İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DOĞRUSAL İLİŞKİLERİ MODELLEME SÜREÇLERİNİN VE BİLİŞSEL YETERLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Doktora Tezi

Celil KARABAŞ

Eskişehir, 2016

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DOĞRUSAL İLİŞKİLERİ MODELLEME SÜREÇLERİNİN VE BİLİŞSEL YETERLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Celil KARABAŞ

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Hüseyin Bahadır Yanık

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Eylül, 2016

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Celil KARABAŞ'ın "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Doğrusal İlişkileri Modelleme Süreçlerinin ve Bilişsel Yeterliklerinin İncelenmesi" başlıklı tezi 01.09.2016 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. H.Bahadır YANIK	.....
Üye	: Prof.Dr. Soner DURMUŞ	.....
Üye	: Prof.Dr. Kürşat YENİLMEZ	.....
Üye	: Doç.Dr. Tuba ADA	.....
Üye	: Doç.Dr. Abdulkadir ERDOĞAN	.....

Doç.Dr. Nazlı GÖKÇE
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdür Vekili

ÖZET

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DOĞRUSAL İLİŞKİLERİ MODELLEME SÜREÇLERİNİN VE BİLİŞSEL YETERLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Celil KARABAŞ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eylül, 2016

Danışman: Doç. Dr. Hüseyin Bahadır Yanık

Bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri modelleme süreçlerini ve bu süreçlerde gösterdikleri bilişsel modelleme yeterliklerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda araştırmada durum çalışması modeli kullanılmıştır. Araştırmanın uygulaması 2014-2015 öğretim yılı bahar döneminde bir devlet üniversitesinde eğitim gören dört öğretmen adayı ile on dört hafta süren bir ders kapsamında dokuz modelleme etkinliği çerçevesinde yürütülmüştür. Araştırmanın verileri gözlem, görüşme ve doküman incelemesi kapsamında toplanmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Doğrusal ilişkiler; tam doğrusal, parçalı doğrusal ve doğrusala yakın olmak üzere üç farklı türde ele alınmıştır. Etkinlikler, belirsizlik durumları giderek artan üç farklı yapıda hazırlanmıştır. Modelleme yeterlikleri anlama, düzenleme, tahmin ve doğrulama süreç adımları çerçevesinde analiz edilmiştir.

Bulgular modelleme süreçlerinde gösterilen yeterliklerin problem tür ve yapılarına göre değişebildiğini göstermiştir. Bulgular, problemdeki belirsizlik düzeyinin artması ile birlikte bireylerin problem durumundaki aranan ilişkileri kurabilmesi için daha fazla bilişsel yeterlik göstermesi gerektiğine işaret etmektedir. Ayrıca, bazı alt yeterliklerin anahtar rolü oynadığı ve bu anahtar yeterliklerin kullanılması halinde diğer bazı alt yeterliklerin kullanılmasına gerek duyulmadığı belirlenmiştir. Öte yandan, anahtar alt yeterliklerin gösteriminde yaşanan sorunların modelleme sürecinin tamamlanmasına ve model oluşturmaya önemli ölçüde engel olduğu görülmüştür. Bulgular ayrıca uygun ortam ve planlı modelleme etkinlikleri sağlandığında öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinin gelişebileceğini göstermiştir.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel modelleme süreci, Bilişsel yeterlikler, Matematiksel modelleme yeterlikleri, Doğrusal ilişkiler, Öğretmen adayları.

ABSTRACT

INVESTIGATING PROSPECTIVE MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' MODELING PROCESSES AND COGNITIVE COMPETENCIES FOR LINEAR RELATIONSHIPS

Celil KARABAŞ

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, September, 2016

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Hüseyin Bahadır YANIK

The purpose of this study was to investigate modelling processes and cognitive competencies of prospective middle school mathematics teachers for linear relationships. Case study design was utilized. The study was conducted as part of a fourteen week course that included nine modeling task in a public university in 2014-2015 academic year. Data were collected through observations, interviews and document checking. Content analysis was used. Linear relationships were examined in three groups as exact linear, partial linear and near-linear. The tasks were structurally divided three groups in respect to giving open data, closed and non-closed data or giving data indirectly. Modeling processes included four phases: description, manipulation, prediction and verification. In this qualitative study, the data were analyzed according to modelling competencies which was prepared according to steps of description, manipulation, prediction and verification.

The findings indicated that cognitive competencies could be varied based on the type and the structure of the modeling tasks. Findings further showed that one needs to show more competencies for those tasks in which data were not given directly or given as closed-data. Furthermore, data suggest that some sub-competencies play critical role and tolerate other sub-competencies so they are not needed for the modeling process. However, if one doesn't show those critical sub-competencies then the modeling process cannot be completed or a model cannot be developed. The findings also suggest that if an appropriate learning environment and modelling tasks are provided prospective teachers' modeling competencies can be improved.

Keywords: Mathematical modelling process, Cognitive competencies, Mathematical modelling competencies, Linear relationships, Prospective teachers.

30/09/2016

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarda bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı" ile tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

.....

(İmza)

(Celil KARABAŞ)

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimi sürecinde öğrendiklerimin çoğunu kendisine borçlu olduğum bilgi ve tecrübesi ile bana yol gösteren ve kendisinden çok şey öğrendiğim değerli hocam Doç. Dr. H. Bahadır YANIK'a çok teşekkür etmek isterim. Yine ders döneminde ve tez çalışması sürecinde bilgi ve desteğini esirgemeyen Doç. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN'a çok teşekkür ederim. Tez çalışmasının en başından son aşamasına kadar olumlu yönlendirmeleri ile tecrübesinden istifade ettiğim ve tezin bu aşamaya gelmesinde ciddi katkıları bulunan Prof. Dr. Soner DURMUŞ'a ayrıca teşekkür etmek isterim. Teze son şeklinin verilmesinde değerli katkılarda bulunan Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e ve Doç. Dr. Tuba ADA'ya çok teşekkür ederim. Ders döneminde kendilerinden ders aldığım ve değerli bilgiler öğrendiğim Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN, Doç. Dr. Nilüfer KÖSE, Yard. Doç. Dr. Güner ILICAN, Doç. Dr. Işıl KABAKÇI YURDAKUL ve Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN'e teşekkür ederim. Tez çalışmasında gerektiği her durumda yardımını esirgemeyen Araş. Gör. Osman BAĞDAT'a ayrıca teşekkür ederim.

Uzun ve yorucu doktora sürecinde desteğini hep yanımda bulduğum değerli eşim Fatma KARABAŞ'a ve biricik çocuklarıma teşekkür ederim. Desteğini sürekli hissettiren anneme, babama ve kardeşlerime sonsuz şükranlarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI i

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI ii

ÖZET iii

ABSTRACT iv

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ v

TEŞEKKÜR vi

İÇİNDEKİLER vii

TABLOLAR DİZİNİ xiii

ŞEKİLLER DİZİNİ xviii

GRAFİKLER DİZİNİ xxvi

SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ xxix

1. GİRİŞ 1

1.1. Problem Durumu 2

1.2. Amaç 2

1.3. Önem 4

1.4. Varsayımlar 6

1.5. Sınırlılıklar 6

2. ALANYAZIN 7

2.1. Matematiksel Modelleme 7

2.1.1. Matematiksel Modelleme ve Rutin Matematiksel Problemler 9

2.1.2. Matematiksel Modelleme Süreci 11

2.1.3. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri ve Etkinliklerin Yapısı 16

2.1.3.1. Modelleme Etkinliklerinin Yapısı 19

2.2. Matematiksel Yeterlikler 20

2.2.1. Matematiksel Modelleme Yeterlikleri 20

2.2.1.1. Bilişsel Modelleme Yeterlikleri 25

2.3. Doğrusal İlişki Türleri 33

2.4. Matematiksel Modelleme Üzerine Yapılan Araştırmalar 38

2.4.1. Matematiksel Modelleme ile İlgili Yapılan Araştırmalar 39

2.4.2. Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Süreçlerine ve Yeterliklerine Yönelik Yapılan Araştırmalar 45

3. YÖNTEM 52

3.1. Araştırma Modeli 52

3.2. Çalışma Ortamı ve Katılımcılar 53

3.3. Modelleme Etkinlikleri ve Veri Toplama Süreci 54

3.4. Veri Analizi 56

4. BULGULAR VE YORUM 64

4.1. Öğretmen Adaylarının Tam Doğrusal İlişkileri Modelleme Süreçleri 65

4.1.1. T1Y1 Etkinliği 66

4.1.1.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 66

4.1.1.1.1. Anlama Adımı 66

4.1.1.1.2. Düzenleme Adımı 68

4.1.1.1.3. Tahmin Adımı 68

4.1.1.1.4. Doğrulama Adımı 72

4.1.1.2. T1Y1 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 73

4.1.1.2.1. Birinci Döngü 75

4.1.1.2.2. İkinci Döngü 78

4.1.2. T1Y2 Etkinliği 81

4.1.2.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 82

4.1.2.1.1. Anlama Adımı 82

4.1.2.1.2. Düzenleme Adımı 83

4.1.2.1.3. Tahmin Adımı 86

4.1.2.1.4. Doğrulama Adımı 87

4.1.2.2. T1Y2 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 87

4.1.2.2.1. Birinci Döngü 89

4.1.2.2.2. İkinci Döngü 92

4.1.3. T1Y3 Etkinliği 95

4.1.3.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 95

4.1.3.1.1. Anlama Adımı 96

4.1.3.1.2. Düzenleme Adımı 97

4.1.3.1.3. Tahmin Adımı 98

4.1.3.1.4. Doğrulama Adımı 100

4.1.3.2. T1Y3 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 101

4.1.3.2.1. Birinci Döngü 103

4.1.3.2.2. İkinci Döngü 107

4.1.4. Yapılarına Göre T1 Etkinliklerinin Puanlarının ve Yeterlik Sayılarının Karşılaştırılması 112

4.2. Öğretmen Adaylarının Parçalı Doğrusal İlişkileri Modelleme Süreçleri 131

4.2.1. T2Y1 Etkinliği 131

4.2.1.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 131

4.2.1.1.1. Anlama Adımı 132

4.2.1.1.2. Düzenleme Adımı 132

4.2.1.1.3. Tahmin Adımı 134

4.2.1.1.4. Doğrulama Adımı 134

4.2.1.2. T2Y1 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 137

4.2.1.2.1. Birinci Döngü 139

4.2.1.2.2. İkinci Döngü 143

4.2.2. T2Y2 Etkinliği 147

4.2.2.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 147

4.2.2.1.1. Anlama Adımı 147

4.2.2.1.2. Düzenleme Adımı 148

4.2.2.1.3. Tahmin Adımı 152

4.2.2.1.4. Doğrulama Adımı 153

4.2.2.2. T2Y2 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 154

4.2.2.2.1. Birinci Döngü 156

4.2.2.2.2. İkinci Döngü 158

4.2.3. T2Y3 Etkinliği 168

4.2.3.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 168

4.2.3.1.1. Anlama Adımı 169

4.2.3.1.2. Düzenleme Adımı 169

4.2.3.1.3. Tahmin Adımı 170

4.2.3.1.4. Doğrulama Adımı 173

4.2.3.2. T2Y3 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 174

4.2.3.2.1. Birinci Döngü 175

4.2.3.2.2. İkinci Döngü 178

4.2.4. Yapılarına Göre T2 Etkinliklerinin Puanlarının ve Yeterlik Sayılarının Karşılaştırılması 184

4.3. Öğretmen Adaylarının Doğrusala Yakın İlişkileri Modelleme Süreçleri 204

4.3.1. T3Y1 Etkinliği 204

4.3.1.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 204

4.3.1.1.1. Anlama Adımı 205

4.3.1.1.2. Düzenleme Adımı 205

4.3.1.1.3. Tahmin Adımı 208

4.3.1.1.4. Doğrulama Adımı 209

4.3.1.2. T3Y1 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 210

4.3.1.2.1. Birinci Döngü 212

4.3.1.2.2. İkinci Döngü 215

4.3.2. T3Y2 Etkinliği 220

4.3.2.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 220

4.3.2.1.1. Anlama Adımı 221

4.3.2.1.2. Düzenleme Adımı 221

4.3.2.1.3. Tahmin Adımı 223

4.3.2.1.4. Doğrulama Adımı 223

4.3.2.2. T3Y2 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 224

4.3.2.2.1. Birinci Döngü 226

4.3.2.2.2. İkinci Döngü 230

4.3.3. T3Y3 Etkinliği 233

4.3.3.1. Modelleme Sürecinin Genel Değerlendirmesi 233

4.3.3.1.1. Anlama Adımı 234

4.3.3.1.2. Düzenleme Adımı 235

4.3.3.1.3. Tahmin Adımı 238

4.3.3.1.4. Doğrulama Adımı 241

4.3.3.2. T3Y3 Etkinliğinde Gösterilen Bilişsel Yeterlikler 244

4.3.3.2.1. Birinci Döngü 245

4.3.3.2.2. İkinci Döngü 249

4.3.4. Yapılarına Göre T3 Etkinliklerinin Puanlarının ve Yeterlik Sayılarının Karşılaştırılması 252

4.4. Modellemenin Adımlarında Bilişsel Yeterliklere Ait Bulgular ve Yorumlar 273

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 283

5.1. Sonuç 283

5.2. Tartışma 289

5.3. Öneriler 296

KAYNAKÇA 299

EKLER

ÖZGEÇMİŞ

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1. Matematikte Modellerin Kullanılmasına İlişkin Genel İlkeler 7

Tablo 2.2. Matematiksel Modellemeye Farklı Bakış Açıları 8

Tablo 2.3. Lesh ve Doerr'un Geleneksel Problem Çözme ile Model Ortaya Çıkarma Etkinliklerinin Karşılaştırılması 10

Tablo 2.4. Matematiksel Modellemenin Evreleri 12

Tablo 2.5. ARG'nin Öğeleri ve Aşamaları 23

Tablo 2.6. MCQ-Aşamaların Becerilerle Eşleştirilmesi 24

Tablo 2.7. Matematik Öğretim Programlarındaki Doğrusal İlişkilerle İlgili Kazanımlar..... 33

Tablo 3.1. Veri Toplama Araçlarının Uygulanma Sırası ve Süresi 55

Tablo 3.2. Modellemenin Adımlarında Üst (ÜY) ve Alt Yeterliklere (AY) Ait Tema 57

Tablo 3.3. Yeterliklerin Analizinde İzlenen Sıralama (1, 2, …, 12) 59

Tablo 3.4. Ortak Puan ve Hesaplamalar 59

Tablo 4.1. Etkinliklerde Öğretmen Adaylarının Göstermiş Olduğu Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 65

Tablo 4.2. T1Y1 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 74

Tablo 4.3. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 75

Tablo 4.4. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 79

Tablo 4.5. "Fatura Gün Sayısına" Göre Fatura Tutarı 85

Tablo 4.6. T1Y2 Etkinliğine Ait Yeterlik Puanları (0, 1, 2) 88

Tablo 4.7. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 89

Tablo 4.8. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 92

Tablo 4.9. T1Y3 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 102

Tablo 4.10. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 103

Tablo 4.11. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 108

Tablo 4.12. Tam Doğrusal Etkinliklerin Farklı Yapılarında Gösterilen Yeterlik Puanları 112

Tablo 4.13. T1 Etkinlikleri için Yeterlik Puanlarına ait İstatistiki Veriler 113

Tablo 4.14. A ve B Paketlerinin 50 TL Sabit Ücrete Göre Karşılaştırılması 133

Tablo 4.15. A, B, C Paketlerinin 200 dakikalık Sabit Süreye Göre Karşılaştırılması 133

Tablo 4.16. A, B, C Paketlerinin 180 TL Sabit Ücrete Göre Karşılaştırılması 134

Tablo 4.17. T2Y1 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 138

Tablo 4.18. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 139

Tablo 4.19. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 144

Tablo 4.20. T2Y2 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 155

Tablo 4.21. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 156

Tablo 4.22. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 159

Tablo 4.23. Yakıt Türleri için Eğimin Hesaplanması 164

Tablo 4.24. T2Y3 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 174

Tablo 4.25. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu 175

Tablo 4.26. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu 179

Tablo 4.27. Parçalı Doğrusal Etkinliklerin Farklı Yapılarında Gösterilen Yeterlik Puanları 184

Tablo 4.28. T2 Etkinlikleri için Yeterlik Puanlarına ait İstatistiki Veriler 185

Tablo 4.29. Doğrulama Tablosu 210

Tablo 4.30. T3Y1 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 211

Tablo 4.31. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 212

Tablo 4.32. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu 215

Tablo 4.33. Doğrulama Tablosu 220

Tablo 4.34. Doğrulama Tablosu 224

Tablo 4.35. T3Y2 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 225

Tablo 4.36. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu 226

Tablo 4.37. 1 m^2 İş Yeri için Yoğunluk-Fiyat Tablosu 228

Tablo 4.38. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu 230

Tablo 4.39. Caddelere göre "Sabit Sayı-*n"* Değeri 232

Tablo 4.40. Doğrulama Tablosu 233

Tablo 4.41. Kullanılmayan (Atılan) Veriler 236

Tablo 4.42. Düzenlenen Yeni Veri Tablosu 236

Tablo 4.43. Karşılaştırma Tablosu 238

Tablo 4.44. Kullanılan Tüm Veriler 239

Tablo 4.45. Adım ve Boy Uzunluğu için *b* Sabit Sayısı 241

Tablo 4.46. Kız ve Erkeklere ait Karma Doğrulama Tablosu 242

Tablo 4.47. Kızlara ait Veriler için Doğrulama Tablosu 242

Tablo 4.48. Erkeklere ait Veriler 243

Tablo 4.49. Erkeklere ait Veriler için Doğrulama Tablosu 243

Tablo 4.50. T3Y3 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2) 244

Tablo 4.51. Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu 245

Tablo 4.52. Kız ve Erkeklere ait Yeni Veriler 248

Tablo 4.53. Veri Doğrulama Tablosu 249

Tablo 4.54. İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu 250

Tablo 4.55. Doğrulama Tablosu 251

Tablo 4.56. Doğrusala Yakın Etkinliklerin Farklı Yapılarında Gösterilen Yeterlik Puanları 253

Tablo 4.57. T3 Etkinlikleri için Yeterlik Puanlarına ait İstatistiki Veriler 254

Tablo 4.58. Modellemenin Adımlarında Elde Edilen Yeterlik Puanlarına ait Bazı İstatistikler 273

Tablo 4.59. Doğrusal İlişki Türlerinin Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Toplam Puanlarının Yüzdeleri 279

Tablo 4.60. Doğrusal İlişki Türüne Göre Hiç Gösterilemeyen Yeterlikler 280

Tablo 4.61. Gösterilen Yeterliklerin Kullanım Önceliğine Göre Sıralaması (Yeşil Renk: Anlama Adımı (AY 1-2-3-4-5-6); Mavi Renk: Düzenleme Adımı (AY 7-8-9-10-11-12); Pembe Renk: Tahmin Adımı (AY 13-14-15); Kahverengi: Doğrulama Adımı (AY 16-17)) 281

Tablo 4.62. Gösterilen Yeterliklerin Öncelik Sıralaması ve Kullanım Sayıları 282

Tablo 5.1. Doğrusal İlişki Türleri ve Etkinliklerin Yapıları (Y1:Verilerdeki Belirsizlik Seviyesi En Düşük; Y2:Verilerde Dönüşüm Yapılmalı; Y3:Verilerin Belirsizlik Seviyesi Yüksek) 283

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. Modelleme Döngüsünün Dört Temel Adımı 11

Şekil 2.2. Modelleme Sürecinin Adımlarına Ait Döngü 14

Şekil 2.3. Doğrusal İlişkinin Yönü ve Kuvveti 34

Şekil 2.4. Arasında Doğrusal İlişki Olmayan Bazı Bağımlı ve Bağımsız Değişken İkilileri .. 35

Şekil 2.5. Bağımlı ve Bağımsız Değişken Arasındaki Tam Doğrusal İlişkinin Grafiği 36

Şekil 2.6. Bağımlı ve Bağımsız Değişken Arasındaki Parçalı Doğrusal Bir İlişkinin Grafiği 37

Şekil 2.7. Bağımlı ve Bağımsız Değişken Arasındaki Doğrusala Yakın Bir İlişkinin Grafiği 38

Şekil 3.1. Etkinliklerin Uygulanmasında ve Analizinde Takip Edilen Sıra ve Yön 58

Şekil 4.1. T1Y1 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 66

Şekil 4.2. Reklam Gideri ve Ay İlişkisi 67

Şekil 4.3. Kâr ve Ay Değişkeni İlişkisi 68

Şekil 4.4. Beş Yıldaki Toplam Gider ile Ay Arasındaki İlişki 69

Şekil 4.5. Beş Yıldaki Toplam Kâr ile Ay Arasındaki İlişki 69

Şekil 4.6. Reklam Gideri ve Elde Edilen Kâr Verilerinin Koordinat Sisteminde Gösterilmesi 70

Şekil 4.7. Kâr ve Reklam Gideri Verilerinin Kullanılarak Eğimin Hesaplanması 70

Şekil 4.8. Kâr ve Gider Arasındaki İlişkinin Hesaplanması 71

Şekil 4.9. Kâr ve Gider Arasındaki İlişkinin Eğim Yardımıyla Hesaplanması 72

Şekil 4.10. Kârın ve Giderin Ay Değişkeni ile İlişkisi Kullanılarak Eğimin Hesaplanması 73

Şekil 4.11. T1Y1 Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 75

Şekil 4.12. T1Y1 İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 79

Şekil 4.13. T1Y1 Etkinliğinin Doğrulamasında Kullanılan Ayların Belirtilmesi 81

Şekil 4.14. T1Y2 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 82

Şekil 4.15. Problemde Ne Sorulduğunun İfade Edilmesi 83

Şekil 4.16. Fatura-Ay Grafiği 84

Şekil 4.17. İki Fatura Arası Gün Sayıları 86

Şekil 4.18. 2015 Yılı 1 Günlük Su Bedeli 87

Şekil 4.19. T1Y2 Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 89

Şekil 4.20. 250 TL'nin Yüklendiği Tarihe Dikkat Çekilmesi 90

Şekil 4.21. T1Y2 İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 92

Şekil 4.22. Bir Günlük Harcanan Ortalama Su Bedeli 94

Şekil 4.23. T1Y3 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 96

Şekil 4.24. T1Y3 Problemini Anlamaya Yönelik Çizilen İlk Şekil 96

Şekil 4.25. Problemde Ne İstendiğinin İfade Edilmesi 97

Şekil 4.26. Gerekli ve Gereksiz Verilerin Ayrıştırılması 97

Şekil 4.27. Bağıl Hız Kullanılarak Yapılan Hesaplama 98

Şekil 4.28. Karşıdaki Aracın Hızının Uygun Değişkenler Kullanılarak Hesaplanması 99

Şekil 4.29. Geliştirilen Modelden Çıkan Sonucun Farklı Oran Kullanılarak Doğrulanması 101

Şekil 4.30. T1Y3 Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 103

Şekil 4.31. "2 saniye kuralının" Yanlış Yorumlanması 104

Şekil 4.32. İlk Kullanılan Çözüm Stratejisi (Bağıl Hız) için Bilinmesi Gerekenler 105

Şekil 4.33. Araçların Birbirini Geçme Süresi Stratejisi için Bilinmesi Gerekenler 106

Şekil 4.34. Çözüm Stratejilerinin Doğruluğunu Göstermek için Yapılan Örnek 107

Şekil 4.35. T1Y3 İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 108

Şekil 4.36 Karşılaşma Süresi ve Karşıdaki Aracın Bulunduğu Bir Yerin Kullanılarak Geliştirilen Çözüm Stratejisi 109

Şekil 4.37. Geliştirilen İlk Model 110

Şekil 4.38. Doğrulama için Bir Örnek 111

Şekil 4.39. T2Y1 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 132

Şekil 4.40. Kendilerince Problemde Verilmesi Gerekenin İfade Edilmesi 132

Şekil 4.41. A Paketinin (Yanlış Olarak) Tam Doğrusal Düşünülerek Yapılan Hesaplama 133

Şekil 4.42. Hangi Konuşma Aralıklarında Hangi Tarife Paketlerinin Avantajlı Olduğunun Karşılaştırılması 134

Şekil 4.43. Cebirsel İşlem Sonucunda Hangi Aralıkta Hangi Paketin Avantajlı Olduğunun İfade Edilmesi 135

Şekil 4.44. Doğrulama Yapmak için Tüm Paketlerin Aynı Koordinat Sisteminde Karşılaştırılması 136

Şekil 4.45. Hakan Beye Yazılan Tavsiye Mektubu 137

Şekil 4.46. T2Y1 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 139

Şekil 4.47. Başlangıçta Öğretmen Adaylarının Problemi Anlamamalarına Rağmen Anladıklarını İfade Etmeleri 140

Şekil 4.48. A Paketinin Verilerinin Yanlış Yorumlanarak Doğrusal Alınması 141

Şekil 4.49. Konuşma Süresi Aralıkları için En Uygun Paketlerin Belirtilmesi 142

Şekil 4.50. T2Y1 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 143

Şekil 4.51. A ve B Paketlerinin Cebirsel Modellerinin Karşılaştırılması 145

Şekil 4.52. 400 dakikalık Konuşma için Ücretler 145

Şekil 4.53. Paketlere Ait Revize Edilen Konuşma Süresi Aralıkları 146

Şekil 4.54. T2Y2 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 147

Şekil 4.55. A Dergisi Verilerine Göre Benzinli Aracın 1 Kilometredeki Ortalama Yakıtı 148

Şekil 4.56. Dizel Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisinin Grafiği 149

Şekil 4.57. Benzinli Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisi Grafiği 150

Şekil 4.58. LPG'li Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisi Grafiği 150

Şekil 4.59. Benzin, Dizel ve LPG'li Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisinin Aynı Koordinat Sisteminde Gösterilmesi 151

Şekil 4.60. Araçların 500 km için Yakıt Tüketim Masrafları 152

Şekil 4.61. Benzinli ve LPG'li Araçların Karşılaştırılması 153

Şekil 4.62. Toplam Masraf-Kilometre İlişkisini Veren Model 153

Şekil 4.63. LPG'li Aracın 120000 Kilometredeki Toplam Masrafı 154

Şekil 4.64. T2Y2 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 156

Şekil 4.65. T2Y2 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 158

Şekil 4.66. Öğretmen Adaylarının "yıl" Kavramına Odaklanmaları 160

Şekil 4.67. A Dergisi için Benzinin 1 Kilometredeki Ortalama Masrafının Hesaplanması 161

Şekil 4.68. Dizel-LPG-Benzin için 120000 Kilometreye Kadar Toplam Masrafların Karşılaştırılması 162

Şekil 4.69. Dizel Araç için En Uygun Veriye göre Ortalama Masraf 163

Şekil 4.70. LPG'li Araç için En Uygun Veriye göre Ortalama Masraf 163

Şekil 4.71. Aynı Koordinat Sisteminde Yakıt Türlerinin Karşılaştırılması 164

Şekil 4.72. Benzinli ve LPG'li Araçların Kaç Kilometrede Aynı Yakıt Masrafı Harcayacağının Hesaplanması 165

Şekil 4.73. Yakıt Türlerinin "Toplam Masraf-Kilometre Başına Ortalama Yakıt Masrafı" İlişkisi 165

Şekil 4.74. Ayda 500 kilometre Yol Yapan Biri için LPG'li-Benzinli Araç Tavsiyesi 166

Şekil 4.75. Ayda 500; 1000 ve 2000 km için Kaç Yıla Kadar Hangi Aracın daha Avantajlı Olacağının Yorumlanması 167

Şekil 4.76. Benzinli ve LPG'li Araçlar için Revize Edilmiş Toplam Masraf-Yol İlişkisi ... 167

Şekil 4.77. T2Y3 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 169

Şekil 4.78. 1960-1965 Yılları Arasında Artan Ortalama Suç Sayısının Yanlış Hesaplanması 170

Şekil 4.79. Suç Sayılarının Her 10 Yılda "2 veya 3 Kat" Artmadığının Gösterilmesi 170

Şekil 4.80. Yıllara göre Suç Sayılarındaki Artış ve Azalış Grafiği 171

Şekil 4.81. Her Yıla Düşen Ortalama Suç Sayıları 172

Şekil 4.82. Suç Sayısı ve Yıl İlişkisini Veren Model 173

Şekil 4.83. T2Y3 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 175

Şekil 4.84. Matematiksel Bilginin Yanlış Kullanılmasına Örnek 177

Şekil 4.85. Matematiksel Sonuçların Yorumlanması için Örnek 178

Şekil 4.86. T2Y3 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 178

Şekil 4.87. Çözüm Stratejisi Olarak "Suç Sayısı-Yıl" Grafiğinin Çizilmesi 179

Şekil 4.88. Problemin Karmaşık Yapısının Basitleştirilmesi 180

Şekil 4.89. Matematiğin Ürün Reklamında Algı Oluşturmak için Kullanılması Yorumu 181

Şekil 4.90. Şirketin Sattığı Ürün ile Suç Sayısının İlişkilendirilmesi 182

Şekil 4.91. Şirketin Sattığı Ürünün Suç Sayısını Azalttığına Dair Yorum 182

Şekil 4.92. Kısmen Doğru Oluşturulan Model 183

Şekil 4.93. T3Y1 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 205

Şekil 4.94. Boylam Verilerinin Küçükten Büyüğe Doğru Sıralanarak Enlem ile İlişkisinin Tespit Edilmeye Çalışılması 206

Şekil 4.95. Boylam-Enlem Grafiği 207

Şekil 4.96. Eğim Kullanılarak Oluşturulan Model 208

Şekil 4.97. Enlem ve Boylamın Maksimum ve Minimum Değerleri Kullanılarak Eğimin Hesaplanması 209

Şekil 4.98. Geliştirilen Farklı Bir Model 209

Şekil 4.99. T3Y1 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 212

Şekil 4.100. Enlem ve Şiddet Arasında İlişki Aranmasına Örnek-1 213

Şekil 4.101. Enlem ve Şiddet Arasında İlişki Aranmasına Örnek-2 214

Şekil 4.102. T3Y1 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 215

Şekil 4.103. Enlem ve Boylam Arasındaki Artış-Azalış İlişkisinin Görülmesi 216

Şekil 4.104. Grafik Üzerindeki Veriler Kullanılarak Eğimin Hesaplanması 218

Şekil 4.105. Hesaplanan Eğimin İşaretinin Yanlış Alınması ile Oluşturulan İlk Matematiksel Model 218

Şekil 4.106. Oluşturulan Eğim Formülünde Kullanılacak Verilerin Hesaplanması 219

Şekil 4.107. Oluşturulan Genel Model 219

Şekil 4.108. T3Y2 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 220

Şekil 4.109. Tüm Veriler için Yoğunluk-Fiyat Değişkenlerini Temsil Edebilecek Olası Doğru Parçalarına ait Orijinal Grafik 222

Şekil 4.110. Orijinal Grafikteki (Bkz. Şekil 4.109) 1, 2, 3, 4 Numaralı Doğru Parçalarının Belirginleştirilmiş Hali 222

Şekil 4.111. Çizilen Doğru Parçalarına ait Modeller 223

Şekil 4.112. Nihai Model Kullanılarak Hesaplanan Bazı Yoğunluklara Karşılık Gelen İş Yeri Fiyatları 224

Şekil 4.113. T3Y2 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 226

Şekil 4.114. Problem Durumundaki "İş Yeri-Dükkân" Kavramının "Ev" Olarak Algılanması 227

Şekil 4.115. "1 Numaralı" Doğrunun Eğiminin Hesaplanması 228

Şekil 4.116. "1 Numaralı" Doğrunun Denklemindeki x (n-Sabiti) Hesaplanması 229

Şekil 4.117. "1 Numaralı" Doğru için Geliştirilen Model 229

Şekil 4.118. T3Y2 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 230

Şekil 4.119. İkinci Doğrunun Eğimi 231

Şekil 4.120. İkinci Doğrunun Denklemi 231

Şekil 4.121. T3Y3 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü 234

Şekil 4.122. Oluşturulan Bacak, Boy, Omuz, Adım Ham Verileri 235

Şekil 4.123. Düzenlenen Yeni Veri Tablosu için Boy ve Adım Uzunluğu Oranı 237

Şekil 4.124. "Boy Uzunluğu/Adım Uzunluğu" Oran Değerlerinin Aritmetik Ortalamasına Göre Oluşturulan Model 237

Şekil 4.125. Kız ve Erkek Verileri için Oluşturulan Model 241

Şekil 4.126. T3Y3 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 245

Şekil 4.127. Problemde Yapılması Gereken Görevin İfade Edilmesi 246

Şekil 4.128. Düzenlenmemiş Veri Tablosu 247

Şekil 4.129. Kısmen Doğru Oluşturulan İlk Matematiksel Model 248

Şekil 4.130. T3Y3 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları 249

Şekil 4.131. Erkek ve Kızlar için Ortak Kullanılabilecek İlk Matematiksel Model 251

GRAFİKLER DİZİNİ

Sayfa

Grafik 4.1. 2014 Yılı Fatura-Gün İlişkisi 84

Grafik 4.2. 17 Yeterliğe Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri 114

Grafik 4.3. Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinliklerin Puan Yüzdeleri 115

Grafik 4.4. 17 Yeterliğe Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 116

Grafik 4.5. Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 117

Grafik 4.6. 17 Yeterliğe Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 119

Grafik 4.7. Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 120

Grafik 4.8. Etkinlikte Gösterilen Yeterlik Sayıları 121

Grafik 4.9. Birinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları 121

Grafik 4.10. İkinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları 122

Grafik 4.11. AY8 ve AY15 Puan (0, 1, 2) Toplamı Yüzdesi 124

Grafik 4.12. Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanları 124

Grafik 4.13. AY8 ve AY15 Toplamı ile 17 Yeterliğe Göre ve Kullanılan Yeterliklere Göre Etkinlik Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 125

Grafik 4.14. Gösterilen Yeterlik Sayıları ile AY8 ve AY15 Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 126

Grafik 4.15. AY8 ve AY15 1. Döngü Puanları ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 128

Grafik 4.16. AY8 ve AY15 2. Döngü Puanları ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 130

Grafik 4.17. 17 Yeterliğe Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri 186

Grafik 4.18. Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri 187

Grafik 4.19. 17 Yeterliğe Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 188

Grafik 4.20. Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 190

Grafik 4.21. 17 Yeterliğe Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 191

Grafik 4.22. Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 192

Grafik 4.23. Etkinlikte Gösterilen Yeterlik Sayıları 193

Grafik 4.24. Birinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları 194

Grafik 4.25. İkinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları 195

Grafik 4.26. AY8 ve AY15 Puan Toplamı Yüzdesi 197

Grafik 4.27. Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanları Yüzdeleri 197

Grafik 4.28. AY8 ve AY15 Toplamı ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 198

Grafik 4.29. Gösterilen Yeterlik Sayıları ile AY8 ve AY15 Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 199

Grafik 4.30. AY8 ve AY15 2. Döngü Puanları ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 202

Grafik 4.31. İkinci Döngü Puanı ile AY8 ve AY15 Toplamının Karşılaştırılması 203

Grafik 4.32. Erkek ve Kız "Karma Boy Uzunluğu-Adım Uzunluğu" Verilerine Ait Serpme Grafiği 239

Grafik 4.33. Erkekler Boy Uzunluğu-Adım Uzunluğu Verilerine Ait Serpme Grafiği 240

Grafik 4.34. Kızların Boy Uzunluğu-Adım Uzunluğu Verilerine Ait Serpme Grafiği 240

Grafik 4.35. 17 Yeterliğe Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri 255

Grafik 4.36. Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri 256

Grafik 4.37. 17 Yeterliğe Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 257

Grafik 4.38. Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Puanlarının Yüzdeleri 258

Grafik 4.39. 17 Yeterliğe Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 260

Grafik 4.40. Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri 261

Grafik 4.41. Etkinlikte Gösterilen Yeterlik Sayıları 262

Grafik 4.42. Birinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları 263

Grafik 4.43. İkinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları 264

Grafik 4.44. AY8 ve AY15 Puanı Toplamı Yüzdesi 265

Grafik 4.45. Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanları Yüzdeleri 266

Grafik 4.46. AY8 ve AY15 Etkinlik Puanı ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 267

Grafik 4.47. Gösterilen Yeterlik Sayıları ile AY8 ve AY15 Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 268

Grafik 4.48. AY8 ve AY15 1. Döngü Puanı ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 270

Grafik 4.49. AY8 ve AY15 2. Döngü Puanı ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması 272

Grafik 4.50. Etkinlik Puanlarının Regresyon Doğrusuna göre Konumu 275

Grafik 4.51. Doğrusal İlişki Türlerinde Gösterilen Yeterliklere Göre Ortalama Yeterlik Puanlarının Yüzdeleri 276

Grafik 4.52. Modellemenin Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri 277

Grafik 4.53. T1 Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri 277

Grafik 4.54. T2 Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri 278

Grafik 4.55. T3 Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri 279

SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ

T1 : 1. Tür (Tam Doğrusal) Modelleme Etkinlikleri

T2 : 2. Tür (Parçalı Doğrusal) Modelleme Etkinlikleri

T3 : 3. Tür (Doğrusala Yakın) Modelleme Etkinlikleri

Y1 : 1. Yapı Modelleme Etkinliği

Y2 : 2. Yapı Modelleme Etkinliği

Y3 : 3. Yapı Modelleme Etkinliği

T1Y1 : 1. Tür 1. Yapı Modelleme Etkinliği

T1Y2 : 1. Tür 2. Yapı Modelleme Etkinliği

T1Y3 : 1. Tür 3. Yapı Modelleme Etkinliği

T2Y1 : 2. Tür 1. Yapı Modelleme Etkinliği

T2Y2 : 2. Tür 2. Yapı Modelleme Etkinliği

T2Y3 : 2. Tür 3. Yapı Modelleme Etkinliği

T3Y1 : 3 Tür 1. Yapı Modelleme Etkinliği

T3Y2 : 3 Tür 2. Yapı Modelleme Etkinliği

T3Y3 : 3 Tür 3. Yapı Modelleme Etkinliği

AY1 : Görevin Hedef veya Amaçlarını Belirtme Yeterliği

AY2 : Görevi Benzetim veya Temsillerle Açıklama Yeterliği

AY3 : Stratejik Öğeleri Ayırt Etme Yeterliği

AY4 : Problemin Karmaşık Yapısını Basitleştirme Yeterliği

AY5 : Değişkenleri Belirleme Yeterliği

AY6 : Değişkenler Arasındaki İlişkileri Fark Etme Yeterliği

AY7 : Tahminler ve Stratejiler Üretme Yeterliği

AY8 : Matematiksel Bir İlk Model Ortaya Koyma Yeterliği

AY9 : Matematiksel İfadeleri Düzenleme Yeterliği

AY10 : Problemi Parçalara Bölme Yeterliği

AY11 : Mevcut Verileri Çeşitlendirme veya Değiştirme Yeterliği

AY12 : Matematiksel Bilgiyi Kullanma Yeterliği

AY13 : Çözümün Yorumlanması Yeterliği

AY14 : Sonuçların Yorumlanması Yeterliği

AY15 : Genelleme Yeterliği

AY16 : Doğrulamalar Yapma Yeterliği

AY17 : Modeli Revize Etme Yeterliği

ÜY1 : Anlama Yeterliği

ÜY2 : Basitleştirme Yeterliği

ÜY3 : Değişkenleri Belirleme Yeterliği

ÜY4 : Örüntüleri Fark Etme Yeterliği

1. GİRİŞ

Bilim, sanayi ve teknolojinin geliştiği günümüzde buna bağlı olarak matematiğin önemi de giderek artmaktadır. Bilim insanları eliyle gelişimini devam ettirmekte olan her disiplin için matematiğe olan ihtiyacın arttığı ve öneminin eskiye göre daha anlaşılabilir olduğu günümüzde hayatın içerisindeki matematiği görebilen, okuyabilen ve analitik düşünebilen bireylere daha çok ihtiyaç duyulmaktadır. Bir birey olarak şahsi hayatımızın sınırları içerisinde matematiksel dengelere göre hareket edildiğinde başarı ve mutluluğun daha kolay elde edilebildiği söylenebilir. Bu sebeple ülkelerdeki ve dünyadaki dengelere de matematiğin kuralları çerçevesinde bakılabilir. Bugün ülkelerdeki enflasyon, faiz, işsizlik, ithalat, ihracat, döviz kurları gibi birinin diğerini etkilediği ekonomik dengeler matematiksel kurallar içerisinde izah edilebilmektedir. İletişim, uzay ve askeri alanlardaki birçok teknoloji matematikle beraber farklı disiplinlerin ortak aklı ile ortaya çıkmaktadır. Bu açıdan matematiği öğretebilen öğretmenlerin ve öğrenip kullanabilecek yeterliğe sahip öğrencilerin yetişmesi için matematik eğitiminin öneminin ötesinde stratejik bir değerinin olduğu açıktır.

Günümüzde bilim insanları, öğrencilerin matematik yeterliklerini geliştirici, sınıf içinde uygulanabilir yöntemler ve projeler geliştirmeye çalışmaktadırlar. Bu kapsamda yapılan çalışmalara konu olan matematiksel modelleme etkinlikleri, hayatın içinden gerçek dünya örneklerini temel alıp bir araç (Stillman vd., 2007, s. 689) olarak eğitim ve öğretimde kullanılabilmektedir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin rutin olmayan karmaşık matematiksel problemlere çözüm üretmekte öğrencileri daha iyi motive ve organize edebileceği düşüncesi, matematik eğitimcilerinin dikkatini çeken bir durum olmuştur (Lesh ve Doerr, 2003, s. 31, 32; Kaiser, 2005, s. 1614; Blomhøj, 2009, s. 11).

Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğretimde kullanılmasının amacı, gerçek hayat bağlamında hazırlanan etkinlikler aracılığı ile matematiksel kavramların keşfedilmesini sağlamaktır (Panhuizen, 2003, s. 12). Fen bilimleri ve sosyal bilimler gibi diğer alanlardaki veriler kullanılarak, disiplinler arası etkileşime uygun ve zengin gerçek hayat bağlamlarında hazırlanmış matematiksel modelleme etkinlikleri öğrenmeyi gerçekleştirebilmek için yardımcı bir vasıta olarak kullanılabilmektedir (English, 2011, s. 5).

Bugün TIMMS ve PISA gibi uluslararası sınavlarda ilk sıralarda yer alan ülkelerin (Kore, Singapur, Çin, Honkong, Japonya gibi) eğitim sistemleri incelendiğinde bilginin öğrenciye hazır olarak verilmediği, öğrencilerin önce kendi gayretleri ile keşiflerde

bulunup problem durumunu kendisinin yaşamaya çalıştığı; öğretmenlerin öğrencilerin zorlandığı yerlerde sadece gerektiği kadar ipuçlarını verdiği, öğrenci merkezli ve öğretmen destekli bir öğretim modelini benimsedikleri görülmektedir. Uygulanan bu öğretim modelinin aslında matematiksel modellemenin mantığına uygun olduğunu ve uygulamada sistematik olarak matematiksel modelleme süreçleri ile örtüşen yanlarının olduğu söylenebilir. Dolayısıyla, geleceğin öğretmenlerinin matematiksel modelleme süreçlerini yakından deneyimlemeleri ve bu süreçlere zemin hazırlayan modelleme sorularını tanımaları büyük önem arz etmektedir.

1.1. Problem Durumu

Matematik öğretiminin nasıl yapıldığında verimli sonuçların elde edileceği ve farklı metotlarla yapılan uygulamalarla hangi sonuçların ortaya çıkacağı merak konusu olmaya devam etmektedir. Araştırma perspektifinden bakıldığında ise özellikle öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini nasıl deneyimledikleri henüz literatürde cevabını tam olarak bulamadığımız konulardan biridir.

Matematiksel modelleme ile yapılan etkinliklerde sürecin modellemenin adımlarında nasıl ilerlediği, etkinlik sürecinde gösterilen yeterliklerin neler olduğu, bu yeterliklerin nasıl ortaya çıktığı ve gösterilmesine neden olan durumların neler olduğu tam olarak cevaplanamayan sorulardan sadece bazılarıdır. Özellikle, modelleme sorularının yapısının öğretmen adaylarının modelleme süreçlerine ve bu süreçte gösterdikleri ya da gösteremedikleri yeterliklere nasıl bir etkisi olduğu hakkında literatürde son derece sınırlı çalışmalar mevcut olup bu çalışmalardan elde edilen bulgular da sistematik bir yapıya sahip değildir.

Detayları ileriki bölümlerde verilecek bu çalışmalar incelendiğinde özellikle matematiksel ilişkilere yönelik özel hazırlanmış modelleme etkinliklerinin literatürde sınırlı sayıda olduğu ve bu etkinliklerin yapılarının modelleme sürecinde gösterilen yeterliklerle ilişkisine yönelik çalışmaların çok fazla yapılmadığı göze çarpmaktadır. Bu kapsamda, bu araştırmanın temel hedeflerinden biri literatürdeki bu boşluğu belirli bir ölçüde de olsa doldurmaktır.

1.2. Amaç

Bu çalışmanın genel amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri nasıl modelliediklerini araştırmaktır. Çalışma özelde, öğretmen adaylarının

doğrusal ilişkileri modelleme süreçlerinde gösterdikleri bilişsel modelleme yeterliklerine odaklanmıştır. Özellikle, doğrusal ilişkilere yönelik hazırlanmış, detayları ileriki bölümlerde anlatılan, farklı tür ve yapılardaki modelleme sorularının modelleme süreçlerinde ortaya çıkan yeterliklerle ilişkisi incelenmiştir. Bu kapsamda aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Öğretmen adaylarının Tam Doğrusal (T1) ilişkileri modelleme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
   1.1. Öğretmen adaylarının bu türdeki soruları modelleme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
   1.2. Öğretmen adayları bu türe ait farklı problem yapılarındaki sorularda hangi bilişsel yeterlikleri ne ölçüde gösterebilmektedirler?
2. Öğretmen adaylarının Parçalı Doğrusal (T2) ilişkileri modelleme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
   2.1. Öğretmen adaylarının bu türdeki soruları modelleme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
   2.2. Öğretmen adayları bu türe ait farklı problem yapılarındaki sorularda hangi bilişsel yeterlikleri ne ölçüde gösterebilmektedirler?
3. Öğretmen adaylarının Doğrusala Yakın (T3) ilişkileri modelleme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
   3.1. Öğretmen adaylarının bu türdeki soruları modelleme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
   3.2. Öğretmen adayları bu türe ait farklı problem yapılarındaki sorularda hangi bilişsel yeterlikleri ne ölçüde gösterebilmektedirler?
4. Farklı doğrusal ilişki türlerinde gösterilen bilişsel yeterlikler arasında ilişki var mıdır?
   4.1. Tam Doğrusal ilişki türünde gösterilen bilişsel yeterlikler açısından etkinlikler ve döngüleri arasında ilişki var mıdır?
   4.2. Parçalı Doğrusal ilişkiler içeren problemlerde gösterilen yeterlikler açısından etkinlikler ve döngüleri arasında ilişki var mıdır?
   4.3. Doğrusala Yakın ilişkiler içeren problemlerde gösterilen yeterlikler açısından etkinlikler ve döngüleri arasında ilişki var mıdır?
5. Etkinliklerde gösterilen yeterlikler ile geliştirilen modeller (oluşturulan ilk model ve genel model) arasında bir ilişki var mıdır?

1.3. Önem

Uluslararası sınavlarda (PISA ve TIMMS gibi) istenen ölçüde başarının elde edilemediği ve kendine uygun bir eğitim sistemi arayışı içinde olan ülkemizde matematiksel modelleme üzerine yapılan çalışmaların giderek arttığı gözlenmektedir. Matematiksel modelleme, bugün ilkokul, ortaokul ve lise düzeylerinde matematik dersleri öğretim programlarının benimsediği yapılandırmacı yaklaşım modeli (Fosnot, 1996, s. 205) ile uyumlu olup öğrenciyi merkeze alan bir yaklaşıma sahiptir. Birçok ülkede ve ülkemizde eğitim sistemine şekil veren ve yeni bilgilerin önceki bilgilerle ilişkilendirilerek öğrenilmesi (Sherman ve Kurshan, 2005, s. 12) şeklinde tanımlanan yapılandırmacı yaklaşımda, rutin matematiksel problemlerin yerine modelleme etkinliklerinin kullanılmasıyla öğrencilerde daha etkili bir öğrenimin gerçekleşebileceği düşünülmektedir. Modelleme etkinliklerinde yeni bilgiler, model ortaya çıkarma sürecinde, eski bilgilerden hareketle bu bilgilerin üzerine inşa edilirler. Model ortaya çıkarma etkinliklerinde öğrenciler çözüm için gerekli adımları kendileri atmaktadırlar. Öğrenciler modelleme sürecinde uygun verileri uygun olmayanlardan ayırt ederek kullanmayı, matematiksel bilgileri keşfetmeyi, bu bilgileri matematiksel olarak ifade etmeyi ve doğrulamayı kendilerinin yapması gerektiğinden modelleme sürecinin her aşamasında öğrencilerin zihinsel olarak aktif olmaları gerekmektedir. Bu da öğrencilerin ortaya çıkan modeli benimsemelerini, kullanabilmelerini ve bu süreçte ortaya çıkan bilgilerin üzerine yeni bilgiler inşa edebilmelerini kolaylaştırmaktadır. Bu açıdan değerlendirildiğinde modelleme etkinliklerinin doğrusal ilişkilerin yapılandırılmasında kullanılabileceği rahatlıkla düşünülebilir.

Doğrusal ilişkiler 7. sınıf ortaokul matematik dersi öğretim programından üniversite eğitimine kadar her aşamada kendine yer bulabilen temel matematiksel ilişkilerden biridir. Buna karşın, literatürde (Davis, 2007, s. 387; De Bock, Van Dooren, Janssens ve Verschaffel, 2007, s. 5; Ellis, 2007, s.194; Ellis, 2009, s. 482; Postelnicu, 2011, s. 11; Tekin, Konyalıoğlu ve Işık, 2009, s. 931; Lobato ve Siebert, 2002, s. 87, Soylu, 2006, s. 212, 218) doğrusal ilişkiler içeren durumların (yol-zaman ve hız-yakıt gibi) anlaşılmasında, diğer bir ifade ile değişkenlerden birinin değişmesiyle diğerinin de değiştiği durumlar arasındaki ilişkilerin kavranmasında, matematiksel olarak ifade edilmesinde ve yorumlanmasında farklı yaş gruplarındaki öğrencilerin zorlandıkları belirtilmektedir. Buna karşın, yaşanan zorlukların doğasına ve temeline yönelik hala elimizde kapsamlı bilgiler bulunmamaktadır.

Modelleme etkinlikleri öğretmen adaylarının ve genel olarak öğrencilerin doğrusal ilişkileri zihinlerinde nasıl yapılandırdıklarını anlamak açısından önemli bir öğrenme ortamı sağlayabilir. Özellikle, doğrusal ilişkinin temel alındığı modelleme etkinlikleri ile öğrencilerin mevcut bilgilerini kullanarak doğrusal ilişkileri nasıl yapılandırabildikleri bu ortamda incelenebilir.

Öğrencilerin doğrusal ilişkileri anlamada ve temsil etmekte yaşadıkları zorluklara neden olan sebepler modelleme sürecinde gösterilen yeterliklerle ilişkilendirilerek bir anlam verilebilir ve çözüm aranabilir. Yaşanan problemin modellemenin hangi adımında gerçekleştiği ve bu adımda hangi yeterliklerin problemin anlaşılmasına, gerçek dünyadan matematiksel dünyaya dönüştürülmesine ve modelin test edilmesine engel olduğunun ortaya çıkarılması sonraki problem durumlarında yaşanacak zorlukların aşılmasında rehber olacaktır. Bu durum dikkatlice hazırlanmış modelleme sorularına olan ihtiyacı ortaya çıkarmaktadır.

Problem türleri bireylerin zihinlerinde farklı zihinsel aktivitelerin gerçekleşmesine neden olur (Duval, 2006, s. 104). Rutin işlemsel bir matematik sorusu karşısında bireyin gösterdiği zihinsel aktivitelerle, açık uçlu kavramsal bir soru karşısında bireyin gösterdiği zihinsel aktiviteler birbirinden farklı olması kuvvetle muhtemeldir. Bu durum ele alınan bir matematiksel kavramın nasıl bir soru formatında öğrencinin karşısına çıktığının önemini arttırır. Modelleme soruları bu anlamda açık uçlu olup farklı yöntem ve stratejilerle çözülmeye fırsat vermesinden dolayı zengin zihinsel süreçlerin yaşanmasına fırsat verir. Bu çalışmada doğrusal ilişkiler; tam doğrusal, parçalı doğrusal ve doğrusala yakın ilişkiler altında ele alınmış ve buna yönelik farklı yapılarda modelleme soruları hazırlanmıştır. Buradaki amaç, farklı problem durumlarının öğretmen adaylarının zihinlerinde doğrusal ilişkilere yönelik ne tür süreçlerin yaşanmasına neden olduğunu ortaya çıkarmak ve ne tür yeterliklerin bu süreçte aktif rol oynadığını belirlemektir. Bu durum öğretmen adaylarının yaşadıkları zihinsel süreçlerin yakından izlenebilmesine ve doğrusal ilişkileri nasıl yapılandırdıklarını anlamaya yardımcı olacaktır.

Zihinsel süreçlerin anlaşılmasında kapsamlı gözlemlerin önemi yadsınamaz. Modelleme etkinlikleri bu gözlemlerin yapılmasına olanak sağlamaktadır. Özellikle, bu ortamlarda katılımcılar arasındaki etkileşim, sürecin doğal bir parçası olduğundan bireyler arasında gerçekleşen konuşma ve tartışmaların yakından izlenebilecek olması öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri nasıl yapılandırdıklarını anlamak açısından araştırmacıya birçok fırsatlar sunmaktadır.

Sonuç olarak modelleme yaklaşımı sadece bir problem çözme süreci olmayıp bireylerin zihinlerinde matematiksel ilişkileri nasıl kurduklarının anlaşılmasına olanak sağlaması açısından önemli bir araçtır denebilir.

1.4. Varsayımlar

Bu çalışma kapsamında İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının etkinliklerin uygulanması sürecini ciddiyetle devam ettirdikleri varsayılmıştır. Grup ile yapılan görüşmelerde sorulan sorulara açık yüreklilikle yanıt verildiği varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Çalışmada elde edilen bulgular sadece dört kişilik bir öğretmen adayı grubuna aittir. Modelleme etkinliklerinde sürecin gözlenmesi ve bu süreçte gösterilen yeterliklerin değerlendirilmesinin güçlüğü dikkate alınarak, etkinliklerin uygulandığı dokuz gruptan sadece bir gruptan elde edilen verilere odaklanılmıştır. Öğretmen adaylarının bilgi düzeyleri ve deneyimleri gösterilen yeterlikleri doğrudan etkilemiş olabilir.

Diğer bir sınırlılık çalışmanın yapıldığı ortamla ilgilidir. Çalışmanın ilk olarak sınıf ortamında gerçekleştirilmesi planlanmış, ancak ortamın aşırı gürültülü ve kalabalık olması sebebi ile sağlıklı veri elde edilemediğinden çalışmaya katılan grup ayrı bir ortamda modelleme etkinliklerini yapmıştır. Dolayısıyla, modelleme sürecinde gerçekleşen tartışmalar grup üyeleri ile sınırlı kalmıştır.

Araştırmada incelenen yeterlikler, matematiksel modelleme yeterliklerinden bilişsel modelleme yeterlikleri ve bu bilişsel yeterliklerden de anlama, basitleştirme, değişkenleri belirleme, örüntüleri fark etme, matematikleştirme, buluşsal stratejiler kullanma, matematiği kullanma, yorumlama, genelleme, doğrulama, modeli revize etme yeterlikleri ile sınırlı tutulmuştur. Literatürde bu yeterliklerin dışında da yeterlikler mevcuttur.

Çalışma kapsamında elde edilen bulgular sadece öğretmen adaylarının doğrusal ilişkilere yönelik modelleme süreçleri ve bu süreçlerde gösterdikleri yeterliklerle ilgilidir.

Son olarak çalışmanın bulguları, araştırmacı tarafından hazırlanan modelleme sorularına öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlar ile sınırlıdır. Bu soruların anlaşılırlık düzeyleri gösterilen yeterlikleri doğrudan etkilemiş olabilir.

2. ALANYAZIN

Bu bölümde çalışma kapsamında yer alan temel kavramlar açıklanmıştır. Özellikle, matematiksel modelleme, modelleme süreci, modelleme etkinlikleri, modelleme yeterlikleri, bilişsel yeterlikler ve doğrusal ilişki türleri gibi kavramlar literatür çerçevesinde tartışılmıştır.

2.1. Matematiksel Modelleme

Lesh ve Doerr (2003, s. 5) *modeli* temel ilkelerin dayandığı ilişkilerin, işlemlerin ve etkileşimlerin düzenlendiği kuralları içeren kavramsal sistemler olarak tarif etmiştir. Başka bir ifadeyle model, problem çözümündeki hipotezlerin gösterilmesinde, soyutlama ve genelleme gibi zihinsel süreçlerin resmedilmesinde kullanılan fiziksel ve sembolik gösterimleri ifade eden genel bir terimdir (Sriraman, 2005, s. 1687). Bu gösterimler grafik, resim veya farklı semboller şeklinde düşüncelerin ifade edilebileceği herhangi bir türde olabilir. *Matematiksel modeller*, gerçek dünyadan alınmış karmaşık durumlardaki olaylardan yola çıkarak benzer durumlarda kullanılması için genelleştirilerek geliştirilirler (Lesh ve Doerr, 2003, s. 5). Bu modeller, düşüncenin yapısıyla ilgili olup, bilginin bağlandığı ve daha ileri fikirlere adaptasyon sağlayan biçimleri ifade edip, disiplinler arası sınırların kapısı (Hamilton vd., 2008, s. 8; English., 2011, s. 3) olarak görülmektedir. Olkun ve Toluk Uçar (2009, s. 35) matematiksel modellerin kullanılmasına ilişkin genel ilkeleri tablo şeklinde göstermişlerdir (Bkz. Tablo 2.1).

Tablo 2.1. *Matematikte Modellerin Kullanılmasına İlişkin Genel İlkeler*

<table>
<tr><td>Alt Sınıflar</td><td colspan="2">Orta Sınıflar</td><td>Üst Sınıflar</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kavramla ilgili tanıştırma</td><td colspan="2">Sonraki aşamalar</td></tr>
<tr><td colspan="4">Uygun sözel ifadeler</td></tr>
<tr><td>Somut nesne modelleri</td><td colspan="2">Çizim-grafik modeller</td><td>Soyut sembolik modeller</td></tr>
<tr><td colspan="2">Statik modeller</td><td colspan="2">Dinamik modeller</td></tr>
</table>

Kaynak: *Olkun ve Toluk Uçar, 2009, s. 35*

Matematiksel *modelleme süreci* gerçek hayattan örneklerle başlayıp, başka olguların tahmin edildiği bu örneklerin içindeki örüntülerin, manipülatifler veya görseller kullanılarak matematiksel olarak ifade edildiği işlemler dizisinin bütünü olarak tanımlanabilir (Van de Walle vd., 2012, s. 276). Matematiksel modelleme etkinliklerinde

sadece bir tek çözüm yolu olmayıp sonuca ulaşmada farklı metotların kullanılabilmesi sebebi ile veya yaşanan zorlanmalar sonucu modelleme sürecinde sık sık geriye dönmeler yaşanabilmektedir. Aynı etkinlikte daha önce yaşanmış bir sürecin farklı bir anlayışla veya metotla tekrar yaşanmasına sebep olan bu geriye dönmelerle oluşan her yeni süreç bir *modelleme döngüsü* olarak ifade edilebilir.

Literatürde *model* ve *modelleme* kavramları arasındaki farka dikkat çekilerek bu fark, süreç ve bu süreçte ortaya çıkan ürüne benzetilmektedir (Lesh ve Doerr, 2003, s. 3; Sriraman, 2005, s. 1687; Kertil, 2008, s. 16; Doruk, 2010, s. 7; Karalı, 2013, s. 11; Güder, 2013, s. 14). Lesh ve Doerr (2003, s. 3) matematiksel modellerin, sistemlerin yapısal özelliklerinden ziyade fiziksel özellikler gibi gösterimsel özellikleriyle ilgili bir kavram olduklarını belirtip, model ve modelleme kavramlarını kaynaştırarak bu kavramları da içine alan "*model ortaya çıkarma (*m*odel eliciting)*" kavramını kullanmışlardır.

Literatürde matematiksel modellemenin öğretimi ve öğrenimi üzerine yapılan araştırmalar için farklı bakış açıları bulunmaktadır. Bu bakış açılarını (Blomhøj, 2009, s. 15) tablo halinde özetlemiştir (Bkz. Tablo 2.2).

Tablo 2.2. *Matematiksel Modellemeye Farklı Bakış Açıları*

Bakış açısı	**Amaç**	**Geçmiş**	**Araştırma sorusu veya amacı**	**Modelleme döngüsünün rolü**
Gerçekçi	Pragmatik faydacı hedefler	Pollak (1969)	Belirli bir gerçek problemi modellemek için hangi şartlar ve destekler gerekli?	Gerçek yaşam deneyimleri ya da problem durumunu analiz etmek için kullanılır.
Bağlamsal	Konu ile ilgili ve psikolojik hedefler	Lesh ve Doerr (2003) Lesh ve Caylor (2007)	Öğrenciler için anlamlı modelleme etkinlikleri bağlamları nasıl tasarlanır?	Modelleme süreci değil, model ortaya çıkarma faaliyetleri odaktadır
Eğitimsel (matematik öğrenmek için)	Matematik öğrenmek için araç	Niss (1987,1989) Blum ve Niss (1991) Blum ve Leiss (2005)	Matematiksel kavramların öğrenilmesi ve matematik öğrenimine desteği nasıl olabilir?	Öğrencilerin belli öğrenme düşüncelerinin ortaya çıkarılması için modelleme etkinlik tasarımı ve analizi
Eğitimsel (modelleme öğrenmek için)	Eğitimin bir hedefi olarak modelleme yeterlikleri	Rodríguez (Kadijevich)	İyi bir öğrenme etkinliği nasıl olmalıdır? Modellemenin adımlarında zorluklar nelerdir?	Bir öğrenme hedefi olarak matematiksel modelleme yeterliklerini tanımlamak
Epistemolojik	Modelleme yoluyla yeniden matematik	Freudenthal (1983) Traffers (1987) Chevallard	Fonksiyon kavramını yeniden öğrenmek için modelleme nasıl kullanılabilir?	Modelden model içine geçişte matematikleştirmenin vurgulanması

Tablo 2.2. (Devamı) *Matematiksel Modellemeye Farklı Bakış Açıları*

Bakış açısı	Amaç	Geçmiş	Araştırma sorusu veya amacı	Modelleme döngüsünün rolü
Bilişsel	Matematiksel modellemede zihinsel süreçlerin analizi	Piaget, Skemp Ferri (2006)	Bilişsel ve modelleme becerileri modelleme döngüsünün hangi adımları ile ilgilidir?	Belirli bir durumu modellemek için gerekli bilişsel becerileri belirlemek amacıyla modelleme sürecini yapılandırmak
Sosyo-kritik	Kritik ve eleştirel gerçeklik anlayışı ve matematiksel modelleme kullanımı	Skovsmose (1994, 2005) D'Ambrosio (1999)	Öğrencilerin aralarında eleştiri söylemleri oluşturmak için matematiksel modellemenin etkisi nasıl ortaya çıkarılır?	Süreç yaklaşımı ve modelleme süreci ilişkisinde eleştirilerin ve yansımaların yapılandırılması

Kaynak: *Blomhøj, 2009, s. 15.*

Bu tez kapsamında temel alınan matematiksel modelleme, (Lesh ve Doerr, 2003, s. 3)'in "bağlamsal" bakış açısıyla ele aldıkları matematiksel modellemedir. Bağlamsal bakış açısından *matematiksel modelleme* gerçek hayat durumlarının bir problem olarak ele alınıp içerisindeki matematiğin ortaya çıkarılması süreci olarak ifade edilebilir. Bu matematiğin ortaya çıkarılması için gerçek dünya durumunun aktarıldığı problem metni üzerinden yorumlamalarda bulunmak, bu yorumlamalarla verileri ortaya çıkarmak, uygun verileri organize etmek, benzer durumlarda kullanılabilecek genellemelerde bulunmak ve zihindeki bu genellemelerin başkalarının da anlayabileceği ve kullanabileceği biçimde matematiksel olarak ifade etmek gibi bir dizi süreçlerden geçilir (Lesh ve Doerr, 2003, s. 5; Doruk, 2010, s. 31).

Matematiksel modelleme ile geleneksel problem çözme ve uygulamaları arasında bazı farklılıklar bulunmaktadır. Aşağıda bu farklılıklar ifade edilmiştir.

2.1.1. Matematiksel modelleme ve rutin matematiksel problemler

Matematiksel modelleme aktiviteleri, rutin matematiksel problemlerden an az iki şekilde farklılık arz etmektedir. Birinci olarak, öğrenciler matematiksel modellemede tasarlanan problemi çözmek için matematiksel kavramları ve işlemleri hem birbirleriyle ilişkilendirmek hem de kullanmak zorundadırlar. Modelleme sürecinde öğrenciler modelleme etkinlikleri sayesinde gerçek durum içerisindeki matematiği kendilerine özgün olarak ortaya çıkarma olanağına sahip olurlar. İkinci olarak, öğrenciler yapılandırılmış modelleme etkinlikleri aracılığıyla geçerli modeli ortaya çıkarmak için

teşvik edilirler ve öğrenciler bu süreçte kendi çözümlerini genelleştirmeyi de öğrenirler (Schorrr ve Lesh, 2003, s. 152; English, 2006, s. 306; Mousoulides vd., 2008, s. 294).

Birçok araştırmacı (Lesh ve Lehrer, 2003, s. 123; English ve Watters, 2004, s. 2; Brown ve Redmond, 2007, s. 163; Doruk, 2010, s. 25) geleneksel problemlerle öğrencilerde problem çözme stratejilerinin yeterince geliştirilemediği, öğrenciler için pek de anlamlı olmayan ve sürekli niçin öğrenildiği sorgulanan problemlerin içindeki bazı sözel ifadelerin öğrencileri ezbere sevk ettiğini belirtmişlerdir. Bu araştırmacılar geleneksel problem tiplerinin aksine açık uçlu, kalıp cümlelerle öğrenciyi yönlendirmeyen, gerçek yaşam durumları üzerine düşünmelerini sağlayan, bilginin sadece öğretmenden öğrenciye iletilmesi ile kalmayıp inşa edildiği (Brown ve Redmond, 2007, s. 163) matematiksel modelleme etkinlikleri ve uygulandığı ortamlar aracılığı ile öğrencilerin okul dışında ve gelecek yaşamlarında problem çözme becerisi gelişmiş ve daha sosyal bireyler olarak yetişebileceğini belirtmişlerdir. Lesh ve Doerr (2003, s. 4) geleneksel problem çözümü ile model ortaya çıkarma etkinlikleri arasındaki farkı tablo halinde göstermişlerdir (Bkz. Tablo 2.3).

Tablo 2.3. *Lesh ve Doerr'un Geleneksel Problem Çözme ile Model Ortaya Çıkarma Etkinliklerinin Karşılaştırılması*

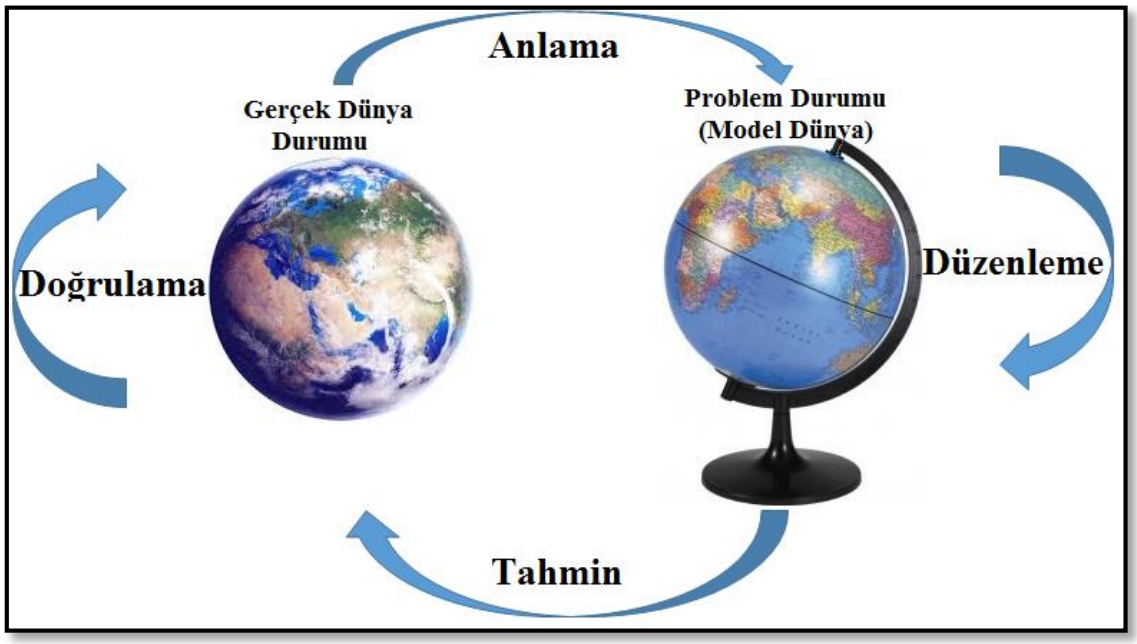
Geleneksel Problem Çözme Perspektifi	**Matematiksel Modelleme Perspektifi**
Uygulamalı problem çözme, problem çözmenin özel bir hali olarak kabul edilir.	Geleneksel problem çözme, model ortaya çıkarma aktivitelerinin özel bir hali olarak kabul edilir.
Gerçek hayat probleminin çözümü için üç adım vardır. Bunlar: 1. Bağlamından soyutlanmış durumlarda ön bilgi ve becerileri öğrenmek 2. Genel içerikten bağımsız olarak problem çözme süreçlerini ve sezgilerini öğrenmek 3. Karmaşık gerçek hayat durumlarında nerelerde önceki bilgi ve becerilere, nerelerde de sezgilere ve ek bilgilere ihtiyaç olduğunu öğrenmek	1. Problemin çözümünü kolaylaştırmak için anlamlı yorumlamalarda bulunmak üzere sembol, diyagram, tablo ve grafiklerden faydalanılır. 2. Ya tam anla ya da hiç anlama diye bir şey yoktur. 3. Gerçek hayat problemlerini çözmek için gerekli yapıların oluşturulması, işlemlerin yapılması gibi kabiliyetler, bilginin geliştirilmesinde ara aşamalar olarak görülür.
Uygulamalı problem çözme aktiviteleri ≠ Model ortaya çıkarma aktiviteleri	

Kaynak: *Lesh ve Doerr, 2003, s. 4*

Geleneksel problem çözme ile birçok yönden ayrışan modelleme bakış açısına göre modelleme etkinliklerinin uygulanması ve modellerin ortaya çıkmasında belli bir sürecin yaşanması gerekmektedir. Bu süreç ile ilgili literatür aşağıda verilmiştir.

2.1.2. Matematiksel modelleme süreci

Matematiksel modelleme somut bir olayın gözlemlenmesi, matematiksel ilişkilerin ortaya çıkarılması, matematiksel analizlerin yapılması, sonuçların elde edilmesi ve modelin tekrar yorumlanması süreçlerini içermektedir (Swetz ve Hartzler, 1991'den aktaran Lingefjärd, 2006, s. 96). Pollak (2003, s. 653) bu sürecin, "oluşturma, uygulama, düzenleme (refining) ve doğrulama" adımlarından meydana geldiğini ifade etmiştir. Lesh ve Doerr (2003, s. 17) ise tüm problemlerin çözümünde modellerin genel olarak bir döngü ile ortaya çıkarılabileceğini ifade ederek bu döngünün modellemenin sürecini resmettiğini belirtmişlerdir (Bkz. Şekil 2.1). Lesh ve Doerr matematiksel modelin ortaya çıkarılması süreci ile ilgili literatürde farklı yaklaşımlar olduğunu belirtmekle beraber modelleme döngüsünün genellikle dört adımdan oluştuğunu ifade etmişlerdir. Öte yandan literatürdeki modelleme sürecini farklı şekillerde ele alan yaklaşımlar (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 144; Blomhøj, 2009, s. 8; Ang, 2010, s. 20) incelendiğinde, bu süreçlerin Lesh ve Doerr'in dört adımının detaylandırılmış hali olduğu görülmektedir.



Şekil 2.1. *Modelleme Döngüsünün Dört Temel Adımı*

Kaynak: *Lesh ve Doerr, 2003, s. 17*

Lesh ve Doerr'a (2003, s. 17) göre modellemenin adımları özetle şöyle açıklanmıştır:

a) Anlama/Açıklama (Description): Bu adım gerçek dünya ile problem durumu arasında eşleştirmelerin yapılarak ilişkilendirilmeye çalışılan adımdır. Gerçek dünyadan bir problem tanımlandıktan sonra problem kapsamındaki görevin açıklığa

kavuşturulduğu, problemin gereksiz bilgilerden ayrıştırıldığı, gerekli ve gereksiz verilerin ayırt edilerek basitleştirildiği adımdır.

b) Düzenleme/İşleme (Manipulation): Özgün problem durumunun çözümü ile ilgili tahminler ve işlemler üretmek için problem durumundaki ilişkilerin temsiller yardımıyla oluşturulduğu adımdır. Bu adımda matematiksel işlemler sonucunda ilk matematiksel model oluşturulur ve bu model üzerinde düzenlemeler yapılarak model daha kullanılabilir hale getirilmeye çalışılır.

c) Tahmin/Tahminde Bulunma (Prediction): Bir önceki adımda oluşturulan ilk matematiksel modelin kullanılması ile elde edilen ilgili sonuçların, gerçek dünyadan problem kapsamındaki duruma veya problem kapsamındaki durumdan gerçek dünyaya aktarılması için bu iki dünya arasında iyi bir dönüştürücünün tahmin edildiği adımdır. Bu dönüştürücü, çözüm stratejisinin ve ilk matematiksel modelden elde edilen sonuçların kritiğinin yapılarak modelin revize edilmesi veya yeniden oluşturulması ile tahmin edilebilmektedir. Bu adımda genel bir modelin elde edilmesi beklenir.

d) Doğrulama (Verification): Geliştirilen nihaî modelin gerçek dünya durumları için kullanılabilirliğinin test edildiği adımdır. Bu adımda, geliştirilen nihaî modelin problem kapsamında verilen durumdan soyutlanarak benzer durumlar için uygun sonuçlar üretip üretmediği test edilir ve modelin doğrulaması yapılır.

Lesh ve Doerr'in dışında matematiksel modellemenin adımlarını farklı biçimde sınıflandıran yaklaşımlar da bulunmaktadır. Bunlardan Hall, matematiksel modellemeyi 7 evrede ele almıştır. Burada evreler arasındaki gidiş gelişlerin düzensiz olmasından dolayı evreler de düzenli olarak verilememiştir (Bkz. Tablo 2.4).

Tablo 2.4. *Matematiksel Modellemenin Evreleri*

Hall'in Öğeleri	Evreler
İçerik	
1. Doğal veya deneysel verilerin anlamlandırılması ve işlenmesi	1
2. Değişkenlerin ve parametrelerin hangi gözlemlerle betimleneceğinin belirlenmesi	2
3. İşlemlerdeki ve verilerdeki örüntünün farkına varma	2
4. Matematiksel ifadelerin üretilmesi için gözlemlerin özetlenmesi	2

Tablo 2.4. (Devam) *Matematiksel Modellemenin Evreleri*

Hall'in Öğeleri	Evreler
5. Anlamlı değişkenlerle sistemi temsil eden bir model kurma kabiliyeti	2
6. Arzulanan objelere ulaşmak için modelin matematiksel ifadelerini işleme (manipüle) tekniği yeteneği	3 ve 4
Temsille Gösterme	
7. Verilerin yorumlanması ve gösterilmesi	7b
8. Resimsel formun içindeki ve dışındaki bilginin çevirisinin yapılması	7b
9. İletişimde anlaşılabilir netlik becerisi (özellikle yazılı iletişimde)	7b
Kullanma	
10. Problemin formüle edilmesi ve duruma uyarlanması	1 ve 3
11. Bilgi ve ek teknikler için kitap vs gibi farklı kaynaklardan yararlanma	1 ve 4
12. Bir problemin tartışılmasında model, yöntem veya amaçlarda ne zaman değişiklik yapılacağını anlamak	7a
13. Modellerin başarısında çözümün ve doğrulamanın nasıl yapılacağını bilme	5 ve 6
14. Bir grup içinde etkin çalışabilme	1-7 arası

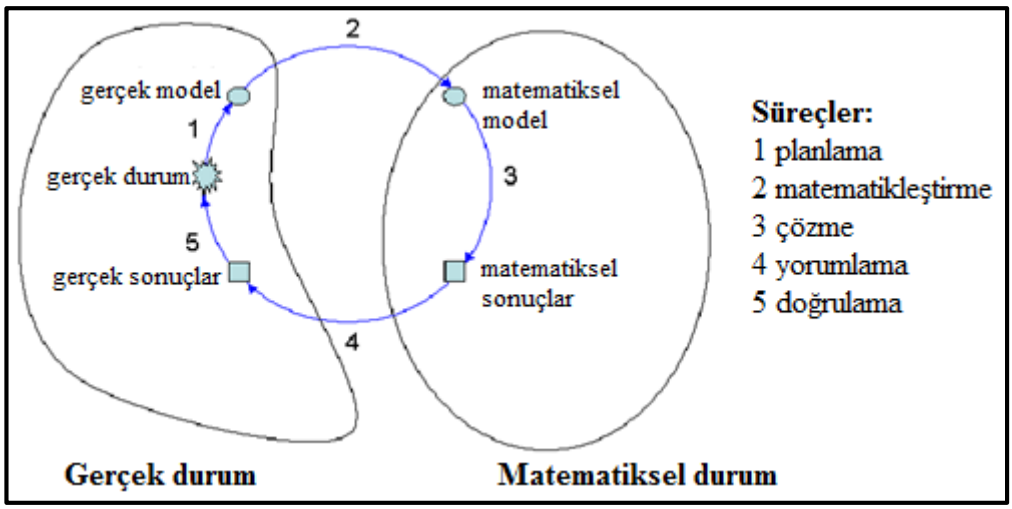
Kaynak: *Hall, 1984'den aktaran Houston 2007, s. 250*

Pollak (2003'ten aktaran Gould, 2013, s. 6) ise matematiksel modelleme adımlarını sekiz ilke halinde belirlemiştir. Bu adımlar genel bir fikir vermesi için numaralandırılmış olup uygulama esnasında sıralamada farklılıklar arz edebilmektedir. Bu adımlar genel olarak şu şekilde sıralanmaktadır:

1. Gerçek dünya durumundan anlaşılabilir, bilindik bağlamda bir soru belirleyin.
2. Gerçek dünya senaryosunun ve gerçek dünya ile senaryo arasındaki ilişkilerin önemli yönlerini belirleyin.
3. Senaryonun önemli yönleri ve ilişkileri arasından hangilerinin daha önemli olduklarına karar verin. Senaryoyu bu noktada idealize edilebilir olarak kabul edip geri kalanı göz ardı edin.
4. Gerçek dünya senaryosunun idealize edilmiş halinin içindeki matematiği açıklamak bizi istenen matematiksel modele götürür.
5. Bağlamdaki matematiğin tiplerini (cebir, geometri, trigonometri vs.) belirlemek matematiksel modelle çalışmak için faydalı olacaktır.
6. Etkinlikten matematiksel sonuçlar çıkarabilmek için bildiğiniz matematiksel yöntemleri kullanın.

7. Senaryonun idealize edilmiş halinden elde ettiğiniz matematiksel sonuçlardan gerçek dünya durumunda mantıklı olanları bir teoriye dönüştürün.
8. Teorinin gerçek dünya durumundaki uygunluğunu test edin. Sonuç olumsuz ise uygulamada nerede hata yapıldığını inceleyin. Sürece yeniden başlayıp düzeltmelerde bulunun. Sonucunuz mantıklı ve uygulanabilir ise bunları akranlarınızla paylaşın.

Blomhøj (2009, s. 8) modelleme sürecindeki adımları ve her adımın sürecinin sonunda ortaya çıkması beklenen durumları 1 numaralı adımdan 5 numaralı adıma doğru resmetmiştir (Bkz. Şekil 2.2).



Şekil 2.2. *Modelleme Sürecinin Adımlarına Ait Döngü*

Kaynak: *Blomhøj, 2009, s. 8.*

Modelleme süreçlerindeki adımlar ve bu adımlar arasındaki geçişlerde bazı zorlukların yaşandığı ifade edilmiştir. Yaşanan bu zorluklar (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147) tarafından ayrıntılı olarak şu şekilde verilmiştir:

1. Karmaşık gerçek dünya durumu ⟶ Gerçek dünya problem durumu
   - Problemi açıklamak (bağlamından soyutlayıp benzetim ve temsillerle)
   - Basit varsayımlarda bulunmak
   - Stratejik öğeleri belirlemek
2. Gerçek dünya problem durumu ⟶ Matematiksel model
   - Cebirsel modele dâhil etmek için bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirlemek
   - Her bağımsız değişkeni ayrı sembollerle temsil etmek
   - Değişkenleri birbiri cinsinden ifade etmek
   - İlişkilerle ilgili varsayımlarda bulunma
   - Hesaplamaları yapmak için kullanışsız yöntemlerin yerine uygun tablo veya teknolojiyi seçmek

- Formüllerin çoklu durumlara uygulanmasını otomatik hale getirmek için teknolojiyi seçmek
- Modelin grafiksel gösterimini üretmek için uygun teknolojiyi seçmek
- Cebirsel eşitliklerin kontrol edilmesi için teknoloji kullanmak
- Cebirsel bir eşitliğin kontrolü için (veri çiziciler değil) grafiği algılayan bir grafik fonksiyonu kullanılabilir.

3. Matematiksel model ⟶ Matematiksel çözüm
- Formülü seçilen değerler için uygulamak
- Daha gelişmiş fonksiyonların üretilmesi için sembolik formülde cebirsel sadeleştirmeler yapmak
- Hesaplamayı gerçekleştirmek için matematiksel tabloları veya teknolojiyi kullanmak
- Çoklu durumlarda formülleri otomatik olarak kullanmak için teknoloji kullanmak
- Grafiksel temsillerin üretilmesi için teknoloji kullanmak
- Matematiksel veya teknolojik formüllerde simgelerin dizimini kurallara uygun olarak, doğru kullanmak
- Teknoloji kullanarak cebirsel modelleri doğrulamak
- Çözümlerin yorumlanmasını sağlamak için ek, ayrıntılı sonuçlar elde etmek

4. Matematiksel çözüm ⟶ Çözümün gerçek dünya anlamı:
- Akranlarla gerçek dünyadaki matematiksel sonuçları belirlemek
- Geçici ve nihai matematiksel sonuçları bağlamlamak (rutin ⟶ karmaşık versiyon)
- Yorumlamaları doğrulamak için argümanlarla bütünleştirme
- Yeni yorumlamaların desteklenmesinde gerekli sonuçların üretilmesi için kısıtlamaların gevşetilmesi
- Soruyla ilgili bir yorum getirmeden önce matematiksel olarak neye ihtiyaç olduğunu görmek.

5. Çözümün gerçek dünya anlamı ⟶ Modelin yeniden gözden geçirilmesi veya çözümün onayı:
- Gerçek durum ile beklenmedik ara sonuçların uyumunun sağlanması
- Matematiksel sonuçların gerçek dünya etkilerini dikkate alın
- Problemin gerçek dünyaya ve matematiğe bakan yönlerini bağdaştırın
- Geçerli bir çözüm için kısıtlamaların gevşetilmesi bir sınır dâhilinde kabul edilebilir
- Kabul gören nihai modelin gerçek dünyadaki yeterliliğini göz önüne alın (Matematiksel model problemdeki tüm sorulara yanıt veriyor mu?)

Modelleme sürecine bakıldığında ifade edilen adımlar arasındaki geçişlerde yaşanan bu zorlanmalar etkinliklerin uygulandığı öğrencilerin bilgi seviyeleri, tecrübeleri gibi birçok değişkene bağlı olarak değişmektedir. Bunun yanında hazırlanan etkinliklerin

yapılarının da bu zorluğa etkisinin olduğu söylenebilir. Aşağıda modelleme etkinlikleri ve bu etkinliklerin yapıları hakkında literatür ışığı altında bilgiler verilmiştir.

2.1.3. Matematiksel modelleme etkinlikleri ve etkinliklerin yapısı

Matematiksel modellemede matematiksel problemler, çözüm yolunun önceden bilinmediği veya bu çözüme nasıl gidileceğinin açık olmadığı, önceki bilgilerin ve bazı yeterliklerin kullanılarak çözüme ulaşılabilen durumlar olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2013b, s. V). Modelleme etkinlikleri ise öğrencilerin anlamlı gerçek yaşam durumlarından çıkarımlarda bulundukları, matematiksel yapıları kendilerinin icat edip geliştirdikleri, gözden geçirip düzenledikleri, bazı prensipler kullanılarak oluşturulan problem çözme etkinlikleri olarak ifade edilmektedir (Lesh ve Harel, 2003, s. 159, 160). Başka bir ifadeyle model ortaya çıkarma etkinlikleri, içerisinde rutin matematiksel problemlerde olduğu gibi kullanılan bazı (kalıplaşmış) ifadelerden çözüm yolunun anımsanabildiği ve öğrencinin çoğu zaman yorum yapmasına gerek kalmadan belli soru tiplerinin belli çözüm yolları ile çözülebildiği problem durumları içermemektedir. Bu etkinlikler belirli kalıplaşmış standart ifadelerden çözüm yolunun kestirilemediği, problem çözme etkinlikleridir (Martin ve Bassok, 2005, s. 471). Bu problemler yaşamın içerisinden problemler olup, problem durumunun yorumlanarak, içerisindeki matematiğin başkalarının da kullanabileceği biçimde ifade edildiği etkinliklerdir ve etkinlik sürecinde ortaya çıkarılan her model nihaî modele ulaşıncaya kadar rafine edilebilir niteliktedir. Modelleme etkinliklerinde öğrenciler problem durumunun çözümü ile ilgili sonuca ulaşmalarını sağlayacak adımları ve işlemleri hemen göremeyebilirler. Çünkü bir problemin çözümü ile kalıplaşmış ifadeler arasındaki ilişki her zaman mükemmel olamayacağından dolayı (Martin ve Bassok, 2005, s. 471) modelleme etkinliklerinin adımlarında nasıl bir matematiksel durum ile karşılaşılacağı ve çözüm için nasıl bir adım atılması gerektiği genelde önceden bilinmemektedir. Süreç içerisinde matematiksel temsillerin kullanılması ile bazen deneme-yanılma, bazen de tahmin yoluyla bir modele ulaşılabilmektedir. Süreçte genelde bulunan modelden daha iyi bir model olabilir düşüncesi ile hareket edildiğinden bir modelde karar kılmak oldukça zordur. Bu açıdan geliştirilen modelin rafine edilmesi için tartışmalar, açıklamalar ve kanıtlamalar ile hareket edilmektedir. Modelleme etkinliklerinde ulaşılmak istenen sadece modeli ortaya çıkarmak değil modellerin somutlaştırılarak (embody) kavramsal sistemlerin ve yapıların geliştirilmesini de sağlamaktır (Lesh ve Yoon, 2007, s. 163).

Model ortaya çıkarma etkinliklerini hazırlarken (Lesh vd., 2000, s. 606)'ne göre altı ilke ile hareket edilmelidir. Bu ilkeler bir etkinliğin modelleme etkinliği olmasının şartları olarak kabul edilmektedir. Bu ilkelere uymak etkinliklerin hazırlanmasındaki amacın gerçekleşmesi için önemli görülmektedir (Lesh vd., 2003, s. 44). Lesh vd. (2000, s. 606)'nin ifade ettiği bu ilkeler "problem durumunun bağlamı, etkinliğin süreci ve ortaya çıkarılan modeller" ile ilgili olmak üzere üç başlık altında madde madde ayrıştırılarak düzenlenmiş ve "Modelleme Etkinlikleri Kontrol Listesi" ortaya çıkartılmıştır (Bkz. EK-6). Bu altı ilke şöyle ifade edilmiştir:

1. **Gerçeklik İlkesi (Kişisel Anlamlılık):** Problem durumu öğrenciler için hem anlamlı hem de önceki bilgi, tecrübe ve günlük yaşamlarıyla ilişkilendirilebilir nitelikte olmalıdır. Her öğrencinin yaşı ve ilgi alanına göre farklı tecrübeye sahip oldukları düşünülerek, kendi bilgi ve tecrübelerini kullanmayı cesaretlendirici olmalıdır. Model ortaya çıkarma adına öğrenci ya kendi fikirleriyle hareket edecek ya da öğretmenin doğrularına uygun olarak hareket etmek zorunda kalacaktır.
2. **Model Oluşturma İlkesi:** Problem durumu, öğrencilerin anlamlı matematiksel yapıları oluşturup geliştirebileceği nitelikte olmalıdır. Problem durumu ile öğrenciler bir model ortaya çıkarmaya ve bunu düzenleyip geliştirmeye ihtiyaç duymalıdırlar. Problem durumu öğrencilerde açıklamak, yeni fikirlerini söylemek ya da kontrol amaçlı bir sistem oluşturmak için model oluşturmaya ihtiyaç hissettiriyor olmalıdır. Problem durumuyla öğrenciler yüzeysel bilgilerden ziyade örüntü ve düzen üzerine odaklanabilmelidirler.
3. **Öz Değerlendirme İlkesi:** Problem durumu, öğrencilerin ortaya çıkardıkları modelleri kendilerinin değerlendirmeleri için onlara fırsatlar vermelidir. Bu açıdan ortaya çıkarılan alternatif modellerin yararlılığının belirlenebilmesi ve yeterince iyi bir model ortaya çıkartıldığında bu modelin yeterli bir model olduğunun yargılanabilmesi için kriterlerin tespit edilebilir olması gerekmektedir. Bunun için problem durumunda sonuçların hangi amaçlar için gerekli olduğu, kim tarafından ve ne zaman gibi problem durumuna özel bazı sorulara net yanıtlar verilebilmelidir.
4. **Model Ortaya Çıkarma (Model-Belgeleme) Prensibi:** Etkinlik, modelin ortaya çıkarılması sürecinde öğrencilere mevcut verileri, amaçları ve olası çözüm yolları hakkındaki düşüncelerini çok net olarak açığa çıkaracak ve bunları organize etmelerine yardımcı olacak biçimde yazmalarını gerektirmelidir. Burada öğrenciler etkinlikteki matematiksel objeler, ilişkiler, işlemler, örüntüler ve düzenli kurallar hakkında neler düşündüklerini yazabilmelidirler.
5. **Basit Prototip İlkesi:** Problem durumu öğrencilerin seviyelerine uygun basitlikte ve öğrencilerde uğraşma isteği uyaracak nitelikte olmalıdır. Etkinlik sürecinde benzer problem durumları için yorum getirilmesine ve fikir üretmeye yardımcı olabilecek güçlü ve faydalı bir prototip (örnek model) ortaya konulabiliyor olmalıdır.

6. Yapı Genelleme Prensibi: Ortaya çıkartılan model benzer durumlarda kullanılabilmesi için genellenebilir olmalıdır. Oluşturulan model sadece belli durumlar için geçerli kısıtlı bir model olmamalı, üzerinde yapılacak basit değişikliklerle geniş bir yelpazede kullanılabilmelidir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrenciler üzerinde olumlu etkilerinin olacağı ifade edilmektedir. Öğrenciler modelleme etkinlikleriyle çalışırken, kendi çözümlerinin doğru olduğunu kanıtlamak için matematiksel açıklamalarda bulunma, başkalarının varsayım veya iddialarına karşı koyma, süreci planlama, modelleri gözden geçirme ve geliştirme yetenekleri de gelişmektedir (Schorr ve Ginsburg, 2000'den aktaran Schorr ve Lesh, 2003, s. 144). Modelleme etkinliklerinde geleneksel sözel problemlerde öğrenciyi yönlendiren anahtar kelimelerin ve hazır kalıpların olmaması, tek bir doğru cevabın ve çözüm yolunun olmaması, yanıtların açık uçlu ve sürekli rafine edilebilir olması bu etkinliklerin önemli özelliklerindendir (Kertil, 2008, s. 14).

Matematiksel modelleme etkinliklerinin her düzeydeki eğitim uygulamalarında öğretim programına dâhil edilmesinin yararlı olacağı düşünülmektedir. Öğretim programında modelleme etkinliklerine yer verilmesinin gerekliliği (Niss, 1989'dan aktaran Gould, 2013, s. 12) tarafından şu sebeplerle açıklanmıştır:

- Problem çözme yeteneğini geliştirmek için,
- Farklı matematiksel bağlamlarda matematiksel bilgilerin doğru ve yerinde kullanımını sağlayacak hassasiyetin öğrencilere kazandırılması ve geliştirilmesi için,
- Şu anda pratik etme olanağı bulamadıkları diğer öğretim konularındaki uygulamalarla öğrencileri gelecekteki yaşam ve mesleklerine hazırlamak için,
- Öğrencilerin akıcı kullanabildiği gelişmiş bilgi birikimlerinin matematiksel yönlerini matematiksel içeriklerle ortaya koyabilmelerine yardımcı olmak için,
- Matematiksel bilginin üretilmesi, geliştirilmesi ve kritiğinin yapılması hassasiyetini kazandırabilmek için,
- Matematiği, anlayarak ve analitik bir şekilde düşünerek kullanmayı öğretmek için.

Matematik dersi ortaöğretim programında modelleme etkinliklerinin kullanılması tavsiye edilerek bu etkinliklerin sınıf ortamına göre iyi yapılandırılması gerektiği ifade edilmiştir. Öğrencilerin seviyesine ve ilgilerine uygun, günlük hayatta kullanabilecekleri, derse aktif katılımlarını sağlayacak, öğrencileri düşünmeye yönlendirecek modelleme etkinlikleri şeklinde yapılandırılması önerilmektedir (MEB, 2013b, s. II, III, V). Literatürde matematiksel modelleme etkinliklerinin yapısı üç kısımda ele alınmıştır. Aşağıda bu yapılar ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

2.1.3.1. *Modelleme etkinliklerinin yapısı*

Galbraith ve Clatworthy (1990, s.161; Kang, 2012, s. 2) modelleme etkinliklerini, problemin içinde problemi çözmek için gerekli verilerin tam, eksik veya kapalı olarak verilmesi yönüyle üç yapıya ayırmışlardır. Etkinliklerde değişen bu yapısal durumlar soruların zorluk derecesi olarak algılanmamalıdır. Yapılar arasındaki farklılıklar bağlamda verilen bilgilerin belirsizlik düzeylerine göre ayrışmaktadır. Yapının seviyesi arttıkça etkinliklerin zorluğu artabilir ya da artmayabilir. Bu durum daha öncede belirtildiği gibi bireylerin mevcut bilgileri ve deneyimleri ile yakından ilişkilidir. Buna karşın, belirsizlik düzeyi fazla olan bir problemin uzman olmayan bir problem çözücü için daha fazla bilişsel yük getirmesini beklemek çok da yanlış olmaz.

Birinci yapı modelleme etkinlikleri: Bu yapıdaki modelleme etkinliklerinde belirsizlik en düşük seviyededir. Bu problemlerde modelin formüle edilmesi için ayrıca ek veri toplamaya gerek yoktur. Modelin formüle edilmesi için gerekli tüm bilgiler veri olarak problem bağlamında verilmiştir. Öğrencilerden, gizli veya açık belli bir yöntem ile modelin oluşturulması beklenir.

İkinci yapı modelleme etkinlikleri: Bu yapıdaki modelleme etkinliklerinde ne yapılması gerektiği ve nasıl yapılması gerektiği ile ilgili küçük belirsizlikler vardır. Öğrencilerin modeli oluşturmaları için gerekli tüm bilgiler bağlamda verilmez. Anlamlı modeller oluşturabilmek ve bu modellerin sınanması için bağlamda verilen ham veriler uygun biçime dönüştürülerek organize edilmelidir.

Üçüncü yapı modelleme etkinlikleri: Bu yapıdaki modelleme etkinliklerinde bağlam, eksik veya gereksiz açık uçlu bilgiler içermektedir. Bağlamda modelin oluşturulmasına yönelik önceden düşünülmüş, tasarlanmış ve prova edilmiş iyi bir yaklaşım veya ima edilen herhangi bir yol bulunmamaktadır. Bu yapıdaki etkinliklerde öğrencilerin, olası çözümlerini ve çözüm stratejilerini önermek, sınırlandırmak veya modele ulaşmada yapılması gerekenleri bulmak için verilen görevi etkin olarak incelemeleri ve analiz etmeleri gerekmektedir.

Bahsedilen yapılarda ve ilkelerde hazırlanan modelleme etkinliklerinin başarıyla sürdürülebilmesi için bazı yeterliklerin kullanılması gerekmektedir. Aşağıda bu kapsamda önce matematiksel yeterliklerden sonra da modelleme yeterliklerinden bahsedilmiştir.

2.2. Matematiksel Yeterlikler

Yeterlik, verilen durumun zorlukları karşısında kişinin bilinçli ve derinlemesine bir anlayışla hareket etmeye hazır olması demektir (Blomhøj ve Jensen, 2007, s. 47). Almanya'da KOM Projesi kapsamında, matematiksel yeterlikler, yeterliklerin bir alt bileşeni olarak ifade edilmiştir. KOM Projesi kapsamında ele alınan yeterlikler şöyle sıralanmıştır:

- Yardımcı Destekler ve Araçlar Yeterliği
- Muhakeme Yeterliği
- Modelleme Yeterliği
- Problemin Çözümüne Yönelik Yeterlik
- Matematiksel Düşünme Yeterliği
- Temsil Yeterliği
- Sembol ve Biçimsellik Yeterliği
- İletişim Yeterliği

Başka bir ifadeyle yeterlik, bir problemi çözebilmek için gerekli yetenekler demektir ve belirli bir yeterliği gösteren öğrenci her zaman aynı başarıyı gösteremeyebilir (Biccard, 2010, s. 56). Bu çalışma kapsamında matematiksel yeterliklerden "matematiksel modelleme yeterlikleri" analiz edileceğinden aşağıda matematiksel modelleme yeterlikleri ile ilgili literatüre yer verilmiştir.

2.2.1. Matematiksel modelleme yeterlikleri

Matematiksel modelleme yeterliği belli bir bağlamda verilen modelleme etkinliğini tüm parçalarıyla sürdürebilmek için kişinin bilinçli ve derinlemesine bir anlayış ile hareket etmeye hazır olması demektir (Blomhøj ve Jensen, 2003, s. 126). Matematiksel modelleme yeterliği modelleme sürecini sürdürebilmeyi sağlayan ve bir modelin ortaya çıkartılmasında kullanılan tüm beceri ve kabiliyetlerin bütünü olarak tanımlanabilir.

Weinert (2001'den aktaran Henning ve Keune, 2007, s. 225) yeterliği (competence), bireyin problemi çözmeye istekli, sorumlu ve çözüme yönelik eleştirel yaklaşmasını sağlayan mevcut veya öğrenilebilir yetenek ve becerilerinin toplamı olarak tanımlamaktadır. Yazar ayrıca, modellemenin öğretilmesi ve öğrenilmesi ile ilgili literatürde öğrenci becerilerinin iki yaklaşımla ele alındığını belirtmiştir. Bu

yaklaşımlardan biri öğrencilerdeki yetenek, tutum ve becerileri açıklamayı amaçlayan yaklaşımdır ve bu yaklaşım ile elde edilen sonuçlara *bileşenlerin açıklanması* denmektedir. Diğer yaklaşım ise seviyeleri açıklarken karmaşık modelleme süreçlerinde yeterliklerin incelenmesidir ki burada farklı düzeylerdeki öğrenci beceri ve yeteneklerinin incelenmesi söz konusudur. Birinci yaklaşım becerileri bütüncül olarak ele alıp ortaya çıkarmayı amaçlarken ikinci yaklaşım becerileri modelleme süreçlerine göre inceleyip kategorize etmeyi amaçlamaktadır. Blum vd (2002, s. 153; Henning ve Keune, 2005, s. 1667)'e göre modelleme yeterlikleri sırasıyla planlamak, matematikleştirmek, matematikle çalışmak, problemi çözmek, matematiksel modellerle çalışabilmek ve yorumlama/doğrulama (modeli doğrulama, modeli eleştirel olarak analiz etme, modeli ve sonuçlarını değerlendirme, modeli kullanabilme, modelleme sürecinde modelin işlerliğini gözlemleyip yapılanların uygunluğunu kontrol edebilme) yeteneklerini içerir.

Matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerden, belirli bir bağlamda verilen gerçek dünya durumuna ait problemlerin değişkenlerini belirleyebilmeleri, değişkenler arasındaki ilişkileri öngörüp yapılandırabilmeleri, ortaya çıkan sonuçları yorumlayabilmeleri, ara modeller ortaya koyabilmeleri, bu ara modelleri matematik diline çevirebilmeleri ve karşılaştırabilmeleri, analiz edebilmeleri, ara modelleri revize edip nihaî modeli ortaya koyabilmeleri beklenmektedir (Niss, vd., 2007, s. 12).

Niss (2003, s. 7-8) bir öğrencinin kendi başına matematik problemlerinin üstesinden gelebilmesi (*master mathematics*) için matematiksel yeterliklere sahip olması gerektiğini belirtmiştir. Bu yeterliğe sahip öğrencinin belli ölçülerde de olsa göstermesi gereken becerileri şöyle karakterize etmiştir:

1. Matematiksel düşünmenin bileşenleri
   - Matematiğin *soru tiplerine* ait karakteristiklerine göre yanıtların türlerini bilerek (bunların nasıl elde edildiğini bilmelerine gerek yok) matematiksel ifadelerde bulunabilir,
   - Belli bir kavramı kapsamına ve *sınırlarına* göre anlayıp kullanmak,
   - Kavramı bazı özelliklerinden soyutlayarak kapsamını genişletmek; sonuçları nesnelerin geniş sınıflarına *genelleştirebilmek*,
   - Matematiksel açıklamaları ("eğer", "o zaman" gibi şarta bağlı iddialar, durumun niceleyicileri, varsayımlar, tanımlamalar, teoremler, tahmin ve olgular dâhil) *ayırt edebilme*.
2. Matematik problemlerinin çözümü ve çözümün niteliği
   - Matematiksel problemlerin veya matematiksel uygulamaların (açık uçlu sorular veya değil) farklı türlerinin ve niteliğinin farkına varabilmek, *belirleyebilmek*.

- Matematiksel problemlerin farklı çözüm yaklaşımlarına göre kendini (bilgilerini) revize edebilmek

3. Matematiksel modelleme
   - Mevcut modellerin özelliklerini ve temellerini (doğruluklarını ve geçerliliklerini değerlendirmek de dâhil) *analiz* edebilmek
   - Gerçek yaşam bağlamıyla verilmiş matematiksel modelleme etkinliklerindeki modelleme için gerekli elemanları kullanarak modelleri deşifre etmek
   - Modeli ortaya çıkarabilmek için gerekli performansı gösterebilmek:
     a. Alan yapılanması
     b. Matematikleştirme
     c. Problemin çözümü için modellerle çalışma
     d. Problem içinde ve problem dışında modeli doğrulama
     e. Modeli eleştirel analiz etme ve yüz yüze alternatif modelleri tartışma
     f. Model ve sonuçları hakkında iletişim kurma
     g. Modelleme sürecini izleme ve kontrol etme
4. Matematiksel akıl yürütme
   - Diğer kişiler tarafından öne sürülen iddiaların değerlendirilmesi
   - Bir ifadenin matematiksel muhakeme sonucu mu, sezgisel olarak mı ortaya konduğunu fark edip matematiksel olarak geçerli olup olmayacağını bilmek
   - Detayları ayırt ederek temel düşünceleri ortaya koyabilmek
   - Sezgisel ve informal matematiksel argümanları dönüştürerek matematiksel bir form geliştirip bunun matematiksel olarak doğruluğunu gösterebilmek.

Bir grubun diğer gruplara, geliştirdikleri modellerinin doğruluğunu gösterebilmek için;

5. Matematiksel varlıkları (nesne ve durumları) temsil edebilmek
   - Matematiksel nesne, olay ve durumların farklı temsil türlerini anlama ve kullanma. Temsiller arasındaki ayrımı yorumlama ve deşifre etmek.
   - Farklı temsil türlerinin, aralarındaki güçlü ve sınırlı yönlerini bilerek ve temsiller arasında ilişkiler kurarak temsilleri kullanma.
   - Farklı temsiller arasında geçişler yapabilme
6. Matematiksel sembolleri ve biçimleri kullanma
   - Günlük hayatta kullanılan doğal dil, sembolik dil ve formal matematik dili arasındaki ilişkileri anlamak ve yorumlamak
   - Formal matematik sistemlerin kurallarını ve doğasını (both syntax and semantics) anlamak
   - Sembolik dili formal matematik diline dönüştürmek
   - Sembolik içeren ifadeleri ve açıklamaları manipüle ederek matematiksel formüle çevirmek
7. Matematik hakkında grup ile iletişime geçmek
   - Matematiksel içeriğe sahip, başkalarının yazılı ve görsel dokümanlarını kullanabilmek

- Sözlü, yazılı ve görsel olarak teknik ve teorik hassasiyetle kendini gruba ifade edebilmek

8. Yardımcı araçların (bilişim dâhil) kullanımı
   - Matematiksel aktiviteler için yardımcı araçların türlerini, özelliklerini ve sınırlılıklarını bilmek.
   - Yardımcı araçları güçlü birer yansıtıcı olarak kullanmak

Houston (2007, s. 254) modellemenin aşamalarını ve bu aşamalarda gösterilmesi gereken becerileri (ARG'nin öğeleri-UK Assessment Research Group) tablolaştırarak göstermiştir (Bkz. Tablo 2.5).

Tablo 2.5. *ARG'nin Öğeleri ve Aşamaları*

Sıra	**ARG'nin Öğeleri**	**Aşamalar**
	Modelleme	
1	Görevin hedeflerini veya amaçlarını belirtir	1
2	Görevin temel özelliklerini (hatlarını) belirtir	2
3	Basit varsayımlarda bulunur	2
4	Olası değişkenleri belirler	2
5	Değişkenler arasında ilişkiler araştırır ve bir matematiksel model geliştirir	2
6	Matematiksel problemi belirler	3
7	Çözüm arar	4
8	Çözümü yorumlar	5
9	Çözümü doğrular	6
10	Araştırmasına deliller gösterir	2
11	İnisiyatif alma, kararlılık ve sezgilerini kullanmayı gösterebilir	1'den 6'ya, 7a dâhil
12	Raporun kendince özetini verir	7b
13	Raporunun giriş kısmını yazar	7b
14	Raporunun mantıksal yapısını oluşturur	7b
15	Raporun yapısını sözlü olarak açıklar	7b
16	Uygun yazılı dilin bir komutunu gösterir	7b

Tablo 2.5. (Devam) *ARG'nin Öğeleri Aşamaları*

	ARG'nin Öğeleri	Aşamalar
17	Mantıksal yapıyı görsel sunum ve düzenlemelerle tamamlar	7b
18	Referans ve eklerin uygun kullanımını yapar	7b
19	Ana raporda sonuç bölümüne yer verir	7b
20	Gerekçeli iyi bir değerlendirmeye yer verir	7b

Kaynak: *Houston, 2007, s. 254.*

Bu aşamaların ayrı ayrı incelenmesi amacıyla çoktan seçmeli soruları (MCQ: Multiple choice questions) test etmek ve geliştirmek için yayınladıkları makalede Haines, Crouch ve Davis becerileri mikro düzeyde ele almışlar ve bu aşamalardaki becerileri tablo ile göstermişlerdir (Bkz. Tablo 2.6).

Tablo 2.6. *MCQ-Aşamaların Becerilerle Eşleştirilmesi*

	Modelleme Becerileri	Aşamalar
1	Basit varsayımlarda bulunma	1 ve 2
2	Hedefin açıklığa kavuşturulması	1 ve 2
3	Problemin formüle edilmesi	2 ve 3
4	Değişkenlerle katsayılarının ve sabitlerin atanması	2 ve 3
5	Matematiksel açıklamaların formüle edilmesi	3
6	Bir modelin seçilmesi	2
7	Grafiksel temsillerin yorumlanması	5
8	Modelin gerçek durumla ilişkisini kontrol etmek	5

Kaynak: *Haines, Crouch ve Davis, 2000'den aktaran Houston, 2007, s. 255.*

Literatürde önce bilişsel yeterlikler olarak anlaşılan yeterlik "kavramı" daha sonra gelişim psikolojisi alanında çalışmalar yapan Flavell (1976) (aktaran Bayazit ve Aksoy, 2010, s. 305) tarafından ilk defa üst-bilişsel (metacognition) yeterlik kavramının ifade edilmesiyle ayrıştırılmıştır. Üst-bilişsel yeterlik kişinin kendi bilgilerinin farkında olarak düşünceleri üzerine yorumlarda bulunabilme, düşünce sürecinin analizini yaparak gerekli yerlerde bu düşüncelerini revize edebilme yeterliği olarak tanımlanmıştır (Weinert, 1987'den aktaran Bayazit ve Aksoy, 2010, s. 305).

Çalışma kapsamına temel alınan ve modelleme sürecini yürütebilmek için sergilenmesi gereken bazı bilişsel yeterlikler aşağıda açıklanmıştır.

2.2.1.1. *Bilişsel modelleme yeterlikleri*

Maass (2006, s. 136, 139) çalışmasında gerek modelleme sürecinin adımlarında ilerlemeyi sağlayan gerekse gerçek hayat bağlamında bir model kurma ve bu modelle matematiksel problemlerin çözülmesinde önemli rol oynayan bazı temel yeterliklerin ve bunlara ait alt yeterliklerin olduğunu belirtmiştir. Maass bu yeterlikleri "sadece modelleme sürecini sürdürebilmek için gerekli yeterlikler" ve problemler üzerinde istekle çalışabilmek için gerekli "üst-bilişsel yeterlikler" olmak üzere iki kategoride ele almıştır.

A. Modelleme sürecinin adımlarını yürütebilmek için alt yeterlikler
  1. Gerçek sorunu anlama ve gerçeğe dayalı bir model oluşturma yeterliği
  2. Gerçek modelden matematiksel bir model oluşturma yeterliği
  3. Bu matematiksel model ile matematiksel soruları çözebilme yeterliği
  4. Matematiksel sonuçları gerçek bir durum içerisinde yorumlama yeterliği
  5. Çözümün geçerliliğini kontrol etme, doğruluğunu gösterme yeterliği

B. Üst-Bilişsel Modelleme Yeterlikleri
  1. Gerçek dünya problemlerini planlayarak çözüm için doğru yolda-yönde (direction) olduğunu bilme duygusu ile çalışma yeterliği
  2. Modelleme sürecine ilişkin tartışma ve burada çıkan fikirleri yazabilme yeterliği
  3. Gerçek dünya probleminin çözümü için sunulan başka matematiksel olasılıkları görme ve bu durumları olumlu olarak kabul edebilme yeterliği

Maass (2006, s. 136) öğrencilerin modelleme sürecinde gerçek hayattan matematiksel bir model kurup bunun yeniden gerçek hayatla ilişkilendirilmesindeki eksikliklerinden ve kavram yanılgılarından bahsetmiştir. Geliştirilen modelin doğrulanmasındaki kavram yanılgılarından kaynaklanan, zaman zaman öğrencilerin ne yapmaları gerektiği hususunda duraksadıklarından bahseden Maass yaşanan sıkıntıların aşılması için yukarıda bahsedilen alt yeterliklerin yetersiz olduğunu ifade etmiştir. Yazar bir hedefe doğru hareket edilmesi gerektiğini vurgulayarak yukarıdaki yeterliklere ek olarak şu yeterlikleri saymıştır:

- Yön duygusuyla hareket etme yeterliği (modelleme sürecinde yaptıklarını arkadaşlarına anlatabilmek ve savunabilmek için)
- Modelleme sürecine ilişkin savunma yeterliği (fikirlerini savunmak ve modelleme sürecine yansıtarak süreci devam ettirebilmek için)
- Yazma yeterliği gibi yeterliklerin de olması gerektiğini vurgulamıştır.

Matematiksel modelleme yeterliğinin içerdiği alt yeterlikler ve bu alt yeterliklerin bileşenleri, (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117) aşağıda ayrıntılı olarak listelenmiştir:

1. Gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayalı bir model oluşturma yeterliği;
   - Problem için varsayımlarda bulunma ve durumu basitleştirme,
   - Durumu etkileyen nicelikleri saptama, onları adlandırma ve anahtar değişkenleri belirleme yeterliği,
   - Değişkenler arasındaki ilişkiyi oluşturma yeterliği,
   - Kullanılabilir bilgiler için ilgili ve ilgisiz bilgileri ayırt etme yeterliği,
2. Gerçek modelden matematiksel bir model oluşturma yeterliği;
   - İlgili nicelikleri ve ilişkilerini matematikleştirme yeterliği,
   - Eğer gerekliyse ilgili nicelikleri ve bunların bağıntılarını basitleştirme ve bunların sayılarını ve karmaşıklığını indirgeme (basit bir hale dönüştürme) yeterliği,
   - Uygun matematiksel notasyonu seçme ve durumu grafiksel (veya tablo) olarak temsil etme yeterliği,
3. Bu matematiksel model ile matematiksel soruları çözebilme yeterliği;
   - Problemi parçalara bölme, problemin benzerini ya da analoğunu kurma, problemi başka biçimde (sözlerle) tekrar ifade etme, probleme farklı bir formda bakma, mevcut verileri veya nicelikleri çeşitlendirme, değiştirme gibi buluşsal stratejileri kullanma yeterliği,
   - Problemin çözümü için matematiksel bilgiyi kullanma yeterliği,
4. Matematiksel sonuçları gerçek bir durum içerisinde yorumlama yeterliği;
   - Matematiksel sonuçları ekstra-matematiksel bağlamda yorumlama yeterliği,
   - Özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleme yeterliği,
   - Problemin çözümüne, uygun matematiksel dili kullanma veya çözümlerle ilgili iletişim kurma yeterliği açısından bakma,
5. Çözümün geçerliliğini kontrol etme, doğruluğunu gösterme yeterliği;
   - Bulunan çözümlere eleştirel bakarak kontroller ve doğrulamalar yapma yeterliği,
   - Çözümler duruma uygun değilse modelin bazı kısımlarına yeniden bakma veya modelleme süreci boyunca yeniden gitme yeterliği,
   - Problemin farklı çözüm yolları üzerinde düşünme yeterliği,
   - Genel olarak modeli sorgulama yeterliği.

Biccard (2010, s. 124) yaptığı çalışmasında Ferri'nin (2006) ifade ettiği yeterlikleri temel alarak bu modelleme yeterliklerini farklı açılardan (matematik hakkındaki inançlar; Doğru bir yönde ilerlediğini kestirebilme; Planlama ve izleme; Anlama, Basitleştirme; Matematikleştirme; Matematikle çalışma; Yorumlama; Doğrulama; Tartışma; İnformal bilginin kullanılması; Sunum; Özetleme) değerlendirmiştir.

Biccard'ın çalışmasından hareketle bu tez kapsamında araştırılacak olan Maass'ın ifade ettiği bilişsel yeterlikler aşağıdaki gibi 11 üst yeterlik (ÜY) olarak düzenlenmiştir. Bu üst yeterliklerin bileşenleri alt yeterlikler (AY) olarak adlandırılmış ve aşağıda açıklamaları yapılmıştır:

1. Anlama (understanding)
2. Basitleştirme (simplifying)
3. Değişkenleri belirleme (variables)
4. Örüntüleri fark etme (pattern)
5. Matematikleştirme (mathematising)
6. Buluşsal stratejiler kullanma (manipulation)
7. Matematikle çalışma (working mathematically)
8. Yorumlama (interpretation)
9. Genelleştirme (generalization)
10. Doğrulama (verification)
11. Modeli revize etme (revised model)

1. ***Anlama-ÜY1 (understanding):*** Bir yazının, şeklin veya sözel ifadenin bildirmek istediği mesajı zihnin doğru olarak okuması manasına gelen anlama, modelleme sürecinde öğrencilerin en başta göstermesi gereken yeterliktir. Anlama, problemi bağlamından soyutlayıp benzetim ve temsillerle açıklama (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147), gerçek problemi anlama (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117), görevin hedeflerini veya amaçlarını açıklığa kavuşturma (Houston, 2007, s. 254-255) olarak tanımlanabilir.

Bağlamda verilen problemin doğru anlaşılması modelin ortaya çıkarılması için gerekli ilk adımdır. Doğru anlaşılan bir problem tüm yönleriyle düşünülebilirken, eksik anlaşılan bir problemin ise sadece birkaç yönüne odaklanılabilmektedir (Biccard, 2010, s. 70). Bu durum verilerin etkin ve doğru olarak kullanılamamasına sebep olabilmektedir. Modelleme etkinliklerinde ortaya çıkarılması istenen modelin özel bir durumdan ziyade tüm genel durumları kapsayacak biçimde ortaya konması problemin tüm yönleri ile anlaşılmasına bağlıdır.

a) ***Görevin hedef veya amaçlarını belirtme-AY1:*** Problem kapsamında verilen görev okumalar sonucunda yanlış algılanabilmekte ve farklı arayışlar içerisine girilerek problem kapsamında istenmeyen değişkenler arasındaki ilişkilerin oluşturulması gibi

sonuçlar ortaya çıkabilmektedir. Bu sebeple görevde neyin hedeflendiğinin, amacın ne olduğunun sözel olarak belirtilmesi görevin doğru anlaşıldığını göstermesi açısından önemlidir. Görevin hedef veya amaçlarının belirtilmesi, modelleme sürecinde yaşanan zorlanmaların anlamadan mı yoksa başka bir yeterlikten mi kaynaklandığının anlaşılması için önemli görülmektedir.

b) ***Görevi benzetim veya temsillerle açıklama-AY2:*** Problem kapsamında verilen görevin anlaşılıp anlaşılmadığının belirtisi olarak görevin matematiksel temsillerle (grafik, tablo, cebirsel gösterim gibi) gösterilmesi verilerin görev doğrultusunda doğru anlaşıldığını göstermektedir.

2. ***Basitleştirme (simplifying)-ÜY2*****:** Problemin temel özelliklerinin ortaya çıkarılması olarak tanımlayabileceğimiz basitleştirme, stratejik öğeleri belirleme (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147), detayları ayırt ederek temel düşünceleri ortaya koyma (Niss, 2003, s. 7-8), ilgili ve ilgisiz bilgileri ayırt etme, karmaşık problem durumunu basitleştirme (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117), gereksiz verilerin problemin özüne dâhil edilmeyerek bağlamdan ayrıştırılması manalarında kullanılmaktadır. Basitleştirme yeterliğinde problem durumu net olarak ifade edilerek problemin çözümüne ait gerekli verilerin ortaya konulması ve gerekli veri dönüşümlerinin yapılması beklenir.

Problemin basitleştirilmesi, matematiksel ilişkilerin ortaya çıkartılması ve birtakım varsayımlarda bulunabilmek için önemlidir. Öğrenciler ilk modellerini oluşturup bu modeldeki tutarsızlıkları ve çelişkileri tespit ettiklerinde problemi basitleştirme girişimlerini gözden geçirip tekrar basitleştirme yapabilirler (Biccard, 2010, s. 70). Problemin karmaşık yapısı basitleştirildiğinde problemin çözümüne yönelik nasıl bir strateji izleneceği de belirginleşmektedir.

a) ***Stratejik öğeleri ayırt etme-AY3:*** Problemin çözümünde ve modelin oluşturulmasında etkili olan verilerin önemsiz olanlardan ayrıştırılması, gereksiz verilerle matematiksel işlemler yapılmasının önüne geçmektedir.

b) ***Problemin karmaşık yapısını basitleştirme-AY4:*** Problem metninde verilerin kapalı olarak verilmesi veya verilmemesi ve sorunun kapalı olarak verilmesi gibi belirsizlikler problemin anlaşılmamasına veya yanlış anlaşılmasına sebep olabilmektedir. Bu belirsizliklerin mevcut veriler, önceki bilgi altyapısı ve bunların problem metni ile

uyumu gibi durumlar dikkate alınarak açıklığa kavuşturulması problemin doğru anlaşılmasını kolaylaştırmaktadır.

3. ***Değişkenleri belirleme-ÜY3 (variables):*** Bu yeterlikte belli bir bağlamda verilen gerçek dünya durumuna ait problemdeki bağımlı ve bağımsız değişkenler (Niss, vd., 2007, s. 12) cebirsel model ile ifade edilmek için belirlenirler (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147). Durumu etkileyen ve durumdan etkilenen nicelikler saptandıktan sonra adlandırılırlar (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117) veya sembollerle gösterilebilirler. Modelleme sürecinde bağımlı ve bağımsız değişkenlerin haricinde olası değişkenler de belirlenebilir (Houston, 2007, s. 254). Olası ne kadar değişken varsa modele dâhil edilmesi değişkenler arasındaki ilişkilerin en az hata ile ifade edilmesini sağlar.

a) ***Değişkenleri belirleme-AY5:*** Modelinin oluşturulması istenen değişkenlerin net olarak anlaşılması modelleme sürecinin doğru yönde devam etmesini sağlamaktadır. Problemde durumu etkileyen birçok değişken olabilmektedir. Modelleme sorularında bu değişkenlerin durum üzerinde ne ölçüde etkili olduğunun belirlenerek gerekli ve yeterli verilerin modelde kullanılması gereksiz matematiksel işlemlerin yapılmasını engellemesi açısından önemlidir. Bunun yanında durumu etkileyen her değişkenin modelde kullanılması daha hassas sonuçlar üreten modelin geliştirilmesin için önemlidir. Hangi değişkenlerin modele katılacağı ile ilgili dengeyi sağlamak ve modele katılmayan değişkenlerin durumu ne ölçüde etkileyebileceğinin anlaşılması hassas sonuçlar üreten modelin geliştirilmesi için önemlidir.

4. ***Örüntüleri fark etme-ÜY4 (pattern):*** "Desen" olarak ifade edebileceğimiz örüntünün fark edilmesini günlük hayattaki, matematikteki ve diğer disiplinlerdeki yapıların hangi düzenle oluşturulduğunun fark edilmesi (Olkun ve Toluk Uçar, 2009, s. 100) olarak tanımlanabilir. Bu kavram verilerdeki örüntünün farkına varma (Hall, 1984'ten aktaran Houston 2007, s. 249), değişkenler arasındaki ilişkileri öngörebilme (Niss, vd., 2007, s. 12), değişkenler arasındaki ilişkileri araştırma (Houston, 2007, s. 254) olarak da ifade edilebilir.

a) ***Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme-AY6:*** Bazen modeli oluşturulacak her değişkenin kendi içindeki örüntüsüne odaklanılarak değişkenlerin aralarındaki ilişki

gözden kaçabilmektedir. Bu ilişkinin fark edilmesi ve bu modellenmesi gerektiğinin ifade edilmesi doğru değişkenler ile model oluşturulması için önemlidir.

5. ***Matematikleştirme-ÜY5 (Mathematising):*** Matematikleştirmeyi anlamlı değişkenlerle sistemi temsil eden bir modelin oluşturulması ve geliştirilmesi olarak tanımlanabilir. Literatürde bağlamın içindeki ve dışındaki bilginin uygun forma dönüşümünün yapılması (Hall, 1984'ten aktaran Houston 2007, s. 249), değişkenleri birbiri cinsinden ifade etme (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147), değişkenler arasındaki ilişkileri yapılandırma (Niss, vd., 2007, s. 12), oluşturma, ilgili nicelikleri ve ilişkilerini matematize etme (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117) ifade edilmektedir. Bunun yanında matematiksel bir form geliştirme, sembolik dili formal matematik diline dönüştürme, matematiksel formüle çevirme, sezgisel ve informal matematiksel argümanları istenen forma dönüştürmek (Niss, 2003, s. 7-8) için değişkenlerle katsayılarının ve sabitlerin atanması, matematiksel açıklamaların formüle edilmesi (Houston, 2007, s. 255) olarak da açıklanmaktadır. Matematikleştirmede bilinmeyen bir yapının, düzen ve bağlantıları ortaya çıkarılarak bunlar yapılandırılıp organize edilir.

a) ***Tahminler ve stratejiler üretme-AY7:*** Değişkenler arasındaki ilişkinin doğru olarak oluşturulabilmesi için nasıl bir strateji ile hareket edileceği, önceliklerin doğru belirlenebilmesi, hangi matematiksel kuralların kullanılması gerektiği, modelleme sürecinde karşılaşılan zorlanmalarda bu zorlanmaların aşılması için nelerin yapılabileceğinin belirlenmesi sürecin sağlıklı devam ettirilebilmesi için gerekli ve önemli bir yeterliktir.

b) ***Matematiksel bir ilk model ortaya koyma-AY8:*** Değişkenler arasında fark edilen ilişkilerin uygun matematiksel formda yazılmasıdır. Bu formun oluşturulmasında yapılacak matematiksel hatalar formun yanlış sonuçlar üretmesine sebep olacağından hata yapmamaya dikkat edilmelidir. İyi bir ilk matematiksel model oluşturulduğunda bu model geliştirilerek veya revize edilerek nihai modele ulaşılabilir. Aksi durumda ilk matematiksel modeli yeniden oluşturmak gerekmektedir.

6. ***Buluşsal stratejileri kullanma-ÜY6 (düzenleme-manipulation):*** Bu yeterlikler, problemi parçalara bölme, problemin benzerini ya da analoğunu kurma, problemi başka sözlerle ifade etme, probleme farklı bir formda bakma, elde edilebilir verileri değiştirme

(Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117) şeklinde açıklanabilir. Modelin oluşturulmasında gerekli objelere ulaşmak için matematiksel ifadelerin düzenlenmesi ve kullanılması tekniği (Hall, 1984'ten aktaran Houston 2007, s. 249) ve sembolik içeren ifadelerin veya açıklamaların manipüle edilmesi (Niss, 2003, s. 7-8) ile de açıklanabilir. Bu yeterlikte amaca ulaşmak için veriler ve işlemler üzerinde oynamalar yapılarak, bazen de deneme yanılma yolu ile sonuçları görebilme imkânı olabilmektedir. Bu yeterlik ile verilerde ve matematiksel ifadelerde gerekli dönüşümler yapılarak dönüşümü yapılan bu ifadelerden ilk matematiksel modelin geliştirilebilmesi için öngörülerde bulunmaya yardımcı olması beklenir.

a) ***Matematiksel ifadeleri düzenleme-AY9:*** Mevcut hali ile model oluşturulamayan matematiksel ifadeler gerekli dönüşüm gibi düzenlemeler yapılarak kullanılmaya müsait hale getirilmesidir. Matematiksel ifadelerin düzenlenmesi, değişkenler arasındaki örüntünün görülebilmesi için önemli bir yeterliktir.

b) ***Problemi parçalara bölme-AY10:*** Problemin çözülmesinde zorlanıldığında problemin kısımlarını ayrı ayrı çözmek ve daha sonra bu parçaları bir bütün olarak ele almak değişkenler arasındaki örüntülerin keşfedilmesini sağlayarak modelin oluşturulmasını sağlayabilir. Bu açıdan probleme özel olarak problemin kısımlarını ayrı ayrı ele alabilmek önemli bir yeterliktir.

c) ***Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme-AY11:*** Mevcut veriler değişkenler arasındaki ilişkilerin görülebilmesi için yeterli değilse farklı verilerle veya mevcut veriler üzerinde manipülasyonlar yaparak değişkenler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesi sağlanabilir.

7. ***Matematikle çalışma-ÜY7-AY12 (working mathematically):*** Bu yeterlik formal matematik sistemlerin kurallarını ve doğasını (both syntax and semantics) anlayıp (Niss, 2003, s. 7-8) doğru kullanmak ve seçilen değerleri modelde uygulayabilmek (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147) şeklinde ifade edilmektedir. Bu yeterlik kısaca problemin çözümü için modelleme süreci boyunca matematiksel bilgiyi amaca ulaşmak için kullanabilmek (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117) olarak da tanımlanabilir.

8. ***Yorumlama-ÜY8 (interpretation):*** Ortaya çıkan matematiksel sonuçların ekstra-matematiksel bağlamda değerlendirilmesi (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass,

2006, s. 116-117) olarak tanımlanmıştır. Aynı zamanda çözümün (Houston, 2007, s. 254) ve grafiksel temsillerin (Houston, 2007, s. 255) değerlendirilmesi anlamlarında da kullanılmaktadır. Yorumlama yeterliği, problem kapsamındaki görevin anlaşılması için verilerin değerlendirilmesinden bir model oluşturup o modelin gerçek hayat için uygunluğunun değerlendirilmesine kadar modelleme sürecinin her adımında ilerleyebilmek için gerekli bir yeterliktir.

a) ***Çözümün yorumlanması-AY13:*** Nihaî modelin oluşturulması için modelleme sürecinde yapılan çözümlerden sonuçlar çıkarılmasıdır. Çözümün yorumlanmasında her türlü olası durumların düşünülmesi doğru sonuçların ortaya çıkarılmasını sağlayacaktır.

b) ***Sonuçların yorumlanması-AY14:*** Nihai modelin oluşturulması aşamasında modelin gerçek dünya ile ilişkisinin ve olası sonuçlarının etraflıca ortaya çıkarılmasıdır. Bu ne kadar doğru tahmin edilirse nihai model de o kadar doğru ve gerçeğe yakın sonuçlar üretecektir.

9. ***Genelleştirme-ÜY9-AY15 (generalization):*** Özel bir durum için ortaya çıkan sonuçların (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117) daha kapsamlı kılınarak birçok benzer duruma uygun formata dönüştürülmesi veya yeni yorumlamaların desteklenmesinde gerekli sonuçların üretilmesi için kısıtlamaların gevşetilmesi (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147) olarak tanımlanmıştır.

10. ***Doğrulama-ÜY10-AY16 (verification):*** Doğrulama, gerçek dünyadaki matematiksel sonuçları ve etkilerini belirlemek, bulunan sonuçlara eleştirel bakarak kontroller ve değerlendirmeler yapma yeterliğidir. Bu yeterlik kullanılarak, kabul gören nihaî modelin gerçek dünya için geçerliliği belirlenebilmektedir. Burada modeli doğrulamak için teknoloji de kullanılabilmektedir. Modelin, problem için amacı karşılayıp karşılamadığının belirlenmesi (Galbraith ve Stillman, 2006, s. 147), doğruluğunun ve geçerliliğinin değerlendirilmesi (Niss, 2003, s. 7-8) doğrulamanın adımlarıdır. Aynı zamanda modelin işlerliğini gözlemleyip yaptıklarının uygunluğunu kontrol edebilmek (Blum vd., 2002, s. 153; Henning ve Keune, 2005, s. 1667), problemin diğer çözüm yolları üzerinde düşünme ve genel olarak modeli sorgulama (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117), çözümün doğruluğunu değerlendirip araştırmaya deliller gösterme (Houston, 2007, s. 254), modelin gerçek durumla ilişkisini kontrol etme (Houston, 2007, s. 255) bu yeterlik ile ilişkilidir. Bir ifadenin matematiksel

muhakeme sonucu mu, sezgisel olarak mı ortaya konduğunu fark edip matematiksel olarak geçerli olup olmayacağı doğrulama ile bilinebilmektedir.

11. ***Modeli revize etme-ÜY11-AY17 (revised model):*** Bu yeterlik, çözüm veya geliştirilen model amaca uygun sonuçlar üretmiyorsa modelleme süreci boyunca yeniden giderek (Blum ve Kaiser, 1997'den aktaran Maass, 2006, s. 116-117) ara modellerin (Niss, vd., 2007, s. 12) veya nihaî modelin düzenlenmesi olarak açıklanabilir.

Bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri modelleme süreçlerinde gösterdikleri yeterlikler incelenmiştir. Zengin etkinliklerin hazırlanabileceği düşüncesi ile doğrusal ilişkiler konusu seçilmiştir. Aşağıda doğrusal ilişki türleri açıklanmıştır.

2.3. Doğrusal İlişki Türleri

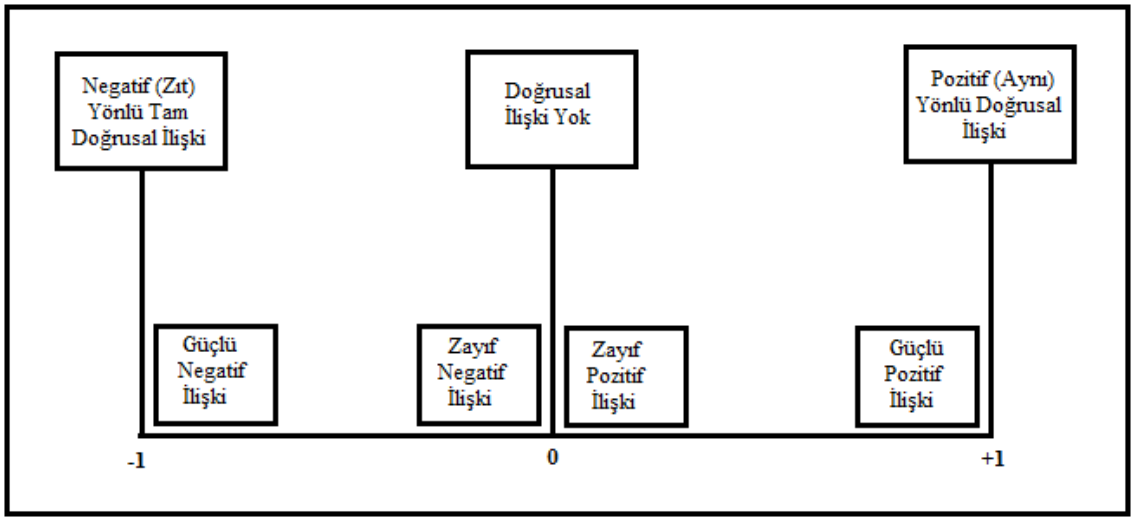
Doğrusal ilişkiler konusu ortaokul matematiğinden itibaren öğretim programında çok önemli bir yer tutmaktadır (Altun ve Durmaz, 2013, s. 426). Matematik öğretim programında (Bkz. Tablo 2.7) iki değişken içeren doğrusal ilişkiler hakkında bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki doğrusal ilişki olarak da bahsedilmektedir (MEB, 2013b, s. 1, 7).

Tablo 2.7. *Matematik Öğretim Programlarındaki Doğrusal İlişkilerle İlgili Kazanımlar*

Sınıf	Öğrenme Alanı	Konu	Kazanım
7	Cebir	Doğrusal Denklemler	Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklem ile ifade eder (MEB, 2013a, s. 28).
8	Cebir	Doğrusal Denklemler	Doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına ait tablo, grafik ve denklemi oluşturur ve yorumlar (MEB, 2013a, s. 37).
9	Fonksiyonlar	Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi	Fonksiyon bazı girdi değerleri (x) için belli bir kural çerçevesinde çıktı değerleri (f(x)) üreten bir makineye benzetilerek doğrusal fonksiyon açıklanır (MEB, 2013b, s. 7).
9	Fonksiyonlar	Parçalı Fonksiyonlar ve Grafikleri	Parçalı tanımlı şekilde verilen fonksiyonların grafikleri çizdirilir (MEB, 2013b, s. 7).
10	Geometri	Geometri	İki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi gösterme ve bunu koordinat düzleminde temsil etme (MEB, 2013b, s. 16).
12	Sayılar ve Cebir	Grafiklerin ve Tabloların Yorumlanması	Doğrusal grafikler verilerek geleceğe yönelik tahminler ve beklentiler tartışılır (MEB, 2013b, s. 58).

Kaynak: *MEB, 2013a, s. 28, 37; MEB, 2013b, s. 7, 16, 58*

Bir değişken üzerinde meydana gelen değişimin bir ya da daha fazla başka değişken tarafından açıklanıp açıklanamayacağı konusunu ilk araştıran araştırmacılardan olan Galton, *regresyon* (regressed) kavramını ortaya atmıştır (Durucasu, 2013, s. 117). Bu kavram günümüzde değişkenler arasındaki ilişkinin modellenmesi işlemlerinin tümünü içeren genel bir anlam taşımaktadır. Regresyon iki veya daha çok değişken arasındaki ilişkiyi matematik bir fonksiyonla ifade etmek demektir (Tekin, 2012, s. 156). İçinde sadece bir bağımsız değişken içeren ilişkilere basit regresyon analizi denilmektedir. Bu ilişkinin derecesini ifade etmede ise *korelasyon* kavramı kullanılıp bu kavram değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü ve yönünü belirlemektedir (Durucasu, 2013, s. 117). Değişkenlerden biri artarken diğer değişken de artıyorsa ilişki pozitif yönde, değişkenlerden biri artarken diğeri azalıyorsa ilişki negatif yöndedir denir (Karasar, 1998'den aktaran Güleç, 2003, s. 21). İki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin kuvvetini (derecesini) ve yönünü basit doğrusal korelasyon katsayısı belirlemektedir ve bu değer "-1" ile "1" arasında değerler alabilmektedir. Değerin "-1" olması değişkenler arasında negatif yönlü mükemmel/tam ilişki, "+1" olması pozitif yönlü mükemmel/tam ilişki olması anlamına gelmektedir. Değerin "0" olması ise değişkenler arasında ilişkinin olmadığını göstermektedir (Durucasu, 2013, s. 117; Bkz. Şekil. 2.3).

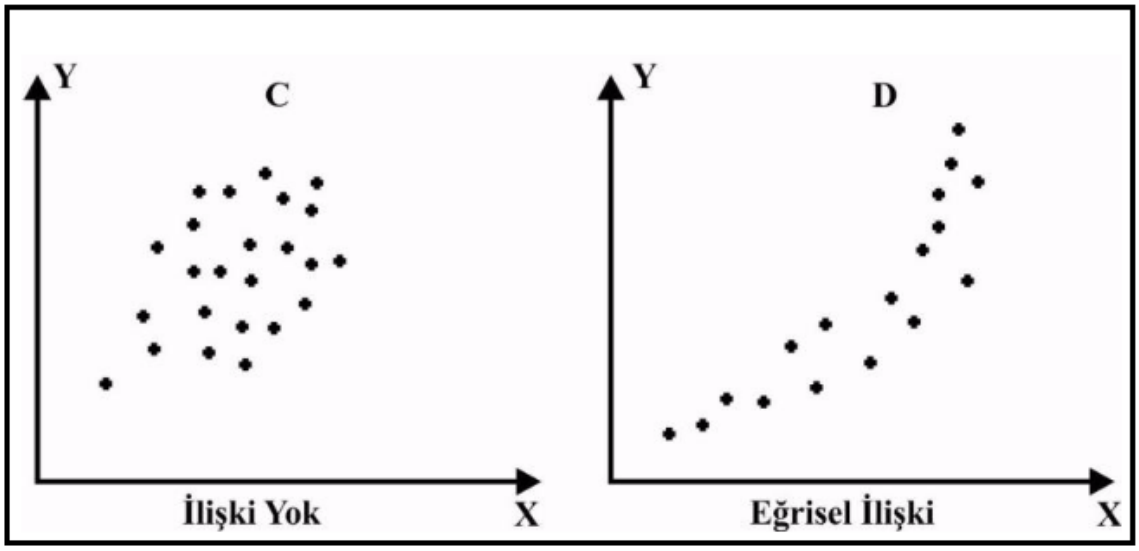


Şekil 2.3. *Doğrusal İlişkinin Yönü ve Kuvveti*

Kaynak: *Durucasu, 2013, s. 128*

İlişkinin pozitif veya negatif olması, bağımlı ve bağımsız değişkene ait verilerin koordinat sisteminde oluşturduğu doğruya ait eğimin işaretinin pozitif veya negatif olduğu hakkında bilgi vermektedir.

Genel olarak bağımlı değişken "Y" ve bağımsız değişken "X" ile sembolize edilmektedir. Çalışma kapsamında hazırlanan etkinlikler, bağımlı değişkenin sadece bir bağımsız değişken ile açıklanması istenen basit regresyon analizine uygun düşmektedir. Bağımlı değişken, kendisindeki değişimin bağımsız değişken tarafından açıklanan değişkendir. Örnek olarak "Emlakçı Fiyat Listesi" etkinliğinde (Bkz. Ek-15) emlak fiyatlarını caddenin yoğunluğu açıklamaktadır. Bu sebeple cadde yoğunluğu bağımsız değişken (X) ve dükkân fiyatı bağımlı değişken (Y) olmaktadır. İlişkisi araştırılan değişkenler arasında ilişkinin olup olmadığı istatistiksel anlamlılık testleri ile belirlenmektedir (Güleç ve Alkış, 2003, s. 21). Değişkenler arasında doğrusal ilişkinin olmadığı serpilme diyagramı ile gösterilebilir (Bkz. Şekil 2.4).



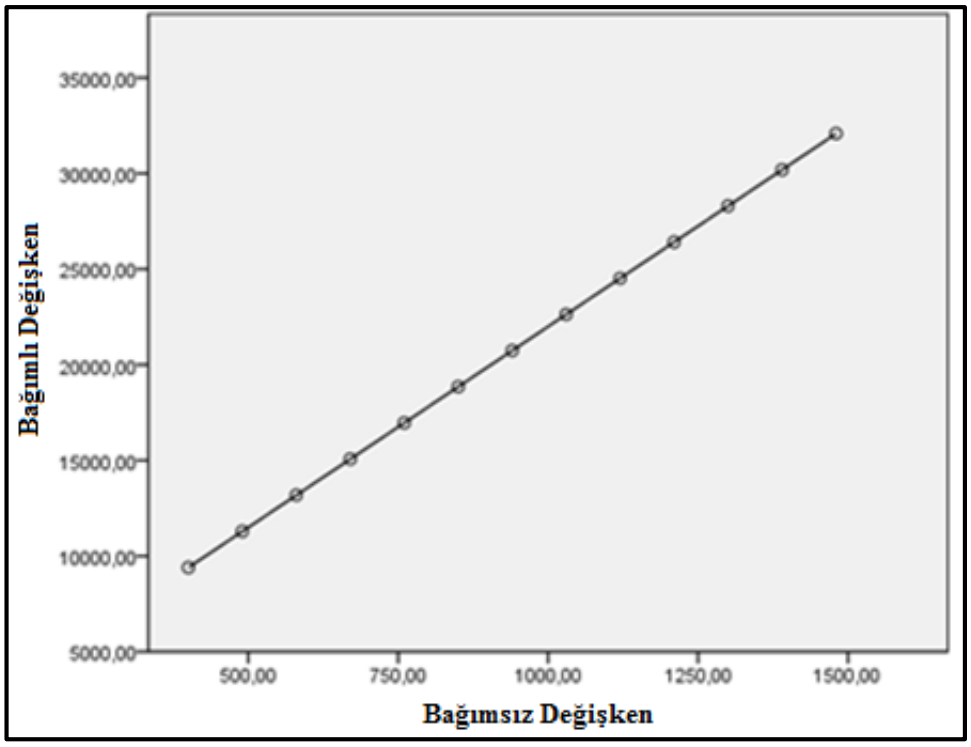
Şekil 2.4. *Arasında Doğrusal İlişki Olmayan Bazı Bağımlı ve Bağımsız Değişken İkilileri*

Kaynak: *Tekin, 2012, s. 156*

Bu bilgilerden hareketle, değişkenlerden biri belli bir oranda/miktarda arttığında diğer değişken de aynı veya yakın oranda/miktarda artıyorsa değişkenler arasında doğrusal bir ilişki vardır denir (Georgescu, 2013, s. 24). Başka bir ifade ile değişkenlerden birinin değerlerindeki değişim, diğer değişkendeki değerlerin değişiminden etkileniyorsa bu değişkenler arasında ilişki vardır denir ve bu ilişki doğru ile ifade edilebiliyorsa bu ilişkiye doğrusal ilişki denir (Serper, 2010, s. 527). Bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki doğrusal ilişkinin mükemmel/tam (Durucasu, 2013, s. 127; Serper, 2010, s. 528, 529) olduğu tam doğrusal; tanımlı olduğu farklı aralıklarda değişkenler arasındaki ilişkinin mükemmel/tam olduğu parçalı doğrusal ve ilişkinin güçlü olduğu (Durucasu,

2013, s. 128; Serper, 2010, s. 528, 529) fakat mükemmel/tam olmadığı doğrusala yakın ilişkiler olmak üzere üç türde ele alınabilir.

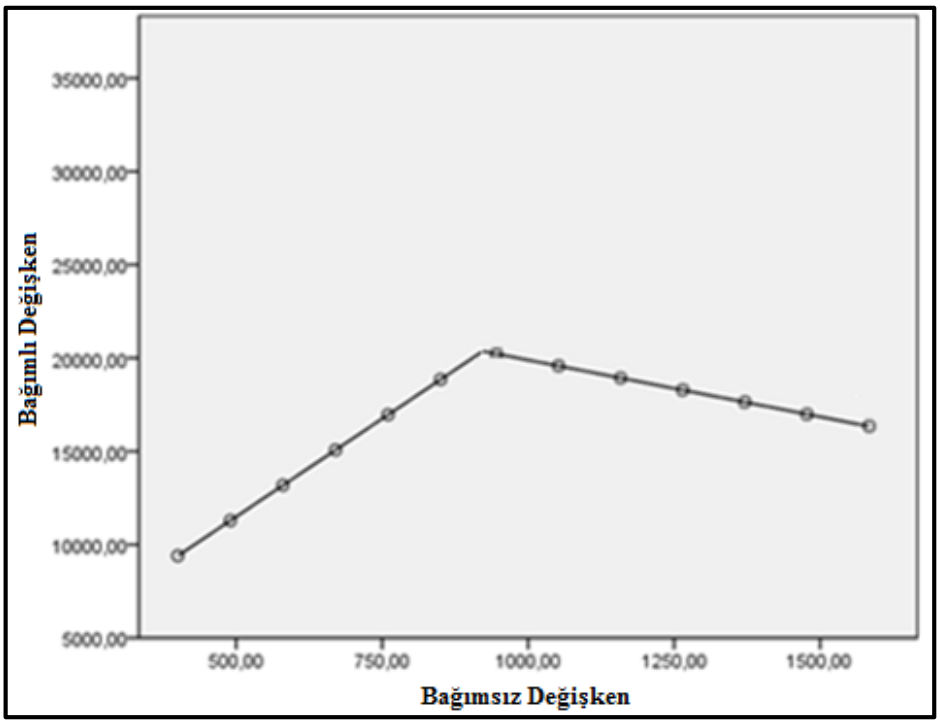
Tam doğrusal ilişkiler (T1: Tür 1): Değişkenlerden birinin belli bir oranda/miktarda artmasına veya azalmasına bağlı olarak diğer değişkenin de aynı oranda/miktarda arttığı veya azaldığı ilişki türüdür. Burada bağımsız değişkenin bağımlı değişkeni tamamen açıklayabileceği düşünülür ve bu ilişkilere fonksiyonel ilişki de denilmektedir (Korum, 1985, s. 320). Burada bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki ilişki 1. dereceden fonksiyonlarla ifade edilebilir. Başka bir ifadeyle tanım kümesinin her elemanı için aynı tam doğrusal modelle ifade edilebilen ilişkilerdir. Tam Doğrusal ilişki örnek grafiği için Bkz. Grafik 2.5.



Şekil 2.5. *Bağımlı ve Bağımsız Değişken Arasındaki Tam Doğrusal İlişkinin Grafiği*
Kaynak: *Şıklar, 2013, s. 118*

Parçalı doğrusal ilişkiler (T2: Tür 2): Tanım kümesinin bazı alt aralıklarında değişkenlerden biri belli bir oranda/miktarda arttığında diğer değişken de aynı oranda/miktarda artıyorsa modeli oluşturulan aralıklarda değişkenler arasında doğrusal bir ilişki vardır denir. Tanımlı alt aralıkları kapsayan aralıkta değişkenler arasındaki bu doğrusal ilişkilerin tümü parçalı doğrusal ilişki olarak ifade edilebilir. Tanım kümesinin alt kümelerinde farklı tam doğrusal modellerle ifade edilen ilişkilerdir. Bağımsız

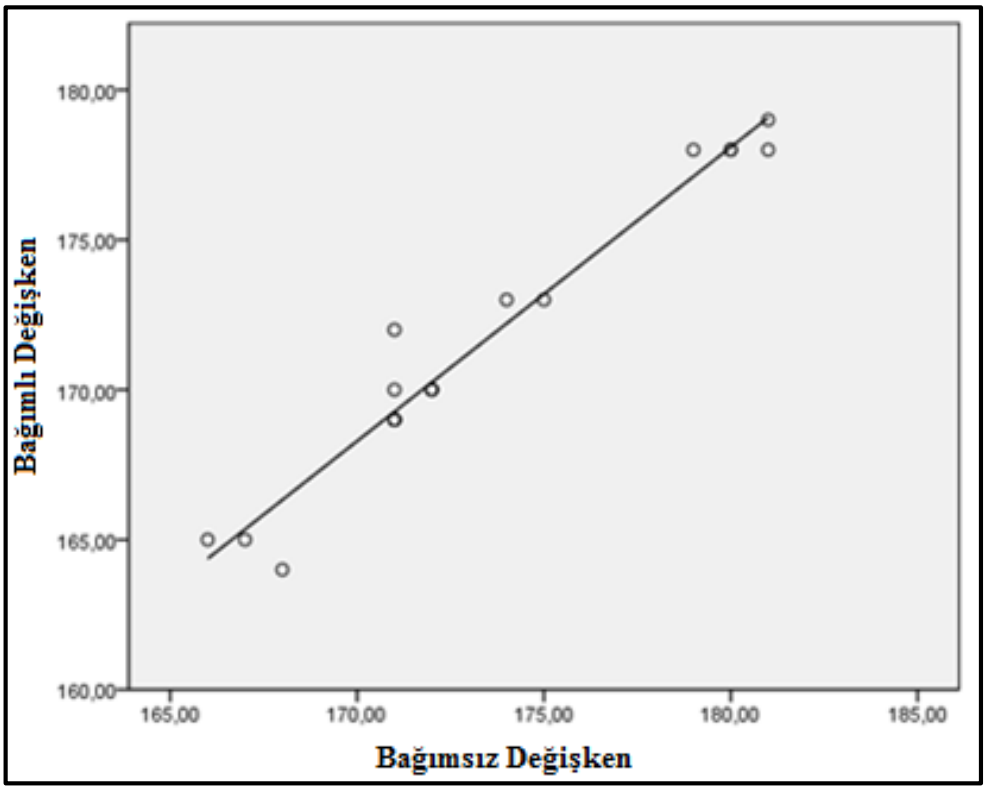
değişkenin oluşturduğu her farklı alt aralık için bağımlı değişkenin ayrı ve tek tam doğrusal model ile ifade edildiği ilişkilerdir. Bu ilişkiler fonksiyon olarak da ifade edilebilir ve tanım kümesinin alt aralıklarında farklı kurallarla tanımlanmış doğrusal fonksiyonlara parçalı doğrusal fonksiyon denir (MEB, 2015, s. 33). Parçalı Doğrusal ilişki örnek grafiği için Bkz. Grafik 2.6.



Şekil 2.6. *Bağımlı ve Bağımsız Değişken Arasındaki Parçalı Doğrusal Bir İlişkinin Grafiği*

Doğrusala yakın ilişkiler (T3: Tür 3): Bağımlı ve bağımsız değişken ikililerinin koordinat sistemindeki serpilme diyagramı doğrusal bir eğilim gösteriyorsa, bağımlı değişkenin (X) bağımsız değişkene (Y) göre matematik fonksiyonunun doğrusal olduğuna (kesin olmasa da) karar verilebilir (Durucasu, 2013, s. 119). Koordinat sistemindeki bu ikililerden birçok doğrusal fonksiyon geçmesine rağmen tüm ikilileri göz önüne alarak seçilebilecek en uygun doğrusal fonksiyon regresyon denkleminin doğrusudur (Tekin, 2012, s. 156). Değişkenlerden biri belli bir oranda/miktarda arttığında diğer değişken de bu orana/miktara yakın sayılabilecek bir oranda/miktarda artıyor veya azalıyorsa değişkenler arasında doğrusala yakın bir ilişki vardır denir. Tanım kümesinin alt kümelerinde (bağımsız değişkenin oluşturduğu her farklı alt aralık için) bağımlı değişkeni, ürettiği yakın sonuçlarla açıklayan herhangi bir model ile ifade edilebilen ilişkilerdir. Tam doğrusal olmayan değişkenler arasındaki ilişki belli yöntemlerle

(regresyon) doğrusal olarak ifade edildiğinde bağımlı değişkenin gerçek değeri ile modelden elde edilen değeri arasında kabul edilebilir küçük farklar meydana gelebilmektedir. Doğrusala Yakın İlişki örnek grafiği için Bkz. Grafik 2.7.



Şekil 2.7. *Bağımlı ve Bağımsız Değişken Arasındaki Doğrusala Yakın Bir İlişkinin Grafiği*
Kaynak: *Tekin, 2012, s. 156*

Bu güne kadar doğrusal ilişkileri konu edinen veya edinmeyen matematiksel modelleme üzerine birçok araştırma yapılmıştır. Aşağıda bu araştırmalardan son yıllarda yapılan matematiksel modelleme ve matematiksel modelleme yeterlikleri üzerine yapılan çalışmalardan bazıları hakkında özet bilgilere yer verilmiştir.

2.4. Matematiksel Modelleme Üzerine Yapılan Araştırmalar

Matematiksel modelleme üzerine yapılan çalışmaların sayısı (her ne kadar ülkemizde yeni olsa da) geçmişten günümüze artarak devam etmektedir (Doruk, 2010, s. 49; Doruk ve Umay, 2011, s. 125; Eraslan, 2011, 366; Ferri, 2013, s. 18; Gould, 2013, s. 2; Maass, 2006, s. 113; Şen-Zeytun, 2013, 5). Yapılan bu çalışmalar incelendiğinde modellemenin farklı açılardan ele alındığı göze çarpmaktadır.

Öğretmen adaylarına yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde bazı çalışmaların (Çiltaş ve Işık, 2013, s. 1187; Doğan-Temur, 2012, s. 83; Eraslan, 2011, s. 366; Gould, 2013, s. 2; Karalı ve Durmuş, 2015, s. 804; Kertil, 2008, s. 7; Korkmaz, 2010, s. 3; Özer-Keskin, 2008, s. 8; Şen-Zeytun, 2013, s. 5; Türker, Sağlam ve Umay, 2010, s. 4623; Ural, 2014, s. 110) modelleme etkinliklerini deneyimleyen öğretmen adaylarının bilgi, beceri ve görüşlerine odaklandığı; bazılarının (Bukova-Güzel ve Uğurel, 2010, 69) akademik başarı ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişkileri araştırdığı; bazılarının (Bukova-Güzel, 2011, s. 19, 21; Özdemir ve Üzel, 2013, s. 3) modelleme sorusu oluşturabilme becerilerini ve sınıf içi uygulamalarını incelediği; diğer bazılarının ise (Bal ve Doğanay, 2014, s.1365; Bukova-Güzel, 2011, s. 21; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 187; Eraslan, 2012, s. 2953; Korkmaz, 2010, s. 3; Ural, 2014, s. 110; Şen-Zeytun, 2013, 5) öğretmen adaylarının modelleme süreçlerine ve yeterliklerine odaklandığı görülmektedir.

Bu kısımda modelleme yeterlikleri, katılımcıların bilgi ve görüşleri, modelleme süreci gibi farklı konuları içeren matematiksel modelleme ile ilgili yapılan bazı çalışmalara yer verildikten sonra araştırmanın amacı doğrultusunda daha özelde öğretmen adaylarının modelleme süreçleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri üzerine yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

2.4.1. Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan araştırmalar

Aşağıda matematiksel modelleme ile ilgili farklı konularda yapılan bazı çalışmalar hakkında özet bilgiler verilerek genel bir çerçeve çizilmeye çalışılmıştır.

Bayazit, Aksoy ve Kırnap (2011, s. 2497) matematik öğretmenlerinin (n=35) model algıları, matematik öğretiminde model kullanımının yararlılığına inançları ve ders kitaplarında verilen modelleri anlama ve hedef kavramla ilişkilendirme konusunda yeterli bilgi ve düşünce düzeyine sahip olup olmadıklarının belirlemeye çalışmışlardır. Çalışma nitel bir çalışma olup, sorulan sekiz açık uçlu soru ve ardından yapılan mülakatlar ile veriler elde edilmiştir. Araştırmanın sonuçları verilen modellerin anlaşılmasında ve sembolik olarak verilen matematiksel düşüncelerin modellenmesinde öğretmenlerin zorlandıkları görülmüştür. Çalışma kapsamında öğretmenlerin büyük çoğunluğunun model algılarının sayma pulları, kesir kartları ve cebir karoları gibi çizimlerle kısıtlı

olduğu ayrıca model kullanımının öğrencilere bilişsel katkılar sağlayacağına inandıkları ortaya çıkmıştır.

Biccard (2010, s. 11) literatür taraması yolu ile belirlenen bazı modelleme yeterliklerinin gelişmesinde durumu zayıf ve iyi olan gruplarda ne gibi farklılıkların ortaya çıktığı ve matematiksel modelleme yeterliklerinin nasıl geliştiğini incelemiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinden (n=12) oluşturduğu, matematiksel olarak iyi ve zayıf olarak nitelendirilen iki kategoriye ayırdığı üç grup ile yapılan çalışmanın verileri üç aylık dönemde haftada bir kez altmış dakikalık çalışma seanslarında orantısal akıl yürütmeye dayalı modelleme etkinliklerinin uygulanması ile elde edilmiştir. Nitel araştırma desenlerinden karma (mixed) yaklaşım ve gömülü (grounded) teorinin bazı yönlerinin kullanıldığı çalışmada yön hissi ile hareket etme, planlama ve gösterme, anlama, basitleştirme, matematikleştirme, matematikle çalışma, yorumlama, doğrulama, tartışma, informal bilginin kullanılması, sunum ve özetleme yeterlikleri araştırılmıştır. Araştırmanın sonuçları, modelleme etkinlikleri kullanılarak yapılan öğretimde yeterliklerin gelişebildiği fakat geleneksel öğretim kullanıldığında modelleme yeterliklerinin yeterince gelişemediği sonucuna varılmıştır. İyi gruplarda bu gelişimin daha hızlı olduğu, zayıf gruplarda ise yeterlik gelişiminin yavaş olduğu ve öğrencilerin daha fazla deneyime ihtiyaç duydukları sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesinde grupların heterojen oluşturulmasının gerekliliği ve etkinliklerin seçiminde veya hazırlanmasında yeterli bilgiye sahip öğretmenlerin yetiştirilmesinin önemi vurgulanmıştır. Modelleme yeterliklerinin gelişiminin çok karmaşık bir süreç olduğu belirtilmiştir. Bazı yeterliklerin gelişiminin çalışma sürecinde gözlemlenebildiği bunun yanında bazı yeterliklerin geliştirilebilmesi için daha uzun süreli bir uygulama sürecine gereksinim olduğu ifade edilmiştir.

Bukova-Güzel ve Uğurel (2010, s. 69) öğretmen adaylarının akademik başarısının "modelleme becerisini" etkileyip etkilemediğini araştırmışlardır. Çalışma, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarından Analiz-1 dersi ile ilgili yapılan beş açık uçlu sınavın ortalamasındaki akademik başarıya göre yüksek, orta ve düşük düzey şeklinde oluşturulan üç kategoride dörder kişilik üç grup ile yapılmıştır. Veriler uygulanan beş modelleme etkinliği ile elde edilmiştir. Verilerin analizi (Abrams, 2001; Ferri, 2006; Cheng, 2001)'in modelleme süreçlerine göre ve kendilerinin geliştirdiği beş basamaklı bir ölçek ile yapılmıştır. Çalışmanın sonuçları, akademik başarının "modelleme becerisinin" geliştirilmesinde gerekli fakat yeterli olmadığını ortaya koymuştur. Buradan

hareketle, "modelleme becerilerinin" geliştirilmesinde akademik başarının yanında bireyin matematiksel modelleme problemleri üzerine deneyim kazanmalarının da önemli olduğu ifade edilmiştir.

Çiltaş (2011, s. 7) matematiksel modellemenin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının (deney grubu n=35; kontrol grubu n=40) başarısına etkilerini araştırmıştır. Araştırma süreç olarak dört kısımda tamamlanmıştır. İlk iki kısımda esas çalışmanın ön hazırlığı olarak öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki öğrenme güçlükleri ve bu kavramlara yönelik zihinsel modeller belirlenmeye çalışılmıştır. Üçüncü ve dördüncü kısımda ise diziler ve seriler konusunu matematiksel modelleme ile çalışan öğretmen adaylarının, matematiksel modelleme becerilerinin ve modellemenin öğrenmeye etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Dördüncü kısımda ise matematiksel modellemenin öğretmen adaylarının başarısına etkileri belirlenmeye çalışılmıştır. İlk üç kısımda nitel, dördüncü kısımda ise nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın verileri açık uçlu sekiz soruluk matematiksel modelleme testi, mülakatlar ve çalışmanın sonunda katılımcılara uygulanan matematiksel modelleme görüş anketi ile elde edilmiştir. Verilerin analizi fenomenografik yöntem, betimsel analiz ve t-testi kullanılarak yapılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının dizi ve seriler konusundaki kavramlarla ilgili öğrenme güçlüğü yaşadıkları ve bu kavramlara yönelik herhangi bir zihinsel model oluşturamadıkları görülmüştür. Uygulamalar sonunda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile ilgili bilgi, beceri ve görüşlerinde olumlu değişimin olduğu belirlenmiştir. Uygulanan öğretim yönteminin (modelleme) diziler ve seriler konusundaki kavramlarla ilgili öğrenme güçlüklerinin giderilmesinde etkisinin olduğu belirlenmiştir.

Deniz (2014, s. 2) çalışmasında ortaöğretim matematik öğretmenlerinin (n=13) matematiksel modellemeye uygun etkinlikler oluşturabilme ve bu etkinlikleri sınıflarında uygulayabilme yeterliklerini incelemiştir. Altı matematik öğretmen adayı ile pilot çalışma yapılarak veri toplama araçları belirlenmiştir. Öğretmenler ve öğrenciler için yarı yapılandırılmış ön ve son görüşme formu hazırlanmıştır. Çalışmanın sonunda hazırlanan modelleme etkinlikleri uygulanan öğrencilerin (n=37) uygulamalarla ilgili görüşleri alınmıştır. Verilerin analizinde içerik ve betimsel analiz kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmenler modelleme etkinliklerinin kalıplaşmış ifadeler içermediğini, iyi öğrenciler için kullanılabilir olduğunu, buna karşın derslerde kullanmayı da düşünmediklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca modelleme etkinliklerinin uygulanmasının

uzun zaman gerektirdiği ve öğrencilerin grup ile çalışmaya adapte olamadıkları ortaya çıkmıştır.

Doruk ve Umay (2011, s. 125) matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanıldığı ve kullanılmadığı; 6. ve 7. sınıflardan ayrı ayrı oluşturulan kontrol ve deney grupları arasında matematik dersinde öğrendiklerini günlük yaşama transfer edebilme düzeylerinde anlamlı bir fark olup olmadığını araştırmışlardır. 1 dönem boyunca haftada ikişer saat olmak üzere 8 adet matematiksel modelleme etkinlikleri ile çalışmalar yapılmıştır. Dönem sonunda deney ve kontrol gruplarına "Günlük Yaşam Matematik Testi" tekrar son test olarak uygulanmıştır. Araştırmanın sonuçları, uygulanan modelleme etkinliklerinin her iki sınıf düzeyinde de matematiksel modelleme ile çalışan gruplarda diğer gruplara göre günlük hayatta matematikten yararlanma, matematik dilini kullanma ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyleri arasında anlamlı farka sebep olduğunu ortaya çıkarmıştır. Gruplar arasında oluşan başarı farkının sebebi olarak modelleme etkinliklerinin gerçek yaşamdan alınmaları, sosyal yönden güçlü olma (grup içi etkileşim) ve sıkça üst-bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmeleri sayılmıştır.

Durmuş (2011, s. 1058) öğretmen adaylarının (n=136) değer profillerini ve modelleme düzeylerini incelemiştir. Çalışmada matematik öğretiminde nelerin önemsendiği ile ilgili olarak "değerler" kavramı ve matematiğin öğretimine nasıl yaklaşılabileceği ile ilgili olarak da "modelleme" kavramları üzerinde durularak bu kavramlarla ilgili bazı sorulara yanıt aranmıştır. Araştırmada ilk olarak öğretmen adaylarının sahip oldukları değerler arasında ve bu değerler için cinsiyetler arasında; ikinci olarak da öğretmen adaylarının sahip olduğu modelleme düzeyleri arasında ve bu düzeyler için cinsiyetler arasında anlamlı bir fark olup olmadığı araştırılmıştır. Verilerin toplanmasında (Durmuş ve Bıçak, 2006, s. 6) tarafından geliştirilen otuz dört soruluk "Matematik ve Matematik Eğitimi Değerler Ölçeği" kullanılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre model ve modellemenin bir bütün olarak ele alınması gerektiği, geleneksel problem çözme becerilerinin modelleme etkinlikleri için yetersiz kaldığı ve modellemenin matematiğin öğretimine zenginlik katabileceği ifade edilmiştir. Katılımcıların, pozitivist değerlere sahip olma düzeyleriyle oluşturmacı değerlere sahip olma düzeyleri karşılaştırıldığında oluşturmacı değerler lehine anlamlı bir fark olduğu saptanmıştır. Ayrıca sahip olunan değerlerle modelleme düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Eraslan (2011, s. 366) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının (n=6) model oluşturma etkinlikleri ve bu etkinliklerin matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Katılımcılara önce modelleme ile ilgili belli kavramlar tanıtılmıştır. Öğretmen adaylarına uygulanan dört etkinlik sonunda verilen yanıtlara göre iki grup oluşturulup bu gruplara bir etkinlik uygulanmış ve uygulama sonunda yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adayları model oluşturma etkinliklerinin üst düzey düşünme gerektirdiğini, içinde çok fazla bilinmeyen olduğunu, bakış açısına göre farklı yönlere çekilebilen mantık sorularına benzediğini ifade etmişlerdir. Bunun yanında okul öncesinden üniversiteye kadar her seviye için matematiksel düşünmenin gelişimine pozitif katkı yapabileceğini belirtilmişlerdir.

Henning ve Keune (2007, s. 225) matematiksel modellemede beceri kavramını inceleyip öğrenci seviyelerini bu becerilere göre karakterize edebilmeyi amaçlayan bir çalışma yapmışlardır. Çalışmada modellemenin öğretilmesi ve öğrenilmesi ile ilgili literatürde öğrenci becerilerinin iki yaklaşımla ele alındığını belirtmişlerdir. Bunlardan biri öğrencilerin beceri ve yeteneklerini açıklamayı amaçlayan yaklaşımdır ve bu yaklaşım ile elde edilen sonuçlara bileşenlerin açıklanması denilmiştir. Diğer yaklaşım ise seviyeleri açıklarken karmaşık modelleme süreçlerinde yeterliklerin incelenmesidir ki burada farklı düzeylerdeki öğrenci beceri ve kabiliyetlerinin incelenmesi söz konusudur. Birinci yaklaşım becerileri bütüncül olarak ele alıp ortaya çıkarmayı amaçlarken ikinci yaklaşım modelleme sürecinde becerileri inceleyip kategorize etmeyi amaçlamaktadır. Buna göre modelleme yeterlikleri oluşturma, yorumlama, matematize etme, problemi çözme ve matematiksel modellerle çalışabilme (modeli doğrulama, modeli eleştirel olarak analiz etme, modeli ve sonuçlarını değerlendirme, modeli kullanabilme, modelleme sürecinde modelin işlerliğini gözlemleyip yaptıklarının uygunluğunu kontrol edebilme) yeterliklerini içerir. Yazarlar çalışmada öğrencilerin yeterlikler açısından üç düzeye ayrılabileceğini ifade ederek bu düzeylerdeki becerileri karakterize etmişlerdir. Birinci düzey modelleme sürecinin anlaşılması, ikinci düzey problemi bağlamından soyutlayarak modeller kurma ve çözme, üçüncü düzey ise modellemeye eleştirel bir gözle bakabilme ve analiz edebilme (üst-düşünme) becerileri ile karakterize edilmiştir.

Maass (2006, s. 113) matematiksel modelleme yeterliklerini ortaya çıkarmaya yönelik iki grup halinde yedinci sınıf öğrencileri (n=42) ile on beş ay süren bir çalışma yapmıştır. Çalışmada Blum ve Kaiser'in ifade ettiği matematiksel modelleme yeterlikleri

bilişsel ve üst-bilişsel yeterlikler olarak ele alınmış ve bu yeterliklerin bileşenleri karakterize edilmiştir. Araştırmanın verileri matematiksel durumları ölçen on soruluk bir testin, gruplara ön test ve son test olarak uygulanması ile ve ayrıca beş modelleme etkinliği, görüşmeler, ev ödevleri, üst bilişsel modelleme yeterliklerinin araştırılması için kavram haritaları ve anketler kullanılarak elde edilmiştir. Veriler nicel olarak analiz edilip gruplar karşılaştırılmıştır. Çalışmanın en temel sonucu orta düzeyin altındaki öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilebilir olduğudur. Son çalışmalara doğru, bilinen bağlamların yanında bilinmeyen bağlamlarda verilen problemlerde bile modellemenin nitelikli olarak gerçekleştirilebildiği ortaya çıkmıştır. Her zaman doğru olmasa bile, alt yeterlikler birbirinden bağımsız kullanılarak modelleme süreçlerinin yürütülebilmesi başarılmıştır. Her öğrencinin tüm yeterlikleri gösteremeyebileceği fakat bu yeterlikleri geliştirebilecekleri ifade edilmiştir. Çalışmada modelleme sürecinin bir döngüsünü sürdürebilmek için bazı alt-yeterliklerin gerekli olduğu vurgulanmış ve bu yeterliklerin dışında birçok alt yeterliğin de kullanılabileceği belirtilmiştir:

- Gerçek problem durumunu anlama ve gerçeğe dayalı bir model oluşturma yeterliği,
- Gerçek modelden matematiksel bir model oluşturma yeterliği,
- Bu matematiksel model ile matematiksel soruları çözebilme yeterliği,
- Matematiksel sonuçları gerçek bir durum içerisinde yorumlama yeterliği,
- Çözümün geçerliliğini kontrol etme, doğruluğunu gösterme yeterliği.

Maass (2006, s. 139) okul matematiğinde alt-yeterliklerin kullanılmasının önemini vurgulayarak öğretmenlerin bu hususlarda farkındalığının artırılması için eğitim kurslarının faydalı olacağını ifade etmiştir.

Niss (2003, s. 115) Danimarka'da okul öğretim programı ile ilgili yaptığı proje kapsamındaki çalışmasında programın konular, kavramlar ve sonuçlardan ziyade "matematiksel yeterlikler" ile açıklanması gerektiğini vurgulamıştır. Bu bakış açısı yakalandığında eğitim ve öğretimde kapsayıcı bir seviyenin yakalanabileceğini ve matematik problemlerinin üstesinden daha iyi gelinebileceğini ifade etmiştir. Bu kapsamda öğrencilerin sahip olması gereken matematiksel yeterlikleri sekiz maddede kodlamıştır. Bu maddelerden biri de matematiksel modelleme yeterlikleridir. Yazar matematiksel yeterlikleri matematiksel düşünmenin bileşenleri, matematik problemlerinin çözümü ve çözümün niteliği, matematiksel modelleme, matematiksel akıl yürütme, matematiksel varlıkları (nesne ve durumları) temsil edebilme, matematiksel

sembolleri ve biçimleri kullanma, matematik hakkında grup ile iletişime geçme, yardımcı araçların (bilişim dâhil) kullanımı olarak kodlamıştır.

Özer-Keskin (2008, s. 8) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının (n=21) matematiksel modelleme ile ilgili bilgi, beceri ve görüşlerini incelemiştir. Çalışmada veriler bir dönem boyunca uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri ve uygulamanın öncesinde ve sonrasında gerçekleştirilen matematiksel modelleme görüş anketi ile elde edilmiştir. Ayrıca matematik öğretmen adaylarına ön ve son modelleme beceri testi uygulanıp analitik dereceli puanlama ölçeği ile elde edilen puanlar karşılaştırılmıştır. Öğretmen adaylarının görüşlerinin incelenmesi sırasında nitel araştırma yöntemlerinden fenomenografik yöntem kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının ilk durumlarına göre son durumlarında gelişme olduğu ancak matematiksel modellemenin yorumlama aşamasında (beceri) zorlandıkları ortaya çıkmıştır.

Aşağıda daha özelde öğretmen adaylarına yönelik yapılan matematiksel modelleme süreçleri ve matematiksel modelleme yeterliklerinin beraber araştırma konusu olduğu çalışmalar hakkında özet bilgilere yer verilmiştir.

2.4.2. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerine ve yeterliklerine yönelik yapılan araştırmalar

Bu alanda yapılan çalışmaların detaylarına geçmeden önce matematiksel modelleme ile ilgili ülkemizde yapılan çalışmaların sınırlı düzeyde olduğunu bir kez daha hatırlatmakta fayda var. Bu durum çalışmalara katılan öğretmen adaylarının modelleme soruları ve modelleme süreçleri ile ilgili çok fazla deneyim ve bilgiye sahip olmadıkları sonucunu doğal olarak önümüze çıkarmaktadır. Her ne kadar öğretmen adaylarının lisans eğitiminde modeller ve modelleme ile ilgili deneyim kazanma durumunu göz ardı edemesek de bunun sınırlı düzeyde kaldığını ifade etmek çok yanlış olmaz. Dolayısıyla, bu çalışmalara katılan birçok öğretmen adayının konuyla ilgili deneyimlerinin bu çalışmalar kapsamında oluştuğunu ifade etmek gerekir. Yapılan çalışmalar (Bal ve Doğanay, 2014, s. 1363; Bukova-Güzel, 2011, s. 19; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 201; Eraslan, 2012, s. 2953; Korkmaz, 2010, s. 202, 209; Ural, 2014, s. 133; Şen-Zeytun, 2013, s. 157) öğretmen adaylarının özellikle başlangıçta modelleme süreçlerinde ve gösterilen

yeterliklerde çeşitli sorunlar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Aşağıda bu konuyla ilgili detaylara yer verilmiştir.

Aydın-Güç (2015, s. 8) seçmeli bir ders kapsamında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının (n=9) modelleme yeterliklerinin gelişimini incelemiştir. Özellikle, araştırmacı bütüncül yaklaşımı benimsemiş matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik düzenlenen bir öğrenme ortamının öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerine (içerdikleri alt-yeterlikler bağlamında ele alınarak) olan etkisini araştırmıştır. Bunun yanında, araştırmacı matematiksel modelleme alt-yeterliklerine etki eden faktörleri de incelemiştir. Çalışmada matematiksel modelleme yeterlikleri: 1) Gerçek Problemi Anlama ve Gerçeğe Dayalı Bir Model Oluşturma Yeterliği (A), 2) Gerçek Modelden Bir Matematiksel Model Oluşturma Yeterliği (B), 3) Oluşturulan Matematiksel Model ile Matematiksel Problemleri Çözme Yeterliği (C), 4) Matematiksel Sonuçları Gerçek Durumlarda Yorumlama Yeterliği (D) ve 5) Çözümü Doğrulama Yeterliği (E) başlıkları altında değerlendirilmiştir. Her bir yeterlik için alt yeterlikler belirlenmiştir. Örneğin, Gerçek Problemi Anlama ve Gerçeğe Dayalı Bir Model Oluşturma Yeterliğinin (A) alt yeterlikleri sırasıyla *(A1) problem için varsayımlarda bulunma, (A2) problem durumunu sadeleştirme, (A3) durumu etkileyen nicelikleri belirleme ve bunları isimlendirme, (A4) durumu etkileyen anahtar değişkenleri belirleme, (A5) değişkenler arasındaki ilişkileri oluşturma, (A6) problemi çözmek için uygun ve ulaşılabilir bilgileri belirleme, (A7) problemi çözmek için ilgili / ilgisiz bilgileri ayırt etme yeterlikleri* olarak belirlenmiştir. Çalışmanın bulguları süreç ilerledikçe yani öğretmen adaylarının deneyimleri arttıkça gerek genel gerekse bireysel modelleme alt-yeterliklerinin genel olarak geliştiğini ve geliştirilebileceğini göstermiştir. Buna karşın, bulgular bazı yeterliklerin gelişime karşı dirençli bir yapıya sahip olduklarını, bazılarının modelleme etkinliklerinden olumsuz etkilendiğini ve bazılarının ise modelleme deneyimi ile doğrudan bağlantılı olmadığını göstermiştir.

Bal ve Doğanay (2014, s. 1364, 1373) matematiksel modelleme sürecini üç aşamada (değişken belirleme, model oluşturma ve oluşturulan modelin çözümlenmesi) değerlendirerek sınıf öğretmeni adaylarının (n=36) matematiksel modelleme süreçlerini anlamaya yönelik bir çalışma yapmışlardır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının başlangıçta matematiksel modeller oluşturamadıklarını göstermiştir. Bu durumu katılımcıların kavram bilgilerinin işlem bilgilerine oranla daha düşük olmasıyla ilişkilendiren araştırmacılar, özellikle öğretmen adaylarının modelleme sürecinde

problemlerin doğru anlaşılarak değişkenlerin belirlenmesi ve ayırt edilmesi, modelin oluşturulması ve çözümlenmesi aşamalarında zorlandıklarını ve sık sık hatalar yaptıklarını belirtmişlerdir. Bal ve Doğanay bu durumu öğretmen adaylarının başlangıçta modelleme hakkında bilgilerinin olmamasıyla açıklamışlardır. Araştırmacılar, katılımcıların matematiksel modelleme konusundaki bilgi ve deneyimlerini arttırmak amacıyla uyguladıkları bir eylem araştırması sonucunda öğretmen adaylarının modelleme sürecinde yaşadıkları sorunları büyük ölçüde aşabildiklerini ifade etmişlerdir.

Bukova-Güzel (2011, s. 19) ilk defa matematiksel modelleme üzerine seçmeli ders alan ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının (n=35) modelleme süreçlerine ve problem çözme stratejilerine odaklanmıştır. Ders kapsamında öğretmen adayları modelleme problemleri oluşturmuşlar ve daha sonra bu problemleri çözmüşlerdir. Araştırmacı matematiksel modelleme sürecini altı aşamada değerlendirmiştir: 1) görevin anlaşılması, 2) görevin basitleştirilmesi, 3) matematikselleştirme, 4) matematiksel yeterlikleri kullanarak görev üzerinde çalışma, 5) yorumlama ve 6) doğrulama. Çalışmanın bulguları temel olarak öğretmen adaylarının her ne kadar bu problemleri anlamada ve basitleştirmede çok fazla zorlanmasalar da elde edilen modelin/modellerin geçerliğini göstermede ve sonuçların doğrulanmasında zorluklar yaşadıklarını göstermiştir. Ayrıca bulgular, model oluşturma sürecinde öğretmen adaylarının yaklaşık yarısının modelleme sürecinin planlanmasında zorlandıklarına işaret etmiştir. Araştırmacı ayrıca sınıf içinde yapılan tartışmaların öğretmen adaylarının modelleme sürecini anlamalarına olumlu katkıda bulunduğunu belirterek bu tartışmaların sürecin tüm aşamalarında gerçekleşmesi gerektiğini belirtmiştir.

Eraslan (2012, s. 2953) yaptığı çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri üzerine düşünme süreçlerini incelemiştir. Araştırma kapsamında veriler, bir devlet üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğrencilerinden oluşan ve modelleme üzerine yapılan bir derste, dönemin sonunda katılımcıların (n=45) modelleme sorularına verdikleri cevaplar ışığında seçilen üç öğrenci ile yapılan grup odaklı görüşmeler ile toplanmıştır. Dönem sonunda bu üç öğrenciye bir modelleme sorusu (takım sıralama) verilerek çözmeleri istenmiş ve modelleme süreçleri gözlenmiştir. Çalışma kapsamında dikkate alınan süreçler şunlardır: Problemi anlama, değişkenleri belirleme ve varsayımlarda bulunma, gerçek dünya probleminden matematiksel modele geçiş ve model geliştirme. Çalışmaların bulguları öğretmen adaylarının modelleme sürecinin başlarında problemi anlamada, problemdeki

veri eksikliğinden dolayı değişkenleri belirlemede ve varsayımlarda bulunmada zorlandıklarını göstermiştir. Benzer şekilde öğretmen adaylarının, gerçek dünya problem durumuna etkili ve yeterli bir matematiksel model oluşturmada ve oluşturdukları modeli geliştirmede zorlandıkları görülmüştür. Buna karşın öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerine aşina oldukça yine de becerilerini geliştirdikleri belirtilmiştir.

Korkmaz (2010, s. 3) ilköğretim matematik (n=37) ve sınıf öğretmeni adaylarının (n=33) matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterliklerini incelemiştir. Çalışmanın sonunda her iki grup da modellemeye yönelik olumlu tutumlar geliştirirken modelleme sürecinde her iki gruba ait öğretmen adaylarının zorlandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının bahsettikleri zorluklardan bazıları modelleme sorularının daha önce karşılaştıkları problemlere benzememeleri, problemlerin birçok değişken içermesi ve bunları ayırt edememeleri, problemi anlayamamaları, matematik bilgilerini problem çözme sürecinde etkili bir şekilde kullanamamaları, verilerin hazır olarak verilmemesi, değişkenleri yorumlayamama ve hedefi belirleyememe olarak sıralanabilir. Ayrıca, öğretmen adayları bu problemlerin grup çalışmasını gerektirdiği ve kendilerinin daha çok bireysel çalışmaya alışık olduklarını belirtmişlerdir.

Şen-Zeytun (2013, s. 5) modelleme üzerine verilen bir seçmeli ders kapsamında farklı programlardan (İlköğretim Matematik Öğretmenliği ve Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri) gelen öğretmen adaylarının (n=19) modelleme süreçlerini ve bu süreçlere etki eden faktörleri araştırmıştır. Araştırmacı, modelleme sürecini beş aşamada (modelleme problemini anlama, plan geliştirme, planı uygulama, oluşturulan modeli yorumlama ve doğrulama, sunma) incelemiş ve altı öğretmen adayına odaklanmıştır. Diğer çalışmalardan farklı olarak araştırmacı her bir modelleme aşamasını detaylandırarak öğretmen adaylarının yaşaması muhtemel alt-süreçleri belirlemiştir. Bu açıdan değerlendirildiğinde bu tez çalışması (Şen-Zeytun, 2013)'un çalışmasına benzerlik göstermektedir. Çalışmanın bulguları genel olarak öğretmen adaylarındaki modelleme üzerindeki deneyim eksikliklerinin, sınırlı zaman ve eksik kavram anlayışlarının ve değerlendirilme gibi kaygıların modelleme süreçlerine olumsuz etkilerini ortaya çıkarmıştır. Ayrıca, bulgular genel olarak öğretmen adaylarının sonuç odaklı tek bir modelleme döngüsü sergilediklerini göstermiştir. İlk buldukları çözümlerin doğruluğunu düşünerek alternatif çözümler üretme ihtiyacı duymamışlardır. Çalışmada, öğretmen adayları verilen zamanı etkili bir şekilde kullanamamanın yanında bu süreçte doğru

modeller oluşturamamışlardır. Problemi anlama aşamasında öğretmen adayları genellikle kendilerini problem durumunun bir parçası olarak düşünmüşler ve bunun sonucu bir çözüm stratejileri geliştirmeye çalışmışlardır. Plan geliştirme aşamasında, öğretmen adayları daha önce çözdükleri problemleri düşünerek benzer problem stratejileri geliştirmeye çalışmışlardır. Araştırma bulguları ayrıca modelleme kapsamında kullanılacak matematiğin öğretmen adaylarının mevcut bilgilerinin üzerinde olması durumunda model geliştirme girişiminde bulunmamalarına neden olduğunu göstermiştir. Bir diğer bulgu da öğretmen adaylarının geliştirdikleri modelin doğruluğunu yeterince ve doğru bir şekilde test edememeleri olmuştur. Özellikle öğretmen adayları modelin problemdeki kriterleri tamamen sağlayıp sağlamadıklarını kontrol etmedikleri belirlenmiştir.

Tekin-Dede ve Yılmaz (2013, s. 187) çalışmalarında bir modelleme probleminin çözümü sürecinde ilköğretim matematik öğretmen adaylarının (n=19) modelleme yeterliliklerini incelemişlerdir. Araştırmacılar, modelleme sürecinde (Ferri, 2006, s. 87) tarafından kullanılan modelleme döngüsünün altı basamağını (Problemi anlama, Problemi sadeleştirme/planlama, Problemi matematikselleştirme, Matematiksel olarak çalışma, Yorumlama ve Doğrulama) dikkate almışlardır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının tüm ana yeterlikler bağlamında çalıştıklarını göstermiştir. Problemi anlama ve gerçekliğe dayalı model kurma yeterlikleri kapsamında öğretmen adayları gerçek yaşamlarından yola çıkarak varsayımlarda bulunmuşlar ve problemi basitleştirmekten ziyade ilgili bilgilere odaklanarak sadeleştirme yapmışlardır. Çalışmanın bulguları ayrıca öğretmen adaylarının değişkenler arasında doğru ilişkiler kurabildiklerini ve problemi daha küçük parçalara ayırarak matematiksel bilgiyi kullanabildiklerini göstermiştir. Buna karşın, öğretmen adaylarının gerçek durumdan matematiksel sonuçları yorumlama yeterlilikleri bağlamında zorlandıkları ve özel bir duruma ait çözümü genelleme yoluna gittikleri gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının çözümü doğrulama yeterlikleri bağlamında sıkıntı çekmedikleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının yeterlikler bağlamında gösterdikleri iyi performansı araştırmacılar, onların modelleme döngüsü hakkında daha önce bilgilendirilmelerine ve dokuz haftalık bir ders programı kapsamında deneyim kazanmalarına bağlamışlardır.

Ural (2014, s. 110) yaptığı çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının (n=38) matematiksel modelleme becerilerini incelemiştir. Çalışmasında (Berry ve Houston, 1995) tarafından ortaya konan matematiksel modelleme sürecini (problemi

anlama, değişkenleri seçme, matematiksel modeli oluşturma ve yorumlama) temel almıştır. Elde edilen bulgular çalışmaya katılan öğretmen adaylarının genel olarak modelleme sürecinde zorlandıklarını göstermiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının büyük bir kısmının (%72) özellikle modelleme sorularını anlamada zorluklar yaşadıklarını göstermiştir. Özellikle, problemin yanlış ya da eksik anlaşılması, öğretmen adaylarının problem içerisindeki değişkenleri belirlemede ve ayırt etmede zorlanmalarına sebep olduğu ifade edilmiştir. Değişkenlerin belirlenememesi ayrıca öğretmen adaylarının gerçek dünya problemini matematiksel olarak ifade etmelerine de engel olmuş dolayısıyla modelleme sürecindeki döngünün tamamlanamaması durumu ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının cebirsel ifadeleri kullanmamaları/kullanamamaları sınırlı düzeyde model oluşturmalarına ve bu modeli yorumlayıp genellemelerine engel olduğu belirlenmiştir.

Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan çalışmalara genel olarak bakıldığında katılımcıların modelleme düşüncelerinin araştırılması, belirli konuların öğretilmesinde modelleme sürecinin incelenmesi, modelleme süreci veya yeterliklerin incelenmesinde kontrol ve deney gruplarının karşılaştırılması üzerine yoğunlaşıldığı görülmektedir. Yapılan bu çalışmalar (Aydın-Güç, 2015, s. 8; Bal ve Doğanay, 2014, s. 1365; Bukova-Güzel, 2011, s. 19; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 187; Eraslan, 2012, s. 2953; Korkmaz, 2010, s. 3; Ural, 2014, s. 110; Şen-Zeytun, 2013, s. 147) incelendiğinde mevcut çalışmanın bu araştırmalarla benzerlikleri ve farklılıklarının olduğu söylenebilir. Aşağıda öncelikle çalışmanın diğer çalışmalarla olan benzerlikleri, ardından farklılıkları genel olarak açıklanacaktır.

Mevcut çalışma amaç kapsamında değerlendirildiğinde en çok (Aydın-Güç, 2015, s. 8) ve Şen-Zeytun'un (2013, s. 5) çalışmalarına benzerlik göstermektedir. Bu çalışmanın da amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini ve bu süreçlerde ne ölçüde matematiksel modelleme yeterliklerini gösterdiklerini incelemektir. Aydın-Güç (2015, s. 8) çalışmasında matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik düzenlenen bir öğrenme ortamının öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerine (içerdikleri alt-yeterlikler bağlamında ele alınarak) etkisini incelerken bu çalışmada böyle özel bir amaç gözetilmemiştir. Yani, öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi amaçlanmamıştır. Ancak, olası gelişim süreçlerinin izlenimi hedeflenmiştir. Buna karşın, (Aydın-Güç, 2015, s. 8) gibi modelleme yeterlikleri alt yeterliklere ayrılarak detaylı bir değerlendirme yapılmak istenmiştir. Şen-Zeytun da çalışmasında modelleme sürecini alt bileşenlere ayırarak süreci detaylı bir şekilde

resmetmeye çalışmıştır. Bu çalışma modelleme sürecini yakından takip ederek gösterilen ya da gösteril(e)meyen yeterlikleri belirlemeye çalışmıştır. Ayrıca, her ne kadar çalışmanın doğrudan amaçları arasında yer almasa da öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinin betimlenmesi kapsamında onların karşılaştıkları zorluklar da ifade edilmiştir. Yapılan bu çalışma da diğer çalışmalara benzer olarak modelleme sürecini aşamalar halinde incelemiştir. Ancak, çalışma kapsamında kullanılan modelleme döngüsü Lesh ve Doerr'un (2003, s. 17) kullandığı dört aşamadan (anlama, düzenleme, tahmin ve doğrulama) oluşmuştur.

Bu çalışmayı diğer çalışmalardan (Aydın-Güç, 2015, s. 8; Bal ve Doğanay, 2014, s. 1365; Bukova-Güzel, 2011, s. 19; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 187; Eraslan, 2012, s. 2953; Korkmaz, 2010, s. 3; Ural, 2014, s. 110; Şen-Zeytun, 2013, s. 5) ayıran en temel özellik çalışmanın doğrusal ilişkiler kapsamında tasarlanmış olmasıdır. Doğrusal ilişkilerin türüne göre, etkinliklerin yapısına göre ve modelleme sürecinin döngülerine göre ayrıştırılıp matematiksel modelleme kapsamında detaylı bir şekilde ele alındığı bir çalışma gerek ulusal gerekse uluslararası araştırmalar arasında mevcut değildir.

Ayrıca, matematiksel modelleme yeterliklerine yönelik ülkemizde yapılan çalışmalar oldukça sınırlıdır. Bu çalışma, bu açıdan bu boşluğu doldurmayı hedefleyerek literatüre katkıda bulunmayı amaçlamıştır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, katılımcılar, veri toplama tekniği ve araçları ve veri analizi ile ilişkili ayrıntılara yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada amaç öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini ve bu süreçlerde gösterilen matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemek ve detaylı bir şekilde analiz etmek olduğundan araştırmanın modeli durum çalışması olarak belirlenmiştir. Araştırmacı, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeyi hedeflememiş, ancak bu yeterliklerin problem çözme sürecinde ne ölçüde gösterilebildiğini resmetmek istediğinden durum çalışmasının daha uygun bir yöntem olduğuna karar vermiştir. Bu kapsamda, farklı yapıdaki problem türlerinin sorulduğu ortamlarda daha önce modelleme üzerine ders almamış öğretmen adaylarının hangi yeterlikleri ne ölçüde gösterebildikleri araştırmanın temel amacı olmuştur. Nitel durum çalışmasının en önemli özelliği (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 77), duruma ilişkin bir ya da birkaç etkenin ilgili durumu nasıl etkiledikleri ve bu durumdan nasıl etkilendikleri üzerine odaklanılarak derinlemesine araştırma yapmaktır. Bu çalışmada etkileyip-etkilemeyen değişkenler modelleme yeterlikleri ve etkilenip-etkilenmeyen değişkenler modelleme sürecidir.

Durum çalışmasının planlanmasını (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 281) sekiz başlıkta toplamıştır. Bunlar:

1. Araştırma sorularının geliştirilmesi
2. Araştırmanın alt problemlerinin geliştirilmesi
3. Analiz biriminin saptanması
4. Çalışılacak durumun belirlenmesi
5. Araştırmaya katılacak bireylerin seçimi
6. Verinin toplanması ve toplanan verinin alt problemlerle ilişkilendirilmesi
7. Verinin analiz edilmesi ve yorumlanması
8. Durum çalışmasının raporlaştırılması

Bu çalışmada araştırmacı, etkinliklerde katılımcı gözlemci olarak bulunmuştur. Gözlemsel durum çalışması olarak belirlenen araştırma modelinde araştırmacı, ortamda doğal bir şekilde var olan bir birimdir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 171). Katılımcı

gözlemci hem araştırmayı gözlemler hem de etkinlik sürecinde öğrencilerin yapmaya çalıştıklarını daha iyi anlayabilmek için katılımcılara sorular sorabilmektedir.

3.2. Çalışma Ortamı ve Katılımcılar

Bu çalışma 2014-2015 Bahar Döneminde Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında modelleme üzerine verilen 14 haftalık "Matematik Eğitiminde Problem Çözme Yaklaşımları" seçmeli dersi kapsamında yürütülmüştür. Dersi alan tüm öğretmen adayları ilköğretim matematik öğretmenliği programında okuyan 3. ve 4. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Çalışmada matematiksel modelleme sürecinin ve bilişsel modelleme yeterliklerinin derinlemesine analizi yapılacağından katılımcıların sayısı sınırlı tutulmuştur. Dersi seçen 38 öğretmen adayı kendi istekleri kapsamında 4-5 kişilik gruplara ayrılmış ve oluşan gruplar arasından (n=9) rastgele ve gönüllülük esasına dayanarak dört kişiden oluşan odak grup seçilmiştir.

Çalışmaya katılan odak grubun tamamı 3. sınıf öğrencileri olup daha önce matematiksel modelleme üzerine herhangi bir ders almamışlardır. Çalışmanın yapıldığı zaman itibariyle öğretmen adaylarının matematikle ilgili daha önce aldıkları dersler sırasıyla Genel Matematik, Soyut Matematik, Geometri, Analiz I-II-III, Lineer Cebir I-II ve Cebire Giriş'tir. Bu derslerin hiç birinde çalışma kapsamında benimsenen matematiksel modelleme yaklaşımı kullanılmamıştır. Ancak, bu dersler modelleme kapsamında kullanılabilecek temel matematiksel bilgi ve becerileri öğretmen adaylarına sunmaktadır.

Çalışmanın başında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterlik düzeylerinin belirlenmesine yönelik bir çalışma yapılmamıştır. Öğretmen adaylarının yeterlik düzeyleri her bir farklı yapı ve türdeki modelleme soruları kapsamında belirlenmeye çalışılmıştır.

Sınıf ortamının fiziksel açıdan yetersizliği ve sınıf mevcudunun fazla olması sebebiyle seçilen grup ayrı bir sınıf ortamında modelleme etkinliklerini yapmışlardır. Dolayısıyla, çalışma kapsamında gruplar arası etkileşim gerçekleşmemiş olup modelleme etkinlikleri kapsamında yapılan tartışmalar grup üyelerinin kendi aralarında yaptıkları görüşmelerle sınırlı kalmıştır.

3.3. Modelleme Etkinlikleri ve Veri Toplama Süreci

Çalışma kapsamında toplam 9 modelleme etkinliği kullanılmıştır (Bkz. Ek 8-16). Bu etkinliklerden üçü mevcut literatürden (Freeman, 2014, s. 121; Ferri, 2013, s. 21; Henning ve Keune, 2005, s. 1672) uyarlanırken biri (Yanik, Kurz ve Memis, 2014, s. 251) doğrudan alıntılanmıştır; diğer beş etkinlik de araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Tüm modelleme etkinlikleri (Lesh vd., 2000, s. 606)'nin belirttikleri ilkelere göre kontrol edilmiş (Bkz. Ek 6-7) ve ardından uzman görüşü alınarak kullanılmasına karar verilmiştir.

Modelleme etkinlikleri (ilk bölümde kapsamlı olarak anlatılmıştır) doğrusal ilişkilere yönelik üç farklı türde (T1-T2-T3) ve üç farklı yapıda (Y1-Y2-Y3) hazırlanmıştır. Her türe (tam doğrusal, parçalı doğrusal ve doğrusala yakın) ait etkinlikler belirsizlik düzeyleri giderek artan yapıda (T1Y1; T1Y2; T1Y3; T2Y1; T2Y2; T2Y3; T3Y1; T3Y2; T3Y3) düzenlenmiştir. Buradaki amaç öğretmen adaylarının farklı tür ve yapılardaki modelleme etkinliklerini çözerken hangi matematiksel yeterlikleri ne ölçüde gösterebildiklerini detaylı bir şekilde analiz etmektir.

Modelleme etkinliklerinin uygulanmasına geçilmeden önce tüm öğretmen adayları tez çalışması hakkında bilgilendirilip çalışmanın bir dönem boyunca devam edeceği ve sürecin video kaydına alınacağı söylenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının kimliklerinin gizli tutulacağı ve gerek duyulursa her biri için bir kod ismi kullanılacağı belirtilmiştir.

Her bir modelleme etkinliği için haftada yaklaşık üç ders saati ayrılmıştır (Bkz. Tablo 3.1). Bu zaman dilimi kesin olmayıp etkinliğe bağlı olarak değişebilmiştir. Bazı etkinlikler ikinci haftaya sarkmış olup öğretmen adayları etkinliği tamamladıktan sonra diğer etkinliğe geçilmiştir. Çalışmaya öncelikle tam doğrusal ilişkilere yönelik etkinliklerle (T1Y1, T1Y2, T1Y3) başlanmış olup sırasıyla parçalı doğrusal ve doğrusala yakın ilişkiler içeren etkinliklerle devam edilmiştir. Etkinlik öğretmen adaylarının tercihleri doğrultusunda önce bireysel okuma ve anlama; ardından grup içi tartışmalarla devam etmiştir.

Etkinliklerin yapılmasında, araştırmacı tarafından öğretmen adaylarınca kullanılması istenen özel bir yönerge hazırlanmamıştır. Ancak, araştırmacı öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri kapsamında düşüncelerini sesli olarak paylaşmalarını istemiş; yer yer onların düşüncelerini daha iyi anlamak için "Neyi amaçlıyorsunuz?"; "Ne yapmayı planlıyorsunuz?"; "Neden bunu yapıyorsunuz?" gibi sorular yöneltmiştir.

Veriler bu etkinlikler kapsamında yapılan video kayıtları, gözlemci notları ve her etkinlik sonunda öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerle toplanmıştır. Her bir video

kaydının, analizlerinin gerçekleştirilmesi amacıyla dökümleri yapılmıştır. Elde edilen bulgular etkinliklerin türlerine ve yapılarına göre analiz edilmek üzere sınıflandırılmıştır. Gözlemci notları özellikle, araştırmacının gözlem sırasında öğretmen adaylarının sergiledikleri ya da sergileyemedikleri matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Araştırmacı gözlem sırasında öğretmen adaylarının nerelerde zorlandıklarını ve hangi yeterliklerin eksikliğinin modelleme sürecinde öğretmen adaylarının zorlanmalarına sebep olduğunu ve hangi yeterliklerin birbirlerini olumlu ya da olumsuz yönde tetiklediğini not etmeye çalışmıştır.

Tablo 3.1. *Veri Toplama Araçlarının Uygulanma Sırası ve Süresi*

Sıra	Etkinlik adı	Süre (dk)	Doğrusal ilişki türü	Etkinlik yapısı
1. Etkinlik	Reklam Gideri ve Kâr	150	T1	Y1
1. Görüşme	Grup ile 1. Etkinliğin görüşülmesi	30		
2. Etkinlik	Su Harcama	150	T1	Y2
2. Görüşme	Grup ile 2. Etkinliğin görüşülmesi	30		
3. Etkinlik	Karşıdan Gelen Aracın Hızı Ne? *Freeman (2014, s. 121)'den uyarlanmıştır.*	150	T1	Y3
3. Görüşme	Grup ile 3. Etkinliğin görüşülmesi	30		
4. Etkinlik	Telefon Paketi Satın Alma *Ferri (2013, s. 21)'den uyarlanmıştır.*	150	T2	Y1
4. Görüşme	Grup ile 4. Etkinliğin görüşülmesi	30		
5. Etkinlik	Araç Satın Alma	150	T2	Y2
5. Görüşme	Grup ile 5. Etkinliğin görüşülmesi	30		
6. Etkinlik	Alarm Sistemleri *Henning ve Keune (2005, s. 1672)'den uyarlanmıştır*.	150	T2	Y3
6. Görüşme	Grup ile 6. Etkinliğin görüşülmesi	30		
7. Etkinlik	Depremde Enlemi Boylamı Bulma	270	T3	Y1
7. Görüşme	Grup ile 7. Etkinliğin görüşülmesi	30		
8. Etkinlik	Emlakçı Fiyat Listesi	330	T3	Y2
8. Görüşme	Grup ile 8. Etkinliğin görüşülmesi	30		
9. Etkinlik	Eski İnsanların Boyu *Yanik, Kurz ve Memis (2014, s. 251)'den alınmıştır.*	330	T3	Y3
9.Görüşme	Grup ile 9. Etkinliğin görüşülmesi	15		

Yapılan her bir modelleme etkinliğinin sonunda elde edilen verilerin daha belirgin hale getirilmesi amacıyla grup ile yarı yapılandırılmış görüşmeler (görüşme soruları için Bkz. Ek-4) yapılmıştır. Görüşmeler kapsamında araştırmacı öğretmen adaylarından genel olarak, modelleme sürecini yeniden düşünerek değerlendirmelerini istemiştir. Öğretmen

adaylarına özellikle modelleme sürecine yönelik açık uçlu sorular (Problemi anlayabildiniz mi?; Aklınıza gelen ilk çözüm yolu neydi?; Nasıl bir plan yaptınız?; Planınız işe yaradı mı?; Neden böyle yaptınız?; Modeliniz sizce doğru mu?) yöneltilmiş ve elde edilen yanıtlar gözlem bulguları ile karşılaştırılmak amacıyla ses kaydına alınıp analizleri yapılmak üzere dökümleri yapılmıştır. Her bir görüşme yaklaşık 30 dakika sürmüştür.

3.4. Veri Analizi

Veri analizi, görüşme dökümlerini, saha notlarını daha iyi anlamayı ve başkalarına daha kolay anlatmayı sağlayan, tüm verilerin sistematik bir biçimde düzenlemesi ve rapor haline getirilmesi işidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 221). Toplanan nitel veriler betimsel analiz ve içerik analizine tabi tutulmuştur. Betimsel analizde amaç toplanan verileri düzenleyip yorumlayarak okuyucuya sunmaktır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının modelleme süreçleri her bir tür ve yapıdaki modelleme etkinlikleri çerçevesinde ve (Lesh ve Doerr, 2003, 17) tarafından ifade edilen dört modelleme adımı (anlama, düzenleme, tahmin, doğrulama) kapsamında sistematik olarak betimlenmiştir. Ardından bu betimlemeler yorumlanmış ve neden-sonuç ilişkileri derinlemesine irdelenip sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 224).

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde gösterdikleri yeterliklerin analizi aşamasında ise içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizinde amaç toplanan verilerin açıklanabileceği kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 227). Verilerin içerik analizinin yapılması, verilerin aynı anlamı veren bölümlerine aynı sözcük, cümle veya paragraf ile isimler verilerek kodlama yapılması sürecidir. Kodlama süreci ise elde edilen verilerin kısımlara ayrılmasını, bu kısımların incelenip karşılaştırılmasını, kavramsallaştırılmasını ve kısımların bu kavramlar aracılığıyla ilişkilendirilmesini içermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 227). Bu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini ve bu süreçlerde gösterilen matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemek olduğundan öncelikle literatürden (Maass, 2006, s. 116; Biccard 2010, s. 214-261) yararlanarak bilişsel yeterlikler ve alt bileşenleri düzenlenmiş, düzenlenen bu yeterlikler ve bu yeterliklerin alt bileşenleri içerik analizinin kodlama anahtarını oluşturmuştur (Bkz. Tablo 3.2). Ardından bu yeterliklerin alt bileşenleri (alt yeterlikler), araştırmacı tarafından hazırlanan "Analitik Dereceli Puanlama Ölçeği" (Bkz. EK-5) kullanılarak değerlendirilmiştir.

Tablo 3.2. *Modellemenin Adımlarında Üst (ÜY) ve Alt Yeterliklere (AY) Ait Tema*

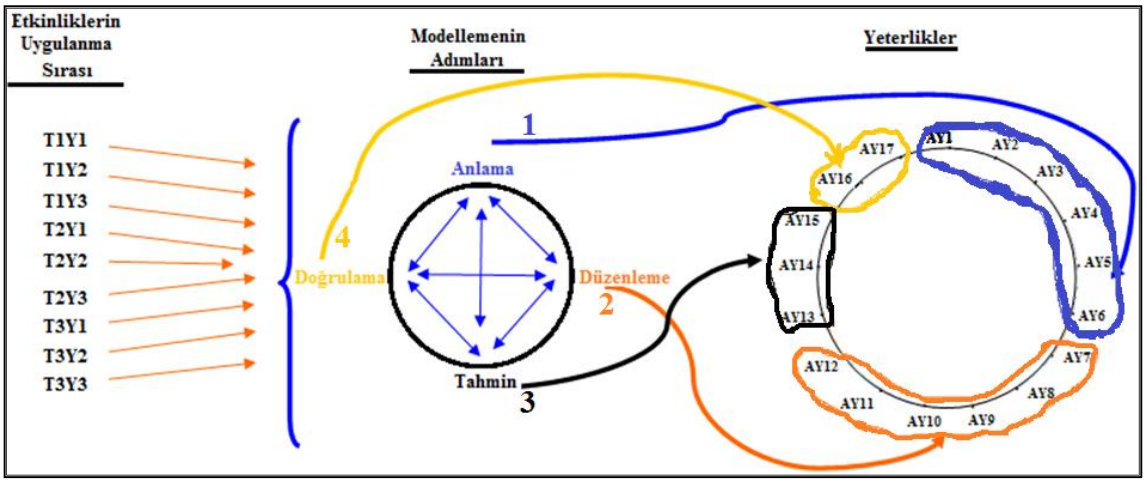
1. Adım: Anlama	**ÜY1. Anlama yeterliği** AY1. Görevin hedef veya amaçlarını belirtme AY2. Görevi benzetim veya temsillerle açıklama
	ÜY1. Basitleştirme yeterliği AY3. Stratejik öğeleri ayırt etme AY4. Problemin karmaşık yapısını basitleştirme
	ÜY1. Değişkenleri belirleme yeterliği AY5. Değişkenleri belirleme
	ÜY1. Örüntüleri fark etme yeterliği AY6. Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme
2. Adım: Düzenleme	**ÜY1. Matematikleştirme yeterliği** AY7. Tahminler ve stratejiler üretme AY8. Matematiksel bir ilk model ortaya koyma
	ÜY1. Buluşsal stratejiler kullanma yeterliği AY9. Matematiksel ifadeleri düzenleme AY10. Problemi parçalara bölmek AY11. Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme
	ÜY1. Matematiği kullanma yeterliği AY12. Matematiksel bilgiyi kullanma
3. Adım: Tahmin	**ÜY1. Yorumlama yeterliği** AY13. Çözümün yorumlanması AY14. Sonuçların yorumlanması
	ÜY2. Genelleme yeterliği AY15. Genelleme
4. Adım: Doğrulama	**ÜY1. Doğrulama yeterliği** AY16. Doğrulamalar yapma
	ÜY1. Modeli revize etme yeterliği AY17. Modeli revize etme

Bu ölçeğin hazırlanmasında, toplanan verilerin tamamını açıklayabilecek şekilde düzeylerin oluşturulmasına dikkat edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 227). Bu sebeple, modelleme sürecini ilerletebilecek şekilde yeterliğin gösterilemediği veya yanlış kullanıldığı durumlar "0" puan olarak değerlendirilmiştir. Yeterliğin hiç kullanılmadığı durumlar "Yok (Y)" olarak değerlendirilmiştir. Yeterliğin kısmen gösterilebildiği (tam gösterilemediği) durumlar "1" ve yeterliğin tam gösterilebildiği durumlar ise "2" olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçleri ve bu süreçlerde gösterdikleri yeterlik durumları bireysel olarak değil, grup olarak değerlendirilmiştir. Grup ortamı bir öğrenme ortamı oluşturduğundan gruptaki katılımcıların kendi aralarındaki tartışmaları ve konuşmaları bir bütün olarak ele alınarak kodlamalar bu çerçevede gerçekleştirilmiştir.

Verilerin analizinde takip edilen sıralama öncelikle etkinliklerin doğrusal ilişki türüne göre (Tam Doğrusal-T1, Parçalı Doğrusal-T2, Doğrusala Yakın-T3), ardından yapısına göre (Yapı1-Y1, Yapı2-Y2, Yapı3-Y3), daha sonra modellemenin dört adımına

(Anlama, Düzenleme, Tahmin, Doğrulama) göre, oluşan döngülere (1. Döngü, 2. Döngü, …) göre ve son olarak da alt yeterliklere (Alt Yeterlik1-AY1, Alt Yeterlik2-AY2, …) göre gerçekleştirilmiştir (Bkz. Şekil 3.1).



Şekil 3.1. *Etkinliklerin Uygulanmasında ve Analizinde Takip Edilen Sıra ve Yön*

Bir etkinlikten verilerin elde edilmesinde ve analizinde öncelikle video kayıtları izlenerek modellemenin adımlarına ve oluşan döngülere göre modelleme süreci betimlenmiştir. Ardından oluşturulan tema çerçevesinde kodlanan alt yeterlikler modellemede oluşan döngülere ve modellemenin adımlarına göre ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Alt yeterlikler, oluşturulan "Analitik Dereceli Puanlama Ölçeği" (Bkz. EK-5) kullanılarak ayrı ayrı döngülere göre modellemenin adımları için değerlendirilmiştir. Herhangi bir veri kaybı olmaması için video kayıtlarının anlaşılamadığı durumlarda ses kayıtlarından yararlanılmıştır. Video kayıtlarından verilerin toplanması ve analizi esnasında eş zamanlı olarak öğretmen adaylarının çalışma kağıtları, görüşme kayıtları ve gözlem notları değerlendirilerek video kayıtlarından elde edilen veriler ile entegre edilmiştir.

Bulgular ve yorum kısmında öğretmen adaylarının modelleme süreçleri ve bu süreçlerde gösterdikleri bilişsel yeterlikler anlatıldıktan sonra doğrusal ilişki türüne (T1, T2, T3) göre bilişsel yeterlikler değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmenin sistematik bir şekilde yapılabilmesi için yeterliklerden elde edilen puanlar kullanılarak oluşan "Etkinlik Toplam Puanları", "Birinci Döngü Toplam Puanları" ve "İkinci Döngü Toplam Puanları" karşılaştırılmıştır. Bu toplam puanların; "Tüm (17) yeterliklere göre", "Gösterilen yeterliklere göre" ve "AY8+AY15 toplam puanına göre" yüzdeleri hesaplanmış ve bu

yüzdelere göre karşılaştırmaları yapılmıştır. Ayrıca "Gösterilen yeterliklerin sayısına göre" de karşılaştırma yapılmıştır (Bkz. Tablo 3.3).

Tablo 3.3. *Yeterliklerin Analizinde İzlenen Sıralama (1, 2, …, 12)*

Baz Alınan Yeterlikler	**Karşılaştırılan Puanın Nereye Ait Olduğu**		
	Etkinlik Puanı	**Birinci Döngü Puanı**	**İkinci Döngü Puanı**
Tüm (17) Yeterliklere Göre	1. analiz	3. analiz	5. analiz
Sadece Kullanılan Yeterliklere Göre	2. analiz	4. analiz	6. analiz
Kullanılan Yeterliklerin Sayısına Göre	7. analiz	8. analiz	9. analiz
AY8+AY15 Toplam Puanına Göre	10. analiz	11. analiz	12. analiz

Bilişsel yeterliklere ait bulgular ve yorumlar Tablo 3.3'teki 1. analiz, 2. analiz, …,12. analiz sıralamasına göre yapılmıştır. Bu 12 madde ve açıklamaları aşağıda verilmiştir. Bu maddeler altında hangi yeterliklerin neye göre karşılaştırıldığı, karşılaştırmadaki amaç ve yeterliklerin karşılaştırılmasında kullanılan yüzdelerin hesaplanmasının nasıl yapıldığı anlatılmıştır. Tüm etkinliklerin değerlendirilmesinde kullanılan ortak değerlendirme kriterleri döngü sayısına göre değişiklik göstermektedir (Bkz. Tablo 3.4).

Tablo 3.4. *Ortak Puan ve Hesaplamalar*

1 yeterlikten alınabilecek en yüksek puan	2
1 yeterlikten ***etkinlikte*** alınabilecek en yüksek puan	Döngü sayısı·2
Araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre ***1 etkinlikten*** alınabilecek en yüksek puan	17·(Döngü sayısı·2)
Gösterilen yeterliklere göre ***1 etkinlikten*** alınabilecek en yüksek puan	Gösterilen yeterlik sayısı·(Döngü sayısı·2)

1. ***Tüm (17) yeterliklere göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterlikler (17 alt yeterlik) temel alınarak farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen puanlar toplamının karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.2). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen toplam puanın, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak tüm yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir.

$$17\ yeterliğe\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$
$$= (\frac{Etkinlik\ Puanı}{17 \cdot Döngü\ sayısı \cdot 2}) \cdot 100$$

2. ***Gösterilen yeterliklere göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda öğretmen adaylarının etkinliklerde gösterdikleri yeterlikler temel alınarak toplam etkinlik puanlarının farklı yapılara göre karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılarda gösterilen yeterlik başına düşen ortalama puana göre bir yorum sunabilmektir.

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$
$$= \left(\frac{Etkinlik\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot (Döngü\ sayısı \cdot 2)}\right) \cdot 100$$

3. ***Tüm yeterliklere göre 1. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) temel alınarak karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir.

$$17\ yeterliğe\ göre\ 1.döngüdeki\ toplam\ puanın\ yüzdesi$$
$$= \left(\frac{1.Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100$$

4. ***Gösterilen yeterliklere göre 1. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki puanlar toplamı gösterilen yeterlikler temel alınarak karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç kullanılan alt yeterlikler temel alındığında, etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen puanların ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir.

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 1.döngüdeki\ toplam\ puanın\ yüzdesi = (\frac{1.Döngü\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}) \cdot 100$$

5. ***Tüm yeterliklere göre 2. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) temel alınarak karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir.

$$17\ yeterliğe\ göre\ 2.döngü\ toplam\ puan\ yüzdesi = (\frac{2.Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}) \cdot 100$$

6. ***Gösterilen yeterliklere göre 2. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda her etkinliğin 1. döngüsünde gösterilen puanlar toplamı gösterilen yeterlikler temel alınarak karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç gösterilen yeterlikler temel alındığında, etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen puanların ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir.

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 2.döngü\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi = (\frac{Etkinlik\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}) \cdot 100$$

7. ***Gösterilen yeterliklerin sayısına göre etkinliklerin karşılaştırılması:*** Bu kısımda etkinliklerde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.

8. ***Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 1. döngülerin karşılaştırılması:*** Bu kısımda etkinliklerin 1. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayısı karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) 1. döngülerde

gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.

9. ***Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 2. döngülerin karşılaştırılması:*** Bu kısımda etkinliklerin 2. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayısı karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde 2. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.

10. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda, farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen AY8 (matematiksel ilk model) ve AY15 (genel model) yeterlik puanlarının toplamı dört madde altında (a, b, c, d) karşılaştırılarak yorumlanmaya çalışılmıştır. Karşılaştırılması yapılan maddeler altında gerekli açıklamalar verilmiştir. Karşılaştırılması yapılacak AY8+AY15 toplamının yüzdesinin hesaplanmasında en yüksek puanlar toplamı *her döngü için* 2 puan olmaktadır (örnek olarak 2 döngüde gerçekleşen bir etkinlikten AY8+AY15 için en çok 8 puan alınabilmektedir). Yüzde hesaplaması şöyle formüle edilebilir:

$$AY8 \; ve \; AY15 \; puanlar \; toplamının \; yüzdesi = \left(\frac{AY8 \; puan \; toplamı + AY15 \; puan \; toplamı}{AY8 + AY15 \; için \; alıbilecek \; en \; yüksek \; puanlar \; toplamı}\right) \cdot 100$$

a) Bu madde altında AY8+AY15 puan toplamının etkinlikte gerçekleşen döngüye göre alınabilecek en yüksek AY8+AY15 puan toplamı temel alınarak yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzdeler ile gösterilen alt yeterliklerden elde edilen toplam yeterlik puanı yüzdeleri farklı yapılar için karşılaştırılıp yorumlanmaya çalışılmıştır.

b) Bu madde altında AY8 ve AY15 toplamı ile araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre ve etkinliklerde gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanları toplamının karşılaştırılması bir grafik üzerinde yapılarak yorumlanmaya çalışılmıştır.

c) Bu madde altında farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen yeterlik sayıları ile AY8+AY15 puanlar toplamındaki artış ve azalışlara göre yorumlama yapılmıştır.

d) Bu madde altında AY8 ve AY15 alt yeterliklerin farklı yapılardaki etkinliklerde niçin tam gösterildiği, kısmen gösterildiği veya gösterilemediği hakkında genel yorumlamalar yapılmıştır.

11. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 1. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 1. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan temel alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç 1. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 1. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{1.döngü\ AY8\ puanı + 1.döngü\ AY15\ puanı}{1.döngüde\ AY8 + AY15\ için\ alınabilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

12. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 2. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 2. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan temel alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç 2. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 2. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{2.döngü\ AY8\ puanı + 2.döngü\ AY15\ puanı}{2.döngüde\ AY8 + AY15\ için\ alınabilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde, araştırma soruları kapsamında elde edilen bulgulara ve bu bulgular doğrultusunda yapılan yorumlara yer verilmiştir.

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının doğrusal ilişkiler kapsamında tam doğrusal, parçalı doğrusal ve doğrusala yakın ilişkileri modelleme süreçleri ve bu süreçlerde gösterdikleri bilişsel yeterlikler incelenmiştir. Bu amaçla, doğrusal ilişkileri içeren üç farklı tür (T1:Tam doğrusal; T2;Parçalı doğrusal; T3:Doğrusala yakın) belirlenmiş ve her bir türe ait farklı yapılarda (Y1:Belirsizlik en az veya veriler açık verilmiş; Y2:Verilerin kullanılabilmesi için verilerde dönüşümün yapılması gerekli; Y3:Belirsizlik en üst seviyede veya veri hiç yok ve oluşturulmalı) belirsizlik durumu giderek artan üçer adet alt modelleme etkinliği (T1Y1; T1Y2; T1Y3; T2Y1; T2Y2; T2Y3; T3Y1; T3Y2; T3Y3) hazırlanmıştır. Öğretmen adaylarının bu problemleri modelleme süreçleri ve bu süreçlerde gösterdikleri bilişsel yeterliklerinin doğrusal ilişki türü ve yapılarına göre dağılımı ve değişimi belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğretmen adaylarının modelleme süreçleri daha önce açıklanan (Lesh ve Doerr, 2003, s. 17) tarafından belirtilen dört adımda (1. Anlama, 2. Düzenleme, 3. Tahmin ve 4. Doğrulama) değerlendirilirken; modelleme sürecinde gösterilen bilişsel yeterlikler (Maass, 2006, s. 116-117)'nın aktarımıyla Blum ve Kaiser tarafından belirtilen modelleme yeterlikleri çerçevesinde incelenmiştir. Öğretmen adaylarının modelleme süreçleri aşağıda detaylı olarak anlatılırken modellemenin adımlarında ve döngülerinde gösterdikleri yeterliklere ait puanlar Tablo 4.1'de özetlenmiştir.

Tablo 4.1. *Etkinliklerde Öğretmen Adaylarının Göstermiş Olduğu Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

TÜR	YAPI	DÖNGÜ	ANLAMA						DÜZENLEME						TAHMİN			DOĞRULAMA		TOPLAM PUAN
			ÜY1		ÜY2		ÜY3	ÜY4	ÜY1		ÜY2			ÜY3	ÜY1		ÜY2	ÜY1	ÜY2	
			AY1	AY2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY8	AY9	AY10	AY11	AY12	AY13	AY14	AY15	AY16	AY17	
T D (T1)	Y1	1	2	Y	Y	Y	1	1	1	1	Y	Y	Y	1	Y	Y	1	1	Y	9
		2	2	Y	Y	Y	2	2	2	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	2	16
	Y2	1	2	Y	1	0	1	1	1	Y	Y	Y	Y	0	Y	Y	Y	Y	Y	6
		2	Y	Y	2	2	2	2	2	2	2	Y	Y	2	Y	0	Y	0	Y	16
	Y3	1	1	1	0	1	0	0	0	Y	Y	Y	Y	0	Y	Y	Y	2	Y	5
		2	2	2	2	2	2	2	2	2	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	1	Y	21
P D (T2)	Y1	1	1	Y	1	Y	2	Y	1	Y	0	Y	Y	1	Y	1	Y	1	Y	8
		2	Y	Y	Y	Y	2	2	2	2	Y	Y	Y	2	Y	2	Y	1	Y	13
	Y2	1	2	Y	2	1	1	2	1	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	Y	Y	Y	11
		2	1	Y	Y	Y	2	2	2	1	Y	Y	Y	2	Y	2	2	1	2	17
	Y3	1	Y	Y	Y	Y	1	1	1	Y	Y	Y	Y	0	Y	1	Y	Y	Y	4
		2	Y	Y	Y	2	1	2	2	Y	Y	2	Y	2	Y	2	1	Y	Y	14
D. Y (T3)	Y1	1	2	Y	Y	2	2	Y	Y	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	Y	Y	Y	8
		2	2	Y	Y	Y	2	2	2	0	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	Y	14
	Y2	1	2	Y	Y	2	2	2	2	2	2	Y	Y	2	Y	Y	Y	2	Y	18
		2	Y	Y	Y	Y	Y	Y	2	2	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	2	12
	Y3	1	2	Y	Y	2	2	Y	1	1	2	2	2	1	Y	Y	Y	2	Y	17
		2	Y	Y	Y	Y	Y	2	2	2	Y	2	Y	2	Y	Y	2	2	Y	14

0:Yeterliği hiç gösterememiştir; 1:Yeterliği kısmen gösterebilmiştir; 2:Yeterliği tamamen gösterebilmiştir; Y:Yeterliği kullanmamıştır.
ÜY1:Anlama; ÜY2:Basitleştirme; ÜY3:Değişkenleri belirleme; ÜY4:Örüntüleri fark etme; ÜY5:Matematikleştirme; ÜY6:Buluşsal stratejiler kullanma; ÜY7:Matematiği kullanma; ÜY8:Yorumlama; ÜY9:Genelleme; ÜY10:Doğrulama; ÜY11:Modeli revize etme
AY1:Görevin hedef veya amaçlarını belirtme; AY2:Görevi benzetim veya temsillerle açıklama; AY3:Stratejik öğeleri ayırt etme; AY4:Problemin karmaşık yapısını basitleştirme; AY5:Değişkenleri belirleme; AY6:Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme; AY7:Tahminler ve stratejiler üretme; AY8:Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; AY9:Matematiksel ifadeleri düzenleme; AY10:Problemi parçalara bölme; AY11:Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme; AY12:Matematiksel bilgiyi kullanma; AY13:Çözümün yorumlanması; AY14:Sonuçların yorumlanması; AY15:Genelleme; AY16:Doğrulamalar yapma; AY17:Modeli revize etme

4.1. Öğretmen Adaylarının Tam Doğrusal İlişkileri Modellenme Süreçleri

Bu bölümde öğretmen adaylarının T1Y1, T1Y2 ve T1Y3 etkinlikleri kapsamındaki modelleme süreçleri ele alınmıştır. İlk olarak öğretmen adaylarının

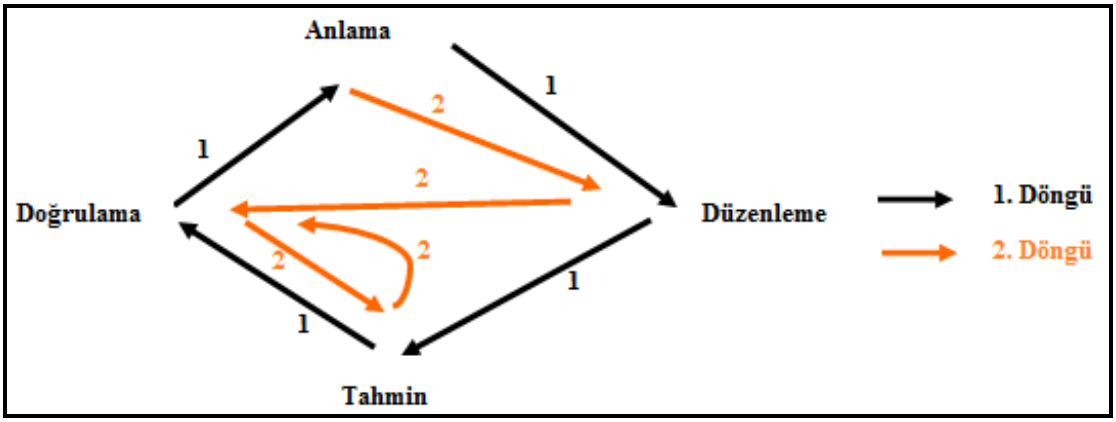
modelleme süreçlerinin genel bir değerlendirilmesi yapılmış; ardından modellemenin adımları (anlama; düzenleme; tahmin; doğrulama) detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Daha sonra, öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde gösterdikleri yeterliklere yer verilmiştir.

4.1.1. T1Y1 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T1Y1 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.1.1.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Öğretmen adaylarının tam doğrusal ilişkilere yönelik yapılan ilk etkinliği (Bkz. Ek-8) incelendiğinde modelleme sürecini iki döngüde tamamladıkları görülmüştür (Bkz. Şekil 4.1). İlk modelleme döngüsünde, öğretmen adaylarının problemi tam olarak anlamadan düzenleme adımına geçtikleri gözlenmiştir. Öğretmen adayları ilk döngünün sonunda elde ettikleri modelin problemin amacıyla örtüşmediğini fark etmeleri sonucunda tekrar modelleme sürecinin ilk adımına dönmüşlerdir. Aşağıda, bu süreç detaylı bir şekilde anlatılmıştır.



Şekil 4.1. *T1Y1 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.1.1.1.1. *Anlama adımı*

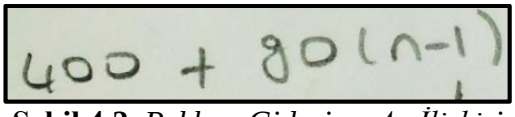
Bu adımda, öğretmen adaylarının problem durumunu inceleyerek (Bkz. Ek-8) anlamaları beklenmektedir. Bu etkinlikte görev, verilen 13 aylık reklam gideri ve kâra ait

verilerin kullanılarak öncelikle bu firmanın reklam gideri ile elde edilen kârı arasındaki ilişkiyi ortaya koymak; ardından firmanın 5 yıl içerisinde elde edeceği kârı hesaplamalarına yardımcı olacak bir model geliştirmektir.

Öğretmen adayları ilk olarak bu problem ile karşılaştıklarında herhangi bir zaman kısıtlaması olmamasına rağmen hızlı bir şekilde problem metnini okuyup ardından tablodaki verileri incelemeye başladıkları gözlenmiştir. Öğretmen adayları ile daha sonra yapılan görüşmelerde bu davranışlarının nedeni sorulduğunda genellikle tablo halinde verilen sorularda tablodaki sayılar arasında bir ilişki/örüntü olduğunu düşünüp kendilerinin bu ilişkiyi bularak soruyu çözebileceklerini düşündüklerini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının bu davranışı, onların, temsilleri temel alarak problem çözümleri ile ilgili önsezilerine göre hareket ettikleri düşüncesini akla getirmektedir. Problem üzerinde yaptıkları ilk tartışmalar sonucunda öğretmen adayları reklam giderleri ile elde edilen kâr arasında bir ilişki bulmak yerine ilk olarak reklam gideri sütununa odaklandıkları ve reklam giderleri arasında bir ilişki kurmaya çalıştıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adayları problemde belirtilen görevden uzaklaşarak farklı bir amaç doğrultusunda problem çözme sürecine başlamışlardır. Bu başlangıç dolayısıyla diğer modelleme adımlarını da etkilemiştir.

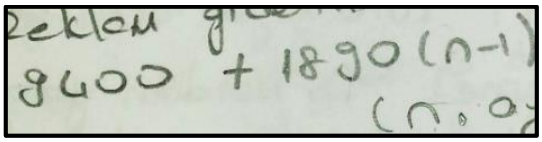
4.1.1.1.2. *Düzenleme adımı*

Bu adımda, öğretmen adayları belirledikleri amaç doğrultusunda problem durumunun çözümüne yönelik işlemler yaparak ilk modelin kurulması çalışmalarına başlamışlardır. İlk olarak, "reklam giderleri" sütununu inceleyerek giderler arasında artış miktarının "90" olduğunu fark etmişlerdir. Buradan hareketle "n" ay olmak üzere ilk aydaki reklam gideri masrafını (400) kullanarak reklam gideri ile ay arasındaki ilişkiyi yazmışlardır (Bkz. Şekil 4.2).



Şekil 4.2. *Reklam Gideri ve Ay İlişkisi*

Öğretmen adayları daha sonra elde edilen kârın ay değişkenine bağlı ilişkisini benzer biçimde yazmışlardır (Bkz. Şekil 4.3).



Şekil 4.3. *Kâr ve Ay Değişkeni İlişkisi*

Öğretmen adayları geliştirdikleri modellerinin doğruluğunu veri tablosundaki bazı ay değerleri için gösterdiklerinde soruyu çözdüklerini ifade etmişlerdir. Sonrasında katılımcılardan biri soruyu tekrar okuyarak aslında öncelikle elde edilen kâr ile reklam gideri arasında bir ilişki bulmaları gerektiğini ifade etmiştir. Aşağıdaki diyalog katılımcılar arasında geçen bu anı göstermektedir:

ÖA1 : Reklam ile kâr arasındaki bağlantıyı da istiyormuş!

ÖA2 : Sadece onu bulmamışız onu da bulalım.

ÖA3 : İlk sorulan soruyu atlamışız.

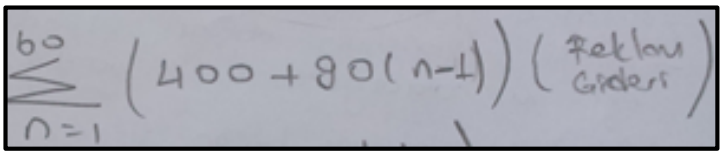
ÖA1 : Onlar arasındaki ilişki de eğimden gelecek gibi geliyor bana.

ÖA4 : Aradaki farkların oranı 1890/90, 21 çıkıyor oradan bir şey bulmamız lazım.

Öğretmen adayları arasında geçen diyalog incelendiğinde problem durumu ile anlaşılan arasında farklılıkların olduğu; buna karşın henüz soruyu yanlış anladıklarının farkında olmadıkları görülmüştür. Öğretmen adayları yanlış anladıkları problem durumuna ek olarak problem durumunda kendilerinden ayrıca "reklam ile kâr" arasında bir ilişki bulmaları gerektiğini düşünmüşler ve problem durumunu tekrar okuyup anlamaya çalışmışlardır. Bu aşamadan itibaren öğretmen adaylarının modelleme döngüleri yeniden başlamıştır.

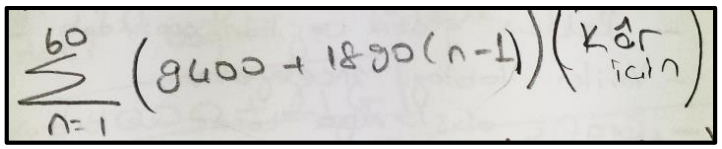
4.1.1.1.3. *Tahmin adımı*

Problemi tekrar okuduktan sonra ne yapmaları gerektiğini anlayan öğretmen adayları kendilerinden asıl istenen modelleri geliştirmek için yola çıkarak 5 yılın sonundaki toplam reklam giderinin ne kadar olacağını araştırmaya koyulmuşlardır. Öğretmen adayları "istediğimiz aya kadar olan toplam gideri elde edebilmemiz için birinci aydan istediğimiz aya kadar toplam sembolünde yazmalıyız" diyerek ilk geliştirdikleri reklam gideri ve ay arasındaki ilişkiyi kullanarak aşağıdaki matematiksel ifadeyi yazmışlardır (Bkz. Şekil 4.4).



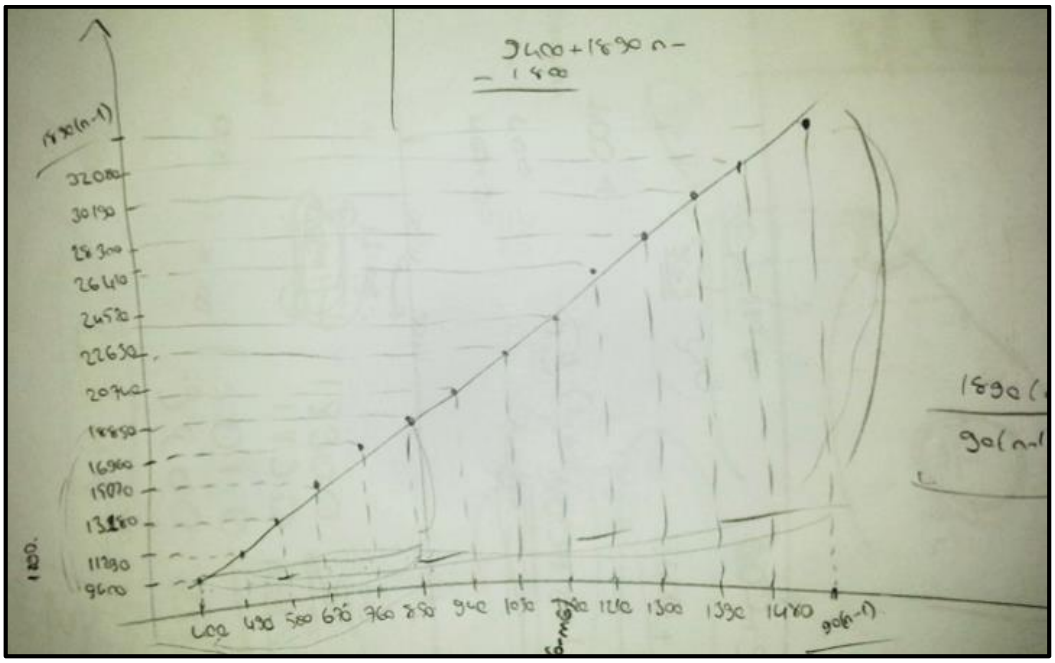
Şekil 4.4. *Beş Yıldaki Toplam Gider ile Ay Arasındaki İlişki*

Öğretmen adayları beş yıllık reklam giderlerini bulduktan sonra benzer bir ilişkinin elde edilen beş yıllık kâr arasında olup olmadığını araştırmaya başlamışlardır. Beş yıllık toplam reklam giderini buldukları gibi toplam kârı da bu zaman dilimi için göstermişlerdir (Bkz. Şekil 4.5).



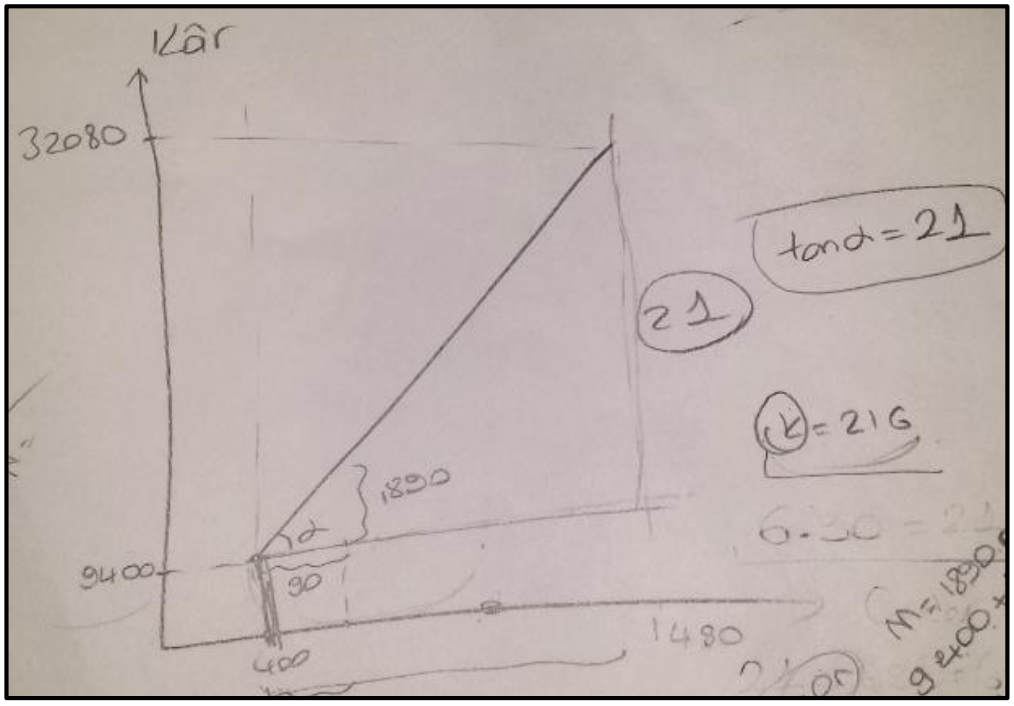
Şekil 4.5. *Beş Yıldaki Toplam Kâr ile Ay Arasındaki İlişki*

Katılımcılar bundan sonra kâr ve reklam gideri arasındaki ilişkiyi oluşturmaya yönelerek bunu bir grafik yardımıyla gösterebileceklerini ifade etmişlerdir. Bununla birlikte, grafik çizimine geçmeden önce öğretmen adayları tablodaki verilerin koordinat sistemi üzerinde nasıl bir grafik (doğrusal ya da eğrisel) oluşturacağını öngörmekte zorlanmışlardır. Kendi aralarında yaptıkları tartışmalar sonucunda hem giderlerin hem de kârların artış miktarlarının sabit olduğunu ifade ederek doğrusal bir grafik elde edebileceklerini tahmin etmişlerdir. Bu öngörüden sonra öğretmen adayları tablodaki verileri koordinat sistemi üzerine aktarmışlar ve bunun sonucu olarak doğrusal bir grafik elde etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.6). Ardından, grafiğin eğimini ve denklemini buldukları takdirde bu iki değişken arasındaki ilişkiyi kurabileceklerini ifade etmişlerdir.



Şekil 4.6. *Reklam Gideri ve Elde Edilen Kâr Verilerinin Koordinat Sisteminde Gösterilmesi*

Öğretmen adayları verileri koordinat sistemine aktarmalarıyla oluşan doğrusal grafiğin denklemini nasıl ifade etmeleri gerektiğini öncelikle aralarında tartışmışlardır. Katılımcılardan bir tanesi doğrunun eğimini "tanjant" ile bulabileceklerini ifade ederek eğimin 21 olduğunu bulmuştur (Bkz. Şekil 4.7).

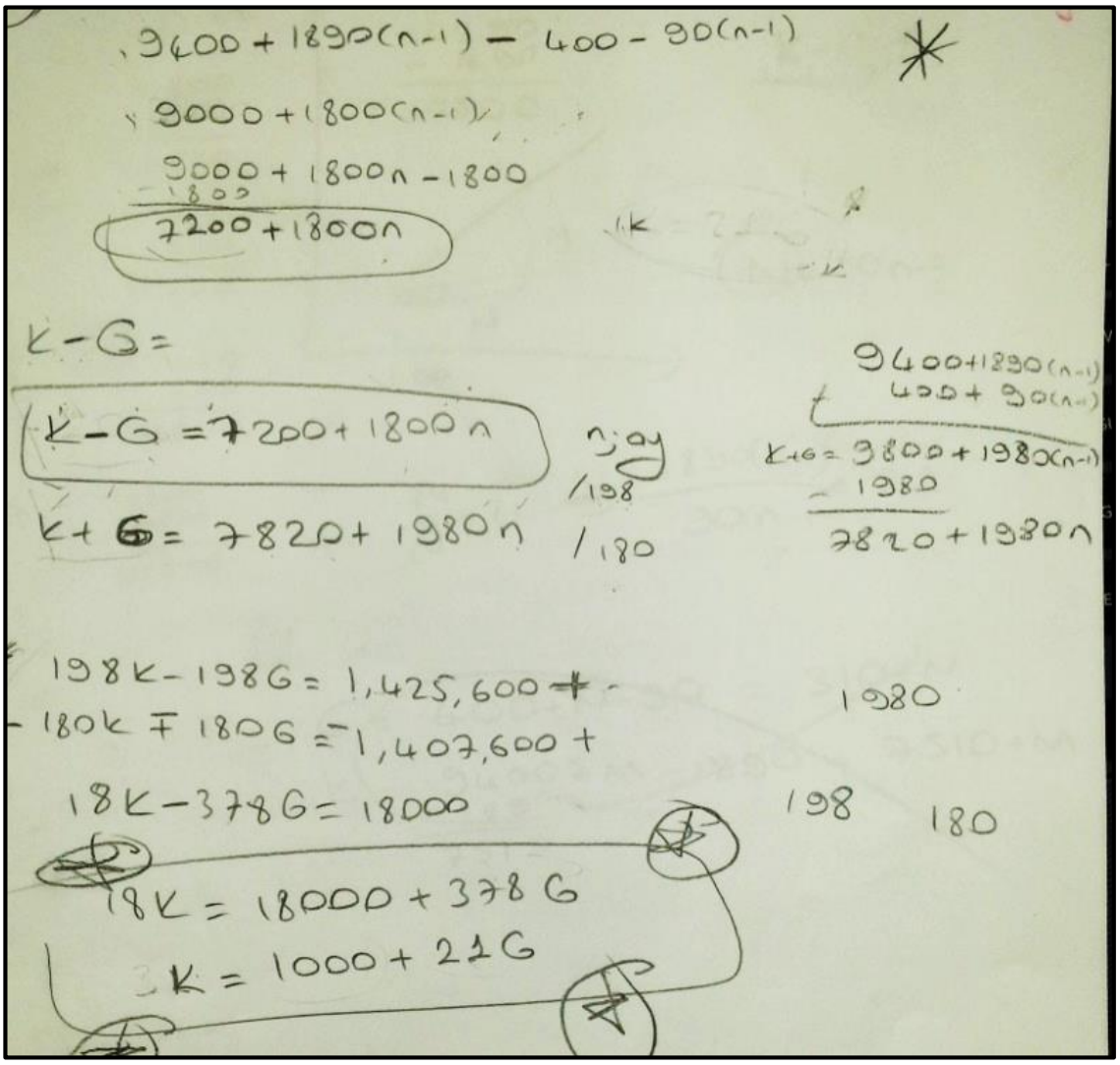


Şekil 4.7. *Kâr ve Reklam Gideri Verilerinin Kullanılarak Eğimin Hesaplanması*

Eğimi bulduktan sonra değişkenler arasında bir model geliştirmekte zorlanan öğretmen adayları buldukları eğimi kullanarak grafiğin denklemini oluşturamamışlardır. Öğretmen adaylarına daha sonra eğimi (21) kullanarak niçin model oluşturmadıkları sorulduğunda "21'i nerede kullanacağımızı bilemedik" şeklinde yanıt vermişlerdir. Öğretmen adayları bunun yerine toplam sembolü ile ifade ettikleri K (kâr), G (reklam gideri) ve n (ay) olmak üzere;

$$K=9400+1890\cdot(n-1) \text{ ve } G=400+90\cdot(n-1)$$

için K-G ve K+G denklemlerini oluşturup bu denklemlerdeki "n (ay)" bilinmeyenini yok ederek K'nın G'ye bağlı ilişkisini bulmaya çalışmışlardır (Bkz. Şekil 4.8).



Şekil 4.8. *Kâr ve Gider Arasındaki İlişkinin Hesaplanması*

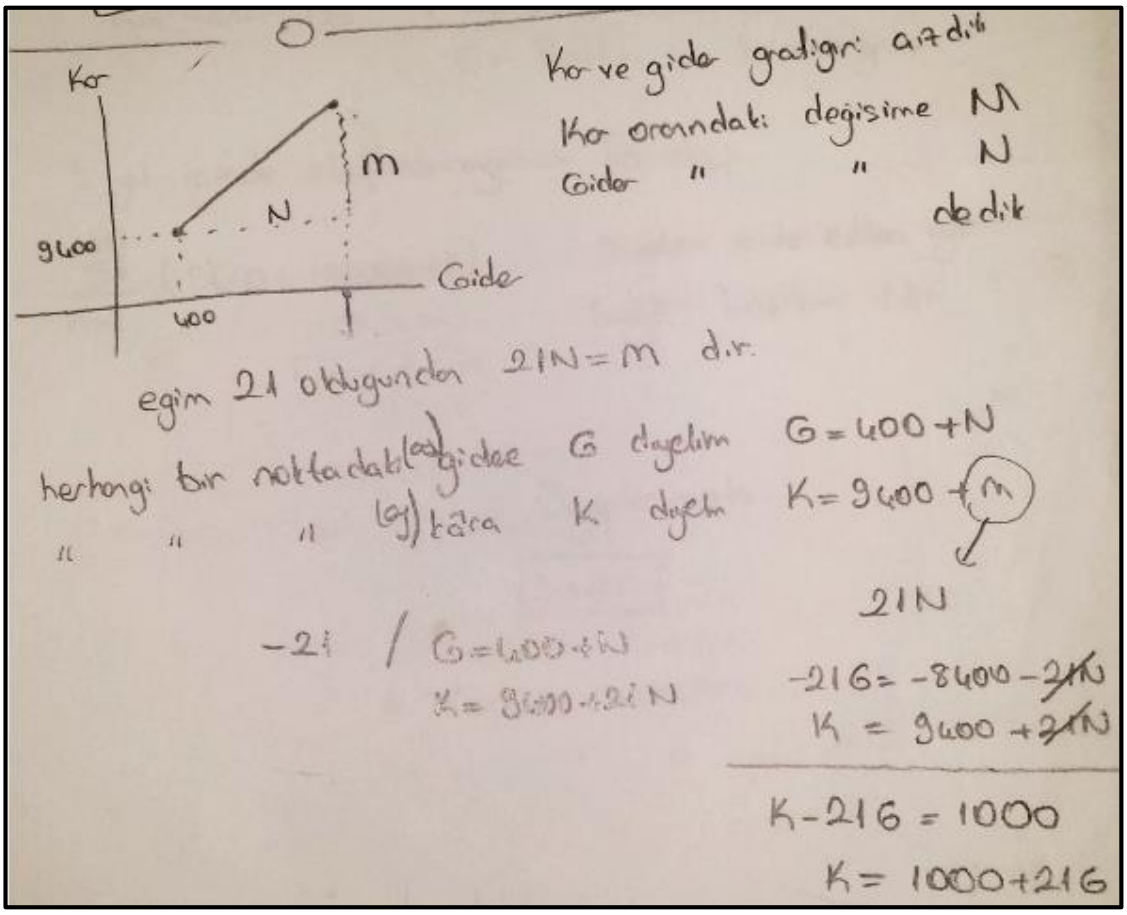
Bu modeli geliştirdiklerinde öğretmen adayları değişkenler arasındaki ilişkiyi aslında kolay bir şekilde görebilmeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Aşağıda öğretmen adayları arasında geçen bir diyalog verilmiştir:

ÖA1 : Aa burada 21 var, 21 katıymış, bunu daha önce bulmuştuk eğim formülünden.

ÖA2 : 1000 eklenmiş, niye öyle oldu ki!

ÖA3 : 1000'in nereden geldiğini bulalım bence.

Öğretmen adayları daha sonra yaptıkları işlemler ile modellerini nasıl geliştirdiklerini özetlemişlerdir (Bkz. Şekil 4.9).

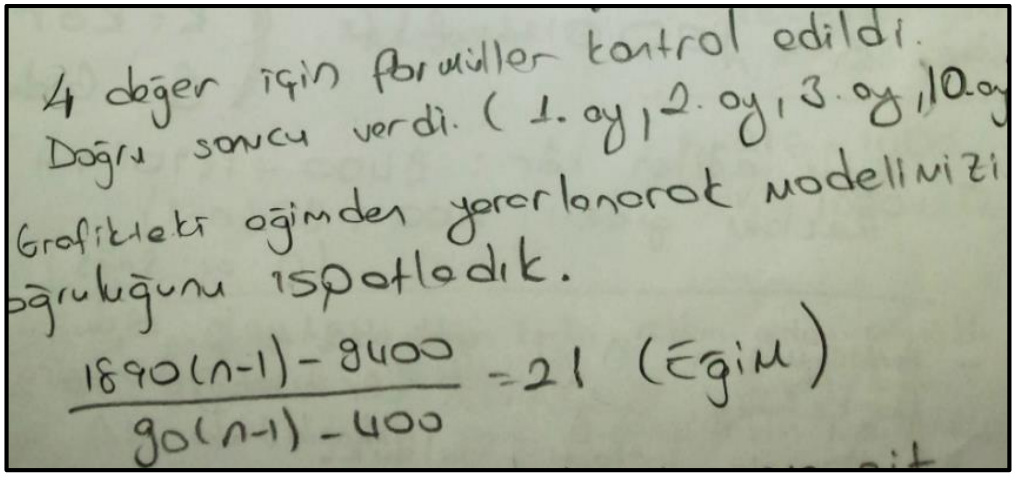


Şekil 4.9. *Kâr ve Gider Arasındaki İlişkinin Eğim Yardımıyla Hesaplanması*

4.1.1.1.4. *Doğrulama adımı*

Öğretmen adayları kâr ve gider arasındaki ilişkiyi matematiksel bir model ile ifade ettikten sonra oluşturdukları bu modelin doğruluğunu veri tablosundaki bazı aylar için

deneyerek test etmişlerdir. Ayrıca, modelde kullandıkları eğimin doğruluğunu da göstermişlerdir (Bkz. Şekil 4.10).



Şekil 4.10. *Kârın ve Giderin Ay Değişkeni ile İlişkisi Kullanılarak Eğimin Hesaplanması*

Öğretmen adayları oluşturdukları modelin doğruluğunu gösterdiklerinde aşağıdaki ifadeyi kullanmışlardır: "Tüm veriler için 21 katının 1000 fazlası çıkıyor hep."

4.1.1.2. *T1Y1 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

T1Y1 etkinliğinde amaç öncelikle reklam gideri ile elde edilen kâr arasındaki ilişkiyi veren bir model geliştirmek ardından 5 yıl içerisinde elde edilecek kârın hesaplanmasına yardımcı olacak yeni bir model oluşturmaktır. Etkinlik kapsamında gösterilen yeterlikler modelleme döngüleri için ayrı ayrı ele alınmış olup gösterilen yeterlikler aşağıda özetlenmiştir (Bkz. Tablo 4.2).

Tablo 4.2. *T1Y1 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YET.	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANLARI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	2	2
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	Y	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	Y	Y
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	Y	Y
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	1	2
	ÖRÜNTÜLERİ FARKETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme	AY6	1	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	1	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	1	Y
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	Y	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	Y
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	1	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	Y	Y
	GENELLEME	Genelleme	AY15	1	2
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	1	2
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	2
TOPLAM				**9**	**16**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

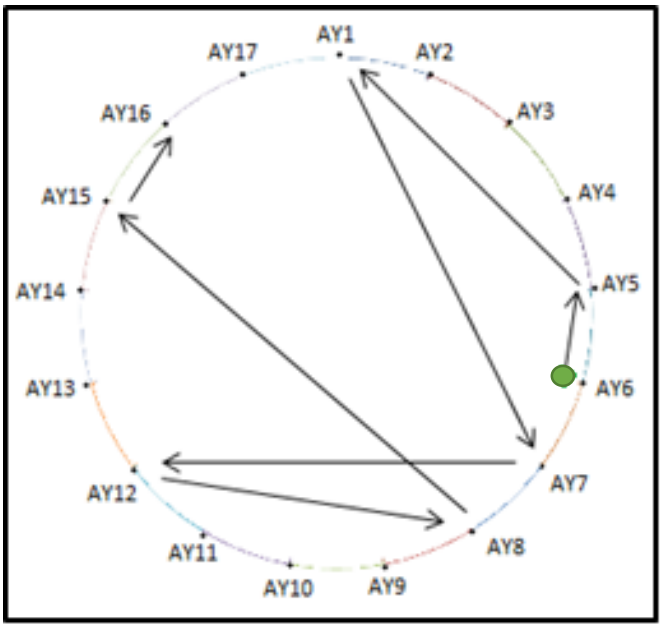
2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

Bu etkinlik için öğretmen adaylarının göstermiş olduğu yeterlikler her döngüde ayrı olarak ele alınmış ve bu yeterlikler ortaya çıkma önceliğine göre modellemenin adımları altında anlatılmaya çalışılmıştır.

4.1.1.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.11'de verilip Tablo 4.3'te hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.11. *T1Y1 Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.11'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.3).

Tablo 4.3. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Yeterlikler
Anlama	AY6-AY5-AY1
Düzenleme	AY7-AY12-AY8
Tahmin	AY15
Doğrulama	AY16

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir (burada AY-Alt

Yeterlik ve P-Puan sembolü olarak kullanılmıştır.): AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:1; AY5-Değişkenleri belirleme, P:1; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:0; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:0 (Bkz. Tablo 4.2). Öğretmen adayları problemin okunması aşamasında görevin anlaşılmasına yönelik tam bir çaba içerisine girmemişlerdir. Veri grubu içindeki dikey (reklam giderinin ay değişkenine bağlı) örüntüyü hemen fark eden öğretmen adayları bu ilişkiyi matematikleştirmeye çalışmışlardır. Öncelikle, problem kapsamında kendilerinden istenen reklam giderleri ile kâr arasındaki (yatay) ilişkiyi matematikleştirmeleri gerekirken bunun dışında farklı değişkenler arasında bir ilişki kurmaya çalıştıklarından öğretmen adaylarının "Değişkenleri belirleme (AY5)" ve "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının problemi anlamadan, kendilerinden istenmeyen reklam giderlerinin ay değişkenine bağlı ilişkisini matematikleştirmeye çalışmalarının sebebi olarak onların iyi tanımlanmış problem (Blomhøj ve Jensen, 2003, s. 127) çözme alışkanlıklarından kaynaklandığı söylenebilir. Burada ayrıca, öğretmen adaylarının ilk olarak veri grubu içerisindeki dikey örüntüyü fark etmeleri, geliştirmeleri gereken modelin bu örüntü ile ilişkili olacağı düşüncesine onları sevk etmiş olabilir. Bu durum, onların problemi anlamak için modellemenin anlama adımındaki alt yeterlikleri bu döngüde yeterli ölçüde kullanamamalarına sebep olmuş olabilir. Öğretmen adaylarına problemde ne istendiği sorulduğunda bunu problemde yazıldığı şekliyle ifade edebilmişlerdir. Bundan dolayı, öğretmen adaylarının "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1) yeterlikleri" 2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları daha sonra dikey ilişkileri nasıl matematikleştirmeleri gerektiğine karar vererek veri tablosunu koordinat sistemine aktarmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Verileri koordinat sistemine aktararak grafiğini çizen öğretmen adayları bu grafiği problemin anlaşılmasına yönelik değil modelin oluşturulmasına yönelik bir strateji belirleyebilmek için çizmişler, fakat buradan bir strateji geliştirememişlerdir. Öğretmen adayları reklam gideri ile elde edilen kâr arasındaki yatay ilişkiyi modellemeye çalışmadıklarından dolayı; çizdikleri grafiği de model geliştirmede kullanma ihtiyacı duymadıklarından "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2)" yeterliği kullanılmamıştır. Problemin yapısı (Y1) gereği bu etkinlikte stratejik öğeler açık olarak verildiğinden "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterliği kullanılmamıştır. Problemde ne sorulduğu açık ve anlaşılır bir şekilde verildiğinden öğretmen adayları "Problemin

karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" ihtiyacı duymadıklarından bu yeterliği kullanmamışlardır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:1; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:1; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:1; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.2). Bu adımda değişkenler arasındaki ilişkiyi çizdikleri grafik yardımı ile modelleyemeyen öğretmen adayları veri tablosundan yararlanarak bir strateji geliştiremeye çalışmışlardır. Sürecin başında veri tablosundaki reklam giderlerinin aylık artış miktarının 90 olduğunu tespit eden öğretmen adayları bu değeri bağımsız değişkenin (n-ay) katsayısı kabul ederek reklam giderinin ay değişkenine bağlı modelini oluşturmak istemişlerdir. Bu stratejiyi kullanarak modellerini oluşturan öğretmen adaylarının "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterlikleri 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları problem kapsamında kendilerinden ne istendiğini ifade edebilmelerine rağmen bu ilişkinin modellenmesine yönelik matematiksel işlemler yapmamışlardır. Bu sebeple öğretmen adaylarının "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterlikleri 1 olarak değerlendirilmiştir. Bu durum, problemde istenilenin sözel olarak ifade etmesi ile zihnin problemi algılaması arasında farklılıklar olabileceğini gösterdiği söylenebilir. Öğretmen adaylarının problem kapsamında istenen ve sözel olarak ifade ettikleri değişkenler arasındaki (yatay) ilişkiyi kurmak yerine örüntüsünü ilk gördükleri değişkenler arasındaki (dikey) ilişkiyi kurma çabaları, örüntülerin matematikleştirilmesinde problem kapsamında istenen örüntünün matematikleştirildiğinin kontrol edilmeden ilk keşfedilen örüntünün metematikleştirilmesinin "bir problemde bir örüntü olur ve istenen de bu örüntüdür" düşüncesi ile hareket edildiğini gösterdiği söylenebilir. Reklam giderlerinin ay değişkeni ile ilişkisini modelleyebilen öğretmen adayları benzer bir dikey ilişkinin elde edilen kâr ile ay değişkeni arasında olduğunu da görmüşlerdir. Reklam giderinin ayrı ve elde edilen kârın ayrı ay değişkenine bağlı modellerini oluşturan (Bkz. Şekil 4.2. ve Şekil 4.3) öğretmen adaylarının "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterlikleri problem kapsamında istenmeyen değişkenler arasında model geliştirmelerinden dolayı 1 olarak değerlendirilmiştir. Döngünün bu adımında buluşsal stratejiler kullanmaya ihtiyaç duymayan öğretmen adaylarının "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi

parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

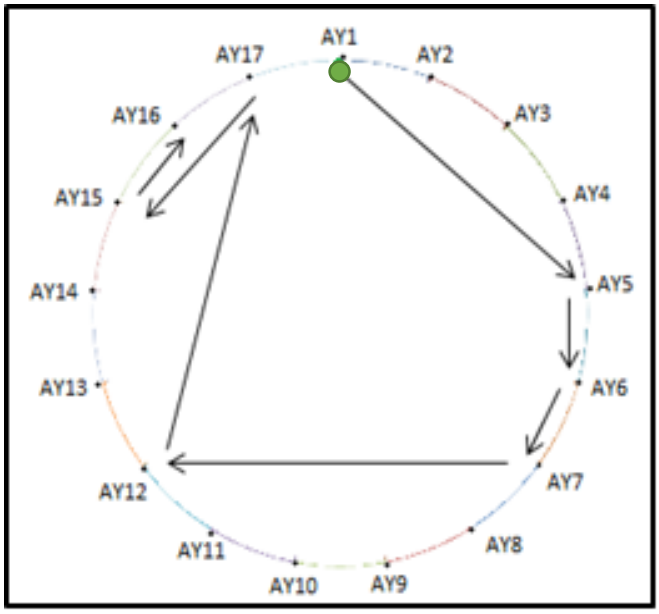
Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:1; AY17-Modeli revize etme, P:0; Bkz. Tablo 4.2). Bu adımda öğretmen adayları oluşturdukları modellerinin doğruluğunu veri tablosundaki bazı ay değerleri için göstermişlerdir. Öğretmen adayları kısmen bir modelin doğrulamasını yaptıklarından dolayı "doğrulama yapma" yeterlikleri 1 olarak değerlendirilmiştir. Bu döngüde "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği kullanılmamıştır.

Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY15-Genelleme, P:1; AY13-Çözümün yorumlanması, P:0; AY14-Sonuçların yorumlanması, P:0; Bkz. Tablo 4.2). Bundan sonraki aşamada modellerinin doğrulamasını yaptıklarını ve geliştirdikleri dikey modellerin problem kapsamında istenen modeller olduğunu ifade eden öğretmen adaylarının oluşturdukları model her ne kadar problem kapsamında istenen model olmasa da "Genelleme (AY15)" yeterlikleri 1 olarak değerlendirilmiştir. Bu döngüde "Çözümün yorumlanması (AY13); Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Öğretmen adaylarının modellerini oluşturduktan sonra "problemde ne isteniyordu bizden" ifadesini kullanarak problemi tekrar okumaları problemi anlamadan model oluşturmaya çalıştıklarını göstermektedir. Bu döngüde gerçekleşen tüm sürece ve yeterliklere bakıldığında öğretmen adaylarının ilk döngüde problemi tam anlamadan hareket ettiklerini ve problemin verilerinde ilk fark edilen örüntüye odaklandıkları gözlenmiştir.

4.1.1.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.12'de verilip Tablo 4.4'te hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.12. *T1Y1 İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.12'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.4).

Tablo 4.4. *İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12
Doğrulama	AY17
Tahmin	AY15
Doğrulama	AY16

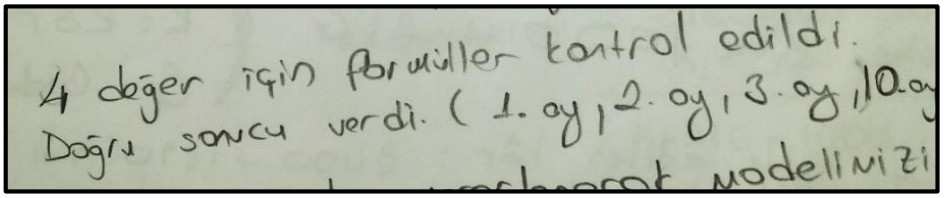
Problemi tekrar okuyarak 2. döngüye geçen öğretmen adaylarının bu döngünün *Anlama* adımında göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:0; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.2). Öğretmen adayları problemde yapmaları gereken görevi ve hangi iki değişken arasındaki ilişkinin modellenmesi gerektiğini bu döngüde de ifade ettiklerinden dolayı "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1) yeterlikleri" 2 olarak değerlendirilmiştir. Bundan sonraki aşamada problemde istenen değişkenler arasındaki ilişkiyi oluşturmaya çalışan

öğretmen adayları öncelikle problem kapsamında istenen 5 yıl için toplam kârı veren bir model geliştirmek istemişlerdir. Birinci döngüde oluşturdukları toplam kârın ay değişkenine bağlı modelini toplam sembolünde yazarak istenen modeli oluşturan öğretmen adayları sonrasında kâr ve gider arasındaki yatay ilişkiyi modellemeye çalışmışlardır. Bu sebeple "Değişkenleri belirleme (AY5)" ve "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları "görevi benzetim ve temsillerle açıklama" ihtiyacı duymadıklarından bu yeterlik kullanılmamıştır. Ayrıca yapısı (Y1) gereği bu etkinlikte stratejik öğeler açık olarak verildiğinden "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3); Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:0; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.2). Öğretmen adayları değişkenler arasındaki ilişkinin modellenmesi için ilk döngüde oluşturdukları dikey modelleri (K: Toplam kâr; G: Toplam gider) kullanmak suretiyle strateji geliştirdiklerinden dolayı soruya özel olarak "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterlikleri 2 olarak değerlendirilmiştir. Genel modelin oluşturulması sürecinde ve stratejilerini uygularken matematiksel bilgilerini istenen modellerin oluşturulması için kullandıklarından dolayı öğretmen adaylarının "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterlikleri 2 olarak değerlendirilmiştir. Birinci döngüde "matematiksel bir ilk model" geliştirebilen öğretmen adayları 2. döngüde bu yeterliklerini kullanmamıştır. Ayrıca "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" gibi buluşsal stratejilere ait yeterlikleri kullanılmamıştır.

Doğrulama adımına geçen öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY17-Modeli revize etme, P:2; AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; Bkz. Tablo 4.2). Öğretmen adayları 1. döngüde geliştirdikleri dikey modelleri revize ederek genel modele ulaşmaya çalışmışlardır. Bu sebeple "Modeli revize etme (AY17)" yeterlikleri 2 olarak değerlendirilmiştir. Bundan sonra tahmin adımına geçerek genel modellerini ortaya çıkaran öğretmen adayları sonrasında tekrar doğrulama adımına dönerek genel modelin

doğrulamasını yapmışlardır. Öğretmen adaylarının oluşturdukları modeller problem kapsamında istenen modeller olduğundan ve modellerinin doğruluğunu veri tablosundaki bazı değerleri kullanarak kontrol ettiklerinden dolayı "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterlikleri 2 olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.13).



Şekil 4.13. *T1Y1 Etkinliğinin Doğrulamasında Kullanılan Ayların Belirtilmesi*

Tahmin adımında gösterilmiş olan alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY15-Genelleme, P:2; AY13-Çözümün yorumlanması, P:0; AY14-Sonuçların yorumlanması, P:0; Bkz. Tablo 4.2). Öğretmen adayları 1. döngüde geliştirdikleri K'nın n'e bağlı ve G'nin n'e bağlı (K: Toplam Kâr; G: Toplam Gider; n: ay) dikey modellerini kullanıp K-G ve K+G ifadelerinin aya bağlı ilişkisini hesaplamışlardır. Ardından oluşturdukları birinci dereceden iki bilinmeyenli K-G ve K+G denklemlerinde ay değişkenini yok ederek kâr ve gider arasındaki yatay ilişkiyi modellemişlerdir (Bkz. Şekil 4.8. ve Şekil 4.9). Bu sebeple, öğretmen adaylarının "Genelleme (AY15)" yeterlikleri 2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları çözümlerini ve buldukları sonuçları yorumlamadıklarından dolayı "Çözümün yorumlanması (AY13); Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

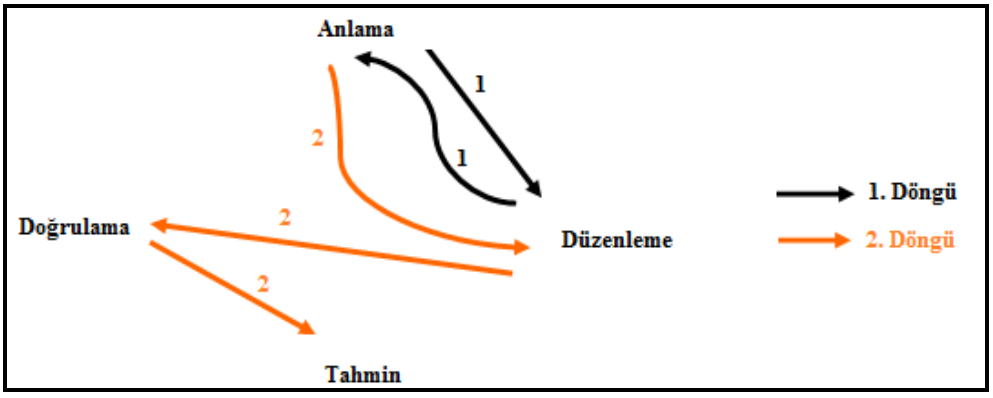
Öğretmen adaylarının ikinci döngü sonunda ilk döngüye göre yeterlik puanları toplamını artırdıkları görülmüştür (Bkz. Tablo 4.2). Bu durum öğretmen adaylarının ilk döngüde problemi tam anlamadan gördükleri ilk örüntüyü matematikleştirmeye çalışmalarına karşın ikinci döngüde hangi değişkenler arasında bir ilişki oluşturulması istendiğini tam anlamaları ve yeterliklerini bu yönde kullanabilmeleri ile mümkün olmuştur.

4.1.2. T1Y2 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T1Y2 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.1.2.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Bu modelleme etkinliğine başladıklarında öğretmen adayları T1Y1 etkinliğinden farklı olarak problem durumunu (Bkz. Ek-8) daha dikkatli okuyup değişkenler arasında nasıl bir ilişki kurabileceklerini düşünmüşlerdir. Önceki modelleme etkinliğinde olduğu gibi problemi hızlıca okuma yerine kendi aralarında tartışıp problem kapsamında verilen tablodaki veriler arasında ilişki kurma çabasına girmişlerdir. Ancak, problemi anladıklarını ve öncelikle tablodaki hangi değişkenler arasında (fatura bedeli ve o bedele karşılık gelen fatura gün sayısı) ilişki kurmaları gerektiğini belirlediklerini düşünseler de düzenleme adımında tablodaki faturaların ilk ve son okuma tarihleri arasındaki süreyi yanlış hesaplamalarından dolayı değişkenler arasındaki ilişkiyi bulmakta güçlük çekmişlerdir. Bundan dolayı öğretmen adayları problemi tam olarak anlayıp anlamadıklarına bir süre karar verememişlerdir. Bir önceki etkinlikte (T1Y1) öğretmen adaylarının istenmeyen değişkenler arasında ilişki kurmaları onların problemdeki görevi anlamadan modelleme sürecini devam ettirmelerine sebep olmuşken T1Y2 etkinliğinde ise basit matematiksel bir hatanın yapılması (ardışık iki faturanın geliş tarihleri arasındaki gün sayısının yanlış hesaplanması) değişkenler arasındaki ilişkiyi görememelerine sebep olmuştur. Aşağıda öğretmen adaylarının geçtikleri bu süreç örneklerle açıklanmış ve modellemenin adımları arasındaki döngü verilmiştir (Bkz. Şekil 4.14).



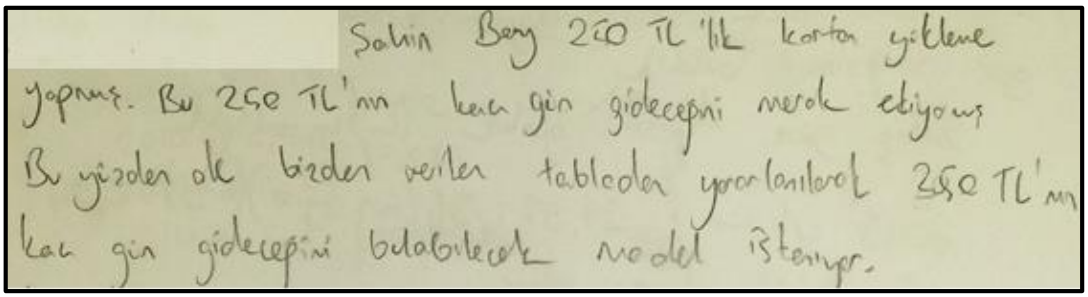
Şekil 4.14. *T1Y2 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.1.2.1.1. *Anlama adımı*

Öğretmen adayları problemi anlamak için okurken aynı zamanda problemde önemli gördükleri yerleri yazmışlardır. Bu durum öğretmen adaylarının bir önceki etkinliğin anlama adımında yaptıkları problemi tam anlamadan düzenleme adımına geçme hatasına düşmek istemedikleri anlamına gelebilir. Ayrıca, bu durum, bir önceki etkinlikten olumlu

bir çıkarımda bulundukları izlenimini vermektedir. Kendileri ile yapılan görüşmelerde öğretmen adayları ilk etkinliğe atıfta bulunarak ikinci etkinlikte daha dikkatli olmaya çalıştıklarını ifade etmişlerdir.

Öğretmen adayları ilk olarak sorudan genel bir çıkarım yaparak yüklenen kredinin kaç günde biteceğini bulmaları gerektiğini ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.15).



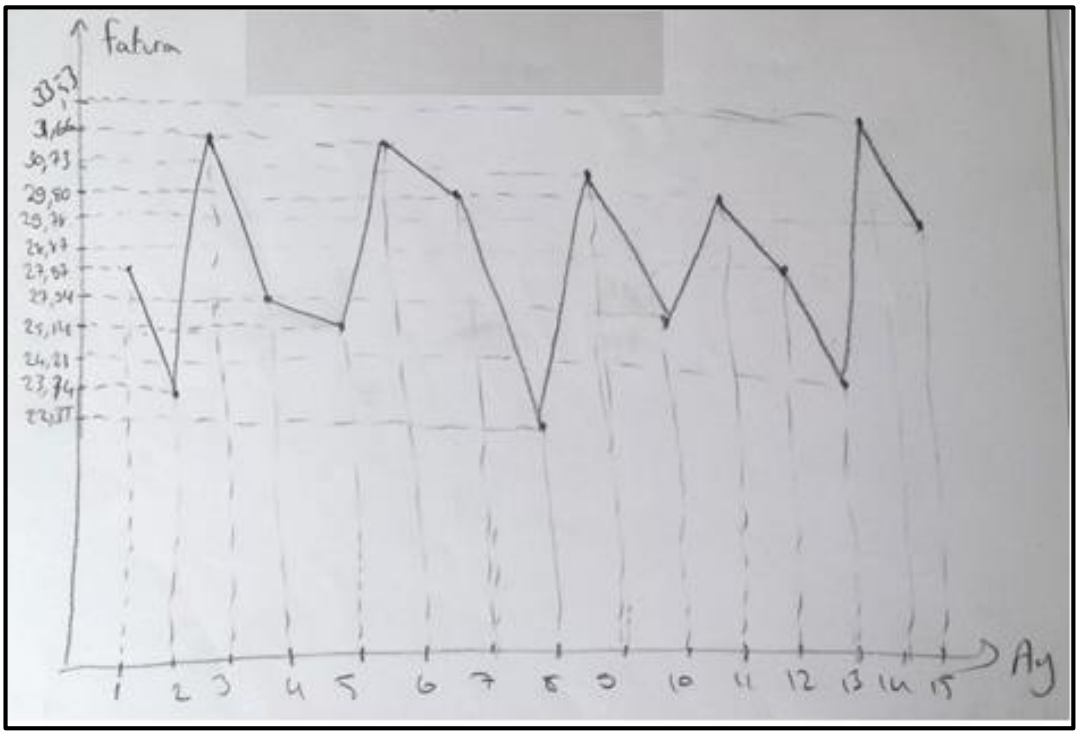
Şekil 4.15. *Problemde Ne Sorulduğunun İfade Edilmesi*

Öğretmen adayları ilk olarak tablodaki "Fatura (TL)" bedelinin nasıl hesaplanmış olabileceği ile ilgili öngörüde bulunmuşlardır. Bu öngörüden sonra her ne kadar öğretmen adayları problem cümlesinde verilen bu ifadeyi dile getirmiş olsalar da bu aşamada belirgin bir strateji geliştirerek 250 TL'lik kredinin kaç gün içerisinde tükeneceğini belirtememişlerdir. Öğretmen adaylarının dikkatlerinin bu aşamadan sonra tabloda verilen değişkenler üzerine yoğunlaştığı gözlenmiş ve ilk olarak fatura bedelinin nasıl hesaplandığına odaklandıkları görülmüştür. "Harcanan su ile bu suyun m^3 fiyatının çarpımına verginin eklenmesiyle fatura bedelini buluruz" şeklinde bir öngörüde bulunan öğretmen adayları bunu 250 TL'lik kredinin ne kadar sürede harcanabileceği durumu ile ilişkilendirmeden modelleme sürecinin düzenleme adımına geçmişlerdir.

4.1.2.1.2. *Düzenleme adımı*

Bu adımda öğretmen adayları öncelikle her fatura döneminde günlük harcanan ortalama su miktarının eşit olacağı öngörüsü ile bu miktarı hesaplamaya çalışmışlardır. Bu hesaplama esnasında faturaların ilk ve son okuma tarihleri arasındaki gün sayısına bakarak "Harcanan Su" miktarını bu sayıya (o fatura dönemine ait gün sayısı) bölmüşlerdir. Ancak, her fatura döneminde farklı gün sayısı olmasına rağmen öğretmen adayları faturaların ilk okuma ve son okuma tarihleri arasındaki gün sayısını sabit alarak (28 gün) ortalama günlük m^3 miktarını her fatura dönemi için farklı bulmuşlardır. Bu durum öğretmen adaylarının zihinlerini karıştırmış ve her fatura dönemine ait değişkenler ile günlük m^3 su fiyatları arasında bir ilişki bulma arayışına girmelerine sebep olmuştur.

Bu çabalarının sonuçsuz kalması sonucu öğretmen adayları grafiksel bir yaklaşımın örüntü bulmalarında yardımcı olabileceğini düşünerek Fatura-Ay grafiğini çizmişlerdir (Bkz. Şekil 4.16).

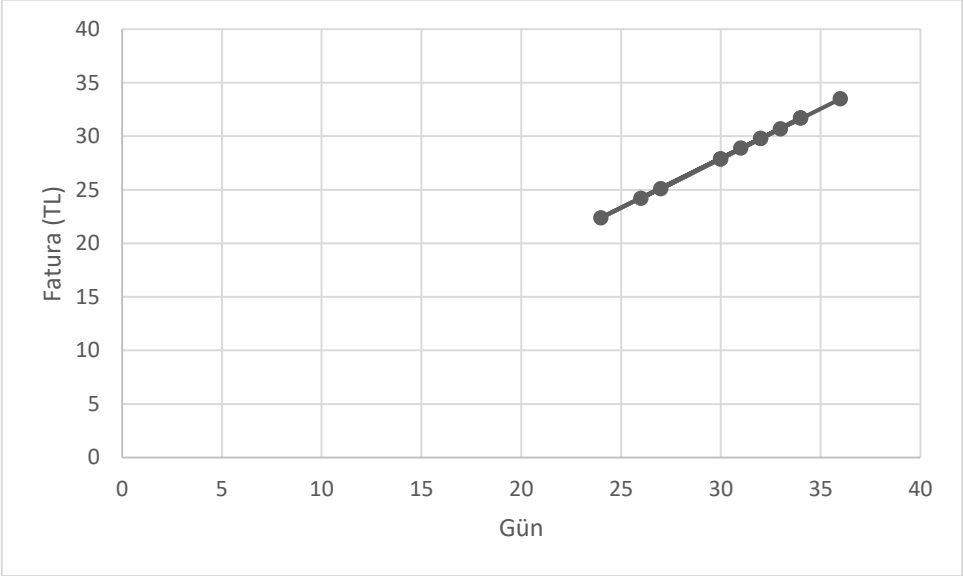


Şekil 4.16. *Fatura-Ay Grafiği*

Öğretmen adaylarının günlük m^3 su fiyatını bulmalarına yardımcı olacak Fatura-Gün grafiği yerine Fatura-Ay grafiğini çizmeleri bu iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi görmelerine engel olmuştur. Ayrıca öğretmen adayları ayları kümülatif olarak ilerletirken (1, 2, 3, …) her aya denk gelen faturaları grafiğe ayrı ayrı yansıtarak göstermişlerdir. Bu durum onların doğrusal olmayan (Bkz. Şekil 4.16) bir grafik elde etmelerine neden olup fatura ve ay arasındaki doğrusal ilişkiyi de görmelerine engel olmuştur. Eğer öğretmen adayları değişken olarak ay yerine gün almış olsalardı her fatura döneminin sonundaki güne karşılık gelen fatura bedelini grafik ile göstererek doğrusal ilişkiyi görme fırsatları olabilirdi. Aşağıda bu ilişkiyi yansıtan 2014 yılına ait Fatura (TL)-Gün tablosu (Bkz. Tablo 4.5) ve grafiği (Bkz. Grafik 4.1) verilmiştir.

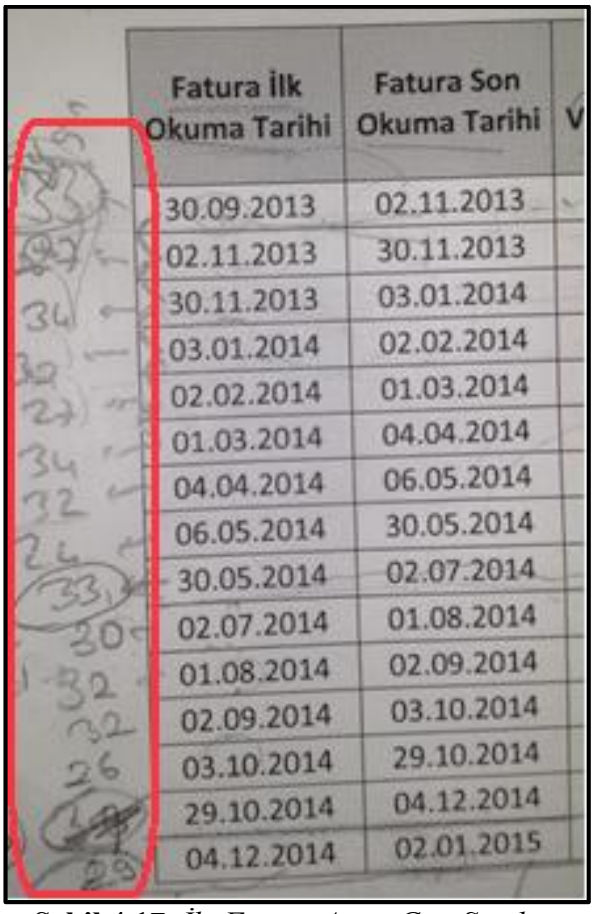
Tablo 4.5. "*Fatura Gün Sayısına" Göre Fatura Tutarı*

Fatura Son Okuma Tarihi	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**	**02.11.2013**
Gün	33	28	34	30	27	34	32	24	33	30	32	31	26	36	29
Fatura (TL)	28	23,7	31,7	27,9	25,1	31,7	29,8	22,4	30,7	27,9	29,8	28,9	24,2	33,5	29,8



Grafik 4.1. *2014 Yılı Fatura-Gün İlişkisi*

Öğretmen adayları bu başarısız model geliştirme girişimlerinin sonunda problemi tekrar okuyup verileri inceleyerek *2. döngüye* başlamışlardır. Öncelikle fatura dönemlerine ait gün sayılarının eşit olmadığını fark eden öğretmen adaylarının doğru olarak buldukları fatura gün sayıları aşağıda gösterilmiştir (Bkz. Şekil 4.17).



Fatura İlk Okuma Tarihi	Fatura Son Okuma Tarihi	V
30.09.2013	02.11.2013	
02.11.2013	30.11.2013	
30.11.2013	03.01.2014	
03.01.2014	02.02.2014	
02.02.2014	01.03.2014	
01.03.2014	04.04.2014	
04.04.2014	06.05.2014	
06.05.2014	30.05.2014	
30.05.2014	02.07.2014	
02.07.2014	01.08.2014	
01.08.2014	02.09.2014	
02.09.2014	03.10.2014	
03.10.2014	29.10.2014	
29.10.2014	04.12.2014	
04.12.2014	02.01.2015	

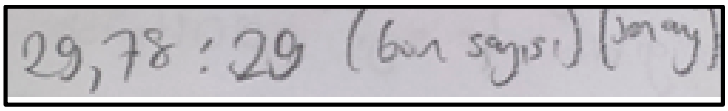
Şekil 4.17. *İki Fatura Arası Gün Sayıları*

4.1.2.1.3. *Tahmin adımı*

Öğretmen adayları her fatura dönemine ait gün sayısını doğru olarak bulduktan sonra her döneme ait fatura bedelini fatura gün sayılarına bölerek sırasıyla 2013, 2014 ve 2015 yılına ait günlük harcanan ortalama su bedellerini bulmuşlardır. Öğretmen adayları vergi dâhil her yıl için su bedellerini hesaplayabildikleri için yüklenen kredinin kaç gün yeteceğini veren iyi bir model tahmin edebilmişlerdir.

Öğretmen adayları Ocak 2015 faturası (29,78 TL) ve bu faturanın gün sayısı (29 gün) değerlerini kullanarak 2015 yılına ait günlük harcanan ortalama suyun bedelini yaklaşık 1,02 TL olarak hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.18).

$$2015\ yılı\ için\ 1\ günlük\ su\ bedeli = \frac{29{,}78}{29} = 1{,}02689$$



Şekil 4.18. *2015 Yılı 1 Günlük Su Bedeli*

Öğretmen adayları 250 TL'lik kredinin 2015 yılı içinde tüketileceğini öngörmüşler ve bu yıldaki günlük su bedeli kullanılarak 250 TL'lik kredinin kaç günde biteceğini aşağıdaki model yardımıyla bulmuşlardır:

Kredi=Bir günde harcanan ortalama suyun fiyatı (vergi dâhil) x Gün sayısı

250=1,02 × A; A:Gün sayısı

A=245 gün

4.1.2.1.4. *Doğrulama adımı*

Öğretmen adayları yüklenen kredi ve gün değişkenleri arasındaki ilişkiyi matematiksel bir model (kredi=1,02 × gün sayısı) ile ifade ettikten sonra kendilerinden 700 TL'lik kredinin kaç gün yeteceğini bulmaları istenmiştir. 250 TL'lik kredinin yaklaşık 245 gün yeteceğini bulan öğretmen adayları 700 TL'lik kredinin 1 yıldan fazla bir sürede kullanılabileceğini öngörerek geliştirdikleri modelin 2016 yılı için geçerli olmayacağını belirtmişlerdir. Özellikle 2015 yılı için buldukları günlük ortalama su fiyatının 2016 yılında değişeceğini ifade ederek bu modelin sadece 2015 yılı için geçerli olacağını belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarının yıllara ait vergi ve su bedellerini ayrı ayrı hesaplama çabaları da sonuçsuz kalınca tüm yıllar için geçerli olabilecek genel bir model geliştirme süreçleri sonlanmıştır.

4.1.2.2. *T1Y2 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Bu etkinlik için öğretmen adaylarının göstermiş olduğu yeterlikler (Bkz. Tablo 4.6) her döngüde ayrı olarak ele alınmış ve ortaya çıkma önceliğine göre modellemenin adımları altında anlatılmaya çalışılmıştır.

Tablo 4.6. *T1Y2 Etkinliğine Ait Yeterlik Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YETERLİK	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANLARI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	2	Y
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	0	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	1	2
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	0	2
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	1	2
	ÖRÜNTÜLERİ FARKETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme	AY6	1	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	1	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	Y	2
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	Y	2
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	Y
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	0	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	Y	0
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	Y
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	Y	0
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	Y
TOPLAM				**6**	**16**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

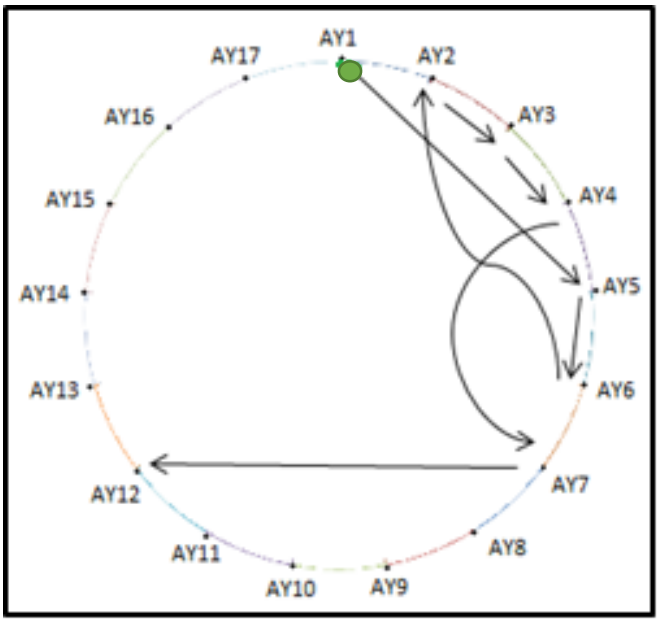
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.1.2.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.19'da verilip Tablo 4.7'de hangi adımda hangi sıralama ile bu yeterliklerin gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.19. *T1Y2 Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

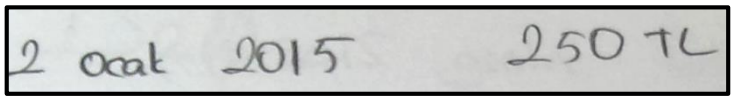
Şekil 4.19'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.7).

Tablo 4.7. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY5-AY6-AY2-AY3-AY4
Düzenleme	AY7-AY12
Tahmin	
Doğrulama	

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:1; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:1; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:1; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.6). Öğretmen adaylarının bu etkinliğin okunması aşamasında problemi

anlamak için bir önceki etkinliğe göre daha dikkatli oldukları gözlenmiştir. Öğretmen adaylarından biri problemi sesli okurken başka bir ÖA'nın problemin anlaşılması için önemli gördüğü bazı kısa notlar aldığı görülmüştür (Bkz. Şekil 4.20).



Şekil 4.20. *250 TL'nin Yüklendiği Tarihe Dikkat Çekilmesi*

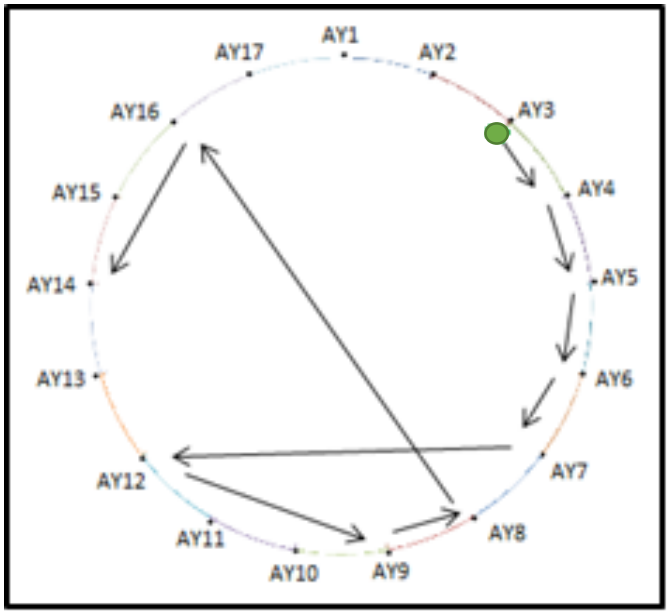
Problemin okunması bittikten sonra bu kısa not tekrar edilmiş ve öğretmen adayları kendi cümleleri ile "yüklenen bu 250 lira kaç gün ya da kaç ay dayanır onu hesaplamamız isteniyor" diyerek problemde ne istendiğini ifade edebilmişlerdir. Bu sebeple "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Veri grubundaki vergiler, tarihler, su bedeli, harcanan su gibi tüm veri türlerini ifade eden öğretmen adayları bu problem için birçok değişkenin olduğunu ifade etmişlerdir. Hangi iki değişken arasında bir ilişki kurmaları gerektiğini tam olarak ifade edemediklerinden dolayı "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterlikleri 1 olarak değerlendirilmiştir. Değişkenler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu tam olarak fark edemeyen öğretmen adaylarının "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları ardışık iki fatura arasındaki gün sayısının problemin çözümünde stratejik bir öğe olduğunu görebilmişler, fakat daha kolay model oluşturabilmelerine sebep olacak asıl değişken olan Fatura (TL) miktarının stratejik bir öğe olduğunu görememişlerdir. Öğretmen adayları karmaşık da olsa dolaylı olarak model geliştirebilecekleri Harcanan Su (m^3) ile ardışık iki fatura arasındaki gün sayısı değişkenlerinin stratejik bir öğe olduğunu düşünüp bu değişkenleri kullanarak işlemler yapmışlardır. Öğretmen adaylarının bu gayreti faturalar arasındaki gün sayısının yanlış hesaplanmasından dolayı sonuçsuz kalmıştır. Burada stratejik öğeler kısmen görülebildiğinden "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları veri tablosundaki birçok değişkene ait veriler arasından hangilerinin kendilerine gerekli olduğunu görememişler ve veri tablosundaki gereksiz verileri ayrıştıramadıklarından dolayı problemi basitleştirememişlerdir. Bu sebeple "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterlikleri 0 olarak değerlendirilmiştir. Bu durum daha sonra verilerin çoğu ile öğretmen adaylarının gereksiz birçok matematiksel işlemler yapmalarına da sebep olmuştur. Öğretmen adayları Faturanın (TL) yıl içindeki örüntüsünü daha kolay bir şekilde görerek model

geliştirebilecek durumda iken modeli oluşturmada zorlandıkları ve ellerindeki veriyi verimli bir şekilde kullanamadıkları görülmüştür. Bu da öğretmen adaylarının ilk döngüde modele ulaşmak için bilinçli hareket etmediklerini göstermektedir. Bundan dolayı çevre vergisi, su bedeli ve harcanan su verilerini kullanarak zaten verilmiş olan Fatura (TL) değerlerini yeniden bulmaya ve bir model geliştirmeye çalışmışlardır. Öğretmen adaylarının problemi anlamak için herhangi bir temsil veya çizim yapmadıklarından dolayı "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2)" yeterliği kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:1; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:0; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:0; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.6). Çözüm için bir strateji geliştirmeye çalışan öğretmen adayları öncelikle harcanan ortalama su miktarını hesaplamaları gerektiğini ifade ederek bunun için fatura ilk okuma ve son okuma tarihleri arasındaki gün sayılarını bulmaları gerektiğini düşünmüşlerdir. Her fatura dönemine ait gün sayısı hesaplamalarında yanlışlığa düşen öğretmen adayları bunu 28 olarak genellemişlerdir. Düşündükleri bu strateji sonuca gitmek için doğru ilk adım olsa da fatura gün sayısının yanlış bulunması sonucunda stratejileri bekledikleri sonucu doğurmamıştır. Har fatura dönemi için harcanan ortalama su miktarının eşit olmasını beklerken bu değerleri farklı bulan öğretmen adayları yeni bir strateji üretebilmek için grafik çizmişler (Bkz. Şekil 4.16) fakat grafikteki her iki veri grubuna ait verileri de kümülatif çizmediklerinden dolayı buradan bir strateji geliştirememişlerdir. Bu sebeple "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının yanlış matematiksel işlem yaparak faturalar arasındaki gün sayısını yanlış bulmalarından dolayı "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterlikleri 0 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü yapılan bu yanlışlık diğer tüm yeterlikleri olumsuz etkileyerek model geliştirememelerine sebep olmuştur. Bu döngüde "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8); Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır. Ardından tereddüt yaşayan öğretmen adayları problemi tekrar okuyarak *2. döngüye* başlamışlardır.

4.1.2.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.21'de verilip Tablo 4.8'de hangi adımda bu yeterliklerin gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.21. *T1Y2 İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.21'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.8).

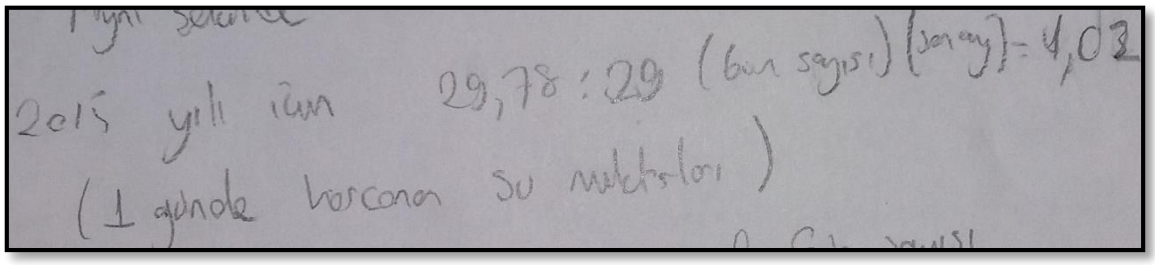
Tablo 4.8. *İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY3-AY4-AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12-AY9-AY8
Doğrulama	AY16
Tahmin	AY14

Anlama adımında öğretmen adaylarının yeterlikler için puanları şöyle gerçekleşmiştir (AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:2; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:0; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; Bkz. Tablo 4.6). Problemi ve verileri tekrar inceledikten sonra 1. döngüde model geliştirmek için uyguladıkları stratejinin yanlış olmadığını düşünen öğretmen adayları faturalar arasındaki gün sayısının bu problem için

stratejik bir öğe olduğunu ifade ederek gün sayılarını doğru olarak hesaplamışlardır. Bu sebeple "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları 1. döngüden farklı olarak su bedeli değerinin gün sayısına oranının sabit olması gerektiğini öngörerek bu strateji ile bir model geliştirebileceklerini ifade etmişlerdir. Bu aşamadan sonra öngörülerinin doğru olup olmadığını matematiksel işlemlerle kontrol eden öğretmen adayları sonuçta problemin karmaşık yapısını basitleştirebilmişlerdir. Bu sebeple "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Yaptıkları kontroller sonucunda hangi iki değişken (fatura bedeli ve gün) arasındaki matematiksel ilişkiyi modellemeleri gerektiğini anlayan öğretmen adaylarının "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Değişkenler arasında doğrusal bir ilişki olması gerektiği öngörüsüne dayanarak strateji geliştiren öğretmen adaylarının her fatura dönemi için ortalama harcanan su miktarı bedelini yaklaşık 1,02 (Bkz. Şekil 4.22) bulmalarından dolayı "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1); Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımına geçen öğretmen adaylarının yeterliklerinin puanları şöyle gerçekleşmiştir (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:2; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:2; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.6). Öğretmen adayları 1 günde harcanan ortalama su miktarın her yıl için aynı olduğu, yıl değiştikçe vergilerden ve su ücretine yapılacak artıştan kaynaklanan bir su bedeli artışı olabileceği ve su bedelinin her yıl içerisinde eşit oldukları öngörüsüne dayanarak model geliştirebilecekleri şeklinde bir strateji uygulamaları gerektiğini düşünmüşlerdir. Öğretmen adaylarının uygulamaya çalıştıkları bu strateji model oluşturmak için yeterli olduğundan "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Stratejilerini uygularken matematiksel işlemleri dikkatli yapmaları sonucunda faturalar arasındaki gün sayısını doğru hesaplayan öğretmen adayları 1 günlük ortalama harcanan su bedelini de doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir (Bkz. Şekil 4.22).



Şekil 4.22. *Bir Günlük Harcanan Ortalama Su Bedeli*

Bunun yanında 2. döngüde matematiksel bilgilerini yeterli derecede kullanmalarından dolayı "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Problemin yapısı gereği verilerde düzenlemeler yapılması gerektiğinden ve belli gün sayısı için gelen fatura bedelini günlük ortalama su bedeline dönüştürebildiklerinden öğretmen adaylarının "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Vergiler dâhil olmak üzere bir günde harcanan ortalama suyun fiyatını yaklaşık 1,02 olarak hesaplayan öğretmen adayları 250 TL'lik kredinin kaç günde biteceğini veren bir ilk matematiksel model geliştirmişlerdir.

$$250=1{,}02 \times A;\ A\text{:Gün sayısı}$$

$$A=245 \text{ gün}$$

Bu sebeple "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. "Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Doğrulama adımında yeterlik puanları şöyle gerçekleşmiştir (AY16-Doğrulamalar yapma, P:1; AY17-Modeli revize etme, P:0; Bkz. Tablo 4.6). 250 TL'lik kredinin 1 yıl içerisinde biteceğini hesaplayan öğretmen adayları benzer şekilde 700 TL'nin ne kadar sürede tükeneceğini hesaplayarak modellerinin doğruluğunu göstermek istemişler, fakat geliştirdikleri modelin sadece 2015 yılı için geçerli olacağını ifade etmişledir. Öğretmen adayları geliştirdikleri modelin doğrulamasını yapamadıklarından "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği ve "Modeli revize etme (AY17)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Tahmin adımında yeterlik puanları şöyle gerçekleşmiştir (AY14-Sonuçların yorumlanması, P:0; AY13-Çözümün yorumlanması, P:0; AY15-Genelleme, P:0; Bkz. Tablo 4.6). Öğretmen adayları geliştirdikleri modelin ortaya koyduğu sonuçlar üzerine yorumda bulunarak bu modelin sadece 2015 yılında geçerli olacağını ifade etmişlerdir. Bu sebeple de doğrulama yaparken 2015 yılında yüklenen 700 TL'lik kredinin kaç gün yeteceğini bulabilmek için 2016 yılına ait ayrı bir model geliştirmeleri gerektiğini söylemişledir. 2016 yılına ait modeli geliştiremediklerinden dolayı da doğrulama

yapamamışlardı. Hâlbuki kredi yüklemesi 2016 yılında gerçekleşecekse ayrı bir modele ihtiyaç olacağı, önceki yıllarda yüklenen kredinin kaç gün yeteceğinin hesaplanması için yüklenen yıla ait modelin kullanılması gerektiği yorumunu yapamamışlardır. Bu durumda 2015 yılında yüklenecek tüm kredi miktarları içerisinde zaten vergiler dâhil olduğundan ve alınan su miktarı (M^3) belli olduğundan yeni bir modele ihtiyaç olmayacağı ve 2015 yılı için geliştirdikleri modeli kullanmaları gerektiği yorumunu yapamamışlardır. Bu sebeple, yorumlamalarında doğruluk payı bulunmadığından "Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterliği 0 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları tüm yılları içerecek şekilde veya sonraki yıllar için ayrı model geliştirerek modellerini genellemediklerinden dolayı "Genelleme (AY15)" yeterliği kullanılmamıştır.

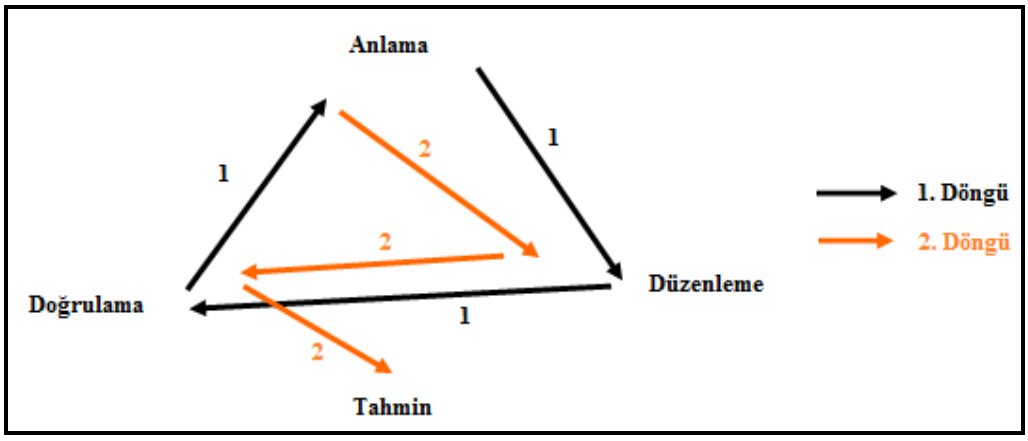
Öğretmen adaylarının ikinci döngü sonunda ilk döngüye göre yeterlik puanları toplamını artırdıkları görülmüştür (Bkz. Tablo 4.6). Özellikle, ilk döngüde öğretmen adaylarının basit matematiksel bir hesap hatası yapmaları onların değişkenler arasında ilişki kurmalarını geciktirmiş ikinci döngüde bu hatalarını fark ederek gün sayılarını doğru hesaplamaları ile gösterdikleri yeterlikler artmıştır. Bu durum, temel matematik işlem becerilerinin modelleme sürecinde gösterilen/gösterilemeyen yeterlikleri doğrudan etkilediğinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

4.1.3. T1Y3 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T1Y3 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.1.3.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Problemi okuyan öğretmen adayları önce problemin çözümü ile ilgisi olmayan "bağıl hız" kavramı üzerine odaklanmışlardır. Problemi tekrar okuyan öğretmen adayları yaptıkları çizimler sonucunda bağıl hız kullanılarak iyi bir model geliştiremeyeceklerini düşünmüşlerdir. Problemi anladıktan sonra matematiksel bilgilerini nasıl organize edeceklerini de anlayan öğretmen adayları esas modellerini geliştirmek için hesaplamalara başlamışlardır. Problemin modelleme süreci Şekil 4.23'te gösterilmiştir.



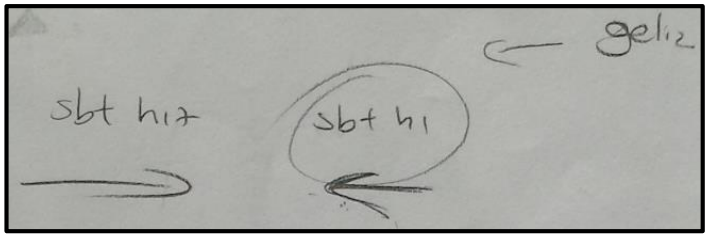
Şekil 4.23. *T1Y3 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.1.3.1.1. *Anlama adımı*

Üçüncü yapıdaki (Y3) bu modelleme sorusunda öğretmen adaylarına oldukça sınırlı bilgi verilmiştir. Öğretmen adaylarından bu adımda problem durumunu inceleyerek anlamaya çalışmaları ve bunun için aralarında tartışmaları, benzetimler veya temsiller kullanarak problemi daha anlaşılabilir hale getirmeleri, problemdeki gerekli verileri gereksizlerden ayrıştırmak gibi bilişsel yeterlikleri göstererek problemi anladıklarını göstermeleri beklenmektedir.

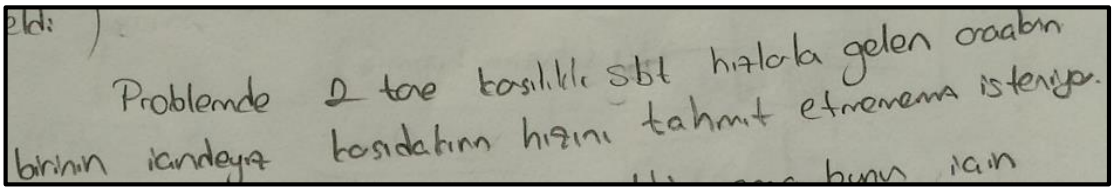
Bu etkinlikte görev birbirlerine doğru sabit hızla yaklaşan iki araçtan birinin içerisinde bulunuyorsanız karşıdaki aracın hızını nasıl bulacağınızı veren bir model geliştirmenizdir.

Öğretmen adayları bu problemi ilk okuduklarında onlardan biri bu problemi daha önce karşılaştığı bir probleme benzettiğini ifade etmiştir. “2 saniye kuralı vardı hatırlayan var mı? Bir ağaç buluyorsun ona göre 2 saniye sayıyorsun” diyerek diğer öğretmen adaylarının dikkatini çekmeye çalışmıştır. Ancak, diğer öğretmen adayları bahsi geçen problemi hatırlayamayınca asıl problem tekrar okunmaya başlanmış ve çizdikleri bir şekil yardımıyla problemi anlamaya çalışmışlardır (Bkz. Şekil 4.24).



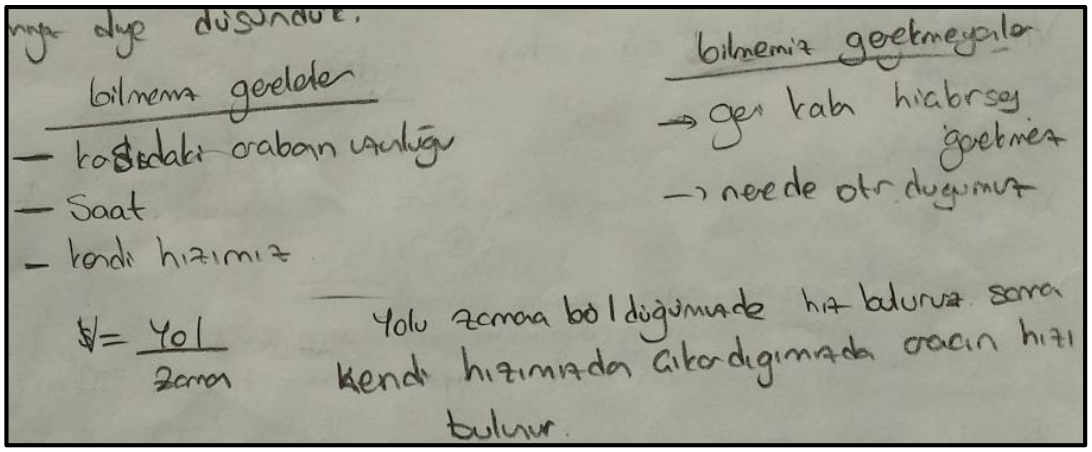
Şekil 4.24. *T1Y3 Problemini Anlamaya Yönelik Çizilen İlk Şekil*

Ardından öğretmen adayları problemde kendilerinden karşıdan gelen aracın hızını tahmin etmelerinin istendiğini belirtip (Bkz. Şekil 4.25) bunun için ne tür verilere ihtiyaçları olduğunu kendi aralarında tartışarak not etmeye çalışmışlardır.



Şekil 4.25. *Problemde Ne İstendiğinin İfade Edilmesi*

Öğretmen adayları bu aşamadan sonra gerekli ve gereksiz gördükleri verileri ayrıştırmaya çalışmışlardır (Bkz. Şekil 4.26).



Şekil 4.26. *Gerekli ve Gereksiz Verilerin Ayrıştırılması*

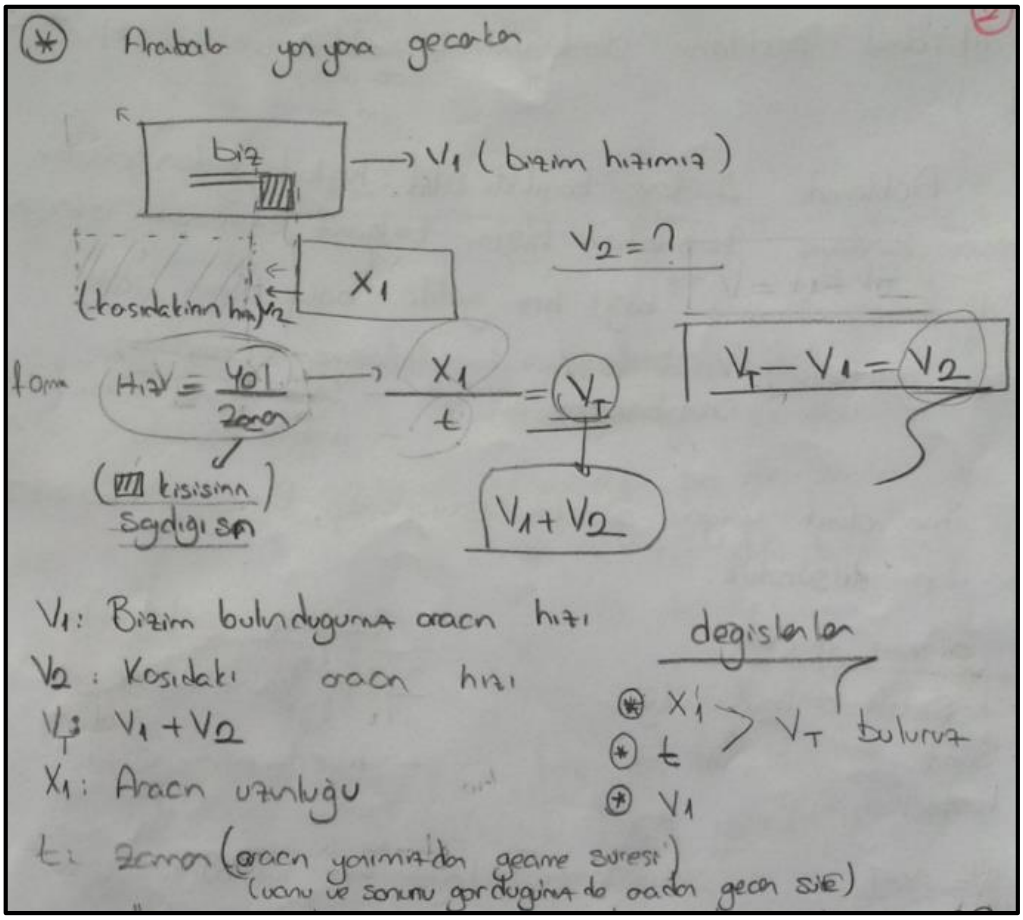
4.1.3.1.2. *Düzenleme adımı*

Bağıl hızı kullanarak bir çözüm üretebileceklerini öngören öğretmen adayları bu fikirlerini kâğıt üzerinde göstermek için çizim yaptıklarında ve bağıl hız formülünü yazdıklarında bağıl hız bilinemeyeceğinden ve zaten karşıdaki aracın hızı sorulduğundan buradan bir model geliştiremeyeceklerini düşünmüşlerdir. Aşağıda öğretmen adaylarının kullandığı ifade bunu göstermektedir.

ÖA1 : Bizim hızımız 30 olsa karşıdaki aracın hızı da 20 olsa bağıl hız 50 olur.

ÖA2 : Aa! Zaten karşıdaki aracın hızını soruyor, bağıl hızı bulamayız ki.

Sadece bağıl hız kullanılarak bir model geliştiremeyeceklerini anlayan öğretmen adayları araçların birbirleri ile karşılaşmaları ve birbirlerini terk etmeleri arasında geçen süreyi tespit ettiklerinde bir model geliştirilebileceklerini düşünmüşlerdir. Öğretmen adayları karşıdaki aracın boyunun (X_1) bu süreye bölünmesiyle bağıl hızın (V_T) hesap edilebileceğini öngörmüşlerdir (Bkz. Şekil 4.27).



Şekil 4.27. *Bağıl Hız Kullanılarak Yapılan Hesaplama*

Öğretmen adayları, karşıdaki aracın boyunu net olarak bilemeyeceklerinden dolayı bu stratejiyi kullanarak çok yararlı bir model geliştiremeyeceklerini düşünmüşlerdir.

4.1.3.1.3. *Tahmin adımı*

Bunun üzerine öğretmen adayları tekrar problem durumuna dönerek problemi yeniden anlamaya çalışmışlar ve karşıdan gelen aracın hızını tahmin etmek için yeni öngörülerde bulunmuşlardır:

- Karşıdaki aracın güzergâhı üzerinde bulunan bir ağaç veya levha gibi sabit bir cismi referans noktası olarak alabiliriz.

- Karşıdaki aracın, bulunduğu referans noktasından bizim araçla karşılaşacağı yere kadar geçen süreyi tespit edebiliriz.
- Araçların karşılaşmasından itibaren bizim aracımızın referans noktasına gitme süresi tespit edilebilir. Böylelikle, karşılaşma noktasının referans noktasına olan uzaklığı hesaplanabilir. Kendi hızımızı da bildiğimizden dolayı bir model geliştirebiliriz.

Öğretmen adaylarının model geliştirmek için alakalı olan bu yeni varsayımları, problem durumu ve gerçek durum arasında iyi bir model tahmin edebileceklerini göstermektedir. Öğretmen adaylarının gerçekleştirdiği tahmin adımı süreci aşağıda özetlenmiştir (Bkz. Şekil 4.28).

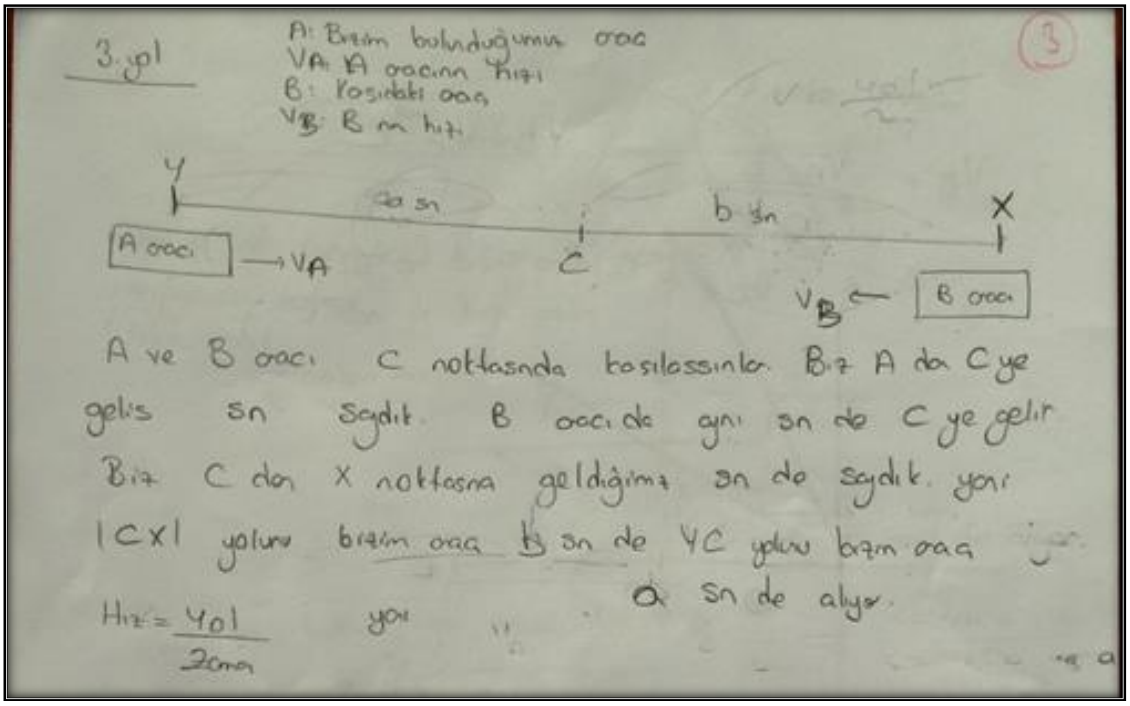
V_a: Bizim aracın hızı

V_b: Karşıdaki aracın hızı

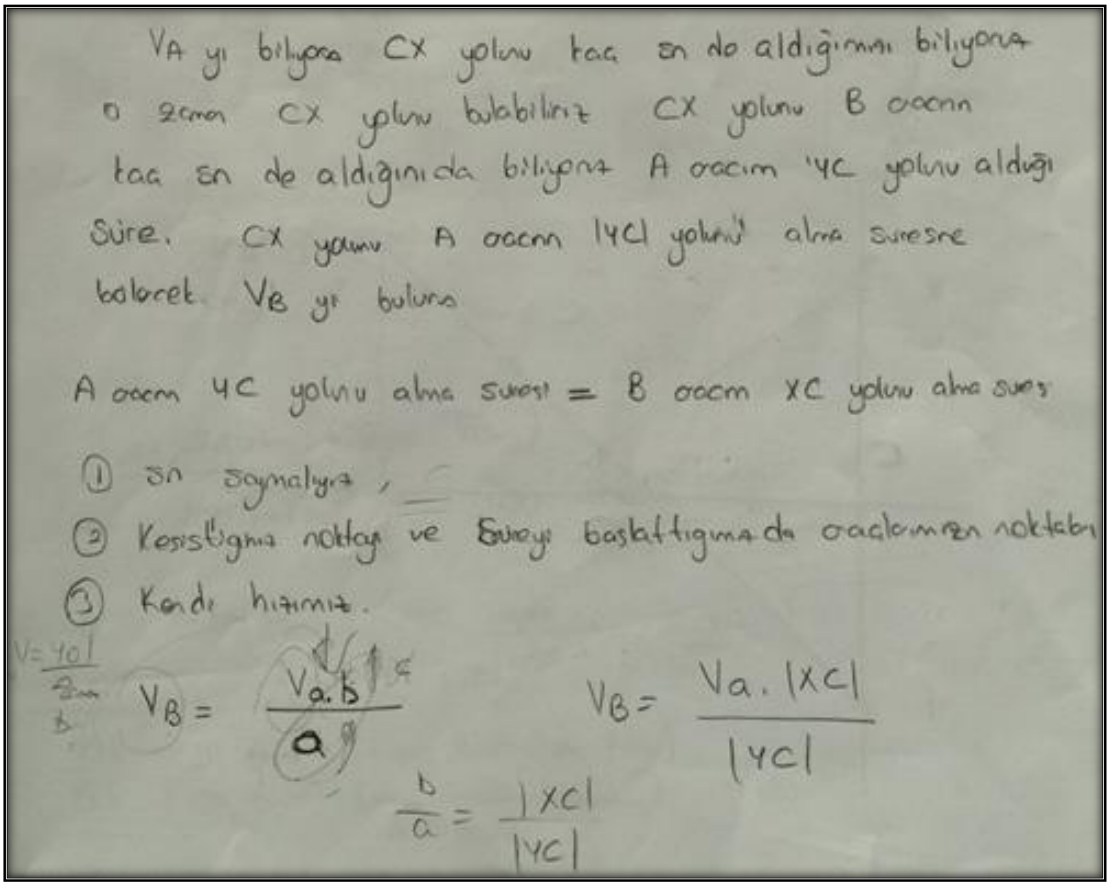
a: Karşılaşma süresi (A aracının Y ve C noktaları arasını aldığı süre; B aracının X ve C noktaları arasını aldığı süre)

b: Karşılaşma noktası ile referans noktası arasını bizim aracın aldığı süre olmak üzere

$$V_b = \frac{V_a \cdot b}{a}$$



Şekil 4.28. *Karşıdaki Aracın Hızının Uygun Değişkenler Kullanılarak Hesaplanması*



Şekil 4.28. (Devam) *Karşıdaki Aracın Hızının Uygun Değişkenler Kullanılarak Hesaplanması*

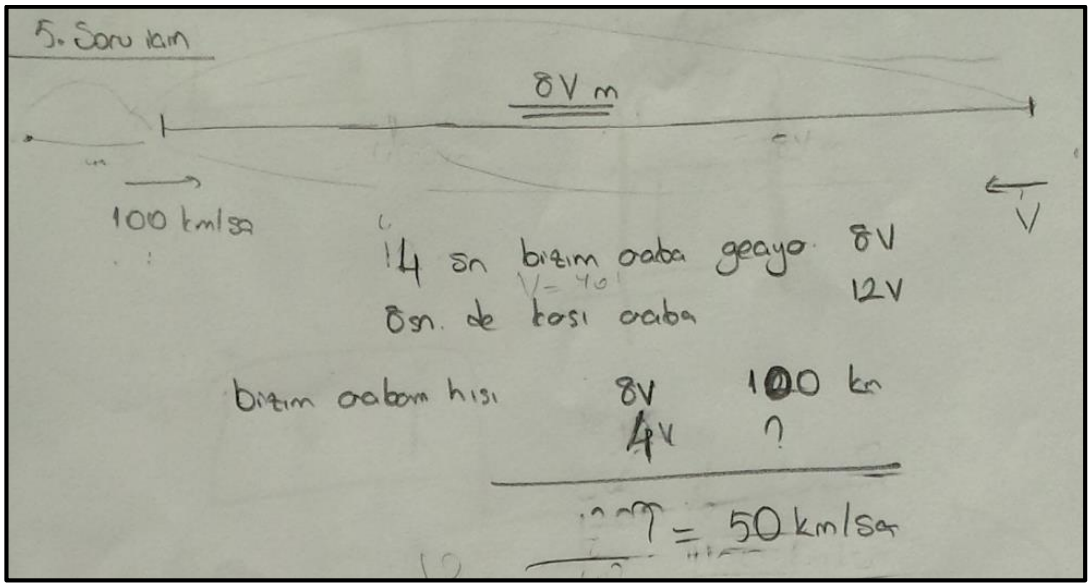
4.1.3.1.4. *Doğrulama adımı*

Öğretmen adayları bu modeli geliştirdikten sonra modellerini test edebilecekleri yeni bir durumla karşı karşıya bırakılarak modellerinin doğruluğunu göstermeleri istenmiştir: "Varsayalım ki seyahat ettiğiniz arabanın saatteki hızı 100 km/sa. Diğer araba referans noktaları arasını 8 saniyede geçiyor. 4 saniyede de sizin arabanız aynı referans noktaları arasını geçiyor. Diğer arabanın hızını tahmin etmek için bu modeli kullanınız. Cevabınız mantıklı görünüyor mu?"

Öğretmen adayları geliştirdikleri modeli oran kurma biçimine dönüştürüp kullanarak bu soruyu çözmeyi tercih etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.29).

$$V_b = \frac{V_a \cdot b}{a}$$

$$V_b = \frac{100 \cdot 4}{8} = 50\ km/sa$$



Şekil 4.29. *Geliştirilen Modelden Çıkan Sonucun Farklı Oran Kullanılarak Doğrulanması*

4.1.3.2. *T1Y3 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Öğretmen adaylarının problemi okuduklarında bu problemi daha önce karşılaştıkları yol-hız-zaman problemleri gibi düşünmeleri onlara problemi benzer şekilde çözebilecekleri düşüncesine sevk etmiştir. Bundan dolayı, öğretmen adayları problemi anlamak için çok fazla zaman harcama girişimi içerisinde olmadıkları gözlenmiştir. Problemi çok kolay çözebileceklerini düşünen öğretmen adayları kendilerinde ilk çağrışım yapan bağıl hız kavramından hareket ile modelleme sürecine başlamışlardır. Bağıl hız için karşıdaki aracın da hızının bilinmesi gerektiğini ve zaten problemde istenenin de bu olduğunu başlarda fark edememişlerdir. Birçok matematiksel işlem sonucunda model geliştirmekte zorlanan öğretmen adayları bir örnek ile stratejilerini test ettiklerinde yanlış bir strateji izlediklerini fark etmişlerdir. Ardından problemin anlama adımına dönerek yaptıkları çizim ile problemi anlamaya çalışmışlar ve sonrasında da uygulanabilir bir strateji kullanarak matematiksel model geliştirebilmişlerdir.

Bu etkinlik için öğretmen adaylarının göstermiş olduğu yeterlikler (Bkz. Tablo 4.9) her döngüde ayrı olarak ele alınmış ve bu yeterlikler ortaya çıkma önceliğine göre modellemenin adımları altında anlatılmaya çalışılmıştır.

Tablo 4.9. *T1Y3 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YETERLİKLER	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANLARI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	1	2
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	1	2
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	0	2
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	1	2
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	0	2
	ÖRÜNTÜLERİ FARK ETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme	AY6	0	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	0	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	Y	2
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	Y	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	Y
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	0	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	Y	Y
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	2
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	2	1
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	Y
TOPLAM				**5**	**21**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

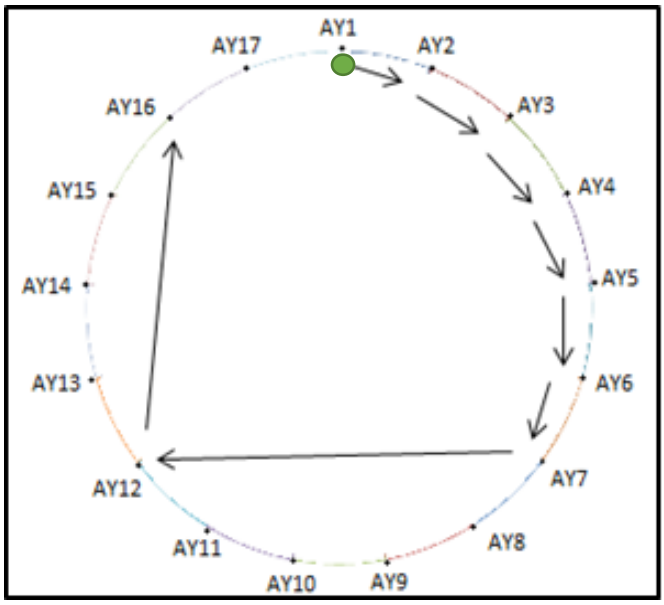
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.1.3.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.30'da verilip Tablo 4.10'da modelleme sürecinin hangi adımında hangi sıralama ile özetlenmiştir.



Şekil 4.30. *T1Y3 Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

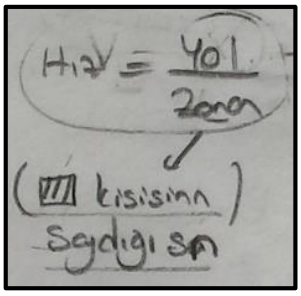
Şekil 4.30'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.10).

Tablo 4.10. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY2-AY3-AY4-AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12
Tahmin	
Doğrulama	AY16

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:1; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:1; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:0; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:1; AY5-Değişkenleri belirleme, P:0; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:0 Bkz. Tablo 4.9). Problemi bir katılımcı okumuş ve diğer katılımcılar dinlemişlerdir.

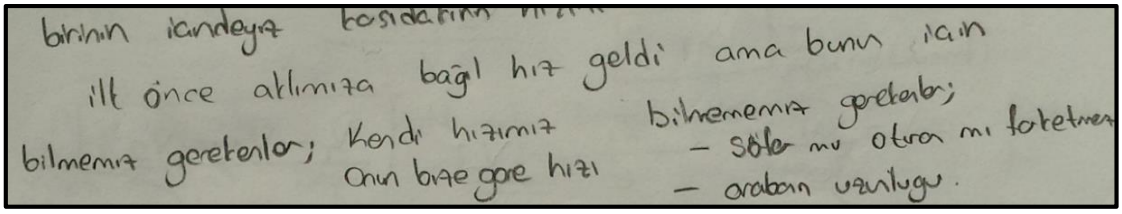
Problemin okunması bittikten sonra problem durumu öğretmen adaylarından birine "*2 saniye*" kuralını hatırlatmıştır. Bu kural güvenli fren mesafesini ayarlayabilmek için öndeki aracın ne kadar geriden takip edilmesi gerektiğini anlayabilmek için geliştirilmiş olan "takip mesafesi" pratiğidir. Bu kuralda araçlar aynı yönde gitmektedirler ve öndeki aracın geçtiği bir cisme arkadaki araç 2 saniyeden önce geliyorsa güvenli fren mesafesinde olmadığı sonucu ortaya çıkmaktadır. Problemin okunmasından sonra ortaya koydukları çözüm stratejisinden problemi tam olarak anlamadıkları belli olan öğretmen adayları, problem cümlesinde ne anlatılmak istendiğini kısmi olarak ifade edebildiklerinden dolayı "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Bu aşamadan sonra problemin çözümüne yönelik fikir beyan etme ihtiyacı duyan öğretmen adayları, problemin kendilerine bağıl hız kavramını hatırlattığını ifade ederek bunu çizdikleri şekillerle anlaşılır hale getirmeye çalışmışlardır (Bkz. Şekil 4.27). Belirlenen strateji görevin yerine getirilmesi için uygun bir yöntem olmadığından ancak bir şekil çizerek (Bkz. Şekil 4.24 ve Şekil 4.27) problem anlaşılmaya çalışıldığından "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Problem durumu öğretmen adaylarında bağıl hız konusuna ve şoförlük eğitiminde anlatılan "*2 saniye*" kuralına çağrışım yapmış fakat uygulamak istedikleri bu stratejinin buradaki problem durumuna uygunluğuna bakma ihtiyacı duymamışlardır. Bu durum, öğretmen adaylarının yanlış bir benzetimle problem çözme arayışı içerisine girmelerine neden olmuştur. Ayrıca, problemin okunmasından sonra kendilerinde çağrışım yapan "*2 saniye*" kuralının bu problem durumu için uygunluğunu düşünmeden Şekil 4.27.'de çizdikleri karşıdaki aracın şoförünün bulunduğu konumu geçme süresi için (t) "2 sn kuralını" kullanabileceklerini ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.31). Bu durumun öğretmen adaylarındaki önyargıyı gösterdiği söylenebilir.



Şekil 4.31. *"2 saniye kuralının" Yanlış Yorumlanması*

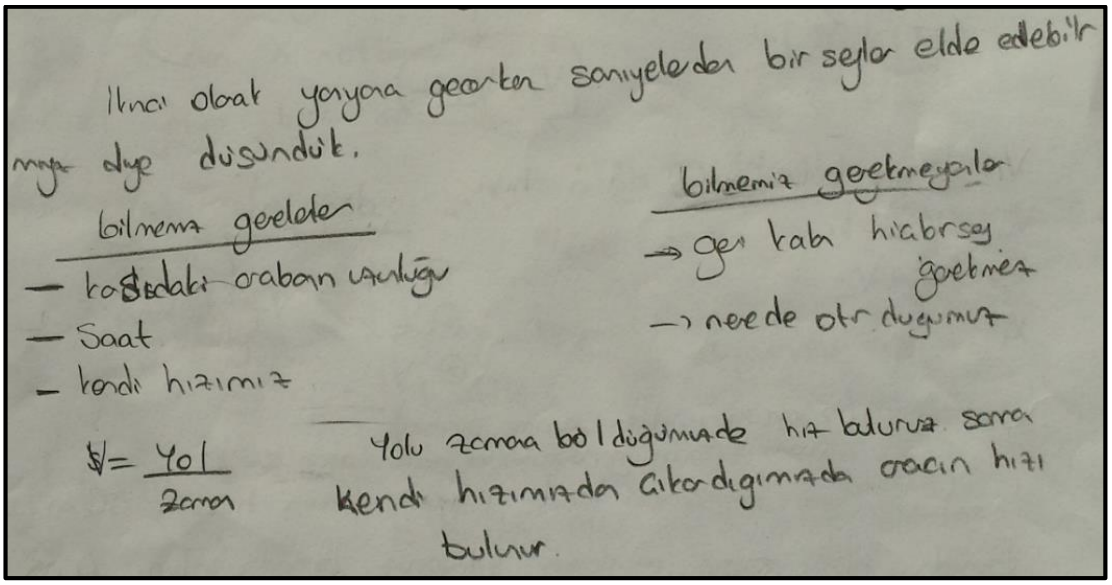
Sonrasında, problemi bağıl hız stratejisi ile çözebilmeleri için gerekli öğeleri belirlemeye çalışmışlardır. Zaten karşıdan gelen aracın hızı sorulduğundan ve bağıl hız da belli olmadığından uygulanmak istenen bağıl hız stratejisi ile model geliştirmenin mümkün olamayacağı açıkça görülmekte iken bu stratejiye yönelik öğeler ayırt edilmeye çalışıldığından "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterliği 0 olarak değerlendirilmiştir. Yapılan çizimler problemin karmaşık yapısını kısmen basitleştirdiğinden "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Problemin yapısı gereği değişkenler belli olmadığından ve yanlış çözüm stratejisi sonucunda değişkenler yanlış olarak belirlendiğinden değişkenler arasındaki ilişki de görülememiştir. Bu sebeple "Değişkenleri belirleme (AY5); Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:0; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:0; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:0; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.9). Problemde karşıdan gelen aracın hızının sorulmasına rağmen ilk çözüm stratejisi olarak bağıl hız kullanılmaya çalışılmıştır. Bağıl hızda karşıdan gelen aracın hızının veya bağıl hızın verilmiş olması gerektiğinden (Bkz. Şekil 4.32) kullanılabilir bir strateji olmamıştır.



Şekil 4.32. *İlk Kullanılan Çözüm Stratejisi (Bağıl Hız) için Bilinmesi Gerekenler*

İkinci çözüm stratejisi olarak karşıdan gelen aracın boyunun problemde verilmemesine rağmen bunun değişken olarak düşünülüp model geliştirilmeye çalışılması uygun bir strateji seçimi olmamıştır (Bkz. Şekil 4.33). Bu sebeple, "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği "0" olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.33. *Araçların Birbirini Geçme Süresi Stratejisi için Bilinmesi Gerekenler*

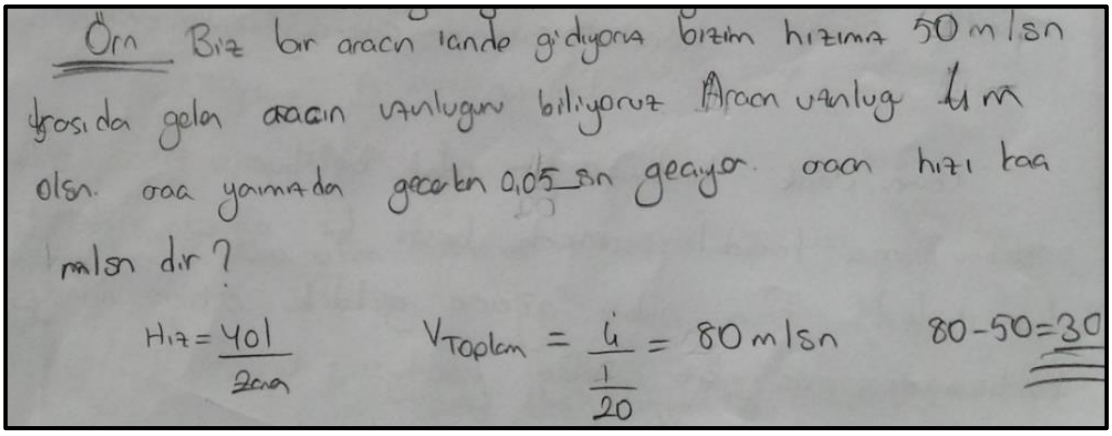
Çözüm stratejilerinin uygun olup olmadığı düşünülmeden belli bir aşamaya kadar uygulanmaya çalışılması dolayısıyla bu aşamada matematiğin de doğru kullanılmadığını göstermektedir. Karşıdan gelen aracın bizim aracımızı geçme süresinin ölçümünün salise bazında yapılması ve ayrıca karşıdaki aracın boyunun bilinmesi gerektiği aksi takdirde iyi bir model geliştirilemeyeceği matematiksel bilgiler kullanılarak hesaplanabilecek iken yapılamamıştır (Örnek olarak araçlar 50 km/sa hızlarla karşılıklı birbirlerini geçseler, toplam 100 km/sa=27,78 m/sn olur. Aracın boyu yaklaşık 3 m olsa, 3 m'lik araç bizim aracı 3/27,78=0,108 saniyede geçer ki bu da yaklaşık 6,5 salise eder). Sonrasında, bu yanlış stratejilerin anlaşılır kılınabilmesi için yapılan çizimlere rağmen yanlışlığın devam ettirilmesinden dolayı "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği "0" olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları buluşsal stratejilerden "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10)" yeterliklerini kullanmamışlardır. Buluşsal stratejilerden "Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterliğinin bu döngüde kullanıldığı görülmüştür. Problemin yapısı gereği veriler açıkça verilmesine rağmen uygulamak istedikleri stratejiye uygun verileri oluşturabildikleri görülmektedir (Bkz. Şekil 4.32. ve Şekil 4.33). Bu verilerin teorik olarak bırakılması ve yanlış strateji için veriler olmasından dolayı bu yeterlik "1" olarak değerlendirilmiştir. "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği kullanılmamıştır.

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; Bkz. Tablo 4.9).

Öğretmen adayları bir örnek ile stratejilerinin doğruluğunu test etmişler (Bkz. Şekil 4.34) ve yanlış bir strateji uygulamaya çalıştıklarını görmüşlerdir. Öğretmen adayları bu örnekten sonra bağıl hız stratejisini kullanamayacaklarını zaten karşıdaki aracın hızının istendiğini ifade etmişlerdir. İlgili diyalog aşağıda verilmiştir.

ÖA1 : Bizim hızımız 30 olsa karşıdaki aracın hızı da 20 olsa bağıl hız 50 olur.
ÖA2 : Aa! Zaten karşıdaki aracın hızını soruyor, bağıl hızı bulamayız ki.

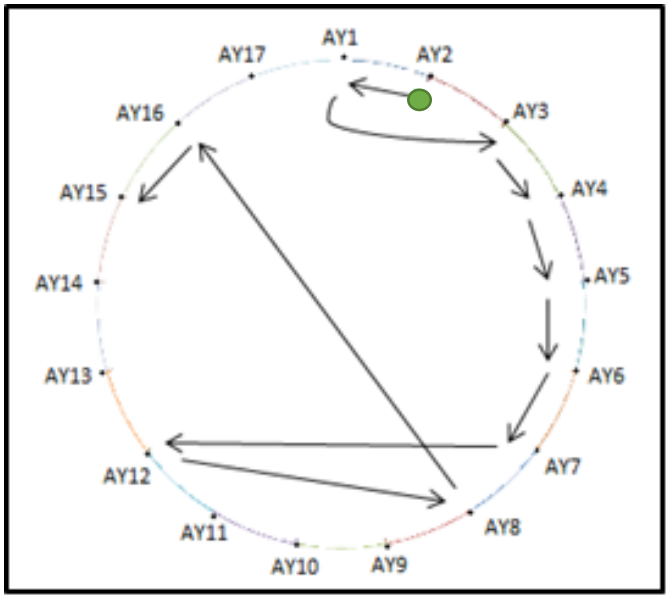
Sonrasında geliştirilen karşıdaki aracın boyunun kullanılarak model geliştirme stratejileri için de aracın boyunun bilinemeyeceği ve aracın bizim aracı geçme süresinin hassas olarak ölçülemeyeceğinden bu strateji ile iyi bir model geliştirilemeyeceğini düşünmüşlerdir. Bu döngüde "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği kullanılmamıştır. Ardından problemi tekrar okuyan öğretmen adayları 2. döngüye başlamışlardır.



Şekil 4.34. *Çözüm Stratejilerinin Doğruluğunu Göstermek için Yapılan Örnek*

4.1.3.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.35'te verilip Tablo 4.11'de hangi adımda hangi sıralama ile bu yeterliklerin gösterildikleri özetlenmiştir.



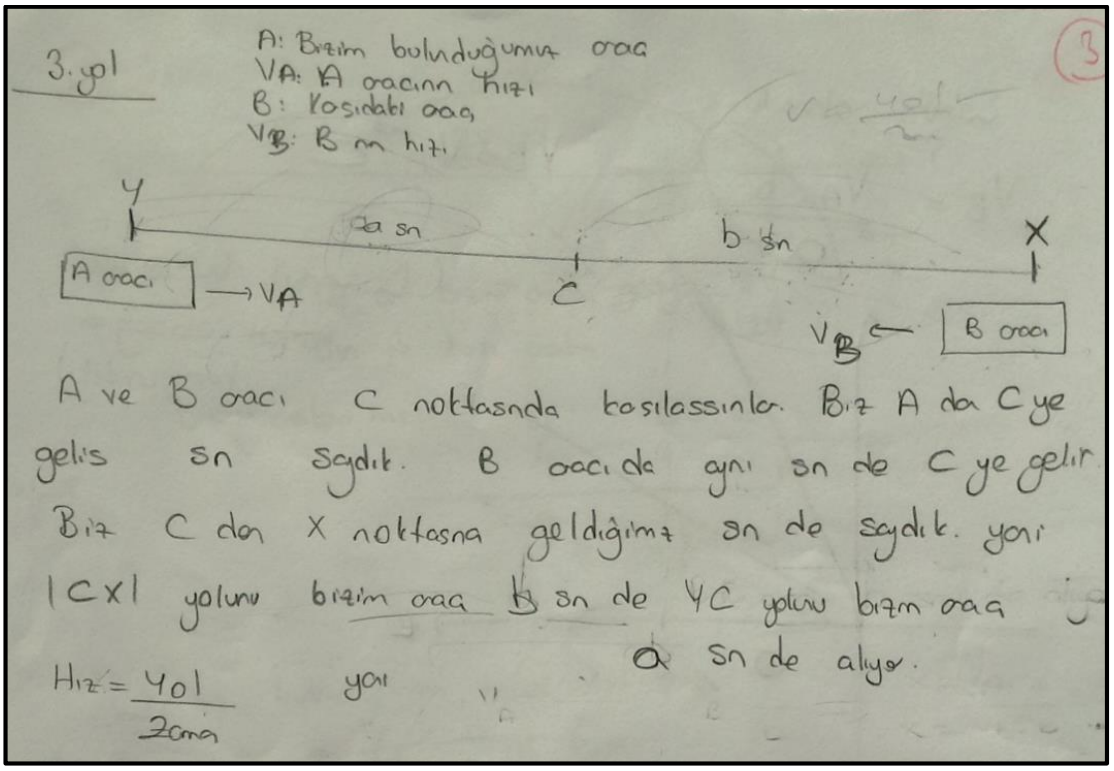
Şekil 4.35. *T1Y3 İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.35'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.11).

Tablo 4.11. *İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY2-AY1-AY3-AY4-AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12-AY8
Doğrulama	AY16
Tahmin	AY15

ÖA'arının *anlama* adımında göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:2; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:2; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; Bkz. Tablo 4.9). Önceki stratejileri ile model geliştiremeyen öğretmen adayları yeni bir strateji geliştirmeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarından biri karşılaşma süresi ve karşıdaki aracın bulunduğu belli bir yerden karşılaşma noktası mesafesini kullanarak model geliştirebileceklerini ifade etmiştir (Bkz. Şekil 4.36).

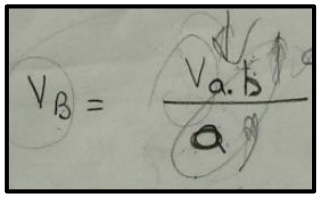


Şekil 4.36 *Karşılaşma Süresi ve Karşıdaki Aracın Bulunduğu Bir Yerin Kullanılarak Geliştirilen Çözüm Stratejisi*

Karşıdaki aracın bulunduğu X noktasını referans noktası alıp karşılaşma sürelerini belirleyebileceklerini, bu süre ile karşıdaki aracın hızının çarpımının X ile C arasındaki mesafeyi verdiğini, bizim C ile X arasını gideceğimiz süreyi belirleyebileceğimizi ve hızımızı da bildiğimizden dolayı X ile C arasındaki mesafeyi hesaplayabileceğimizi ve bu mesafenin karşılaşma süresine oranının karşıdaki aracın hızını vereceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları yaptıkları çizim ile bunu göstermişlerdir (Bkz. Şekil 4.36). Yapılan bu çizim onların model oluşturmasını sağlayabilecek bir stratejinin belirlenmesi için kullanıldığından "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2)" yeterliği bu döngüde "2" olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları çizimlerini yaparken görev olarak ne yapmaları gerektiğini de ifade ettiklerinden "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları bu çizim üzerine tartışarak stratejik öğeleri C (karşılaşma noktası), X (karşıdaki aracın süre tutmaya başlandığında bulunduğu nokta), V_A (bizim bulunduğumuz aracın hızı), V_B (karşıdaki aracın hızı), a (karşılaşma süresi), b (bizim C'den X'e ulaşma süresimiz) olarak belirleyebildiklerinden "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.36). Problem kapsamında ne sorulduğu, model geliştirmek için hangi verilerin gerektiği ve değişkenlerin ne olduğu gibi kapalı ifadeler

öğretmen adaylarının yapmış oluğu çizim ve açıklama ile açığa çıktığından dolayı "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.36). Problem kapsamında karşıdaki aracın hızı sorulduğundan öğretmen adayları bu hızın bulunması için gerekli değişkenleri V_A, V_B, a ve b olarak belirlediğinden "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.36).

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:2; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.9). Öğretmen adayları iki aracın arasındaki karşılaşma noktası ve karşıdaki aracın süre başladığında bulunduğu noktaları referans alıp karşılaşma süresini ve bizim karşılaşma noktasından süreyi başlattığımızda diğer aracın bulunduğu yere gitme süremizi kullanarak model geliştirme stratejisini anlama adımında yaptıkları çizim ile netleştirerek uygulamaya karar vermişlerdir. Uygulanması düşünülen bu strateji model geliştirmek için yeterli bir strateji olduğundan "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları stratejilerini uygulayarak ilk matematiksel modellerini geliştirdiklerinden "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.37).

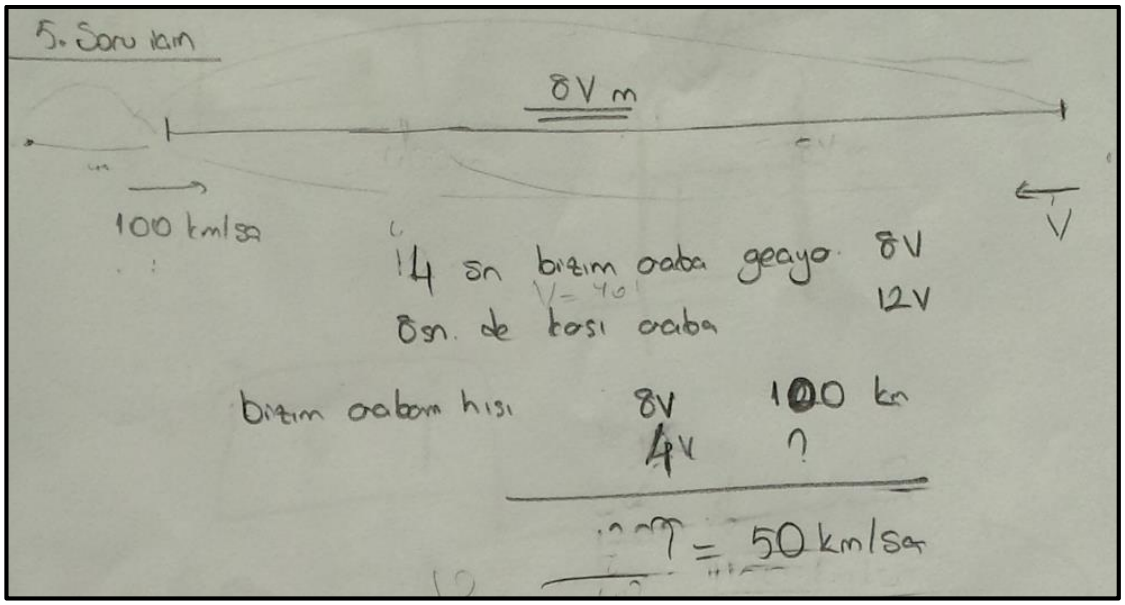


Şekil 4.37. *Geliştirilen İlk Model*

Öğretmen adaylarının stratejilerinin uygulanmasında ve modelin geliştirilmesinde matematiksel bilgilerini doğru kullanmalarından dolayı "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir. "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Doğrulama adımına geçen öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY17-

Modeli revize etme, P:2; AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; Bkz. Tablo 4.9.). Öğretmen adayları bu adımda geliştirdikleri matematiksel modelin doğruluğunu örnek veriler yardımı ile doğrulamak istemişleridir. Bunun için problem kapsamında sorulan 5. soru için modeli kullanarak buldukları sonuç ile orantı kurarak buldukları sonuçları karşılaştırmışlar ve aynı sonucu elde etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.38). Bu sebeple, "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.38. *Doğrulama için Bir Örnek*

Tahmin adımında gösterilmiş olan alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY15-Genelleme, P:2; AY13-Çözümün yorumlanması, P:0; AY14-Sonuçların yorumlanması, P:0; Bkz. Tablo 4.9). Öğretmen adayları yaptıkları doğrulama (Bkz. Şekil 4.38) ile modellerinin tüm benzer problemler için kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. Bu sebeple "Genelleme (AY15)" yeterliği "2" olarak değerlendirilmiştir. "Çözümün yorumlanması (AY13); Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Öğretmen adaylarının ikinci döngü sonunda ilk döngüye göre yeterlik puanları toplamını artırdıkları görülmüştür (Bkz. Tablo 4.9). Bu durum, öğretmen adaylarının ilk döngüde uygulamaya çalıştıkları bağıl hız stratejisinin ve ayrıca karşıdaki aracın bizim aracımızı terk etme süresinin ve karşıdaki aracın boyunun tahmin edilmesine dayalı stratejilerin bu problem için uygulanamaz olduklarını fark etmeleri sonucunda ikinci döngüde doğru bir matematiksel strateji geliştirmeleri ile mümkün olmuştur.

4.1.4. Yapılarına göre T1 etkinliklerinin puanlarının ve yeterlik sayılarının karşılaştırılması

Bu bölümde farklı yapılardaki (Y1:Verilerdeki belirsizlik seviyesi en düşük; Y2:Verilerde dönüşüm yapılmalı; Y3:Verilerin belirsizlik seviyesi yüksek) Tam Doğrusal (T1) ilişkiler içeren etkinliklerin modelleme sürecinde gösterilen bilişsel yeterliklere ait puanlar 1. ve 2. döngüler için ayrı ayrı verilmiştir (Bkz. Tablo 4.12).

Tablo 4.12. *Tam Doğrusal Etkinliklerin Farklı Yapılarında Gösterilen Yeterlik Puanları*

TÜR	YAPI	DÖNGÜ	ANLAMA						DÜZENLEME						TAHMİN			DOĞRULAMA		TOPLAM PUAN
			ÜY1		ÜY2		ÜY3	ÜY4	ÜY1	ÜY2				ÜY3	ÜY1		ÜY2	ÜY1	ÜY2	
			AY1	AY2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY8	AY9	AY10	AY11	AY12	AY13	AY14	AY15	AY16	AY17	
T D (T1)	Y1	1	2	Y	Y	Y	1	1	1	1	Y	Y	Y	1	Y	Y	1	1	Y	9
		2	2	Y	Y	Y	2	2	2	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	2	16
	Y2	1	2	Y	1	0	1	1	1	Y	Y	Y	Y	0	Y	Y	Y	Y	Y	6
		2	Y	Y	2	2	2	2	2	2	2	Y	Y	2	Y	0	Y	0	Y	16
	Y3	1	1	1	0	1	0	0	0	Y	Y	Y	Y	0	Y	Y	Y	2	Y	5
		2	2	2	2	2	2	2	2	2	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	1	Y	21

0:Yeterliği hiç gösterememiştir; 1:Yeterliği kısmen gösterebilmiştir; 2:Yeterliği tamamen gösterebilmiştir; Y:Yeterliği kullanmamıştır.
ÜY1:Anlama; ÜY2:Basitleştirme; ÜY3:Değişkenleri belirleme; ÜY4:Örüntüleri fark etme; ÜY5:Matematikleştirme; ÜY6:Buluşsal stratejiler kullanma; ÜY7:Matematiği kullanma; ÜY8:Yorumlama; ÜY9:Genelleme; ÜY10:Doğrulama; ÜY11:Modeli revize etme
AY1:Görevin hedef veya amaçlarını belirtme; AY2:Görevi benzetim veya temsillerle açıklama; AY3:Stratejik öğeleri ayırt etme; AY4:Problemin karmaşık yapısını basitleştirme; AY5:Değişkenleri belirleme; AY6:Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme; AY7:Tahminler ve stratejiler üretme; AY8:Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; AY9:Matematiksel ifadeleri düzenleme; AY10:Problemi parçalara bölme; AY11:Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme; AY12:Matematiksel bilgiyi kullanma; AY13:Çözümün yorumlanması; AY14:Sonuçların yorumlanması; AY15:Genelleme; AY16:Doğrulamalar yapma; AY17:Modeli revize etme

Ardından Tablo 4.12'deki verilerin karşılaştırmalarının yapılabilmesi için bu veriler yüzdelik olarak hesaplanmış ve tablo halinde gösterilmiştir (Bkz. Tablo 4.13). Ayrıca bu tabloda gösterilen yeterlik sayılarına ait veriler ve bu verilerin yüzdelik karşılığı gösterilmiştir.

Tablo 4.13. *T1 Etkinlikleri için Yeterlik Puanlarına ait İstatistiki Veriler*

TİP	YAPI	DÖNGÜ	DÖNGÜLERDE GÖSTERİLEN YETERLİK SAYISI	ETKİNLİKTE GÖSTERİLEN YETERLİK SAYISI	DÖNGÜ PUANLAR TOPLAMI	ETKİNLİK PUANLAR TOPLAMI	AY8 VE AY15 PUANI	17 YETERLİĞE GÖRE ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	GÖSTERİLEN YETERLİĞE GÖRE ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	17 YETERLİĞE GÖRE DÖNGÜ PUAN YÜZDESİ	GÖSTERİLEN YETERLİĞE GÖRE DÖNGÜ PUAN YÜZDESİ	AY8 VE AY15 ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	AY8 VE AY15 DÖNGÜDEKİ TOPLAM PUAN YÜZDESİ
T.D. (T1)	Y1	1	8	16	9	25	2	37%	39%	26%	56%	50%	50%
		2	8		16		2			47%	100%		50%
	Y2	1	7	17	6	22	0	32%	32%	18%	43%	25%	0%
		2	10		16		2			47%	80%		50%
	Y3	1	9	20	5	26	0	38%	33%	15%	28%	50%	0%
		2	11		21		4			62%	95%		100%

1. ***17 yeterliğe göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterlikler (17 alt yeterlik) baz alınarak farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen puanlar toplamının karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.2). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinlikte gösterilen toplam puanın, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak tüm yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

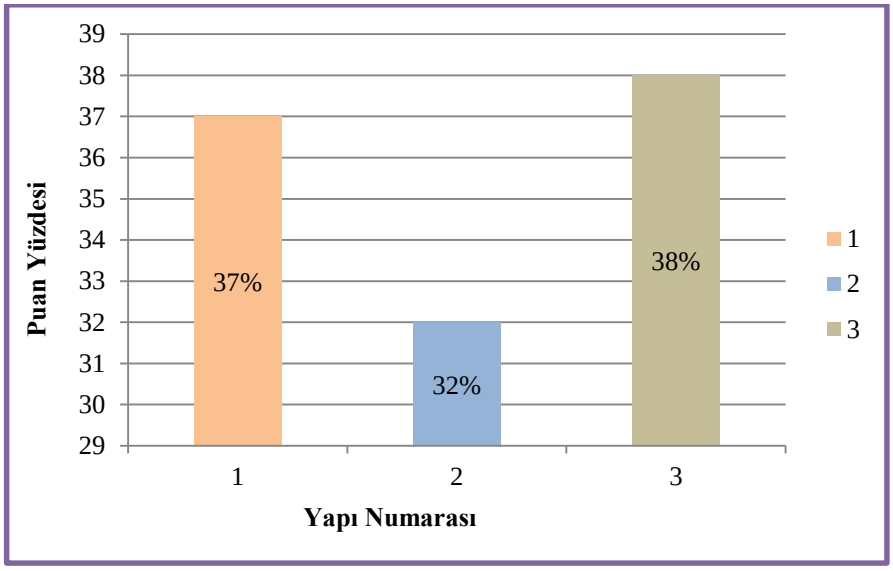
$$17\ yeterliğe\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$

$$= \left(\frac{Etkinlik\ Puanı}{17 \cdot Döngü\ sayısı \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{25}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 37$$

$$= \left(\frac{22}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 32$$

$$= \left(\frac{26}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 38$$



Grafik 4.2. *17 Yeterliğe Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri*

Tam Doğrusal ilişkiler içeren ve yapısal olarak Yapı1, Yapı2 ve Yapı3 etkinliklerinden oluşan bu üç etkinlik ikişer döngü ile tamamlanabilmiştir. Her döngüde toplam 17 yeterlik (anlama-6; düzenleme-6; doğrulama-3; tahmin-2) incelenmiş olup 2 döngüde alabilecekleri en yüksek toplam yeterlik puanı 68 olmaktadır. T1Y1 etkinliğinde toplamda 25 puan ile %36,8 yüzde, T1Y2 etkinliğinde 22 puan ile %32,4 yüzde ve T1Y3 etkinliğinde 26 puan ile %38,2 yüzde sağlayabildikleri görülmüştür. T1Y2 etkinliğinde yüzdenin düşmesi etkinliğin yapısal olarak 1. etkinliğe göre daha karmaşık olmasına ve ilk defa bu yapıda (Y2) bir soru ile karşılaşmalarına bağlanabilir. Öğretmen adaylarının T1Y3 etkinliğinde yüzdeyi T1Y2 ve T1Y1 etkinliklerine göre artırmaları ise Tam Doğrusal ilişki türündeki sorulara aşina olmaları ile açıklanabilir.

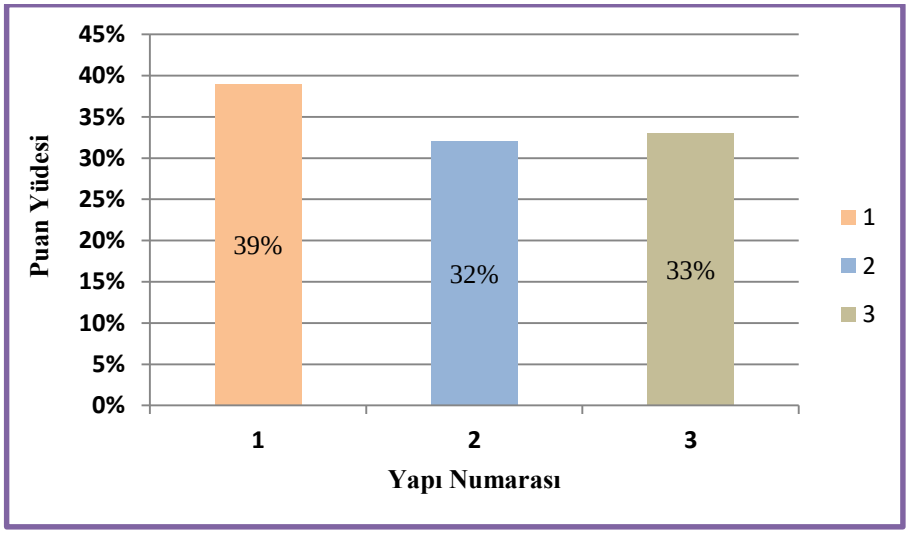
2. *Gösterilen yeterliklere göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:* Bu kısımda öğretmen adaylarının etkinliklerde gösterdikleri yeterlikler baz alınarak toplam etkinlik puanlarının farklı yapılara göre karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.3). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılarda gösterilen toplam yeterliklerin gösterilen yeterlik başına düşen ortalama puana göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi = \left(\frac{Etkinlik\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot (Döngü\ sayısı \cdot 2)}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{25}{16 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 39$$

$$= \left(\frac{22}{17 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 32$$

$$= \left(\frac{26}{20 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 33$$



Grafik 4.3. *Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinliklerin Puan Yüzdeleri*

Her yeterlikten alınabilecek en yüksek 2 puan olduğundan dolayı her etkinlik için gösterilen yeterliklere ait yeterlik başına düşen ortalama puan yüzdeleri Yapı1'de diğer yapılara göre daha yüksek seviyede gerçekleşmiştir (Bkz. Grafik 4.3). Bu durum problemin yapısı gereği verilerin ve ne istendiğinin açıkça verilmesi sebebiyle yeterliklerin daha iyi sergilenebildiği ile açıklanabilir. T1Y2 etkinliğinde ortalama yeterlik puan yüzdesinin düşmesini problemin yapısı gereği öğretmen adaylarına daha karmaşık gelmesi ile açıklanabilir. Yapı3'e ait problemde belirsizliğinin artmasına rağmen puanda düşüş olmaması Tam Doğrusal problemlere aşina olma ile açıklanabilir.

3. ***Tüm alt yeterliklere göre 1. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) baz alınarak karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.4). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek

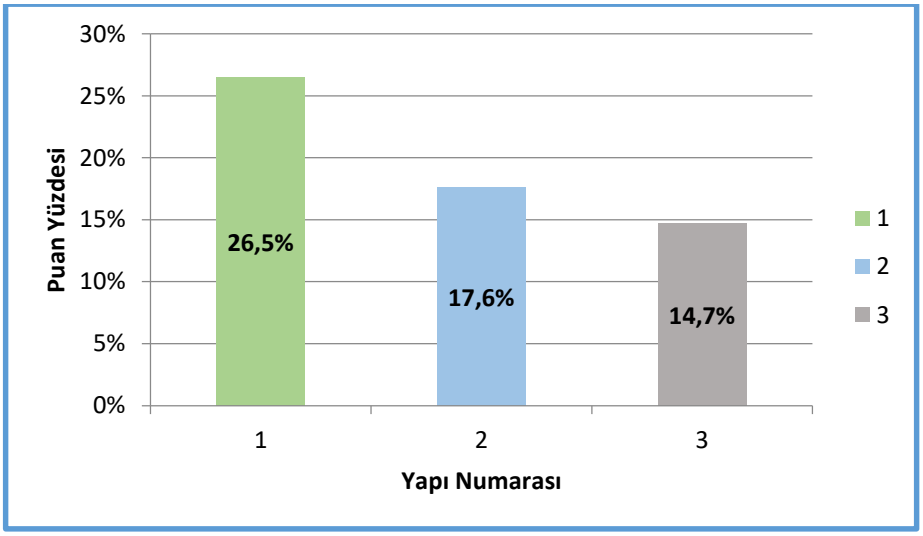
en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$17\ yeterliğe\ göre\ 1.döngüdeki\ toplam\ puanların\ \ yüzdesi$$
$$= \left(\frac{1.Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{9}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 26{,}5$$

$$= \left(\frac{6}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 17{,}6$$

$$= \left(\frac{5}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 14{,}7$$

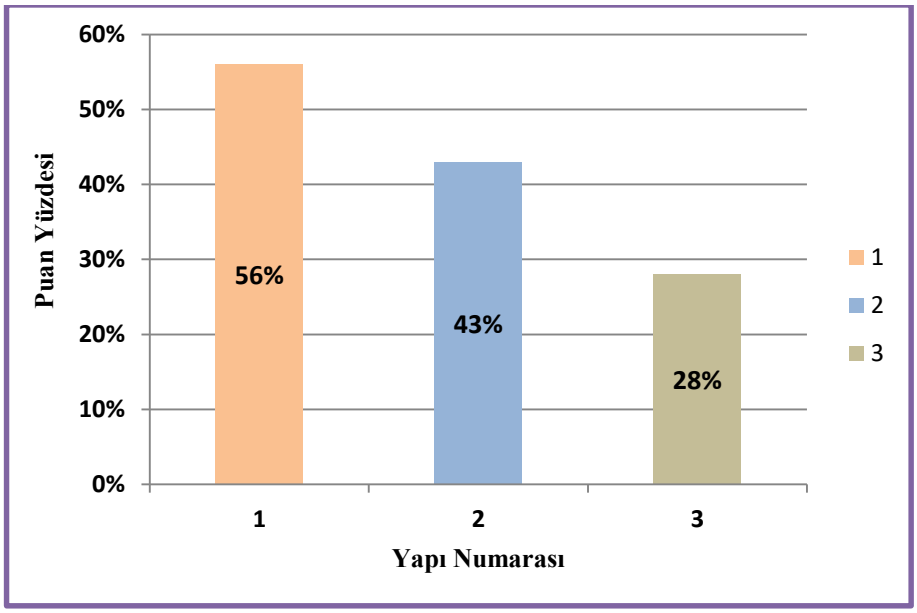


Grafik 4.4. *17 Yeterliğe Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Bu değerlendirmede 17 yeterlik incelenmiş olup alabilecekleri en yüksek toplam yeterlik puanı 34 olmaktadır. T1Y1 etkinliğinde toplamda 9 puan ile %26,5 yüzde, T1Y2 etkinliğinde 6 puan ile %17,6 yüzde ve T1Y3 etkinliğinde 5 puan ile %14,7 yüzde sağlayabildikleri görülmüştür. Yapı1'den Yapı3'e doğru puan yüzdelerindeki düşme etkinliklerin yapısındaki belirsizliğin artmasına bağlanabilir. Puan yüzdelerindeki

azalışın T1Y2 etkinliğinde %8,9'dan T1Y3 etkinliğinde %2,9 ile iyileşme göstermesini öğretmen adaylarının doğrusal ilişki türüne aşina olmalarına bağlayabiliriz.

4. *Gösterilen yeterliklere göre 1. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki puanlar toplamı, gösterilen yeterlikler baz alınarak karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.5).



Grafik 4.5. *Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Bu karşılaştırmada amaç gösterilen alt yeterlikler temel alındığında, etkinliğin 1. döngüsünde gösterilen puan ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 1.döngüdeki\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi$$

$$= \left(\frac{1.Döngü\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{9}{8 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 56$$

$$= \left(\frac{6}{7 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 43$$

$$= \left(\frac{5}{9 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 28$$

Etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen yeterlik sayıları Y1'de 8, Y2'de 7 ve Y3'te 9 şeklinde olmuştur (Bkz. Tablo 4.13). Her yeterlikten alınabilecek en yüksek 2 puan olduğundan etkinliklerin puanları Y1 için 16, Y2 için 14 ve Y3 için 18 üzerinden değerlendirilmiştir. Buna göre puanlar sıra ile 9, 6, 5 olduğundan puan yüzdeleri Y1'de %56, Y2'de %43 ve Y3'te %28 şeklinde olmuştur. Problemlerin yapı numaraları arttığında puanlarının azalması, problemin yapısındaki belirsizliğin artması ile açıklanabilir.

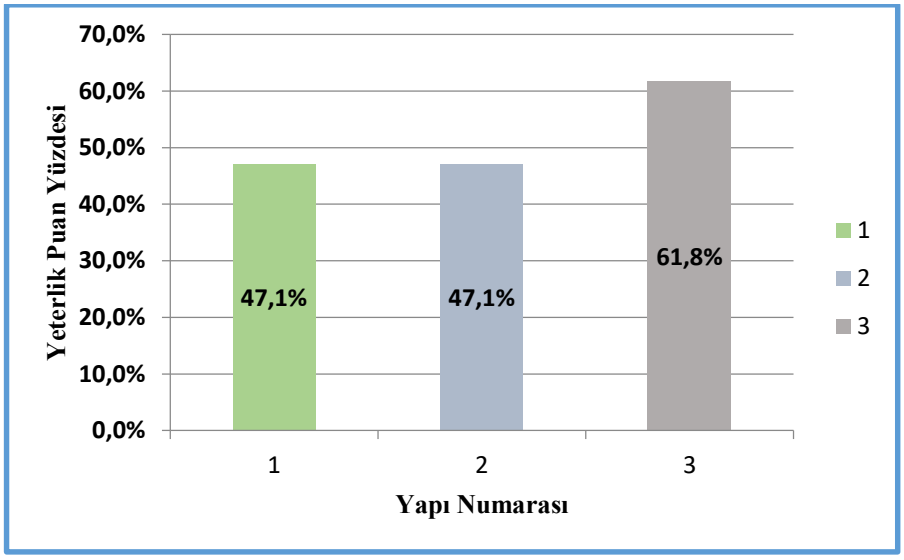
5. ***Tüm alt yeterliklere göre 2. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) baz alınarak karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.6). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerinin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$17\ yeterliğe\ göre\ 2.döngü\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi$$
$$= (\frac{2.Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{16}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 47$$

$$= \left(\frac{16}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 47$$

$$= \left(\frac{21}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 61{,}8$$



Grafik 4.6. *17 Yeterliğe Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Bu döngüde 17 yeterlik incelenmiş olup alabilecekleri en yüksek toplam yeterlik puanı 34 olmaktadır. İkinci döngülere bakıldığında Y1'de toplamda 16 puan ile %47,1, Y2 etkinliğinde 16 puan ile %47,1 ve Y3 etkinliğinde 21 puan ile %61,8 yüzde gerçekleştiği görülmüştür. Buna göre Y3'teki puanın Y1 ve Y2'ye göre daha yüksek olması Tam Doğrusal etkinliklerde modelin ortaya çıkarılması için Y3'te diğerlerine göre 2. döngüye daha fazla toplam yeterlik puanı gösterilmesi gerektiği söylenebilir. Birinci döngülerdeki toplam yeterlik puanı puanlarına bakıldığında (Y1:%27; Y2:%18; Y3:%15; Bkz. Grafik 4.4) Y1'den Y3'e doğru olan azalma bu düşünceyi desteklemektedir. 1. döngüye göre 2. döngüde yeterliklerin daha verimli kullanıldığı söylenebilir.

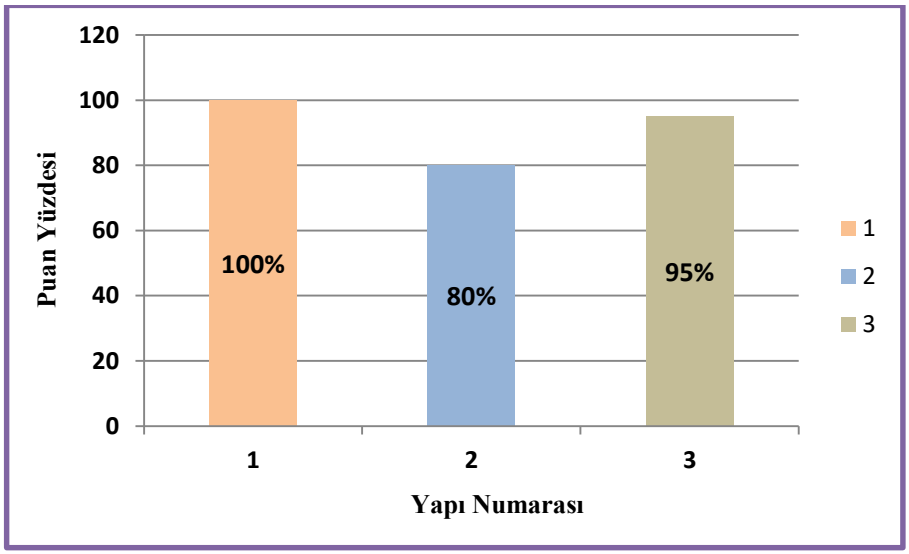
6. ***Gösterilen yeterliklere göre 2. döngülerdeki toplam puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerindeki puanlar toplamı, gösterilen yeterlikler baz alınarak karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.7). Bu karşılaştırmada amaç gösterilen alt yeterlikler baz alındığında, etkinliğin 2. döngüsünde gösterilen puanın ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerinin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 2.döngü\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{2.Döngü\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{16}{8 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 100$$

$$= \left(\frac{16}{10 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 80$$

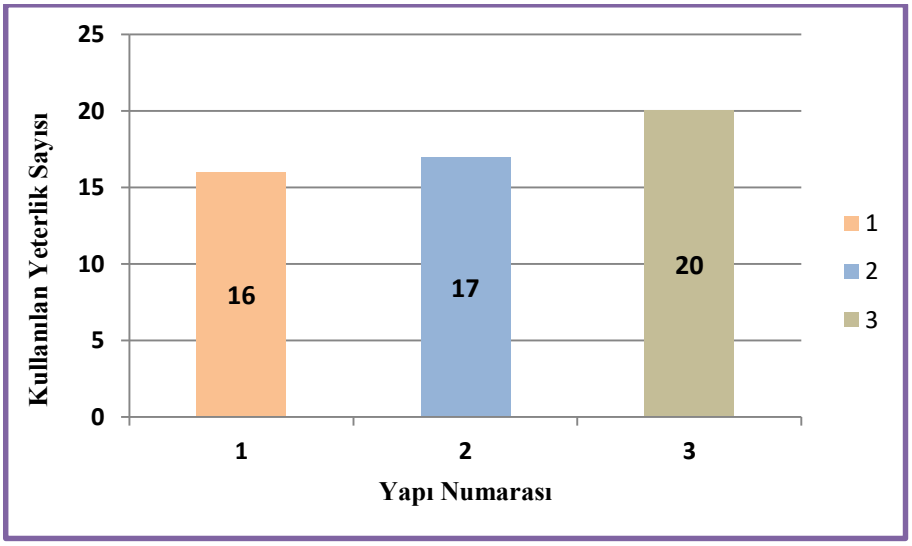
$$= \left(\frac{21}{11 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 95$$



Grafik 4.7. *Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Buna göre Y1 etkinliğinde yeterlik puan yüzdesinin %100 ile diğer yapılara göre yüksek olması Y1 etkinliğinde problemin belirsizlik seviyesinin en düşük olması ile açıklanabilir. Y2 etkinliğinde puanın %80'e düşmesi problemin yapısındaki belirsizliğin artması ve bunun sonucu olarak verilerde gerekli dönüşümün yapılamaması ve verilerin gerektiği gibi kullanılamaması ile açıklanabilir. Y3 etkinliğinde belirsizliğin artmasına rağmen yüzdenin Y2'ye göre artması T1 problem türüne aşina olunması ile açıklanabilir. 2. döngüde 1. döngüye göre yeterliklerin daha verimli kullanıldığı söylenebilir.

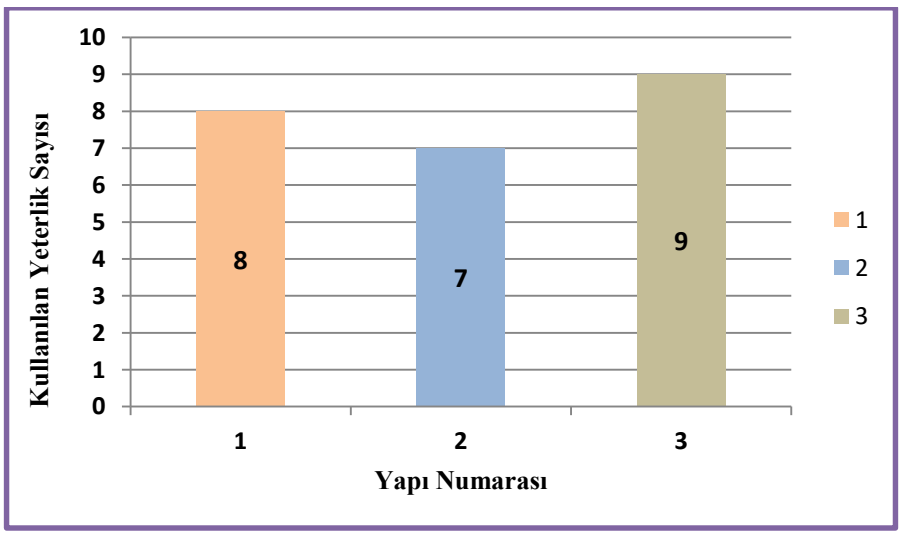
7. *Gösterilen yeterliklerin sayısına göre etkinliklerin karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.8). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.



Grafik 4.8. *Etkinlikte Gösterilen Yeterlik Sayıları*

Gösterilen yeterliklerin sayılarına (Y1:16; Y2:17; Y3:20) bakıldığında Yapı1'den Yapı3'e doğru bir artış olmuştur. Bu artış problemin yapısının karmaşıklaştıkça daha fazla yeterlik kullanılmasına gereksinim duyulabileceği ile açıklanabilir.

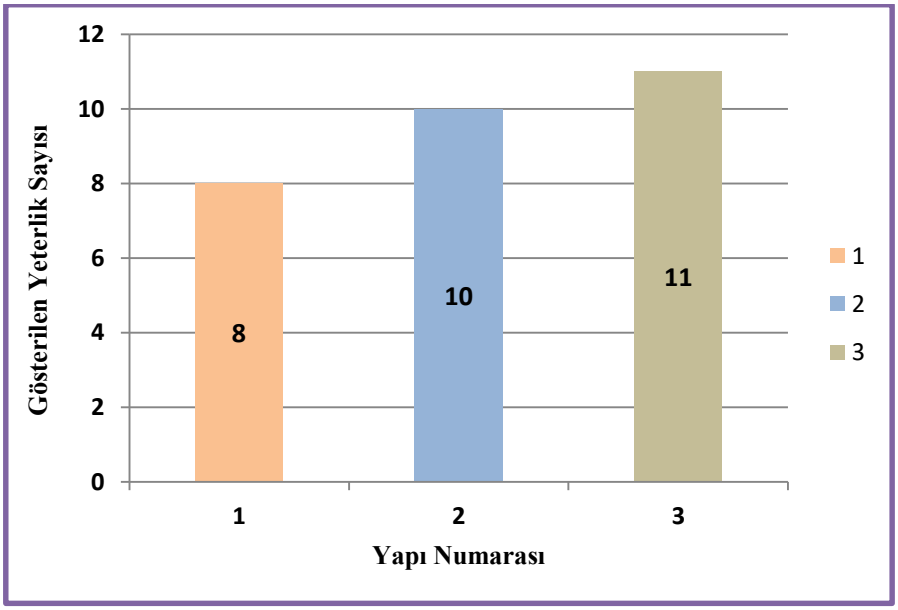
8. *Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 1. döngülerin karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.9). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) 1. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.



Grafik 4.9. *Birinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları*

1. döngülerde Y1'de 8, Y2'de 7 ve Y3'te 9 yeterlik kullanılmıştır. Y2'de gösterilen yeterliğin Y1'e göre azalmasını problemin yapısındaki belirsizliğin artması ile öğretmen adaylarının ne yapacaklarını kestiremeyerek az yeterlik kullanmak suretiyle 2. döngüye geçmek durumunda kalmaları ile açıklanabilir. Y3 etkinliğinde gösterilen yeterlik sayısının diğer yapılardaki etkinliklere göre artması, etkinliğin bu döngüsünde öğretmen adaylarının diğer yapılara göre daha bilinçli hareket etmeleri ve problemin yapısından kaynaklanan belirsizliklerin ortadan kaldırılması için daha fazla yeterliğe gereksinim duymaları ile açıklanabilir.

9. ***Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 2. döngülerin karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.10). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) 2. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.



Grafik 4.10. *İkinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları*

Farklı yapılardaki etkinlikler için 2. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarındaki artışın meydana gelmesi problemin yapısındaki belirsizliğin artması ile açıklanabilir. Daha önceden herhangi bir modelleme etkinliği tecrübesine sahip olmayan öğretmen adaylarının ilk modelleme tecrübeleri olan bu etkinliklerde problemin yapısındaki

belirsizliğin artması ile model oluşturmak için daha fazla yeterliğe ihtiyaç duydukları söylenebilir.

10. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda, farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen AY8 (matematiksel ilk model) ve AY15 (genel model) yeterlik puanlarının toplamı dört madde altında (a, b, c, d) karşılaştırılarak yorumlanmaya çalışılmıştır. Karşılaştırılması yapılan maddeler altında gerekli açıklamalar verilmiştir. Karşılaştırılması yapılacak AY8+AY15 toplamının yüzdesinin hesaplanmasında en yüksek puanlar toplamı her döngü için 2 puan olmaktadır (örnek olarak 2 döngüde gerçekleşen bir etkinlikten AY8+AY15 için en çok 8 puan alınabilmektedir). Yüzde hesaplanması şöyle formüle edilebilir:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi$$
$$= \left(\frac{AY8\ puanlar\ toplamı + AY15\ puanlar\ toplamı}{AY8 + AY15\ için\ alıbilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{4}{8}\right) \cdot 100 = 50$$

$$= \left(\frac{2}{8}\right) \cdot 100 = 25$$

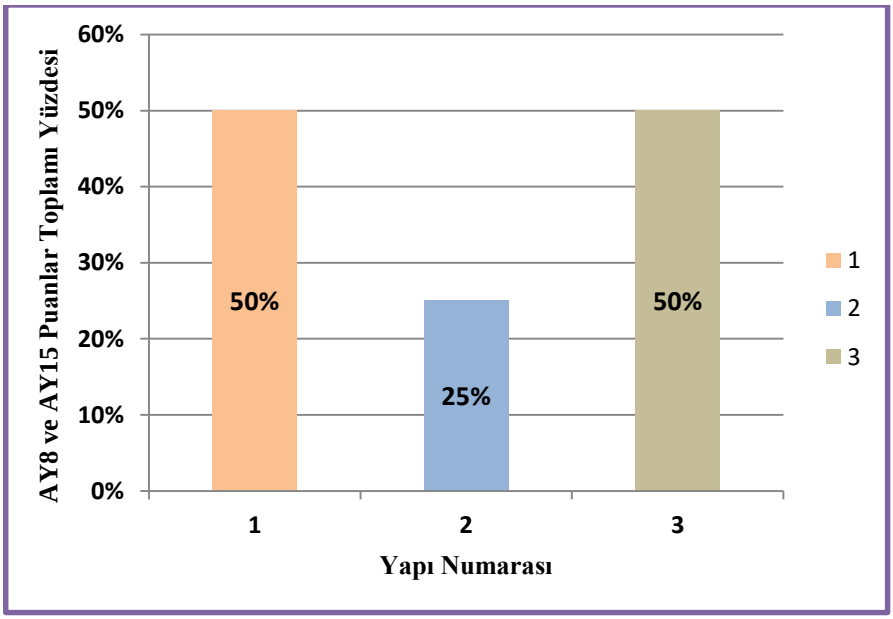
$$= \left(\frac{4}{8}\right) \cdot 100 = 50$$

Etkinliklerin farklı yapılarına göre AY8 (Matematiksel bir ilk model ortaya koyma) alt yeterliğinin puanları (Y1:1; Y2:2; Y3:2) ve AY15 alt yeterliğinin puanları (Y1:3; Y2:0; Y3:2) toplamı (Y1:4; Y2:2; Y3:4) olmaktadır. Etkinlikler iki döngüde gerçekleştiğinden dolayı AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (2+2=4 puan) ve AY15-Genelleme (2+2=4 puan) yeterliklerinin toplamı en çok 8 (4+4=8) puan olabilmektedir. 8 puan üzerinden, AY8+AY15 toplamının (4, 2, 4) yüzdeleri (Y1:%50; Y2: %25; Y3:%50) hesaplanmış ve grafik olarak gösterilmiştir (Bkz. Grafik 4.11).

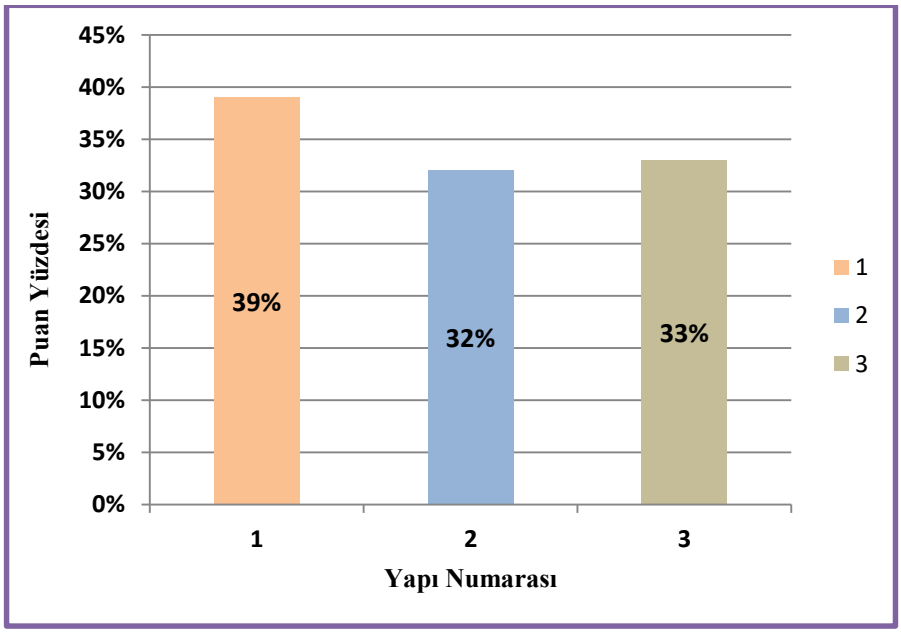
a) Bu madde altında AY8+AY15 puan toplamının, etkinlikte gerçekleşen döngüye göre alınabilecek en yüksek AY8+AY15 puan toplamı baz alınarak hesaplanan yüzdeler

ile gösterilen alt yeterliklerden elde edilen toplam yeterlik puanı yüzdeleri farklı yapılar için karşılaştırılıp yorumlanmaya çalışılmıştır.

Gösterilen yeterlikler baz alınarak daha önceden hesaplanan farklı yapılardaki etkinlik puanlarının yüzdeleri (Y1:%39, Y2:%32, Y3:%33; Bkz. Grafik 4.3) olarak bulunmuştur. Burada daha önceden verilen Grafik 4.3 tekrar verilerek (Bkz. Grafik 4.12), Grafik 4.11 ve Grafik 4.12'nin karşılaştırılması yapılmıştır.



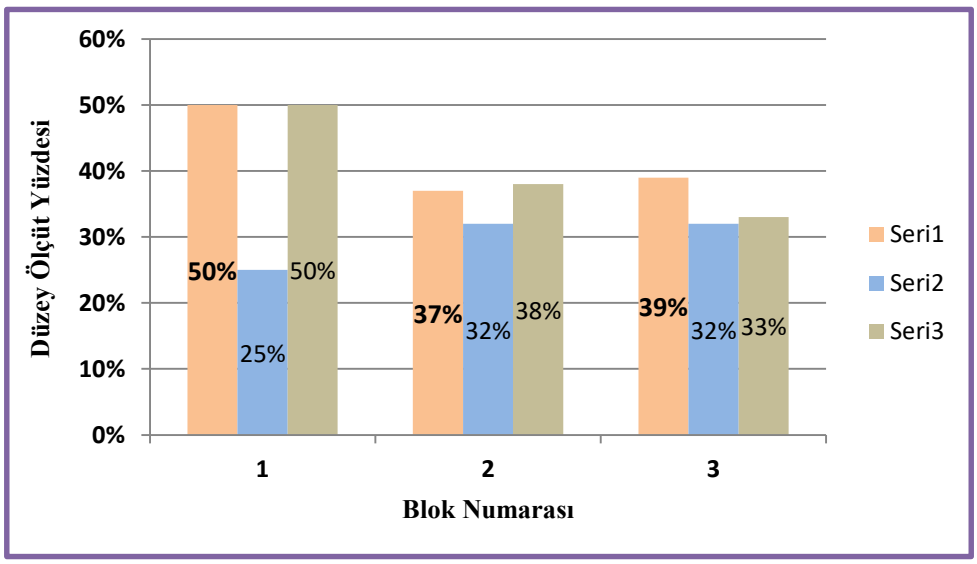
Grafik 4.11. *AY8 ve AY15 Puan (0, 1, 2) Toplamı Yüzdesi*



Grafik 4.12. *Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanları*

Farklı yapılardaki AY8+AY15 için elde edilen toplam puanların yüzdeleri ile (Bkz. Grafik 4.11) ile gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanlar toplamının yüzdeleri (Bkz. Grafik 4.12) arasında artış ve azalışlar yönünden benzerlik olduğu söylenebilir. Bu durumun sonucu olarak gösterilen yeterliklerin puanları arttığında oluşturulan modellerden (AY8+AY15) elde edilen puanın de arttığı, etkinlikten elde edilen puan azaldığında ise oluşturulan modellerden elde edilen puan toplamının da azaldığı söylenebilir.

b) Bu madde altında AY8 ve AY15 toplamı ile daha önceden hesaplanıp araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre ve etkinliklerde gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanları toplamının karşılaştırılması bir grafik üzerinde yapılarak yorumlanmaya çalışılmıştır (Bkz. 4.13).



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 puan (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre etkinlik puan (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

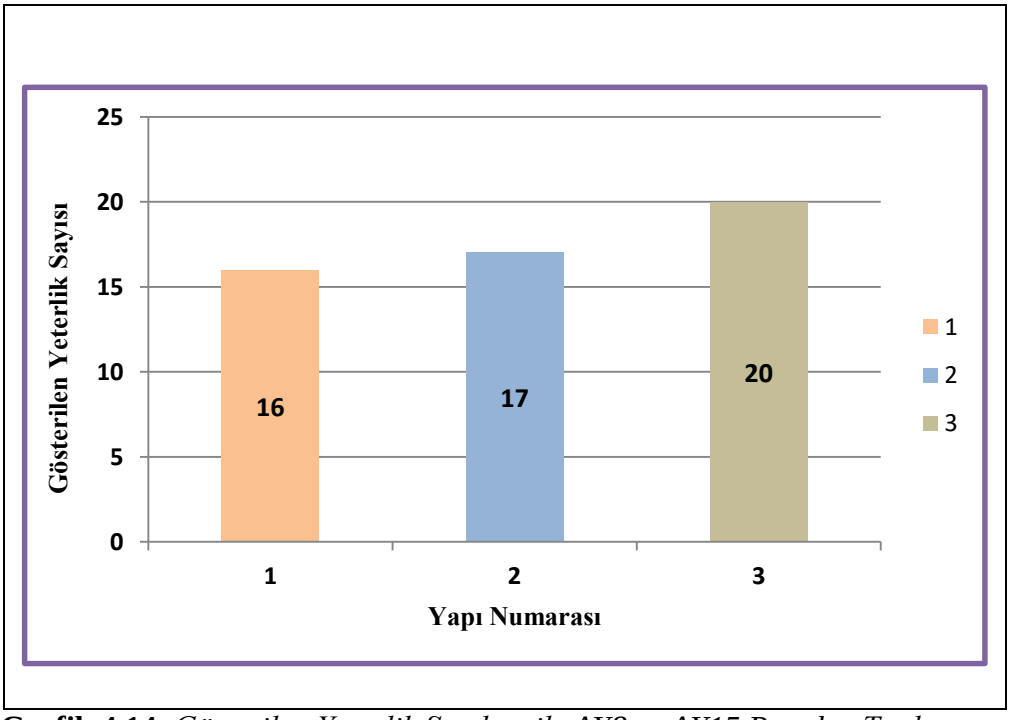
Sağdaki Blok 3: Kullanılan yeterliklere göre etkinlik puan (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Grafik 4.13. *AY8 ve AY15 Toplamı ile 17 Yeterliğe Göre ve Kullanılan Yeterliklere Göre Etkinlik Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

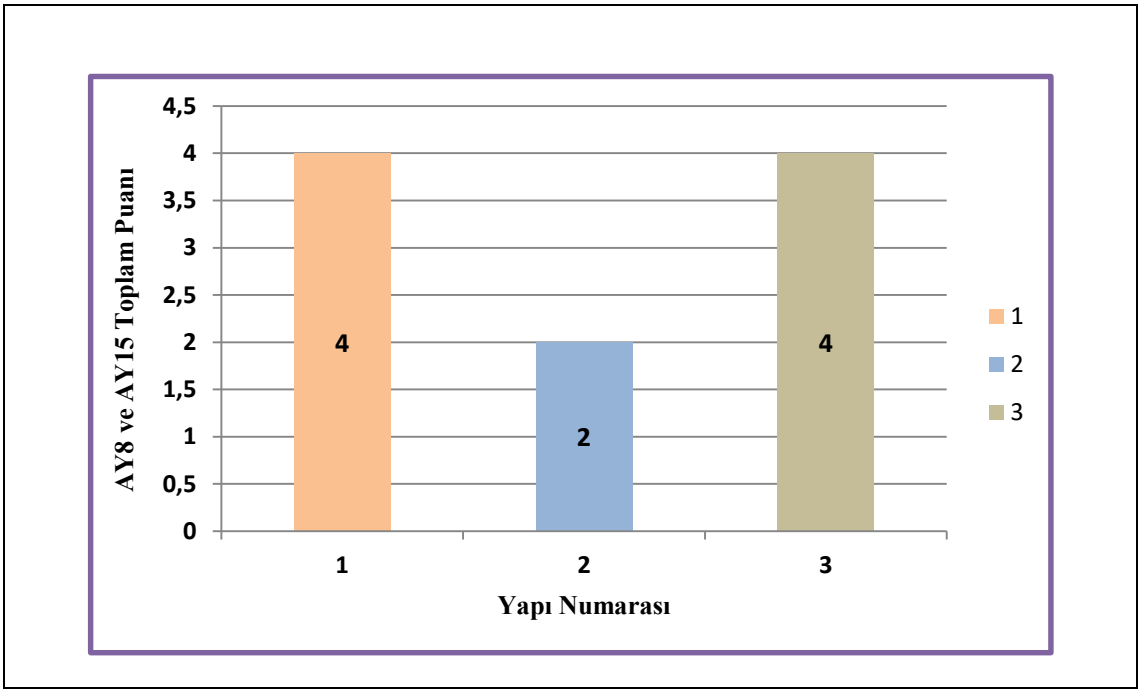
Yukarıdaki grafiğe göre öğretmen adaylarının AY8 ve AY15 puanlar toplamı hem araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre hem de gösterilen yeterlikler baz alındığındaki etkinlik puanına göre toplam yeterlik puanlarındaki artış ve azalışlarla

örtüştüğü görülmektedir. Bu durumun sonucu olarak T1 etkinliklerinde, bir modelin geliştirilebilmesi (AY8+AY15) ile gösterilen yeterlikler arasında ilişki olduğu söylenebilir. Buna göre yeterlik puanında artış oldukça tamamen doğru bir modelin geliştirilebilmesinin daha olası olduğu söylenebilir. Aksine yeterlik puanında azalış olduğunda da tamamen doğru bir modelin geliştirilebilmesinin daha da zorlaştığı söylenebilir. Bu durumda soldaki ve ortadaki bloklarda artış ve azalışların birebir örtüşmesine rağmen AY8+AY15 toplam puan ile gösterilen yeterliklerin puanları (Bkz. Grafik 4.13; Sağdaki Blok) karşılaştırıldığında Y3 etkinliğindeki puanın (%33) niçin Y1'deki puan (%39) kadar olmadığı sorusunu akıllara gelmektedir. Bu durum Y3 etkinliğindeki belirsizlik durumunun Y1'e göre daha ileri seviyede olması ve bu sebeple Y3'te gösterilen yeterliklerdeki puan oranının Y1'e göre daha düşük kalması (Y3'te yeterliklerin istenilen seviyede kullanılamaması) ile açıklanabilir.

c) Bu madde altında farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen yeterlik sayıları ile AY8+AY15 puanlar toplamındaki artış ve azalışlara göre yorumlama yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.14).



Grafik 4.14. *Gösterilen Yeterlik Sayıları ile AY8 ve AY15 Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*



Grafik 4.14. (Devam) *Gösterilen Yeterlik Sayıları ile AY8 ve AY15 Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

AY8 ve AY15 yeterliklerinin puanlar toplamı Y1:4; Y2:2; Y3:4 ve gösterilen yeterlik sayıları Y1:16; Y2:17; Y3:20 olmuştur. Bu duruma göre gösterilen yeterlik sayısı Y2'de artmasına rağmen AY8 ve AY15 puanlar toplamında azalma olması Y2 etkinliğinde genel modelin (AY15) oluşturulamaması ile açıklanabilir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının Y3'te Y1'den yüksek olmaması 1. döngüde ilk matematiksel model (AY8) oluşturulamaması ile açıklanabilir.

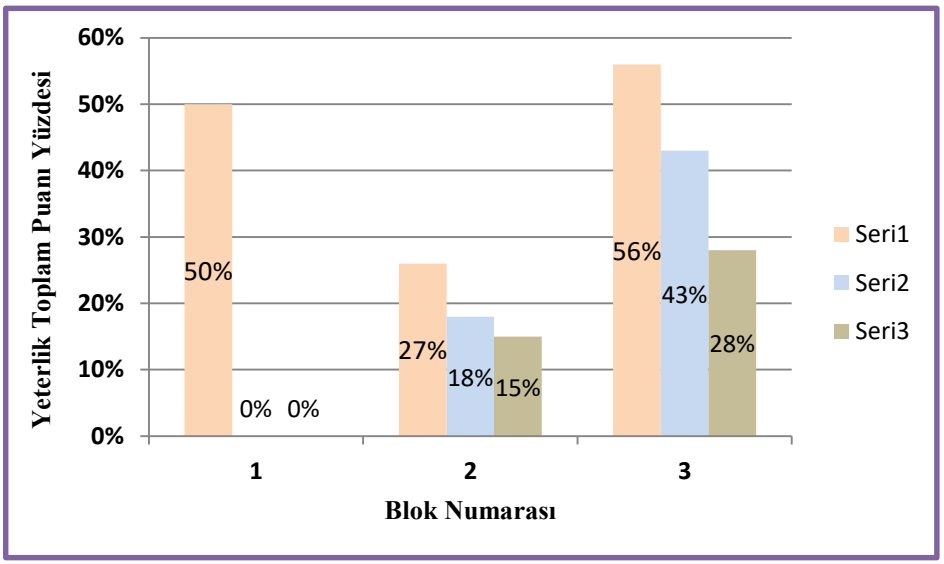
d) Bu madde altında AY8 ve AY15 alt yeterliklerin farklı yapılardaki etkinliklerde niçin tam gösterildiği, kısmen gösterildiği veya gösterilemediği hakkında genel yorumlamalar yapılmıştır.

Öğretmen adayları ilk matematiksel modelin oluşturulması (AY8) yeterliğini Y1 etkinliğinde kısmen, Y2 ve Y3 etkinliklerinde ise tam gösterebildikleri görülmektedir (Bkz. Tablo 4.12). Genelleme (AY15) yeterliğini ise Y1 ve Y3 etkinliklerinde tam gösterebilmiş iken Y2'de hiç gösterememişlerdir (Bkz. Tablo 4.12). Y1 ve Y3'te genel modelin oluşturulmasına karşın Y2'de oluşturulamaması ilk matematiksel modelin Y1 ve Y3'te doğrulanabilmesine (AY16) karşın Y2'de doğrulanamaması ile açıklanabilir. Y1'de genel modelin kısmen gösterilebilmesi (puan 1) ilk matematiksel modelin revize edilmesi ile gerçekleştirilebilmiştir. Y3'te ise ilk matematiksel model hem tamamen gösterilebilmiş (puan 2) hem de doğrulama yeterliği kullanılarak genel model

oluşturulabilmiştir. Y2'de "ilk matematiksel model-AY8" doğru oluşturulabilmesine karşın "doğrulama yeterliğinin-AY16" yanlış kullanılmasından dolayı "genel model-AY15" oluşturulamamıştır.

11. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 1. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 1. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan baz alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç 1. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 1. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{1.döngü\ AY8\ puanı + 1.döngü\ AY15\ puanı}{1.döngüde\ AY8 + AY15\ için\ alınabilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 1. döngü puanlar toplamının yüzdesi

Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre 1. döngü puanları yüzdesi

Sağdaki Blok 3: Gösterilen yeterliklere göre 1. döngü puanları yüzdesi

Grafik 4.15. *AY8 ve AY15 1. Döngü Puanları ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

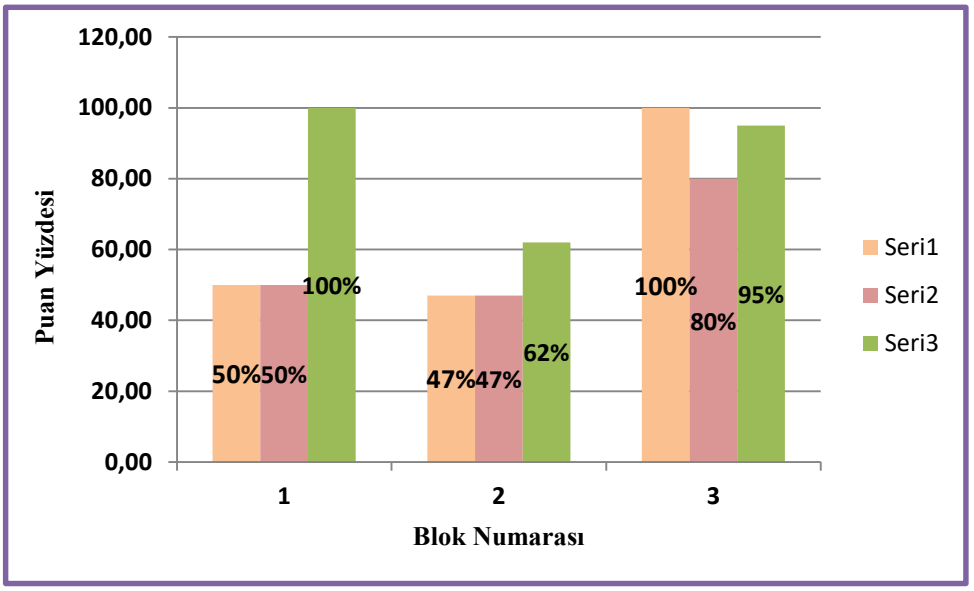
Öğretmen adaylarının 1. döngülerdeki AY8 (Matematiksel bir ilk model ortaya koyma) yeterlik puanları (Y1:1; Y2:0; Y3:0) ve AY15 yeterlik puanları (Y1:1; Y2:0; Y3:0) olmuştur (Bkz. Tablo 4.12). AY8+AY15 toplam puanları ise (Y1:2; Y2:0; Y3:0) olmaktadır. Birinci döngüde AY8 (Matematiksel bir ilk model ortaya koyma) için en çok 2 puan ve AY15 (Genelleme) için en çok 2 puan alınabileceğinden AY8+AY15 toplamı için alabilecek en yüksek puan 4 olmaktadır. Buna göre AY8+AY15 puanlar toplamının yüzdeleri (Y1:%50; Y2:%0; Y3:%0) olmaktadır. Önceki kısımlarda yüzdesi hesaplanan hem 17 yeterliğe göre (Bkz. Tablo 4.13) hem de sadece gösterilen yeterliklere göre 1. döngülerdeki toplam yeterlik puanlarının yüzdesi (Bkz. Tablo 4.13) ile AY8+AY15 puanlar toplamının yüzdesi karşılaştırıldığında (Bkz. Grafik 4.15) yeterlik puanları ile geliştirilen ilk modeller arasında ilişki olduğu söylenebilir. Buna göre T1 etkinlikleri için 1. döngüde gösterilen yeterliklerin toplam puanları düştükçe matematiksel bir model geliştirme puanlarının düştüğü söylenebilir.

12. *AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 2. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 2. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan baz alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç 2. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 2. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{2.döngü\ AY8\ puanı + 2.döngü\ AY15\ puanı}{2.döngüde\ AY8 + AY15\ için\ alıbilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

İkinci döngüde "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterlik toplam puanlarına bakıldığında (Y1:0; Y2:2; Y3:2: Bkz. Tablo 4.12) ve "Genelleme (AY15)" yeterlik toplam puanlarına bakıldığında (Y1:2; Y2:0; Y3:2: Bkz. Tablo 4.12) puanlarını aldıkları görülmüştür. AY8 ve AY15 yeterliklerinin puanları toplamı (Y1:2; Y2:2; Y3:4) olmaktadır. İkinci döngüde her yeterlik için en yüksek 2 puan gösterilebileceğinden

(toplamda alınabilecek en yüksek puan, 4) yapılardaki puan yüzdeleri hesaplanıp (Y1:%50; Y2:%50: Y3:%100) grafik ile gösterilmiştir (Bkz. Grafik 4.16).



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 puanları (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre 2. döngü puanları (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Sağdaki Blok 3: Gösterilen yeterliklere göre 2. döngü puanları (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Grafik 4.16. *AY8 ve AY15 2. Döngü Puanları ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

Önceki kısımlarda hesaplanan 17 yeterliğe göre ikinci döngülerdeki yeterliklerin toplam puanlarının yüzdesi (Y1:%47; Y2:%47; Y3:%62; Bkz. Grafik 4.6) ile AY8+AY15 toplamının yüzdeleri karşılaştırıldığında, model geliştirme puanları toplamı (AY8+AY15) ile 17 yeterliğe göre ikinci döngü yeterlik puanları arasında doğrusal bir ilişki olduğu söylenebilir. Kullanılan yeterliklerin puanları (Y1:%100 Y2:%80; Y3:%95; Bkz. Grafik 4.7) ile AY8+AY15 alt yeterliklerinin puanlar toplamlarının yüzdeleri karşılaştırıldığında Y1 etkinliğinde yeterlik puanlar yüzdesinin tam gösterilmesi belirsizlik düzeyinin en az seviyede olması ile açıklanabilir. Y2 ve Y1 etkinliklerinde AY8+AY15 puanlar yüzdesinin ve 17 yeterliğe göre yüzdelerin aynı kalmasına rağmen gösterilen yeterliklere göre ikinci döngü etkinlik puan yüzdelerine bakıldığında (Y1:%100; Y2:%80) Y1 ve Y2 puanlarının eşit olmaması ve Y2'deki düşüş (%80),

Y2'deki belirsizliğin Y1'e göre artması ile açıklanabilir. Y3 etkinliğinde belirsizliğin en üst seviyede olmasına rağmen etkinlik yüzdesinin artarak %95 olmasını ve AY8+AY15 puanlar yüzdesinin artarak %100 olmasını T1 problem türüne aşina olunması ve bu tür problemlerde yeterliklerin daha verimli kullanılarak daha iyi modeller (AY8 ve AY15) geliştirilebilmesi ile açıklanabilir.

4.2. Öğretmen Adaylarının Parçalı Doğrusal İlişkileri Modelleme Süreçleri

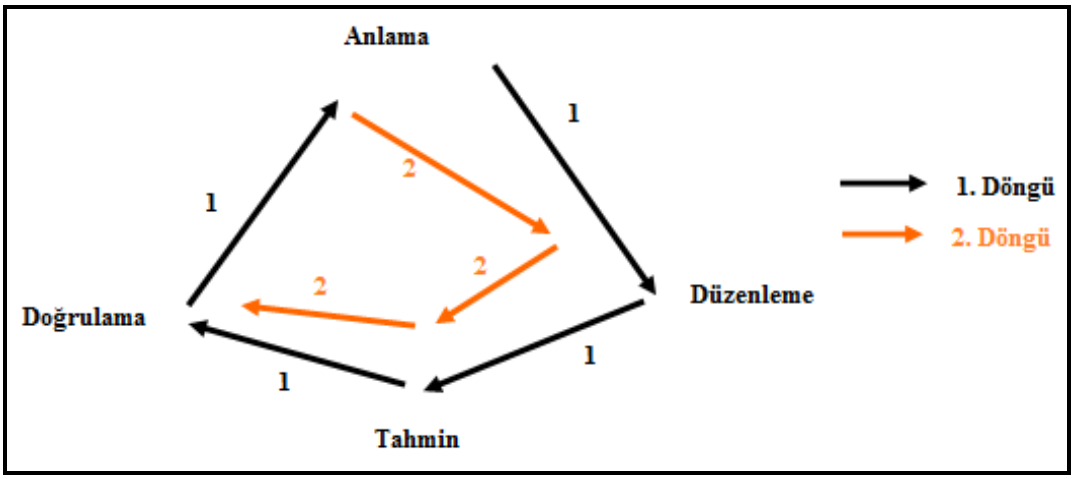
Bu bölümde öğretmen adaylarının parçalı doğrusal (T2) ilişkileri içeren üç problemi nasıl modelledikleri ve modelleme süreçlerinde gösterdikleri bilişsel yeterlikler ele alınmıştır. Aşağıda sırasıyla her bir modelleme sorusu ve öğretmen adaylarının modelleme süreçleri verilmiştir.

4.2.1. T2Y1 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T2Y1 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.2.1.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

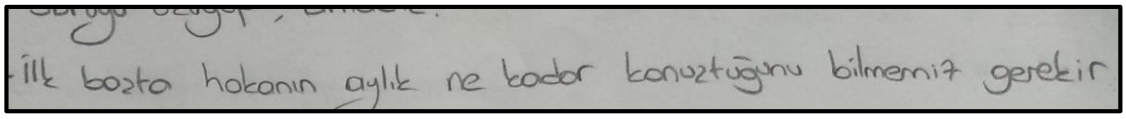
Öğretmen adayları problemi ilk okuduklarında problemde adı geçen Hakan Bey'in ayda ne kadar konuştuğunu bilmeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu bilgiyi problem metninde bulamadıkları için bir süre ne yapacakları konusunda kendi aralarında tartışmışlardır. Ardından her bir paketi ayrı ayrı değerlendirme yoluna girmişler ve bu paketleri birbirleriyle karşılaştırmaya karar vermişlerdir. Bu süreçte öğretmen adaylarının her bir paket için hangi konuşma süresine karşılık ne kadarlık bir ödeme yapılacağı hususuna odaklandıkları gözlenmiştir. Bu noktaları belirleyen öğretmen adayları daha sonra her bir paket için cebirsel birer model oluşturup ardından bu modelleri grafiksel gösterimlerle destekleyerek paketler arasındaki karşılaştırmalarını tamamlamışlardır. Aşağıda modelleme sürecinin detayları, modellemenin adımları arasındaki geçişler (Bkz. Şekil 4.39) ve bu süreçte gösterilen yeterlikler verilmiştir.



Şekil 4.39. *T2Y1 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.2.1.1.1. *Anlama adımı*

Bu ekinlikte görev telefon tarife paketlerinden hangisinin hangi konuşma süresi aralıklarında ücret yönünden daha avantajlı olduğunu veren bir model geliştirmektir. Problemi okuyan öğretmen adayları telefon paketi tarifelerinin karşılaştırılması için ayda kaç dakika konuşulduğunun bilinmesi gerektiğini ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.40).

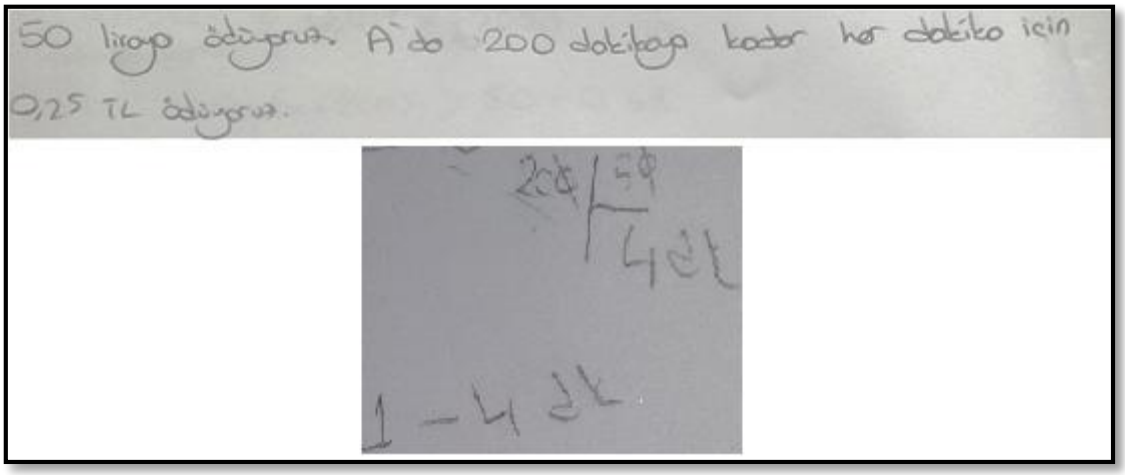


Şekil 4.40. *Kendilerince Problemde Verilmesi Gerekenin İfade Edilmesi*

Öğretmen adayları aylık periyotlarda ne kadar süre konuşulacağını bilmediklerinden dolayı A paketinde verilen sabit ücret (50 TL) kullanılarak paketlerin karşılaştırılabileceği önerisinde bulunmuşlardır. Öğretmen adayları ilk modelleme döngülerinde problemi anlamak için herhangi bir matematiksel temsil kullanmamışlardır.

4.2.1.1.2. *Düzenleme adımı*

Hangi paketin daha avantajlı olduğunu belirlemeye çalışan öğretmen adayları A paketine odaklanarak 200 dakikaya kadar her dakika için 0,25 TL (50:200=0,25 TL) ödeyeceklerini ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.41). Veri tablosundan farklı olarak A paketinin tam doğrusal alınarak işlem yapılması yanlış matematiksel sonuçların ortaya çıkmasına sebep olmuştur.



Şekil 4.41. *A Paketinin (Yanlış Olarak) Tam Doğrusal Düşünülerek Yapılan Hesaplama*

A paketinin yanlış olarak tam doğrusal alınmasına rağmen problemi okuduklarında anladıklarını düşünen öğretmen adayları öncelikle A ve B paketlerini konuşma süresi ve ücreti yönünden karşılaştırmışlardır. Öğretmen adayları öncelikle A paketindeki sabit ücrete (50 TL) odaklanarak bu ücret ile B paketinde ancak 125 dakika görüşülebilecek iken (50**:**0,4=125 dakika) A paketinde 200 dakika (50**:**0,25=200 dakika) görüşme yapabileceklerini ifade etmişlerdir (Bkz. Tablo 4.14). Burada yorum yaparak 125 dakikaya kadar A paketinin B paketinden daha avantajlı olduğunu ifade etmişlerdir.

Tablo 4.14. *A ve B Paketlerinin 50 TL Sabit Ücrete Göre Karşılaştırılması*

Paket	**Ücret (TL)**	**Süre (dakika)**
A	50	200
B	50	125

Sonrasında B paketine odaklanan öğretmen adayları bu pakette 200 dakikalık konuşmanın 80 TL'ye mâl olacağını (200·0,4=80 TL) bulmuşlardır (Bkz. Tablo 4.15). Bu ücretin 50 TL den fazla olduğunu ifade ederek 200 dakikaya kadar A paketinin B ve C paketlerinden daha avantajlı olduğu yorumunda bulunmuşlardır.

Tablo 4.15. *A, B, C Paketlerinin 200 dakikalık Sabit Süreye Göre Karşılaştırılması*

Paket	**Süre (dakika)**	**Ücret (TL)**
A	200	50
B	200	50 TL'den çok (80 TL)
C	200	180

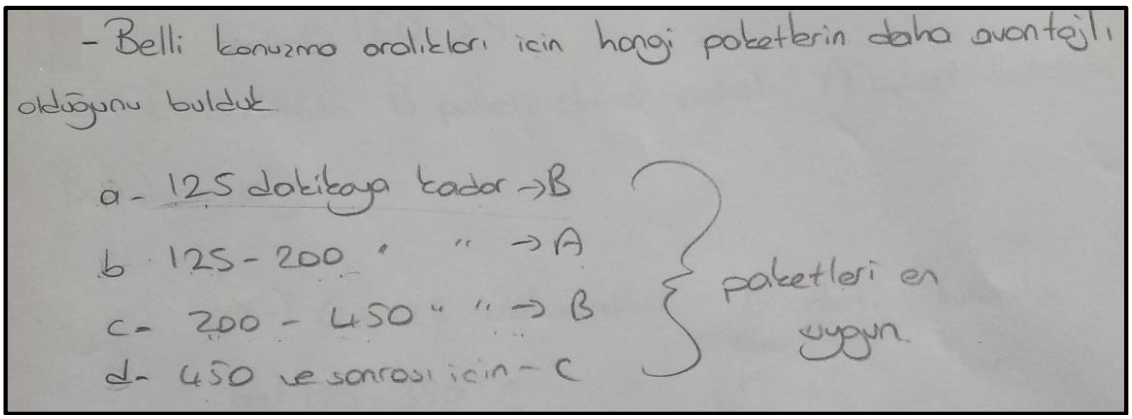
Ardından C paketine odaklanan öğretmen adayları A ve B paketleri için 180 TL ye kaç dakikalık görüşme yapabileceklerini hesaplamışlardır (A paketi: (180-50)**:**0,6=216 dakika ve 200+216= 416 dakika; B paketi: 180:0,4=450 dakika). Öğretmen adayları 200 dakikadan sonra 450 dakikaya kadar B paketinin diğer paketlerden daha avantajlı olduğu yorumunda bulunmuşlardır (Bkz. Tablo 4.16).

Tablo 4.16. *A, B, C Paketlerinin 180 TL Sabit Ücrete Göre Karşılaştırılması*

Paket	Ücret (TL)	Süre (dakika)
A	180	416
B	180	450
C	180	Sınırsız

4.2.1.1.3. *Tahmin adımı*

Öğretmen adayları 125 dakikaya kadar B paketinde 50 TL den daha az ücret ödendiğini bir model ile göstermişlerdir (0,4x<50, x<125, x:konuşulan dakika). Bununla birlikte 125-200 dakika arasında A paketinin avantajlı olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları 180 TL'yi baz alıp konuşma sürelerini karşılaştırdıklarında (A: 416 dakika; B paketi: 450 dakika) 200-450 dakika arasında B paketinin daha avantajlı olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları belirli konuşma aralıkları için hangi paketlerin daha avantajlı olduğunu yorumlayarak karşılaştırmışlardır (Bkz. Şekil 4.42).



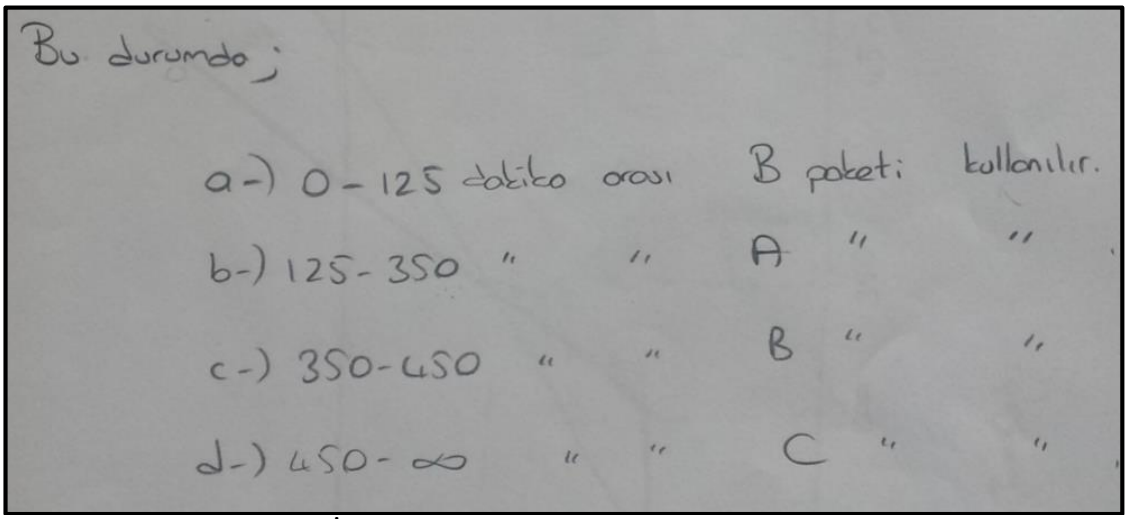
Şekil 4.42. *Hangi Konuşma Aralıklarında Hangi Tarife Paketlerinin Avantajlı Olduğunun Karşılaştırılması*

4.2.1.1.4. *Doğrulama adımı*

Öğretmen adayları bu öngörülerini test etmek için 250 dakikalık bir görüşmenin ne kadar tutacağını A ve B paketleri için hesaplayıp karşılaştırdıklarında B paketinin aksine

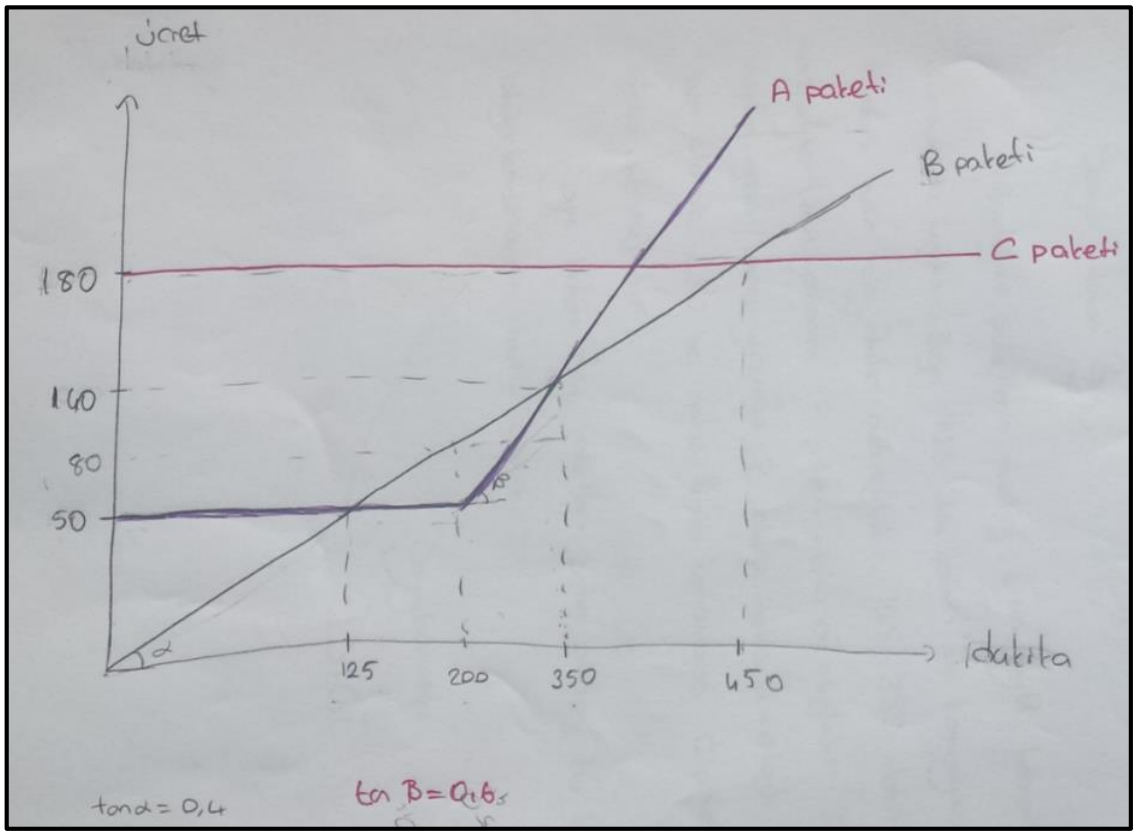
A paketinin daha hesaplı olduğunu görmüşlerdir (A paketi: 250-200=50 dakika, 50·0,6=30 TL, Ücret: 50+30=80 TL; B paketi: 250·0,4=100 TL). Bunun üzerine modelleme sürecinde hata yaptıklarını düşünen öğretmen adayları bu aşamadan sonra düzenleme adımına geri dönerek nerede hata yaptıklarını anlamaya çalışmışlardır *(2. döngü).*

2. döngüye geçen öğretmen adayları ilk modelleme döngüsünde A, B ve C tarife paketleri için konuşma ücreti ile konuşma süresi arasındaki ilişkiyi bir model ile ifade ederek karşılaştırmamalarına karşın bu defa ücret ve süre arasındaki ilişkiyi cebirsel biçimde ifade ederek tarifeleri karşılaştırmak istemişlerdir. Öğretmen adayları 450 dakikanın üzerinde C tarifesinin avantajlı olduğunu ifade ederek 200-450 dakika arasında A ve B tarifelerini karşılaştırmaları gerektiğini tahmin etmişlerdir. Bunun ardından öğretmen adayları A ve B paketleri için 200 dakikadan sonra ödenen paket ücretlerini hesaplamak için birer matematiksel model oluşturmuşlardır (A: 50+0,6·x, B: 0,4·(x+200), x: konuşma süresi). Bu iki modeli karşılaştıran öğretmen adayları 125 ile 350 dakika arasında A paketinin, 350. dakikadan sonra 450 dakikaya kadar B paketinin daha avantajlı olduğunu ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.43). Öğretmen adayları her ne kadar veri tablosunda verilen paket ücretlerinin dakika ile ilişkisini matematiksel olarak ifade etseler de parçaladıkları her konuşma süresi aralıkları için paketlerin ücret-süre ilişkisini modelleyerek genelleştirememişlerdir.



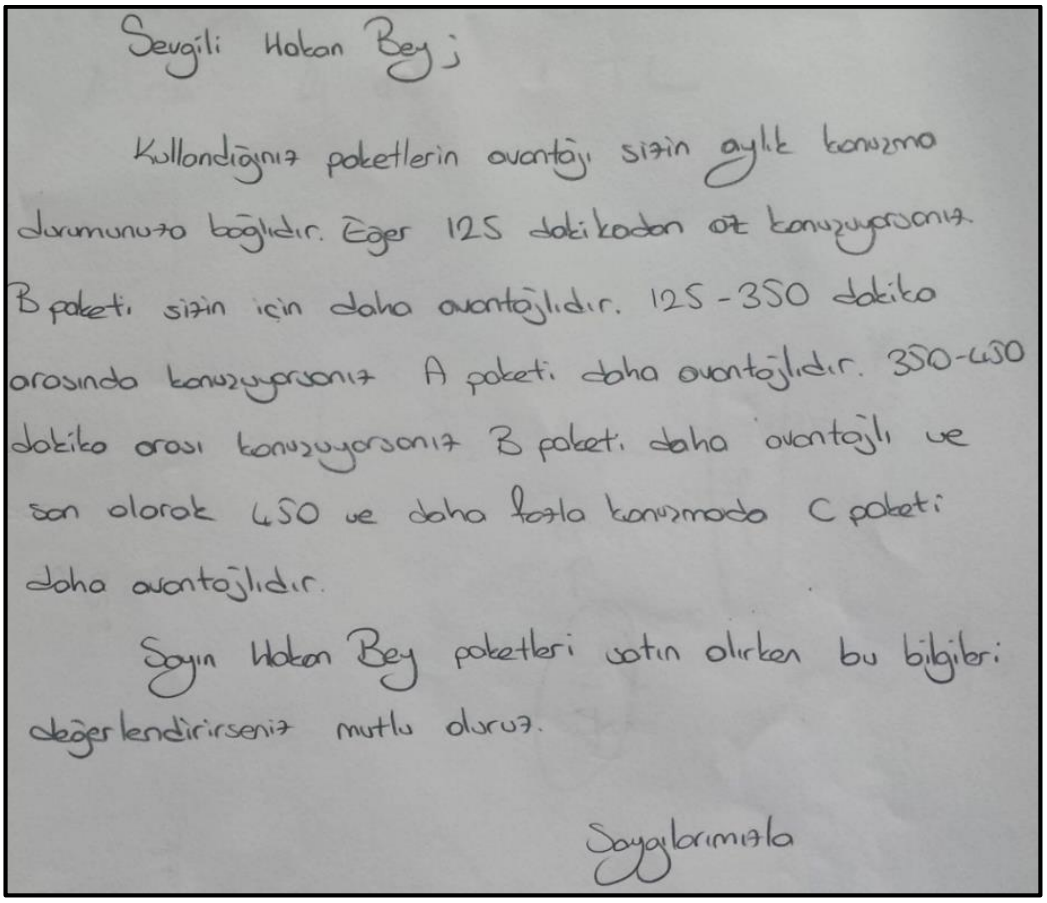
Şekil 4.43. *Cebirsel İşlem Sonucunda Hangi Aralıkta Hangi Paketin Avantajlı Olduğunun İfade Edilmesi*

Öğretmen adayları aynı koordinat düzlemi üzerinde her bir paket için ücret-süre (dakika) grafiğini çizerek en son öngörülerinin doğruluğunu test etmek amacıyla grafiksel yöntem kullanmışlardır (Bkz. Şekil 4.44).



Şekil 4.44. *Doğrulama Yapmak için Tüm Paketlerin Aynı Koordinat Sisteminde Karşılaştırılması*

Öğretmen adayları daha sonra Hakan Bey'e hangi dakika aralığında hangi tarife paketini seçmesi gerektiği ile ilgili bir mektup yazmışlardır (Bkz. Şekil 4.45).


Sevgili Hakan Bey;

Kullandığınız paketlerin avantajı sizin aylık konuşma durumunuza bağlıdır. Eğer 125 dakikadan az konuşuyorsanız B paketi sizin için daha avantajlıdır. 125-350 dakika arasında konuşuyorsanız A paketi daha avantajlıdır. 350-450 dakika arası konuşuyorsanız B paketi daha avantajlı ve son olarak 450 ve daha fazla konuşmada C paketi daha avantajlıdır.

Sayın Hakan Bey paketleri satın alırken bu bilgileri değerlendirirseniz mutlu oluruz.

Saygılarımızla

Şekil 4.45. *Hakan Beye Yazılan Tavsiye Mektubu*

4.2.1.2. *T2Y1 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Bu kısımda T2Y1 etkinliği için "Öğretmen adayları farklı problem yapılarında (hangi) bilişsel yeterlikleri (ne ölçüde) gösterebilmektedirler?" alt araştırma sorusuna yanıt aranacaktır.

Bu etkinliğin amacı her telefon tarifesi paketinin hangi konuşma süreleri için fiyat yönünden daha avantajlı olduğunu veren model veya modeller geliştirmektir. Aşağıda öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde gösterdikleri yeterlikler detaylı olarak verilmiştir.

Öğretmen adayları 1. döngüde tam doğrusal olmayan A paketini tam doğrusal alarak hesaplama yaptıklarından dolayı yanlış matematiksel sonuçlara ulaşmışlardır. Bu sebeple A paketinin avantajlı olmadığı yerlerde bu paketin avantajlı olacağı yorumunda bulunmuşlardır. 2. adımda bu hatalarını düzelterek işlem yapan öğretmen adayları doğru yorumlamalarda bulunabilmişlerdir.

Tablo 4.17. *T2Y1 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YETERLİK	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANLARI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	1	Y
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	Y	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	1	Y
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	Y	Y
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	2	2
	ÖRÜNTÜLERİ FARKETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme	AY6	Y	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	1	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	Y	2
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	0	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	Y
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	1	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	1	2
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	Y
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	1	1
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	Y
TOPLAM				**8**	**13**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

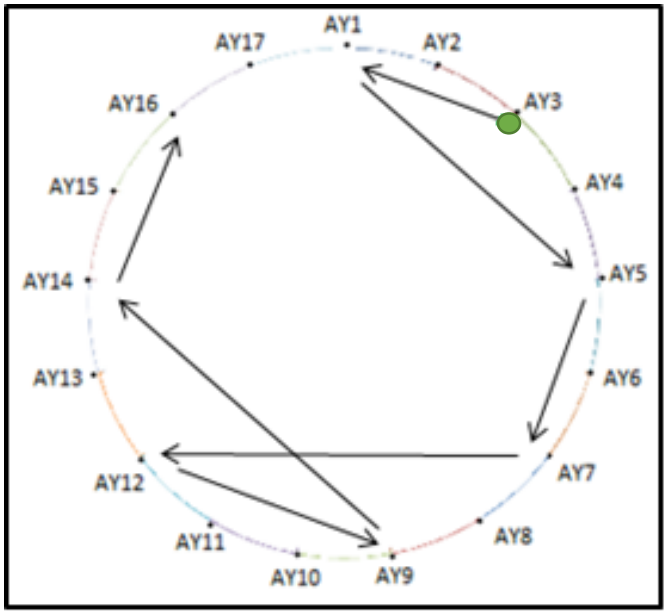
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.2.1.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.46'da verilip Tablo 4.18'de hangi adımda gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.46. *T2Y1 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

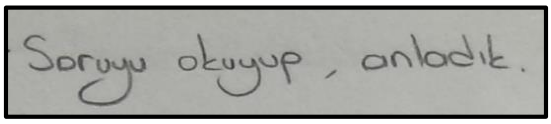
Şekil 4.46'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine ve sıralamasına dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.18).

Tablo 4.18. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY3-AY1-AY5
Düzenleme	AY7-AY12-AY9
Tahmin	AY14
Doğrulama	AY16

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:1; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:1; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:0; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:0; Bkz. Tablo 4.17). Öğretmen adayları problemi okuduktan hemen sonra problemin çözülebilmesi için Hakan Beyin ayda ne kadar süre konuştuğunun bilinmesi gerektiğini

ifade etmişlerdir. Hatta bu problemin daha önce çözdükleri su kartı etkinliğine (T1Y2) benzediğini ifade ederek bu düşüncelerini desteklemek istemişlerdir. Bu durum öğretmen adaylarının genelde karşılaştıkları iyi tanımlanmış problemlerde problem durumunun açık olmasına, sadece bir bilinmeyen olup bu bilinmeyenin sorulmasına karşın bu problemde Hakan Beyin hangi tarifeyi seçmesinin daha uygun olacağının sorulup ayda ne kadar süre konuştuğunun verilmeyerek iyi tanımlanmış problem formatına uymaması ile açıklanabilir. Bu durum öğretmen adaylarının problem formatları üzerine önyargıları olduğu sonucunu ortaya çıkardığı söylenebilir. Öğretmen adaylarının belli formatta verilmiş problemleri bildikleri formatlara uyarlamaya çalıştıkları ve tecrübeleri ile problemleri çözmeye çalıştıkları söylenebilir. Bu her ne kadar olumsuz bir durum gibi görünse de öğretmen adaylarının buradaki problem ile iyi tanımlanmış problem tipleri arasındaki bu farklılığı hemen görmeleri, problemin "niçin bu şekilde verildiği" üzerine biraz düşünmeleri ile sonuca ulaşabilecekleri izlenimini vermektedir. Bu sebeple öğretmen adayları problemin stratejik bir öğesini görebilmişler fakat bunu stratejik bir öğe olarak değil problemde bir eksiklik olarak ifade etmişlerdir. Bu sebeple "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının problemin okunmasından sonra problemi anlamak için herhangi bir çaba içerisine girmedikleri, buna rağmen problemi anladıklarını ifade ettikleri görülmüştür (Bkz. Şekil 4.47).

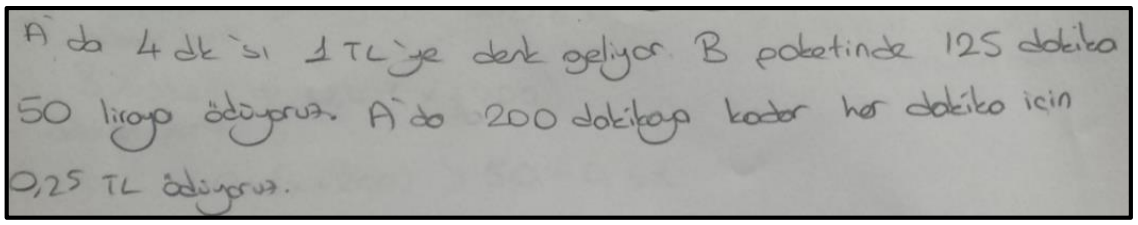


Şekil 4.47. *Başlangıçta Öğretmen Adaylarının Problemi Anlamamalarına Rağmen Anladıklarını İfade Etmeleri*

Öğretmen adaylarının problemi anlamamalarına rağmen anladık şeklinde ifade etmeleri "problemi anlamaktan" ne anladıklarının sorgulanması gerektiğini ortaya koymaktadır. Modelleme süreci takip edildiğinde öğretmen adaylarının problemi anlamaktan kasıtlarının problem cümlesinde geçen "Hakan Beyin hangi telefon paketini almasının daha kârlı olduğunun tespit edilmesi" cümlesi ile ne yapmaları gerektiğini (telefon paketlerinden en hesaplı olanın hesaplanması) anlamaları olduğu ortaya çıkmaktadır. Problemi okuduklarında bu cümleye odaklanarak daha önce çözdükleri ve sorulan probleme benzettikleri problemleri hatırlamaya çalıştıkları ve hatırladıkları çözüm stratejilerini kullanmak istedikleri söylenebilir. Bu gibi sebeplerle "Görevin hedef

veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının daha sonra fiyat (TL) ve süre (dakika) değişkenleri arasında bir ilişki arayışı içerisine girdikleri görülmektedir. Bu sebeple "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları problemi tam anlamadıklarından dolayı bu değişkenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu da fark edememişlerdir. Ancak değişkenler arasındaki ilişkinin ortaya çıkartılması gerektiği düşüncesi ile hareket edildiği ve ilişkinin nasıl oluşturulması gerektiği ile ilgili herhangi bir fikir veya öneri ifade edilememiş ve "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği kullanılmamıştır. "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:1; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:1; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.17). Öğretmen adaylarının A paketinde 200 dakikaya kadar sabit fiyat (50 TL) olmasına rağmen ücretin 4 dakikası 1 TL (dakikası 0,25 TL) sabit artan olarak düşünmeleri onların veri tablosunu doğru okuyamadıklarını göstermektedir (Bkz. Şekil 4.48). Bu durumun sebebi öğretmen adaylarının problemi anlamak gibi bir düşünce içerisinde olmadan eski tecrübelerine güvenerek problem çözme alışkanlıklarından kaynaklandığı söylenebilir.

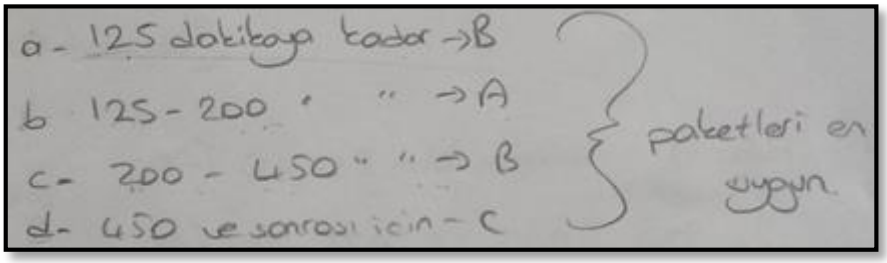


Şekil 4.48. *A Paketinin Verilerinin Yanlış Yorumlanarak Doğrusal Alınması*

Parçalı doğrusal olan A paketinin tam doğrusal gibi düşünülüp hesaplamalar yapılması öğretmen adaylarının problemin çözümü için bilinçli hareket etmediklerini ve bu yanlış hesaplamalarla iyi bir model geliştiremeyeceklerini ortaya koymaktadır. Bu sebeple "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterlikleri 1 olarak değerlendirilmiştir. Problemi tam anlamadan değişkenler arasındaki örüntüyü ifade etme çabaları öğretmen

adaylarının ilk döngüde konuşma süresi aralıklarını yanlış parçalamalarına sebep olmuştur. Öğretmen adaylarının A paketi için fiyat-dakika ilişkisini sabit artan olarak düşünmeleri A paketi ile B paketinin sadece 1 noktada kesiştikleri yanlışlığına düşmelerine sebep olmuştur (Bkz. Şekil 4.46). Bu sebeple "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. A paketi parçalı fonksiyon olarak tanımlanabileceğinden dolayı B paketi ile sadece 1 noktada kesişmemesine rağmen öğretmen adaylarının sadece 1 noktada kesiştiği düşüncesi ile matematiksel işlemler yapmaları, konuşma süresi (dakika) aralıklarının yanlış parçalanmasına sebep olmuştur. Bu sebeple "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9)" yeterliği 0 olarak değerlendirilmiştir. "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY14-Sonuçların yorumlanması, P:1; AY13-Çözümün yorumlanması, P:0; AY15-Genelleme, P:0; Bkz. Tablo 4.17). Öğretmen adayları ortaya çıkan matematiksel sonuçları kısmen doğru yorumlayarak paketler arasındaki ücret-süre karşılaştırmasını yapmışlardır (Bkz. Şekil 4.49). A paketinin tam doğrusal olarak düşünülmesi (Bkz. Şekil 4.48) B paketi ile sadece 1 noktada kesiştiği sonucunu ortaya çıkarmıştır. Bu da öğretmen adaylarının konuşma süresi aralıklarını doğru bir şekilde parçalayamamalarına sebep olmuştur. Bu sebeple "Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. "Çözümün yorumlanması (AY13); Genelleme (AY15)" yeterlikleri kullanılmamıştır.



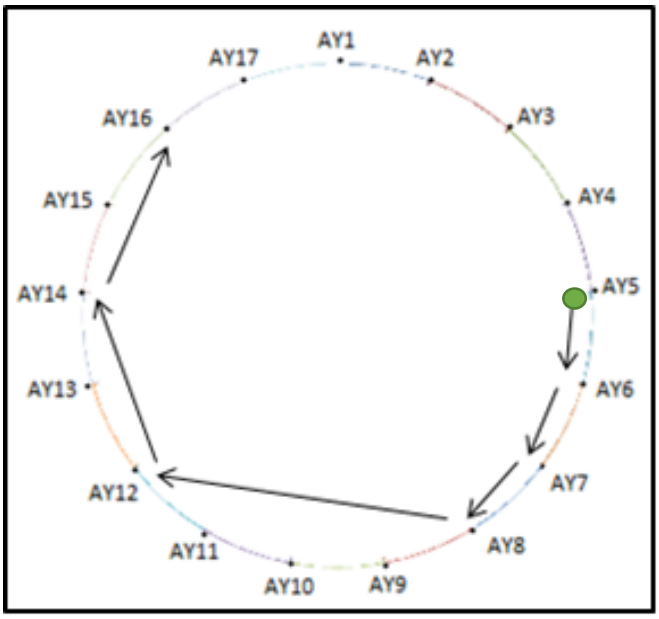
Şekil 4.49. *Konuşma Süresi Aralıkları için En Uygun Paketlerin Belirtilmesi*

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:1; AY17-Modeli revize etme, P:0; Bkz. Tablo 4.17). Hangi konuşma süresi aralıklarında hangi konuşma

paketinin fiyat yönünden daha avantajlı olduğunu ifade ettiklerinde problemi çözmüş olacaklarını düşünen öğretmen adayları buldukları sonuçların doğruluğunu test etmişlerdir. 250 dakikalık konuşma süresi için doğrulama yaptıklarında matematiksel sonuçları yanlış yorumladıklarını anlayan öğretmen adayları nerede hata yaptıklarını görmeye çalışmışlardır. Burada doğrulama yapmak amacı ile seçilen 250 dakikalık konuşma süresi bilinçli olarak değil rastgele seçildiğinden ve 200-350 dakika dışında bir değer için yapılacak doğrulamalarda yapılan hata (konuşma süresi aralıklarının yanlış parçalanması) anlaşılamayacağından "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Döngüde herhangi bir model geliştirilemediğinden "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği de kullanılmamıştır.

4.2.1.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.50'da verilip Tablo 4.19'de hangi adımda gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.50. *T2Y1 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

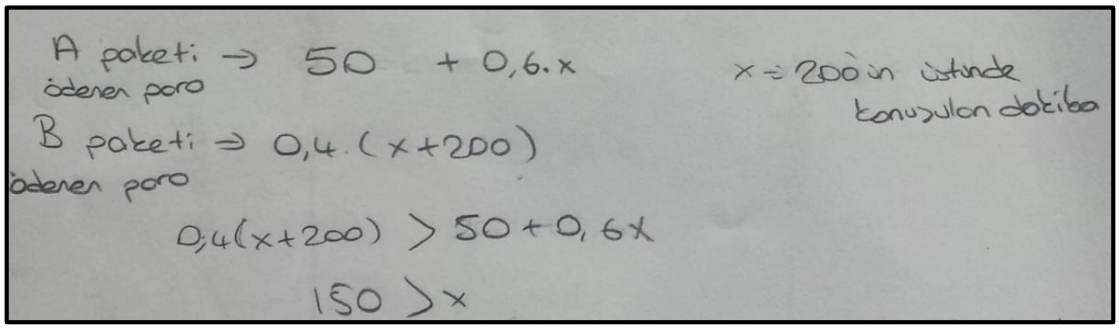
Şekil 4.50'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine ve sıralamasına dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.19).

Tablo 4.19. *İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY8-AY12
Tahmin	AY14
Doğrulama	AY16

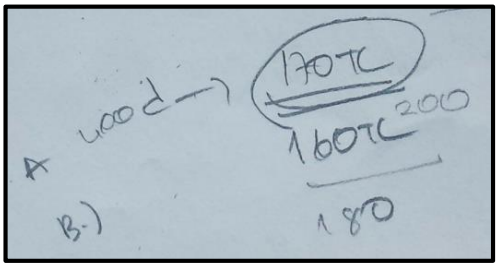
Anlama adımında gösterilen alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:0; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:0; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.17). Veri tablosuna göre tarife paketlerinin konuşma süresi ile ücret arasındaki ilişkisini oluşturup her iki paket için ücretlerin kesiştiği yerleri bulmak isteyen öğretmen adayları ücret ve süre değişkenlerini kullandığı görülmektedir. Bu sebeple "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Ücret ve süre değişkenleri arasındaki ilişkiyi 200 dakikadan sonraki konuşma süresi için veri tablosundan fark eden öğretmen adaylarının "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1); Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3); Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:1; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.17). Öğretmen adayları A ve B paketlerinin 200 dakikadan sonrası için ücret ve süre değişkenlerine bağlı modelini oluşturup karşılaştırmayı düşünmüşlerdir. Genel bir model geliştirebilecekleri bu strateji sebebiyle "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Bu aşamadan sonra stratejilerini uygulamak isteyen öğretmen adayları A ve B paketlerine ait cebirsel modelleri oluşturmuşlardır. A paketi için yapılan işlemlerde paketin parçalı fonksiyon olarak alındığı görülmektedir (Bkz. Şekil 4.51). Bu sebeple "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.51. *A ve B Paketlerinin Cebirsel Modellerinin Karşılaştırılması*

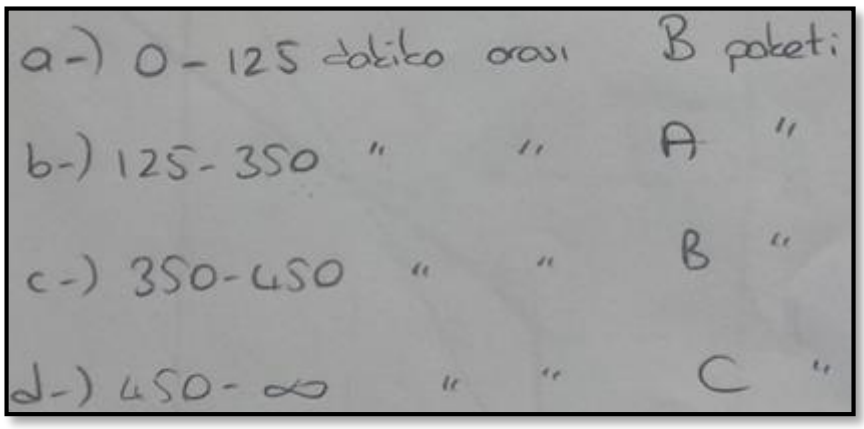
A ve B paketlerinin 200 dakikadan sonraki 150. dakikada (toplamda 350 dakikalık konuşma) eşit ücretli (Bkz. Şekil 4.51) olduklarını bulan öğretmen adayları ardından 350 dakikanın öncesinde ve sonrasında hangi paketin daha avantajlı olduğunu yorumlayabilmek için 200 dakikadan sonraki 200 dakikalık konuşma süresi için (400 dakika) paketlerdeki ücret durumunu hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.52). Matematiksel işlemleri yerinde ve doğru yapan öğretmen adaylarının "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterlikleri 2 olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.52. *400 dakikalık Konuşma için Ücretler*

"Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterliklerine ait bir bulguya rastlanmadığından bu yeterliklerin kullanılmadığı değerlendirilmiştir.

Tahmin adımında gösterilmiş olan alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY14-Sonuçların yorumlanması, P:2; AY13-Çözümün yorumlanması, P:0; AY15-Genelleme, P:0; Bkz. Tablo 4.17). Düzenleme adımında elde ettikleri matematiksel sonuçları doğru yorumlayarak hangi tarife paketinin hangi aralıkta daha avantajlı olduğunu ifade eden (Bkz. Şekil 4.53) öğretmen adaylarının "Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.53. *Paketlere Ait Revize Edilen Konuşma Süresi Aralıkları*

Yaptıkları çözümleri yorumlamayan ve tarife paketlerine ait yorumlarını parçalı aralıklarda bir model olarak ifade etmeyen öğretmen adaylarının "Çözümün yorumlanması (AY13); Genelleme (AY15)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Doğrulama adımına geçen öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; AY10-Problemi parçalara bölme, P:2; Bkz. Tablo 4.17). Ulaştıkları matematiksel sonuçları yorumlayarak tarife paketlerinin avantajlı olduğu aralıkları belirleyen öğretmen adayları sonrasında paketlerin birbirine göre durumlarını grafik çizerek test etmek istemişlerdir (Bkz. Şekil 4.44). Model oluşturup bu modelin doğrulamasını yapmadıklarından dolayı "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği kısmen gösterilmiş kabul edilerek 1 puan ile değerlendirilmiştir. Herhangi bir ilk model oluşturulmadığından veya paketler için oluşturulan cebirsel modellerin revize edilmesi söz konusu olmadığından "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği kullanılmadı olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmen adaylarının ikinci döngü sonunda ilk döngüye göre yeterlik puanları toplamını artırdıkları görülmüştür (Bkz. Tablo 4.17). Bu durum öğretmen adaylarının ilk döngüde A paketini yanlış olarak tam doğrusal almalarına karşın 2. döngüde parçalı doğrusal alarak hesaplamalar yapmaları ile olmuştur.

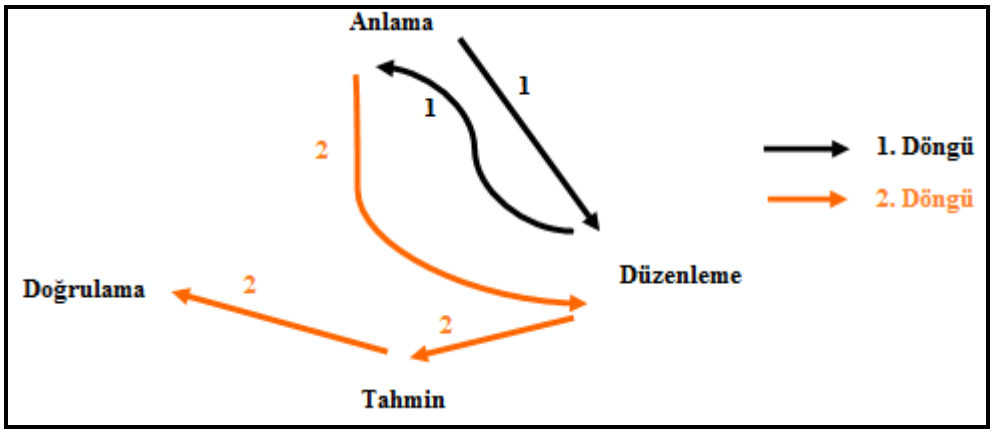
4.2.2. T2Y2 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T2Y2 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.2.2.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Öğretmen adaylarının bu etkinliği iki döngüde tamamladıkları görülmüştür. Problem cümlesini anlayarak okumayan öğretmen adayları problem cümlesinde geçen "yıl" ifadesinin farkına varamadıklarından verileri kullanarak modeli nasıl geliştireceklerini belirleyememişlerdir. Ardından düzenleme adımına geçen öğretmen adayları modelleme sürecini daha fazla ilerletemeyerek anlama adımına geri dönmüşlerdir. Bu adımda "yıl" ifadesinin farkına varmışlar ve problemi anlayarak süreci devam ettirmişlerdir.

Bu etkinliğin amacı her yakıt türü için araçların toplam masrafını yıllara göre gösteren bir model veya modeller geliştirerek ayda gidilen ortalama yol ve bu kapsamda araç fiyatı, büyük masraflar ve harcanan yakıt miktarına göre hangi araç tipinin satın alınmasının daha uygun olduğuna karar vermektir. Aşağıda öğretmen adaylarının modellemenin adımları arasındaki geçişleri (Bkz. Şekil 4.54) ve problem çözme süreçleri detaylı olarak verilmiştir.



Şekil 4.54. *T2Y2 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

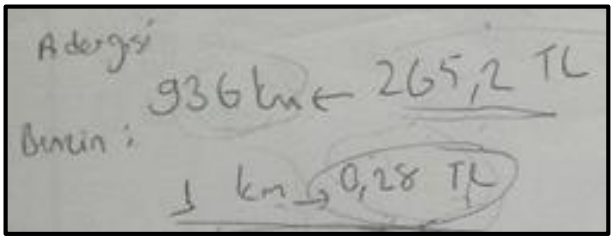
4.2.2.1.1. *Anlama adımı*

Öğretmen adayları etkinliğe ilk başladıklarında etkinliğin amacını tam olarak ifade etmekte ve etkinlik kapsamında verilen verileri yorumlamakta zorlandıkları gözlenmiştir.

Öğretmen adayları öncelikle problem senaryosunu ve tablosunu inceledikten sonra problem kapsamında sorulan sorulara göz atmışlar; ardından her bir aracın kilometre başına düşen yakıt harcamalarını bulmaları gerektiğini düşünmüşlerdir. Bu süreçte öğretmen adaylarının problem kapsamında kullanılan "yıl" kavramına göre kapsamlı bir plan yapmakta zorlandıkları; sadece grafik çizerek araçların yakıt tüketimlerini karşılaştırabilecekleri fikrine odaklandıkları görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adayları öncelikle her bir derginin verilerini (Bkz. EK-11, Tablo-1) ayrı ayrı incelemişler ve bu verileri kendi aralarında karşılaştırmaya karar vermişlerdir.

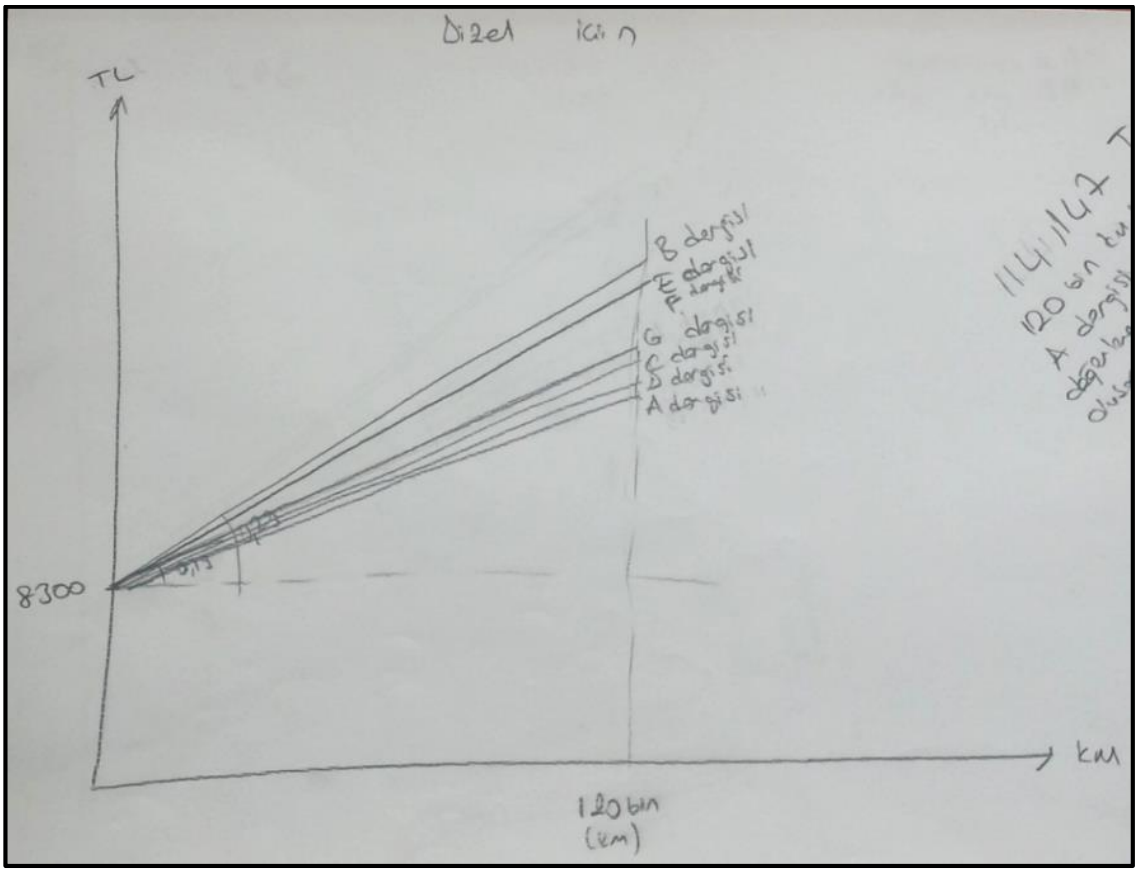
4.2.2.1.2. *Düzenleme adımı*

Öğretmen adayları ilk olarak 1 kilometrede ortalama kaç TL yakıt masrafı olduğunun bulunması gerektiğini ifade ederek A dergisine ait verileri kullanarak örnek bir hesaplama yapmıştır (Bkz. Şekil 4.55).



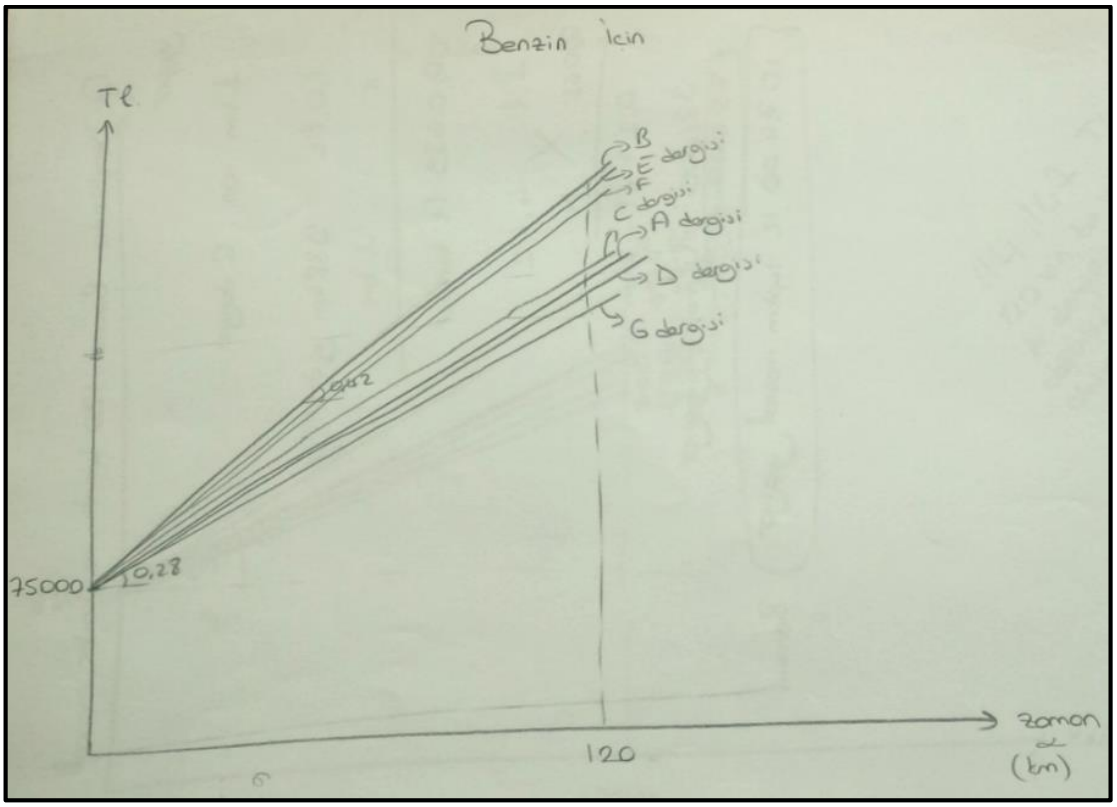
Şekil 4.55. *A Dergisi Verilerine Göre Benzinli Aracın 1 Kilometredeki Ortalama Yakıtı*

Bu aşamadan sonra "yıl" ifadesinin farkına varan öğretmen adayları problemi tekrar irdeleyerek okumuşlardır *(2. döngü).* Ardından dizel araca yoğunlaşan öğretmen adayları tüm dergilerin dizel araç için verdikleri test sürüşü mesafelerini dikkate alarak kilometre başına harcanan yakıt masrafını hesaplayıp grafik halinde göstermişlerdir (Bkz. Şekil 4.56).

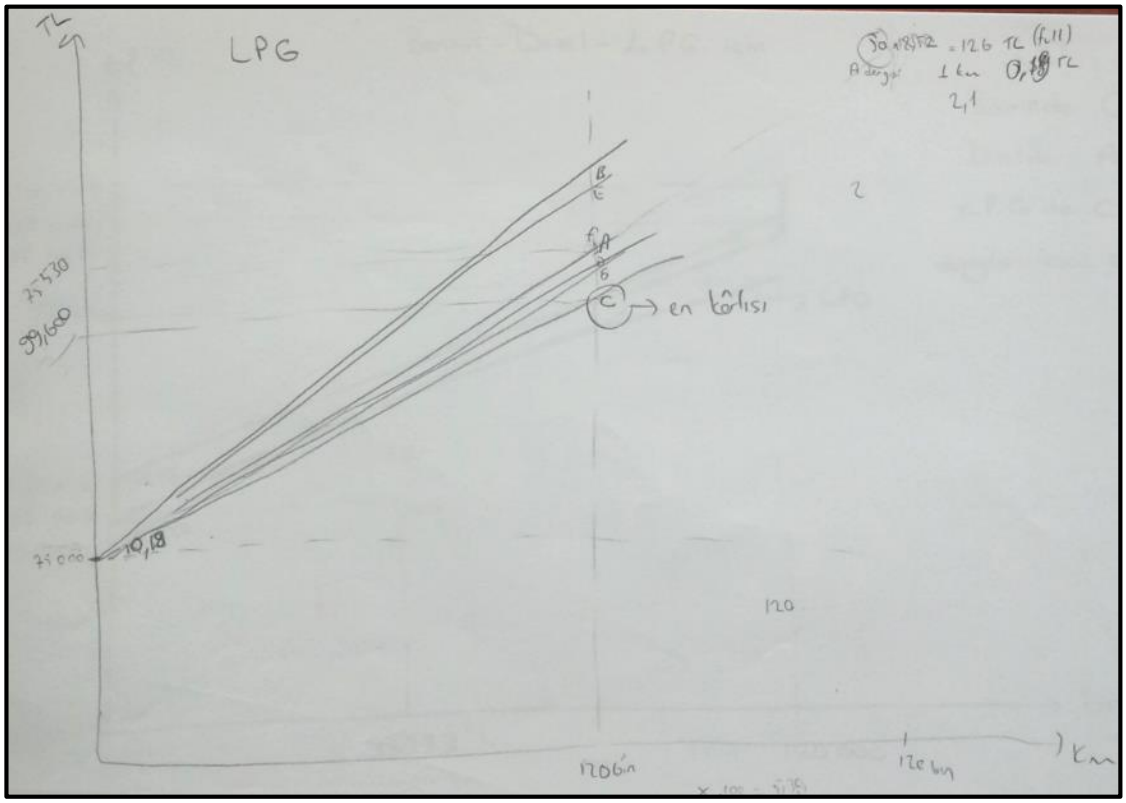


Şekil 4.56. *Dizel Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisinin Grafiği*

Öğretmen adayları dizel aracın 120 bin kilometrede ağır bakım masrafının olduğunu belirterek grafiği bu kilometreye kadar çizmişlerdir. Benzin ve LPG'li araçlar için de benzer işlemleri yaparak grafiklerini çizmişlerdir (Bkz. Şekil 4.57 ve Şekil 4.58).

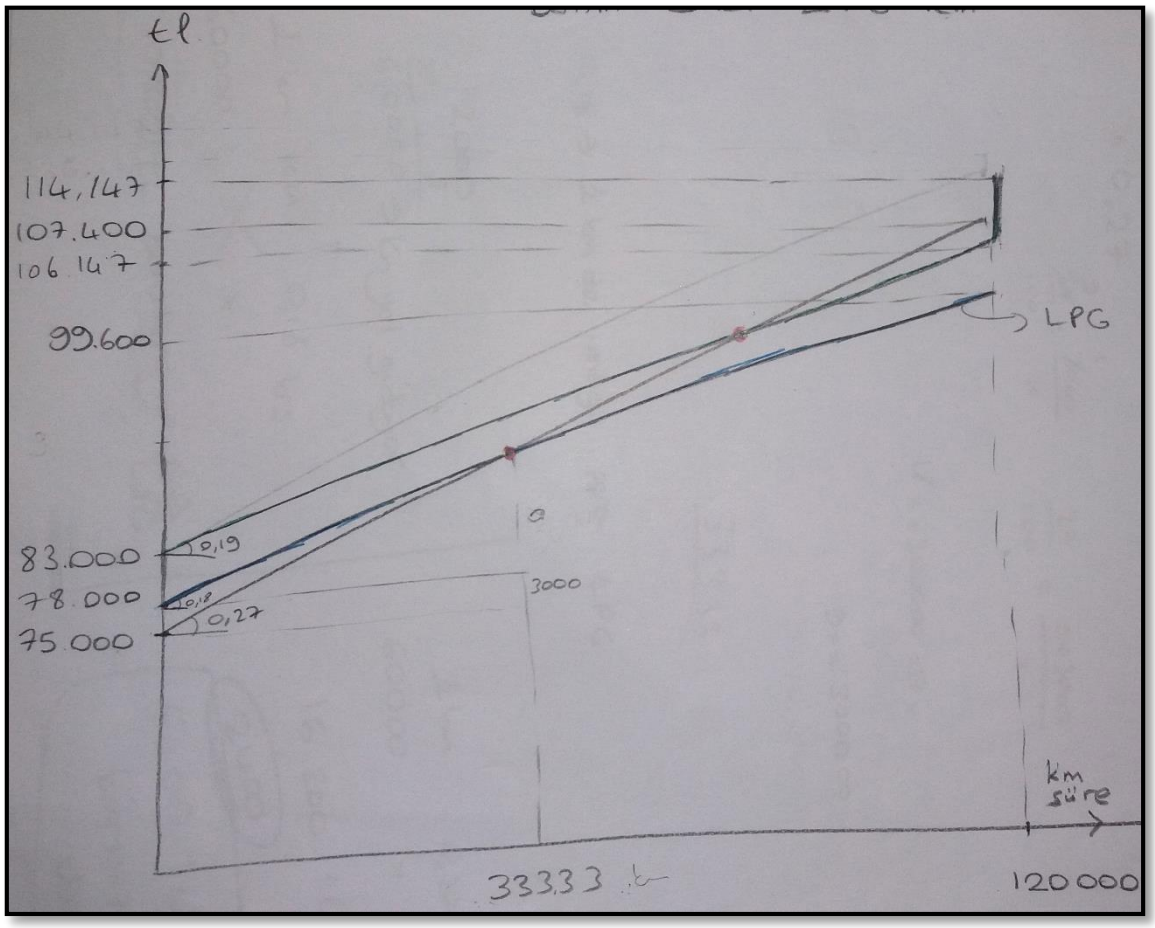


Şekil 4.57. *Benzinli Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisi Grafiği*



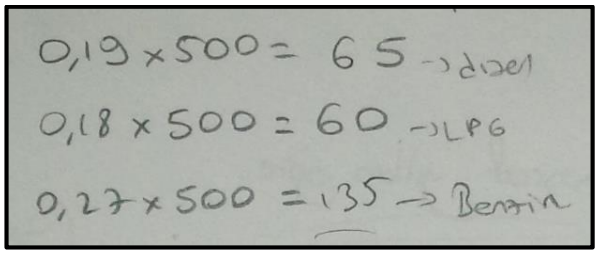
Şekil 4.58. *LPG'li Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisi Grafiği*

Bu grafikleri ayrı ayrı inceleyen öğretmen adayları eğimi en az çıkan (1 depo ile gidilebilecek en uzun mesafeyi ölçen) dergilerin verilerini dikkate alarak (Dizel için A Dergisi; Benzin için G Dergisi ve LPG için C Dergisi) bu grafikleri tek bir koordinat sistemi üzerinde göstermeye karar vermişlerdir. Ardından öğretmen adayları bu üç grafiği tek koordinat sistemi üzerinde gösterdikleri takdirde hangi yakıt türü ile çalışan aracın ücret yönünden daha avantajlı olduğunu belirleyebilecekleri öngörüsünde bulunmuşlardır. Bu öngörünün ardından öğretmen adayları üç grafiği de aynı koordinat sistemi üzerinde göstererek grafiklerin kesiştikleri noktalar üzerine düşünmeye başlamışlardır (Bkz. Şekil 4.59).



Şekil 4.59. *Benzin, Dizel ve LPG'li Araçların "Kilometre-Toplam Masraf" İlişkisinin Aynı Koordinat Sisteminde Gösterilmesi*

Öğretmen adayları daha sonra bu grafikten yararlanarak her 500 km için araçların yakıt tüketim masraflarını hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.60).



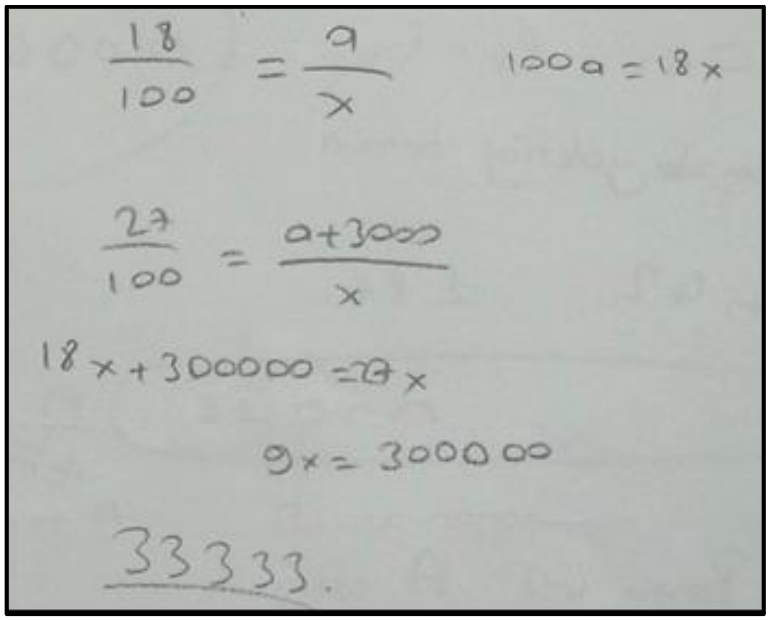
Şekil 4.60. *Araçların 500 km için Yakıt Tüketim Masrafları*

Böylece öğretmen adayları ayda 500 km yol yapan benzin, dizel ve LPG'li araçlar için ayda harcanan yakıt masraflarını hesaplamışlardır.

4.2.2.1.3. *Tahmin adımı*

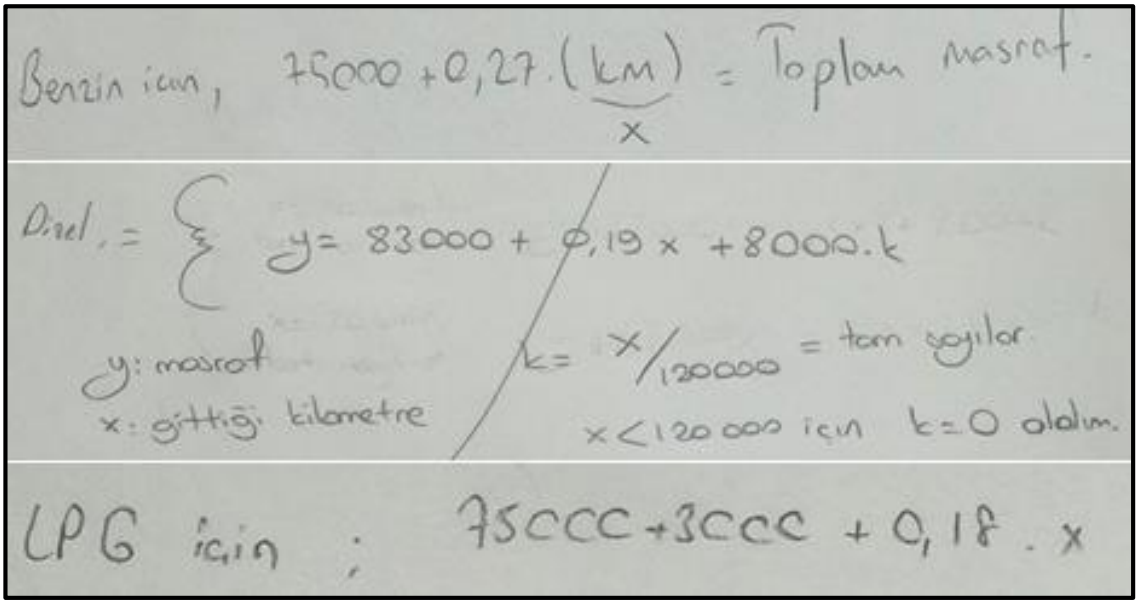
500 kilometre için yapılan hesaplamaların ardından öğretmen adaylarından grafikteki doğruları dikkate alarak hangi aracın hangi durumda avantajlı ya da dezavantajlı duruma geçeceğini tahmin etmeleri istenmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayları grafiklerin kesişim noktalarının fikir verebileceğini ifade etmişlerdir. Grafikte kesişen doğruların kesim noktalarının ne anlama geldiğini tartışan öğretmen adayları bu noktalarda araçların toplam maliyetlerinin (araç fiyatı+yakıt masrafı vs) eşit olacağını ve bu noktadan sonra bir yakıt tipindeki aracın diğer yakıt tipine göre daha avantajlı ya da dezavantajlı duruma geçeceğini ifade etmişlerdir.

Örneğin benzinli araç ile LPG'li aracı karşılaştıran öğretmen adayları bu iki aracın yaklaşık 33333 kilometrede (Bkz. Şekil 4.61) eşit masraflı olacağını ifade ederek 33333 kilometreye kadar benzinli aracın avantajlı olduğunu belirtirken bu mesafeden sonra LPG'li aracın daha avantajlı bir konuma geleceğini ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.59). Bu mesafeyi (33333 km) ayda 500 km giden bir aracın yaklaşık 66 ayda (5,5 yıl) kat edeceği belirtilmiştir. Diğer bir ifade ile 5,5 yıla kadar ayda ortalama 500 km yol giden bir kişinin benzinli araç almasının daha uygun olduğu ifade edilmiştir. Aracını daha uzun süre kullanmak isteyen bir kişinin ise LPG'li bir araç tercih etmesinin ücret yönünden daha avantajlı olacağı yorumunda bulunmuşlardır.



Şekil 4.61. Benzinli ve LPG'li Araçların Karşılaştırılması

Öğretmen adayları sonrasında her bir yakıt türüne ait aracın müşteriye çıkaracağı toplam masrafı kilometre bazında göstermiştir (Bkz. Şekil 4.62).



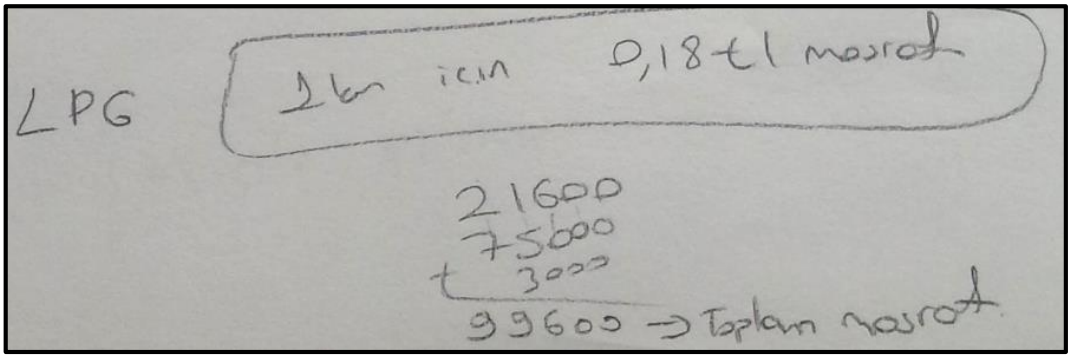
Şekil 4.62. *Toplam Masraf-Kilometre İlişkisini Veren Model*

4.2.2.1.4. *Doğrulama adımı*

Öğretmen adayları daha önce grafiğin eğiminden ve cebirsel işlemlerden yararlanarak yaptıkları hesaplamalardan elde edilen sonuçlarla oluşturdukları modellerden elde edilen sonuçları karşılaştırarak modellerinin doğruluğunu test

etmişlerdir. Örneğin 120 bin kilometreye kadar her bir yakıt türü için araçların ne kadar masraf çıkaracağını oluşturdukları modeli kullanarak hesaplamışlar ve önceki hesaplamalarının sonuçlarıyla karşılaştırmışlardır.

Örneğin LPG li araç için:
(120000km)×(0,18TL)=21600TL, LPG montaj masrafı 3 bin TL ve araç alış fiyatı 75 bin TL toplanarak aracın 120 bin kilometreye kadar çıkaracağı muhtemel toplam masraf 99600 TL olarak hesaplanmıştır (Bkz. Şekil 4.63).



Şekil 4.63. *LPG'li Aracın 120000 Kilometredeki Toplam Masrafı*

4.2.2.2. *T2Y2 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Bu kısımda T2Y2 etkinliği için "Öğretmen adayları farklı problem yapılarında (hangi) bilişsel yeterlikleri (ne ölçüde) gösterebilmektedirler?" alt araştırma sorusuna yanıt aranacaktır.

Problemi ilk okuduklarında "yıl" ifadesi dikkatlerini çekmemiş ve nasıl bir strateji ile problemi çözmeleri gerektiğini belirleyememişlerdir. Daha sonra "yıl" ifadesi dikkatlerini çektiğinde kafa karışıklığı meydana gelerek bu ifadenin nasıl kullanılması gerektiğini belirlemeye çalışmışlardır. Bu kafa karışıklığını ortadan kaldıramayınca yıl ifadesinin nasıl kullanılması gerektiği ile ilgili durumun sonra modelleme sürecinde anlaşılabileceği düşüncesi ile stratejilerini uygulamaya başlamışlardır. Ardından 2. problem kâğıdında verilen "ayda 500 kilometre yol yapan müşteriler hangi aracı tercih etmeli?" sorusu ile "yıl" ifadesinden doğan kafa karışıklığı ortadan kalkmıştır. Öğretmen adayları uygulayacakları stratejiye karar verene kadar anlama adımı ile düzenleme adımı arasında gidiş gelişler yaşamışlardır. Bu gidiş gelişlerde strateji geliştirmek için öngörüler ileri sürmeye ve bu öngörülerden hangisini uygulayacaklarına karar vermek için problemi irdeleyerek okudukları, çözüm için öngörülerini matematiksel işlemlerle test ettikleri ve verileri inceledikleri gözlenmiştir.

Tablo 4.20. *T2Y2 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YETERLİK	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANLARI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	2	1
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	Y	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	2	Y
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	1	Y
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	1	2
	ÖRÜNTÜLERİ FARKETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme	AY6	2	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	1	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	Y	1
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	Y	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	Y
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	2	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	Y	2
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	2
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	Y	1
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	2
TOPLAM				**11**	**17**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

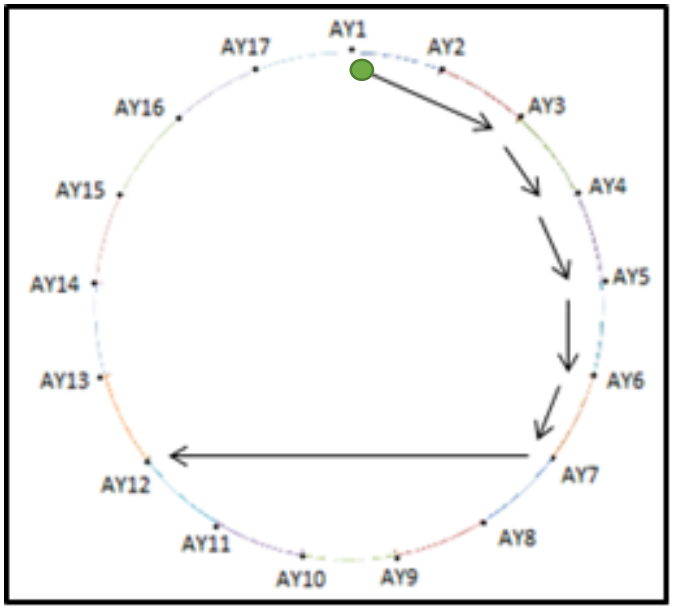
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.2.2.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.64'te verilip Tablo 4.21'de hangi adımda gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.64. *T2Y2 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.64'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.21).

Tablo 4.21. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY3-AY4-AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12
Tahmin	
Doğrulama	

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:2; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:1; AY5-Değişkenleri belirleme, P:1; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; Bkz. Tablo 4.20). Öğretmen adaylarının problemi okuduktan sonra "hangi araç en kârlı

onu soruyor" ifadesi ile problemde nihai olarak ne yapmaları gerektiğini ifade ettikleri gözlenmiştir. Ardından verilen mesafelerin 1 depo yakıt ile gidilen mesafe olduğu, 1 kilometrede ne kadar yakıt harcandığını bulmaları gerektiği ifade edilmiştir. Bu problemin öğretmen adaylarının alışık oldukları bir soru tipi olduğu problemin anlama adımındaki yeterlikler gösterilmeden problemin okunmasından hemen sonra düzenleme adımına ait bir yeterlik olan çözüm stratejisinin ifade edilmesinden de anlaşılmaktadır. En kârlı aracın nasıl bulunması gerektiğini doğru ifade edebilen öğretmen adaylarının "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. 1 kilometrede ortalama ne kadar yakıt masrafının olduğu, en az yakıt masrafı olan aracın 1 depo yakıt ile en uzun mesafe giden araç olacağı gibi stratejik öğeler belirlenebildiği için "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Değişkenlerin ücret ve gidilen mesafe olarak belirlendiği fakat problemde yıllara göre model istenmesinden dolayı yıl kavramının nasıl kullanılacağı adım boyunca belirlenemediğinden "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Değişkenler arasındaki ilişkinin 1 kilometrede ortalama ne kadar yakıt harcandığının hesaplanması ile belirlenebileceğinin ifade edilmesinden dolayı "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Problemin anlaşılması için "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2)" yeterliği kullanılmamıştır.

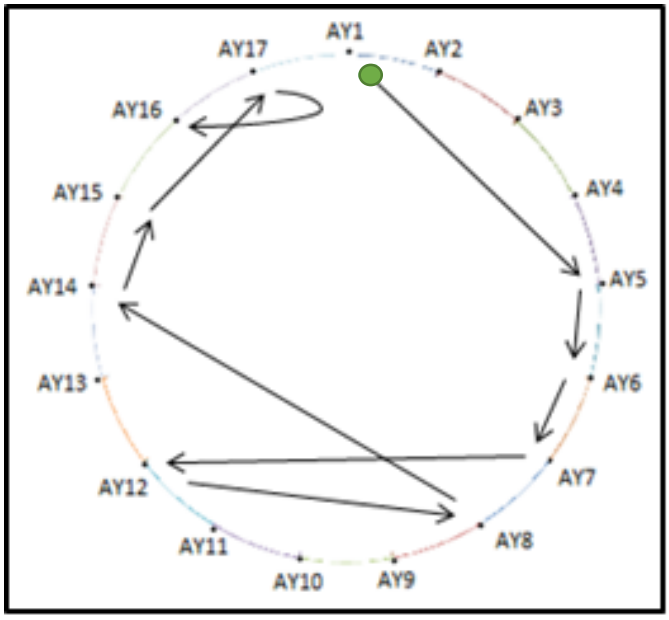
Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:1; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:0; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.20). Öğretmen adaylarının problemi okuduklarında yıl kavramını dikkate almadan strateji geliştirmeye çalıştıkları gözlenmiştir. Öğretmen adayları veri tablosundaki mesafelerin 1 depo ile gidilen mesafeler olduğunu, tüm araçların 1 kilometrede ne kadar yakıt harcadığının hesaplanması sonucunda araçların birbiri ile karşılaştırılabileceğini ve hangi aracın daha uygun olacağının söylenebileceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının bu stratejileri model geliştirilmesine uygun olmasına rağmen yıl kavramının modelde nasıl kullanılacağı belli olmadığından "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları düşündükleri stratejilerinin nasıl sonuç verdiğini test etmek için örnek bir

hesaplama olarak benzinli araca ait verileri kullanmışlardır. Bu hesaplamada 1 deponun 265,2 TL ye dolacağını ve A dergisine göre 1 kilometrede 0,28 TL benzin masrafı olacağını hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.55). Bu hesaplamaları diğer dergiler ve yakıt türleri için de genellemeyi düşünmüşlerdir. Bu sebeple "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir.

"Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8); Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır. Bu aşamadan sonra problemi tekrar okuyan öğretmen adayları ***(2. döngüye)*** başlayarak problem metnindeki yıl kavramının da kullanıldığı bir stratejiyi nasıl geliştireceklerini belirlemeye çalışmışlardır.

4.2.2.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.65'da verilip Tablo 4.22'de hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.65. *T2Y2 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.65'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.22).

Tablo 4.22. *İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12-AY8
Tahmin	AY14-AY15
Doğrulama	AY17-AY16

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:1; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:0; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:0; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.20). Problemi tekrar okuduklarında metinde geçen yıl kavramını fark eden öğretmen adaylarında kafa karışıklığı meydana gelmiş ve yıl kavramını nasıl kullanmaları gerektiğini anlamaya çalışmışlardır. İlgili diyalog aşağıda verilmiştir:

ÖA1 : Yıllara göre mi ne bileyim ben yıllara göre masrafı!

ÖA2 : Ben test sürüşüne gittim çok kısa sürüyor, bir yıl falan değil.

ÖA2 : Bence bu (farklı dergilerin sayısı) araçların 1 yılda kaç kez test sürüşüne çıktığı, burada verilen kilometreler de 1 yılda gittiği kilometreler. Mesela benzinli olan 936 km gitmiş yılda.

ÖA2 : 936'yı 365'e bölersek günde ne gittiğini ve ne yaktığını bulabiliriz.

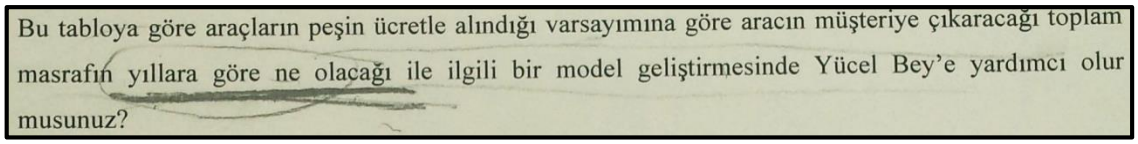
ÖA4 : 936 bence 1 depo ile gittiği kilometre, yılda değil.

ÖA3 : Grafik çizelim bence.

Yıl kavramını nasıl kullanacaklarına ve problem ile ne alakasının olduğuna karar veremeyen öğretmen adayları "*yıl*" ifadesinden kastın "*araçların yıllarca ve uzun süre kullanılması*" durumu olabileceğini kabul ederek modelleme sürecine devam etmişlerdir. Yıl kavramını nasıl kullanacaklarını belirleyemediklerinden dolayı "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir.

Problem metninde, veri tablosundaki mesafelerin 1 depo ile gidilen mesafeler olduğu verilmesine rağmen kafa karışıklığı olmasının sebebi olarak öğretmen adaylarının

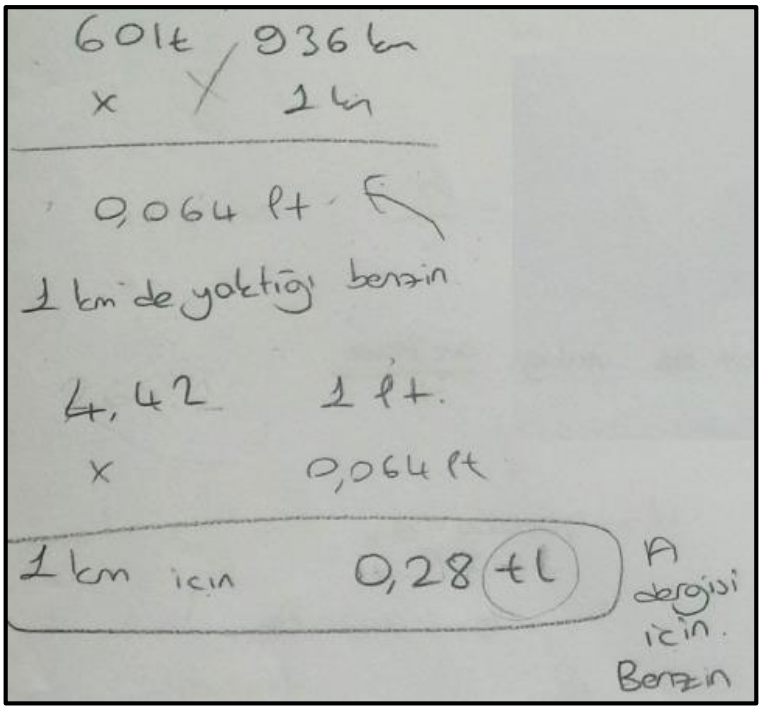
alışık olmadıkları bir cümle ile karşılaşmaları olduğu söylenebilir. Geliştirilecek modelin yıl bazında istenmesi öğretmen adaylarının "yıl" kavramına odaklanmalarına (Bkz. Şekil 4.66), bunun sonucu olarak da daha önce ifade ettikleri çözüm stratejilerinin bu problem için işlemeyeceği düşüncesi ile yıl kavramının da kullanıldığı yeni bir strateji geliştirmeleri gerektiğini düşünmelerine sebep olmuştur. Hâlbuki yıl kavramının masraf üzerinde etkisinin direk olmadığı, esas değişkenin gidilen mesafe olduğu ve gidilen mesafe arttıkça masrafın da buna göre artacağının düşünülmesi beklenmekte idi. Örneğin 1 kilometrede "a TL" yakıt masrafı olan ve yılda "x kilometre" giden bir aracın yıllık yakıt masrafı "a·x TL" olmaktadır. Öğretmen adaylarının belli bir kavrama odaklanmaları sonraki problem kâğıdında geçen "Her ay ortalama 500 km yol yapan…1000 km yol yapan…" ifadelerinin gözden kaçırılmasına veya dikkate alınmamasına sebep olduğu söylenebilir. Buradan hareketle problem metnindeki herhangi bir kavrama veya kelimeye fazla odaklanmanın problemin anlaşılmasını zorlaştırdığı söylenebilir. Bunun yanında öğretmen adaylarının önyargılarını aşmak için problem metninde beklenmedik, alışılmışın dışında kelime veya kelimelerin kullanılması sayesinde eski tecrübelerin kullanılarak ezberden problem çözülmesinin önüne geçilebileceği ve bu sayede öğretmen adaylarının problemin anlaşılması ile daha fazla meşgul edilebileceği söylenebilir.


Bu tabloya göre araçların peşin ücretle alındığı varsayımına göre aracın müşteriye çıkaracağı toplam masrafın yıllara göre ne olacağı ile ilgili bir model geliştirmesinde Yücel Bey'e yardımcı olur musunuz?

Şekil 4.66. *Öğretmen Adaylarının "yıl" Kavramına Odaklanmaları*

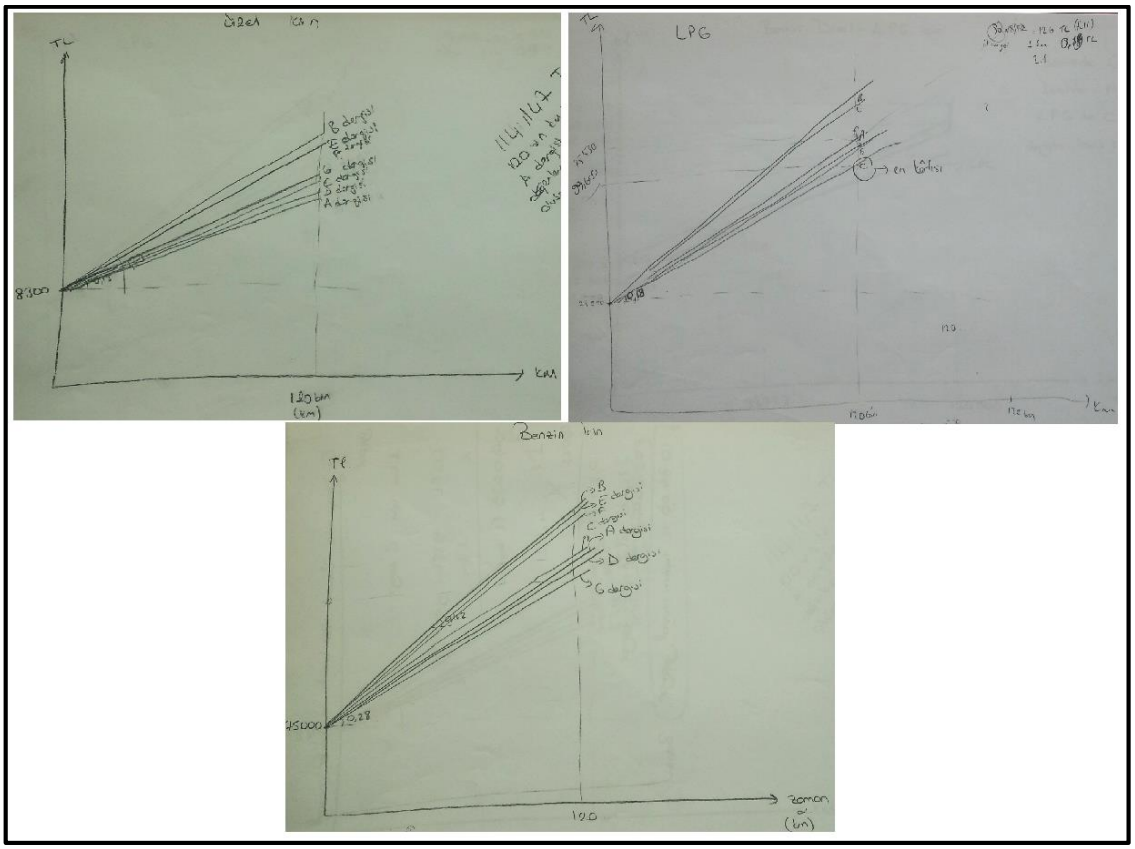
Problemin irdelenerek tekrar okunması ile modelleme sürecinde yıl ifadesinin nasıl kullanılacağı anlaşılmıştır. Problem kâğıdının 2. sayfasında verilen veriler kapsamında (ayda 500 km, 1000 km ve 2000 km araç kullanan müşteriler için) yıllık masrafın bulunmasında "ücret ve gidilen mesafe" değişkenleri kullanılarak araçların kıyaslanmasına yönelik matematiksel işlemler yapıldığından "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Değişkenler arasındaki ilişkinin tespit edilmesinde her bir yakıt türü ve dergi verileri için 1 kilometrede ortalama ne kadar yakıt harcandığının hesaplanması gerektiği ifade edildiğinden "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3); Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:1; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:0; AY10-Problemi parçalara bölme, P:0; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:0; Bkz. Tablo 4.20). Çözüm için strateji geliştirmeye çalışan öğretmen adayları önce A dergisinin benzinli araç için ölçtüğü 936 kilometrenin 1 yılda gidildiğini kabul edip 365'e bölerek 1 günde gidilen mesafeyi bulabileceklerini ifade etmişlerdir. Bu şekilde 1 günde kaç kilometre araç kullanıldığının, 1 günde kaç TL yakıt masrafı olacağının (Bkz. Şekil 4.67) ve sonrasında da bir günlük ücret ile gidilen mesafeyi çarparak ücret ve mesafe arasındaki ilişkiyi modelleyebileceklerini ifade etmişlerdir.



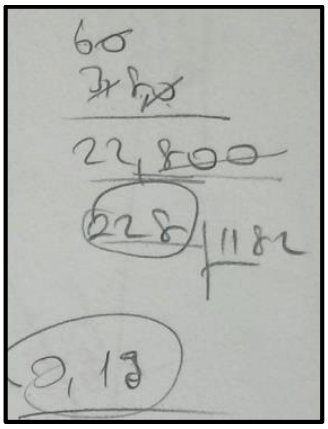
Şekil 4.67. *A Dergisi için Benzinin 1 Kilometredeki Ortalama Masrafının Hesaplanması*

Öğretmen adayları bu hesaplamaların diğer yakıt türleri ve dergi verileri için de yapılabileceğini ifade etmişlerdir. Bu amaçla her bir yakıt türü ve veriler için hesap yapmanın uzun süreceği düşüncesi ile grafik çizerek araç satın alma ücreti de dâhil olmak üzere 120 bin kilometreye kadar toplam masrafların kıyaslanabileceğini ifade etmişlerdir (Dizel, LPG ve Benzin için Bkz. Şekil 4.68).

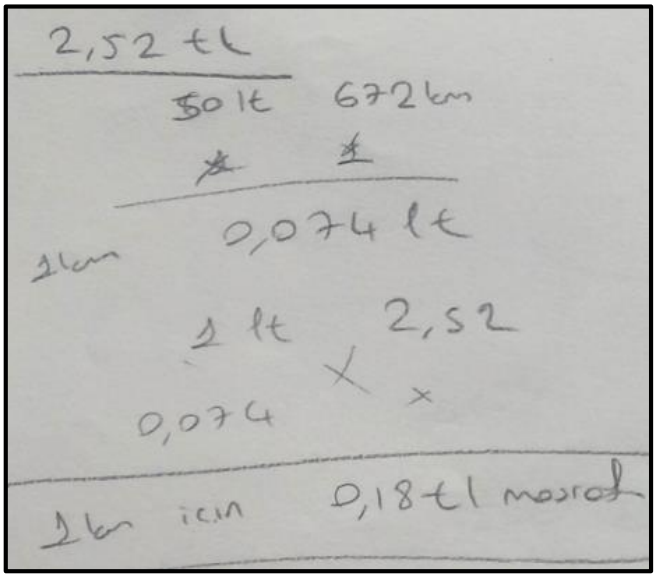


Şekil 4.68. *Dizel-LPG-Benzin için 120000 Kilometreye Kadar Toplam Masrafların Karşılaştırılması*

Öğretmen adayları hangi kilometreye kadar hangi yakıt türünün kullanılmasının ücret yönünden daha uygun olacağını belirlemeye çalışmışlardır. Bunun için grafiklerden masrafın (TL) eğiminin en küçük olduğu dergilere ait verilerin kullanılarak yakıt türlerini ortak bir grafikte göstermeye karar vermişlerdir. Dizel için A Dergisinde (eğim=0,19; Bkz. Şekil 4.69), LPG için C Dergisinde (eğim=0,18; Bkz. Şekil 4.70) verilen mesafelerin kullanılması gerektiği ifade edilmiştir. Benzin için ise 1 depo ile (60 lt×4,42 TL=265,2 TL) en fazla mesafeyi G Dergisine göre gideceği (938 kilometre) belirlenerek eğim (265,2/938=0,28) hesaplanmıştır. Bu sebeple "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir.

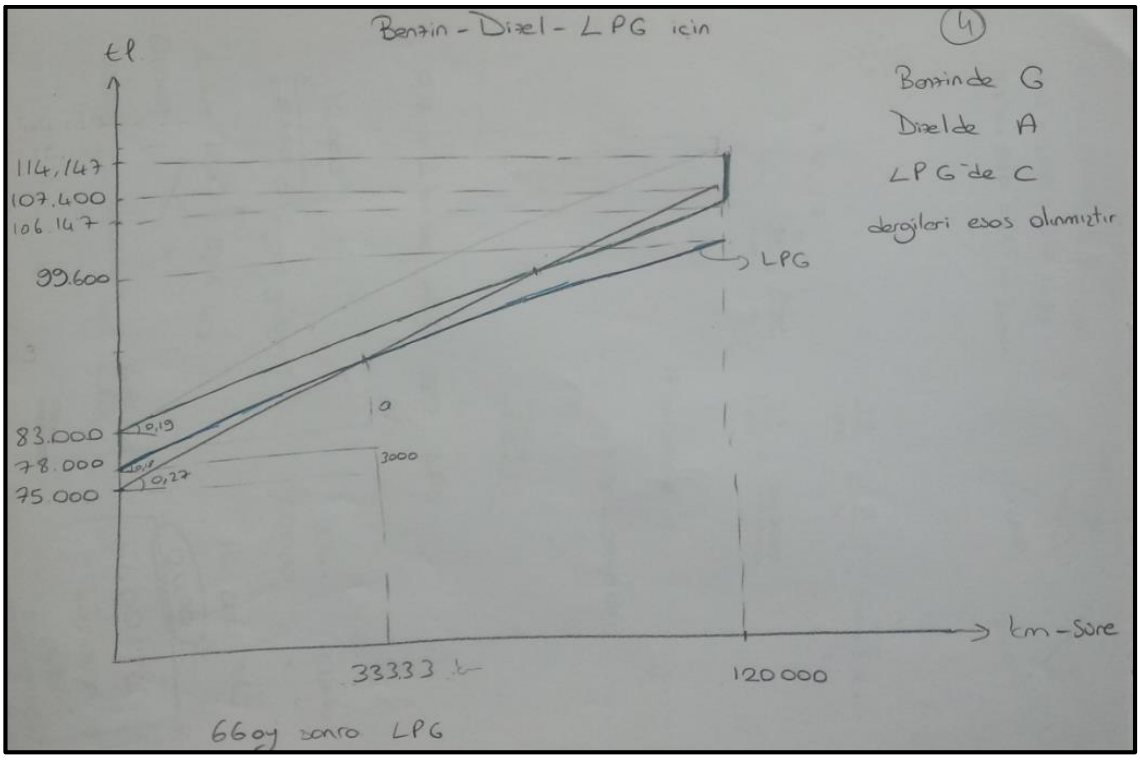


Şekil 4.69. *Dizel Araç için En Uygun Veriye göre Ortalama Masraf*



Şekil 4.70. *LPG'li Araç için En Uygun Veriye göre Ortalama Masraf*

Ardından öğretmen adayları araçların alış ücretleri (LPG'de LPG monte dâhil) ve 120bin kilometreye kadar olan toplam masraflarını koordinat sisteminde göstererek yakıt türlerinin grafiklerini çizerek birbirlerine göre durumlarını ortak bir grafikte görmek istemişlerdir (Bkz. Şekil 4.71). Ortak grafiğin çizilmesi için 120bin kilometrede meydana gelen toplam masraflar her yakıt türü için hesaplanarak koordinat sisteminde gösterilmiştir. 120bin kilometrede oluşacak toplam masraflar benzin için 107400 TL, LPG için 99600 TL, dizel için 106147 TL ve aracı satmazsa 8000 TL de ağır bakım masrafı ile 114147 TL olarak hesaplanmıştır. Bu değerler grafikte gösterilerek her bir doğrunun eğimi ayrı ayrı hesaplanıp eğim kullanılarak model oluşturulmak istenmiştir.



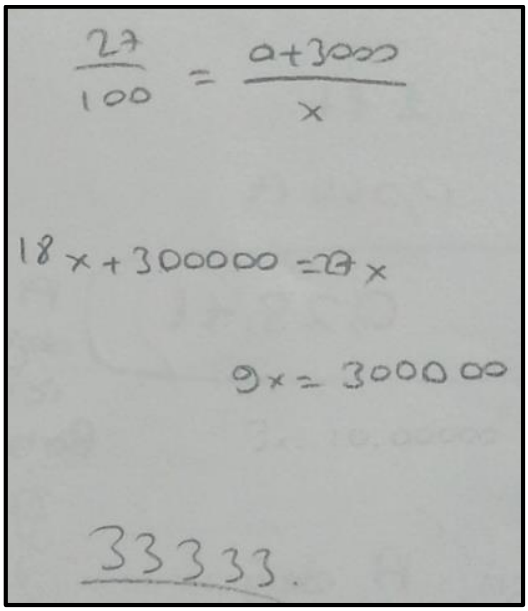
Şekil 4.71. *Aynı Koordinat Sisteminde Yakıt Türlerinin Karşılaştırılması*

Öğretmen adayları sonrasında doğruların eğimlerini grafik üzerindeki veriler yardımı ile eğim=tanα (karşı dik kenar/komşu dik kenar) formülünü kullanarak hesaplamışlardır (Bkz. Tablo 4.23).

Tablo 4.23. *Yakıt Türleri için Eğimin Hesaplanması*

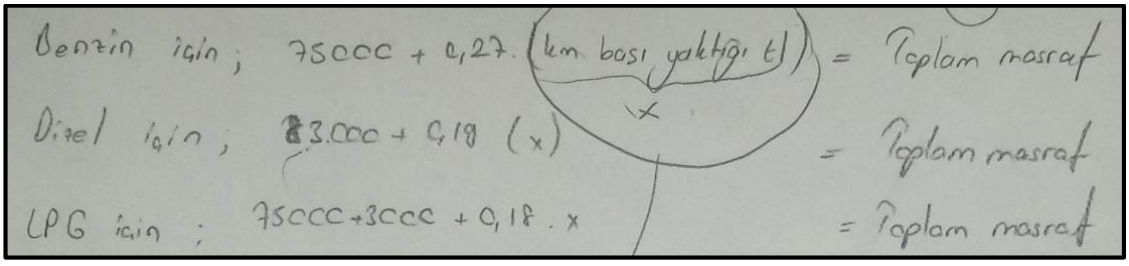
Yakıt Türü	Eğimin Hesaplanması
Benzin	(107400-75000)/120000=0,27
LPG	(99600-78000)/120000=0,18
Dizel	(106147-83000)/120000=0,19

Öğretmen adayları ardından doğruların kesim noktalarını hesaplayarak hangi kilometre aralığında hangi yakıt türünün avantajlı veya dezavantajlı olduğunu yorumlamak istemişlerdir. Grafiğe bakıldığında sadece benzinli ve LPG'li araçlar için doğruların kesim noktasının hesaplanmasının yorum yapmak için yeterli olacağını, kesim noktasından sonra LPG'li aracın daha avantajlı olduğunun grafikten görüldüğünü ifade etmişledir. Benzinli aracın eğimi (0,27) kullanılarak yapılan matematiksel işlemler sonucunda benzin ve LPG doğrularının 33333 kilometrede kesiştiklerini hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.72).



Şekil 4.72. Benzinli ve LPG'li Araçların Kaç Kilometrede Aynı Yakıt Masrafı Harcayacağının Hesaplanması

Öğretmen adayları matematiksel bilgilerini model geliştirebilmek için yeterli düzeyde kullandıklarından "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları ardından yakıt türlerine ait eğimleri kullanarak matematiksel ilk modellerini oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.73). Burada benzin için geliştirilen modelde "eğim" değişkeninin çarpanı olarak "mesafe" değişkeninin kullanılması gerekirken yanlış olarak "1 kilometredeki yakıt masrafı" kullanıldığından ve dizel için 120 bin kilometredeki 8bin TL'lik ağır bakım masrafı modelde gösterilmediğinden model eksik geliştirilmiştir. Bu sebeple "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir.

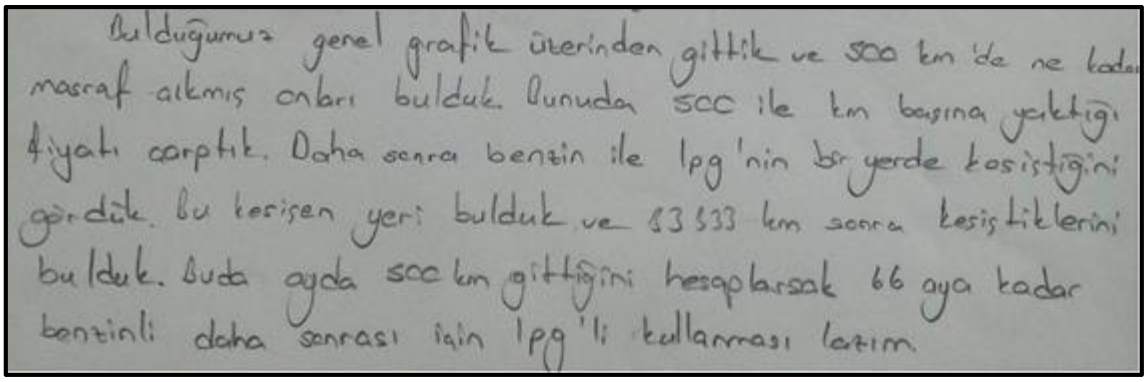


Şekil 4.73. *Yakıt Türlerinin "Toplam Masraf-Kilometre Başına Ortalama Yakıt Masrafı" İlişkisi*

"Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterliği kullanılmamıştır. Problemde düzenlenecek matematiksel ifadeler bulunmadığından "Matematiksel

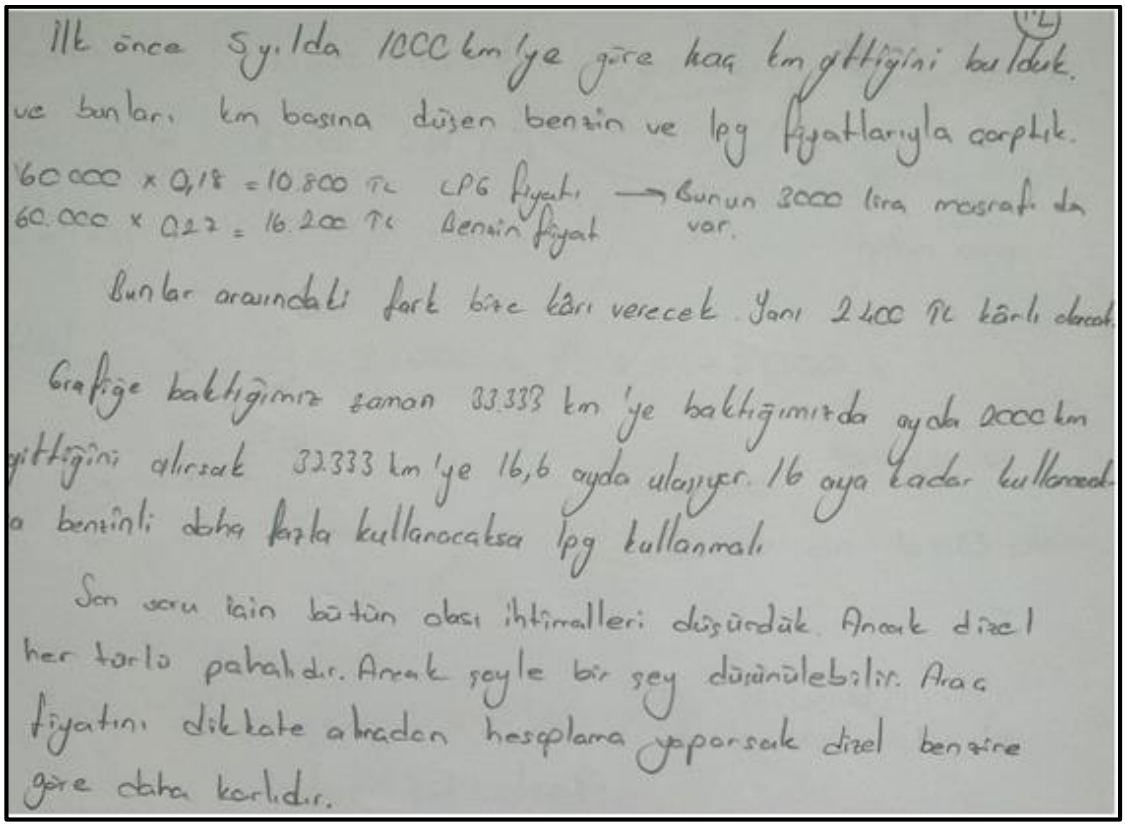
ifadeleri düzenleme (AY9)" yeterliği kullanılmamıştır. Problemde yakıt türlerine ait veriler ayrı ayrı verildiğinden yakıt türlerine ait grafiklerin ayrı ayrı çizilmesi ve model oluşturulması problemi parçalara bölme olarak değerlendirilmemiştir. Ancak yakıt türlerine ait verilerin şehir içi ve şehir dışı şeklinde ayrımının yapılarak her bir yakıt türü için iki farklı model geliştirilmesi beklendiğinden ve bu karşılanmadığından "Problemi parçalara bölme (AY10)" yeterliği kullanılmadı olarak değerlendirilmiştir. "Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterliği kullanılmamıştır. Ardından tahmin adımına geçilmiştir.

Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY14-Sonuçların yorumlanması, P:2; AY15-Genelleme, P:2; AY13-Çözümün yorumlanması, P:0; Bkz. Tablo 4.20). Grafiği ve matematiksel sonuçları yorumlayan öğretmen adayları benzin ve LPG'li araçlara ait doğruların kesim noktası olan 33333 kilometreye kadar benzinli aracın sonrasında yapılacak tüm mesafelerde ise LPG'li aracın kullanılmasının daha uygun olacağı yorumunda bulunmuşlardır (Bkz. Şekil 4.74).



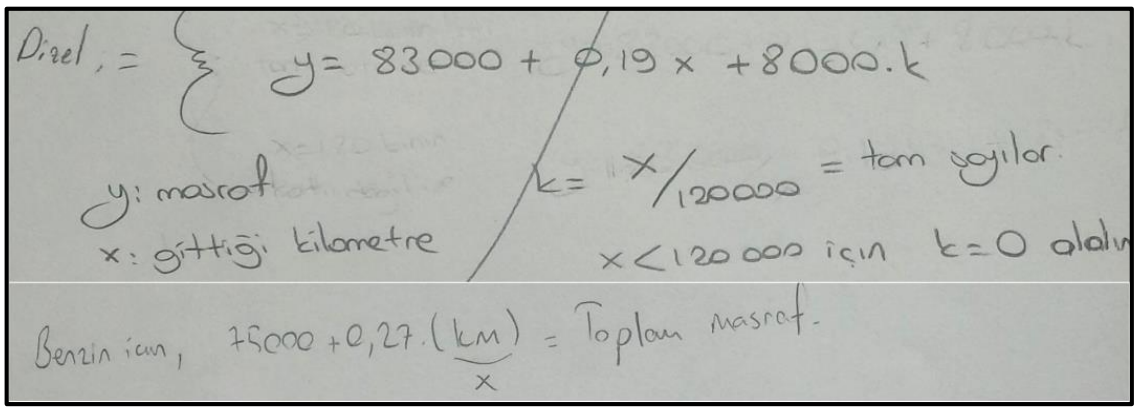
Şekil 4.74. *Ayda 500 Kilometre Yol Yapan Biri için LPG'li-Benzinli Araç Tavsiyesi*

Gidilen mesafenin her ay değiştiği durumlara göre (ayda 500 km, 1000 km ve 2000 km) kaç yıla kadar hangi aracın daha avantajlı olacağı yorumu yapılmıştır (Bkz. Şekil 4.75). Araçların satın alma fiyatları dikkate alınmadığında dizel aracın benzinli araca göre daha avantajlı olacağı yorumu yapılmıştır. Bu sebeple "Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.75. *Ayda 500; 1000 ve 2000 km için Kaç Yıla Kadar Hangi Aracın daha Avantajlı Olacağının Yorumlanması*

Ardından yapılan doğrulamalar sonucunda benzinli ve dizel araçlar için geliştirdikleri modellerini revize ederek modellerini genellemişlerdir (Bkz. Şekil 4.76). Bu sebeple "Genelleme (AY15)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. "Çözümün yorumlanması (AY13)" yeterliği kullanılmamıştır.



Şekil 4.76. *Benzinli ve LPG'li Araçlar için Revize Edilmiş Toplam Masraf-Yol İlişkisi*

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY17-Modeli revize etme, P:2; AY16-Doğrulamalar yapma, P:1; Bkz. Tablo 4.20). Öğretmen adayları geliştirdikleri ilk matematiksel modeldeki benzinli araç için eğimin çarpanı durumunda olan "km başı yaktığı TL" değişkeninin yanlış kullanıldığını ve dizel için modelde kullanmadıkları 120bin kilometredeki ağır bakım masraflarını modelde doğru olarak gösterdiklerinden "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları model geliştirmeden önce ulaştıkları sonuçlar ile geliştirdikleri modelleri kullanarak ulaştıkları sonuçları sadece LPG'li araçlar için test ettiklerinden dolayı "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmen adaylarının ikinci döngü sonunda ilk döngüye göre yeterlik puanları toplamını artırdıkları görülmüştür (Bkz. Tablo 4.20). Bu durum öğretmen adaylarının ilk döngüde "yıl" ifadesinden dolayı kafa karışıklığının meydana gelmesi sonucunda öngörülerini uygulayamamalarına karşılık 2. döngüde yıl ifadesini yine tam anlayamamalarına rağmen stratejilerini uygulamaya devam etmelerinden kaynaklanmıştır.

4.2.3. T2Y3 etkinliği

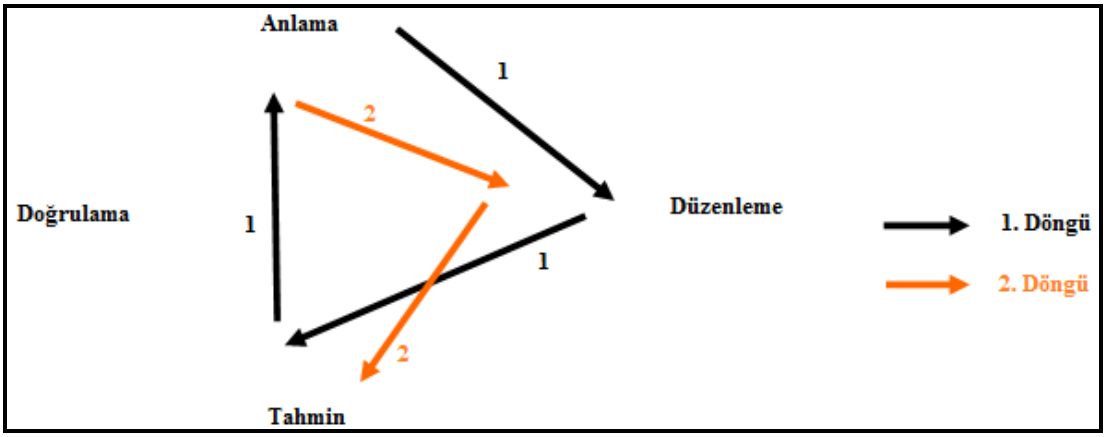
Bu bölümde modellemenin adımlarında T2Y3 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.2.3.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Öğretmen adayları bu etkinliği iki döngüde tamamlamışlar ve ilk döngüde tahmin adımına kadar ilerlemişlerdir. Problem cümlesinde geçen "her 10 yılda…" ifadesinin yanlışlıkla "her 10. yılda" olarak algılanmasıyla problemi yanlış anlayan öğretmen adayları, tahmin adımında problemi tekrar okuyarak bu yanılgılarını düzeltip modelleme sürecini devam ettirmişlerdir.

Bu etkinliğin amacı problem kapsamında yıllara göre verilen suç sayısı tablosunu yorumlayarak bu değişimin nasıl olduğunu gösteren bir model ortaya koymak ve bu değişimdeki alarm sistemlerinin satışının olası rolünü araştırmaktır. Bu etkinliği önceki parçalı doğrusal ilişkiler içeren etkinliklerden ayıran özellik verilerin kapalı bir şekilde

verilmesi ve nasıl bir model oluşturulacağının açıkça belli olmadığı bir durum içermesidir. Aşağıda öğretmen adaylarının modellemenin adımları arasındaki geçişler (Bkz. Şekil 4.77) ve bu modelleme sorusunun çözüm süreci detaylı olarak açıklanmıştır.



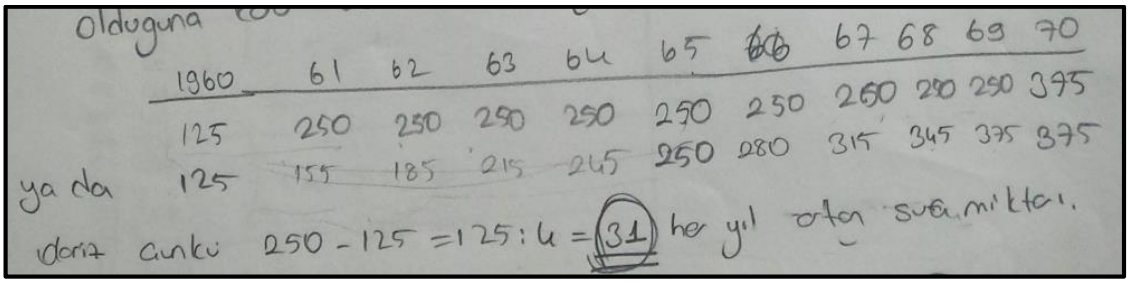
Şekil 4.77. *T2Y3 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.2.3.1.1. *Anlama adımı*

Bu problem ile karşılaşan öğretmen adayları öncelikle tablodaki verileri inceleyerek anlamaya çalışmışlardır. Öğretmen adayları suç sayıları arasında bir ilişki kurmaları gerektiğini ifade ederek tablodaki suç sayılarının o yıla ait suç sayısı mı olduğu ya da kümülatif bir şekilde oluşturulmuş bir veri tablosu mu olduğu hakkında bir kararsızlığa düşmüşlerdir. Bunun ardından her iki durumu da ayrı ayrı değerlendirmeye karar vermişlerdir.

4.2.3.1.2. *Düzenleme adımı*

Öğretmen adayları aradaki yıllarda işlenen suç sayılarını hesaplayabilmek için her 5. yıldaki suç sayısı farkının yıllara eşit olarak dağıtılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Örneğin 1960-1965 yılları için bu işlemi yapan öğretmen adayları yıllar arasındaki suç sayısını yıl sayısına bölüp (250-125)/5=25 bulmaları gerekirken yanlışlıkla son yılı almayarak yıl sayısının 1 eksiğine (4) bölmüşlerdir. Sonuç olarak 5 yıl için ortalama suç sayısını yanlış hesaplayan öğretmen adayları 1965 yılına denk gelen suç sayısında uyumsuzluk olunca bu işlemi devam ettirmekten vazgeçmişlerdir (Bkz. Şekil 4.78).

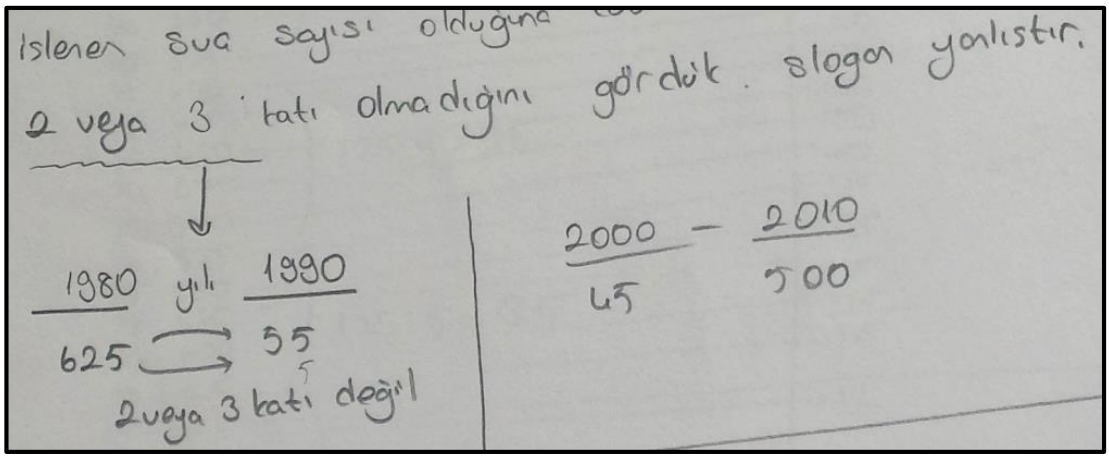


Şekil 4.78. *1960-1965 Yılları Arasında Artan Ortalama Suç Sayısının Yanlış Hesaplanması*

Ne yapmaları gerektiği hususunda tereddüt yaşayan öğretmen adayları problem kapsamında verilen sorulara yanıt arayarak etkinliğe devam etmek istemişlerdir. Bu aşamada sonra tahmin adımına geçilmiştir.

4.2.3.1.3. *Tahmin adımı*

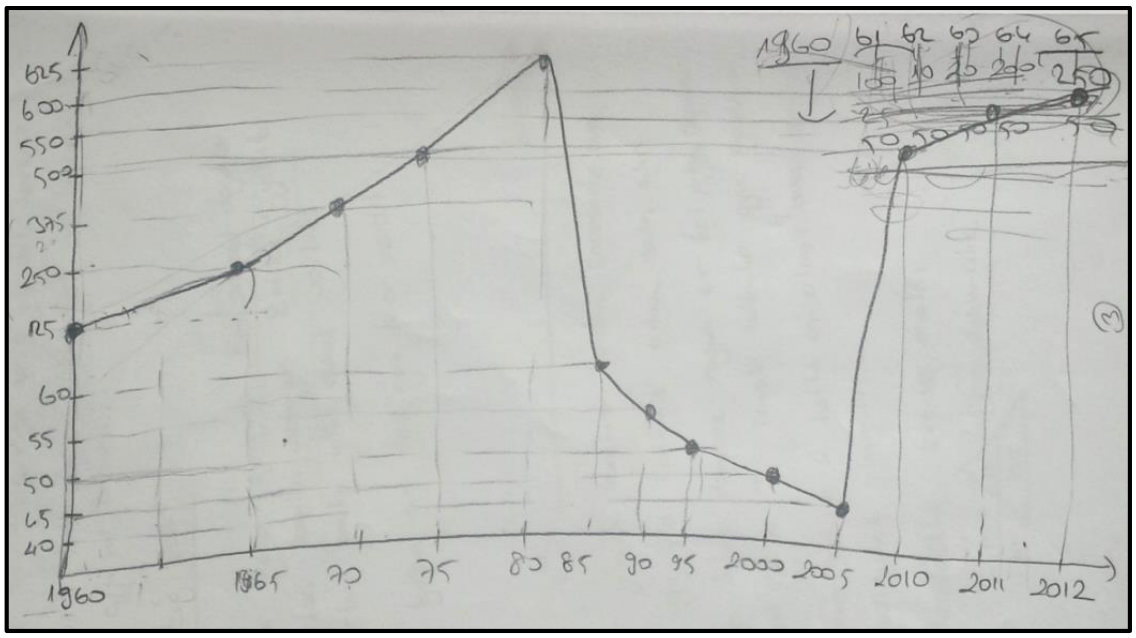
Problem kapsamında sorulan reklam sloganının doğru olup olmadığı sorusuna yanıt arayan öğretmen adayları veri tablosunda 10. yıllara bakarak yorumda bulunmuşlardır. Öğretmen adayları suç sayılarının her 10 yılda 2 veya 3 kat artmadığına karar vererek problemde yazılan reklam sloganı cümlesinin yanlış olduğunu ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.79).



Şekil 4.79. *Suç Sayılarının Her 10 Yılda "2 veya 3 Kat" Artmadığının Gösterilmesi*

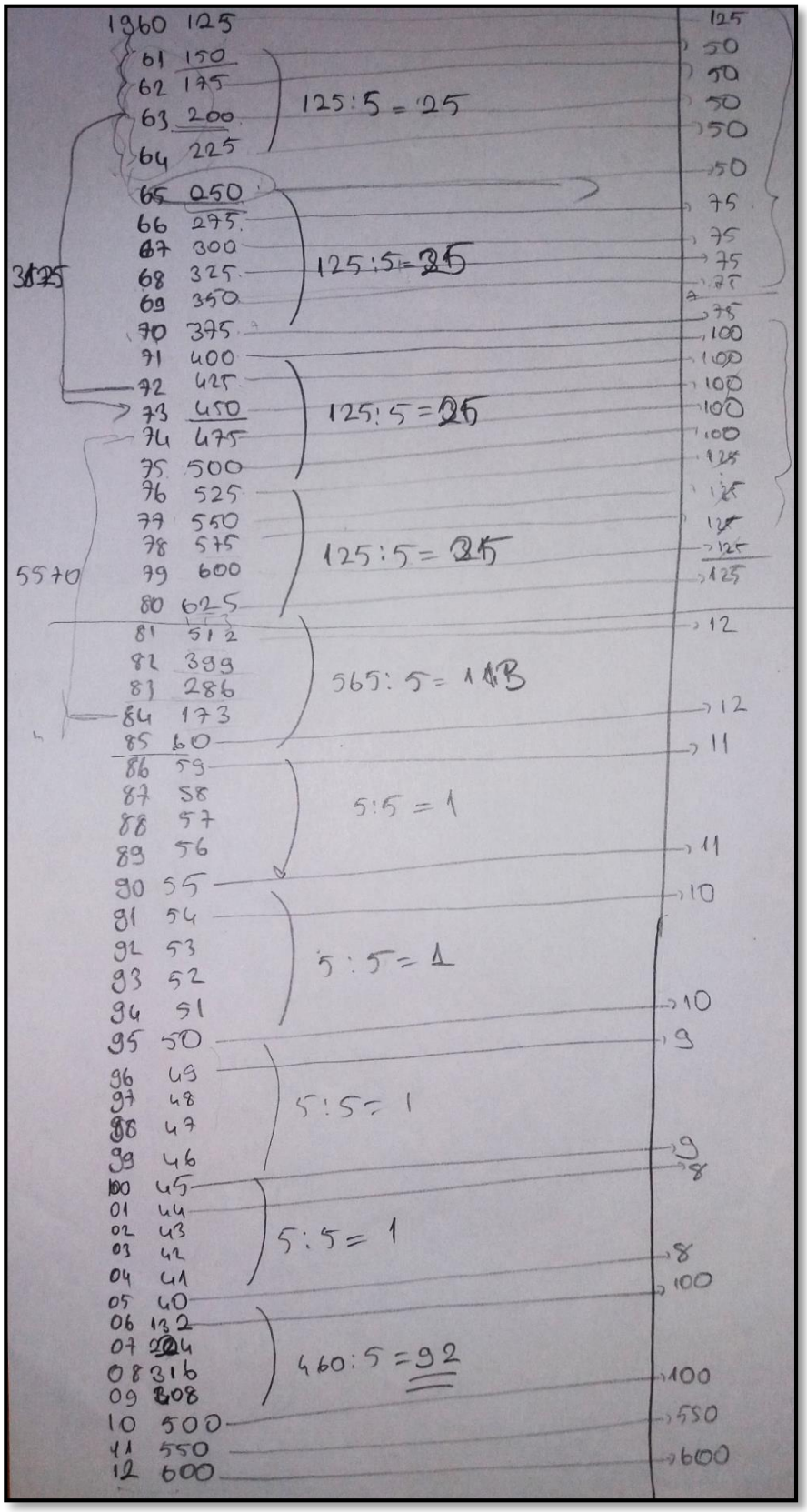
Reklam sloganının yanlış olduğu cevabını veren öğretmen adayları problem cümlesini tekrar okuduklarında sloganda geçen "her 10 yılda" ifadesini "her 10. yılda" şeklinde yanlış anladıklarını ifade ederek problemi anlamaya çalışmışlar ve *2. döngüye* geçmişlerdir. Bu aşamadan sonra problemi okuyup anladıklarını düşünen öğretmen

adayları grafik çizerek suç sayılarının yıllara göre nasıl dağıldığını görmek istemişlerdir (Bkz. Şekil 4.80).



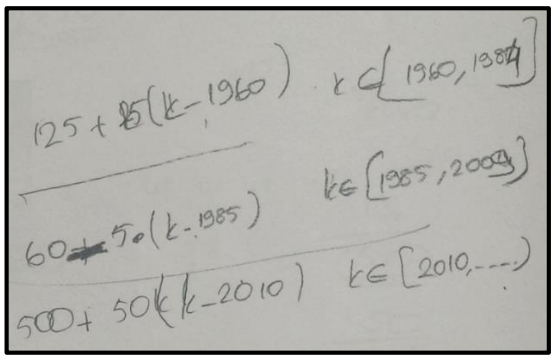
Şekil 4.80. *Yıllara göre Suç Sayılarındaki Artış ve Azalış Grafiği*

Yukarıdaki Şekil 4.80.'deki grafiğe göre öğretmen adayları 1960-1980 ve 2010-2012 yılları arasında suç sayılarının arttığını, 1985-2005 yılları arasında ise suç sayılarının azaldığını gözlemlemişlerdir. Grafikten nasıl yararlanacaklarını kestiremeyen öğretmen adayları grafikteki artış ve azalışları olduğu yıllar için ayrı ayrı olmak üzere 1960-2012 arasındaki her yıl için ortalama suç sayılarını bulmaya karar vermişlerdir (Bkz. Şekil 4.81).



Şekil 4.81. *Her Yıla Düşen Ortalama Suç Sayıları*

Öğretmen adayları tabloyu oluşturduktan sonra tabloya göre yorumlarda bulunarak problem kapsamındaki sorulara yanıtlar aramışlardır. Değişkenler arasındaki örüntüyü bulan öğretmen adayları model geliştirmediklerinden dolayı etkinlik sonunda yapılan görüşmelerde kendilerinden model oluşturmaları istenmiştir. Öğretmen adayları 3 parça halinde inceledikleri tablodaki yılları "1960-1980 arasında artmış", "1985-2005 arasında azalmış" ve "2010-2012 arasında artmış" şeklinde parçalayarak bu aralıkların her biri için "yıl ile suç sayısı" arasındaki ilişkiyi veren modeli oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.82).



Şekil 4.82. *Suç Sayısı ve Yıl İlişkisini Veren Model*

Öğretmen adayları 1960-1984 yılları arasında modellerini doğru olarak oluşturmuşlardır. Oluşturdukları model için aralığın başlangıç yılındaki (1960) suç sayısını (125) sabit terim ve bu yıllardaki ortalama suç sayısındaki sabit artış miktarını (25) eğim kabul ederek modellerini oluşturmuşlardır. Benzer biçimde diğer iki yıl aralığı için de model oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.82).

Öğretmen adayları 1985-2009 yılları arasında suç sayısındaki artış miktarının ortalamasını (1) alarak model oluşturmaları gerekirken yanlışlıkla tabloda verilen her 5 yıldaki artış miktarını (5) aldıklarından dolayı modellerini yanlış oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.82). 2010 yılından sonrası için model geliştirme çalışmalarında öğretmen adayları, 2010 yılından itibaren suç sayısındaki yıllık ortalama artışın 50'şer devam ettiğini ifade ederek bu artış miktarını yıl değişkeninin çarpanı olarak düşünebileceklerini ve bu değer ile 2010 yılındaki suç sayısını (500) toplayarak modelin oluşturulabileceğini ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.82).

4.2.3.1.4. *Doğrulama adımı*

Öğretmen adayları yıl ile suç sayısı arasındaki ilişkiyi veren modeli etkinlik sonunda yapılan görüşmelerde oluşturduklarından dolayı doğrulama yapmamışlardır.

4.2.3.2. *T2Y3 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Bu kısımda Doğrusala Yakın (T2) ilişkiler içeren Yapı 1 (Y3) etkinliği için "Öğretmen adayları farklı problem yapılarında (hangi) bilişsel yeterlikleri (ne ölçüde) gösterebilmektedirler?" alt araştırma sorusunun yanıtı aranacaktır.

Tablo 4.24. *T2Y3 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YETERLİK	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANLARI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	Y	Y
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	Y	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	Y	Y
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	Y	2
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	1	1
	ÖRÜNTÜLERİ FARK ETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme	AY6	1	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	1	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	Y	Y
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	Y	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	2
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	0	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	1	2
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	1
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	Y	Y
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	Y
TOPLAM				**4**	**14**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

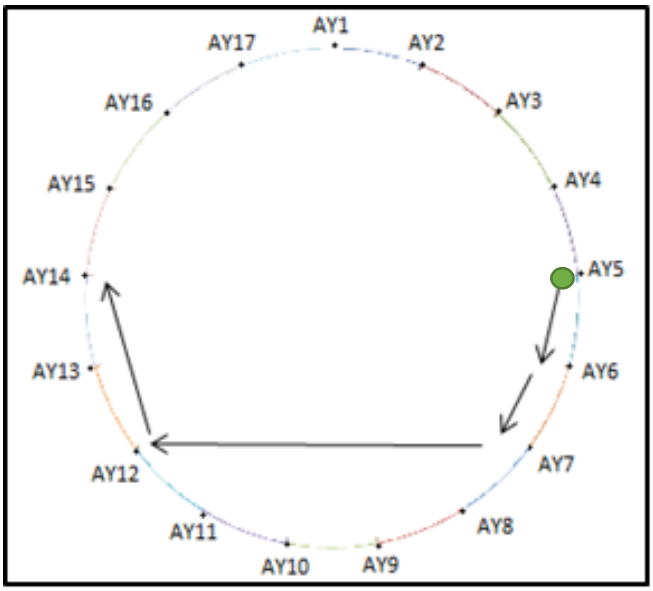
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.2.3.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.83'da verilip Tablo 4.25'de hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.83. *T2Y3 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.83'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.25).

Tablo 4.25. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12
Tahmin	AY14
Doğrulama	

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY5-Değişkenleri belirleme, P:1; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:1; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:Y; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:Y; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:Y; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.24). Öğretmen adayları problemi okuduklarında görevin hedef veya

amaçlarını belirtmemişlerdir. Veri tablosunda yıllara denk gelen suç sayılarının kümülatif mi yoksa o yıla mı ait olduğu hususu tartışılarak suç ayıları arasındaki örüntü ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Asıl değişkenler olan suç sayısı ve yıl arasındaki ilişki araştırılmadığından ve değişken olarak suç sayıları arasındaki ilişki araştırıldığından "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları suç sayısı verilerinin kümülatif olduğu ve kümülatif olmadığı iki duruma göre işlemler yaparak suç sayıları arasındaki örüntüyü belirlemeye karar vermişlerdir. Burada öğretmen adaylarından beklenti, problem metninde "her 10 yılda işlenen suçların sayısı 2'ye veya 3'e katlandı" cümlesinde "...işlenen ***toplam*** suç sayısı…" ifadesi kullanılmadığından suç sayılarının verilen yıllarda işlenen suç sayısı olma olasılığının daha yüksek olduğu çıkarımında bulunmaları yönünde idi. Asıl değişkenler dışında suç sayıları arasındaki örüntü araştırıldığından "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1); Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3); Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

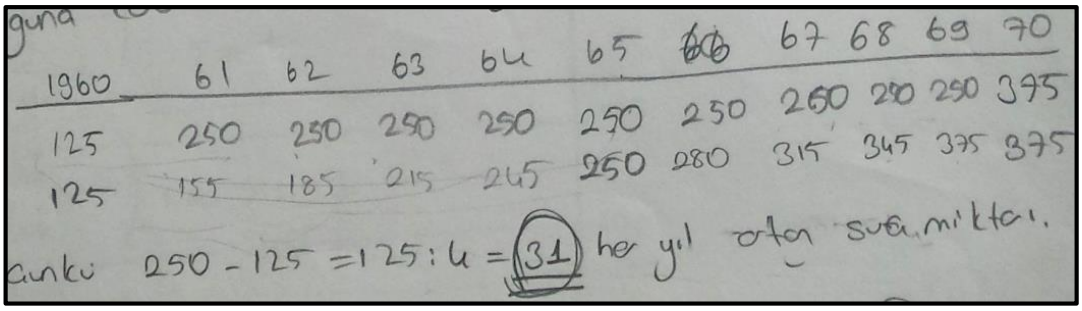
Öğretmen adayları problemde, alarm sistemi satışı için bazı istatistiki bilgilerin tutulduğu ve bu bilgilerin daha fazla satış yapabilmek için kullanılmak istendiğini ifade etmemişlerdir. Dolayısıyla şirket açılana kadar suç sayısında düzenli bir artış söz konusu iken alarm sistemi satışlarının artması sonucunda suç sayılarında azalmalar olduğunun matematiksel olarak gösterilmesi gerektiğini anlayamamışlardır. Öğretmen adayları problemde verilen görevi anlamak yerine problem kapsamında sorulan sorulara yanıt vermelerine yardımcı olacak argümanları veriler içerisinden bulmaya çalışmışlardır.

Öğretmen adayları problemi tam anlamamalarına ve veri tablosunu nasıl kullanmaları gerektiğine karar vermemelerine rağmen problem kapsamında sorulan 1. soruya yanıt vermek için veri tablosundaki sonuçları yorumlayarak reklam sloganının yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları bazı yıllarda bu sloganın doğru bazı yıllarda ise yanlış olduğunu görememişlerdir. Bu durum öğretmen adaylarının önceki deneyimlerinden kaynaklanan, bir problemi anlamadan sorulara doğru yanıt verilebileceği önyargısına sahip olduklarını göstermektedir.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:1; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:0; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:Y; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme,

P:Y; AY10-Problemi parçalara bölme, P:Y; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.24). Öğretmen adayları suç sayıları arasındaki ilişkinin tespit edilmesi için belli bir strateji belirleyememişlerdir. Suç sayısı verilerinin kümülatif olma ve olmama durumlarına göre problemi çözme stratejisi ile hareket ettiklerinden dolayı "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir.

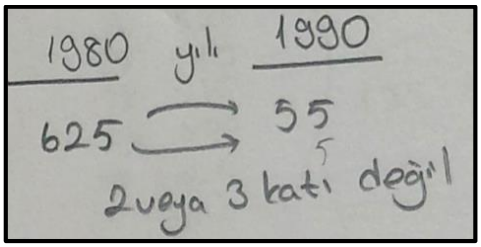
Suç sayıları arasında örüntü arayışına giren öğretmen adayları veri tablosunda verilmeyen aradaki yıllara ait suç sayılarını bulmak için verileri düzenlemek istemişlerdir. Ancak öğretmen adayları matematiksel işlemlerdeki dikkatsizliklerinden (sınırların hesaplamaya katılmaması) dolayı ortalama suç artışı sayısını 125/5 ile hesaplamaları gerekirken 125/4 ile yanlış hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.84). Bu sebeple "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 0 olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.84. *Matematiksel Bilginin Yanlış Kullanılmasına Örnek*

Öğretmen adayları "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11); "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9)" yeterliklerini kullanmamışlardır.

Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY14-Sonuçların yorumlanması, P:1; AY13-Çözümün yorumlanması, P:Y; AY15-Genelleme, P:Y; Bkz. Tablo 4.24). Öğretmen adaylarının problem kapsamındaki ilk soru için yaptıkları "suç artışı 2 veya 3 katı değil" yorumlamalarına 1980 ve 1990 yılları baz alınarak bakıldığında doğru ancak tüm yıllar baz alındığında eksik bir yorum olacağından "Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.85). Öğretmen adayları "Çözümün yorumlanması (AY13); Genelleme (AY15)" yeterliklerini kullanmamışlardır.

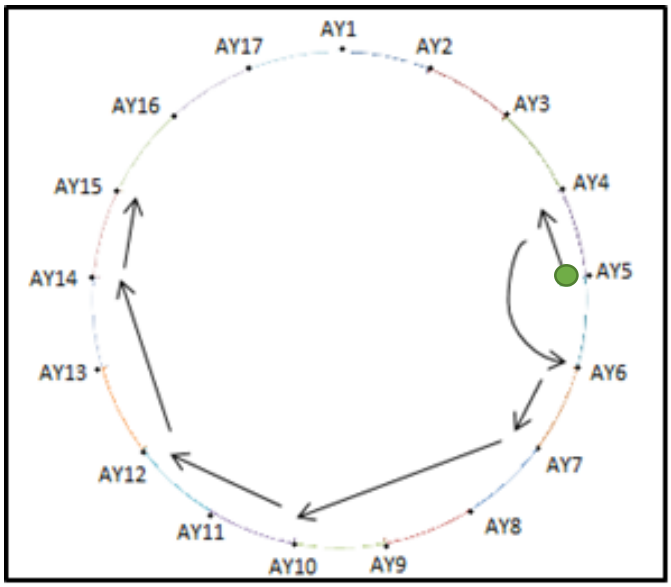


Şekil 4.85. *Matematiksel Sonuçların Yorumlanması için Örnek*

Öğretmen adayları suç sayıları ile ilgili "suç artışı 2 veya 3 katı değil" yorumlamasını yaptıktan sonra problemi tekrar okuduklarında problem cümlesinde geçen "her 10 yılda işlenen…" ifadesini "her 10. yılda" şeklinde yanlış anladıklarını ifade ederek *2. döngüye* geçmişler ve problem cümlesini anlamaya çalışmışlardır.

4.2.3.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.86'da verilip Tablo 4.26'da hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.86. *T2Y3 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

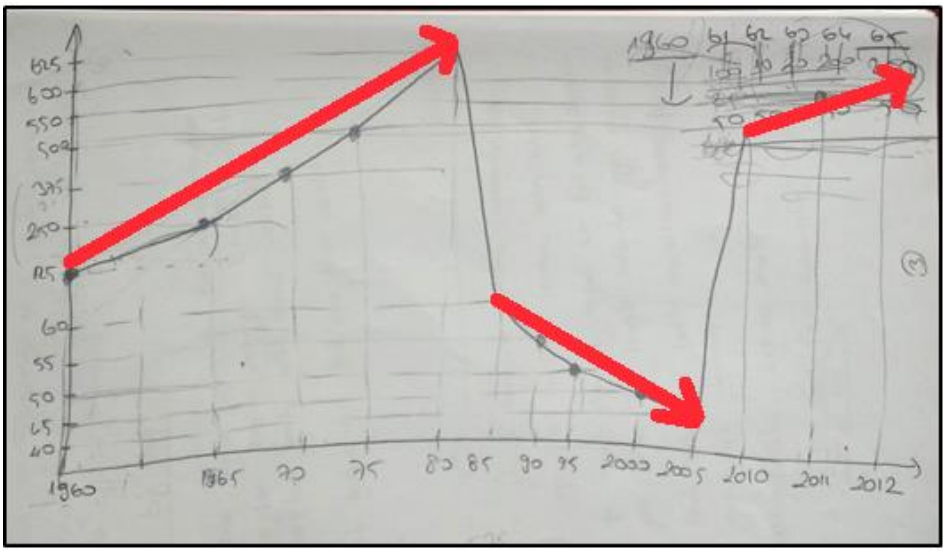
Şekil 4.86'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.26).

Tablo 4.26. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY5-AY4-AY6
Düzenleme	AY7-AY10-AY12
Tahmin	AY14-AY15
Doğrulama	

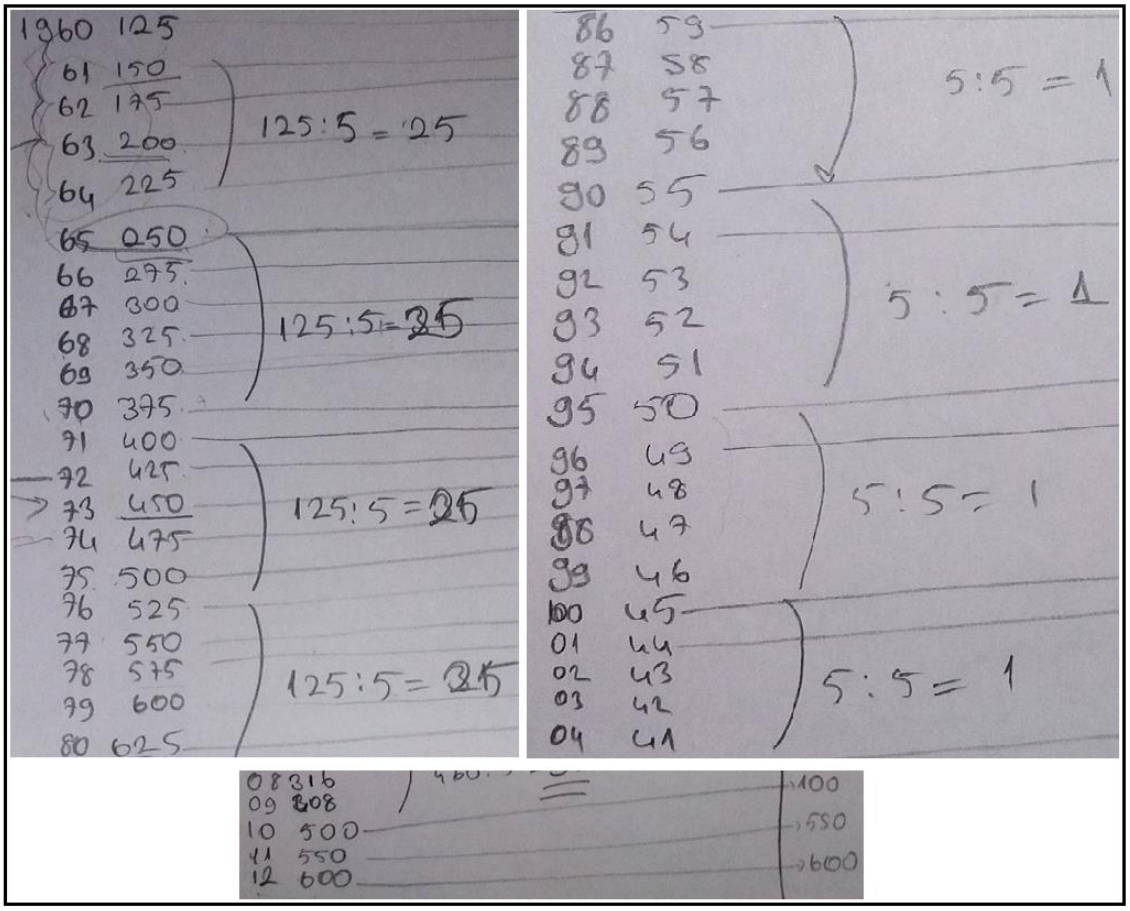
Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY5-Değişkenleri belirleme, P:1; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:2; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:Y; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:Y; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.24). Problemi tekrar okuyan öğretmen adayları problemi anlamak için aralarında tartışmamışlar ve görevin hedef veya amaçlarını belirtmemişlerdir. Suç sayıları arasındaki örüntüyü nasıl matematikleştirmeleri gerektiğini bulmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Suç sayıları ile yıllar arasındaki ilişkiyi bulmak yerine suç sayılarının kendi aralarındaki ilişkisini belirlemeye çalışmışlardır. Bu sebeple "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmen adayları çözüm stratejisi üretebilmek için veri tablosundaki suç sayılarını karşılarındaki yıllarda işlenen suç sayıları olduğunu kabul ederek çizdikleri "suç sayısı-yıl" grafiğindeki artış ve azalış durumuna göre çözüme gidebileceklerini düşünmüşlerdir (Bkz. Şekil 4.87).



Şekil 4.87. *Çözüm Stratejisi Olarak "Suç Sayısı-Yıl" Grafiğinin Çizilmesi*

Verileri koordinat eksenine doğru olarak yerleştiren öğretmen adayları çizdikleri grafikteki artış-azalış-artış örüntüsünü görüp verileri yıllara göre 3 kısımda değerlendirebilecekleri bir tablo düzenleyerek problemi basitleştirmişlerdir (Bkz. Şekil 4.88). Bu sebeple "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir.



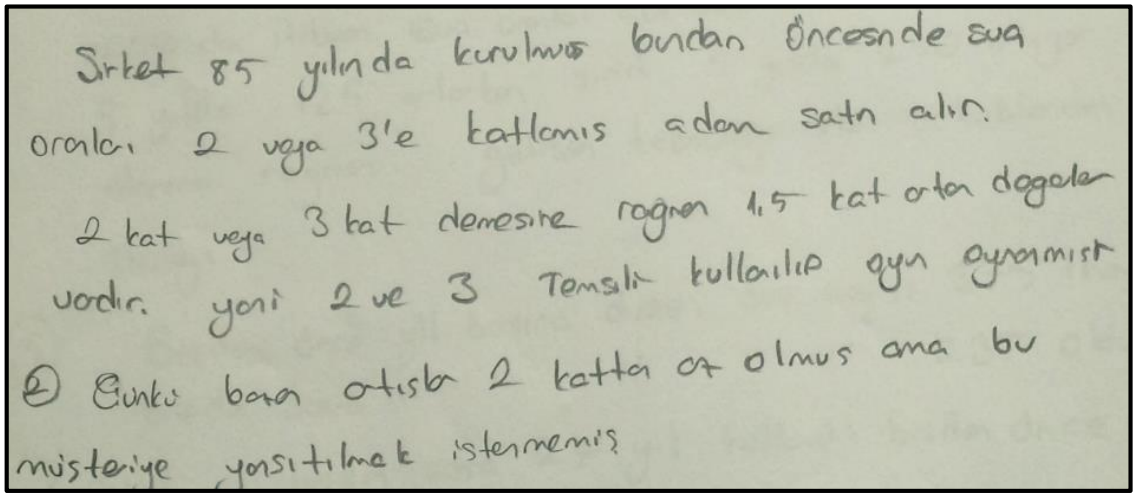
Şekil 4.88. *Problemin Karmaşık Yapısının Basitleştirilmesi*

Bu tabloyu kullanarak suç sayıları arasındaki örüntünün 1960-1980 arasında her yıl için 5'er artış, 1985-2005 arasında 1'er azalma ve 2010'dan sonra ise 50'şer artış şeklinde olduğu hesaplandığından "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1); Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

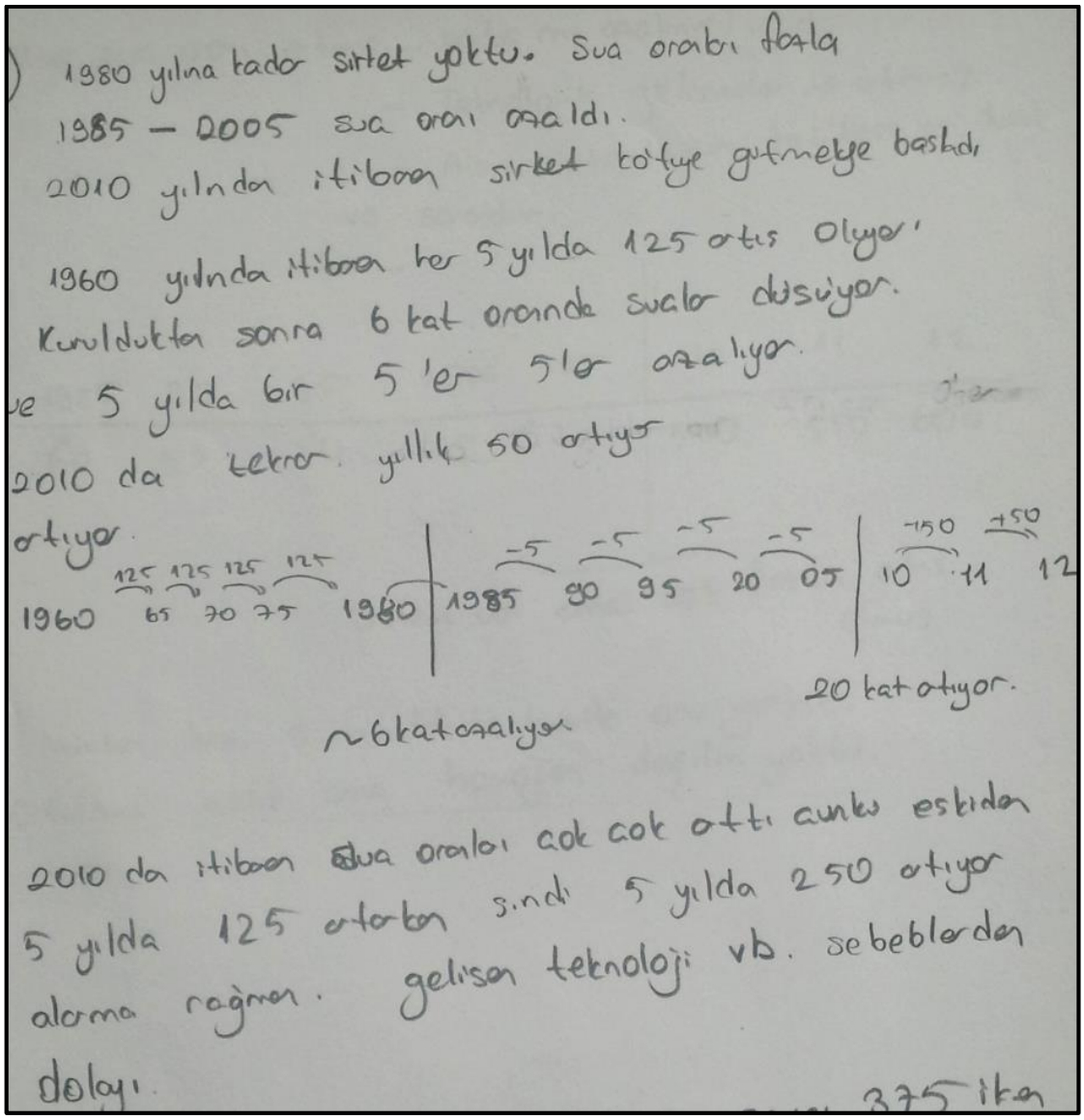
Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY10-Problemi parçalara bölme, P:2; AY12-

Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:Y0; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:Y; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.24). Verilerdeki yıllara aradaki verilmeyen yılları da ekleyip tabloyu düzenleyerek yıllara ait ortalama suç sayısının bulunması ile suç sayıları arasındaki ilişkiyi ifade edebileceklerini düşünen öğretmen adaylarının "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği model oluşturulması için yeterli bir strateji olduğundan 2 olarak değerlendirilmiştir. Ardından her bir parça için suç sayıları arasındaki artış miktarını ve yıllara denk gelen ortalama suç sayılarını doğru hesaplayan öğretmen adaylarının "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8); Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

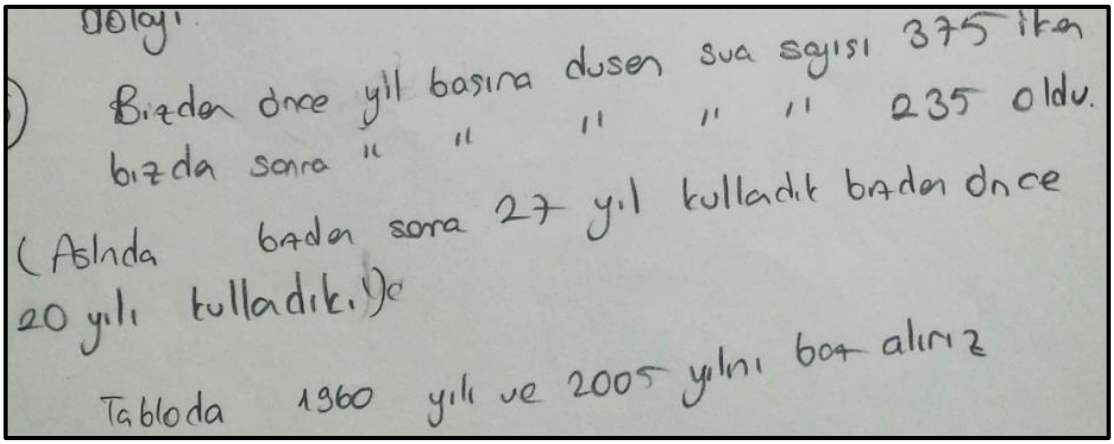
Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY14-Sonuçların yorumlanması, P:2; AY15-Genelleme, P:1; AY13-Çözümün yorumlanması, P:Y; Bkz. Tablo 4.24). Öğretmen adayları oluşturdukları tablo ve yaptıkları işlemlerin sonuçlarını doğru yorumlamışlardır. Bu sebeple "Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Yorumlamalardan bazıları aşağıda verilmiştir (Bkz. Şekil 4.89, Şekil 4.90, Şekil 4.91).



Şekil 4.89. *Matematiğin Ürün Reklamında Algı Oluşturmak için Kullanılması Yorumu*

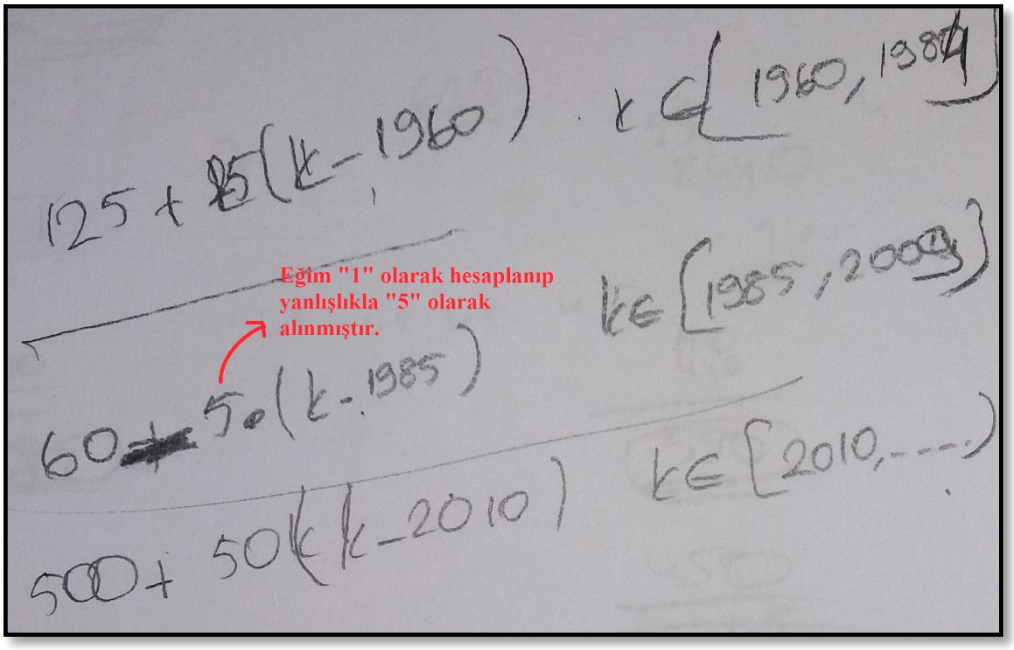


Şekil 4.90. *Şirketin Sattığı Ürün ile Suç Sayısının İlişkilendirilmesi*



Şekil 4.91. *Şirketin Sattığı Ürünün Suç Sayısını Azalttığına Dair Yorum*

Öğretmen adayları süreçte problem kapsamında sorulan sorulara yanıtlar vermişler fakat model oluşturmamışlardır. Yapılan görüşmede suç sayıları ile yıllar arasında bir model oluşturulması istendiğinde model geliştirmişlerdir. 3 parçada tablosunu oluşturdukları yıl aralıklarının her bir parçası için bir model oluşturmaya çalışan öğretmen adayları iki aralık için doğru bir aralık için ise eğimi doğru hesaplayıp modelde yanlış göstermelerinden dolayı kısmen doğru bir model oluşturabilmişlerdir (Bkz. Şekil 4.92). Bu sebeple "Genelleme (AY15)" yeterliği 1 olarak değerlendirilmiştir. "Çözümün yorumlanması (AY13)" yeterliği kullanılmamıştır.



Şekil 4.92. *Kısmen Doğru Oluşturulan Model*

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:Y; AY17-Modeli revize etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.24). Öğretmen adayları modelin revize edilmesi veya modelin doğrulamasını yapmayarak "Doğrulamalar yapma (AY16); Modeli revize etme (AY17)" yeterliklerini kullanmamışlardır.

Öğretmen adaylarının matematiksel işlemleri yaparken dikkat etmemesi çok basit hatalara düşmelerine ve sonuçta doğru stratejilerinin yanlış sonuçlar doğurmasına sebep olmuştur. Ayrıca yanlış sonuçlar üreten stratejilerinden matematiksel işlemlerini kontrol etmeden hemen vazgeçerek farklı stratejiler düşünmeleri ve uygulamaya çalışmaları çözüm için geliştirdikleri stratejilerinden emin olmadıklarını ortaya koymaktadır. Bu da

öğretmen adaylarının kendilerine sorulan problemleri daha önceden çözdükleri iyi tanımlanmış klasik problemlere benzeterek çözmeye çalıştıklarını, probleme özel bir strateji üretmekte zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Ayrıca grafik çizimlerinde hassas olmamalarından dolayı çizdikleri grafikten yeterince istifade edememişlerdir.

Öğretmen adaylarının ikinci döngü sonunda ilk döngüye göre yeterlik puanları toplamını artırdıkları görülmüştür (Bkz. Tablo 4.24). Bu durum öğretmen adaylarının ilk döngüde değişkenler arasındaki örüntüyü görememelerine karşın 2. döngüde çizdikleri grafik ile değişkenlerdeki artış ve azalışları görüp veri tablosunu 3 parça halinde değerlendirmeleri ve her yıl için ortalama suç sayısının doğru olarak hesaplanması ile mümkün olmuştur.

4.2.4. Yapılarına göre T2 etkinliklerinin puanlarının ve yeterlik sayılarının karşılaştırılması

Bu bölümde farklı yapılardaki (Y1:Verilerdeki belirsizlik seviyesi en düşük; Y2:Verilerde dönüşüm yapılmalı; Y3:Verilerin belirsizlik seviyesi yüksek) Tam Doğrusal (T1) ilişkiler içeren etkinliklerin modelleme sürecinde gösterilen bilişsel yeterliklere ait puanları 1. ve 2. döngüler için ayrı ayrı verilmiştir (Bkz. Tablo 4.27).

Tablo 4.27. *Parçalı Doğrusal Etkinliklerin Farklı Yapılarında Gösterilen Yeterlik Puanları*

TÜR	YAPI	DÖNGÜ	ANLAMA						DÜZENLEME						TAHMİN			DOĞRULAMA		TOPLAM PUAN
			ÜY1		ÜY2		ÜY3	ÜY4	ÜY1		ÜY2			ÜY3	ÜY1		ÜY2	ÜY1	ÜY2	
			AY1	AY2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY8	AY9	AY10	AY11	AY12	AY13	AY14	AY15	AY16	AY17	
P D (T2)	Y1	1	1	Y	1	Y	2	Y	1	Y	0	Y	Y	1	Y	1	Y	1	Y	8
		2	Y	Y	Y	Y	2	2	2	2	Y	Y	Y	2	Y	2	Y	1	Y	13
	Y2	1	2	Y	2	1	1	2	1	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	Y	Y	Y	11
		2	1	Y	Y	Y	2	2	2	1	Y	Y	Y	2	Y	2	2	1	2	17
	Y3	1	Y	Y	Y	Y	1	1	1	Y	Y	Y	Y	0	Y	1	Y	Y	Y	4
		2	Y	Y	Y	2	1	2	2	Y	Y	2	Y	2	Y	2	1	Y	Y	14

0:Yeterliği hiç gösterememiştir; 1:Yeterliği kısmen gösterebilmiştir; 2:Yeterliği tamamen gösterebilmiştir; Y:Yeterliği kullanmamıştır.
ÜY1:Anlama; ÜY2:Basitleştirme; ÜY3:Değişkenleri belirleme; ÜY4:Örüntüleri fark etme; ÜY5:Matematikleştirme; ÜY6:Buluşsal stratejiler kullanma; ÜY7:Matematiği kullanma; ÜY8:Yorumlama; ÜY9:Genelleme; ÜY10:Doğrulama; ÜY11:Modeli revize etme
AY1:Görevin hedef veya amaçlarını belirtme; AY2:Görevi benzetim veya temsillerle açıklama; AY3:Stratejik öğeleri ayırt etme; AY4:Problemin karmaşık yapısını basitleştirme; AY5:Değişkenleri belirleme; AY6:Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme; AY7:Tahminler ve stratejiler üretme; AY8:Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; AY9:Matematiksel ifadeleri düzenleme; AY10:Problemi parçalara bölme; AY11:Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme; AY12:Matematiksel bilgiyi kullanma; AY13:Çözümün yorumlanması; AY14:Sonuçların yorumlanması; AY15:Genelleme; AY16:Doğrulamalar yapma; AY17:Modeli revize etme

Ardından Tablo 4.27'deki verilerin karşılaştırmalarının yapılabilmesi için bu veriler yüzdelik olarak hesaplanmış ve tablo halinde gösterilmiştir (Bkz. Tablo 4.28). Ayrıca bu tabloda gösterilen yeterlik sayılarına ait veriler ve bu verilerin yüzdelik karşılığı gösterilmiştir.

Tablo 4.28. *T2 Etkinlikleri için Yeterlik Puanlarına ait İstatistiki Veriler*

TİP	YAPI	DÖNGÜ	DÖNGÜLERDE GÖSTERİLEN YETERLİK SAYISI	ETKİNLİKTE GÖSTERİLEN YETERLİK SAYISI	DÖNGÜ PUANLAR TOPLAMI	ETKİNLİK PUANLAR TOPLAMI	AY8 VE AY15 PUANI	17 YETERLİĞE GÖRE ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	GÖSTERİLEN YETERLİĞE GÖRE ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	17 YETERLİĞE GÖRE DÖNGÜ PUAN YÜZDESİ	GÖSTERİLEN YETERLİĞE GÖRE DÖNGÜ PUAN YÜZDESİ	AY8 VE AY15 ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	AY8 VE AY15 DÖNGÜDEKİ TOPLAM PUAN YÜZDESİ
P.D. (T2)	Y1	1	8	15	8	21	0	31%	35%	24%	50%	25%	0%
		2	7		13		2			38%	93%		50%
	Y2	1	7	17	11	28	0	41%	41%	32%	79%	38%	0%
		2	10		17		3			50%	85%		75%
	Y3	1	5	13	4	18	0	26%	35%	12%	40%	13%	0%
		2	8		14		1			41%	88%		25%

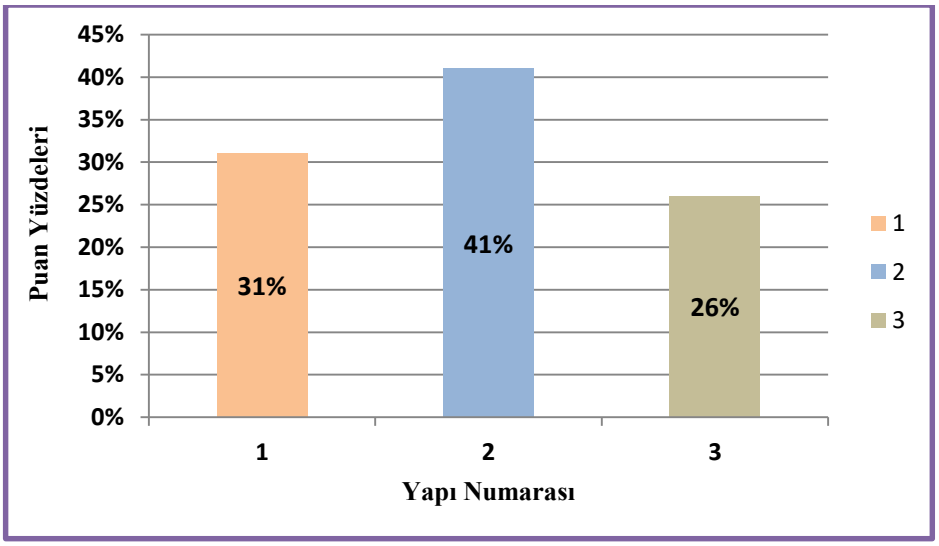
1. ***17 yeterliğe göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterlikler (17 alt yeterlik) baz alınarak farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen puanlar toplamının karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.17). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinlikte gösterilen toplam puanın, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak tüm yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerinin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$17\ yeterliğe\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi = \left(\frac{Etkinlik\ Puanı}{17 \cdot Döngü\ sayısı \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{21}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 31$$

$$= \left(\frac{28}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 41$$

$$= \left(\frac{18}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 26$$



Grafik 4.17. *17 Yeterliğe Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri*

Tam Doğrusal ilişkiler içeren ve yapısal olarak Yapı1, Yapı2 ve Yapı3 etkinliklerinden oluşan bu üç etkinlik ikişer döngü ile tamamlanabilmiştir. Her döngüde 17 yeterlik incelenmiş olup 2 döngüde alabilecekleri en yüksek toplam yeterlik puanı 68 olmaktadır. Y1 etkinliğinde 21 puan, Y2 de 28 puan ve Y3'te 18 puan almışlardır. Y1 etkinliğinde puanın düşük olması ilk defa bu türde bir etkinlik ile karşılaşmaları ile açıklanabilir. T2Y2 etkinliğindeki yüzdenin %6 artmasını problem türüne (T2) aşina olunması ile açıklanabilir. Y3 etkinliğinde yüzdenin düşmesini problemin hem yapısındaki belirsizliğin artması hem de problemin sözel mantık içermesi ile ekstra belirsizliğin oluşması ile açıklanabilir.

2. ***Gösterilen yeterliklere göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda öğretmen adaylarının etkinliklerde gösterdikleri yeterlikler baz alınarak toplam etkinlik puanlarının farklı yapılara göre karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılarda gösterilen toplam yeterliklerin gösterilen yeterlik başına düşen ortalama

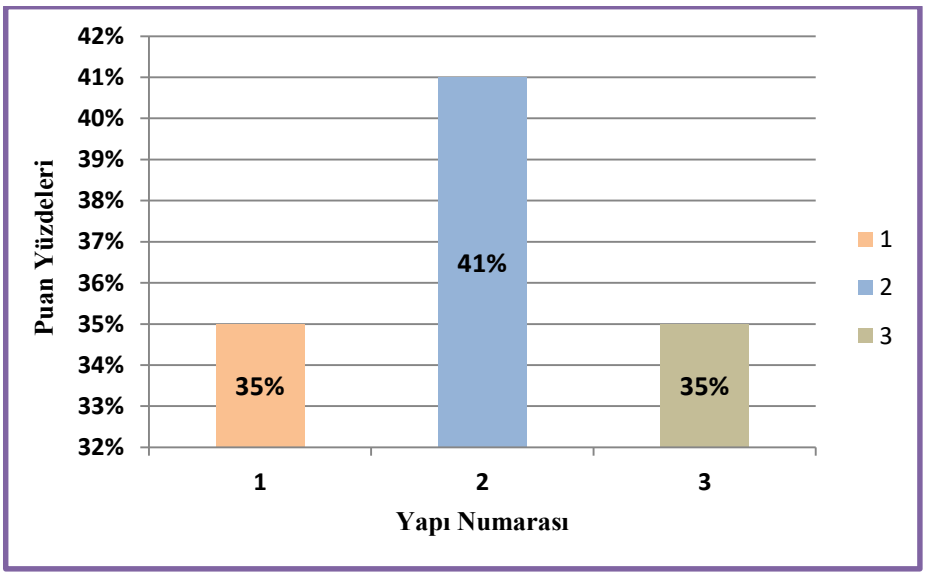
puana göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerinin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi = \left(\frac{Etkinlik\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot (Döngü\ sayısı \cdot 2)}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{21}{15 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 35$$

$$= \left(\frac{28}{17 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 41$$

$$= \left(\frac{18}{13 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 35$$



Grafik 4.18. *Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri*

İlk defa bu türde (T2) bir problem ile karşılaşan öğretmen adaylarının puan yüzdeleri düşmüştür. Yapısal olarak (Y1) problemin belirsizliği en düşük seviyede olmasına rağmen %35 ile yüzdenin en düşük seviyede gerçekleşmiş olması, bu türde bir problem ile ilk defa karşılaşılmasına ile açıklanabilir. T2Y2 etkinliğindeki yüzdenin %6 artış göstermesi, problem türüne (T2) aşina olma ile açıklanabilir. Y3 etkinliğinde yüzdenin düşmesi ise problemin yapısındaki belirsizliğin en üst seviyede olması ve sözel mantık içeren bir problem olması ile açıklanabilir.

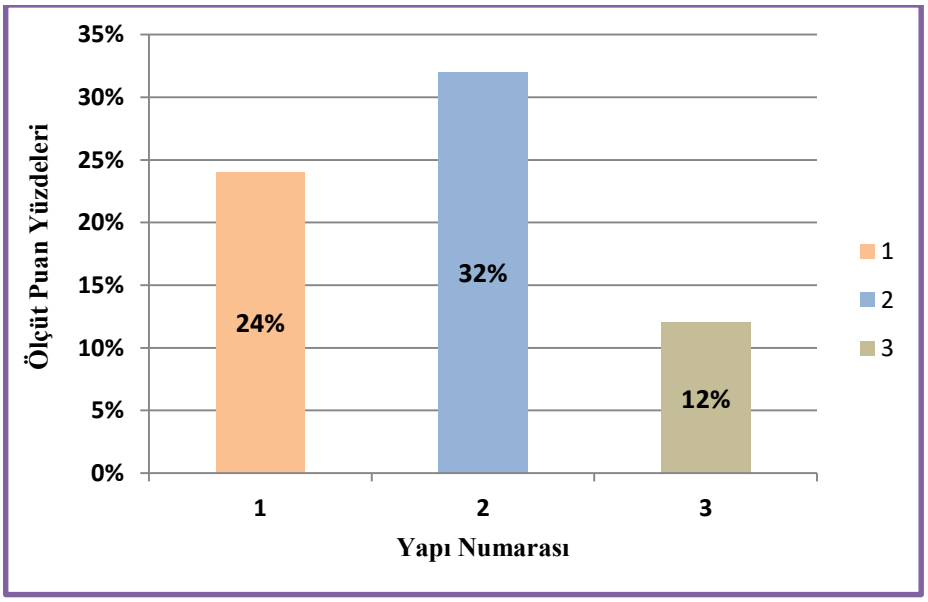
3. *Tüm alt yeterliklere göre 1. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) baz alınarak karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.4). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerinin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$17\ yeterliğe\ göre\ 1.döngüdeki\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi = \left(\frac{1.Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{8}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 24$$

$$= \left(\frac{11}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 32$$

$$= \left(\frac{4}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 12$$



Grafik 4.19. *17 Yeterliğe Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Burada 17 yeterliğe göre değerlendirme yapılmış olup alabilecekleri en yüksek toplam yeterlik puanı 34 olmaktadır. Y1 etkinliğinde toplamda 8 puan ile %24, Y2 etkinliğinde 11 puan ile %32 ve Y3 etkinliğinde toplamda 4 puan ile %12 yüzdeleri gerçekleşmiştir. Öğretmen adaylarının Y1 etkinliğindeki yüzde ilk defa T2 etkinliği ile karşılaşmalarına Y2 etkinliğindeki artışı problem türüne aşina olmalarına, Y3 etkinliğindeki düşüşü ise problemin yapısından kaynaklanan belirsizlik seviyesinin en üst seviyede olması ve sözel mantık içeren bir problem olması ile açıklanabilir.

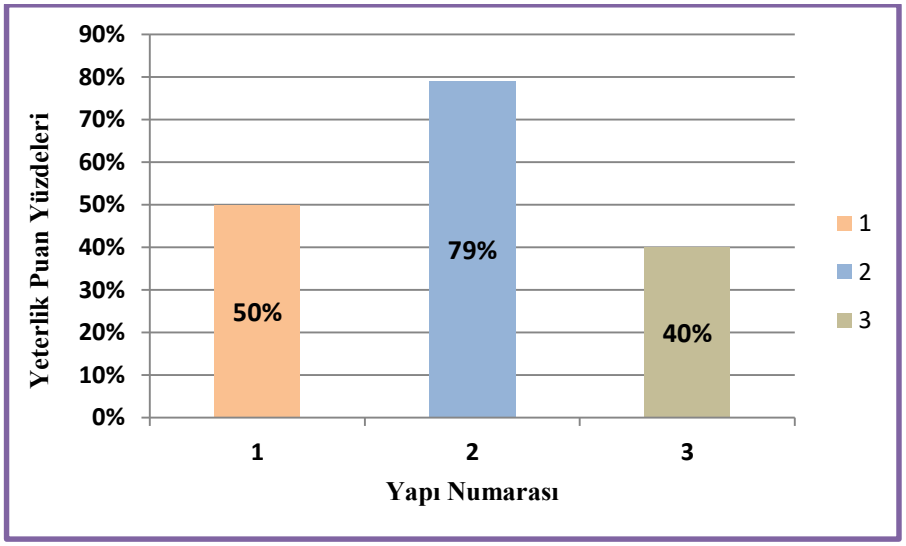
4. G*österilen yeterliklere göre 1. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki puanlar toplamı, gösterilen yeterlikler baz alınarak karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.20). Bu karşılaştırmada amaç gösterilen alt yeterlikler baz alındığında, etkinliğin 1. döngüsünde gösterilen puan ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerinin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 1.döngüdeki\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$
$$= (\frac{1.Döngü\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{8}{8 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 50$$

$$= \left(\frac{11}{7 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 79$$

$$= \left(\frac{4}{5 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 40$$



Grafik 4.20. *Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen yeterlik sayıları Y1'de 8, Y2'de 7 ve Y3'te 5 şeklinde olmuştur. Her yeterlikten alınabilecek en yüksek puanı 2 olduğundan etkinliklerin puanları Y1 için 16, Y2 için 14 ve Y3 için 10 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Buna göre puan yüzdeleri Y1'de %50, Y2'de %79 ve Y3'te %40 şeklinde olmuştur. Y2 etkinliğinde Y1'e göre daha yüksek puan elde edilmesi, T2 problem türüne aşina olunması ile açıklanabilir. Y3 etkinliğindeki puandaki düşüş problemin yapısındaki belirsizliğin en üst seviyede olması ve sözel mantık içeren bir problem olması ile açıklanabilir.

5. ***Tüm alt yeterliklere göre 2. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) baz alınarak karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.21). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada gösterilen yeterliklerin yüzdelerinin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

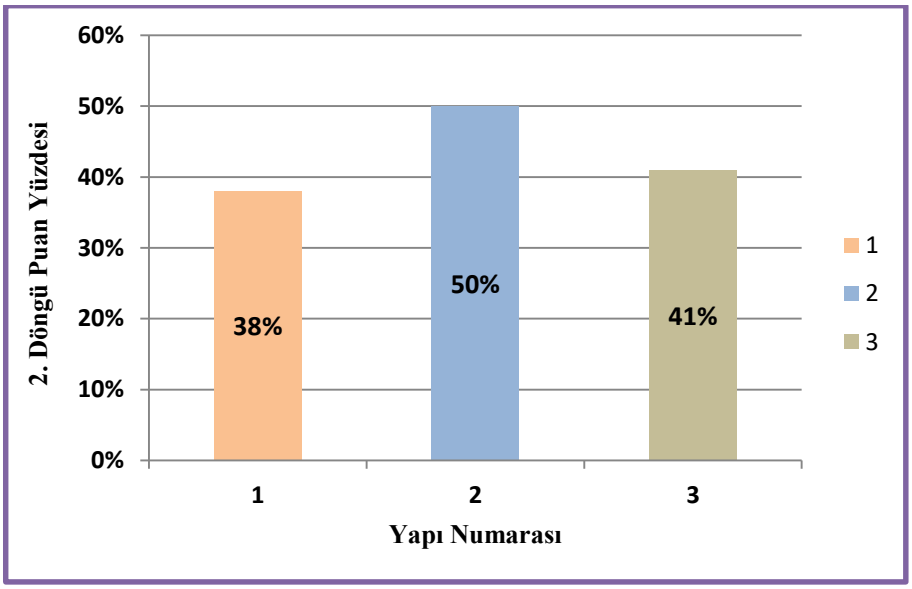
$$17\ yeterliğe\ göre\ 2.döngü\ toplam\ puanların\ yüzdesi$$

$$= (\frac{2.Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{13}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 38$$

$$= \left(\frac{17}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 50$$

$$= \left(\frac{14}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 41$$



Grafik 4.21. *17 Yeterliğe Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Burada 17 yeterlikten alabileceği en yüksek puan 34 olduğundan bu puan baz alınarak 2. döngüde elde edilen puanlar karşılaştırılmıştır. Buna göre puan yüzdeleri Y1'de %38, Y2'de %50 ve Y3'te %41 şeklinde olmuştur. Y2 etkinliğinde Y1'e göre daha yüksek puan elde edilmesi, T2 problem türüne aşina olunması ile açıklanabilir. Y3 etkinliğindeki puandaki düşüş problemin yapısındaki belirsizliğin en üst seviyede olması ve sözel mantık içeren bir problem olması ile açıklanabilir. Bu döngüde Y3 puanı Y1'e göre arttığı ve birinci döngüde ise azalmıştır. Bu durumu yeterliklerin 2. döngülerde 1. döngüye göre daha bilinçli kullanıldığı şeklinde açıklanabilir.

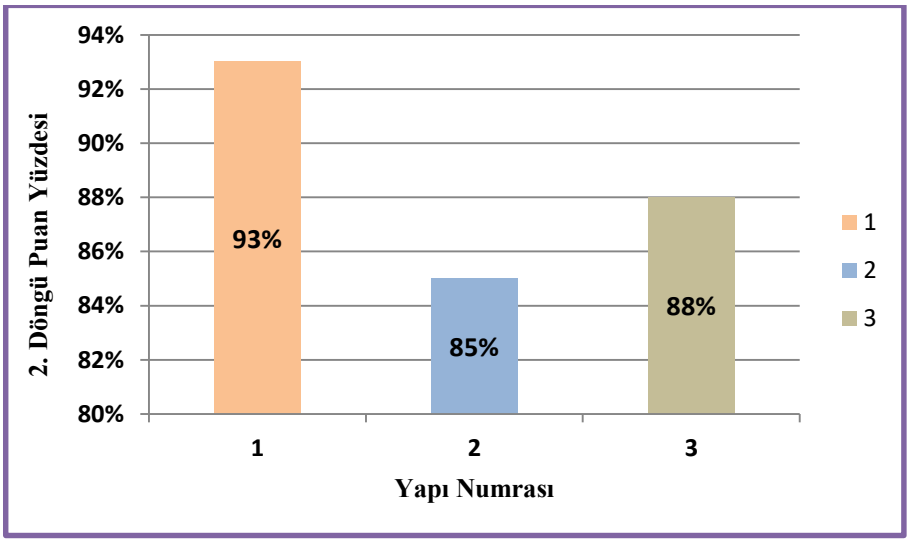
6. *Gösterilen yeterliklere göre 2. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerindeki puanlar toplamı, gösterilen yeterlikler baz alınarak karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.22). Bu karşılaştırmada amaç gösterilen alt yeterlikler baz alındığında, etkinliğin 2. döngüsünde gösterilen puanın ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada kullanılan yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 2.döngü\ toplam\ puanların\ yüzdesi$$
$$= (\frac{2.Döngü\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{13}{7 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 93$$

$$= \left(\frac{17}{10 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 85$$

$$= \left(\frac{14}{8 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 88$$

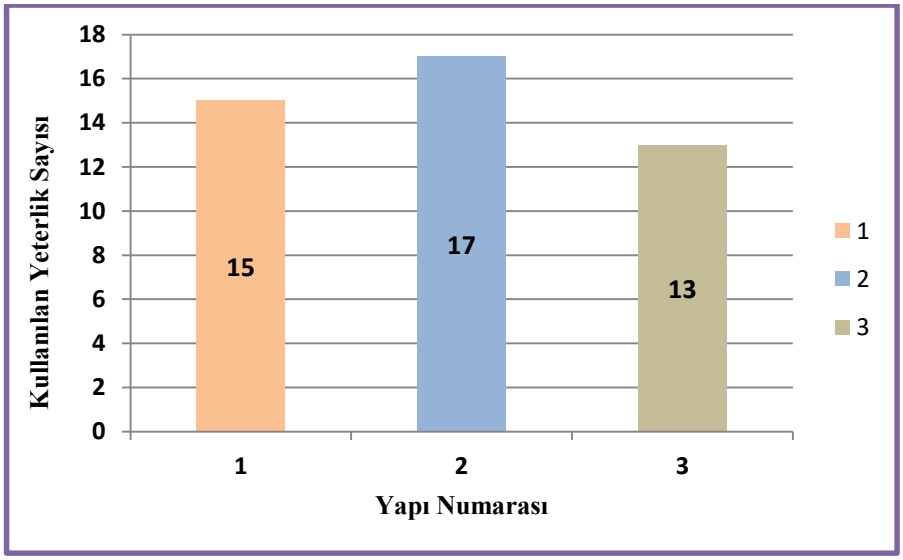


Grafik 4.22. *Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Gösterilen yeterlikler açısından 2. döngülere bakıldığımda Y1 etkinliğinde belirsizlik en düşük seviyede olduğundan yeterlik puan yüzdesi de diğer yapıdaki

etkinliklere göre yüksek seviyede gerçekleşmiştir. Bu durum ayrıca 1. döngüde problemin anlaşılması ile bu döngüde yeterliklerin daha verimli kullanılması ile açıklanabilir. Y2 etkinliğinde Y1'e göre belirsizlik arttığından dolayı yüzdesinde %8'lik bir düşüş olmuştur. Y3 etkinliğinde belirsizlik en üst seviyede olmasına rağmen yüzdenin %88 ile Y2'den %3 daha yüksek gerçekleşmesi problem türüne (T2) aşina olunması ile açıklanabilir. Y3 için puanın Y1'den düşük gerçekleşmesi ise yeterliklerin Y1 etkinliğindeki kadar verimli kullanılamaması ile açıklanabilir. Y3 için yeterliklerin kullanılmasındaki verimin düşmesi doğru değişkenlerin belirlenememesi ve genel modelin eksik oluşturulması ile açıklanabilir.

7. *Gösterilen yeterliklerin sayısına göre etkinliklerin karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.23). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.

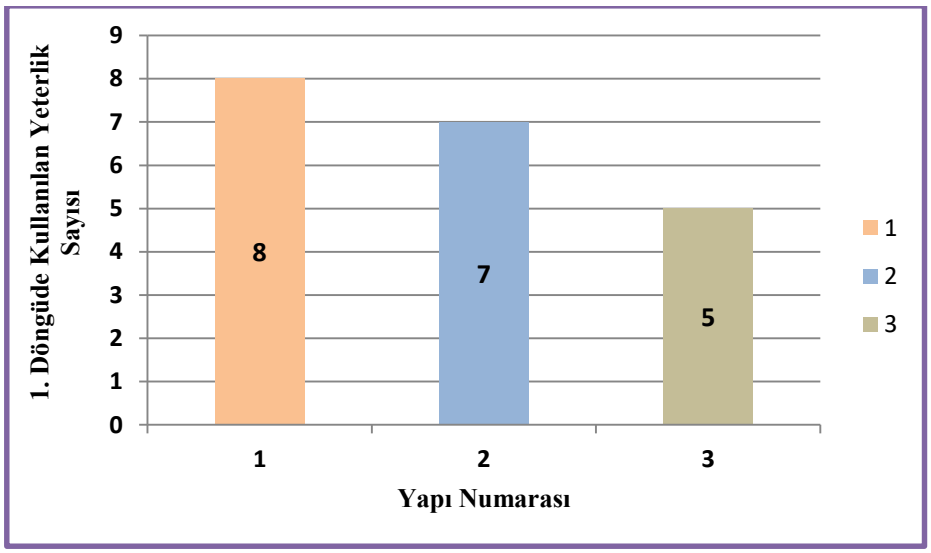


Grafik 4.23. *Etkinlikte Gösterilen Yeterlik Sayıları*

Kullanılan yeterlik sayılarına (Y1:15; Y2:17; Y3:13) bakıldığında problemin yapısındaki belirsizlik arttığında gösterilen yeterlik sayısı Y2'de artmış fakat Y3'te azalmıştır. Y3'te gösterilen yeterlik sayısındaki bu azalışı öğretmen adaylarının modelleme sürecinde model geliştirmediklerinden dolayı genelleme, doğrulama, revize etme gibi bazı alt yeterliklerin kullanılmaması ile açıklanabilir. Öğretmen adayları süreçte

model geliştirme düşüncesinde olmadıklarından dolayı her iki döngüde de matematiksel ilk model oluşturmamışlar, bu modeli revize etmemişler ve kendileri ile yapılan görüşmede uyarılar sonucunda geliştirilen genel modeli doğrulamamışlardır. Bu durum Y3 etkinliğinde gösterilen yeterlik sayısının düşük kalmasına sebep olmuştur denilebilir.

8. ***Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 1. döngülerin karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.24). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) 1. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.

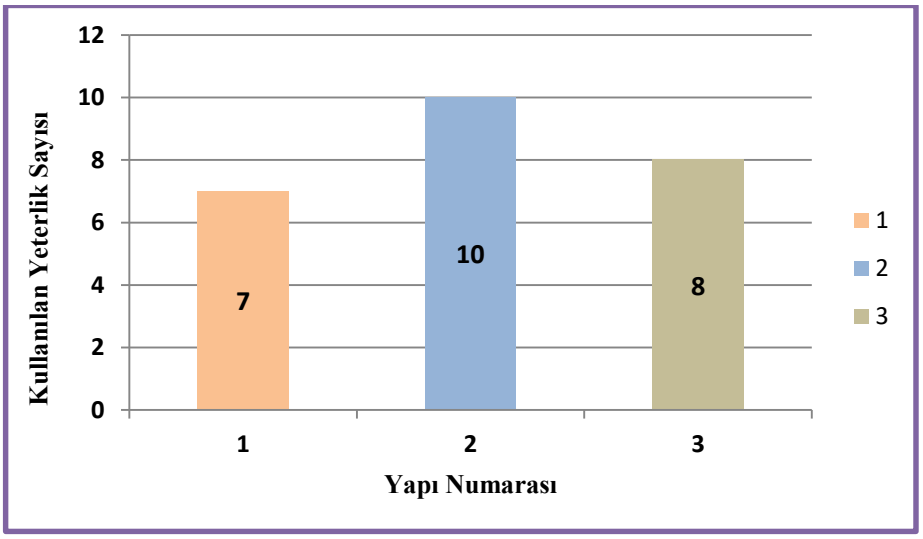


Grafik 4.24. *Birinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları*

1. döngüde gösterilen yeterlik sayıları (Y1:8; Y2:7; Y3:5) yapı numarası arttığında düşmüştür. Yeterlik sayılarındaki bu düşüş problemin yapısındaki belirsizlik seviyesinin artması ile açıklanabilir. Bu türdeki modelleme etkinliklerinde problem durumundaki belirsizlik arttıkça ne yapacaklarını kestiremeyen öğretmen adaylarının zorlanmaları arttığı söylenebilir. Bu durumda modelleme sürecini çok ilerletemeden tekrar problemin anlaşılması adımına dönme ihtiyacı duyan öğretmen adayları 1. döngüde daha az yeterlik kullanmak suretiyle 2. döngüye geçmek durumunda kaldıkları söylenebilir.

9. ***Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 2. döngülerin karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayıları

karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.25). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) 2. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.



Grafik 4.25. *İkinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları*

2. döngüde gösterilen yeterlik sayıları (Y1:7; Y2:10; Y3:8) yapı numarası arttığında Y2'de artmıştır. Bu durum belirsizlik arttıkça daha fazla yeterliğin kullanılması ile açıklanabilir. Y3'de ise Y1'e göre artmış fakat Y2'ye göre azalmıştır. Bu azalma öğretmen adaylarının modelleme sürecinde model geliştirme düşüncesinde olmamaları ile açıklanabilir. Bu durum öğretmen adaylarının ilk matematiksel model, genel model, doğrulama ve modeli revize etme gibi bazı alt yeterlikleri kullanmamalarına sebep olmuştur. Bu sebeple gösterilen yeterlik sayısının düşük kaldığı söylenebilir.

10. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda, farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen AY8 (matematiksel ilk model ortaya koyma) ve AY15 (genel model) yeterlik puanlarının toplamı dört madde altında (a, b, c, d) karşılaştırılarak yorumlanmaya çalışılmıştır. Karşılaştırılması yapılan maddeler altında gerekli açıklamalar verilmiştir. Karşılaştırılması yapılacak AY8+AY15 toplamının yüzdesinin hesaplanmasında en yüksek puanlar toplamı her döngü için 2 puan olmaktadır (örnek olarak 2 döngüde gerçekleşen bir etkinlikten AY8+AY15 için en çok 8 puan alınabilmektedir). Yüzde hesaplanması şöyle formüle edilebilir:

$$AY8\ ve\ AY15\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$

$$= \left(\frac{AY8\ puan\ toplamı + AY15\ puan\ toplamı}{AY8 + AY15\ için\ alıbilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{2}{8}\right) \cdot 100 = 25$$

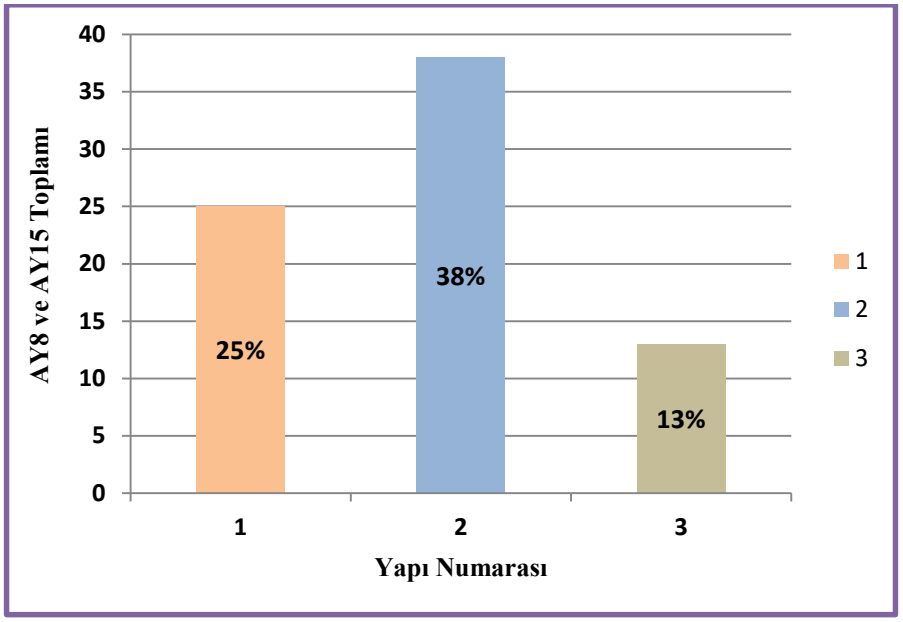
$$= \left(\frac{3}{8}\right) \cdot 100 = 38$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right) \cdot 100 = 13$$

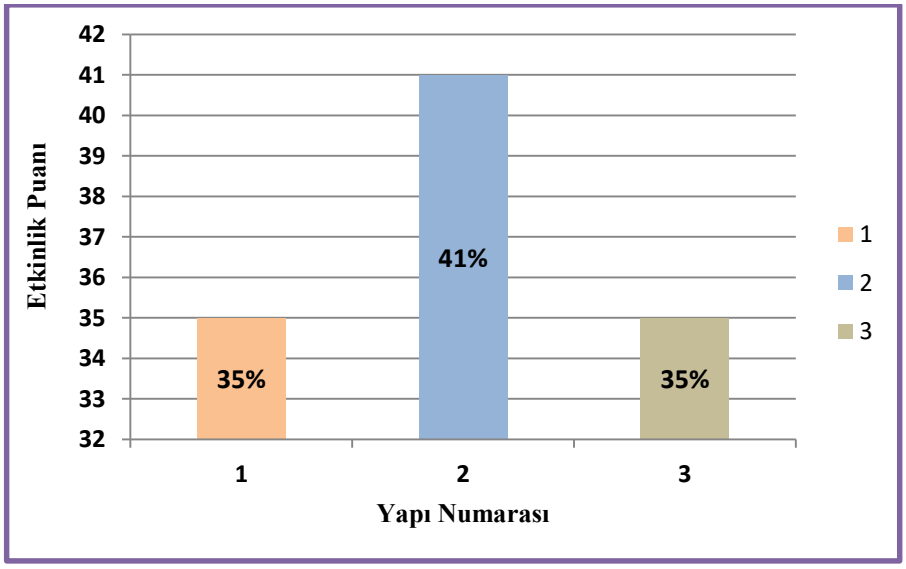
Etkinliklerin farklı yapılarına göre AY8 (Matematiksel bir ilk model ortaya koyma) alt yeterliğinin puanları (Y1:2; Y2:1; Y3:0) ve AY15 alt yeterliğinin puanları (Y1:0; Y2:2; Y3:1) toplamı (Y1:2; Y2:3; Y3:1) olmaktadır. Etkinlikler iki döngüde gerçekleştiğinden dolayı AY8- Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (2+2=4 puan) ve AY15 (2+2=4 puan) yeterliklerinin toplamı en çok 8 (4+4=8) puan olabilmektedir. 8 puan üzerinden, AY8+AY15 toplamının (2, 3, 1) yüzdeleri (Y1:%25; Y2: %38; Y3:%13) hesaplanmış ve grafik olarak gösterilmiştir (Bkz. Grafik 4.26).

a) Bu madde altında AY8+AY15 puan toplamının, etkinlikte gerçekleşen döngüye göre alınabilecek en yüksek AY8+AY15 puan toplamı baz alınarak hesaplanan yüzdeler ile gösterilen alt yeterliklerden elde edilen toplam yeterlik puanı yüzdeleri farklı yapılar için karşılaştırılıp yorumlanmaya çalışılmıştır.

Gösterilen yeterlikler baz alınarak daha önceden hesaplanan farklı yapılardaki etkinlik puanlarının yüzdeleri (Y1:%35, Y2:%41, Y3:%35; Bkz. Grafik 4.18) olarak bulunmuştur. Burada daha önceden verilen Grafik 4.18 tekrar verilerek (Bkz. Grafik 4.27), Grafik 4.26 ve Grafik 4.27'nin karşılaştırılması yapılmıştır.



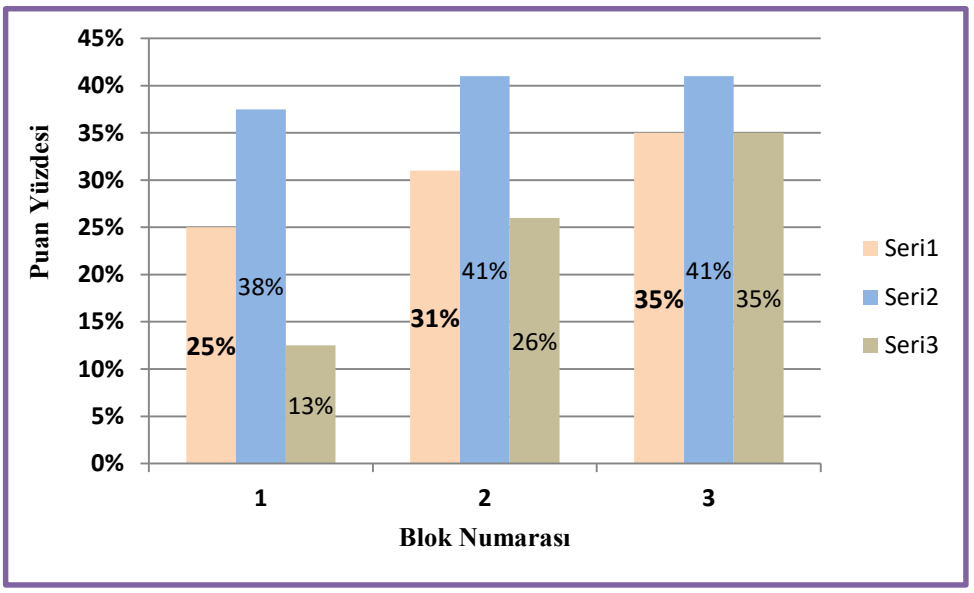
Grafik 4.26. *AY8 ve AY15 Puan Toplamı Yüzdesi*



Grafik 4.27. *Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanları Yüzdeleri*

Farklı yapılardaki AY8+AY15 için elde edilen puanların yüzdeleri ile (Bkz. Grafik 4.26) ile gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanlar toplamının yüzdeleri (Bkz. Grafik 4.27) arasında artış ve azalışlar yönünden benzerlik olduğu söylenebilir. Bu durumun sonucu olarak gösterilen yeterliklerin puanları arttığında oluşturulan modellerden (AY8+AY15) elde edilen puanın da arttığı, etkinlikten elde edilen puan azaldığında ise oluşturulan modellerden elde edilen puan toplamının da azaldığı söylenebilir.

b) Bu madde altında AY8 ve AY15 toplamı ile daha önceden hesaplanıp araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre ve etkinliklerde gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanları toplamının karşılaştırılması bir grafik üzerinde yapılarak yorumlanmaya çalışılmıştır (Bkz. 4.28).



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 etkinlik puan toplamının yüzdesi

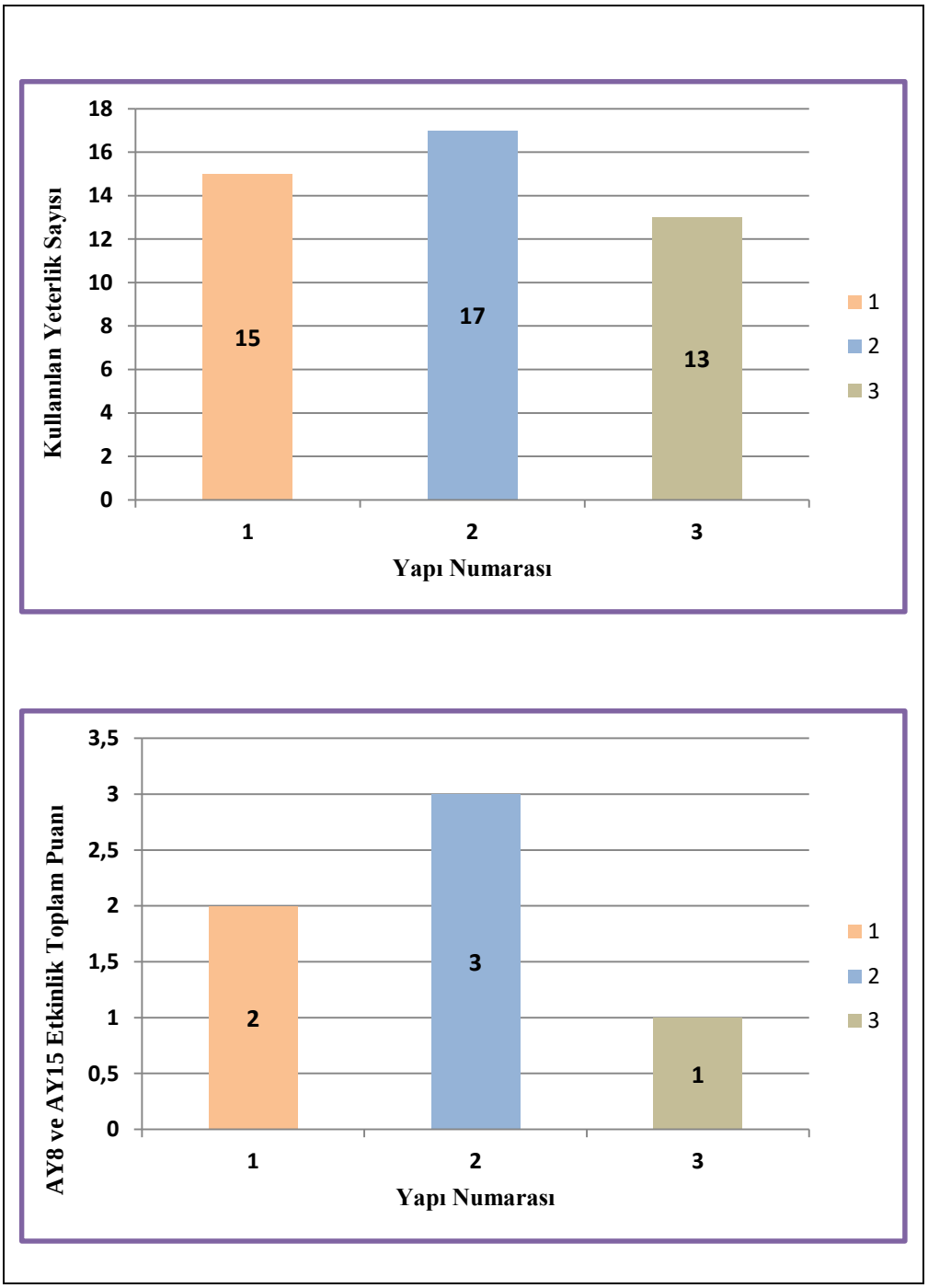
Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre etkinlik puan toplamının yüzdesi

Sağdaki Blok 3: Gösterilen yeterliklere göre etkinlik puan toplamının yüzdesi

Grafik 4.28. *AY8 ve AY15 Puan Toplamı ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

Yukarıdaki grafiğe göre öğretmen adaylarının AY8 ve AY15 puanlar toplamı hem araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre hem de gösterilen yeterlikler baz alındığındaki etkinlik puanına göre toplam yeterlik puanlarındaki artış ve azalışlarla örtüştüğü görülmektedir. Bu durumun sonucu olarak T2 etkinlikleri için bir modelin geliştirilebilmesi ile gösterilen yeterliklerin ilişkili olduğu söylenebilir. Buna göre yeterlik puanlarında artış oldukça tamamen doğru bir modelin geliştirilebilmesinin daha olası olduğu, aksine puanlarda azalış olduğunda da tamamen doğru bir modelin geliştirilebilmesinin daha da zorlaştığı söylenebilir.

c) Bu madde altında farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen yeterlik sayıları ile AY8+AY15 puanlar toplamındaki artış ve azalışlara göre yorumlama yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.29).



Grafik 4.29. *Gösterilen Yeterlik Sayıları ile AY8 ve AY15 Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

AY8 ve AY15 yeterliklerinin puanlar toplamı (Y1:2; Y2:3; Y3:1) ve gösterilen yeterlik sayıları (Y1:15; Y2:17; Y3:13) karşılaştırıldığında gösterilen yeterlik sayısı

arttığında AY8 ve AY15 puan toplamının da arttığı, azaldığında ise azaldığı görülmektedir. Bu durumda gösterilen yeterlik sayıları ile model oluşturma arasında doğrusal bir ilişki olduğu söylenebilir.

d) Öğretmen adaylarından burada "matematiksel ilk model (AY8)" oluşturmaları, bu modeli revize edip doğrulamalar sonucunda "genelleyerek" genel modelin oluşturulması beklenmektedir.

Öğretmen adaylarının "matematiksel ilk modelin oluşturulması (AY8)" alt yeterliği Y1 etkinliğinde tamamen doğru, Y2'de kısmen doğru oluşturulmuş, Y3 etkinliğinde ise oluşturulamamıştır (Bkz. Tablo 4.27). "Genelleme (AY15)" alt yeterliklerine bakıldığında ise Y1'de bu alt yeterliği geliştiremedikleri, Y2'de tam geliştirebildikleri ve Y3'te kısmen geliştirebildikleri görülmüştür (Bkz. Tablo 4.27). Öğretmen adaylarının Y1 ve Y3'te genel modeli niçin tam geliştiremedikleri, "Doğrulamalar yapma (AY16)" veya matematiksel ilk model için "Modeli revize etme (AY17)" yeterliklerini tam gösterememeleri ile açıklanabilir.

11. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 1. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 1. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan baz alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç 1. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 1. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8 \text{ ve } AY15 \text{ puanlar toplamının yüzdesi} = \left(\frac{1.\text{döngü } AY8 \text{ puanı} + 1.\text{döngü } AY15 \text{ puanı}}{1.\text{döngüde } AY8 + AY15 \text{ için alınabilecek en yüksek puanlar toplamı}}\right) \cdot 100$$

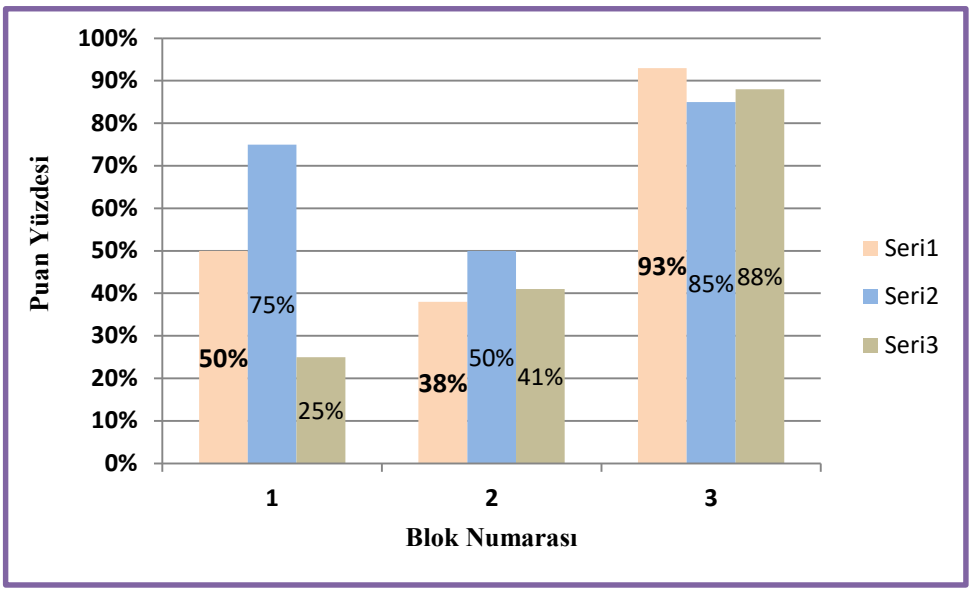
AY8+AY15 alt yeterlikler toplamının 1. döngülerinden alınan puanlar toplamı (Y1:0; Y2:0; Y3:0) şeklinde gerçekleşmiş olup yüzdeler (Y1:%0; Y2:%0; Y3:%0) olmaktadır. Araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre puan yüzdeleri (Y1:%24; Y2:%32; Y3:%12; Bkz. Grafik 4.19) ve gösterilen yeterliklere göre puanlar yüzdeleri (Y1:%50; Y2:%79; Y3:%40; Bkz. Grafik 4.20) olmaktadır. AY8+AY15 alt yeterlikler

toplamının yüzdelerinin yapılar için %0 olması T2 türündeki etkinliklerin 1. döngülerinde ilk matematiksel model ve genel modelin geliştirilmesinde zorluklar yaşanması ile açıklanabilir. Tüm farklı yapılar için 1. döngülerdeki yüzdelerin %0 olmasından dolayı sağlıklı bir karşılaştırma yapılamayacağı düşüncesi ile farklı yapıların yüzdeleri arasında yorumlama yapılmamıştır.

12. *AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 2. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 2. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan baz alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.30). Bu karşılaştırmada amaç 2. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 2. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{2.döngü\ AY8\ puanı + 2.döngü\ AY15\ puanı}{2.döngüde\ AY8 + AY15\ için\ alınabilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

İkinci döngüde "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği toplam puanlarına bakıldığında (Y1:2; Y2:1; Y3:0: Bkz. Tablo 4.27) ve "Genelleme (AY15)" yeterliği toplam puanlarına bakıldığında (Y1:0; Y2:2; Y3:1: Bkz. Tablo 4.27) puanlarını aldıkları görülmüştür. AY8 ve AY15 yeterliklerinin puanları toplamı (Y1:2; Y2:3; Y3:1) olmaktadır. İkinci döngüde her yeterlik için en yüksek 2 puan gösterilebileceğinden (toplamda alınabilecek en yüksek puan=4) yapılardaki puan yüzdeleri hesaplanıp (Y1:%50; Y2:%75: Y3:%25) grafik ile gösterilmiştir (Bkz. Grafik 4.30).



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 2. Döngü puanlar (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre 2. döngü puanlar (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

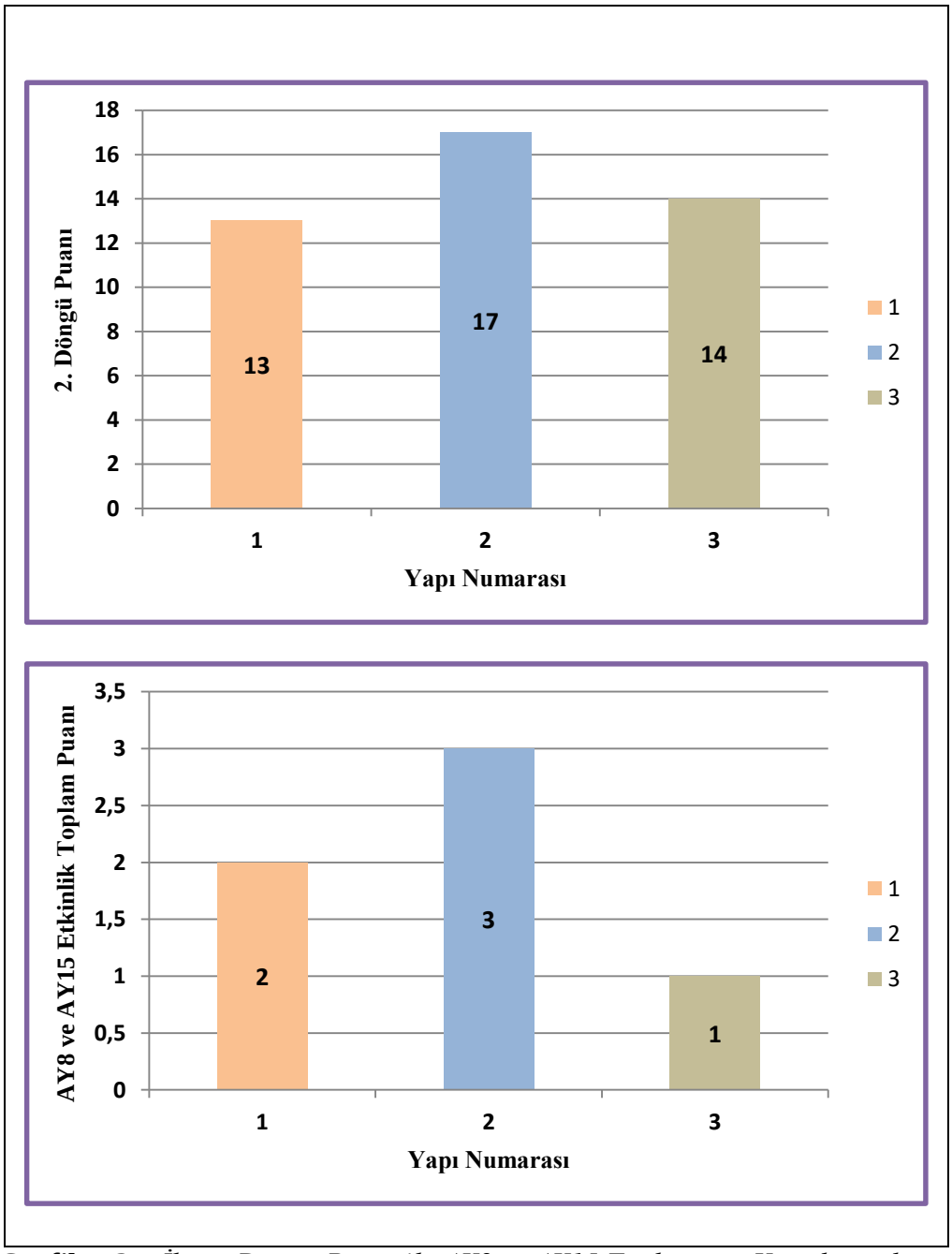
Sağdaki Blok 3: Kullanılan yeterliklere göre 2. döngü puanlar (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Grafik 4.30. *AY8 ve AY15 2. Döngü Puanları ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngü Puanlar (0, 1, 2) Toplamının Karşılaştırılması*

AY8+AY15 puanlar toplamının daha öncedeki kısımlarda hesaplanan ve araştırma kapsamında incelenen 17 alt yeterliğe göre yüzdeleri (Y1:%38; Y2:%50; Y3:%41; Bkz. Grafik 4.21) ve gösterilen alt yeterliklere göre yüzdeleri (Y1:%93; Y2:%85; Y3:%88; Bkz. Grafik 4.22) olmaktadır. AY8+AY15 toplam puanı ile 17 yeterliğe göre etkinlik puanı karşılaştırıldığında, her iki grafikte de Y1'den Y2'ye puanın arttığı ve Y2'den Y3'e puanın azaldığı görülmektedir. 17 yeterliğe göre Y3'te yeterliklerin daha verimsiz kullanıldığı söylenebilir. Çünkü Y3'te genel puan yüksek olmasına rağmen AY8+AY15 puanı Y1 ve Y2'ye göre daha düşük gerçekleşmiştir. AY8+AY15 toplam puanı ile "gösterilen" yeterliklere göre puanlara bakıldığında ise ters bir durum ortaya çıkmaktadır (Y1'den Y2'ye azalma ve Y2'den Y3'e artma; Bkz. Grafik 4.30). Bu durum Y2'de gösterilen yeterliklerin Y1 ve Y3 yapılarına göre daha verimli kullanılması ile açıklanabilir. Çünkü Y2'de Y1 ve Y3'e göre genel puan düşük olmasına rağmen daha yüksek seviyede model (AY8+AY15) geliştirilebilmiştir. Y3 etkinliğinde ise öğretmen

adayları model oluşturma düşüncesinde olmadıklarından AY8+AY15 puan toplamı da diğer yapılardaki etkinliklere göre en düşük seviyede kalmıştır.

Burada karşılaştırmada kullanılan Grafik 4.31'deki veriler ışığında tatmin edici bir yorum yapılamayıp ikinci döngü yeterlik puanları (Y1:13; Y2:17; Y3:14; Bkz. Tablo 4.28) ile AY8+AY15 puanlar toplamı (yüzde olarak değil) karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.31).



Grafik 4.31. *İkinci Döngü Puanı ile AY8 ve AY15 Toplamının Karşılaştırılması*

Farklı yapılar için ikinci döngü puanlar toplamı (Y1:13; Y2:17; Y3:14) ile AY8+AY15 puanlar toplamı (Y1:2; Y2:3; Y3:1; Bkz. Grafik 4.31) karşılaştırıldığında aralarında bir ilişki olduğu söylenebilir. Buna göre ikinci döngüler için puan arttığında AY8+AY15 puanlar toplamı da artmaktadır. Bu duruma göre bir etkinlikte gösterilen yeterlik sayısı ve puanının arttığı durumlarda modelin geliştirilmesinin daha olası olduğu söylenebilir.

4.3. Öğretmen Adaylarının Doğrusala Yakın İlişkileri Modelleme Süreçleri

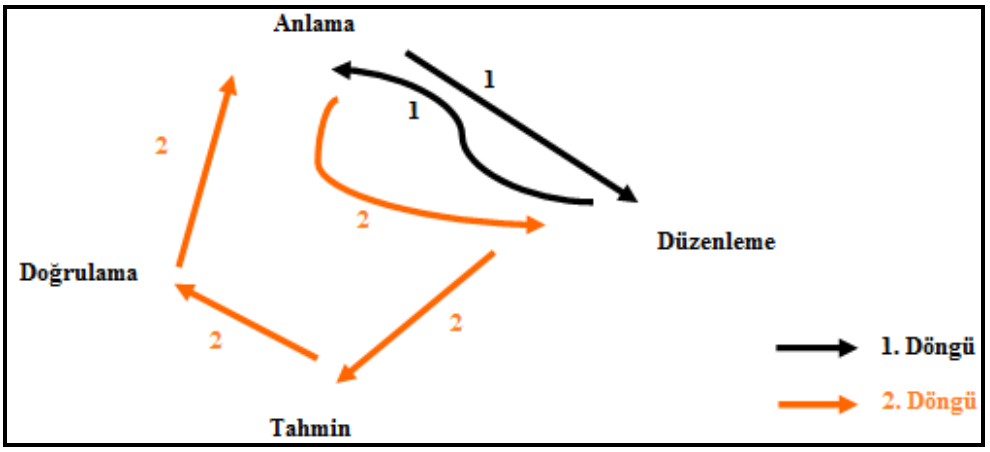
Bu bölümde öğretmen adaylarının Doğrusala Yakın (T2) ilişkileri içeren üç problemi nasıl modelledikleri ve modelleme süreçlerinde gösterdikleri bilişsel yeterlikler incelenmiştir. Aşağıda sırasıyla her bir modelleme sorusu ve öğretmen adaylarının modelleme süreçleri verilmiştir.

4.3.1. T3Y1 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T3Y1 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.3.1.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Problemi okuyan öğretmen adayları öncelikle enlem ve boylam değişkenleri arasında bir oran olup olmadığına bakmışlardır. Öğretmen adayları genel coğrafya bilgilerini de kullanarak problemi aralarında tartışıp doğrusal bir model geliştirmeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları öncelikle eğim formülünü kullanarak model oluşturmaya çalışmışlardır. Ancak bir süre sonra bundan vazgeçip enlem ve boylam verilerinin serpme grafiğini çizip grafiğin eğiminden yararlanarak model geliştirme yolunu tercih etmişlerdir. Buradan eğimi bulan öğretmen adayları y= $mx + n$ doğrusal denklem formülünü kullanarak modellerini geliştirmeyi tamamlamışlardır. Aşağıda modellemenin adımları arasındaki geçişler (Bkz. Şekil 4.93) ve bu sürecin detaylarına yer verilmiştir.



Şekil 4.93. *T3Y1 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.3.1.1.1. *Anlama adımı*

Öğretmen adaylarından ilk olarak problem metnini okumaları istenmiş ve problem kapsamındaki veriler verilmeksizin bir deprem anında ne gibi bilgilere ihtiyaç duyacakları sorulmuştur.

Problemi okuyan öğretmen adayları öncelikle deprem anında depremin olduğu bölgenin enlem ve boylam bilgilerinin deprem bölgesine ulaşmak açısından önemli olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarının aralarında geçen bazı diyaloglar aşağıda verilmiştir:

ÖA1: Deprem anında örneğin 39. boylamdaki Kemal Bey hangi ildeyse o ilin boylamının çevresindeki yerleşim yerlerine bakarım.

ÖA2: Deniz, dağlık yerler ve oraları es geçerim. Yer şekillerine göre karar veririm nereye gideceğime.

ÖA3: Daha önce o bölgede yoğunlukla nerede deprem olmuş önce ona bakarım.

Öğretmen adaylarının ön tartışmasından sonra kendilerine enlem ve boylam verilerinin haricinde başka değişkenleri de içeren (depremin şiddeti, derinlik, tarih) veri tablosu verilmiştir.

4.3.1.1.2. *Düzenleme adımı*

Türkiye haritasını ve veri tablosunu inceleyen öğretmen adayları veriler arasında ilişki aramışlar ve hangi verileri nasıl kullanmaları gerektiğine karar vermeye çalışmışlardır. Öncelikle enlem ve deprem şiddeti arasında ilişki arayan öğretmen

adayları sonrasında amaçlarının deprem olan yerin tespit edilmesi olduğunu ifade edip bunun şiddet ile ilgisi olmayacağını fark ederek enlem ve şiddet arasında ilişki aramayı bırakmışlardır.

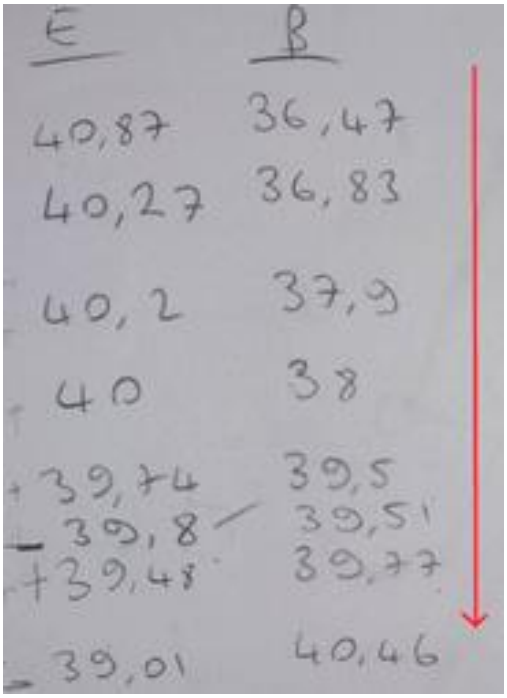
Bu aşamadan sonra öğretmen adayları problemi sadeleştirmeye başlamışlar ve hangi verileri kullanmamaları gerektiğini anlamışlardır. Öğretmen adaylarının arasında geçen bazı diyaloglar aşağıda verilmiştir.

ÖA1: Depremin oluş tarihlerinde bir örüntü var mıdır baksak mı?

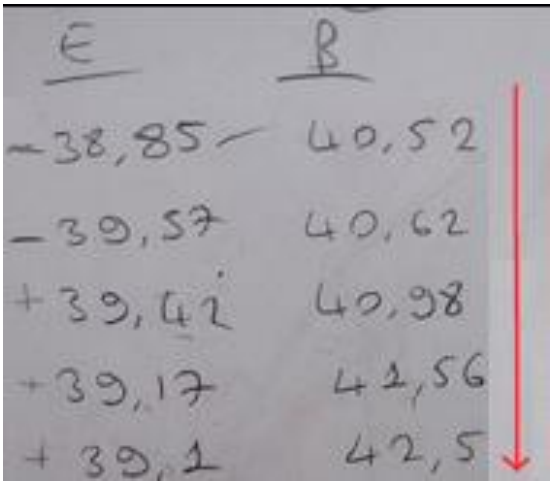
ÖA2: Öyle bir denklem bulacağız ki enlemi yerine yazdığımızda boylamı, boylamı yazdığımızda enlemi verecek.

ÖA3: Bence zamanın da bir önemi yok. Depremin ne zaman geleceği belli olmaz, gündüz mü akşam mı?

Bu aşamadan sonra problemi tekrar okuyarak *(2. döngü)* anlamaya çalışan öğretmen adayları problem kapsamında düzensiz bir şekilde verilen enlem ve boylam verilerini büyükten küçüğe doğru sıralayarak bu iki değişken arasında ilişki bulmaya çalışmışlardır (Bkz. Şekil 4.94).

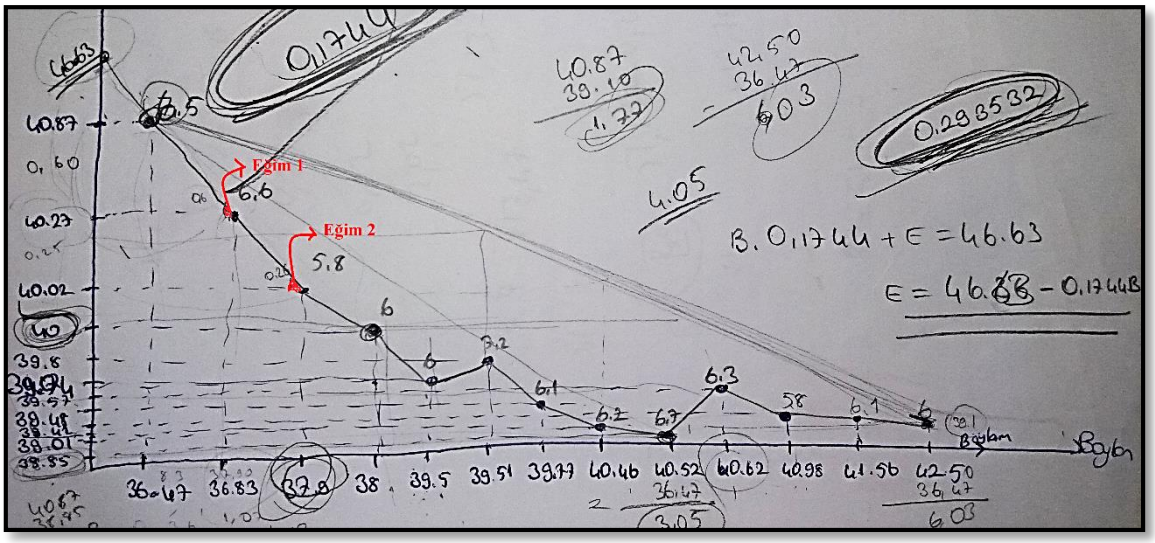


Şekil 4.94. *Boylam Verilerinin Küçükten Büyüğe Doğru Sıralanarak Enlem ile İlişkisinin Tespit Edilmeye Çalışılması* (*B: Boylam, E: Enlem)*



Şekil 4.94. (Devam) *Boylam Verilerinin Küçükten Büyüğe Doğru Sıralanarak Enlem ile İlişkisinin Tespit Edilmeye Çalışılması* (*B: Boylam, E: Enlem)*

Öğretmen adaylarından biri "Boylam artarken enlem azalıyor, doğrusal bir ilişki bulmaya çalışıyoruz zaten. Bence $y = -ax + b$ şeklinde bir model geliştirmeliyiz." Öğretmen adayları bu öngörüden sonra enlem ve boylam verilerine ait bir grafik çizmeye karar vermişlerdir (Bkz. Şekil 4.95).

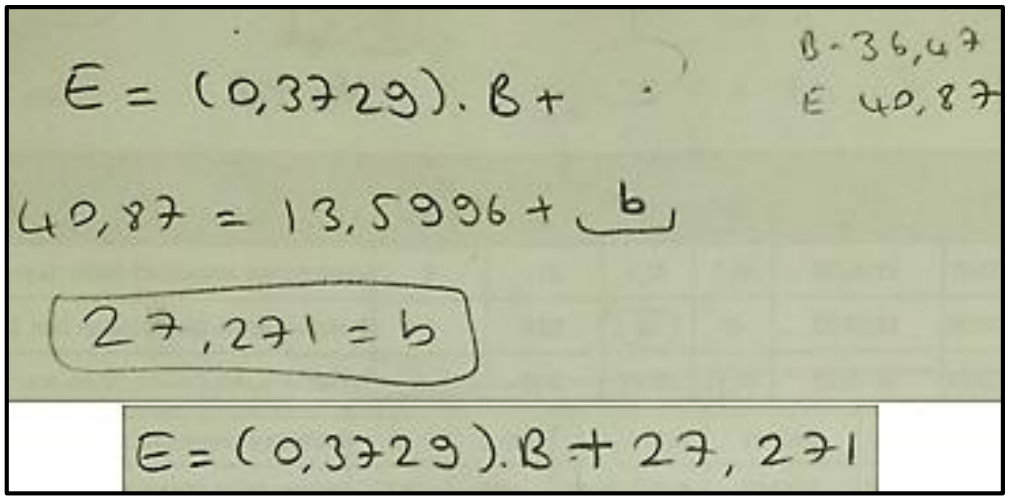


Şekil 4.95. *Boylam-Enlem Grafiği*

Öğretmen adayları çizdikleri grafiğin farklı parçalarının eğimini hesaplamışlar ve bu hesaplamaları sonucunda parçaların eğimlerinin farklı olduğunu görmüşlerdir (Bkz. Şekil 4.95: Eğim1=0,6; Eğim2=0,25). Eğimin farklı aralıklarda farklı değerlere sahip olması öğretmen adaylarının eğim için ortalama bir değer hesaplamaları gerektiği öngörüsünde bulunmalarına sebep olmuştur. Öğretmen adayları bu etkinlikte

geliştirecekleri model için muhakkak hata payının olacağını ve tam sonuç veren bir model geliştiremeyeceklerini ifade etmişlerdir.

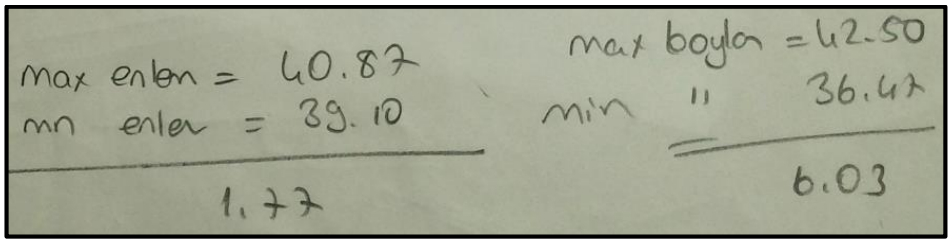
Öğretmen adayları $Eğim = \frac{\text{Enlem}(1)-\text{Enlem}(2)}{Boylam(1)-Boylam(2)}$ formülünü kullanarak 40,87 ve 39,74 enlemleri arasındaki grafiğin eğimini (40,87-39,74)/(36,47-39,5) işlemi sonucunda -0,3729 bulmaları gerekirken yanlışlıkla +0,3729 olarak almışlar ve sonuçta ilk modellerini doğru olarak geliştirememişlerdir. E: Enlem ve B: Boylam olmak üzere öğretmen adayları "+0,3729" eğimini kullanarak model geliştirmişlerdir (Bkz. Şekil 4.96). Öğretmen adayları bu modeli 36,83 boylamı için doğrulamak istemişler fakat enlemin 40,27 ye çok yakın bir değer çıkmasını beklerken 41 olarak çıkmasından dolayı başka bir çözüm aramaya başlamışlardır.



Şekil 4.96. *Eğim Kullanılarak Oluşturulan Model*

4.3.1.1.3. *Tahmin adımı*

Önceki döngüde doğru bir model geliştiremeyen öğretmen adayları enlemin en büyük ve en küçük değeri ile boylamın en büyük ve en küçük değerlerini oranlayarak grafik için ortalama bir eğim değeri hesaplayarak buradan bir model geliştirebileceklerini düşünmüşlerdir (Bkz. Şekil 4.97).



Şekil 4.97. *Enlem ve Boylamın Maksimum ve Minimum Değerleri Kullanılarak Eğimin Hesaplanması*

$$Eğim = \frac{Enlem_{max} - Enlem_{min}}{Boylam_{max} - Boylam_{min}}$$

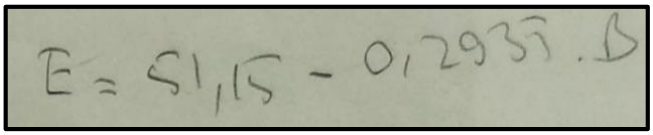
Yukarıdaki formülü kullanarak eğimi $Eğim = \frac{1,77}{6,03}$ oranı ile 0,293532 olarak bulan öğretmen adayları geliştirmek istedikleri modeli $E = 0{,}2935 \cdot \mathrm{B} + \mathrm{b}$ formunda yazmışlardır (E: Enlem, B: Boylam ve b: Sabit terim). Bundan sonra öğretmen adayları veri tablosu 2. satırdaki Boylam=38 ve Enlem=40 değerleri için sabit terimi aşağıdaki gibi hesaplanmaya çalışmışlardır:

$$Sabit\ terim\ (b) = 0{,}2935 \cdot \mathrm{B} + \mathrm{E}$$

$$\mathrm{b} = 0{,}2935 \cdot 38 + 40$$

$$\mathrm{b} = 51{,}153$$

Ardından öğretmen adayları geliştirdikleri modellerini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir (Bkz. Şekil 4.98).



Şekil 4.98. *Geliştirilen Farklı Bir Model*

4.3.1.1.4. *Doğrulama adımı*

Bu aşamadan sonra öğretmen adayları veri tablosunda verilen bazı enlem ve boylam değerleri için geliştirdikleri modeli $(\mathrm{E} = -0{,}2935 \cdot \mathrm{B} + 51{,}15)$ doğrulamaya çalışmışlardır.

Boylam=36,47 değeri modelde yerine yazılarak modelin Enlem=40,87 değerini verip vermediği kontrol edilmiştir.

$$E = -0{,}2935 \cdot 36{,}47 + 51{,}15$$

$$E = 40{,}45$$

Boylam=42,5 değeri modelde yerine yazılarak modelin Enlem=39,1 değerini verip vermediği kontrol edilmiştir.

$$E = -0{,}2935 \cdot 42{,}5 + 51{,}15$$

$$E = 38{,}68$$

ÖA doğrulama için kullandıkları bazı boylam değerleri için modelden elde ettikleri enlem değerleri ile gerçek enlem değerlerini karşılaştırmışlardır (Bkz. Tablo 4.29). Bu karşılaştırmalar sonucunda oluşturdukları modelin yakın sonuçlar ürettiğini ifade eden öğretmen adayları modelleme sürecini sonlandırmışlardır.

Tablo 4.29. *Doğrulama Tablosu*

Boylam	Modelden Çıkan Enlem	Gerçek Enlem	Gerçek Enlem ve Model Enlem Farkı
38	39,997	40	0,003
40,52	39,257	38,85	-0,407
36,47	40,446	40,87	0,424
42,5	38,68	39,1	0,42

4.3.1.2. *T3Y1 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Bu kısımda Doğrusala Yakın (T3) ilişkiler içeren Yapı 1 (Y1) etkinliği için "Öğretmen adayları farklı problem yapılarında (hangi) bilişsel yeterlikleri (ne ölçüde) gösterebilmektedirler?" alt araştırma sorusunun yanıtı aranacaktır.

T3Y1 etkinliğinde amaç eski deprem verilerini kullanarak enlem ve boylam arasındaki ilişkiyi veren bir model geliştirmektir. Etkinlik kapsamında gösterilen yeterlikler modelleme döngüleri için ayrı ayrı ele alınmış olup gösterilen yeterlikler Tablo 4.30'de özetlenmiştir.

Tablo 4.30. *T3Y1 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YET.	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	2	2
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	Y	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	Y	Y
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	2	Y
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	2	2
	ÖRÜNTÜLERİ FARK ETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme yeterliği	AY6	Y	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	Y	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	Y	0
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	Y	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	Y
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	2	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	Y	Y
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	2
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	Y	2
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	Y
TOPLAM				**8**	**14**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

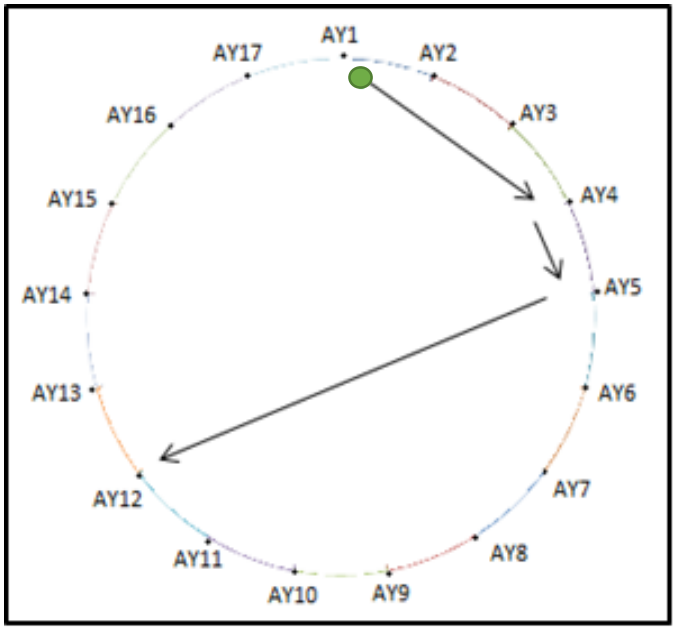
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.3.1.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.99'da verilip Tablo 4.31'de hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.99. *T3Y1 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.99'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.31).

Tablo 4.31. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

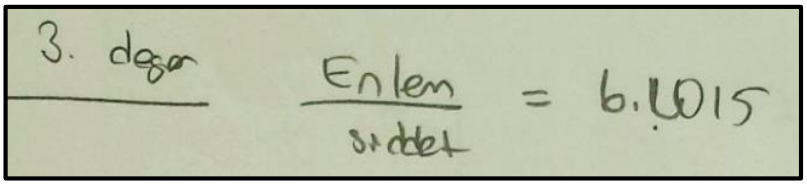
Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY4-AY5
Düzenleme	AY12
Tahmin	
Doğrulama	

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:Y; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:Y; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.30). Problem kâğıdı ayrı, veri kâğıdı ayrı hazırlanan bu etkinlikte

öğretmen adaylarına öncelikle problem kâğıdı verilmiştir. Öğretmen adaylarının tartışmalar yaparak hangi verilere ihtiyaçları olacağını tespit etmeleri imkânı verilmiştir. Hangi verilere ihtiyaçları olduğu tartışması gerçekleştiğinde veri kâğıdı öğretmen adaylarına verilmiştir.

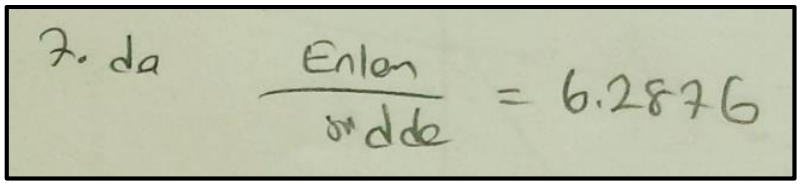
Problemi okuduklarında problemde kendilerinden deprem olan yerin tespit edilmesinin istendiğini ifade etmişlerdir. Kendilerini etkinlikte bahsedilen Kemal Beyin yerine koyan öğretmen adayları bir deprem durumunda deprem olan yerin tespit edilmesi için ne yapmaları gerektiğini aralarında tartışmışlardır. Buna göre deprem olan bölgenin dağ, deniz gibi coğrafî özelliklerinin göz önünde bulundurulması gerektiğini ifade eden öğretmen adayları kurtarma ekibini sevk edebilecekleri ve edemeyecekleri yerler hakkında öngörülerde bulunmuşlardır. Bu tartışma öğretmen adaylarını deprem olan yerin konumunun bilinebilmesi için hangi verilerin gerekli olduğu hususuna yoğunlaşmalarına sebep olmuştur. Öğretmen adaylarının "daha önce o şehirde yoğunlukla nerede deprem olmuş önce ona bakarım" cümlesinden sonra veri kâğıdı öğretmen adaylarına dağıtılmıştır. Bu durum öğretmen adaylarının problemi anladıklarını ortaya koymaktadır. Bu sebeple "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Bu aşamadan sonra verileri inceleyen öğretmen adayları model geliştirmek için hangi verilerin kullanılması gerektiğine karar vermek için veriler arasında örüntü arayışına girmişlerdir. Bu sebeple önce enlem ve deprem şiddeti verilerini oranlayarak deprem şiddeti verisinin gerekli olup olmadığına karar vermek istemişlerdir. Veri tablosunun 3. ve 7. satırlarındaki enlem ve şiddet değerleri için oranlamalar yapan öğretmen adayları deprem şiddetinin model oluşturmak için gereksiz olduğuna karar vermişlerdir (Bkz. Şekil 4.100 ve Şekil 4.101).

3. satırdaki veriler için: Enlem=40,27 ve Şiddet=6,6 değerleri için



Şekil 4.100. *Enlem ve Şiddet Arasında İlişki Aranmasına Örnek-1*

7. satır veriler için: Enlem=40,87 ve Şiddet=6,5 değerleri için



Şekil 4.101. *Enlem ve Şiddet Arasında İlişki Aranmasına Örnek-2*

Veri tablosundaki tarih verisinin de gereksiz olduğunu şu diyalog ile ifade etmişlerdir:

ÖA1 : Depremin oluş tarihlerinde bir örüntü var mıdır baksak mı?

ÖA2 : Bence zamanın da bir önemi yok. Depremin ne zaman geleceği belli olmaz. Gündüz mü akşam mı?

ÖA3 : Öyle bir denklem bulacağız ki enlemi yerine yazdığımızda boylamı, boylamı yazdığımızda enlemi bulacağız.

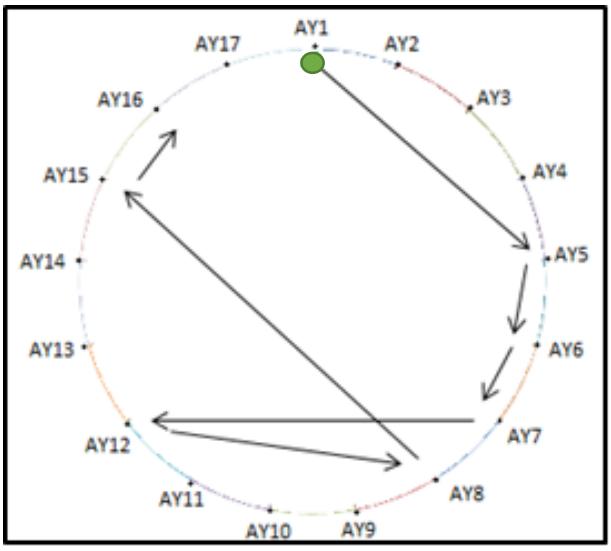
Bu sebeple "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4); Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterlikleri puanları 2 olarak değerlendirilmiştir. "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:Y; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:Y; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:Y; AY10-Problemi parçalara bölme, P:Y; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.30). Değişkenleri tespit edebilmek ve problemi sadeleştirebilmek için matematiksel bilgilerini kullanan öğretmen adayları "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterlikleri 2 olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Şekil 4.100 ve Şekil 4.101). Gereksiz değişkenleri belirledikten sonra enlem ve boylam arasında bir ilişki kurmaları gerektiğini ifade eden öğretmen adayları problemi tekrar okuyarak *2. döngüyü* başlatmışlardır. "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7); Matematiksel bir ilk

model ortaya koyma (AY8); Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri ilk döngüde kullanılmamıştır.

4.3.1.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.102'da verilip Tablo 4.32'de hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.102. *T3Y1 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

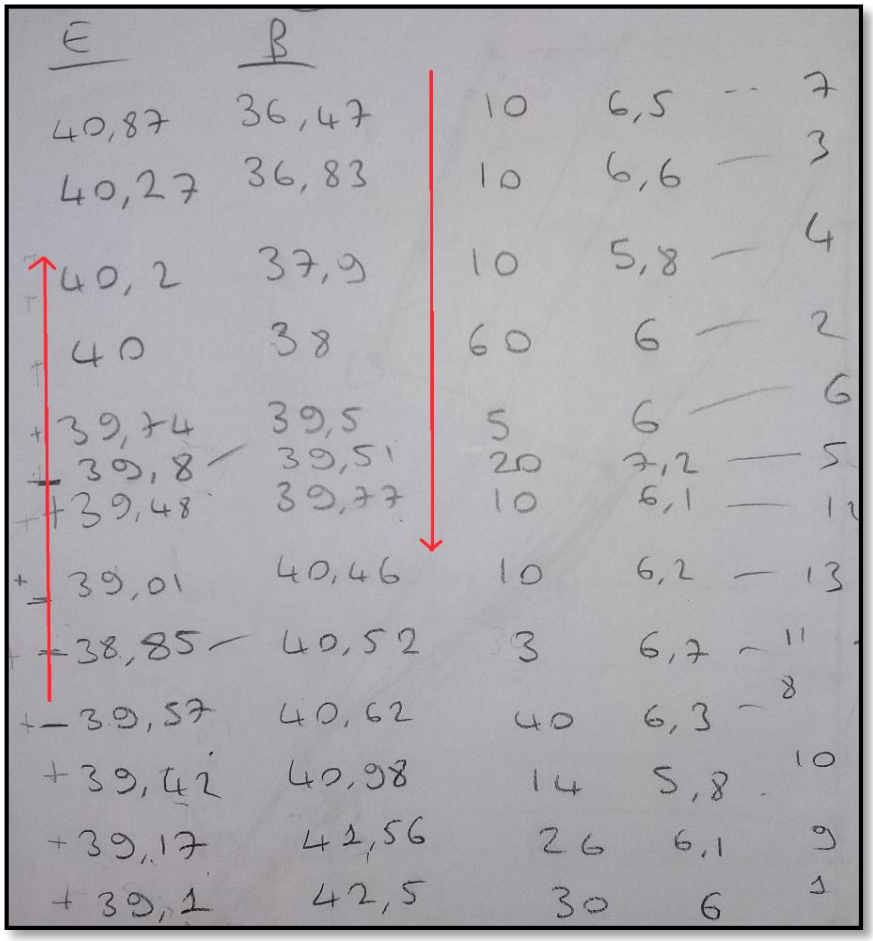
Şekil 4.102'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.32).

Tablo 4.32. *İkinci döngüde gösterilen yeterliklerin modellemenin adımlarına göre durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY5-AY6
Düzenleme	AY7-AY12-AY8
Tahmin	AY15
Doğrulama	AY16

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY6-Değişkenler

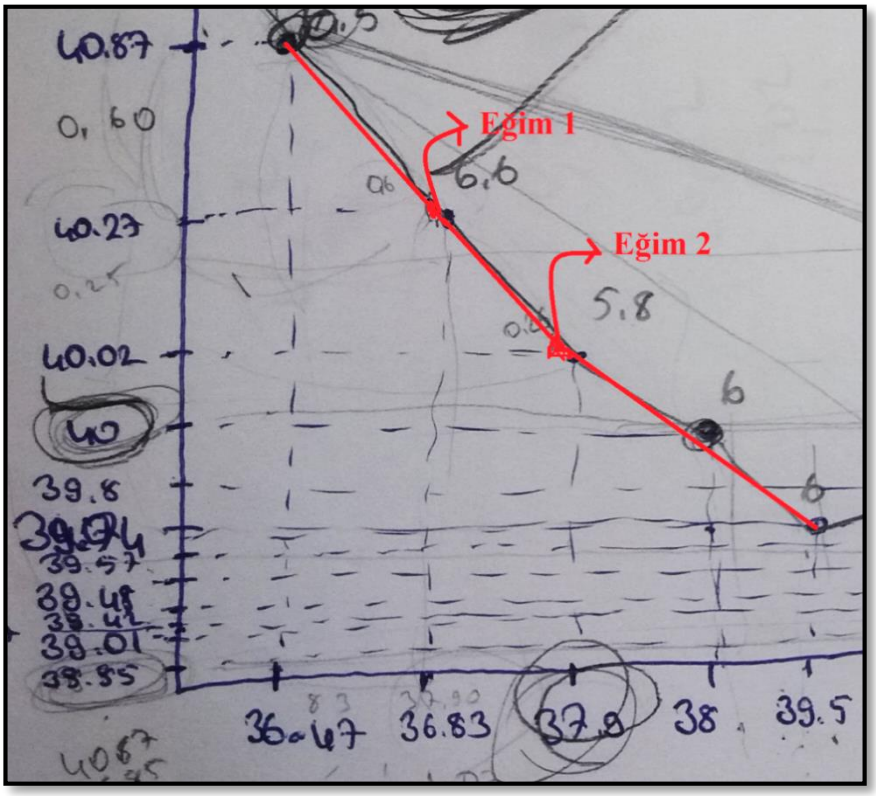
arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:Y; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:Y; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.30). Problemi tekrar okuyarak anlamaya çalışan öğretmen adayları enlem ve boylam arasında bir ilişki kurmaya çalışmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu sebeple "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 2 puan olarak belirlenmiştir. Enlem ve boylam arasında ilişki kurulması gerektiğini anladıklarından "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 2 olarak belirlenmiştir. Enlem ve boylam verileri arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirlemeye çalışan öğretmen adayları enlemi büyükten küçüğe doğru sıralayarak enlem ve boylam arasında artma-azalma ilişkisinin ne olduğunu görmek istemişlerdir. Verileri düzenleyen öğretmen adayları enlem azaldıkça boylamın arttığını belirleyebilmişlerdir (Bkz. Şekil 4.103). Bu sebeple "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.103. *Enlem ve Boylam Arasındaki Artış-Azalış İlişkisinin Görülmesi*

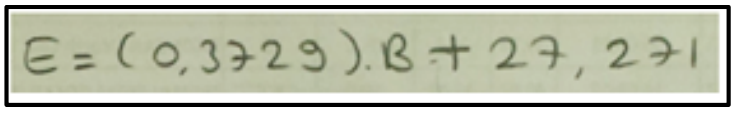
"Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3); Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4); Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:0; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:Y; AY10-Problemi parçalara bölme, P:Y; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.30). Enlem ve boylam arasında ilişki olduğunu tespit eden öğretmen adayları bu ilişkiyi nasıl oluşturmaları gerektiğini aralarında tartışmışlardır. Öğretmen adayları enlem ve boylamdan biri atarken diğeri azaldığı için $y = -ax + b$ formatında doğrusal bir denklem oluşturmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları enlem ve boylam verilerinin grafiğini çizip grafikten eğimi hesaplayarak düşündükleri denklemi oluşturabileceklerini ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları enlem ve boylam verilerine ait grafiği çizdiklerinde verilerin tam doğrusal olmadıklarından farklı doğru parçalarının eğimlerini hesaplayarak ortalama bir eğim bulup bu eğimi kullanarak doğrusal bir denklem oluşturabileceklerini ifade etmişlerdir. Bu sebeple "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları enlem ve boylam verilerine ait grafiği kullanarak grafik üzerinde oluşan doğru parçalarının eğimlerini hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.104).



Şekil 4.104. *Grafik Üzerindeki Veriler Kullanılarak Eğimin Hesaplanması*

Öğretmen adayları $Eğim = \frac{\text{Enlem}(1)-\text{Enlem}(2)}{Boylam(1)-Boylam(2)}$ formülünü kullanarak 40,87 ve 39,74 enlemleri arasındaki grafiğin eğimini -0,3729 hesaplamışlar ancak oluşturdukları modelde bu değeri yanlışlıkla +0,3729 olarak kullandıklarından ilk matematiksel modellerini doğru olarak oluşturamamışlardır (Bkz. Şekil 4.105). Bu sebeple "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 0 puan olarak değerlendirilmiştir.



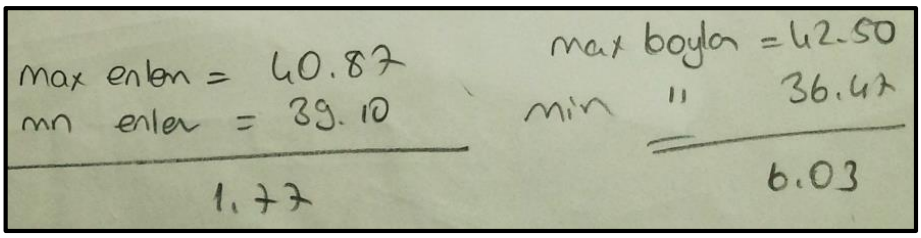
Şekil 4.105. *Hesaplanan Eğimin İşaretinin Yanlış Alınması ile Oluşturulan İlk Matematiksel Model*

Öğretmen adayları oluşturdukları ilk matematiksel modeli 36,83 boylamı için kontrol etmek istemişler fakat enlemin 40,27 ye çok yakın bir değer (41) çıkmamasından dolayı farklı bir model geliştirme sürecine girmişlerdir. "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY15-Genelleme, P:2; AY13-Çözümün yorumlanması, P:Y; AY14-Sonuçların yorumlanması, P:Y; Bkz. Tablo 4.30). Öğretmen adayları oluşturdukları

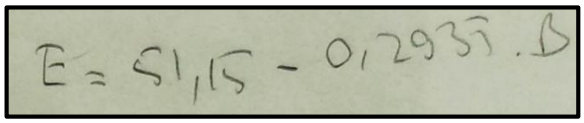
$$Eğim = \frac{Enlem_{max} - Enlem_{min}}{Boylam_{max} - Boylam_{min}}$$

formülünü kullanarak eğimi hesaplamaya çalışmışlardır (Bkz. Şekil 4.106). Bu sebeple "Genelleme (AY15)" yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.106. *Oluşturulan Eğim Formülünde Kullanılacak Verilerin Hesaplanması*

$Eğim = \frac{1,77}{6,03}$ oranı ile eğimi 0,293532 olarak bulan öğretmen adayları geliştirmek istedikleri modelin (E: Enlem; B: Boylam) olmak üzere "$E = 0{,}2935 \cdot \mathrm{B} + \text{sabit sayı}$" formunda olması gerektiğini belirterek genel modellerini geliştirmişlerdir (Bkz. Şekil 4.107). Genel modeli tam gösterebildiklerinden dolayı "Genelleme (AY15)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.107. *Oluşturulan Genel Model*

"Çözümün yorumlanması (AY13); Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; AY17-Modeli revize etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.30). Bazı enlem ve boylam verileri için modelin doğruluğunu kontrol eden öğretmen adayları veriler ile yakın sonuçlar elde ettiğinden bu modeli genel model olarak kabul etmişlerdir (Bkz. Tablo 4.33). "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği kullanılmamıştır.

Tablo 4.33. *Doğrulama Tablosu*

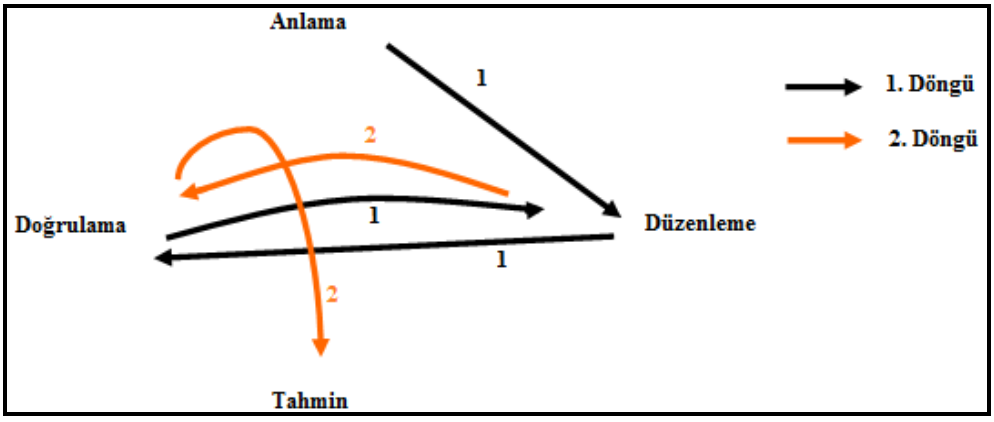
Boylam	Modelden Çıkan Enlem	Gerçek Enlem	Gerçek Enlem ve Model Enlem Farkı
38	39,997	40	0,003
40,52	39,257	38,85	-0,407
36,47	40,446	40,87	0,424
42,5	38,68	39,1	0,42

4.3.2. T3Y2 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T3Y2 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.3.2.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Öğretmen adaylarından birinin problemi sesli okuması ile başlayan etkinlik daha sonra öğretmen adaylarının yalnız okumalarıyla devam etmiştir. Bu okumalar sonucunda öğretmen adayları verileri koordinat eksenine aktararak bu noktalar arasından geçecek şekilde sistematik bir mantıkla doğrular çizerek bu doğruların denklemlerini eğim yardımı ile oluşturmuşlardır. Arkasından bu denklemlerin hangisinin daha hassas sonuçlar ürettiğini test ederek hangi modeli seçeceklerine karar vermişlerdir. Aşağıda modellemenin adımları arasındaki geçişler (Bkz. Şekil 4.108) ve süreç detaylı olarak anlatılmıştır.



Şekil 4.108. *T3Y2 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.3.2.1.1. *Anlama adımı*

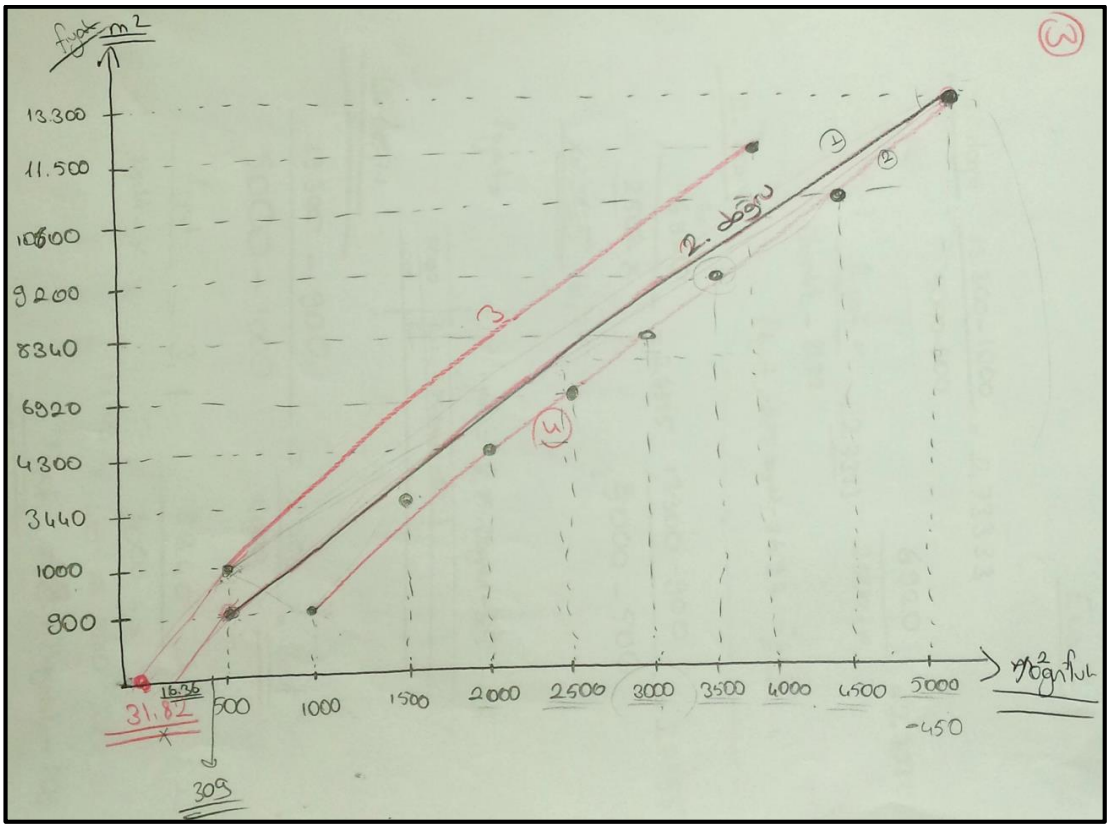
Etkinliği anlamak için aralarında tartışan öğretmen adayları problemi gerçek hayat bağlamında irdelemişler ve dükkân fiyatına etki eden değişkenleri belirlemeye çalışmışlardır. İlk olarak fiyat ile yoğunluk arasında bir ilişki olabileceğini düşünen öğretmen adayları bu iki değişkene ait verileri koordinat sisteminde kullanarak bir model oluşturabileceklerini ifade etmişlerdir.

Ardından problem kapsamında verilen tabloyu inceleyen öğretmen adayları her ne kadar yoğunluk ile fiyatın ilişkili olduğunu fark etseler de bazı istisnai durumların olması zihinlerinin karışmasına sebebiyet vermiştir. Tabloda herhangi bir yanlışlık olup olmadığını araştırmacıya soran öğretmen adayları bir yanlışlığın olmadığını teyit edince bu istisnai durumların binanın mevcut özellikleri (binanın yaşı, merkeze uzaklık, yeşillik alan olup olmaması) ile ilgili olabileceğini ifade etmişlerdir.

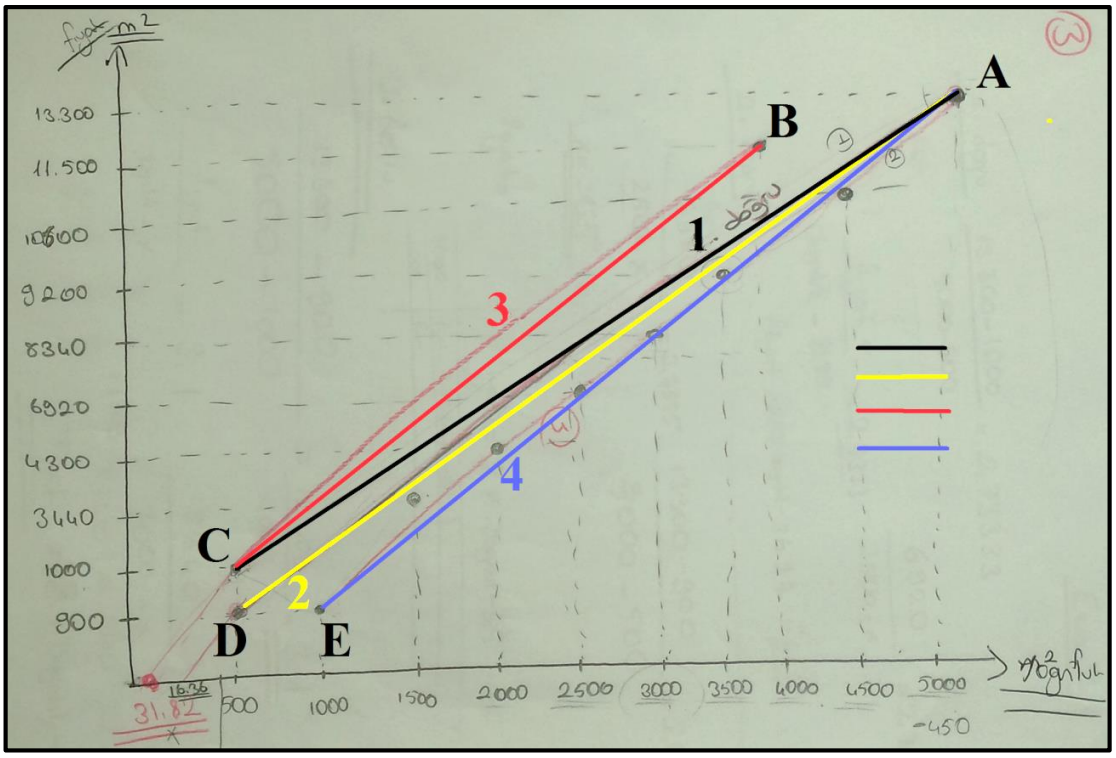
4.3.2.1.2. *Düzenleme adımı*

Bu aşamadan sonra öğretmen adayları düzenleme adımına geçerek koordinat sistemi üzerinde yoğunluk ve fiyat değişkenlerini $1m^2$ dükkân alanı için göstermişlerdir (Bkz. Şekil 4.109). Elde edilen noktalar her ne kadar tam olarak doğrusal bir ilişki göstermese de öğretmen adayları verilere ait noktaların arasına çizecekleri bir doğrudan yararlanarak bu ilişkiyi yaklaşık olarak matematikleştirebileceklerini belirtmişlerdir. Buna karşın doğrunun koordinat sistemi üzerinde nereye çizileceği hususunda kararsızlığa düşmüşlerdir.

Öğretmen adayları koordinat sisteminin en üstündeki B noktası ile D noktasını birleştirerek 3 numaralı doğru parçasını çizmişlerdir. A noktası sabit kalmak üzere A noktası ile C, E, F noktalarını birleştirerek 1, 2 ve 4 numaralı doğru parçalarını çizmişlerdir.



Şekil 4.109. *Tüm Veriler için Yoğunluk-Fiyat Değişkenlerini Temsil Edebilecek Olası Doğru Parçalarına ait Orijinal Grafik*

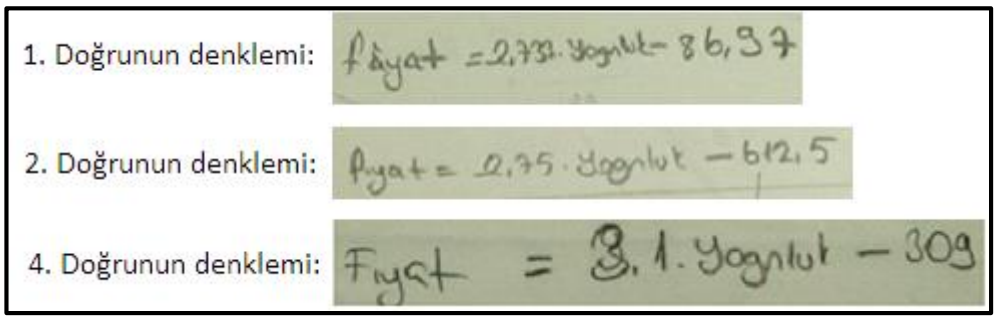


Şekil 4.110. *Orijinal Grafikteki (Bkz. Şekil 4.109) 1, 2, 3, 4 Numaralı Doğru Parçalarının Belirginleştirilmiş Hali*

Öğretmen adayları doğruları çizdikten sonra bu doğrulardan hangisinin yoğunluk ve fiyat arasındaki ilişkiyi temsil edeceği hakkında tartışarak her bir doğrunun denklemini bulmaya karar vermişlerdir.

4.3.2.1.3. *Tahmin adımı*

İlk olarak öğretmen adayları her bir doğrunun eğimini bularak her bir doğruya ait bir denklem bulmuşlardır (Bkz. Şekil 4.111).



Şekil 4.111. *Çizilen Doğru Parçalarına ait Modeller*

Bu tartışmanın sonunda her bir modelin soru kapsamında verilen tablodaki veriler kullanılarak test edilmesine karar verilmiştir (Bkz. Ek-15, Tablo 5.11).

4.3.2.1.4. *Doğrulama adımı*

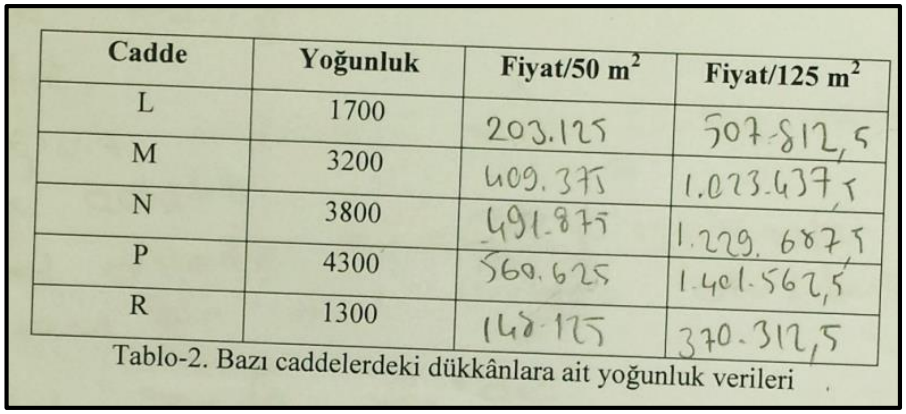
Öğretmen adayları buldukları her bir doğru denkleminden elde edilen fiyat değerlerini problem kapsamında verilen değerler ile karşılaştırıp hangi modelin daha hassas sonuçlar ürettiğine bakarak modellerini test etmişlerdir. Bu amaçla Tablo 4.34'ü oluşturan öğretmen adayları bütün yoğunluklar için buldukları fiyatları gerçek fiyatlar ile karşılaştırarak bu fiyatlarTba en yakın değeri veren 2. doğru için ortaya çıkardıkları modeli nihai model olarak kabul etmişlerdir (3. doğrunun aradıkları model olmadığını ifade eden öğretmen adayları bu doğru için model geliştirme ihtiyacı duymamışlar ve karşılaştırma tablosunda kullanmamışlardır).

Tablo 4.34. *Doğrulama Tablosu*

Cadde	Yoğunluk	Gerçek Fiyat	1. Modelden Elde Edilen Fiyat	1. Model için Fiyat Farkı	2. Modelden Elde Edilen Fiyat	2. Model için Fiyat Farkı	4. Modelden Elde Edilen Fiyat	4. Model için Fiyat Farkı
A	500	100000	127953	27953	76250	-23750	124100	24100
B	1000	90000	264603	174603	213750	123750	279100	189100
C	1500	344000	401253	57253	351250	7250	434100	90100
D	2000	430000	537903	107903	488750	58750	589100	159100
E	2500	692000	674553	-17447	626250	-65750	744100	52100
F	3000	834000	811203	-22797	763750	-70250	899100	65100
G	3500	920000	947853	27853	901250	-18750	1054100	134100
H	4000	1150000	1084503	-65497	1038750	-111250	1209100	59100
I	4500	1060000	1221153	161153	1176250	116250	1364100	304100
K	5000	1330000	1357803	27803	1313750	-16250	1519100	189100
Toplam				**478780**		**0**		**1266000**

Çalışmanın sonunda yapılan görüşmelerde öğretmen adayları oluşturdukları modelin yaklaşık sonuçlar verdiğini ifade ederek tam sonuçlar vermemesinin sebebi olarak değişkenler arasındaki ilişkinin tam doğrusal olmadığından kaynaklandığını belirtmişlerdir.

Öğretmen adayları kabul ettikleri modele göre 50 m^2 ve 125 m^2'lik dükkânların farklı yoğunluklarda fiyatları ile ilgili tabloyu doldurmuşlardır (Bkz. Şekil 4.112).



Cadde	Yoğunluk	Fiyat/50 m^2	Fiyat/125 m^2
L	1700	203.125	507.812,5
M	3200	409.375	1.023.437,5
N	3800	491.875	1.229.687,5
P	4300	560.625	1.401.562,5
R	1300	148.125	370.312,5

Tablo-2. Bazı caddelerdeki dükkânlara ait yoğunluk verileri

Şekil 4.112. *Nihai Model Kullanılarak Hesaplanan Bazı Yoğunluklara Karşılık Gelen İş Yeri Fiyatları*

4.3.2.2. *T3Y2 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Bu kısımda Doğrusala Yakın (T3) ilişkiler içeren Yapı 1 (Y2) etkinliği için "Öğretmen adayları farklı problem yapılarında (hangi) bilişsel yeterlikleri (ne ölçüde) gösterebilmektedirler?" alt araştırma sorusunun yanıtı aranacaktır.

T3Y2 etkinliğinde amaç eski deprem verilerini kullanarak enlem ve boylam arasındaki ilişkiyi veren bir model geliştirilmesidir. Problemin yapısı (Y2) gereği 100 m^2 için verilmiş fiyatların 50 m^2 ve 125 m^2 için dönüşümünün yapılarak kullanılması gerekmektedir. Etkinlik kapsamında gösterilen yeterlikler modelleme döngüleri için ayrı ayrı ele alınmış olup gösterilen yeterlikler Tablo 4.35'de özetlenmiştir.

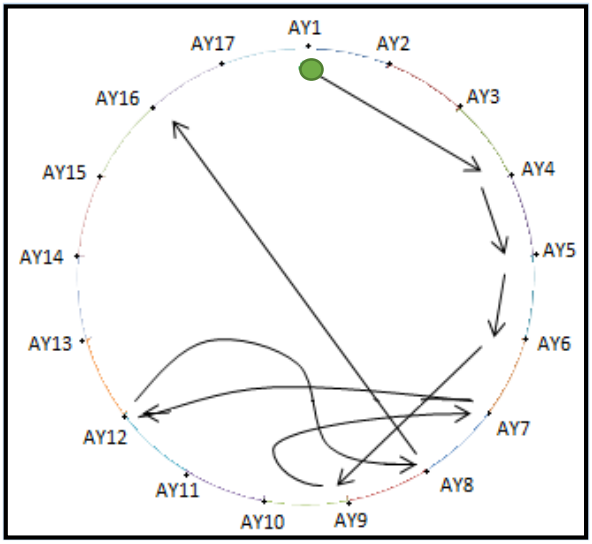
Tablo 4.35. *T3Y2 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YET.	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK KODU	YETERLİK PUANI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	2	Y
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	Y	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	Y	Y
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	2	Y
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	2	Y
	ÖRÜNTÜLERİ FARKETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme yeterliği	AY6	2	Y
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	2	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	2	2
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	2	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	Y	Y
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	Y	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	2	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	Y	Y
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	2
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	2	2
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	2
TOPLAM				**18**	**12**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.
2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.
Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.3.2.2.1. *Birinci Döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.113'da verilip Tablo 4.36'da hangi adımda hangi sıralamayla gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.113. *T3Y2 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

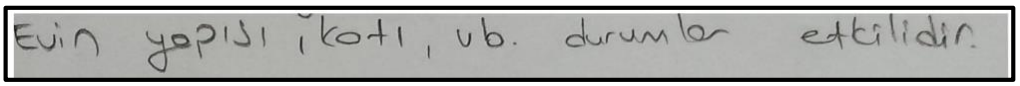
Şekil 4.113'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.36).

Tablo 4.36. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarındaki Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY4-AY5-AY6
Düzenleme	AY9-AY7-AY12-AY8
Tahmin	
Doğrulama	AY16

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:Y; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:Y Bkz. Tablo 4.35). Öğretmen adayları problemi okuduklarında cadde yoğunluğu ve fiyat arasındaki ilişkiyi bulmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Önce yoğunlukla fiyat

arasında ilişki olmaması gerektiğini düşünen öğretmen adayları bunun sebebi olarak problem metninde geçen "dükkân" ifadesini "ev" olarak algıladıkları anlaşılmıştır (Bkz. Şekil 4.114). Bu durum öğretmen adaylarının model geliştirme sürecine olumsuz bir etkisi olmamıştır. Bu sebeple "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.114. *Problem Durumundaki "İş Yeri-Dükkân" Kavramının "Ev" Olarak Algılanması*

Ardından yoğunluk ve fiyat arasındaki ilişkiyi aralarında tartışan öğretmen adayları veri tablosunu incelediklerinde yoğunluğun arttığı bazı caddelerde fiyatın düşmesini anlamsız bularak araştırmacıya veri tablosunda bir yanlışlık olup olmadığını sormuşlardır. Verilerde bir yanlışlık olmadığı cevabını alan öğretmen adayları bunun sebebini aralarında tartışmışlar ve farklı değişkenlerin fiyat üzerinde etkili olduğu sonucuna varmışlardır (Bkz. Şekil 4.114). Bu sonuç ile problemde kendilerine karmaşık gelen durumları açıklığa kavuşturmuşlardır. Bu sebeple "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Yoğunluk ve fiyat asasında bir ilişki kurmaları gerektiğini ifade eden öğretmen adaylarının "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 2 olarak değerlendirilmiştir. Cadde yoğunluğu ve fiyat arasında bir örüntü olduğunu anlayan öğretmen adaylarının "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:2; AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:Y; AY10-Problemi parçalara bölme, P:Y; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.35). Değişkenler arasındaki ilişkiyi araştıran öğretmen adayları önce fiyatlar ile karşısındaki yoğunluk arasında bir oran olup olmadığına bakmak istemişlerdir. Öğretmen adaylarından biri bu oranın eğimle bulunabileceğini ifade etmesi üzerine fiyat-yoğunluk grafiğini çizmeye karar vermişlerdir. Bunun için öncelikle 100 m^2

için verilen fiyat değerlerinin 1 m^2 için fiyat değerlerine dönüşümünü yapmışlardır (Bkz. Tablo 4.37). Bu veri dönüşümünü yapan öğretmen adaylarının "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.37. *1 m^2 İş Yeri için Yoğunluk-Fiyat Tablosu*

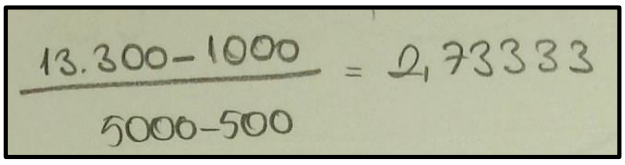
Cadde	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**K**
Yoğunluk	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
Fiyat/1 m^2	1000	900	3440	4300	6920	8340	9200	11500	10600	13300

Ardından oluşturdukları bu tablodaki verileri koordinat sisteminde gösteren (Bkz. Şekil 4.110) öğretmen adayları grafik üzerindeki noktaların tam doğrusal olmamasından dolayı bu noktaları tek bir doğru ile nasıl temsil edeceklerine karar vermeye çalışmışlardır.

Her bir doğrunun denklemini oluşturup üreteceği sonuçlara bakarak hangi denklemin nihaî model olarak seçilmesi gerektiğine karar veren öğretmen adayları 1. ve 2. doğrulara ait denklemin diğer noktaların aralarında olmasından dolayı 3. ve 4. doğru denklemlerine göre nihaî model olmasının daha olası olduğunu ifade etmişlerdir. Bu sebeple "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları bu aşamadan sonra doğruların denklemlerini oluşturmuşlardır. Doğru denklemlerinin oluşturulmasında doğrunun eğimi ($Eğim = \frac{Fiyat\ 2 - Fiyat\ 1}{Yoğunluk\ 2 - Yoğunluk\ 1}$) ve doğru denklemi formüllerini ($y = mx + n$) kullanmışlardır.

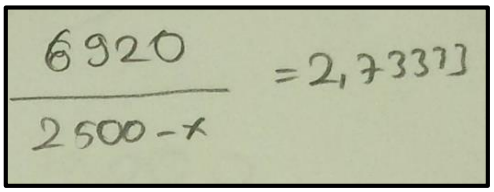
1. doğrunun denklemini oluşturabilmek için öğretmen adaylarının yaptığı matematiksel işlemler şöyle gerçekleşmiştir:

A(5000, 13300) ve C(500, 1000) olmak üzere A ve C noktalarını birleştirerek 1. doğruyu oluşturmuşlar ve bu doğrunun eğimini 2,7333 olarak hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.115).



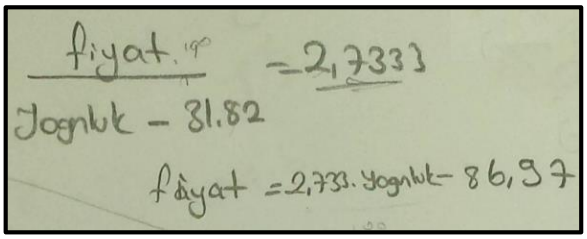
Şekil 4.115. *"1 Numaralı" Doğrunun Eğiminin Hesaplanması*

Öğretmen adayları eğimi 2,7333 olarak bulduktan sonra bu eğim değerini ve E(2500,6920) noktasını (Bkz. Tablo 4.37) kullanarak ($y = mx + n$) denklemindeki "n" sabit değerini "x" ile sembolize ederek 31,82 olarak bulmuşlardır (Bkz. Şekil 4.116).



Şekil 4.116. *"1 Numaralı" Doğrunun Denklemindeki x (n-Sabiti) Hesaplanması*

Ardından eğim ve sabit sayıyı kullanarak 1. doğru için model oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.117).



Şekil 4.117. *"1 Numaralı" Doğru için Geliştirilen Model*

Öğretmen adaylarının geliştirdiği stratejiler bir modelin geliştirilmesi için yeterli olduğundan "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Düşünülen stratejilerin uygulanmasında ve modelin geliştirilmesinde matematiği doğru kullanmalarından dolayı "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adayları hassas sonuçlar üretmese de matematiksel ilk modeli tam oluşturabildiklerinden "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır. Sonrasında öğretmen adayları oluşturdukları bu modelin doğruluğunu veri tablosunda verilen bazı yoğunluk ve fiyat değerleri için test etmek istemişlerdir.

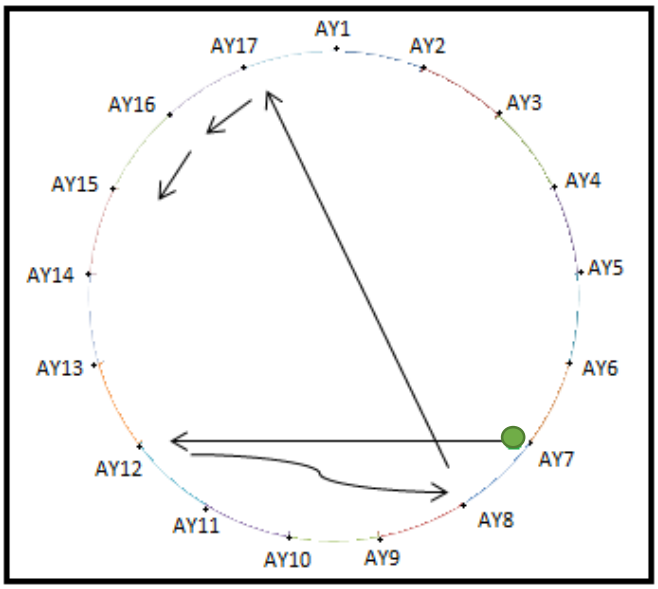
Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; AY17-Modeli revize etme, P:Y; Bkz. Tablo-1). Öğretmen adayları veri tablosunda verilen G(3500, 9200) için (Bkz. Tablo 4.35) modelin doğruluğunu kontrol ettiklerinde gerçek fiyat=9200 ve modelden elde edilen fiyat=9468 arasında her 1m^2 için 268 TL (100 m2 için 26800

TL) fiyat farkı olmasından dolayı daha hassas bir model geliştirmek istemişlerdir. Bunun için çizdikleri diğer doğruların denklemlerini de benzer şekilde bulmuşlardır. Bu sebeple "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği kullanılmamıştır.

Doğrulama adımından sonra tekrar model geliştirme aşamasına dönen öğretmen adayları ***2. döngüye*** geçmişlerdir.

4.3.2.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.118'da verilip Tablo 4.38'de hangi adımda hangi sıralama ile gösterildikleri özetlenmiştir.



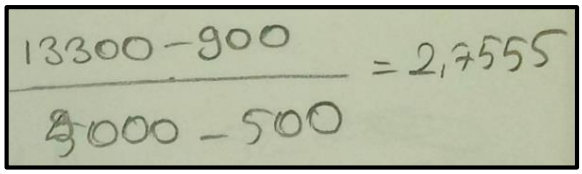
Şekil 4.118. *T3Y2 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.118'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.38).

Tablo 4.38. *İkinci döngüde gösterilen yeterliklerin modellemenin adımlarına göre durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	
Düzenleme	AY7-AY12-AY8
Doğrulama	AY17-AY16
Tahmin	AY15

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:0; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:Y; AY10-Problemi parçalara bölme, P:Y; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:Y; Bkz. Tablo 4.35). Öğretmen adayları A(5000, 13300) ve D(500, 900) noktalarını birleştirerek oluşturdukları 2. doğrunun denklemini hesaplamaya çalışmışlardır. Bunun için 1. doğrunun hesaplanmasına benzer matematiksel işlemler yaparak önce eğimi (Bkz. Şekil 4.119) sonra da F(3000, 8340) noktasını kullanarak denklemin sabit terimini hesaplayıp 2. doğrunun denklemini oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.120).



Şekil 4.119. *İkinci Doğrunun Eğimi*



Şekil 4.120. *İkinci Doğrunun Denklemi*

Öğretmen adayları bu döngüde farklı bir matematiksel model oluşturduklarından "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Aynı zamanda çizdikleri dört doğruya, koordinat sistemindeki tüm noktalara eşit uzaklıkta olmasına göre bakıldığında 2. doğrunun daha uygun olacağı ifade edilmiştir. Veri tablosundaki her nokta için farklı sabit sayı değerleri çıktığına dikkat çekilmiştir. 2,75 eğimi için tüm noktalardan elde edilecek sabit sayıların ortalamasının sabit sayı olarak kullanılarak daha hassas sonuçlar üreten bir model geliştirebileceği ifade edilmiştir. Bu sebeple "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Matematiksel bilgiyi yeterli düzeyde kullandıklarından "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

"Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9); Problemi parçalara bölme (AY10); Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; AY17-Modeli revize etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.35). Öğretmen adayları oluşturdukları modelin doğruluğunu test ederek bu modelin veri tablosundaki verilere yakın sonuçlar üretmesinden dolayı nihaî model olarak kabul edebileceklerini ifade etmişlerdir. Oluşturdukları modelde kullandıkları sabit sayıyı (90) ortalama sabit sayı değeri ile değiştirerek modeli revize etmişlerdir. Yapılan hesaplamalarla ortalama sabit sayı -612,5 bulunmuştur (Bkz. Tablo 4.39).

Tablo 4.39. *Caddelere göre "Sabit Sayı-n" Değeri*

Cadde	Yoğunluk	Fiyat/m^2	2,75·Yoğunluk	Sabit Sayı
A	500	1000	1375	-375
B	1000	900	2750	-1850
C	1500	3440	4125	-685
D	2000	4300	5500	-1200
E	2500	6920	6875	45
F	3000	8340	8250	90
G	3500	9200	9625	-425
H	4000	11500	11000	500
I	4500	10600	12375	-1775
K	5000	13300	13750	-450
			Toplam	**-6125**

Bu şekilde oluşturdukları revize edilmiş model

$$Fiyat = yoğunluk \cdot 2,75 - 612,5$$

olarak geliştirilmiştir. Bu sebeple "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Geliştirdikleri modelin doğruluğunu veri tablosundaki değerler için test eden öğretmen adayları veri tablosunda verilen fiyat ile oluşturdukları modelden elde edilen fiyatlar arasındaki farkların toplamının "0" olmasından dolayı bu modeli nihai model olarak kabul etmişlerdir (Bkz. Tablo 4.40). Bu sebeple "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.40. *Doğrulama Tablosu*

	Yoğunluk	Gerçek Fiyat	Modelden Elde Edilen Fiyat	Fiyat Farkı	%Fark
A	500	100000	76250	-23750	-24
B	1000	90000	213750	123750	138
C	1500	344000	351250	7250	2
D	2000	430000	488750	58750	14
E	2500	692000	626250	-65750	-10
F	3000	834000	763750	-70250	-8
G	3500	920000	901250	-18750	-2
H	4000	1150000	1038750	-111250	-10
I	4500	1060000	1176250	116250	11
K	5000	1330000	1313750	-16250	-1
Toplam				**0**	

Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY15-Genelleme, P:2; AY13-Çözümün yorumlanması, P:Y; AY14-Sonuçların yorumlanması, P:Y; Bkz. Tablo 4.35). Öğretmen adayları yaptıkları doğrulamalar sonucunda

$$Fiyat = yoğunluk \cdot 2,75 - 612,5$$

modelini genel model olarak geliştirdiklerinden dolayı "Genelleme (AY15)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Çözümün yorumlanması (AY13); Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

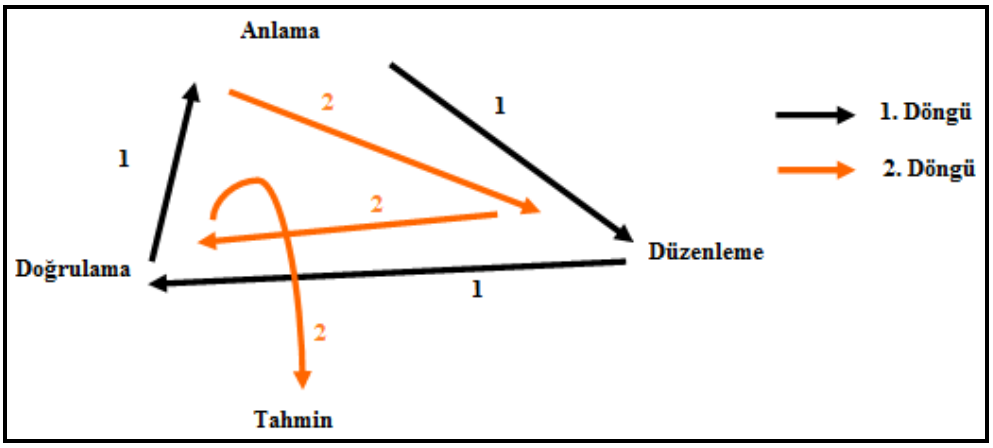
4.3.3. T3Y3 etkinliği

Bu bölümde modellemenin adımlarında T3Y3 etkinliğinin modelleme süreci değerlendirilecek ve etkinlikte gösterilen bilişsel yeterlikler modellemenin adımlarına ve döngülerine göre anlatılacaktır.

4.3.3.1. *Modelleme sürecinin genel değerlendirmesi*

Problemi okuduklarında adım uzunluğunu kullanarak boyu veren bir model geliştirmeleri gerektiğini ifade eden öğretmen adayları değişkenler arasındaki ilişkiyi hesaplayabilmek için aynı kişilere ait adım uzunluğu ve boy uzunluğu veri tablosunu oluşturmuşlardır. Öğretmen adayları adım uzunluğu olarak her bir kişinin 5'er adımının

ortalamasını almışlardır. Oluşturdukları verileri daha sonra cinsiyete göre sınıflandıran öğretmen adayları değişkenleri oranlayıp bu oranların ortalamasını eğim kabul ederek değişkenler arasında doğrusal bir ilişki oluşturmaya çalışmışlardır. Aşağıda modellemenin her adımında öğretmen adaylarının yaptığı işlemler anlatılmıştır.



Şekil 4.121. *T3Y3 Etkinliği için Adımlar Arası Döngü*

4.3.3.1.1. *Anlama adımı*

Öğretmen adayları problemi okuduklarında aralarında tartışmışlar ve problemde neyi bulmaları gerektiğini anladıklarını ifade ederek bunu "bizim yapmamız gereken buradaki 70 cm'lik adımdan bu adamın boyunu bulmak" cümlesi ile belirtmişlerdir.

Öğretmen adayları daha sonra problemin çözümü için kendilerine gerekli olan verilerin ne olduğunu belirlemeye çalışmışlardır. Bu kapsamda çevrelerindeki arkadaşlarının boylarını ve adım uzunluklarını ölçüp bu verileri kullanarak bir model oluşturabileceklerini ve problem durumundaki 70 cm'lik adıma sahip insanın boyunu bu modeli kullanarak bulabileceklerini ifade etmişlerdir.

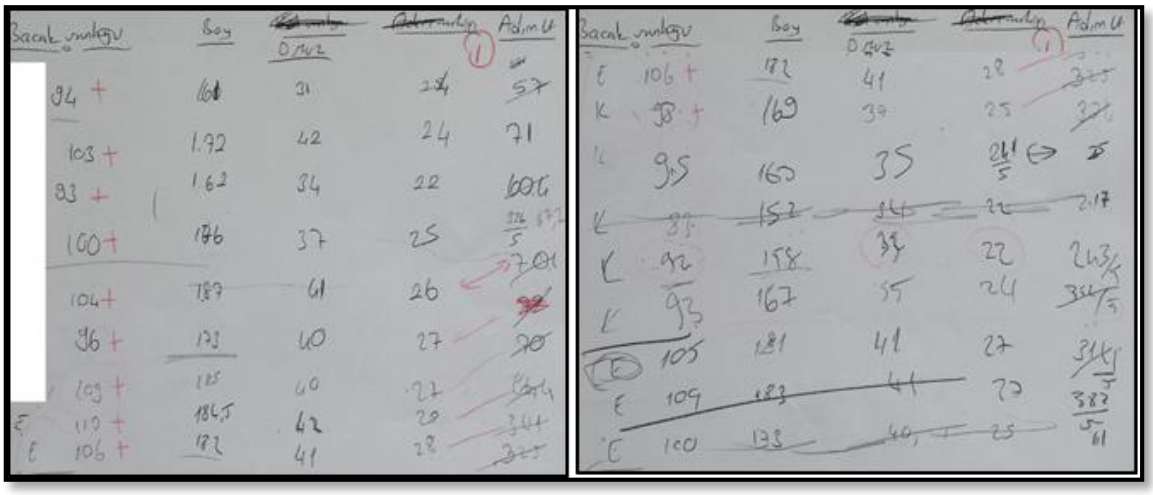
Öğretmen adayları öncelikle adım uzunluğu tanımını tekrar okuyarak anlamaya çalışmışlar ve bu tanıma uygun olarak kendi adım uzunluklarını ölçmeye çalışmışlardır. Bu denemeler sonucunda her adımda farklı ölçülerin çıkması onları ölçümün nasıl yapılması gerektiği hususunu tartışmaya sevk etmiştir. Aşağıda bu tartışmadan bir kesit verilmiştir:

ÖA1 : Adımı uzun atıyorsun, kısa atıyorsun bunu nasıl ayarlamalıyız?

ÖA2 : Bence 5-6 adım atmalıyız adım atarken normal adım attığı aradaki herhangi bir adımı almalıyız, yani ilk ve son adımların dışındaki bir adımın ölçüsünü almalıyız.

Öğretmen adayları yukarıda kararlaştırdıkları gibi ölçümler yapmalarına rağmen aynı kişi için farklı adım ölçüleri bulmalarından dolayı farklı bir ölçüm çeşidi geliştirmeleri gerektiğini düşünerek ölçümü nasıl yapmaları gerektiğini aralarında tekrar tartışmaya başlamışlardır. Öğretmen adaylarının "5 adım attıralım sonra ortalamasını alalım bence" fikri kabul görmüş ve bu şekilde ölçüm yaparak veri tablosunu oluşturmuşlardır.

Öğretmen adayları kendilerinin ve sınıf arkadaşlarının adım ve boy uzunluklarının yanında bacak uzunluğu, omuz genişliği, kol uzunluğu gibi verileri cinsiyet ayrımına da dikkat ederek ölçmüşlerdir. Öğretmen adaylarına "Niçin bu verileri ölçme ihtiyacı duydunuz" diye sorulduğunda "belki gerekli olabilir diye düşündük" şeklinde yanıt vermişlerdir (Bkz. Şekil 4.122).



Şekil 4.122. *Oluşturulan Bacak, Boy, Omuz, Adım Ham Verileri*

4.3.3.1.2. *Düzenleme adımı*

10 erkek ve 7 kız ile veri tablosu oluşturan öğretmen adayları eşit sayıda kız ve erkeğin verilerini kullanarak model oluşturmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları bu şekilde oluşturacakları karma modelde cinsiyetin etkisini eşitlemek istemişlerdir ("Eşit sayıda erkek ve kız alalım bence, şu aşağıdaki üç erkeğin ölçülerini almayalım").

ÖA oluşturdukları tablodaki (Bkz. Şekil 4.122) bazı verilerin uygun ölçülmediğini düşünüp bu verileri atarak (Bkz. Tablo 4.41) yeni bir veri tablosu oluşturmuşlardır (Bkz. Tablo 4.42).

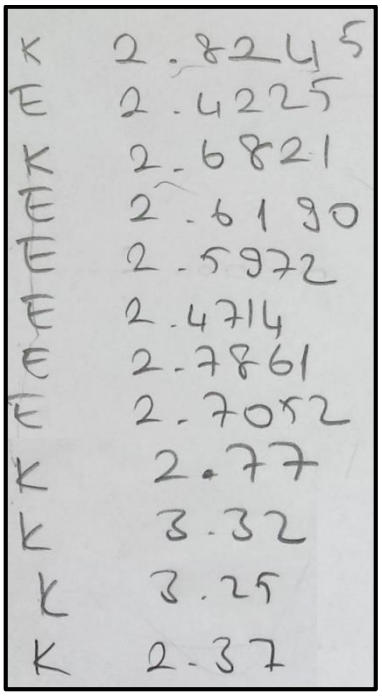
Tablo 4.41. *Kullanılmayan (Atılan) Veriler*

Cinsiyet	Boy	Adım	Boy/Adım
K	152	43,4	3,5023
E	181	62,8	2,8822
E	173	61	2,8361
E	182	64,6	2,8173
E	183	76,4	2,3953

Tablo 4.42. *Düzenlenen Yeni Veri Tablosu*

Cinsiyet	Boy	Adım	Boy/Adım
K	160	48,2	3,3195
K	158	48,6	3,251
K	161	57	2,8246
K	169	60,8	2,7796
K	162	60,4	2,6821
K	167	70,4	2,3722
E	185	66,4	2,7861
E	184,5	68,2	2,7053
E	176	67,2	2,619
E	187	72	2,5972
E	173	70	2,4714
E	172	71	2,4225

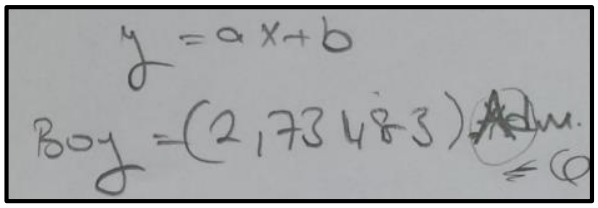
Öğretmen adayları düzenledikleri yeni tablodaki verileri kullanarak 6 kız ve 6 erkek için Boy ve Adım Uzunluğu oranlarını hesaplamışlardır (Bkz. Şekil 4.123).



Şekil 4.123. *Düzenlenen Yeni Veri Tablosu için Boy ve Adım Uzunluğu Oranı*

Öğretmen adayları hangi verilerin atılması gerektiğine karar verirken ölçümden kaynaklanan hataların yanında "Boy Uzunluğu/Adım Uzunluğu" oran değerlerini de dikkate alarak "kızlar için bu oran değerinin erkeklerinkinden büyük çıkamayacağını" ifade etmişlerdir ("O kız çok küçük adımlarla yürümüştü ondan kaynaklanıyor, onun ölçülerini almayalım, boy/adım oranı erkeklerin bile 2 küsur çıkarken bu kızın 3,50 çıkmış.").

Öğretmen adayları verileri düzenledikten sonra adım uzunluğu ile boy uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren modeli nasıl oluşturacaklarına karar vermeye çalışmışlardır. Öğretmen adayları "Boy Uzunluğu/Adım Uzunluğu" oran değerlerinin (Bkz. Şekil 4.123) aritmetik ortalamasını hesaplayarak doğrusal bir denklem oluşturabileceklerini düşünmüşlerdir. Öğretmen adayları aritmetik ortalamayı 2,73483 olarak hesaplayıp doğrusal formda bir model geliştirmişlerdir (Bkz. Şekil 4.124).



Şekil 4.124. *"Boy Uzunluğu/Adım Uzunluğu" Oran Değerlerinin Aritmetik Ortalamasına göre Oluşturulan Model*

Öğretmen adayları daha sonra oluşturdukları modelin doğruluğunu test etmek istemişlerdir. Öğretmen adayları farklı iki veri için modellerinin işlerliğini kontrol ettiklerinde gerçek boy uzunluğu ile modelden elde edilen boy uzunluğu arasında kabul edilemeyecek ölçüde fark olmasından dolayı yeni bir model geliştirmeye karar vermişlerdir (Bkz. Tablo 4.43).

Tablo 4.43. *Karşılaştırma Tablosu*

Adım Uzunluğu	Gerçek Boy Uzunluğu	Modelden Elde Edilen Boy Uzunluğu	Fark
67,2	176	183,78	7,78
70	173	191,4	18,4

Burada ilk matematiksel modellerini oluşturduktan sonra bu modelin doğruluğunu kontrol ederek doğrulama adımına geçen öğretmen adayları daha sonra geriye dönerek ***2. döngüye*** geçmişler ve tahmin adımından modelleme sürecine devam etmişlerdir.

4.3.3.1.3. *Tahmin adımı*

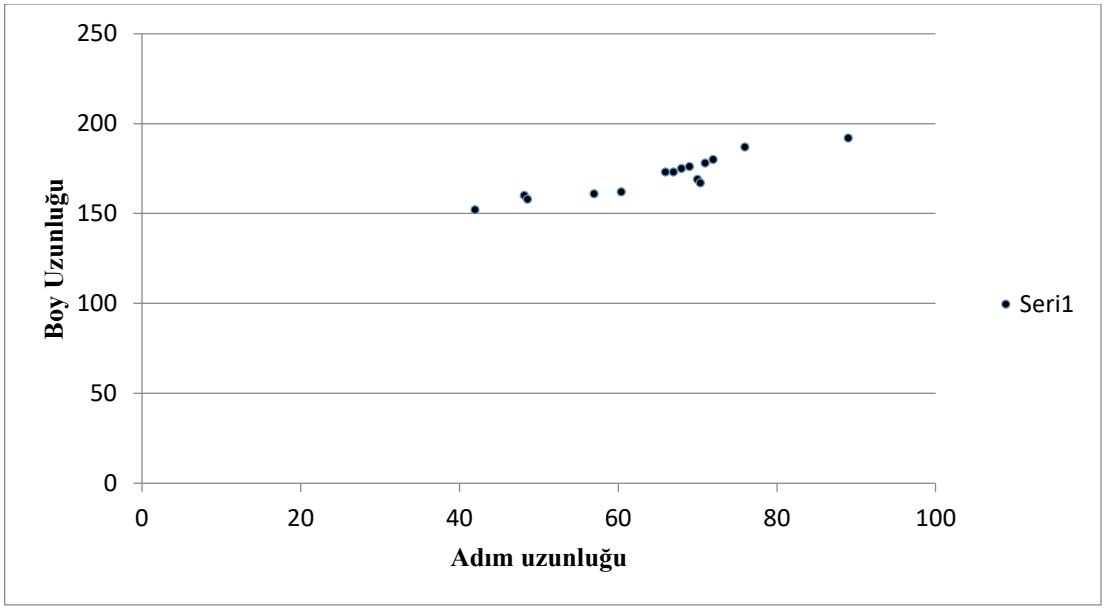
Öğretmen adayları verileri koordinat düzleminde gösterip oluşan noktalardan doğrusal bir grafik çizerek yeni bir model geliştirebileceklerini düşünmüşlerdir. Öğretmen adayları verileri koordinat düzlemine yerleştirirken kızlara ait veriler ile erkeklere ait verileri farklı değerlendirmeleri ve ayrı iki grafik çizmeleri gerektiğini düşünmüşlerdir. Öğretmen adayları bu fikirlerini şu şekilde ifade etmişlerdir.

ÖA: "Kızlar daha küçük adım atarlar, erkekler daha büyük adım atarlar genelde, onun için bunları ayırıp çözelim."
ÖA: "Önce beraber olsun sonra ayıralım kızlarla erkekleri."

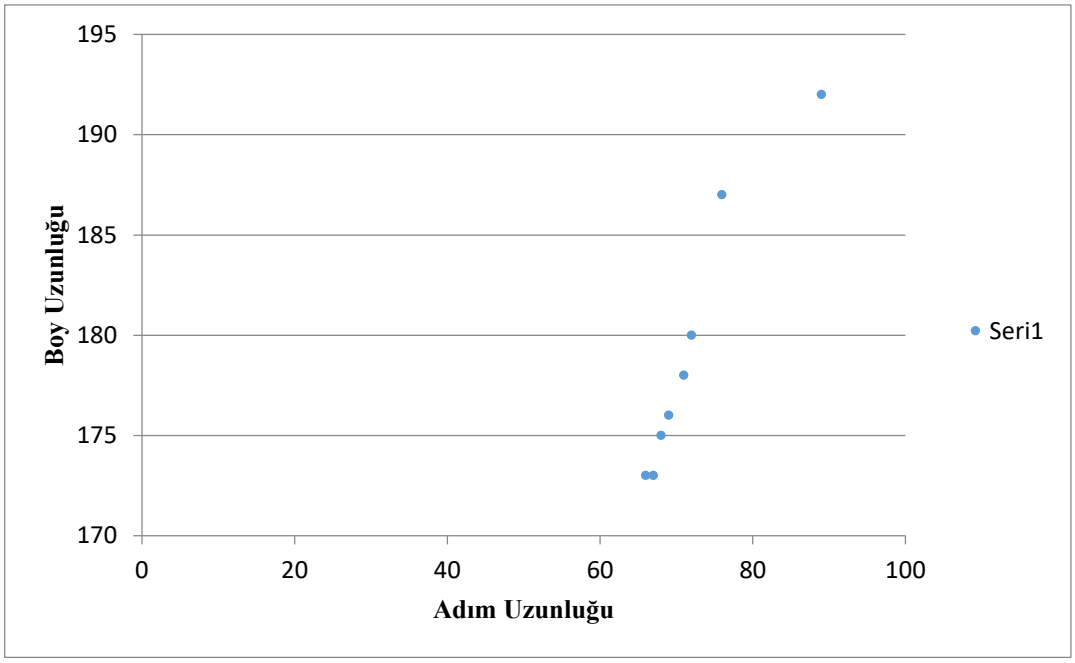
Öğretmen adayları Tablo 4.44'deki erkek ve kızlara ait verileri önce beraber sonra da ayrı olarak koordinat sistemine yerleştirmişlerdir.

Tablo 4.44. *Kullanılan Tüm Veriler*

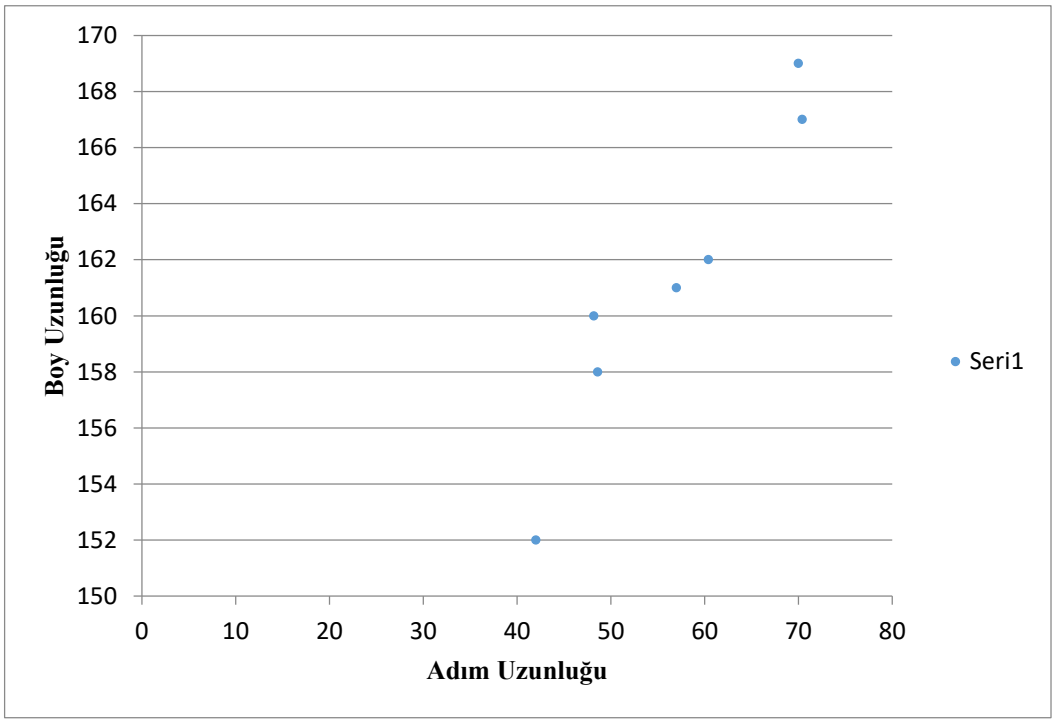
Cinsiyet	Boy Uzunluğu	Adım Uzunluğu
K	169	70
K	167	70,4
K	162	60,4
K	161	57
K	160	48,2
K	158	48,6
K	152	42
E	192	89
E	187	76
E	180	72
E	178	71
E	176	69
E	175	68
E	173	67
E	173	66



Grafik 4.32. *Erkek ve Kız "Karma Boy Uzunluğu-Adım Uzunluğu" Verilerine Ait Serpme Grafiği*



Grafik 4.33. *Erkekler Boy Uzunluğu-Adım Uzunluğu Verilerine Ait Serpme Grafiği*



Grafik 4.34. *Kızların Boy Uzunluğu-Adım Uzunluğu Verilerine Ait Serpme Grafiği*

Bu aşamadan sonra öğretmen adayları koordinat sistemindeki noktaların tam doğrusal olmadığını ifade ederek doğruyu nasıl çizeceklerini kararlaştırmaya çalışmışlardır (ÖA: "Modeli oluşturacağımız doğru hangi noktalardan geçecek acaba?").

Doğrunun çizilebilmesi için eğimi hesaplamaları gerektiğini ifade eden öğretmen adayları veri tablosundaki en uzun ve en kısa adımlar ile bu verilere ait boy uzunluklarını önce kız ve erkek karma grafik için sonra da ayrı ayrı hesaplamışlardır.

$$\text{Eğim} = \frac{En\ uzun\ boy - En\ kısa\ boy}{\text{En uzun boya ait adım} - \text{En kısa boya ait adım}}$$

$$\text{Eğim} = \frac{192 - 152}{76 - 42}$$

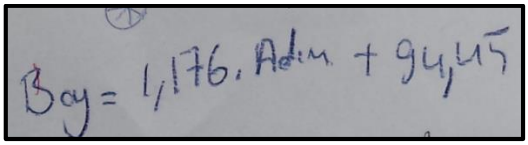
$$= 1{,}176$$

Öğretmen adayları oluşturacakları karma modelin "$Boy = 1{,}176 \cdot \text{Adım} + \text{b}$" formatında olması gerektiğini ifade ederek "b sabitinin" tüm verilerden elde edilecek sabit sayıların ortalaması olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Öğretmen adayları bu şekilde modelde kullanacakları "b" sabit sayısını 94,45 olarak hesaplamışlardır (Bkz. Tablo 4.45).

Tablo 4.45. *Adım ve Boy Uzunluğu için b Sabit Sayısı*

Adım Uzunluğu	76	67	66	69	68	72	89	71	57	60	48,2	70	48,6	70	42	**Ortalama**
Boy Uzunluğu	187	173	173	176	175	180	192	178	161	162	160	169	158	167	152	
b Sabit Sayısı	97,6	94,2	95,4	94,9	95	95,3	87,3	94,5	94	91	103,3	86,7	100,8	84,2	102,6	**94,45**

Öğretmen adayları bu şekilde hem erkeklerin hem de kızların verilerinin beraber değerlendirildiği modellerini oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.125).



Şekil 4.125. *Kız ve Erkek Verileri için Oluşturulan Model*

4.3.3.1.4. *Doğrulama adımı*

Öğretmen adayları bu aşamadan sonra modelden elde ettikleri boy uzunluğu ile gerçek boy uzunluklarını karşılaştırarak geliştirdikleri modellerinin doğruluğunu test etmişlerdir (Bkz. Tablo 4.46).

Tablo 4.46. *Kız ve Erkeklere ait Karma Doğrulama Tablosu*

Gerçek Boy Uzunluğu	Modelden Elde Edilen Boy Uzunluğu	Boylar Farkı	%Fark
187	183,826	-3,174	-1,7
173	173,242	0,242	0,14
173	172,066	-0,934	-0,54
176	175,594	-0,406	-0,23
175	174,418	-0,582	-0,33
180	179,122	-0,878	-0,49
192	199,114	7,114	3,71
178	177,946	-0,054	-0,03
161	161,482	0,482	0,3
162	165,48	3,4804	2,15
160	151,133	-8,8668	-5,54
169	176,77	7,77	4,6
158	151,604	-6,3964	-4,05
167	177,24	10,2404	6,13
152	143,842	-8,158	-5,37
Toplam		**-0,1204**	

Öğretmen adayları modelden elde edilen boy uzunluğu ile gerçek boy uzunluğu değerlerinin yakın olmasından dolayı istedikleri modeli oluşturduklarını ifade etmişlerdir.

Öğretmen adayları daha sonra karma modelin oluşturulmasındakine benzer işlemler ile kız ve erkekler için ayrı model oluşturmaya çalışmışlardır. Öğretmen adayları kızlar için "$Boy = 0{,}59 \cdot \text{Adım} + 127{,}85$" modelini geliştirmişler ve modellerinin işlerliğini tüm kız verileri için kontrol ederek doğrulamalarda bulunmuşlardır (Bkz. Tablo 4.47).

Tablo 4.47. *Kızlara ait Veriler için Doğrulama Tablosu*

Gerçek Boy	Modelden Elde Edilen Boy Uzunluğu	Boylar Farkı	%Fark
161	161,48	0,48	0,298
162	163,486	1,486	0,917
160	156,288	-3,712	-2,32
169	169,15	0,15	0,089
158	156,524	-1,476	-0,934
167	169,386	2,386	1,429
152	152,63	0,63	0,414
Toplam		**-0,056**	

Modelden elde edilen boy uzunluğu ile gerçek boy uzunluğu arasındaki farkların toplamının sıfıra yakın bir değer olması ve modelden elde edilen boy uzunluğu değerlerinin gerçek boy uzunluğu değerlerine yakın olmasından dolayı öğretmen adayları kızlar için geliştirilen bu modelin iyi bir model olduğunu ifade etmişlerdir.

Bu aşamadan sonra öğretmen adayları benzer işlemler yaparak erkekler için model geliştirmişlerdir. Öğretmen adayları burada en uzun adımın (89 cm) diğer erkeklerden çok büyük olmasından dolayı bu veriyi almadan modellerini oluşturmuşlardır.

ÖA: "Erkeklerdeki adım uzunluğu 89 cm olan uymadı, hiç içime sinmedi, bu diğerlerinden çok çok büyük, bunda bir sıkıntı var bunu atalım almayalım bence."

Öğretmen adayları Tablo 4.48'deki verileri kullanarak erkekler için model oluşturmaya karar vermişlerdir.

Tablo 4.48. *Erkeklere ait Veriler*

Adım Uzunluğu	76	67	66	69	68	72	71
Boy Uzunluğu	187	173	173	176	175	180	178

Öğretmen adayları erkekler için $Boy = 1{,}4 \cdot \text{Adım} + 79{,}628$ modelini geliştirmişler ve bu modeli erkek verileri için test ederek elde ettikleri sonuçları tablo halinde göstermişlerdir (Bkz. Tablo 4.49).

Tablo 4.49. *Erkeklere ait Veriler için Doğrulama Tablosu*

Boy Uzunluğu	**Modelden Elde Edilen Boy Uzunluğu**	**Boylar Farkı**	**%Fark**
187	186,03	-0,97	-0,52
173	173,43	0,43	0,25
173	172,03	-0,97	-0,56
176	176,23	0,23	0,13
175	174,83	-0,17	-0,1
180	180,43	0,43	0,24
178	179,03	1,03	0,58
Toplam		**0,01**	

Öğretmen adayları elde ettikleri boy uzunluklarının gerçek değerler ile yakın sonuçlar vermesinden dolayı oluşturdukları modelin doğru olduğunu ifade ederek çalışmalarını bitirmişlerdir.

Öğretmen adayları bu etkinlikte 9 farklı yeterlik kullanmışlardır. Bu yeterliklerden 4'ünden en çok 1 puan alarak kısmen doğru kullanabilirken 5 yeterlikten de en çok 2 puan

alarak yeterli ve doğru kullanmışlardır. AY6 (Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme), AY7 (Tahminler ve stratejiler üretme) ve AY12 (Matematiksel bilgiyi kullanma) her iki döngüde de kullanılan ortak yeterliklerdir.

4.3.3.2. *T3Y3 etkinliğinde gösterilen bilişsel yeterlikler*

Bu kısımda etkinlikte gösterilen ve gösterilemeyen bilişsel yeterlikler ve bu yeterliklerin puanları modellemenin döngülerine göre anlatılacaktır.

Tablo 4.50. *T3Y3 Etkinliğine Ait Yeterliklerin Puanları (0, 1, 2)*

ADIMLAR	ÜST YETERLİK	ALT YETERLİKLER	ALT YETERLİK	YETERLİK PUANI	
				1. DÖNGÜ	2. DÖNGÜ
ANLAMA	ANLAMA	Görevin hedef veya amaçlarını belirtme	AY1	2	Y
		Görevi benzetim veya temsillerle açıklama	AY2	Y	Y
	BASİTLEŞTİRME	Stratejik öğeleri ayırt etme	AY3	Y	Y
		Problemin karmaşık yapısını basitleştirme	AY4	2	Y
	DEĞİŞKENLERİ BELİRLEME	Değişkenleri belirleme	AY5	2	Y
	ÖRÜNTÜLERİ FARKETME	Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme	AY6	Y	2
DÜZENLEME	MATEMATİKLEŞTİRME	Tahminler ve stratejiler üretme	AY7	1	2
		Matematiksel bir ilk model ortaya koyma	AY8	1	2
	BULUŞSAL STRATEJİLER KULLANMA	Matematiksel ifadeleri düzenleme	AY9	2	Y
		Problemi parçalara bölme	AY10	2	2
		Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme	AY11	2	Y
	MATEMATİĞİ KULLANMA	Matematiksel bilgiyi kullanma	AY12	1	2
TAHMİN	YORUMLAMA	Çözümün yorumlanması	AY13	Y	Y
		Sonuçların yorumlanması	AY14	Y	Y
	GENELLEME	Genelleme	AY15	Y	2
DOĞRULAMA	DOĞRULAMA	Doğrulamalar yapma	AY16	2	2
	MODELİ REVİZE ETME	Modeli revize etme	AY17	Y	Y
TOPLAM				**17**	**14**

0: Yeterliği hiç gösterememiştir.

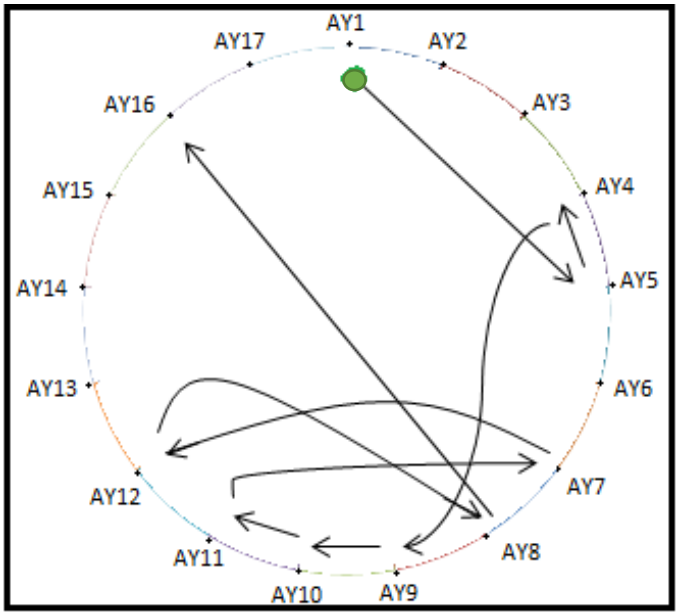
1: Yeterliği kısmen gösterebilmiştir.

2: Yeterliği tamamen gösterebilmiştir.

Y: Yeterliği kullanmamıştır.

4.3.3.2.1. *Birinci döngü*

Öğretmen adaylarının birinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.126'da verilip Tablo 4.51'de hangi adımda gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.126. *T3Y3 Etkinliği Birinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

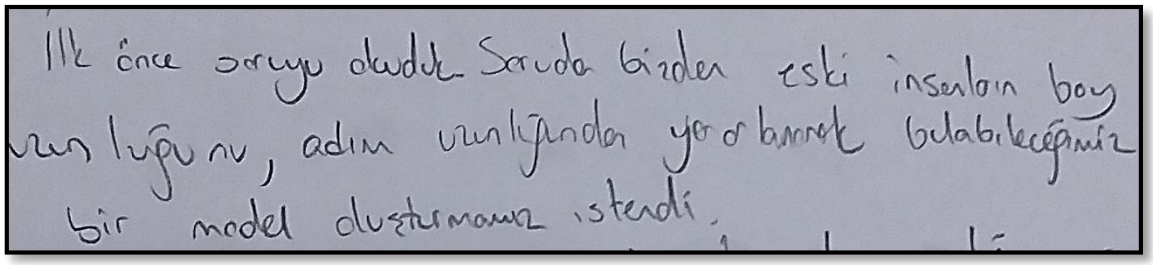
Şekil 4.126'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.51).

Tablo 4.51. *Birinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY1-AY5-AY4
Düzenleme	AY9-AY10-AY11-AY7-AY12-AY8
Tahmin	
Doğrulama	AY16

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:2; AY5-Değişkenleri belirleme, P:2; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:2; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:Y; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:Y; AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.50). Problemi okuduklarında adım uzunluğundan insanın boyunu

veren bir model geliştirmeleri gerektiğini ifade ettiklerinden (Bkz. Şekil 4.127) "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

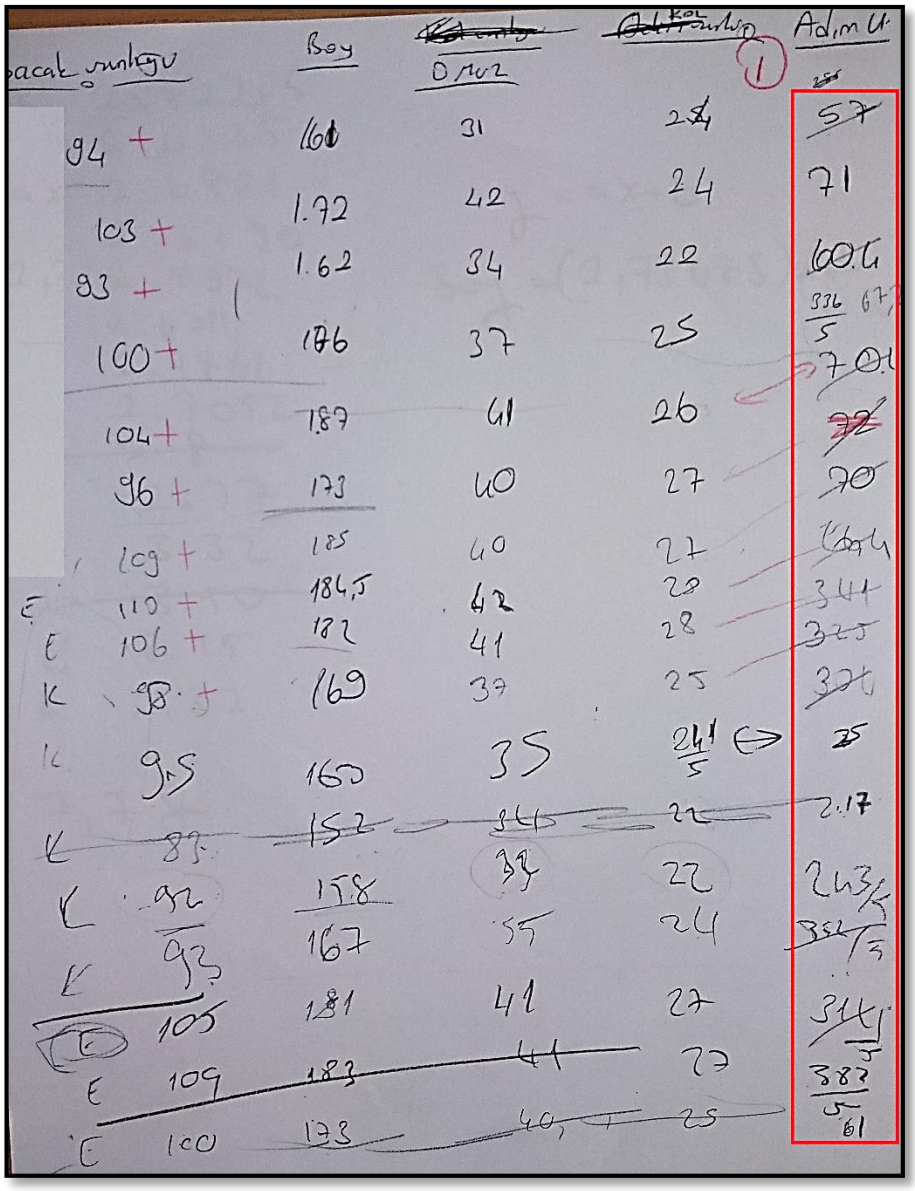


Şekil 4.127. *Problemde Yapılması Gereken Görevin İfade Edilmesi*

Öğretmen adayları adım uzunluğu ile boy arasında bir ilişki kurulması gerektiğini ifade ettiklerinden ve bu yönde veriler toplamaya başladığından "Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Problemin yapısı gereği veriler problem metninde hazır olarak verilmemiştir. Öğretmen adaylarından problemde kullanacakları verileri doğru olarak bulmaları beklenmektedir. Kendi adım uzunluklarını ölçen öğretmen adayları her defasında farklı sonuçlar elde etmeleri neticesinde ölçümün nasıl yapılması gerektiğini tartışarak belirlemeye çalışmışlardır. Sonuçta ölçümü yapılacak kişiye 5'er adım attırılıp ortalamasının alınması fikri kabul görmüştür. Öğretmen adayları daha sonra bu düşüncelerini prova etmişler ve adım uzunluğu verilerini bu ölçüm tekniği ile oluşturmaya karar vermişlerdir. Problemin karmaşık ve belirsiz olan veri oluşturma düşüncesi doğru bir şekilde belirlendiğinden "Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4)" yeterliği 2 puan olarak belirlenmiştir. "Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3); Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:2; AY10-Problemi parçalara bölme, P:2 AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:2; AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:1; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:1; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:1; Bkz. Tablo 4.50). Veri tablosunu doğru bir şekilde oluşturmaya çalışan öğretmen adayları adım uzunluğunun ölçümünde ortalama adım uzunluğunun hesaplanarak veri tablosuna dâhil edilmesi stratejisi ile ölçümlerini gerçekleştirmişlerdir

(Bkz. Şekil 4.128). Bu şekilde bir ölçüm ile veri tablosunu oluşturduklarından dolayı "Matematiksel ifadeleri düzenleme (AY9)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.128. *Düzenlenmemiş Veri Tablosu*

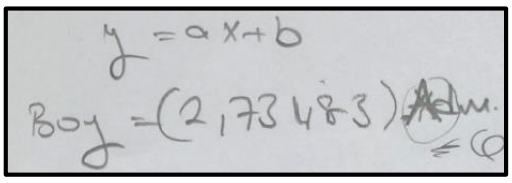
Adım uzunluğu ölçümlerinde uyarılara rağmen diğer öğrencilere göre daha uzun veya kısa adım atan verileri veri tablosuna almamaları gerektiği ifade edilmiştir. Bu tartışma sonucunda bayanların erkeklere göre daha kısa adımlar attığı ifade dilerek kız ve erkek verilerinin ayrı değerlendirilmesi düşüncesi kabul görmüştür. Bu sebeple "Problemi parçalara bölme (AY10)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Bu aşamadan sonra ölçüm esnasında adım atan kişilerden kaynaklanan sebeplerden dolayı bazı veriler

atılarak kız ve erkeklerin ayrıştırıldığı yeni bir veri tablosu oluşturulmuştur (Bkz. Tablo 4.52). Bu sebeple "Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme (AY11)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.52. *Kız ve Erkeklere ait Yeni Veriler*

Cinsiyet	K	K	K	K	K	K	E	E	E	E	E	E
Boy	160	158	161	169	162	167	185	185	176	187	173	172
Adım	48,2	48,6	57	60,8	60,4	70,4	66,4	68,2	67,2	72	70	71
Boy/Adım	3,32	3,25	2,82	2,78	2,68	2,37	2,79	2,71	2,62	2,6	2,47	2,42

Sonrasında adım uzunluğu ile boy arasındaki ilişkiyi nasıl matematikleştirebileceklerini belirlemeye çalışan öğretmen adayları $y = mx$ tipinde bir doğrusal model oluşturmaya çalışmışlardır. Buradaki düşünce "Boy Uzunluğu/Adım Uzunluğu" oran değerlerinin aritmetik ortalamasını eğim olarak kabul edebilecekleri şeklinde olmuştur. Oluşturmayı düşündükleri modeli $y = mx + n$ formunda değil de $y = mx$ formunda oluşturma stratejisi ile süreci devam ettirdiklerinden dolayı kısmen gösterilen "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir. İlk matematiksel modellerini oluşturan öğretmen adaylarının bu modelleri (Bkz. Şekil 4.129), sonradan yapılan doğrulamalar ile hassas sonuçlar üretemediği belli olduğundan dolayı "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.129. *Kısmen Doğru Oluşturulan İlk Matematiksel Model*

Öğretmen adayları buraya kadar matematiksel bilgilerini yeterli seviyede kullanmadıklarından dolayı "Matematiksel bilgiyi kullanma (AY12)" yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; AY17-Modeli revize etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.50). İlk matematiksel modellerinin doğruluğunu test eden öğretmen adayları modelin verilere yakın sonuçlar üretmediğini hesaplamışlardır (Bkz.

Tablo 4.53). Bu sebeple "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

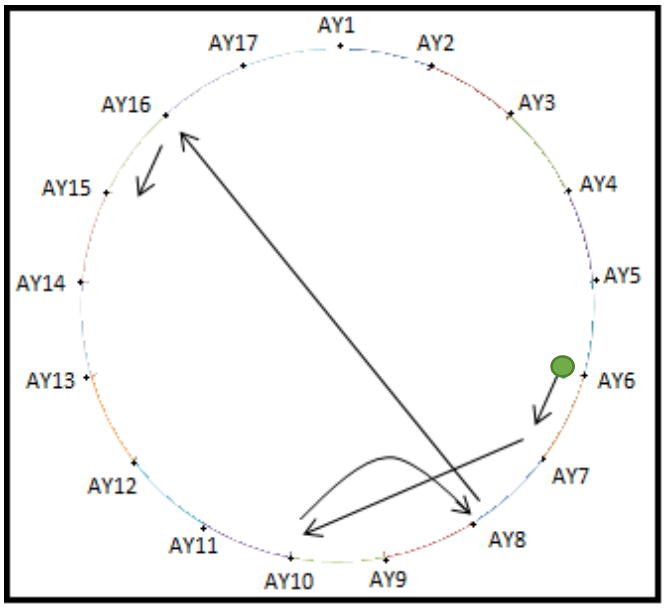
Tablo 4.53. *Veri Doğrulama Tablosu*

Adım Uzunluğu	Gerçek Boy Uzunluğu	Modelden Elde Edilen Boy Uzunluğu	Fark
67,2	176	183,78	7,78
70	173	191,4	18,4

Bu döngüde "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği kullanılmamıştır. Bu aşamadan sonra yeniden model geliştirme sürecine başlayan öğretmen adayları 2. döngüye başlamışlardır.

4.3.3.2.2. *İkinci döngü*

Öğretmen adaylarının ikinci döngü esnasında gösterdikleri yeterlikler Şekil 4.130'da verilip Tablo 4.54'de hangi adımda gösterildikleri özetlenmiştir.



Şekil 4.130. *T3Y3 Etkinliği İkinci Döngü Yeterlik Önceliği Sıralaması Okları*

Şekil 4.130'deki alt yeterlikler, gösterilme önceliğine dikkat edilerek modellemenin adımlarında şöyle ortaya çıkmaktadır (Bkz. Tablo 4.54).

Tablo 4.54. *İkinci Döngüde Gösterilen Yeterliklerin Modellemenin Adımlarına Göre Durumu*

Modellemenin adımları	Gerçekleşen yeterlikler
Anlama	AY6
Düzenleme	AY7-AY10-AY8
Doğrulama	AY16
Tahmin	AY15

Anlama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme, P:2; AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, P:Y; AY2-Görevi benzetim veya temsillerle açıklama, P:Y; AY3-Stratejik öğeleri ayırt etme, P:Y; AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, P:Y; AY5-Değişkenleri belirleme, P:Y; Bkz. Tablo 4.50). Model oluşturmak için nasıl bir strateji izleyeceklerini belirlemeye çalışan öğretmen adayları boy uzunluğu ve adım uzunluğu verilerini koordinat sisteminde göstermişlerdir. Bilgisayar kullanarak oluşturdukları serpme grafiğinden değişkenler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu anlayan öğretmen adaylarının "Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme (AY6)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1); Görevi benzetim veya temsillerle açıklama (AY2); Stratejik öğeleri ayırt etme (AY3); Problemin karmaşık yapısını basitleştirme (AY4); Değişkenleri belirleme (AY5)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Düzenleme adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları yeterliklerin ortaya çıkma sırasına göre şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, P:2; AY10-Problemi parçalara bölme, P:2; AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma, P:2; AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma, P:2; AY9-Matematiksel ifadeleri düzenleme, P:Y; AY11-Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme, P:Y Bkz. Tablo 4.50). Öğretmen adayları çizdikleri serpme grafiğine ait bir doğru oluşturabilirlerse bu grafiğin eğimini kullanarak bir model oluşturabilecekleri öngörüsünde bulunmuşlardır. Bu model oluşturmak için yeterli bir strateji olduğundan "Tahminler ve stratejiler üretme (AY7)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Kız-erkek karma, kızlar ayrı ve erkekler ayrı olmak üzere veriler kullanılarak üç farklı serpme grafiği oluşturan öğretmen adaylarının "Problemi parçalara bölme (AY10)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Bu aşamadan sonra eğimi hesaplamaya çalışan öğretmen adayları veri tablosundaki en uzun ve en kısa adım uzunlukları ile bu verilere ait boy

uzunluklarını önce kız ve erkek beraber dikkate alarak sonra da ayrı ayrı eğimi hesaplamışlardır.

$$\text{Eğim} = \frac{En\ uzun\ boy - En\ kısa\ boy}{\text{En uzun boya ait adım} - \text{En kısa boya ait adım}}$$

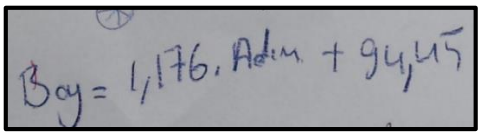
$$\text{Eğim} = \frac{192 - 152}{76 - 42}$$

$$= 1{,}176$$

Öğretmen adayları kız ve erkekler için oluşturacakları ortak modelin

$$Boy = 1{,}176 \cdot \text{Adım} + \text{b}$$

formatında olması gerektiğini ifade ederek "b sabitinin" tüm verilerden elde edilecek sabit sayıların ortalaması olması gerektiğini ifade ederek 94,45 olarak hesaplamışlardır. Öğretmen adayları bu erkek ve kızlar için ortak kullanılabilecek bir ilk matematiksel model oluşturmuşlardır (Bkz. Şekil 4.131).



Şekil 4.131. *Erkek ve Kızlar için Ortak Kullanılabilecek İlk Matematiksel Model*

Bu model ile verilere yakın sonuçlar elde edildiğinde "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir (Bkz. Tablo 4.55).

Tablo 4.55. *Doğrulama Tablosu*

Gerçek Boy Uzunluğu	Modelden Elde Edilen Boy Uzunluğu	Boylar Farkı	%Fark
187	183,826	-3,174	-1,7
173	173,242	0,242	0,14
173	172,066	-0,934	-0,54
176	175,594	-0,406	-0,23
175	174,418	-0,582	-0,33
180	179,122	-0,878	-0,49
192	199,114	7,114	3,71
178	177,946	-0,054	-0,03
161	161,482	0,482	0,3
162	165,48	3,4804	2,15
160	151,133	-8,8668	-5,54
169	176,77	7,77	4,6
158	151,604	-6,3964	-4,05
167	177,24	10,2404	6,13
152	143,842	-8,158	-5,37
Toplam		**-0,1204**	

Doğrulama adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY16-Doğrulamalar yapma, P:2; AY17-Modeli revize etme, P:Y; Bkz. Tablo 4.50). Oluşturdukları kız erkek ortak modelin doğrulamasını yaparak hassas sonuçlar ürettiğini ifade eden öğretmen adaylarının "Doğrulamalar yapma (AY16)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Modeli revize etme (AY17)" yeterliği kullanılmamıştır. Bu aşamadan sonra tahmin adımına devam etmişlerdir.

Tahmin adımında öğretmen adaylarının göstermiş olduğu alt yeterliklerin puanları şu şekilde gerçekleşmiştir: (AY15-Genelleme, P:2; AY13-Çözümün yorumlanması, P:Y; AY14-Sonuçların yorumlanması, P:Y; Bkz. Tablo 4.50). Benzer hesaplamalarla kızlar için ayrı ($Boy = 0{,}59 \cdot \text{Adım} + 127{,}85$) ve erkekler için ayrı ($Boy = 1{,}4 \cdot \text{Adım} + 79{,}628$) model geliştiren öğretmen adayları modellerinin doğrulamalarını yaptıktan sonra modellerin hassas sonuçlar üretmesi ile bu modelleri nihaî model olarak kabul edilebileceğini ifade etmişlerdir. Bu sebeple "Genelleme (AY15)" yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir. "Çözümün yorumlanması (AY13); Sonuçların yorumlanması (AY14)" yeterlikleri kullanılmamıştır.

Bu etkinlikte ilk döngüde 2. döngüye göre puanlarının daha yüksek olduğu görülmüştür. Bunda 1. döngüde öğretmen adaylarının yeterliklerini kullanarak gerekli hesaplamalarını bu döngüde yapabilmeleri ile açıklanabilir.

4.3.4. Yapılarına göre T3 etkinliklerinin puanlarının ve yeterlik sayılarının karşılaştırılması

Bu bölümde farklı yapılardaki (Y1:Verilerdeki belirsizlik seviyesi en düşük; Y2:Verilerde dönüşüm yapılmalı; Y3:Verilerin belirsizlik seviyesi yüksek) Tam Doğrusal (T1) ilişkiler içeren etkinliklerin modelleme sürecinde gösterilen bilişsel yeterliklere ait puanlar 1. ve 2. döngüler için ayrı ayrı verilmiştir (Bkz. Tablo 4.56).

Tablo 4.56. *Doğrusala Yakın Etkinliklerin Farklı Yapılarında Gösterilen Yeterlik Puanları*

TÜR	YAPI	DÖNGÜ	ANLAMA						DÜZENLEME						TAHMİN			DOĞRULAMA		TOPLAM PUAN
			ÜY1		ÜY2		ÜY3	ÜY4	ÜY1		ÜY2			ÜY3	ÜY1		ÜY2	ÜY1	ÜY2	
			AY1	AY2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY8	AY9	AY10	AY11	AY12	AY13	AY14	AY15	AY16	AY17	
D. Y (T3)	Y1	1	2	Y	Y	2	2	Y	Y	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	Y	Y	Y	8
		2	2	Y	Y	Y	2	2	2	0	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	Y	14
	Y2	1	2	Y	Y	2	2	2	2	2	2	Y	Y	2	Y	Y	Y	2	Y	18
		2	Y	Y	Y	Y	Y	Y	2	2	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	2	12
	Y3	1	2	Y	Y	2	2	Y	1	1	2	2	2	1	Y	Y	Y	2	Y	17
		2	Y	Y	Y	Y	Y	2	2	2	Y	2	Y	2	Y	Y	2	2	Y	14

0:Yeterliği hiç gösterememiştir; 1:Yeterliği kısmen gösterebilmiştir; 2:Yeterliği tamamen gösterebilmiştir; Y:Yeterliği kullanmamıştır.
ÜY1:Anlama; ÜY2:Basitleştirme; ÜY3:Değişkenleri belirleme; ÜY4:Örüntüleri fark etme; ÜY5:Matematikleştirme; ÜY6:Buluşsal stratejiler kullanma; ÜY7:Matematiği kullanma; ÜY8:Yorumlama; ÜY9:Genelleme; ÜY10:Doğrulama; ÜY11:Modeli revize etme
AY1:Görevin hedef veya amaçlarını belirtme; AY2:Görevi benzetim veya temsillerle açıklama; AY3:Stratejik öğeleri ayırt etme; AY4:Problemin karmaşık yapısını basitleştirme; AY5:Değişkenleri belirleme; AY6:Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme; AY7:Tahminler ve stratejiler üretme; AY8:Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; AY9:Matematiksel ifadeleri düzenleme; AY10:Problemi parçalara bölme; AY11:Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme; AY12:Matematiksel bilgiyi kullanma; AY13:Çözümün yorumlanması; AY14:Sonuçların yorumlanması; AY15:Genelleme; AY16:Doğrulamalar yapma; AY17:Modeli revize etme

Ardından Tablo 4.56'daki verilerin karşılaştırmalarının yapılabilmesi için bu veriler yüzdelik olarak hesaplanmış ve tablo halinde gösterilmiştir (Bkz. Tablo 4.57). Ayrıca bu tabloda kullanılan yeterlik sayılarına ait veriler ve bu verilerin yüzdelik karşılığı gösterilmiştir.

Tablo 4.57. *T3 Etkinlikleri için Yeterlik Puanlarına ait İstatistiki Veriler*

TİP	YAPI	DÖNGÜ	DÖNGÜLERDE GÖSTERİLEN YETERLİK SAYISI	ETKİNLİKTE GÖSTERİLEN YETERLİK SAYISI	DÖNGÜ PUANLAR TOPLAMI	ETKİNLİK PUANLAR TOPLAMI	AY8 VE AY15 PUANI	17 YETERLİĞE GÖRE ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	GÖSTERİLEN YETERLİĞE GÖRE ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	17 YETERLİĞE GÖRE DÖNGÜ PUAN YÜZDESİ	GÖSTERİLEN YETERLİĞE GÖRE DÖNGÜ PUAN YÜZDESİ	AY8 VE AY15 ETKİNLİK PUAN YÜZDESİ	AY8 VE AY15 DÖNGÜDEKİ TOPLAM PUAN YÜZDESİ
D.Y. (T3)	Y1	1	4	12	8	22	0	26%	46%	24%	100%	25%	0%
		2	8		14		2			41%	88%		50%
	Y2	1	9	15	18	30	2	44%	50%	53%	100%	75%	50%
		2	6		12		4			35%	100%		100%
	Y3	1	10	17	17	31	1	46%	46%	50%	85%	63%	25%
		2	7		14		4			41%	100%		100%

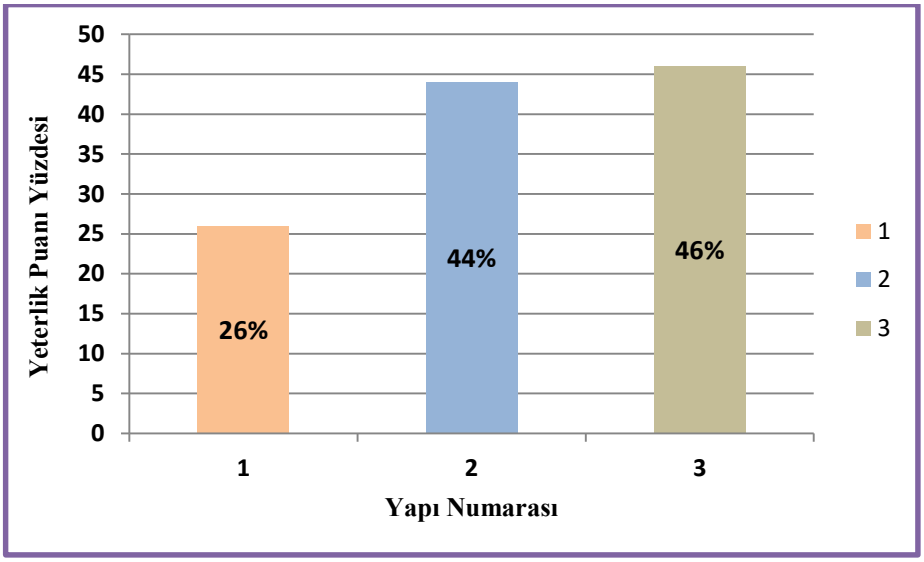
1. ***17 yeterliğe göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterlikler (17 alt yeterlik) baz alınarak farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen puanlar toplamının karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.35). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinlikte gösterilen toplam puanın, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak tüm yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada kullanılan yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$17\ yeterliğe\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi = \left(\frac{Etkinlik\ Puanı}{17 \cdot Döngü\ sayısı \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{22}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 26$$

$$= \left(\frac{30}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 44$$

$$= \left(\frac{31}{17 \cdot 2 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 46$$



Grafik 4.35. *17 Yeterliğe Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri*

Doğrusala Yakın (T3) ilişkiler içeren ve yapısal olarak Yapı1, Yapı2 ve Yapı3 etkinliklerinden oluşan bu üç etkinlik ikişer döngü ile tamamlanabilmiştir. Her döngüde 17 yeterlik incelenmiş olup 2 döngüde alabilecekleri en yüksek toplam yeterlik puanı 68 olmaktadır. Y1 etkinliğinde 22 puan, Y2 de 30 puan ve Y3'te 31 puan almışlardır. Etkinliklerin belirsizliği artmasına rağmen puanlarının artmasını problem yürüne (T3) aşina olunması ve yeterliklerin daha verimli kullanılabilmesi ile açıklanabilir.

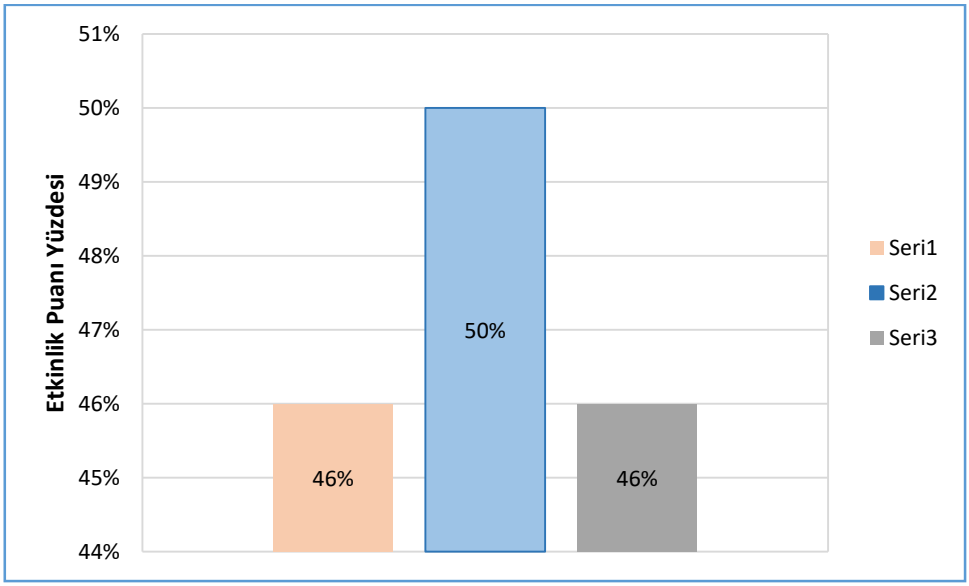
2. *Gösterilen yeterliklere göre etkinliklerin puanlarının karşılaştırılması:* Bu kısımda öğretmen adaylarının etkinliklerde gösterdikleri yeterlikler baz alınarak toplam etkinlik puanlarının farklı yapılara göre karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. 4.36). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılarda gösterilen toplam yeterlik puanı ile ilgili gösterilen yeterlik başına düşen ortalama puana göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada kullanılan yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ etkinlik\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$
$$= \left(\frac{Etkinlik\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot (Döngü\ sayısı \cdot 2)}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{22}{12 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 46$$

$$= \left(\frac{30}{15 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 50$$

$$= \left(\frac{31}{17 \cdot (2 \cdot 2)}\right) \cdot 100 = 46$$



Grafik 4.36. *Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinliklerin Puanlarının Yüzdeleri*

İlk defa bu türde (T3) bir problem ile karşılaşan öğretmen adaylarının puan yüzdeleri düşmüştür. Yapısal olarak (Y1) problemin belirsizliği en düşük seviyede olmasına rağmen %46 ile yüzdenin en düşük seviyede gerçekleşmiş olmasını bu türde bir problem ile ilk defa karşılaşılması ile açıklanabilir. T3Y2 etkinliğindeki yüzdenin %4'lük artış göstermesi problem türüne (T2) aşina olunması ile açıklanabilir. Y3 etkinliğinde yüzdenin Y2'ye göre düşmesi ise problemin yapısındaki belirsizliğin en üst seviyede olması ile açıklanabilir. Bu durumda yeterliklerin istenen verimde kullanılamadığı söylenebilir.

3. ***Tüm alt yeterliklere göre 1. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) baz alınarak karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.4). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek en yüksek

puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada kullanılan yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

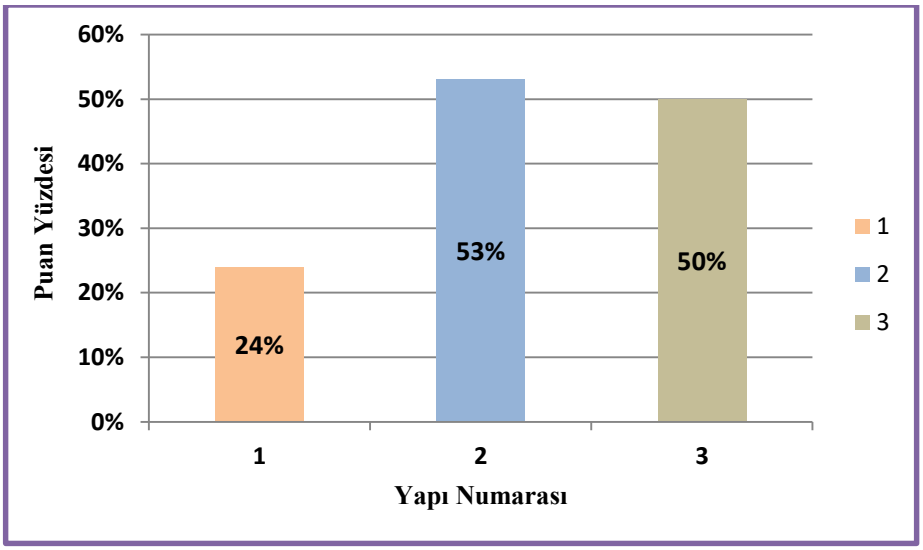
$$17\ yeterliğe\ göre\ 1.döngüdeki\ toplam\ puanların\ yüzdesi$$

$$= \left(\frac{1.Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{8}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 24$$

$$= \left(\frac{18}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 53$$

$$= \left(\frac{17}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 50$$



Grafik 4.37. *17 Yeterliğe Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Burada 17 yeterliğe göre değerlendirme yapılmış olup alabilecekleri en yüksek toplam yeterlik puanı 34 olmaktadır. Öğretmen adaylarının Y1 etkinliğindeki yüzdenin düşük olmasını ilk defa T3 etkinliği ile karşılaşmalarına, Y2 etkinliğindeki artış problem türüne aşina olunması ile Y3 etkinliğindeki düşüş ise problemin yapısından kaynaklanan belirsizliğin en üst seviyede olması ile açıklanabilir. Y3'teki puanın Y1'e göre yüksek

olması problem türüne aşina olunması ile açıklanabilir. Y3'te yeterliklerin Y2'ye göre verimsiz kullanıldığı söylenebilir.

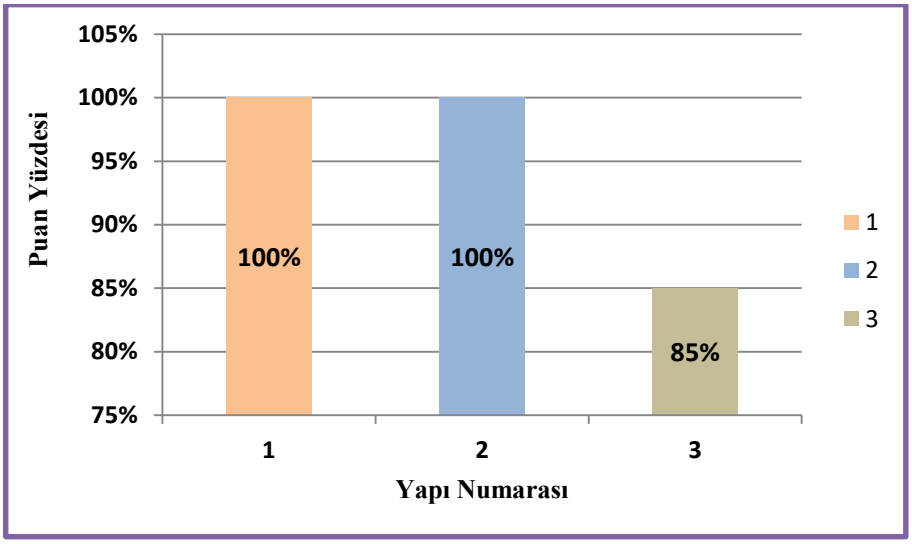
4. *Gösterilen yeterliklere göre 1. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki puanlar toplamı, gösterilen yeterlikler baz alınarak karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.38). Bu karşılaştırmada amaç gösterilen alt yeterlikler baz alındığında, etkinliğin 1. döngüsünde gösterilen puan ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada kullanılan yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 1.döngüdeki\ toplam\ puanların\ yüzdesi$$
$$= \left(\frac{1.Döngü\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{8}{4 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 100$$

$$= \left(\frac{18}{9 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 100$$

$$= \left(\frac{17}{10 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 85$$



Grafik 4.38. *Gösterilen Yeterliklere Göre 1. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

İlk defa T3 türünde bir problem ile karşılaşmalarına rağmen 1. döngüde öğretmen adaylarının yeterlik puanlarının Y1'de %100 çıkması yeterliklerin verimli kullanılabilmesi ile açıklanabilir. Y2 etkinliğinde puanın %100 olması problem türüne aşina olunması ve yeterliklerin verimli kullanılabilmesi ile açıklanabilir. Y3 etkinliğinin puandaki %15'lik düşüş problemin yapısındaki belirsizliğin en üst seviyede olması ve ilk matematiksel modelin oluşturulması sürecinde doğru bir strateji ile hareket edilememesi, matematiksel bilgilerin yeterli kullanılamaması ve sonuçta ilk matematiksel modelin tam gösterilememesi ile açıklanabilir.

5. ***Tüm alt yeterliklere göre 2. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen alt yeterliklere ait puanlar toplamının araştırma kapsamında incelenen tüm yeterlikler (17 yeterlik) baz alınarak karşılaştırılması yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.39). Bu karşılaştırmada amaç farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerinde gösterilen puanlar toplamının, gösterilebilecek en yüksek puan ile karşılaştırması yapılarak araştırma kapsamında incelenen tüm alt yeterliklere göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada kullanılan yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

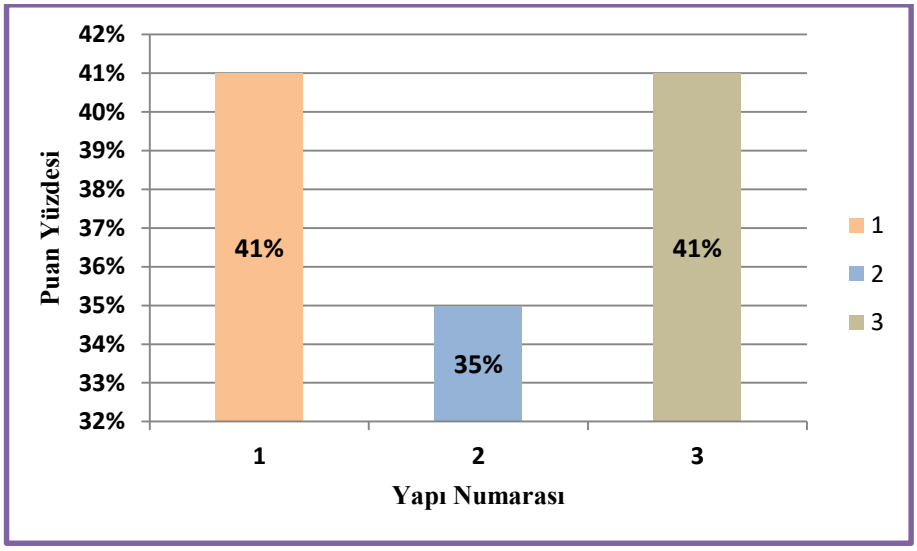
$$17\ yeterliğe\ göre\ 2.\ döngü\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$

$$= \left(\frac{2.\ Döngü\ Puanı}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{14}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 41$$

$$= \left(\frac{12}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 35$$

$$= \left(\frac{14}{17 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 41$$



Grafik 4.39. *17 Yeterliğe Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

2. döngüde 1. döngüye göre puanların düşmesi, öğretmen adaylarının model geliştirme sürecindeki çoğu belirsizliği 1. döngüde aşabilmeleri sonucunda 2. döngüde 1. döngüye göre çok yeterlik gösterilmesine gerek kalmaması ile açıklanabilir. Y2'de puanın diğer yapılara göre daha düşük olması bu etkinlikte model geliştirme sürecini daha çok 1. döngüde ilerletebilmeleri ile açıklanabilir. Y3 için puanın Y2'ye göre yüksek olması Y3 etkinliğinin 1. döngüsünde model geliştirme sürecini daha az ilerletebilmeleri ile açıklanabilir.

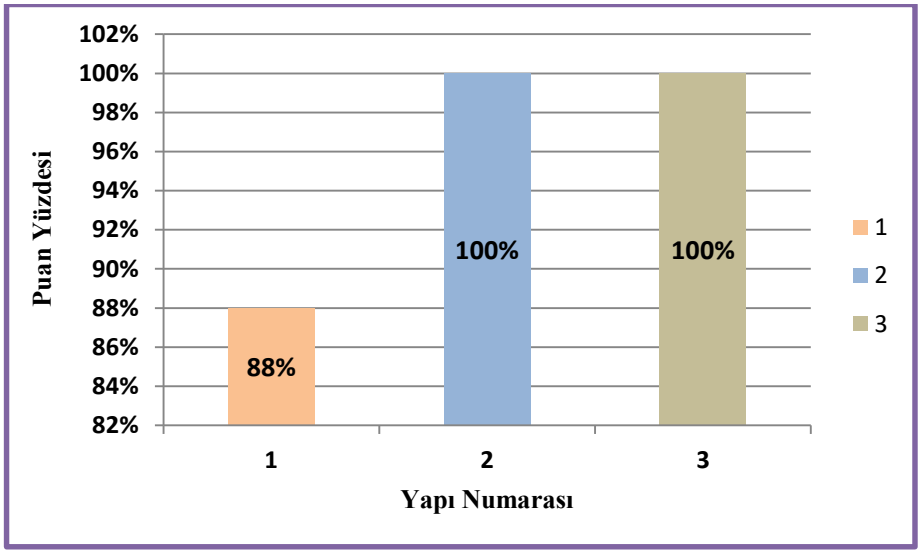
6. ***Gösterilen yeterliklere göre 2. döngülerdeki puanların karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerindeki puanlar toplamı, gösterilen yeterlikler baz alınarak karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.40). Bu karşılaştırmada amaç gösterilen alt yeterlikler baz alındığında, etkinliğin 2. döngüsünde gösterilen puanın ortalamasına göre bir yorum sunabilmektir. Karşılaştırmada kullanılan yüzdelerin hesaplanması şöyle yapılmıştır:

$$Gösterilen\ yeterliklere\ göre\ 2.döngü\ toplam\ puanların\ yüzdesi$$
$$= (\frac{2.Döngü\ Puanı}{Gösterilen\ yeterlik\ sayısı \cdot 2}) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{14}{8 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 88$$

$$= \left(\frac{12}{6 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 100$$

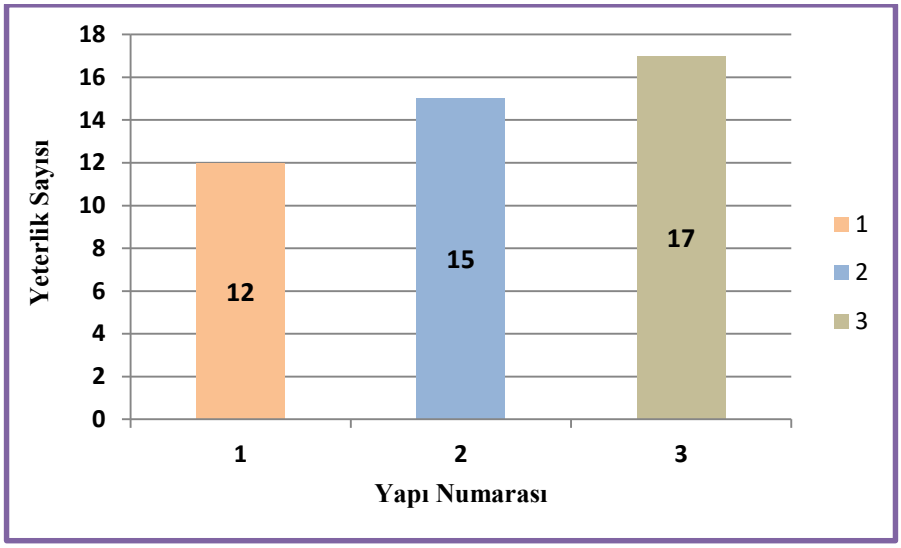
$$= \left(\frac{14}{7 \cdot 2}\right) \cdot 100 = 100$$



Grafik 4.40. *Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngülerin Puanlarının Yüzdeleri*

Gösterilen yeterlikler açısından 2. döngülere bakıldığında Y1 etkinliğinde belirsizlik en düşük seviyede olduğundan yüzde de en düşük seviyede gerçekleşmiştir. Bu durum ilk defa bu türde (T3) bir etkinlik ile karşılaşılması ile açıklanabilir. Ayrıca Y1'de 1. döngüde 2. döngüye göre daha aktif olunmasının, yeterlik puanının düşük olmasına sebep olduğu söylenebilir. Y2 ve Y3 etkinliklerinde Y1'e göre belirsizlik artmasına rağmen puanlar toplamının %100 olarak gerçekleşmesi, bu etkinliklerde yeterliklerin daha verimli kullanılması ile açıklanabilir.

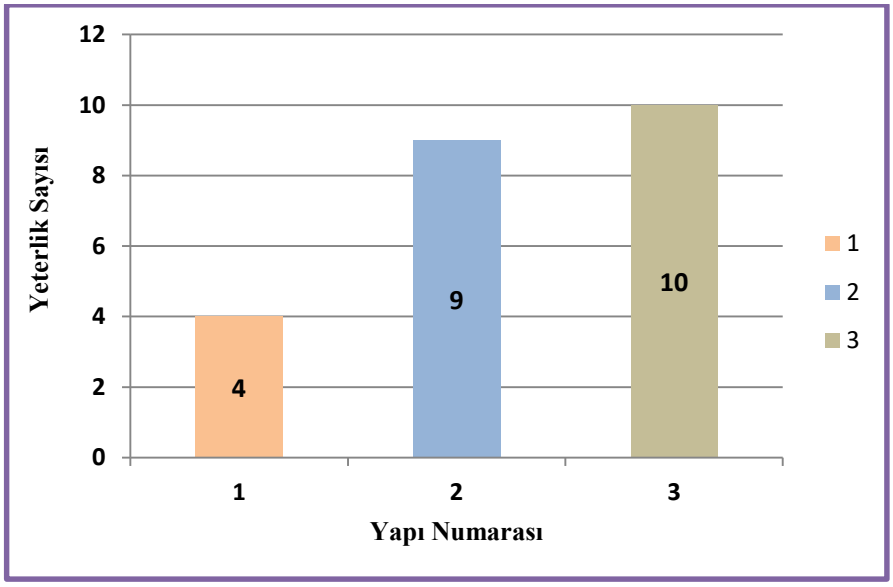
7. *Gösterilen yeterliklerin sayısına göre etkinliklerin karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.41). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.



Grafik 4.41. *Etkinlikte Gösterilen Yeterlik Sayıları*

Kullanılan yeterlik sayılarına (Y1:12; Y2:15; Y3:17) bakıldığında problemin yapısındaki belirsizlik arttığında gösterilen yeterlik sayıları da artmıştır. Bu durum bu türdeki modelleme etkinlikleri için problemin yapısındaki belirsizliğin arttığı durumlarda, modelleme sürecinde görevin yerine getirilebilmesi için daha fazla yeterliğin kullanılmasına ihtiyaç duyulabileceği ile açıklanabilir.

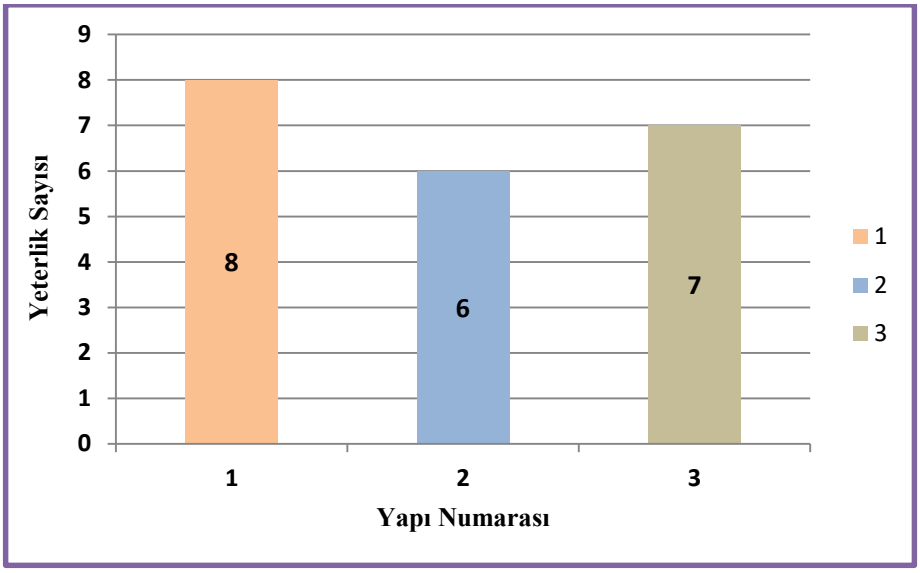
8. ***Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 1. döngülerin karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.42). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) 1. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.



Grafik 4.42. *Birinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları*

1. döngüde gösterilen yeterlik sayılarına (Y1:4; Y2:9; Y3:10) bakıldığında problemin yapısındaki belirsizlik arttığında gösterilen yeterlik sayıları da artmıştır. Bu durum bu türdeki modelleme etkinliklerinde problemin yapısındaki belirsizlik arttığında modelleme sürecinde görevin yerine getirilebilmesi için daha fazla yeterlik kullanılması gerekebileceği ile açıklanabilir. Öğretmen adaylarının model geliştirme sürecinde modellemenin adımlarında ne yapacakları noktasında çok belirsizlik yaşamadan zorlukları aşabildikleri ve bu durumun modellemenin adımlarını devam ettirebildiklerinden dolayı gösterilen yeterlik sayılarının artmasına sebep olduğu söylenebilir.

9. *Gösterilen yeterliklerin sayısına göre 2. döngülerin karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngüsünde gösterilen yeterliklerin sayıları karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.43). Bu karşılaştırmada amaç problemin yapısı değiştiğinde (belirsizlik durumu) 2. döngülerde gösterilen yeterlik sayılarında bir değişikliğin olup olmadığına göre bir yorum sunabilmektir.



Grafik 4.43. *İkinci Döngülerde Gösterilen Yeterlik Sayıları*

2. döngüde gösterilen yeterlik sayıları (Y1:8; Y2:6; Y3:7) yapı numarası arttığında Y2'de azalmış, Y3'de ise Y1'e göre azalmış fakat Y2'ye göre artmıştır. Y1'den Y2'ye belirsizlik durumunun artmasından dolayı gösterilen yeterlik sayısında da azalma olduğu söylenebilir. Y3'teki artış ise ikinci döngüde bu türdeki problemlere aşina olunmaya başlanması ile açıklanabilir. Ayrıca döngüler arasında, Y1'de 2. döngüde daha aktif olunduğu, Y2'de ve Y3'te ise 1. döngüde daha aktif olunduğu söylenebilir.

10. *AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile etkinlik puanlarının karşılaştırılması:* Bu kısımda, farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen AY8 (matematiksel ilk model ortaya koyma) ve AY15 (genel model) yeterlik puanlarının toplamı dört madde altında (a, b, c, d) karşılaştırılarak yorumlanmaya çalışılmıştır. Karşılaştırılması yapılan maddeler altında gerekli açıklamalar verilmiştir. Karşılaştırılması yapılacak AY8+AY15 toplamının yüzdesinin hesaplanmasında en yüksek puanlar toplamı her döngü için 2 puan olmaktadır (örnek olarak 2 döngüde gerçekleşen bir etkinlikten AY8+AY15 için en çok 8 puan alınabilmektedir). Yüzde hesaplanması şöyle formüle edilebilir:

$$AY8\ ve\ AY15\ toplam\ puanlarının\ yüzdesi$$
$$= \left(\frac{AY8\ puan\ toplamı + AY15\ puan\ toplamı}{AY8 + AY15\ için\ alıbilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

$$= \left(\frac{2}{8}\right) \cdot 100 = 25$$

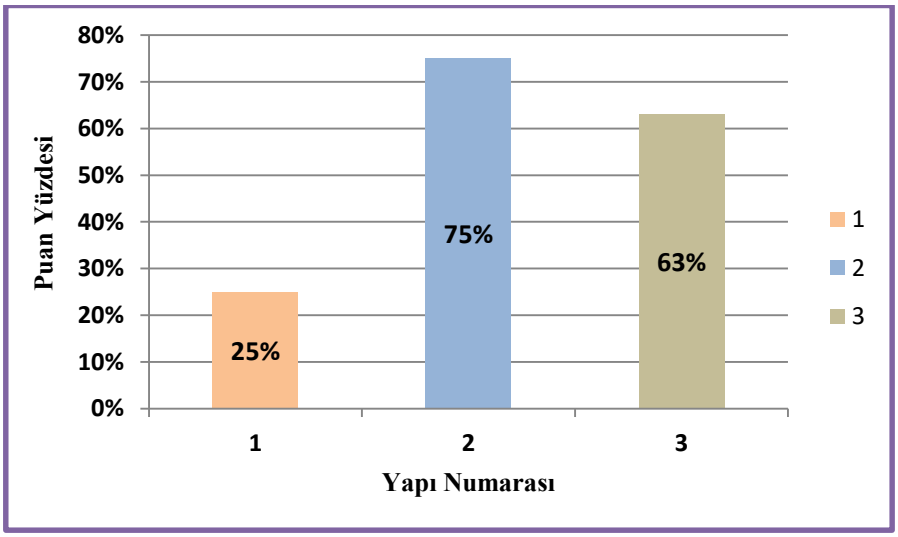
$$= \left(\frac{6}{8}\right) \cdot 100 = 75$$

$$= \left(\frac{5}{8}\right) \cdot 100 = 63$$

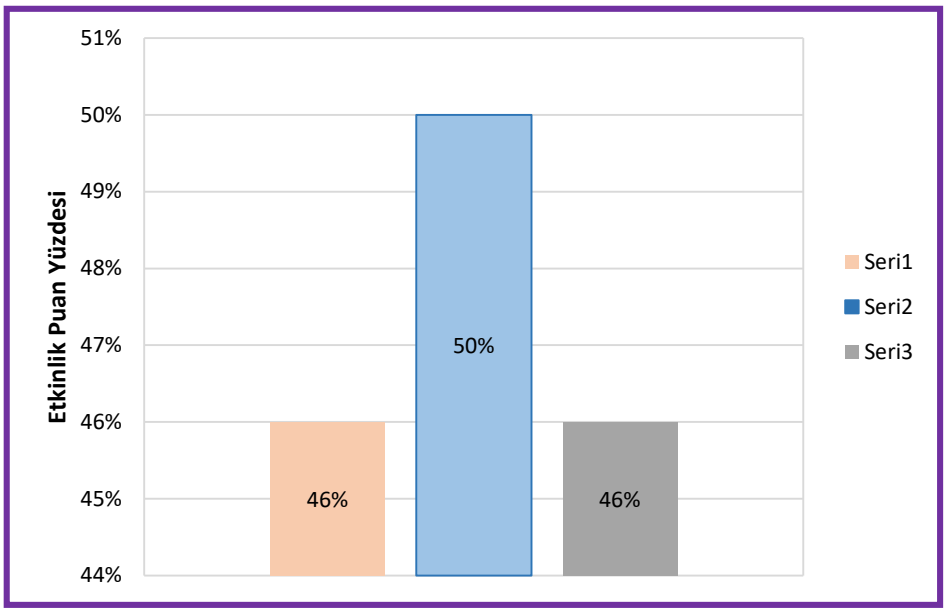
Etkinliklerin farklı yapılarına göre AY8 (Matematiksel bir ilk model ortaya koyma) alt yeterliğinin puanları (Y1:0; Y2:4; Y3:3) ve AY15 alt yeterliğinin puanları (Y1:2; Y2:2; Y3:2) toplamı (Y1:2; Y2:6; Y3:5) olmaktadır. Etkinlikler iki döngüde gerçekleştiğinden dolayı AY8- Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (2+2=4 puan) ve AY15 (2+2=4 puan) yeterliklerinin toplamı en çok 8 (4+4=8) puan olabilmektedir. 8 puan üzerinden, AY8+AY15 toplamının (2, 3, 1) yüzdeleri (Y1:%25; Y2: %75; Y3:%63) hesaplanmış ve grafik olarak gösterilmiştir (Bkz. Grafik 4.44).

a) Bu madde altında AY8+AY15 puan toplamının, etkinlikte gerçekleşen döngüye göre alınabilecek en yüksek AY8+AY15 puan toplamı baz alınarak hesaplanan yüzdeler ile gösterilen alt yeterliklerden elde edilen toplam yeterlik puanı yüzdeleri farklı yapılar için karşılaştırılıp yorumlanmaya çalışılmıştır.

Gösterilen yeterlikler baz alınarak daha önceden hesaplanan farklı yapılardaki etkinlik puanlarının yüzdeleri (Y1:%46, Y2:%50, Y3:%46; Bkz. Grafik 4.36) olarak bulunmuştur. Burada daha önceden verilen Grafik 4.36 tekrar verilerek (Bkz. Grafik 4.45), Grafik 4.44 ve Grafik 4.45'in karşılaştırılması yapılmıştır.



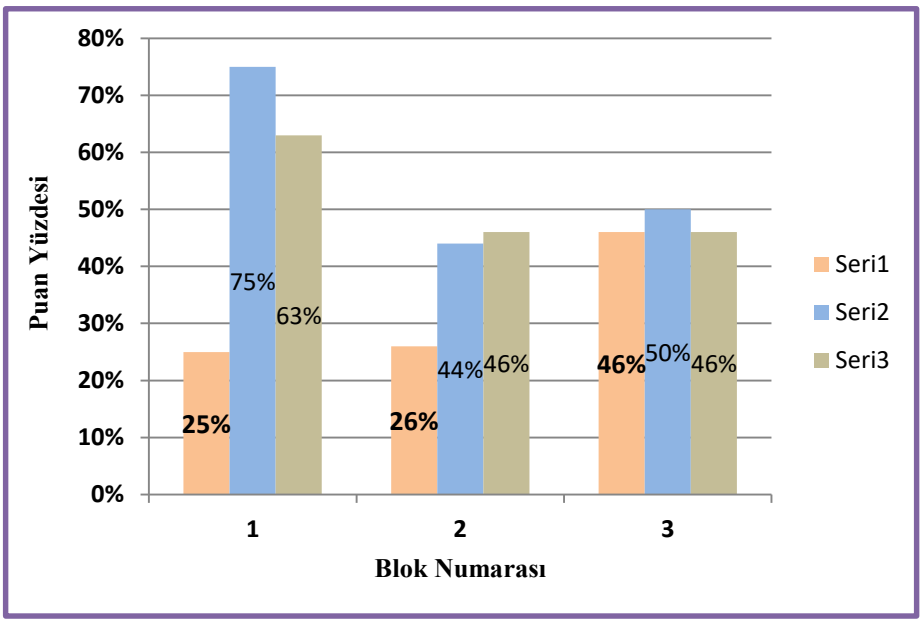
Grafik 4.44. *AY8 ve AY15 Puanı Toplamı Yüzdesi*



Grafik 4.45. *Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanları Yüzdeleri*

Farklı yapılardaki AY8+AY15 için elde edilen puanların yüzdeleri ile (Bkz. Grafik 4.44) ile gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanlar toplamının yüzdeleri (Bkz. Grafik 4.45) arasında artış ve azalışlar yönünden benzerlik olduğu söylenebilir. Bu durumun sonucu olarak gösterilen yeterliklerin puanları arttığında oluşturulan modellerden (AY8+AY15) elde edilen puanın da arttığı, etkinlikten elde edilen puan azaldığında ise oluşturulan modellerden elde edilen puan toplamının da azaldığı söylenebilir. Y3'te gösterilen yeterlik puanının düşük olmasına rağmen AY8+AY15 model puanının yüksek olması yeterliklerin verimli kullanılması ile açıklanabilir.

b) Bu madde altında AY8 ve AY15 toplamı ile daha önceden hesaplanıp araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre ve etkinliklerde gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanları toplamının karşılaştırılması bir grafik üzerinde yapılarak yorumlanmaya çalışılmıştır (Bkz. 4.46).



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 etkinlik puan toplamının yüzdesi

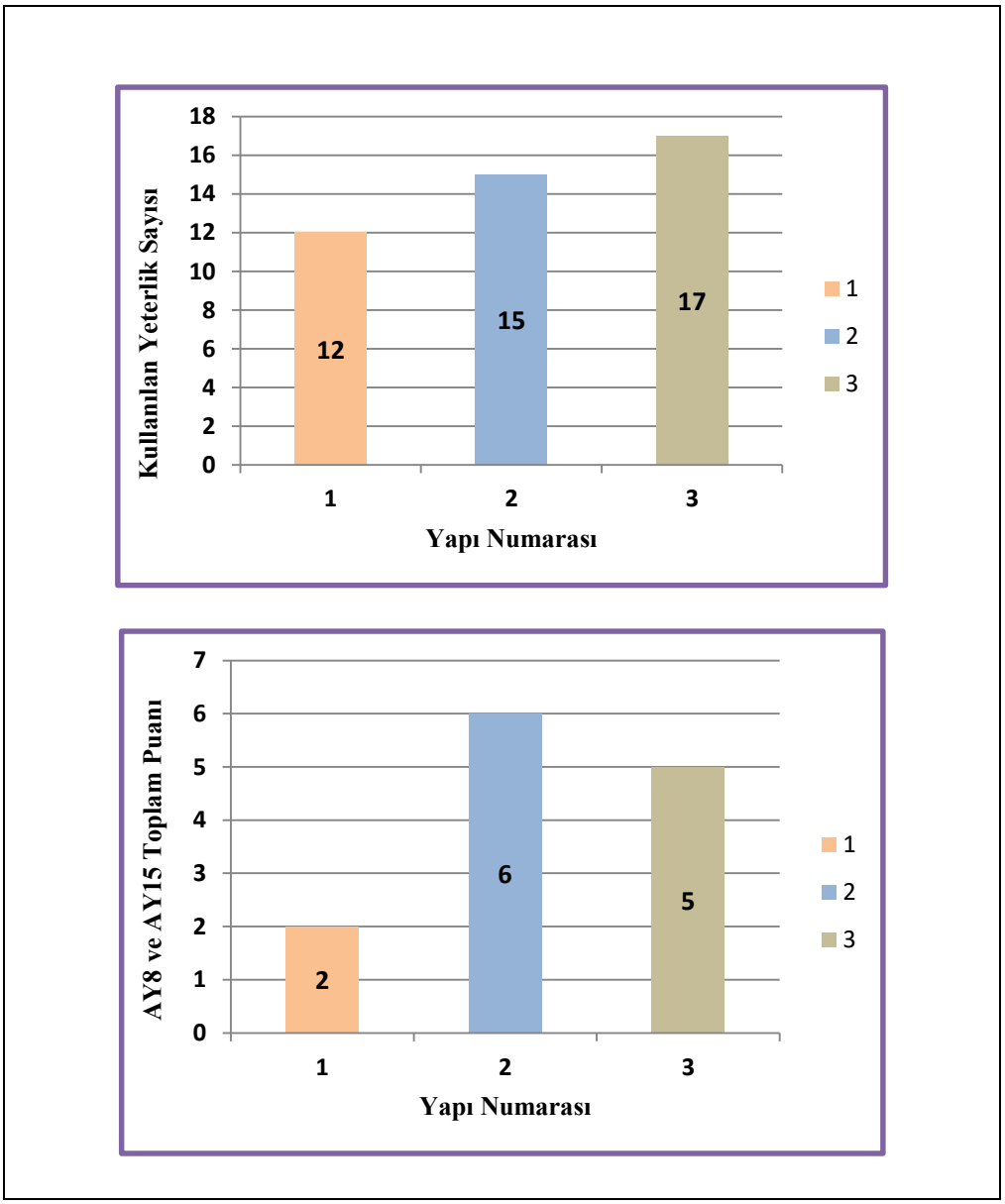
Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre etkinlik puan toplamının yüzdesi

Sağdaki Blok 3: Gösterilen yeterliklere göre etkinlik puan toplamının yüzdesi

Grafik 4.46. *AY8 ve AY15 Etkinlik Puanı ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre Etkinlik Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

Yukarıdaki grafiğe göre öğretmen adaylarının AY8 ve AY15 puanlar toplamı hem araştırma kapsamında incelenen 17 yeterlik baz alındığındaki etkinlik puanına göre toplam yeterlik puanlarındaki artış ve azalışlarla örtüştüğü görülmektedir. Bu durumun sonucu olarak T3 etkinlikleri için bir modelin geliştirilebilmesi ile gösterilen yeterliklerin ilişkili olduğu söylenebilir. Buna göre yeterlik puanlarında artış oldukça tamamen doğru bir modelin geliştirilebilmesinin daha olası olduğu, aksine yeterlik puanlarında azalış olduğunda da tamamen doğru bir modelin geliştirilebilmesinin daha da zorlaştığı söylenebilir.

c) Bu madde altında farklı yapılardaki etkinliklerde gösterilen yeterlik sayıları ile AY8+AY15 puanlar toplamındaki artış ve azalışlara göre yorumlama yapılmıştır (Bkz. Grafik 4.47).



Grafik 4.47. *Gösterilen Yeterlik Sayıları ile AY8 ve AY15 Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

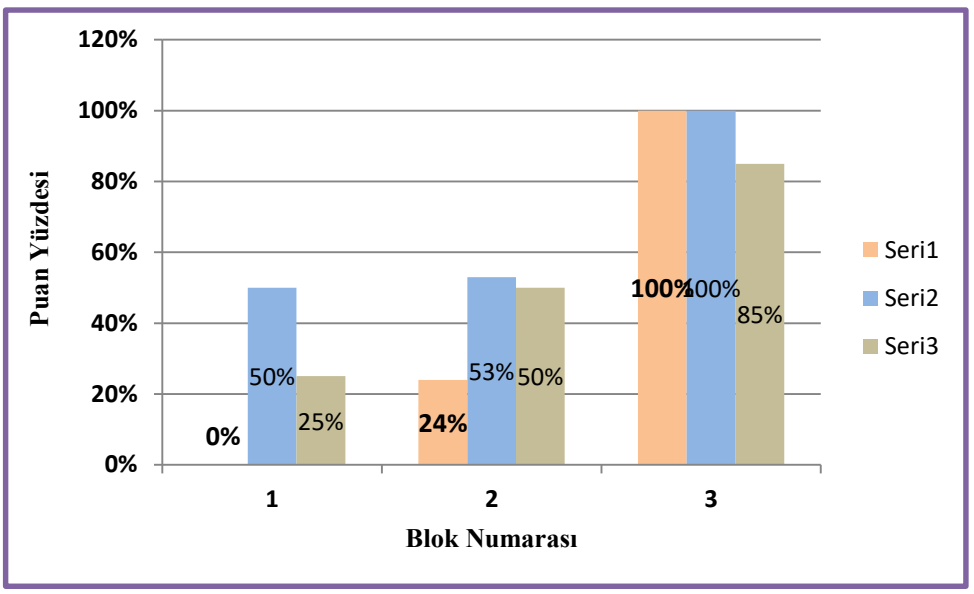
AY8 ve AY15 yeterliklerinin puanlar toplamı (Y1:2; Y2:6; Y3:5) ve gösterilen yeterlik sayıları (Y1:12; Y2:15; Y3:17) karşılaştırıldığında artış ve azalışların Y1 ve Y2 için benzeştiği, Y3 için benzeşmediği görülmektedir. Bu durum Y3 probleminin yapısındaki belirsizliğin artması sonucunda gösterilen yeterliklerin model geliştirmeye istenen seviyede yansıtılamaması ile açıklanabilir. AY8 ve AY15 toplamının Y3'te Y2'ye göre düşmesi oluşturulan ilk matematiksel modelin puanlar toplamının Y3'te düşmesi ile açıklanabilir.

d) Bu madde altında AY8 ve AY15 alt yeterliklerin farklı yapılardaki etkinliklerde niçin tam gösterildiği, kısmen gösterildiği veya gösterilemediği hakkında genel yorumlamalar yapılmıştır.

Öğretmen adayları ilk "matematiksel bir ilk modelin ortaya konması (AY8)" yeterliğini Y1 etkinliğinde hiç gösteremedikleri, Y2 ve Y3 etkinliklerinde ise tam gösterebildikleri görülmektedir (Bkz. Tablo 4.56). Öğretmen adaylarının Y1 etkinliğinde AY8 (matematiksel bir ilk modelin ortaya konması) alt yeterliğini ilk döngüde gösterememeleri, ilk defa doğrusala yakın bir problem ile karşılaştıklarından ve çizilen grafik üzerindeki noktaların tam doğrusal olmamasından dolayı bu noktaları tek bir doğru ile nasıl temsil edeceklerini bilememeleri ve grafik üzerindeki tüm noktaları temsil eden bir ilk matematiksel model oluşturamamaları ile açıklanabilir. İkinci döngüde AY8 (matematiksel bir ilk modelin ortaya konması) alt yeterliğini yanlış göstermeleri ise eğim hesabında buldukları sonucun işaretini yanlışlıkla "-" yerine "+"alarak model oluşturmaya çalışmaları ile açıklanabilir. Genelleme (AY15) yeterliğini ise Y1, Y2 ve Y3 etkinliklerinde tam gösterebilmişlerdir (Bkz. Tablo 4.56). Öğretmen adayları modelleme etkinlikleri üzerine yeterli tecrübeyi edindiklerinden dolayı tüm farklı yapılar için AY15 alt yeterliğini oluşturabilmişlerdir.

11. ***AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 1. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:*** Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 1. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 1. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan baz alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.48). Bu karşılaştırmada amaç 1. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 1. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{1.döngü\ AY8\ puanı + 1.döngü\ AY15\ puanı}{1.döngüde\ AY8 + AY15\ için\ alınabilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 puanlar (0, 1, 2) toplamının yüzdesi

Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre 1. döngü puanları yüzdesi

Sağdaki Blok 3: Gösterilen yeterliklere göre 1. döngü puanları yüzdesi

Grafik 4.48. *AY8 ve AY15 1. Döngü Puanı ile 17 Yeterliğe Göre ve Kullanılan Yeterliklere Göre 1. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

Öğretmen adaylarının 1. döngülerdeki AY8+AY15 toplam puanları (Y1:0; Y2:2; Y3:1) olmaktadır. Birinci döngüde AY8 için en çok 2 puan ve AY15 için en çok 2 puan alınabileceğinden AY8+AY15 toplamı için alabilecek en yüksek puan 4 olmaktadır. Buna göre AY8+AY15 puanlar toplamının yüzdeleri (Y1:%0; Y2:%50; Y3:%25) olmaktadır. Araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre puan yüzdeleri (Y1:%24; Y2:%53; Y3:%50; Bkz. Grafik 4.37) ve gösterilen yeterliklere göre puanlar yüzdeleri (Y1:%100; Y2:%100; Y3:%85; Bkz. Grafik 4.38) olmaktadır.

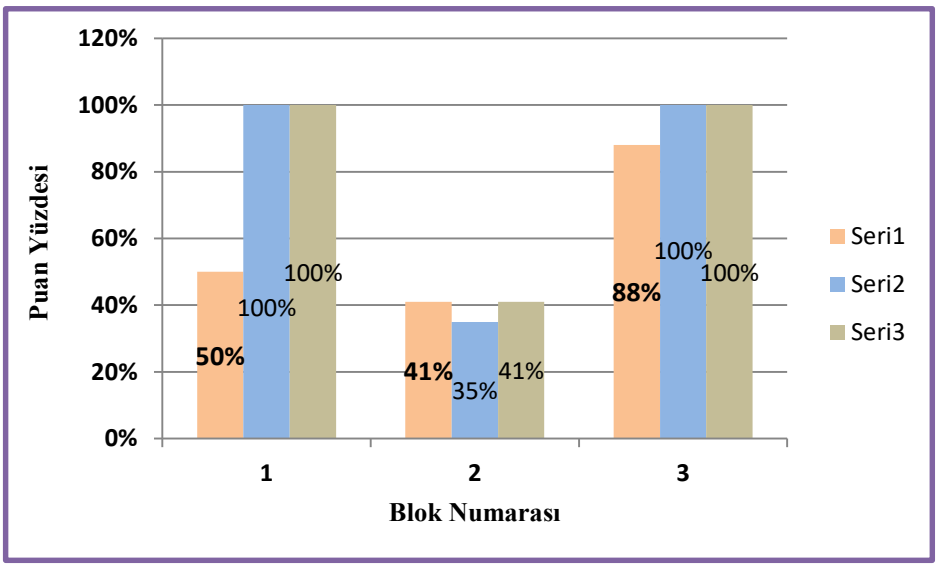
Y1 etkinliğinde AY8 ve AY15 toplamının %0 olması 1. döngüde Y1'de herhangi bir model geliştirilememesi ile açıklanabilir. Y2'den Y3'e 17 yeterliğe göre ve gösterilen yeterliklere göre puan yüzdelerinin azalmasına benzer olarak AY8+AY15 puan toplamının da benzer ilişki göstererek azalması yapısal belirsizlik arttığında puanının düştüğü, bunun sonucu olarak da Y2'den Y3'e doğru (belirsizlik arttıkça) AY8+AY15 toplamının azaldığı söylenebilir. Y1'de yapısal belirsizlik en düşük seviyede olduğundan

alt yeterlikler diğer yapılara göre daha verimli kullanılabilmiş (%100) fakat bu, 1. döngüde model geliştirmeye yansıtılamamıştır.

12. *AY8 ve AY15 puanlar toplamı ile 2. döngü etkinlik puanlarının karşılaştırılması:* Bu kısımda farklı yapılardaki etkinliklerin 2. döngülerindeki AY8 ve AY15 puanlar toplamı, AY8+AY15 toplamının 2. döngülerinde alınabilecek en yüksek puan baz alınarak AY8+AY15 yüzdesi hesaplanmış ve bu yüzde değeri, araştırma kapsamında incelenen 17 yeterliğe göre etkinlik puanı ve gösterilen yeterliklere göre etkinlik puanı ile karşılaştırılmıştır (Bkz. Grafik 4.49). Bu karşılaştırmada amaç 2. döngüdeki AY8+AY15 puanlar toplamının, 2. döngü etkinlik puanları ile ilişkisi hakkında bir yorum sunabilmektir. AY8 ve AY15 puanlar toplamının yüzdesi şöyle hesaplanmıştır:

$$AY8\ ve\ AY15\ puanlar\ toplamının\ yüzdesi = \left(\frac{2.\ döngü\ AY8\ puanı + 2.\ döngü\ AY15\ puanı}{2.\ döngüde\ AY8 + AY15\ için\ alınabilecek\ en\ yüksek\ puanlar\ toplamı}\right) \cdot 100$$

İkinci döngüde "Matematiksel bir ilk model ortaya koyma (AY8)" yeterlik toplam puanlarına bakıldığında (Y1:0; Y2:2; Y3:2: Bkz. Tablo 4.56) ve "Genelleme (AY15)" yeterlik toplam puanlarına bakıldığında (Y1:2; Y2:2; Y3:2: Bkz. Tablo 4.56) puanlarını aldıkları görülmüştür. AY8 ve AY15 yeterliklerinin puanları toplamı (Y1:2; Y2:4; Y3:4) olmaktadır. İkinci döngüde her yeterlik için en yüksek 2 puan gösterilebileceğinden (toplamda alınabilecek en yüksek puan, 4) yapılardaki puan yüzdeleri hesaplanıp (Y1:%50; Y2:%100: Y3:%100) grafik ile gösterilmiştir (Bkz. Grafik 4.49).



Seri1: Yapı 1, **Seri2:** Yapı 2, **Seri3:** Yapı 3

Soldaki Blok 1: AY8 ve AY15 puanlar toplamının 2. döngüdeki yüzdesi

Ortadaki Blok 2: 17 yeterliğe göre 2. döngü puanlar toplamının yüzdesi

Sağdaki Blok 3: Gösterilen yeterliklere göre 2. döngü puanlar toplamının yüzdesi

Grafik 4.49. *AY8 ve AY15 2. Döngü Puanı ile 17 Yeterliğe Göre ve Gösterilen Yeterliklere Göre 2. Döngü Puanlar Toplamının Karşılaştırılması*

Araştırma kapsamında incelenen ve daha önceki kısımlarda yüzde hesaplaması yapılan 17 yeterliğe göre etkinlik puanları (Y1:%41; Y2:%35; Y3:%41; Bkz. Grafik 4.39) ile AY8+AY15 puanlar toplamı (Y1:%50; Y2:%100; Y3:%100) karşılaştırıldığında 17 yeterliğe göre etkinlik puanı Y2'de Y1'e göre azalmış (%41'den %35'e) Y3'te Y2'ye göre artmış (%35'ten %41'e), yapı numarası arttığında model geliştirme puanı (AY8+AY15) artmıştır. Bu durum modelleme etkinliklerinden edinilen tecrübe sonucunda 17 yeterliğe göre etkinlik puanından bağımsız olarak, model geliştirmede gerekli alt yeterliklerin kullanılabildiği, daha az yeterlik puanı ve daha az yeterlik sayısı (Y1:8; Y2:6; Y3:7; Bkz. Tablo 4.57) ile geliştirilmesi gereken modelin geliştirilebildiği sonucunu ortaya çıkardığı söylenebilir. Bu durum gösterilen alt yeterliklerin daha verimli kullanıldığı şeklinde de yorumlanabilir.

AY8+AY15 puanlar toplamı ile ikinci döngüde gösterilen yeterlik puanları (Y1:%88; Y2:%100; Y3:%100) karşılaştırıldığında Y1 etkinliğinde gösterilen toplam yeterlik puanı %88 ve AY8+AY15 puanlar toplamı %50 olmuştur. Bu durum öğretmen

adaylarının ilk defa doğrusala yakın (T3) problem türü ile karşılaşmaları ve Y1'in birinci döngüsünde model geliştirilememesi sonucunda AY8+AY15 toplamının düşük kalması ile açıklanabilir. Gösterilen yeterlik puanları Y2 ve Y3 yapılarındaki etkinliklerde en üst seviyede gerçekleşmiştir (%100). Buna benzer olarak AY8+AY15 puanlar toplamı da en üst seviyede gerçekleşmiştir (%100). Bu durum öğretmen adaylarının T3 etkinlikleri için Y1'den sonra yeterli tecrübe edinmeleri ve kullandıkları yeterlikleri daha verimli kullanmaları ile açıklanabilir. 17 yeterliğe göre Y2 ve Y3 etkinliklerindeki puan%35 ve %41 iken Y1'dekine göre daha yüksek düzeyde model geliştirilmesi (Y1:%50'ye göre Y2 ve Y3:%100) Y2 ve Y3'te yeterliklerin daha verimli kullanılması ile açıklanabilir.

4.4. Modellemenin Adımlarında Bilişsel Yeterliklere Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, uygulanan tüm etkinliklerden elde edilen alt yeterlik puanları, gösterilen alt yeterlik sayılarına ve yüzdelerine göre ve modellemenin adımlarındaki yeterlik sayısına ve yeterlik yüzdelerine göre oluşturulan tablodan elde edilen istatistiklere göre (Bkz. Tablo 4.58) yorumlanmaya çalışılmıştır.

Tablo 4.58. *Modellemenin Adımlarında Elde Edilen Yeterlik Puanlarına ait Bazı İstatistikler*

TÜR	YAPI	DÖNGÜ	ANLAMA						DÜZENLEME						TAHMİN			DOĞRULAMA		TOPLAM PUAN
			ÜY1		ÜY2		ÜY3	ÜY4	ÜY1		ÜY2			ÜY3	ÜY1		ÜY2	ÜY1	ÜY2	
			AY1	AY2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY8	AY9	AY10	AY11	AY12	AY13	AY14	AY15	AY16	AY17	223
T D (T1)	Y1	1	2	Y	Y	Y	1	1	1	1	Y	Y	Y	1	Y	Y	1	1	Y	9
		2	2	Y	Y	Y	2	2	2	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	2	16
	Y2	1	2	Y	1	0	1	1	1	Y	Y	Y	Y	0	Y	Y	Y	Y	Y	6
		2	Y	Y	2	2	2	2	2	2	2	Y	Y	2	Y	0	Y	0	Y	16
	Y3	1	1	1	0	1	0	0	0	Y	Y	Y	Y	0	Y	Y	Y	2	Y	5
		2	2	2	2	2	2	2	2	2	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	1	Y	21
P D (T2)	Y1	1	1	Y	1	Y	2	Y	1	Y	0	Y	Y	1	Y	1	Y	1	Y	8
		2	Y	Y	Y	Y	2	2	2	2	Y	Y	Y	2	Y	2	Y	1	Y	13
	Y2	1	2	Y	2	1	1	2	1	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	Y	Y	Y	11
		2	1	Y	Y	Y	2	2	2	1	Y	Y	Y	2	Y	2	2	1	2	17
	Y3	1	Y	Y	Y	Y	1	1	1	Y	Y	Y	Y	0	Y	1	Y	Y	Y	4
		2	Y	Y	Y	2	1	2	2	Y	Y	2	Y	2	Y	2	1	Y	Y	14

Tablo 4.58. (Devam) *Modellemenin Adımlarında Elde Edilen Yeterlik Puanlarına ait Bazı İstatistikler*

TÜR	YAPI	DÖNGÜ	ANLAMA						DÜZENLEME						TAHMİN			DOĞRULAMA		TOPLAM PUAN
			ÜY1		ÜY2		ÜY3	ÜY4	ÜY1		ÜY2			ÜY3	ÜY1		ÜY2	ÜY1	ÜY2	
			AY1	AY2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY8	AY9	AY10	AY11	AY12	AY13	AY14	AY15	AY16	AY17	
D. Y (T3)	Y1	1	2	Y	Y	2	2	Y	Y	Y	Y	Y	Y	2	Y	Y	Y	Y	Y	8
		2	2	Y	Y	Y	2	2	2	0	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	Y	14
	Y2	1	2	Y	Y	2	2	2	2	2	2	Y	Y	2	Y	Y	Y	2	Y	18
		2	Y	Y	Y	Y	Y	Y	2	2	Y	Y	Y	2	Y	Y	2	2	2	12
	Y3	1	2	Y	Y	2	2	Y	1	1	2	2	2	1	Y	Y	Y	2	Y	17
		2	Y	Y	Y	Y	Y	2	2	2	Y	2	Y	2	Y	Y	2	2	Y	14
YETERLİK PUANI			21	3	8	14	25	23	26	15	6	6	2	27	0	8	14	19	6	
PUAN YÜZDESİ			9%	1%	4%	6%	11 %	10 %	12 %	7%	3%	3%	1%	12 %	0%	4%	6%	9%	3%	
ADIM YETERLİK PUANI			94						82						22			25		
ADIM PUAN YÜZDESİ			42%						37%						10%			11%		

0:Yeterliği hiç gösterememiştir; 1:Yeterliği kısmen gösterebilmiştir; 2:Yeterliği tamamen gösterebilmiştir; Y:Yeterliği kullanmamıştır.

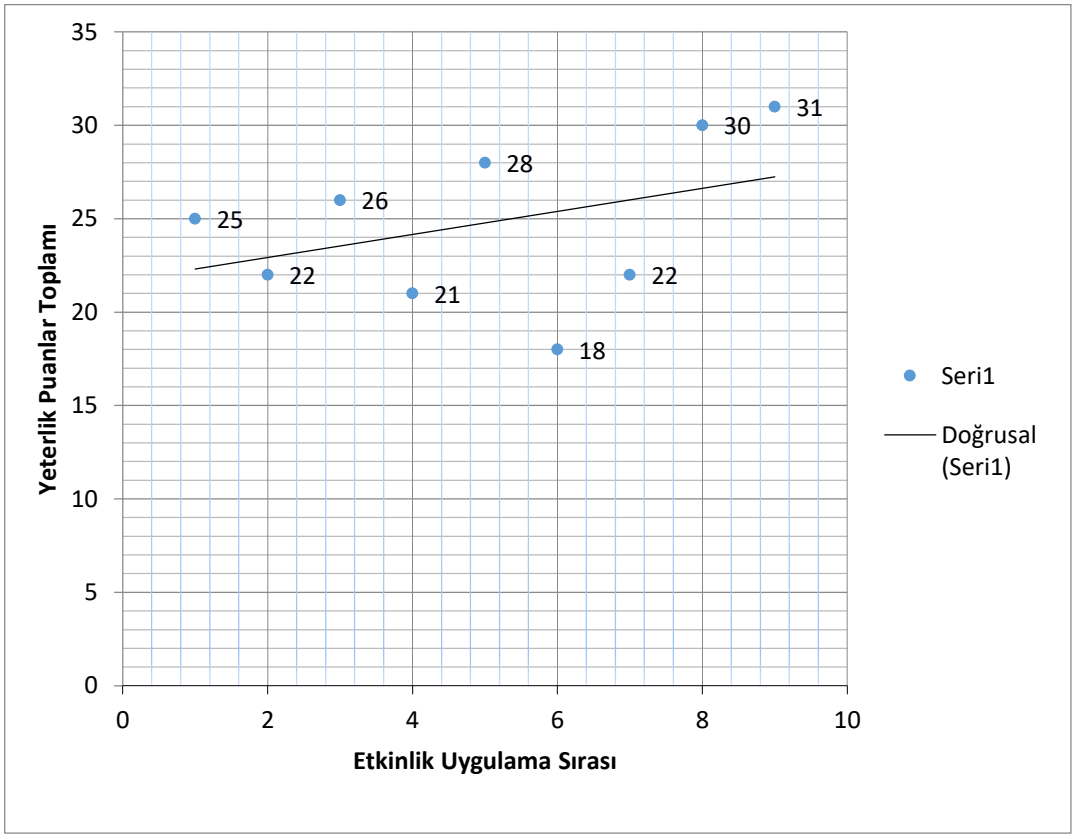
ÜY1:Anlama; ÜY2:Basitleştirme; ÜY3:Değişkenleri belirleme; ÜY4:Örüntüleri fark etme; ÜY5:Matematikleştirme; ÜY6:Buluşsal stratejiler kullanma; ÜY7:Matematiği kullanma; ÜY8:Yorumlama; ÜY9:Genelleme; ÜY10:Doğrulama; ÜY11:Modeli revize etme

AY1:Görevin hedef veya amaçlarını belirtme; AY2:Görevi benzetim veya temsillerle açıklama; AY3:Stratejik öğeleri ayırt etme; AY4:Problemin karmaşık yapısını basitleştirme; AY5:Değişkenleri belirleme; AY6:Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme; AY7:Tahminler ve stratejiler üretme; AY8:Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; AY9:Matematiksel ifadeleri düzenleme; AY10:Problemi parçalara bölme; AY11:Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme; AY12:Matematiksel bilgiyi kullanma; AY13:Çözümün yorumlanması; AY14:Sonuçların yorumlanması; AY15:Genelleme; AY16:Doğrulamalar yapma; AY17:Modeli revize etme

Araştırma kapsamında incelenen 17 yeterlikten, uygulanan 9 etkinlik sonucunda toplamda 223 toplam yeterlik puanı elde edilmiştir. 17 yeterlikten 1 yeterlik (Çözümün yorumlanması-AY13) hiç kullanılmamıştır. Öğretmen adayları yapmış oldukları çözümlerini kritiğe tabi tutarak yorumlamalarda bulunmamışlardır. Bu durumun sonucu olarak modelleme sürecinde yapılan çözümlerden yeterince olumlu çıkarımlarda bulunulmamış ve sonraki etkinliklere bu çıkarımlar yansıtılamamıştır. T3Y2 etkinliğinin (8. etkinlik) modelleme sürecinde öğretmen adaylarının "dikkat ettim de hep doğrusal denklem ile çözülebilen problemler soruluyor" ifadesini kullanmaları ve bu etkinliğe kadar kendilerine yöneltilen problemlerin konusunun doğrusal ilişkilerin modellenmesi

ile ilişkili olduğunu anlayamamaları, olumlu çıkarımda bulunmadıklarını doğrulamaktadır.

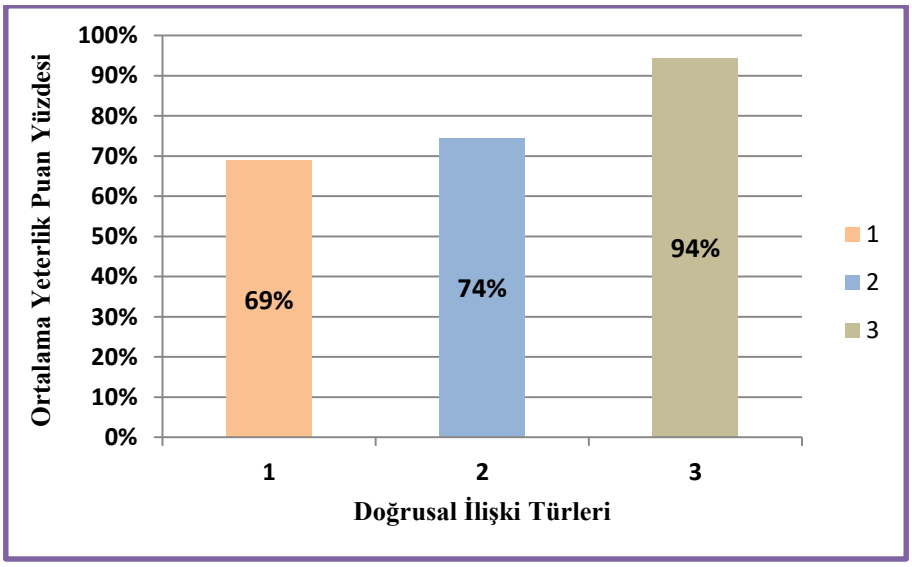
Uygulanan 9 etkinlikten toplamda 223 toplam yeterlik puanı elde edilmiş olup etkinlik başına ortalama 24,78 toplam yeterlik puanı düşmektedir. Etkinliklerden elde edilen toplam yeterlik puanları (T1Y1:25; T1Y2:22; T1Y3:26; T2Y1:21; T2Y2:28; T2Y3:18; T3Y1:22; T3Y2:30; T3Y3:31; Bkz. Tablo 4.58) için T1Y1, T1Y3, T2Y2, T3Y2 ve T3Y3 etkinliklerinden elde edilen toplam puanlar ortalamanın üzerinde, T1Y2, T2Y1, T2Y3 ve T3Y1 etkinliklerinde ise ortalamanın altında gerçekleşmiştir. Regresyon doğusunun altında ve üstündeki noktalarda bu görülmektedir (Bkz. Grafik 4.50).



Grafik 4.50. *Etkinlik Puanlarının Regresyon Doğrusuna göre Konumu*

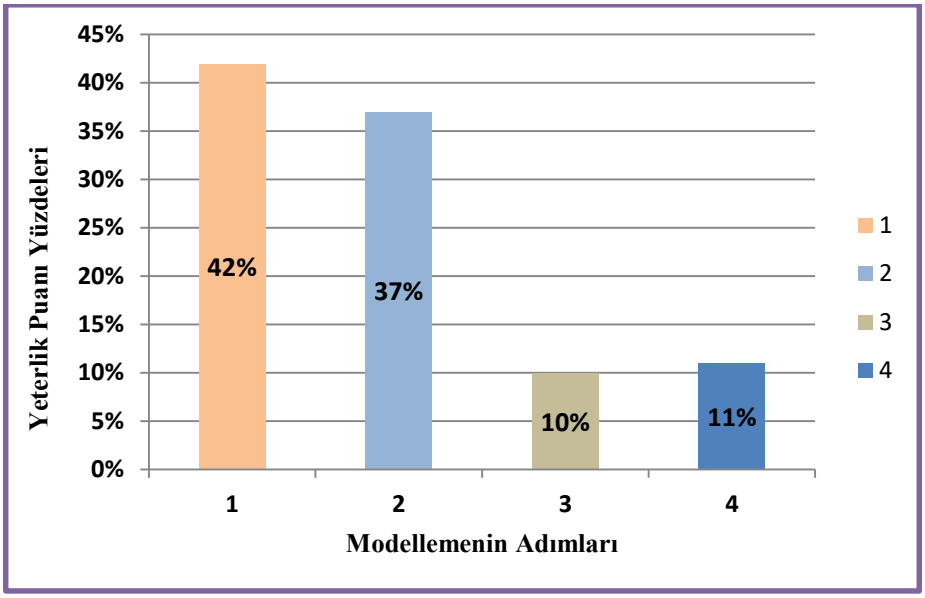
Uygulanan toplam 9 etkinlikte toplamda (0 puanlar da dâhil) 142 yeterlik gösterilmiştir (Bkz. Tablo 4.13; Tablo 4.28; Tablo 4.57) ve toplamda 223 toplam yeterlik puanı elde edilmiştir. 1 yeterliğe ortalama 1,6 toplam yeterlik puanı düşmektedir (223/142). Her yeterliğin en çok "2 puan" ile ölçüldüğü dikkate alınırsa 1 yeterliğin ortalama %79 (verim) ile kullanıldığı söylenebilir. Bu yeterlik ve puanların doğrusal ilişki türüne göre dağılımı T1 etkinliklerinde gösterilen 53 yeterlikten toplamda 73 puan, T2

etkinliklerinde gösterilen 45 yeterlikten toplamda 67 puan, T3 etkinliklerinde gösterilen 44 yeterlikten toplamda 83 puan olarak gerçekleşmiştir. Doğrusal ilişki türüne göre gösterilen yeterlikler ve elde edilen puanların oranları karşılaştırıldığında (T1 için 73/53=1,377; T2 için 67/45=1,489; T3 için 83/44=1,886) uygulama sırasına göre bir sonraki doğrusal ilişki türlerinde bir öncekine göre her yeterlik için elde edilen ortalama yeterlik puanının arttığı görülmektedir T1:1,4; T2:1,5; T3:1,89. Bir yeterlik puanının en çok 2 puan ile ölçüldüğü dikkate alınırsa her problem türü için ortalamaların yüzdesi 2 puana göre hesaplandığında (T1:%69; T2:%74; T3:%94) ilerleyen etkinliklerde alt yeterliklerin, bir önceki problem türlerine göre daha bilinçli kullanıldığı söylenebilir (Bkz. Grafik 4.51).



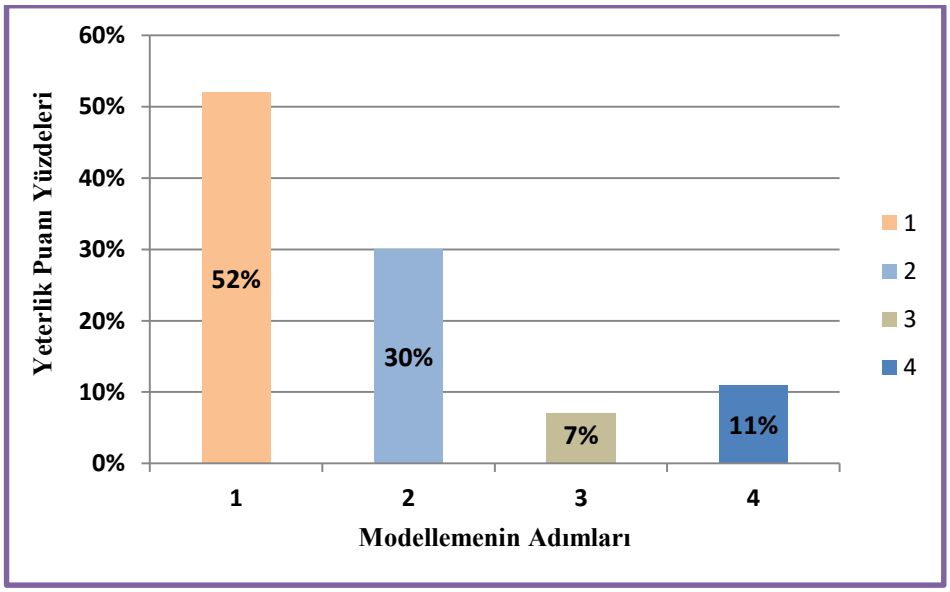
Grafik 4.51. *Doğrusal İlişki Türlerinde Gösterilen Yeterliklere Göre Ortalama Yeterlik Puanlarının Yüzdeleri (1:T1; 2:T2; 3:T3)*

Modellemenin adımlarına göre 9 etkinlikte ortaya çıkan yeterliklere bakıldığında yeterliklerin %42'si anlama, %37'si düzenleme, %10'u tahmin ve %11'i doğrulama adımında ortaya çıkmış (Bkz. Tablo 4.58) olup bu veriler grafik olarak gösterilmiştir (Bkz. Grafik 4.52). Öğretmen adaylarının tüm etkinliklerde model ortaya çıkarabildikleri göz önüne alındığında bir genel modelin ortaya çıkartılabilmesi için ağırlıkla anlama adımındaki alt yeterliklerin kullanılabilmesinin diğer adımlara göre daha önemli olduğu söylenebilir. Anlama adımını sırası ile düzenleme adımı, doğrulama adımı ve tahmin adımları izlemektedir. Anlama ve düzenleme adımlarında gösterilen yeterliklerin yüzdeler toplamının %79 olduğu dikkate alınırsa bir etkinlikte modelin ortaya çıkartılabilmesinde anlama ve düzenleme adımlarının çok önemli olduğu söylenebilir.



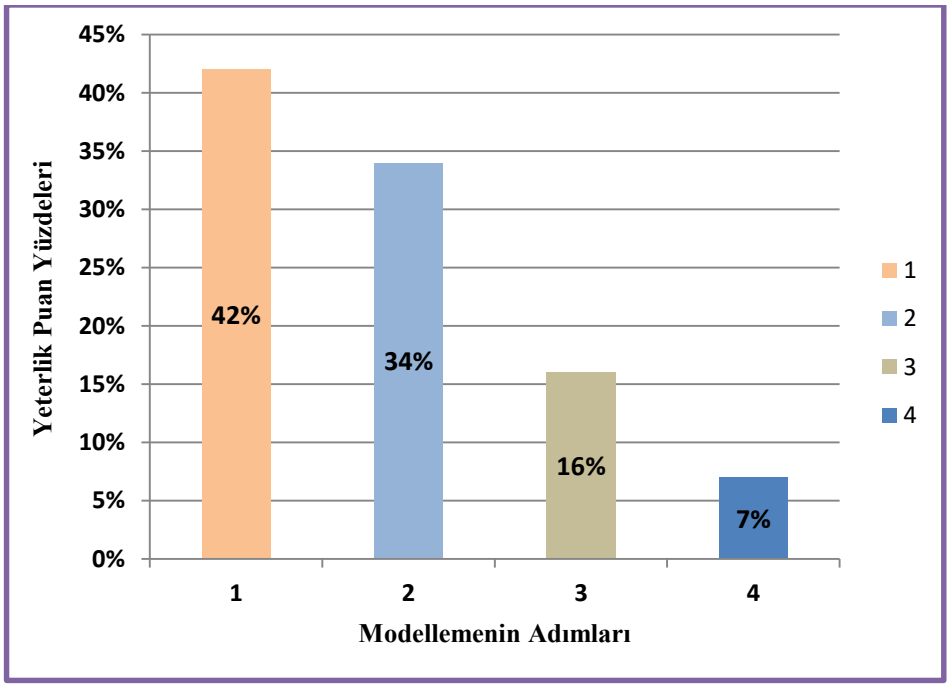
Grafik 4.52. *Modellemenin Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri (1:Anlama Adımı, 2:Düzenleme Adımı, 3:Tahmin Adımı, 4:Doğrulama Adımı)*

T1 etkinliklerinde modellemenin adımlarının toplam puanlarına bakıldığında anlama adımında toplamda 38 yeterlik puanı (%52), düzenleme adımında 22 puan (%30), tahmin adımında 5 puan (%7) ve doğrulama adımında 8 puan (%11) elde edilmiştir. T1 etkinliklerinin tüm farklı yapılarında model ortaya çıkarıldığı dikkate alınırsa en önemli adımın %52 ile anlama adımı olduğu, sonrasında düzenleme, doğrulama ve tahmin adımları olduğu ortaya çıkmaktadır (Bkz. Grafik 4.53).



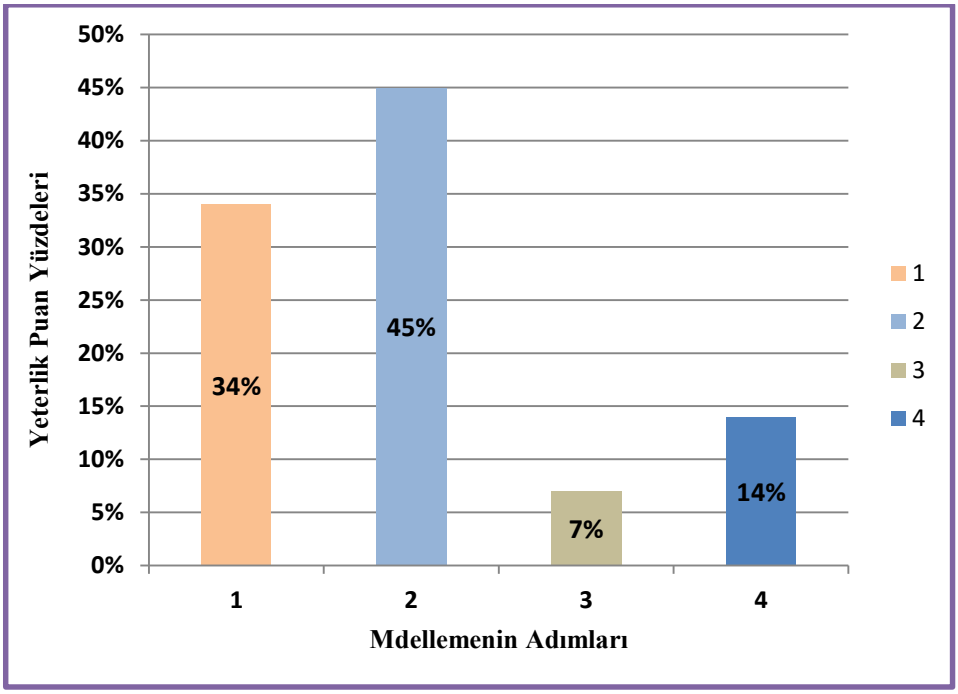
Grafik 4.53. *T1 Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri (1:Anlama Adımı, 2:Düzenleme Adımı, 3:Tahmin Adımı, 4:Doğrulama Adımı)*

T2 etkinliklerinde modellemenin adımlarında toplam puanlarına bakıldığında anlama adımında 28 yeterlik puanı (%42), düzenleme adımında 23 puan(%34), tahmin adımında 11 puan(%16) ve doğrulama adımında 5 puan(%7) elde edilmiştir. T2 etkinliklerinde model ortaya çıkarıldığı dikkate alınırsa en önemli adımın %42 ile anlama adımı olduğu, sonrasında düzenleme, tahmin ve doğrulama adımları olduğu ortaya çıkmaktadır (Bkz. Grafik 4.54).



Grafik 4.54. *T2 Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri (1:Anlama Adımı, 2:Düzenleme Adımı, 3:Tahmin Adımı, 4:Doğrulama Adımı)*

T3 etkinliklerinde modellemenin adımlarındaki toplam puanlarına bakıldığında anlama adımında 28 yeterlik puanı (%34), düzenleme adımında 37 puan(%45), tahmin adımında 6 puan(%7) ve doğrulama adımında 12 puan(%14) elde edilmiştir. T3 etkinliklerinde model ortaya çıkarıldığı dikkate alınırsa en önemli adımın %45 ile düzenleme adımı olduğu, sonrasında anlama, doğrulama ve tahmin adımları olduğu ortaya çıkmaktadır (Bkz. Grafik 4.55).



Grafik 4.55. *T3 Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Puanlarının Yüzdeleri (1:Anlama Adımı, 2:Düzenleme Adımı, 3:Tahmin Adımı, 4:Doğrulama Adımı)*

Yukarıda hesaplanan ve grafiği verilen gösterilen yeterliklere göre modellemenin adımlarında ortaya çıkan toplam yeterlik puanlarının ağırlıkları (yüzdeleri) doğrusal ilişki türüne göre farklılık göstermektedir (Bkz. Tablo 4.59). Bu durumun sebepleri ayrıca araştırılabilir.

Tablo 4.59. *Doğrusal İlişki Türlerinin Adımlarında Gösterilen Yeterliklerin Toplam Puanlarının Yüzdeleri*

Doğrusal ilişki türü	Anlama adımı (%)	Düzenleme adımı (%)	Tahmin adımı (%)	Doğrulama adımı (%)
T1	52	30	7	11
T2	42	34	16	7
T3	34	45	7	14

Tablo 4.58'e dikey olarak bakıldığında anlama adımlarında T1'den T3'e doğru gösterilen yeterliklerin puanlarında azalma görülmektedir. Bu duruma göre doğrusal ilişki türlerinde T1'den T3'e doğru anlamada zorlanmanın arttığı söylenebilir. Buna karşın modelin ortaya çıkartılabilmesi için düzenleme adımında T1'den T3'e doğru bir artış olduğu görülmektedir. Bu durum anlama adımı ile düzenleme adımının, gösterilen alt yeterliklerdeki puan ortalaması açısından ters orantılı olduğu söylenebilir. Bu durumun doğru olduğu kabul edilirse öğretmen adaylarının anlama adımında zorlanma yaşadıkları

problemlerde modelin geliştirilebilmesi için düzenleme adımında yeterlikleri kullanmada daha başarılı oldukları söylenebilir. Bu durum ayrıca araştırma konusu olabilir.

Kullanılmayan yeterliklere bakıldığında T1 etkinliklerinde AY10 (Problemi parçalara bölme), AY11 (Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme) ve AY13 (Çözümün yorumlanması) yeterlikleri, T2 etkinliklerinde AY2 (Görevi benzetim veya temsillerle açıklama), AY11 (Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme), AY13 (Çözümün yorumlanması) yeterlikleri ve T3 etkinliklerinde ise AY2 (Görevi benzetim veya temsillerle açıklama), AY3 (Stratejik öğeleri ayırt etme), AY13 (Çözümün yorumlanması) ve AY14 (Sonuçların yorumlanması) yeterlikleri hiç kullanılmamıştır (Bkz. Tablo 4.60). Kullanılmayan yeterliklere modellemenin adımlarına göre bakıldığında T1 etkinliklerinde düzenleme adımından 2, tahmin adımında 1 yeterlik kullanılmamıştır. T2 etkinliklerinde anlama, düzenleme ve tahmin adımlarında 1'er yeterlik kullanılmamıştır. T3 etkinliklerinde ise anlama ve tahmin adımlarında 2'şer yeterlik kullanılmamıştır.

Tablo 4.60. *Doğrusal İlişki Türüne Göre Hiç Gösterilemeyen Yeterlikler*

Doğrusal İlişki Türü	AY2	AY3	AY10	AY11	AY13	AY14
T1			✓	✓	✓	
T2	✓			✓	✓	
T3	✓	✓			✓	✓

Gösterilen yeterliklere bakıldığında en çok gösterilen yeterliklerden en az gösterilene doğru (%12 ile AY7-Tahminler ve stratejiler üretme, AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma yeterlikleri; %11: AY5-Değişkenleri belirleme; %10: AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme yeterliği; %9: AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme, AY16-Doğrulamalar yapma; %7: AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; %6: AY4-Problemin karmaşık yapısını basitleştirme, AY15-Genelleme, …) şeklinde gerçekleşmiştir. Öğretmen adaylarının belirli yeterlikleri yoğunlukla kullanmaları problem çözme alışkanlıkları ile açıklanabilir.

Gösterilen yeterliklerin sıralamasına bakıldığında önceliğin genellikle anlama adımına ait yeterlikler olduğu görülmektedir. Anlama adımından sonra genellikle düzenleme adımına geçilmiştir. Düzenleme adımından sonra 8 defa doğrulama ve 7 defa tahmin adımına geçiş yapıldığı görülmüştür (Bkz. Tablo 4.61). Bu durum modellemenin adımları arasındaki geçişlerde genelde Lesh'in sıralamasına uyulduğu görülmektedir.

Doğrulama adımı genel olarak tahmin adımından önce tercih edilmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının, oluşturdukları ilk matematiksel modelin nihai model olduğu düşünülerek oluşturulan bu ilk modelin doğrulama alt yeterliği kullanılarak hemen doğrulanmasının tercih edilmesi ile açıklanabilir.

Tablo 4.61. *Gösterilen Yeterliklerin Kullanım Önceliğine Göre Sıralaması (Yeşil Renk: Anlama Adımı (AY1-2-3-4-5-6); Mavi Renk: Düzenleme Adımı (AY7-8-9-10-11-12); Pembe Renk: Tahmin Adımı (AY13-14-15); Kahverengi: Doğrulama Adımı (AY16-17))*

TÜR	YAPI	DÖNGÜ	YETERLİKLER ve SIRALAMA										
			1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
T1	Y1	1	AY6	AY5	AY1	AY7	AY12	AY8	AY15	AY16			
		2	AY1	AY5	AY6	AY7	AY12	AY17	AY15	AY16			
	Y2	1	AY1	AY5	AY6	AY2	AY3	AY4	AY7	AY12			
		2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY12	AY9	AY8	AY16	AY14	
	Y3	1	AY1	AY2	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY12	AY16		
		2	AY2	AY1	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY12	AY8	AY16	AY 15
T2	Y1	1	AY3	AY1	AY5	AY7	AY12	AY9	AY14	AY16			
		2	AY5	AY6	AY7	AY8	AY12	AY14	AY16				
	Y2	1	AY1	AY3	AY4	AY5	AY6	AY7	AY12				
		2	AY1	AY5	AY6	AY7	AY12	AY8	AY14	AY15	AY17	AY16	
	Y3	1	AY5	AY6	AY7	AY12	AY14						
		2	AY5	AY4	AY6	AY7	AY10	AY12	AY14	AY15			
T3	Y1	1	AY1	AY4	AY5	AY12							
		2	AY1	AY5	AY6	AY7	AY12	AY8	AY15	AY16			
	Y2	1	AY1	AY4	AY5	AY6	AY9	AY7	AY12	AY8	AY16		
		2	AY7	AY12	AY8	AY17	AY16	AY15					
	Y3	1	AY1	AY5	AY4	AY9	AY10	AY11	AY7	AY12	AY8	AY16	
		2	AY6	AY7	AY10	AY8	AY16	AY15					

0:Yeterliği hiç gösterememiştir; 1:Yeterliği kısmen gösterebilmiştir; 2:Yeterliği tamamen gösterebilmiştir; Y:Yeterliği kullanmamıştır.

AY1:Görevin hedef veya amaçlarını belirtme; AY2:Görevi benzetim veya temsillerle açıklama; AY3:Stratejik öğeleri ayırt etme; AY4:Problemin karmaşık yapısını basitleştirme; AY5:Değişkenleri belirleme; AY6:Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme; AY7:Tahminler ve stratejiler üretme; AY8:Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; AY9:Matematiksel ifadeleri düzenleme; AY10:Problemi parçalara bölme; AY11:Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme; AY12:Matematiksel bilgiyi kullanma; AY13:Çözümün yorumlanması; AY14:Sonuçların yorumlanması; AY15:Genelleme; AY16:Doğrulamalar yapma; AY17:Modeli revize etme

Öncelik sıralamasına göre en çok gösterilen yeterliklere bakıldığında 1. sırada AY1-Görevin hedef veya amaçlarını belirtme: 9 defa; 2. sırada AY5-Değişkenleri belirleme: 6 defa; 3. sırada AY6-Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme: 5 defa; 4. sırada AY7-Tahminler ve stratejiler üretme: 6 defa; 5. sırada AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma: 6 defa; 6. sırada AY8-Matematiksel bir ilk model ortaya koyma: 3 defa; 7. sırada AY7-Tahminler ve stratejiler üretme: 4 defa; 8. sırada AY12-Matematiksel bilgiyi kullanma ve AY16-Doğrulamalar yapma: 4'er defa; 9. sırada AY16-Doğrulamalar

yapma: 3 defa; 10 sırada AY16-Doğrulamalar yapma: 3 defa; 11. sırada AY15-Genelleme: 1 defa kullanılmıştır (Bkz. Tablo 4.62).

Tablo 4.62. *Gösterilen Yeterliklerin Öncelik Sıralaması ve Kullanım Sayıları*

Öncelik Sıralaması	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**
Yeterlikler	AY1	AY5	AY6	AY7	AY12	AY8	AY7	AY12 AY16	AY16	AY16	AY15
Kullanım Sayısı (defa)	9	6	5	6	6	3	4	4	3	3	1

Tablo 4.61'de oluşan sıralama öğretmen adaylarının bir matematiksel modelleme etkinliğinde model geliştirmek için kullandıkları alt yeterliklerin genel bir sıralamasını verdiği söylenebilir. Buna göre öğretmen adaylarının model geliştirmede ortaya koydukları yeterlik sıralaması Görevin hedef veya amaçlarını belirtme (AY1), Değişkenleri belirleme (AY5), Strateji geliştirme (AY7), Matematiği kullanma (AY12), Değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme (AY6), ... şeklinde gerçekleştiği söylenebilir.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışmada öğretmen adaylarının, doğrusal ilişkilere yönelik hazırlanmış modelleme etkinliklerinin çözüm süreçleri incelenmiş ve bu süreçlerde farklı tür ve yapılardaki modelleme soruları kapsamında gösterdikleri bilişsel modelleme yeterliklerinin dağılımları araştırılmıştır.

Bu bölümde, araştırmanın amaçları ve araştırma soruları kapsamında elde edilen bulgular ve yorumlara dayalı olarak ulaşılan sonuçlar, sonuçlar üzerine mevcut literatür ışığında yapılan tartışma ve geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuç

Sonuç bölümünde araştırma soruları kapsamında ilk olarak öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri modelleme süreçleri üzerine odaklanılmış; ardından bu süreçlerde gösterilen yeterlikler değerlendirilmiştir. Her iki araştırma problemi de bütünsel bir açıdan ele alınmış, gerek süreçler gerekse gösterilen yeterlikler, problem tür ve yapıları ile birlikte değerlendirilerek sonuçlar verilmiştir. Doğrusal ilişkilere yönelik hazırlanan etkinliklerin tür ve yapısı ile ilgili bilgi Tablo 5.1'de özetlenmiştir.

Tablo 5.1. *Doğrusal İlişki Türleri ve Etkinliklerin Yapıları (Y1:Verilerdeki Belirsizlik Seviyesi En Düşük; Y2:Verilerde Dönüşüm Yapılmalı; Y3:Verilerin Belirsizlik Seviyesi Yüksek)*

Doğrusal İlişki Türleri	Tam Doğrusal (T1)	Parçalı Doğrusal (T2)	Doğrusala Yakın (T3)
Etkinliklerin Yapıları	Y1 Y2 Y3	Y1 Y2 Y3	Y1 Y2 Y3

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçleri (Lesh ve Doerr, 2003, s. 17)'un modelleme döngüsü kapsamında kullandığı dört aşama (anlama, düzenleme, tahmin ve doğrulama) çerçevesinde değerlendirilmiştir. Her bir aşama ile ilgili detaylara geçmeden önce modelleme süreci ile ilgili ulaşılan genel sonuçlar aşağıda sırasıyla bahsedilmiştir. Bu sonuçların ardından her bir tür ve yapıdaki modelleme etkinliklerinin çözüm süreçleri karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmanın bulguları öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini etkileyen bazı durumları ortaya çıkarmıştır. Bunlardan ilki modelleme sorularının geleneksel problemlere göre öğretmen adaylarınca farklı görülmesi ve her farklı türdeki etkinliklerin

başlangıcında bu türdeki modelleme etkinliklerine karşı bir uyum sorunu yaşamalarıdır. Çalışmanın bulguları bu durumun öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde sık sık zorluklar yaşamalarına sebep olduğunu göstermiştir.

Modelleme süreci ile ilgili ortaya çıkan diğer bir sonuç da öğretmen adaylarının süreç-odaklı bir yaklaşımdan ziyade sonuç-odaklı bir problem çözme yaklaşımı sergilemeleri ve bu durumun modelleme sürecine uyum sağlamakta zorluklar yaşamalarına sebep olduğudur. Bulgular öğretmen adaylarının bir an önce sonucu bulma yönündeki eğilimlerinin çoğu zaman problemin amacını tam olarak kavrayamamalarına sebep olduğunu göstermiştir. Ayrıca, ilk matematiksel işlemleri sonunda problemin sonucuna ulaşılamaması öğretmen adaylarında giderek artan bir stres oluşumuna neden olduğu görülmüştür. Sonuca ulaşma durumlarında ise öğretmen adaylarının, çoğu zaman rahatlayarak kendilerine güven geldiği ve modelleme döngüsünü tamamladıkları gözlenmiştir. Bu durumda ise öğretmen adaylarının yeni bir döngüye geçmedikleri ve oluşturdukları modeli geliştirmeyi ya da test etmeyi düşünmedikleri görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının modelleme sürecini yaşamalarına rağmen çalışma sürecinde, modellemenin arkasındaki felsefeye ulaşamadıklarını ve bu felsefeyi anlayamadıklarını göstermiştir. Sonuçlar bu açıdan değerlendirildiğinde yeterliklerin gelişiminin modelleme felsefesi açısından bir ön koşul olduğu dile getirilebilir.

Çalışmanın bulgularının gösterdiği bir diğer sonuç da öğretmen adaylarının mevcut matematiksel bilgilerinin (gerek kavramsal gerek işlemsel) modelleme sürecinde önemli bir rol oynadığıdır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri görmekte yaşadıkları sorunların; özellikle değişkenlerin belirlenmesi ve aralarındaki ilişkilerin ortaya konmasında ve bunu matematiksel olarak (gerek cebirsel, gerekse diğer temsillerle göstermek açısından) ifade etmekte yaşanan sorunların modelleme sürecini çoğu zaman geciktirdiğini ortaya çıkarmıştır.

Elde edilen bir diğer sonuç da öğretmen adaylarının problem çözmede kullandıkları stratejilerin derinliği ve bu konudaki deneyimlerinin modelleme sürecini doğrudan etkilemesidir. Öğretmen adaylarının farklı görünen modelleme sorularının çözümü aşamasında üç genel strateji kullandıkları görülmüştür. Birincisi, daha önce çözdükleri matematik problemlerine benzetimlerde bulunma; ikincisi, bir önceki çözdükleri modelleme sorusuyla dolaylı ya da doğrudan ilişki kurma; üçüncü yaklaşım da kendilerinin olası yapabilecekleri hakkında varsayımlarda bulunmalarıdır. Bulgular özellikle, hemen sonuca ulaşmayı amaçlayan problem çözme alışkanlıklarına sahip bu

öğretmen adaylarının, modelleme etkinliklerini önceki (geleneksel) problemlere benzetimlerde bulunma çabaları ile modelin oluşturulmasına yönelik etkili sonuçlar alamadıklarını göstermiştir. Ayrıca sonuçlar, modelleme sorularında kullanılan bağlamların, öğretmen adaylarının bireysel deneyimlerine olan yakınlığının ya da uzaklığının, modelleme etkinliklerinin çözümlerinde kullanılan bahsi geçen stratejilerin seçiminde ve uygulanmasında doğrudan etkisi olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Sonuçlar modelleme sorularının yapısının, öğretmen adaylarının kullandıkları stratejilere etkisi olduğunu göstermiştir. Modelleme soruları ile ilk defa karşılaşan öğretmen adaylarının başlangıçta sistematik bir problem çözme stratejisi kullanmak yerine deneme-yanılma, değişkenler arasında rastgele ilişkiler bulma ve bu ilişkilerden yola çıkarak bir sonuç elde etme çabası içinde oldukları görülmüştür. Dolayısıyla, hem öğretmen adaylarının mevcut problem çözme deneyimlerinin hem de problemin yapısının seçilen stratejilere etkisinin olduğu sonucunu ortaya çıkarmaktadır.

Çalışmanın bulguları ayrıca modelleme sürecinde grup çalışmasının ve grup üyeleri arasındaki iletişimin modelleme sürecine olumlu katkıda bulunduğunu göstermiştir. Çalışmanın başlarında bireysel olarak problemi anlamaya çalışan öğretmen adaylarının süreç içerisinde problemin anlaşılmasında birbirlerine daha fazla destek verdikleri gözlenmiştir. Her ne kadar grup üyeleri birbirlerini çalışma öncesinde tanısa da modelleme sürecinde birlikte çalışma alışkanlıkları edindiklerini belirtmişlerdir.

(Lesh ve Doerr, 2003, s. 17)'un belirttiği modellemenin adımlarında (anlama, düzenleme, tahmin, doğrulama) gösterilen ya da gösterilemeyen yeterlikler, farklı tür ve yapıdaki modelleme etkinlikleri için değerlendirildiğinde önemli sonuçların ortaya çıktığı görülmüştür.

Çalışmanın en temel sonuçlarından biri modelleme soruları ile ilk defa karşılaşan bireylerin problem durumunu *anlamada* güçlükler yaşayabileceğidir. Sonuçlar, özellikle bu durumun doğrusal ilişkilere yönelik hazırlanan farklı tür ve yapıdaki modelleme sorularının genelinde yaşandığını göstermiştir. Özellikle problem durumuyla ilk karşılaştıklarında öğretmen adayları, görevin hedef ve amaçlarını belirlemede (AY1), benzetim ve temsillerden yararlanmada (AY2), problemi stratejik öğelere ayırarak (AY3 problemin karmaşık yapısını basitleştirmede (AY4), değişkenleri belirlemede (AY5) ve bunlar arasındaki ilişkileri fark etmede (AY6) performanslarının düşük olduğu belirlenmiştir. Burada dikkat çeken husus görevin hedef ve amaçlarını belirtme ile ilgili

(AY1) alt yeterliktir. Her ne kadar öğretmen adayları birinci döngülerde görevin hedef ve amaçlarını problem cümleleri ile ifade etmiş olsalar da süreç içerisinde aslında hedef ve amaçları tam olarak anlamadıkları ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla, bu alt yeterliğin ifade edilmesinin, problemin anlaşılması için yeterli bir koşul olmadığı ortaya çıkmaktadır. Diğer bir sonuç ise öğretmen adaylarının farklı tür ve yapılardaki soruların büyük çoğunluğunun anlama adımında görevi benzetim veya temsillerle açıklama eylemini (AY2) yapmadığı görülmüştür.

Elde edilen bir diğer sonuç ise dikkatlice tasarlanmış modelleme sorularının ve öğrenme ortamının bu zorlukların zamanla aşılmasında önemli bir rol oynadığıdır. Öğretmen adayları çalışmanın başlangıcında, anlama adımı ile ilgili temel alınan yeterlikleri (Bkz. Tablo 3.2) göstermekte zorlanmalarına rağmen zaman içerisinde benzer türdeki modelleme sorularına aşina olmaya başladığında (genellikle ikinci modelleme döngülerinde) başlangıçta gösteremedikleri yeterlikleri gösterebilmişlerdir. Özellikle, tam doğrusala yakın ilişkiler içeren ikinci modelleme sorusundan itibaren bu ilişkiyi fark ederek yeni problemin içerisinde doğrusal ilişki durumunu aramaya başlamışlardır. Ancak, yine de değişkenlerin doğru bir şekilde belirlenememesinden (AY5) dolayı çoğu zaman rastgele seçilen değişkenler arasında bu ilişkiyi arama yoluna gitmişlerdir. Problemin doğru anlaşılamaması öğretmen adaylarının çoğu zaman tekrar başa dönerek modelleme döngüsüne yeniden başlamalarına neden olmuştur. Öğretmen adaylarının bu sistemsiz yaklaşımları zamanla onları görevin hedef ve amaçlarına daha fazla odaklanmalarına (AY1) ve ilgili değişkenleri bulmak (AY5) için problemi basitleştirme yoluna (AY4) sevk etmiştir. Bu deneyimleri farklı tür ve yapıdaki sorular için tekrar tekrar yaşayan öğretmen adayları her ne kadar ilk girişimlerinde başarısız olsalar da genellikle ikinci girişimlerinde modelleme sorusunu doğru anlayabilmişlerdir. Bu durum tüm farklı tür (T1-T2-T3) ve yapılardaki (Y1-Y2-Y3) sorulara ait modelleme süreçleri için benzerlik göstermiştir. Araştırmadan elde edilen bu sonuca göre anlama adımına ait alt yeterliklerin birbirleriyle ilişkili olduğu ve birbirlerini desteklediği görülmektedir.

Anlama adımında gösteril(e)meyen yeterliklerin (AY1-AY6) modelleme sürecinin bir sonraki adımı olan *düzenleme adımını* da olumsuz yönde etkilediği elde edilen bir diğer sonuç olmuştur.

Çalışma kapsamında elde edilen temel sonuçlardan bir tanesi de modelleme sürecinin her bir adımının diğerini olumlu ya da olumsuz yönde tetiklemesidir. Çalışma kapsamında her farklı tür ve yapıdaki problemlerin ilk modelleme döngüsü

incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunlukla problemi yanlış ya da eksik anlayarak hızlı bir şekilde düzenleme adımına geçtikleri görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının yanlış ya da eksik varsayımlar üzerine tahminde bulunmalarına ve stratejiler geliştirmelerine (AY7) neden olmuştur. Bunun bir sonucu olarak öğretmen adayları için problem durumunda bahsi geçen görevin hedef ve amaçlarını karşılayabilecek bir ilk matematiksel model ortaya çıkarmak (AY8) çoğu zaman mümkün olmamıştır. Öğretmen adaylarının tekrar anlama adımına yönelmeleri genellikle bu adım esnasındaki süreçte görülmüştür.

Düzenleme adımı ile ilgili elde edilen bir diğer önemli sonuç da öğretmen adaylarının gerçek dünya problemini matematiksel ifadelerle düzenlemekte (AY9) yaşadıkları problemlerdir. Özellikle, öğretmen adaylarının matematik dilini kullanarak problem durumunu açıklamakta yetersiz kaldıkları görülmüştür. Öğretmen adayları doğrusal ilişkileri her ne kadar sözel olarak ifade etmeye çalışsalar da bunu cebirsel ifadelerle gösterip grafiksel temsile geçmede genelde zorlanmışlardır. Buna karşın, matematiksel temsilleri kullanmanın öğretmen adaylarının tercihlerine bakıldığı durumlarda, cebirsel temsilin grafiksel temsile oranla daha fazla tercih edildiği söylenebilir. Özellikle çalışma, öğretmen adaylarının sonraki etkinliklerde grafikleri etkin bir şekilde kullanmaya başladıklarını ve bir problem çözme aracı olarak kullandıklarını gösterse de başlangıçta önemli ölçüde bu aracı nasıl kullanabilecekleri konusunda çok fazla fikir sahibi olmadıklarını ortaya çıkarmıştır. Bu açıdan değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının doğrusal ilişkiler kapsamındaki modelleme sürecinde matematiksel bilginin kullanımına yönelik (AY12) yeterliklerinin başlangıçta oldukça yetersiz olduğu söylenebilir.

Çalışmanın sonuçları, anlama adımında gösterilen yeterliklerin düzeyinin artmasıyla birlikte düzenleme adımında gösterilen yeterliklerin düzeyinin de buna bağlı olarak arttığını göstermiştir. Bu durum, farklı tür ve yapıdaki (T1Y1-T1Y2-T1Y3; T2Y1-T2Y2-T2Y3; T3Y1-T3Y2-T3Y3) problemlerin modelleme süreçlerinde gözlenmiştir.

Çalışmanın bir diğer sonucu da farklı türdeki (T2 ve T3) ve yapıdaki problemlerle karşılaşılmasının, öğretmen adaylarının düzenleme adımında kullanabildikleri yeterlikleri zamanla arttırabildiği olmuştur (Bkz. Tablo 4.58).

Tahmin adımı süreci hakkındaki sonuçları ifade etmeden önce öğretmen adaylarının modelleme sürecinde, genel olarak düzenleme adımından sonra tahmin adımına geçtikleri

kadar doğrulama adımına da yöneldikleri görülmüştür. Bu durum modelleme sürecinin sıralı bir yapıya sahip olmaması ile açıklanabilir. Bu durumun sebebi ayrıca öğretmen adaylarının düzenleme adımında oluşturdukları ilk matematiksel modelin nihaî model olarak kabul edilip bu modelin doğrulanmasına ihtiyaç duyulmamasından kaynaklanıyor da olabilir.

Tahmin adımıyla ilgili elde edilen en belirgin sonuç öğretmen adaylarının düzenleme adımında ulaştıkları ilk matematiksel modelin problem durumundaki hedef ve amaçları ne ölçüde karşıladığını belirlemekte oldukça zorlanmalarıdır. Çoğu zaman bu modelin kritiği ve revizyonu yapılmadan doğrulama adımına geçildiği görülmüştür. Bu zorluğun nedeni olarak öğretmen adaylarının gerek çözümlerini yorumlamada (AY13) gerekse elde ettikleri sonuçları yorumlamada (AY14) ve bir genellemeye ulaşmada (AY15) çok fazla başarılı olamamalarından kaynaklandığı öne sürülebilir.

Çalışmada öğretmen adaylarının buldukları sonucun, genellikle üzerinde çalıştıkları problem durumuna özel ve bu problem çerçevesinde sınırlı olacağını düşünmeleri, onları genelleme yapmaktan alıkoyduğu gözlenmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının modelleme sürecinde yer yer tahmin adımını atlamalarına ve dolayısıyla modelleme sürecini tam olarak gerçekleştirememelerine sebep olmuştur.

Bir önceki bölümde belirtilen ve çalışma kapsamında elde edilen temel sonuca benzer olarak, *doğrulama adımının* da tahmin adımı gibi modelleme sürecinin en zayıf halkalarından biri olduğudur. Bu adımda öğretmen adaylarının, kritik ve revize edilen ilk matematiksel modelin (AY8) gerçek dünya durumlarını karşılayıp karşılamadığını test etmeleri beklenir. Ayrıca, bu sürecin sonunda modelin (gerekirse tekrar revize edilerek) problem durumundan soyutlanarak benzer durumlar için kullanılıp kullanılmayacağı ve ne kadar uygun sonuçlar üretip üretmediği test edilerek modelin doğrulaması yapılır.

Çalışmanın sonuçları doğrulama adımının sınırlı çerçevede gerçekleştiğini ortaya koymuştur. Bu adımda öğretmen adaylarının farklı tür ve yapıdaki problemlerde elde ettikleri modelleri genellikle mevcut problemler kapsamında verilen verileri kullanarak test ettikleri (AY16) görülmüştür. Daha önce de belirtildiği gibi öğretmen adaylarının sonuç odaklı bir yaklaşım sergilemeleri elde edilen modele nihai bir model gibi yaklaşmalarına ve çok fazla sorgulamamalarına neden olduğu düşünülmektedir. Bu sebeple öğretmen adayları çoğu zaman modeli revize etme (AY17) ihtiyacı duymamışlardır.

Çalışmanın sonuçları modelleme sorularını öğretmen adaylarının en fazla iki döngüde tamamladıklarını ve döngü sayısının artışıyla birlikte çoğu zaman gösterilen *yeterliklerde* artış olduğu görülmüştür (Tablo 4.2, 4.6, 4.9, 4.17, 4.20, 4.24, 4.30, 4.35, 4.50). Tam doğrusal ve parçalı doğrusal ilişkiler içeren her yapıdaki (Y1-Y2-Y3) tüm etkinliklerde bu artış görülürken doğrusala yakın ilişkiler içeren etkinliklerden sadece birinci yapıya ait etkinlikte (T3Y1) artış görülmüştür. Bu durum modelleme sorularının tür ve yapılarının değişmesiyle ilişkili olabilir.

Araştırmanın sonuçları problemin türünün ve yapısının gösterilen ya da gösterilmeyen yeterliklerde önemli bir etken olduğunu göstermiştir. Her ne kadar aynı tür modelleme etkinlikleri içerisinde ikinci döngülerde yeterlik puanlarında genelde bir artış görünse de (T3Y2 ve T3Y3 hariç) türler arasında (tam doğrusaldan parçalı doğrusala ya da parçalı doğrusaldan doğrusala yakın) ikinci döngü yeterlik puanları karşılaştırıldığında böyle bir düzenli artış gözlenmemiştir.

5.2. Tartışma

Bu bölümde araştırmanın sonuçları literatür ışığında değerlendirilmiştir. Özellikle, öğretmen adaylarının modelleme süreçleri ve bu süreçlerde gösterdikleri yeterlik durumları tartışılmıştır.

Lester (1985, s. 41) problem çözme eğitiminin temel amacının öğrencileri belirli tipteki soruları çözebilmeleri için belirli becerilerle donatmak olmadığını; aksine problem çözmenin bir süreç olduğunu ve bu sürecin öğrencilerin bağımsız ve esnek düşünce yapılarını geliştirmesi gerektiğini belirtmiştir. Dowshen (1980, s. 212) etkili bir problem çözücünün çok çeşitli problem çözme yaklaşımlarına sahip, bir problemle karşılaştığında bir plan çerçevesinde hareket ediyor görünümünde, deneme-yanılma becerisini gösterebilen, bulduğu cevapları mantıksal açıdan değerlendirebilen, sonuç hakkında tahminde bulunabilen ve problemi çözmeden önce genellikle problemi anlamaya çalışan bir yapıda olduğunu belirtmiştir.

Bu çalışmanın sonuçları bizlere öğretmen adaylarının (küçük bir bölümü de olsa) eğer uygun ortam ve problem durumlarının sağlanması durumunda bahsi geçen özelliklere sahip olabileceklerini; öte yandan bunun zaman gerektiren bir durum olduğunu ve erken yıllardan başlayarak bu eğitimin verilmesi gerekliliğini ortaya koymuştur.

Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının problem çözme yaklaşımlarının Lester'in (1985, s. 41) belirttiğinin aksine süreç odaklı olmadığını; daha çok sonuç odaklı bir yapıda ve bunun da problemin doğasıyla yakından ilişkili olduğunu göstermiştir. Bu durumu öğretmen adaylarının mevcut eğitim sistemindeki deneyimleri ile ilişkilendirebiliriz. Öğretmen adayları, yapılan görüşmelerde modelleme sorularının daha önce karşılaştıkları (gerek ders kitaplarında ve yardımcı kaynaklarda, gerekse sınıf içi örneklerde) problemlere çok fazla benzemediklerini; bu problemlerin hem görünüm hem de problem çözme süreci olarak diğer problemlerden farklılıkları olduğunu belirtmişlerdir. Bir öğretmen adayı: "Bizim gördüğümüz (matematik) problemler kısa ve 1-2 dakika, bilemedin 5 dakikada çözülebilecek problemlerdi. Bu (modelleme) problemleri çözmek saatleri alıyor ve bilindik yolları uygulayamıyorsunuz." diyerek bu farklılığa vurgu yapmıştır. Modelleme sorularıyla ilk karşılaştıklarında öğretmen adayları hızlı bir şekilde sonuca ulaşmak istemişler; yer yer sonucu bulduklarını belirterek işlemlerini bitirme eğiliminde bulunmuşlar; ancak daha sonra problemi anlamadıklarını fark ederek hayal kırıklığına uğramışlardır. Öğretmen adaylarının daha önceki deneyimlerinde olduğu gibi bir an önce sonuca ulaşma ve sonuç odaklı problem çözme yaklaşımı içinde oldukları ve modelleme sorularına çok fazla aşina olmadıkları literatürdeki diğer çalışmalarda da (Bal ve Doğanay, 2014, s. 1373; Bukova-Güzel ve Uğurel, 2010, s. 85; Bukova-Güzel, 2011, s. 32; Eraslan, 2012, s. 2962; Eisentraut ve Günther, 1997, s. 382; Korkmaz, 2010, s. 206; Şen-Zeytun, 2013, s. 147; Ural, 2014, s. 130) karşımıza çıkmaktadır. Özellikle, bu çalışmalarda öğretmen adaylarının modelleme sorularını detaylı bir şekilde incelemeden ve problemin amaçlarını tam anlamadan problem çözme girişiminde bulundukları belirtilmiştir. Mevcut çalışmada da öğretmen adaylarının özellikle modelleme soruları ile ilk karşılaştıklarında benzer davranışlar sergiledikleri görülmüştür.

Öğretmen adaylarının gösterdikleri bu davranışlar problem çözme deneyimleri ile de açıklanabilir. Özellikle, çalışmalar (Lesgold, 1988'den aktaran Goldstein, 2013, s. 591) uzman problem çözücülerin problemleri çözümlemeye daha fazla zaman ayırmalarına karşın acemilerin ya da daha az deneyime sahip problem çözücülerin ise problemi hemen çözme gayreti içerisinde olmalarına işaret etmiştir. Goldstein (2013, s. 591) uzman problem çözücülerin problemlerin derin yapılarına ve problemdeki ilişkilere odaklandıklarını belirtirken acemi problem çözücülerin yüzeysel nitelikler üzerinde durduklarını belirtmiştir. İlk modelleme etkinliklerinde öğretmen adayları problemin

anlaşılmasına yönelik daha az çaba gösterip problemin analizini tam olarak yapmamışlarken ilerleyen etkinliklerde problemin analiz edilmesi ve anlamaya yönelik tartışmaların yapılması onları modelleme süreci hakkında daha fazla bilgilendirmiştir.

Öğretmen adaylarının ilk modelleme etkinliklerinde bu yöndeki problem çözme davranışları modelleme süreçlerinin adımlarında birçok bilişsel yeterliğin gösterilememesine ve ya eksik ya da yanlış gösterilmesine sebep olmuştur. Literatürdeki çalışmalar (Aydın-Güç, 2015, s. 354; Bal ve Doğanay, 2014, s. 1373-1374; Bukova-Güzel, 2011, s. 33; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 201; Eraslan, 2012, s. 2969; Korkmaz, 2010, s. 206; Ural, 2014, s. 130, 131; Şen-Zeytun, 2013, s. 154-156) incelendiğinde her ne kadar temel alınan modelleme süreçlerinde farklılıklar olsa da (Lesh ve Doerr, 2003, s. 17)'un anlama, düzenleme, tahmin ve doğrulama adımları, bu çalışmada temel alınan yeterlikler (Bkz. Tablo 3.2) bağlamında değerlendirildiğinde ve bahsi geçen çalışmalarda ifade edilen yeterlikler kapsamında, öğretmen adaylarının birçok bilişsel yeterliği gösteremedikleri ya da göstermekte zorlandıkları görülmüştür. Aşağıda literatürdeki bu sonuçlar karşılaştırmalı olarak tartışılmıştır.

Mevcut çalışmadaki modelleme adımları karşılaştırıldığında genel olarak tüm adımlarda öğretmen adaylarının zorlandıkları dikkat çekmektedir. Bununla birlikte, tahmin ve doğrulama adımı, anlama ve düzenleme adımlarına oranla öğretmen adaylarının en fazla zorladıkları adımlar olmuştur (Bkz. Tablo 4.58). Bu durumun sebebi daha önce belirtildiği gibi problem çözmede sonuç odaklı bir yaklaşımın (Şen-Zeytun, 2013, s. 156, 157) eğitim sistemimizde ağırlıklı olarak yer alması, sürece dayalı modelleme etkinliklerinin fazla kullanılmaması (Şen-Zeytun, 2013, s. 152) ve modelleme sürecinin uzun ve zorlu bir süreç olması (Eraslan, 2012, s. 2963; Kaiser, 2007, s. 118; Kertil, 2008, s. 103-104; Maass, 2006, s. 128, 134; Şen-Zeytun, 2013, s. 152) olabilir. Buna karşın, literatürde problem türüne bağlı olarak öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde aynı ölçüde zorlanmadıklarını gösteren çalışmalar da mevcuttur. Örneğin, (Bukova-Güzel, 2011, s. 32) çalışmasında kullandıkları modelleme sorusunda öğretmen adaylarının modelleme sürecinin *görevin anlaşılması* ve *görevin basitleştirilmesi* adımlarında fazla zorlanmamalarına rağmen modelin/modellerin geçerliğini göstermede ve sonuçların doğrulanmasında zorluklar yaşadıklarını bulmuştur. Benzer şekilde, (Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 201) çalışmalarında öğretmen adaylarının verilen modelleme etkinliğindeki problemi anlamakta, varsayımlarda bulunmakta, problemi daha küçük parçalara ayırmakta çok fazla zorlanmadıklarını, ancak gerçek durumdan

matematiksel sonuçları yorumlama ve genelleme yeterlilikleri bağlamında zorlandıklarını belirlemişlerdir. Bu durumlar modelleme sorusunun doğasının modelleme sürecini etkileyebildiği sonucunu ortaya çıkartabilir. Nitekim bu sonuçlar mevcut çalışmanın bulgularıyla örtüşmektedir. Modelleme sorusunun türü ve yapısı problemin anlaşılmasını etkilemektedir. Çalışmada özellikle öğretmen adaylarının tam doğrusal ilişkilere yönelik hazırlanan problemleri parçalı doğrusala yönelik hazırlanan problemlere göre daha iyi anladıkları; buna karşın doğrusala yakın problemleri ise daha az anladıkları belirlenmiştir (Bkz. Tablo 4.58).

Diğer bir husus da modelleme etkinliklerinde kullanılan problem bağlamlarının problemlerin anlaşılmasına olumlu ya da olumsuz bir şekilde etki etmesidir. Her ne kadar modelleme soruları bağlam açısından zengin olsa da kullanılan bağlamın öğretmen adaylarının bireysel deneyimlerine olan uzaklığı onların problemi anlamalarını kolaylaştırmak yerine zorlaştırabilmektedir. Mevcut çalışmada Emlakçı Fiyat Etkinliği (Bkz. Ek-15) kapsamında öğretmen adayları dükkân fiyatlarını etkileyen faktörleri tam olarak bilemediklerinden bunu ev olarak düşünüp ona göre yorum yapmaya çalışmışlardır. Bağlamın problemin anlaşılmasında olumsuz bir rol oynayabileceğini (Sullivan, Zevenbergen ve Mousley, 2003, s. 119) çalışmalarında bahsetmişlerdir. Özellikle, seçilen bağlamın matematiksel açıdan uygunluğu, öğrencilerin ilgi ve yaş durumuyla ilişkisi, motivasyona etkisi ya da bazı öğrencileri olumsuz etkileme durumlarının problemlerde bağlam seçilirken dikkat edilmesi gereken durumlar olarak belirtilmiştir. Bu çerçevede değerlendirildiğinde çalışma kapsamında hazırlanan modelleme etkinliklerinin öğretmen adaylarının modelleme süreçlerine ve gösterdikleri bilişsel yeterliklere olumlu ya da olumsuz yönde, doğrudan veya dolaylı bir şekilde etkilediği söylenebilir.

Çalışmanın sonuçları öğretmen adaylarının düzenleme adımında zorlanmalarının sebebinin daha çok matematiksel bilgiyi gerçek hayat problemlerinin çözümünde kullanamamalarından kaynaklandığı ve bazen de kavramsal ya da işlemsel bilgilerindeki yetersizlikler ile ilişkili olduğu yönündedir. Modelleme sürecinde basit matematiksel hatalara düşülmesi yapılan birçok tartışmayı ve matematiksel işlemleri, uygulanmak istenen strateji açısından sonuçsuz bırakmakta veya yanlış sonuçlar üretilmesine sebep olmaktadır. Bu yöndeki bulgular literatürdeki (Bal ve Doğanay, 2014, s. 1374; Korkmaz, 2010, s. 205; Şen-Zeytun, 2013, s. 147; Ural, 2014, s. 130-133) bulgularla örtüşmektedir. Örneğin, (Bal ve Doğanay, 2014, s. 1373) çalışmasında öğretmen adaylarının kavram

bilgilerindeki zayıflığının model oluşturma sürecinde önemli bir eksiklik olduğunu vurgulayarak bu nedenden ötürü öğretmenlerin çoğu zaman model oluşturmakta zorlandıklarını belirtmiştir. Benzer şekilde (Ural, 2014, s. 133, 134) öğretmen adaylarının matematiksel ilişkileri cebirsel olarak ifade etmekte öğretmen adaylarının çoğu zaman zorlandıklarını gözlemlemiştir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının cebirsel gösterimin yanında grafiksel ve tablosal gösterimleri kullanmakta zorlandıkları görülmüştür.

Çalışmanın önemli bulgularından bir tanesi de öğretmen adaylarının gerçek dünya problemini temsil etmeye yönelik oluşturdukları ilk modeli inceleyerek hedefi ve amaçları ne ölçüde karşıladığını belirleyip revize etmekte (tahmin aşamasında) yaşadıkları sorunlardır. Öğretmen adayları genellikle ilk buldukları modeli nihai model olarak düşünmüşler ve modellemeyi bu aşamadan sonra kısa bir zaman dilimi içerisinde sonlandırmışlardır. Benzer bulgular literatürdeki diğer çalışmalar (Eraslan, 2012, s. 2963; Özer-Keskin, 2008, s. 184; Korkmaz, 2010, s. 135, 201, 207; Şen-Zeytun, 2013, s. 147; Ural, 2014, s. 131) ile de örtüşüp bulgular öğrencilerin genellikle rutin problemlerin çözüm süreçlerine benzer davranışlar sergiledikleri yönündedir. Bu çalışmada ve yukarıda bahsi geçen çalışmaların birçoğunda öğretmen adaylarının modelleme soruları ile ve modelleme süreciyle ilk defa karşılaşıyor olmaları dikkate alındığında öğretmen adaylarının mevcut problem çözme yaklaşımlarından kolay vazgeçmedikleri sonucu çıkartılabilir.

Bu durum ayrıca doğrulama adımını da olumsuz yönde etkilemektedir. Öğretmen adayları elde edilen modelin doğruluğunu genellikle problem kapsamında verilen tablosal verileri ya da kendi oluşturdukları verileri kullanarak ve bu verileri modelde yerine koyarak test etme arayışında oldukları gözlenmiştir. Bu yaklaşım da tahmin adımında bahsedildiği gibi öğretmen adaylarının rutin problemlerde kullandıkları yaklaşımlarla örtüşmektedir. Benzer sonuçlar literatürdeki diğer çalışmalarda da (Aydın-Güç, 2015, s. 346, 360; Bal ve Doğanay, 2014, s. 1373-1374; Bukova-Güzel, 2011, s. 32; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 201; Eraslan, 2012, s. 2963; Korkmaz, 2010, s. 207; Ural, 2014, s. 130; Şen-Zeytun, 2013, s. 147) bulunmaktadır. Örneğin, (Şen-Zeytun, 2013, s. 156) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının, oluşturdukları modellerin problemlerdeki kriterleri ne ölçüde sağlayıp sağlamadıklarını çoğu zaman kontrol etmediklerini belirtmiştir.

Çalışmanın bulguları her ne kadar artan problem türüne (T1-T2-T3) bağlı olarak gösterilen yeterlik puanlarının artmadığını gösterse de öğretmen adaylarının modelleme

sorularına aşina olmaya başladıkça modelleme sürecini daha iyi anlamaya başladıklarını ve bu sürece daha fazla uyum sağladıklarını göstermiştir. Benzer durumları diğer çalışmalarda da (Aydın-Güç, 2015, s. 360; Bal ve Doğanay, 2014, s. 1374; Bukova-Güzel, 2011, s. 32-33; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 200; Eraslan, 2012, s. 2963; Korkmaz, 2010, s. 209; Ural, 2014, s. 134; Şen-Zeytun, 2013, s. 159) görebilmekteyiz. Örneğin, (Bal ve Doğanay, 2014, s. 1374) modelleme etkinlikleri üzerine yaptıkları çalışmanın, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde yaşadıkları sorunları büyük ölçüde gidermelerine yardımcı olduğunu bulmuşlardır. Bukova-Güzel (2011, s. 33) modellemenin adımlarına yönelik sınıf içinde yapılan tartışmaların öğretmen adaylarının modelleme sürecini anlamalarına olumlu katkıda bulunduğunu belirtmiştir. Tekin-Dede ve Yılmaz (2013, s. 205) modelleme döngüsü hakkında bilgilendirilen öğretmen adaylarının bilişsel yeterliklerinin olumlu yönde etkilendiğini ifade etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının gösterdikleri modelleme yeterlikleri problem tür ve yapılarına göre farklılıklar gösterebilmektedir. Çalışmanın bulguları bir problem türünde gösterilen yeterliklerin diğer problem türüne doğrudan aktarılmadığını göstermiş ve dolayısıyla yeterliklerin problem türüne bağlı olarak değişkenlik gösterebileceği sonucunu ortaya çıkarmıştır. Literatürde de (Aydın-Güç, 2015, s. 350, 361; Biccard, 2010, s. 185; Kaiser, 2007, s. 118) modelleme yeterliklerinin doğrusal bir gelişim göstermedikleri belirtilmiştir. Bu açıdan değerlendirildiğinde bu araştırmanın sonuçları ile bu çalışmaların benzerlik gösterdiği söylenebilir. Aydın-Güç (2015, s. 349) modelleme yeterliklerinin ortaya çıkmasında etkinliklerin kapsamı, bağlamı, karmaşıklık düzeyi, içeriği gibi değişkenlerin önemli rol oynadığını belirtmiştir. Bu çalışmada da etkinliklerdeki belirsizlik durumunun artışı (Y1-Y2-Y3), problemlerin karmaşıklık düzeyini arttırmış ancak öğretmen adaylarının deneyimlerinin artması ile her ne kadar başlangıçta yeterlik puanları düşük olsa da ilerleyen modelleme süreçlerinde bu puanlarda artış görülmüştür. Örneğin Tam Doğrusal (T1) ilişkiler içeren etkinliklerde belirsizlik düzeyi arttıkça gösterilen yeterlik puanlarında önce düşüş sonra artış gözlenmiştir. Parçalı doğrusal (T2) etkinliklerde belirsizlik durumu arttıkça gösterilen yeterlik puanı önce artmış, en yüksek belirsizlik düzeyinde ise tekrar azalmıştır. Doğrusala yakın ilişkiler içeren etkinliklerde (T3) ise belirsizlik düzeyinin artmasına rağmen yeterlik puanlarının arttığı gözlenmiştir. Bu durum her ne kadar öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinde doğrusal bir gelişimi göstermese de deneyim artışı ile birlikte gösterilen yeterliklerde genel bir artış olduğu söylenebilir.

Çalışma kapsamında her bir modelleme adımında gösterilen yeterlikler genel olarak değerlendirildiğinde bazı yeterliklerin hiç kullanılmadığı, bazı yeterliklerin ise çok az gösterildiği görülmektedir. Benzer sonuçlar literatürdeki diğer çalışmalarda da (Aydın-Güç, 2015, s. 351; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013, s. 201) görülmektedir. Bu çalışmada örneğin tam doğrusal ilişkiler içeren etkinliklerinin "düzenleme adımında" AY10 (problemi parçalara bölmek) ve AY11 (mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme) yeterliklerinin hiç kullanılmadığı görülmüştür. Bu yeterliklerin hiç kullanılmaması tam doğrusal ilişkiler içeren tüm farklı yapılardaki etkinliklerde (T1Y1-T1Y2-T1Y3) büyük bir problem yaratmadığı da gözlenmiştir. Benzer şekilde, tam doğrusal ilişkiler içeren etkinliklerin "tahmin adımında" AY13 (çözümün yorumlanması) ve AY14 (sonuçların yorumlanması) yeterliklerinin hiç kullanılmadığı görülmüştür. Buna karşın bu yeterliklerin gösterilmemesi modelleme sürecinin tamamlanmasını önemli ölçüde engellemiş ve ilk modelin revize edilerek geliştirilmesini çoğu zaman önlemiştir. Benzer durum (Aydın-Güç, 2015, s. 351) çalışmasında da görülmektedir. Araştırmacı çalışmasında "bazı anahtar alt-yeterliklerin iyi düzeyde sergilenmesinin diğer alt-yeterlikleri tolere edebildiğini" ifade etmiştir. Bu kapsamda çalışmanın "anlama adımı" ele alındığında AY5 (Değişkenleri belirleme) ve AY6 (Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme) alt yeterliklerinin anahtar alt yeterlikler olduğu görülmektedir. "Düzenleme adımı" için AY7 (Tahminler ve stratejiler üretme), AY8 (Matematiksel bir ilk model ortaya koyma) ve AY12 (Matematiksel bilgiyi kullanma) alt yeterliklerinin anahtar alt yeterlikler olduğu görülmektedir. "Tahmin adımına" bakıldığında AY15 (Genelleme) alt yeterliğinin anahtar alt yeterlik olduğu görülmüştür. "Doğrulama adımında" ise AY16 (Doğrulamalar yapma) ve AY17 (Modeli revize etme) alt yeterliğinin anahtar alt yeterlik olduğu görülmüştür. Bu belirlenen anahtar yeterlikler parçalı doğrusal ve doğrusala yakın ilişkiler içeren etkinlikler için de geçerlidir. Çalışmanın bulguları anahtar alt yeterliklerde yaşanan sorunların öğretmen adayları için modelleme sürecinde gerek modelin ortaya konması gerekse modelleme sürecinin tamamlanması açısından önemli bir rol oynadığı belirlenmiştir.

5.3. Öneriler

Bu bölümde araştırma kapsamında elde edilen sonuçlar ışığı altında geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

Bu çalışmanın sonuçları, uygun ortam ve planlı modelleme etkinlikleri sağlandığında öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinin gelişebileceğini göstermiştir. Ancak, bu gelişimin gösterilebilmesi için modelleme yaklaşımının sadece bir ders kapsamında değil diğer derslere de yansıtılarak ele alınmasında fayda vardır. Literatürde (Bukova-Güzel, 2011, s. 32; Çiltaş ve Işık, 2013, s. 1191; Karalı ve Durmuş, 2015, s. 812; Kertil, 2008, s. 106; Maass, 2006, s. 139; Özer-Keskin, 2008, s. 188; Şen-Zeytun, 2013, s. 158) modelleme yaklaşımının lisans eğitimi kapsamında verilen alan dersleri kapsamında da (analiz, lineer cebir, geometri, vd.) kullanılmasının öğretmen adaylarının kavramsal bilgilerinin ve matematiksel yeterliklerinin gelişimine katkıda bulunabileceği belirtilmiştir.

Bu çalışma modelleme yaklaşımının, öğretmen adaylarının doğrusal ilişkilere yönelik kavramsal bilgilerinin gelişimine de katkıda bulunabileceğini göstermiştir. Özellikle doğrusal ilişkilerde değişkenleri belirleyebilmek, bu değişkenler arasındaki ilişkileri oluşturabilmek ve matematiksel olarak ifade etmek, farklı temsillerle bu ilişkileri gösterip yorumlayabilmek kavramsal bilginin temel bileşenlerinden biridir. Modelleme süreci öğretmen adaylarının bu bileşenlere odaklanmasına ve doğrusal ilişkileri daha yakından incelemesine fırsat vermiştir. Bu açıdan değerlendirildiğinde birçok matematiksel kavram modelleme yaklaşımı çerçevesinde ele alınıp tartışılabilir.

Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının sınırlı düzeyde problem çözme yaklaşımlarına sahip olduğunu göstermiştir. Özellikle, öğretmen adaylarının sonuç odaklı bir yaklaşım sergilemeleri önceki deneyimlerinin sınav odaklı rutin matematik soruları ile sınırlı olduğunu göstermektedir. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2013a, s. 3) incelendiğinde ise öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümündeki problem çözme becerilerinin önemine vurgu yapılmaktadır. Ortaokul matematik öğretmeni olacak bu öğretmen adaylarının rutin olmayan modelleme soruları gibi sorularla daha önceden tanışmaları ve problem çözme süreçlerini daha yakından deneyimlemeleri önemlidir. Dolayısı ile lisans eğitimi çerçevesinde gerek alan eğitimi, gerekse alana yönelik dersler kapsamında öğretmen adaylarının rutin olmayan problemlerle tanışabilecekleri ortamların sağlanması ve süreç odaklı problem çözme deneyimlerine daha fazla yer verilmelidir.

Her ne kadar bu çalışma öğretmen adayları ile yapılmış olsa da çalışmanın bulguları, modelleme yaklaşımının daha erken yıllarda (ilkokul, ortaokul ve lise) ele alınmasının öğretmen adaylarının hazır bulunuşluk düzeylerine olumlu katkılarda bulunabileceği söylenebilir. Dolayısı ile modelleme yaklaşımına sadece lisans düzeyinde değil ilkokuldan başlayarak tüm sınıf düzeylerinde yer verilmesinde fayda vardır. Böylece öğrencilerin problem çözme yaklaşımları ve problem çözme becerileri daha sistematik bir şekilde geliştirilebilir.

Çalışmanın bulguları ayrıca modelleme sorularının doğasının ortaya çıkan yeterliklere etki edebileceğini göstermiştir. Bu çalışma kapsamında elde edilen bulgular, problemdeki belirsizlik düzeyinin artması ile birlikte bireylerin problem durumundaki aranan ilişkileri kurabilmesi için daha fazla bilişsel yeterlik göstermesi gerektiğine işaret etmektedir. Bu durumda modelleme deneyimi az olan bireylere ilk olarak daha az bilişsel yük yükleyecek modelleme sorularının yöneltilmesinde fayda olabilir. Çalışma kapsamında Yapı-1 problemlerinde verilerin hazır olarak verilmesi ve tek bir ilişki üzerine odaklanılması bireyler üzerinde daha az bir bilişsel yük oluşturmaktadır. Öte yandan Yapı-3 problemlerinde hiçbir veri verilmeyip bireylerin gerek verileri gerekse veriler arasındaki ilişkileri kendilerinin kurmaları istenmektedir. Bu durum onlar üzerindeki bilişsel yükü (eğer deneyimleri az ise) önemli ölçüde artırmaktadır. Diğer yandan problem türlerinin uygulanma sırası da önemli olabilir. Bu çalışmada önce tam doğrusal ilişkiler içeren etkinlikler uygulanmış; ardından parçalı doğrusal ve doğrusala yakın ilişkiler içeren etkinlikler uygulanmıştır. Buradaki amaç öncelikle öğretmen adaylarının doğrusal ilişkilerin doğasını anlamalarını ve sonra bu ilişkiyi ne ölçüde genelleyerek doğrusala yakın ilişkileri açıklayabildiklerini incelemekti. Dolayısı ile kavramların öğretiminde modelleme yaklaşımı kullanılırken ön koşulluk ilkesi dikkate alınabilir.

Her ne kadar bu çalışmada doğrusal ilişkileri incelemek üzere böyle bir yaklaşım benimsenmiş olsa da ileride yapılabilecek çalışmalarda farklı yaklaşımlar kullanılabilir. Ayrıca, bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri modelleme süreçleri (Lesh ve Doerr, 2003, s. 17)'un modelleme adımları kullanılarak ve bu süreçlerde gösterdikleri (Maass, 2006, s. 116-117)'ın ifade ettiği bilişsel modelleme yeterlikleri incelenmişken ileride yapılabilecek çalışmalarda çeşitli matematiksel kavramların, ilişkilerin farklı modelleme süreç adımları ve bu süreçlerde gösterilen farklı bilişsel yeterliklere odaklanılabilir.

Yapılan çalışmada modelleme süreçlerinde bazı alt yeterliklerin anahtar rol oynayıp diğer bazı alt yeterliklerin gösterilmemesini tolere edebildiğini ortaya çıkarmıştır. İleride yapılabilecek araştırmalarda alt yeterlikler arasındaki ilişkiler daha detaylı araştırılabilir. Özellikle hangi alt yeterliklerin birbirinin olumlu ya da olumsuz yönde tetiklediği incelenebilir. Ayrıca farklı tür ve yapılardaki problemlerde gösterilen alt yeterliklerin nasıl bir sistematik yapıya sahip olduğu kapsamlı bir şekilde araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Altun, M. ve Durmaz, B. (2013). Doğrusal ilişki bilgisini oluşturma süreci üzerinde bir durum çalışması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26 (2), 423-438.

Ang, K.C. (2010). Teaching and learning mathematical modelling with technology. *Proceedings of the 15th Asian Technology Conference in Mathematics*, Kuala Lumpur: University of Malaya, s. 19-29.

Aydın-Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Bal, A.P. ve Doğanay, A. (2014). Sınıf öğretmenliği adaylarının matematiksel modelleme sürecini anlamalarını geliştirmeye yönelik bir eylem araştırması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14 (4), 1363-1384.

Bayazit, İ. ve Aksoy, Y. (2010). Matematiksel problemlerin öğrenim ve öğretimi. E. Bingölbali ve M.F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s. 287-312). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Bayazit, İ., Aksoy, Y. ve Kırnap, M. (2011). Teachers' understanding of and proficiency at producing mathematical models. *Education Sciences*, 6 (4), 2495-2516.

Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: The role of CAS. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 34 (5), 212-220.

Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Stellenbosch: University of Stellenbosch.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modeling-Categorising the TSG21 papers. M. Blomhøj and S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics* içinde (pp. 1-17). Roskilde: Roskilde University.

Blomhøj, M. and Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22 (3), 123-139.

Blomhøj, M. and Jensen, T.H. (2007). What's all the fuss about competencies? W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn and M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in*

mathematics education: The 14th ICMI Study içinde (pp. 45-56). New York: Springer.

Brown, R. and Redmond, T. (2007). Collective argumentation and modelling mathematics practices outside the classroom. *Mathematics: Essential research, essential practice,* 163-171.

Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications,* 30 (1), 19-36.

Bukova-Güzel, E. ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 29 (1), 69-90.

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Erzurum: Atatürk Üniversitesi.

Çiltaş, A. and Işık, A. (2013). The effect of instruction through mathematical modelling on modelling skills of prospective elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice,* 13 (2), 1187-1192.

Davis, J.D. (2007). Real-world contexts, multiple representations, student-invented terminology, and y-intercept. *Mathematical Thinking and Learning*, 9 (4), 387-418.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. and Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. (Vol. 41). New York: Springer Science & Business Media.

Deniz, D. (2014). O*rtaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Erzurum: Atatürk Üniversitesi.

Doğan-Temur, Ö.D. (2012). Analysis of prospective classroom teachers' teaching of mathematical modeling and problem solving. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education,* 8 (2), 83-93.

Doruk, B.K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.

Doruk, B.K. ve Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41 (41), 124-135.

Dowshen, A.G.L. (1980). *A critical analysis of research on problem solving in secondary school mathematics, 1925-1975.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Philadelphia: Temple University.

Durmuş, S. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sahip olduğu değerler ve modelleme düzeylerine ilişkin bir inceleme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11 (2), 1055-1071.

Durmuş, S. and Bıçak, B. (2006). A scale for mathematics and mathematical values of preservice teachers. *Paper presented at The 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics*. İstanbul, Türkiye.

Durucasu, H. (2013). Regresyon ve korelasyon analizi. E. Şıklar ve A. Özdemir (Ed.), *İstatistik II* içinde (s. 116-137). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2), 103-131.

Eisentraut, R. and Günther, J. (1997). Individual styles of problem solving and their relation to representations in the design process. *Design Studies*, 18 (4), 369-383.

Ellis, A.B. (2007). Connections between generalizing and justifying: Students' reasoning with linear relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38 (3), 194-229.

Ellis, A.B. (2009). Patterns, quantities, and linear functions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14 (8), 482-491.

English, L.D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63 (3), 303-323.

English, L.D. (2011). Complex modelling in the primary/middle school years. G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum and J. Brown (Eds.), *Teaching practice and the practice of applied mathematicians* içinde (pp. 1-9). Australian: Catholic University.

English, L.D. and Watters, J.J. (2004). Mathematical modelling with young children. *Proceedings of the 28th International PME Conference* içinde (pp. 335-342).

Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10 (1), 364-377.

Eraslan, A. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri üzerinde düşünme süreçleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12 (4), 2953-2970.

Ferri, R.B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 86-95.

Ferri, R.B. (2013). Mathematical Modelling in European Education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 4 (2), 18-24.

Fosnot, C.T. (1996). Teachers construct constructivism: The center for constructivist teaching/teacher preparation project. *Constructivism: Theory, perspectives, and practice*, 205-216.

Freeman, A.L. (2014). *The impact of small-group mathematical modeling activities on students' understanding of linear and quadratic functions*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. New York: Columbia University.

Galbraith, P.L. and Clatworthy, N.J. (1990). Beyond standard models—meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 21 (2), 137-163.

Galbraith, P. and Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 143-162.

Georgescu, E.C. (2013). *Grade 9 teachers use of technology in linear relations.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Toronto: Toronto University.

Goldstein, E.B. (2013). *Bilişsel psikoloji*. (Çev: O. Gündüz). İstanbul: Kaknüs.

Gould, H. (2013). *Teachers' conceptions of mathematical modeling*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. New York: Columbia University.

Güder, Y. (2013). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modellemeye ilişkin görüşleri.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Elazığ: Fırat Üniversitesi.

Güleç, S. ve Alkış, S. (2003). İlköğretim birinci kademe öğrencilerinin derslerdeki başarı düzeylerinin birbiri ile ilişkisi. *İlköğretim Online*, 2 (2), 19-27.

Güneş, B., Gülçiçek, Ç. ve Bağcı, N. (2004). Eğitim Fakültelerindeki fen ve matematik öğretim elemanlarının model ve modelleme hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. *Türk Fen Eğitimi Dergisi*, 1 (1), 35-48.

Hamilton, E., Lesh, R., Lester, F. and Brilleslyper, M. (2008). Model-eliciting activities (MEAs) as a bridge between engineering education research and mathematics education research. *Advances in Engineering Education*, 1 (2), 1-25.

Henning, H. and Keune, M. (2005). Levels of modelling competence. M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the fourth congress of the european society for research in mathematics education (CERME 4)* içinde (pp. 1666-1674). Sant Feliu de Guíxols, Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.

Henning, H. and Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn and M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* içinde (pp. 225-232). New York: Springer.

Houston, K., (2007). Assessing the "phases" of mathematical modelling. W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn and M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* içinde (pp. 249-256). New York: Springer.

Kaiser, G. (2005). Introduction to the working group "applications and modelling". M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the fourth congress of the european society for research in mathematics education (CERME 4)* içinde (pp. 1612-1622). Sant Feliu de Guíxols, Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.

Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. C. Haines, P. Galbraith, W. Blum and S. Khan (Ed.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* içinde (pp. 110-119). Chichester: Horwood.

Kang, O.K. (2012). Teaching mathematical modeling in school mathematics. S.J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education (ICME-12)* içinde (pp. abcde, Abcde+3). New York: Springer.

Karalı, D. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme hakkındaki görüşlerinin ortaya çıkarılması.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi.

Karalı, D. and Durmuş, S. (2015). Primary School Pre-service Mathematics Teachers' Views on Mathematical Modeling. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11 (4), 803-815.

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi.

Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi.

Korum, U. (1985). *Matematiksel istatistiğe giriş*. (3. baskı). Ankara: Ankara Üniversitesi Siyasal Bilgiler Fakültesi Yayınları.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H.M., Post, T and Zawojewski, J.S. (2003). Model development sequences. R. Lesh ve H.M. Doerr (Ed.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* içinde (pp. 35-58). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. and Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. R. Lesh ve H.M. Doerr (Ed.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* içinde (pp. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. and Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical thinking and learning*, 5 (2-3), 157-189.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. and Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. A. Kelly, R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education* içinde. (pp. 591-646). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey.

Lesh, R. and Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical thinking and learning*, 5 (2-3), 109-129.

Lesh, R. and Yoon, C. (2007). What Is Distinctive in (Our Views About) Models & Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching? W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn and M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* içinde (pp. 161-170). New York: Springer.

Lester, F.K. (1985). Methodological considerations in research in mathematical problem solving instruction. E.A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical*

problem solving: Multiple research perspectives içinde (pp. 41-69). London: Erlbaum.

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 96-112.

Lobato, J. and Siebert, D. (2002). Quantitative reasoning in a reconceived view of transfer. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21 (1), 87-116.

Maass, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 113-142.

Martin, S.A. and Bassok, M. (2005). Effects of semantic cues on mathematical modeling: Evidence from word-problem solving and equation construction tasks. *Memory & Cognition*, 33 (3), 471-478.

MEB. (2013a). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.

MEB. (2013b). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.

MEB. (2015). *Ortaöğretim matematik 12 ders kitabı.* Ankara: ADA Matbaacılık.

Merriam, S.B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber.* (Çev: S. Turan). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Mousoulides, N., Christou, C. and Sriraman, B. (2008). A modeling perspective on the teaching and learning of mathematical problem solving. *Mathematical Thinking & Learning*, 10 (3), 293-304.

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. A. Gagatsis and S. Papastavridis (Ed.), *3rd Mediterranean conference on mathematical education* içinde (pp. 115-124). Athens, Greece: The Hellenic mathematical society.

Niss, M., Blum, W. and Galbraith, P. (2007). Introduction. W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn and M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* içinde (pp. 3-32). New York: Springer.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2009). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. (4. Baskı). Ankara: Maya Akademi.

Özdemir, E. and Üzel, D. (2013). A case study on teacher instructional practices in mathematical modelling. *The Online Journal of New Horizons in Education*, 3 (1), 1-14.

Özer-Keskin, Ö. (2008). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi.

Panhuizen, M.V.D.H. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54 (1), 9–35.

Pollak, H.O. (2003). A history of the teaching of modeling. G.M. Stanic and J. Kilpatrick (Ed.), *A history of school mathematics* içinde (pp. 647-671). Reston, VA: NCTM.

Postelnicu, V. (2011). *Student difficulties with linearity and linear functions and teachers' understanding of student difficulties.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Tempe: Arizona State University.

Schorr, R. and Lesh, R. (2003). A modeling approach for providing teacher development. *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* içinde (pp. 141-158). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Serper, Ö. (2010). *Uygulamalı istatistik*. (6. baskı). Bursa: Ezgi Kitabevi.

Sherman, T.M. and Kurshan, B.L. (2005). Constructing Learning: Using Technology to Support Teaching for Understanding. *Learning & Leading with Technology*, 32 (5), 10-39.

Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (2006), 211-219.

Sriraman, B. (2005). Conceptualizing the model-eliciting perspectıve of mathematical problem solving. M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the fourth congress of the european society for research in mathematics education (CERME 4)* içinde (pp. 1686-1695). Sant Feliu de Guíxols, Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. and Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. J. Watson, K. Beswick (Ed.), *Mathematics: Essential research, essential practice* içinde (pp. 688-697). Australia: MERGA.

Sullivan, P., Zevenbergen, R. and Mousley, J. (2003). The Contexts of mathematics tasks and the context of the classroom: Are we including all students? *Mathematics Education Research Journal*, 15 (2), 107-121.

Şen-Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: ODTÜ.

Şıklar, E. (2013). Regresyon ve korelasyon analizi. E. Şıklar ve A. Özdemir (Ed.), *İstatistik-II* içinde (s. 116-137). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Yayınları.

Tekin, A. (2012). *Temel istatistik dersleri.* Konya: Eğitim Yayınevi.

Tekin, B., Konyalıoğlu, A.C. ve Işık, A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17 (3), 919-932.

Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 4 (3), 185-206.

Türker, B., Sağlam, Y. and Umay, A. (2010). Preservice teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia-Social and Behavioral Sciences,* 2 (2), 4622-4628.

Ural, A. (2014). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23 (2014) 110-141.

Van de Waalle, J.A., Karb, K.S. ve Bay-Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev: S. Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Yanik, H.B., Kurz, T.L. and Memis, Y. (2014). Using archeological data to model mathematics. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas,* 87 (6), 249-253.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (8. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

EK-1 ETİK KURULU KARARI
EK-2 GÖNÜLLÜ KATILIM İZİN FORMU
EK-3 GÖZLEM FORMU
EK-4 GÖRÜŞME SORULARI
EK-5 ANALİTİK DERECELİ PUANLAMA ÖLÇEĞİ
EK-6 MODELLEME ETKİNLİKLERİ KONTROL LİSTESİ
EK-7: MODELLEME ETKİNLİKLERİ KONTROL LİSTESİ T3Y2 ÖRNEĞİ
EK-8 T1Y1 ETKİNLİĞİ (REKLAM GİDERİ VE KÂR)
EK-9 T1Y2 ETKİNLİĞİ (SU HARCAMA)
EK-10 T1Y3 ETKİNLİĞİ (KARŞIDAN GELEN ARACIN HIZI NE?)
EK-11 T2Y1 ETKİNLİĞİ (TELEFON PAKETİ SATIN ALMA)
EK-12 T2Y2 ETKİNLİĞİ (ARAÇ SATIN ALMA)
EK-13 T2Y3 ETKİNLİĞİ (ALARM SİSTEMLERİ)
EK-14 T3Y1 ETKİNLİĞİ (DEPREMDE ENLEMİ BOYLAMI BULMA)
EK-15 T3Y2 ETKİNLİĞİ (EMLAKÇI FİYAT LİSTESİ)
EK-16 T3Y3 ETKİNLİĞİ (ESKİ İNSANLARIN BOYU)

EK-1. Etik Kurulu Kararı

T.C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Etik Kurulu

Sayı : 22576088-050.99-**69** **Tarih :** 22.04.2015

Konu: 22.04.2015 tarihli 7/24 sayılı Etik Kurul kararı hk.

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 13.04.2015 tarih ve 167 sayılı yazınız.

İlgi yazınız ekinde Rektörlüğümüze gönderilen Doç. Dr. H. Bahadır YANIK'ın danışmanlığını yaptığı Doktora Programı öğrencisi Celil KARABAŞ'ın "Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Doğrusal İlişkileri Modelleme Süreçlerinin İncelenmesi" başlıklı doktora tez çalışmasına ilişkin Üniversitemiz Etik Kurulu Kararı, yazımız ekinde gönderilmektedir.

Bilgilerinizi ve uygulama dosyasının hazırlanmasında, ilgili kurumun, bulunması halinde Etik Kurulu Yönergesinin dikkate alınması konusunda gereğini rica ederim

Prof. Dr. Aydın AYBAR
Etik Kurul Başkanı
Rektör Yardımcısı

947
30.04.2015

EKLER:
1. Etik Kurulu Kararı

Danışman
Öğrenci

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Yunus Emre Kampusü 26470 ESKİŞEHİR
Tel +90 222 335 05 80-4412, **Faks** +90 222 335 36 16, **E-Posta** etik@anadolu.edu.tr,
Web http://www.anadolu.edu.tr/kurullar/etik.aspx

EK-1. (Devam) Etik Kurulu Kararı

Kayıt Tarihi: 14.04.2015 Protokol No: 9044

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ ETİK KURULU KARARI

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Doğrusal İlişkileri Modelleme Süreçlerinin İncelenmesi
~~PROJE~~/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Doç. Dr. H. Bahadır YANIK
TEZ YAZARI:	Celil KARABAŞ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	–
KARAR:	Olumlu

ETİK KURUL ÜYELERİ — **İMZA/ TARİH** 22.04.2015

Prof. Dr. Aydın AYBAR
Rektör Yardımcısı / Etik Kurul Başkanı

Prof. Dr. Hayrettin TÜRK
Fen Bil.(Fen Fak.)

Prof. Dr. Yusuf ÖZTÜRK
Sağlık Bil.(Ecz. Fak.)

Prof. Dr. Esra CEYHAN
Eğitim Bil. (Eğitim Bil. Ens.)

Prof. Dr. Kemal YILDIRIM
Sos. Bil.(İkt. ve İd. Bil. Fak.)

Doç. Dr. Münevver ÇAKI
Güz. San. (Güz. San. Fak.)

EK-2. Gönüllü Katılım İzin Formu

Sayın matematik öğretmeni adayları;

Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri modelleme süreçlerinin ve bilişsel modelleme yeterliklerinin araştırılmasıdır. Araştırma çerçevesinde sizlere bazı etkinlikler uygulanacak ve bu etkinliklerde ortaya çıkaracağınız modellere ulaşma süreçleriniz gözlemlenecektir. Gerek görüldüğü takdirde bu süreçlerin açıkça ortaya çıkarılması adına sizlerle yarı yapılandırılmış görüşmeler de yapılacaktır. Tüm bu süreçteki gözlem ve görüşmelerin veri kaybına uğramaması adına video kaydı alınacaktır. Video kayıtları araştırma verilerini analiz etmede kullanılacaktır ve araştırmacılar haricinde kimse ile paylaşılmayacaktır. Araştırmanın raporlaştırılması sürecinde elde edilen bilgiler yazılırken ve ileride yapılabilecek akademik bildiri ve yayınlarda kimliğiniz ile ilgili özel bilgilere kesinlikle yer verilmeyecektir.

Bu formun amacı sizi görüşme ve gözlem sürecinden haberdar etmek ve izin almaktır. Yapacağımız gözlem ve görüşmelere ilişkin takvim ekte yer almaktadır. Araştırmada gönüllülük esastır. İstediğiniz zaman araştırmadan çıkma hakkına sahipsiniz. Katılım ve yardımlarınız için teşekkür ederim.

Doktora Öğrencisi Celil KARABAŞ
Adres:
Tel: 05054432454
e-mail adresi: celilkarabas55@gmail.com

Sorumlu Araştırmacı
(Doktora Öğrencisi)
Celil Karabaş

Aşağıda imzası olan ben…… yukarıdaki açıklamayı okuyup anladım. Benimle yapılacak olan görüşmenin yukarıda belirtildiği şekilde bireysel görüşmeler, etkinlik sürecindeki gözlemler, saha notları, çalışmalar esnasında kullandığımız kâğıtlar, çalışmanın tüm aşamalarının video kaydı ve ses kaydı altına alınması ve etkinliklerden sonra yapılacak yarı yapılandırılmış görüşmelerden toplanmasına ve kullanılmasına izin veriyorum.

Öğrenci Tel:
Öğrenci e-mail adresi: İmza

EK-3. Gözlem Formu

Araştırmacı Adı-Soyadı:

Yer:

Tarih-Saat:

Etkinlik Başlığı:

Gözlem Başlangıç-Bitiş Saati:

1	İlköğretim matematik öğretmeni adayları matematiksel modelleme etkinliğini nasıl anlıyorlar?
2	İlköğretim matematik öğretmeni adayları çözüm için hangi varsayımlarda bulunuyorlar?
3	İlköğretim matematik öğretmeni adayları matematiksel modelleme etkinliklerinde soruları nasıl çözüyorlar?

4	İlköğretim matematik öğretmeni adayları matematiksel modelleme etkinliklerinde modelleri nasıl ortaya koyuyorlar?
5	İlköğretim matematik öğretmeni adayları ortaya çıkardıkları modellerin doğruluğunu nasıl gösteriyorlar?
6	İlköğretim matematik öğretmeni adayları ortaya çıkardıkları farklı modeller arasındaki karşılaştırmaları nasıl yapıyorlar?
7	İlköğretim matematik öğretmeni adayları matematiksel modeller için ne tür temsiller kullanıyorlar ve temsiller arasındaki geçişi nasıl yapıyorlar?

EK-4. Görüşme Soruları

1. Problemden, önce ne anladınız? Anlamada sıkıntılarınız olduğunu düşünüyorsanız sizi zorlayan kavram veya ifadelerin neler olduğunu düşünüyorsunuz? Nerelerde zorlandığınızı ifade ediniz.
2. Problemi anlayabildiniz mi? Bağlamda ne sorulduğu, ifadelerden anlaşılıyor muydu? Soru açık mıydı?
3. Bağlamda verilen veriler sizce yeterli miydi? Yeterli değilse başka nelerin verilmesi gerekirdi?
4. Değişkenleri görmekte zorlandınız mı?
5. Değişkenler arasındaki ilişkiyi görmekte zorlandınız mı?
6. Aklınıza gelen ilk çözüm yolu neydi? Nasıl bir plan yaptınız? Varsa planınız işe yaradı mı? Neden böyle yaptınız?
7. Verileri matematiksel ifadelere dönüştürmekte zorluklar yaşadınız mı?
8. Modeliniz sizce doğru mu? Ortaya çıkardığınız modelin ne kadar doğru olduğunu düşünüyorsunuz? Eksik olduğunu düşünüyorsanız ne gibi eksiklikler olduğunu düşünüyorsunuz?
9. Modelinizi doğrulamak için neler yaptınız?
10. Grup arkadaşlarınızla tartışırken zorluklar yaşadınız mı?
11. Problem durumu sizde ne gibi duyguların oluşmasına sebep oldu? Etkinlik sürecinde soruyu istekli olarak mı çözdünüz? Sebepleri nelerdir?
12. Etkinlik sonunda kendinizi revize etme ihtiyacı hissettiniz mi? Nerelerde eksikliğinizin olduğunu düşünüyorsunuz?

EK-5. Analitik Dereceli Puanlama Ölçeği

Alt yeterlikler	Puan ölçütleri		
	0	**1**	**2**
AY1	Görevin hedef veya amaçlarını hiç belirtememiştir	Görevin hedef veya amaçlarını kısmen belirtebilmiştir	Görevin hedef veya amaçlarını tamamen belirtebilmiştir
AY2	Görevi benzetim veya temsillerle hiç açıklayamamıştır	Görevi benzetim veya temsillerle kısmen açıklayabilmiştir	Görevi benzetim veya temsillerle tam açıklayabilmiştir
AY3	Stratejik öğeleri hiç ayırt edememiştir	Stratejik öğeleri kısmen ayırt edebilmiştir	Stratejik öğeleri tam ayırt edebilmiştir
AY4	Problemin karmaşık yapısını hiç basitleştirememiştir	Problemin karmaşık yapısını kısmen basitleştirebilmiştir	Problemin karmaşık yapısını tamamen basitleştirebilmiştir
AY5	Değişkenleri hiç belirleyememiştir	Değişkenleri kısmen belirleyebilmiştir	Değişkenleri tam belirleyebilmiştir
AY6	Değişkenler arasındaki ilişkileri hiç fark edememiştir	Değişkenler arasındaki ilişkileri kısmen fark edebilmiştir	Değişkenler arasındaki ilişkileri tamamen fark edebilmiştir
AY7	Hiç tahmin ve strateji üretememiştir	Tahminler ve stratejileri kısmen üretebilmiştir	Tahminler ve stratejileri tamamen üretebilmiştir
AY8	Matematiksel bir ilk model ortaya koyamamıştır	Kısmen matematiksel bir ilk model ortaya koyabilmiştir	Tam bir matematiksel ilk model ortaya koyabilmiştir
AY9	Matematiksel ifadeleri hiç düzenleyememiştir	Matematiksel ifadeleri kısmen düzenleyebilmiştir	Matematiksel ifadeleri tamamen düzenleyebilmiştir
AY10	Problemi parçalara bölememiştir	Problemi kısmen parçalara bölmüştür	Problemi tamamen parçalara bölmüştür
AY11	Verileri hiç çeşitlendirmemiştir veya değiştirememiştir	Verileri kısmen çeşitlendirmiş veya değiştirebilmiştir	Verileri tamamen çeşitlendirmiş veya değiştirebilmiştir
AY12	Matematiksel bilgiyi yanlış kullanmıştır	Matematiksel bilgiyi kısmen doğru kullanmıştır	Matematiksel bilgiyi tamamen doğru kullanmıştır
AY13	Çözümü hiç yorumlayamamıştır	Çözümü kısmen yorumlayabilmiştir	Çözümü tamamen yorumlayabilmiştir
AY14	Sonuçları hiç yorumlayamamıştır	Sonuçları kısmen yorumlayabilmiştir	Sonuçları tamamen yorumlayabilmiştir
AY15	Hiç genelleme yapamamıştır	Kısmen genelleme yapabilmiştir	Tamamen genelleme yapabilmiştir
AY16	Hiç doğrulama yapamamıştır	Doğrulamaları kısmen yapabilmiştir	Doğrulamaları tamamen yapabilmiştir
AY17	Modeli hiç revize edememiştir	Modeli kısmen revize edebilmiştir	Modeli tam revize edebilmiştir

0:Yeterliği hiç gösterememiştir; 1:Yeterliği kısmen gösterebilmiştir; 2:Yeterliği tamamen gösterebilmiştir; Y:Yeterliği kullanmamıştır.

ÜY1:Anlama; ÜY2:Basitleştirme; ÜY3:Değişkenleri belirleme; ÜY4:Örüntüleri fark etme; ÜY5:Matematikleştirme; ÜY6:Buluşsal stratejiler kullanma; ÜY7:Matematiği kullanma; ÜY8:Yorumlama; ÜY9:Genelleme; ÜY10:Doğrulama; ÜY11:Modeli revize etme

AY1:Görevin hedef veya amaçlarını belirtme; AY2:Görevi benzetim veya temsillerle açıklama; AY3:Stratejik öğeleri ayırt etme; AY4:Problemin karmaşık yapısını basitleştirme; AY5:Değişkenleri belirleme; AY6:Değişkenler arasındaki ilişkileri fark etme; AY7:Tahminler ve stratejiler üretme; AY8:Matematiksel bir ilk model ortaya koyma; AY9:Matematiksel ifadeleri düzenleme; AY10:Problemi parçalara bölme; AY11:Mevcut verileri çeşitlendirme veya değiştirme; AY12:Matematiksel bilgiyi kullanma; AY13:Çözümün yorumlanması; AY14:Sonuçların yorumlanması; AY15:Genelleme; AY16:Doğrulamalar yapma; AY17:Modeli revize etme

EK-6. Modelleme Etkinlikleri Kontrol Listesi

MODELLEME ETKİNLİKLERİ KONTROL LİSTESİ			Kontrol Sonucu	
Kontrolün Konusu	**Sıra**	**Kontrol Edilen Özellikler**	**Evet**	**Hayır**
A. Problem durumunun bağlamı ile ilgili kontrol listesi	1	Bağlam öğrencilerin önceki bilgileriyle ilişkilendirilebilir nitelikte mi?		
	2	Bağlam öğrencilerin tecrübeleriyle ilişkilendirilebilir nitelikte mi?		
	3	Bağlam öğrencilerin günlük yaşamlarıyla ilişkilendirilebilir nitelikte mi?		
	4	Bağlam öğrencilerin şu an ki bilgi seviyelerine uygun basitlikte mi?		
	5	Bağlam öğrencilerde uğraşma isteği uyaracak nitelikte mi?		
	6	Bağlamda ortaya çıkarılması istenen modelin hangi amaçlar için gerekli olduğu belli mi?		
	7	Bağlamda öğrenciyi yönlendiren anahtar kelimeler ve hazır kalıplar var mı?		
B. Etkinliğin süreci ile ilgili kontrol listesi	1	Problem durumu süreçte öğrencilere verileri ve amaçları yazmalarını gerektiriyor mu?		
	2	Problem durumu süreçte öğrencileri mevcut örüntü ve düzen üzerine odaklandırabilecek nitelikte mi?		
	3	Öğrenciler etkinlik sürecinde aşağıdakiler hakkında neler düşündüklerini yazabiliyorlar mı?		
		a. Matematiksel objeler,		
		b. Matematiksel ilişkiler,		
		c. Matematiksel işlemler,		
		d. Matematiksel örüntüler,		
	4	Problem durumu ile öğrenciler bir model ortaya çıkarmaya ihtiyaç duyacaklar mı?		
	5	Süreç öğrencilerde gerçek yaşam durumları üzerine düşünmelerini sağlıyor mu?		
	6	Problem durumunun birden çok çözüm yolu var mı?		
	7	Problem durumu öğrencilere düşüncelerini, tahminlerini ve çözüm yollarını;		
		a. Yazmalarına fırsat veriyor mu?		
		b. Aralarında tartışmalarına fırsat veriyor mu?		
		c. Organize etmelerine fırsat veriyor mu?		
C. Ortaya çıkacak modellerle ilgili kontrol listesi	1	Problem durumuyla öğrenciler anlamlı matematiksel yapılar oluşturabilirler mi?		
	2	Problem durumuyla öğrenciler oluşturdukları matematiksel yapıları düzenleyip geliştirebilirler mi?		
	3	Problem durumunda birden çok doğru yanıt var mı?		
	4	Problem durumunda yanıtlar açık uçlu mu?		
	5	Problem durumunda yanıtlar sürekli rafine edilebilir nitelikte mi?		
	6	Problem durumu öğrencilere, ortaya çıkardıkları modelleri değerlendirmeleri için fırsat veriyor mu?		
	7	Öğrenciler basit ama açıklama gücü yüksek bir model ortaya koyabiliyorlar mı?		
	8	Problem durumunda öğrencilerin ulaştıkları "nihaî model" benzer durumlarda da kullanılabilir mi?		

Bu kontrol listesi (Lesh vd., 2000, s. 606-624)'e göre düzenlenmiştir.

EK-7. Modelleme Etkinlikleri Kontrol Listesi T3Y2 Örneği

T3Y2 (EMLAKÇI FİYAT LİSTESİ) MODELLEME ETKİNLİĞİ KONTROL LİSTESİ			Kontrol Sonucu	
Kontrolün Konusu	**Sıra**	**Kontrol Edilen Özellikler**	**Evet**	**Hayır**
A. Problem durumunun bağlamı ile ilgili kontrol listesi	1	Bağlam öğrencilerin önceki bilgileriyle ilişkilendirilebilir nitelikte mi?	✓	
	2	Bağlam öğrencilerin tecrübeleriyle ilişkilendirilebilir nitelikte mi?	✓	
	3	Bağlam öğrencilerin günlük yaşamlarıyla ilişkilendirilebilir nitelikte mi?	✓	
	4	Bağlam öğrencilerin şu an ki bilgi seviyelerine uygun basitlikte mi?	✓	
	5	Bağlam öğrencilerde uğraşma isteği uyaracak nitelikte mi?	✓	
	6	Bağlamda ortaya çıkarılması istenen modelin hangi amaçlar için gerekli olduğu belli mi?	✓	
	7	Bağlamda öğrenciyi yönlendiren anahtar kelimeler ve hazır kalıplar var mı?		✓
B. Etkinliğin süreci ile ilgili kontrol listesi	1	Problem durumu süreçte öğrencilere verileri ve amaçları yazmalarını gerektiriyor mu?	✓	
	2	Problem durumu süreçte öğrencileri mevcut örüntü ve düzen üzerine odaklandırabilecek nitelikte mi?	✓	
	3	Öğrenciler etkinlik sürecinde aşağıdakiler hakkında neler düşündüklerini yazabiliyorlar mı?		
		a. Matematiksel objeler,	✓	
		b. Matematiksel ilişkiler,	✓	
		c. Matematiksel işlemler,	✓	
	4	Problem durumu ile öğrenciler bir model ortaya çıkarmaya ihtiyaç duyacaklar mı?	✓	
	5	Süreç öğrencilerde gerçek yaşam durumları üzerine düşünmelerini sağlıyor mu?	✓	
	6	Problem durumunun birden çok çözüm yolu var mı?	✓	
	7	Problem durumu öğrencilere düşüncelerini, tahminlerini ve çözüm yollarını;		
		a. Yazmalarına fırsat veriyor mu?	✓	
		b. Aralarında tartışmalarına fırsat veriyor mu?	✓	
		c. Organize etmelerine fırsat veriyor mu?	✓	
C. Ortaya çıkacak modellerle ilgili kontrol listesi	1	Problem durumuyla öğrenciler anlamlı matematiksel yapılar oluşturabilirler mi?	✓	
	2	Problem durumuyla öğrenciler oluşturdukları matematiksel yapıları düzenleyip geliştirebilirler mi?	✓	
	3	Problem durumunda birden çok doğru yanıt var mı?	✓	
	4	Problem durumunda yanıtlar açık uçlu mu?	✓	
	5	Problem durumunda yanıtlar sürekli rafine edilebilir nitelikte mi?	✓	
	6	Problem durumu öğrencilere, ortaya çıkardıkları modelleri değerlendirmeleri için fırsat veriyor mu?	✓	
	7	Öğrenciler basit ama açıklama gücü yüksek bir model ortaya koyabiliyorlar mı?	✓	
	8	Problem durumunda öğrencilerin ulaştıkları "nihaî model" benzer durumlarda da kullanılabilir mi?	✓	

EK-8. T1Y1 Etkinliği (Reklam Gideri ve Kâr)

Bir firma satışlarını artırmak için reklam vermeye karar vermiştir. Bunun için önce bulundukları ilde haftalık olarak reklam vererek aylık kâr ve reklam giderlerini kontrol etmektedir. Yaptıkları reklamlar ile kârlılıklarını artırmayı ve daha fazla reklam vermeyi de düşünmektedirler. Hatta satışları iyi olursa önce bulundukları ilde sonraki yıllarda da ülke genelinde mağaza açmayı da düşünmektedirler.

Firmanın yöneticisi İhsan Bey verilen reklamlar sayesinde ürün satışlarının ve elde edilen kârın arttığını görebilmektedir. Ancak, reklam vermeye başladıkları ilk aydan itibaren oluşturduğu 13 aylık aşağıdaki reklam gideri ve kâr tablosuna göre ileriki yıllarda toplam sermayesinin ne olacağını öngöremediğinden ne zaman nasıl bir yatırım yapacağına da önceden karar verememektedir.

Sizin yapmanız gereken, tablodaki verileri kullanarak reklam gideri ve kâr arasındaki ilişkiyi veren bir model geliştirip yönetici İhsan Bey'e yatırım kararlarını verebilmesinde yardımcı olmaktır? Bu modelden yola çıkarak gelecek 5 yıl içerisinde elde edilecek kârın hesaplamasına yardımcı olacak bir model geliştirebilir misiniz? İhsan Bey'in bu modeli nasıl kullanacağını anlatan bir mektup yazar mısınız?

Tablo 5.1. *Veri Tablosu*

Aylar	**AYLIK**	
	Reklam Gideri (TL)	**Elde Edilen Kâr (TL)**
1	400	9400
2	490	11290
3	580	13180
4	670	15070
5	760	16960
6	850	18850
7	940	20740
8	1030	22630
9	1120	24520
10	1210	26410
11	1300	28300
12	1390	30190
13	1480	32080

EK-9. T1Y2 Etkinliği (Su Harcama)

Bir ildeki bazı mahallelerde faturalı su sayacı yerine kartlı su sayacı sistemine geçilmiştir. Su sayaçları 2 Ocak 2015 tarihinde kartlı sisteme geçince Şahin Bey, bu tarihte su kartına 250 liralık kredi yükletmiştir. Bu kartlı su sayacı sisteminde suyun ne zaman biteceğini tahmin etmek pek de kolay bir durum değildir. Kredinin bitmesine yakın su sayacı üzerinde bir simge belirmektedir fakat Şahin Bey sayaç üzerindeki kredi durumunu kontrol etmeyi unutabileceğini düşünerek, yüklemiş olduğu 250 liralık kredinin kendilerine ne kadar yeteceğini ve hangi tarihte kredinin biteceğini hesaplamak istemektedir. Bu tarihi hesaplayabilmek için Şahin Bey'in elinde aşağıdaki tabloda verilen eski su faturalarındaki bazı değerler bulunmaktadır ama Şahin Bey bu değerleri nasıl kullanacağını bilememektedir.

Sizin yapmanız gereken tablodaki verileri kullanarak Şahin Bey'in yüklediği kredinin kaç günde biteceğini veren bir model geliştirmenizdir.

Tablo 5.2. *Veri Tablosu*

Fatura İlk Okuma Tarihi	Fatura Son Okuma Tarihi	Çevre Vergisi (TL)	Su Bedeli (TL)	Harcanan Su (M3)	M3 Su Bedeli (TL)	Fatura (TL)
30.09.2013	02.11.2013	1,73	26,24	9,24	2,84	27,97
02.11.2013	30.11.2013	1,47	22,27	7,84	2,84	23,74
30.11.2013	03.01.2014	1,96	29,70	9,52	3,12	31,66
03.01.2014	02.02.2014	1,73	26,21	8,4	3,12	27,94
02.02.2014	01.03.2014	1,56	23,59	7,56	3,12	25,14
01.03.2014	04.04.2014	1,96	29,70	9,52	3,12	31,66
04.04.2014	06.05.2014	1,85	27,96	8,96	3,12	29,80
06.05.2014	30.05.2014	1,38	20,97	6,72	3,12	22,35
30.05.2014	02.07.2014	1,90	28,83	9,24	3,12	30,73
02.07.2014	01.08.2014	1,73	26,21	8,4	3,12	27,94
01.08.2014	02.09.2014	1,85	27,96	8,96	3,12	29,80
02.09.2014	03.10.2014	1,79	27,08	8,68	3,12	28,87
03.10.2014	29.10.2014	1,50	22,71	7,28	3,12	24,21
29.10.2014	04.12.2014	2,08	31,45	10,08	3,12	33,53
04.12.2014	02.01.2015	1,84	27,93	8,12	3,44	29,78

EK-10. T1Y3 Etkinliği (Karşıdan Gelen Aracın Hızı Ne?)



Şekildeki gibi tek yön gidişi ve tek yön gelişi olan bir yolda kuzeye doğru hareket eden bir arabanın içerisinde bir yolcusunuz. İçinde bulunduğunuz araba sabit hızla ilerliyor ve karşı yönden size doğru sabit hızla gelen bir araç var. Karşıdan size doğru gelen arabanın hızını nasıl tahmin edebilirsiniz?

1. Karşıdan gelen arabanın hızını tahmin edebilmek için hangi bilgilere ihtiyacınız var? Hangi bilgiler kullanışsız ya da gereksiz? Açıklayınız.
2. Karşıdan gelen arabanın hızını tahmin edebilmek için gerekli olan bilgiyi temsil eden değişkenleri tanımlayınız.
3. Yukarıdaki soruda tanımladığınız değişkenlere dayalı bir model geliştiriniz. Bu modeli kullanmak için hangi varsayımlarda bulundunuz?
4. Geliştirdiğiniz modelinizi test ediniz. Modelinizde değişkenlere değer verip modelinizin mantıklı bir sonuç üretip üretmediğine karar veriniz. Eğer modeliniz anlamlı bir sonuç üretmiyorsa, modelinizi düzenlemeyi deneyiniz ya da yeni bir model geliştiriniz.

5. Varsayalım ki seyahat ettiğiniz arabanın saatteki hızı 100 km/sa. Diğer araba referans noktaları arasını 8 saniyede geçiyor. 4 saniyede de sizin arabanız aynı referans noktaları arasını geçiyor. Diğer arabanın hızını tahmin etmek için bu modeli kullanınız. Cevabınız mantıklı görünüyor mu?
6. Diğer arabanın referans noktasının başlangıcında ve sonunda zamanı hassas olarak ölçebilmek çok zordur. Şimdi modelimizin küçük ölçme hataları için ne kadar hassas olduğunu bulalım. Diğer arabanın referans noktaları arasını geçmesi 1 saniyeden az sürerse diğer arabanın hızını nasıl tahmin ederdiniz? Grafik kullanarak iki arabanın ilerleyişini analiz ediniz. Öncelikle hızı ölçmek için kullandığınız birimleri değiştiriniz (km/sa yerine m/sn dönüşümü yapınız).
7. Arabanız saatte 100 km/sa hız yaptığında saniyede kaç m ilerlemiş olur?
8. Diğer araç saniyede kaç m ilerler?
9. Her iki aracın zamanla (saniyede) ne kadar ilerlediğini (kaç m) gösteren bir doğrusal eşitlik oluşturunuz. Uzaklığı "*y*" ile zamanı "*t*" ile ifade ediniz.

Not: Bu etkinliğin uygulanmasında ilk 4 soru ile 5-9 arası sorular ayrı kâğıtlarda ve zamanlarda verilerek ikinci kâğıttaki sorulardan modelin geliştirilmesinin anımsanmaması sağlanmıştır. İlk 4 soru ile sistematik bir model geliştirme sürecinin (modellemenin adımları) hissettirilmesi amaçlanmışken sonraki 5-9 arası sorular ile geliştirilen modelin doğrulanması, zaman ve mesafe birimlerinin dönüşümüyle genel modelin farklı bir formda yazdırılması amaçlanmıştır.

EK-11. T2Y1 Etkinliği (Telefon Paketi Satın Alma)

Hakan Bey bir telefon paketi satın almak istemektedir. Kampanyalarını incelediği bir GSM şirketinin telefon paketlerinden bazılarının bilgileri aşağıda verilmiştir:

A Paketi: Aylık 50 TL sabit ücret verip 200. dakikaya kadar (dâhil) başka konuşma ücreti ödenmiyor fakat 200. dakikadan sonra konuşulan her dakika için 0,6 TL ödeniyor.

B Paketi: Aylık sabit ücret olmayıp konuşulan her dakika için 0,4 TL ödeniyor.

C Paketi: Aylık 180 TL sabit ücret ödenip sınırsız konuşma hakkına sahip olunuyor.

Hakan Bey A, B ve C paketlerinden birini satın almayı düşünmektedir fakat hangi telefon paketini alması gerektiğine karar verememiştir. Hangi telefon paketini almasının daha kârlı olduğunu tespit etmesi için ona yardımcı olacak bir model geliştirebilir misiniz? Hakan Bey'e bir mektup yazarak geliştirdiğiniz modeli anlatır mısınız?

Tablo 5.3. *Telefon Paketleri Tarifeleri*

Paket	Sabit Ücret (TL/Ay)	200. dakikaya kadar (dâhil) ücret tarifesi (TL/dk)	200. dakikadan sonra ücret tarifesi (TL/dk)
A	50	0	0,6
B	YOK	0,4	0,4
C	180	YOK (Sınırsız Konuşma)	YOK (Sınırsız Konuşma)

EK-12. T2Y2 Etkinliği (Araç Satın Alma)

Sıfır kilometre araç satın almak isteyen Yücel Bey hangi yakıt türüyle çalışan bir araç satın alması gerektiği hususunda karar vermek için bazı araştırmalar yapmıştır. Yücel Bey aracın kataloğundaki yakıt harcama değeri ile günlük kullanımdaki harcanan değerin örtüşmediğini düşünmektedir. Yücel Bey almayı düşündüğü araca ait bazı araba dergilerinin test sürüşleri ile elde ettikleri yakıt değerlerini ve donanımsal özelliklerinin değişmediği X marka aracın farklı yakıt türleri için peşin alımdaki fiyatlarını aşağıdaki gibi tablo haline getirmiştir.

Bu tabloya göre araçların peşin ücretle alındığı varsayımına göre aracın müşteriye çıkaracağı toplam masrafın yıllara göre ne olacağı ile ilgili bir model geliştirmesinde Yücel Bey'e yardımcı olur musunuz?

Araçlara ait bakım, kasko ve vergi masrafları yakın değerler olduğundan ve LPG'li aracın ilk çalışmasındaki bir süre benzin ile çalışmasından kaynaklanan benzin masrafı dikkate alınmamıştır.

Farklı araba dergilerinin araba ile ilgili olarak yapmış olduğu test sürüşlerine dayalı bir depo yakıt ile kaç km yol gittiğine dair bazı ölçümler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5.6. *Araba Dergilerinin Bir Depo Yakıt ile Gidebildikleri Mesafeye Ait Test Sürüşü Verileri*

	Benzin	**Dizel**	**LPG**
A Dergisi	936 km	1182 km	669 km
B Dergisi	620 km	786 km	439 km
C Dergisi	935 km	1179 km	672 km
D Dergisi	937 km	1180 km	670 km
E Dergisi	621 km	787 km	438 km
F Dergisi	622 km	788 km	437 km
G Dergisi	938 km	1178 km	671 km

Tablo 5.7. *Araçlara Ait Masraf Bilgileri*

	Benzin	**Dizel**	**LPG**
Araç Fiyatı (TL)	75000	83000	75000
Depo Kapasitesi	60 lt	60 lt	60 lt benzin
Büyük Masraflar		120bin km'de 8000 TL ağır	LPG Montaj: 3000 TL
Pompa Fiyatı (lt)	4,42	3,80	2,52

- Her ay ortalama 500 kilometre yol giden müşteriler hangi yakıtı tercih etmeliler neden?
- Her ay ortalama 1000 kilometre yol giden müşteriler araçlarına LPG taktırdıklarında 5 yıldaki kârı ne olur?
- Her ay ortalama 2000 kilometre yol giden müşteriler için en kârlı yakıt tercihi hangisi olur? Neden?
- Dizel aracı, ayda kaç kilometre yol giden müşteriler tercih etmelidir ve kaç yıl sonra araçlarını satmaları kârlı olur?

EK-13. T2Y3 Etkinliği (Alarm Sistemleri)

Aşağıdaki tabloda bir ülkenin bir ilinde 52 yıllık zaman diliminde her 100000 kişi başına bildirilen suçlara ait rakamlar verilmiştir.

Bir güvenlik alarm sistemleri imalatçı firması reklam sloganı oluşturmak için tablodaki verileri kullanarak şu sloganı üretmiştir:

"Her 10 yılda işlenen suçların sayısı 2'ye veya 3'e katlandı. Şimdi alarm sistemi almanın tam zamanı!"

Tablo 5.8. *Bazı Yıllara Ait Suç Sayısı Verileri*

Yıl	**1960**	**1965**	**1970**	**1975**	**1980**	**1985**	**1990**	**1995**	**2000**	**2005**	**2010**	**2011**	**2012**
Suç Sayısı	125	250	375	500	625	60	55	50	45	40	500	550	600

1. Reklam sloganının ilk cümlesi doğru mudur? Cevabınızı matematiksel olarak destekleyiniz.
2. Üretici, reklam sloganında neden bu matematiksel ifadeyi kullanmış olabilir? Cevabınızı matematiksel olarak destekleyiniz.
3. Siz olsaydınız hangi sloganı kullanırdınız? Bunu destekleyen matematiksel ifadeleri yazınız.
4. Tabloya göre hangi varsayımlar ileri sürülebilir? Bunu destekleyen matematiksel ifadeleri yazınız.
5. Tablodaki verilerle alarm sistemi satışları arasında doğrusal bir ilişki olduğuna insanları ikna etmek isteseydiniz "yıllara göre alarm sistemi satış adedi rakamları" tablosunu nasıl oluştururdunuz?
6. Şirketin yöneticisi olsaydınız nasıl bir özeleştiri yapardınız? Bunu matematiksel olarak destekleyiniz.
7. Matematiği suiistimal ederek kötü bir niyetle kullanmak mümkün müdür? Matematiksel olarak destekleyiniz.

Bu etkinlik (Henning ve Keune, 2005, s. 1672)'den uyarlanmıştır.

EK-14. T3Y1 Etkinliği (Depremde Enlemi ve Boylamı Bulma)

Ekvator'a paralel olarak çizildiği varsayılan hayali çemberlere *paralel* denir. Paralel çemberlerinin, başlangıç paraleline (Ekvator'a) olan uzaklığının açı cinsinden değerine ise *enlem* denir. Enlem ve paralel birbirlerinin yerine kullanılabilirler. Bir kutuptan diğer kutba ulaşan, paralelleri dik açıyla kesen hayali yarım çemberlere *meridyen* denir. Meridyenlerin, Başlangıç meridyenine (Greenwich) olan uzaklığının açı cinsinden değerine ise *boylam* denir. Meridyen ve boylam birbirlerinin yerine kullanılabilirler.

Kemal Bey bulunduğu ilin sivil savunma ekiplerinin koordinasyon sorumlusu olarak çalışmaktadır. Kemal Bey ve arkadaşları 3 kişi olup deprem, sel felaketi, toprak kayması gibi acil durumlarda yapılması gerekenlerle ilgili eğitim almış profesyonel kişilerdir. Bu ekibin görevlerinden biri de depremin konumu ile ilgili (enlem ve boylam) rasathaneden gelen bilgilere göre müdahale edilecek yerleşim birimini harita üzerinden belirleyip sivil savunma ekiplerini buralara yönlendirmek ve ekipler arasındaki koordineyi sağlamaktır.

Bir deprem sırasında rasathane, depremin olduğu yerle ilgili konum bilgisi olarak "boylamı 39" olarak söyleyebilmiş fakat enlem bilgilerini söyleyemeden telefon hatları zarar gördüğünden hatlar gitmiştir. Enlemi öğrenemeyen Kemal Bey deprem sırasında böyle sıkıntıların her zaman yaşanabilmesi ihtimaline binaen buna bir çözüm bulmak istemektedir. Çünkü konumla ilgili bilgi eksikliği ekiplerin yaralılara müdahalesinde onlara vakit kaybettirmektedir.

Kemal Bey ve arkadaşları aşağıda verilen tablodaki bilgileri kullanarak boylamı belli olan fay çevresindeki bir yerin enlemini matematiksel hesaplamalarla bulabileceğini düşünmektedirler. Kemal Bey ve arkadaşları tablodaki verileri kullanarak enlemden boylamı veya boylamdan enlemi bulabilecekleri bir kural geliştirmek istemektedirler fakat bunu nasıl yapacaklarını bilememektedirler. Siz Kemal Bey ve arkadaşlarına böyle bir matematiksel model geliştirmesinde yardımcı olur musunuz?

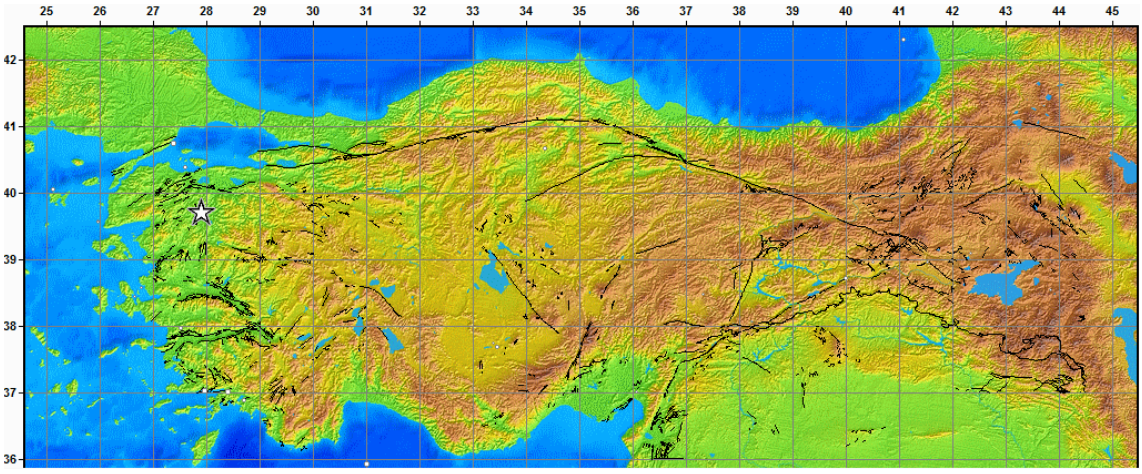
1. Kemal Bey ve arkadaşlarının bulmak istedikleri matematiksel model acaba nedir?
2. Bu matematiksel modele göre boylamı 39 olan konumun muhtemel enlemi ne olabilir?

Bulduğunuz sonuçları Kemal Bey'e bir mektupla iletiniz.

Tablo 5.9. *Bir Fay Çevresinde Meydana Gelen Bazı Önemli Depremlere Ait Veriler*

No	Oluş Tarihi	Oluş zamani (sa:d:sn)	Enlem	Boylam	Derinlik (km)	Şiddet (MD)	Yer
1	28.04.1903	23:46:00	39,1	42,5	30.0	6	HASRETPINAR-MALAZGIRT (MUS) [East 4.3 km]
2	09.02.1909	11:24:00	40	38	60.0	6	SARKOY-SUSEHRI (SIVAS) [South East 2.0 km]
3	24.01.1916	06:55:15	40,27	36,83	10.0	6,6	TEKNECIK-ALMUS (TOKAT) [South West 0.6 km]
4	18.05.1929	06:37:54	40,2	37,9	10.0	5,8	GUNISIK-KOYULHISAR (SIVAS) [North East 1.2 km]
5	26.12.1939	23:57:20	39,8	39,51	20.0	7,2	KURUTILEK- (ERZINCAN) [North East 3.0 km]
6	08.11.1941	00:00:01	39,74	39,5	05.0	6	ERZINCAN [North East 0.9 km]
7	20.12.1942	14:03:07	40,87	36,47	10.0	6,5	ERDEMLI-ERBAA (TOKAT) [North West 2.8 km]
8	17.08.1949	18:44:19	39,57	40,62	40.0	6,3	YAYLIM-TERCAN (ERZINCAN) [North West 2.7 km]
9	19.08.1966	12:22:10	39,17	41,56	26.0	6,1	CAYIRYOLU-VARTO (MUS) [South West 1.2 km]
10	20.08.1966	11:59:09	39,42	40,98	14.0	5,8	KASIKCI-KARLIOVA (BINGOL) [North West 2.3 km]
11	22.05.1971	16:43:59	38,85	40,52	03.0	6,7	GUVECLI- (BINGOL) [North West 0.7 km]
12	27.01.2003	05:26:28	39,48	39,77	10	6,1	SAGLAMTAS-PULUMUR (TUNCELI) [North West 4.3 km]
13	01.05.2003	00:27:04	39,01	40,46	10	6,2	KURTULUS- (BINGOL) [South West 4.3 km]

Kaynak: *(http://www.koeri.boun.edu.tr/sismo/2015/deprem-verileri/deprem-katalogu/) Erişim Tarihi: 02.03.2015*



Şekil 5.2. *Türkiye'deki Fay Hatları Haritası*
Kaynak: *(http://udim.koeri.boun.edu.tr/) Erişim Tarihi: 02.03.2015*

EK-15. T3Y2 Etkinliği (Emlakçı Fiyat Listesi)

Eskişehir'de emlakçılık yapmak isteyen Murat Bey emlak satış fiyatlarının nasıl belirlendiği ile ilgili küçük bir araştırma yapmıştır. Bu araştırmanın sonucunda Murat Bey emlak satış fiyatlarının emlakin büyüklüğü, yaşı, emlakte kullanılan malzemenin kalitesi, emlakin şehir merkezi, hastane, okul, toplu taşıma duraklarına yakınlığı gibi birçok değişkene bağlı olduğunu tespit etmiştir. Bu değişkenlerin yanında dükkânların, insanların yoğun olarak bulunduğu, geçtiği veya gezmek için tercih ettiği caddeler üzerinde daha çok iş yapmasından dolayı daha çabuk ve iyi fiyata satıldığı ve emlak fiyatlarının buralarda daha pahalı olduğu sonucuna varmıştır.

Murat Bey yaptığı araştırmadan çıkardığı sonuçlara göre dükkân ve mağaza gibi işyerlerine yönelik emlak satış fiyatlarının yaklaşık ne olabileceğini belirleyebilmek için kendince bir matematiksel model geliştirmek istemektedir. Bunun için bazı caddelerdeki, yakın zamanda satılmış dükkânların satış fiyatlarını ve bu dükkânların bulunduğu caddelerden günde geçen ortalama insan sayısını aşağıdaki gibi tablo haline getirmiştir. Bu sayede emlakçı Murat Bey hem dükkânını satmak isteyenlerin çok yüksek fiyat istemelerinin önüne geçerek satış fiyatlarını ortalama bir seviyede tutmak hem de dükkân almak isteyenlerin çok düşük fiyata dükkân bulamayacaklarına onları ikna ederek müşterilerini çoğaltmak istemektedir.

Tablo 5.10. *Bazı caddelerdeki dükkânlara ait veriler*

Cadde	**Yoğunluk**	**Fiyat/100 m^2**
A	500	100000
B	1000	90000
C	1500	344000
D	2000	430000
E	2500	692000
F	3000	834000
G	3500	920000
H	4000	1150000
I	4500	1060000
K	5000	1330000

a. Sizce Murat Bey Tablo 5.10'a göre nasıl bir matematiksel model ortaya koymalıdır?
b. Murat Bey'in geliştirdiği modele göre aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerlerdeki dükkânların fiyatlarının ne olacağını bulunuz.

Tablo 5.11. *Bazı caddelerdeki dükkânlara ait yoğunluk verileri*

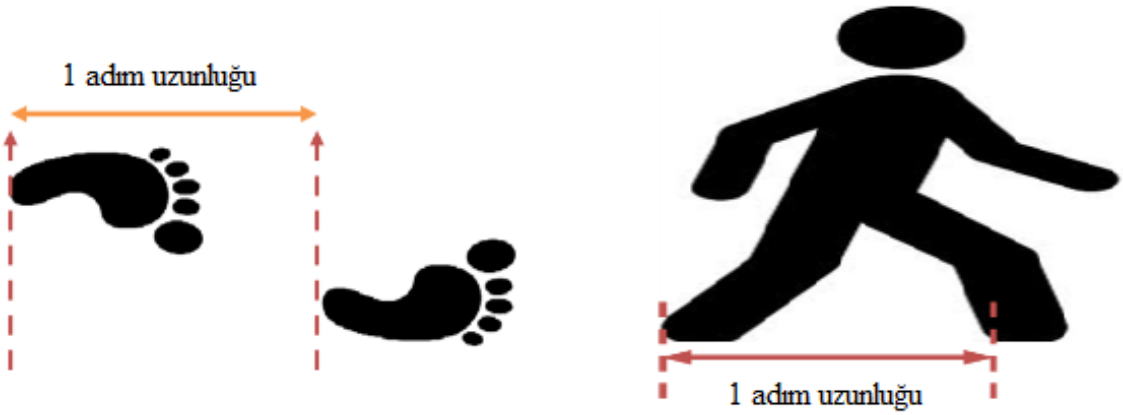
Cadde	**Yoğunluk**	**Fiyat/50 m^2**	**Fiyat/125 m^2**
L	1700		
M	3200		
N	3800		
P	4300		
R	1300		

EK-16. T3Y3 Etkinliği (Eski İnsanların Boyu)

Eski insanlara dair bilgi toplamak isteyen bir arkeolog grubu bir kazı çalışmasına başlamıştır. Kazı çalışmaları devam ederken arkeologlar, bir takım ayak izlerine rastlamışlardır. Rastladıkları bu ayak izlerinin bir kişinin attığı adımlara ait olduğunu düşünmektedirler. Arkeologların akıllarına sonradan şöyle bir soru gelmiştir: "Acaba eski insanların boyları ne kadar uzundu?"

Şimdi sizin yapmanız gereken, bu arkeologlara yardımcı olmak için kazıda bulduğumuz 70 cm uzunluğundaki adımdan faydalanıp bu eski insanların boylarını tahmin etmenize yardımcı olacak bir model geliştirmenizdir. Arkeolog grubuna bulduğunuz modeli ve sonuçlarını içeren bir mektup yazar mısınız?

Adım uzunluğu: Bir kişinin normal hızla yürürken attığı, öndeki ayağının topuğu ile arkadaki ayağının topuğu arasındaki mesafedir.



Şekil 5.1. *Adım Uzunluğunu Açıklayan Resim*

ÖZGEÇMİŞ

Adı-Soyadı : Celil KARABAŞ

Yabancı Dil : İngilizce

Doğum Yeri ve Yılı : Çarşamba / 01.01.1975

E-Posta : celilkarabas55@gmail.com

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

- Lisans: 1999, Dicle Üniversitesi, Fen Bilimleri Eğitimi, Matematik Öğretmenliği
- Yüksek Lisans: 2010, Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik, (Tez konusu: Özel Lineer Gruplar ve MOR Kriptosistem)
- 1999-2004, Öğretmen, Kahramanmaraş Lisesi
- 2004-2007, Öğretmen, Malatya Turgut Özal Lisesi
- 2007-2011, Öğretmen, Kayseri İlköğretim Okulu
- 2011-2014, Öğretmen, Sincan İlköğretim Okulu

Yayınları ve Bilimsel/Sanatsal Faaliyetleri:

- Karabas, C., et. al. (2015). Prospective Middle School Teachers' Perspectives About Model Eliciting Tasks. *3rd ISNITE 2015 International Symposium, New Issues on Teacher Education*, Volos-Greece: University of Thessaly, 45.
- Karabas, C., Bagdat, O., Yanik, H.B. (2015). A Teacher Perspective on Using Model Eliciting Tasks. *3rd ISNITE 2015 International Symposium, New Issues on Teacher Education*, Volos-Greece: University of Thessaly, 46.
- Yanik, H. B., & Karabas, C. (2014). Promoting Fifth Graders' Mathematical Modeling. *Teaching Children Mathematics*, 20 (7), 458-462.