İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YAPAY POTANSİYELLER VE YAPISAL GRAFLAR KULLANILARAK ÇOK ARAÇLI SİSTEMLERİN DİZİLİM KONTROLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Veysel ÖZDEMİR

Anabilim Dalı: Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği

Programı: Telekomünikasyon Mühendisliği

OCAK 2007

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YAPAY POTANSİYELLER VE YAPISAL GRAFLAR KULLANILARAK ÇOK ARAÇLI SİSTEMLERİN DİZİLİM KONTROLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Veysel ÖZDEMİR
(504031331)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 19 Aralık 2006

Tezin Savunulduğu Tarih : 30 Ocak 2007

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Hakan TEMELTAŞ

Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. İbrahim EKSİN

Prof.Dr. Tayfun GÜNEL

OCAK 2007

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim süresince ve özellikle bu tez çalışması boyunca verdiği destek, kazandırdığı yeni bakış açıları ve eşsiz rehberliği için hocam sayın Prof. Dr. Hakan Temeltaş'a sonsuz teşekkürü borç bilirim.

Ocak 2007 **Veysel Özdemir**

İÇİNDEKİLER

ŞEKİL LİSTESİ iii

ÖZET v

SUMMARY vi

1. GİRİŞ 1

1.1 Araçlar, ajanlar ve insansız araçlar 1

1.2 Merkezi olan ve olmayan paradigma 4

1.3 Geçmiş çalışmaların özeti 6

1.4 Problem 7

1.5 Tezin Organizasyonu 8

2. YAPAY POTANSİYEL YÖNTEMİ İLE DİZİLİM KONTROLÜ 9

2.1 Potansiyel Kavramı ve Yapay Potansiyeller 9

2.2 Elkaim'in yöntemi 12

2.3 Bu yöntemde yapılan iyileştirmeler 15

3. YAPISAL GRAF YÖNTEMİ İLE DİZİLİM KONTROLÜ 17

3.1 Graflar 17

3.2 Yapısal Graflar 19

3.3 Murray'nin Yöntemi 21

3.4 Bu yöntemde yapılan iyileştirmeler 24

4. UYGULAMALAR 26

4.1 Yapay Potansiyel Metodu Uygulamaları 26

4.2 Yapısal Graf Metodu Uygulamaları 39

4.3 Performans Karşılaştırması 45

5. SONUÇLAR 46

KAYNAKLAR 47

ÖZGEÇMİŞ 50

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1 : Balonla hava saldırısı..... 1
Şekil 1.2 : İnsansız araç örnekleri..... 3
Şekil 1.3 : Kuş sürüleri ve otoyolda seyreden araçlar..... 5
Şekil 2.1 : Genel dizilim kontrolü senaryosu 10
Şekil 2.2 : Araç sanal lider etkileşimi 12
Şekil 2.3 : Bir araca komşusundan dolayı olan etki..... 13
Şekil 2.4 : Araç - engel arası etkileşim 13
Şekil 2.5 : Bir aracın üzerindeki net etki..... 14
Şekil 2.6 : Engelden gelen etkinin lidere doğru döndürülmesi 16
Şekil 3.1 : Örnek bir graf..... 18
Şekil 3.2 : Örnek bir yapısal graf 20
Şekil 3.3 : Yapısal grafla dizilen araçların sanal lider yardımı ile seyri..... 25
Şekil 4.1 : 4 aracın yapay potansiyel yöntemi ile sanal lider etrafında toplanması 27
Şekil 4.2 : Toplanan araçlara uygulanan kontrol işareti 28
Şekil 4.3 : Toplanan araçların sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıklarının zamanla değişimleri 28
Şekil 4.4 : Çift integratörlü hareket dinamiği ile araçların toplanmaları 29
Şekil 4.5 : Çift integratörlü hareket dinamiği ile toplanan araçlara uygulanan kontrol işareti 30
Şekil 4.6 : Çift integratörlü hareket dinamiği için araçların sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıklarının zamanla değişimleri 30
Şekil 4.7 : Çizgi diziliminde toplanma 31
Şekil 4.8 : Üçgen diziliminde toplanma 32
Şekil 4.9 : 10 araçlık bir kümenin çember dizilimi ile engelli ortamda seyredişi 33
Şekil 4.10 : Engel geçişi sırasında örnek iki araca etkiyen net kuvvetlerin yatay ve düşey bileşenleri 34
Şekil 4.11 : Engel geçişi sırasında örnek iki aracın sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıkları 35
Şekil 4.12 : Çift integratör kullanıldığında, engel geçişi sırasında örnek iki aracın sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıkları..... 35
Şekil 4.13 : Çift integratör kullanıldığında, engel geçişi sırasında örnek iki araca etkiyen net kuvvetin yatay ve düşey bileşenleri 36
Şekil 4.14 : Araçların engele takılması 37
Şekil 4.15 : Engel sakınma performansı iyileştirildikten sonraki durum 38
Şekil 4.16 : Daha fazla sayıda aracın rastgele engelli bir ortamdan geçişi ... 40
Şekil 4.17 : 4 araçlı bir kümenin yapısal graf metodu ile toplanması 41
Şekil 4.18 : 4 araçlı küme için graf 42
Şekil 4.19 : Toplanan araçların konumlarının değişimi 42

Şekil 4.20 : Yapısal graf yönteminde araçların farklı ilk konumları farklı noktalarda toplanmalarına sebep olmaktadır 43
Şekil 4.21 : Sanal lider ve yapısal graf 43
Şekil 4.22 : Yapısal graf yöntemine referans araç eklenmesi ile toplanma ... 44
Şekil 4.23 : Yapısal graf yöntemine referans araç eklenmesi ile seyir 45

YAPAY POTANSİYELLER VE YAPISAL GRAFLAR KULLANILARAK ÇOK ARAÇLI SİSTEMLERİN DİZİLİM KONTROLÜ

ÖZET

Birden fazla otonom aracın küme halinde yerine getirmesi beklenen (arama-kurtarma, mayın tarama, eşgüdümlü eşya taşıma gibi) görevler sırasında kümeyi oluşturran araçlardan daire, üçgen, çizgi gibi dizilimlere girmeleri ve bu dizilimi koruyarak hareket etmeleri beklenmekte ve bu araçların dizilimlerinin kontrolü bir problem olarak araştırılmaktadır. Literatürde, çok araçlı sistemlerin dizilim kontrolünü sağlamak için merkezi yöntemler ve merkezi olmayan yöntemler bulunmaktadır. Merkezi yöntemler tüm araçlar için tek bir noktadan yapılan bir kontrol sistemi önerirken, merkezi olmayan yöntemler araçlar arası etkileşimleri tanımlayarak her bir aracın verilen amaç doğrultusunda kendi kontrolünü sağlaması için sistemler önermektedirler.

Bu tez çalışmasında, çok araçlı sistemlerin merkezi olmayan yöntemlerle dizilimlerinin kontrol edilmesine ilişkin önerilen yöntemler araştırılmış ve incelenen yöntemler arasından yaygın kullanıldığı tespit edilen iki tanesi simülasyon seviyesinde gerçeklenmiştir. İlk yöntem araçları dizilime sokmak ve ilerletmek için sanal liderleri ve yapay potansiyelleri kullanmaktadır. Yapay potansiyeller araçlar arasında, araçlar ve lider(ler) arasında ve araçlarla engeller arasında tanımlanabilen, varsayımsal bir kuvvet etkisi oluşturan sanal etkilerdir. İkinci yöntem ise araçları dizilime sokmak için dizilimi ve araçlar arasındaki iletişimi graf ile temsil etmekte, dizilimin sağlanmasını ise her araç için ayrı ayrı yapay potansiyel tanımlamak yerine bu graf üzerinden tanımlanan ve yine yine sanal olan toplam bir potansiyel, yapısal potansiyel, üzerinden sağlamaktadır.

Gerçeklemeler sırasında değişik araç sayısı-dizilim-engel kombinasyonları içeren senaryolar için başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Engel sakınma problemi de ele alınmış ve incelenen yöntemlerin küme olarak engel sakınmada başarılı sonuçlar verdiği gözlenmiştir. İncelenen yöntemlere dair çeşitli iyileştirmeler yapılmış, yapılan iyileştirmeler ve elde edilen sonuçlar da ilgili bölümlerde sunulmuştur.

FORMATION CONTROL OF MULTI VEHICLE SYSTEMS USING ARTIFICIAL POTENTIALS AND STRUCTURAL GRAPHS

SUMMARY

Autonomous vehicles are used as groups in various missions like search \& rescue operations, military reconnaissance flights or cooperative object carrying missions. During these missions vehicles are required to form formations like circle, line or triangle and cruise while keeping that formation. As a consequence, formation control problem is drawing increasing interest of researchers. Centralized and decentralized approaches exists as solutions to the problem. Centralized approaches propose a central control mechanizm that calculates and transmits the control signal to each vehicle, while decentralized approaches propose that each vehicle produces its own control signal locally in order to align itself according to defined interaction rules between neighboring vehicles.

In this study, proposed methods for decentralized control of multi vehicle systems are examined and two most widely used of them are implemented in simulation level. First method uses virtual leader(s) and artificial potentials in order to control formation and navigation. Artificial potentials are virtual effects defined in between the vehicles and leadser(s), other vehicles and obstacles in the environment. These potentials are used in order to create hypothetical forces, which turns to be control signals for each vehicle. Second method describes intervehicle communication via graphs and defines a cumulative structural potential instead of seperate potentials for each vehicle in order to maintain formation control.

During simulations successful results are reached for various vehicle count-formation-obstacle combinations. Obstacle avoidance during the formation cruise is also taken as a problem and it is observed that the methods at hand provide mechanisms for vehicles to avoid obstacles as a team. Various improvements for these methods are also designed and presented along with their respective simulation results.

1. GİRİŞ

İnsansız araçların kulllanımı hem askeri hem de sivil uygulamalarda gün geçtikçe yaygınlaşmaktadır. Her ne kadar mobil araç sistemlerinin çoğu tek bir aracın kontrolü üzerine yoğunlaşmış olsa da, çeşitli görevlerin yerine getirilmesinde çok araçlı sistemlerin kullanılması son zamanlarda pek çok araştırmacının ilgisini çeken bir çalışma alanı olmuştur [1].

Çok araçlı sistemler, büyük objelerin görüntülenmesi, askeri keşif ve tarama görevleri, afet sonrası arama-kurtarma çalışmaları gibi görevlerde tek araçlı sistemlere karşı daha yüksek görev performansı ve dayanıklılık göstermektedirler. Aynı zamanda tek araçlı sistemlere göre çok daha basit araçların biraraya gelmesinden oluştuklarından maliyetleri daha azdır ve üretimleri daha kolaydır.

Birden fazla aracın kontrolü, tek araçlı sistemlerden farklı olarak araçların haberleşmeleri [2], yol planlama [3,4], farklı sensörlerin bir arada kullanımı [5] gibi yeni problemlerin çözümünü gerektirmektedir. Bunlar arasında belki de üzerinde en çok çalışılan konu dizilim kontrolüdür. Bir araç kümesinden standart olarak beklenen tarama, keşif ya da görüntüleme görevlerinin çoğu, araçların istenen bir dizilimi sağlamasını ve seyir halinde de korumasını gerektirir [6].

Bu çalışmada amacımız, çok araçlı bir sistemin istenilen dizilimlere gelebilmesini ve o dizilimi koruyarak seyredebilmesini sağlayacak yöntemleri araştırmak ve genel yaklaşımları temsilen seçeceğimiz çalışmaları incelemektir.

1.1 Araçlar, ajanlar ve insansız araçlar

Uzayda hareket etme yeteneğine sahip, kontrol edilebilen her türlü nesneye araç adı verilir. Bu araçlar kara, hava, deniz araçları olabildiği gibi uzay araçları ya da robot kollar da olabilirler. Hareketi sırasında insan kontrolüne ihtiyaç duymayan araçlara ise insansız araç (İA) adı verilir. İA'lar çalışma ortamlarına göre insansız kara aracı (İKA), insansız hava aracı (İHA) ya da insansız su ütsü/sualt aracı (İSA) olarak adlandırılırlar.

Bilinen ilk insansız araç (İA) 1849'da Avusturyalıların İtalyanlara saldırırken kullandıkları patlayıcı yüklü balonlardır. Avusturya gemilerinden havalandırılan insansız balonlar Venedik üstüne geldiklerinde kıyıda bulunan elektro-manyetik mekanizma vasıtası ile yakılmış ve bombalar yere çarprmalarıyla patlamışlardır [7]. Bu, taktik hava araçlarının insansız uçurulup saldırı amaçlı kullanılmasının ilk örneğidir.



Бомбардировка с аэростата. "Воздушное торпедо" О. С. Костовича.

Şekil 1.1: Balonla hava saldırısı [7].

Günümüzdeki İA'lara doğru yapılan önemli bir ilerleme 20. yy. başında ABD'de geliştirilip kullanılmaya başlanan otomatik pilotlardır. Bugün bir uçuşun kalma, yükselme, seviye koruma (seyir), alçalma, yaklaşma ve inme aşamalarını yapabilen otomatik pilotlar bulunmaktadır [8]. I. Dünya Savaşı'ndan kısa bir süre sonra güdümlü füzeler olarak bildiğimiz araçlar geliştirilmiştir. İnsansız araç dendiğinde akla her ne kadar uçak, otomobil gibi bilinen anlamda bir aracın "insansız hali" gelse de güdümlü füzeler de bu kategoridendirler.

Kastettiğimiz anlamıyla ilk insansız araçlar ise 1930'lu yıllarda İngiltere'de hava savunma takımlarının eğitimi sırasında kullanılmak üzere uçurulan yerden kumanda edilen pilotsuz uçaklardır [9]. Bunlara hedef uçak denilir. İHA'ların hedef uçak olarak kullanımı hala en yaygın kullanımıdır ve bu, otonom araç teknolojisinin gelişmesindeki ana itici güçlerden birisidir, çünkü gelişen uçak teknolojisini takip etmek zorunda olan hedef uçak teknolojisi de sürekli gelişmektedir. Başlarda kısa

mesafe uçabilen bu uçakların zamanla uçuş mesafesi arttıkça 1960 ve 1970'lerde ABD tarafından Vietnam ve Kuzey Kore'de keşif amaçlı kullanılmaya başlanmıştır [10]. 1980'lerle birlikte muharebe yeteneğine sahip insansız araçlar da geliştirilmeye başlanmıştır, ancak bir muharebe aracında insan kontrolü mekanizmasını devre dışı bırakmak hala çekinceli bakılan bir konudur [9].



(a) Keşif amaçlı bir İHA: TAI yapımı Pelikan modeli [11].



(b) Mayın temizleme amaçlı kullanılan bir İKA: ACER modeli mayın temizleme aracı [12].

Şekil 1.2: İnsansız araç örnekleri.

İnsansız araçlar sivil uygulamalarda da kullanılmaktadır. Dünya yörüngesindeki haberleşme uyduları insansız araçlardır ve bu uyduların pozisyon kontrolü bu alandaki problemlerden bir tanesidir. Tarımda kullanılan insansız traktör modelleri "insansız" olmalarından öte, hafiflikleriyle toprağı daha az ezdikleri için ürün kalitesini arttırmaktadırlar [13].

Uygulama alanları ve önemi sürekli artan insansız araçlar için ayrılan araştırma kaynakları da artmakta[1] buna paralel olarak teknolojisi ilerleyen, maliyetleri giderek düşen ve kullanım alanları giderek artan insansız araçlardan beklenen yetenekler ve görevler de gittikçe karmaşıklaşmaktadır [6]. Gittikçe karmaşıklaşan problemlerin çözülmesi için son zamanlarda yoğunlukla araştırlan konulardan biri de birden fazla aracı birarada kullanarak çözüme ulaşmaktır. Büyük objelerin görüntülenmesi, askeri keşif görevleri, mayın tarama görevleri, afet sonrası arama-kurtarma operasyonları gibi pek çok alan çok araçlı sistemlerin tek araçlı sistemlere karşı üstün başarım gösterdiği ya da avantajlı olduğu alanlardır [14]. Bir arama kurtarma görevinde tek

[1] ABD'de savunma bakanlığı 21. yy.'ın ilk çeyreği için insansız araçların araştırmasına yaklaşık 10 milyar dolar bütçe ayırmıştır [9].

bir aracın tüm bölgeyi taramasındansa çok sayıda aracın bölgeyi paylaşarak aynı anda taramaları daha hızlı sonuç verecektir. Benzer şekilde, mayın taraması yaparken tek bir araç kullanmak yerine bir araç kümesi kullanmak daha etkin bir seçimdir. Verimliliği arttırmanın ötesinde, problemin yapısı gereği birden fazla aracın bir arada olmasını gerektiren durumlar vardır: Haberleşme uydularının yerleşimi ya da otonom trafik sistemlerinin işleyişleri bu türden problemlerdir.

Çok araçlı bir sistemin kontrolünün, tek araçlı bir sistemde bulunmayan problemler içerdiğini belirtmiştik. Bunların arasında belki de en önemlisi eldeki araç kümesinin diziliminin yani her bir aracın pozisyonun kontrolüdür. Kısım 1.4'deki genel senaryoyu hayata geçirirken karşılaştığımız problemi yukarıdaki biçimde, yani "her bir aracın pozisyonunun kontrolü" biçiminde, ifade ettiğimizde sanki problemin çözümü her bir aracın hangi konumda olması gerektiğini sürekli hesaplayarak araçları bu konumlara çekmek ve orada tutmakmış gibi görünmektedir, ancak bu tek yol değildir; araçların dizilimini sağlamak için genel olarak iki yaklaşım vardır: Merkezi kontrol ve merkezi olmayan kontrol. Bu iki yaklaşımdan bahsetmeden önce arkaplandaki fikirlere dair bir temel sağlaması amacıyla merkezi ve merkezi olmayan kavramları aşağıda kısaca açıklanmıştır:

1.2 Merkezi olan ve olmayan paradigma

Merkezi paradigma, insanoğlunun dünyayı algılayışında ve kurduğu modellerde kendini sıklıkla gösterir. Bir "merkezi işlemci" tarafından yönetilen bilgisayarlar, "yönetim kurulları" tarafından yönetilen şirketler, merkezi devlet modelleri ve merkezi ekonomik modeller, "ana" bir program parçası tarafından kullanılan "alt" program parçalarından oluşan programlama yapıları hep bu türden örneklerdir.

Bununla birlikte, özellikle geçen yüzyılın ikinci yarısından itibaren doğa bilimlerinde, mühendislikte ve toplumbilimde merkezi olmayan modeller kurulmaya başlanmıştır [15]. Kısaca ifade edersek, merkezi olmayan bakış açısı, ele aldığı sistemin sonuçtaki toplam davranısını, sistemi oluşturan her bir bireyin/elemanın komşuları ile girdiği etkileşimlerin bir sonucu olarak düşünür. Açıklayıcı bir örnek olarak kuş sürülerini verebiliriz: Yakın zamana kadar kuş sürülerinin bir liderin öncülüğünde ilerlediğini düşünen biyoloji çevreleri [16] ve [17] gibi çalışmalar ışığında farketmiştir ki kuş sürüleri, hatta pek çok hayvan sürüsü lidersizdir ve bireyler kendi kendilerine, komşuları ve çevreleri ile etkileşime girerek, organize olurlar. Benzer şekilde, otoyoldaki araçların herhangi bir merkezden emir almadıkları halde belli dizilimlere girdiğini her gün gözleyebiliriz. bknz: Şekil 1.3.



(a) (b)

Şekil 1.3: Kuş sürüleri ve otoyolda seyreden araçlar. Her iki yapıda da sistem elemanlarının kendi sınırlı çevreleri ile etkileşimlerinden sistemin genel davranışı oluşmaktadır.

Merkezi modeller ne kadar yaygınsa, merkezi olmayan modeller de aynı yaygınlıkta kurulmaktadır: Bilgisayar mimarisindeki paralel işlemciler, psikiyatrideki bilinç-bilinçaltı teorisi, işletmelerdeki tabandan tavana yönetim modelleri, matematiğin kaos ve komplex sistem teorileri, ekonomideki serbest piyasa modeli, yazılım mühendisliğindeki nesneye dayalı programlama yöntemleri birbirleriyle ne kadar ilgisiz gibi görünseler de aynı ortak noktayı paylaşırlar: Merkezi olmayan bir paradigmayı [15]. Bu düşünüş biçimi, eldeki sistemde gözlenen sonucu oluşturan şeyi sistemi oluşturan parçaların (çeşitli işlemcilerin, bilincin ve bilinçaltının, mikro-organizasyonların, piyasadaki şirketlerin ve bireylerin, program nesnelerinin) birbirleri ile etkileşimi olarak alır. Sistem kontrolü için, özellikle birbirleri ile eşgüdüm içinde hareket etmesi beklenen parçalardan oluşan sistemlerin kontrolü için, bu, yeni ve keşfedilmeye açık bir bakış açısıdır [18].

Tabii ki tüm bunlar merkezi bakış açısının yanlış olduğu anlamına gelmemektedir. Sadece bazı şeyleri açıklamakta merkezi olmayan bakış açısı daha başarılıdır [15]. Çok araçlı sistemlerin kontrolünde de yukarıdakine benzer şekilde merkezi ve merkezi olmayan yaklaşımlar vardır, ancak son yıllarda araştırmaların yoğunluğu merkezi olmayan kontrol yaklaşımlarına doğru kaymaktadır. Kısım 1.3'de geçmiş çalışmaların bir özeti sunulmuştur.

1.3 Geçmiş çalışmaların özeti

Çok araçlı sistemlerin dizilim kontrolü için yapılan çalışmalar öncelikle merkezi ve merkezi olmayan yöntemler üzerinde yoğunlaşan çalışmalar olarak ikiye ayrılabilir. Merkezi yöntemler n adet aracın kontrolü için optimizasyon yöntemleri [19] ya da tamsayılı programlama [4,20] yöntemleri kullanmışlardır. Merkezi kontrol çalışmaları verilen sistem için global olarak en iyi çözüme ulaşabilmektedirler. Bu avantajlarına karşın araç sayısının artması hesap yükünü katlayarak arttırdığından merkezi kontrol yöntemleri gerçek zamanlı sistemlerde esnek bir biçimde uygulanabilir yöntemler değillerdir [21]. Merkezi kontrol yaklaşımının bundan başka dezavantajları da vardır: Öncelikle yüklü ve uzun mesafe bir haberleşme gerektirirler. Ayrıca ana kontrol noktasının çökmesi ile sistem de çökmüş olacağından bozulmalara karşı görece olarak daha dayanıksızdırlar [38].

Merkezi olmayan kontrolün hayal edilebilmesi için doğadan örnekler sunmuş olmaları açısından biyomatematikçilerin [16] ve [17] gibi çalışmaları önemlidir. Bu çalışmalarda hayvan sürülerinin liderler yönetiminde değil, bireylerin etkileşimi ile hareket ettikleri ve sonuca ulaştıklarına dair gözlemler sunulmuştur. Bu çalışmalara bağlantılı olarak gelişen sürü zekası araştırmaları yapay zekanın bir alt dalı olup bir grup birey arasında tanımlanan etkileşimin sonuçta nasıl bir grup davranışı doğuracağını inceler. Çok araçlı sistemlere sürü zekasının uygulamasını [22] ve kararlılığını [23] inceleyen çalışmalar mevcuttur.

Araç dizilimlerinin kontrolü için davranış temelli yöntemler [24], yapay potansiyel yöntemi [25,26] ve graflar ile yapısal potansiyellerin kullanıldığı yöntemler [27] vardır. Davranış temelli yöntemler, araçlar arası etkileşimi canlıların "yaklaşma", "sakınma", "kaçınma" gibi davranışları ile sağlamaya çalışırken diğer yöntemler araçla diğer araçlar ve ortam arasında olduğu varsayılan yapay bir potansiyel kullanırlar. Yapay potansiyel fikrini [28] çalışması ile öneren Khatib'den sonra Leonard ve Fiorelli [26] çalışmaları ile sanal lider kullanımını önermiştir, ancak bu çalışmada önerilen yöntem araçların tekil bir dizilime oturmalarını garanti edememişlerdir. Bu soruna çözüm olarak Murray ve Saber [27] çalışmasında grafların ve yapısal potansiyelin kullanımını önermiş, [18] çalışmasında ise her dizilimin kararlı olamayacağını, kararlılık için aradaki haberleşme yapısının önemli olduğunu belirtip, graf teorisi kullanılarak dizilimin kararlılığının hesaplanabileceğini açıklamışlardır. Elkaim ve ark. [25] çalışmalarında ise yapay potansiyel ve sanal lider yardımı ile dizilim kontrolü için hesap yükü hafif bir sistem önermiştir.

Önerilen sistemlerin sınıflandırılması için Dudek [1] çalışmasında bir sistematik önermiştir. Daha sonra [29]'da, tasarlanmış bir sistem bu sınıflandırma kullanılarak incelenmiştir.

Çok araçlı sistemler hakkında yapılan araştırmaların ilerlemesini sağlayan en ilginç uygulama alanlarından bir tanesi de futbol oynayan robotlardır. Bu alanda, [30] ve [31] gibi örnekler verebileceğimiz pek çok çalışma yapılmakta, her yıl da dünya çapında yüksek katılımlı bir turnuva düzenlenmektedir [32].

1.4 Problem

Elimizdeki problemin senaryosu genel olarak şöyledir. 2 (ya da 3) boyutlu uzayda hareket edebilen, özellikleri eş araçların uzayın değişik noktalarından harekete başlayıp görev gereği belli bir dizilime gelmeleri istenmektedir. Bu dizilim daire, üçgen, çizgi, baklava dilimi, kama ya da herhangi başka bir dizilim olabilir. Bu, problemin ilk aşamasını oluşturmaktadır.

Problemin ikinci aşaması dizilimi sağlamış araçların engelli bir ortamda bir yolu takip etmesi, ya da bir noktadan başka bir noktaya güvenli bir yol bulmasıdır.

Bu türden durumlara örnek olarak bir arama - kurtarma çalışmasında çizgi ya da ızgara halinde dizilen bir araç kümesinin belirtilen alanın bir ucundan diğer ucuna katetmesi verilebilir. Benzer şekilde büyük bir objenin 3-boyutlu görüntülenmesi sırasında araçlardan obje etrafında halka oluşturmaları beklenebilir.

Bu tez çerçevesinde biri [25] diğeri de [27] olmak üzere seçilen iki çalışma yakından incelenmiştir. [25] yapay potansiyel ve sanal lider yaklaşımının bir temsilcisi olarak uygulamada hesap yükü hafif ve simülasyon seviyesinde başarılı bir örnek olduğu için, [27] ise hem yaygın kullanılan graf teorisi yönteminin çok atıfta bulunulan önemli bir temsilcisi olduğu için, hem de dizilim kararlılığının kanıtlandığı matematiksel temelleri net ifade edilmiş bir yayın olduğu için seçilmiştir.

Bu tez çalışması sürecinde her iki yöntemde ayrı ayrı farkedilen çeşitli eksikliklerin ve problemlerin giderilmesi için bazı geliştirmeler yapılmıştır. [25] çalışmasında eksik olan hareket dinamiği eklenmiş ve pek çok durumda zayıf olan engel sakınma performansı arttırılmıştır. [27] deki yönteme de bir lider eklenerek toplanma yerinin belirlenmesi başarılmış, yine bu lider sayesinde araçarın dizilimlerini koruyarak seyretmeleri sağlanmıştır.

1.5 Tezin Organizasyonu

İlk bölümde bazı temel kavramlar ve bunların tarihsel gelişimi anlatılmıştır. Aynı zamanda çok araçlı sistemlerin kontrolü için önemli olan merkezi ve merkezi olmauan bakış açıları tanıtılmış ve geçmiş çalışmaların özeti verilmiştir. İkinci bölümde kısımda potansiyel ve yapay potansiyel kavramları tanıtılmış, yapay potansiyeller yöntemi ile dizilim kontrolü açıklanmıştır. Graflar ve yapısal graflar hakkında bilgiler ve yapısal grafların kullanılması ile dizilim kontrolü hakkında bilgiler de üçüncü bölümde verilmiştir.

Dördüncü bölüm yaptığımız simülasyonların sunumuna ve sonuçların yorumlarına ayrılmıştır. Beşinci bölüm ise bu tezin özetinin ve ileriki çalışmaların sunulduğu kapanış bölümüdür.

2. YAPAY POTANSİYEL YÖNTEMİ İLE DİZİLİM KONTROLÜ

Bu yöntemde araçları dizilime oturtmak ve hareket ettirmek için sahip oldukları varsayılan yapay potansiyel enerjilerden yararlanılır. Yapay potansiyel enerji fikrini ilk kez Khatib önermiştir [28]. Bir robot manipülatörün engellere çarpmadan istenen noktaya gidebilmesi için önerilmiş olan bu yöntemi çalışmalarıyla Leonard ve Fiorelli çok araçlı sistemlere uygulanabilir hale getirmişler ve sanal liderlerin de kulllanılması ile çeşitli dizilimlerin sağlanabileceğini göstermişlerdir [26].

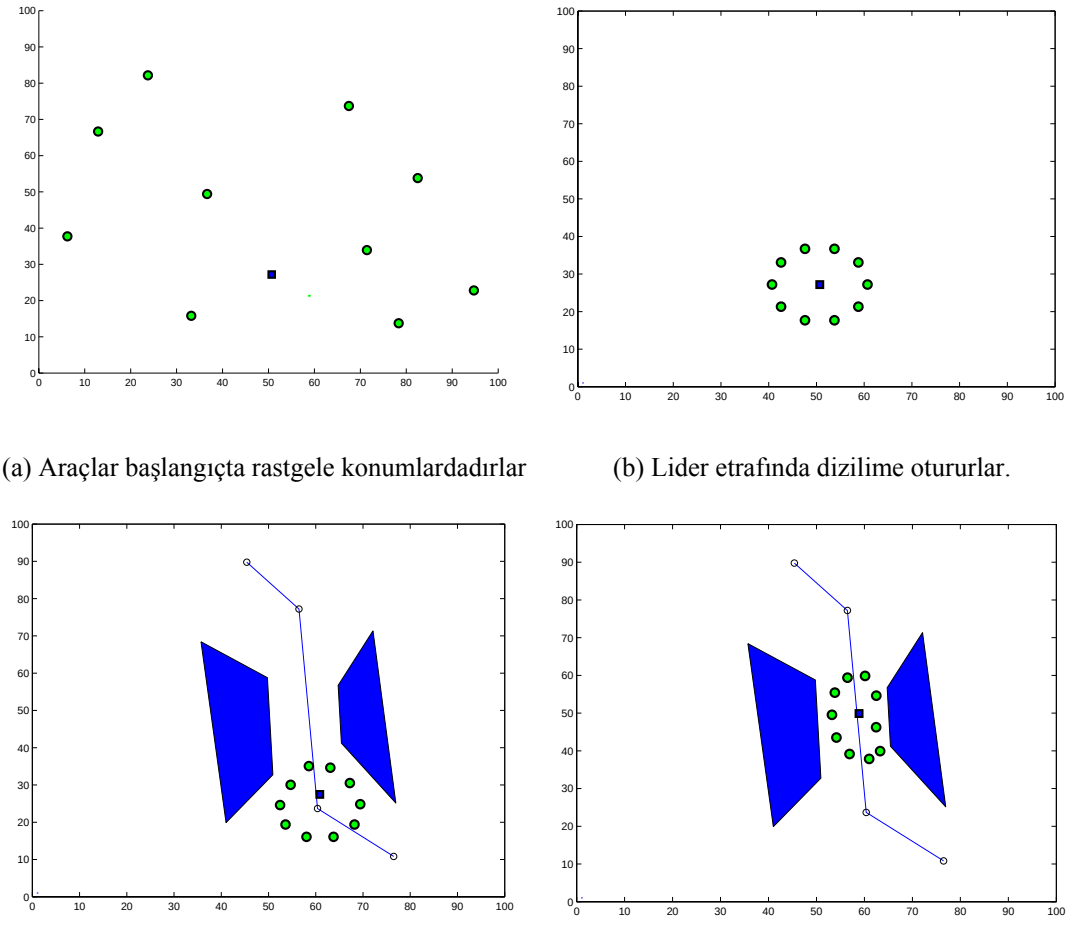
Kısım 2.1'de yapay potansiyel kavramı ve bu yöntemin kullanıldığı anahtar çalışmalar tanıtılmıştır. Elkaim ve ark. [25] çalışmalarında yapay potansiyel ve sanal lider kullanarak çok araçlı bir sistemin istenen yolda istenen dizilimde engellerden sakınarak gitmesini sağlayacak bir yapı tasarlamışlardır. Kısım 2.2'de anlatılanlar da bu çalışma temel alınarak hazırlanmıştır.

Bu çalışmada istenen senaryo şekil 2.1-a'da gösterildiği gibi ortamda dağılmış olan bu araçların sanal lider etrafında şekil 2.1-b'de gösterildiği gibi istenen bir dizilime gelmeleri ve şekil 2.1-c ve d'de gösterildiği gibi herhangi bir engelli ortamda ilerleyen sanal lideri engellere çarpmadan takip edebilmeleridir.

2.1 Potansiyel Kavramı ve Yapay Potansiyeller

[26] ve [28]'de incelenen ve detayları verilen yapay potansiyel yöntemi araç dizilimlerinin sağlanması için kontrol işaretinin elde edilmesinde sık kullanılan yöntemlerden birisidir [3,25,27].

Yapay potansiyel yaklaşımının arkasındaki anafikir aracı uzayda olduğu varsayılan bir potansiyel alanının etkisinde kalan bir parçacık olarak düşünmektir. Araç böyle bir kuvvet alanında hareket ederken ulaşılacak nokta bir çekim kutbu, engeller ise araç için itici yüzeylerdir. Toplam potansiyel değeri olan U iten ve çeken bileşenlerin toplamına eşit olur.



(a) Araçlar başlangıçta rastgele konumlardadırlar

(b) Lider etrafında dizilime otururlar.

(c) Lideri takip ederler.

(d) Engellerden sakınırlar.

Şekil 2.1: Genel dizilim kontrolü senaryosu.

Tek bir araç için yöntem şöyledir: Tek bir O engelinin olduğu bir ortamda bir aracın kontrolünü düşünelim. x_d varılmak istenen pozisyon olmak üzere araç (2.1) eşitliğindeki gibi bir yapay potansiyele maruz bırakılır.

$$U_{art} = U_{x_d}(x) + U_O(x) \qquad \textbf{(2.1)}$$

Bu durumda araca uygulanacak kontrol işareti (komut vektörü) aracı bu potansiyel etkinin global minimumuna çekecek şekilde olmalıdır. Bunu bulmanın en kolay yöntemlerinden biri de türevin azalma yönünü bulmaktır. Komut vektörü (2.2) eşitliğinde görüldüğü gibi potansiyelin yola göre türevinden (burada gradyeninden) elde edilir ve kuvvet cinsindendir.

$$F = F_{x_d} + F_O \qquad \textbf{(2.2)}$$

$$F_{x_d} = -\nabla U_{x_d} \qquad \textbf{(2.3)}$$

$$F_O = -\nabla U_O(x) \qquad \textbf{(2.4)}$$

Burada F_{x_d} x noktasında bulunan bir aracın x_d noktasına ulaşmasını sağlayacak bir çekme etkisi, F_O ise U_O potansiyelilnden doğan ve aracın O engelinden kaçınmasını sağlayacak itme etkisidir. Aracın x_d noktasına gitmesini sağlayacak potansiyel etkisi x_d noktasında 0 olmalı, araç x_d'den uzaklaştıkça da monoton olarak artmalıdır. Bu kısıtı sağlayan ve x_d noktasında türevli olan bir potansiyel ifadesi (2.5) eşitliğindeki gibi seçilebilir. Burada k_c çekme etkisi için katsayıdır.

$$U_{x_d} = \frac{1}{2} k_c \| x - x_d \|^2 \tag{2.5}$$

(2.5) eşitliği araç istenen nokta civarındayken kararlı bir şekilde 0 potansiyele varmasını sağlarken, araç istenen noktadan çok uzaksa başlangıçta çok çok büyük çekim kuvvetlerine ve dolayısı ile kararsızlıklara sebep olabilir. Bu durumun önüne geçmek için (2.6) eşitliğindeki gibi bir potansiyel tanımı kullanılabilir.

$$U_{x_d} = \begin{cases} \frac{1}{2} k_c \| x - x_d \|^2 & ; \| x - x_d \| \le d \\ dk_c \| x - x_d \| - \frac{1}{2} k_c d^2 & ; \| x - x_d \| > d \end{cases} \tag{2.6}$$

(2.2) ve (2.6) eşitlikleri birlikte alındıklarında çekme kuvvetinin ifadesi (2.7) eşitliğindeki gibi olur.

$$F_{x_d} = \begin{cases} -k_c (x - x_d) & ; \| x - x_d \| \le d \\ -dk_c \frac{(x - x_d)}{\| x - x_d \|} & ; \| x - x_d \| > d \end{cases} \tag{2.7}$$

Aracın engellerden sakınmasını sağlayacak potansiyel etkisi araç engele yaklaştıkça aracı engelden itecek yönde kuvvetli etki göstermeli, araç engelden uzaklaştıkca da etkisi azalmalı, gittikçe yok olmalıdır. x_o aracın engele olan uzaklığı, x_{os} de engelin araca etki edebildiği en fazla uzaklık olarak tanımlanırsa belirtilen koşulları sağlayan bir potansiyel ifadesi (2.8) eşitliğindeki gibi olacaktır. Burada k_i itme etkisi için katsayıdır.

$$U_O = \begin{cases} \frac{1}{2} k_i \left(\frac{1}{x_o} - \frac{1}{x_{os}} \right) & ; x_o \le x_{os} \\ 0 & ; x_o > x_{os} \end{cases} \tag{2.8}$$

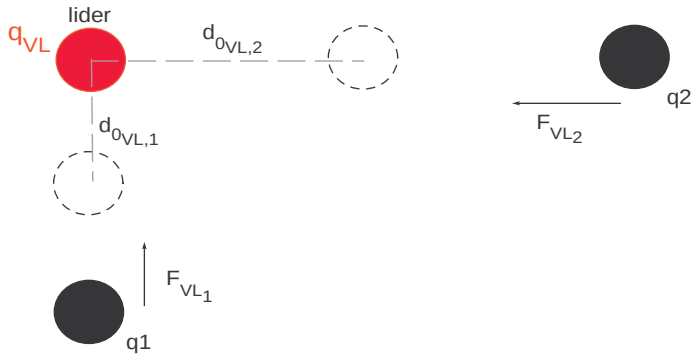
(2.2) ve (2.8) eşitlikleri birlikte alındıklarında iteme kuvvetinin ifadesi (2.9) eşitliğindeki gibi olur. Burada engel dışbükey bir bölgedir ve x noktasındaki araca engelin en yakın noktası b'dir. ∇x_o ifadesi b'den x'e doğru olan birim vektördür.

$$
\begin{aligned}
F_O &= k_i\left(\frac{1}{x_o}-\frac{1}{x_{os}}\right)\frac{1}{x_o^2}\nabla x_o \\
\nabla x_o(\tau)|_{\tau=x} &= \frac{x-b}{\|x-b\|}
\end{aligned}
\qquad \textbf{(2.9)}
$$

2.2 Elkaim'in yöntemi

Bu kısımda Gabriel Hugh Elkaim'in [25] çalışması incelenmiştir. Sözügeçen çalışmada sunulan sistemin aktörleri araçlar, sanal lider ve engellerdir. Araçlar, diğer araçlarla, engellerle ve sanal liderle etkileşirler bu etkileşimler de yapay potansiyeller biçiminde gösterilir. Genelliği bozmadan, 2 boyuttu uzayda hareket eden ve konumları $q_i = (x_i, y_i); i = \{1,..,n\}$ ile gösterilen n adet araç olsun. Bu araçlara referans olan ve konumu q_{VL} ile gösterilen bir sanal lider ve ortamda çeşitli engeller olsun.

Bir aracın sanal liderle etkileşimi temsili olarak şekil 2.2'de gösterilmiştir. *i.* aracının istenen dizilime geldiğinde lidere göre alması istenen konum $d_{0_{VL,i}}$, herhangi bir anda lidere olan mesafesi de $d_{VL,i}$ olsun. k_{VL} araç-lider arası çekim katsayısı olmak üzere araç-lider etkileşimi (2.11) eşitliğinde verildiği gibidir. Bir araca, sanal lidere olan uzaklığı ile orantılı bir kuvvet etki eder.

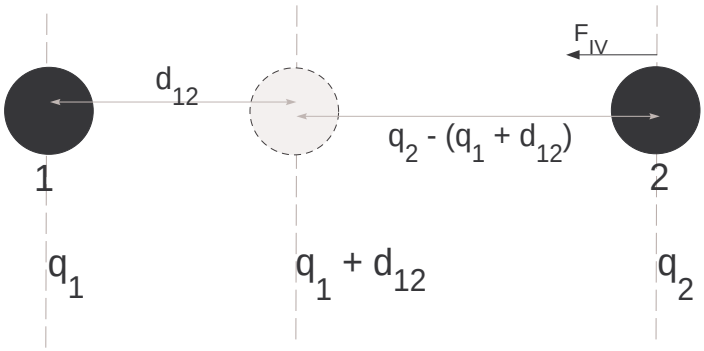


Şekil 2.2: Araç – sanal lider etkileşimi.

$$
\begin{aligned}
F_{VL} &= k_{VL}(d_{VL,i} - d_{0_{VL,i}}) \\
d_{VL,i} &= q_{VL} - q_i
\end{aligned}
\qquad \textbf{(2.11)}
$$

Araçların kendi aralarında olan etkileşimleri temsili olarak şekil 2.3 de gösterilmiştir. i aracının komşusu j aracı olsun ve konumları sırasıyla q_i ve q_j olsun. İstenen dizilim için i aracının tüm komşularının kümesi J_i, i aracının j'ye göre alması

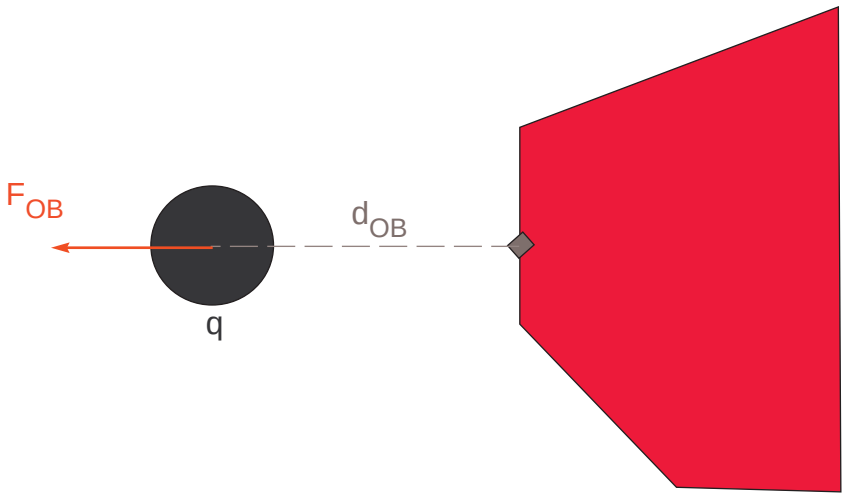
istenen konum $d_{o_{ij}}$, herhangi bir anda sahip olduğu konum ise d_{ij} olsun. k_{IV} araçlar arası çekim katsayısı olmak üzere komşusundan dolayı bir aracın maruz kaldığı etki (2.12) eşitliğindeki gibidir. Bir araca her bir komsuşuna olan uzaklığı ile orantılı kuvvetler etki eder.



Şekil 2.3: Bir q_2 aracına komşusu q_1'den dolayı olan etki.

$$\begin{aligned} F_{IV} &= k_{IV} \sum_{j \in J_i} (d_{ij} - d_{0_{ij}}) \\ d_{ij} &= q_j - q_i \end{aligned} \qquad \textbf{(2.12)}$$

Engellerden sakınmayı sağlamak için de araç-engel arası etkileşimler tanımlanmıştır. Bu etkileşimler temsili olarak şekil 2.4 de gösterildiği gibidir. Yine aynı şekilde konumu q_i olan araç, kendisine en yakın noktası q_{OB} olan bir engelle karşılaşmış olsun. k_{OB} araç engel arası itme katsayısı, n aracın etkileşime girdiği engel sayısı olmak üzere engelden gelen etki (2.13) eşitliğindeki gibidir: Bir engel ile etkileşime giren araca o engele dik ve engelden dışa doğru bir kuvvet etki eder.

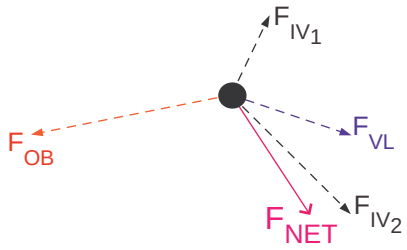


Şekil 2.4 Araç – engel arası etkileşim.

$$F_{OB} = \sum_{k=1}^{n} \frac{k_{OB}}{d_{OB_k}}$$
$$d_{OB} = q_i - q_{OB} \qquad \textbf{(2.13)}$$

Tüm bu saydığımız etkiler bir arada düşünüldüğünde bir araca etki eden net sanal kuvvet (2.14) eşitliğinde gösterildiği gibidir.

$$F_{NET} = F_{OB} + F_{IV} + F_{VL} \qquad \textbf{(2.14)}$$



Şekil 2.5: Bir aracın üzerindeki net etki.

Bu çalışmada önerilen hareket dinamiği ise doğrudan pozisyon kontrolüdür. İfadesi ve kontrol işareti (2.15) eşitliğindeki gibidir.

$$q' = u$$
$$u = F_{NET} \qquad \textbf{(2.15)}$$

Araçların her birinin yukarıda ifadesini verdiğimiz kontrol işaretini elde etmek için komşularına, engellere ve lidere olan uzaklığını ölçebilmeleri yeterlidir. Bu durumda her bir adımda üzerlerine etkiyen net sanal kuvveti hesaplayıp, bunu kontrol işareti olarak kullanırlar.

Dizilimin Şekli

Dizilimin şekli araçların sanal lidere olması istenen $d_{o_{VL}}$ uzaklıklarının belirtilmesi ile sağlanmaktadır. Kartezyen koordinat sistemi için her bir aracın dizilimdeki yeri sanal lidere göre yatayda ve düşeyde sahip olması beklenen $d_{o_{VL,i}} = (x_i, y_i)$ noktasıdır. Bu da aracın sanal lidere yataydaki ve düşeydeki uzaklığıdır. Bu yöntemle herhangi bir dizilim için gerekli kısıtlar verilebilir. Bu çalışma için yapılan simülasyonların hemen hepsinde çember dizilimi kullanılmışsa da örnek çeşitliliği olması için üçgen ve çizgi dizilimleri de sunulmuştur (bknz: 4. bölüm).

Bu yöntemin simülasyonlarını gerçeklerken bazı durumlarda eksik kaldığı noktalar olduğu farkedilmiştir: Öncelikle hareket dinamiği gerçekçi olmayan bu yöntem,

engel sakınma performansı açısından da engel köşelerini dönerken zayıf kalmaktadır. Bu yönteme ilişkin simülasyon çalışmaları 4. bölümde sunulmakla birlikte bu yönteme dair yapılan iyileştirmeler aşağıda anlatılmıştır:

2.3 Bu yöntemde yapılan iyileştirmeler

Bu yöntemin ana eksiği araçlar için kullandığı hareket dinamiğinin uygunsuz olmasıdır. (2.15) eşitliğinde verilen hareket dinamiğine göre araçlara doğrudan pozisyon kontrolü yapılmakta, yani simülasyonun her bir adımında araçlara anlık yer değiştirmeler uygulanmaktadır. Fiziksel olarak imkansız olan bu yaklaşımın yerine daha yaygın olarak kullanılan, (2.16) eşitliğindeki gibi bir çift integratörlü hareket dinamiği kullanılmıştır.

$$\begin{aligned} q' &= p \\ p' &= u \end{aligned} \qquad \textbf{(2.16)}$$

İvme kontrolü olarak bilinen bu yöntem Newton mekaniği açısından da uygun bir modeldir. Burada q pozisyonu gösterdiğine göre, p aracın hızını göstermektedir. Kontrol işareti olan u ise ivme türünden bir büyüklük olup araca etkiyen sanal kuvvetle orantılıdır[2]. Bu sanal kuvvet de (2.2) eşitliğinde ifade edildiği gibi aracın içinde olduğunu varsaydığımız sanal potansiyel alanın pozisyona göre gradyenidir. (2.16) eşitliğindeki sistemin kontrol işareti u (2.17) eşitliğindeki gibidir. Çift integratör kullanıldığında kontrol işaretini doğrudan kuvvet olarak almak yerine, (2.18) eşitliğinde ifadesi verilen, hızın tersi yönde etkiyen bir sönüm ifadesi de eklenerek kararlı bir toplanma sağlanmıştır. Burada $k_f \in \mathbb{R}^+$ sönüm katsayısıdır.

$$u' = F_{NET} - F_D \qquad \textbf{(2.17)}$$

$$F_D = -k_f \frac{p}{\sqrt{1+\| p \|}} \qquad \textbf{(2.18)}$$

Yöntemde yapılan diğer iyileştirme araçların engel sakınma yeteneklerini arttırmak içindir. Şekil 4.14'de sunulduğu gibi araçlar keskin köşelerin dönülmesi sırasında engeli aşamamaktadırlar. Bu durumda kalan araçlar genellikle kümenin arkasındaki araçlardır ve lider, engelin keskin bir köşesini döndükten sonra, lidere doğru olan

[2] Orantı katsayısı olan araç kütlesi simülasyonda noktasal kütleli araçlar için birim kütle olarak alınmıştır.

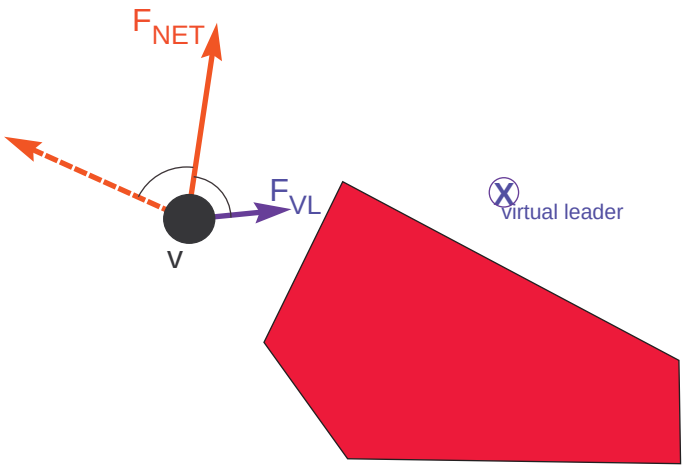
çekme kuvveti ile engelden gelen itme kuvveti zıt yönlere doğru olduğunda engelin etkisinde kalıp lideri takip edememektedirler.

Araçların lideri takip etme yeteneklerini arttırmak için, engelden gelen etki liderin olduğu tarafa doğru iki kuvvetin açıortayı kadar döndürülür. Bu işlemi genelliği bozmaksızın 2 boyutlu uzay için şöyle ifade edebiliriz. θ_{VL} lidere doğru olan F_{VL} kuvvetinin yatayla yaptığı açı, θ_{OB} engelden etkiyen F_{OB} kuvvetinin yatayla yaptığı açı olmak üzere, aralarındaki açının ifadesi (2.19) eşitliğinde verildiği gibidir.

$$\theta_{\Delta} = \theta_{OB} - \theta_{VL} \tag{2.19}$$

Bu durumda F_{OB}'nin sahip olması gereken yeni doğrultu θ'_{OB} (2.20) eşitliğindeki gibidir. Döndürülmüş engel etkisi F'_{OB} ise şekil 2.6'da gösterildiği gibidir ve (2.21) eşitliğindeki gibi hesaplanır.

$$\theta'_{OB} = \theta_{OB} - \frac{\theta_{\Delta}}{2} \tag{2.20}$$



Şekil 2.6: Engelden gelen etkinin lidere doğru döndürülmesi.

$$F'_{OB} = |F_{OB}|\cos(\theta'_{OB}) + |F_{OB}|\sin(\theta'_{OB}) \tag{2.21}$$

Burada anlatılanlara ilişkin uygulamalar 4.1. kısımda verilmiştir, ancak bundan önce bölüm 3'de, bu tez kapsamında incelenen diğer yöntem olan yapısal graf yöntemi anlatılmıştır.

3. YAPISAL GRAF YÖNTEMİ İLE DİZİLİM KONTROLÜ

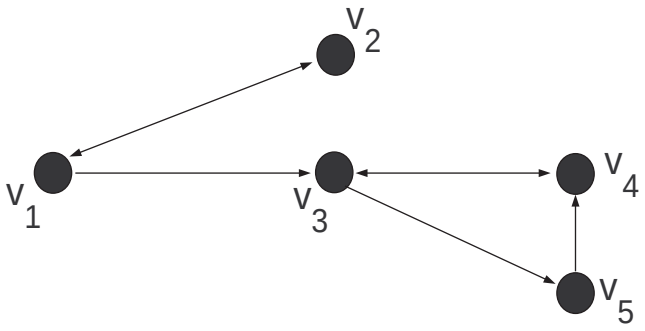
Bu bölümde, ilk kısımda incelenen çalışmaların gerektirdiği kadarıyla graf teorisinin temel kavramları ve notasyonu, ikinci kısımda ise yapısal grafların dizilim kontrolünde kullanılması anlatılmıştır[3].

3.1 Graflar

Bir $G = (V, E)$ yönlü grafı, $V = \{v_1,..,v_N\}$ ile gösterilen bir köşe kümesinden ve *E* ile gösterilen bir kenar kümesinden oluştur. Burada $E \subset V^2$ dir ve $e_{ij} = (v_i, v_j)$ ve $v_i, v_j \in V$ şeklinde gösterilen elemanlardan oluşur. *E*'nin ilk elemanı (v_i) kuyruğu, ikinci elemanı (v_j) ise başı olarak anılır. Bu durumda e_{ij}, v_i'den v_j'ye yönlüdür denilir. Şekil 3.1'de bir graf örneği görülmektedir. Bu tez kapsamında incelediğimiz çalışma $v_i \neq v_j$ durumlarını göz önüne alan, diğer bir deyişle döngü içermeyen grafları incelemektedir. $(v_i, v_j) \in E \Leftrightarrow (v_j, v_i) \in E$ gerektirmesinin doğru olduğu durumlarda *G* yönsüz bir graftır, tersi durumlar için *G* yönlü bir graftır denir. Yönlü graflarda kenarlar gösterilirken uç kısmını gösteren bir ok çizilir. Yönsüz graflar için kenara ait bir yön olmadığından ok çizilmez. Yönlü graflar ingilizcedeki adları olan *directed graph* deyiminden dolayı digraf olarak da anılırlar. Bir v_j köşesinin giriş derecesi, başı v_j olan kenar sayısıdır. Aynı şekilde bir v_j köşesinin çıkışı derecesi de "kuyruğu v_j olan kenar sayısı" olarak tanımlanır. Yönsüz graflar için giriş ve çıkış dereceleri eşittir. Eğer tüm köşelerin giriş ve çıkış sayıları eşitse graf için girişi çıkışı dengeli denir.

---

[3] Graf teorisi üzerine daha kapsamlı ve ayrıntılı bilgi için [33] ya da [34] gibi kaynaklara başvurulabilir. Burada anlatılanlar çoğunlukla bu kaynaklar ve [35] temel alınarak yazılmıştır.



Şekil 3.1: Örnek bir graf.

v_0 dan başlayıp v_N de biten $\{v_0, v_i, .., v_N\}$ şeklindeki N uzunluklu ve $(v_{i-1}, v_i) \in E, \forall i \in [1, N]$ şeklindeki sıralı bir kenar kümesine yol denir. Başka bir deyişle yol, bir köşeyi başka bir köşeye bağlayan kenarların sıralı bir kümesidir. Eğer $v_0 = v_N$ ise, yani yolun başlangıcı ile bitişi aynı ise, buna döngü denir. Hiç döngüsü olmayan graflara döngüsüz (*acyclic*) graf denir. Döngüsüz graflarda giriş derecesi ya da çıkış derecesi 0 olan köşeler bulunur. Bu köşeler sırası ile başlangıç ve bitiş köşeleri olarak anılırlar.

Eğer v_i den v_j ye bir yol varsa bu durumda "v_i v_j ye ulaşabilir" denir. Her köşenin tüm diğer köşelere ulaşabildiği grafa bağlı graf denir. Bunun tersi durumlarda, yani bir grafta birbirlerine erişimi bulunmayan kenar kümeleri bulunduğunda, bu grafa bağsız graf denir.

Grafların yapısını ve özelliklerini cebirsel olarak incelemek için çeşitli matrisler halinde temsil etmek mümkündür. i indis değişkeni olmak üzere her bir köşesi v_i ile gösterilen bir grafta A komşuluk matrisi, $|V|$ boyunda bir kare matristir ve her bir elemanı (3.1) eşitliğindeki gibi tanımlanır:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in A \\ 0 & (v_i, v_j) \notin A \end{cases} \quad \textbf{(3.1)}$$

Benzer şekilde, bir grafın derece matrisi D her bir satırında o indisli köşenin çıkış derecesini tutan bir köşegen matristir ve (3.2) eşitliğindeki gibi tanımlanır.

$$D_{ij} = \begin{cases} deg(v_i) & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad \textbf{(3.2)}$$

Bir A matrisi bir grafı bütünüyle tanımlamak için yeterlidir. Ancak A matrisinin kendisi köşelerin, yani V kümesinin, dizilimine bağlı olduğu için graf için değişik A matrisleri yazılabilir. Açıktır ki bu matrisler birbirlerinin permütasyonu olacaktır.

Permütasyon matrislerin özdeğerleri tek olduğundan G grafı A matrisinin özdeğerleri ile tam olarak ifade edilebilir [35].

D ve A matrislerinin tanımı yukarıdaki gibi olmak üzere, grafın Laplasyeni aşağıdaki gibi tanımlanabilir[4]:

$$L = I - D^{-1}A \tag{3.3}$$

Bu durumda şekil 3.1 deki grafa ait L matrisi eşitlik (3.4) deki gibi olur.

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

L matrisinin özdeğerleri ile grafın çeşitli özellikleri arasında ilişki vardır[5]:

- Tanımı gereği L matrisinin her bir satırının toplamı 0 olduğu için, 0 L'nin bir özdeğeridir. Bu durumda 1 L'nin bir özvektörü olur.
- L'nin tüm özdeğerleri, komplex düzlemde yarıçapı 1, merkezi $1+0j$ olan bir disk içinde yer alırlar.
- Eğer G yönsüz bir graf ise bu grafın laplasyeni olan L'nin tüm özdeğerleri gerçektir.

Bu özelliklerden hareketle Murray ve ark. 2001 - 2003 yılları arası yayınladıkları [18,27,36] çalışmalarında L matrisinin özdeğerlerinin, G grafı ile gösterilen bir dizilim için Nyquist anlamında bir kararlılık kriteri verdiğini ortaya koymuşlardır.

3.2 Yapısal Graflar

Bir G grafının köşe setine sonsuzda bulunan bir v_∞ köşesi de eklenerek $V_e = V \cup \{v_\infty\}$ seti tanımlanmış olsun. $G = (V_e, C, D)$ üçlüsü ile ifade edilen graf bir yapısal graftır. G grafının derecesi $deg(G) = max(deg(v_i))$ olmak

---

[4] Laplasyen için $L = D - A$ ya da $L = D - A^T$ gibi tanımlar da vardır.

[5] Ayrıntılı incelemeleri ve kanıtları için bknz: [35]

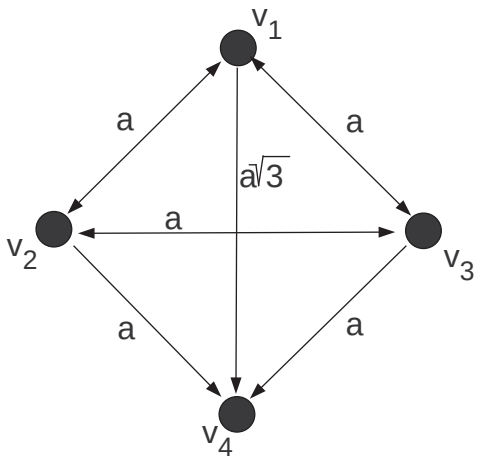
ve $N_i := \{v_j \in V | e_{ij} \in E\}$, i köşesinin komşularının kümesi olmak üzere, bir *C bağlantı matrisi*, her bir elemanı bir kenarı belirten bir matristir ve (3.5) eşitliğindeki gibi tanımlanır:

$$c_{ik} = \begin{cases} N_i(k) & ;1 \le k \le deg(v_i) \\ v_\infty & ;deg(v_i) < k \le deg(G) \end{cases} \quad \textbf{(3.5)}$$

Bu durumda C matrisinin i. satırının ilk $n_i = deg(v_i)$ elemanı v_i'nin komşusu olan köşelere, geri kalanı ise v_∞'a eşittir. Yapısal grafı oluşturan son küme olan *D durum matrisi* ise her bir elemanı C'nin bir elemanına karşı düşen ve ilgili köşelerin birbirlerine göre durumunu gösteren bir matristir ve (3.6) eşitligindeki gibi tanımlanır.

$$d_{ij} = \begin{cases} \| q_j - q_i \| & ;1 \le j \le deg(v_i) \\ \infty & ;diger \end{cases} \quad \textbf{(3.6)}$$

Burada q_i, uzayda v_i'nin pozisyonunu[6], $\|.\|$ L_2 normu yani iki köşe arasındaki uzaklığı göstermektedir. Örnek bir graf şekil 3.2'de gösterilmiş, bu grafa ait V_e, C ve D matrisleri (3.7) eşitliğinde verilmiştir.



Şekil 3.2: Örnek bir yapısal graf.

$$V_e = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_\infty\} \quad \textbf{(3.7)}$$

[6] Her ne kadar incelediğimiz çalışmalarda pozisyonlar üzerinden tanımlar yapılmışsa da, kontrol açısından araçlar arasında göreceli olarak tanımlanabilecek herhangi bir kontrol değişkeni kullanılabilir. Örneğin araçların hızlarının kullanıldığı bir uygulama için bknz: [35]

$$C = \begin{bmatrix} v_2 & v_3 & v_\infty \\ v_1 & v_3 & v_\infty \\ v_1 & v_2 & v_\infty \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix} \quad \textbf{(3.8)}$$

$$D = \begin{bmatrix} a & a & \infty \\ a & a & \infty \\ a & a & \infty \\ \sqrt{3}a & a & a \end{bmatrix} \quad \textbf{(3.9)}$$

3.3 Murray'nin Yöntemi

Bu kısımda Richard M. Murray'nin [27] çalışması incelenmiştir. Sözügeçen çalışmada sunulan yöntemde, araçların dizilimini sağlamak için o dizilimi gösteren bir yapısal graf[7] tanımlanır ve kontrol işareti bu grafın özellikleri üzerinden elde edilir[8]. Tanımlanan grafın köşeleri, dizilimi oluşturması istenen araçlardan oluşur ve v_i ile gösterilir. Genelliği bozmadan, 2 boyutlu uzayda ve kartezyen koordinat sisteminde çalıştığımızı düşünürsek, her bir aracın pozisyonu $q_i = (x_i, y_i)$ şeklinde ifade edilir ve bu pozisyonlar zamana bağlıdırlar.

Şekil 3.2 örneğinde görüldüğü gibi, eldeki graf yönlü bir graftır. Bundan başka, *C*'nin *i*. satırı, v_i aracı için komşuları gösteren bir kümedir ve *D*'de buna karşı düşen *i*. satır da v_i aracı ile komşuları arasında olması istenen öklid uzaklıklarını gösteren kümedir. Bu çalışma çerçevesinde *C*'nin ve *D*'nin elemanları zamanla değişmemektedir.

Dikkat edilirse şekil 3.2'deki dizilimde v_2 ile v_3'ün yer değiştirmesi dizilimin şeklini değiştirmemektedir. Benzer şekilde $v_1 - v_4$ arası ve $v_2 - v_3$ arası bağları kaldırdığımızda grafın gerektirdiği *D* matrisini sağlamak için v_2 ile v_3 arası uzaklık $[0,2a]$ arası herhangi bir değeri alabilir. Bu durumda grafın temsil ettiği dizilimin şekli belirsiz olacaktır. Yukarıda saydığımız iki durumun ilki grafın katlanılabilirliği, ikincisi ise grafın katılığı ile ilgilidir. Bu özellikleri kısaca tanımlayalım:

---

[7] Yapısal graflar hakkında detaylı bilgi için bknz: Bölüm 3.1

[8] Bu yöntem [27] numaralı referansta gösterilen çalışmada sunulmuştur ve bu çalışma bu bölümde anlattıklarımızın temelini oluşturmaktadır. Daha ayrıntılı bir anlatım için bknz: [27].

N adet köşesi olan bir *G* yapısal grafını ele alalım ve iki köşe arası yönlü ya da yönsüz tüm kenarları tek bir bağlantı olarak kabul edelim. Kaldırıldığında, grafın serbestlik derecesini bir azaltan bağlantıya kritik bağlantı denir. Bir *G* grafının *2n-3* adet kritik bağlantısı varsa bu graf katıdır denir. Bir *G* grafında, $v_i, v_j \in V$ olan iki köşenin tüm komşuları, v_i ya da v_j üzerinden geçmeyen düz bir çizgi üzerinde bulunuyorlarsa *G* grafı katlanabilir bir graftır ve (v_i, v_j) çifti de katlanabilir bir çifttir denir. Katı olan ve katlanabilir olmayan tüm graflar kesin belirli bir dizilimi temsil ederler.

Bu yöntemde de araçların kontrol işareti birbirleri arasında tanımlanan etkileşimden elde edilir. Burada yine bir potansiyel fonksiyonundan yararlanılır ancak bu kez yazılan potansiyel her bir aracın değil, tüm kümenin toplam potansiyelidir. Araçlar bu toplam potansiyeli azaltacak şekilde bir etkileşime girerler. Kontrol işaretinin elde edilişi aşağıdaki gibidir.

Graf ile dizilimi sağlamak üzere grafın *D* matrisinden yararlanılarak, kenarların sağlaması gereken $\phi_l(q_i, q_j)$ kısıt fonksiyonları yazılır. Bu fonksiyonların sayısı, *s* adet kenarı olan bir graf için *s* tanedir.

$$\phi_l(q_i, q_j) := \| q_i - q_j \| - dij \; ; \forall e_l = (v_i, v_j) \in E, l = \{1,..,s\} \qquad \textbf{(3.10)}$$

(3.10) eşitliğinde gösterilen kümeye yapısal kısıt kümesi adı verilir. Her bir aracın pozisyonu q_i iken tüm araçların pozisyon vektörünü $q = \{q_1,..,q_n\}$ olarak gösterelim. Bu durumda elimizdeki graf için yapısal kısıt fonksiyonu $\Phi(q)$ ile gösterilir ve (3.11) eşitliğinde gösterildiği gibi tanımlanır. $\Phi(q)$ fonksiyonu araçların dönme ve ötelenmelerinden bağımsızdır [27].

$$\Phi(q) = \{\phi_1,..,\phi_s\} \qquad \textbf{(3.11)}$$

Bu noktada, çok araçlı bir sistem için yapısal kısıt fonksiyonları kullanılarak (3.12) eşitliğinde gösterildiği gibi bir yapısal potansiyel fonksiyonu tanımlanır. q_i araç pozisyonlarını göstermek üzere bu araç kümesinin hareket dinamiği de (3.13) eşitliğinde gösterildiği gibidir.

$$V(q) := \langle \Phi(q), \Phi(q) \rangle \qquad \textbf{(3.12)}$$

$$\begin{aligned} q_i' &= p_i \\ p_i' &= u_i \end{aligned} \qquad \textbf{(3.13)}$$

Bu sistemin kararlılığının incelenmesi için Lagrange ve Hamilton denklemleri yazılır. Eğer koordinatlar zamanla değişmiyorsa ise Kinetik enerjisi *T*, potansiyel

enerjisi V ile gösterilen bir sistem için denklemleri olarak da bilinen Lagrange ifadesi (3.14), Hamilon ifadesi ise (3.15) eşitliğindeki gibidir.

$$\mathrm{L} = T - V \tag{3.14}$$

$$H = T + V \tag{3.15}$$

Her bir aracın kütlesi m_i olmak üzere kütle matrisi $M = diag(m_1,..,m_n)$ şeklinde tanımlanırsa, istenen dizilimin Lagrange fonksiyonu (3.16) eşitliğigindeki gibi olur. Kümedeki tüm araçların kütlelerinin birbirine eşit ve birim kütle olduğu durumda $M=I$ olacaktır. Bu durumda Hamilton fonksiyonu da (3.17) eşitliğindeki gibidir.

$$\mathrm{L} \quad (q,p) = \frac{1}{2} p^T M p - \langle \Phi(q), \Phi(q) \rangle \tag{3.16}$$

$$\mathrm{H} \quad (q,p) = \frac{1}{2} \| p \|^2 + \langle \Phi(q), \Phi(q) \rangle \tag{3.17}$$

Yukarıdaki tanımlar ışığında aşağıdaki teoremler geçerlidir [27]:

Teorem 1 : Elimizde, hareket dinamikleri (3.13) eşitliğindeki gibi olan araçlardan oluşan ve (3.12) eşitliğindeki yapısal potansiyele sahip bir küme ve katlanamayan ve kesin belirli bir G grafı ile gösterilen bir dizilim olsun. $D(q,p)$, (3.18) eşitliğindeki özellikleri sağlayan bir söndürme terimi olmak üzere, (3.19) eşitliğinde verilen durum geribeslemeli kontrol işareti bu araçların asimptotik olarak istenen dizilime oturmalarını sağlar ve (3.17) eşitliğindeki $\mathrm{H}(q,p)$ fonksiyonu bu sistem için geçerli bir Lyapunov fonksiyonudur.

$$\langle D(q,p), p \rangle > 0, \forall p \neq 0 \text{ve} D(q,0) = 0 \tag{3.18}$$

$$u(q,p) = -\nabla V(q) - D(q,p) \tag{3.19}$$

Teorem 2 : Teorem 1'deki tüm koşullar ve tanımlar geçerli olsun. J_i, v_i aracının komşularının kümesi, $\lambda_1, \lambda_2 \in (0,1), \lambda_1 + \lambda_2 = 1$ olarak tanımlanan iki reel sayı, $\bar{u} \in R^+$ kontrol işaretinin üst sınırı, σ (3.21) eşitliğindeki gibi tanımlı bir fonksiyon olsun. Yapısal potansiyel fonskiyonu olarak (3.20) eşitliğişndeki fonksiyon kullanıldığında (3.22) eşitliğinde gösterilen u kontrol işareti $\bar{u}$ ile üstten sınırlıdır ve $G = (V_e, C, D)$ grafı ile gösterilen araç dizilimini asimptotik kararlı olarak sağlar. Burada d_{ij}, D matrisinin i. satır j. sütun elemanıdır.

$$V_s = \frac{\bar{u}\lambda_1}{2} \sum_i \frac{1}{|J_i|} \sum_{j \in J_i} [1 + (\| q_i - q_j \| - d_{ij})^2]^{\frac{1}{2}} - 1 \tag{3.20}$$

$$\sigma(y) = \frac{y}{\sqrt{1+\| y \|^2}} \tag{3.21}$$

$$u_i = \frac{\bar{u}}{|J_i|}\sum_{j\in J_i}\lambda_1\sigma(\| q_i - q_j \| - d_{ij})\mathbf{u}_{ij} - \bar{u}\lambda_2\sigma(p_i) \tag{3.22}$$

$$\mathbf{u}_{ij} = \frac{q_j - q_i}{\| q_j - q_i \|} \tag{3.23}$$

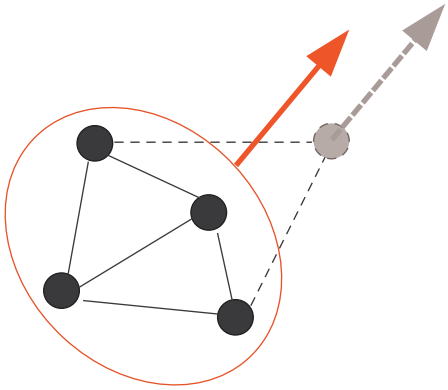
Özetlemek gerekirse, (3.22) eşitliğinde verilen *u* kontrol işareti, (3.13) eşitliğindeki ifade edilen hareket dinamiğine sahip araçlar için verilen bir yapısal grafın gösterdiği dizilimi asimptotik kararlı olarak sağlar.

3.4 Bu yöntemde yapılan iyileştirmeler

Bu yöntem araçları belli ve kararlı bir dizilime oturtmayı başarmakla birlikte toplanma noktasını belirleyememektedir; araçlar başlangıçta bulundukları koordinatların orta noktasında toplanmaktadırlar. Araçların belli bir noktada toplanmasına ihtiyaç duyulan uygulamalarda kullanılmak üzere yapısal grafa referans görevi görecek bir araç eklenir. Bu araç, gerçek ya da sanal olabilir. Aracın özelliği çıkış derecesinin 0 olması, yani kendi konumunu ayarlarken dizilimdeki diğer araçları referans almamasıdır. Bir *G* grafında böyle bir araç varken, *C* ve *D* matrislerinin ilgili satırları (3.24) eşitliğindeki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} C_{ref} &= [v_\infty, v_\infty, v_\infty, \ldots] \\ D_{ref} &= [\infty, \infty, \infty, \cdots] \end{aligned} \tag{3.24}$$

Toplanma noktasının verilmesinden başka kümenin seyri de bu yöntemde ele alınmamış bir problemdir. Seyri sağlamak için yine yukarıdaki referans araçtan yararlanılabilir. Grafın gösterdiği dizilim kararlı bir dizilim olduğundan, bu aracın belli bir hedefe doğru hareket etmesi ile yapısal potansiyel artacak, diğer araçlar da yapısal potansiyeli azaltma yönünde hareket edecek yani bu araçla aynı yönde ilerleyeceklerdir. Şekil 3.3'de bu durumun bir örneği görülmektedir. Bu şekilde açık renkle gösterilen araç referans araç, koyu renkli araçlar da kümeyi oluşturan araçlardır. Referans aracın uzayda hareket ettirilmesi ile diğer araçların seyri sağlanmış olur.



Şekil 3.3: Yapısal graf yöntemiyle dizilmiş araçların sanal lider yardımı ile seyri.

Bu ve önceki bölümlerde incelenen iki yönteme ilişkin uygulamalar ve çeşitli senaryolar bir sonraki bölümde sunulmuştur.

4. UYGULAMALAR

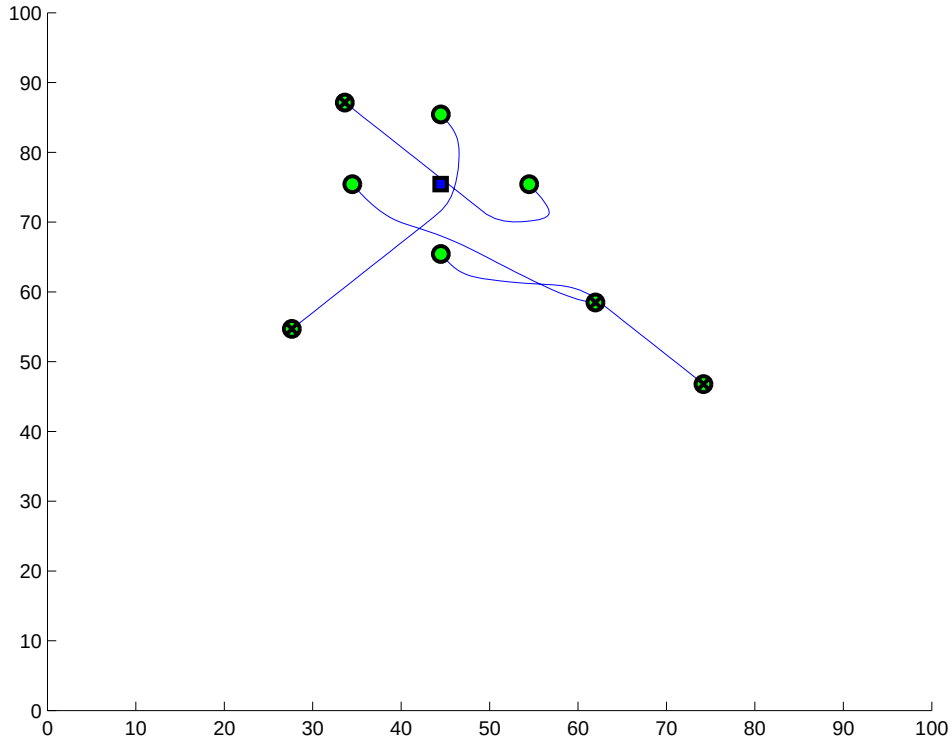
Bu bölümde, 2. ve 3. bölümlerde bahsettiğimiz yöntemlerin simülasyon sonuçları sunulmuştur. Buradaki simülasyonlar çalışmaların asıllarında verilen simülasyonların tekrarı ve bunlara ek olarak incelenen çeşitli senaryolardır. Kullanılan sistem Pentium işlemci ve 512 MB RAM'e sahip üzerinde MS Windows XP işletim sistemi çalşıan bir kişisel bilgisayardır. Simülasyonların tamamı Matlab v.6 R12 versiyonu ile kodlanmış grafikler yine Matlab ile çizdirilmiştir.

Tüm simülasyonlar sırasında kümeleri oluşturan araçların birbirine özdeş ve noktasal kütleli olduğu varsayılmıştır.

4.1 Yapay Potansiyel Metodu Uygulamaları

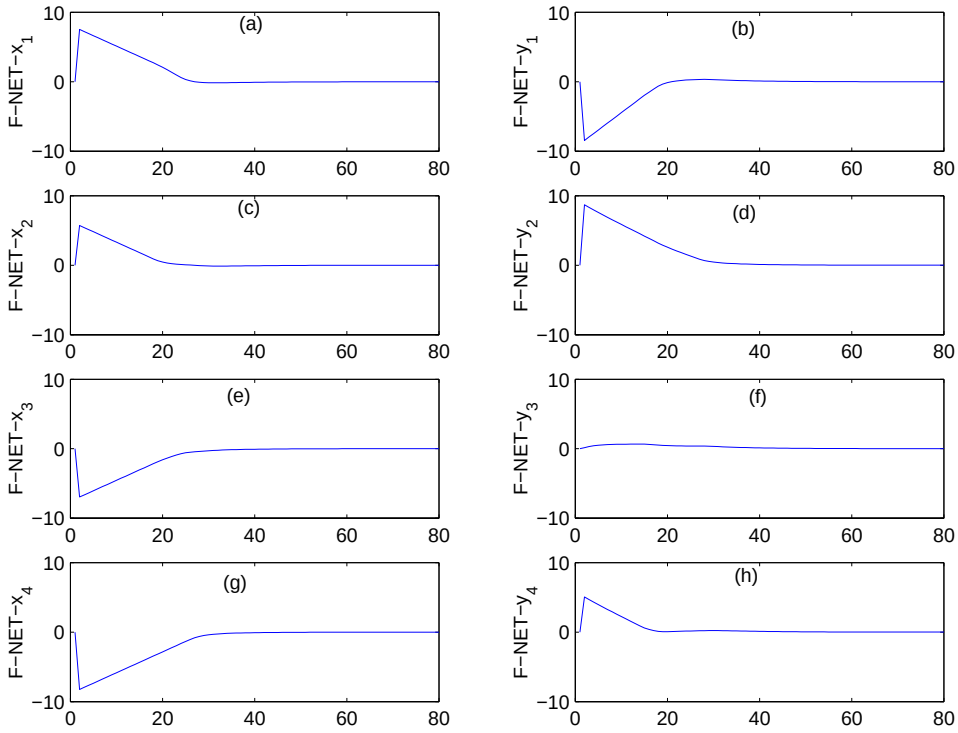
4 aracın rastgele başlangıç noktalarından başlayarak lider etrafında toplanması şekil 4.1'de gösterilmiştir. İçi çarpılı yuvarlaklar araçların başlangıçtaki konumlarını göstermektedir ve bu konumlar rastgele seçilmiştir. Kare sanal liderin konumu, içi boş yuvarlaklar ise araçların lider etrafında toplanmış haldeki konumlarıdır. Çizgiler, araçların izledikleri yolu göstermektedir.

Şekil (4.1)'de başlangıç konumları $q_1 = (33,87)$, $q_2 = 27,54$, $q_3 = (62,58)$ ve $q_4 = (74,47)$ olan araçların (44.75) noktasında bulunan lider etrafında çember diziliminde toplanmaları gösterilmiştir. Dikkat edilirse, liderin konumu hep sabit kalmasına rağmen araçların son konumlarına doğru izledikleri yol düz bir çizgi değildir. Bunun sebebi araçların lidere ek olarak komşularının da etkisinde hareket etmeleridir.

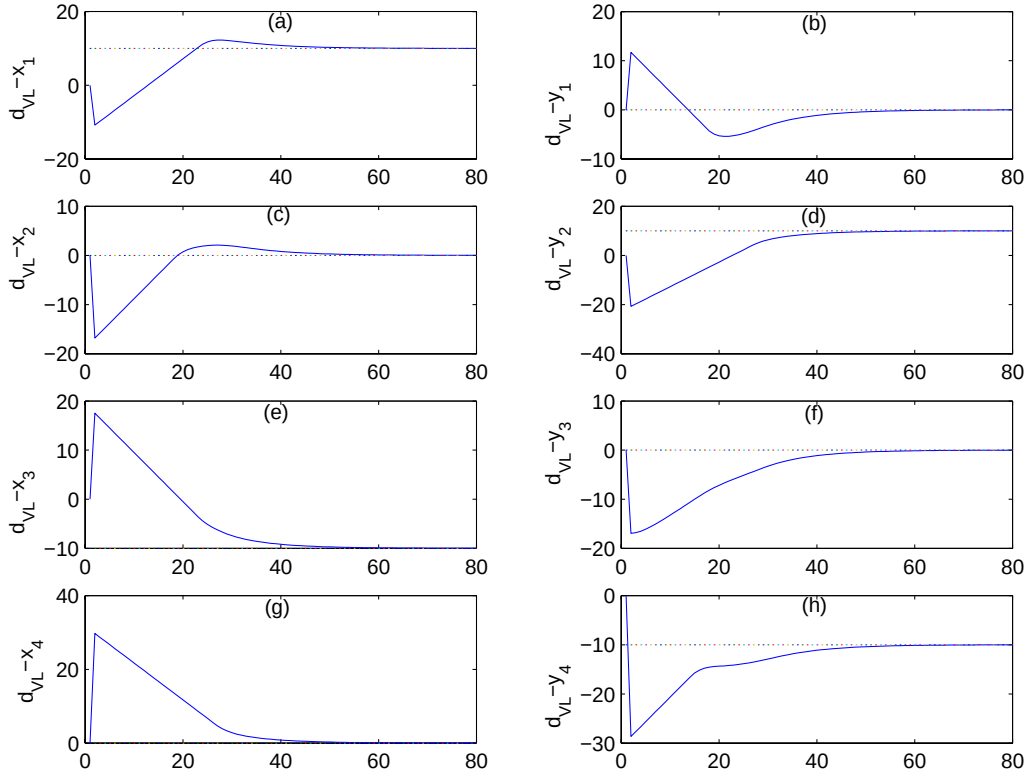


Şekil 4.1: 4 aracın yapay potansiyel yöntemi ile sanal bir lider etrafında toplanması.

Bu toplanmaya ilişkin araçlara etkiyen net kuvvetin işaretinin yatay ve düşey bileşenleri şekil 4.2'de gösterilmiştir. (Bu kuvvetin ifadesi için bknz: eşitlik (2.14)) Her satırda bir araca ait grafikler, solda kuvvetin yatay bileşeni ve sağda kuvvetin düşey bileşeni olmak üzere çizdirilmiştir. Görüldüğü gibi kuvvetlerin büyüklüğü zaman içinde azalmaktadır. Bunun sebebi, araçların en uygun konumlarına yaklaşmaları ve minimum potansiyel noktalarına erişmeleridir. Üzerindeki kuvvet 0'a ulaşmaşan araçlar kararlı oldukları noktaya oturmuşlardır.



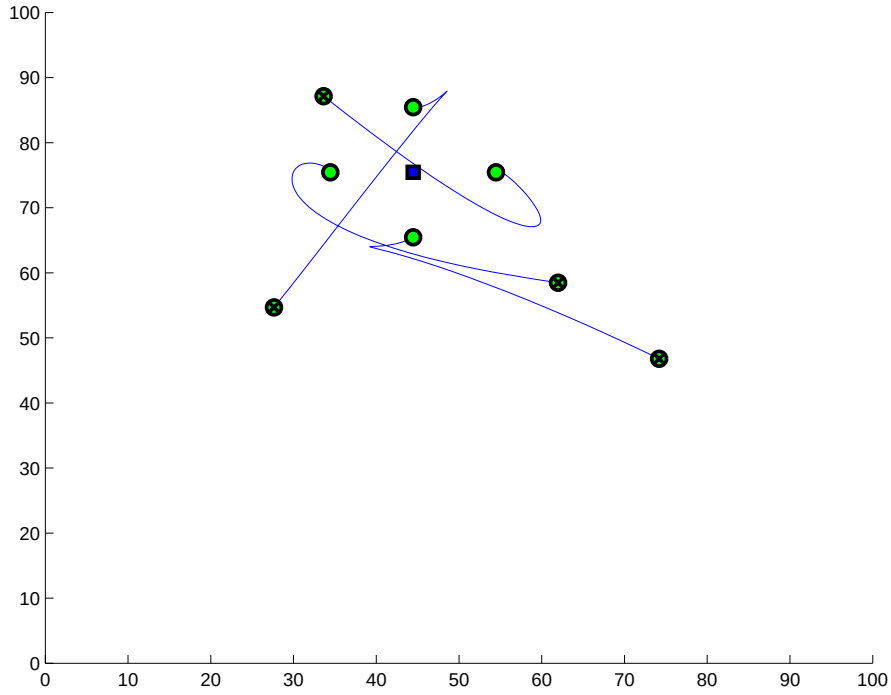
Şekil 4.2: Toplanan araçlara uygulanan kontrol işareti. (Etkiyen net kuvvet) Her bir satır bir araca ait yatay ve düşey kuvvet bileşenlerini göstermektedir.



Şekil 4.3: Toplanan araçların sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıklarının zamanla değişimleri.

Şekil 4.1'de gösterilen araçların yatayda ve düşeyde sanal lidere olan uzaklıklarının zamanla değişimi şekil 4.3'de çizdirilmiştir. Görüldüğü gibi her biri farklı noktadan başlayan araçlar yaklaşık 40. adımda sanal lidere göre olmak istedikleri konumlara gelebilmekte ve daha sonra da dışarıdan bozucu bir etki gelmediği için bu konumlarını korumaktadırlar. Örneğin 2 numaralı araç, sanal lidere yatayda 0, düşeyde 10 birim uzaklığa gelmiş ve oradaki konumunu korumuştur.

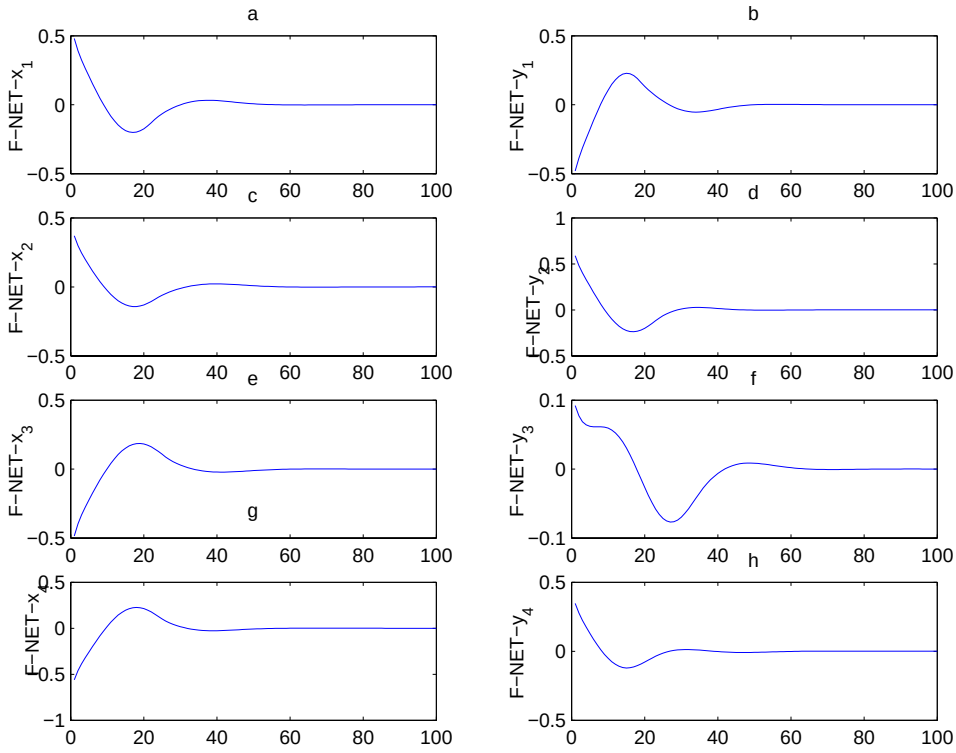
Kuvvet ve pozisyon grafikleri dikkatli incelendiğinde grafikte kırılma noktaları göze çarpmaktadır. Bunun sebebi, modelde önerilen hareket dinamiğinin pozisyon kontrolü olmasıdır. Kısım 2.3'de sunulan değişiklik devreye alındıktan sonra araçların toplanmaları şekil 4.4'deki gibi olmuştur.



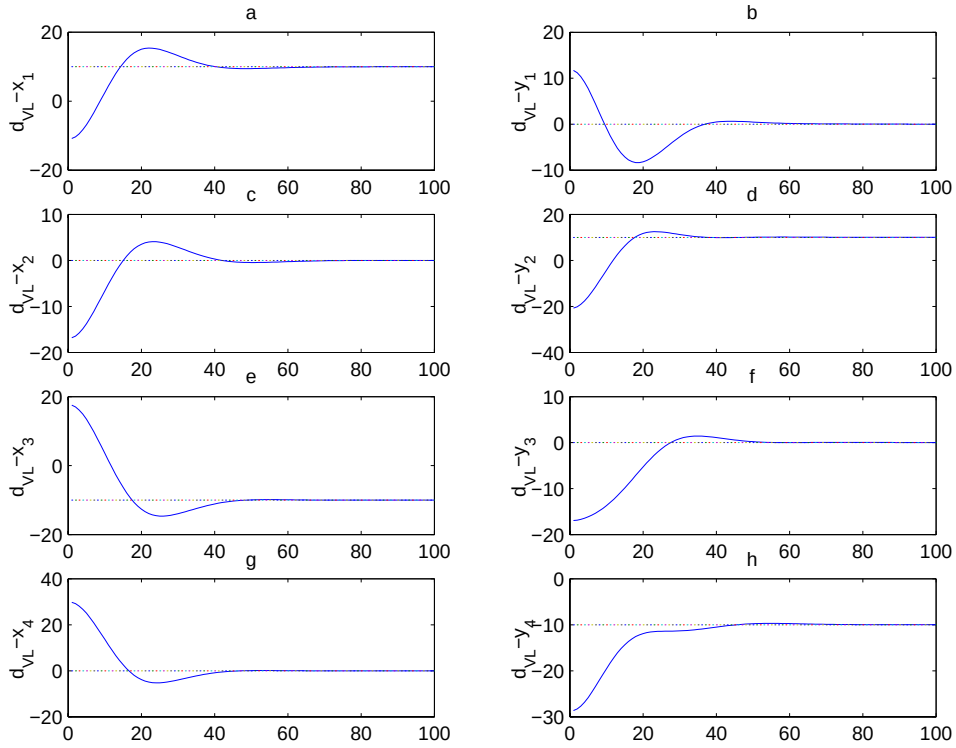
Şekil 4.4: Çift integratörlü hareket dinamiği ile araçların toplanmaları.

Burada araçlar yine aynı ilk konumlardan başlamışlar ve aynı konuma gelmişlerdir. $k_{VL} = 0.01$, $k_{IV} = 0.005$ ve $k_f = 0.2$ değerleri kullanılmıştır. k parametreleri sistemin yerleşim performansını da belirleyeceğinden uygun biçimde seçilmelidir. Buradaki net kuvvetin ifadesi (2.17) eşitliğinde verildiği gibidir.

Şekil 4.5 ve 4.6'da, şekil 4.4'de gösterilen toplanma sırasında araçlara uygulanan kontrol işaretinin ve araçların sanal lidere olan uzaklıklarını değişimleri verilmiştir. Bu şekillerin de her bir satırı bir araç için solda yatay, sağda düşey bileşeni olmak üzere belirtilen değerin değişimini göstermektedir. Grafikler incelendiğinde değişimlerin şekil 4.2 ve 4.3'dekilere göre daha yumuşak olduğu ve kırılma noktaları olmadığı gözlenir.



Şekil 4.5: Çift integratörlü hareket dinamiği kullanıldığında toplanan araçlara uygulanan kontrol işareti. (Etkiyen net kuvvet)



Şekil 4.6: Çift integratörlü hareket dinamiği kullanıldığında toplanan araçların sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıklarının zamanla değişimleri.

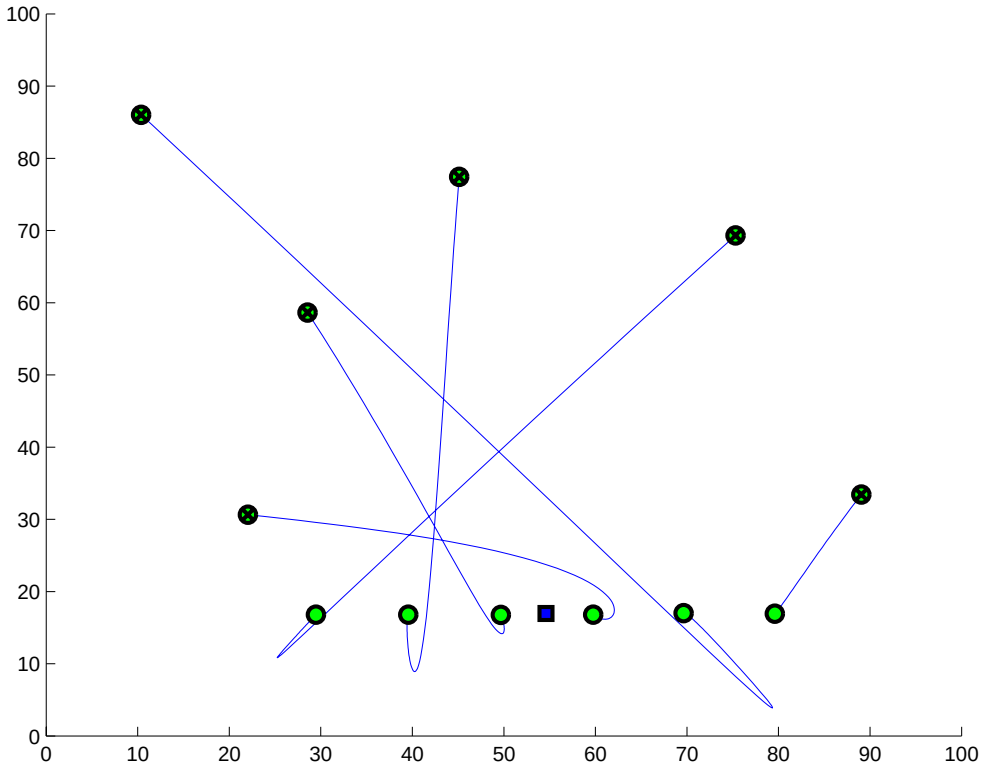
Çok araçlı bir sistem başka şekillerde de toplanabilir. Örneğin bir çizgi dizilimi elde etmek için (2.11) ve (2.12) eşitliklerindeki d_0 değerlerini çizgi dizilimini sağlayacak biçimde değiştirmek yeterlidir. Şekil 4.7'de çizgi diziliminde toplanma gösterilmiştir. İçi çarpılı yuvarlaklarla gösterilen rastgele seçilmiş noktalardan başlayan araçlar $(54,19)$ noktasındaki lider etrafında çizgi dizilimine kararlı bir biçimde oturmaktadırlar. Bu dizilim için örneğin 2. aracın kısıtları sırası ile aşağıdaki gibidir.

$$d_{0_{VL,2}} = [15,0] \quad \textbf{(4.1)}$$

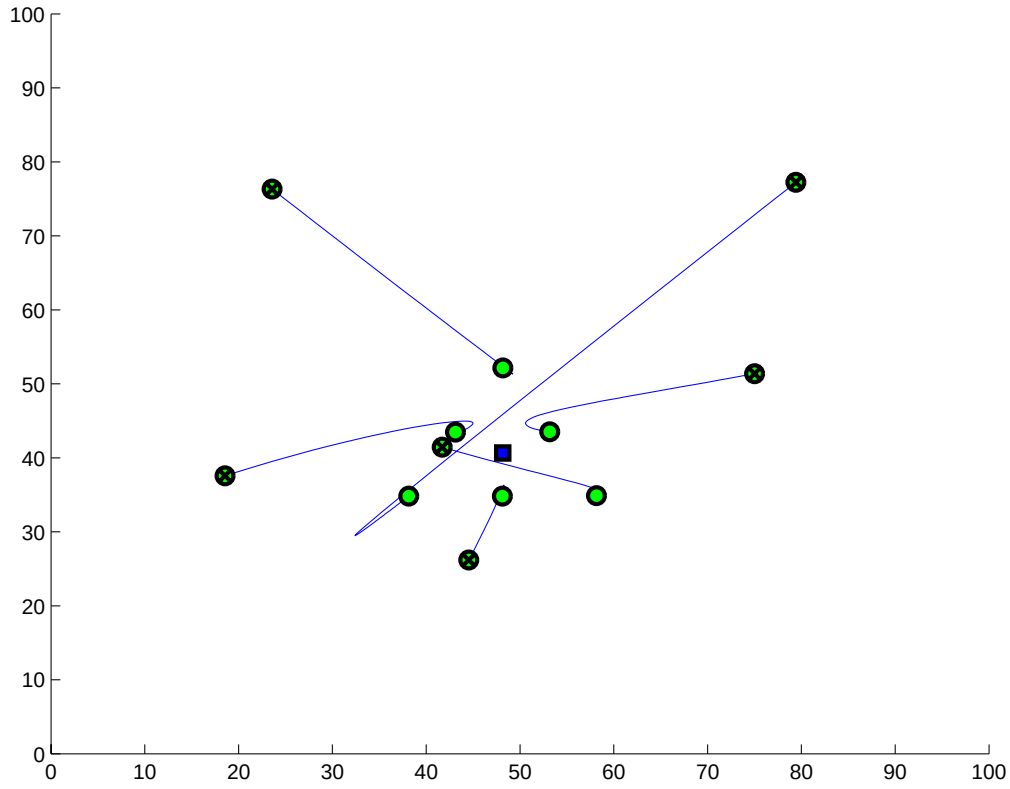
$$d_{0_{2,1}} = [10,0] \quad \textbf{(4.2)}$$

$$d_{0_{2,3}} = [-10,0] \quad \textbf{(4.3)}$$

Benzer bir şekilde şekil 4.8'de de üçgen dizilimine oturma işlemi gösterilmiştir. Genel olarak denilebilir ki; araçların sahip olmaları istenen herhangi bir dizilim uygun d_0 değerleri yardımı ile sağlanabilir, hatta sistemin çalışması sırasında ihtiyaç duyulduğunda bireylerin ilgili d_0 değerleri değiştirilerek dizilimler arası geçiş (üçtenden çizgiye, çizgiden daireye, daireden kamaya gibi) sağlanabilir.



Şekil 4.7: Çizgi dizilimine toplanma.



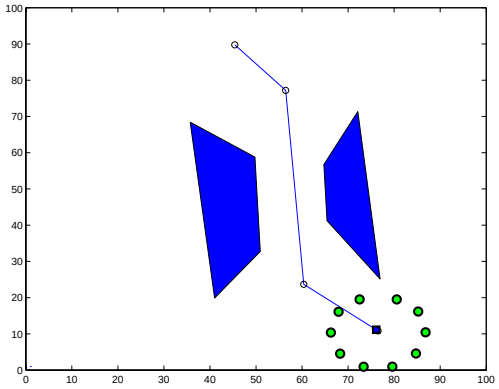
Şekil 4.8: Üçgen dizilimine toplanma.

Uygulamaların ilk kısmında lider etrafında toplanan araçlar, liderin hareket etmesiyle lideri takip de ederler. Bunun sebebi liderin hareketinin araçlarla lider arası potansiyel değerini arttırması, araçların da (2.2) eşitliği gereği bu potansiyel değerini azaltacak yönde hareket etmeleridir. Liderin takibi az çok görülebilir bir sonuçken, araçların engelli ortamda ilerleyen lideri takip etmeleri incelemeye değer bir durumdur.

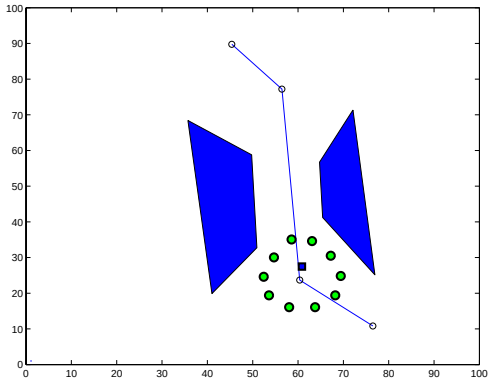
Elimizde engelli bir ortam olsun. Araçların bu ortamda bir noktadan bir noktaya gitmelerini ancak bu süre boyunca dizilimlerini de korumalarını isteyelim. Araçların izleyeceği yol da engellerin arasından geçiyor olsun. Sanal liderin (sadece sanal lider yeterlidir) bu güvenli yolu bildiğini varsayalım.

10 araçtan oluşan bir kümenin böyle bir senaryo çerçevesinde hareketi şekil 4.9'da gösterilmiştir. Koyu renkli gösterilen kapalı şekiller engellerdir. Lider kare ile, araçlar da yuvarlaklarla gösterilmişlerdir. Liderin takip ettiği yol da çizgi ile gösterilmiştir. Buna göre $^{(78,10)}$ noktasında bulunan liderin etrafında olan araçlar, liderin takip ettiği yol boyunca hem çember dizilimini olabildiğince korumuşlar hem de engellerden sakınmayı başarmışlardır. Şekillerde görüldüğü gibi, engeller arasındaki açıklık dizilimin çapından büyük olmasına rağmen, araçlar kendi pozisyonlarını ortama uygun biçimde ayarlamakta, sonuçta da sanki çember iki

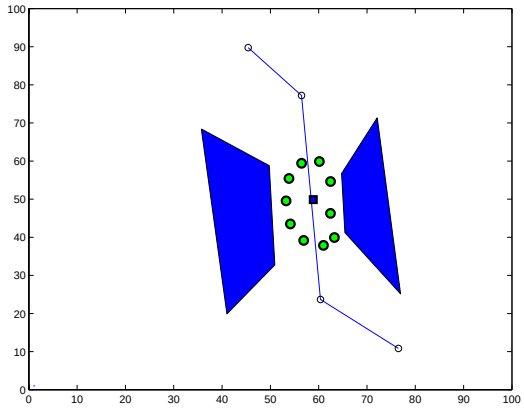
ucundan bastırılıyormuş gibi bir görüntü oluşmaktadır. Bunun sebebi ilerleme yolunun iki tarafında yer alan engellerdir. Araçlar bu darboğazdan geçerlerken yanlarındaki engelden dolayı oluşan yapay potansiyelin etkisiyle engelden uzağa doğru yönlenmekte, bir bakıma engeller gerçekten de çemberi "itmekte"dirler.



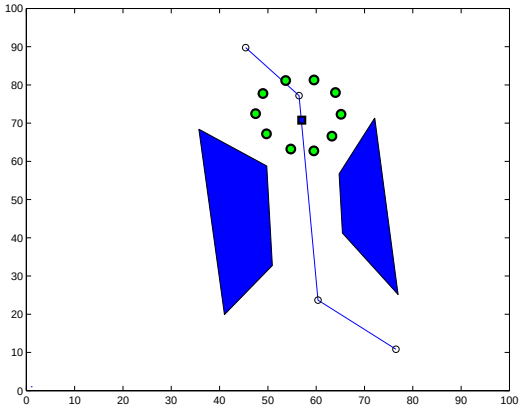
(a) Araç kümesi seyrinin başında liderin etrafında dizilmiş haldedir.



(b) Lider engeller arasından ilerlemeye başladıkça araçlar hem lideri takip eder hem de engellerden sakınırlar.



(c) Araçlar hem engellerden sakınarak hem de olabildiğince istenen dizilimi sağlayarak ilerlemektedirler.

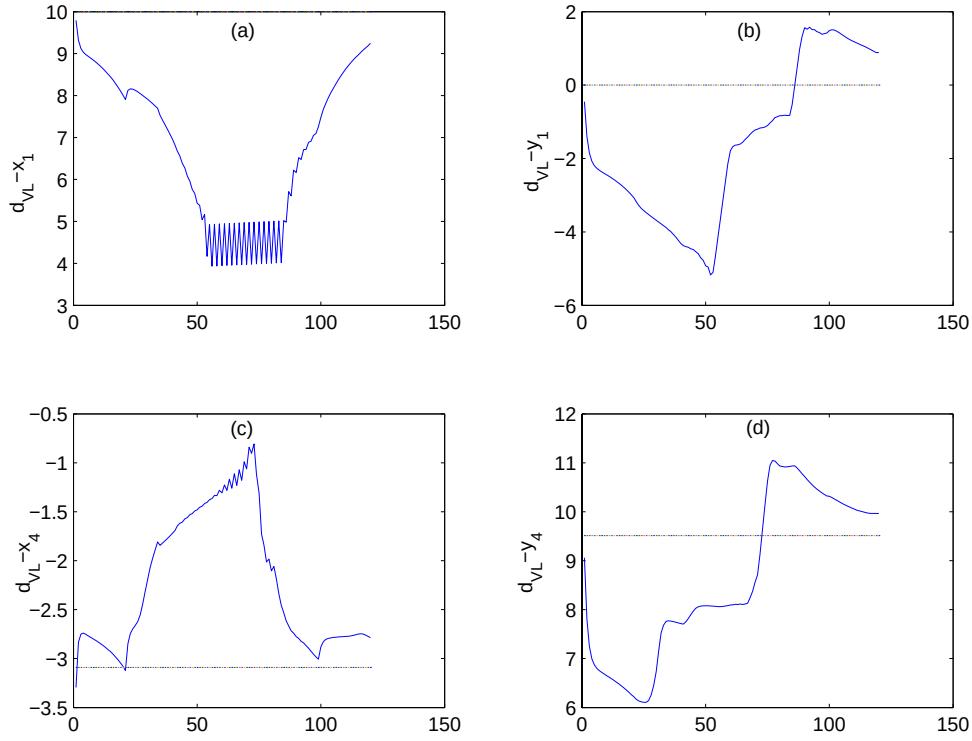


(d) Engeller geçildikten sonra araçlar yeniden istenen dizilimine otururlar.

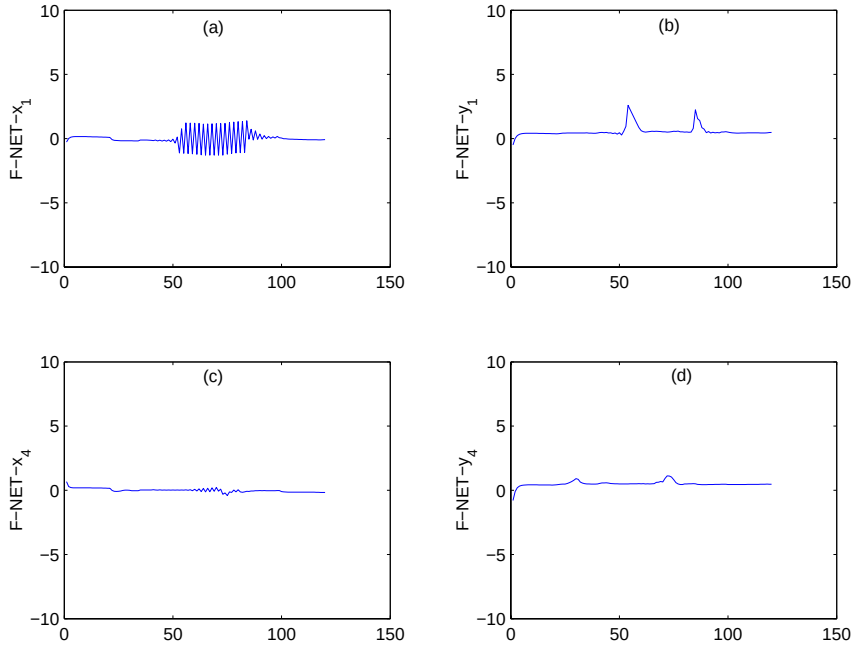
Şekil 4.9: 10 araçlık bir kümenin çember dizilimi ile engelli ortamda seyredişi.

Engelli ortamda ilerlemeye ilişkin en kayda değer yön ise, bütün seyir boyunca araçların engellerin şeklinden, pozisyonundan ve konumlanmasından bağımsız olarak sadece engelin kendilerine en yakın noktasını bilmelerinin, engellere çarpmadan ilerleyebilmeleri için yeterli olduğudur. Bunun için tek gerekli koşul ise sanal liderin engellerin içinden geçmeyen bir rota takip etmesidir.

Buradaki araçlardan 1 ve 4 nolu araçların sanal lidere uzaklıklarının değişimleri şekil 4.10'da gösterilmiştir. 1 nolu araç kümenin yan tarafında, 4 nolu araç kümenin ön tarafında seyreden birer araçtır. Sol sütun yatay uzaklığı, sağ sütun da düşey uzaklığı göstermekte, üst satırda ilk araca, alt satırda da diğer araca ait grafikler yer almaktadır. Düşey pozisyonları gösterir grafikler (b ve d) beklendiği gibi düşeydeki kararlı konumdan liderin hareketinin ters yönünde bir sapmayı ve lider durduğunda da tekrar bu konuma gelmeyi göstermektedir. Yatayda ise 1 numaralı arac 50. ve 80. zaman aralıklarında çok sık konum değiştirmiştir. Bunun sebebi aynı araçlara ilişkin net kuvvet grafiklerini gösteren şekil 4.11'e bakılınca daha kolay anlaşılabilir. Bu aralıkta, araç engellere yakın seyrettiğinden yüksek değerli engel kuvvetlerine maruz kalmakta, ve bunların etkisi ile konumunda büyük sapmalar olmaktadır. Konumdaki değişimle birlikte F_{NET} sürekli yön değiştirmekte, buna bağlı olarak aracın pozisyonu yani sanal lidere olan uzaklığı da çok sık değişmektedir. Araç engele yaklaşınca engelin itme etkisi artmakta ve aracı itmektedir. Buna göre pozisyonunu değiştiren araç lidere yaklaşmakta bu kez de liderin etkisi engelin etkisinden büyük olduğu için aracı diğer tarafa doğru itmektedir. Bu itme-çekmelerin sonucu olarak araç iki konum arasında gidip gelmektedir.

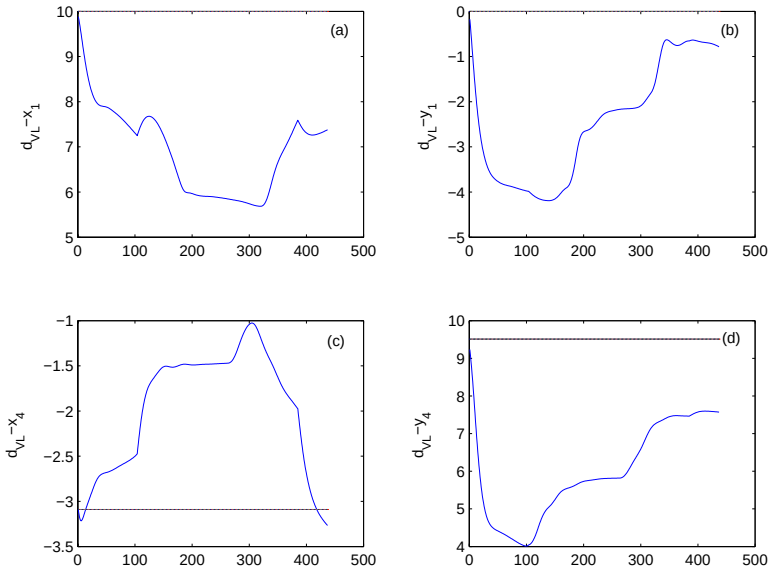


Şekil 4.10: Engel geçişi sırasında örnek iki aracın sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıkları. Üst satırda önde bulunan, alt satırda da yanda bulunan bir araç için sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklık değişimleri verilmiştir.



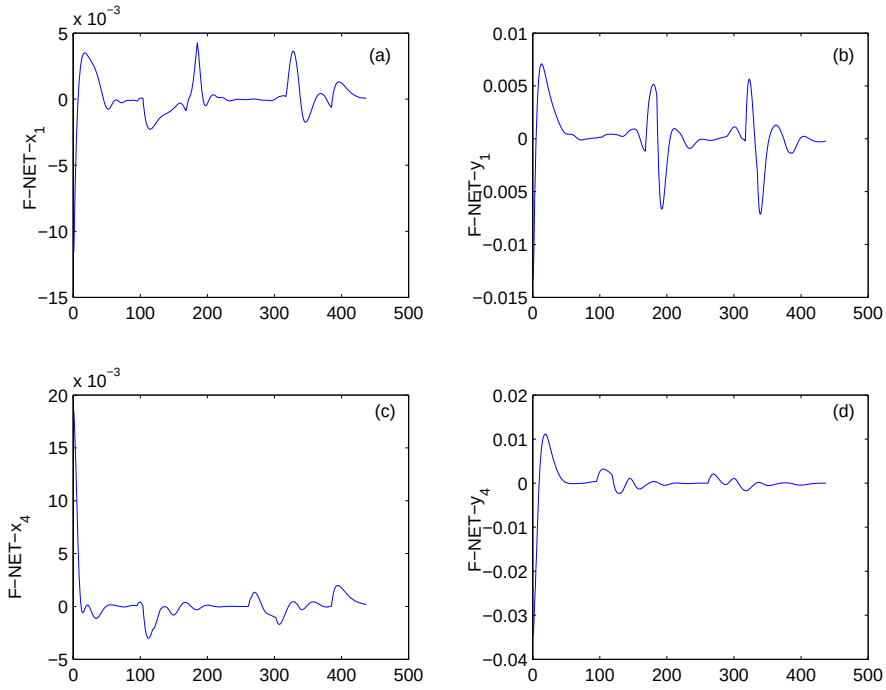
Şekil 4.11: Engel geçişi sırasında örnek iki araca etkiyen net kuvvetlerin yatay ve düşey bileşenleri. Üst satırda önde bulunan, alt satırda da yanda bulunan bir araç için yataydaki ve düşeydeki kuvvet büyüklükleri verilmiştir.

Fiziksel dünyada karşılığı olmayan böyle bir iki konum arasında anlık gidip gelme hareketi kullanılan hareket dinamiğinin kusurlu olmasının sonucudur. (2.16) eşitliğinde ifadesi verilen hareket dinamiği kullanıldığında daha gerçekçi sonuçlar elde edilmiştir. şekil 4.12, şekil 4.10'un eşdeğeridir. Çift integratör kullanıldığında araçların pozisyon değişiminin daha düzenli olduğu gözlenmektedir.



Şekil 4.12: Çift integratör kullanıldığında, engel geçişi sırasında örnek iki aracın sanal lidere olan yatay ve düşey uzaklıkları.

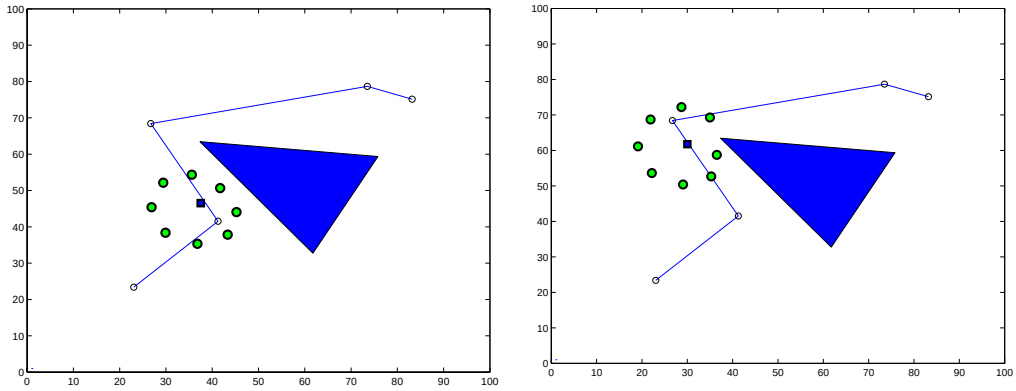
Şekil 4.13'de de etkiyen net kuvvetler görülmektedir. Dikkat edilirse bu kuvvetler aynı araçlar aynı yolu izlerken oluşan kuvvetlerdir ancak 4.11'deki kuvvetlere nazaran daha dar bir aralıkta (10^{-3} seviyesinde) değişim göstermektedirler.



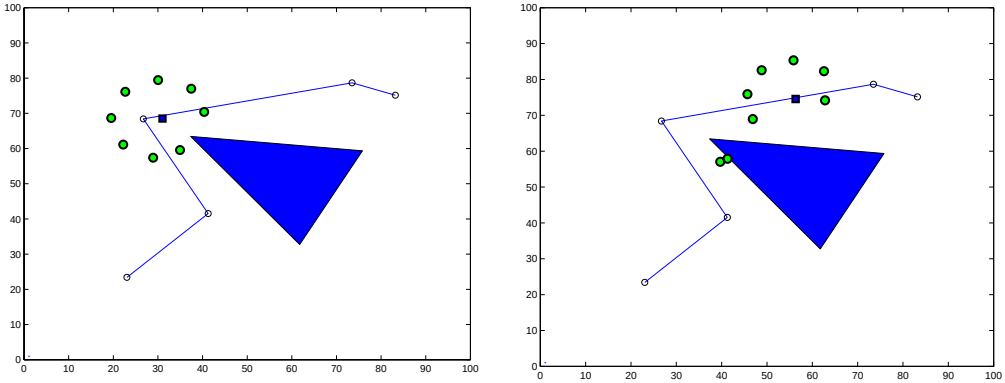
Şekil 4.13: Çift integratör kullanıldığında, engel geçişi sırasında örnek iki araca etkiyen net kuvvetlerin yatay ve düşey bileşenleri.

Bu yöntemin eksikleri arasında saydığımız engele takılma probleminin bir örneği şekil 4.14'de verilmiştir. Problem özellikle keskin köşelerin dönüşlerinde gözlenmektedir. Şekilde (a-d) arasında araçların hareketleri süresince alınan örnek görüntüler sunulmuş, e'de ise her bir aracın izlediği yol bir çizgi ile gösterilmiştir. Lider engelin etrafından giden güvenli yolu araçlar da lideri takip etmektedirler, ancak lider engelin köşesini döndükten sonra kümenin arkasında kalan araçlar engeli aşamamaktadırlar. Çünkü bu araçlar için engelin itme etkisi ve liderin çekme etkisi zıt yönlerde olmakta, lider köşeyi dönüp uzaklaştıkça yakında olan engelin etkisi daha büyük olmaktadır. Sonuçta bazı araçlar (burada iki araç) engeli aşamamış hatta çarpmışlardır.

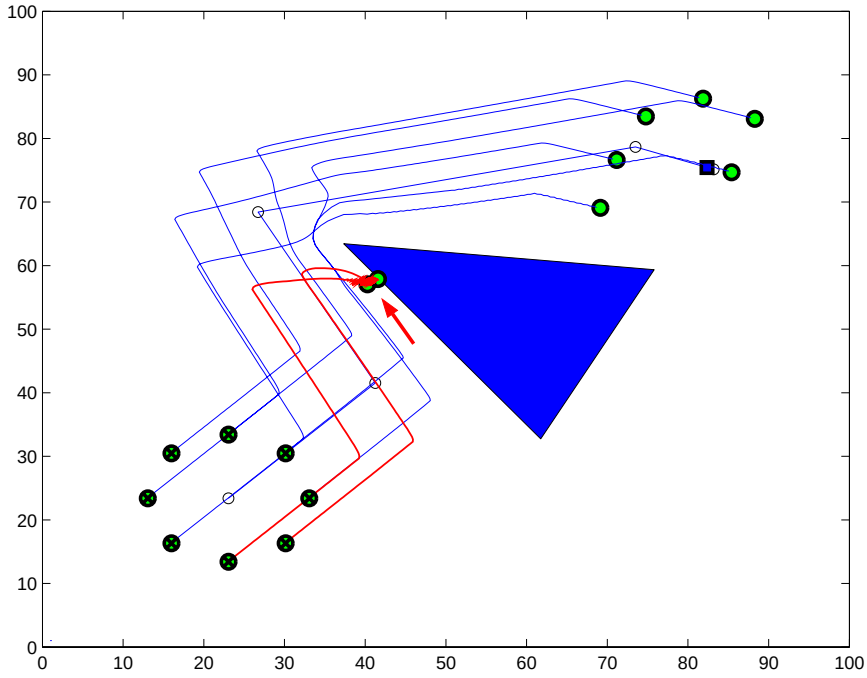
Bu problem, lidere doğru olan kuvvet ile engelden dışa doğru olan kuvvet arasındaki açı $\pi/2$'den büyük olduğunda ortaya çıkmaktadır. Engel kuvveti (2.21) eşitliğinde ifadesi verilen şekilde çevrildiğinde araçlar her durumda lideri takip etmeye başlamış ve engellerden daha iyi sakınmışlardır.



(a) (b)

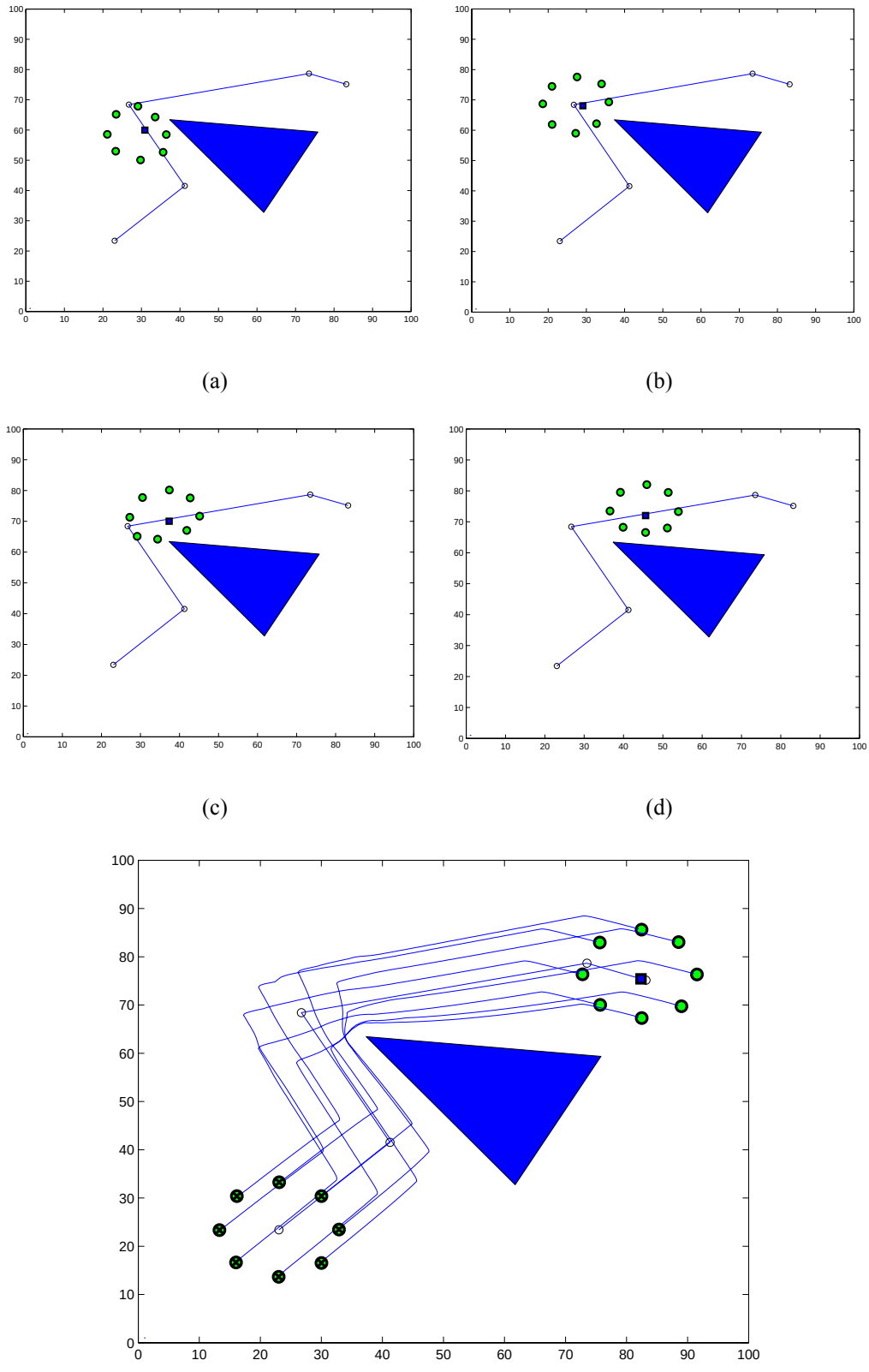


(c) (d)



(e)

Şekil 4.14: Araçların engele takılması.

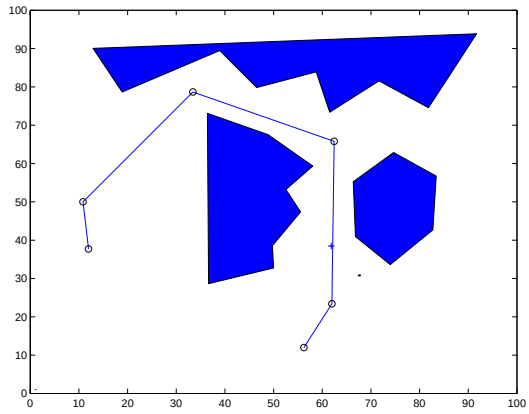


Şekil 4.15: Engel sakınma performansı iyileştirildikten sonraki durum. Araçlar engelle karşılaştıklarında lidere daha çok yönelerek engelden daha iyi sakınmış oldular.

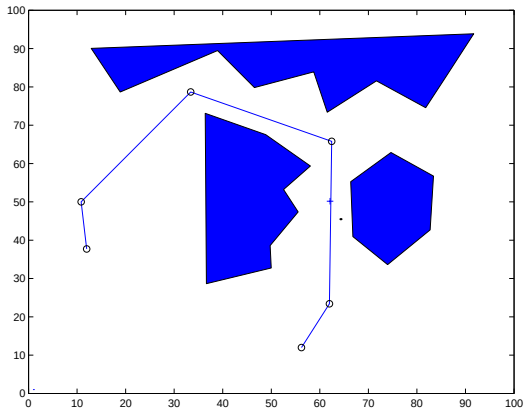
Bu yöntemin araç sayısından ve engelden bağımsız olduğunu göstermek üzere şekil 4.16'da 12 araçlı bir kümenin rastgele bir engelli ortamdan başarı ile geçişi adım adım gösterilmiştir. Başlangıçta düzgün bir çember diziliminde seyreden araçlar liderin engeller arasından geçmeye başlaması ile araçlar çemberi daraltırlar (a). Her bir araç etrafta kendisine en yakın engel noktalarını algılayarak kendi konumunu kontrol ettiğinden engellerin şekli ve konumu ne olursa olsun araçlar küme halinde ilerlemeyi başarabilirler (b). Benzer şekilde keskin bir köşenin dönülmesi sırasında çember diziliminin neredeyse "V" oluncaya kadar esneyebildiği görülmektedir (c). (d-e)'de engeller arasından ilerleyen araçlar engelli ortamdan çıkılması ile istenen çember dizilimine tekrar dönerler (f).

4.2 Yapısal Graf Metodu Uygulamaları

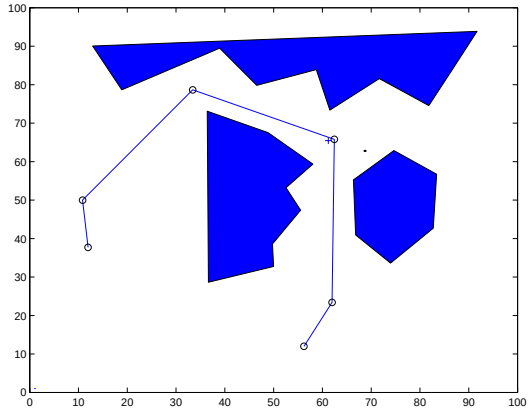
Bir önceki örnekte kullanılan 4 araçlı kümenin üçüncü bölümde anlatılan yöntemle toplanması şekil 4.17'de, ilgili grafı şekil 4.18'de gösterilmiştir. Bu senaryoda 4 araçtan oluşan bir küme vardır ve bu araçlar aşağıdaki grafın getirdiği (3.11) eşitliğinde ifadesi verilen kısıt fonksiyonlarını sağlamak üzere hareket etmektedirler. Görüldüğü gibi araçlar birbirlerine çarpmaksızın grafla verilen dizilime gelebilmişlerdir.



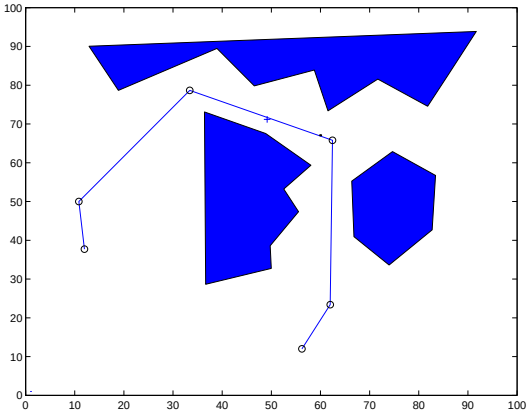
(a) Engelli ortama girerken araçlar çemberi daraltıyorlar.



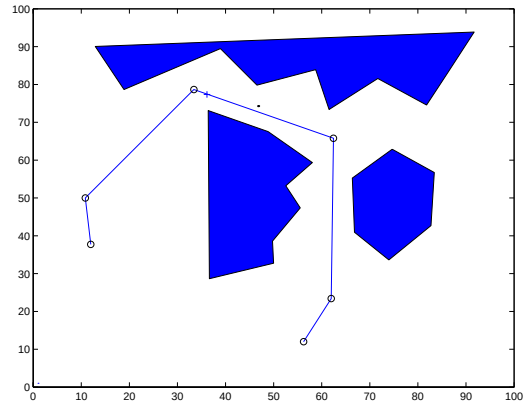
(b) Engeller ne şekilde olurlarsa olsunlar, araçlar durumla başa çıkabiliyorlar.



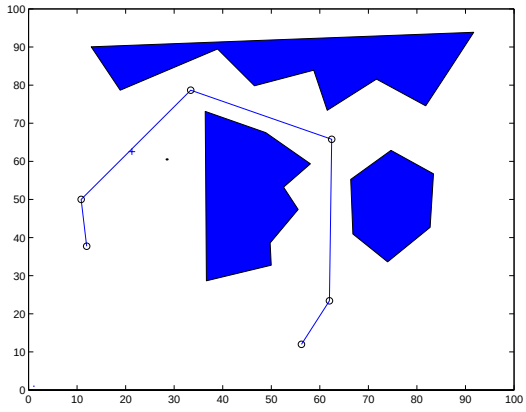
(c) Keskin köşe dönüşlerinde araçlar kümeyi korurken, dizilimi de esnetirler.



(d) Köşe dönüldükten sonra küme çember dizilimine tekrar yaklamıştır.

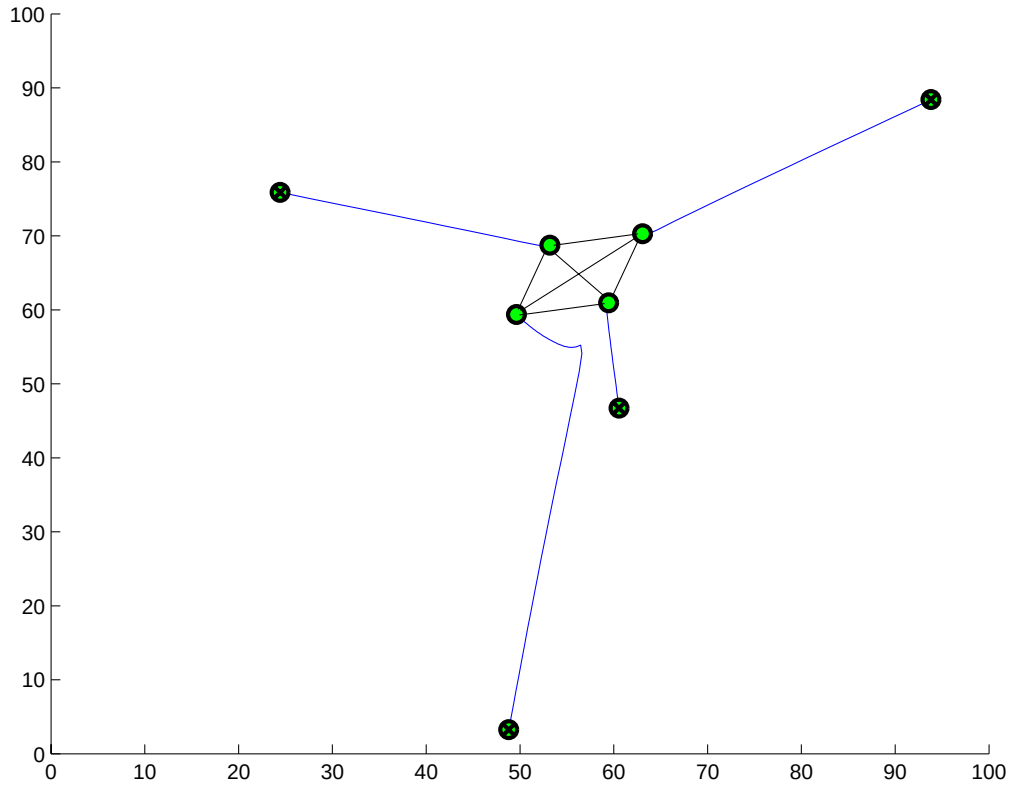


(e) Araçlar etraftaki engellerin içbükey, dışbükey oluşundan etkilenmezler.



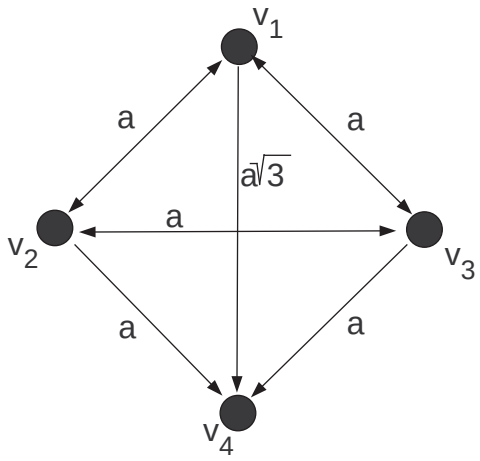
(f) Engelli ortamdan çıkılması ile düzgün çember tekrar sağlanır.

Şekil 4.16: Daha fazla sayıda aracın rastgele engelli bir ortamdan geçmesi.

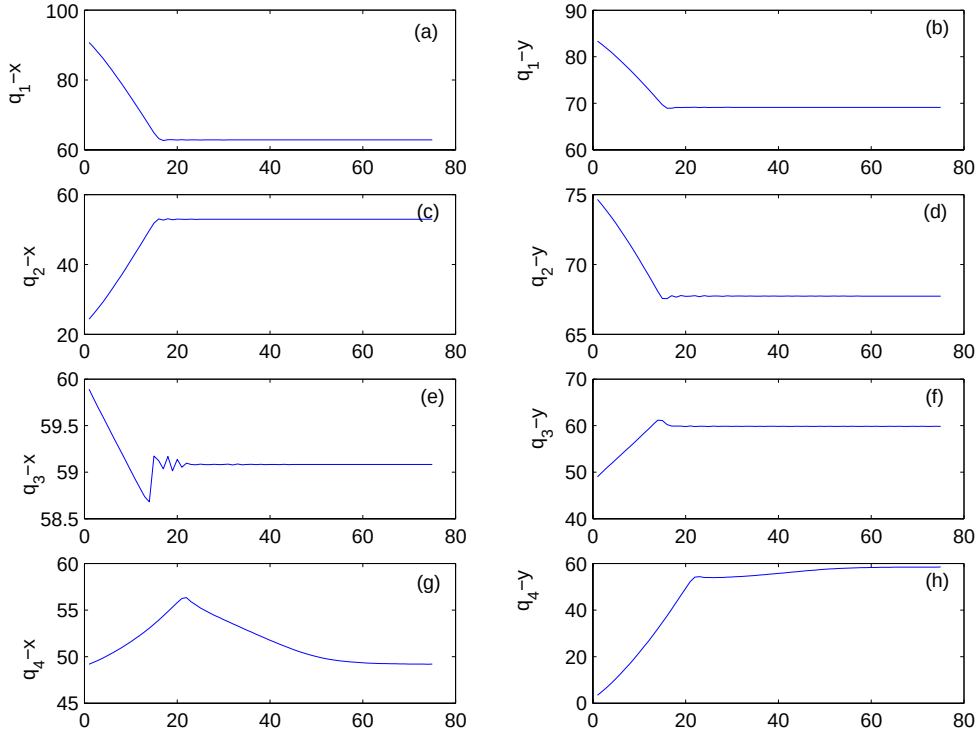


Şekil 4.17: 4 araçlı bir kümenin yapısal graf yöntemiyle toplanması.

Yukarıdaki şeklildeki (92,84),(23,75),(60,48),(49,2) pozisyonlarından harekete başlayan araçlar (62,69),(53,68),(59,60),(49,58) pozisyonlarında baklava dilimini oluşturmuşlardır. Şekil 4.19'da her bir aracın yataydaki ve düşeydeki hareketini gösteren grafikler verilmiştir. Araçların toplanmaları incelendiğinde dizilime kısa sürede oturan ilk üç aracın kararlı hale geçtikten sonra diğer araca doğru sürüklenmek yerine konumlarını korudukları, kalan aracın bu üç aracın gösterdiği yere geldiği gözlenmektedir. Bu da şekil 4.18'deki grafa bakıldığında beklenen bir sonuçtur, çünkü 4. aracın graftaki bağları tek yönlüdür ve bu bağlara göre 4. araç konumunu bilgi aldığı diğer üç araca göre güncellemektedir. Halbuki 1. 2. ve 3. araçlar kendi konumlarını 4. araca göre güncellememektedirler. Görüldüğü gibi, grafın yapısı dizilimin ve hareketin davranışı üzerinde etkilidir.

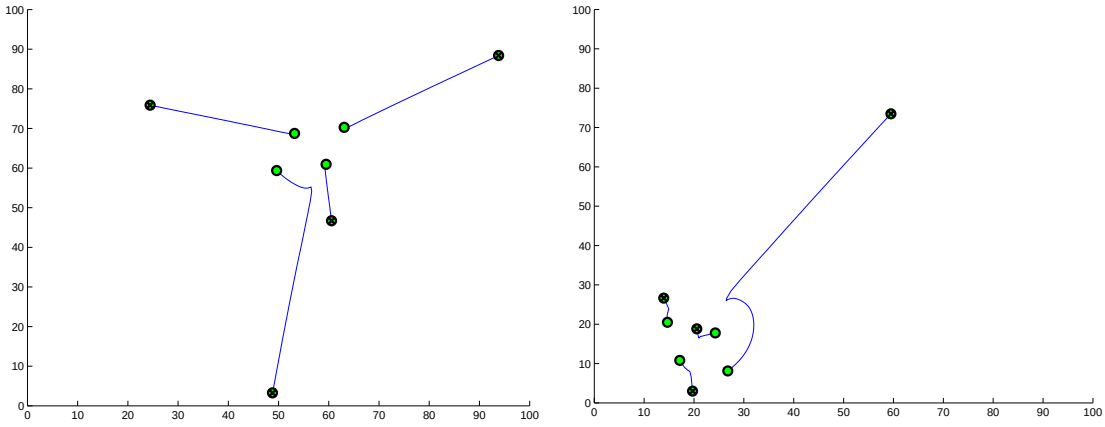


Şekil 4.18: 4 araçlı küme için graf.



Şekil 4.19: Toplanan araçların konumlarının değişimi.

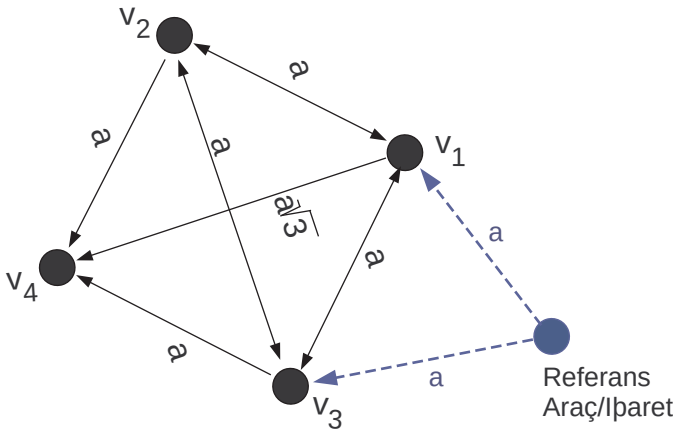
Bu araçların başlangıç anında bulunduğu pozisyonlar farklı ilk değerlerde olduğunda toplanmanın süresi ve yeri değişmektedir. Bunu göstermek için farklı ilk değerlerle başlatılmış bir sistem ve toplanma noktası şekil 4.20 de gösterilmiştir. 4.20-a'da (92,84), (23,75), (60,48), (49,2) konumlarından başlayan araçlar (62,69), (53,68), (59,60), (49,58) konumlarında dizilimi oluştururlarken, 4.20-b'de (14,28), (20,2), (21,19), (60,72) konumlarından başlayan araçlar (14,20), (18,10), (26,18), (27,7) konumlarında dizilimi oluşturmaktadırlar.



(a) (b)

Şekil 4.20: Yapısal graf yönteminde araçların farklı ilk konumları farklı noktalarda toplanmalarına sebep olmaktadır.

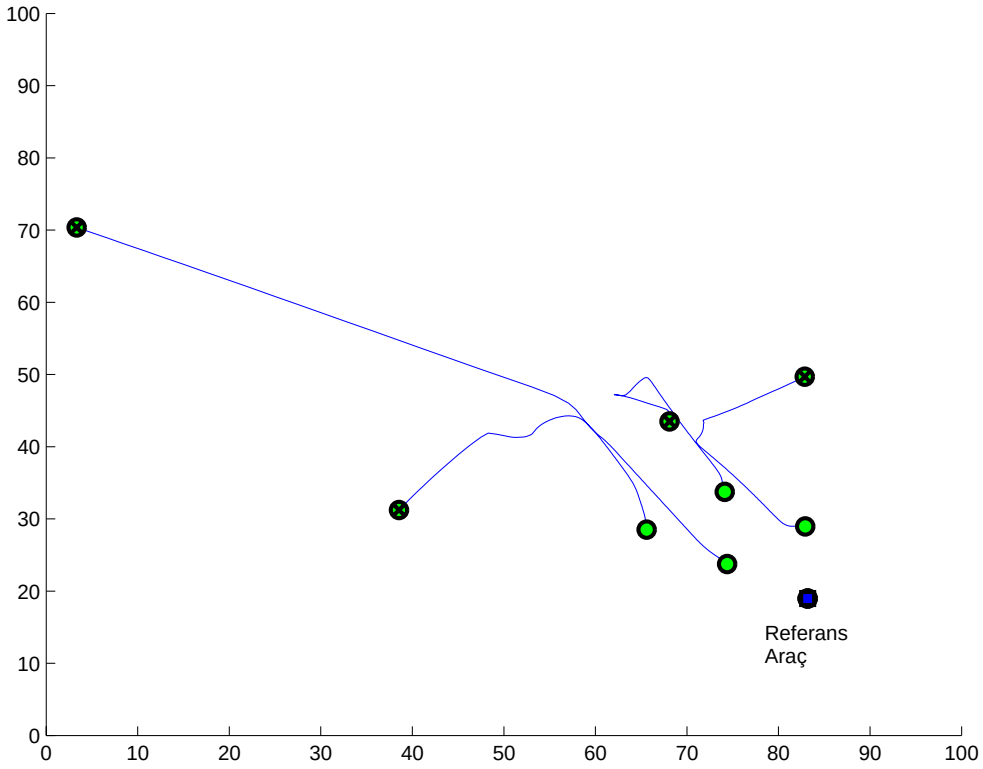
Toplanma noktasını tam olarak tayin edebilmek için 3.4. kısımda anlatıldığı şekilde lider araç (referans sinyal) eklenir. Bu araç gerçekte var olmak zorunda değildir sadece diğer araçların tümünün ya da bir kısmının bu aaca ait konum bilgisinden haberdar olması yeterlidir. Bu dizilime ilişkin graf şekil 4.21'de gösterilmiştir. Referans işareti diğer araçlara göre değil, bağımsız olarak konumlandığından grafta da bu araca doğru bir ok bulunmamaktadır. Bu durumda grafın C ve D matrislerindeki değişimler 3.24 eşitliğinde verildiği gibidir.



Şekil 4.21: Sanal lider ve yapısal graf.

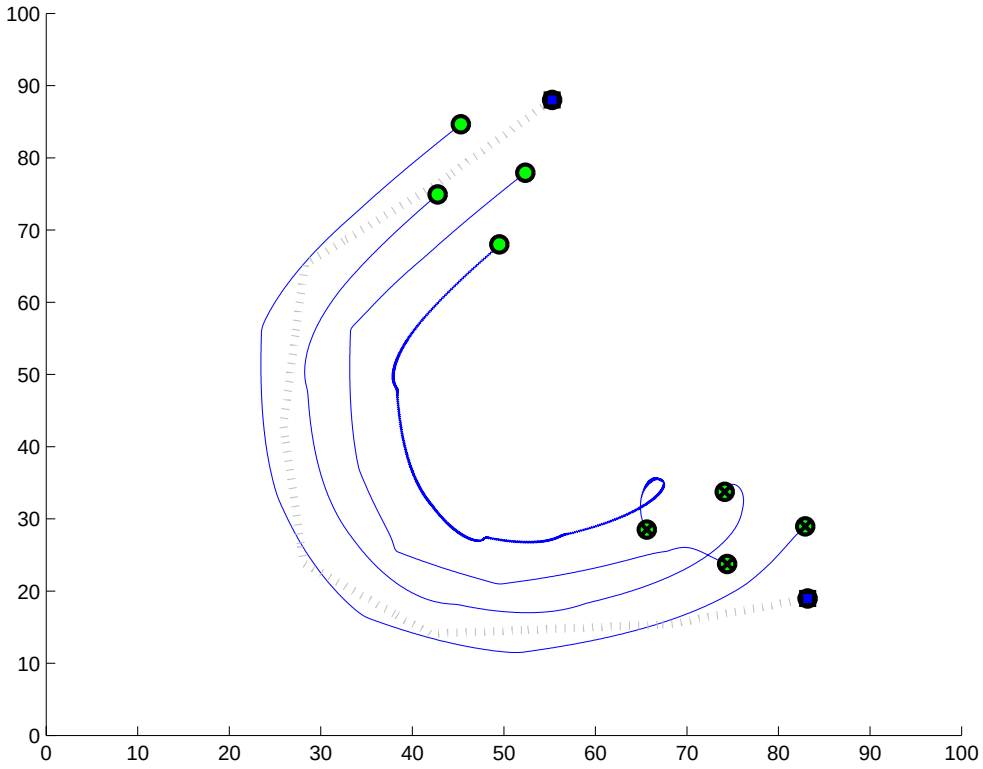
Bu iyileştirme ile toplanma noktasının belirlenmesi şekil 4.22'de gösterilmiştir. Yine uzayın rastgele konumlarından başlayan araçlar şekil 4.21'deki grafa göre (84,17) konumunda bulunan sanal lider etrafında toplanmışlardır. Dikkat edilirse sanal liderin konumundan ve varlığından sadece 1 ve 3 no'lu araçlar haberdardırlar. Liderin

gerçekte varolmayan bir referans sinyal olduğunu düşünürsek, diyebiliriz ki 1. ve 3. araçlar kümenin diğer araçları için birer lider "gibi" davranmaktadırlar.



Şekil 4.22: Yapısal graf yöntemine referans araç eklenmesi ile toplanma.

Referans aracın hareketi ile tüm kümenin seyri sağlanabilir. Buna ilişkin örnek şekil 4.23'de gösterilmiştir. Burada kare sanal lideri, açık renkle gösterilen iz de sanal liderin izlediği yolu göstermektedir. Sanal lider hareket ettikçe kararlı halde bulunan grafın yapısal potansiyelini minimumdan saptırmakta, diğer araçlar da bu potansiyeli minimum değerine çekmek için uygun yönde hareket etmektedirler. Böylece küme bir bütün olarka kendisini her zaman en düşük potansiyelde tutmaktadır.



Şekil 4.23: Yapısal graf yöntemine referans araç eklenmesi ile seyir.

4.3 Performans Karşılaştırması

Şimdiye kadar yapılan çalışmaların incelenmesi sırasında çok araçlı sistemlerin değerlendirilmesi ve karşılaştırılması için konulmuş bir performans kriterine rastlanmamıştır. Kontrol uygulamalarında kullanılan aşım, %5 yerleşme zamanı gibi kriterlerin benzerleri çok araçlı sistemler için henüz geliştirilmemiştir. Literatürde yapılan performans incelemesi çalışmaları ise iki araç kümesinn genel bir senaryoda performanslarını karşılaştırmaktan ziyade, **Error! Reference source not found.**'deki gibi bir araç kümesinin belli bir görev için gösterdiği "görev performansı"nı incelemeye yönteliktir. Bu sebepten dolayı bu tez çerçevesinde bir performans karşılaştırması yapılamamıştır.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada çok araçlı sistemlerin dizilim kontrolü ele alınmış ve bu konuda üzerinde en çok çalışılan iki yöntem, yapay potansiyel ve yapısal graf yöntemleri, seçilmiştir. Her iki yöntemi de temsilen seçilen iki çalışma simülasyon seviyesinde gerçeklenmiştir. Gerçeklemeler sırasında, bu yöntemlerde iyileştirmeler yapılabileceği görülmüş, bu iyileştirmeler de uygulanarak özellikle yapay potansiyel yönteminde kümenin engel sakınma başarımı arttırılmıştır. Literatürde yerleşik bir performans kriterine rastlanmadığı için ise yöntemler arasında performans karşılaştırması yapılamamıştır.

Çok araçlı sistemlerin incelenmesi daha ileri araştırma olanakları da içermektedir. Bu çalışma çerçevesinde hata durumları, araçlardan birinin bozulması, kapanması ya da engele çarpıp tahrip olması gibi durumlarda kümenin geri kalanının nasıl etkileneceği incelenmemiştir. Hata durumlarında küme davranışının incelenmesi yapılması gereken ileriki çalışmalardandır.

Engelli ortamda seyreden araçların her zaman aynı dizilimi koruyarak seyredebilmeleri mümkün ya da güvenli olmayabilir. Böylesi durumlarda dizilim kısıtlarının geçici olarak devre dışı bırakılabilmesini, ya da kümenin dinamik olarak daha küçük alt kümelere ayrışıp sonra tekrar birleşmesini sağlayabilecek dinamik grafların incelenmesi gelecekte yapılması düşünülen bir diğer çalşımadır.

Bu çalışma çerçevesinde yazılım seviyesinde yapılan simülasyonların gerçek mobil robotlar üzerinde gerçeklenmesi ve deneysel çalşımalar yapılması bir sonraki adımdır. Deneysel çalışmalar da kullanılan donanımların sisteme olan etkileri bakımından kendi içinde geniş araştırma konuları barındırmaktadırlar. Özellikle birden çok aracın bulunduğu ortamlarda aktif ve pasif sensörlerin bir arada kullanımı araştırılması gereken konulardan biridir.

Çok araçlı sistemlerde bireylerin birbirleri ile haberleşmeleri en temel ve önemli konulardan birisidir. Kümeyi oluşturan araçların değişik ve zorlu ortamlarda birbirlerinden haberdar olmalarını sağlayabilecek uygun haberleşme sistemlerinin geliştirilmesi de ileride yapıması gereken çalışmalar arasındadır.

KAYNAKLAR

[1] **Dudek G., Jenkin M., Milios E., Wilkes D.,** 1993. A taxonomy for swarm robots, *Proceedings of IEEE RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Yokohama, Japan.

[2] **Klavins E.**, 2002. Communication complexity of multi-robot systems, *WAFR Konferansı*, Nice, Fransa.

[3] **Feng-Li Lian Murray, R.**, 2002. Real-time trajectory generation for the cooperative path planning of multi-vehicle systems, *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, **4**, 3766- 3769

[4] **Schouwenaars T., De Moor B., Feron E., How J.**, 2001. Mixed integer programming for multi-vehicle path planning, *European Control Conference*,2603–2608.

[5] **Spanos DP., Olfati-Saber R., Murray RM.**, 2005. Distributed sensor fusion using dynamic consensus, *IFAC Dünya Kongresi*, Prag, Çek Cumhuriyeti.

[6] **Murray R., Doyle J., Banda S.**, 1997. Research needs in dynamics and control for uninhabited aerial vehicles (UAVs), AFSOR Meeting, California, ABD.

[7] http://www.ctie.monash.edu/hargrave/rpav_home.html\#Beginnings

[8] http://en.wikipedia.org/wiki/Autopilot

[9] **Bone E., Bolkom C.**, 2004. Unmanned aerial vehicles - background and issues. Novinka Books, New York, ABD

[10] **Holder B.**, 2002. Unmanned aerial vehicles - an illustrated study of UAVs. Schiffer Military Books, Atglen, PA, China

[11] http://www.tai.com.tr

[12] http://www.mesa-robotics.com/acer.html

[13] http://www.mtt.fi/julkaisut/vuosikertomukset/an_rep2001/agro.html

[14] **Li H.**, 2006. A framework for coordinated control of multi-agent systems, *Doktora Tezi*, Waterloo Üniversitesi, Kanada.

[15] **Resnick M.**, 1994. Turtles, termites, and traffic jams - explorations in massively parallel microworlds, MIT Press, Lonra, İngiltere.

[16] **Okubo A.**, 1986. Aspects of animal grouping, *Adv. Biopysics*, **22**, 1-94.

[17] **Warburton K., Lazarus J.**, 1991. Tendency-distance models of social cohesion in animal groups, *J. of Theoretic Biology*, **150**, 473-488.

[18] **Fax A., Murray R.**, 2002. Graph laplacians and stabilization of vehicle formations, *IFAC Dünya Kongresi*, Barselona, İspanya.

[19] **Zelinski S., Koo T.J., Sastry S.**, 2003. Optimization based formation reconfiguration planning for autonomus vehicles, *Proceedings of the 2003 IEEE conf. robot. Automat*, 3758-3763.

[20] **Chasparis, G.C. Shamma, J.S.**, 2005. Linear-programming-based multi-vehicle path planning with adversaries, *Proceedings of the 2005 American control conference*, **2**, 1072- 1077.

[21] **Zhang X.T.**, 2006. An output feedback nonlinear decentralized controller design for multiple unmanned vehicle coordination, *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, 1440-1445.

[22] **Spears W.M., Gordon D.F.**, 1999. Using artificial physics to control agents, *International Conference on Information Intelligence and Systems (ICIIS'99)*, 281-288.

[23] **Gazi V., Passino K.**, 2003. Stability analysis of swarms, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **48**, 692-696.

[24] **Arkin RC.**, **Balch T.,** 1998. Behavior-based formation control for multirobot teams, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **14**, 926-939.

[25] **Elkaim H. G., Siegel M.**, 2005. A lightweight control methodology for formation control of vehicle swarms, *IFAC Dünya Kongresi*, Prag, Çek Cumhuriyeti.

[26] **Leonard N.E., Fiorelli E.**, 2001. Virtual leaders artificial potentials and coordinated control of groups, *Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, FL, ABD.

[27] **Olfati-Saber R., Murray R.**, 2002. Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions, *IFAC Dünya Kongresi*, Barselona, İspanya.

[28] **Khatib O.**, 1986. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *International Journal of Robotics Research*, **5**, 90-98.

[29] **Gurfil P.**, 2005. Evaluating UAV flock mission performance using Dudek's taxonomy, *2005 American Control Conference*, Portland, ABD, 4679 - 4684.

[30] **Dominey PF.,Alvarez M.,Gao B., Jeambrun M.**, 2005. Robot Command, Interrogation and Teaching via Social Interaction, *Proc. IEEE 2005 Conf. On Humanoid Robotics*, Tsukuba, Japonya.

[31] **Lenser S.**, 2005, On-line robot adaptation to environmental change. *Doktora Tezi*, Osaka Üniversitesi, Japonya.

[33] http://www.robocup.com

[34] **Diestel R.**, 1997. Graph Theory. Springer, Verlag.

[35] **West D.B.**, 2001. Introduction to graph theory. Prentice Hall, Upper Saddle River NJ, A.B.D.

[36] **Fax A.J.**, 2002. Optimal and cooperative control of vehicle formations, *Doktora Tezi*, California Institute of Technology, A.B.D.

[37] **Fax A.J., Murray R.**, 2002. Information flow and cooperative control of vehicle formations, *IFAC Dünya Kongresi*, Barselona, İspanya.

[38] **Shi H., Wang L., Tianguang C.**, 2006. Coordinated control of multiple interactive dynamical agents with asymmetric coupling pattern and switching topology, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China.

[39] **Gupta V., Cedric L., Murray R.**, 2006. When are distributed algorithms robust, *45th IEEE Conference on Decision and Control*, Kaliforniya, A.B.D.

ÖZGEÇMİŞ

Veysel Özdemir, 1980 - Gaziantep doğumludur. İstanbul Teknik Üniversitesi Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü'ne 1997 yılında girip 2002 yılında mezun olmuştur. 2003 yılında yine İstanbul Teknik Üniversitesi'nde Telekomünikasyon Mühendisliği yüksek lisans programına başlamış ve 2007 yılında tezini vererek mezun olmuştur.

Halen Türkiye İş Bankası'nda yazılım mühendisi olarak çalışmaktadır.