**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**DOKTORA TEZİ**

# KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE TENSÖR MEZONLARIN İNCELENMESİ

**NEŞE YİNELEK ÖZTONGA**

**KOCAELİ 2016**

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

# KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE TENSÖR MEZONLARIN İNCELENMESİ

NEŞE YİNELEK ÖZTONGA

Doç.Dr. Jale Y. SÜNGÜ
Danışman, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Kazem AZİZİ
Eş Danışman, Doğus Üniv. .....

Prof.Dr. Takhmasib M. ALİEV
Jüri Üyesi, ODTÜ .....

Prof.Dr. Elşen VELİ
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Hayriye S. PAMUK
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Çiğdem G. ARAS
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Yasemin SARAÇ
Jüri Üyesi, Atılım Üniv. .....

Tezin Savunulduğu Tarih: 27.05.2016

## ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Bu çalışmada $D_{s2}^{*}(2573)$' ün kütle ve leptonik bozunma sabiti iki-noktalı KRD toplam kuralları çerçevesinde hesaplanmıştır. Ayrıca iki gluon yoğuşma katkısı göz önüne alınarak $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ yarı-leptonik geçişin form faktörleri üç-noktalı KRD toplam kuralı kullanılarak elde edilmiş ve tüm lepton kanallarında bu geçişin bozunum genişliği incelenmiştir.

Doktora eğitimim boyunca beni hep cesaretlendiren, inişlerimde çıkışlarımda desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen, bana öğrenciden öte arkadaş gibi davranan, samimiyeti ile başarılı olmam için her zaman uğraşan çok değerli danışman hocam Doç. Dr. Jale Y. SÜNGÜ' ye teşekkürlerimi sunarım. Bana verdiğiniz bunca emeği asla unutamam.

Yaptığımız çalışmaları fikir ve önerileriyle zenginleştiren, motive ve desteği hiçbir zaman bitmeyen, her zaman kendimizi daha da ilerletip gelişmemiz için çabalayan, HEP grubumuzun en büyük şansı olan sayın ikinci danışman hocam Doç. Dr. Kazem AZİZİ' ye çok teşekkür ederim. Fikirlerine ve bilgisine sıklıkla ihtiyaç duyduğum, bana olan sıcaklığını her zaman hissettiğim ve kendisini örnek aldığım sevgili hocam Doç. Dr. Hayriye S. PAMUK' a çok teşekkür ederim. Ayrıca Lisans eğitimimden bu yana değerli bilgilerinden yararlandığım sayın hocam Prof. Dr. Elşen Veli' ye ve katkılarından dolayı sayın hocam Doç. Dr. Çiğdem Gündüz' e çok teşekkür ederim.

En zor çalışmalarımda benim hep yanımda olan sevgili arkadaşım Sinem ŞAHİN' e çok teşekkür ederim. Desteklerini asla unutamam arkadaşım. Ve diğer ismini sayamadığım arkadaşlarım… 17 yıllık kardeşlerim olarak gördüğüm ortaokul arkadaşlarım, hayatımda çok özel yeri olan üniversite arkadaşlarım ve dostlarım… İyi ki varsınız.

Eğitim hayatım boyunca dualarını benden esirgemeyen başta anneannem ve babaannem, beni her zaman destekleyen canım hala ve teyzelerim ve biricik kuzenlerim ve diğer büyük ailem, iyi ki varsınız. Tez çalışmamı bitirebiliyorsam bunda en çok emeği olan canım annem Nevin İVGİN' e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Başarılı olmam için elinden ne geliyorsa yaptın. Bana karşı olan ilgini, alakanı ve kocaman sevgini asla ödeyemem Anne. Desteğini hiç esirgemeyen, eğitimime daima önem veren canım babam Yaşar YİNELEK' e çok teşekkür ederim. Ve benim biricik kardeşim Sefa YİNELEK, iyi ki varsın. Çıkmaza girmeme asla müsaade etmeyen, başarısızlık nedir kabul etmeyen ve beni destekleyen sevgili eşim Ömer ÖZTONGA' ya çok teşekkür ederim. Çalışmalarım esnasında ilginç oyunlar keşfedip beni bu oyunlara dâhil ederek ara vermemi sağlayan, bitmeyen enerjisi ile bana da enerji katan ve beni çocukluğuma geri döndüren, en değerli parçam, biriciğim, can oğlum Sadettin Eymen ÖZTONGA, sana çok teşekkür ederim.

Mayıs – 2016 Neşe YİNELEK ÖZTONGA

## İÇİNDEKİLER


ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR ..... i
İÇİNDEKİLER ..... ii
ŞEKİLLER DİZİNİ ..... iii
TABLOLAR DİZİNİ ..... v
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ..... vi
ÖZET ..... viii
ABSTRACT ..... ix
GİRİŞ ..... 1
1. PARÇACIK FİZİĞİNİN STANDART MODELİ ..... 4
1.2. Kuantum Elektrodinamiği ..... 14
1.3. Zayıf Etkileşme ..... 15
1.3.1. CKM matrisi ..... 16
1.3.2. CP ihlali ..... 20
1.4. Elektrozayıf Birleşme ..... 20
1.5. Kuantum Renk Dinamiği ..... 23
1.5.1. Kuantum renk dinamiği ayar dönüşümleri ..... 25
1.5.1.1. Global ayar dönüşümleri ..... 25
1.5.1.2. Yerel ayar dönüşümleri ..... 26
1.5.2. Asimtotik özgürlük ve renk hapsolması ..... 27
2. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ ..... 31
2.1. Korelasyon Fonksiyonu ..... 31
2.2. Wilson Operatör Çarpım Açılımı ..... 33
2.3. Borel Dönüşümleri ..... 34
3. AĞIR-HAFİF TENSÖR MEZON SİSTEMİNİN KRD TOPLAM KURALLARI METODU İLE KÜTLE VE LEPTONİK BOZUNMA SABİTİNİN HESAPLANMASI ..... 36
3.1. Ağır-Hafif $D_{s2}^{*}(2573)$ Tensör Mezonun Kütle ve Leptonik Bozunma Sabitinin Hesaplanması ..... 39
3.2. Nümerik Sonuçlar ..... 44
4. $\chi_{b2}(1P)$ BOTONYUM TENSÖR MEZONUN $B_c$ SÖZDE-SKALER MEZONA GEÇİŞİNİN İNCELENMESİ ..... 48
4.1. $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ Geçişinin Form Faktörleri ..... 51
4.2. Form Faktörler için Nümerik Sonuçlar ..... 58
4.3. $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ Geçişinin tüm Lepton Kanallarında Bozunum Genişliği ..... 68
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER ..... 73
KAYNAKLAR ..... 76
EKLER ..... 84
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER ..... 102
ÖZGEÇMİŞ ..... 103

## ŞEKİLLER DİZİNİ


Şekil 1.1. $J=1/2$ spinli baryonların sekizli gösterimi ..... 5
Şekil 1.2. $J=1/2$ spinli baryonların onlu gösterimi..... 6
Şekil 1.3. Kuarklar için üçlü ve antikuarklar için anti-üçlü gösterim ..... 7
Şekil 1.4. Temel parçacıkların sınıflandırılması: 12 temel fermiyon, 4 temel bozon ve Higgs bozunu ..... 11
Şekil 1.5. Sol: Standart modelde üç temel kuvvetin kesişimi, Sağ: Süper simetrik teoriye göre üç temel kuvvetin birleşimi ..... 12
Şekil 1.6. Soldan sağa artan kütle değeri ile altı kuarkın bozunum şeklinin resimsel gösterimi ..... 16
Şekil 1.7. Birimsel üçgenin gösterimi ..... 18
Şekil 1.8. $Q$ momentumuna göre $\alpha_s$ ' nin davranışı ..... 27
Şekil 1.9. KRD' de etkileşme sabiti ..... 29
Şekil 3.1. $D_0$ mezonun, $K^-$ ve $K^+$ mezonlarına bozunumu ..... 37
Şekil 3.2. $c\bar{s}$ sisteminin spektrumu. $y$ ekseninde kütle, $x$ ekseninde $J^P$ bulunmaktadır..... 38
Şekil 3.3. $s_0=9,5-10-10,5\ \mathrm{GeV}^2$ ' de $f_{D_{s2}^*(2573)}$ leptonik bozunma sabitinin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 45
Şekil 3.4. $s_0=9,5-10-10,5\ \mathrm{GeV}^2$ ' de $m_{D_{s2}^*(2573)}$ kütlesinin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 46
Şekil 3.5. $s_0=10\ \mathrm{GeV}^2$ ' de $f_{D_{s2}^*(2573)}$ leptonik bozunma sabitinin katkılarının ayrı ayrı gösterimi ..... 46
Şekil 4.1. Botonyum spektrumu ..... 50
Şekil 4.2. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M'^2$ değerinde $h\left(q^2=0\right)$ ' ın $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 62
Şekil 4.3. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $h\left(q^2=0\right)$ ' ın $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 63
Şekil 4.4. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M'^2$ değerinde $K(q^2=0)$ ' ın $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 63
Şekil 4.5. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $K(q^2=0)$ ' ın $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 64
Şekil 4.6. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M'^2$ değerinde $b_+(q^2)$ ' nin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 64
Şekil 4.7. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $b_+(q^2)$ ' nin $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 65
Şekil 4.8. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M'^2$ değerinde $b_-(q^2)$ ' nin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 65

Şekil 4.9. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $b_-(q^2)$ ' nin $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı ..... 66
Şekil 4.10. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \text{GeV}^2$ değerinde $K(q^2 = 0)$ ' ın $q^2$ ' ye bağlılığı ..... 66
Şekil 4.11. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \text{GeV}^2$ değerinde $h(q^2)$ ' nin $q^2$ ' ye bağlılığı..... 67
Şekil 4.12. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \text{GeV}^2$ değerinde $b_+(q^2)$ ' nin $q^2$ ' ye bağlılığı..... 67
Şekil 4.13. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \text{GeV}^2$ değerinde $b_-(q^2)$ ' nin $q^2$ ' ye bağlılığı..... 68

## TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 1.1. Her bir kuarkın sahip olduğu kuantum sayıları ..... 6
Tablo 1.2. Ayar bozonların etkileşime girdiği kuvvetler..... 14
Tablo 1.3. $t$ kuarkı içermeyen altı CKM matris elemanının belirlenmesinde baskın olan deneysel süreçler ..... 19
Tablo 2.1. Mezonlara karşılık gelen tüm olası akım değerleri ..... 32
Tablo 4.1. En düşük kuarkonyum durumlarının kuantum sayıları ..... 50
Tablo 4.2. Hesaplamada kullanılan mezonların kütle değerleri ..... 58
Tablo 4.3. Farklı kaynaklarda öngörülen $m_c$ ve $m_b$ değerleri ..... 59
Tablo 4.4. Farklı metotlarda öngörülen $f_{B_c}$ değerleri ..... 60
Tablo 4.5. Gluon yoğuşma için farklı kaynaklardan alınan değerler ..... 60
Tablo 4.6. Form faktörlerin fit fonksiyonunda bulunan parametre değerleri ..... 62
Tablo 4.7. Farklı lepton kanallarında bozunum genişliğinin nümerik değerleri ..... 72

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$A_\mu^a$ : Gluon alanı, Yang-Mills alanları
$\hat{B}$ : Borel dönüşümü
$C_n\left(q^2\right)$ : Wilson katsayıları
$C$ : Yük eşleniği
$d$ : Operatör boyutu
$D_\mu$ : Kovaryant türev
$F_{\mu v}^a$ : Alan şiddet tensörü
$f^{abc}$ : Antisimetrik yapı sabiti
$f$ : Bozunma sabiti
$g, \alpha_s$ : Güçlü etkileşme sabiti
$I$ : Birim operatör
$j(x)$ : Parçacıklara karşılık gelen akım
$J$ : Toplam açısal momentum
$k, p, p', q$ : Dört boyutlu momentum
$L$ : Lagranjiyen yoğunluğu
$L_{KRD}$ : Kuantum renk dinamiği lagranjiyeni
$l$ : Yörüngesel açısal momentum
$M^2$ : Borel kütle parametresi
$m$ : Kütle
$N_c$ : Kuark renk sayısı
$n_f$ : Kuark çeşni sayısı
$O_n$ : Yerel ayar değişmez operatör
$P$ : Parite
$s$ : Spin
$s, s_0, s_0'$ : Süreklilik eşiği
$T$ : Zaman sıralama operatörü
$\Lambda_{KRD}$ : KRD parametresi
$\psi(x)$ : Kuark alanı
$\gamma_\mu, \gamma_v, \gamma_5$ : Dirac matrisi
$\delta$ : Dirac-delta fonksiyonu
$\lambda^a$ : $3\times3$ Gell-Mann renk matrisleri
$\alpha_e$ : Elektromanyetik etkileşme sabiti
$\phi\left(x\right)$ : Kompleks skaler alan
$\Pi$ : Korelasyon fonksiyonu
$\sigma$ : Tesir kesiti

| | |
|---|---|
| $\|0\rangle$ | : Taban durum |
| $\mu, \nu$ | : Lorentz indisleri |
| $\rho$ | : Spektral yoğunluk |
| $\varepsilon, \varepsilon'$ | : Polarizasyon vektörleri |
| $\theta(x)$ | : Basamak fonksiyonu |
| $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ | : Kuark yoğuşması |
| $\langle G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu} \rangle$ | : Gluon yoğuşması |

**Kısaltmalar**

| | |
|---|---|
| CERN | : European Organization for Nuclear Research (Avrupa Parçacık Fiziği Araştırma Merkezi) |
| KED | : Kuantum Elektrodinamiği |
| KRD | : Kuantum Renk Dinamiği |
| KRDTK | : Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları |
| LHC | : Large Hadron Collider (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı) |
| OPE | : Operator Product Expansion (Operatör Çarpım Açılımı) |
| PDG | : Particle Data Group (Parçacık Veri Grubu) |
| RHIC | : Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı |
| SLAC | : Stanford Linear Accelerator Center (Stanford Lineer Hızlandırıcısı) |
| SVZ | : Shifman, Vainshtein ve Zakharov |

**KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE TENSÖR MEZONLARIN İNCELENMESİ**

## ÖZET

Kuantum Renk Dinamiği (KRD), hadronik maddeyi oluşturan kuark ve gluonların güçlü etkileşmelerini tanımlayan bir teoridir. Bu temel teoriden hadronların özelliklerini pertürbatif yöntem ile elde etmek mümkün değildir. KRD' nin bazı istisnai özelliklerinden dolayı (ebedi hapsolma), pertürbasyon teorisi kullanılarak kütle gibi gözlenebilir hadronik parametrelerin doğru bir şekilde elde edilmesi imkânsızdır. Bu nedenle çeşitli pertürbatif olmayan alternatif metotlar geliştirilmiştir. En güvenilir, uygulanabilir ve dikkat çekici metotlardan biri de KRD toplam kuralı yöntemidir.

Bu tezde, KRD toplam kuralı metodu kullanılarak bazı tensör mezonların özellikleri teorik olarak incelenmiştir. Kuarklar arasındaki güçlü etkileşmelerin özelliklerini incelemek için mezonlar baryonlara göre daha basit sistemlerdir. CERN' de yapılan LHCb deneyinde $\bar{B}_s^0 \to D_{s2}^{*+} X\mu^- \bar{\nu}$ yarı-leptonik geçişinde gözlenen ağır-hafif $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonun kütle ve bozunma sabiti hesaplanmıştır. Ağır-hafif tensör mezonun özelliklerini araştırmak, başta kendi pertürbatif olmayan doğası olmak üzere düşük enerjili KRD hakkında bizlere yararlı bilgiler verir. Bununla birlikte tılsımlı $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonu incelemek, deneysel olarak çok az bilgiye sahip olduğumuz yarı-leptonik $B_s$ bozunumu hakkında bilgi edinmemizi sağlar. Hesaplamalarımız sonucunda elde edilen tensör mezonun kütle değerinin var olan deneysel sonuç ile uyumlu olduğu görülmüştür. Bu parçacığın leptonik bozunma sabiti için elde edilen sonucumuz gelecekte yapılacak deneyler ile kıyaslanabilir.

İkinci bölümde $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ yarı-leptonik geçişin form faktörleri hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar daha sonra tüm lepton kanallarında bu geçişin bozunum genişliğini tahmin etmek için kullanılmıştır. $\chi_{b2}$ botonyum sistemleri üzerine yapılan araştırmalar bizlere $b\bar{b}$ sistemlerinin doğası ve KGP' nin varlığı hakkında önemli bilgiler sunabilir. Ayrıca ağır kuark bağlı durumlarını araştırmak, kuarklar arasındaki etkileşimi, yeni hadronik üretim mekanizmalarını ve geçişlerini, CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) matris elemanlarının büyüklüğünü ve ağır-iyon deney sonuçlarını analiz etmeyi anlamamız bakımından önemli bilgiler sağlar.

**Anahtar Kelimeler:** Form Faktörler, KRD Toplam Kuralları, Leptonik Bozunma Sabiti, Operatör Çarpım Açılımı, Tensör Mezonlar.

**INVESTIGATION OF TENSOR MESONS WITH QCD SUM RULES METHOD**

## ABSTRACT

Quantum Chromo Dynamics (QCD) is a theory that describes the strong interaction among the quarks and gluons which constitute the hadronic matter. It is a challenging issue to derive the properties of hadrons from the fundamental theory of QCD. Due to the exceptional property of QCD (confinement) a straightforward derivation of hadronic observables, such as masses, is impossible using the perturbation theory. Therefore, various alternative nonperturbative methods have been developed. One of the most reliable, applicable and atractive methods is QCD sum rule technique.

In this thesis, properties of some tensor mesons have been investigated theoretically by using the QCD sum rule method. To examine the properties of strong interactions among quarks, mesons are more simple systems than baryons. In particular, we calculate the mass and decay constant of $D_{s2}^{*}(2573)$ heavy-light tensor meson observed by the LHCb Collaboration at CERN through the semileptonic $\bar{B}_s^0 \to D_{s2}^{*+} X\mu^- \bar{\nu}$ transition. Such investigations on the properties of this heavy-light meson can provide us with useful information about QCD at low energy, especially on its nonperturbative nature. On the other hand analysing of the charmed $D_{s2}^{*}(2573)$ tensor meson may help us get more knowledge about the semileptonic $B_s$ meson decays, which are less known experimentally. The value of mass obtained for the $D_{s2}^{*}(2573)$ tensor meson is found to be consistent with the existing experimental data. Our result on the leptonic decay constant of this particle can be checked in future experiments.

In the second part, the form factors of the semileptonic $\chi_{b2} \to B_c \bar{l}\nu$ transition are calculated in full theory. The results obtained are then used to estimate the decay widths of this transition in all lepton channels. Investigations on the properties of $\chi_{b2}$ bottomonium systems can help us get valuable information not only about the nature of the $b\bar{b}$ systems, but also on the existence of QGP. Also the investigation of the heavy quark bound states may provide key tools for understanding the interactions between quarks, new hadronic production mechanisms and transitions, the magnitude of the CKM matrix elements and analyzing the results of heavy-ion experiments.

**Keywords:** Form Factors, QCD Sum Rules, Leptonic Decay Constant, Operator Product Expansion, Tensor Mesons.

## GİRİŞ

Yüksek enerji fiziği, maddenin temel bileşenlerini, bunlar arasındaki etkileşimleri ve uzay ve zamanın doğasını araştıran fizik dalıdır. Son yıllarda yüksek enerji fiziği laboratuvarlarında yapılan deneylerde, çarpıştırıcıların enerjilerinin artması ve dedektörlerin duyarlılığının gelişmesiyle birlikte pek çok yeni hadron keşfedilmiştir. Bu deneylerde elde edilen sonuçların daha iyi anlaşılabilmesi ve analiz edilebilmesi için, hadron spektroskopisi ve yeni bulunan parçacıkların fiziksel özellikleri ile ilgili teorik ve deneysel çalışmalar yoğun bir şekilde devam etmektedir.

Hadronların güçlü etkileşmelerini tam olarak anlayabilmek için Kuantum Renk Dinamiği (KRD)' nin pertürbatif olmayan bölgesini çok iyi incelemek gerekir. KRD toplam kuralları (KRDTK) yöntemi KRD Lagranj fonksiyonunu temel alarak ve KRD parametreleri ile hadron parametrelerini ilişkilendirerek uzun mesafeli (küçük momentum) olayları açıklar. Uzun mesafelerde kuark-gluon etkileşmeleri çok kuvvetlidir ve burada kısa mesafelerde olduğu gibi pertürbatif yöntem kullanılamaz. KRDTK yöntemi, kuark ve gluon yoğuşmalarıyla orantılı pertürbatif olmayan bölgelerde bozunma sabiti, kütle, etkileşme sabiti ve form faktör gibi hadronik parametreleri hesaplamamıza imkân veren bir metottur.

Bu tezde, KRD toplam kuralı yöntemi kullanılarak bazı tensör mezonların özellikleri teorik olarak incelenmiştir. Kuarklar arasındaki güçlü etkileşmeleri incelemek için mezonlar, baryonlara göre çok daha basit sistemlerdir. İlk olarak Bölüm 1' de kuramsal temellerden bahsedilmiştir. Burada evrenin yapısını oluşturan temel parçacıkların, temel kuvvetlerin ve KRD' nin bazı özellikleri verilmiştir. Bölüm 2' de KRD toplam kuralları yöntemi hakkında bilgi verilmiştir. Bölüm 3' de ağır-hafif tensör mezon olan $D_{s2}^{*}(2573)$' ün kütle ve leptonik bozunma sabiti iki-noktalı KRD toplam kuralı yöntemi ile hesaplanmıştır. Çünkü ağır-hafif mezon leptonik bozunma sabitleri düşük enerjili KRD hakkında bilgi veren temel parametrelerdir.

$D$ mezonlar, $c$ kuark içeren en hafif parçacıklardır. $D$ mezon geçişleri zayıf etkileşme ile olur, bu nedenle zayıf etkileşme hakkında bilgi edinmek için $D$ mezonlar üzerine çalışmalar yapılır. $D$ mezonların farklı geçişlerinde CP ihlali olduğu tespit edilmiştir. CP ihlali, evrendeki madde-antimadde asimetrisini açıklamada ve Standart Model ötesi yeni fizik etkilerinin anlaşılmasında oldukça yardımcı olacaktır. Son yıllarda $D$ mezon spektroskopisini oluşturmak için $D$ mezonlar üzerine yapılan çok sayıda deneysel (PANDA vb.) ve teorik çalışmalar vardır. Ayrıca kuantum sayıları hala bilinmeyen birçok $D$ mezonlar mevcuttur ve bunlar üzerine de çalışmalar devam etmektedir.

$D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonu $c\bar{s}$ kuark içeriğine sahiptir. Bu mezonun kuantum sayıları tam olarak bilinmemesine rağmen, genişlik ve bozunum modları $\mathrm{I}(J^{P}) = 0(2^{+})$ kuantum sayısını öngörür. Parçacığın ara kesit akımı yazılırken bu kuantum sayısı göz önüne alınmıştır.

Bölüm 4' de, iki gluon yoğuşma katkısı göz önüne alınarak $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ yarı-leptonik geçişin form faktörleri üç-noktalı KRD toplam kuralı kullanılarak hesaplanmış ve tüm lepton kanallarında bu geçişin bozunum genişliği elde edilmiştir. $\chi_{b2}$ tensör mezonu, $b\bar{b}$ kuark içeriğinden oluşan kuarkonyum durumundan biri olan botonyumdur ve $\mathrm{I}^{G}(J^{PC}) = 0^{+}(2^{++})$ kuantum sayılarına sahiptir.

Kuarkonyum, ağır kuark ve antikuarktan oluşan çeşnisiz bağlı durumlardır. 1974 yılında $J/\psi$ mezonun keşfinden sonra birçok yeni kuarkonyum durumları gözlenmiştir. Kuarkonyum durumları, çarmonyum (tılsım ve antitılsım kuark çifti, örneğin $J/\psi$, $\chi_c$ ve $\psi(2S)$) ve botonyum (alt ve antialt kuark çifti, örneğin $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$, $\chi_b$, $\Upsilon(3S)$) durumlarından oluşur. Yüksek kütlelerinden dolayı toponyum durumları mevcut değildir. Üst kuark zayıf etkileşme ile hızlıca bozulduğundan bir bağlı durum oluşturamaz. Hafif kuark-antikuark durumları da deneylerde hafif kuarkların karışmasından dolayı yoktur. Ağır kuark bağlı durumları, kuarklar arasındaki etkileşimi, yeni hadronik üretim mekanizmalarını ve geçişlerini, CKM matris elemanlarının büyüklükleri ve ayrıca ağır-iyon çarpışmalarının deney sonuçlarını analiz etmemiz bakımından önemli bilgiler sağlar. Kuarkonyum

durumlarının keşfinden sonra oluşan kuarkonyum spektrumunu anlamamız için hadron fiziğine uygulanan KRD toplam kuralları bize önemli bilgiler sağlar. Kuarkonyum üretimini anlamanın en önemli yolu, kuarkonyum tesir kesitinin detaylı ölçümlerine ulaşmaktan geçer. Bu nedenle kuarkonyumların form faktör ve bozunum genişlikleri, kuarkonyum spektrumunu tamamlamak için önemlidir. Ayrıca düşük enerjilerde KRD' nin özelliklerini araştırmak için botonyum durumları büyük bir laboratuvardır.

Botonyum ve çarmonyum gibi kuarkonyum durumlarının incelenmesi, KRD' nin rölativistik ve rölativistik olmayan bölgelerinin daha iyi anlaşılması bakımından oldukça önemlidir. $\chi_{b2}$' nin yarı-leptonik bozunması ile ilgili sonuçlarımız ise LHC (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı)' de yapılacak olan $B_c$ mezon bozunması analizlerinde kullanılabilir.

Hadronların özelliklerinin araştırılması güçlü etkileşmelerin, nötron yıldızlarının, ağır iyon çarpışmalarının ve nükleer astrofiziğin daha iyi anlaşılması açısından oldukça önemlidir. Bunun yanı sıra, evrendeki madde-antimadde asimetrisinin kökeninin araştırılması ve Standart Modelin temel parametrelerinden olan CKM matris elemanlarının büyüklüğünün belirlenmesi için bu tür çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu nedenlerle hadronların bağlı durumlarıyla ilgili araştırmalar parçacık fiziğinde yaygın olarak çalışılan güncel konulardan biridir. Bu amaçla pertürbatif olmayan pek çok metot oluşturulmuştur. Bu metotlar, Instanton Modelleri, Nambu-Jona-Lasinio Modeli, Rölativistik Kuark Modelleri, Kiral Pertürbasyon Teori, Ağır Kuark Etkin Teori, Örgü KRD ve KRD Toplam Kurallarıdır.

# 1. PARÇACIK FİZİĞİNİN STANDART MODELİ

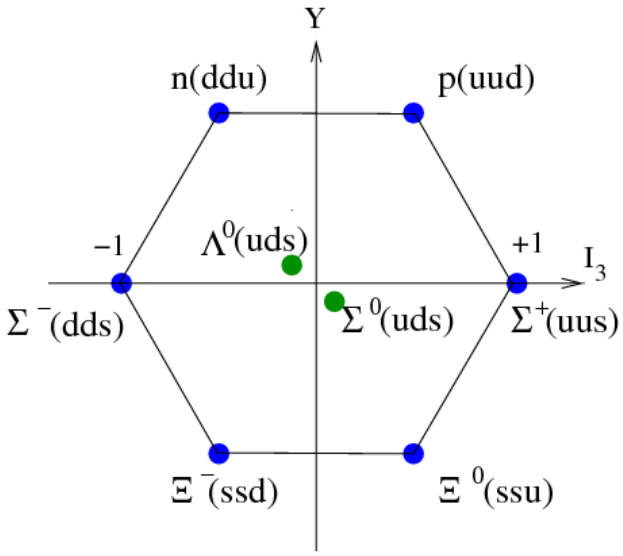
Temel parçacıkların yapı taşlarını ve etkileşimlerini inceleyen bilim dalına "Parçacık Fiziği" denir. 1897 yılında J. J. Thomson' ın elektronu ve 1911 yılında E. Rutherford' un çekirdeği keşfiyle atomun en küçük temel parçacık olmadığı anlaşılmıştır. Bu keşiflerden sonra atom-altı parçacıklar üzerine araştırmalar başlamıştır. 1905 yılında A. Einstein tarafından Özel Görelilik kuramı oluşturulmuş, N. Bohr, E. Schrödinger ve M. Planck tarafından da Kuantum Mekaniğinin temelleri atılmıştır. Antiparçacıklar ilk kez P. Dirac tarafından öngörülmüş ve 1932' de C. Anderson tarafından kozmik ışınlarda pozitron gözlenmiştir. 1930 yılında nötrinonun varlığı W. Pauli tarafından öne sürülmüştür. 1932' de J. Chadwick tarafından yapılan deneyde nötron keşfedilmiştir.

1935 yılında H. Yukawa, atomun içinde proton ve nötronları bir arada tutan 'güçlü çekirdek kuvveti' nin var olması gerektiğini öne sürmüştür. Yukawa güçlü etkileşmenin taşıyıcılığını pion adını verdiği bir parçacığın yaptığını ileri sürmüştür. 1947 yılında da C. Powell tarafından pion deneyde tespit edilmiştir. Parçacık fiziğinde çığır açan buluşlar pionun keşfinden sonra gerçekleşmiştir. 1950 yıllarında yapılan çarpıştırıcı deneyleri sayesinde pek çok yeni parçacık bulunmuştur.

KRD Lagranjiyeni çeşni simetrisine sahiptir. Bunlardan biri izospin simetrisidir. Proton ve nötronlar yaklaşık olarak aynı kütleye sahiptir ve (elektromanyetik etkileşme hariç) benzer yolla etkileşime girerler. Bu nedenle aynı parçacığın farklı durumları olarak görülebilirler. Spini $1/2$ olan proton ve nötronlar izospini $1/2$ olan iki duruma sahiptir. Böylece proton ve nötron sırasıyla farklı izospin izdüşümlerine sahip olur: $I_3 = +1/2$ ve $I_3 = -1/2$. 1947' deki keşiften sonra $\pi^+$, $\pi^0$ ve $\pi^-$ pionların üç yük durumunda $I_3 = +1$, $0$ ve $-1$ izospin üçlüsü oluşturduğu görülmüştür. İzospin kuantum sayısı nükleer etkileşmelerde korunduğu için yeni keşfedilen mezonlar da nükleer teori ile daha kolay anlaşılır olmuştur. Parçacık keşifleri devam ederken, görülen farklı yük durumlarının sayısına göre izospin çokluları meydana gelmiştir. Örneğin izospini $I = 1/2$ için ikili $K$ mezonlar

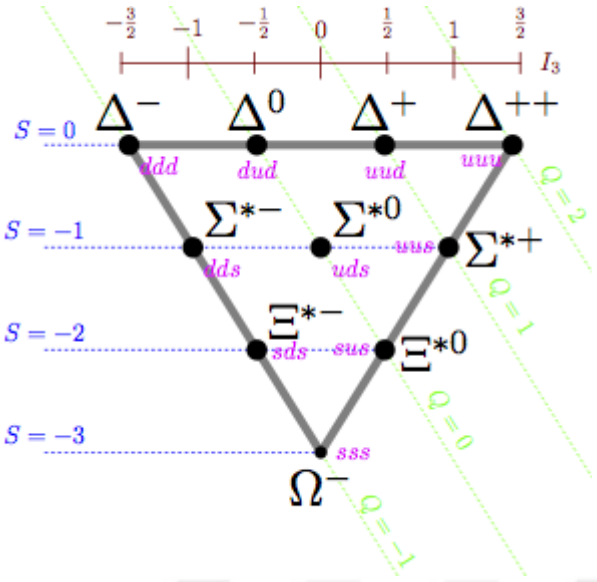
$(K^-, \bar{K}^0)$, $(K^+, K^0)$, $I=1$ için üçlü Sigma baryonlar $(\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$, $I=0$ için tekli Lamda baryon $(\Lambda^0)$ ve $I=3/2$ için dörtlü Delta baryonlar $(\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-)$.

Keşfedilen bu çok sayıdaki parçacıkların meydana getirdiği karmaşayı ortadan kaldırmak için Ne'emann ve Gell-Mann tarafından Sekiz-Katlı yol oluşturulmuştur [1]. Bu model baryon ve mezonları yük ve acayiplik sayısına göre geometrik olarak sınıflandırır. $SU(3)$ grubu basit bir simetri olarak ele alınmıştır ve $J=1/2$ baryonlar sekizli olarak Şekil 1.1' de gösterilmiştir. Şekilde $y$ ekseni hiperyükü gösterir ve $Y=B+S$ ile verilir. Burada $B$ baryon sayısını, $S$ acayiplik sayısını gösterir.




Şekil 1.1. $J=1/2$ spinli baryonların sekizli gösterimi [2]

Sekiz-Katlı yol önerildiğinde $J=3/2$ spine sahip, küçük kütleli sadece dokuz baryon biliniyordu. Bunlar: $S=0$ olan ve yükleri $-1$' den $+2$' ye değişen $\Delta$, $S=-1$ olan ve yükleri $-1$' den $+1$' e değişen $\Sigma^*$ ve $S=-2$ olan yükleri $-1$ ve $0$ olan $\Xi^*$ baryonlardır. Bunlar Şekil 1.2' de gösterilmiştir. 1962 yılında Cenevre' de yapılan Rochester Konferansında Gell-Mann $SU(3)$' ün onlu gösterimini oluşturabileceklerine dikkat çekmiştir. Böylece onlunun son üyesi de var olmuş olacaktır. $\Omega^-$ olarak adlandırılan bu parçacık 1964 yılında öngörüldüğü şekilde keşfedilmiştir [3].




Şekil 1.2. $J=3/2$ spinli baryonların onlu gösterimi [4]

Yeni parçacıklar keşfedilirken bu parçacıkların özelliklerini açıklamak için aynı zamanda yeni bir kuantum sayısı da öngörülmüştür: $S$ acayiplik kuantum sayısı. 1953 yılında birbirinden bağımsız olarak M. Gell-Mann, T. Nakano ve K. Nishijima tarafından öne sürülmüştür. Parçacığın acayiplik kuantum sayısı $S=-(n_s-n_{\bar{s}})$ ile verilir. Burada $n_s$ acayip kuarkın $(s)$ sayısını ve $n_{\bar{s}}$ acayip antikuarkın $(\bar{s})$ sayısını gösterir. Acayiplik kuantum sayısı elektromanyetik ve güçlü etkileşmelerde korunur, örneğin $\Lambda(S=-1)$ parçacığı $K^+(S=1)$ ile birlikte üretilirken $S=-1$ kuantum sayısına sahip $K^-$ ile üretilemez. Diğer taraftan acayiplik zayıf etkileşmelerde korunmaz. Örneğin; $\Lambda(S=-1)\to N+\pi$ yada $\Lambda\to p+e^-+\bar{\nu}$ geçişlerinde korunmamaktadır [5].

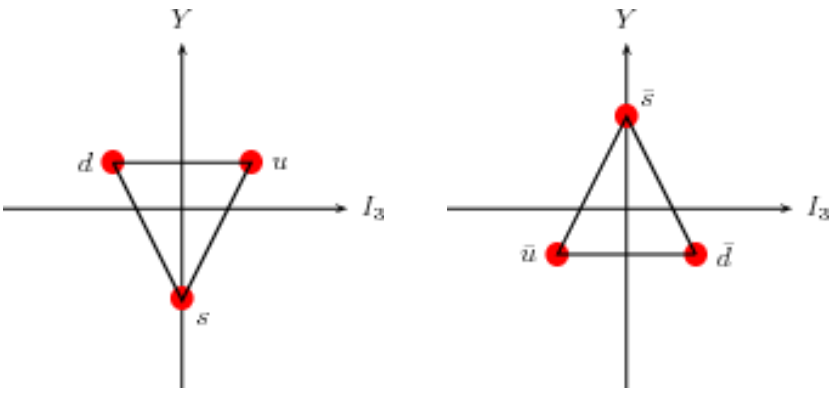
Tablo 1.1. Her bir kuarkın sahip olduğu kuantum sayıları [6]

| Kuark ismi | $J$ | $I_3$ | $S$ | $C$ | $B'$ | $T$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $u$ | $1/2$ | $1/2$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $d$ | $1/2$ | $-1/2$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $c$ | $1/2$ | 0 | 0 | +1 | 0 | 0 |
| $s$ | $1/2$ | 0 | −1 | 0 | 0 | 0 |
| $t$ | $1/2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | +1 |
| $b$ | $1/2$ | 0 | 0 | 0 | −1 | 0 |

Güçlü etkileşmelerde çeşni simetrisi korunduğu için diğer kuantum sayılarını da tanımlamak gerekir: tılsımlı, alt ve üst. Tablo 1.1.' de verilen $J$ toplam açısal momentumu gösterir. $C$ kuantum sayısı $n_c - n_{\bar{c}}$, $T$ kuantum sayısı $n_t - n_{\bar{t}}$ ve $B'$ kuantum sayısı $-(n_b - n_{\bar{b}})$ ile verilir. Kuarkların sahip olduğu kuantum sayıları bu tabloda verilmiştir.

Art arda gelen buluşlardan biri de, 1955 yılında Berkeley' deki Bevatron hızlandırıcısında E. Segre ve O. Chamberlain tarafından keşfedilen antiprotondur. Kısa bir süre sonra da antinötron keşfedilmiştir. Daha sonra, Pauli tarafından öngörülen nötrino 1956 yılında C. Cowan ve F. Reines tarafından gözlenmiştir. Bu gözlenen ilk nötrinodur. 1962' de ise Brookhaven laboratuvarında Lederman, Schwarz ve Steinberger müon nötrinoyu tespit etmiştir.

Elde edilen parçacık sayıları hızla artıyordu. Peki, evrende bu kadar çok çeşit temel parçacık bulunabilir miydi? 1964 yılında Gell-Mann ve ondan bağımsız olarak G. Zweig keşfedilen bu parçacıkların elektron, müon, foton ve nötrino hariç hepsinin kuark adını verdikleri bir temel yapıtaşından oluştuğunu öne sürmüştür. Gell-Mann üç çeşit kuark olduğunu ileri sürmüştür: yukarı $(u)$, aşağı $(d)$ ve garip $(s)$. Bunların temel gösterimi de Şekil 1.3' de verilmiştir.




Şekil 1.3. Kuarklar için üçlü ve antikuarklar için anti-üçlü gösterim [5]

1947' de kozmik ışınlarda keşfedilen kaonların ardından yeni buluşlar gelmiştir. 1964' de $K^0\bar{K}^0$ nötr kaonların bozunumunda CP ihlali görülmüştür. Daha sonra kaonların zayıf bozunumundan yola çıkarak Glashow, Illiopoulos ve Maiani tarafından dördüncü kuark önerilmiştir. Buna da kısaca $c$ ile gösterilen "charm

(tılsımlı) kuark" denmiştir. Daha sonra $c$ kuark içeren yeni mezon ve baryonlar öngörülmüştür. Kasım 1974' de eş zamanlı olarak SLAC ve Brookhaven' de keşfedilen $J/\psi$ parçacığından sonra çarmonyum durumları belirlenmeye başlamıştır. $c$ kuark içeren mezon ve baryonlar keşfedildikçe bu sektör gittikçe zenginleşmiş ama hala üç $c$ kuark içeren baryonlar bulunamamıştır.

$c$ kuarkın keşfinden sonra, kuarklar ve leptonlar arasında bir simetri olduğu düşünülmüştür. Aşağı $(u)$ ve yukarı $(d)$ hafif kuarklara $(e^-, v_e)$, acayip ve tılsımlı kuarklara $(\mu^-, v_\mu)$ ailesi eşlik etmektedir. Bilindiği üzere lepton ailesindeki keşifler daha öncelere dayanır. Örneğin $\mu^-$ lepton 1936 yılında keşfedilmiştir. Üçüncü aileden olan $\tau$ lepton 1977' de SLAC' da bulunmuştur. Böylece $(\tau^-, v_\tau)$ çifti üçüncü aile olarak ele alınıp bunlara karşılık gelen "üst (top)" ve "alt (bottom)" kuark öngörülmüştür.

Daha güçlü ışın demeti ve gelişmiş dedektör ile 1977' de L. Lederman upsilon mezonu keşfettiğini açıklamıştır. Bu parçacığın $b\bar{b}$ durumu olduğu düşünülmüştür.

Altıncı ve sonuncu kuark olduğu tahmin edilen üst $(t)$ kuarkın keşfi, büyük kütlesinden dolayı uzun zaman almış ve öngörüldükten yirmi iki yıl sonra bulunmuştur [7]. $t\bar{t}$ durumları hakkında devamlı öngörülerde bulunulmuş ama $t$ kuarkın büyük kütlesinden dolayı deneysel araştırmalar olumsuz sonuç vermiştir. Çünkü $t$ kuark bağlı durum oluşturmadan önce elektrozayıf etkileşme ile bozunmaktadır.

Kuark alanındaki tüm keşifler ve bunlar arasında gerçekleşen kuvvetler parçacık fiziğinin Standart Modelini oluşturur. Sonuç olarak 1900 yılından bu yana fizikçilerin teorileri ve buluşlarından, evrendeki her şeyin dört temel kuvvet tarafından yönetilen temel parçacıklardan oluştuğu ortaya çıkmıştır. Temel parçacıklar bir araya gelerek etrafımızda gördüklerimizi, dünyayı, başka gezegenleri, yıldızları yani evrendeki her şeyi oluştururlar. Bir sonraki bölümde bu temel parçacıkların ve aralarında gerçekleşen temel kuvvetlerin özellikleri verilmiştir.

## 1.1. Temel Parçacıklar ve Temel Kuvvetler

Standart Model, abelyan olmayan $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetrisine dayanan, etrafımızdaki her şeyi oluşturan tüm temel parçacıkları ve bunların etkileşmesinde etkili olan üç temel kuvveti (elektromanyetik, zayıf ve güçlü) açıklayan bir teoridir. Burada $C$ $SU(3)$ grubunda KRD' nin renk yükünü, $L$ $SU(2)$ zayıf izospin grubunun sadece zayıf sol-elli parçacıklarının etkisini ve $Y$ ise zayıf hiperyükü temsil eder. Standart Model' de, altı çeşit kuark, altı çeşit lepton, bir tane foton, sekiz tane gluon, üç tane zayıf etkileşme ara bozonu ve temel parçacıklarla etkileşime girerek onlara kütle kazandıran Higgs bozonu vardır. Teorinin öngördüğü parçacıkların zaman içinde bulunması Standart Model' in doğruluğunu kanıtlamıştır. Bunun en iyi örneği de yakın zamanda keşfedilen Higgs bozonudur. Bu başarılarına rağmen Standart Model dört temel kuvveti bir arada içermediği için tamamlanmış bir teori olarak görülmez [8]. Böylece fizikçiler Standart Modelin dışında, kütleçekim kuvvetini de içeren Büyük Birleşim Teorisini ve Standart Model Ötesi Fiziği oluşturmaya çalışmaktadırlar.

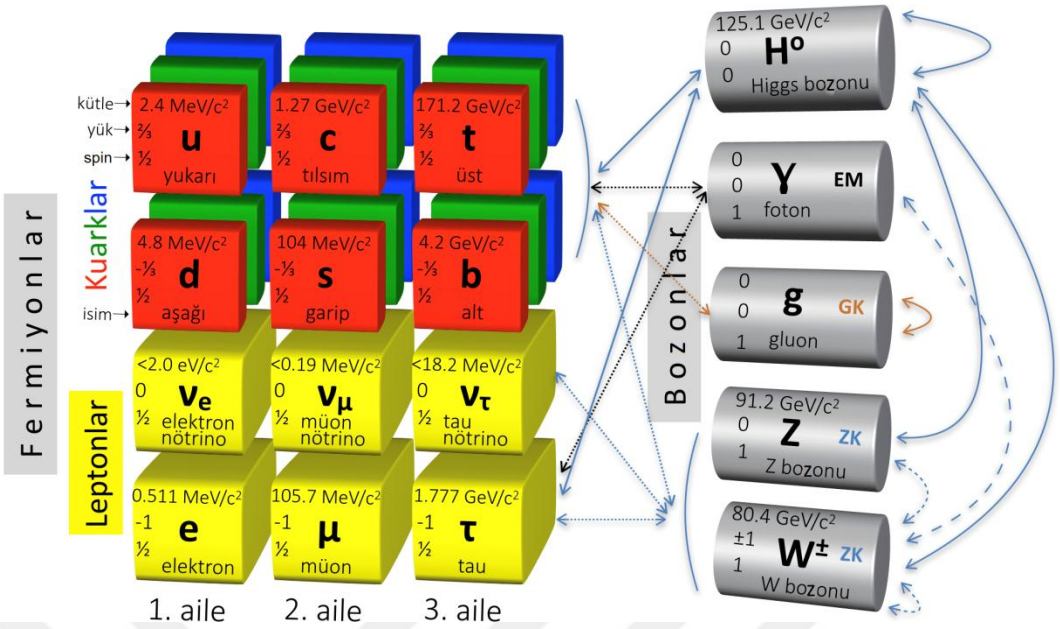
Standart Model, Fermiyonlar, Ayar Bozonları ve Higgs Bozonundan oluşan üç grubu açıklar. Fermiyonlar yarı tam sayılı, bozonlar ise tam sayılı spin kuantum sayısına sahiptir. Fermiyonlar, leptonlar ve kuarklar olmak üzere iki gruba ayrılır ve üçlü aileler şeklinde gruplanırlar. Elektron, müon, tau ve sırasıyla bu parçacıkların nötrinolarından oluşan altı tane lepton; yukarı, aşağı, garip, tılsım, alt ve üst olmak üzere altı tane de kuark vardır. Tüm parçacıkların antiparçacığı vardır. Bu antiparçacıkların kütle ve spinleri aynı kalırken diğer tüm kuantum sayıları ters işaretli olur.

Leptonlar üç aileden oluşur. Bunlar sırasıyla elektron ve elektron nötrino, müon ve müon nötrino ve son olarak tau ve tau nötrinodur. Kuarkların tersine leptonlar birbirinden bağımsız tek olarak var olabilirler. Ancak içlerinden bir tek elektron kararlıdır. Müon ve tau leptonlar ağır olduklarından dolayı hızlı bir şekilde elektrona bozunurlar. Spini $1/2$ ve elektrik yükü $-1$ olan leptonlar kütleçekimi kuvveti, elektromanyetik ve zayıf kuvvet ile etkileşime girerler. Ancak elektrik yükü $0$ olan nötrinolar sadece zayıf nükleer kuvvete maruz kalır. Kütlelerinin çok küçük olmasından ve ışık hızına yakın hızda hareket etmelerinden dolayı onları keşfetmek

oldukça zordur. Bundan dolayı nötrino, 1930 yılında W. Pauli tarafından öngörülmesine rağmen ancak 1956 yılında keşfedilebilmiştir.

Kuarklar da leptonlar gibi üç aileden meydana gelir. İlk aile en hafif kuarklar olan $u$ ve $d$ kuarktan, ikinci aile $c$ ve $s$ kuarktan, üçüncü aile ise en ağır kuarklar olan $b$ ve $t$ kuarktan oluşur. Madde, proton $(uud)$ ve nötrondan $(udd)$ meydana gelir yani sadece birinci ailedeki kuarkları içerir. $b$ ve $t$ kuarklar sadece parçacık hızlandırıcılarında ve Büyük Patlama' dan sonraki ilk mikro saniyelerde görülebilir. Kuarklar spini $1/2$ ve elektrik yükleri $2/3$ veya $-1/3$ olan parçacıklardır ve renk hapsinden dolayı doğada tek olarak bulunamazlar. Bunun yerine, kuarklar hadronlar olarak adlandırılan birleşik parçacıklar oluştururlar. Bu nedenle kuarklar hakkında elde ettiğimiz bilgilerin çoğu hadronların gözlenmesi sonucu oluşur. Bir hadrondaki kuarkların elektrik yüklerinin toplamı ise her zaman bir tam sayıdır. Güçlü etkileşmeye katılan ve hadron denilen parçacıklar mezonlar ve baryonlar olmak üzere ikiye ayrılır.

Güçlü kuvveti algılayan tam sayı spinli parçacıklara mezon denir. Mezonlar bir kuark ve bir antikuarkın birleşimidirler. Mezonlar bir parçacık ve antiparçacığın birleşimi olduğundan kararsız bir yapı gösterirler ve çabuk bozunurlar. Güçlü kuvveti hisseden ve yarım tam sayılı spine sahip parçacıklara baryonlar denir. Baryonlar üç kuark veya üç antikuarkın birleşimidirler. Şekil 1.4' de temel parçacıkların sınıflandırılması gösterilmiştir. Bir sistemi tanımlayan dalga fonksiyonu özdeş parçacıkların yer değiştirmesi altında antisimetrik oluyorsa bu parçacıklar Pauli Dışarlama İlkesine uyar. Burada Fermi-Dirac istatistiği geçerli olur. Özdeş parçacıkların yer değiştirmesi altında dalga fonksiyonu simetrik kalıyorsa bu parçacıklar dışarlama ilkesine uymaz. Artık burada Bose-Einstein istatistiği geçerlidir. Bozonlar da temel etkileşmelerin kuvvet taşıyıcılarıdırlar.



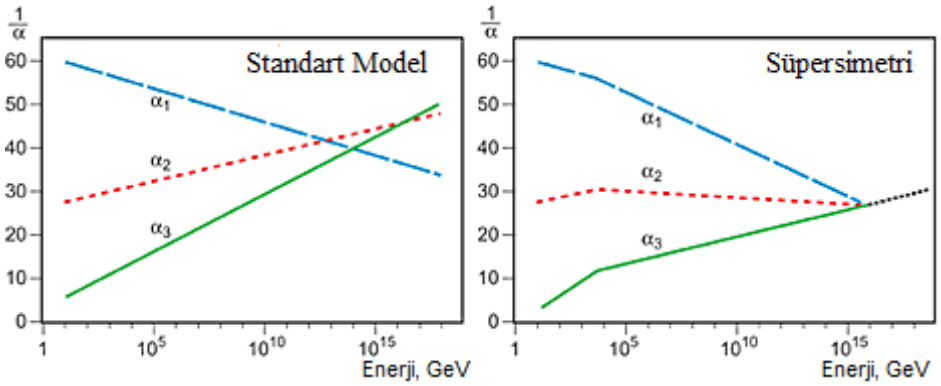

Şekil 1.4. Temel parçacıkların sınıflandırılması: 12 temel fermiyon, 4 temel bozon ve Higgs bozunu [9]

Baryonların oluşumunda bir problemle karşılaşılmıştır. Kuarklar yarım tam sayılı spine sahip fermiyonlardır ve Pauli Dışarlama İlkesine uyarlar. Bu kuantum mekaniği prensibi, aynı anda iki özdeş fermiyonun aynı kuantum durumunda bulunamayacağını söyler. 1968 yılında Stanford laboratuvarında yapılan deneyde protonun içinde üç farklı noktada yoğunlaşma olduğu görülmüştür. Bu arada üç *u* kuarkın temel durumu olan $\Delta^{++}$ ve üç *s* kuarkın temel durumu olan $\Omega^{-}$ baryonların keşfinden sonra $\Delta^{++}$ ve $\Omega^{-}$ baryonlardaki kuarkların üçünün de Pauli Dışarlama İlkesine göre aynı kuantum sayılarına sahip olmaması gerektiği düşünülmüştür. Bu probleme çözüm 1964 yılında O. W. Greenberg tarafından gelmiştir. Renk yükünü kuantum sayısı olarak ele alır ve her kuarkın üç farklı kuantum sayısına sahip olması gerektiğini öne sürer. Böylece çeşni uzayından bağımsız yeni bir renk uzayı da keşfedilmiş olur. Bu üç çeşit renk kuantum sayıları kırmızı, mavi ve yeşil olarak adlandırılır. Ancak bu renklerin bildiğimiz renklerle hiçbir alakası yoktur. Gözlenen hadronlar, üç rengin tümünü ya da bir renk ve bir antirenk içerdiğinden renksizdir. Böylece delta ve omega baryonlarındaki üç kuark farklı renklere sahiptir ve artık Pauli Dışarlama İlkesi ihlal edilmemiş olur. Ayrıca, antikuarklar da antirenk yüküne sahiptir. Bu gelişmelerin ardından kuarkların renk yükleri nedeniyle gluon denilen ara parçacıklarla güçlü etkileşime girdikleri görülmüştür. Bunu tanımlayan teoriye de

KRD kuramı denmiştir. Bu kuram $SU(3)$ grubunun yerel ayar dönüşümleri altında değişmezdir ve buradan gluonların varlığı ortaya çıkar. KRD, küçük mesafelerde renkli kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşimi açıklayan ve aralarında oluşan ilerleticileri hesaplamamızı sağlayan kuantum alan teorisidir [10].

Lagranjiyenin global simetrisi bazı kuantum sayılarının korunmasını sağlar (Noether Teoremi). Örneğin, Standart Modelin Lagranjiyeni global simetriye sahiptir ve elektrik yükünün korunumunu verir. Eğer bir parametre uzayın her noktasında eşit miktarda değiştiğinde aynı kalıyorsa, denklemlerin bu parametreye göre global bir simetriye sahip olması gerekir. Eğer uzayın her noktasında parametre bağımsız bir şekilde değişiyorsa ve teori hala geçerliyse bu teorinin yerel simetriye sahip olduğu söylenir. Global simetri yerel simetriye geçerse, serbest alanlar da etkileşime başlar. Fermiyon alanları, yerel ayar simetrisinden dolayı ayar bozon değişimiyle birbiriyle etkileşir. Etkileşmenin eşlik ettiği yük sayesinde ayar bozonları alanlar ile birleşir.

Doğa' da dört temel etkileşme mevcuttur: elektromanyetik, zayıf, güçlü etkileşme ve kütleçekimi. Başlangıçta evrende tek bir kuvvetin hâkim olduğu, daha sonra ise bu kuvvetlerin birbirinden ayrıldığı düşünülmektedir. Doğa' da kendilerini farklı gibi gösteren bu dört kuvvetin, $10^{16}$ GeV' e ulaştığında tek bir etkileşme ve ona eşlik eden tek bir aracı parçacık olduğu öngörülür.




Şekil 1.5. Sol: Standart modelde üç temel kuvvetin kesişimi, Sağ: Süper simetrik teoriye göre üç temel kuvvetin birleşimi [11]

Şekil 1.5' de görüldüğü gibi üç temel kuvvet SM' de birbirine yaklaşır ancak aynı enerji noktasında asla birleşmez. Süpersimetri teorisinde bu kuvvetlerin birleşimi

öngörülmektedir. Burada $\alpha_1$ elektromanyetik kuvveti, $\alpha_2$ zayıf kuvveti ve $\alpha_3$ güçlü etkileşmeyi temsil eder.

Elektromanyetik etkileşme, atomu bir arada tutan kuvvettir. Kuvvet taşıyıcısı olan foton, diğer fotonlarla etkileşmeye girmeyen, kütlesiz ve yüksüz bir parçacıktır. Elektromanyetik etkileşmenin kuvvet taşıyıcısı olan foton kütlesiz olduğundan erişim mesafesi sonsuzdur. Yüklü parçacıkların elektromanyetik etkileşmesi Kuantum Elektrodinamik (KED) teorisi ile açıklanır.

Zayıf etkileşme, radyoaktif bozunmalardan sorumlu olan kuvvettir. Kuvvet taşıyıcıları olan $W^+$, $W^-$ ve $Z^0$ bozonları kendi içlerinde etkileşmeye girebilen, kütleli parçacıklardır. Kütlesi yaklaşık $90\,\mathrm{GeV}$ kadar olan $W^+$, $W^-$ ve $Z^0$ bozonları tarafından gerçekleşen zayıf etkileşmenin erişim mesafesi ise $10^{-18}\,cm$ civarındadır. Standart Modelde zayıf ve elektromanyetik etkileşme birleşerek, elektrozayıf teoriyi oluştururlar.

Güçlü etkileşme atom çekirdeğini bir arada tutan kuvvettir. Kuvvet taşıyıcıları renkli gluonlardır. Güçlü etkileşme renk yükü taşıyan kuarklar ve gluonlar arasında olur. Her biri bir renk ve antirenk taşıyan kütlesiz dokuz tane renk kombinasyonu vardır ama sekiz çeşit gluon bulunur. Çünkü lineer kombinasyon olan $k\bar{k} + m\bar{m} + y\bar{y}$ beyaz renklidir ve etkileşime girmez. Kuark, bir gluon yayıp veya soğurarak rengini değiştirir. Bu kuvvetin şiddeti çok fazla olduğundan çekirdeğin içinde bulunan proton ve nötron birbirlerine yapışık gibidir. Gluonlar da fotonlar gibi kütlesiz parçacıklardır ve erişim mesafesi yaklaşık bir hadron boyutu olan $10^{-15}\,cm$ ' dir.

Standart Model üç temel kuvveti kapsar ama dördüncü kuvvet olan kütleçekimi hakkında herhangi bir açıklama yapamaz. Kütleçekimi dışındaki bu üç kuvvet kuantumlu alanlar teorisi ile açıklanabilmektedir. Kuvvetler, kuvvet taşıyıcıları ile aktarılır. Bunu yapan da ayar bozonlarıdır (Şekil 1.4' de dördüncü sütun). Gluonlar güçlü kuvveti, fotonlar elektromanyetik kuvveti, $Z$ ve $W$ bozonlar da zayıf kuvveti taşır. Kütleçekimi etkileşmesinin kuvvet taşıyıcısı spini $2$ olan gravitondur ve deneysel olarak henüz gözlenmemiştir. Ayar bozonların etkileşime girdiği temel kuvvetler Tablo 1.2' de verilmiştir.

Tablo 1.2. Ayar bozonların etkileşime girdiği kuvvetler [12]

| **Ayar Bozonlar** | **Etkileşme** | **Teori Adı** | **Göreli Şiddet** | **Menzil (m)** |
|---|---|---|---|---|
| Gluon | Güçlü | Kuantum Renk Dinamiği | 10 | $10^{-15}$ |
| Foton | Elektromanyetik | Kuantum Elektrodinamik | $10^{-2}$ | $\infty$ |
| $W^{\pm}$ ve $Z$ bozonları | Zayıf | Elektrozayıf Teori | $10^{-3}$ | $10^{-18}$ |
| Graviton | Kütleçekim | Genel Görelilik | $10^{-42}$ | $\infty$ |

Standart modele göre etkileşmenin şiddeti, etkileşme sabiti ile karakterize edilir. Yapılan deneyler sonucunda güçlü etkileşme sabitinin yüksek enerjilerde küçük, düşük enerjilerde büyük olduğu görülmüştür. Güçlü etkileşme sabitinin küçük değerler aldığı durumlarda pertürbasyon teorisi güvenilir bir şekilde kullanılabilir. Ancak büyük değerlerde pertürbasyon teorisi yerine pertürbatif olmayan yöntemleri kullanmak gerekir.

### 1.2. Kuantum Elektrodinamiği

Kuantum Elektrodinamiği (KED), yüklü ve spini $1/2$ olan fermiyon alanları ile kütlesiz, yüksüz ve spini 1 olan fotonların etkileşimini açıklar. KED abelyan $U(1)_Q$ ayar grubuna sahiptir. Rölativistik Dirac Lagranjiyen yoğunluğu aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$L_D = \sum_{q=1}^{6} \bar{\psi}_q(x)\left(i\partial_\mu \gamma^\mu - m\right)\psi_q(x). \tag{1.1}$$

Burada $\psi$ fermiyon alanı, $m$ fermiyon kütlesi ve $\gamma^\mu$ Dirac matrisleridir. Foton aracılığı ile olan fermiyon etkileşmesi global $U(1)_Q$ simetrisini yerel simetriye genelleyerek elde edilir. $\psi'(x) = e^{i\omega(x)}\psi(x)$ yerel dönüşümü Lagranjiyen yoğunluğunda kütle terimini değiştirmezken kinetik terimdeki alanın fazı ile vektör akımının birleşmesine neden olur [13]:

$$L'_D = -\sum_{q=1}^{6} \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q \partial_\mu \omega(x) + L_D \ . \tag{1.2}$$

Lagranjiyene gelen bu yeni terim, yeni bir etkileşme tanımlayarak sadeleştirilebilir. $\partial_\mu$ türevini kovaryant türev ile yer değiştirerek bunu yapmış oluruz,

$$D_\mu = \partial_\mu + iA_\mu(x). \tag{1.3}$$

Kovaryant türev $D'_\mu = e^{i\omega} D_\mu e^{-i\omega}$ şeklinde dönüşür. Burada yeni bir vektör alanı tanımlanır ve adına Yang-Mills alanı denir [14]:

$$A_\mu{}'(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu \omega(x). \tag{1.4}$$

Böylece serbest Lagranjiyenin global faz değişmezini yerel alana dönüştürürken yeni bir vektör alanı tanımlanmış olur. Bu vektör alanı da teoriye etkileşme getirir. Hareket denklemini sağlamak amacıyla, $A_\mu$ alanının fiziksel bir alan olduğunu göstermek için Lagranjiyene $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ kinetik terimini eklemek gerekir. $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ yerel ayar dönüşümleri altında değişmeyen elektromanyetik alan tensörüdür. Diğer taraftan vektör alanı için karşılık gelen kütle terimi yerel simetri nedeniyle yasaklıdır. Böylece vektör alanı kütlesizdir. Bu yeni etkileşme terimi foton ile fermiyonun ve antifermiyonun etkileşmesini sağlar, böylece Kuantum Elektrodinamiği tanımlanmış olur.

### 1.3. Zayıf Etkileşme

Zayıf etkileşme, spini 1 olan vektör mezon aracılığı ile çeşni değiştiren ve parite korunumunu ihlal eden bir kuvvettir. Zayıf etkileşmenin aracı parçacığı olan $W^\pm$, $\pm|e|$ elektrik yüküne sahiptir ve yüklü-akım etkileşmelerine aracılık eder. Bir başka aracı parçacık olan $Z$ bozonu ise elektriksel olarak nötr bir bozondur ve nötr-akım etkileşmelerine aracılık eder. $W^\pm$ ve $Z$ zayıf bozonlar leptonlar, kuarklar, fotonlar ve kendileriyle etkileşirler. Etkileşmeler arasında sadece zayıf etkileşmede parite

ihlali vardır. Çünkü ayar bozonları fermiyonların sadece sol-elli bileşenleri ile etkileşir.

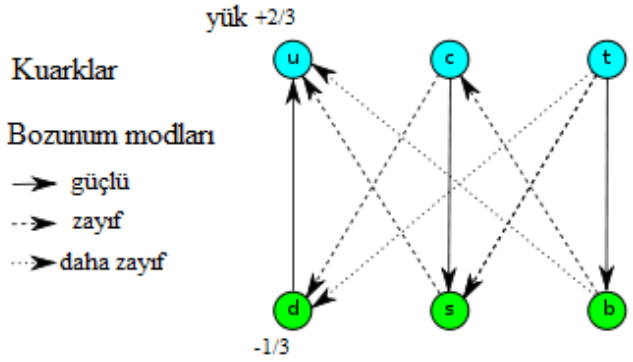
En iyi bilinen zayıf etkileşme, nükleer beta bozunumudur. $K^+$ acayip mezonun pionlara olan bozunumunu açıklamak için 1950' de Lee ve Yang zayıf etkileşmenin parite simetrisini ihlal edebileceğini önermiştir [15]. İlk kez 1957 yılında Wu ve arkadaşları $Co^{60}$ çekirdeğinin beta bozunmasını incelerken zayıf etkileşmede parite ihlalini keşfetmiştir [16]. Daha sonraki deneyler de zayıf etkileşmede parite ihlalini doğrulamıştır [17].

1960' larda zayıf kuvvetin şiddeti ile oldukça büyük vektör bozonlarının kütlesi arasındaki ilişki çözülünce, elektromanyetik ve zayıf etkileşme elektrozayıf teori adı altında birleştirilmiştir [13].

### 1.3.1. CKM Matrisi

Standart Modelin parçacık fiziğinde CKM matrisi, zayıf etkileşmede olan çeşni değişimi hakkında bilgi içerir. Teknik olarak, kuarklar zayıf etkileşmede bulunurken ve serbest bir şekilde yayılırken kuarkların kuantum durumlarında meydana gelen uyumsuzluğu belirtir. Kuarkların bozunum modları Şekil 1.6' da gösterilmiştir.

1963 yılında N. Cabibbo' nun [18] yapmış olduğu çalışmalara dayanarak $u$, $d$ ve $s$ kuarkların birbirleriyle olan ilişkilerini açıklamak için $2\times2$ matris oluşturulmuştur [19]. Bu matris henüz keşfedilmemiş olan $c$ kuark için de öngörüde bulunmuştur. Ayrıca 1964' de CP-simetri ihlali kaon bozunumlarında gözlenmiştir [20]. Bu buluş evrendeki madde-antimadde asimetrisini anlamak için çok önemlidir.




Şekil 1.6. Soldan sağa artan kütle değeri ile altı kuarkın bozunum şeklinin resimsel gösterimi [21]

Teorik çalışma için Cabibbo matrisinin üçüncü aileye genişletilmesi 1973 yılında M. Kobayashi ve T. Maskawa tarafından yapılmıştır [22]. Ortaya çıkan $V_{CKM}$ CKM matrisi $3\times3$ formunda birimsel bir matristir:

$$V_{CKM}=\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \tag{1.5}$$

Bu matris $\theta_{ij}$ üç karışım açısı (Euler açısı) ve $i\delta$ kompleks KM fazı ile parametrelendirilebilir. Birçok mümkün geleneksel kabul arasından en standart seçim aşağıdaki şekildedir:

$$V_{CKM}=\begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \tag{1.6}$$

burada $s_{ij}=\sin\theta_{ij}$ ve $c_{ij}=\cos\theta_{ij}$. Ayrıca $s_{ij}$, $c_{ij}\geq0$ ' dır. $i\delta$ kompleks faz, SM' de olan çeşni değişimlerinde meydana gelen tüm CP olaylarından sorumlu fazdır. Kompleks faz zayıf etkileşmede CP-simetrisindeki etkilere neden olan $V_{ij}\neq V_{ij}^{*}$ eşitsizliğini verir. Deneysel olarak $s_{13}<<s_{23}<<s_{12}<<1$ olduğu bilinmektedir ve Wolfenstein parametrizasyonunu kullanarak [6]' da aşağıdaki denklemler tanımlanmıştır:

$$s_{12}=\lambda=\frac{|V_{us}|}{\sqrt{|V_{ud}|^2+|V_{us}|^2}},\quad s_{23}=A\lambda^2=\lambda\frac{|V_{cb}|}{|V_{us}|} \tag{1.7}$$

ve

$$s_{13}e^{i\delta}=V_{ub}^{*}=A\lambda^3(\rho+i\eta)=\frac{A\lambda^3(\overline{\rho}+i\overline{\eta})\sqrt{1-A^2\lambda^4}}{\sqrt{1-\lambda^2}\left[1-A^2\lambda^4(\overline{\rho}+i\overline{\eta})\right]}. \tag{1.8}$$

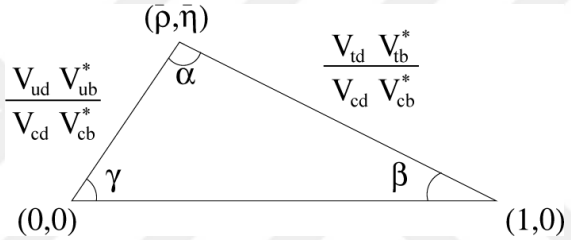
Bu bağıntılar $\overline{\rho}+i\overline{\eta}=-(V_{ud}V_{ub}^{*})/(V_{cd}V_{cb}^{*})$ eşitliğini sağlar ve CKM matrisleri $\lambda$, $A$, $\overline{\rho}$ ve $\overline{\eta}$ cinsinden yazılır ve $\lambda$ ' nın bütün mertebelerinde birimseldir. $\overline{\rho}$ ve $\overline{\eta}$ ' nın

tanımı literatürde var olan tüm yaklaşık sonuçları içerir. Örneğin $\bar{\rho} = \rho(1-\lambda^2/2+...)$ ve $V_{CKM}$ aşağıdaki geleneksel haliyle yazılabilir:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4). \tag{1.9}$$

CP ihlali $\rho - i\eta$ ölçümünden belirlenebilir. CKM matrisinin değerlerini kullanarak Wolfenstein parametrelerinin en iyi tespiti aşağıdaki şekilde yapılmıştır [6]:

$$\lambda = 0,2257^{+0,0009}_{-0,0010},\ A = 0,814^{+0,021}_{-0,022}, \rho = 0,135^{+0,031}_{-0,016}, \eta = 0,349^{+0,015}_{-0,017}. \tag{1.10}$$




Şekil 1.7. Birimsel üçgenin gösterimi [23]

CKM matrisinin birimselliği $\sum_i V_{ij}V_{ik}^* = \delta_{jk}$ ve $\sum_j V_{ij}V_{kj}^* = \delta_{ik}$ olmasını gerektirir. Komşu satır yada sütunun skaler çarpımı alınarak elde edilen ve sıfır olan altı tane kombinasyon vardır ve bunlar kompleks düzlemde üçgen olarak ifade edilir. Üçgenlerin şekilleri birbirinden çok farklı olabilir ancak tüm üçgenlerin alanı aynıdır. CP ihlalinin fazdan bağımsız ölçüsü $\mathrm{Im}\left[V_{ij}V_{kl}V_{il}^*V_{kj}^*\right] = J\sum_{m,n}\varepsilon_{ikm}\varepsilon_{j\ln}$ olarak tanımlanır. Burada $J$, Jarlskog değişmezidir.

En yaygın olarak kullanılan birimsel matris, Şekil 1.7' de görüldüğü üzere $V_{cd}V_{cb}^*$ ile her tarafı bölünerek aşağıdaki denklemden elde edilir:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0. \tag{1.11}$$

Denklem (1.7) ve (1.8)' deki $(\bar{\rho},\bar{\eta})$ tanımından dolayı üçgenin köşeleri tam olarak $(0,0)$ ve $(1,0)$' dır. Ayrıca aşağıda Şekil 1.7' deki birimsel üçgenin açıları verilmiştir:

$$\alpha = \arg\left( -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right),\ \beta = \arg\left( -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right),\ \gamma = \arg\left( -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right). \quad (1.12)$$

Çeşni simetrisinin en önemli noktası CKM elemanlarının varlığı ve birçok ölçümün rahatlıkla görülüp $\bar{\rho}, \bar{\eta}$ düzlemi ile kıyaslanmasıdır.

CKM matris elemanının $|V_{ij}|^2$ formu, $i \to j + W^{\pm}$ elektrozayıf kuark geçişinin oranını gösterir. Burada $i$ ve $j$ kuarklar farklı parçacık ailelerinden gelebilir. SM' in temel konularından biri olduğu için, CKM matrisini dikkatli bir şekilde araştırmak gerekir. $u$ ve $c$ kuarklar ile ilişkili altı tane CKM matris elemanı Tablo 1.3' de sıralanan süreçler yoluyla doğrudan elde edilir. $|V_{tb}|$ ise $t$ kuark bozunumlarından yada tek $t$ kuark üretim süreçlerinden elde edilir. Böylece matriste bulunan dokuz elemandan yedisi doğrudan ölçülmüş olur ama $V_{ts}$ ve $V_{td}$ elemanları şimdiye kadar diğer elemanlarla kombinasyon halinde belirlenebilmiştir, örneğin $|V_{ts}^* V_{tb}|$.

Tablo 1.3. $t$ kuarkı içermeyen altı CKM matris elemanının belirlenmesinde baskın olan deneysel süreçler [23]

| | | |
|---|---|---|
| $\|V_{ud}\|$: Nükleer $\beta$ bozunumu | $\|V_{us}\|$: Kaon bozunumu | $\|V_{ub}\|$: $B$ mezon bozunumu |
| $\|V_{cd}\|$: $D$ mezon bozunumu $+ \nu$ saçılması | $\|V_{cs}\|$: $D$ mezon bozunumu | $\|V_{cb}\|$: $B$ mezon bozunumu |

CKM matrisi sadece dört parametreden elde edilebilir, ancak birçok bağımsız ölçümlerden de test edilebilir. SM ötesi fiziğin katkıları teori ve deneyler arasındaki çelişkiden açık bir şekilde görülebilir. CKM matrisi hakkında bilgi veren yeni fizik modellerinden birkaç örnek (PDG)' de açıklanmıştır. CKM matris elemanlarının büyüklükleri için son zamanlarda yapılan en iyi tespitler aşağıdaki gibidir [23]:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00014 & 0,22536 \pm 0,00061 & 0,00355 \pm 0,00015 \\ 0,22522 \pm 0,00061 & 0,97343 \pm 0,00015 & 0,0414 \pm 0,0012 \\ 0,00886^{+0,00033}_{-0,00032} & 0,0405^{+0,0011}_{-0,0012} & 0,99914 \pm 0,00005 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Ayrıca CKM matrisi, kuarkların üç ailesinden yalnızca ikisini içeren GIM mekanizmasının da kapsamlı halidir.

### 1.3.2. CP İhlali

İlk durumun $i$ son durumun $j$ olduğu $i \to j$ süreci varsayılırsa, bu durum $V_{ij}$ CKM matrisi ile açıklanır. Şimdi CP-dönüşümünü uygulayalım. Aynı anda, $C$ yükü değişerek madde antimaddeye dönüşür ve $P$ parite değişerek (ayna simetrisi) helisitenin işareti değişir. Bu sol-elli $i$ kuarkın sağ-elli $\bar{i}$ antikuarka dönüşümü ile sonuçlanır ( $j$ için de aynıdır). Eğer $i \to j$ geçişinin oranı $\bar{i} \to \bar{j}$ geçişi ile aynıysa bu süreç CP-değişmez olur. Ancak süreçlerin oranı $M$ kompleks geçiş genliği ile belirlenir. Bu genlik iki süreç için de aynıdır. Eğer birçok bozunum yolu varsa (örneğin $i \to x \to j$, $i \to y \to j$, vb.) bu iki $M$ geçiş genliği sadece bu durumda farklı olur. Böylece, eğer $i \to j$ ve $\bar{i} \to \bar{j}$ için farklı oranlar elde edilirse bu CP dönüşümünde ihlal olduğu anlamına gelir. Buna neden olan da $i\delta$ ' dır [12, 24].

## 1.4. Elektrozayıf Birleşme

Zayıf etkileşmenin ayar bozonları diğerlerinden farklı kütle değerlerine sahiptirler. Bu durumun Higgs mekanizmasının neden olduğu elektrozayıf simetrinin kendiliğinden bozulması sonucunda olduğu öne sürülmüştür. Higgs potansiyeli kendiliğinden simetri bozulması nedeniyle bir vakum beklenen değerine sahip olur. 1967' lerde S. Glashow [25], A. Salam [26] ve S. Weinberg [27] birbirinden bağımsız olarak zayıf ve elektromanyetik etkileşmenin sabitini aynı alarak kuantum elektrodinamiği ile zayıf etkileşmeleri bir araya getirmişlerdir. Oluşan elektrozayıf teori, Standart Modelin bugün ki modern şeklini almasını sağlamıştır. Bu teoriye göre evren yüksek enerjilerde fotona benzeyen kütlesiz dört ayar bozonuna ve bir kompleks skaler Higgs alanına sahiptir. Ancak düşük enerjilerde, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar simetrisi kendiliğinden elektromanyetik $U(1)$ simetrisine bozulur. Bu simetri bozulması üç kütlesiz bozon üretir ve Higgs Mekanizması onlara kütle kazandırır.

$U(1)_{KED}$, elektromanyetizmanın tüm etkilerini açıklar ve parçacık fiziğinde zayıf etkileşme ile bir ilişkisi vardır. Her iki kuvvet farklı kuvvet şiddetine sahip olsa bile yüksek enerjilerde (100 GeV ve yukarısı) tek bir teoride birleşebilirler. Bu

elektrozayıf birleşme, Lagranjiyeni aşağıda verilen $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ grubu ile açıklanır:

$$L_{EZ} = -\frac{1}{4} W^i_{\mu\nu} W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \bar{\psi}_L i\gamma^\mu D^L_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma^\mu D^R_\mu \psi_R . \tag{1.14}$$

Burada

$$\begin{aligned} D^L_\mu &= \partial_\mu + \frac{1}{2} i g' B_\mu Y + \frac{1}{2} i g_W \tau_i W^i_\mu , \\ D^R_\mu &= \partial_\mu + \frac{1}{2} i g' B_\mu Y . \end{aligned} \tag{1.15}$$

$$\begin{aligned} W^i_{\mu\nu} &= \partial_\mu W^i_\nu - \partial_\nu W^i_\mu - g_W \varepsilon^{ijk} W^j_\mu W^k_\nu , \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu . \end{aligned} \tag{1.16}$$

$g'$ ve $g_W$ sırasıyla $B$ ve $W$ ayar bozonlarına karşılık gelen etkileşme sabitleridir. Burada sol-elli $(L)$ ve sağ-elli $(R)$ bileşenler, sırasıyla $h = -1$ ve $h = +1$ olan helisiteye sahiptir. Parçacığın helisitesi, parçacığın spininin $(s)$ momentumunun $(p)$ yönünde ya da zıt yönde hareket etmesiyle tanımlanır:

$$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|} . \tag{1.17}$$

Zayıf kuvvet yalnızca $\psi_L$ sol-elli fermiyon alanları ile etkileşime girdiğinden dolayı, $D_\mu$ kovaryant türev $L$ ve $R$ için ayrı ayrı yazılır. Buradaki $Y$ hiperyükü, $\tau$ Pauli matrislerini ifade eder. $W^i$ alan şiddet tensörü, $W^1$, $W^2$, $W^3$ izospin üçlüsünü ifade eder ve $SU(2)_L$ grubundan üç tane $W$ bozonunu gösterir. $U(1)_Y$ grubunun $B_\mu$ teklisi de $B$ bozonunu gösterir. Higgs mekanizması ile kendiliğinden simetri kırınımının kombinasyonu, bize gözlenebilir bozon ve alanlarını verir:

$$\begin{aligned} W^\pm_\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( W^1_\mu \mp W^2_\mu \right), \\ A_\mu &= B_\mu \cos\theta_W + W^3_\mu \sin\theta_W , \\ Z_\mu &= -B_\mu \sin\theta_W + W^3_\mu \cos\theta_W . \end{aligned} \tag{1.18}$$

Denklem (1.18), $W^{\pm}$ ve $Z$ zayıf etkileşim ayar bozonlarının tümünü açıklar. Burada $\theta_W$ elektrozayıf karışım açısıdır ve sadece deneysel olarak ölçülen serbest bir parametredir.

Eşitlik (1.14)' de verilen Lagranjiyen sadece kütlesiz parçacıkları içerir. Bu parçacıklara kütle Higgs mekanizması ile verilir. $\phi$ Higgs alanı ve $V(\phi)$ potansiyeli ile bu mekanizma $W^{\pm}$ ve $Z$ elektrozayıf ayar bozonlarına hem de fermiyonlara kütle verir. Buna karşılık gelen Lagranjiyen aşağıdaki gibidir:

$$L_{Higgs} = \left(D_\mu\right)^{\dagger}\left(D^\mu\phi\right) - V(\phi) - g_f\left(\bar{\psi}_R\phi^{\dagger}\psi_L + \bar{\psi}_L\phi\psi_R\right). \tag{1.19}$$

Burada,

$$\begin{aligned} V(\phi) &= \mu^2|\phi|^2 + \frac{\lambda}{2}|\phi|^4, \\ D_\mu &= \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'B_\mu Y + \frac{1}{2}ig_W\tau_i W_\mu^i. \end{aligned} \tag{1.20}$$

Ayrıca $\mu^2 < 0$ ve $\lambda > 0$' dır. Higgs mekanizmasının detaylarından biri de adına Higgs Bozonu denen yeni kütleli bir bozonu içermesidir.

Yukarıda kısaca teorisi anlatılan elektrozayıf teori $W^{\pm}$, $Z^0$ ve Higgs bozonlarının varlığını öngörmüştür. Bu keşiflerinden dolayı 1979 yılında Glashow, Salam ve Weinberg, Nobel ödülünü paylaşmıştır. Zayıf etkileşmenin nötr ayar bozonları $Z^0$ 1973 yılında İsviçre' deki Avrupa Parçacık Fiziği Araştırma Merkezi (CERN)' de Gargamelle İşbirliği ile [28], $W^{\pm}$' lar ise 1983 yılında UA1 ve UA2 işbirlikleri ile gözlemlenmiştir [29, 30]. Yapılan bu deneyler sayesinde elektrozayıf teori doğrulanmıştır.

Higgs parçacığının temel bozunum modları $H \to \gamma\gamma$, $H \to ZZ$, $H \to WW$, $H \to \tau^+\tau^-$ ve $H \to b\bar{b}$ şeklindedir. LHC' de Higgs bozonu uzun yıllardır araştırılmaktadır. 2012 yılında LHC' de yapılan Sıkıştırılmış Müon Selenoidi (CMS) deneyinde $8\,\text{TeV}$' lik proton-proton çarpıştırıcısında Higgs-benzeri bozon gözlenmiştir. Gözlenen sinyalde kütle değerinin $[125,3 \pm 0,4(\text{ist.}) \pm 0,5(\text{sis.})]\,\text{GeV}$

olduğu bulunmuştur [31]. Aynı zamanlarda, LHC' de bulunan ATLAS dedektöründe de $8\,\mathrm{TeV}$' lik proton-proton çarpıştırıcısında Higgs-benzeri bozon gözlenmiş ve kütlenin $[126 \pm 0,4(\text{ist.}) \pm 0,4(\text{sis.})]\mathrm{GeV}$ olduğu belirtilmiştir [32]. Daha sonra elde edilen bu iki değer birleştirilerek Higgs bozonu kütlesinin $[125,09 \pm 0,21(\text{ist.}) \pm 0,11(\text{sis.})]\mathrm{GeV}$ olduğu açıklanmıştır [33]. Bu gözlem Standart Modelin daha da güçlenmesini sağlamıştır.

Denklem (1.14) ve (1.19)' da verilen Lagranjiyenlere bir sonraki bölümde KRD için verilen Lagranjiyeni eklersek aşağıdaki SM' i temsil eden Lagranjiyeni elde ederiz [34]:

$$L = L_{KRD} + L_{EZ} + L_{Higgs}. \tag{1.21}$$

### 1.5. Kuantum Renk Dinamiği

Kuantum Renk Dinamiği, kuarklar ve gluonlar arasındaki güçlü etkileşmeyi tanımlayan teoridir. Renkli kuark alanlarını içeren Lagranjiyenin yerel ayar simetrisi kütlesiz olan gluon vektör bozonlarını verir. Bu teorinin temelini kuarklar ve gluonların taşıdığı renk yükleri oluşturur. Güçlü etkileşmenin aracı parçacığı olan gluonların da renk yükü taşımasından dolayı Kuantum Renk Dinamiğini anlamak zorlaşır. Çünkü gluonlarda bu etkileşmeye katılır. Kuarklar ise hem renk hem de elektrik yükü taşıdıklarından güçlü ve elektromanyetik kuvveti ve ayrıca zayıf etkileşmeyi de hissederler. İkili ya da üçlü kuark sistemleri, üç farklı renk veya antirenkle birlikte renksiz hadronları oluştururlar.

Kuantum Renk Dinamiği abelyan olmayan $SU(3)_C$ ayar alan teorisidir. Bu simetri grubunun abelyan olmayan yapısı KRD teorisinin çok önemli iki özelliği olan asimtotik özgürlük ve hapsolmadan sorumludur. Bu özellikler etkileşme sabitinin enerjiye göre davranışından ortaya çıkar. KRD' nin bu özellikleri sayesinde güçlü etkileşme problemlerini çözmek için KRD Lagranjiyeni kullanılır.

Kütleli ve spin-$1/2$ olan kuarklar ile kütlesiz ve spini 1 olan gluonlar arasındaki etkileşmeyi tanımlamak için KRD Lagranjiyeni aşağıdaki şekilde verilir:

$$L_{KRD} = -\frac{1}{4}(G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a) + \sum_{k=\{çeşni\}} \bar{\psi}^j_k (i\not{D} - m)_{ij} \psi^i_k + L_{ayar} + L_{hayalet\ parçacık}. \quad (1.22)$$

Burada $\psi^i_k$ kuark alanlarını temsil eder. $k = u,d,s,c,b,t$ çeşniyi ve $i$ kırmızı, yeşil, mavi olmak üzere kuarkların renk yükünü gösterir. $\mu$ ve $\nu$ ise Lorentz indisleridir. Lagranjiyendeki $-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a$ terimi sadece ayar alanlarını içeren kinetik terimdir, yani gluonların kendi aralarındaki etkileşimini oluşturur. Ayar alanları aşağıdaki alan şiddet tensörü ile tanımlanır:

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\, f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu. \quad (1.23)$$

Burada $f_{abc}$, $SU(3)_C$ renk grubunun antisimetrik yapı sabitidir. $a = 1...8$ olmak üzere, spini 1 olan kütlesiz gluon alanları $A^a_\mu$ ile gösterilir ve güçlü etkileşmeye aracılık eder. $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$ olmak üzere,

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij}\partial_\mu - igA^a_\mu \frac{\lambda^a_{ij}}{2} \quad (1.24)$$

şeklinde tanımlanan kovaryant türevi içeren Lagranjiyenin ikinci terimi $A^a_\mu$ ayar alanlarıyla etkileşen $\psi^i_k$ kuark alanlarını temsil eder. $\lambda^a_{ij}$, $SU(3)_C$ dönüşümünün grup üreticileri olan Gell-Mann matrisleridir ve aşağıdaki bağıntıları sağlar:

$$\left[\lambda^a, \lambda^b\right] = if^{abc}\lambda^c, \quad Tr\left(\lambda^a\right) = 0, \quad Tr\left(\lambda^a\lambda^b\right) = 2\delta_{ab}. \quad (1.25)$$

KRD Lagranjiyenin ayar değişmezliği güçlü etkileşme sabiti $g$ ile ilişkilidir. $L_{ayar}$ ayar sabitleme terimi pertürbatif hesapları yapmak için tanımlanır. Aksi takdirde, gluon alanları için ilerleticiler tanımlanmamış olur. Fadeev-Popov olarak adlandırılan $L_{hayalet\ parçacık}$ terimi, sadece ilmek içinde ortaya çıkan ve fiziksel olmayan 'hayalet (ghost)' alanlarının etkileşmesini açıklar. Denklem (1.22)' de verilen KRD Lagranjiyeninden Feynman kurallarının tam seti çıkarılabilir ve keyfi kuark-gluon süreçleri için tesir kesitinin pertürbatif hesabı yapılabilir. Feynman kuralları

toplamda dört etkileşme köşesi içerir: iki kuark-bir gluon köşesi, üç-gluon köşesi, dört-gluon köşesi ve iki hayalet parçacık-bir gluon köşesi.

### 1.5.1. Kuantum Renk Dinamiği Ayar Dönüşümleri

Noether Teoremine göre her simetriye bir korunum yasası eşlik eder. Buna göre simetri, hareket denklemlerinin bazı dönüşümler altında değişmemesidir. Bu dönüşümün özellikleri matematiğin Grup Teorisi denilen dalı tarafından incelenir. Matematiksel bir teoride, bir parametre uzayın her noktasında eşit miktarda değiştiğinde aynı kalıyorsa, denklemlerin bu parametreye göre global bir simetriye sahip olduğu söylenir. Eğer uzayın her noktasında parametre bağımsız bir şekilde değişiyorsa ve teori hala geçerliyse bu teorinin yerel simetriye sahip olduğu söylenir. Diğer deyişle global parametreyi yerel yapmakla teoriye bir ayar alanı yani etkileşme dahil edilmiş olur. Buna göre ayar, global simetriyi yerel simetriye dönüştürmektir. Maxwell denklemlerinin $U(1)$ yerel ayar dönüşümleri altında değişmediği ilk olarak 1919 yılında Weyl tarafından gösterilmiştir. 1954 yılında ise Yang ve Mills tarafından elektrozayıf etkileşmelerin $SU(2)$ yerel ayar dönüşümleri altında değişmez kaldığı gösterilmiştir [35].

#### 1.5.1.1. Global ayar dönüşümleri

Lie grubu $U$ ' nun matris gösterimi, $U(1)$ elemanının $e^{i\theta}$ şekline getirilmesidir. Buna ayar dönüşümü denir. $U$ ' nun matris elemanları uzay-zamandan bağımsızsa $U$ global, değilse yerel ayar dönüşümüdür.

Ayar prensibini açıklamak için $\phi(x)$ kompleks skaler alanını düşünelim. Elektromanyetik etkileşmenin olmadığı klasik Lagranjiyen yoğunluğu aşağıdaki formdadır:

$$L_0\left(\phi(x),\partial^\mu\phi(x)\right)=\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi-V(\phi^*\phi)\,. \tag{1.26}$$

$\phi(x)$ ' in sabit faz değişimi altında Lagranjiyen değişmezdir:

$$\begin{aligned}&\phi(x)\to U\phi(x),\\&U=e^{-i\alpha},\end{aligned} \tag{1.27}$$

burada $\alpha$ keyfi gerçek sayıdır. Bu dönüşüm "global ayar dönüşümü" olarak adlandırılır. Elektromanyetik teori, $U_{em}(1)$ grubu altında global ayar değişmezliğine sahiptir ve elektrik yükünün korunumu global ayar değişmezliğinin bir sonucudur. Lagranjiyenin $U_Y(1)\times SU_L(2)$ global ayar dönüşümü altındaki değişmezliği ise hiperyükün ve zayıf izospinin korunumuna yol açar.

### 1.5.1.2. Yerel ayar dönüşümleri

Ayar teorisi, Lagranjiyenin sürekli yerel dönüşüm grubu altında değişmez kaldığı bir alan teorisidir. Yerel ayar dönüşümleri aşağıdaki formdadır:

$$\begin{aligned}&\phi(x)\to U(x)\phi(x),\\&U=e^{-i\alpha(x)},\end{aligned} \tag{1.28}$$

burada $\alpha(x)$ keyfi gerçek bir fonksiyondur. Uzay-zamanın farklı noktalarındaki ayar dönüşümleri bir diğerinden bağımsızdır. Global ayar dönüşümü altında $\partial^\mu\phi(x)$, $\phi(x)$ ile aynı şekilde dönüşürken, yerel ayar dönüşümü altında ekstra bir terime ihtiyaç vardır:

$$\partial^\mu\phi(x)\to U(x)\partial^\mu\phi(x)+\phi(x)\partial^\mu U(x). \tag{1.29}$$

Böylece $L_0(\phi,\partial^\mu\phi)$ yerel ayar dönüşümü altında değişmez değildir. Teoriyi yerel ayar değişmez yapmak için aşağıdaki dönüşümler altında değişmez kalan bir vektör alanı tanımlanır:

$$A^\mu(x)\to A^\mu(x)+\frac{1}{g}\partial^\mu\alpha(x). \tag{1.30}$$

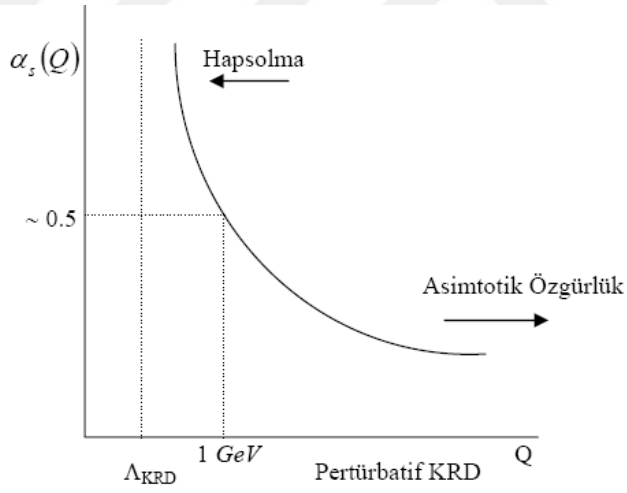
Bu durumda,

$$D^\mu\phi(x)=[\partial^\mu+ig\,A^\mu(x)]\phi(x) \tag{1.31}$$

olur. Burada $A^\mu(x)$ Yang-Mills alanıdır. Böylece Lagranjiyen yerel ayar dönüşümleri altında değişmez kalır [12, 36].

### 1.5.2. Asimtotik özgürlük ve renk hapsolması

KED' de fotonlar elektrik yüküne sahip olmadıkları için birbirleriyle etkileşmezler. KRD' de ise gluonlar renk yüküne sahip olduklarından birbirleriyle de etkileşirler. Güçlü etkileşme, kuarkları hadron içinde bir arada tutar ve kendine özgü iki önemli özelliği vardır. Bunlar asimtotik özgürlük ve renk hapsolmasıdır. KRD vakumunda sanal gluonlar yer alır ve kuarkların çevresinde toplanarak bir gluon bulutu oluştururlar. Bu bulutun içine doğru gidildikçe yalın yükün kütlesi ve elektrik yükü azalır. Bunun anlamı, kuarklar arasındaki sonsuz kısa mesafelerde bunlar arasındaki renk etkileşmesinin azalmasıdır. Asimtotik özgürlüğün anlamı, yüksek enerjilerde kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşme kuvvetinin zayıf olmasıdır. Bu bölgede pertürbasyon teorisi kullanılır. Enerji azaldığında ise etkileşme kuvveti artar ve hadronlar oluşur. Bu bölgede artık pertürbasyon teorisi geçerli olmaz. Hadronik özellikleri açıklamak için pertürbatif olmayan yöntemleri kullanmak gerekir [36, 37].




Şekil 1.8. $Q$ momentumuna göre $\alpha_s$' nin davranışı [38]

Asimtotik özgürlük, 1973 yılında birbirinden bağımsız olarak F. Wilczek, D. J. Gross, ve H. D. Politzer tarafından aynı yıl içinde keşfedilmiş ve açıklanmıştır [39, 40, 41]. 2004 yılında fizik alanında verilen Nobel ödülünü birlikte paylaşmışlardır.

Kuarklar arasındaki mesafe arttıkça gluon bulutlarının katkısından dolayı etkileşme sabiti de artar. Böylece kuarkların efektif renk yükleri de (kuarklarla çevresindeki gluon ve kuark-antikuark bulutlarının toplamını ifade eden renk yükü) artar. Bu olay kuark ve gluonların mezon ve baryonların içinde ebediyen hapsolması sonucunu

doğurur. Diğer bir deyişle, tek başına serbest bir kuarkı gözlemek mümkün değildir. Çünkü hadronlar bileşenlerine ayrılmak istendiğinde, kuarklar arasındaki etkileşme alanındaki enerjinin yeterli olmasıyla, verilen enerji kuark-antikuark çiftlerinin oluşmasına neden olur. Oluşan kuark-antikuark çiftleri, hadrondaki diğer kuark ve antikuarklarla birleşerek yeni parçacıkların ortaya çıkmasını sağlar. Böylece hadronları bileşenlerine ayırmak için verilen enerji, yeni parçacıkların oluşmasına harcanmış olur [36]. Momentuma göre değişen $\alpha_s$' nin davranışı Şekil 1.8' de verilmiştir. Renk hapsolmasının analitik bir ispatı olmadığından, kuark renk hapsinin sebebi hala tam olarak açıklanamamıştır. Bu bağlamda KRD' yi hem teorik hem de deneysel olarak araştırmak oldukça heyecan vericidir.

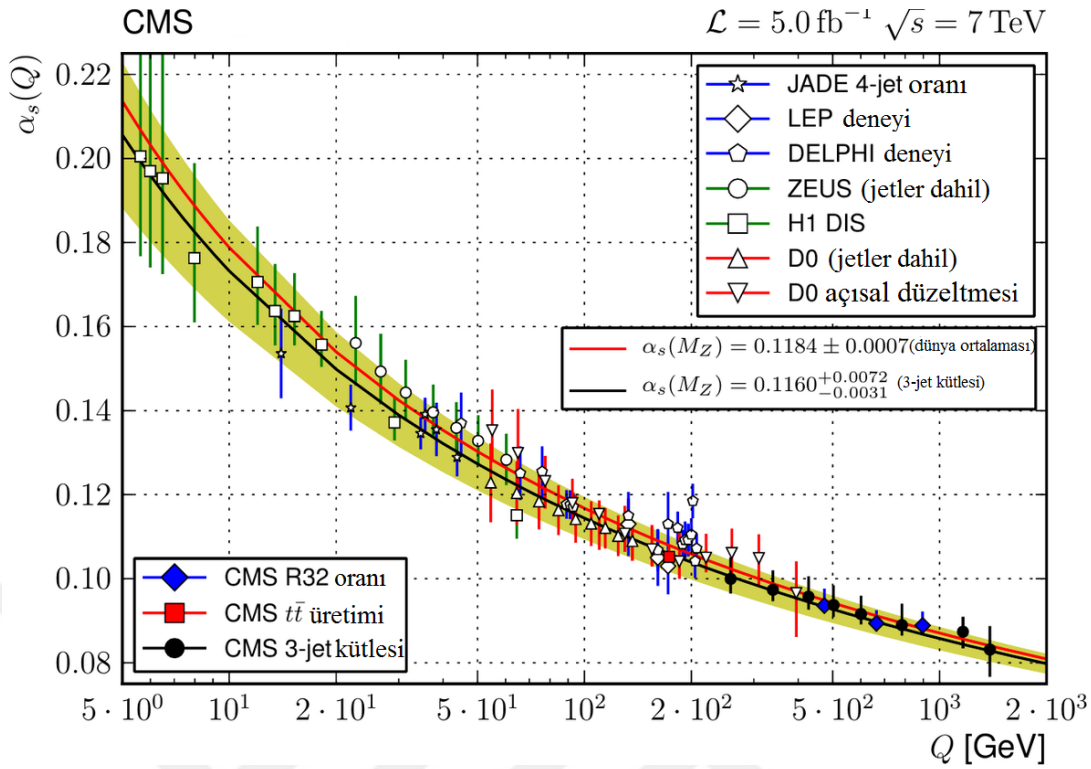
Kuarklar arasındaki renk potansiyeli, $\alpha_s / r$ olan Coulomb-tipi bir potansiyeldir. Kısa mesafede iki ağır kuark arasındaki bir gluon değişimi için bu potansiyel Coulomb-tipi bir potansiyele yaklaşır ama ilave bir hapsolma terimi de gelir:

$$V(r) = -\frac{\alpha_s k}{r} + Ar. \tag{1.32}$$

Mesafe azalırken ya da momentum transferi artarken logaritmik olarak artar. $Q^2$ momentum değişimi cinsinden $\alpha_s$' ye en düşük KRD düzeltmesi aşağıdaki şekilde verilir [42]:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\ln(Q^2 - \Lambda^2)}. \tag{1.33}$$

Burada $n_f$ kuark çeşni sayısıdır ve $Q^2$ enerji değerinin altında bir kütleye sahiptir. KRD' de göreli kuark enerjisine göre, örneğin $E = 1\,\text{GeV}$' de $\alpha_s = 1\,\text{GeV}$ ve $E = 100\ \text{GeV}$' de $\alpha_s = 0{,}1\,\text{GeV}$' dir. Bu nedenle $\alpha_s$' ye kayan etkileşme sabiti denir.




Şekil 1.9. KRD' de etkileşme sabiti [43]

Momentum boyutuna sahip olan $\Lambda$, KRD enerji ölçeğinin değeri ise deneysel verilerden elde edilir ve yaklaşık $0,2$ GeV mertebesinde bulunmuştur. Bu değerin altındaki kuarklar hafif kuark ($u$, $d$ ve $s$), üstünde olan kuarklar ise ağır kuark ($c$, $b$ ve $t$) olarak adlandırılır [44]. $\alpha_s$' nin teorik olarak enerjiye bağlılığını belirleyebilmek için bu temel sabite ihtiyaç duyulur. $\alpha_s$' nin birçok deneyden elde edilen değeri Şekil 1.9' da gösterilmiştir.

Bu tezde pertürbatif olmayan metotlar arasında bulunan KRD toplam kuralları yöntemi kullanılmıştır. 1979 yılında M. A. Shifman, A. I. Vainshtein ve V. I. Zakharov (SVZ) tarafından mezonlar için geliştirilen KRD toplam kuralları, 1981 yılında da L. B. Ioffe tarafından baryonlara genişletilmiştir [45−47]. Bu metodu kullanarak hadronların kütle, bozunma sabiti, etkileşme sabiti ve form faktörleri gibi pek çok özelliğini elde edebiliriz. Kendiliğinden simetri bozulması, hadron-kuark ikiliği, asimtotik özgürlük ve hapsolma bu metodun temelini oluşturur. KRD toplam kuralları metodunun amacı, asimtotik özgürlük açısından KRD' deki bağlı durum

problemini incelemektir. Diğer bir deyişle, kısa mesafelerden hapsolmanın etkin olduğu daha büyük mesafelere gidildiğinde asimtotik özgürlük bozulmaya başlar. Kuarklar ve gluonları birbirinden ayırmak için verilen enerji, bunların ayrılmasına değil yeni rezonans parçacıkların oluşmasına sebep olur. Bu bilgi, KRD vakumundaki pertürbatif olmayan etkiler nedeniyle düzeltme yapmayı gerektirir. KRD toplam kuralları metodunun başlangıç noktası, iki veya daha fazla akımın zaman sıralama çarpımı için Wilson Operatör Çarpım Açılımını (OPE) yazmaktır [48]. Bu açılımda kuark ve gluon yoğuşmaları yüksek boyutlu operatörlerdir. Bu operatörlerin katsayıları pertürbasyon teoride etkileşme sabiti ve kuark kütlelerine bağlı olarak hesaplanabilir ve kısa mesafe katkıları içerir. Dispersiyon bağıntısı kullanılarak n-noktalı korelasyon fonksiyonuyla hadronik kütleler ve etkileşme sabitleri gibi fiziksel durumlar arasında ilişki kurulur. Elde edilen denklemde baskın katkı yalın ilmekten gelir ve pertürbatif olmayan terimler az katkı vermesine rağmen son derece önemlidir. Bu metot hem mezonlar hem de baryonlar için başarılı bir şekilde uygulanmaktadır. Eşit kütleli ağır kuark sistemlerinde (çarmonyum, upsilonyum) pertürbatif olmayan katkı sadece gluon yoğuşma operatörlerinden gelir [49].

## 2. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ

Hadronik olayları açıklamaya çalışan pertürbatif olmayan yaklaşımlar arasından KRD toplam kuralları oldukça güçlü ve kullanışlı bir metottur. Bu yöntem KRD Lagrange fonksiyonunu temel alarak ve KRD parametreleri ile hadron parametrelerini ilişkilendirerek uzun mesafe (küçük momentum) olaylarını açıklar. Uzun mesafelerde kuark-gluon etkileşmeleri çok kuvvetlidir ve burada kısa mesafelerde olduğu gibi pertürbatif yöntem kullanılamaz. KRD toplam kuralları yöntemi, kuark ve gluon yoğuşmalarla orantılı pertürbatif olmayan bölgelerde bozunma sabiti, kütle, etkileşme sabiti ve form faktör gibi hadronik parametreleri hesaplamamıza imkân veren bir metottur [45, 46].

Korelasyon fonksiyonu iki farklı şekilde hesaplanır:

KRD ya da teorik kısım; kuark serbestlik derecelerine bağlı olarak yazılır ve Operatör Çarpım Açılımı kullanılarak hesaplanır. OPE, gittikçe artan boyutlardaki tüm yoğuşmaların KRD vakumuna olan katkılarını içerir. OPE' de pertürbatif kısımda güçlü etkileşme sabiti $\alpha_s$' nin, pertürbatif olmayan kısımda ise Borel parametresinin kuvvet serisine göre açılımı yapılır.

Fiziksel kısım; hadronik serbestlik derecelerine bağlı olarak yazılır ve kütle, bozunma sabiti, etkileşme sabiti ve form faktörlerini elde etmemizi sağlar.

Bu iki farklı yoldan elde edilen sonuçlar bazı şartlar altında birbirine eşitlenerek KRD toplam kuralları elde edilir.

### 2. 1. Korelasyon Fonksiyonu

Genel olarak akım $j_\Gamma(x)=\bar{\psi}_i\Gamma\psi_j$ şeklinde tanımlanır. Burada $i$ ve $j$ kuark alan çeşnisini ve $\Gamma$ tensör yapısını temsil eder. Her akım belli $J$, $P$ ve $C$ kuantum sayılarına sahiptir. Mezonun toplam açısal momentumu, $|l-s|<J<|l+s|$ genel

bağıntısı ile verilir. Burada $s$, sıfır (antiparalel kuark spinleri) ya da bir (paralel kuark spinleri) değerini alır ve spin olarak adlandırılır, $l$ ise yörüngesel açısal momentumdur. Mezonlar için paritenin tanımı $P=(-1)^{l+1}$, yük eşleniğinin tanımı ise $C=(-1)^{l+s}$ ile verilir. Böylece mezonlar $J$, $P$ ve $C$ kuantum sayıları kullanılarak sınıflandırılır. Belirli bir akımı elde etmek için uygun kuark çeşni kombinasyonları alınmalıdır. Böyle bir akım nedeniyle oluşan vakum polarizasyonu aşağıdaki iki-noktalı korelasyon fonksiyonuyla verilir:

$$\Pi^{j}(q^2)=i\int d^4x e^{iq\cdot x}\left\langle 0\left|T\left\{j_{\Gamma}(x)j_{\Gamma}(0)\right\}\right|0\right\rangle. \tag{2.1}$$

Burada $\Gamma$ köşesi akıma bağlı olarak değişir. $\Pi^{j}(q^2)$ skaler fonksiyondur. $|0\rangle$ taban durumu (genellikle vakum yada nükleer madde) ve $T$ zaman sıralama operatörünü ifade eder. Tüm olası akım değerleri Tablo 2.1' de verilmiştir.

Tablo 2.1. Mezonlara karşılık gelen tüm olası akım değerleri [49]

| **Mezon Çeşitleri** | $\boldsymbol{J^{PC}}$ | **Karşılık gelen akımlar** |
|---|---|---|
| Skaler Mezon | $0^{++}$ | $j_S=\bar{\psi}_i\psi_j$ |
| Sözde-skaler Mezon | $0^{-+}$ | $j_P=\bar{\psi}_i\gamma_5\psi_j$ |
| Vektör Mezon | $1^{--}$ | $j_V=\bar{\psi}_i\gamma_\mu\psi_j$ |
| Eksenel-Mezon | $1^{+-}$ | $j_A=\bar{\psi}_i\gamma_\mu\gamma_5\psi_j$ |
| Eksenel-Mezon | $1^{++}$ | $j_{A'}=\bar{\psi}_i\partial_\mu\gamma_5\psi_j$ |
| Tensör Mezon | $2^{++}$ | $j_T=i\bar{\psi}_i(\gamma_\mu\partial_\nu+\gamma_\nu\partial_\mu+\frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\partial\!\!\!/)\psi_j$ |
| Tensör Mezon | $2^{-+}$ | $j_T=i\bar{\psi}_i(\gamma_\mu\gamma_5\partial_\nu+\gamma_\nu\gamma_5\partial_\mu+\frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\gamma_5\partial\!\!\!/)\psi_j$ |

Burada $\eta_{\mu\nu}=q_\mu q_\nu/q^2-g_{\mu\nu}$. $\Pi^{j}(q^2)$' nin analitiklik özelliğinden yararlanılarak ve dispersiyon bağıntısı kullanılarak korelasyon fonksiyonu sanal kısmıyla ilişkilendirilir:

$$\Pi^j(q^2) = \frac{(q^2)^n}{\pi} \int \frac{\mathrm{Im}\,\Pi^j(s)}{s^n(s-q^2)} ds + \sum_{k=0}^{n-1} a_k (q^2)^k. \tag{2.2}$$

Burada $q$ momentum, $s$ süreklilik eşiğidir. $\Pi^j(q^2)$' nin uygun sayıda türevleri alınarak bilinmeyen $a_k$ sabitleri ortadan kaldırılabilir.

### 2.2. Wilson Operatör Çarpım Açılımı

Operatör Çarpım Açılımı 1970 yılında K. Wilson tarafından formüle edilmiş olup, verilen fiziksel süreçte uzun ve kısa mesafelerde oluşan etkileri birbirinden ayırır. Bu yöntemde tüm yüksek momentum katkılarının integralleri alınarak etkin Lagranjiyen elde edilir [48, 50].

İlk olarak $Q^2 = -q^2$' nin büyük olduğu yani kısa mesafelerdeki durum göz önüne alınır. KRD' de operatör çarpım açılımının, Denklem (2.1)' deki akımların zaman sıralama çarpımı için geçerli olduğu varsayılır. Bu yöntem Eşitlik (2.1) kullanılarak mezon durumuna uygulanır:

$$i\int d^4x e^{iq\cdot x} T(j_\Gamma(x) j_\Gamma(0)) = C_I^\Gamma I + \sum_n C_n^\Gamma(q) O_n. \tag{2.3}$$

Burada $I$ birim operatör, $C_I^\Gamma$, $C_n^\Gamma$ Wilson katsayıları ve $O_n$ kuark ve gluon alanları tarafından oluşturulan yerel ayar değişmez operatörlerdir. $C_I^\Gamma$ katsayısı renormalizasyon grup denklemlerine uyar ve teorinin parametrelerine, Lorentz indislerine, $j_\Gamma(x)$ ve $O_n$' in kuantum sayılarına bağlıdır. Denklem (2.3)' deki $O_n$ operatörü artan boyutlarda farklı formlarda olur ve $C_n^\Gamma(q)$, $q^2$' nin kuvvetleriyle azalır. Üç-noktalı fonksiyon durumunda $C_n^\Gamma$, $p$, $p'$ ve $q$ gibi üç dış momentumun fonksiyonudur ve transfer edilen momentumun karesi ile azalır. Böylece kısa mesafelerde küçük boyutlu operatörler baskındır ve pertürbatif terime katkısı büyüktür. Vakum beklenen değerleriyle ilgilenildiği için sadece spini sıfır olan operatörler hesaba katılır. Spini sıfır ve boyutları altıdan küçük ya da altıya eşit olan operatörlerin tüm seti Tablo 2.2' de verilmiştir.

Tablo 2.2. Mezonlara karşılık gelen tüm olası akım değerleri

| | |
|---|---|
| $I$ (birim operatör) | $d=0$ |
| $O_3=\bar{\psi}\psi$ | $d=3$ |
| $O_4=G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}$ | $d=4$ |
| $O_5=\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\frac{\lambda^a}{2}G^{a\mu\nu}\psi$ | $d=5$ |
| $O_6=(\bar{\psi}\Gamma_r\psi)(\bar{\psi}\Gamma_s\psi)$ | $d=6$ |
| $O_6=f_{abc}G^a_{\mu\nu}G^{bv}_{\sigma}G^{c\sigma\mu}$ | $d=6$ |

Burada $\lambda^a$, SU(3) Gell-Mann renk matrisleridir ve $\sigma_{\mu\nu}=\frac{1}{2}i[\gamma_\mu,\gamma_v]$' dür.

Sonuç olarak Denklem (2.3)' deki ifadede ilk terim kısa mesafe ikinci terim ise uzun mesafe katkılarını içerir. Bu ayrım KRD' de oldukça önemlidir. Eşitlik (2.3)' de $O_n$' nin vakum beklenen matris elemanları hesaba katılmalıdır. Bunlar pertürbasyon teorisinde sıfırdır, fakat KRD' de pertürbatif olmayan etkiler vakumun yapısını değiştirir ve sıfır olmayan vakum beklenen değerlerinin oluşmasına neden olur. Bu matris elemanları, büyük mesafelerde kuark ve gluon ilerleticilerinin pertürbatif olmayan etkiler nedeniyle değişimini ifade eder. Bu matris elemanları tüm pertürbatif olmayan katkıları içerir ve Wilson katsayılarını hesaplamak için Feynman diyagram tekniği kullanılır [49].

### 2.3. Borel Dönüşümleri

Vakum polarizasyon operatörü, hem fiziksel parametrelere göre hem de $q^2$, $\alpha_s$, kuark kütleleri ve $O_n$ operatörlerinin fonksiyonu olan teorik kısma göre ifade edilebilir. Belli bir kanaldaki en düşük rezonansı ayırt edebilmemiz için korelasyon fonksiyonunun türevleri alınarak momentumlar tanımlanır. Diğer deyişle $Q^2=-q^2$ alınarak Denklem (2.2)' deki dispersiyon bağıntısından aşağıdaki ifade elde edilir:

$$M_n^j(Q_0^2)=\frac{1}{n!}\left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^{(n)}\Pi^j(Q^2)\Big|_{Q^2=Q_0^2}=\frac{1}{\pi}\int_{4m_q^2}^{\infty}\frac{\mathrm{Im}\,\Pi(s)}{(s+Q_0^2)^{n+1}}ds. \qquad (2.4)$$

Yoğuşma serileri asimtotik olduğundan Borel dönüşümü kullanılarak yakınsaklık sağlanır. Ayrıca $Q^2$'nin değeri büyüdükçe türevlerin sayısı artar ve limit alınır. Bu durumda $\frac{Q^2}{n} \equiv M^2$ sabitlemesi yapılır. Böylece $Q^2$ yerine $M^2$ Borel kütlesi denilen yeni bir yardımcı değişken tanımlanır. Bu parametre fiziksel bir anlam taşımaz, hesaplamalarda matematiksel kolaylık sağlar. Bu nedenle hesaplarda karşılaşılan fiziksel nicelikler bu parametreden bağımsız olmalıdır. KRD toplam kurallarına, yüksek boyutlu yoğuşmalardan gelen katkıların ihmal edilmesi nedeniyle $M^2$'nin çok küçük değerleri uygulanamaz. $M^2$'nin oldukça büyük değerlerinde de kuark-hadron ikiliği yaklaşımına güvenilemez. Sonuç olarak Borel dönüşümü aşağıdaki şekilde verilir:

$$\hat{B}_{M^2} f(Q^2) = \lim_{\substack{Q^2,n\to\infty \\ Q^2/n=M^2}} \frac{1}{(n)!}(Q^2)^{n+1}\left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^{(n)} f(Q^2). \tag{2.5}$$

Borel dönüşümü uygulanarak, uyarılmış durumlardan gelen katkılar ve operatör açılımındaki yüksek mertebeli terimlerin katkıları ortadan kaldırılır. Borel dönüşümleri literatürde Momentum dönüşümleri ya da Ters Laplace dönüşümleri olarak da adlandırılır [49, 51, 52]. Hesaplarımızda aşağıda gösterilen Borel dönüşümü kullanılmıştır:

$$\hat{B}\frac{1}{(p^2-m^2)^n} \to (-1)^n \frac{1}{\Gamma(n)} e^{-m^2/M^2} \frac{1}{(M^2)^{n-1}}. \tag{2.6}$$

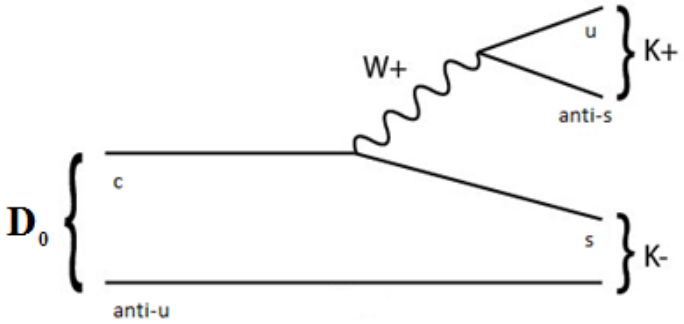
# 3. AĞIR-HAFİF TENSÖR MEZON SİSTEMİNİN KRD TOPLAM KURALLARI METODU İLE KÜTLE VE LEPTONİK BOZUNMA SABİTİNİN HESAPLANMASI

Literatürde $D$ mezonların özelliklerinin ele alınması uzun yıllara dayanır ve bu mezonların pertürbatif olmayan KRD dinamiklerini anlamak oldukça önemlidir. $D$ mezonların leptonik bozunma sabitleri ilk defa yirmi yıl önce belirlenmiştir. Birçok teorik ve deneysel gelişmeler nedeniyle bu problem, kayan kuark kütleleri ve korelasyon fonksiyonuna pertürbatif üç-ilmek $\alpha_s^2$ düzeltmeleri göz önüne alınarak tekrar incelenmiştir [53].

$D$ mezonlar ilk olarak 1976 yılında SLAC (Stanford Lineer Hızlandırıcısı)' da Mark I dedektörüyle tespit edilmişlerdir. $D$ mezonlar bir $c$ kuark ve bir antikuark içeren en hafif mezonlardır. $D$ mezonlar da $c$ kuark $W$ parçacığının değişimiyle, bir $s$ kuarka dönüşür. Böylece $D$ mezon kaonlara ya da pionlara bozunur. $D$ mezon geçişleri sırasında C yük eşleniği simetrisi bozulur ve bu sadece zayıf etkileşme ile mümkündür. Örneğin, tılsımlı $D$ ve $D_s$ mezonların leptonik ve yarı-leptonik bozunmaları yüklü $W$ bozon değişimiyle meydana gelir ve $c \to d$ ve $c \to s$ kuark çeşni değişimi gerçekleşir. Hadronik matris elemanlarının teorik hesaplamalarıyla elde edilen dallanma kesrinin deneysel ölçümleri $V_{cd}$ ve $V_{cs}$ CKM matris elemanlarının belirlenmesine olanak sağlar. $D$ mezonların kaonlara veya pionlara bozunduğu iki farklı yol göz önüne alalım. Örneğin $D_0$ mezonunda $c$ kuark $u+s+\bar{s}$' a yada $u+d+\bar{d}$ hafif kuarklara bozunur. İlk durum gerçekleşirse $K^-$ ve $K^+$, ikinci durum gerçekleşirse $\pi^-$ ve $\pi^+$ mezonları elde edilir. $D_0$ mezonun, $K^-$ ve $K^+$ mezonlarına bozunumu Şekil 3.1' de verilmiştir.

$D_0$ mezonunda CP dönüşümü yapılırsa anti-$D_0(\bar{D}_0)$ mezonu elde edilir. Bunun tam tersi de mümkündür. $D_0$ bozunma oranı $\bar{D}_0$ bozunma oranı ile kıyaslandığında, CP ihlali olduğu tespit edilir.

1964 yılında nötr kaonların bozunumunda Cronin ve Fitch' in CP ihlalini gözlemledikleri deneyde izledikleri temel yol da budur.



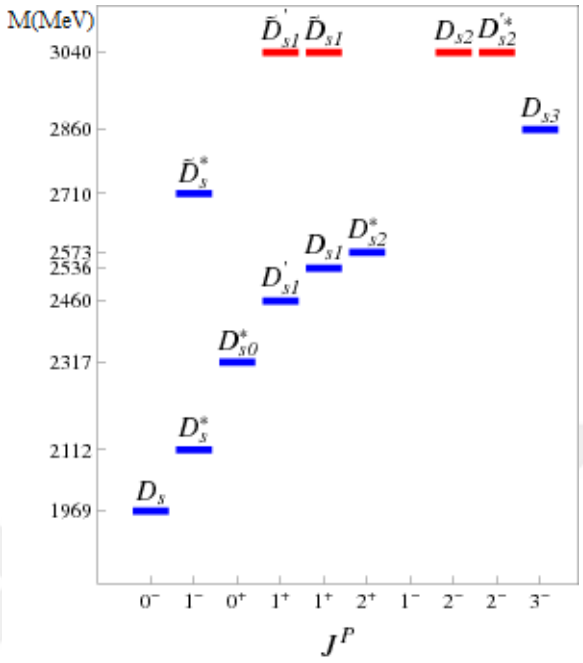

Şekil 3.1. $D_0$ mezonun, $K^-$ ve $K^+$ mezonlarına bozunumu [54]

CP ihlali, bize evrendeki madde-antimadde asimetrisini açıklamada ve Standart Model ötesi yeni fizik etkilerinin anlaşılmasında ipuçları verebilir. 2011 yılında, CERN' de bulunan LHCb deneyinde yapılan araştırmalarda nötr $D$ mezon bozunumunda CP ihlali direk olarak gözlenmiştir.

Son yıllarda $D$ mezonlar üzerine yapılan çok sayıda deneysel (PANDA vb.) ve teorik çalışmalar, $D$ mezon spektroskopisinin oluşturulması bakımından oldukça önemlidir. Örneğin $D_s(1968)$ sözde-skaler ve $D_s^*(2112)$ vektör mezonlar kuark modelin $s$-dalga durumunda, $D_{s1}(2536)$ eksenel-vektör ve $D_{s2}(2573)$ tensör mezonlar $p$-dalga durumunda bulunur. $J^P = 0^+, 1^+$ kuantum sayısına sahip $D_{sJ}(2317)$ ve $D_{sJ}^*(2460)$ durumları 2003 yılında keşfedilmiştir. Bunlar Şekil 3.2' de gösterilmiştir. Gözlenen tüm $D_{sJ}$ durumları, $y$ ekseninde kütle değerleri olmak üzere $J^P$ seviyelerine göre sıralanmıştır. $D_{sJ}(3040)$ için [55] makalesinde incelenen dört durum da $M = 3040$ MeV olan kütle değerinde gösterilmiştir.

2011 yılında CERN' de yapılan LHCb deneyinde $D_{s2}^*(2573)$ parçacığının ilk kez gözlemlenmesi $\bar{B}_s^0 \to D_{s2}^{*+} X \mu^- \bar{\nu}$ yarı-leptonik geçişiyle olmuştur [56]. Bu bozunum yarı-leptonik $B_s$ bozunumunun toplam dallanma oranına önemli katkı verir. Bu nedenle bu bozunumun analiz edilmesi, hafif $B$ mezonuna göre deneysel olarak

daha az bilinen yarı-leptonik $B_s$ bozunumu hakkında önemli bilgiler edinmemizi sağlar.




Şekil 3.2. $c\bar{s}$ sisteminin spektrumu. $y$ ekseninde kütle, $x$ ekseninde $J^P$ vardır [55]

Gözlemlenen $D_{s2}^*(2573)$ parçacığının kuantum sayıları tam olarak bilinmemesine rağmen genişlik ve bozunum modları $\mathrm{I}(J^P)=0(2^+)$ kuantum sayısını öngörür [57]. Bu çalışmada $D_{s2}^*(2573)$ parçacığı tılsımlı$(c)$-acayip$(s)$ tensör mezon olarak ele alınmış ve bu mezonun kütle ve leptonik bozunma sabiti iki-noktalı KRD toplam kuralları çerçevesinde hesaplanmıştır. Tensör mezonların ara kesit akımları türev içerir. Bu nedenle iki-noktalı korelasyon fonksiyonu ilk olarak koordinat uzayında ele alınmıştır. Daha sonra yüksek durum ve süreklilikten gelen uyarılmış parçacıkları ayırmak için Borel dönüşümü uygulayarak momentum uzayına geçiş yapılmıştır. Tılsımlı$(c)$-acayip$(s)$ mezonların özellikleri, yapıları ve bozunum kanallarının deneysel ve teorik örnekleri [58−68] referanslarında verilmiştir.

### 3.1. Ağır-Hafif $D_{s2}^{*}(2573)$ Tensör Mezonun Kütle ve Leptonik Bozunma Sabitinin Hesaplanması

Hadronlar, pertürbatif yada asimtotik bölgeden daha düşük enerji aralığında yer alır. Bu nedenle hadronların özelliklerini araştırmak bazı pertürbatif olmayan yaklaşımlar gerektirir. KRD toplam kuralları hadron fiziğinde uygulanabilen ve oldukça dikkat çekici olan pertürbatif olmayan metotlardan biridir. Bunun nedeni de herhangi bir parametreden bağımsız olması ve KRD Lagranjiyenine dayanmasıdır. Leptonik bozunma sabitini ve kütleyi elde etmek için hesaplamalara iki-noktalı korelasyon fonksiyonu yazılarak başlanır. İlk olarak fiziksel ya da fenomenolojik kısımda korelasyon fonksiyonu hadronik parametreler cinsinden yazılır. Daha sonra KRD ya da teorik kısımda korelasyon fonksiyonu derin Öklit (Euclidean) bölgesinde OPE yardımıyla KRD parametreleri cinsinden yazılır. Kuark-hadron ikiliği yaklaşımı kullanılarak yüksek mertebeden ve süreklilikten gelen katkıları bastırmak için elde edilen toplam kurallarının her iki kısmına da Borel dönüşümü uygulanır. Böylece iki-noktalı korelasyon fonksiyonunun her iki kısmı birbirine eşitlenerek kütle ve leptonik bozunma sabiti için KRD toplam kuralları elde edilir.

Şimdi yukarıda özeti geçilen hesaplamaya başlanırsa, fiziksel nicelikler için KRD toplam kurallarını elde etmede aşağıdaki iki-noktalı korelasyon fonksiyonu yazılır:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta} = i\int d^4x e^{iq\cdot(x-y)} \langle 0|T\left[ j_{\mu\nu}(x)\bar{j}_{\alpha\beta}(y)\right]|0\rangle. \tag{3.1}$$

Burada $T$ zaman sıralama operatörü ve $j_{\mu\nu}$ $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonu için ara kesit akım ifadesidir. $D_{s2}^{*}(2573)$ mezonun kuantum sayıları göz önüne alındığında ara kesit akımı kuark alanları cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$j_{\mu\nu}(x) = \frac{i}{2}\left[ \bar{s}(x)\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu(x)c(x) + \bar{s}(x)\gamma_\nu \overleftrightarrow{D}_\mu(x)c(x)\right]. \tag{3.2}$$

Burada $\overleftrightarrow{D}_\mu(x)$ iki-taraflı kovaryant türevdir ve şu şekilde tanımlanır:

$$\overleftrightarrow{D}_\mu(x) = \frac{1}{2}\left[ \vec{D}_\mu(x) - \overleftarrow{D}_\mu(x)\right], \tag{3.3}$$

ve

$$\vec{D}_\mu(x) = \vec{\partial}_\mu(x) - i\frac{g}{2}\lambda^a A^a_\mu(x), \\ \overleftarrow{D}_\mu(x) = \overleftarrow{\partial}_\mu(x) + i\frac{g}{2}\lambda^a A^a_\mu(x). \tag{3.4}$$

Burada $\lambda^a$ Gell-Mann matrisleridir ve $A^a_\mu(x)$ gluon alanlarını gösterir. $x^\mu A^a_\mu(x) = 0$ olan Fock-Schwinger ayarında dış gluon alanlarının gluon alan şiddet tensörü cinsinden açılımı

$$A^a_\mu(x) = \int_0^1 d\alpha\, \alpha\, x_\beta G^a_{\beta\mu}(\alpha x) = \frac{1}{2} x_\beta G^a_{\beta\mu}(0) + \frac{1}{3} x_\eta x_\beta D_\eta G^a_{\beta\mu}(0) + \ldots \tag{3.5}$$

şeklinde olur. Akımlar, daha önce bahsettiğimiz korelasyon fonksiyonunda $x$ ve $y$ noktalarında düşünüldüğünden sadece dört-boyutlu $x$ üzerinden integral alınır. Tensör mezonların ara kesit akımları uzay-zamana göre türevler içerir. Böylece, türev uygulandıktan sonra $y = 0$ alınır ve dört-boyutlu $x$ üzerinden integral uygulanır.

Fiziksel kısım, Denklem (3.1)' deki korelasyon fonksiyonuna $D^*_{s2}(2573)$' ün kuantum sayılarına uygun durumlarının tam setleri yerleştirilerek hesaplanır. Dört-boyutlu integral alındıktan ve yüksek mertebeden gelen katkılar ayrıldıktan sonra aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\Pi^{FIZ}_{\mu\nu,\alpha\beta} = \frac{\langle 0 | j_{\mu\nu}(0) | D^*_{s2}(2573)\rangle \langle D^*_{s2}(2573) | \bar{j}_{\alpha\beta}(0) | 0\rangle}{(m^2_{D^*_{s2}(2573)} - q^2)} + \ldots \tag{3.6}$$

Burada …' lar yüksek mertebeden gelen katkıları ve sürekliliği gösterir. İşlemleri devam ettirebilmek için $\langle 0 | j_{\mu\nu}(0) | D^*_{s2}(2573)\rangle$ olan matris elemanını $f_{D^*_{s2}(2573)}$ leptonik bozunma sabiti ve $\varepsilon_{\mu\nu}$ polarizasyon tensörü cinsinden tanımlamak gerekir:

$$\langle 0 | j_{\mu\nu}(0) | D^*_{s2}(2573)\rangle = f_{D^*_{s2}(2573)} m^3_{D^*_{s2}(2573)} \varepsilon_{\mu\nu}. \tag{3.7}$$

Eşitlik (3.6) ve (3.7) kullanıldığında aşağıda verilen polarizasyon tensörü üzerinden toplam yapmak gerekir,

$$\sum_{\lambda} \varepsilon_{\mu\nu}^{\lambda} \varepsilon_{\alpha\beta}^{*\lambda} = \frac{1}{2}\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \frac{1}{3}\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}. \tag{3.8}$$

Burada

$$\eta_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{m_{D_{s2}^{*}(2573)}^{2}} \tag{3.9}$$

'dür. Bu toplam Denklem (A3)' de verilmiştir. Sonuç olarak fiziksel kısmın son ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}^{FİZ} = \frac{f_{D_{s2}^{*}(2573)}^{2} m_{D_{s2}^{*}(2573)}^{6}}{\left(m_{D_{s2}^{*}(2573)}^{2} - q^{2}\right)}\left(g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}\right) + diğer\ yapılar + .... \tag{3.10}$$

Burada tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabiti için KRD toplam kuralından hesaplarımıza uygun bir yapı seçilir.

KRD kısmında, (3.1) denklemindeki korelasyon fonksiyonu, $q^2 << 0$ olan derin Öklit bölgesinde kısa (pertürbatif) – uzun (pertürbatif olmayan) mesafe katkılarının ayrıldığı Operatör Çarpım Açılımı kullanılarak hesaplanmıştır. Pertürbatif kısım pertürbasyon teori kullanılarak hesaplanmıştır. Pertürbatif olmayan kısım da kuark kütleleri, kuarklar, gluon yoğuşmaları gibi KRD parametreleri cinsinden ifade edilmiştir. Böylece KRD kısmında, $\left(g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}\right)$ olan yapının katsayısı dispersiyon integrali ve pertürbatif olmayan kısmın toplamı şeklinde yazılabilir:

$$\Pi^{KRD}\left(q^2\right) = \int ds \frac{\rho^{pert}(s)}{\left(s - q^2\right)} + \Pi^{pert.olmayan}\left(q^2\right). \tag{3.11}$$

Burada $\rho^{pert}(s)$ spektral yoğunluk, pertürbatif katkının imajineri alınarak elde edilir:

$$\rho^{pert}(s) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\left[\Pi^{pert}(s)\right]. \tag{3.12}$$

Şimdi amacımız sırasıyla $\rho^{pert}(s)$ ve $\Pi^{pert.olmayan}\left(q^2\right)$ terimlerini hesaplamaktır. Denklem (3.2)' de verilen tensör akım ifadesi korelasyon fonksiyonunda yazılır ve Eşitlik (A7)' de bir örneği verilmiş olan Wick teoremi yoluyla kuark çiftleri etkileştirilerek aşağıdaki denkleme ulaşılır:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}^{KRD}=\frac{i}{4}\int d^4x e^{iq\cdot(x-y)}\left\{Tr\left[S_s(y-x)\gamma_\mu \vec{D}_\nu(x)\times\vec{D}_\beta(y)S_c(x-y)\gamma_\alpha\right]+\left[\beta\leftrightarrow\alpha\right]+\left[\nu\leftrightarrow\mu\right]\right.$$
$$\left.+\left[\beta\leftrightarrow\alpha,\nu\leftrightarrow\mu\right]\right\}. \tag{3.13}$$

Hesaplara devam edebilmek için [49]' da hesaplanan ağır ve hafif kuark ilerleticilerin ifadelerini bilmek gerekir. Tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabitine oldukça küçük katkılar veren gluon alanları ihmal edilerek, ağır ve hafif kuark ilerleticilerin açık ifadeleri verilmiştir [69–71]:

$$S_c^{ij}(x-y)=\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{-ik\cdot(x-y)}\frac{(\not{k}+m_c)}{\left(k^2-m_c^2\right)}\delta_{ij}+... \tag{3.14}$$

ve

$$S_s^{ij}(x-y)=i\frac{(\not{x}-\not{y})}{2\pi^2(x-y)^4}\delta_{ij}-\frac{m_s}{4\pi^2(x-y)^2}\delta_{ij}-\frac{\langle\bar{s}s\rangle}{12}\left[1-i\frac{m_s}{4}(\not{x}-\not{y})\right]\delta_{ij}$$
$$-\frac{(x-y)^2}{192}m_0^2\langle\bar{s}s\rangle\left[1-i\frac{m_s}{6}(\not{x}-\not{y})\right]\delta_{ij}+... . \tag{3.15}$$

Denklem (3.13)' de kuark ilerleticilerini yazdıktan sonra $x$ ve $y$ ' ye göre olan türevler alınır (Ek-A). Sonuç olarak $y=0$ alındığında koordinat uzayında korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}^{KRD}=\frac{N_c}{16(2\pi)^4}\int d^4x e^{iq\cdot x}\int d^4k\frac{e^{-ik\cdot x}}{\left(k^2-m_c^2\right)}\left\{\left[Tr\,\Gamma_{\mu\nu,\alpha\beta}\right]+\left[\beta\leftrightarrow\alpha\right]+\left[\nu\leftrightarrow\mu\right]+\left[\beta\leftrightarrow\alpha,\nu\leftrightarrow\mu\right]\right\}. \tag{3.16}$$

Burada $N_c=3$ renk faktörüdür ve $\Gamma_{\mu\nu,\alpha\beta}$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Gamma_{\mu\nu,\alpha\beta} = k_\nu k_\beta \left[ \frac{i\not{x}}{2\pi^2 x^4} + \frac{m_s}{4\pi^2 x^2} + \left( \frac{1}{12} + \frac{i m_s \not{x}}{48} + \frac{x^2 m_0^2}{192} + \frac{i x^2 m_s m_0^2 \not{x}}{1152} \right) \langle \bar{s}s \rangle \right] \gamma_\mu (\not{k} + m_c) \gamma_\alpha + i k_\beta \left[ \frac{i}{2\pi^2} \left( \frac{4 x_\nu \not{x}}{x^6} - \frac{\gamma_\nu}{x^4} \right) \right.$$
$$+ \frac{m_s x_\nu}{2\pi^2 x^4} + \left( \frac{i m_s \gamma_\nu}{48} - \frac{x_\nu m_0^2}{96} - \frac{i m_0^2 m_s (2 x_\nu \not{x} + x^2 \gamma_\nu)}{1152} \right) \langle \bar{s}s \rangle \Bigg] \gamma_\mu (\not{k} + m_c) \gamma_\alpha + \left[ \frac{4i}{2\pi^2 x^6} \left( \frac{6 x_\beta x_\nu \not{x}}{x^2} + g_{\nu\beta} \not{x} \right. \right.$$
$$\left. - \gamma_\nu x_\beta + \gamma_\beta x_\nu \right) + \frac{m_s}{2\pi^2} \left( -\frac{4 x_\beta x_\nu}{x^6} + \frac{g_{\nu\beta}}{x^4} \right) + \left( \frac{g_{\nu\beta} m_0^2}{96} + \frac{i m_s m_0^2}{576} (g_{\nu\beta} \not{x} + x_\beta \gamma_\nu + x_\nu \gamma_\beta) \right) \langle \bar{s}s \rangle \Bigg] \gamma_\mu (\not{k} + m_c) \gamma_\alpha \qquad (3.17)$$
$$- i k_\nu \left[ \frac{i}{2\pi^2} \left( \frac{\gamma_\beta}{x^4} - \frac{4 x_\beta \not{x}}{x^6} \right) - \frac{m_s x_\beta}{2\pi^2 x^4} + \left( \frac{i m_s \gamma_\beta}{48} + \frac{m_0^2 x_\beta}{96} + \frac{i m_s m_0^2}{1152} (2 x_\beta \not{x} + x^2 \gamma_\beta) \langle \bar{s}s \rangle \right) \right] \gamma_\mu (\not{k} + m_c) \gamma_\alpha$$
$$+ [\beta \leftrightarrow \alpha] + [\nu \leftrightarrow \mu] + [\beta \leftrightarrow \alpha, \nu \leftrightarrow \mu].$$

Denklem (3.16)' da yer alan bütün izler alınır. İntegralleri hesaplamak için $\frac{1}{(x^2)^n}$' li ifadeler momentum uzayına yani $x_\mu \to -i \frac{\partial}{\partial q_\mu}$' ye dönüştürülür. Dört-boyutlu $x$ üzerinden alınan integral bize Dirac delta fonksiyonunu verir ve Dirac delta fonksiyonu da dört-boyutlu $k$ üzerinden integral almamızı sağlar. Dört-boyutlu $p$ üzerinden son integrali almak için Denklem (A21)' de verilen Feynman Parametrizasyon Tekniği ve aşağıda verilen dönüşüm kullanılır:

$$\int d^4 p \frac{(p^2)^\beta}{(p^2 + L)^\alpha} = \frac{i\pi^2 (-1)^{\beta-\alpha} \Gamma(\alpha - \beta - 2)}{\Gamma(2) \Gamma(\alpha) [-L]^{\alpha-\beta-2}}. \qquad (3.18)$$

Burada $L = -m_c^2 x + x(1-x) q^2$ ve buradaki $x$ Feynman parametresidir. Yapılan uzun hesaplamalardan sonra spektral yoğunluk elde edilir:

$$\rho^{pert}(s) = N_c \frac{(m_c^2 - s)^3 (2 m_c^4 + m_c^2 s + 10 m_c m_s s - 3 s^2)}{960 \pi^2 s^3}. \qquad (3.19)$$

Pertürbatif olmayan kısım için de

$$\Pi^{pert.olmayan}(q^2) = m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle \frac{(24 m_c^3 - m_c^2 m_s - 24 m_c q^2 - 5 m_s q^2)}{1152 (m_c^2 - q^2)^2} \qquad (3.20)$$

eşitliği bulunur. Elde edilen korelasyon fonksiyonunun KRD ve fiziksel kısmı birbirine eşitlenip Borel dönüşümü uygulandıktan sonra $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabiti için toplam kuralı

$$f_{D_{s2}^{*}(2573)}^{2} e^{-m_{D_{s2}^{*}(2573)}^{2}/M^{2}} = \frac{2}{m_{D_{s2}^{*}(2573)}^{6}} \left( \int_{(m_c+m_s)^2}^{s_0} ds\, \rho(s) e^{-s/M^2} + \hat{B}\Pi^{pert.olmayan}(M^2) \right) \tag{3.21}$$

şeklinde bulunur. Burada $s_0$ süreklilik eşiği ve $M^2$ Borel kütle parametresidir. $\hat{B}\Pi^{pert.olmayan}(q^2)$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{B}\Pi^{pert.olmayan}(M^2) = m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle \frac{\left(24M^2 m_c + 5M^2 m_s - 6m_c^2 m_s\right)}{1152M^2} e^{-m_c^2/M^2}. \tag{3.22}$$

$D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun kütlesine ise aşağıdaki eşitlikten ulaşılır:

$$m_{D_{s2}^{*}(2573)}^{2} = \frac{\int_{(m_c+m_s)^2}^{s_0} ds\, s\, \rho(s) e^{-s/M^2} + \frac{\partial}{\partial(-1/M^2)} \hat{B}\Pi^{pert.olmayan}(q^2)}{\int_{(m_c+m_s)^2}^{s_0} ds \rho(s) e^{-s/M^2} + \hat{B}\Pi^{pert.olmayan}(q^2)}. \tag{3.23}$$

### 3.2. Nümerik Sonuçlar

$D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabiti için elde edilen toplam kurallarını nümerik olarak incelemek amacıyla aşağıdaki giriş parametreleri kullanılır: $m_c = (1,275 \pm 0,025)$ GeV [57], $\langle \bar{s}s(1\text{GeV}) \rangle = -0,8(0,24 \pm 0,01)^3$ GeV$^3$ [72] ve $m_0^2\,(1\text{GeV}) = (0,8 \pm 0,2)$ GeV$^2$ [73, 74].

Yukarda bahsettiğimiz fiziksel niceliklerin toplam kuralları iki tane yardımcı parametre içerir. Bunlar Borel dönüşümünden gelen $M^2$ Borel kütle parametresi ve süreklilikten gelen $s_0$ süreklilik eşiğidir. Bu metodun genel ölçütlerine göre kütle ve leptonik bozunma sabitinin bu yardımcı parametrelere oldukça zayıf bağlı olması istenir. Böylece bu parametrelerin çalışma bölgesi bulunur. $s_0$ süreklilik eşiği tamamıyla değişken değildir ancak aynı kuantum sayılı uyarılmış durumların enerjileriyle ilişkilidir. Sonuç olarak süreklilik eşiği için $s_0 = (10,0 \pm 0,5)$ GeV$^2$ değeri seçilir. Borel kütle parametresi için çalışma bölgesi, yüksek mertebeden ve

süreklilikten gelen katkılar ve ayrıca az katkı veren yüksek mertebeli operatörlerden gelen katkılar ortadan kaldırılarak hesaplanır. Fiziksel nicelikler için toplam kuralları yakınsaktır ve tüm katkının önemli bir kısmı pertürbatif kısımdan gelir. Böylece Borel parametresinin üst sınırı aşağıdaki ifadeden bulunur:

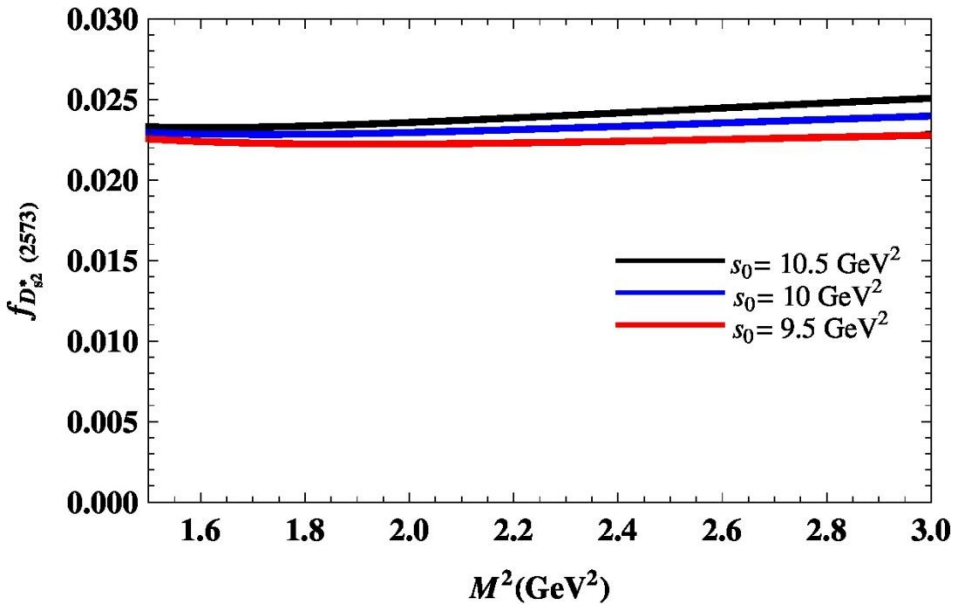
$$\frac{\int_{s_{\min}}^{s_0} \rho(s) e^{-s/M^2} ds}{\int_{s_{\min}}^{\infty} \rho(s) e^{-s/M^2} ds} > 1/2. \tag{3.24}$$

Buradan da

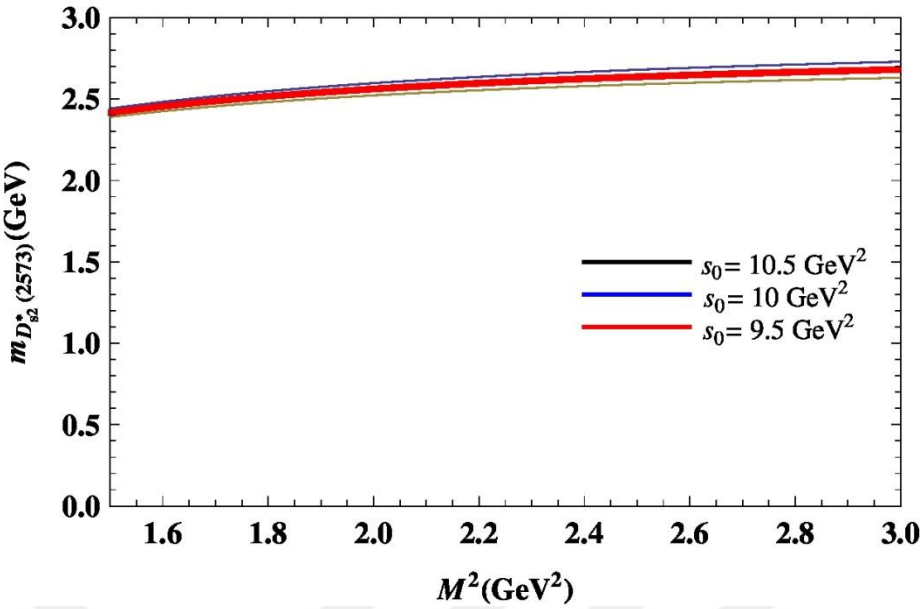
$$M^2_{\max} = 3 \text{ GeV}^2 \tag{3.25}$$

şeklinde olur. Bu parametrenin alt sınırı pertürbatif kısmın katkısının pertürbatif olmayan kısmın katkısını aştığı noktada elde edilir. Bu sınırlamalarla aşağıdaki değere ulaşılır:

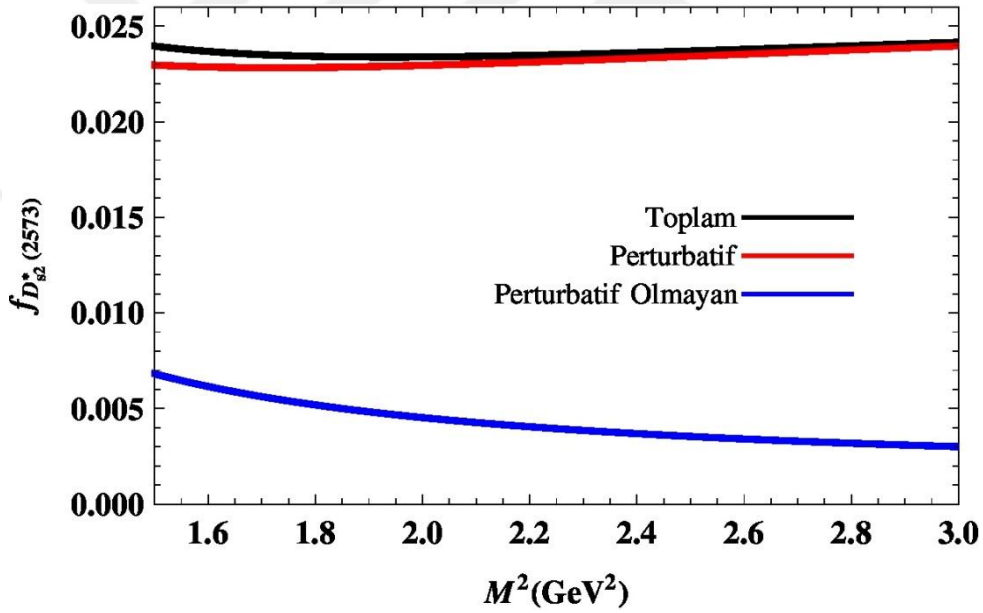
$$M^2_{\min} = 1,5 \text{ GeV}^2 \tag{3.26}$$




Şekil 3.3. $s_0 = 9,5 - 10 - 10,5 \text{ GeV}^2$, de $f_{D_{s2(2573)}^*}$ leptonik bozunma sabitinin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı.




Şekil 3.4. $s_0 = 9,5 - 10 - 10,5\ \text{GeV}^2$' de $m_{D_{s2}^*(2573)}$ kütlesinin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı.




Şekil 3.5. $s_0 = 10\ \text{GeV}^2$' de $f_{D_{s2}^*(2573)}$ leptonik bozunma sabitinin katkılarının ayrı ayrı gösterimi.

Şekil 3.3 ve Şekil 3.4' de süreklilik eşiğinin sabit bir değerinde tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabitinin Borel kütle parametresine göre bağlılığı çizilmiştir. Şekil 3.5' de ise $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonun leptonik bozunma sabitinin katkıları ayrı ayrı gösterilmiştir. Bu şekillerden elde edilen sonuçların Borel kütle parametresine çok az da olsa bağlı olduğu görülür. Yukarıdaki analizler KRD toplam

kuralları yönteminde standart prosedüre dayandırılmıştır. Örneğin, kuark-hadron ikiliği yaklaşımı kullanılmış ve süreklilik eşiği Borel kütle parametresinden bağımsız olarak alınmıştır. Ancak [75]' de olduğu gibi süreklilik eşiği $M^2$' ye bağlı olabilir. Böylece standart prosedür gerçeğe uygun hataları ifade etmiyor ve gerçekten asıl hatalar daha büyük olabilir. Nümerik hesaplarımız Borel kütle parametresine bağlı alınan süreklilik eşiğinin %15 ekstra bir sistematik hata verdiğini gösteriyor. Bu da nümerik değerlere eklenmiştir.

Yardımcı parametrelerin çalışma bölgesi kullanılarak ve tüm sistematik belirsizlikler göz önüne alınarak $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabitinin nümerik sonuçları Tablo 3.1' de yazılmıştır. Kütle için elde edilen sonuç var olan deneysel veriyle kıyaslanmış ve iyi bir tutarlılık olduğu görülmüştür. Elde edilen $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun leptonik bozunma sabiti değeri de gelecekte yapılacak deneylerle doğrulanabilir. Sonuçlarda var olan hatalar her iki yardımcı parametrenin çalışma alanlarının belirlenmesindeki belirsizlikten kaynaklanabilir ve tabi sistematik hatalar da olabilir. Ayrıca bu parçacığın kütle ve leptonik bozunma sabiti, bizim çalışmamızdan sonraki yılda yapılan [76]' da verilen Termal KRD yöntemi ile hesaplanmış ve elde edilen sonuçların bizim çalışmamız ile uyumlu olduğu görülmüştür [77].

Tablo 3.1. $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri

| | $m_{D_{s2(2573)}^{*}}$ | $f_{D_{s2(2573)}^{*}}$ |
|---|---|---|
| Sonuçlarımız [78] | $(2549 \pm 440)\,\mathrm{MeV}$ | $0,023 \pm 0,011$ |
| Deney [57] | $(2571,9 \pm 0,8)\,\mathrm{MeV}$ | ... |
| Termal KRD [76] | $(2,69 \pm 0,48)\,\mathrm{GeV}$ | $0,029 \pm 0,014$ |

Daha sonraki amacımız ise, acayip kuarkın yukarı ya da aşağı kuark ile yer değiştirmesiyle $SU(3)$ çeşni ihlalinin mertebesini tahmin etmektir. Hesaplarımız ihlalin tılsımlı tensör mezon durumunda maksimum %7 olduğunu göstermektedir.

# 4. $\chi_{b2}$(1P) BOTONYUM TENSÖR MEZONUN $B_c$ SÖZDE-SKALER MEZONA GEÇİŞİNİN İNCELENMESİ

Kuark kütlelerinin doğru bir şekilde belirlenmesi, Standart Modelin yüksek-duyarlılık testlerinin önemli unsurlarındandır. Çünkü kuarklar deneysel olarak izole edilemezler. Bu nedenle kütle dikkatli bir şekilde belirlenmeli ve deneyde girilebilir olan niceliklerden çıkarılan kütle, bir teori ile kontrol edilmelidir. $b$-kuark kütlesi oldukça önemlidir. Çünkü $b$-kuark kütlesindeki belirsizlik, B fiziğinin Standart Model çerçevesindeki testlerinde olduğu kadar $H \to b\bar{b}$ bozunumunun tesir kesiti ölçümlerinde de hatalara yol açar.

Kuark hapsinden dolayı kuark kütleleri fiziksel olarak ölçülebilir nicelikler değildir. Bu nedenle kuark kütlesi kavramı teorik bir ifadedir. Kuark kütlesinin geniş bir tanım aralığı mevcuttur. Kuark kütlesi için genel bir seçim, renormalize edilmiş ağır kuark ilerleticisindeki kutup kütlesidir. Ancak kutup kütlesi tamamıyla pertürbatif bir kavramdır ve renormalon olarak bilinen kızılötesi belirsizlikten etkilenir. Daha iyi bir kütle tanımı ise $\overline{MS}$ (Minimal Subtraction- Minumum Çıkartma) şemasında bulunan, yapılandırmadan gelen renormalon belirsizliklerinden bağımsız ve kuark kütlelerinin belirlenmesi için klasik bir seçim olan kayan kütledir [79].

Bugüne kadar yapılan yüksek enerji fiziği deneylerinde $b$ ve $c$ kuark içeren sadece tek bir mezon tespit edilmiştir: $B_c$ mezon. Ağır kuark antikuark bağlı durumu olan $B_c$ mezon, KRD potansiyel modellerini incelemekte ve ağır hadronların zayıf bozunumlarını daha iyi anlamakta bize yardımcı olur. LHC ve süper-B deneyleri, sözde-skaler $B_c$ mezon hakkında bize yeni veriler sunacaktır. $B_c$ mezonun diğer mümkün durumları ise (skaler, vektör, eksenel-vektör ve tensör) henüz deneylerde gözlenmemiştir. Fakat yakın gelecekte LHC' de üretilebileceği öngörülmekte ve bununla ilgili deneysel çalışmalar devam etmektedir. Buna paralel olarak, teorik çalışmalar da bu mezonun bozunum kanalları üzerine yoğunlaşmıştır.

Son on yılda B-deneyleri, $XYZ$ durumları olarak adlandırılan $c$ veya $b$ kuark içeren çok sayıda hadronik rezonansları araştırmaktadır. Bunlar standart kuarkonyum yorumuna uymazlar, dolayısıyla "egzotik" olarak adlandırılırlar. Bu araştırmalar hadron spektroskopisinde yeni bir alan açmıştır ama kapsamlı bir teorik çalışması yoktur. Bu yeni hadronlar sıkıştırılmış dörtlü-kuark olarak da yorumlanır [80].

Yüksek enerji fizikçilerine göre Büyük Patlama' dan yaklaşık birkaç mikro saniye sonra evrenin tümü $10^{12}$ Kelvin sıcaklığında maddenin ilk hali olarak adlandırılan Kuark Gluon Plazma (KGP) durumundadır. Deneysel çalışmalarda hadronik maddeyle ilgili araştırma yapmanın tek yolu, yüksek enerjilerde ağır-iyonları çarpıştırmaktır. Fizikçiler yüksek enerjilerde, ağır iyonları çarpıştırarak çok sıcak ve yoğun olan evrenin ilk aşamalarındaki koşulları laboratuvar koşullarında oluşturmak ister ve meydana gelen etkileşmeleri analiz ederek maddenin yeni halini araştırır.

Yüksek sıcaklıklarda kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşmelerde plazmadakine benzer bir Debye perdelemesinin varlığı öngörülmektedir. Bu ise bizi hadronik bağlı durumların ayrışmasına götürür. Böylece KGP ortamının ağır iyon çarpışmalarında $J/\psi$ parçacığının üretiminin engellenebileceği öne sürülmektedir.

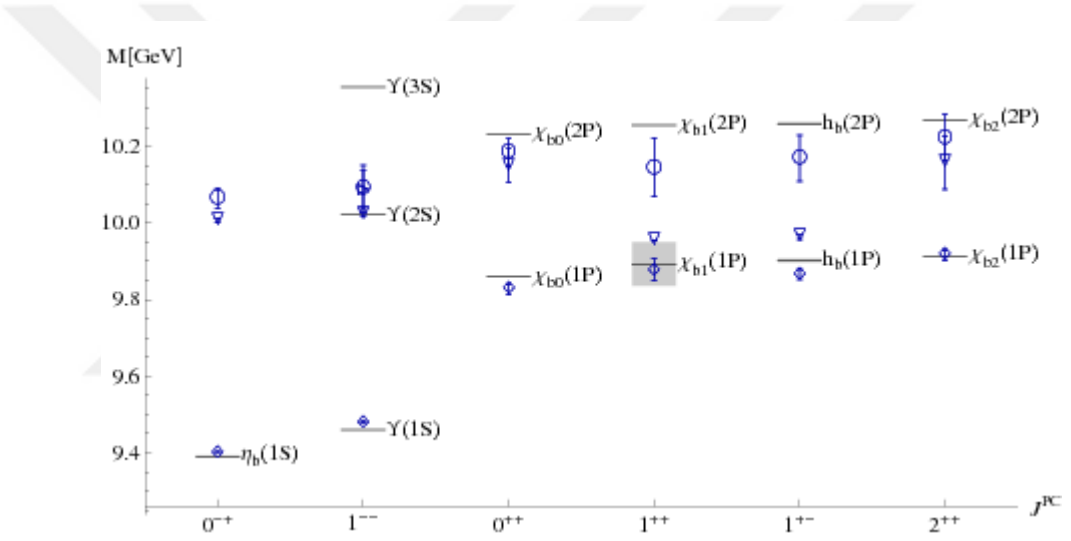
Son zamanlarda, KGP konusunda oldukça önemli deneysel gelişmeler ve buluşlar olmaktadır. Cenevre' de bulunan CERN' ün Süper Proton Hızlandırıcı (SPS) deneyleri, 1980' lerde KGP maddesinin varlığının ilk ikna edici delilini ortaya çıkardı. Brookhaven Ulusal Laboratuvarındaki Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısında (RHIC) yapılan deneylerde altın çekirdekleri ve CERN' de bulunan LHC' de kurşun çekirdekleri çarpıştırılarak deneyler yapılmıştır. Ayrıca RHIC' de yüksek enerji fizikçileri yaklaşık $4\times10^{12}\,^{\circ}\mathrm{C}$ kuark-gluon plazma oluşturduklarını iddia etmişlerdir. CERN' deki LHC' de, ALICE, ATLAS ve CMS spektrometrelerinde KGP' nin özellikleri araştırılarak üç yeni deney yapılmaktadır. 2012 yılında ALICE' de KGP' nin kritik sıcaklığı $5{,}5\times10^{12}\,^{\circ}\mathrm{C}$ olarak belirlenmiştir. Ağır-iyon çarpıştırıcılarının (LHC, RHIC-II ve Darmstadt' daki FAIR-PANDA deneyinde) kuarkonyum üretimi ile ilgili yapılacak olan deneylerinden, hadronik madde hakkında bilgi elde edilmesi ve teorik çalışmalara katkıda bulunması beklenmektedir [81, 82].

Tablo 4.1' de en düşük kuarkonyum durumlarının kuantum sayıları verilmiştir.

Tablo 4.1. En düşük kuarkonyum durumlarının kuantum sayıları

| $^{2S+1}l_J$ | $^1S_0$ | $^3S_1$ | $^1P_1$ | $^3P_0$ | $^3P_1$ | $^3P_2$ | $^1D_2$ | $^3D_1$ | $^3D_2$ | $^3D_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $J^{PC}$ | $0^{-+}$ | $1^{--}$ | $1^{+-}$ | $0^{++}$ | $1^{++}$ | $2^{++}$ | $2^{-+}$ | $1^{--}$ | $2^{--}$ | $3^{--}$ |

Ağır kuarkonyum durumları için $J^{PC}=0^{--}$, $0^{+-}$, $1^{-+}$ yada $2^{+-}$ kuantum sayılarına sahip olmak imkansızdır. Ağır kuarkonyum için yasaklı olan bu kuantum sayıları egzotik kuantum sayıları olarak adlandırılır. Şekil 4.1' de var olan botonyumların kütle değerleri ve kuantum durumları gösterilmiştir.




Şekil 4.1. Botonyum spektrumu [83]

Son yıllarda $b$ ve anti-$b$ kuarkların bağlı durumlarına (botonyum) olan ilgi aşağıdaki nedenlerden dolayı artmıştır:

a. $b$ kuarklar $\left(m_b \simeq 4,2 \text{ GeV}\right)$ $c$ kuarklardan çok daha ağırdır $\left(m_c \simeq 1,3 \text{ GeV}\right)$. Sonuç olarak fenomenolojik uygulamaları destekleyen ağır kuark etkin teorileri, daha sağlam bir temele oturur.

b. Büyük kütleleri nedeniyle, başlangıç durumundaki nükleer baskılama etkilerinin çarmonyum durumlarından çok daha küçük olması beklenir.

c. Botonyum durumlarının kütlesi $\left(m_\Upsilon \approx 10 \text{ GeV}\right)$ rölativistik ağır iyon çarpışmalarında oluşan sıcaklıklardan $\left(T \leq 1 \text{ GeV}\right)$ çok daha büyüktür. Sonuç

olarak botonyum üretimi başlangıçtaki yüksek enerjili saçılmalar nedeniyle baskın olacaktır.

d. Plazma içinde $b$ ve anti-$b$ kuarkların sayıları göreceli olarak az olduğundan, botonyum durumlarının tekrar oluşma olasılığı $c$ kuarklarınkinden çok daha küçüktür.

Sonuç olarak botonyum sistemleri üzerine yapılan araştırmalar bizlere $b\bar{b}$ sistemlerinin doğası ve KGP' nin varlığı hakkında önemli bilgiler sunacaktır. Yüksek enerjilerde botonyum durumlarının üretimi, teorik ve deneysel çalışmalarda beklenenden azdır [82, 84]. Bu durumların incelenmesi için kısa ve uzun mesafeler içeren ve böylece hem pertürbatif hem de pertürbatif olmayan katkıların hesaplandığı KRD toplam kuralları uygulanır.

### 4.1. $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ Geçişinin Form Faktörleri

Burada, botonyum sistemlerin önemli üyelerinden olan $\chi_{b2}(1P)$ tensör mezonun ağır $B_c$ mezona bozunumunun özelliklerini inceleyeceğiz. $J^P = 0^-$ kuantum sayısına sahip $B_c$ mezonu, farklı çeşnili iki ağır kuarktan oluşan tek mezondur. Diğer mümkün $B_c$ durumları (skaler, vektör, eksenel-vektör ve tensör) henüz gözlenmemiştir. Ancak yakın gelecekte birçok yeni $B_c$ türlerinin LHC' de üretilmesi beklenmektedir.

İki gluon yoğuşma katkısı hesaba katılarak, yarı-leptonik $\chi_{b2}(1P) \to B_c \bar{l} \nu$ bozunum kanalının geçiş form faktörleri üç-noktalı KRD toplam kuralı ile hesaplanmıştır. Tüm lepton kanallarında bu geçişin bozunma genişliğini hesaplamak için geçiş form faktörlerinin değerleri kullanılır. $\chi_{b2}$ tensör mezonu $b\bar{b}$ bağlı durumundan oluşur ve $\mathrm{I}^G(J^{PC}) = 0^+(2^{++})$ kuantum sayılarına sahiptir. Hesaba başlarken yazılan üç-noktalı korelasyon fonksiyonunda bulunan ara akımlar kovaryant türev içerir. Bu nedenle hesaplara ilk olarak koordinat uzayında başlanmış daha sonra Fourier integrali kullanılarak momentum uzayına geçilmiştir. Yüksek mertebeden ve süreklilikten gelen katkıları ihmal etmek için de Borel dönüşümleri uygulanmıştır. $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$

yarı-leptonik geçişin form faktörünü hesaplarken, $b \to c\bar{l}\nu$ kuark geçişinin olduğu efektif Hamiltonyen yazılır:

$$\mathrm{H}_{eff}(b \to c\bar{l}\,\nu_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb}\bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)bl\gamma^\mu(1-\gamma_5)\bar{\nu}, \tag{4.1}$$

burada $G_F = 1{,}167\times10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-2}$ Fermi zayıf etkileşme sabiti ve $V_{cb}$, CKM matris elemanıdır. İlk ve son durumlar arasına efektif Hamiltonyen yerleştirilerek, bu geçişin genliği geçiş matris elemanları cinsinden elde edilir. Bu matris elemanları daha sonra geçiş form faktörleri cinsinden tanımlanacaktır.

Geçiş form faktörlerini hesaplamak için KRD toplam kuralları kullanarak üç-noktalı korelasyon fonksiyonu yazılır:

$$\Pi_{\mu\alpha\beta}(p,p',q) = i^2\int d^4x e^{-ip.x}\int d^4y e^{ip'.y}\left\langle 0\left|T\left\{j_{B_c}(y)j_\mu^{tr,V-A}(0)\,j^{\dagger\chi_{b2}}_{\alpha\beta}(x)\right\}\right|0\right\rangle. \tag{4.2}$$

$T$ daha önce ifade ettiğimiz gibi zaman sıralama operatörüdür ve geçiş akımı $j_\mu^{tr,V-A}(0) = \bar{c}(0)\gamma_\mu(1-\gamma_5)b(0)$ olarak tanımlanır. Giren ve çıkan mezonların ara kesit akımları kuark alanları cinsinden aşağıdaki gibi yazılır:

$$j^{\chi_{b2}}_{\alpha\beta}(x) = \frac{i}{2}\left[\bar{b}(x)\gamma_\alpha\ddot{D}_\beta(x)b(x) + \bar{b}(x)\gamma_\beta\ddot{D}_\alpha(x)b(x)\right] \tag{4.3}$$

ve

$$j_{B_c}(y) = \bar{b}(y)\gamma_5 c(y). \tag{4.4}$$

Burada $\ddot{D}_\beta(x)$ dörtlü türevdir ve $x$' e göre aynı anda iki yöne etki eder. Bir önceki bölümde Denklem (3.3) ve (3.4)' de tanımlanmıştır.

Giriş bölümünde korelasyon fonksiyonun iki farklı şekilde hesaplandığını söylemiştik. Fiziksel yada fenomenolojik kısımda, korelasyon fonksiyonu hadronik parametreler yani kütle ve bozunma sabiti cinsinden elde edilir. KRD yada teorik kısımda ise korelasyon fonksiyonu, KRD serbestlik dereceleri yani kuark kütleleri ve kuark ve gluon yoğuşmaları cinsinden OPE yardımıyla hesaplanır. Form faktörler

için KRD toplam kuralları, yukarıda bahsedilen iki yöntemin birbirine eşitlenmesi ile bulunur. Ayrıca çift katlı Borel dönüşümü uygulayarak yüksek mertebeden ve süreklilikten gelen katkılar bastırılır.

Fiziksel kısmın hesabına, Denklem (4.2)' deki korelasyon fonksiyonuna $\chi_{b2}$' nin kuantum sayılarına uygun durumların tam setleri yerleştirilerek başlanır. *x* ve *y* üzerinden dörtlü integral alındıktan ve yüksek mertebeden gelen katkılar ayrıldıktan sonra aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\Pi^{FİZ}_{\mu\alpha\beta}(p,p',q)=\frac{\langle 0|j_{B_c}(0)|B_c(p')\rangle\langle B_c(p')|j^{tr,V-A}_{\mu}|\chi_{b2}(p,\varepsilon)\rangle\langle\chi_{b2}(p,\varepsilon)|j^{\dagger\chi_{b2}}_{\alpha\beta}(0)|0\rangle}{\left(p'^2-m^2_{B_c}\right)\left(p^2-m^2_{\chi_{b2}}\right)}+... \quad (4.5)$$

Burada (...) yüksek durumlardan ve süreklilikten gelen katkıyı ifade eder. Hesabı devam ettirebilmek için bozunma sabiti, kütle ve polarizasyon tensörü cinsinden aşağıdaki matris elemanları tanımlanır:

$$\begin{aligned}
&\langle B_c(p')|j^{tr,V}_{\mu}|\chi_{b2}(p,\varepsilon)\rangle = h(q^2)\varepsilon_{\mu\nu\theta\eta}\varepsilon^{\nu\lambda}P_{\lambda}P^{\theta}q^{\eta},\\
&\langle B_c(p')|j^{tr,A}_{\mu}|\chi_{b2}(p,\varepsilon)\rangle = -i\left\{K(q^2)\varepsilon_{\mu\nu}P^{\nu}+\varepsilon_{\theta\eta}P^{\theta}P^{\eta}\left[P_{\mu}b_{+}(q^2)+q_{\mu}b_{-}(q^2)\right]\right\}, \quad (4.6)\\
&\langle 0|j_{B_c}(0)|B_c(p')\rangle = i\frac{f_{B_c}m^2_{B_c}}{m_c+m_b}
\end{aligned}$$

ve

$$\langle\chi_{b2}(p,\varepsilon)|j^{\dagger\chi_{b2}}_{\alpha\beta}(0)|0\rangle = f_{\chi_{b2}}m^3_{\chi_{b2}}\varepsilon^{*}_{\alpha\beta}. \quad (4.7)$$

Burada $h(q^2)$, $K(q^2)$, $b_{+}(q^2)$ ve $b_{-}(q^2)$ geçiş form faktörleri, $\varepsilon_{\alpha\beta}$, $\chi_{b2}$ mezonun polarizasyon tensörüdür. $f_{\chi_{b2}}$ ve $f_{B_c}$ sırasıyla $\chi_{b2}$ ve $B_c$ mezonların leptonik bozunma sabitleridir. $P_{\mu}=(p+p')_{\mu}$ ve $q_{\mu}=(p-p')_{\mu}$. Denklem (4.6) ve (4.7)' de verilen matris elemanları Eşitlik (4.5)' de yerine yazılır ve fiziksel kısım için korelasyon fonksiyonu elde edilir:

$$\Pi^{FIZ}_{\mu\nu\beta}(p,p',q)=\frac{f_{\chi_{b2}}f_{B_c}m_{\chi_{b2}}m^2_{B_c}}{8(m_b+m_c)(p^2-m^2_{\chi_{b2}})(p'^2-m^2_{B_c})}\Big\{\Delta K(q^2)q_\alpha g_{\beta\mu}$$
$$-\frac{2}{3}\Big[\Big(\Delta' b_-(q^2)+\Delta K(q^2)\Big)\Big]q_\mu g_{\alpha\beta}$$
$$-\frac{2}{3}\Big(\Delta' b_+(q^2)+K(q^2)\Big(\Delta+4m^2_{\chi_{b2}}\Big)\Big)P_\mu g_{\alpha\beta} \qquad (4.8)$$
$$-i(\Delta-4m^2_{\chi_{b2}})h(q^2)\varepsilon_{\lambda\eta\beta\mu}P_\lambda P_\eta q_\alpha+diğer\ yapılar\Big\}+....$$

Burada,

$$\Delta=m^2_{B_c}+3m^2_{\chi_{b2}}-q^2 \qquad (4.9)$$

ve

$$\Delta'=m^4_{B_c}-2m^2_{B_c}(m^2_{\chi_{b2}}+q^2)+(m^2_{\chi_{b2}}-q^2)^2. \qquad (4.10)$$

Form faktörleri bulabilmek için sadece belli yapılar kullanılır. Ayrıca, Denklem (4.8) elde edilirken Eşitlik (3.8)' de verilen polarizasyon tensörü üzerinden toplam yapılır ve Eşitlik (3.9)' dan da yararlanılır.

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı, $p^2\to-\infty$ ve $p'^2\to-\infty$ olduğu derin Öklit bölgesinde OPE yoluyla hesaplanır. Ara kesit akımların açık ifadeleri korelasyon fonksiyonunda yazılır ve Wick teoremi yoluyla aşağıdaki eşitliğe ulaşılır:

$$\Pi^{KRD}_{\mu\alpha\beta}(p,p',q)=\frac{-i^3}{2}\int d^4x\int d^4y\,e^{-ip\cdot x}e^{ip'\cdot y}$$
$$\times\Big\{Tr\Big[S^{ia}_b(x-y)\gamma_5 S^{aj}_c(y)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\vec{\vec{D}}_\beta(x)S^{ji}_b(-x)\gamma_\alpha\Big]+\beta\leftrightarrow\alpha\Big\}. \qquad (4.11)$$

Burada $S_Q$ ağır kuark ilerleticisidir ve aşağıda açık ifadesi verilmiştir:

$$S^{ai}_Q(x)=\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\,e^{-ik\cdot(x)}\Bigg\{\frac{\delta_{ai}}{\left(\not k-m_Q\right)}-\frac{g_sG^{\psi\varphi}_{ai}}{4}\frac{\sigma_{\psi\varphi}(\not k+m_Q)+(\not k+m_Q)\sigma_{\psi\varphi}}{\left(k^2-m^2_Q\right)^2}$$
$$+\frac{\pi^2}{3}\left\langle\frac{\alpha_sGG}{\pi}\right\rangle\delta_{ai}m_Q\frac{k^2+m_Q\not k}{\left(k^2-m^2_Q\right)^4}+...\Bigg\}. \qquad (4.12)$$

Burada $Q=b$ yada $c$ kuarktır. Denklem (4.12)' de verilen ağır kuark ilerleticilerin açık ifadesini yazıp $x$ ve $y$ üzerinden dörtlü integral uyguladıktan sonra korelasyon fonksiyonunun teorik kısmı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\alpha\beta}^{KRD}(p,p',q) &= \left(\Pi_1^{pert}(q^2)+\Pi_1^{pert.olmayan}(q^2)\right)q_\alpha g_{\beta\mu} \\ &+\left(\Pi_2^{pert}(q^2)+\Pi_2^{pert.olmayan}(q^2)\right)q_\mu g_{\beta\alpha} \\ &+\left(\Pi_3^{pert}(q^2)+\Pi_3^{pert.olmayan}(q^2)\right)P_\mu g_{\beta\alpha} \\ &+\left(\Pi_4^{pert}(q^2)+\Pi_4^{pert.olmayan}(q^2)\right)\varepsilon_{\lambda\nu\beta\mu}P_\lambda P_\alpha q_\nu + diğer\ yapılar.\end{aligned} \tag{4.13}$$

$i=1,2,3,4$ olmak üzere $\Pi_i^{pert}\left(q^2\right)$, seçilen yapıların katsayısının pertürbatif kısmıdır ve aşağıdaki çift dispersiyon integrali ile de gösterilebilir:

$$\Pi_i^{pert}\left(q^2\right)=\int ds\int ds'\frac{\rho_i(s,s',q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)}+çıkarılan\ terimler. \tag{4.14}$$

Spektral yoğunluk $\rho_i(s,s',q^2)=\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\left[\Pi_i^{pert}\right]$ şeklinde tanımlıdır. Hesapların gidişatı Ek-B' de gösterilmiştir. Denklem (4.13)' de verilen dört farklı yapıya karşılık gelen spektral yoğunluklar aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}\rho_1(s,s',q^2) &= \int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\,\frac{3\left[m_c(-3+4x+2y)+m_b(-5+8x+4y)\right]}{16\pi^2}, \\ \rho_2(s,s',q^2) &= \int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\,\frac{3\left[m_c(3-4x-2y)+m_b(-1+4x+2y)\right]}{8\pi^2}, \\ \rho_3(s,s',q^2) &= -\int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\,\frac{3\left[m_c(1-2y)+m_b(1+2y)\right]}{8\pi^2}\end{aligned} \tag{4.15}$$

ve

$$\rho_4(s,s',q^2)=0. \tag{4.16}$$

Eşitlik (4.15)' de bulunan $x$ ve $y$ Feynman parametreleridir. Pertürbatif olmayan kısımda $\Pi_i^{pert.olmayan}\left(q^2\right)$ fonksiyonu iki gluon yoğuşma katkısı ele alınarak aynı yolla hesaplanır. Form faktörler için KRD toplam kuralları korelasyon fonksiyonunun her iki kısmındaki aynı yapılar eşleştirilerek bulunur. Yüksek

mertebeden ve süreklilikten gelen katkıları ortadan kaldırmak için aşağıdaki Borel dönüşümleri uygulanır:

$$\hat{B}_{M^2}\hat{B}_{M'^2}\frac{1}{(p^2-m_1^2)^a}\frac{1}{(p'^2-m_2^2)^b}\to(-1)^{a+b}\frac{(M^2)^{a-1}(M'^2)^{b-1}}{\Gamma(a)\Gamma(b)}e^{-m_1^2/M^2}e^{-m_2^2/M'^2}$$

ve (4.17)

$$\hat{B}_{M^2}e^{-\alpha\tilde{q}^2}=\delta\left(\frac{1}{M^2}-\alpha\right).$$

Burada $M^2$ ve $M'^2$ Borel kütle parametreleridir ve $\tilde{q}$ Öklid uzayındaki momentumu gösterir. Kuark-hadron ikiliği yaklaşımı kullanılarak form faktörler için aşağıdaki toplam kuralları elde edilir:

$$\begin{aligned}
K\left(q^2\right)&=\frac{8(m_b+m_c)}{f_{B_c}f_{\chi_{b2}}m_{B_c}^2m_{\chi_{b2}}\Delta}e^{m_{\chi_{b2}}^2/M^2}e^{m_{B_c}^2/M'^2}\left\{\int_{4m_b^2}^{s_0}ds\int_{(m_b+m_c)^2}^{s_0'}ds'e^{-s/M^2}e^{-s'/M'^2}\rho_1(s,s',q^2)\right.\\
&\left.\times\theta\left[L(s,s',q^2)\right]+\hat{B}_{M^2}\hat{B}_{M'^2}\Pi_1^{pert.olmayan}(q^2)\right\},\\
b_-\left(q^2\right)&=-\frac{12(m_b+m_c)}{f_{B_c}f_{\chi_{b2}}m_{B_c}^2m_{\chi_{b2}}\Delta'}e^{m_{\chi_{b2}}^2/M^2}e^{m_{B_c}^2/M'^2}\left\{\int_{4m_b^2}^{s_0}ds\int_{(m_b+m_c)^2}^{s_0'}ds'e^{-s/M^2}e^{-s'/M'^2}\right.\\
&\left.\times\rho_2(s,s',q^2)\times\theta\left[L(s,s',q^2)\right]+\hat{B}_{M^2}\hat{B}_{M'^2}\Pi_2^{pert.olmayan}(q^2)-\frac{\Delta}{\Delta'}K(q^2)\right\},\\
b_+\left(q^2\right)&=-\frac{12(m_b+m_c)}{f_{B_c}f_{\chi_{b2}}m_{B_c}^2m_{\chi_{b2}}\Delta'}e^{m_{\chi_{b2}}^2/M^2}e^{m_{B_c}^2/M'^2}\left\{\int_{4m_b^2}^{s_0}ds\int_{(m_b+m_c)^2}^{s_0'}ds'e^{-s/M^2}e^{-s'/M'^2}\right.\\
&\left.\times\rho_3(s,s',q^2)\times\theta\left[L(s,s',q^2)\right]+\hat{B}_{M^2}\hat{B}_{M'^2}\Pi_3^{pert.olmayan}(q^2)-\frac{\Delta+4m_{\chi_{b2}}^2}{\Delta'}K(q^2)\right\}
\end{aligned}\tag{4.18}$$

ve

$$\begin{aligned}
h\left(q^2\right)&=-i\frac{8(m_b+m_c)}{f_{B_c}f_{\chi_{b2}}m_{B_c}^2m_{\chi_{b2}}(4m_{\chi_{b2}}^2-\Delta)}e^{m_{\chi_{b2}}^2/M^2}e^{m_{B_c}^2/M'^2}\left\{\int_{4m_b^2}^{s_0}ds\int_{(m_b+m_c)^2}^{s_0'}ds'e^{-s/M^2}e^{-s'/M'^2}\right.\\
&\left.\times\rho_4(s,s',q^2)\times\theta\left[L(s,s',q^2)\right]+\hat{B}_{M^2}\hat{B}_{M'^2}\Pi_4^{pert.olmayan}(q^2)\right\}.
\end{aligned}\tag{4.19}$$

$s_0$ ve $s_0'$ giren ve çıkan parçacıkların süreklilik eşiğidir. $\theta$ ise basamak fonksiyonudur. Burada $L(s,s',q^2)$ ' nin açık ifadesi aşağıda verilmiştir:

$$L\left(s,s',q^2\right)=s'y(1-x-y)-sxy+m_c^2(x+y-1)-m_b^2(x+y)+q^2x(1-x-y). \qquad (4.20)$$

$\hat{B}_{M^2}\hat{B}_{M'^2}\Pi_i^{pert.olmayan}(q^2)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır:

$$\hat{B}_{M^2}\hat{B}_{M'^2}\Pi_i^{pert.olmayan}(q^2)=\left\langle\frac{\alpha_s GG}{\pi}\right\rangle\int_0^1 dx\, e^{\frac{-m_b^2(1+\frac{M^2x}{M'^2})+\frac{M^2x}{M'^2}(m_c^2-q^2x)}{M^2x(1+(-1+\frac{M^2x}{M'^2})x)}} f_i(q^2). \qquad (4.21)$$

$f_i(q^2)$ çok uzun bir fonksiyon olduğundan burada açık ifadesi yazılmamıştır. Ancak seçtiğimiz yapılardan biri olan $q_\mu g_{\beta\alpha}$ için örnek formu aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
f_2\left(q^2\right)=&\frac{1}{192A^5M^2x^2}\Big\{-4(-1+x)\left(m_c(-1+x)^2+m_bx^2\right)\left(m_b^2+(m_b-m_c)(m_b+m_c)M^2\tilde{M}\,x\right.\\
&+M^2\tilde{M}\,q^2x^2\Big)+A^4\Big[m_c^2(-m_b+m_c)+\Big[(m_b-m_c)\left(4m_bm_c-6M^2+m_c^2\left(10-M^2\tilde{M}\right)\right.\\
&+m_b^2\left(-4+M^2\tilde{M}\right)\Big)-(m_b-2m_c)q^2\Big]x+\Big[2\left(2m_b^3-4m_b^2m_c-2m_bm_c^2+4m_c^3+7m_bM^2\right.\\
&-9m_cM^2\Big)+(m_b-m_c)\left(1+M^2\tilde{M}\right)q^2\Big]x^2+2(-5m_b+6m_c)M^2x^3\Big]+A^5(m_b-m_c)\\
&\times\left(m_c^2+m_b^2(-1+2x)-2x\left(m_c^2+2M^2x\right)\right)+A\Big[2m_b^2m_c(-1+x)^2\left(-7-5M^2\tilde{M}\,x+2x^2\right)\\
&+2m_c(-1+x)^2x\left(m_c^2\left(2+5M^2\tilde{M}-2x\right)+2q^2(-1+x)x+M^2\left(-6+6x-5\tilde{M}\,q^2x\right)\right)\\
&+m_b^3\left(3+x\Big[-9-2x+4x^3+M^2\tilde{M}\left(3+x(-9+2x)\right)\Big]\right)+m_bx\Big(m_c^2\Big[-4(-1+x)x^2\\
&+M^2\tilde{M}\left(-3+(9-2x)x\right)\Big]+x\Big[4(-1+x)x\left(3M^2+q^2x\right)+M^2\tilde{M}\,q^2\left(3+x(-9+2x)\right)\Big]\Big)\Big]\\
&+A^3\Big[-m_b^3\left(-4+\left(5-M^2\tilde{M}\right)x+2x^3+\left(x+M^2\tilde{M}\,x\right)^2\right)+m_b^2m_c\Big[-6+x\left(-4-2M^2\tilde{M}\right.\\
&+17x+M^2\tilde{M}\left(2+M^2\tilde{M}\right)x-10x^2\Big)\Big]+m_bx\Big[11M^2+q^2+m_c^2\left(-2-2M^2\tilde{M}+3x\right.\\
&+M^2\tilde{M}\left(2+M^2\tilde{M}\right)x+2x^2\Big)-x\Big(-q^2(-3+x)+M^2\tilde{M}^2q^2x+M^2\Big[24+2\tilde{M}q^2(-1+x)\\
&+x(-9+4x)\Big]\Big)\Big]+m_cx\left(M^2\tilde{M}^2q^2x^2+q^2\left(-4+x+3x^2\right)+m_c^2\Big[17+3M^2\tilde{M}-(27\right.\\
&+A^2\Big[-m_b^2m_c(-1+x)\Big[15+x\left(-2+M^2\tilde{M}\left(9-2x\right)6x+4x^2\right)\Big]+m_c(-1+x)x\Big[2q^2\\
&\times(-1+x)(1+4x)+m_c^2\left(14+9M^2\tilde{M}-2\left(9+M^2\tilde{M}\right)x+4x^2\right)+M^2\left(-28+\left(-4+\tilde{M}\,q^2\right)\right.\\
&\times x(-9+2x)\Big)\Big]-m_b^3\left(8+x-\Big[16+M^2\tilde{M}\left(5+2(-5+x)x\right)+x\left(3-6x+4x^2\right)\Big]\right)+m_bx\\
&\times\left(q^2x\left(1+x(-1+4x)\right)+m_c^2\Big[-1+M^2\tilde{M}\left(5+2(-5+x)x\right)+x\left(3+2x(-5+2x)\right)\Big]\right.\\
&\left.+M^2\Big[-6+x\left(18+4x-8x^2+\tilde{M}\,q^2\left(-5-2(-5+x)x\right)\right)\Big]\right)\Big]\Big\}\times\theta(A).
\end{aligned} \qquad (4.22)$$

Burada $A=\left(1-x+M^2\tilde{M}^2x\right)$' dir ve $\tilde{M}=\frac{1}{M'^2}$' dir.

### 4.2. Form Faktörler için Nümerik Sonuçlar

Bir önceki bölümde toplam kurallarını hesapladığımız $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ yarı-leptonik geçişinin form faktörlerinin nümerik sonuçları bu bölümde elde edilecektir. Burada hesaplamada kullanacağımız giriş parametreleri sırasıyla verilecektir. Mezon kütleleri için Tablo 4.2' de verilen değerler kullanılmıştır.

Tablo 4.2. Hesaplamada kullanılan mezonların kütle değerleri

| **Parametreler** | **Değer** | **Referans** |
|---|---|---|
| $m_{\chi_{b2}}$ | $(9912,21 \pm 0,26 \pm 0,31)\,\text{MeV}$ | [23] |
| $m_{B_c}$ | $(6275,6 \pm 0,0011)\,\text{MeV}$ | [23] |

Toplam kuralları sonuçları önemli ölçüde kuark kütlelerine, bozunma sabitlerine ve gluon yoğuşmalarına bağlıdır. Bu nedenle hesaplamada, birçok farklı kaynaktan alınan parametrelerin ortalaması kullanılmıştır. Kuark kütleleri için Tablo 4.3' de verilen kutup kütle değerleri ve $\overline{MS}$ şemasındaki kütle değerleri kullanılmıştır.

Tablo 4.3. Farklı kaynaklarda öngörülen $m_c$ ve $m_b$ değerleri

| **Parametre** | **Değer** | **Referans** |
|---|---|---|
| $m_c(m_c)$ | $1,26 \pm 0,05_{\text{deney}} \pm 0,03_{\text{mod}} \pm 0,02_{\text{param}} \pm 0,02_{\alpha_s}$ GeV | [85] |
| $m_b(m_b)$ | $4,07 \pm 0,14(\text{fit})^{+0,01}_{-0,07}(\text{mod.})^{+0,05}_{-0,00}(\text{param.})^{+0,08}_{-0,05}(\text{teori})\,\text{GeV}$ | [86] |
| $\bar{m}_c(\bar{m}_c)$<br>$\bar{m}_b(\bar{m}_b)$ | $1,286(0,066)\,\text{GeV}$<br>$4,236(0,069)\,\text{GeV}$ | [87] |
| $m_c(m_c)$<br>$m_b(m_b)$ | $1,279(0,013)\,\text{GeV}$<br>$4,163(0,016)\,\text{GeV}$ | [88] |
| $\bar{m}_b(\bar{m}_b)$ | $4,166(0,043)\,\text{GeV}$ | [79] |
| $m_c(m_c)$ | $1,348(0,046)\,\text{GeV}$ | [89] |
| $\bar{m}_c(\bar{m}_c)$<br>$\bar{m}_b(\bar{m}_b)$ | $1,288 \pm 0,020\,\text{GeV}$<br>$4,176 \pm 0,023\,\text{GeV}$ | [90] |
| $m_{c,kutup}$<br>$m_{b,kutup}$ | $1,77 \pm 0,14\,\text{GeV}$<br>$4,91 \pm 0,12\,\text{GeV}$ | [91] |
| $m_b(m_b)$ | $4,17 \pm 0,05\,\text{GeV}$ | [92] |
| $\bar{m}_c(\bar{m}_c)$<br>$\bar{m}_b(\bar{m}_b)$ | $1,23^{+0,02}_{-0,04} \pm 0,03\,\text{GeV}$<br>$4,19 \pm 0,06\,\text{GeV}$ | [51] |

$B_c$ mezonun bozunma sabitinin farklı metotlarda öngörülen tüm değerleri göz önüne alınmış ve bunlar Tablo 4.4' de verilmiştir. $\chi_{b2}$ için bozunma sabitinin değeri [93]' den $f_{\chi_{b2}} = (0,0122 \pm 0,0072)$ olarak alınmıştır.

Tablo 4.4. Farklı metotlarda öngörülen $f_{B_c}$ değerleri

| **Parametre** | **Değer** | **Referans** |
|---|---|---|
| $f_{B_c}$ | $0,528 \pm 0,019\,\text{GeV}$ | [94] |
| | $0,434(0,015)\,\text{GeV}$ | [95] |
| | $0,436(0,040)\,\text{GeV}$ | [96] |
| | $(3,86 \pm 1,31)\, f_\pi$ | [97] |

Gluon yoğuşması için ise farklı kaynaklarda farklı yaklaşımlarla hesaplanan değerler Tablo 4.5' de verilmiş ve bunların ortalaması alınarak hesaplamada kullanılmıştır.

Tablo 4.5. Gluon yoğuşması için farklı kaynaklardan alınan değerler

| **Parametre** | **Değer** | **Referans** |
|---|---|---|
| $\left\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \right\rangle$ | $0,012\,\text{GeV}^4$ | [45] |
| | $0,005 \pm 0,004\,\text{GeV}^4$ | [72] |
| | $0,037 \pm 0,015\,\text{GeV}^4$ | [98] |
| | $0,028(3)\,\text{GeV}^4$ | [99] |
| | $0,0 \pm 0,0038\,\text{GeV}^4$ | [100] |
| | $(0,017 \pm 0,012)\,\text{GeV}^4$ | [101] |
| | $0,062 \pm 0,019\,\text{GeV}^4$ | [102] |
| | $(0,012 \pm 0,004)\,\text{GeV}^4$ | [73, 74] |

Form faktörler için toplam kuralları dört yardımcı parametre içerir: Borel kütle parametreleri $M^2$ ve $M'^2$; süreklilik eşiği $s_0$ ve $s_0'$. Form faktörler bu parametrelerden bağımsız olmalıdır. Böylece form faktörlerin bu parametrelere zayıf bir şekilde bağlı olduğu çalışma alanları belirlenir.

Süreklilik eşiği $s_0$ ve $s_0'$ tamamen bağımsız değildir, ilk ve son kanalların ara kesit akımlarına göre aynı kuantum sayılı ilk uyarılmış durumların enerjileriyle ilişkilidir. Nümerik hesaplarımızın aralığı $104\,\mathrm{GeV}^2 \le s_0 \le 108\,\mathrm{GeV}^2$ ve $43\,\mathrm{GeV}^2 \le s_0' \le 45\,\mathrm{GeV}^2$ olarak belirlenmiştir. Borel kütle parametreleri için çalışma bölgesi, yüksek durumlardan ve süreklilikten gelen katkılar bastırılarak ve az katkı veren yüksek mertebeli operatörlerden gelen katkılar ortadan kaldırılarak belirlenir: $14\,\mathrm{GeV}^2 \le M^2 \le 20\,\mathrm{GeV}^2$ ve $8\,\mathrm{GeV}^2 \le M'^2 \le 12\,\mathrm{GeV}^2$.

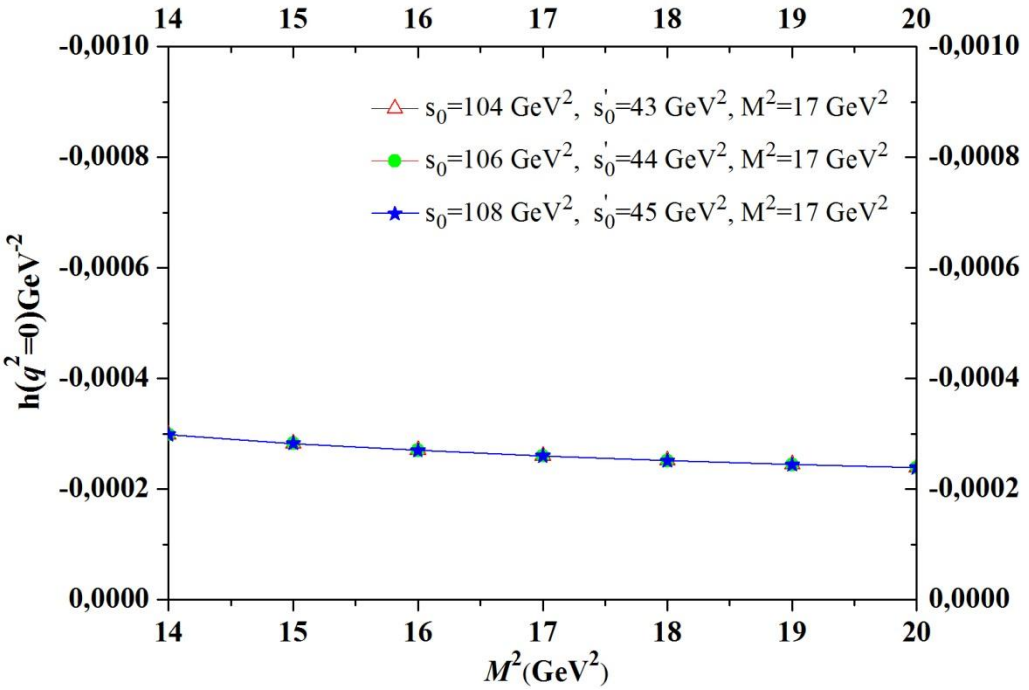
$h$, $K$, $b_+$ ve $b_-$ form faktörlerinin $q^2 = 0$' da $M^2$ ve $M'^2$ kütle parametrelerine bağlılığı Şekil (4.2-4.9)' da çizilmiştir. Bu şekillerden form faktörlerin Borel kütle parametrelerine zayıf bir şekilde bağlı olduğu görülmektedir. Daha sonra Şekil (4.10-4.13)' de $K$, $b_+$, $b_-$ ve $h$ form faktörlerin $q^2$' ye bağlılığı gösterilmiştir. Bu şekillerde kırmızı üçgenler KRD toplam kuralının öngördüğü değeri, sarı-düz çizgi giriş parametrelerinin ortalama değeri kullanılarak elde edilen fit fonksiyonunun öngördüğü değeri ve yeşil bant ise giriş parametrelerinin hatalarından dolayı oluşan belirsizliği gösterir. Belirsizliği hesaplamak için farklı kaynaklardan alınan giriş parametrelerindeki tüm hatalar ele alınmıştır. Bu şekillerden görüldüğü gibi toplam kuralları sonuçları bazı noktalarda kesilmiştir. Böylece çalışma alanını bütün fiziksel alana genişletmek için uygun bir fit fonksiyonu bulmamız gerekir. Bulunan fit fonksiyonu sonuçları KRD toplam kuralları öngörüleri ile güvenli bir alanda örtüşmelidir. Bu sebepten dolayı $K$, $b_+$, $b_-$ ve $h$ form faktörlerin $q^2$' ye bağlılığı, hem toplam kurallarını hem de fit sonuçlarını içerecek şekilde Şekil (4.10-4.13)' de gösterilmiştir. Nümerik sonuçlarımızdan form faktörlere en uygun fit fonksiyonu aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

$$f(q^2) = f_0 \exp\left[ a\left(\frac{q^2}{m_{\chi_{b2}}^2}\right) + b\left(\frac{q^2}{m_{\chi_{b2}}^2}\right)^2 \right]. \tag{4.23}$$

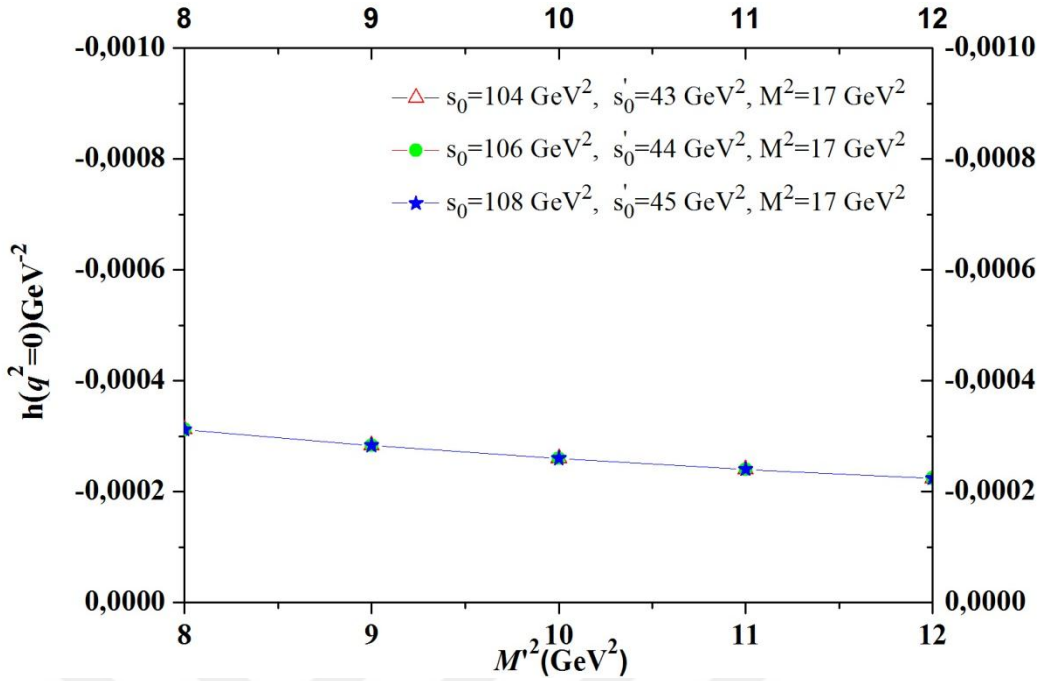
$\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ geçişi için $M^2 = 17\ \mathrm{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \mathrm{GeV}^2$' de $f_0$, $a$ ve $b$ parametre değerleri Tablo 4.6' da verilmiştir.

Tablo 4.6. Form faktörlerin fit fonksiyonunda bulunan parametre değerleri [103]

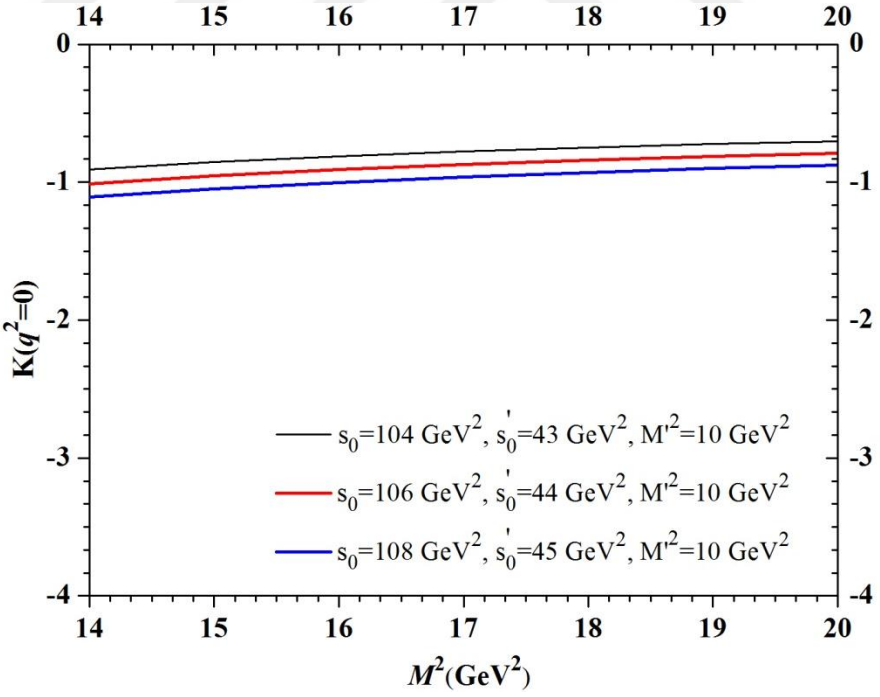
| | $f_0$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $K(q^2)$ | $-0,871 \pm 0,279$ | $5,239 \pm 1,677$ | $-7,588 \pm 2,428$ |
| $b_-(q^2)$ | $-0,134 \pm 0,043$ GeV$^{-2}$ | $8,973 \pm 2,871$ | $56,462 \pm 18,068$ |
| $b_+(q^2)$ | $0,304 \pm 0,097$ GeV$^{-2}$ | $10,054 \pm 3,217$ | $53,922 \pm 17,255$ |
| $h(q^2)$ | $(-2,594 \pm 0,830) \times 10^{-4}$ GeV$^{-2}$ | $5,224 \pm 1,672$ | $3,891 \pm 1,245$ |



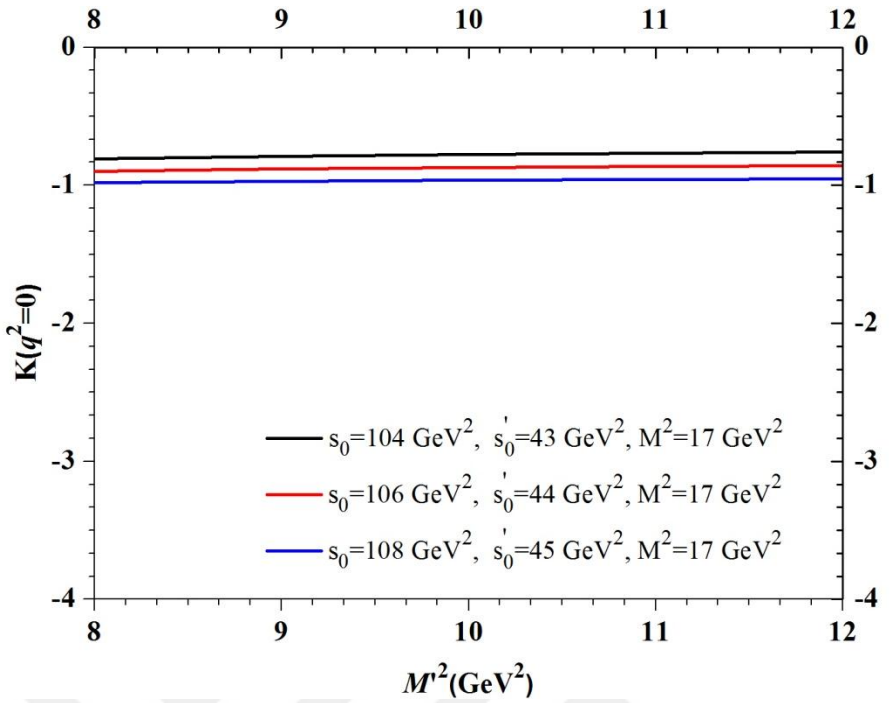

Şekil 4.2. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M'^2$ değerinde $h(q^2=0)$'ın $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



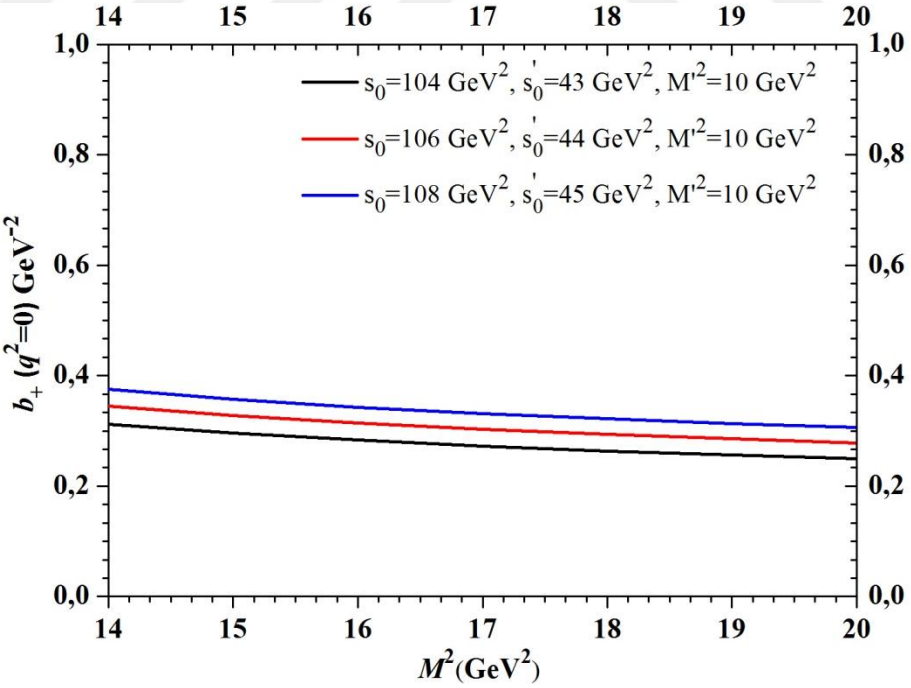

Şekil 4.3. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $h(q^2=0)$' ın $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



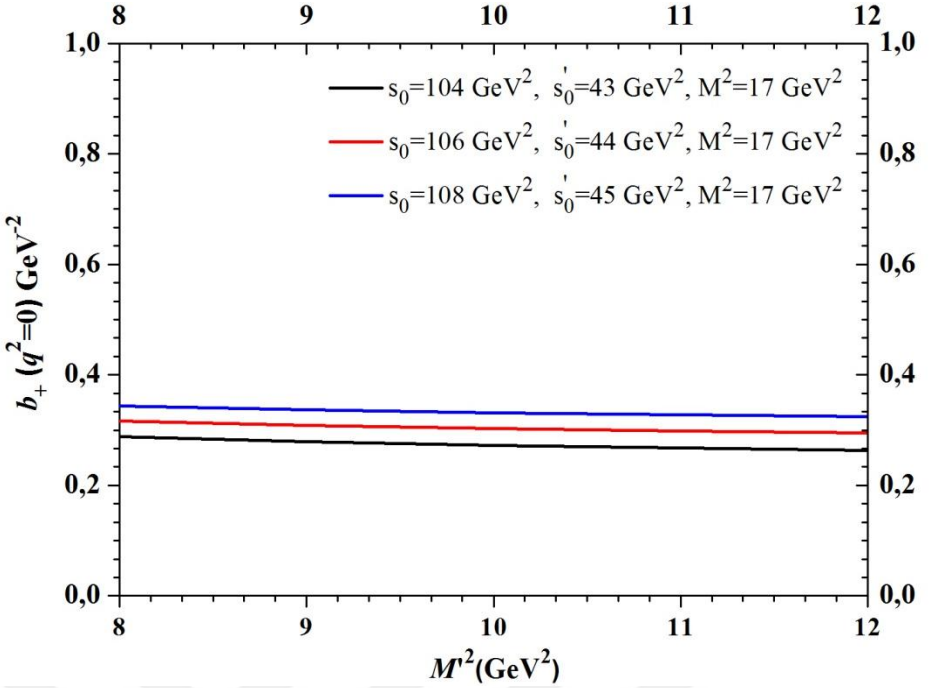

Şekil 4.4. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M'^2$ değerinde $K(q^2=0)$' ın $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



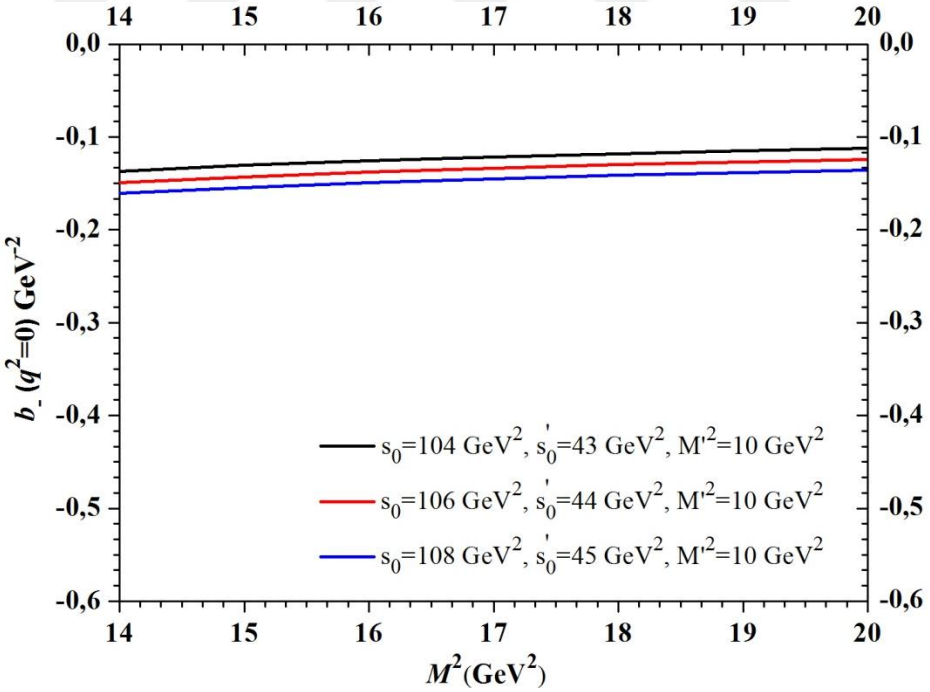

Şekil 4.5. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $K(q^2=0)$'ın $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



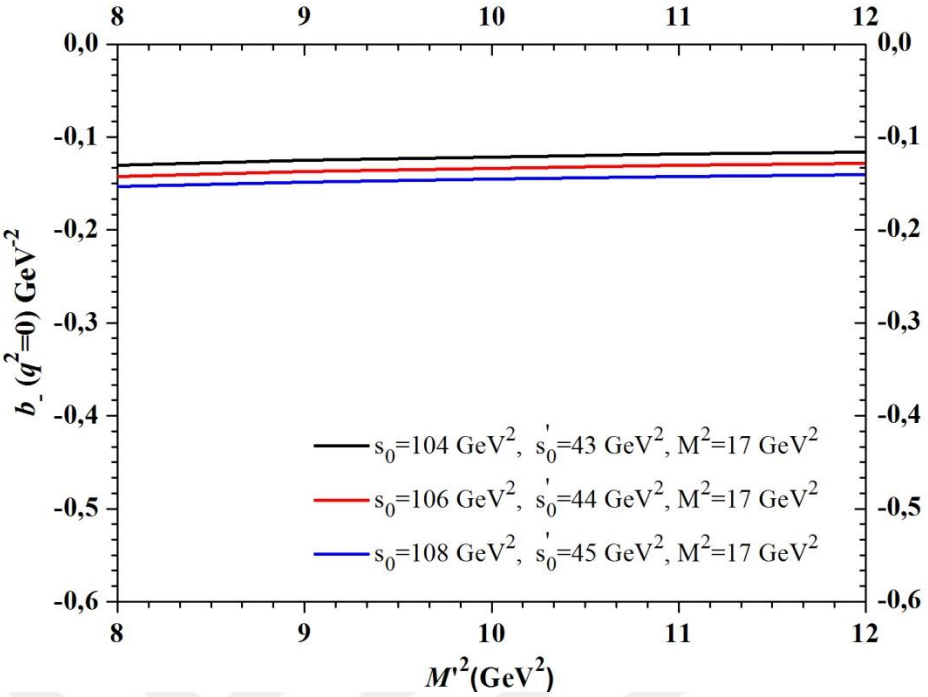

Şekil 4.6. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M'^2$ değerinde $b_+(q^2)$'nin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



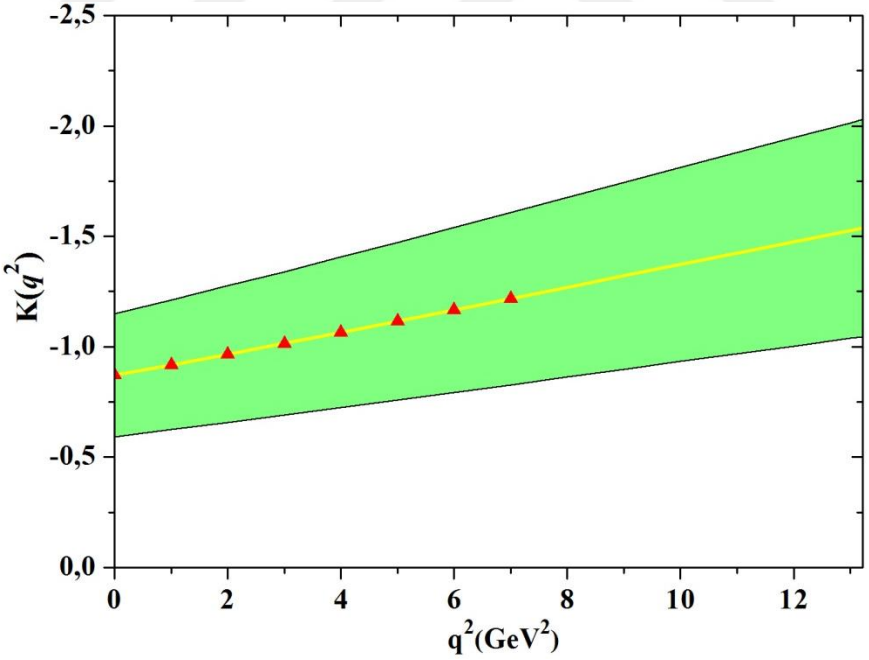

Şekil 4.7. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $b_+(q^2)$' nin $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



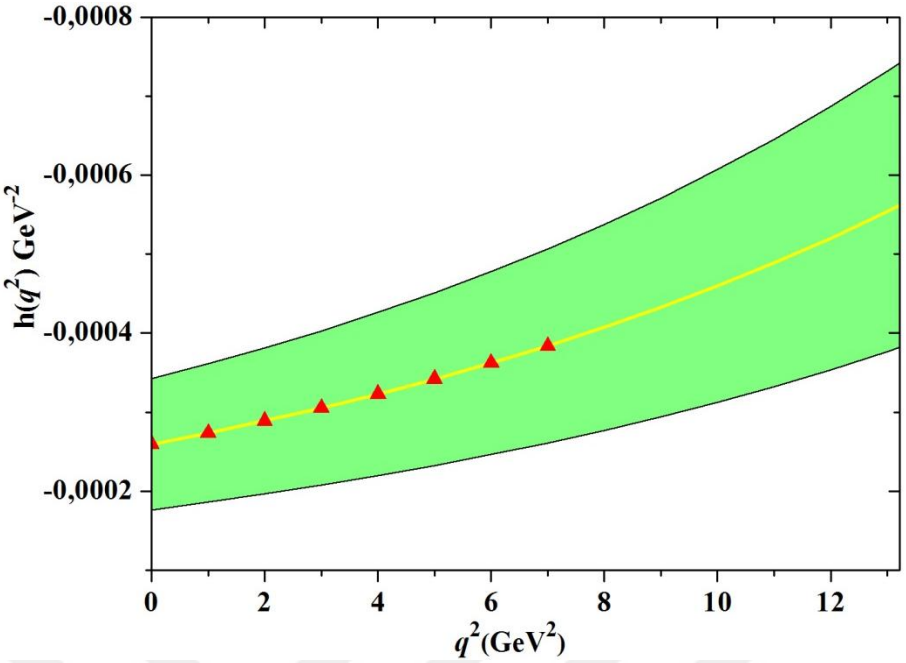

Şekil 4.8. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $b_-(q^2)$' nin $M^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



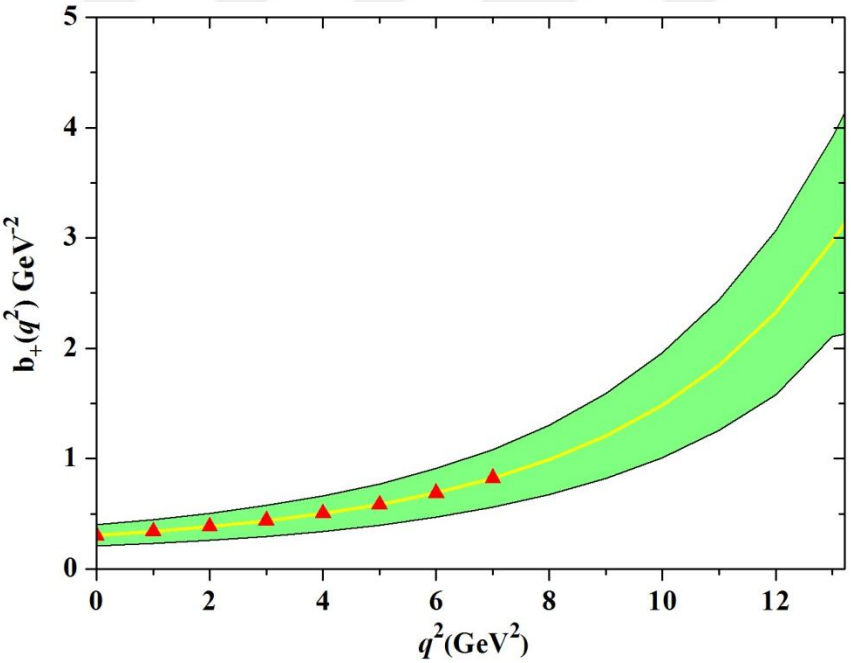

Şekil 4.9. Sabit $s_0$, $s_0'$ ve $M^2$ değerinde $b_-(q^2)$' nin $M'^2$ Borel kütle parametresine bağlılığı



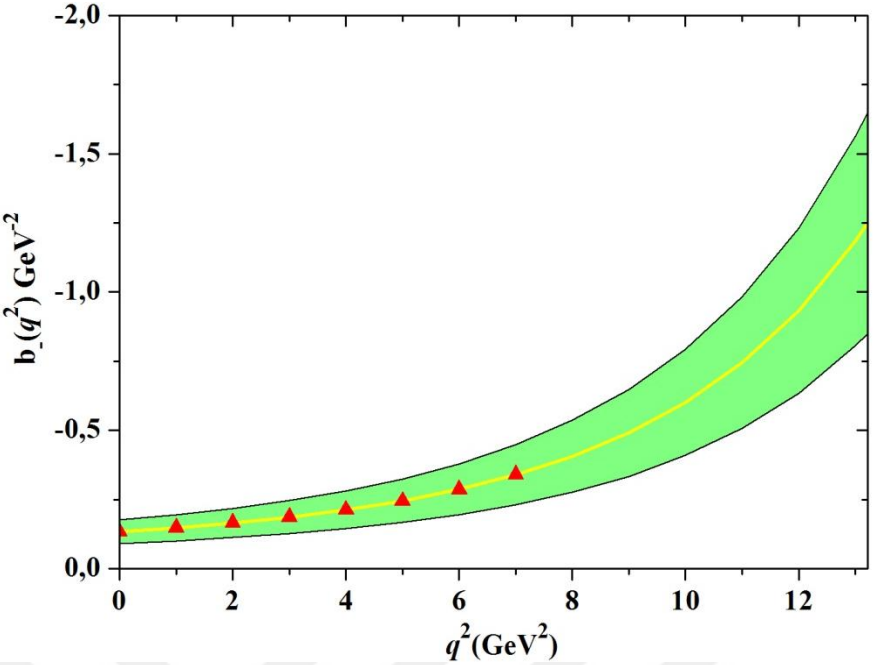

Şekil 4.10. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \text{GeV}^2$ değerinde $K(q^2 = 0)$' ın $q^2$' ye bağlılığı




Şekil 4.11. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\,\text{GeV}$ değerinde $h(q^2)$'nin $q^2$'ye bağlılığı




Şekil 4.12. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \text{GeV}^2$ değerinde $b_+(q^2)$'nin $q^2$'ye bağlılığı




Şekil 4.13. $s_0 = 106\ \text{GeV}^2$, $s_0' = 44\ \text{GeV}^2$, $M^2 = 17\ \text{GeV}^2$ ve $M'^2 = 10\ \text{GeV}^2$ değerinde $b_-(q^2)$'nin $q^2$'ye bağlılığı.

### 4.3. $\chi_{b2} \to B_c \bar{l}\nu$ Geçişinin tüm Lepton Kanallarında Bozunum Genişliği

$\chi_{b2} \to B_c \bar{l}\nu$ yarı-leptonik geçişi için bozunum genişliği

$$d\Gamma = |M|^2 \frac{1}{2m_{\chi_{b2}}(2s+1)} \left\{ \left[ \frac{d^3\vec{p}'}{(2\pi)^3 2E_{B_c}} \right] \left[ \frac{d^3\vec{q}_1}{(2\pi)^3 2E_l} \right] \left[ \frac{d^3\vec{q}_2}{(2\pi)^3 2E_\upsilon} \right] \right\} \times (2\pi)^4 \delta^4 \left( p - p' - q_1 - q_2 \right). \tag{4.24}$$

formülü ile verilir. Burada $s$ giren parçacığın spinidir. Giren ve çıkan parçacıkların dört-momentumları aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} p &= \left( E_{\chi_{b2}}, \vec{p} \right), \\ p' &= \left( E_{B_c}, \vec{p}' \right), \\ q_1 &= \left( E_l, \vec{q}_1 \right) \end{aligned} \tag{4.25}$$

ve

$$q_2 = \left(E_v, \vec{q}_2\right). \tag{4.26}$$

Bozunum genişliğini hesaplamak için, tüm dinamik bilgileri içeren $M$ genlik ifadesi, ilk ve son durumlar arasına efektif Hamiltonyen yerleştirilerek, geçiş matris elemanları cinsinden elde edilir:

$$M = \left\langle B_c(p') \middle| H_{eff} \middle| \chi_{b2}(p) \right\rangle. \tag{4.27}$$

Denklem (4.1)' de verilen efektif Hamiltonyen Eşitlik (4.27)' de yerine yazılarak

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \left\langle B_c(p') \middle| \bar{c}\,\gamma_\mu(1-\gamma_5)b \middle| \chi_{b2}(p) \right\rangle l\,\gamma^\mu(1-\gamma_5)\bar{\nu} \tag{4.28}$$

bulunur. Matris elemanı açılarak form faktörler cinsinden aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} \left\langle B_c(p') \middle| \bar{c}\,\gamma_\mu(1-\gamma_5)b \middle| \chi_{b2}(p) \right\rangle &= \left\langle B_c(p') \middle| \bar{c}\,\gamma_\mu b \middle| \chi_{b2}(p) \right\rangle - \left\langle B_c(p') \middle| \bar{c}\,\gamma^\mu\gamma_5 b \middle| \chi_{b2}(p) \right\rangle \\ &= h\left(q^2\right)\varepsilon_{\mu\nu\theta\eta}\varepsilon^{\nu\lambda}P_\lambda P^\theta q^\eta \\ &\quad - i\left\{K\left(q^2\right)\varepsilon_{\mu\nu}P^\nu + \varepsilon_{\theta\eta}P^\theta P^\eta\left[P_\mu b_+\left(q^2\right) + q_\mu b_-\left(q^2\right)\right]\right\}. \end{aligned} \tag{4.29}$$

Eşitlik (4.29), Denklem (4.28)' de yerine konulur ve $M$ ifadesinin kompleks eşleniği alınırsa (Bakınız Ek C) $|M|^2 = MM^*$ elde edilir. Böylece bozunum genişliği aşağıdaki şekilde yazılır:

$$d\Gamma = \frac{\left|M^2\right|}{16\,m_{\chi_{b2}}(2s+1)(2\pi)^5}\left\{\left[\frac{d^3\vec{p}'}{E_{B_c}}\right]\left[\frac{d^3\vec{q}_1}{E_l}\right]\left[\frac{d^3\vec{q}_2}{E_\upsilon}\right]\right\}\times\delta^4\left(p-p'-q_1-q_2\right). \tag{4.30}$$

Leptonların kütle merkezi durgun alınırsa $\vec{q} = \vec{q}_1 + \vec{q}_2 = 0$ olur. Buradan $\vec{q}_1 = -\vec{q}_2$ elde edilir. Toplam momentum korunumundan da $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ ve $\vec{p} = \vec{p}'$ elde edilir. Dört boyutlu delta fonksiyonu, zamansal ve uzaysal kısımlara ayrılabilir:

$$\delta^4\left(p-p'-q_1-q_2\right) = \delta\left(p^0 - p'^0 - q_1^0 - q_2^0\right)\delta^3\left(\vec{p}-\vec{p}'-\vec{q}_1-\vec{q}_2\right). \tag{4.31}$$

Ayrıca $A = \dfrac{\left|M^2\right|}{16\,m_{\chi_{b2}}(2s+1)(2\pi)^5}$ kısaltması yapılırsa

$$d\Gamma = A\left\{\frac{d^3\vec{p}'}{E_{B_c}}\frac{d^3\vec{q}_1}{E_l}\frac{d^3\vec{q}_2}{E_\upsilon}\right\}\times\delta\left(q_0 - E_l - E_v\right)\delta^3\left(\vec{q} - \vec{q}_1 - \vec{q}_2\right) \tag{4.32}$$

olur. Burada $\vec{q}_2$ integrali alınır ve her çıkan parçacık kütle kabuğu üzerinde olduğundan (Ek-C) bozunum genişliği aşağıdaki denkleme indirgenir:

$$d\Gamma = A\left\{\frac{d^3\vec{p}'}{E_{B_c}}\frac{d^3\vec{q}_1}{E_l\sqrt{E_l^2 - m_l^2}}\right\}\times\delta\left(q_0 - E_l - E_v\right). \tag{4.33}$$

Bir sonraki integral için silindirik koordinatlar kullanılır: $d^3\vec{q}_1 = \left|\vec{q}_1\right|^2 d\left|\vec{q}_1\right| d\Omega$ ve $d\Omega = d\phi\, d(\cos\theta) = 4\pi$. Ek-C' de elde edilen $m_l^2 = E_l^2 - \left|\vec{q}_1\right|^2$ eşitliğinden $\left|\vec{q}_1\right|^2 = E_l^2 - m_l^2$ olur. $\vec{q}_1$ momentumuna göre türevi alınırsa $2\left|\vec{q}_1\right| d\left|\vec{q}_1\right| = 2E_l\, dE_l$ olur. Bu bilgiler Denklem (4.33)' de yerine konulursa ayrıca elde edilen $\vec{q}_1 = -\vec{q}_2$, $\left|\vec{q}_1\right| = \left|\vec{q}_2\right| = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ ve $\left|\vec{q}_2\right| = E_v = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ kullanılırsa bozunum genişliği aşağıdaki gibi olur:

$$d\Gamma = A4\pi\frac{d^3\vec{p}'}{E_{B_c}}dE_l \times\delta\left(q_0 - E_l - \sqrt{E_l^2 - m_l^2}\right). \tag{4.34}$$

Burada Dirac deltanın $\delta\left(g(x)\right) = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\left|g'(x_i)\right|}\delta(x - x_i)$ özelliği uygulanır (Ek-C) ve

$$d\Gamma = A4\pi\ \frac{d^3\vec{p}'}{E_{B_c}}\frac{1}{\left|-1 - \dfrac{q_0^2 + m_l^2}{q_0^2 - m_l^2}\right|} \tag{4.35}$$

elde edilir. $\vec{p}'$ integralini almak için silindirik koordinatlar kullanılırsa aşağıdaki denkleme ulaşılır:

$$d\Gamma = A\left(4\pi\right)^2\sqrt{E_{B_c} - m_{B_c}^2}\, dE_{B_c}\frac{1}{\left|-1 - \dfrac{q_0^2 + m_l^2}{q_0^2 - m_l^2}\right|}. \tag{4.36}$$

Son kalan $dE_{B_c}$ integrali de alınarak,

$$d\Gamma = A(4\pi)^2 \frac{m_{B_c}^2 - m_{\chi_{b2}}^2 - q^2}{4q^3} \sqrt{\left(\frac{m_{\chi_{b2}}^2 - m_{B_c}^2 - q^2}{2\sqrt{q^2}}\right)^2 - m_{B_c}^2} \frac{1}{\left|-1 - \frac{m_l^2 + q^2}{q^2 - m_l^2}\right|} dq^2 \qquad (4.37)$$

elde edilir. Burada karekök içindeki terim $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$ fonksiyonuna benzetilerek

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = A(4\pi)^2 \frac{m_{B_c}^2 - m_{\chi_{b2}}^2 - q^2}{8q^4} \frac{q^2 - m_l^2}{2q^2} \lambda^{1/2}(m_{\chi_{b2}}^2, m_{B_c}^2, q^2) \qquad (4.38)$$

şeklinde yazılır. Tüm çarpımlar yerine konduğunda $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ geçişi için tüm lepton kanallarında diferansiyel bozunum genişliği aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{G_F^2 V_{cb}^2}{2^{10} 3^2 m_{\chi_{b2}}^7 \pi^3 q^6} & (m_l^2 - q^2)^2 \Delta'^{3/2} \Big\{ \left|b_-(q^2)\right|^2 \Delta' m_l^2 q^4 \\
& + \left|b_+(q^2)\right|^2 \Delta' \Big[ (m_{B_c}^2 - m_{\chi_{b2}}^2)^2 m_l^2 + (m_{B_c}^2 - m_{\chi_{b2}}^2)^2 q^2 - 2(m_{B_c}^2 + m_{\chi_{b2}}^2) q^4 + q^6 \Big] \\
& + 2\,\mathrm{Re}\Big[ K(q^2) b_+^*(q^2) \Big] \Delta' \Big[ -q^4 + m_{B_c}^2 (m_l^2 + q^2) - m_{\chi_{b2}}^2 (m_l^2 + q^2) \Big] \\
& - 2\,\mathrm{Re}\Big[ b_-(q^2) b_+^*(q^2) \Big] \Delta' m_l^2 q^2 (m_{B_c}^2 - m_{\chi_{b2}}^2) \\
& + \left|K(q^2)\right|^2 \Big[ m_{B_c}^4 (m_l^2 + q^2) + m_{\chi_{b2}}^4 (m_l^2 + q^2) + q^4 (m_l^2 + q^2) - 2m_{B_c}^2 \Big] \\
& \times (m_{\chi_{b2}}^2 + q^2)(m_l^2 + q^2) + m_{\chi_{b2}}^2 q^2 (m_l^2 + 5q^2) \Big] \\
& + 3\left|h(q^2)\right|^2 \Delta' m_{\chi_{b2}}^2 q^2 (m_l^2 + q^2) - 2\,\mathrm{Re}\Big[ K(q^2) b_-^*(q^2) \Big] \Delta' m_l^2 q^2 \Big\}.
\end{aligned} \qquad (4.39)$$

Yukarıdaki denklemde $m_l^2 \le q^2 \le (m_{\chi_{b2}} - m_{B_c})^2$ aralığında olan $q^2$ üzerinden tüm integraller alınır. Farklı leptonlar için toplam bozunum genişliği Tablo 4.7' de elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlardaki hatalar, yardımcı parametrelerin çalışma bölgesi belirlenirken ve diğer giriş parametrelerinden kaynaklanmaktadır. Elde edilen bozunum genişliğinin mertebesi tüm lepton kanalları için bu geçişlerin yakın gelecekte LHC' de gözlenmelerinin mümkün olduğunu göstermektedir.

Tablo 4.7. Farklı lepton kanallarında bozunum genişliğinin nümerik değerleri

| | Γ(GeV) [103] |
|---|---|
| $\chi_{b2} \to B_c \bar{e} \nu_e$ | $(1,054 \pm 0,506) \times 10^{-13}$ |
| $\chi_{b2} \to B_c \bar{\mu} \nu_\mu$ | $(1,041 \pm 0,500) \times 10^{-13}$ |
| $\chi_{b2} \to B_c \bar{\tau} \nu_\tau$ | $(2,398 \pm 1,175) \times 10^{-14}$ |

## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

$\alpha_s(Q^2)$ güçlü etkileşme sabitinin küçük olduğu yüksek enerjilerde pertürbasyon teorisi uygulanabilir. $Q^2 \leq 1\,\mathrm{GeV}$ olduğu düşük enerjilerde ise $\alpha_s(Q^2)$ hızlı bir şekilde artar ve böylece pertürbatif yaklaşım uygulamak imkansızdır. Etkileşme sabitindeki bu yükseliş hapsolmaya neden olur ve renk yüklü kuark ve gluonlar serbest bir şekilde görünemez. Düşük enerjilerde hadronların özelliklerini incelemek için birçok pertürbatif olmayan alternatif metotlar geliştirilmiştir. Bu metotlar arasında KRD toplam kuralları, pertürbatif olmayan katkıların hesaplanabildiği, KRD Lagranjiyeninin kullanıldığı ve hesaplamalarda iyi sonuçlar veren oldukça başarılı bir teoridir. Bu teori KRD dinamiklerini daha iyi anlamamıza yardımcı olur.

Bu tezde, KRD toplam kuralları kullanılarak, bazı tensör mezonların özellikleri teorik olarak incelenmiştir. Yapmış olduğumuz iki çalışma için elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

1. Ağır-hafif mezon etkileşme sabitleri, düşük enerjili KRD hakkında bilgi veren temel parametrelerdir. Burada ağır-hafif tensör mezon olan $D_{s2}^{*}(2573)$ ' ün kütle ve leptonik bozunma sabiti iki-noktalı KRD toplam kuralı ile hesaplanmıştır. $D_{s2}^{*}(2573)$ parçacığının kuantum sayıları tam olarak bilinmemesine rağmen genişlik ve bozunum modları $\mathrm{I}(J^P) = 0(2^+)$ kuantum sayısını öngörür. Fiziksel niceliklerin toplam kuralları iki tane yardımcı parametre içerir. Bunlar Borel dönüşümünden gelen $M^2$ Borel kütle parametresi ve süreklilikten gelen $s_0$ süreklilik eşiğidir. Bu metoda göre kütle ve leptonik bozunma sabitinin bu yardımcı parametrelere zayıf bağlı olması istenir. Ayrıca $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun leptonik bozunma sabitine pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıları grafik üzerinde ayrı ayrı gösterilmiştir. Bu şekillerden elde edilen sonuçların Borel kütle parametresine çok az da olsa bağlı olduğu görülür. Yardımcı parametrelerin çalışma bölgesi kullanılarak ve tüm sistematik belirsizlikler göz önüne alınarak $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun kütle ve leptonik bozunma sabitinin nümerik sonuçları elde edilmiştir. Kütle için elde

ettiğimiz nümerik sonuçları elde edilmiştir. Kütle için elde ettiğimiz $(2549 \pm 440)\,\mathrm{MeV}$ değerinin [56]' de verilen $(2571{,}9 \pm 0{,}8)\,\mathrm{MeV}$ deneysel değer ile oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Elde ettiğimiz $0{,}023 \pm 0{,}011$ $D_{s2}^{*}(2573)$ tensör mezonun leptonik bozunma sabiti değeri de gelecekte yapılacak deneylerle doğrulanabilir. Nümerik değerlerde olan hatalar her iki yardımcı parametrenin çalışma alanlarının belirlenmesindeki belirsizlikten kaynaklanabilir ve tabi sistematik hatalar da olabilir.

2. İki gluon yoğuşma katkısı göz önüne alınarak $\chi_{b2} \to B_c \bar{l} \nu$ yarı-leptonik geçişin form faktörleri üç-noktalı KRD toplam kuralı kullanılarak hesaplanmıştır. $\chi_{b2}$ tensör mezonu $b\bar{b}$ kuark içeriğinden oluşan kuarkonyum durumundan biri olan botonyumdur ve $\mathrm{I}^{G}(J^{PC}) = 0^{+}(2^{++})$ kuantum sayılarına sahiptir.

Bugüne kadar yapılan yüksek enerji fiziği deneylerinde $b$ ve $c$ kuark içeren sadece tek bir mezon tespit edilmiştir: $B_c$ mezon. Ağır kuark antikuark bağlı durumu olan $B_c$ mezon, KRD potansiyel modellerini incelemek ve ağır hadronların zayıf bozunumlarını daha iyi anlamakta bize yardımcı olabilir. LHC ve süper-B deneylerinin, sözde-skaler $B_c$ mezon hakkında bize yeni veriler sunması beklenmektedir. $B_c$ mezonun diğer mümkün durumları ise henüz deneylerde gözlemlenmemiştir. Fakat yakın gelecekte LHC' de üretilebileceği öngörülmekte ve bununla ilgili deneysel çalışmalar devam etmektedir. Buna paralel olarak, teorik çalışmalar da bu mezonun bozunum kanalları üzerine yoğunlaşmıştır.

Form faktör için toplam kuralları dört yardımcı parametre içerir: Borel kütle parametreleri $M^2$ ve $M'^2$; süreklilik eşiği $s_0$ ve $s_0'$. Form faktörler bu parametrelerden bağımsız olmalıdır. Böylece form faktörlerin bu parametrelere bağlı olmadığı çalışma alanları belirlenir. $h$, $K$, $b_+$ ve $b_-$ form faktörlerinin $q^2 = 0$ da $M^2$ ve $M'^2$ kütle parametrelerine bağlılığı çizilmiştir. Bu grafiklerden form faktörlerin Borel kütle parametrelerine zayıf bir şekilde bağlı olduğu görülmektedir. Daha sonra $K$, $b_+$, $b_-$ ve $h$ form faktörlerinin $q^2$' ye göre davranışı gösterilmiştir. Bu grafiklerden görülen toplam kuralları sonuçlarının bazı noktalarda kesilmesidir.

Böylece alanı bütün fiziksel alana genişletmek için fit fonksiyonu kullanmak gerekir. Kullanılan fit fonksiyonu sonuçları KRD toplam kuralları öngörüleri ile örtüşmelidir. Bu sebepten dolayı form faktörlerin $q^2$' ye bağlılığı hem toplam kurallarını hem de fit fonksiyonunu içerecek şekilde gösterilmiştir. Daha sonra elde edilen form faktörlerden yararlanılarak tüm lepton kanallarında bozunum genişliğinin mertebesi tahmin edilmiştir. Bozunum genişliğinin mertebesi tüm lepton kanalları için bu geçişlerin yakın gelecekte LHC' de gözlenmelerinin mümkün olduğunu göstermektedir. Bizim tahminlerimiz ile deneysel sonuçların karşılaştırılması, $\chi_{b2}(1P)$ tensör mezonun doğası hakkında önemli bilgiler verebilir.

Her iki kısımda elde ettiğimiz sonuçlar mevcut ve gelecekte yapılacak deney verileriyle kıyaslandığında, araştırdığımız mezonların özellikleri, içyapıları ve güçlü etkileşmeleri hakkında önemli bilgiler verebilir. Ayrıca bu kıyaslamalar KRD' nin pertürbatif ve pertürbatif olmayan yönleri hakkında önemli bilgi edinmemize de yardımcı olabilir.

## KAYNAKLAR


[1] Gell-Mann M., Ne'eman Y., NeÊijeman Y., *The Eightfold Way: with New Contributions from the Authors*, Advanced Book Classics. Perseus Pub., 2000.

[2] Horsley R. et al., Isospin Breaking in Octet Baryon Mass Splittings, *Phys. Rev. D*, 2012, **86**, 14511.

[3] Barnes V. et al., Observation of a Hyperon with Strangeness Minus Three, *Phys. Rev. Lett*., 1964, **12**, 204-206.

[4] https://glenmartin.wordpress.com/2014/01/04/the-story-of-quarks-part-i/, (Ziyaret Tarihi: 20 Mart 2016).

[5] Richard J. M., An Introduction to the Quark Model, *Ferrara International School Niccolo Cabeo 2012*: *Hadronic Spectroscopy*, Ferrara, Italy, 21-26 May 2012.

[6] Amsler C. et al., Review of Particles Physics: The CKM Quark-Mixing Matrix, *Phys. Lett. B*, 2008, **667**, 1-1340.

[7] Abe F. et al., Observation of Top Quark Production in $\bar{p}p$ Collisions with the Collider Detector at Fermilab, *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**, 2626-2631.

[8] Sushkov A. O., Kim W. J., Dalvit D. A. R., Lamoreaux S. K., New Experimental Limits on Non-Newtonian Forces in the Micrometer Range, *Phys. Rev. Lett*., 2011, **107**, 171101.

[9] http://www.fizikist.com/standart-model-ve-otesi/, (Ziyaret Tarihi: 23 Mart 2016).

[10] Greiner W. et al., *Quantum Chromodynamics*, World Scientific, U.S.A.,1987.

[11] https://dulwichscience.wordpress.com/2014/01/09/what-is-supersymmetry/, (Ziyaret Tarihi: 23 Mart 2016).

[12] Süngü J. Y., Kırca Z., Şirvanlı B. B. A., Demir N., Çeviri Editörü: Prof. Dr. G. Önengüt, *Temel Parçacıklara Giriş*, İkinci Basım, Nobel Akademik Yayıncılık, İstanbul, 2015.

[13] Kepka O., QCD and Diffraction in the ATLAS Experiment at the LHC, Ph.D. Thesis, Charles University, Institute of Physics of the Academy of Science, Prague, 2009.

[14] Huang K., *Quarks, Leptons and Gauge Fields*, Second Edition, World Scientific Publishing Company, Singapore, 1992.

[15] Lee T. D., Yang C. N., Question of Parity Conservation in Weak Interactions, *Phys. Rev*., 1957, **106**, 1371.

[16] Wu C. S., Ambler E., Hayward R. W., Hoppes D. D., Hudson R. P., Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay, *Phys. Rev*., 1957, **105**, 1413.

[17] Horejsi J., *Fundamentals of Electroweak Theory*, Czech Republic: Karolinum Press, Prague, 2002.

[18] Cabibbo N., Unitary Symmetry and Leptonic Decays, *Phys. Rev. Lett.*, 1963, **10**, 531-533.

[19] Glashow S. L. et al., Weak interactions with Lepton-Hadron Symmetry, *Phys. Rev. D*, 1970, **2**, 1285-1292.

[20] Christenson J. H. et al., Evidence for the $2\pi$ Decay of the $K_2^0$ Meson, *Phys. Rev. Lett.*, 1964, **13**, 138-140.

[21] https://tr.wikipedia.org/wiki/Kuark/, (Ziyaret Tarihi: 15 Mayıs 2016).

[22] Kobayashi M., Maskawa T., CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction, *Prog. Theor. Phys.*, 1973, **49**(2), 652-657.

[23] Olive K. A. et al. (Particle Data Group), Review of Particle Physics, *Chin. Phys.* C, 2014, **38**, 090001.

[24] Peskin M. E., Schroeder D. V., *An Introduction to Quantum Field Theory*, First Edition, Westview Press, U.S.A., 1995.

[25] Glashow S. L., Partial-symmetries of weak interactions, *Nuclear Physics*, 1961, **22**(4), 579-588.

[26] Salam A., Weak and Electromagnetic Interaction – in Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity, *Proceedings of the Eighth Nobel Symposium*, Sweden, 19-25 May 1968.

[27] Weinberg S., A Model of Leptons, *Phys. Rev. Lett.*, 1967, **19**(21), 1264-1266.

[28] Hasert F. J. et al., Observation of Neutrino Like Interactions Without Muon or Elektron in the Gargamelle Neutrino Experiment, *Phys. Lett. B*, 1973, **46**, 138-140.

[29] Arnison G. et al., Experimental Observation of Isolated Large Transverse Energy Electrons with Associated Missing Energy at $s^{**}(1/2) = 540 - \text{GeV}$, *Phys. Lett. B*, 1983, **122**, 103-116.

[30] Banner M. et al., Observation of Single Isolated Electrons of High Transverse Momentum in Events with Missing Transverse Energy at the CERN anti- *pp* Collider, *Phys. Lett. B*, 1983, **122**, 476-485.

[31] CMS Collaboration, Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC, *Phys. Lett. B*, 2012, **716**, 302012.

[32] ATLAS Collaboration, Observation of a New Particle in the Search for the Standard Model Higgs Boson with the ATLAS Detector at the LHC, *Phys. Lett. B*, 2012, **1**, 716.

[33] ATLAS and CMS Collaborations, Combined Measurement of the Higgs Boson Mass in *pp* Collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV with the ATLAS and CMS Experiments, *Phys. Rev. Lett*., 2015, **114**, 191803.

[34] Unverdorben C. G., Measurement of the CKM Matrix Element $|V_{ts}|^2$, Ph.D. Thesis, Munich University, Faculty of Physics, Munich, 2015.

[35] Nambu Y., *Kuarklar, Temel Parçacık Fiziğinin Sınırları*, Birinci Baskı, Boğaziçi Yayınları, İstanbul, 2011.

[36] Yılmazkaya J., Kuark-Gluon Plazma' nın Termodinamik Potansiyelinin Işık-Koni Ayarında Hesaplanması, Doktora Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli, 2004.

[37] Okun L. B., *Particle Physics: The Quest for the Substance of Substance*, Harwood Academic Publishers, New York, 1985.

[38] Khodjamirian A., Quantum Chromodynamics and Hadrons: an Elementary Introduction, *European School of High Energy Physics*, Armenia, 24 Aug - 6 Sep 2003.

[39] Gross D. J., Wilczek F., Ultraviolet Behaviour of Non-Abelian Gauge Theories, *Phys. Rev. Lett.*, 1973, **30**(26), 1343-1346.

[40] Politzer H. D., Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?, *Phys. Rev. Lett*., 1973, **30**, 1346-1349.

[41] Gross D. J., Wilczek F., Asymptotically Free Gauge Theories. 1., *Phys. Rev. D*, 1973, **8**, 3633-3652.

[42] Godfrey S., Isgur N., Mesons in a Relativized Quark Model with Chromodynamics, *Phys. Rev. D*, 1985, **32**, 189-231.

[43] https://www.kseta.kit.edu/566.php, (Ziyaret Tarihi: 27 Mart 2016).

[44] Kneur J. L., Neveu A., $\Lambda_{MS}^{QCD}$ from Renormalization Group Optimized Perturbation, *Phys. Rev. D*, 2012, **85**, 014005.

[45] Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I., QCD and Resonance Physics: Theoretical Foundations, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 385.

[46] Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I., QCD and Resonance Physics. Applications, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 448.

[47] Ioffe B. L., Calculation of Baryon Masses in Quantum Chromodynamics, *Nucl. Phys. B*, 1981, **188**, 191-591.

[48] Wilson K. G., Confinement of Quarks, *Phys. Rev. D*, 1974, **10**(8), 2445-2459.

[49] Reinders L. J., Rubinstein H., Yazaki S., Hadron Properties from QCD Sum Rule, *Phys. Rep.*, 1985, **127**, 1.

[50] Thiergen K. F. M., Analysis of Excited $B$ Mesons with the OPAL Dedector of LEP, Ph.D. Thesis, Universitat Freiburg, Germany, 1999.

[51] Colangelo P., Khodjamirian A., *QCD Sum Rules, a Modern Perspective at the Frontier of Particle Physics/Handbook of QCD*, Editor: Shifman M., World Scientific, Singapore, 1495-1576, 2001.

[52] Yinelek N., Skaler Mezonun Kütle ve Bozunma Sabitlerinin Hesaplanması ve $D_{s2}^{*}DK_1\left(B_{s2}^{*}BK_1\right)$ Köşelerinin Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli, 2011.

[53] Veli E., Kaya G., The Mass and Leptonic Decay Constant of $D_{s0}(2317)$ Meson in the Framework of Thermal QCD Sum Rules, *Acta Physica Polonica B*, 2010, **41**.

[54] http://www.preposterousuniverse.com/blog/2011/11/14/new-physics-at-lhc-an-anomaly-in-cp-violation/, (Ziyaret Tarihi: 20 Nisan 2016).

[55] Colangelo P., Fazio F. De, Open Charm Meson Spectroscopy: Where to Place the Latest Piece of the Puzzle, *Phys. Rev. D*, 2010, **81**, 094001.

[56] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), First Observation of $\bar{B}_s^0 \to D_{s2}^{*+} X\mu^- \bar{\nu}$ decays, *Phys. Lett. B*, 2011, **698**, 14-20.

[57] Beringer, J. et al. (Particle Data Group), Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D*, 2012, **86**, 010001.

[58] Fazio F. De, Latest Developments in Heavy Meson Spectroscopy, *Proceedings of 14th International Conference on Hadron Spectroscopy*, Munich, Germany, 13-17 June 2011.

[59] Molina R., Branz T., Oset E., A Molecular Interpretation for the $D_{s2}^{*}(2573)$ and the Prediction of Novel Exotic Charmed Mesons, *AIP Conf. Proc.*, 2010, ***1322***, 430.

[60] Faessler A., Gutsche T., Lyubovitskij V. E., Ma Y-L, $D^{*}K$ Molecular Structure of the $D_{s1}(2460)$ Meson, *Phys. Rev. D*, 2007, **76**, 114008.

[61] Aubert B. et al., Measurement of Semileptonic $B$ Decays into Orbitally Excited Charmed Mesons, *Phys. Rev. Lett.*, 2009, **103**, 051803.

[62] Aubert B. et al., Study of $D_{sj}$ Decays to $D^{*}K$ in Inclusive $e^{+}e^{-}$ Interactions, *Phys. Rev. D*, 2009, **80**, 092003.

[63] Liventsev D. et al., Study of $B \to D^{**}Lv$ with Full Reconstruction Tagging, *Phys. Rev. D*, 2008, **77**, 091503.

[64] Colangelo P., Fazio F. De, Giannuzzi F., Nicotri S., New Meson Spectroscopy with Open Charm and Beauty, *Phys. Rev. D*, 2012, **86**, 054024.

[65] Aubert B. et al., Observation of a Narrow Meson Decaying to $D_s^{+}\pi^{0}$ at a Mass of $2.32\,\mathrm{GeV/c^2}$, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**, 242001.

[66] Besson D. et al., Observation of a Narrow Resonance of Mass $2.46\,\mathrm{GeV/c^2}$ Decaying to $D_s^{*+}\pi^{0}$ and Confirmation of the $D_{sj}^{*}(2317)$ State, *Phys. Rev. D*, 2007, **75**, 119908.

[67] Aubert B. et al., Observation of a New $D_s$ Meson Decaying to $DK$ at a Mass of $2.86\,\mathrm{GeV/c^2}$, *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **97**, 222001.

[68] Brodzicka J. et al., Observation of a New $D_{sj}$ Meson in $B^{+} \to \bar{D}^{0}D^{0}K^{+}$ decays, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**, 092001.

[69] Aliev T. M., Shifman M. A., Old Tensor Mesons in QCD Sum Rules, *Phys. Lett. B*, 1982, **112**, 401.

[70] Aliev T. M., Azizi K., Bashiry V., On the Mass and Decay Constant of $K_2^{*}(1430)$ Tensor Meson, *J. Phys. G*, 2010, **37**, 025001.

[71] Sundu H., Azizi K., Mass and Meson-Current Coupling Constant of the Tensor $D_2^*(2460)$, *Eur. Phys. J. A*, 2012, **48**, 81.

[72] Ioffe B. L., QCD at Low Energies, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2006, **56**, 232.

[73] Dosch H. G., Jamin M., Narison S., Baryon Masses and Flavour Symmetry Breaking of Crial Condensates, *Phys. Lett. B*, 1989, **220**, 251.

[74] Belyaev V. M., Ioffe B. L., Determination of Baryon and Baryonic Resonances Masses from QCD Sum Rules., *JETP Lett.*, 1983, **57**, 716.

[75] Lucha W., Melikhov D., Simula S., The Effective Continuum Threshold in Dispersive Sum Rules, *Phys. Rev. D*, 2009, **79**, 0960011.

[76] Azizi K., Sundu H., Türkan A., Veli E., Thermal Properties of $D_2^*(2460)$ and $D_{s2}^*(2573)$ Tensor Mesons using QCD Sum Rules, *J. Phys. G*, 2014, **41**, 035003.

[77] Yinelek N., Süngü J. Y., The Investigation of Heavy-Light Tensor Mezon, *AIP Conference Proceedings*, 2016, 1722, 070007.

[78] Azizi K., Sundu H., Süngü J. Y., Yinelek N., Properties of $D_{s2}^*(2573)$ Charmed-Strange Tensor Meson, *Phys. Rev. D*, 2013, **88**, 036005.

[79] Lee A. J., Mass of the $b$-quark from Lattice NRQCD and Lattice Perturbation Theory, *Phys. Rev. D*, 2013, **87**, 074018.

[80] Esposito A., Doubly Charmed Tetraquarks in $B_c$ and $\Xi_{bc}$ Decays, *Phys. Rev. D*, 2013, **88**, 054029.

[81] Heinz U., Jacob M., Evidence for a New State of Matter: An Assessment of the Results from the CERN Lead Beam Programme, http://arxiv.org/abs/nucl-th/0002042/ (Ziyaret tarihi: 17 Mart 2016).

[82] Strickland M., Bottomonia in the Quark Gluon Plasma, *J. Phys. Conf. Ser.*, 2013, **432**, 012015.

[83] Blank M., Properties of Quarks and Mesons in the Dyson-Schwinger/Bethe-Salpeter Approach, Ph.D. Thesis, University of Graz, Graz, 2010.

[84] Nendzig F., Wolschin G., Bottomium Suppression in *PbPb* Collisions at LHC Energies, *J. Phys. G*, 2014, **41**, 095003.

[85] Abramowicz H. et al. [H1 and ZEUS Collaborations], Combination and QCD Analysis of Charm Production Cross Section Measurements in Deep-Inelastic ep Scattering at HERA, *Eur. Phys. J. C*, 2013, **73**, 2311.

[86] Abramowicz H. et al. [ZEUS Collaboration], Measurement of Beauty and Charm Production in Deep Inelastic Scattering at HERA and Measurement of the Beauty-Quark Mass, *JHEP*, 2014, **1409**, 127.

[87] Narison S., Summary on $m_{c,b}(m_{c,b})$ and Precise $f_{D(s);B(s)}$ from Heavy-Light QCD Spectral Sum Rules, *Nucl. Phys. B*, 2013, **234**, 187.

[88] Chetyrkin K. G. et al., Charm and Bottom Quark Masses: an Update, *Phys. Rev. D*, 2009, **80**, 074010.

[89] Carrasco N. et al. [European Twisted Mass Collaboration], Up, Down, Strange and Charm Quark Masses with $N_f = 2+1+1$ Twisted Mass Lattice QCD, *Nucl. Phys. B*, 2014, **887**, 19.

[90] Dehnadi B., Hoang A. H., Mateu V., Bottom and Charm Mass Determinations with a Convergence Test, *JHEP*, 2015, **1508**, 155.

[91] Ali A., Parkhomenko A. Y., Rusov A. V., Precise Calculation of the Dilepton Invariant-Mass Spectrum and the Decay Rate in $B^{\pm} \to \pi^{\pm}\mu^{+}\mu^{-}$ in the SM, *Phys. Rev. D*, 2014, **89**, 094021.

[92] Chetyrkin K. G., Steinhauser M., Short-Distance Mass of a Heavy Quark at Order $\alpha_s^3$, *Phys. Rev. Lett*., 1999, **83**, 4001.

[93] Aliev T. M., Azizi K., Savci M., Heavy $\chi_{Q_2}$ Tensor Mesons in QCD, *Phys. Lett. B*, 2010, **690**, 164.

[94] Baker M. J., Bordes J., Dominguez C. A., Penarrocha J., Schilcher K., $B$ Meson Decay Constants $f_{B_c}$, $f_{B_s}$ and $f_B$ from QCD Sum Rules, *JHEP*, 2014, **1407**, 032.

[95] Colquhoun B. et al., $B$-Meson Decay Constants: a More Complete Picture from Full Lattice QCD, *Phys. Rev. D*, 2015, **91**, 114509.

[96] Narison S., Improved $f_{D_{(s)}}$; $f_{B_{(s)}}$ and $f_{B_c}$ from QCD Laplace Sum Rules, *Int. J. Mod. Phys. A*, 2015, **30**, 20, 1550116.

[97] Bagan E., Dosch H. G., Gosdzinsky P., Narison S., Richard J. M., Hadrons with Charm and Beauty, *Z. Phys. C*, 1994, **64**, 57.

[98] Dominguez C. A., Hernandez L. A., Schilcher K., Determination of the Gluon Condensate from Data in the Charm-Quark Region, *JHEP*, 2015, **1507**, 110.

[99] Horsley R. et al., Wilson Loops to 20th Order Numerical Stochastic Perturbation Theory, *Phys. Rev. D*, 2012, **86**, 054502.

[100] Chakraborty B. et al., High-Precision Quark Masses and QCD Coupling from $n_f = 4$ Lattice QCD, *Phys. Rev. D*, 2015, **91**, 054508.

[101] Dominguez C. A., Hernandez L. A., Schilcher K., Spiesberger H., Chiral Sum Rules and Vacuum Condensates from Tau-Lepton Decay Data, *JHEP*, 2015, **1503**, 053.

[102] Geshkenbein B. V., Calculation of Gluon and Four-Quark Condensates from the Operator Expansion, *Phys. Rev. D*, 2004, **70**, 074027.

[103] Azizi K., Sundu H., Süngü J. Y., Yinelek N., Transiton Form Factors of $\chi_{b2}(1P) \to B_c \bar{l} \nu$ in QCD, *Advances in High Energy Physics*, 2016, **2016**.

# EKLER

## EK-A

## $D_{s2}^{*}(2573)$ Tensör Mezonun Kütle ve Leptonik Bozunma Sabitinin Hesaplanması

### Fiziksel Kısmın Hesabı

Bölüm 3' de verilen korelasyon fonksiyonuna $D_{s2}^{*}(2573)$' ün kuantum sayılarına uygun durumlarının tam setleri yerleştirildikten sonra dörtlü integral alınır ve yüksek mertebeden gelen katkılar ayrıldıktan sonra Denklem (3.6) elde edilir. $\bar{\psi}=\gamma_0\psi^{\dagger}$ bağıntısı kullanılarak Eşitlik (3.7)' de verilen matris elemanının eşleniği alınırsa

$$\left\langle D_{s2}^{*}(2573)\left|j_{\alpha\beta}^{\dagger}(0)\right|0\right\rangle = f_{D_{s2}^{*}(2573)}m_{D_{s2}^{*}(2573)}^{3}\varepsilon_{\alpha\beta}^{*} \tag{A1}$$

elde edilir. Matris elemanları korelasyon fonksiyonunda yerine konur:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}^{FİZ}=\frac{f_{D_{s2}^{*}}^{2}m_{D_{s2}^{*}}^{6}}{(m_{D_{s2}^{*}}^{2}-q^{2})}\varepsilon_{\mu\nu}\varepsilon_{\alpha\beta}^{*}. \tag{A2}$$

Denklem (3.8) ve (3.9) kullanılarak polarizasyon tensörü üzerinden toplam yapmak gerekir:

$$\begin{aligned}\sum_{\lambda}\varepsilon_{\mu\nu}^{\lambda}\varepsilon_{\alpha\beta}^{*\lambda}=&\frac{1}{2}\left(-g_{\mu\alpha}+\frac{q_\mu q_\alpha}{m_{D_{s2}^{*}}^{2}}\right)\left(-g_{\nu\beta}+\frac{q_\nu q_\beta}{m_{D_{s2}^{*}}^{2}}\right)+\frac{1}{2}\left(-g_{\mu\beta}+\frac{q_\mu q_\beta}{m_{D_{s2}^{*}}^{2}}\right)\left(-g_{\nu\alpha}+\frac{q_\nu q_\alpha}{m_{D_{s2}^{*}}^{2}}\right)\\&-\frac{1}{3}\left(-g_{\mu\nu}+\frac{q_\mu q_\nu}{m_{D_{s2}^{*}}^{2}}\right)\left(-g_{\alpha\beta}+\frac{q_\alpha q_\beta}{m_{D_{s2}^{*}}^{2}}\right).\end{aligned} \tag{A3}$$

Elde edilen bu çarpımdan $(g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta}+g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha})$ yapısı seçilerek fiziksel kısım için korelasyon fonksiyonu elde edilir.

### Teorik Kısmın Hesabı

Hesaplamaya Eşitlik (3.1)' de verilen iki-noktalı korelasyon fonksiyonu yazılarak başlanır. Tensör mezon için ara kesit akım ifadesi Eşitlik (3.2)' de verilmiştir. Burada $\bar{\psi}=\gamma_0\psi^{\dagger}$ ve $\gamma_\alpha^{\dagger}=\gamma_0\gamma_\alpha\gamma_0$ eşitliklerini kullanarak

$$j_{\alpha\beta}^{\dagger}(y)=-\frac{i}{2}\left[\bar{c}(y)\vec{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y)+\bar{c}(y)\vec{D}_\alpha(y)\gamma_\beta s(y)\right] \tag{A4}$$

elde edilir. Akım ifadeleri yerine konulduğunda korelasyon fonksiyonunun açık hali aşağıdaki gibi olur:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta} = \frac{i}{4}\int d^4x e^{iq\cdot(x-y)} \langle 0|\{\bar{s}(x)\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\overleftrightarrow{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y) + \bar{s}(x)\gamma_\mu\overleftrightarrow{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\overleftrightarrow{D}_\alpha(y)\gamma_\beta s(y) + \bar{s}(x)\gamma_\nu\overleftrightarrow{D}_\mu(x)c(x)\bar{c}(y)\overleftrightarrow{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y) + \bar{s}(x)\gamma_\nu\overleftrightarrow{D}_\mu(x)c(x)\bar{c}(y)\overleftrightarrow{D}_\alpha(y)\gamma_\beta s(y)\}|0\rangle. \quad \text{(A5)}$$

Denklem (A5)' de verilen ifadenin ilk terimine Eşitlik (3.3)' de verilen iki-taraflı kovaryant türev uygulanır:

$$\langle 0|\bar{s}(x)\gamma_\mu\overleftrightarrow{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\overleftrightarrow{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y)|0\rangle = +\frac{1}{4}\langle 0|\bar{s}(x)\gamma_\mu\overrightarrow{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\overrightarrow{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y) - \bar{s}(x)\gamma_\mu\overrightarrow{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\overleftarrow{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y) - \bar{s}(x)\gamma_\mu\overleftarrow{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\overrightarrow{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y) + \bar{s}(x)\gamma_\mu\overleftarrow{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\overleftarrow{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y)|0\rangle. \quad \text{(A6)}$$

Eşitlik (A6)' nın ilk terimini alarak indisleme yapılır ve Wick teorem yoluyla iz içinde kuark ilerleticileri elde edilir:

$$\bar{s}(x)\gamma_\mu\vec{D}_\nu(x)c(x)\bar{c}(y)\vec{D}_\beta(y)\gamma_\alpha s(y) = -Tr\left[\vec{D}_\beta(y)S_s^{ij}(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\nu(x)S_c^{ji}(x-y)\gamma_\alpha\right]. \quad \text{(A7)}$$

Burada $i$ ve $j$ renk indisleridir. $S_s^{ij}(y-x)$ hafif kuark ilerleticisini, $S_c^{ji}(y-x)$ ağır kuark ilerleticisini gösterir. Denklem (3.13) ve (3.14)' de açık ifadeleri verilmiştir. Eşitlik (A7)' de verilen ifade Eşitlik (A6)' nın bütün terimleri için yazılırsa korelasyon fonksiyonunun açık hali aşağıdaki gibi olur:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta} = -\frac{i}{16}\int d^4x e^{iq\cdot(x-y)}\{Tr\left[\vec{D}_\beta(y)S_s^{ij}(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\nu(x)S_c^{ji}(y-x)\gamma_\alpha - S_s^{ij}(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\nu(x)\vec{D}_\beta(y)S_c^{ji}(x-y)\gamma_\alpha - \vec{D}_\beta(y)\vec{D}_\nu(x)S_s^{ij}(y-x)\gamma_\mu S_c^{ji}(x-y)\gamma_\alpha + \vec{D}_\nu(x)S_s^{ji}(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\beta(y)S_c^{ij}(x-y)\gamma_\alpha\right] + [\beta\leftrightarrow\alpha] + [\mu\leftrightarrow\nu] + [\mu\leftrightarrow\nu;\beta\leftrightarrow\alpha]\}. \quad \text{(A8)}$$

Burada görüldüğü gibi kuark ilerleticilerin türevlerini almak gerekir. Sırasıyla türevler aşağıdaki gibidir:

$$\vec{D}_\beta(y)S_s^{ij}(y-x)=\vec{\partial}_\beta(y)S_s^{ij}(y-x)$$
$$=\frac{i\delta_{ij}}{2\pi^2}\left[\frac{\gamma_\beta}{(y-x)^4}-\frac{4(y-\not{x})(y-x)_\beta}{(y-x)^6}\right]+\frac{\delta_{ij}m_s}{2\pi^2}\frac{(y-x)_\beta}{(y-x)^4}+\frac{i\delta_{ij}}{48}m_s\langle s\bar{s}\rangle\gamma_\beta \quad (A9)$$
$$-\frac{\delta_{ij}}{96}m_0^2\langle s\bar{s}\rangle(y-x)_\beta+\frac{i\delta_{ij}}{1152}m_sm_0^2\langle s\bar{s}\rangle\left\{2(y-x)_\beta(y-\not{x})+(y-x)^2\gamma_\beta\right\},$$

$$\vec{D}_\nu(x)S_c^{ij}(x-y)=\vec{\partial}_\nu(x)S_c^{ij}(x-y)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4k\,e^{-ik\cdot(x-y)}k_\nu\frac{\delta_{ij}}{(\not{k}-m_c)}, \quad (A10)$$

$$\vec{D}_\nu(x)\vec{D}_\beta(y)S_s^{ij}(y-x)=\vec{\partial}_\nu(x)\left[\vec{D}_\beta(y)S_s^{ij}(y-x)\right]$$
$$=\frac{i\delta_{ij}}{2\pi^2}\left[\frac{4\gamma_\beta(y-x)_\nu}{(y-x)^6}+\frac{4\gamma_\nu(y-x)_\beta}{(y-x)^6}+\frac{4g_{\nu\beta}(y-\not{x})}{(y-x)^6}\right.$$
$$\left.-\frac{24(y-\not{x})(y-x)_\beta(y-x)_\nu}{(y-x)^8}\right] \quad (A11)$$
$$+\frac{\delta_{ij}m_s}{2\pi^2}\left[-\frac{g_{\nu\beta}}{(y-x)^4}+\frac{4(y-x)_\beta(y-x)_\nu}{(y-x)^6}\right]+\frac{\delta_{ij}}{96}m_0^2\langle s\bar{s}\rangle g_{\nu\beta}$$
$$-\frac{i\delta_{ij}m_sm_0^2\langle s\bar{s}\rangle}{576}\left[g_{\nu\beta}(y-\not{x})+(y-x)_\beta\gamma_\nu+(y-x)_\nu\gamma_\beta\right],$$

$$\vec{D}_\nu(x)\vec{D}_\beta(y)S_c^{ji}(x-y)=\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\,e^{-ik\cdot(x-y)}k_\nu k_\beta\frac{\delta_{ji}}{(\not{k}-m_c)}, \quad (A12)$$

$$\vec{D}_\nu(x)S_s^{ij}(y-x)=\vec{\partial}_\beta(y)S_s^{ij}(y-x)$$
$$=\frac{i\delta_{ij}}{2\pi^2}\left[-\frac{\gamma_\nu}{(y-x)^4}+\frac{4(y-\not{x})(y-x)_\nu}{(y-x)^6}\right]-\frac{\delta_{ij}m_s}{2\pi^2}\frac{(y-x)_\nu}{(y-x)^4}-\frac{i\delta_{ij}}{48}m_s\langle s\bar{s}\rangle\gamma_\nu \quad (A13)$$
$$+\frac{\delta_{ij}}{96}m_0^2\langle s\bar{s}\rangle(y-x)_\nu-\frac{i\delta_{ij}}{1152}m_sm_0^2\langle s\bar{s}\rangle\left\{2(y-x)_\nu(y-\not{x})+(y-x)^2\gamma_\nu\right\}$$

ve

$$\vec{D}_\beta(x)S_c^{ji}(x-y)=\vec{\partial}_\beta(x)S_c^{ji}(x-y)=-\frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4k\,e^{-ik\cdot(x-y)}k_\beta\frac{\delta_{ji}}{(\not{k}-m_c)}. \quad (A14)$$

$x$ ve $y$' ye göre alınan türevler Denklem (A8)' de yerine konulduğunda Eşitlik (3.15)' de verilen korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı elde edilir.

Pertürbatif kısımda aşağıdaki türde integraller elde edilmiştir:

$$I_1=\frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\,e^{iq\cdot x}\int d^4k\,e^{-ik\cdot x}\frac{k_\beta k_\mu k_\nu x_\alpha}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^2},$$

$$I_2 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k_\mu k_\nu x_\alpha x_\beta}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^3},$$

$$I_3 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k_\nu x_\alpha x_\beta x_\mu}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^4},$$

$$I_4 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k_\mu k_\nu g_{\alpha\beta}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^2},$$

$$I_5 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k_\nu x_\mu g_{\alpha\beta}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^3},$$

$$I_6 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k\cdot x\, k_\beta k_\nu g_{\alpha\mu}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^2},$$

$$I_7 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k_\nu x_\beta g_{\alpha\mu}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^2},$$

$$I_8 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k\cdot x\, k_\nu x_\beta g_{\alpha\mu}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^3},$$

$$I_9 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{x_\beta x_\nu g_{\alpha\mu}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^3},$$

$$I_{10} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k\cdot x\, x_\beta x_\nu g_{\alpha\mu}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^4},$$

$$I_{11} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^2}$$

ve

$$I_{12} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k\cdot x\, g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^3}.$$

Şimdi pertürbatif kısımdaki $I_1$ integralini örnek olarak hesaplayalım.

$$I_1 = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k_\beta k_\mu k_\nu x_\alpha}{\pi^2(k^2-m_c^2)\left(x^2\right)^2}. \tag{A15}$$

Burada $x_\alpha \to -i\dfrac{\partial}{\partial q_\alpha}$ dönüşümü yapılır. Daha sonra aşağıdaki dönüşüm yapılarak momentum uzayına geçilir:

$$\frac{1}{(x^2)^n} = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip\cdot x} i(-1)^{n+1} 2^{D-2n}\pi^{D/2}\left(-\frac{1}{p^2}\right)^{D/2-n}\frac{\Gamma(D/2-n)}{\Gamma(n)}. \tag{A16}$$

Ayrıca $\Gamma(n) = (n-1)!$' dir. Buradan

$$I_1 = -\frac{\partial}{\partial q_\alpha}\int d^4k \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\left(-\frac{1}{p^2}\right)^{D/2-2}\frac{\Gamma(D/2-2)}{\Gamma(2)}\frac{k_\beta k_\mu k_\nu}{(k^2-m_c^2)}\int\frac{d^4x}{(2\pi)^4}e^{i(q-p-k)\cdot x} \tag{A17}$$

elde edilir.

$$\int d^4x \frac{1}{(2\pi)^4} e^{i(p-p')\cdot x} = \delta^4(p-p') \tag{A18}$$

özelliği kullanılarak dört-boyutlu $x$ üzerinden integral alınmış olur. Daha sonra Dirac delta fonksiyonu kullanılarak dört-boyutlu $k$ üzerinden integral alınır:

$$I_1 = -\frac{\partial}{\partial q_\alpha}\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\,\frac{\Gamma(D/2-2)}{\Gamma(2)}(-1)^{D/2-2}\left(\frac{1}{p^2}\right)^{D/2-2}\frac{(q-p)_\beta(q-p)_\mu(q-p)_\nu}{(q-p)^2-m_c^2}. \tag{A19}$$

Görüldüğü gibi sadece $p$ üzerinden alınması gereken integral kalmıştır. Bunun için de Feynman Parametrizasyon Tekniği kullanılır:

$$\frac{1}{A^\alpha B^\beta} = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\int_0^1 dx \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{[xA+(1-x)B]^{\alpha+\beta}}. \tag{A20}$$

Buradan;

$$\begin{aligned} I_1 = &-\Gamma(D/2-2)\frac{\partial}{\partial q_\alpha}\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}(-1)^{D/2-2}(q-p)_\beta(q-p)_\mu(q-p)_\nu \\ &\times\frac{\Gamma(1+D/2-2)}{\Gamma(1)\Gamma(D/2-2)}\int_0^1 dx\,\frac{x^{1-1}(1-x)^{D/2-2-1}}{\left(x[(q-p)^2-m_c^2]+(1-x)p^2\right)^{1+D/2-2}} \end{aligned} \tag{A21}$$

Paydadaki ifade açılıp sadeleştirme yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$x[(q-p)^2-m_c^2]+(1-x)p^2 = (p-qx)^2+xq^2(1-x)-m_c^2x = (p-qx)^2+L. \tag{A22}$$

$xq^2(1-x)-m_c^2x=L$ ve $(p-qx)=\mathrm{P}$ diyerek payda $(p^2+L)$ formuna benzetilmeye çalışılır. Böylece $p=\mathrm{P}+qx$ ve $\int d^4p=\int d^4\mathrm{P}$ olur. Bunlar integralde yerine yazılırsa:

$$I_1=-\frac{\partial}{\partial q_\alpha}\int\frac{d^4\mathrm{P}}{(2\pi)^4}(-1)^{D/2-2}(q-\mathrm{P}-qx)_\beta(q-\mathrm{P}-qx)_\mu(q-\mathrm{P}-qx)_\nu\int_0^1 dx\frac{(1-x)^{D/2-3}}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}} \tag{A23}$$

olur. Eşitlik (A21)' deki momentum ifadeleri aşağıdaki gibi açılır:

$$\begin{aligned}(q-\mathrm{P}-qx)_\beta(q-\mathrm{P}-qx)_\mu(q-\mathrm{P}-qx)_\nu &= q_\beta q_\mu q_\nu(1-x)^3-q_\beta q_\mu\mathrm{P}_\nu(1-x)^2\\ &-q_\mu q_\nu\mathrm{P}_\mu(1-x)^2+q_\beta\mathrm{P}_\mu p_\nu(1-x)\\ &-q_\mu q_\nu\mathrm{P}_\beta(1-x)^2+q_\mu\mathrm{P}_\beta\mathrm{P}_\nu(1-x)\\ &+q_\nu\mathrm{P}_\beta\mathrm{P}_\mu(1-x)-\mathrm{P}_\beta\mathrm{P}_\mu\mathrm{P}_\nu.\end{aligned} \tag{A24}$$

P ' ler tek fonksiyon olduğu için tekli çarpımların olduğu integraller sıfıra gider:

$$\begin{aligned}I_1=-(-1)^{D/2-2}\int_0^1 dx\frac{\partial}{\partial q_\alpha}(1-x)^{D/2-3}\Big\{&q_\beta\, q_\mu q_\nu(1-x)^3\int\frac{d^4\mathrm{P}}{(2\pi)^4}\frac{1}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}\\ &+q_\beta(1-x)\int\frac{d^4\mathrm{P}}{(2\pi)^4}\frac{\mathrm{P}_\mu\mathrm{P}_\nu}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}+q_\mu(1-x)\int\frac{d^4\mathrm{P}}{(2\pi)^4}\frac{\mathrm{P}_\beta\mathrm{P}_\nu}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}\\ &+q_\nu(1-x)\int\frac{d^4\mathrm{P}}{(2\pi)^4}\frac{\mathrm{P}_\beta\mathrm{P}_\mu}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}\Big\}.\end{aligned} \tag{A25}$$

$\int d^4\mathrm{P}\dfrac{\mathrm{P}_\mu\mathrm{P}_\nu}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-n}}$ ifadesi aşağıdaki ifadeye eşdeğerdir:

$$\frac{1}{4}\int d^4\mathrm{P}\frac{\mathrm{P}^2}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}g_{\mu\nu}. \tag{A26}$$

Eşitlik (A26) gerekli terimlere uygulandıktan sonra aşağıdaki $I_1$ terimi elde edilir:

$$\begin{aligned}I_1=-(-1)^{D/2-2}\int_0^1 dx\frac{\partial}{\partial q_\alpha}(1-x)^{D/2-3}\Big\{&q_\beta\, q_\mu q_\nu(1-x)^3\int\frac{d^4\mathrm{P}}{(2\pi)^4}\frac{1}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}\\ &+q_\beta(1-x)\int\frac{d^4\mathrm{P}}{4(2\pi)^4}\frac{\mathrm{P}^2}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}g_{\mu\nu}+q_\mu(1-x)\int\frac{d^4\mathrm{P}}{4(2\pi)^4}\frac{\mathrm{P}^2}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}g_{\beta\nu}\\ &+q_\nu(1-x)\int\frac{d^4\mathrm{P}}{4(2\pi)^4}\frac{\mathrm{P}^2}{(\mathrm{P}^2+L)^{D/2-1}}g_{\beta\mu}\Big\}.\end{aligned} \tag{A27}$$

Şimdi (3.17)' de verilen dönüşüm Denklem (A27)' e uygulanır:

$$I_1 = -(-1)^{D/2-2}\int_0^1 dx \frac{\partial}{\partial q_\alpha}(1-x)^{D/2-3}\Big\{q_\beta\, q_\mu q_\nu (1-x)^3 \frac{1}{(2\pi)^4}\frac{i\pi^2(-1)^{-D/2+1}\Gamma(2)\Gamma(D/2-1-2)}{\Gamma(2)\Gamma(D/2-1)[-L]^{D/2-1-2}}$$
$$+\frac{1}{4(2\pi)^4}\frac{i\pi^2(-1)^{1-D/2+1}\Gamma(1+2)\Gamma(D/2-1-1-2)}{\Gamma(2)\Gamma(D/2-1)[-L]^{D/2-1-1-2}}[q_\beta(1-x)g_{\mu\nu}+q_\mu(1-x)g_{\beta\nu}+q_\nu(1-x)g_{\beta\mu}]\Big\}. \quad \text{(A28)}$$

Son olarak

$$\Gamma\left(\frac{D}{2}-n\right)\left(-\frac{1}{L}\right)^{D/2-n} = (-1)^{n-1}\frac{1}{(n-2)!}(-L)^{n-2}\ln(-L) \quad \text{(A29)}$$

dönüşümü uygulanarak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$I_1 = -\frac{1}{(2\pi)^4}\int_0^1 dx \frac{\partial}{\partial q_\alpha}\Big\{q_\beta\, q_\mu q_\nu (1-x)^2 i\pi^2(-1)(-L)\ln(-L)$$
$$+\frac{i\pi^2}{4}(-1)(-L)^2\ln(-L)[q_\beta g_{\mu\nu}+q_\mu g_{\beta\nu}+q_\nu g_{\beta\mu}]\Big\}. \quad \text{(A30)}$$

$L = xq^2(1-x)-m_c^2 x \to -L = m_c^2 x - xq^2(1-x)$ eşitliği Denklem (A30)' da yerine konulur. Ayrıca sanal kısmı elde etmek için aşağıdaki matematiksel işlem yapılır:

$$\ln(-a) = \ln\left(-|a|\right) = \ln\left(e^{i\pi}|a|\right) = \ln e^{i\pi} + \ln|a| = -i\pi + \ln|a| \quad \text{(A31)}$$

Buradan $\mathrm{Im}\left[\ln(-a)\right] = -\pi$ elde edilir. $\frac{\partial}{\partial q_\alpha}$ türevini aldıktan sonra da $I_1$ terimi için $\rho_1$ spektral yoğunluğu elde edilir:

$$\rho_1 = \frac{\mathrm{Im}\, I_1}{\pi} = -\frac{i}{2^4\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2} dx\Big\{\left(g_{\alpha\beta}q_\mu q_\nu + g_{\alpha\mu}q_\beta q_\nu + g_{\alpha\nu}q_\beta q_\mu\right)(1-x)^2\left(m_c^2 x - xq^2(1-x)\right)$$
$$-\left(g_{\mu\nu}q_\alpha q_\beta + g_{\beta\nu}q_\alpha q_\mu + g_{\beta\mu}q_\alpha q_\nu\right)x(1-x)\left(m_c^2 x - xq^2(1-x)\right) \quad \text{(A32)}$$
$$-2q_\alpha q_\beta q_\mu q_\nu x(1-x)^3 + \frac{1}{4}\left(g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}+g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}+g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\right)\left(m_c^2 x - xq^2(1-x)\right)^2\Big\}.$$

Diğer integral türleri için de bu integral alma yolu izlenirse aşağıdaki spektral yoğunluk terimleri elde edilir:

$$\rho_2 = \frac{\mathrm{Im}\, I_2}{\pi} = \frac{1}{2^8\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2} dx\Big\{\left(g_{\beta\mu}g_{\alpha\nu}+g_{\beta\nu}g_{\alpha\mu}-g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}x(1-x)^{-1}\right)\left(m_c^2 x - xq^2(1-x)\right)^2$$
$$+\Big[-4\left(g_{\beta\mu}q_\nu q_\alpha + g_{\beta\nu}q_\alpha q_\mu + g_{\alpha\mu}q_\beta q_\nu + g_{\alpha\nu}q_\mu q_\beta + g_{\alpha\beta}q_\mu q_\nu\right)x(1-x) \quad \text{(A33)}$$
$$+4q_\alpha q_\beta g_{\mu\nu}x^2\Big]\left(m_c^2 x - xq^2(1-x)\right) + 8q_\mu q_\nu q_\beta q_\alpha x^2(1-x)^2\Big\},$$

$$\rho_3=\frac{\mathrm{Im}\,I_3}{\pi}=\frac{i}{3\times 2^9\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\Big\{4\Big(g_{\mu\nu}q_\alpha q_\beta+g_{\beta\nu}q_\alpha q_\mu+g_{\alpha\nu}q_\beta q_\mu+g_{\alpha\beta}q_\mu q_\nu+g_{\alpha\mu}q_\beta q_\nu$$
$$+g_{\beta\mu}q_\nu q_\alpha\Big)\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)x^2-8q_\alpha q_\beta q_\mu q_\nu x^3(1-x)$$
$$-\Big(g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}+g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}+g_{\beta\mu}g_{\alpha\nu}\Big)\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)^2x(1-x)^{-1}, \tag{A34}$$

$$\rho_4=\frac{\mathrm{Im}\,I_4}{\pi}=\frac{1}{2^6\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\Big\{4g_{\alpha\beta}q_\mu q_\nu(1-x)\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)$$
$$+g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}(1-x)^{-1}\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)^2\Big\}, \tag{A35}$$

$$\rho_5=\frac{\mathrm{Im}\,I_5}{\pi}=\frac{i}{2^8\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\Big\{g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}(1-x)^{-1}\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)^2$$
$$+4g_{\alpha\beta}q^2q_\mu q_\nu(1-x)x^2-4g_{\alpha\beta}q_\mu q_\nu m_c^2x^2\Big\}, \tag{A36}$$

$$\rho_6=\frac{\mathrm{Im}\,I_6}{\pi}=-\frac{i}{2^4\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\Big\{3g_{\alpha\mu}q_\beta q_\nu(1-x)^2\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)-2g_{\alpha\mu}q^2q_\beta q_\nu x(1-x)^3$$
$$+\frac{g_{\alpha\mu}}{4}\Big[3g_{\beta\nu}\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)^2+4\Big(q^4g_{\beta\nu}+q^2q_\nu q_\beta+q^2q_\beta q_\nu\Big)x^2(1-x)^2$$
$$-4\Big(q^2g_{\beta\nu}+2q_\beta q_\nu\Big)m_c^2x^2(1-x)\Big]\Big\}, \tag{A37}$$

$$\rho_7=\frac{\mathrm{Im}\,I_7}{\pi}=-\frac{i}{2^4\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\Big\{g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}m_c^2x-g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}q^2x(1-x)-2g_{\alpha\mu}q_\nu q_\beta x(1-x)\Big\}, \tag{A38}$$

$$\rho_8=\frac{\mathrm{Im}\,I_8}{\pi}=-\frac{1}{2^8\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\,g_{\alpha\mu}\Big\{\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)^2\Big(2g_{\beta\nu}-g_{\beta\nu}x(1-x)^{-1}\Big)$$
$$+\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)\Big(-16q_\nu q_\beta-4q^2g_{\beta\nu}\Big)x(1-x)$$
$$+\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)4q_\nu q_\beta x^2+8q^2q_\nu q_\beta x^2(1-x)^2\Big\}, \tag{A39}$$

$$\rho_9=\frac{\mathrm{Im}\,I_9}{\pi}=-\frac{1}{2^6\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\,g_{\alpha\mu}\Big\{\Big(g_{\beta\nu}q^2+2q_\beta q_\nu\Big)x^2-g_{\beta\nu}m_c^2x^2(1-x)^{-1}\Big\}, \tag{A40}$$

$$\rho_{10}=\frac{\mathrm{Im}\,I_{10}}{\pi}=\frac{i}{3^2\times 2^{10}\pi^2}\int_0^{1-m_c^2/q^2}dx\,g_{\alpha\mu}\Big\{120\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)q_\nu q_\beta x^2$$
$$+24\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)q^2g_{\beta\nu}x^2-18\Big(m_c^2x-xq^2(1-x)\Big)^2g_{\beta\nu}x(1-x)^{-1}$$
$$-48q^2q_\beta q_\nu x^3(1-x)\Big\}, \tag{A41}$$

$$\rho_{11} = \frac{\mathrm{Im}\, I_{11}}{\pi} = \frac{1}{2^4 \pi^2} \int_0^{1-m_c^2/q^2} dx\, g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} (1-x)^{-1} \left( m_c^2 x - x q^2 (1-x) \right) \tag{A42}$$

ve

$$\rho_{12} = \frac{\mathrm{Im}\, I_{12}}{\pi} = -\frac{i}{2^8 \pi^2} \int_0^{1-m_c^2/q^2} dx\, g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} (1-x)^{-1} \left\{ \left( m_c^2 x - x q^2 (1-x) \right)^2 + 4 q^4 x^2 (1-x)^2 - 4 q^2 m_c^2 x^2 (1-x) \right\}. \tag{A43}$$

Bu terimler toplanarak Mathematica' da alınan son integralden sonra Denklem (3.18)' e ulaşılır. Pertürbatif olmayan kısımda var olan integral türleri ve sonuçları da aşağıdaki gibidir:

$$I_1' = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \int d^4k\, e^{-ik\cdot x} \frac{k_\beta k_\mu k_\nu x_\alpha}{(k^2 - m_c^2)}$$
$$= -i \left\{ \left( g_{\alpha\beta} q_\mu q_\nu + g_{\alpha\mu} q_\beta q_\nu + g_{\alpha\nu} q_\beta q_\mu \right) \Big/ \left( q^2 - m_c^2 \right) - 2 q_\alpha q_\beta q_\mu q_\nu \Big/ \left( q^2 - m_c^2 \right)^2 \right\},$$

$$I_2' = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \int d^4k\, e^{-ik\cdot x} \frac{k_\mu k_\nu x_\alpha x_\beta}{(k^2 - m_c^2)}$$
$$= -\left\{ \left( g_{\beta\mu} g_{\alpha\nu} + g_{\beta\nu} g_{\alpha\mu} \right) \Big/ \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-1} - 2 \left( g_{\beta\mu} q_\nu q_\alpha + g_{\beta\nu} q_\mu q_\alpha + g_{\alpha\mu} q_\nu q_\beta \right.\right.$$
$$\left.\left. + g_{\alpha\nu} q_\mu q_\beta + g_{\alpha\beta} q_\mu q_\nu \right) \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-2} + 8 q_\mu q_\nu q_\alpha q_\beta \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-3} \right\},$$

$$I_3' = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \int d^4k\, e^{-ik\cdot x} \frac{k_\mu k_\nu g_{\alpha\beta}}{(k^2 - m_c^2)} = g_{\alpha\beta} \frac{q_\mu q_\nu}{\left( q^2 - m_c^2 \right)},$$

$$I_4' = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \int d^4k\, e^{-ik\cdot x} \frac{k_\mu k_\nu x\cdot x\, g_{\alpha\beta}}{(k^2 - m_c^2)}$$
$$= g_{\alpha\beta} \left\{ 2 g_{\mu\nu} \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-1} - 10 q_\mu q_\nu \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-2} + 8 q^2 q_\mu q_\nu \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-3} \right\},$$

$$I_5' = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \int d^4k\, e^{-ik\cdot x} \frac{k_\nu x_\mu g_{\alpha\beta}}{(k^2 - m_c^2)}$$
$$= -i\, g_{\alpha\beta} \left\{ g_{\mu\nu} \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-1} - 2 q_\mu q_\nu \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-2} \right\},$$

$$I_6' = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \int d^4k\, e^{-ik\cdot x} \frac{k\cdot x\, k_\beta k_\nu g_{\alpha\mu}}{(k^2 - m_c^2)}$$
$$= -i\, g_{\alpha\mu} \left\{ 3 q_\beta q_\nu \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-1} - 2 q^2 q_\beta q_\nu \left( q^2 - m_c^2 \right)^{-2} \right\},$$

$$I_7' = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k\cdot x\, k_\nu x_\beta g_{\alpha\mu}}{(k^2-m_c^2)}$$
$$= -g_{\alpha\mu}\left\{2g_{\beta\nu}\left(q^2-m_c^2\right)^{-1} - 8q_\beta q_\nu\left(q^2-m_c^2\right)^{-2} - 2g_{\beta\nu}q^2\left(q^2-m_c^2\right)^{-2},\right.$$

$$I_8' = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k\cdot x\, k_\beta k_\mu x\cdot x\, g_{\alpha\nu}}{(k^2-m_c^2)}$$
$$= i\, g_{\alpha\nu}\left\{6g_{\beta\mu}\left(q^2-m_c^2\right)^{-1} - 50q_\mu q_\beta\left(q^2-m_c^2\right)^{-2} - 4g_{\beta\mu}q^2\left(q^2-m_c^2\right)^{-2},\right.$$

$$I_9' = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}}{(k^2-m_c^2)} = g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\left(q^2-m_c^2\right)^{-1},$$

ve

$$I_{10}' = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\int d^4k\, e^{-ik\cdot x}\,\frac{k\cdot x\, g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}}{(k^2-m_c^2)} = -i\, g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\left\{\left(q^2-m_c^2\right)^{-1} - 2q^2\left(q^2-m_c^2\right)^{-2}\right\}.$$

**EK-B**

**$\chi_{b2} \to B_c \bar{l} v$ Geçişinin Form Faktörlerinin Hesaplanması**

**Fiziksel Kısmın Hesabı**

Bölüm 4' de verilen üç-noktalı korelasyon fonksiyonuna $\chi_{b2}$' in kuantum sayılarına uygun durumlarının tam setleri yerleştirildikten sonra Denklem (4.6 ve 4.7)' de verilen matris elemanlarını Eşitlik (4.5)' de yerine yazılır:

$$\Pi^{FİZ}_{\mu\nu\beta}(q^2) = -\frac{im^3_{\chi_{b2}} f_{\chi_{b2}}(q^2) m^2_{B_c} f_{B_c}(q^2)}{(m_c+m_b)(p^2-m^2_{\chi_{b2}})(p'^2-m^2_{B_c})} \Big\{ h(q^2)\varepsilon_{\mu\nu\theta\eta}\varepsilon^*_{\alpha\beta}\varepsilon^{\nu\lambda}P_\lambda P^\theta q^\eta \\ -i\big[K(q^2)\varepsilon^*_{\alpha\beta}\varepsilon_{\mu\nu}P^\nu + \varepsilon^*_{\alpha\beta}\varepsilon_{\theta\eta}P^\theta P^\eta (P_\mu b_+(q^2) + q_\mu b_-(q^2))\big]\Big\}. \tag{B1}$$

Denklem (3.8) ve (3.9) kullanılarak polarizasyon tensörü üzerinden toplam yapılır. Mathematica programı kullanılarak, polarizasyon tensör ifadeleri korelasyon fonksiyonunda yerine yazılır. Daha sonra $P_\mu = (p+p')_\mu$ ve $q_\mu = (p-p')_\mu$ dönüşümleri yapılır. Denklem (4.19)' da verilen Borel dönüşümü uygulandıktan sonra hesaba uygun gelen form faktörleri bulmak için seçilen belli yapılarla Eşitlik (4.8)' de verilen korelasyon fonksiyonun fiziksel kısmı elde edilir.

**Teorik Kısmın Hesabı**

$\chi_{b2}$' nin ara kesit akımının hermitsel eşleniği aşağıdaki gibi olur:

$$j^{\chi_{b2}\dagger}_{\alpha\beta}(x) = -\frac{i}{2}\Big[\bar{b}(x)\vec{D}_\beta(x)\gamma_\alpha b(x) + \bar{b}(x)\vec{D}_\alpha(x)\gamma_\beta b(x)\Big]. \tag{B2}$$

Denklem (4.2)' de verilen üç-noktalı korelasyon fonksiyonuna geçiş akımı ve Denklem (4.4) ve (B3)' de verilen giren ve çıkan mezonların ara kesit akımları yazılır:

$$\Pi^{KRD}_{\mu\alpha\beta} = -\frac{i^3}{4}\int d^4x \int d^4y\, e^{-ip\cdot x}e^{ip'\cdot y}\langle 0|\Big\{\Big[-\vec{D}_\beta(x)b(x)\bar{b}(y)\gamma_5 c(y)\bar{c}(0)\gamma_\mu(1-\gamma_5)b(0)\bar{b}(x)\gamma_\alpha \\ + b(x)\bar{b}(y)\gamma_5 c(y)\bar{c}(0)\gamma_\mu(1-\gamma_5)b(0)\bar{b}(x)\vec{D}_\beta(x)\gamma_\alpha\Big] + \beta\leftrightarrow\alpha\Big\}|0\rangle \tag{B3}$$

Wick teoremi kullanılarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\Pi^{KRD}_{\mu\alpha\beta} = \frac{i^3}{4}\int d^4x \int d^4y\, e^{-ip\cdot x}e^{ip'\cdot y}\langle 0|\Big\{Tr\Big[\vec{D}_\beta(x)S^{ai}_b(x-y)\gamma_5 S^{aj}_c(y)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S^{ji}_b(-x)\gamma_\alpha\Big] \\ - Tr\Big[S^{ai}_b(x-y)\gamma_5 S^{aj}_c(y)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S^{ji}_b(-x)\vec{D}_\beta(x)\gamma_\alpha\Big] + \beta\leftrightarrow\alpha\Big\}|0\rangle. \tag{B4}$$

Eşitlik (3.4) ve (3.5), Denklem (B4)' de yerine yazılırsa korelasyon fonksiyonu aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$\Pi_{\mu\alpha\beta}^{KRD} = \frac{i^3}{4}\int d^4x \int d^4y\, e^{-ip\cdot x} e^{ip'\cdot y} \langle 0|\Big\{ Tr\Big[\vec{\partial}_\beta(x) S_b^{ai}(x-y)\gamma_5 S_c^{aj}(y)\gamma_\mu(1-\gamma_5) S_b^{ji}(-x)\gamma_\alpha\Big]$$
$$-Tr\left[\frac{i}{2} g_s \frac{\lambda^a}{2} x_\gamma G_{\gamma\beta}^a(0) S_b^{ai}(x-y)\gamma_5 S_c^{aj}(y)\gamma_\mu(1-\gamma_5) S_b^{ji}(-x)\gamma_\alpha\right]$$
$$-Tr\Big[S_b^{ai}(x-y)\gamma_5 S_c^{aj}(y)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\vec{\partial}_\beta(x) S_b^{ji}(-x)\gamma_\alpha\Big] \qquad (B5)$$
$$-Tr\left[S_b^{ai}(x-y)\gamma_5 S_c^{aj}(y)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\frac{i}{2} g_s \frac{\lambda^a}{2} x_\gamma G_{\gamma\beta}^a(0) S_b^{ji}(-x)\gamma_\alpha\right]$$
$$+\beta \leftrightarrow \alpha\Big\}|0\rangle.$$

$(y)$, $(x-y)$ ve $(-x)$ konumlarında $b$ ve $c$ kuark için kuark ilerleticileri aşağıdaki gibidir:

$$S_c^{aj}(y) = \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{-ik\cdot y}\left\{\delta_{aj}\frac{(\not k + m_c)}{(k^2-m_c^2)} - g_s\frac{G_{aj}^{\eta\xi}}{4}\frac{\sigma_{\eta\xi}(\not k + m_c)+(\not k + m_c)\sigma^{\eta\xi}}{(k^2-m_c^2)^2}\right.$$
$$\left. +\frac{\pi^2}{3}\left\langle\frac{\alpha_s GG}{\pi}\right\rangle\delta_{aj} m_c \frac{k^2 + m_c \not k}{(k^2-m_c^2)^4}\right\}, \qquad (B6)$$

$$S_b^{ai}(x-y) = \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{-ik_1\cdot(x-y)}\left\{\delta_{ai}\frac{(\not k_1 + m_b)}{(k_1^2-m_b^2)} - g_s\frac{G_{ai}^{\psi\varphi}}{4}\frac{\sigma_{\psi\varphi}(\not k_1 + m_b)+(\not k_1 + m_b)\sigma^{\psi\varphi}}{(k_1^2-m_b^2)^2}\right.$$
$$\left. +\frac{\pi^2}{3}\left\langle\frac{\alpha_s GG}{\pi}\right\rangle\delta_{ai} m_b \frac{k_1^2 + m_b \not k_1}{(k_1^2-m_b^2)^4}\right\} \qquad (B7)$$

ve

$$S_b^{ji}(-x) = \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{ik_2\cdot x}\left\{\delta_{ji}\frac{(\not k_2 + m_b)}{(k_2^2-m_b^2)} - g_s\frac{G_{ji}^{\tau\lambda}}{4}\frac{\sigma_{\tau\lambda}(\not k_2 + m_b)+(\not k_2 + m_b)\sigma^{\tau\lambda}}{(k_2^2-m_b^2)^2}\right.$$
$$\left. +\frac{\pi^2}{3}\left\langle\frac{\alpha_s GG}{\pi}\right\rangle\delta_{ji} m_b \frac{k_2^2 + m_b \not k_1}{(k_2^2-m_b^2)^4}\right\}. \qquad (B8)$$

Burada gluon alanları gluon alan şiddet tensörü cinsinden yazılarak ağır kuark ilerleticilerinin türevleri alınır:

$$\vec{D}_\beta(x) S_b^{ai}(x-y) = \left(\vec{\partial}_\beta(x) - ig\frac{\lambda_a}{2}A_\beta^a(x)\right) S_b^{ai}(x-y)$$
$$= \vec{\partial}_\beta(x) S_b^{ai}(x-y) - \frac{i}{2} g \frac{\lambda_a}{2} x_\gamma G_{\gamma\beta}^a(0) S_b^{ai}(x-y)$$
$$= \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{-ik_1\cdot(x-y)}(-ik_{1\beta})\left\{\delta_{ai}\frac{(\not k_1 + m_b)}{(k_1^2-m_b^2)} - g_s\frac{G_{ai}^{\psi\varphi}}{4}\frac{\sigma_{\psi\varphi}(\not k_1 + m_b)+(\not k_1 + m_b)\sigma^{\psi\varphi}}{(k_1^2-m_b^2)^2}\right.$$
$$\left. +\frac{\pi^2}{3}\left\langle\frac{\alpha_s GG}{\pi}\right\rangle\delta_{ai} m_b \frac{k_1^2 + m_b \not k_1}{(k_1^2-m_b^2)^4}\right\} - \frac{i}{2} g \frac{\lambda_a}{2} x_\gamma G_{\gamma\beta}^a(0) S_b^{ai}(x-y) \qquad (B9)$$

ve

$$
\begin{aligned}
S_b^{ji}(-x)\overleftarrow{D}_\beta(x) &= \left(\vec{\partial}_\beta(x) - ig\frac{\lambda_a}{2}A_\beta^a(x)\right)S_b^{ji}(-x) \\
&= \vec{\partial}_\beta(x)S_b^{ji}(-x) - \frac{i}{2}g\frac{\lambda_a}{2}x_\gamma G_{\gamma\beta}^a(0)S_b^{ji}(-x) \\
&= \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{ik_2\cdot x}(ik_{2\beta})\left\{\delta_{ji}\frac{(\not{k}_2+m_b)}{(k_2^2-m_b^2)} - g_s\frac{G_{ji}^{\lambda\tau}}{4}\frac{\sigma_{\lambda\tau}(\not{k}_2+m_b)+(\not{k}_2+m_b)\sigma^{\lambda\tau}}{(k_2^2-m_b^2)^2}\right. \\
&\quad \left. + \frac{\pi^2}{3}\left\langle\frac{\alpha_s GG}{\pi}\right\rangle\delta_{ji}m_b\frac{k_2^2+m_b\not{k}_2}{(k_2^2-m_c^2)^4}\right\} - \frac{i}{2}g\frac{\lambda_a}{2}x_\gamma G_{\gamma\beta}^a(0)S_b^{ji}(-x).
\end{aligned}
\tag{B10}
$$

Burada $a$, $i$ ve $j$ renk indislerini gösterir.

Pertürbatif kısımda elde edilen terimlerde $\int d^4x\frac{1}{(2\pi)^4}e^{i(k_2-p-k_1)\cdot x} = \delta^4(k_2-p-k_1)$ ve $\int d^4y\frac{1}{(2\pi)^4}e^{i(k_1-k+p')\cdot y} = \delta^4(p'+k_1-k)$ kullanılarak $x$ ve $y$ üzerinden dörtlü integraller alınır. Daha sonra

$$
\frac{1}{A^\alpha B^\beta C^\gamma} = \frac{\Gamma(\alpha+\beta+\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)}\int_0^1 dx\int_0^{1-x}dy\frac{x^{\alpha-1}y^{\beta-1}(1-x-y)^{\gamma-1}}{[xA+(1-x)B+(1-x-y)C]^{\alpha+\beta+\gamma}} \tag{B11}
$$

ile verilen Feynman kuralı uygulanır. Burada Denklem (4.20)' de verilen $L(s,s',q^2)$ ' nin açık ifadesi kullanılır. Bir sonraki adımda aşağıdaki momentum eşitlikleri yerlerine yazılır.

$$
k_\alpha k_\beta = \frac{k^2}{4}\left(g_{\alpha\beta}\right) \tag{B12}
$$

ve

$$
k_\alpha k_\beta k_\mu k_\nu = \frac{k^4}{24}\left(g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}+g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}+g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}\right) \tag{B13}
$$

Son kalan $k$ integrali de

$$
\int d^4k\,\frac{\left(k^2\right)^\beta}{\left(k^2+L\right)^\alpha} = \frac{i\pi^2(-1)^{\beta-\alpha}\Gamma(\beta+2)\Gamma(\alpha-\beta-2)}{\Gamma(2)\Gamma(\alpha)\left[-L\right]^{\alpha-\beta-2}} \tag{B14}
$$

formülü kullanılarak alınmış olur. Son olarak elde dilen terimlere Denklem (A30)' da verilen dönüşüm uygulanır. Ayrıca sanal kısmı elde etmek için aşağıdaki matematiksel işlem yapılır:

$$
\ln(-a) = \ln\left(-|a|\right) = \ln\left(e^{i\pi}|a|\right) = \ln e^{i\pi} + \ln|a| = -i\pi + \ln|a|. \tag{B15}
$$

Buradan $\mathrm{Im}\left[\ln(-a)\right]=-\pi$ elde edilir. Daha sonra $\rho$ spektral yoğunluk elde edilir.

Pertübatif olmayan kısımda da $x$ ve $y$ üzerinden dörtlü integraller alınır. Burada gluon terimleri için aşağıdaki dönüşüm uygulanır:

$$\left\langle 0\left|G^{A}_{\alpha\beta}G^{B}_{\mu\nu}\alpha_s^2\right|0\right\rangle \to \left\langle \alpha_s \frac{GG}{\pi}\right\rangle \frac{4\pi^2}{96}\delta^{AB}\left(g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}-g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\right). \tag{B16}$$

Renk indisleri için aşağıdaki eşitlikten yararlanılmıştır:

$$\delta^{AB}\delta^{ij}\left(\frac{\lambda^A}{2}\right)^{ia}\left(\frac{\lambda^B}{2}\right)^{aj} \to 4 \tag{B17}$$

Pertürbatif kısımdaki hesaplara denk olarak Feynman dönüşümü yapılıp, integraller alındıktan sonra KRD kısım için korelasyon fonksiyonu elde edilir.

**EK-C**

**$\chi_{b2} \to B_c \bar{l}\nu$ Geçişinin tüm Lepton Kanallarında Bozunum Genişliği**

Bölüm 4.3' de Eşitlik (4.29), Eşitlik (4.28)' de yerine konulur ve genlik form faktörler cinsinden yazılır:

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}\pi} V_{cb} \left\{ h\left(q^2\right) \varepsilon_{\mu\nu\theta\eta} \varepsilon^{\nu\lambda} P_\lambda P^\theta q^\eta \right.$$
$$\left. - i\left\{ K\left(q^2\right) \varepsilon_{\mu\nu} P^\nu + \varepsilon_{\theta\eta} P^\theta P^\eta \left[ P_\mu b_+\left(q^2\right) + q_\mu b_-\left(q^2\right) \right] \right\} \right\} \times l\,\gamma_\mu (1-\gamma_5)\bar{\nu}. \tag{C1}$$

Geçiş genliğinin kompleks eşleniği alınırsa

$$M^* = \frac{G_F}{\sqrt{2}\pi} V_{cb}{}^* \left\{ h^*\left(q^2\right) \varepsilon_{\mu_1\nu_1\theta_1\eta_1} \varepsilon'^{\nu_1\lambda_1} P_{\lambda_1} P^{\theta_1} q^{\eta_1} \right.$$
$$\left. + i\left\{ K^*\left(q^2\right) \varepsilon'_{\mu_1\nu_1} P^{\nu_1} + \varepsilon_{\theta_1\eta_1} P^{\theta_1} P^{\eta_1} \left[ P_{\mu_1} b_+{}^*\left(q^2\right) + q_{\mu_1} b_-{}^*\left(q^2\right) \right] \right\} \right\} \times \left( l\,\gamma_{\mu_1} (1-\gamma_5)\bar{\nu} \right)^* \tag{C2}$$

elde edilir. Denklem (C1) ve (C2) çarpımlarından bozunum genişliğinde kullanılan genliğin mutlak karesine ulaşılır:

$$|M|^2 = MM^* = \frac{G_F{}^2}{2\pi^2} |V_{cb}|^2 \left\{ h\left(q^2\right) \varepsilon_{\mu\nu\theta\eta} \varepsilon^{\nu\lambda} P_\lambda P^\theta q^\eta \right.$$
$$\left. - i\left\{ K\left(q^2\right) \varepsilon_{\mu\nu} P^\nu + \varepsilon_{\theta\eta} P^\theta P^\eta \left[ P_\mu b_+\left(q^2\right) + q_\mu b_-\left(q^2\right) \right] \right\} \right\} \times \left( l\,\gamma_\mu (1-\gamma_5)\bar{\nu} \right)$$
$$\times \left\{ h^*\left(q^2\right) \varepsilon_{\mu_1\nu_1\theta_1\eta_1} \varepsilon'^{\nu_1\lambda_1} P_{\lambda_1} P^{\theta_1} q^{\eta_1} \right.$$
$$\left. + i\left\{ K^*\left(q^2\right) \varepsilon'_{\mu_1\nu_1} P^{\nu_1} + \varepsilon_{\theta_1\eta_1} P^{\theta_1} P^{\eta_1} \left[ P_{\mu_1} b_+{}^*\left(q^2\right) + q_{\mu_1} b_-{}^*\left(q^2\right) \right] \right\} \right\} \times \left( l\,\gamma_\mu (1-\gamma_5)\bar{\nu} \right)^*. \tag{C3}$$

Burada

$\bar{\psi} = \gamma_0 \psi^\dagger$,
${\gamma_5}^\dagger = \gamma_5$,
${\gamma_0}^\dagger = \gamma_0$
${\gamma_\mu}^\dagger = \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0$,
$\{\gamma_0, \gamma_5\} = 0 \to \gamma_0 \gamma_5 = -\gamma_5 \gamma_0$

özellikleri kullanılarak aşağıdaki eşitliğe ulaşılır:

$$\left( l\,\gamma_\mu (1-\gamma_5)\bar{\nu} \right)^* = \left( v^\dagger \right)^\dagger {\gamma_0}^\dagger (U^\dagger - {\gamma_5}^\dagger) \gamma_{\mu_1}^\dagger (l^\dagger) = v\,\gamma_0 (1-\gamma_5) \gamma_0 \gamma_{\mu_1} \gamma_0 l^\dagger = v\,\gamma_{\mu_1} (1-\gamma_5) \bar{l}\,. \tag{C4}$$

$\left( l\,\gamma_\mu (1-\gamma_5)\bar{\nu} \right) \times \left( v\,\gamma_{\mu_1} (1-\gamma_5)\bar{l} \right)$ çarpımından $-Tr\left[ (\not{q}_1 + m_l)\gamma_\mu (1-\gamma_5) \not{q}_2 \gamma_{\mu_1} (1-\gamma_5) \right]$ elde edilir. Burada lepton ve nötrino için ilerletici yazılırken nötrino kütlesi sıfır

alınmıştır. Ayrıca Denklem (C3) çarpımında, Eşitlik (3.8) ve (3.9)' dan yararlanılmıştır. Denklem (4.31)' de

$$d\Gamma = A\left\{\frac{d^3\vec{p}'}{E_{B_c}}\frac{d^3\vec{q}_1}{E_l}\frac{d^3\vec{q}_2}{E_\nu}\right\}\times\delta\left(q_0 - E_l - E_\nu\right)\delta^3\left(\vec{q} - \vec{q}_1 - \vec{q}_2\right) \qquad \text{(C5)}$$

eşitliğine indirgenen bozunum genişliğinde $\vec{q}_2$ integrali $\vec{q}_2 = \vec{q} - \vec{q}_1$' de sonuç verir. $q_2 = \left(E_\nu, \vec{q}_2\right)$ olduğundan $q_2^2 = \left(E_\nu^2 - \left|\vec{q}_2\right|^2\right)$' dir. Çıkan parçacık kütle kabuğu üzerinde olduğundan $q_2^2 = m_\nu^2$' dir. Ancak $m_\nu = 0$ olduğundan $E_\nu = \left|\vec{q}_2\right|$ elde edilir. Ayrıca $q_1 = \left(E_l, \vec{q}_1\right)$ olduğundan $q_1^2 = E_l^2 - \left|\vec{q}_1\right|^2$ olur. Çıkan lepton kütle kabuğunda olduğundan $m_l^2 = E_l^2 - \left|\vec{q}_1\right|^2$ yazılabilir. Buradan $\left|\vec{q}_1\right| = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ elde edilir. Leptonların kütle merkezi durgun alınarak elde edilen $\vec{q}_2 = -\vec{q}_1$ eşitliğinden $E_\nu = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ olur.

Denklem (4.34)' e $\delta\left(g(x)\right) = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\left|g'(x_i)\right|}\delta(x - x_i)$ Dirac delta özelliği uygulanır. $q_0 - E_l - \sqrt{E_l^2 - m_l^2} = 0$' dır. Buradan $\left(q_0 - E_l\right)^2 = \left(\sqrt{E_l^2 - m_l^2}\right)^2$ alınırsa $E_l = \frac{q_0^2 + m_l^2}{2q_0}$ elde edilir. Burada $g\left(E_l\right) = q_0 - E_l - \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$' dir. $g\left(E_l\right)$ teriminin türevi alınırsa $g'\left(E_l\right) = \frac{dg(E_l)}{dE_l} = -1 - \frac{E_l}{\sqrt{E_l^2 - m_l^2}}$ olur. $E_l = \frac{q_0^2 + m_l^2}{2q_0}$ eşitliği $g'\left(E_l\right)$' de yerine yazılırsa $g'\left(E_l = \frac{q_0^2 + m_l^2}{2q_0}\right) = -1 - \frac{\frac{q_0^2 + m_l^2}{2q_0}}{\sqrt{\left(\frac{q_0^2 + m_l^2}{2q_0}\right)^2 - m_l^2}} = -1 - \frac{q_0^2 + m_l^2}{q_0^2 - m_l^2}$ olur ve Denklem (4.35)' e ulaşılır. $\vec{p}'$ integrali de silindirik koordinatlara dönüşüm yapılarak alınır. $p' = \left(E_{B_c}, \vec{p}'\right)$ olduğundan $\left|\vec{p}'\right|^2 = E_{B_c}^2 - m_{B_c}^2$ elde edilir. Buradan $2\left|\vec{p}'\right|d\left|\vec{p}'\right| = 2E_{B_c}dE_{B_c}$ olur. Buradan da Denklem (4.36) elde edilir. Bir sonraki adım $dE_{B_c}$ integralini almaktır. Toplam momentum korunumundan $q = q_1 + q_2 = p - p'$ olur. Leptonların kütle merkezi durgun alındığından $q = \left(q_0, \vec{q}\right) = \left(E_{\chi_{b2}}, \vec{p}\right) - \left(E_{B_c}, \vec{p}'\right)$ elde edilir ve aşağıdaki eşitliğe ulaşılır:

$$q_0 = E_{\chi_{b2}} - E_{B_c}\,. \qquad \text{(C6)}$$

$q$ dört- momentumu $q^2 = q_0^2 - \left|\vec{q}\right|^2$ olarak yazıldığından $q_0 = \sqrt{q^2} = E_{\chi_{b2}} - E_{B_c}$ olur. $p'^2 = E_{B_c}^2 - \left|\vec{p}'\right|^2$ olduğundan $E_{B_c}^2 = m_{B_c}^2 - \left|\vec{p}'\right|^2$ yazılabilir. $p$ dört-momentumu da

$p^2 = E_{\chi_{b2}} - |\vec{p}|^2$ olduğundan $|\vec{p}| = |-\vec{p}'| = \sqrt{E_{\chi_{b2}} - m_{\chi_{b2}}^2}$ elde edilir. Bu eşitlikler kullanılarak $q_0 = \sqrt{q^2} = E_{\chi_{b2}} - \sqrt{m_{B_c}^2 + E_{\chi_{b2}}^2 - m_{\chi_{b2}}^2}$, ye ulaşılır. $q_0^2 = \left(\sqrt{q^2} - E_{\chi_{b2}}\right)^2 = \left(-\sqrt{m_{B_c}^2 + E_{\chi_{b2}}^2 - m_{\chi_{b2}}^2}\right)^2$ olarak karesi alındığında

$$E_{\chi_{b2}} = \frac{q^2 + m_{\chi_{b2}}^2 - m_{B_c}^2}{2\sqrt{q^2}} \tag{C7}$$

elde edilir. Eşitlik (C7), Eşitlik (C6)' da yerine yazıldığında

$$E_{B_c} = \frac{m_{\chi_{b2}}^2 - m_{B_c}^2 - q^2}{2\sqrt{q^2}} \tag{C8}$$

denklemine ulaşılır. Eşitlik (C8)' in türevi alındığında

$$dE_{B_c} = \frac{m_{B_c}^2 - m_{\chi_{b2}}^2 - q^2}{4q^3} dq^2 \tag{C9}$$

olur. Eşitlik (C8) ve (C9), Denklem (4.36)' da yerine konulduğunda Denklem (4.37) elde edilir.

## KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

[1] Azizi K., Sundu H., Süngü J. Y., **Yinelek N.**, Transition Form Factors of $\chi_{b2}(1P) \to B_c \bar{l} \nu$ in QCD, *Advances in High Energy Physics*, 2016, **2016**.

[2] **Yinelek N.**, Süngü J. Y., The Investigation of Heavy-Light Tensor Meson, *AIP Conference Proceedings*, 2016, **1722**, 070007.

[3] Azizi K., Sundu H., Süngü J. Y., **Yinelek N.**, Properties of $D_{s2}^{*}(2573)$ Charmed-Strange Tensor Meson, *Phys. Rev. D*, 2013, **88**, 036005.

[4] **Yinelek N.**, Azizi K., Sundu H., Süngü J. Y., Analysis of $D_s^* DK_1 \left( B_s^* BK_1 \right)$ Vertices within QCD Sum Rule, *Journal of Conference Series*, 2012, **348**, 012010.

[5] Sundu H., Süngü J. Y., Şahin S., **Yinelek N.**, Azizi K., Strong Coupling Constants of Bottom and Charmed Mesons with Scalar, Pseudoscalar and Axial Vector Kaons, *Phys. Rev. D*, 2011, **83**, 114009.

[6] Süngü J. Y., Sundu H., **Yinelek N.**, Şahin S., Heavy-Light Mesons Decay Constants and Masses in QCD Sum Rule Approach, *The Many Faces of QCD 2010*, Gent, Belgium, 1-5 November 2010.

[7] **Yinelek N.**, Süngü J. Y., Azizi K., Sundu H., Light Scalar Mesons Decay Constants and Masses within QCD Sum Rule, *Balkan Physics Letters*, 2010, **20**, 201015.

## ÖZGEÇMİŞ

Neşe Yinelek Öztonga 29.01.1987 yılında İzmit' te doğdu. İlköğretim ve lise öğrenimini İzmit' te tamamladı. 2005 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü' nden 2009 yılında mezun oldu. Lisans eğitiminin son dönemini ERASMUS programıyla Utrecht Üniversitesi' nde (Hollanda) okudu. 2009-2011 yılları arasında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı' nda Tezli Yüksek Lisans öğrenimini tamamladı. Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı' nda Doktora öğrenimine ise 2011 yılında başladı.