaklıklar asterosismik olmayan etkin sıcaklıklarla uyumlu yapılırken, $M_{\rm sca}$ ve $R_{\rm sca}$ da $M_{\rm sis}$ ve Rsis değerleriyle uyumlu olmaktadır. İzlediğimiz bu yolla ölçek ilişkilerini iki yönlü de kullanabileceğimizi göstermektedir. Ölçek

ilişkileri yıldızların temel parametrelerinin asterosismik niceliklerden hesaplanması amacıyla geliştirilmişse de, eğer bir yıldızın bir temel niceliği duyarlılıkla belirlenmişse eksik olan ya da duyarlılığı düşük olan asterosismik niceliğini bulmak için de kullanabiliriz.




Şekil 22. Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için min0 ve min1 frekanslarından hesaplanan yarıçaplar yeni ölçek ilişkisinden hesaplanan yarıçapa karşı çizilmiştir. Yeni ölçek ilişkisinde etkin sıcaklık uyumu için gereken düzeltilmiş maksimum genlik frekansı kullanılmıştır.

### 4.3 Gezegenlerin yapısı üzerine

Öte gezegenli sistemler üzerine yapılan çalışmalar da çok başarılı sonuçlar verdi. Özellikle hayli şişkin olan dev gaz gezegenlerinin bu şişkinliklerinin barınak (hosting) yıldız ve yörünge

parametrelerinin hangi parametrelerine nasıl bağımlılık gösterdiğine ilişkin çok önemli bulgular elde edildi. Bu proje kapsamında, gezegenlerin şişkinlikleri (yarıçapları) ile

i) aydınlatma (irradyasyon) enerjisi,
ii) yaş,
iii) gelgit etkisi ve
iv) moleküler ayrışma
v) ağır element bolluğu (metallik)

arasında yeni ilişkiler ilk kez elde edildi. Bu bulgular ayrıntılı olarak Yıldız ve ark. (2015b)'da sunulmuştur. Aşağıda, bu bulguların kapsamı hakkında ayrıntılı bilgiler verilmektedir.

Gezegenler hakkında son yıllardaki eşsiz keşiflerin sayesinde, gezegen bilimde müthiş gelişmeler gerçekleşmektedir. Bu alandaki gelişmelerin çok büyük bir kısmını Kepler ve CoRoT verilerine borçluyuz. Bu alanda keşfedilecek çok fazla şey olduğu açıktır. Temel motivasyonu yaşama elverişli gezgen araştırmaları olan bu çalışmaların sunduğu veriler gezegenli sistemlerin oluşumu ve evrimini anlamamız açısından hazine kıymetindedir.

Keşfedilen gezegenlerin fiziksel özelliklerine bakıldığında çok ilginç durumlar saptanmaktadır. Örneğin, Jupiter kütlesine yakın dev gaz gezegenlerinin yarıçapları Jupiter yarıçapının iki katını bulmaktadır. Nasıl bu kadar şişmiş olabilirler? Bir diğer ilginç durum, bu gezegenlerin bazıları barınak yıldızına çok yakın (0.02 AB'ye varana kadar). Gezegen oluşum kuramına göre bu gezegenler bu yakınlıkta oluşmuş olamazlar. Bu durumda oraya daha sonra göç etmiş olmalılar. Nasıl? Gezegen bilimde, yanıtlanması gereken bu gibi asli sorularla karşı karşıyayız. Zamanla bir değişim (gezegenlerin hem temel –kütle, yarıçap- hem de yörünge -yarı büyük eksen, periyot- özelliklerinde) gerçekleşiyorsa, bu durum sistemlerin (yani yıldızların) yaşlarının hesaplanmasıyla test edilebilir. Bu bakımdan, yaş hesabı özel bir önem kazanmaktadır.

Dev gaz gezegenlerinin yarıçapları kütlelerinden (0.4-4.5 $M_{jüpiter}$ aralığında) bağımsız görünmektedir. Yukarıda da bahsedildiği gibi bazı gezegenlerin yarıçapları Jupiter yarıçapının iki katını geçmektedir. En şişkin gezegenler aydınlatma enerjisini en fazla alanlardır. Aydınlatma enerjisi, bir gezegenin barınak yıldızından aldığı akıdır. Bu akı, yıldızın ışınımgücü ve aradaki uzaklığa bağlıdır. Verilen bir akı için gezegenin ne kadar şiştiği o gezegenin kütlesine bağlıdır. Yani, farklı kütle aralıkları için farklı ilişkiler söz konusu. Bu irdelemeler literatürde yer almaktadır. Öte yandan, ideal gaz denklemi üzerinden bakarsak, bir gezegenin ne kadar şişeceği gram başına ne kadar ısı verdiğimizle alakalı. Bu durumda,

yarıçap-akı yerine yarıçap-enerji/gram/saniye ilişkisine baktığımızda bütün dev gaz gezegenlerinin tek bir ilişkiye uyduklarını gördük. Yaptığımız analizlerin sonucunda dev gaz gezegenlerin şişkinliğini belirleyen en önemli unsurun barınak yıldızından birim zamanda birim kütle başına aldığı enerji olduğunu saptadık.

Gezegenli sistemlerin nasıl evrimleştiği önemli bir sorudur. Bu bakımdan barınak (host) yıldızın gözlenen özelliklerinden (kütle, yarıçap, ışınımgücü ve ağır element bolluğu) sistemin yaşı bulunabilir. Yapılan model hesapları her ne kadar otomatik olsa da yine de tek tek yıldızlar için yapılan hesaplar çok vakit almaktadır. Çünkü gözlenen niceliklerin hata payları nispetinde girdi parametrelerinin her birinin alt ve üst limitleri için yeniden hesaplama yapmak gerekmektedir. Otomasyonun yanı sıra yıldızların model için girdi parametrelerinden uygun olanlarının doğrudan hesaplanması da son derece önemlidir.

ANKİ koduyla elde edilen modellere dayanan bir yöntemle 0.7-1.5 $M_{\odot}$ kütle aralığındaki barınak yıldızların yaşları hesaplandı. Bu yaşlardan yıldızların kütle, yarıçap ve ağır element bolluklarından yaş hesabı için uyarlama bir yöntem geliştirildi. Yaşın iyi hesaplanması ağır element bolluğunun iyi hesaplanmasına bağlıdır. Ağır element bolluğu, sadece yaş üzerinde değil genel olarak yıldızların evrim ve yapısı üzerinde çok önemli bir role sahip olduğundan, ağır element bolluğunu gözlemsel verilere dayanarak hesaplamak için yeni bir yöntem geliştirildi ve bu yıldızlara uygulandı.

Yıldızların, yapısı ve evrimi açısından, en önemli parametresinin kütlesi olduğu genel olarak kabul edilir. İkincil önemli rollerden birisi ağır element bolluğuna aittir. Doğrusu kimi durumlarda çok çok önemli bir parametredir. Maalesef, gözlemsel veriler [Fe/H] ölçümüne dayanmaktadır ve çoğu ölçüm ancak fikir sahibi olmamıza yetiyor. Bunda önemli bir faktör soğuk yıldızlarda en bol ağır elementlerin (oksijen, azot, karbon ve neon) bolluk analizi için ya hiç (neon) ya da kısmen kaliteli çizgiler vermesidir. Model hesabı için daha duyarlı Z değerine ihtiyacımız var. *Normal* yıldızlarda en bol bulunan ağır element oksijendir, ölçümler ise büyük oranda demir için yapılmaktadır. Maalesef, çok az yıldız için genel olarak Z'yi elde edebileceğimiz kadar ayrıntılı bolluk analizi var. Ek olarak soğuk yıldızlarda hiçbir çizgi vermeyen asal gazlar var. Z için genel olarak uygulanan yöntem [Fe/H] değerinin ters logaritmasını alıp çıkan sayıyı Güneş Z'si ile çarpmaktır. Ancak, Fe Güneş ve diğer yıldızlarda en bol ağır elementler arasında değildir ve gözlemsel verilere göre [O/Fe] aranı ile [Fe/H] arasında ters bir ilişki söz konusu (Edvardsson ve ark. 1993). Bu durumda doğrudan [Fe/H] değerinden Z yi hesaplamak iyi bir yol değildir. Doğrudan [Fe/H] değerini kullanmak yerine gözlemsel verilerden [Fe/H] ile [O/H] arasındaki ilişkiyi türetip [Fe/H] değerinden [O/H]

değerini elde ediyoruz ve bu değerden Z'yi hesaplıyoruz. İki yöntemle, [Fe/H] değerinin doğrudan kullanılması ile [O/H] değerinin kullanılması, elde edilen Z'ler arasında çok ciddi farklar vardır. Örneğin, metalce en zengin gezegenli sistemlerin doğrundan [Fe/H]'in kullanılması durumunda elde edilen Z=0.05 iken [O/H] yoluyla Z=0.025 olmaktadır. Bu demektir ki, [Fe/H]'den hesaplanan Z çok fazladır. Bu fazlalığın etkisi gezegenli sistemlerin yaş hesabında da kendini göstermektedir. Bu etkiye aşağıda değineceğiz.

Anakol evrimini göz önünde tutarak, yıldızların evrim sürecinde en çok ve monotonik bir şekilde değişen gözlenebilir parametreleri ışınımgücü ve yarıçaplarıdır. Geçiş (transit) yöntemiyle keşfedilen ve gezegenli sistemlerin yarıçaplarının daha duyarlı saptanmasından dolayı yaş belirteci olarak yarıçapı ele aldık. Kütleden neredeyse bağımsız olarak, belirli bir modelin anakol ömrünün sonundaki (TAMS) yarıçapının başındaki (ZAMS) yarıçapına oranı yaklaşık 1,5 olmaktadır. Demek ki, biz bir yıldızın yarıçapını ZAMS yarıçapına bölersek o yıldızın göreli yaşını bulabiliriz. Oran bir ise yıldızın yaşı ZAMS yaşı, 1,5 ise TAMS yaşı olur. Daha fazla detaya gitmeden, bu noktadan sonraki iki önemli işin birincisi verilen kütle ve ağır element bolluğu için ZAMS yarıçapını diğeri de TAMS yaşını bulmaktır. Böylece, yıldızın göreli yarıçapını bulup TAMS yaşıyla çarparak yıldızın (ve gezegenli sistemin) yaşını buluyoruz.

Gezegenli sistemler için bulduğumuz yaşlar 0.3 ile 11.1 milyar yıl arasında değişmektedir. Bu yaşları hesaplarken ağır element bolluğunu [O/H] değerini [Fe/H] değerinden hesaplayarak elde ettiğimiz ağır element bolluklarını kullandık. Eğer ağır element bolluğunu doğrudan [Fe/H] değerinden hesaplarsak yıldızların yaşları için 17 milyar yıla varan değerler elde ediliyor. Bu değer gökadamızın yaşından (13.4±0.8 milyar yıl; Pasquini et al. 2004) çok fazladır. Bu sonuç, bize, ağır element bolluğu için geliştirdiğimiz yeni yöntemin daha geçerli olduğunu göstermektedir.

Gelgit etkisinin ısıtma mekanizması Storch ve Lai (2014)'nin geliştirdiği yöntemle hesaplandı. Şişkin dev yıldızların yarıçaplarından aydınlatma enerjisinin etkisi çıkarıldıktan sonra, yarıçapla yörünge enerjisinin ısı enerjisine dönüşme hızı arasında lineer bir ilişki bulundu. Gelgit etkisinin gezegen yarıçapı üzerindeki etkisi için güçlü sayılabilecek belirtiler bulunmaktadır. Öncelikle, belirtmeliyiz ki, gelgit etkisi iki durumda gezegenin ısıtılmasına sebep olabilir: 1) gezegenin yörüngesi eliptik ise ve/veya 2) gezegen kendi ekseni etrafında senkronize dönmüyorsa. Literatürde birinci durum için yörünge enerjisinin gezegeni şişiren ısıya dönüşüm hızı (dE/dt) için geliştirilmiş kuramlar vardır. Biz, bunlardan, Storch ve Lai (2014) yaklaşımını kullandık. Bu etkiyi ancak yörüngesi basık olan gezegenler için

hesaplayabiliriz. Ancak, analizlerimizde kullandığımız TEPCat kataloğunda (Southworth 2011) yer alan verilere göre az sayıda dev gaz gezegeninin yörüngesi basıktır. Şanslıyız ki, yakın zamanda Knutson vd. (2014) önceden dairesel kabul edilen birçok yörüngenin aslında eliptik olduğunu belirlemiş. Yıldızın aydınlatma akısının (irradiation flux) gezegen yarıçapı üzerindeki etkisini çıkarıp, kalan net yarıçapın logaritmasını log(dE/dt)'ye göre çizdirdiğimizde, lineer bir ilişki saptadık. Elde ettiğimiz sonuçlara göre gelgit etkisi %10-15'e varan miktarlarda gezegen yarıçapını arttırmaktadır.

Bir diğer önemli gelişme de moleküler ayrışmanın gezegen yarıçapında nasıl etkili olacağına dair ilk kez bir yol ortaya konmasıdır. Moleküler ayrışmanın dev gaz gezegenlerin yarıçapı üzerindeki etkisi ilk kez bu proje kapsamında dile getirilmiş ve yaklaşımımız makalede anlatılmıştır. Aşağıda moleküler ayrışmanın etkisi için birbirinden farklı iki yöntem önermekteyiz.

Bazı dev gaz gezegenlerin, özellikle de fazla ısıtılanların, diğerlerinden ekstradan %30 kadar daha fazla yarıçapa sahip olduğunu saptadık. Bu durumdan moleküler ayrışma sorumlu olabilir. Moleküler ayrışmanın yarıçap üzerinde elde ettiğimiz ilk açıklama için öncelikle (kolay olması için) sabit hacim altında moleküler bir gazı ısıtıp atomlarına ayrıştırdığımızı düşünelim. Eğer moleküler gaz $H_2$, $O_2$ gibi iki atomlu ise bu durumda sondaki parçacık sayısı ($n_s$) başlangıç parçacık sayısının ($n_b$) iki katı olur. Verilen enerji esas olarak ayrıştırma için kullanıldığından sıcaklığın pek artmadığını varsayabiliriz ve bu durumda son basınç da ($P_s$) ilk basıncın ($P_b$) yaklaşık iki katı olur. Bu durumda sabit hacim koşulunu kaldırdığımızı düşünürsek gaz genişleyecektir. Eğer hidrostatik dengenin sağlandığı bir ortamdan bahsediyorsak, tipik değerleri kullanarak,

$$\frac{P}{R} \propto \frac{M^2}{R^5}$$

ilişkisini elde ederiz. Burada $M$ toplam kütle $R$ ise yarıçaptır. Bu ısıtma işlemi boyunca kütle korunduğundan

$$\frac{\Delta P}{P} = 4\frac{\Delta R}{R}$$

eşitiliğine ulaşırız. $\Delta P/P_b=(P_s-P_b)/P_b\sim1$ olur. Bu demektir ki, $\Delta R/R_b=0{,}25$ olur: $R_s= 1{,}25\ R_b$. Vardığımız sonuç, moleküler ayrışmanın gezegen yarıçapını %25'e kadar arttırabileceğidir.

Daha basit ikinci bir yaklaşımı ise şöyle ürettik. Eğer gazı ısıtırsak genişleme adyabatik olacaktır ve sağlanan yeni denge durumunda herhangi bir kütle elemanı için basınç sabit kalır. Bu durumda, parçacık sayısının iki katına çıkması demek hacmin iki kat artması demektir. Küresel bir gezegen için

$$\frac{\Delta R}{R_b} = \frac{1}{3}\,\frac{\Delta V}{V_b}$$

olur. $\Delta V/V_b=(V_s-V_b)/V_b\sim1$ olduğundan, $R_s= 1{,}33\ R_b$ sonucu bulunur. İki yaklaşımla elde edilen artış miktarları bir birinden çok farklı değildir. Sonuç olarak, moleküler ayrışma bazı dev gaz gezegenlerinin yarıçapında %30'a varan artışlara sebep olabilir.

Soğumanın etkisine ilişkin net bulgulara ulaştık. Hesapladığımız yaşlar sayesinde gezegen yarıçaplarında, soğumadan dolayı, zamanla küçülme görülmektedir. Ancak soğuma hızı yıldızdan birim zamanda birim kütle başına gezegen tarafından alınan enerjiye çok bağlı. Bu enerji olmazsa gezegen zaten çok çabuk soğumaktadır (Nettelmann ve ark. 2012). İlginç olan bir durum göreli genç sistemler için (örneğin $t$<3 miyar yıl olanlar) yarıçap zamanla artmaktadır. Bu durum bütün enerji aralıkları için geçerlidir. Bu artış yine gelgit etkisine bağlanabilir. Bu sistemlerden yörüngesi dairesel kabul edilenlerin yörüngelerinin basık olup olmadığı kontrol edilmelidir.

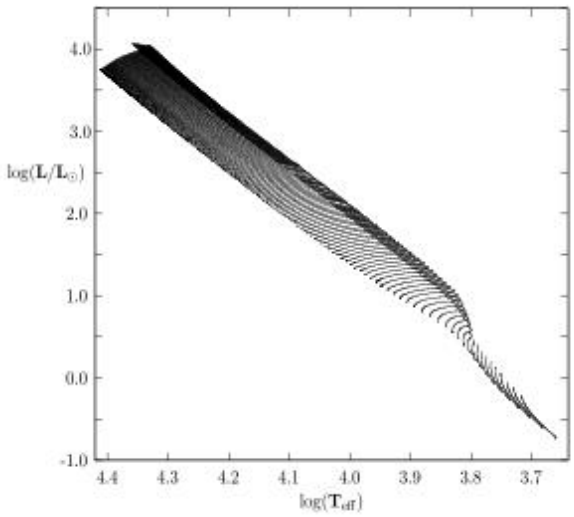
Barınak yıldızların (host stars) ağır element bolluğunu ve yaşını bulmak için geliştirdiğimiz yöntemlerden yukarıda bahsedildi. Literatürde yer alan metal bolluğu ile gezegen yarıçapı arasındaki ters ilişki test edildi. Bu test sonucunda ilginç bir durum ortaya çıktı. Bu test için izlediğimiz yol şöyledir. Gezegen yarıçapının yıldız metalliğine bağlılığını net bir şekilde görebilmek için gezegen yarıçapı üzerindeki diğer etkilerin paylarını çıkardık. Çıkarılan etkiler yıldız kaynaklı aydınlatma enerjisi, gelgit ve soğuma kaynaklı etkilerdir. Kalan net gezegen yarıçapını, ayrıntıları ilk raporda anlatılan yöntemle bulunan ağır element bolluğuna karşı çizdiğimizde gördük ki, genel olarak metal bolluğu arttıkça gezegen yarıçapı azalmaktadır. Ancak, düşük Zler (Z<0.015) için durum bunun tam tersi olmakta, metal bolluğu arttıkça gezegen yarıçapı da artmaktadır.

Gezegenler üzerine analizlerimizden elde ettiğimiz bir önemli bir sonuç da buharlaşma (evaporation) işleminin etkileri üzerine. En çok aydınlatılan dev gaz gezegenleri her 1 milyar yılda kütlelerinin yüzde 5'ini kaybediyorlar.

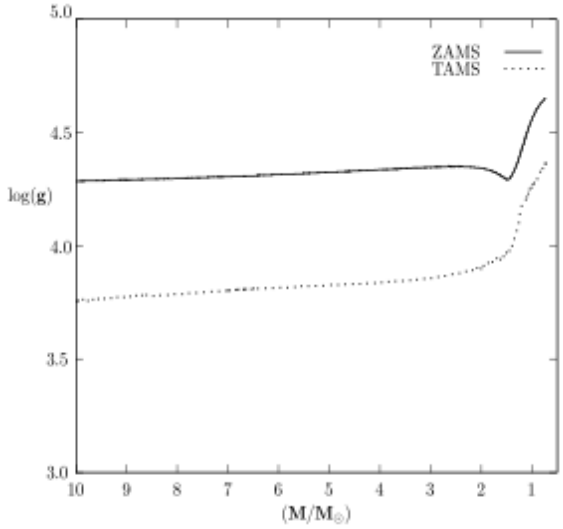
Daha küçük kütleli gezegenler üzerine yaptığımız analizler devam etmektedir.

### 4.4 Gridler ve Çıkarımlar

Projenin çok önemli çıktılarının, astrofiziksel genel amaçlar için kullanımını sağlamak adına yıldız evrim gridlerinin hazırlanması önemli bir ihtiyaçtır. Bu gibi gridlere astronomi/astrofiziğin birçok dalında çok ihtiyaç duyulmaktadır. Proje kapsamında hazırlanan PHP programları sayesinde 0.74 $M_{\odot}$'den 10 $M_{\odot}$'e kadar anakol ve öncesi süreçler için Güneş kimyasal içeriği ile içyapı modelleri elde ettik (Yıldız 2015). Bu gibi hazırlanan gridler için genellikle az sayıda kütle için modeller elde edilir ve ara kütleler için interpolasyon önerilir. Yeri geldiğinde bu interpolasyonun nasıl yapılacağı bir sorun olmaktadır. Bu nedenle, biz, kütle aralığını çok küçük (0.01 $M_{\odot}$) alarak interpolasyona gerek kalmayacak bir yıldız evrim gridi hazırladık. Bu demektir ki, hazırladığımız gridde 927 iç yapı modelinin başlıca yapı ve evrim parametreleri sunulmaktadır. Şekil 23'de bu modellerin bir kısmı Hertzsprung-Russel (HR) diyagramında gösterilmiştir.




Şekil 23. ANKİ yıldız evrim programıyla elde edilen modellerinin bir kısmının kuramsal HR diyagramında gösterimi.




Şekil 24. SYAK (ZAMS)ve ÖYAK'da (TAMS) yüzey çekim ivmesinin kütleye göre değişimi. Kütlenin 1.5 $M_{\odot}$'den az veya fazla olmasına göre ilişki değişmektedir.

Hazırlanan tablolarda renk (B-V ve U-B) ile bolometrik düzeltme (BC) parametreleri de verilerek gözlemsel ve kuramsal bulguların birbirine dönüştürülmesi için önemli bir kolaylık sağlanmaktadır. Ayrıca, bu tablolar, ikinci yıldız harmoniği de (dış katlanmalarda kütlenin yarıçapa göre dağılımına duyarlı bir parametre) verildiğinden, basık yörüngeli örten çift yıldızlarda gözlenen eksen dönme hareketinin analizi için de kullanışlıdır. Kullanım kolaylığı sağlamak için başlıca yıldız parametreleri için uyarlama formülleri elde edildi ve makalede özellikle sıfır yaş ana kol (SYAK) ve ölüm yaş anakol (ÖYAK) değerleri için elde edilenler sunuldu. Örnek olarak yüzey çekim ivmesinin SYAK ve ÖYAK'da yıldız kütlesine göre nasıl değiştiği Şekil 24'te gösterilmektedir.

Makalede sunulanlara ek olarak, iki ayrı tablo da elektronik (çevrim içi on-line tables) olarak genel kullanıcıya sunulacak. Bunlardan birisi bütün kütleler için SYAK'dan ÖYAK'a kadar başlıca model parametrelerini vermektedir. Birinci çevrim içi tabloda verilen parametreler şunlardır:

1. Sütun: log(t(yıl)), yaş
2. Sütun: $\log(R/R_{\odot})$, yarıçap
3. Sütun: $\log(L/L_{\odot})$, ışınımgücü
4. Sütun: $\log(T_{eff}(K))$, etkin sıcaklık
5. Sütun: $\log(k_2)$, ikinci yıldız harmoniği

6. Sütun: $X_c$, merkez hidrojen bolluğu.
7. Sütun: ($M/M_{\odot}$ ), kütle.

İkinci çevrim içi tablo ise eş zaman (izokron) değerleri için düzenlendi. Bu tablonun sütunları aşağıdaki şekilde düzenlendi.

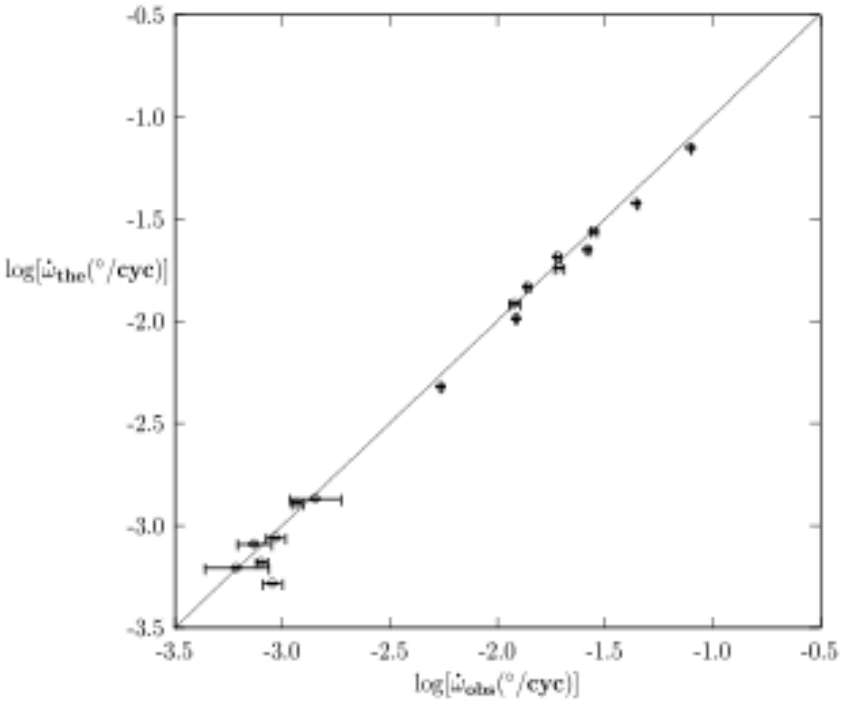
1. Sütun: log(t(yıl))
2. Sütun: log($R/R_{\odot}$ )
3. Sütun: log($L/L_{\odot}$ )
4. Sütun: log($T_{eff}$(K))
5. Sütun: $M_V$, mutlak parlaklık
6. Sütun: B−V, renk
7. Sütun: U-B, renk
8. Sütun: ($M/M_{\odot}$ )
9. Sütun: $X_c$

Özellikle erken tip yıldızlar, yapılarını etkileyecek kadar hızlı dönmektedir. Dönmenin ne kadar etkili olduğunu dönme parametresi iyi temsil eder, en azından katı cisim gibi dönen yıldızlar için. Dönme parametresi esas olarak bir yıldızın yüzeyindeki merkezkaç ivmesinin kütle çekim ivmesine oranıdır. Dönen bir yıldızın dönmeyenlerden en önemli yapısal farkı, hidrostatik denge denklemine bu dönme parametresinin girmiş olmasından ötürüdür. Farklı dönme özelliklerine sahip yıldız modelleri yaparak, yıldız ışınımgücü, yarıçap ve ikinci harmoniği ile dönme parametresi arasında ilişkiler ürettik. Böylece, dönmeyen model tablolarını kullanarak dönmenin etkisini de hesaplama olanağı elde etmiş oluyoruz.

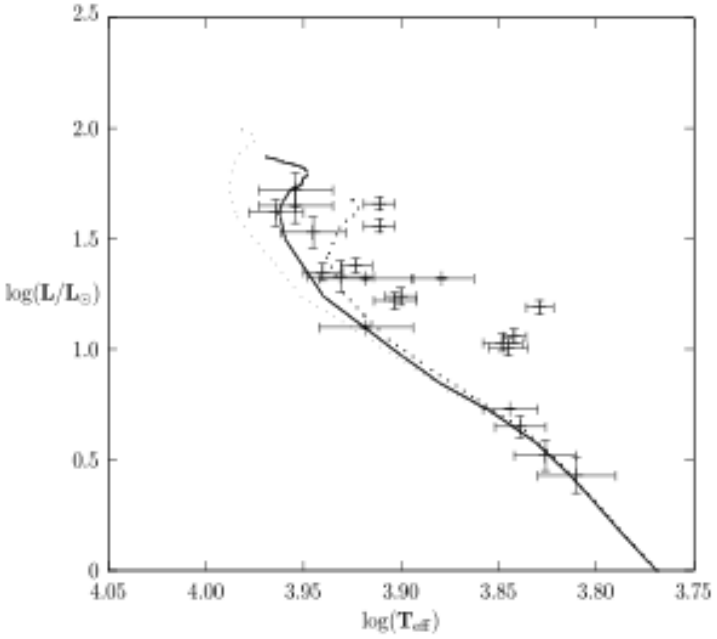
Eksen dönme özelliği iyi bilinen ve periyodu kısa olan sistemlerin gözlemsel ile kuramsal eksen dönme hızları Şekil 25'te kıyaslanmıştır. Genel olarak gözlemsel ve kuramsal hızlar arasında çok iyi bir uyum olduğu gözlenmekle birlikte, her sistemin tek tek ayrıntılı analizi yıldız yapı ve evrimi açısından yeni çıkarımlar yapabilmek için çok gereklidir.

Elde edilen sonuçlar belirli zaman aralıkları için izokron (eş yaş) tabloları üretmek için de kullanıldı. Bu tür tablolar, en başta yıldız kümeleri olmak üzere, birçok amaç için kullanılabilir. Bu sonuçların, yıldız yapısı ve evrimi için genel çıkarımların yanı sıra yayılma (difüzyon) sürecinin etkili olduğu Am (metalik A) ve uzaklıkları iyi belirlenmiş Hyades yıldızlarının gözlemsel verileri ile kıyaslanarak işe yararlılıkları test edilmektedir. Bu iki grup

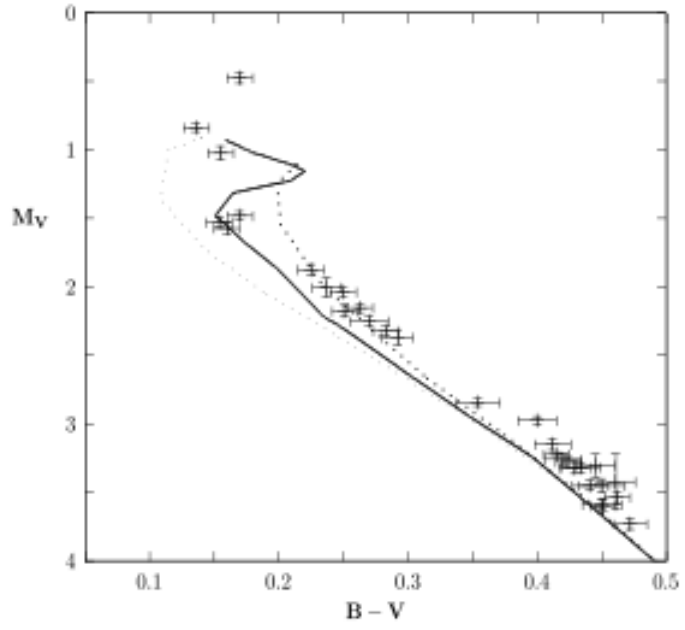
yıldızlar için uygulamaya örnek olarak Şekil 26 ve 27'de, gözlemsel veriler ile eş zaman çizgileri HR diyagramında birlikte çizilmiştir.




Şekil 25. Gözlemsele karşı kuramsal eksen dönme hızı

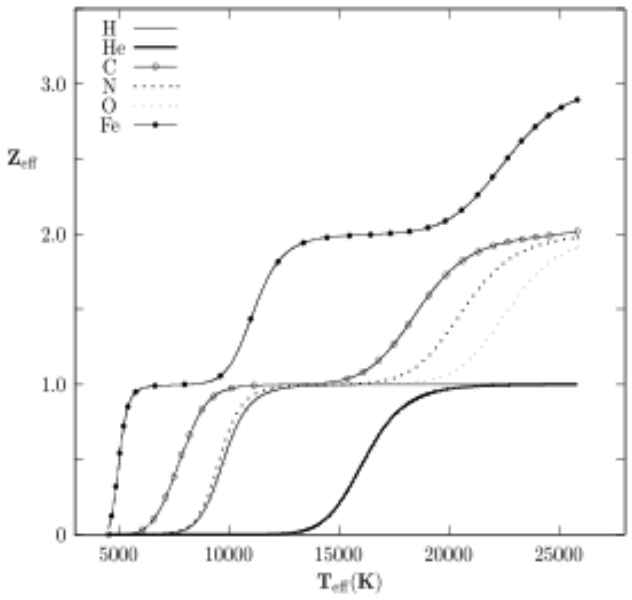



Şekil 26. HR diyagramında Am yıldızlarının eş zaman çizgileri ile kıyaslanması. Sürekli çizgi 447 milyon yıl için eş zaman çizgisini göstermektedir. Buradan bu yıldızlarda etkili olan difüzyonun bu kadar bir zaman sonra yıldızın yüzeyinde kimyasal tuhaflığa yol açtığı görülüyor.




Şekil 27. Uzaklığı iyi bilinen Hyades açık kümesindeki yıldızlar ile eş zaman çizgilerinin HR diyagramında gösterimi. Sürekli çizgi 794 milyon yılı temsil etmektedir.

Farklı kütleli yıldızların etkin sıcaklıkları da birbirinden çok farklıdır. Etkin sıcaklığı farklı olduğunda ise yıldızların ışın kürelerindeki elementlerin uyartılma ve iyonlaşma düzeyleri birbirinden çok farklı olduklarından, renkleri ve tayfları da farklılaşmaktadır. Ürettiğimiz modellerin yüzey koşullarında başlıca kimyasal elementlerin iyonlaşma düzeylerini hesapladık. Şekil 28'de H, He, C, N, O ve Fe elementlerinin iyonlaşma dereceleri etkin sıcaklığa göre çizilmiştir. Tayf sınıfına göre yıldızların karakteristik özelliklerini anlama açısından çok yararlı olacağı düşüncesiyle bu grafik elde edildi. Demir, bu modellerin en soğuk olanlarında dahi tamamen yüksüz değil, etkin sıcaklık 5000 K olduğunda bile demir atomlarının yaklaşık yarısı bir kez iyonlaşmış durumda. Grafikte görülen elementlerin içinde ilk elektron için en düşük iyonlaşma potansiyeli demirin olduğu için en kolay o iyonlaşmaktadır. En zor iyonlaşan ise Helyumdur, etkin sıcaklığı 13000 K'i aşan yıldızlarda ancak iyonlaşma başlıyor. Demirin ikinci iyonlaşması ise 10000 K'den önce başlamış durumda. Helyumun birinci iyonlaşması henüz tamamlanmadan demir üçüncü iyonlaşmaya başlamış durumda. En bol bulunan element olarak hidrojen ise iyonlaşmaya 7500 K gibi başlayıp 12500 K gibi bitirmektedir. Hidrojen çizgilerinin en kuvvetli olduğu yıldızların etkin sıcaklığı 10000 K civarındadır. Bu sıcaklıkta ise hidrojenlerin yarısı yüksüz yarısı is iyondur.




Şekil 28. Modellerin yüzeyinde belli başlı elementlerin iyonlaşma derecesinin etkin sıcaklığa göre değişimi.

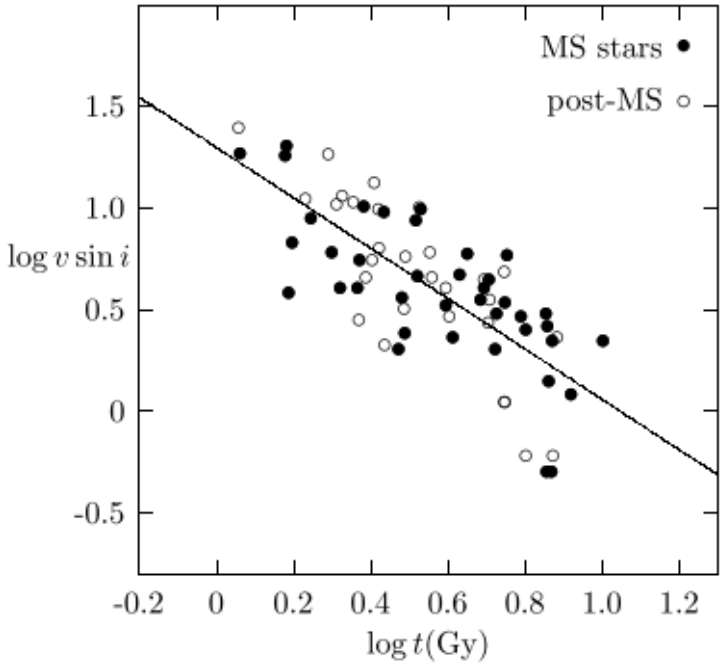
### 4.5 Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının Asterosismik analizlerinden önemli Çıkarımlar

#### 4.5.1 Geri Tip Yıldızların Açısal Momentum Evrimi

Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının çoğu için dönme hızları literatürde mevcuttur. Bu verileri derleyerek asterosismik yöntemlerle ürettiğimiz yaşa karşı çizerek (Şekil 29), Güneş benzeri titreşim yapan bu geri tip yıldıların açısal momentum evrimi hakkında ipucu elde edebiliriz. Logaritmik çizilen bu grafikte çok açık olarak lineer bir ilişki görüyoruz. Bu lineer ilişki için çizgi denklemi

$$\log v \sin i = -1.24 \log t + 1.3$$

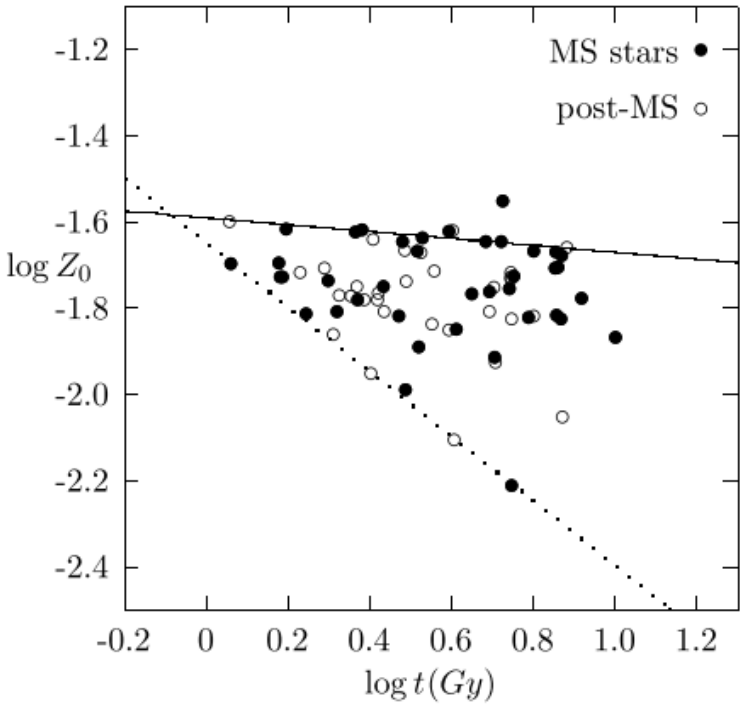
şeklindedir. Bu demektir ki, dönme hızı zamanın 1.24cü (yaklaşık 5/4) kuvvetiyle ters orantılıdır. Bu kuvet için Skumanich (1972) küme yıldızlarından (1/2) elde etmişti. Elde edilen bu yeni sonuç, manyetik frenleme mekanizmasıyla açısal momentum kayıp sürecini daha iyi anlamamız açısından önemli olabilir.




Şekil 29. Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının dönme hızlarının asterosismik yollardan türetilen yaşlara karşı çizimi. Düz çizgi uyarlanan çizgi denklemini temsil etmektedir. Ana kol yıldızları ile anakol sonrası yıldızlar aynı ilişikiye uymaktadır.

### 4.5.2 Gökada'nın Kimyasal Zenginleşmesi

Yıldızların kütleden sonraki yapıyı ve evrimim belirleme açısından en önemli parametreleri arasında ağır element bolluğu en başta gelir. Bu nedenle iç yapı modelleri açısından da önemli bir girdi parametresidir. Proje kapsamında gözlemsel parametrelerden toplam ağır element bolluğunu türetmek için de yoğun sarf edildi (Yıldız vd. hazırlanıyor, Makale IV). Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için elde edilen ağır element bolluklarının yaşa göre değişimi Şekil 30'da çizilmiştir. Logaritmik olan bu grafikte çok ilginç bazı noktalara dikkat çekmek isteriz. Her dönem *Z*'si için bir maksimum ve birde minimum değerden bahsedebiliriz. İlginç noktalardan birisi son 7 milyar yılda maksimum değer, bir miktar artış göstermekle birlikte, çok az değişiklik göstermiştir. Buna karşın minimum değerde müthiş bir artış görülmektedir ve gittikçe maksimum değere yaklaşmaktadır. Bu sonuçlar çok karmaşık bileşenlerden oluşan Gökadamızın kimyasal zenginleşmesine ışık tutabilir.




Şekil 30. Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının başlangıç ağır element bolluklarının asterosismik yöntemlerle elde edilen yaşa karşı çizimi. Anakol yıldızları ile anakol sonrası yıldızlar arasında bir ayrışma görülmüyor. Düz çizgi ağır element bolluğunun maksimum $(-0.08 \log t - 1.59)$, noktalı çizgi ise minimum değerini $(-0.75 \log t - 1.65)$ temsil etmektedir.

# 5. SONUÇ

Yıldızların kütle, yarıçap gibi temel parametrelerinin gözlemsel yollardan hesaplanması astronominin birçok alanı için çok önemli bir gereksinimdir. Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar bu bakımdan benzersiz araçlar sunmaktadır. Bu proje süresince bu alanda çok önemli keşifler yapılmıştır:

1) HeII iyonlaşma mıntıkasının etkisiyle büyük ayrılma – frekans diyagramındaki minimumların frekanslarının yüksek tanısal bir güce sahip olduğu keşfedildi. Yapılan iç yapı modellerinden (ANKİ ve MESA) bu frekanslar kullanılarak kütle, yarıçap, etkin sıcaklık, yaş, konvektif katmanın kütlesi için açıklamalar türetildi.

2) Elde edilen açıklamalar çok yüksek duyarlılığa sahiptir. Yarıçap için yüzde 1, kütleçekim ivmesi için yüzde 2 belirsizlik düzeylerine varan yöntemler geliştirildi.

3) Benzer minimumların hem Güneş hem de devler de dahil Güneş benzeri titreşim yapan Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarında da bulunduğu saptandı. 90 yıldızın gözlemsel verilerinin analizi yapıldı. Etkin sıcaklıkları hesaplandı. Yıldızların çoğunun tayfından etkin sıcaklıkları literatürde mevcuttur. B-V ve V-K renklerinden Lejeune vd'nin (1998) tabloları kullanılarak da etkin sıcaklık değerleri hesaplanmıştır. Asterosismik veriler kullanılarak da yıldızların etkin sıcaklıkları gözlenen minimum frekansları, maksimum genlik frekansı ve büyük ayrılmadan elde edilmiştir. Böylece, kimi yıldızlar için altı farklı etkin sıcaklık değeri elimizde bulunuyor. Bu durumda, analiz açısından çok bereketli bir durum ortaya çıkmakta ve hangi etkin sıcaklıkların uyumlu olduğu ve uyumsuzluk varsa kaynağının ne olabileceği yıldız yıldız ele alınabilmektedir.

4) Etkin sıcaklık için geliştirdiğimiz asterosismik yöntemler Kepler ve CoRoT hedef yıldızları için genel olarak çok iyi, Güneş içinse mükemmel sonuç vermektedir. Güneş'te üç minimum (min0, min1 ve min2) var, sadece frekanslardan üç ayrı sıcaklık hesabı yapabiliyoruz: $T_{sis0}$ = 5742 K, $T_{sis1}$ = 5831 K, $T_{sis2}$ = 5840 K. Bunların ortalaması ise 5804 K'dir. Gözlemsel Güneş etkin sıcaklığı (5777 K) bu değerlerin ortalamasına çok yakındır. Bu asrterosismik açıklamalar hiçbir kalibrasyon içermediğinden bu sonuç aynı zamanda geliştirdiğimiz yöntemlerin ne kadar işe yarar olduğunu ortaya koymaktadır, yeter ki titreşim frekansları yüksek duyarlılıkla elde edilebilsin.

5) Yapılan model hesaplarından yarıçap ve kütleçekim ivmesinin metal bolluğuna zayıf bir bağlılığı tespit edildi. Bu nedenle, şimdiki yüzey metalliğinden başlangıç metal bolluğunun elde edilmesi için mikroskobik yayılmaya (diffusion) dayanan yeni bir yöntem geliştirildi.

6) Elde edilen kütle ve yarıçaplar birbiriyle çok uyumlu sonuçlar vermektedir. Örneğin, $\nu_{min1}$ ve $\nu_{min0}$'dan hesaplanan kütleler birbirine o kadar yakındır ki 34 yıldız (artı Güneş) için aradaki fark 0.02 $\mathrm{M}_{\odot}$'ten daha azdır. Bu yıldızlar için hesaplanan yarıçaplar arasındaki fark ise en fazla 0.007 $\mathrm{R}_{\odot}$'tir. Bu yıldızların ayrıntılı içyapı modelleri yapılarak özenli analizlerinin yapılması gerekmektedir.

7) Yıldızların sismik yoldan hesaplanan kütle ve yarıçap değerlerinden yaşları hesaplandı. Bu yaşlar kullanılarak, yıldızların literatürden derlenen dönme hızları (vsini) analiz edildi. Dönme hızlarının yaşlara göre logaritmik çiziminden elde edilen bulguya göre dönme hızı yaşın (5/4) kuvveti ile ters orantılıdır. Geleneksel Skumanich ilişkisi bu kuvveti (1/2) vermektedir. Bizim elde ettiğimiz değer çok daha fazla sayıda yıldızı ve daha geniş bir yaş aralığını kapsadığından daha güvenilirdir. Bu sonuç geç tip yıldızların açısal momentum evriminin (manyetik frenleme) anlaşılması açısından önemli bir sonuç olabilir.

8) Yüksek duyarlılıkla hesapladığımız kütlelere dayanan daha duyarlı yaşları kullanarak Gökada'nın kimyasal evrimleşmesine ilişkin önemli görünen bulgular elde ettik. Bu bulgulara göre, her dönemin kendine has bir metal bolluğu aralığı var. Metallik maksimum değerine aşağı yukarı 7 milyar yıl önce ulaşmış. O zamandan bu yana yavaş bir artış söz konusu ($t^{0.08}$). Metalliğin minimum değerindeki artış ise çok daha çarpıcı, zamanın (3/4) kuvveti ile orantılı bir artış göstermektedir ($t^{3/4}$). Bu sonuçlar ilk kez somut bir şekilde elde edilmiştir ve her bakımdan test edilmeye ve tartışılmaya ihtiyacı vardır.

9) Yıldızların kütle ve yarıçapını gözlenen titreşim frekanslarından hesaplamak için ölçeklendirme ilişkileri literatürde yaygın olarak kullanılmaktadır. Büyük ayrılma ve maksimum genlik frekansına dayanan literatürdeki bu ilişkilerin çok önemli eksikleri olduğunu ortaya koyduk. Bu eksikliğe yol açan en önemli sebep ses hızı üzerinde etkili olan sıkıştırılabilirlik $\Gamma_1$ (ya da birinci adyabatik üs) katsayısının literatürde yıldız yüzeyinde sabit kabul edilmesidir. Bu proje kapsamında yapılan çalışmalar ortaya koydu ki, $\Gamma_1$ yıldızların etkin sıcaklıklarına göre ciddi değişiklikler göstermektedir. $\Gamma_{1s}$

değişken kabul ederek ölçeklendirme ilişkilerini yeniden formüle ettik ve bu ilişkilerden Kepler ve CoRoT yıldızlarının kütle ve yarıçaplarını yeniden hesapladık. Hangi ölçeklendirme ilişkisinin daha iyi sonuç verdiğini başka yoldan hesaplanan kütle değeri gösterebilir. Şansımıza, yakın zamanda bir çift yıldız sistemi olan Procyon'daki A bileşeninin Hubble verileri kullanılarak elde edilen kütlesi yayınlandı (Bond vd. 2015): $M_A$=*1.478±0.012* M⊙. Bu yıldız için eski ölçeklendirme ilişkisi 1.63 $M_\odot$ verirken, yeni geliştirdiğimiz ölçeklendirme ilişkisi kullanılarak bu yıldızın kütlesini 1.46 $M_\odot$ buluyoruz. Bu sonuç da gösteriyor ki yeni ölçeklendirme ilişkisi eskisinden çok daha başarılı.

10) Dev yıldızlar ve bulundukları kümeler üzerine literatürde bir çok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalarda binlerce dev yıldızın temel parametreleri hesaplanmış ve bu parametreler analizlerde kullanılmıştır. Bu hesaplamaların yeniden yapılıp analiz edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla birlerce yıldızın verileri derlenip hesaplamaları yapıldı. Analizler devam etmektedir. Bu verilerde yıldızların yapı ve evrimine dair önemli ipuçları saklıdır. Bu saklı hazineleri bulmak da bu aşamadaki en önemli görevler arasındadır.

11) Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarından evrimleşmiş olanların (anakolu terkedenler) MESA evrim koduyla iç yapı modelleri yapılarak analiz edilmektedir (Çelik Orhan vd. 2016). Bu yıldızların çok evrimleşenleri, karma mod da gösterdiklerinden özeğin fiziksel koşullarının anlaşılması açısından önemli bir laboratuar işlevi görmektedir.

12) Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarından gezegenli olanların ayrıntılı iç yapı modelleri elde edilerek analiz edilmektedir. Yıldızların duyarlı bir şekilde elde edilecek temel parametrelerinden gezegenlerin kütle, yarıçap değerleri ve yörünge parametreleri yeniden hesaplanmaktadır (Kayhan vd. 2016)

Dev gaz gezegenlerinin ve barınak yıldızlarının yapısı ve evrimi üzerine yaptığımız araştırmada da çok önemli sonuçlar elde edildi. Özellikle çeşitli mekanizmaların dev gaz gezegenlerinin yarıçapı üzerindeki etkisi ilk kez bu çalışmada net bir şekilde ortaya kondu. Elde edilen sonuçlar (Yıldız 2014b) Paris Astrofizik Enstitüsünün düzenlediği konferans'ta konuşma şeklinde sunuldu.

Şişkin dev gaz gezegenlerinin bu özelliğindeki en önemli rol aydınlatma enerjisine aittir. Literatürde akı ile gezegen yarıçap arasındaki ilişkinin gezegenler için seçilen kütle aralıklarına göre değişken olduğu saptanmıştı. Biz bu projede gösterdik ki, eğer birim

zamanda gram başına alınan aydınlatma enerjisine karşı gezegen yarıçapını çizersek sadece tek bir ilişki (kütle aralığından bağımsız) elde ediyoruz.
Birim zamanda gram başına alınan aydınlatma enerjisinin katkısını gezegen yarıçapından düşersek, diğer etkilerin (gelgit, soğuma, metallik, buharlaşma vb) paylarını da ortaya çıkarabiliyoruz.
Gezegen çalışmaları büyük rağbet görmektedir. Yaşama elverişli mıntıkada kayacıl gezegenlerin keşfi ve eğer varsa yaşam izlerinin ortaya çıkarılması başlıca hedeftir. Bu nedenle kayacıl gezegenlerin yapı ve evrimi de ayrı önem kazanmaktadır. Bu konudaki analizlerimiz devam etmektedir.

Çok geniş kütle aralığında ve geniş bir kullanım alanı olacak şekilde hazırladığımız yıldız evrim gridleri astronomi topluluğunun yararlanması için yayınlandı (Yıldız 2015).

Önümüzdeki yıl fırlatılacak olan TESS teleskobu sayesinde hem gezegen hem de asterosismoloji için çok önemli bir süreç daha başlayacak. Hem kuramsal hem de uygulama açısından önemli bir rol üstlenip bilime çok somut katkılar sunduk, bu yeni süreci de en iyi şekilde karşılama umudu ve kararlılığı içindeyiz.

# KAYNAKLAR


Alonso R., Brown T. M., Torres G., Latham D.W., Sozzetti A., Mandushev G., Belmonte J. A., Charbonneau D., Deeg H. J., Dunham E. W., O'Donovan F. T., Stefanik R. P .. 2004, "TrES-1: The Transiting Planet of a Bright K0 V Star", The Astrophysical Journal, 613, L153

Alsubai K. A., Parley N. R.,Bramich D. M., Horne K., Collier Cameron A., West, R. G., Sorensen P. M., Pollacco D.,Smith J. C., Fors O., 2013, "The Qatar Exoplanet Survey", Acta Astronomica, 63, 465

Arentoft T. vd., 2008," A Multisite Campaign to Measure Solar-like Oscillations in Procyon. I. Observations, Data Reduction, and Slow Variations" , The Astrophysical Journal, 687, 1180

Auvergne M. ve ark., 2009, "The CoRoT satellite in flight: description and performance", Astronomy and Astrophysics, 506, 411

Baglin A. ve ark., 2000, "The Space Stellar Photometry Mission COROT: Asteroseismology and Search for Extrasolar Planets", Journal of Astrophysics and Astronomy, 21, 319

Bakos G. A., Lazar J., Papp I., Sari P., Green E. M., 2002, "System Description and First Light Curves of the Hungarian Automated Telescope, an Autonomous Observatory for Variability Sear", The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 114,974

Bakos G., Noyes R. W., Kovacs G., Starek K. Z., Sasselov D., Domsa I., 2002, "Wide-Field Millimagnitude Photometry with the HAT: A Tool for Extrasolar Planet Detection", The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 116, 266

Basu S., Antia H. M., 1995, " Helium abundance in the solar envelope", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 276, 1402

Basu S. ve ark., 1997, "Solar internal sound speed as inferred from combined BiSON and LOWL oscillation frequencies", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 292, 243

Basu S., Antia H. M., 1997, " Seismic measurement of the depth of the solar convection zone", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 287, 189

Baran A. S., Telting J. H., Nemeth P., Bachulski Sz., Krzesinski, 2015, "KIC 8302197: a non-rotating or low-inclination pulsating subdwarf B star observed with the Kepler spacecraft", Astronomy and Astrophysics, 573, A52

Beck P. G. ve ark., 2012, "Fast core rotation in red-giant stars as revealed by gravity-dominated mixed modes", Nature, 481, 55

Bond H. E. vd., 2015, "Hubble Space Telescope Astrometry of the Procyon System", The Astrophysical Journal, 813, 106

Borucki W. J., 2016, "KEPLER Mission: development and overview", Reports on Progress in Physic, 73, 3

Borucki W. J. ve ark., 2009 "KEPLER: Search for Earth-Size Planets in the Habitable Zone", Transiting Planets, Proceedings of the International Astronomical Union, 253, 289

Brown T. M., Gilliland R. L., Noyes R. W., Ramsey L. W., 1991, "Detection of possible p-mode oscillations on Procyon", The Astrophysical Journal, 368, 599

Burrows A., Guillot T., Hubbard W. B., Marley M. S., Saumon D., Lunine J. I., Sudarsky D., 2000, "On the Radii of Close-in Giant Planets", The Astrophysical Journal, 534, L97

Cappetta M. ve ark., 2012, "The first planet detected in the WTS: an inflated hot Jupiter in a 3.35 d orbit around a late F star", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 427,1877

Christensen- Dalsgaard J., 1988, "Study of solar structure based on p-mode helioseismology", In ESA, Seismology of the Sun and Sun-Like Stars, 431

Christensen- Dalsgaard J., 2003, "Lecture Notes on Stellar Oscillations", Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet Teoretisk Astrofysik Center

Christensen- Dalsgaard J., 2008, "ADIPLS—the Aarhus adiabatic oscillation package", Astrophysics and Space Science, 316,113

Christensen- Dalsgaard J., 2016, "Asteroseismology with solar-like oscillations", arXiv:1602.06838v1

Chaplin W. J ve ark., 2011, "Ensemble Asteroseismology of Solar-Type Stars with the NASA Kepler Mission", Science, 322, 213

Chaplin W. J., Miglio A., 2013," Asteroseismology of Solar-Type and Red-Giant Stars", Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 51, 353

Chaplin W. J ve ark., 2014, "Asteroseismic Fundamental Properties of Solar-type Stars Observed by The NASA Kepler Mission", The Astrophysical Journal Supplement Series, 210,1

Charbonneau D. ve ark., 2009, "A super-Earth transiting a nearby low-mass star", Nature, 462, 891

Creevey O. L., Metcalfe T. S., Brown T. M., Jimenez- Reyes S., Belmonte J. A., 2011, "Constraining the properties of δ Scuti stars using spectroscopic eclipsing binary systems", The Astrophysical Journal, 733, 38

Çelik Orhan Z., Yıldız M., Kayhan C., 2016, "Modelling observed solar-like oscillating giant stars", hazırlanıyor.

Deheuvels S. ve ark., 2012, "Seismic Evidence for a Rapidly Rotating Core in a Lower-giant-branch Star Observed with Kepler", The Astrophysical Journal, 756, 19

Demory B. O., Seager S., 2011, "Hot Jupiter secondary eclipses measured by Kepler", Hot Jupiter secondary eclipses measured by Kepler,276,475

Edvardsson B., Andersen J., Gustafsson B., Lambert D. L., Nissen P. E., Tomkin J., 1993, "The Chemical Evolution of the Galactic Disk - Part One - Analysis and Results", Astronomy and Astrophysics, 275,101

Ezer D., Cameron A. G. W., 1965, “A study of solar evolution”, Canadian Journal of Physics., 43, 1497

Fox Machado L., Perez Hernandez F., Suarez J. C, Michel E., Lebreton Y., 2006, “A seismological analysis of δ Scuti stars in the Pleiades cluster”, Astronomy and Astrophysics, 446, 661

Kayhan C., Yıldız M., Çelik Orhan Z., 2016, “Asteroseismic Investigation of Planet Host Stars”, hazırlanıyor

Kjeldsen H., Bedding T. R., 1995, “Amplitudes of stellar oscillations: the implications for asteroseismolog”, Astronomy and Astrophysics, 293, 87

Kjeldsen H., Bedding T. R., 2011, “Amplitudes of solar-like oscillations: a new scaling relation”, Astronomy and Astrophysics, 529, L8

Knutson H. A. ve ark,, 2014, “Friends of hot Jupiters. I. A radial velocity search for massive, long-period companions to close-in gas giant planets”, The Astrophysical Journal, 785,126

Koch D. ve ark., 2010, “The Kepler Mission and Early Results”, 38th COSPAR Scientific Assembly, 4

Lejeune T., Cuisinier F., Buser R., 1998, “A standard stellar library for evolutionary synthesis. II. The M dwarf extension”, Astronomy and Astrophysics Supplement, 130, 65

Mayor M., Queloz D., 1995, “A Jupiter-mass companion to a solar-type star”, Nature, 378, 6555

Mayor M. ve ark., 2003, “Setting New Standards with HARPS”, The Messenger, 114, 20

McCullough P. R., Stys J. E., Valenti J. A., Fleming S. W., Janes K. A., Heasley, J. N., 2005, “The XO Project: Searching for Transiting Extrasolar Planet Candidates”, The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 117,. 783

Metcalfe T., 2011, “Asteroseismic Tools and Analysis of Solar-like Oscillations in Archival Kepler Data”, NASA Proposal #11-ADAP11-193

Metcalfe ve ark., 2014, “Properties of 42 solar-type *Kepler* targets from the Asteroseismic Modeling Portal”, The Astrophysical Journal Supplement Series, 214,27

Meynet G., Hirschi R., Ekström S., Meader A., 2006, “ Evolution of rotating stars at very low metallicity”, Stellar Evolution at Low Metallicity: Mass Loss, Explosions, Cosmology ASP Conference Series, 353, 49

Michel E. ve ark., 2006, “The Seismology Programme of CoRoT”, Proceedings of "The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding, 39

Nettelmann N., Becker A., Holst B., Redmer R., 2012, “Jupiter Models with Improved Ab Initio Hydrogen Equation of State (H-REOS.2)”, The Astrophysical Journal, 750, 52

Pasquini L., Bonifacio P., Randich S., Galli D., Gratton R. G., 2004, “Beryllium in turnoff stars of NGC 6397: Early Galaxy spallation, cosmochronology and cluster formation.” , Astronomy and Astrophysics, 426, 651

Paxton B. e ark., 2011," Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA)", , The Astrophysical Journal Supplement Series, 192, 39

Paxton B. ve ark., 2013," Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Planets, Oscillations, Rotation, and Massive Stars", The Astrophysical Journal Supplement Series, 208, 49

Pepper J., Kuhn R. B., Siverd R., James D., Stassun K., 2012, "The KELT-South Telescope", The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 124,230

Pollacco D. L. ve ark., 2006, "The WASP Project and the SuperWASP Cameras", The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 118, 1407

Siverd R. J. ve ark., 2012, "KELT-1b: A Strongly Irradiated, Highly Inflated, Short Period, 27 Jupiter-mass Companion Transiting a Mid-F Star", The Astrophysical Journal, 761,123

Skumanich A., 1972, "Time Scales for CA II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion", Astrophysical Journal, 171, 56

Southworth J., 2011, "Homogeneous studies of transiting extrasolar planets - IV. Thirty systems with space-based light curves", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 417, 2166

Street R. A., Pollaco D. L., Fitzsimmons A., vd., 2003, " SuperWASP: Wide Angle Search for Planets", Scientific Frontiers in Research on Extrasolar Planets, 294, 405

Storch N. I., Lai D., 2014, "Viscoelastic tidal dissipation in giant planets and formation of hot Jupiters through high-eccentricity migration", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 438,1526

Triana S. A ve ark., 2015, "The internal rotation profile of the B-type star KIC 10526294 from frequency inversion of its dipole gravity modes", The Astrophysical Journal, 810, 16

Thompson M. J., Christensen- Dalsgaard J., Miesch M. S., Toomre J., 2003, "The internal rotation of The Sun" , Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 41, 599

White T. R., Bedding T. R., Stello D., Christensen-Dalsgaard J., Huber D., Kjeldsen H., 2011, "Calculating asteroseismic diagrams for solar-like oscillations", The Astrophysical Journal Supplement Series, 743, 161

Udalsk A., Pietrzynski G., Szymanski M., Kubiak M., Zebrun K., Soszynski I., Szewczyk O., Wyrzykowski L., 2003,"The Optical Gravitational Lensing Experiment. Additional Planetary and Low-Luminosity Object Transits from the OGLE 2001 and 2002 Observational Campaigns", Acta Astronomica, 53,113

Yıldız M., 2007, "Models of α Centauri A and B with and without seismic constraints: time dependence of the mixing-length parameter", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 374, 1264

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Aksoy Ç., Ok S., 2014a, Makale I, "Fundamental properties of solar-like oscillating stars from frequencies of minimum $\Delta\nu$ – I. Model computations for solar composition", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 441, 2148

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., G. E. Turkoglu, 2014b, “On the structure and evolution of planets and their host stars – effects of various heating mechanisms on the size of giant gas planets”, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 445, 4395

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2015, Makale II, “Fundamental properties of solar-like oscillating stars from frequencies of minimum $\Delta\nu$ – II. Model computations for different chemical compositions and mass”, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 448, 3689

Yıldız M., 2015, “Grids of stellar models including second harmonic and colors: solar composition (Z = 0.0172, X = 0.7024)”, Research in Astronomy and Astrophysics, 15, 2244

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2016, Makale III, ” Fundamental properties of Kepler and CoRoT targets: III. Tuning scaling relations using the first adiabatic exponent”, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, dergiye gönderildi.

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2016, Makale IV,” Fundamental properties of Kepler and CoRoT targets: IV. Masses and radii from frequencies of minimum and their implications”, hazırlanıyor.

Tablo Ek 1. Bu çalışmada asterosismik analizleri yapılan yıldızların temel özellikleri. Tablodaki sütunlar sırasıyla; yıldız ismi, maksimum genliğin frekansı, min0, min1 ve min2 olan referans frekansları, titreşim frekanslarından elde edilen ortalama büyük ve küçük ayrılma, etkin sıcaklık (sırasıyla, tayftan, V-K ve B-V renklerinden ve min0, min1 ve min2 minimumlarından elde edilen etkin sıcaklıklar), kütleler ve yarıçaplar (sırasıyla; yeni, geleneksel ölçeklendirme ilişkisinden ve literatürden), yüzey çekim ivmesi (sırasıyla, yeni, geleneksel ölçeklendirme ilişkisinden ve tayftan), referans numaralarıdır. Tablonun ikinci satırında temel parametrelerin ölçümlerindeki belirsizliklere yer verilmiştir. Procyon A dışındaki yıldızların literatür kütle ve yarıçap değerleri modellerden alınmıştır. Procyon A için bu değerler, gözlemsel verilerdir. $T_{\rm eS}$, $T_{eVK}$ ve $T_{\rm eBV}$ sıcaklıkları bilinmeyen KIC 1171760 yıldızı için ölçeklendirme ilişkisinde etkin sıcaklık için $T_{\rm sis0}$ kullanılmıştır. Güneş için elde edilen sonuçlar tablonun en son satırında yer almaktadır.

| Star | $\nu_{\rm max}$ | $\nu_{\rm min0}$ | $\nu_{\rm min1}$ | $\nu_{\rm min2}$ | $\langle\Delta\nu\rangle$ | $\langle\delta\nu_{02}\rangle$ | $T_{\rm eS}$ | $T_{\rm eVK}$ | $T_{\rm eBV}$ | $T_{\rm sis0}$ | $T_{\rm sis1}$ | $T_{\rm sis2}$ | $M_{\rm sca}$ | $M'_{\rm sca}$ | $M_{\rm lit}$ | $R_{\rm sca}$ | $R'_{\rm sca}$ | $R_{\rm lit}$ | $\log g_{\rm sca}$ | $\log g'_{\rm sca}$ | $\log g_{\rm spc}$ | Ref |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\mu$Hz | $\mu$Hz | $\mu$Hz | $\mu$Hz | $\mu$Hz | $\mu$Hz | K | K | K | K | K | K | $M_\odot$ | $M_\odot$ | $M_\odot$ | $R_\odot$ | $R_\odot$ | $R_\odot$ | | | | |
| **1435467** | 1324.0 | 1626.4 | 1274.0 | — | 70.9 | 4.8 | 6264 | 6224 | 6587 | 6217 | 6398 | — | 1.18 | 1.25 | 1.27 | 1.62 | 1.66 | 1.64 | 4.09 | 4.09 | 4.09 | 2,13,17 |
| | 39.7 | 16.3 | 12.7 | — | 0.8 | — | 60 | 51 | 185 | 82 | 87 | — | 0.18 | 0.18 | 0.05 | 0.09 | 0.09 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **2837475** | 1630.0 | 2265.6 | 1689.9 | 1276.8 | 75.2 | 6.7 | 6462 | 6545 | 6488 | 6464 | 6534 | 6575 | 1.75 | 1.93 | 1.39 | 1.76 | 1.85 | 1.59 | 4.19 | 4.19 | 3.95 | 2,17,39 |
| | 54.0 | 22.7 | 16.9 | 12.8 | 1.3 | — | 125 | 54 | 144 | 22 | 72 | 101 | 0.35 | 0.35 | 0.06 | 0.14 | 0.14 | 0.03 | 0.02 | 0.02 | 0.23 | 40 |
| **3424541** | 745.0 | 1046.6 | 755.4 | — | 41.1 | 4.7 | 6165 | 6249 | 6322 | 6431 | 6493 | — | 1.85 | 1.92 | 1.64 | 2.70 | 2.76 | 2.53 | 3.84 | 3.84 | 3.90 | 2,17,39 |
| | 55.0 | 10.5 | 7.6 | — | 1.1 | — | 108 | 73 | 249 | 56 | 137 | — | 0.65 | 0.65 | 0.04 | 0.37 | 0.37 | 0.07 | 0.02 | 0.02 | 0.21 | 40 |
| **3427720** | 2756.0 | 3044.3 | 2325.2 | — | 120.0 | 10.3 | 6040 | 6038 | 6055 | 5937 | 5845 | — | 1.27 | 1.30 | 1.13 | 1.17 | 1.19 | 1.13 | 4.40 | 4.40 | 4.38 | 2,13,17 |
| | 191.0 | 30.4 | 23.3 | — | 2.0 | — | 60 | 60 | 211 | 338 | 436 | — | 0.37 | 0.37 | 0.04 | 0.13 | 0.13 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | 39 |
| **3544595** | 3366.0 | 3350.9 | 2702.9 | — | 145.5 | 8.7 | 5689 | 5640 | 5434 | 5237 | 5523 | — | 1.01 | 1.00 | 0.91 | 0.96 | 0.96 | 0.92 | 4.48 | 4.48 | 4.56 | 4,29,46 |
| | 81.0 | 33.5 | 27.0 | — | 1.5 | — | 48 | 52 | 200 | 280 | 225 | — | 0.13 | 0.13 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.06 | |
| **3632418** | 1159.0 | 1370.9 | 1055.0 | — | 60.4 | 3.8 | 6148 | 6154 | 6148 | 6122 | 6258 | — | 1.49 | 1.55 | 1.27 | 1.95 | 1.99 | 1.83 | 4.03 | 4.03 | 3.94 | 2,17,39 |
| | 44.0 | 13.7 | 10.6 | — | 0.4 | — | 111 | 38 | 77 | 126 | 139 | — | 0.25 | 0.25 | 0.03 | 0.12 | 0.12 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **3656476** | 1887.0 | — | — | — | 93.2 | 4.4 | 5710 | 5752 | 5303 | — | — | — | 1.06 | 1.05 | 1.09 | 1.31 | 1.31 | 1.32 | 4.23 | 4.23 | 4.23 | 13,17,37 |
| | 40.0 | — | — | — | 1.3 | — | 60 | 52 | 137 | — | — | — | 0.14 | 0.14 | 0.01 | 0.07 | 0.07 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | |
| **3733735** | 1974.0 | — | 2211.0 | 1480.0 | 91.6 | 9.9 | 6548 | 6610 | 6581 | — | 6620 | 6499 | 1.42 | 1.59 | 1.32 | 1.43 | 1.52 | 1.37 | 4.28 | 4.28 | 3.99 | 2,17,39 |
| | 121.0 | — | 22.1 | 14.8 | 2.5 | — | 156 | 43 | 151 | — | 68 | 204 | 0.47 | 0.47 | 0.04 | 0.18 | 0.18 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.22 | 40 |
| **3735871** | 2633.0 | 2850.7 | — | — | 124.7 | 12.3 | 5908 | 6207 | 5908 | 5797 | — | — | 0.93 | 0.94 | 1.07 | 1.03 | 1.04 | 1.09 | 4.38 | 4.38 | — | 2,17 |
| | 79.0 | 28.5 | — | — | 3.3 | — | 100 | 49 | 202 | 189 | — | — | 0.21 | 0.21 | 0.12 | 0.09 | 0.09 | 0.05 | 0.02 | 0.02 | — | |
| **4349452** | 2106.0 | 2568.7 | 1884.4 | — | 97.6 | 7.7 | 6270 | 6194 | 6048 | 6267 | 6160 | — | 1.33 | 1.40 | 1.19 | 1.36 | 1.40 | 1.31 | 4.30 | 4.29 | 4.28 | 9,29,36 |
| | 50.0 | 25.7 | 18.8 | — | 1.0 | — | 79 | 107 | — | 69 | 125 | — | 0.17 | 0.17 | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | |
| **4914923** | 1849.0 | 1947.8 | — | — | 88.7 | 6.1 | 5808 | 5721 | 5910 | 5635 | — | — | 1.24 | 1.24 | 1.10 | 1.43 | 1.43 | 1.37 | 4.22 | 4.22 | 4.28 | 17,37,40 |
| | 46.0 | 19.5 | — | — | 0.3 | — | 92 | 65 | 194 | 192 | — | — | 0.14 | 0.14 | 0.01 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | |
| **5184732** | 2068.0 | — | 1884.8 | — | 95.1 | 5.9 | 5840 | 5836 | 5611 | — | 6223 | — | 1.32 | 1.32 | 1.25 | 1.39 | 1.39 | 1.36 | 4.27 | 4.27 | 4.26 | 13,17,37 |
| | 47.0 | — | 18.8 | — | 1.3 | — | 60 | 41 | 91 | — | 113 | — | 0.18 | 0.18 | 0.01 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | |
| **5512589** | 1224.0 | — | — | — | 68.2 | 5.5 | 5764 | 5687 | 5583 | — | — | — | 1.02 | 1.02 | 1.16 | 1.60 | 1.59 | 1.67 | 4.04 | 4.04 | 4.22 | 17,37,40 |
| | 43.0 | — | — | — | 0.7 | — | 95 | 64 | 203 | — | — | — | 0.17 | 0.17 | 0.01 | 0.10 | 0.10 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | |
| **5607242** | 610.0 | 745.3 | 543.4 | — | 40.5 | 3.7 | 5572 | 5572 | 5070 | 6097 | 6270 | — | 0.97 | 0.96 | 1.33 | 2.22 | 2.21 | 2.49 | 3.73 | 3.73 | — | 2,17 |
| | 18.3 | 7.5 | 5.4 | — | 0.8 | — | 100 | 83 | 272 | 88 | 88 | — | 0.19 | 0.19 | 0.11 | 0.17 | 0.17 | 0.10 | 0.02 | 0.02 | — | |
| **5689820** | 695.0 | — | — | — | 41.0 | 3.9 | 4978 | — | — | — | — | — | 1.11 | 1.15 | 1.14 | 2.29 | 2.33 | — | 3.76 | 3.76 | — | 22 |
| | 15.0 | — | — | — | 0.5 | — | 167 | — | — | — | — | — | 0.18 | 0.18 | — | 0.14 | 0.14 | — | 0.01 | 0.01 | — | |
| **5866724** | 1880.0 | 2171.6 | 1674.4 | — | 89.6 | 6.6 | 6211 | 6410 | 5574 | 6085 | 6155 | — | 1.32 | 1.38 | 1.27 | 1.44 | 1.47 | 1.42 | 4.24 | 4.24 | 4.23 | 16,29 |
| | 60.0 | 21.7 | 16.7 | — | 0.9 | — | 167 | 104 | 369 | 130 | 153 | — | 0.23 | 0.23 | 0.06 | 0.09 | 0.09 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | |
| **5955122** | 861.0 | 952.7 | 717.9 | — | 49.4 | 4.8 | 5952 | 5917 | 6068 | 5822 | 6026 | — | 1.33 | 1.35 | 1.12 | 2.16 | 2.17 | 2.04 | 3.89 | 3.89 | 4.13 | 2,17,39 |
| | 24.0 | 9.5 | 7.2 | — | 0.9 | — | 100 | 78 | 192 | 144 | 130 | — | 0.24 | 0.24 | 0.05 | 0.16 | 0.16 | 0.03 | 0.02 | 0.02 | 0.21 | 40 |
| **6106415** | 2260.0 | 2533.1 | 1909.2 | — | 103.9 | 6.5 | 5990 | 6056 | 6040 | 5980 | 5904 | — | 1.24 | 1.26 | 1.12 | 1.28 | 1.29 | 1.24 | 4.32 | 4.32 | 4.31 | 13,17,37 |
| | 53.0 | 25.3 | 19.1 | — | 0.3 | — | 60 | 50 | 76 | 129 | 161 | — | 0.12 | 0.12 | 0.02 | 0.04 | 0.04 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | |
| **6116048** | 2020.0 | 2250.4 | 1748.1 | — | 100.5 | 5.9 | 5991 | 6109 | 5844 | 5916 | 6069 | — | 1.01 | 1.03 | 1.12 | 1.23 | 1.24 | 1.26 | 4.27 | 4.27 | 4.09 | 2,3,37 |
| | 60.6 | 22.5 | 17.5 | — | 0.2 | — | 124 | 41 | 119 | 156 | 154 | — | 0.13 | 0.13 | 0.02 | 0.06 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.22 | 40 |
| **6508366** | 926.0 | 1267.5 | 978.3 | 672.2 | 51.5 | 3.3 | 6354 | 6268 | 6414 | 6400 | 6548 | 6551 | 1.46 | 1.57 | 1.36 | 2.14 | 2.22 | 2.08 | 3.94 | 3.94 | 3.94 | 2,13,17 |
| | 36.0 | 12.7 | 9.8 | 6.7 | 0.8 | — | 60 | 60 | 177 | 43 | 64 | 101 | 0.28 | 0.28 | 0.04 | 0.16 | 0.16 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **6603624** | 2402.0 | 2529.7 | 2080.5 | — | 109.7 | 5.5 | 5625 | 5642 | 5364 | 5649 | 6017 | — | 1.12 | 1.11 | 1.09 | 1.20 | 1.19 | 1.18 | 4.33 | 4.33 | 4.32 | 2,13,17 |
| | 51.0 | 25.3 | 20.8 | — | 1.7 | — | 60 | 58 | 113 | 179 | 137 | — | 0.16 | 0.16 | 0.03 | 0.07 | 0.07 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **6679371** | 908.0 | 1284.8 | 1000.6 | 725.8 | 50.6 | 4.1 | 6344 | 6375 | 6453 | 6435 | 6591 | 6662 | 1.48 | 1.59 | 1.56 | 2.17 | 2.25 | 2.19 | 3.93 | 3.93 | 3.92 | 2,3,39 |
| | 27.2 | 12.8 | 10.0 | 7.3 | 0.7 | — | 131 | 21 | 132 | 26 | 41 | 57 | 0.26 | 0.26 | 0.03 | 0.15 | 0.15 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **6933899** | 1391.0 | 1538.7 | 1178.0 | — | 71.8 | 4.9 | 5837 | 5700 | 5982 | 5866 | 6009 | — | 1.24 | 1.24 | 1.14 | 1.64 | 1.64 | 1.60 | 4.10 | 4.10 | 4.21 | 2,17,39 |
| | 32.0 | 15.4 | 11.8 | — | 1.0 | — | 97 | 58 | 191 | 133 | 128 | — | 0.18 | 0.18 | 0.03 | 0.10 | 0.10 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.22 | 40 |
| **7103006** | 1124.0 | 1432.9 | 1134.4 | 790.3 | 60.1 | 4.5 | 6394 | 6351 | 6151 | 6302 | 6486 | 6480 | 1.41 | 1.53 | 1.43 | 1.90 | 1.98 | 1.90 | 4.03 | 4.03 | 4.01 | 2,13,17 |
| | 54.0 | 14.3 | 11.3 | 7.9 | 1.1 | — | 60 | 42 | 126 | 89 | 100 | 147 | 0.33 | 0.33 | 0.05 | 0.17 | 0.17 | 0.03 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | 39 |
| **7106245** | 2323.0 | — | 2105.0 | — | 111.6 | 7.0 | 6000 | 6000 | 5725 | — | 6218 | — | 1.01 | 1.03 | — | 1.14 | 1.15 | — | 4.33 | 4.33 | — | 2 |
| | 69.7 | — | 21.0 | — | 1.1 | — | 99 | 98 | 479 | — | 133 | — | 0.16 | 0.16 | — | 0.07 | 0.07 | — | 0.01 | 0.01 | — | |
| **7206837** | 1592.0 | 2023.7 | 1545.1 | 1153.7 | 78.7 | 6.2 | 6304 | 6190 | 6480 | 6330 | 6411 | 6478 | 1.36 | 1.44 | 1.46 | 1.58 | 1.63 | 1.56 | 4.17 | 4.17 | 4.17 | 2,13,17 |
| | 70.0 | 20.2 | 15.5 | 11.5 | 1.4 | — | 60 | 60 | 263 | 80 | 124 | 149 | 0.29 | 0.29 | 0.05 | 0.13 | 0.13 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | 39 |
| **7341231** | 408.0 | 384.5 | — | — | 28.8 | 3.4 | 5233 | 5440 | 5438 | 4941 | — | — | 1.03 | 1.03 | 0.90 | 2.84 | 2.84 | 2.69 | 3.54 | 3.54 | 3.54 | 2,17,21 |
| | 8.0 | 3.8 | — | — | 0.7 | — | 50 | 51 | 180 | 174 | — | — | 0.17 | 0.17 | 0.10 | 0.21 | 0.21 | 0.20 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | |
| **7680114** | 1684.0 | — | — | — | 85.1 | — | 5799 | 5891 | 5588 | — | — | — | 1.10 | 1.10 | 1.19 | 1.41 | 1.41 | 1.45 | 4.18 | 4.18 | 4.25 | 17,37,40 |
| | 47.0 | — | — | — | 1.3 | — | 91 | 94 | 268 | — | — | — | 0.19 | 0.19 | 0.01 | 0.09 | 0.09 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | |
| **7747078** | 936.0 | 1039.3 | 792.5 | — | 53.4 | 4.7 | 5840 | 5754 | 5727 | 5840 | 6074 | — | 1.23 | 1.24 | 1.06 | 2.00 | 2.00 | 1.89 | 3.93 | 3.93 | 3.91 | 2,13,17 |
| | 32.0 | 10.4 | 7.9 | — | 0.3 | — | 60 | 66 | 172 | 165 | 147 | — | 0.17 | 0.17 | 0.05 | 0.10 | 0.10 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **7799349** | 561.0 | 580.6 | 448.6 | — | 33.2 | 3.4 | 4954 | 4962 | 4821 | 5479 | 5902 | — | 1.34 | 1.39 | 1.39 | 2.80 | 2.86 | — | 3.67 | 3.67 | 3.33 | 2,22,40 |
| | 8.0 | 5.8 | 4.5 | — | 0.4 | — | 92 | 41 | 124 | 124 | 87 | — | 0.16 | 0.16 | — | 0.13 | 0.13 | — | 0.01 | 0.01 | 0.22 | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **7799349** | 561.0 | 580.6 | 448.6 | — | 33.2 | 3.4 | 4954 | 4962 | 4821 | 5479 | 5902 | — | 1.34 | 1.39 | 1.39 | 2.80 | 2.86 | — | 3.67 | 3.67 | 3.33 | 2,22,40 |
| | 8.0 | 5.8 | 4.5 | — | 0.4 | — | 92 | 41 | 124 | 124 | 87 | — | 0.16 | 0.16 | — | 0.13 | 0.13 | — | 0.01 | 0.01 | 0.22 | |
| **7871531** | 3344.0 | 3403.0 | 2658.3 | — | 151.3 | 10.1 | 5400 | 5289 | 5641 | 5413 | 5533 | — | 0.78 | 0.78 | 0.84 | 0.86 | 0.86 | 0.87 | 4.46 | 4.46 | 4.49 | 2,13,39 |
| | 100.3 | 34.0 | 26.6 | — | 3.6 | — | 60 | 51 | 145 | 279 | 253 | — | 0.16 | 0.16 | 0.02 | 0.07 | 0.07 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.20 | |
| **7976303** | 851.0 | 1036.3 | 754.0 | — | 51.0 | 4.5 | 6053 | 5967 | 6315 | 6139 | 6228 | — | 1.15 | 1.17 | 1.17 | 2.00 | 2.03 | 2.03 | 3.89 | 3.89 | 3.87 | 13,17,37 |
| | 20.0 | 10.4 | 7.5 | — | 0.6 | — | 60 | 66 | 182 | 75 | 87 | — | 0.15 | 0.15 | 0.02 | 0.10 | 0.10 | 0.05 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | |
| **8006161** | 3481.0 | 3518.3 | 2922.7 | — | 149.2 | 10.3 | 5390 | 5378 | 5189 | 5365 | 5800 | — | 0.93 | 0.93 | 1.00 | 0.92 | 0.92 | 0.93 | 4.48 | 4.48 | 4.49 | 2,13,17 |
| | 133.0 | 35.2 | 29.2 | — | 1.8 | — | 60 | — | — | 367 | 275 | — | 0.17 | 0.17 | 0.01 | 0.06 | 0.06 | — | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 37 |
| **8026226** | 545.0 | 687.7 | 479.1 | — | 34.6 | 3.6 | 6230 | 6233 | 6204 | 6202 | 6227 | — | 1.45 | 1.53 | 1.50 | 2.80 | 2.87 | 2.75 | 3.71 | 3.71 | 3.71 | 2,13,17 |
| | 22.0 | 6.9 | 4.8 | — | 0.6 | — | 60 | 45 | 127 | 91 | 125 | — | 0.30 | 0.30 | 0.03 | 0.22 | 0.22 | 0.04 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | 39 |
| **8219268** | 109.0 | 90.5 | — | — | 9.4 | 1.1 | 4550 | 4424 | 4702 | 4335 | — | — | 1.27 | 1.42 | 1.34 | 6.32 | 6.69 | 6.53 | 2.94 | 2.94 | 3.00 | 29,33 |
| | 3.3 | 0.9 | — | — | 0.1 | — | 75 | — | — | 248 | — | — | 0.20 | 0.20 | 0.17 | 0.37 | 0.37 | 0.35 | 0.01 | 0.01 | 0.30 | |
| **8228742** | 1171.0 | 1375.9 | 1036.9 | — | 62.0 | 4.8 | 6042 | 6048 | 6096 | 6093 | 6180 | — | 1.37 | 1.41 | 1.31 | 1.87 | 1.89 | 1.84 | 4.03 | 4.03 | 4.02 | 2,13,17 |
| | 34.0 | 13.8 | 10.4 | — | 0.6 | — | 60 | 56 | 206 | 108 | 124 | — | 0.19 | 0.19 | 0.01 | 0.10 | 0.10 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 37 |
| **8379927** | 2669.0 | 2981.4 | 2364.9 | — | 120.0 | 10.6 | 5998 | 5939 | 6096 | 5975 | 6107 | — | 1.15 | 1.17 | 1.09 | 1.13 | 1.14 | 1.11 | 4.39 | 4.39 | 4.25 | 2,3,37 |
| | 80.1 | 29.8 | 23.6 | — | 1.0 | — | 108 | — | — | 158 | 164 | — | 0.17 | 0.17 | 0.03 | 0.06 | 0.06 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **8394589** | 2165.0 | 2547.2 | 1891.5 | — | 109.5 | 8.1 | 6111 | 6105 | 5974 | 6120 | 6114 | — | 0.90 | 0.93 | 0.94 | 1.11 | 1.13 | 1.12 | 4.30 | 4.30 | 3.98 | 2,17,39 |
| | 124.0 | 25.5 | 18.9 | — | 1.9 | — | 116 | 74 | 260 | 181 | 245 | — | 0.24 | 0.24 | 0.04 | 0.11 | 0.11 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.21 | 40 |
| **8524425** | 1081.0 | 1128.0 | 831.3 | — | 59.4 | 5.0 | 5634 | 5513 | 5515 | 5541 | 5651 | — | 1.19 | 1.18 | 1.00 | 1.84 | 1.83 | 1.73 | 3.98 | 3.98 | 3.98 | 2,13,17 |
| | 28.0 | 11.3 | 8.3 | — | 0.6 | — | 60 | 57 | 188 | 187 | 171 | — | 0.16 | 0.16 | 0.07 | 0.09 | 0.09 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **8561221** | 491.0 | 488.0 | 370.5 | — | 29.8 | 2.4 | 5245 | 5183 | 5374 | 5238 | 5705 | — | 1.56 | 1.56 | 1.55 | 3.19 | 3.19 | 3.18 | 3.62 | 3.62 | 3.61 | 13,25 |
| | 5.0 | 4.9 | 3.7 | — | 0.1 | — | 60 | 62 | 199 | 118 | 79 | — | 0.10 | 0.10 | 0.13 | 0.08 | 0.08 | 0.18 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | |
| **8694723** | 1384.0 | 1661.8 | 1261.7 | — | 74.9 | 5.4 | 6258 | 6230 | 6355 | 6149 | 6272 | — | 1.08 | 1.14 | 0.96 | 1.51 | 1.56 | 1.44 | 4.11 | 4.11 | 3.97 | 2,3,39 |
| | 41.5 | 16.6 | 12.6 | — | 0.8 | — | 117 | 36 | 137 | 96 | 109 | — | 0.17 | 0.17 | 0.03 | 0.09 | 0.09 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **8702606** | 664.0 | 688.7 | 554.5 | — | 39.7 | 3.5 | 5540 | 5396 | 5445 | 5489 | 6057 | — | 1.35 | 1.34 | 1.27 | 2.51 | 2.50 | — | 3.77 | 3.77 | 3.76 | 2,13,22 |
| | 16.0 | 6.9 | 5.5 | — | 0.5 | — | 60 | 70 | 192 | 171 | 108 | — | 0.19 | 0.19 | — | 0.14 | 0.14 | — | 0.01 | 0.01 | 0.03 | |
| **8760414** | 2384.0 | 2628.3 | 2041.6 | — | 117.1 | 5.6 | 5850 | 5925 | 5981 | 5873 | 6019 | — | 0.88 | 0.88 | 0.78 | 1.06 | 1.06 | 1.01 | 4.33 | 4.33 | 3.94 | 2,17,39 |
| | 121.0 | 26.3 | 20.4 | — | 0.4 | — | 166 | 59 | 194 | 251 | 252 | — | 0.18 | 0.18 | 0.01 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.26 | 40 |
| **9025370** | 2653.0 | 3246.7 | 2540.0 | — | 133.3 | 8.7 | 5704 | 5704 | 5630 | 6238 | 6381 | — | 0.70 | 0.70 | 0.84 | 0.90 | 0.90 | 0.96 | 4.37 | 4.37 | — | 2,17 |
| | 215.0 | 32.5 | 25.4 | — | 1.9 | — | 99 | 71 | 116 | 183 | 222 | — | 0.23 | 0.23 | 0.13 | 0.11 | 0.11 | 0.05 | 0.01 | 0.01 | — | |
| **9098294** | 2233.0 | 2494.9 | 1949.7 | — | 108.8 | 5.9 | 5766 | 5756 | 5930 | 5938 | 6092 | — | 0.96 | 0.96 | 1.00 | 1.14 | 1.14 | 1.15 | 4.30 | 4.30 | 4.27 | 2,17,39 |
| | 75.0 | 24.9 | 19.5 | — | 1.7 | — | 96 | 60 | 269 | 168 | 167 | — | 0.18 | 0.18 | 0.03 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **9139151** | 2610.0 | 2972.7 | 2270.0 | — | 116.7 | 10.1 | 6125 | 6116 | 6265 | 6062 | 6022 | — | 1.22 | 1.26 | 1.14 | 1.18 | 1.20 | 1.15 | 4.38 | 4.38 | 4.38 | 2,13,39 |
| | 78.3 | 29.7 | 22.7 | — | 2.1 | — | 60 | 53 | 214 | 138 | 180 | — | 0.22 | 0.22 | 0.03 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | |
| **9139163** | 1608.0 | 2202.8 | 1619.8 | 1179.8 | 81.0 | 6.6 | 6400 | 6432 | 6395 | 6431 | 6484 | 6512 | 1.25 | 1.36 | 1.36 | 1.50 | 1.56 | 1.53 | 4.18 | 4.18 | 4.18 | 2,13,17 |
| | 58.0 | 22.0 | 16.2 | 11.8 | 1.1 | — | 60 | 36 | 128 | 34 | 85 | 115 | 0.22 | 0.22 | 0.03 | 0.10 | 0.10 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **9206432** | 1853.0 | 2289.7 | 1863.9 | 1355.8 | 84.3 | 7.7 | 6608 | 6524 | 6597 | 6306 | 6482 | 6433 | 1.63 | 1.86 | 1.40 | 1.58 | 1.69 | 1.48 | 4.25 | 4.25 | 4.23 | 2,13,17 |
| | 46.0 | 22.9 | 18.6 | 13.6 | 1.3 | — | 60 | 56 | 174 | 63 | 71 | 110 | 0.24 | 0.24 | 0.03 | 0.10 | 0.10 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **9410862** | 2261.0 | 2449.0 | 1912.1 | — | 107.0 | 7.8 | 6024 | 6024 | 6203 | 5799 | 5935 | — | 1.11 | 1.13 | 1.12 | 1.21 | 1.22 | 1.22 | 4.32 | 4.32 | — | 2,17 |
| | 67.8 | 24.5 | 19.1 | — | 1.9 | — | 100 | 118 | — | 189 | 183 | — | 0.21 | 0.21 | 0.11 | 0.09 | 0.09 | 0.05 | 0.02 | 0.02 | — | |
| **9574283** | 455.0 | 459.3 | 370.6 | — | 29.9 | 3.0 | 5120 | — | — | 5328 | 6044 | — | 1.16 | 1.18 | 1.07 | 2.88 | 2.90 | — | 3.59 | 3.59 | — | 2,17,22 |
| | 10.0 | 4.6 | 3.7 | — | 0.8 | — | 55 | — | — | 163 | 93 | — | 0.22 | 0.22 | — | 0.23 | 0.23 | — | 0.02 | 0.02 | — | |
| **9812850** | 1195.0 | 1558.0 | 1171.2 | 877.2 | 65.1 | 4.1 | 6258 | 6272 | 6393 | 6336 | 6436 | 6557 | 1.22 | 1.29 | 1.39 | 1.73 | 1.78 | 1.75 | 4.05 | 4.05 | 3.94 | 2,17,39 |
| | 60.0 | 15.6 | 11.7 | 8.8 | 1.1 | — | 97 | 51 | 223 | 78 | 118 | 126 | 0.29 | 0.29 | 0.05 | 0.16 | 0.16 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.21 | 40 |
| **9955598** | 3546.0 | 3530.0 | 2995.3 | — | 153.0 | 9.5 | 5264 | 5355 | 5480 | 5236 | 5842 | — | 0.85 | 0.85 | 0.89 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 4.48 | 4.48 | 4.29 | 2,29,39 |
| | 119.0 | 35.3 | 30.0 | — | 3.1 | — | 95 | 66 | 197 | 359 | 238 | — | 0.18 | 0.18 | 0.02 | 0.07 | 0.07 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.12 | 40 |
| **10018963** | 987.0 | 1168.7 | 866.0 | — | 55.2 | 5.1 | 6145 | 6125 | 6285 | 6091 | 6175 | — | 1.32 | 1.37 | 1.18 | 1.99 | 2.03 | 1.92 | 3.96 | 3.96 | 3.95 | 2,17,39 |
| | 32.0 | 11.7 | 8.7 | — | 0.5 | — | 112 | 43 | 131 | 111 | 128 | — | 0.21 | 0.21 | 0.03 | 0.12 | 0.12 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **10162436** | 968.0 | 1370.4 | 977.0 | 671.1 | 55.5 | 3.6 | 6149 | 6155 | 6397 | 6427 | 6485 | 6505 | 1.22 | 1.27 | 1.23 | 1.93 | 1.97 | 1.90 | 3.95 | 3.95 | 3.95 | 2,17,39 |
| | 49.0 | 13.7 | 9.8 | 6.7 | 0.7 | — | 115 | — | — | 41 | 98 | 136 | 0.28 | 0.28 | 0.02 | 0.16 | 0.16 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **10355856** | 1330.0 | 1823.7 | 1308.8 | — | 68.1 | 4.7 | 6351 | 6326 | 6490 | 6427 | 6441 | — | 1.41 | 1.52 | 1.32 | 1.76 | 1.82 | 1.67 | 4.10 | 4.10 | 3.93 | 2,17,39 |
| | 42.0 | 18.2 | 13.1 | — | 0.7 | — | 118 | 47 | 189 | 32 | 85 | — | 0.23 | 0.23 | 0.03 | 0.11 | 0.11 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **10454113** | 2261.0 | 2594.3 | 2019.3 | — | 103.8 | 8.6 | 6120 | 6044 | 6179 | 6078 | 6148 | — | 1.27 | 1.31 | 1.19 | 1.29 | 1.31 | 1.25 | 4.32 | 4.32 | 4.31 | 2,13,17 |
| | 62.0 | 25.9 | 20.2 | — | 1.3 | — | 60 | — | 144 | 122 | 143 | — | 0.19 | 0.19 | 0.04 | 0.07 | 0.07 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **10516096** | 1700.0 | — | — | — | 84.6 | — | 5928 | 6006 | 5775 | — | — | — | 1.19 | 1.20 | 1.12 | 1.45 | 1.46 | 1.42 | 4.19 | 4.19 | 4.24 | 17,37,40 |
| | 30.0 | — | — | — | 1.1 | — | 95 | 67 | 188 | — | — | — | 0.15 | 0.15 | 0.03 | 0.07 | 0.07 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | |
| **10644253** | 2819.0 | 3234.8 | 2623.1 | — | 123.2 | 9.8 | 6030 | 6046 | 5932 | 6103 | 6279 | — | 1.22 | 1.25 | 1.13 | 1.14 | 1.15 | 1.11 | 4.41 | 4.41 | 4.40 | 2,13,17 |
| | 131.0 | 32.3 | 26.2 | — | 2.7 | — | 60 | 60 | 160 | 182 | 191 | — | 0.30 | 0.30 | 0.05 | 0.11 | 0.11 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | 39 |
| **10909629** | 839.0 | — | 843.7 | — | 49.6 | 3.0 | 6046 | 6046 | 6133 | — | 6479 | — | 1.23 | 1.26 | 1.36 | 2.09 | 2.11 | 2.17 | 3.89 | 3.89 | — | 2,17 |
| | 37.0 | — | 8.4 | — | 1.0 | — | 99 | 137 | — | — | 86 | — | 0.29 | 0.29 | 0.11 | 0.19 | 0.19 | 0.07 | 0.02 | 0.02 | — | |
| **10920273** | 1024.0 | 1103.1 | 826.6 | — | 57.1 | 4.9 | 5710 | 6189 | 6725 | 5707 | 5882 | — | 1.20 | 1.20 | 1.00 | 1.90 | 1.89 | 1.78 | 3.96 | 3.96 | 4.15 | 14,18,23 |
| | 64.0 | 11.0 | 8.3 | — | 0.6 | — | 75 | 216 | — | 319 | 299 | — | 0.30 | 0.30 | 0.04 | 0.17 | 0.17 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.08 | |
| **10963065** | 2184.0 | 2497.9 | 1885.3 | — | 102.6 | 7.3 | 6097 | 6116 | 6177 | 6054 | 6023 | — | 1.19 | 1.23 | 1.05 | 1.27 | 1.29 | 1.21 | 4.30 | 4.30 | 4.00 | 2,17,39 |
| | 62.0 | 25.0 | 18.9 | — | 1.0 | — | 130 | 35 | 143 | 128 | 163 | — | 0.19 | 0.19 | 0.02 | 0.07 | 0.07 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **11026764** | 895.0 | 945.6 | 698.3 | — | 50.2 | 4.5 | 5682 | 5374 | 5727 | 5605 | 5746 | — | 1.33 | 1.32 | 1.27 | 2.14 | 2.13 | 2.11 | 3.90 | 3.90 | 3.88 | 2,13,17 |
| | 29.0 | 9.5 | 7.0 | — | 0.6 | — | 60 | 34 | 155 | 205 | 188 | — | 0.21 | 0.21 | 0.06 | 0.13 | 0.13 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **11081729** | 1990.0 | 2485.7 | 1852.4 | — | 90.7 | 5.9 | 6630 | 6534 | 6637 | 6329 | 6290 | — | 1.51 | 1.73 | 1.26 | 1.47 | 1.57 | 1.38 | 4.28 | 4.28 | 4.25 | 2,13,17 |
| | 84.0 | 24.9 | 18.5 | — | 1.4 | — | 60 | 55 | 207 | 84 | 166 | — | 0.31 | 0.31 | 0.03 | 0.11 | 0.11 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **11244118** | 1420.0 | 1526.8 | 1169.9 | — | 71.3 | 5.5 | 5745 | 5729 | 5491 | 5736 | 5868 | — | 1.33 | 1.32 | 1.10 | 1.69 | 1.69 | 1.59 | 4.10 | 4.10 | 4.09 | 2,13,17 |
| | 31.0 | 15.3 | 11.7 | — | 0.9 | — | 60 | 58 | 197 | 152 | 143 | — | 0.18 | 0.18 | 0.05 | 0.09 | 0.09 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **11253226** | 1638.0 | 2150.4 | 1684.6 | 1194.6 | 76.9 | 4.4 | 6410 | 6572 | 6768 | 6402 | 6520 | 6451 | 1.63 | 1.77 | 1.41 | 1.70 | 1.77 | 1.55 | 4.19 | 4.19 | 3.96 | 2,17,39 |
| | 48.0 | 21.5 | 16.8 | 11.9 | 1.0 | — | 125 | 38 | 156 | 41 | 68 | 118 | 0.28 | 0.28 | 0.05 | 0.11 | 0.11 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **11295426** | 2154.0 | 2233.4 | 1766.4 | — | 101.2 | 5.8 | 5793 | 5838 | 5712 | 5539 | 5773 | — | 1.16 | 1.15 | 1.08 | 1.28 | 1.28 | 1.24 | 4.29 | 4.29 | 4.28 | 27,29,46 |
| | 13.0 | 22.3 | 17.7 | — | 1.0 | — | 74 | 87 | 235 | 99 | 78 | — | 0.09 | 0.09 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.06 | |
| **11395018** | 834.0 | 875.3 | 685.2 | — | 47.3 | 4.2 | 5445 | 5517 | 5458 | 5566 | 5965 | — | 1.29 | 1.28 | 1.27 | 2.20 | 2.19 | 2.18 | 3.86 | 3.86 | 3.84 | 2,18,23 |
| | 50.0 | 8.8 | 6.9 | — | 0.5 | — | 85 | 101 | 376 | 345 | 264 | — | 0.31 | 0.31 | 0.04 | 0.19 | 0.19 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.12 | |
| **11414712** | 707.0 | 781.2 | 586.9 | — | 43.9 | 4.1 | 5635 | 5581 | 5563 | 5783 | 6063 | — | 1.11 | 1.10 | 1.26 | 2.20 | 2.20 | 2.34 | 3.80 | 3.80 | 3.80 | 2,13,17 |
| | 20.0 | 7.8 | 5.9 | — | 0.7 | — | 60 | 33 | 81 | 141 | 117 | — | 0.18 | 0.18 | 0.08 | 0.14 | 0.14 | 0.06 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | |
| **11713510** | 1241.0 | — | — | — | 68.9 | — | 5893 | 5893 | 6055 | — | — | — | 1.05 | 1.05 | 1.00 | 1.60 | 1.60 | 1.57 | 4.05 | 4.05 | — | 17,37 |
| | 33.0 | — | — | — | 0.9 | — | 9 | 133 | — | — | — | — | 0.14 | 0.14 | 0.01 | 0.09 | 0.09 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | — | |
| **11717120** | 585.0 | 583.7 | 434.3 | — | 37.8 | 4.2 | 5150 | 5034 | 5165 | 5263 | 5722 | — | 0.99 | 1.00 | 1.01 | 2.33 | 2.35 | 2.38 | 3.70 | 3.70 | 3.68 | 2,13,17 |
| | 8.0 | 5.8 | 4.3 | — | 0.9 | — | 60 | 42 | 140 | 128 | 87 | — | 0.15 | 0.15 | 0.10 | 0.16 | 0.16 | 0.11 | 0.02 | 0.02 | 0.03 | |
| **11771760** | 535.0 | 652.7 | 477.2 | — | 32.2 | 3.1 | 6142 | — | — | 6142 | 6246 | — | 1.81 | 1.87 | 1.55 | 3.16 | 3.22 | 3.00 | 3.70 | 3.70 | — | 2,17 |
| | 19.0 | 6.5 | 4.8 | — | 0.7 | — | 99 | — | — | 100 | 116 | — | 0.39 | 0.39 | 0.14 | 0.27 | 0.27 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | — | |
| **11772920** | 3439.0 | 3709.5 | — | — | 157.4 | 8.7 | 5209 | 5371 | 5153 | 5790 | — | — | 0.68 | 0.68 | — | 0.80 | 0.80 | — | 4.47 | 4.47 | 4.34 | 2,40 |
| | 103.2 | 37.1 | — | — | 1.6 | — | 51 | 57 | 173 | 197 | — | — | 0.10 | 0.10 | — | 0.04 | 0.04 | — | 0.01 | 0.01 | 0.23 | |
| **11807274** | 1496.0 | 1678.7 | 1355.2 | — | 75.1 | 5.7 | 6225 | 6107 | 6365 | 5943 | 6232 | — | 1.35 | 1.42 | 1.26 | 1.63 | 1.67 | 1.58 | 4.14 | 4.14 | 4.13 | 16,29 |
| | 56.0 | 16.8 | 13.6 | — | 0.8 | — | 66 | 97 | 478 | 176 | 149 | — | 0.23 | 0.23 | 0.07 | 0.10 | 0.10 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | |
| **12009504** | 1768.0 | 2003.2 | 1558.7 | — | 88.1 | 6.0 | 6099 | 6232 | 6022 | 5988 | 6139 | — | 1.16 | 1.20 | 1.12 | 1.40 | 1.42 | 1.38 | 4.21 | 4.21 | 4.00 | 2,17,39 |
| | 40.0 | 20.0 | 15.6 | — | 1.2 | — | 125 | 61 | 168 | 115 | 115 | — | 0.18 | 0.18 | 0.02 | 0.08 | 0.08 | 0.04 | 0.01 | 0.01 | 0.21 | 40 |
| **12069424** | 2101.0 | 2317.2 | 1802.2 | — | 103.4 | 5.8 | 5813 | 5790 | 5741 | 5874 | 6027 | — | 0.99 | 0.99 | 1.11 | 1.20 | 1.20 | 1.24 | 4.28 | 4.28 | 4.28 | 35,38,45 |
| | 63.0 | 23.2 | 18.0 | — | 1.0 | — | 18 | — | — | 166 | 162 | — | 0.13 | 0.13 | 0.02 | 0.06 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.02 | |
| **12069449** | 2552.0 | 2626.2 | 2114.5 | — | 116.7 | 6.6 | 5749 | 5745 | 5671 | 5493 | 5798 | — | 1.08 | 1.07 | 1.07 | 1.14 | 1.13 | 1.13 | 4.36 | 4.36 | 4.33 | 35,38,45 |
| | 76.6 | 26.3 | 21.1 | — | 1.2 | — | 17 | — | — | 260 | 212 | — | 0.14 | 0.14 | 0.02 | 0.06 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.02 | |
| **12258514** | 1440.0 | 1667.1 | 1251.8 | — | 74.5 | 4.9 | 5990 | 6017 | 6062 | 6052 | 6108 | — | 1.21 | 1.23 | 1.20 | 1.59 | 1.60 | 1.59 | 4.12 | 4.12 | 4.11 | 2,13,17 |
| | 43.0 | 16.7 | 12.5 | — | 0.8 | — | 60 | — | — | 121 | 141 | — | 0.18 | 0.18 | 0.08 | 0.09 | 0.09 | 0.04 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 39 |
| **12317678** | 1238.0 | 1681.9 | 1349.5 | 945.8 | 63.3 | 3.5 | 6401 | 6401 | 6760 | 6418 | 6588 | 6583 | 1.53 | 1.66 | 1.41 | 1.89 | 1.97 | 1.85 | 4.07 | 4.07 | — | 2,17 |
| | 40.0 | 16.8 | 13.5 | 9.5 | 0.8 | — | 99 | 39 | 153 | 36 | 48 | 87 | 0.26 | 0.26 | 0.13 | 0.12 | 0.12 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | — | |
| **12508433** | 793.0 | 786.7 | 650.6 | — | 44.9 | 3.8 | 5134 | 5161 | 5062 | 5223 | 5959 | — | 1.22 | 1.24 | 1.17 | 2.23 | 2.25 | 2.20 | 3.83 | 3.83 | 3.50 | 2,17,40 |
| | 26.0 | 7.9 | 6.5 | — | 0.7 | — | 121 | 84 | 174 | 271 | 160 | — | 0.24 | 0.24 | 0.12 | 0.17 | 0.17 | 0.09 | 0.01 | 0.01 | 0.28 | |
| **2151** | 1000.0 | 1108.0 | 831.9 | — | 57.6 | 5.1 | 5790 | 5955 | 5762 | 5826 | 6021 | — | 1.10 | 1.10 | 1.08 | 1.83 | 1.83 | 1.81 | 3.95 | 3.95 | 3.84 | 8,11,12 |
| | 30.0 | 11.1 | 8.3 | — | 0.6 | — | 40 | — | — | 151 | 138 | — | 0.15 | 0.15 | 0.03 | 0.10 | 0.10 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.08 | |
| **43587** | 2247.0 | 2485.3 | 1965.2 | — | 106.4 | 6.0 | 5947 | 5835 | 5897 | 5905 | 6082 | — | 1.10 | 1.12 | 1.04 | 1.21 | 1.22 | 1.19 | 4.31 | 4.31 | 4.37 | 10,41 |
| | 15.0 | 24.9 | 19.7 | — | 1.1 | — | 17 | 79 | 64 | 71 | 63 | — | 0.07 | 0.07 | 0.01 | 0.03 | 0.03 | 0.04 | 0.01 | 0.01 | 0.04 | |
| **49385** | 1013.0 | 1154.8 | 881.3 | — | 56.3 | 4.1 | 6095 | — | 6241 | 5960 | 6146 | — | 1.31 | 1.35 | 1.25 | 1.96 | 1.99 | 1.94 | 3.97 | 3.97 | 4.00 | 19,20 |
| | 3.0 | 11.5 | 8.8 | — | 0.6 | — | 65 | — | — | 45 | 38 | — | 0.09 | 0.09 | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.06 | |
| **49933** | 1760.0 | — | 2053.9 | 1670.8 | 86.1 | 2.2 | 6522 | — | 6922 | — | 6643 | 6768 | 1.29 | 1.43 | 1.28 | 1.45 | 1.53 | 1.46 | 4.23 | 4.23 | 4.00 | 1,34,47 |
| | 52.8 | — | 20.5 | 16.7 | 0.9 | — | 38 | — | — | — | 27 | 29 | 0.18 | 0.18 | 0.01 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.06 | |
| **52265** | 2090.0 | 2389.8 | 1808.0 | — | 98.1 | 8.2 | 6116 | 6096 | 6208 | 6054 | 6031 | — | 1.25 | 1.29 | 1.24 | 1.33 | 1.35 | 1.33 | 4.29 | 4.29 | 4.32 | 5,24,31 |
| | 20.0 | 23.9 | 18.1 | — | 1.0 | — | 110 | — | — | 67 | 80 | — | 0.12 | 0.12 | 0.02 | 0.05 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.20 | |
| **146233** | 3100.0 | 3202.1 | 2668.7 | — | 133.4 | 10.5 | 5693 | 6146 | 5680 | 5533 | 5943 | — | 1.12 | 1.11 | 1.03 | 1.05 | 1.05 | 1.02 | 4.44 | 4.44 | 4.48 | 7,32,47 |
| | 93.0 | 32.0 | 26.7 | — | 1.3 | — | 108 | — | — | 267 | 201 | — | 0.18 | 0.18 | 0.01 | 0.06 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.06 | |
| **181420** | 1610.0 | — | 1674.1 | — | 75.6 | 6.7 | 6580 | 6529 | 6590 | — | 6537 | — | 1.65 | 1.87 | 1.30 | 1.71 | 1.82 | 1.61 | 4.19 | 4.19 | 4.09 | 6,28,44 |
| | 10.0 | — | 16.7 | — | 0.8 | — | 100 | 53 | 109 | — | 26 | — | 0.13 | 0.13 | 0.17 | 0.06 | 0.06 | 0.10 | 0.01 | 0.01 | 0.15 | |
| **181907** | 28.5 | 24.2 | — | — | 3.5 | 0.7 | 4725 | 4744 | 4758 | 4741 | — | — | 1.30 | 1.41 | 1.43 | 12.42 | 12.91 | 12.93 | 2.37 | 2.36 | 2.35 | 15,26,30 |
| | 0.7 | 0.2 | — | — | 0.1 | — | 65 | — | — | 132 | — | — | 0.20 | 0.20 | 0.23 | 0.76 | 0.76 | 0.44 | 0.01 | 0.01 | 0.04 | |
| **203608** | 2600.0 | — | 2488.0 | — | 120.3 | 6.7 | 6253 | 6165 | 6266 | — | 6371 | — | 1.08 | 1.14 | 0.93 | 1.10 | 1.13 | 1.06 | 4.39 | 4.39 | 4.36 | 42,43 |
| | 0.5 | — | 24.9 | — | 1.2 | — | 32 | — | — | — | 26 | — | 0.05 | 0.05 | 0.01 | 0.03 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | |
| **Procyon** | 1014.0 | — | 1129.7 | 739.4 | 55.2 | 2.5 | 6530 | 6544 | 6633 | — | 6602 | 6546 | 1.46 | 1.63 | 1.48 | 2.03 | 2.15 | 2.03 | 3.99 | 3.99 | 4.05 | 48,49,50 |
| | 11.0 | — | 11.3 | 7.4 | 0.5 | — | 90 | — | — | — | 20 | 41 | 0.13 | 0.13 | 0.01 | 0.07 | 0.07 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.04 | 51,52,53 |
| ⊙ | 3050.0 | 3256.6 | 2555.2 | 1879.5 | 136.0 | 9.8 | 5777 | — | — | 5742 | 5831 | 5840 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 4.44 | 4.44 | 4.44 | |
| | 49.9 | 32.6 | 25.6 | 18.8 | 0.1 | — | 20 | — | — | 141 | 137 | 148 | 0.06 | 0.06 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | |

Ref. — 1: Appourchaux et al.(2008), 2: Appourchaux et al.(2012), 3: Appourchaux et al.(2014), 4: Ballard et al.(2014), 5: Ballot et al.(2011), 6: Barban et al.(2009), 7: Bazot et al.(2012), 8: Bedding et al.(2007), 9: Benomar et al.(2014), 10: Boumier et al.(2014), 11: Brandão et al.(2011), 12: Bruntt et al.(2010), 13: Bruntt et al.(2012), 14: Campante et al.(2011), 15: Carrier et al.(2010), 16: Chaplin et al.(2013), 17: Chaplin et al.(2014), 18: Creevey et al.(2012), 19: Deheuvels et al.(2010), 20: Deheuvels & Michel(2011), 21: Deheuvels et al.(2012), 22: Deheuvels et al.(2014), 23: Doğan et al.(2013), 24: Escobar et al.(2012), 25: García et al.(2014), 26: Ghezzi & Johnson(2015), 27: Gilliland et al.(2013), 28: Hekker & Ball(2014), 29: Huber et al.(2013), 30: Lagarde et al.(2015), 31: Lebreton & Goupil(2014), 32: Li et al.(2012), 33: Lillo-Box et al.(2014), 34: Liu et al.(2014), 35: Lund et al.(2014), 36: Marcy et al.(2014), 37: Mathur et al.(2012), 38: Metcalfe et al.(2012), 39: Metcalfe et al.(2014), 40: Molenda-Żakowicz et al.(2013), 41: Morel et al.(2013), 42: Mortier et al.(2014), 43: Mosser et al.(2008), 44: Ozel et al.(2013), 45: Ramírez et al.(2011), 46: Santos et al.(2013), 47: Soubiran et al.(2010), 48: Aufdenberg, Ludwig & Kervella (2015), 49: Bond et al. (2015), 50: Huber et al. (2011a), 51: Bedding et. al. (2010), 52: Eggenberger et al. (2004), 53: Fuhrmann et al. (1997)

# TÜBİTAK
# PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

| | |
|---|---|
| Proje Yürütücüsü: | Prof. Dr. MUTLU YILDIZ |
| Proje No: | 112T989 |
| Proje Başlığı: | Öte-Gezegenli Ve Zonklayan Yıldızların İç Yapı Modellemesi (Özim) |
| Proje Türü: | 1001 - Araştırma |
| Proje Süresi: | 36 |
| Araştırmacılar: | |
| Danışmanlar: | |
| Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: | EGE Ü. FEN F. ASTRONOMİ VE UZAY BİLİMLERİ B. |
| Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: | 01/04/2013 - 01/04/2016 |
| Onaylanan Bütçe: | 209209.0 |
| Harcanan Bütçe: | 164520.38 |
| Öz: | Hem NASA (Kepler) hem de ESA (CoRoT) tarafından öncelikli araştırma alanı olan asterosismoloji ve öte gezegen konuları asıl motivasyonunu kamuoyunda da yoğun merak konusu olan yaşama elverişli mıntıkaların keşfine yönelik ilgiden almaktadır. Bu projelerde elde edilen ışıkeğrileri hem gezegen keşfi hem de yıldızların gözlemsel titreşim frekanslarının analizlerinde kullanılmaktadır. Bu sayede binlerce yıldızda Güneş benzeri titreşim frekansları keşfedildi ve yıldızların içyapısı ve evrimi hakkında çok önemli keşifler gerçekleşti. Bu keşifler arasında yıldızların katı cisimden çok farklı iç dönme özellikleri beklenmedik niteliktedir. Yıldızların içyapı modellerinin yapılması ve literatürdeki ölçeklendirme ilişkilerinden ise yıldızların asterosismik nicelikleri kullanılarak kütle ve yarıçapları bulunabilmektedir. Bu ölçeklendirme ilişkileri türetilirken yıldız yüzeyinde birinci adyabatik üssün sabit olduğu varsayılmış. Bunun geçerli olmadığını bulduk ve yeni ölçek ilişkilerini ürettik. İncelediğimiz yıldızlar arasında bulunan Procyon A?nın kütlesini (1,478±0,012 M?) eski ilişki yüzde 10 hata ile verirken yenisini hata payı yüzde 1,2 kadardır. Ölçeklendirme ilişkisinin duyarlılığı maksimum genlik frekansının duyarlılığına çok bağlıdır ve maalesef bu nicelik de her yıldız için duyarlı bir şekilde belirlenememektedir. Bu nedenle daha duyarlı bir şekilde belirlenen yeni referans frekansları keşfettik. Bu referans frekanslar HeII iyonlaşma mıntıkasının sebep olduğu büyük ayrılmaların minimum olduğu frekanslardır. Yıldızların çoğunda iki, bazılarında ise daha fazla minimum frekansı var. Bu frekanslardan kütle, yarıçap, etkin sıcaklık ve yaş gibi parametreleri gözlemsel frekanslardan elde etmek için yeni yöntemler geliştirdik ve bunları uyguladık. Sonuçlar muhteşem görünüyor. Öyle ki, incelediğimiz Kepler ve CoRoT hedef yıldızlarının içinde 34 yıldızın farklı yollardan hesaplanan kütleleri arasındaki fark 0,02 M??ten daha azdır, yarıçaplar arasındaki fark ise en frazla 0,007 R?. Hesapladığımız verilerden yıldızların açısal momentum ve Gökada?nın kimyasal evrimleşmesi için önemli sonuçlar elde edildi. Kepler gözlemlerinden titreşim frekansları elde edilen binlerce yıldızın, gezegenli yıldızların ve evrimleşmiş yıldızların asterosismik analizleri ise devam etmektedir. Kepler ve CoRoT sayesinde keşfedilen gezegen sayısı çığ gibi arttı. Bu gezegenlerin gözlemsel verilerinin ayrıntılı analizi yapıldı. Özellikle dev gaz gezegenlerinin yarıçapı üzerinde birim kütle başına birim zamanda barınak yıldızdan alınan aydınlatma enerjisinin başat rol oynadığı keşfedildi. Bu etki çıkarıldıktan sonra, gelgit, soğuma, metallik, moleküler ayrışma ve buharlaşma etkilerinin payı belirlendi. Yaşama elverişli gezegenleri de barındıran daha küçük kütleli gezegenlerin analizi ise devam etmektedir. |
| Anahtar Kelimeler: | yıldızlar: evrim,yıldızlar: içyapı,yıldızlar: titreşimler, gezegenler ve uydular: içyapı |
| Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?: | Hayır |

TÜBİTAK

| | |
|---|---|
| Projeden Yapılan Yayınlar: | 1- PROPERTIES OF 42 SOLAR-TYPE KEPLER TARGETS FROM THE ASTEROSEISMIC MODELING PORTAL (Makale - İndeskli Makale),<br>2- Fundamental properties of solar-like oscillating stars from frequencies of minimum Delta nu - I. Model computations for solar composition (Makale - İndeskli Makale),<br>3- Fundamental properties of solar-like oscillating stars from frequencies of minimum Delta nu - II. Model computations for different chemical compositions and mass (Makale - İndeskli Makale),<br>4- On the structure and evolution of planets and their host stars - effects of various heating mechanisms on the size of giant gas planets (Makale - İndeskli Makale),<br>5- Grids of stellar models including second harmonic and colors: solar composition (Z=0.0172, X=0.7024) (Makale - İndeskli Makale),<br>6- On the structure and evolution of planets and their host stars - effectsof various heating mechanisms on the size of giant gas planets (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),<br>7- Effects of the HeII ionization zones on oscillation frequencies and theirpromises (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum), |

TÜBİTAK