KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KADEMELİ KİRİŞİN HOMOTOPİ PERTÜRBASYON YÖNTEMİ İLE SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

ÖMER FARUK DURGUN

KOCAELİ 2015

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KADEMELİ KİRİŞİN HOMOTOPİ PERTÜRBASYON YÖNTEMİ İLE SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

ÖMER FARUK DURGUN

Prof.Dr. Safa Bozkurt COŞKUN
Danışman, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Baki ÖZTÜRK
Jüri Üyesi, Hacettepe Üniv. .....

Yrd.Doç.Dr. Hakan ERDOĞAN
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Tezin Savunulduğu Tarih: 20.11.2015

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Çalışmamın her aşamasında beni teşvik eden, her konuda desteğini esirgemeyen, akademik tecrübesi, bilgi ve birikimiyle yol göstererek, çalışmanın başarıyla sonuçlanmasını sağlayan, tez danışmanım Sayın Prof.Dr. Safa Bozkurt ÇOŞKUN'a teşekkür ederim.

Ayrıca tez sürecinde değerli desteklerini benden esirgemeyen Sayın Araştırma Görevlisi Erman ŞENTÜRK'e, tez boyunca beni destekleyen ve maddi manevi hiçbir destekten kaçınmayan anneme, babama ve bütün aileme sonsuz teşekkürler.

Kasım – 2015 Ömer Faruk DURGUN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR i
İÇİNDEKİLER ii
ŞEKİLLER DİZİNİ iii
TABLOLAR DİZİNİ iv
SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR v
ÖZET vi
ABSTRACT vii
GİRİŞ 1
1. ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KADEMELİ KİRİŞ TİTREŞİMİ 3
2. HOMOTOPİ PERTÜRBASYON METODU (HPM) 7
2.1. Uygulama: Lineer Olmayan Denklem Çözümü 8
3. ELASTİK ZEMİNE OTURAN KADEMELİ KİRİŞ PROBLEMİNİN HPM FORMÜLASYONU 12
4. SAYISAL UYGULAMALAR 15
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 20
KAYNAKLAR 21
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER 23
ÖZGEÇMİŞ 24

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Winkler zeminine oturmuş iki ucu serbest kademeli kiriş 3
Şekil 4.1. Elastik zemine oturmuş her iki ucu serbest kademeli kiriş 15

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 4.1. SS kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/100) 16
Tablo 4.2. SS kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/200) 17
Tablo 4.3. MM kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/100) 17
Tablo 4.4. MM kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/200) 17
Tablo 4.5. AM kirişi için HPM ile elde edilen serbest titreşim frekansları 18
Tablo 4.6. AA kirişi için HPM ile elde edilen serbest titreşim frekansları 18
Tablo 4.7. AS kirişi için HPM ile elde edilen serbest titreşim frekansları 19

SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR

EI	: Eğilme rijitliği, (N.m²)
k	: Zemin yatak katsayısı, (N/m²)
p	: HPM parametresi
u	: Diferansiyel denklemde bağımlı değişken
ρ	: Kirişin kütlesel yoğunluğu, (kg/m²)
w	: Yerdeğiştirme, (m)

Kısaltmalar

AA	: Ankastre-Ankastre (Her İki Ucu Ankastre Mesnetli Kiriş)
AAY	: Adomian Ayrıştırma Yöntemi
AM	: Ankastre-Mafsallı (Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Sabit Mafsallı Kiriş)
AS	: Ankastre-Serbest (Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Serbest Kiriş)
HPM	: Homotopi Pertürbasyon Metodu
MM	: Mafsallı-Mafsallı (Her İki Ucu Sabit Mafsallı Kiriş)
SS	: Serbest-Serbest (Her İki Ucu Serbest Kiriş)

ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KADEMELİ KİRİŞİN HOMOTOPİ PERTÜRBASYON YÖNTEMİ İLE SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZET

Bu çalışmada elastik zemine oturan kademeli kirişin farklı sınır koşulları çerçevesinde serbest titreşimi incelenmiştir. Kirişler Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak modellenmiştir. Elastik zemin modeli olarak yaygın kullanılan Winkler modeli seçilmiştir. Ele alınan kirişlerin serbest titreşimleri Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM) yöntemi ile yapılmıştır. Elde edilen verilerle kirişlerin titreşim modları belirlenmiş, ilk birkaç titreşim modu farklı mesnetlenmiş kademeli kiriş için tablolar halinde verilmiştir. Son bölümde ise kullanılan yöntem ve elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

Anahtar kelimeler: Elastik Zemin, Euler-Bernoulli Kirişi, Homotopi Pertürbasyon Metodu, Serbest Titreşim.

FREE VIBRATION ANALYSIS OF SEGMENTED COLOUMN ON ELASTIC FOUNDATION USING HOMOTOPY PERTURBATİON METHOD

ABSTRACT

In this study free vibration of a segmented beam on elastic foundation is analyzed. Beams are modelled using Euler-Bernoulli beam theory. Winkler model is chosen for the foundation due to its wide application in the subject. Homotopy Perturbation Method (HPM) is used for the free vibration analysis for the beams considered. Free vibration modes are determined according to obtained results and first few modes are presented in tables for beams with different support conditions. In the last chapter, the method used and obtained results are discussed.

Keywords: Elastic Foundation, Euler-Bernoulli Beam, Homotopy Perturbation Method, Free Vibration.

GİRİŞ

Elastik zemine oturan kirişler, kabuklar sanayi-makine-endüstri sektöründe büyük öneme sahiptir. Özellikle makine ağırlıklı sanayinin ve de uçak sanayisinin ve teknolojisinin geliştiği 1960'lı yıllardan sonra önemi kat ve kat artmış ve birçok bilim adamına üzerinde çalışma imkânı oluşturmuştur.

Thambitram D. ve Zhuge Y., (1995) sonlu elemanlar metodu kullanarak elastik zemine oturan kirişin titreşim analizi yapılmıştır. Jang S.K. ve Bert C.W., (1986) ve de Popplewell N. ve Chang D., (1996) klasik analitik yöntemlerle kademeli ve ortasından yay üzerine oturtulmuş kirişlerin serbest titreşim analizlerini yapmışlardır. El-Din S.S. ve diğ., (2002) yaptığı çalışmada çok kademeli kirişlerin serbest titreşimleri için analitik çözümler elde etmiştir. Naguleswaran S., (2002) üç kademeli kirişin serbest titreşim analizini yapmıştır. Jaworski J.W. ve Dowell E.H., (2008) çok kademeli konsol kirişin titreşim analizini farklı yöntemler kullanarak yapmıştır. Koplow Michael A. ve diğ., (2006) çok kademeli kirişlerin dinamik davranışları için kapalı çözümler elde etmiştir. Mao Q. ve Pietrzko S., (2010) Adomian Ayrıştırma Yöntemi (AAY) kullanarak Euler-Bernoullı kiriş teorisine göre kademeli kirişlerin titreşim frekanslarını hesaplamıştır. Farklı kademeler ve farklı zeminlere, farklı mesnet koşullarını da dikkate alarak kirişlerin serbest titreşim frekansları hesaplanmış, grafik ve çizelgeler halinde karşılaştırmalar yapılmıştır. Yine Mao Q., (2011) AAY kullanarak Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre çok kademeli kirişlerin titreşim probleminin çözümünü gerçekleştirilmiştir. Lu Z.R. ve diğ., (2009) ise çok kademeli kesitlerdeki kirişlerde komposit eleman yöntemi kullanarak serbest titreşim ve zorlanmış titreşim analizlerini yapmışlardır. Komposit eleman yöntemi, sonlu elemanlar yöntemi ile klasik teorininin birleşimi olan bir metottur. Bu metotta faklı tip kirişler (ölçüleri, kesit özellikleri, mesnet koşulları farklı) seçilerek uygulama yapılmıştır. Uygulama sonuçları sonlu eleman ve Rayleigh-Ritz yöntemi sonuçlarıyla karşılaştırılarak titreşim frekansları tablo ve grafik halinde gösterilmiştir. Cunha Vaz J. ve Lima Junior J., (2014) çok kademeli değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerin serbest titreşim analizlerini yapmıştır.

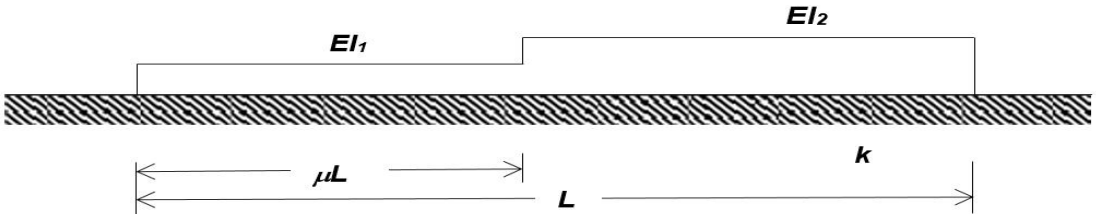
Wang X. ve Duan G., (2013) çok kademeli kirişlerin analizini ayrık singüler konvülasyon yöntemiyle yapmıştır. Wang X. ve Wang Y., (2013) ise aynı problemi diferansiyel kuadratür eleman yöntemiyle ele almışlardır.

Yeşilce Y., (2012) biraz daha farklı olarak çok sayıda elastik mesnetli rijit çubuk taşıyan, eksenel yüke maruz, çok kademeli Timoshenko kirişinin doğal frekanslarını hesaplamıştır. Şimşek M., (2005) ise farklı sınır koşullarına sahip eksenel kuvvet etkisindeki kirişlerin serbest titreşimleri Bernoulli-Euler kiriş teorisi çerçevesinde incelemiştir. Problemin çözümü için Lagrange denklemleri kullanılmıştır. Problemde sınır koşulları rijit yaylarla sağlanmıştır. Problemde farklı sınır koşullarına sahip eksenel kuvvet etkisindeki kirişlerin ilk altı moduna ait özdeğerleri eksenel kuvvetin farklı değerleri için çizelgeler halinde verilmiştir.

Bu çalışmada elastik zemin üzerine oturtulan kademeli kirişin farklı sınır koşullarına göre Homotopi Pertürbasyon Metodu ile serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Birinci bölümde, elastik zemine oturtulan kirişin teorisine ve analitik çözümüne yer verilmiştir. İkinci bölümde ise Homotopi Pertürbasyon Metodu'ndan bahsedilmiş ve bir adet uygulama örneği çözülmüştür. Üçüncü bölümde ise problemi ifade eden denklemin Homotopi Pertürbasyon Metodu'na göre oluşturulan çözüm algoritması formüle edilmiş, dördüncü bölümde ise formüle edilen problem matematiksel yazılım programı olan Wolfram Mathematica yardımıyla analiz edilmiş sonuçlar tablolar halinde verilmiştir. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

1. ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ KADEMELİ KİRİŞ TİTREŞİMİ

Bu bölümde elastik zemine oturtulmuş kademeli kirişin denklemi verilecek ve analitik çözümün nasıl elde edileceği anlatılacaktır. Elastik zemin modeli olarak en yaygın kullanılan Winkler zemin modeli seçilmiştir.



Şekil 1.1. Winkler zeminine oturmuş iki ucu serbest kademeli kiriş

Winkler zemini üzerinde oturan uniform kirişin hareket denklemi;

$$EI\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}+ky(x,t)=0 \tag{1.1}$$

Burada, EI kirişin eğilme rijitliğini, ρ kirişin kütlesel yoğunluğunu, A kesit alanını ve k ise zemin yatak katsayısını ifade etmektedir.

Denklem (1.1) çözümü önce doğal frekans ve mod şekillerinin elde edilmesi ve daha sonra modal davranışların üst üste eklenmesi ile elde edilir. Her modda sistem sabit bir şekil oranı ile titreşir. Bu durum yerdeğiştirme fonksiyonunun uzay ve zamana bağlı iki fonksiyon çarpımı olarak yazılabilmesini mümkün kılar. O halde yer değiştirme fonksiyonu $y(x,t)$ aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$y(x,t)=w(x)T(t) \tag{1.2}$$

Denklem (1.2), Denklem (1.1)'de yerine yazılmasıyla;

$$EIw^{iv}T+\rho Aw\ddot{T}+kwT=0 \tag{1.3}$$

Burada $w^{iv}(x)=\frac{d^4w}{dx^4}$ ve $\ddot{T}(t)=\frac{d^2T}{dt^2}$ olarak verilmektedir.

Denklem (1.3) her iki tarafını $w(x)T(t)$ ile bölersek;

$$EI\frac{w^{iv}}{w}+\rho A\frac{\ddot{T}}{T}+k=0 \tag{1.4}$$

Denklem yeniden düzenlenerek aşağıdaki formda yazılabilir;

$$\frac{EI}{\rho A}\frac{w^{iv}}{w}+\frac{k}{\rho A}=-\frac{\ddot{T}}{T}=\omega^2 \tag{1.5}$$

Denklem (1.5)'te ω^2 bir sabit olup, bu denklemden aşağıdaki iki ayrı denklem elde edilir.

$$w^{iv}-\left(\frac{\omega^2}{c^2}-\frac{k}{EI}\right)w=0\ ,\ c^2=\frac{EI}{\rho A} \tag{1.6}$$

$$\ddot{T}+\omega^2T=0 \tag{1.7}$$

$\beta^4=-\left(\frac{\omega^2}{c^2}-\frac{k}{EI}\right)$ parametresinin tanımlanması ile Denklem (1.6) aşağıdaki formu alır.

$$w^{iv}+\beta^4w=0 \tag{1.8}$$

Bu denklemin çözümü Wang (1991)'de şu şekilde verilmektedir.

$$w(\beta,x)=A\sin\frac{\beta x}{\sqrt{2}}\sinh\frac{\beta x}{\sqrt{2}}+B\sin\frac{\beta x}{\sqrt{2}}\cosh\frac{\beta x}{\sqrt{2}}+C\cos\frac{\beta x}{\sqrt{2}}\sinh\frac{\beta x}{\sqrt{2}}+D\cos\frac{\beta x}{\sqrt{2}}\cosh\frac{\beta x}{\sqrt{2}} \tag{1.9}$$

Bu denklemdeki A,B,C,D katsayıları sınır(mesnet) koşullarının uygulanması ile elde edilir.

Şimdi elastik zemin üzerindeki kademeli kirişi ele alalım (Şekil 1). Eğer her iki kısım ayrılmış olsa elimizde iki ayrı rijit cisim frekansı olacaktır. Bunlar;

$$\omega_1^2 = \frac{k}{\rho A_1} \text{ ve } \omega_2^2 = \frac{k}{\rho A_2} \tag{1.10}$$

Burada $\omega_1 > \omega_2$ olacaktır. O halde kademeli kirişin bazı frekanslarının $\omega_2 < \omega < \omega_1$ aralığında olacağını söyleyebiliriz.

$$\beta_1^4 = \frac{\omega^2}{c_1^2} - \frac{k}{EI_1} \text{ , } \beta_2^4 = \frac{\omega^2}{c_2^2} - \frac{k}{EI_2} \tag{1.11}$$

$$c_1^2 = \frac{EI_1}{\rho A_1} \text{ , } c_2^2 = \frac{EI_2}{\rho A_2} \tag{1.12}$$

Wang (1991) kiriş yer değiştirmelerini aşağıdaki gibi vermektedir;

$$w_1(\beta_1, x) = A_1 \sin\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}} \sinh\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}} + B_1 \sin\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}} \cosh\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}} + C_1 \cos\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}} \sinh\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}}$$
$$+ D_1 \cos\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}} \cosh\frac{\beta_1 x}{\sqrt{2}}, a \le x \le b \tag{1.13}$$

$$w_2(\beta_2, x) = A_2 \sin\beta_2 x + B_2 \cos\beta_2 x + C_2 \sinh\beta_2 x + D_2 \cosh\beta_2 x, b \le x \le c \tag{1.14}$$

Her iki serbest kirişin ise sınır koşulları şu şekildedir;

$$w_1''(\beta_1, x)_{x=a} = w_2''(\beta_2, x)_{x=c} = 0 \text{ , } w_1'''(\beta_1, x)_{x=a} = w_2'''(\beta_2, x)_{x=c} = 0 \tag{1.15}$$

Burada ankastre veya mafsallı, sabit veya kayıcı mesnet olması durumunda ona uygun mesnet koşulları kullanılacaktır.

Kademeli kirişin süreklilik koşulunu sağlaması gerektiğinden, her iki kısmın birleştiği noktada yer değiştirme, eğim, moment ve kesme kuvvetleri sürekli olmalıdır. Buna bağlı olarak Wang (1991) aşağıdaki koşulları elde etmiştir.

$$w_1(\beta_1, x)_{x=b} = w_2(\beta_2, x)_{x=b}\ ,\ w_1'(\beta_1, x)_{x=b} = w_2'(\beta_2, x)_{x=b}\ , \tag{1.16}$$

$$w_1''(\beta_1, x)_{x=b} = \alpha^3 w_2''(\beta_2, x)_{x=b}\ ,\ w_1'''(\beta_1, x)_{x=b} = \alpha^3 w_2'''(\beta_2, x)_{x=b} \tag{1.17}$$

Denklem (1.13) ve (1.14) Denklem (1.15), (1.16) ve (1.17)'de yerine konulmasıyla Ai, Bi, Ci, Di, (i=1,2) cinsinden 8 adet homojen denklem elde edilir. Bu denklemler matris formunda yazılırsa;

$$[C]\{A\} = \{0\}\ ,\ \{A\} = \{A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2\} \tag{1.18}$$

Bu sisteme ait öz değer ve öz vektörlerin bulunması ile doğal frekanslar ve mod şekilleri elde edilir. Wang (1991) çeşitli durumlar için analitik çözümler elde etmiştir. Ancak bu çözümlerin elde edilmesi iki kademeli kiriş için bile oldukça zor bir süreçtir ve kademe sayısının artması veya herhangi bir kademede kesitin değişken olması çözüm elde edilmesini neredeyse imkansız hale getirecektir.

Önümüzdeki bölümlerde problem HPM ile formüle edilecek ve basit çözüm algoritması ile herhangi bir kiriş için bir analitik tahmini çözüm elde edilebilecektir. Bu çözümün sonlu eleman gibi çözüm alanını ayrıklaştırarak çözüm üreten yöntemlerle elde edilen çözümlerden farkı, elde edilen çözümün sürekli ve analitik bir fonksiyon olmasıdır.

2. HOMOTOPİ PERTÜRBASYON METODU (HPM)

Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM), Ji Huan He tarafından 1998 yılında ortaya çıkarılmış bir yöntemdir. He, topolojide homotopi kavramı ile pertürbasyon kavramını birleştirmiş ve lineer ve nonlineer problemleri basite indirgeyerek çözümü kolay problemlere dönüştürmüştür. Yarı analitik bir yöntem olan HPM aynı zamanda temelde seri çözümlerine dayanmaktadır.

Homotopi Pertürbasyon Metodu'nun temel yapısını açıklamak gerekirse;

Nonlineer bir diferansiyel denklem;

$$A(u)-f(r)=0, r\in\Omega \tag{2.1}$$

Sınır koşulları,

$$B\left(u,\frac{\partial u}{\partial n}\right)=0,\ r\in\Gamma \tag{2.2}$$

Burada A genel diferansiyel operatörü, B sınır operatörü, f(r) bilinen analitik fonksiyon ve Γ ise Ω ya bağımlı bir sınırdır.

A operatörü genellikle Lineer (L) ve Nonlineer (N) olmak üzere iki parçaya ayrılarak yazılır.

$$L(u)+N(u)-f(r)=0 \tag{2.3}$$

Denklem (2.3) ifadesi aşağıdaki şekilde gösterilir:

$\nu(r,p):\Omega\times[0,1]\to R$ olmak üzere

$$H(\nu,p)=(1-p)\left[L(\nu)-L(u_0)\right]+p\left[A(\nu)-f(r)\right]=0,\ p\in[0,1]\ r\in\Omega \tag{2.4}$$

$A(u)=L(u)+N(u)$ denklemi Denklem (2.4)'ün içine yazılırsa;

$$H(\nu,p)=L(\nu)-L(u_0)+pL(u_0)+p\left[N(\nu)-f(r)\right]=0,\ p\in[0,1], r\in\Omega \tag{2.5}$$

Burada $p\in[0,1]$ ifadesinde p 'ye gömme parametresi denir.

Denklem (2.4) de p'nin yerine sırasıyla 0 ve 1 konursa;

$$H(\nu,0)=L(\nu)-L(u_0)=0 \tag{2.6}$$

$$H(\nu,1)=A(\nu)-f(r)=0 \tag{2.7}$$

elde edilmiş olur. p'nin 0'dan başlayarak 1'e doğru olan değişim süreci $\nu(r,p)$'nin $u_0(r)$ den $u(r)$'ye olan değişim sürecini de ifade etmektedir. Bu olaya topolojide deformasyon denmektedir. $L(\nu)-L(u_0)$, $A(\nu)-f(r)$ çiftine ise homotopik denmektedir.

$p\in[0,1]$ küçük bir parametre olan p'yi kuvvet serisi halinde yazarsak ;

$$\nu=\nu_0+p\nu_1+p^2\nu_2+p^3\nu_3+..... \tag{2.8}$$

şeklinde olur.

$p=1$'e doğru yaklaşırken Denklem (2.8)'in Denklem (2.1) için çözümü;

$$u=\lim_{p\to1}\nu=\nu_0+\nu_1+\nu_2+..... \tag{2.9}$$

2.1. Uygulama: Lineer Olmayan Denklem Çözümü

$$u_t-3\left(u^2\right)_x+u_{xxx}=0 \tag{2.10}$$

$$u(x,0)=6x \tag{2.11}$$

başlangıç koşulu ile verilmiş olan lineer olmayan KdV denklemini göz önüne alarak aşağıdaki homotopi kurulabilir.

$$(1-p)\left[Y-u_0\right]+p\left[Y-3\left(Y^2\right)_X+Y''\right]=0 \tag{2.12}$$

Buradan $Y''=\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}$, $Y=\frac{\partial Y}{\partial t}$ ve $p\in[0,1]$ dir. Denklem (2.12) genel açılımını yaparsak;

$$Y-u_0+pu_0-3p\left(Y^2\right)_X+PY''=0 \tag{2.13}$$

Denklem (2.10) açıklamada yapılan ana formülün yerine yazılmasıyla;

$$Y=Y_0+pY_1+p^2Y_2+p^3Y_3+p^4Y_4+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}p^nY_n\left(x,t\right) \tag{2.14}$$

$$Y=Y_0+pY_1+p^2Y_2+p^3Y_3+p^4Y_4+\ldots. \tag{2.15}$$

$$Y'''=Y'''_0+pY'''_1+p^2Y'''_2+p^3Y'''_3+p^4Y'''_4+\ldots \tag{2.16}$$

şeklinde oluşturulan denklemlere Denklem (2.13)'te yerine yazılmasıyla;

$$Y-u_0+pu_0-3p\left(Y^2\right)_x+pY'''=0,$$

$$\left(Y_0+pY_1+p^2Y_2+p^3Y_3+p^4Y_4\right)-u_0+pu_0-3p\left[\left(Y_0+pY_1+p^2Y_2+p^3Y_3+p^4Y_4\right)^2\right]_x$$
$$+p\left(Y'''_0+pY'''_1+p^2Y'''_2+p^3Y'''_3+p^4Y'''_4\right)=0,$$

$$\left(Y_0+pY_1+p^2Y_2+p^3Y_3+p^4Y_4\right)-u_0+pu_0+\left[-3pY_0^2-6p^2Y_0Y_1-3p^3Y_1^2-6p^3Y_0Y_2\right]_x$$
$$+\left[-6p^4Y_1Y_2-6p^4Y_0Y_3\right]_x+p\left(Y'''_0+pY'''_1+p^2Y'''_2+p^3Y'''_3+p^4Y'''_4\right)=0, \tag{2.17}$$

$$Y_0+pY_1+p^2Y_2+p^3Y_3+p^4Y_4-u_0+pu_0+\begin{bmatrix}-\left(3pY_0^2\right)_x-\left(6p^2Y_0Y_1\right)_x-\left(3p^3Y_1^2\right)_x\\-\left(6p^3Y_0Y_2\right)_x\end{bmatrix}$$
$$-\left(6p^4Y_1Y_2\right)_x-\left(6p^4Y_0Y_3\right)_x+pY'''_0+p^2Y'''_1+p^3Y'''_2+p^4Y'''_3=0,$$

elde edilir. Bu denklem p'nin kuvvetleri şeklinde yeniden düzenlenirse;

$$p^0:Y_0-u_0=0, \tag{2.18}$$

$$p^1 : Y_1 + u_0 - \left(3Y_0^2\right)_X + Y_0''' = 0, \tag{2.19}$$

$$p^2 : Y_2 - (6Y_0Y_1)_X + Y_1''' = 0, \tag{2.20}$$

$$p^3 : Y_3 - \left(3Y_1^2\right)_X - \left(6Y_0Y_2\right)_X + Y_2''' = 0, \tag{2.21}$$

$$p^4 : Y_4 - \left(6Y_1Y_2\right)_X - \left(6Y_0Y_3\right)_X + Y_3''' = 0, \tag{2.22}$$

bulunur. Denklem (2.18) ile Denklem (2.22)'nin çözümleriyle;

$$p^0 : Y_0 - u_0 \Rightarrow u_0 \Rightarrow Y_0 = 6x, \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned} &p^1 : Y_1 + u_0 - \left(3Y_0^2\right)_x + Y_0''' = 0 \\ &\Rightarrow Y_1 = -u_0 + \left(3Y_0^2\right)_x - Y_0''' \\ &\Rightarrow Y_1 = \int_0^t \left[-u_0 + \left(3Y_0^2\right)_x - Y_0'''\right] dt \\ &\Rightarrow Y_1 = \int_0^t \left[\left(3Y_0^2\right)_x - Y_0'''\right] dt \\ &\Rightarrow Y_1 = 216tx, \end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned} &p^2 : Y_2 - \left(6Y_0Y_1\right)_x + Y_1''' = 0 \\ &\Rightarrow Y_2 = \left(6Y_0Y_1\right)_x - Y_1''' \\ &\Rightarrow Y_2 = \int_0^t \left[\left(6Y_0Y_1\right)_x - Y_1'''\right] dt \\ &\Rightarrow Y_2 = 7776t^2x \end{aligned} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned} &p^3 : Y_3 - \left(3Y_1^2\right)_x - \left(6Y_0Y_2\right)_x + Y_2''' = 0 \\ &\Rightarrow Y_3 = \left(3Y_1^2\right)_x + \left(6Y_0Y_2\right)_x - Y_2''' \\ &\Rightarrow Y_3 = \int_0^t \left[\left(3Y_1^2\right)_x + \left(6Y_0Y_2\right)_x - Y_2'''\right] dt \\ &\Rightarrow Y_3 = 279936t^3x, \end{aligned} \tag{2.26}$$

$$
\begin{aligned}
&p^4 : Y_4 - \left(6Y_1Y_2\right)_x - \left(6Y_0Y_3\right)_x + Y_3''' = 0 \\
&\Rightarrow Y_4 = \left(6Y_1Y_2\right)_x + \left(6Y_0Y_3\right)_x - Y_3''' \\
&\Rightarrow Y_4 = \int_0^t \left[\left(6Y_1Y_2\right)_x + \left(6Y_0Y_3\right)_x - Y_3'''\right]dt \\
&\Rightarrow Y_4 = 10077696t^4x
\end{aligned}
\tag{2.27}
$$

şeklinde serinin ilk dört denklemi elde edilmiş olur. Denklem (2.23), (2.24), (2.25), (2.26) ve (2.27) $p \to 1$ iken ana formülün içine yazılırsa KdV denkleminin yaklaşık çözümü;

$$
\begin{aligned}
&u(x,t) = \lim_{p\to 1} Y = Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + ... \\
&= 6x + 216xt + 7776t^2x + 279936t^3x + 10077696t^4x + ... \\
&= 6x\left(1 + 36t + 1296t^2 + 4665t^3 + 1679616t^4 + ...\right)
\end{aligned}
$$

şeklinde elde edilmiş olur (Başkonuş, 2010).

3. ELASTİK ZEMİNE OTURAN KADEMELİ KİRİŞ PROBLEMİNİN HPM FORMÜLASYONU

Elastik zemine oturan kademeli kirişin serbest titreşimi için çözülecek olan denklem Bölüm 1 Eşitlik (1.8) de elde edilmiştir.

$$w^{iv} + \beta^4 w = 0 \tag{3.1}$$

$$\beta^4 = \frac{k}{EI} - \frac{\omega^2}{c^2} \tag{3.2}$$

Bu denklem kirişe ait her iki kademe için ayrı ayrı çözülecektir. Denklemin HPM formülasyonunda doğrusal ve doğrusal olmayan kısımları şu şekilde alınacaktır.

$$Lw = \frac{d^4 w}{dx^4} \tag{3.3}$$

$$Nw = \beta^4 w \tag{3.4}$$

$$f(r) = 0 \tag{3.5}$$

Bu denklem için HPM formülasyonunda aşağıda verilen homotopinin uygulanması ile probleme ait çözüm algoritması elde edilir.

$$H(v,p) = L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + p\left[N(v) - f(r)\right] = 0 \tag{3.6}$$

Çözüm aşağıda verildiği gibi kuvvet serisi şeklinde ifade edilecektir.

$$v = v_0 + pv_1 + p^2 v_2 + p^3 v_3 + ... \tag{3.7}$$

Problem için elde edilecek analitik tahmini çözüm;

$$w = \lim_{p \to 1} v = v_0 + v_1 + v_2 + ... \tag{3.8}$$

Denklem (3.1) ve (3.7)'nin Denklem (3.6) da yerine konması ile;

$$\left(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...\right)^{iv} - \left(u_0\right)^{iv} + p\left(u_0\right)^{iv} + p\beta^4\left(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...\right) = 0 \qquad (3.9)$$

Eşitlik yeniden düzenlenecek olursa;

$$\left(v_0^{iv} - u_0^{iv}\right) + (v_1 + u_0^{iv} + \beta^4 v_0)p + \left(v_2 + \beta^4 v_1\right)p^2 + \left(v_3 + \beta^4 v_2\right)p^3 + ... = 0 \qquad (3.10)$$

Bu denklemin sıfıra eşit olabilmesi ancak parantez içindeki terimlerin toplamının sıfıra eşit olmasıyla mümkündür. Böylece HPM çözüm algoritması aşağıdaki gibi elde edilmiş olunur.

$$p^0 : v_0^{iv} - u_0^{iv} = 0 \qquad (3.11)$$

$$p^1 : v_1^{iv} + u_0^{iv} + \beta^4 v_0 = 0 \qquad (3.12)$$

$$p^n : v_n^{iv} + \beta^4 v_{n-1} = 0, \qquad n \geq 2 \qquad (3.13)$$

Başlangıç tahmini olan u_0, denklemin doğrusal kısmı olan Lv'nin çözümü olarak alınacaktır. $L = \dfrac{d^4}{dx^4}$ olduğundan,

$$u_0 = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \qquad (3.14)$$

olarak elde edilir. Kirişimiz iki kademe olduğundan;

$$\left(u_0\right)^1 = A_1 + B_1x + C_1x^2 + D_1x^3 \qquad (3.15)$$

$$\left(u_0\right)^2 = A_2 + B_2x + C_2x^2 + D_2x^3 \qquad (3.16)$$

şeklinde alınacaktır. Kirişte her iki mesnette dört sınır koşulu ve kademelerin birleşim noktasında da dört süreklilik koşulu olduğundan Denklem (3.15) ve (3.16) da yer alan sekiz bilinmeyen bu koşullarla elde edilebilecektir. Denklem (3.15) ve (3.16)'nın Denklem (3.11), (3.12) ve (3.13)'te HPM algoritması yerine konduğu zaman her iki kademe için yer değiştirme ifadeleri $\left(u_0\right)^1$ ve $\left(u_0\right)^2$ elde edilmiş olur.

Bu ifadelere her iki mesnetten gelen sınır koşulları ve kademelerin birleşim noktasındaki süreklilik koşulları uygulandığı zaman aşağıdaki matris formunda gösterilen denklem sistemi elde edilmiş olur.

$$\left[M(\omega)\right]_{8x8}\left[\alpha\right]_{8x1} = \{0\} \tag{3.17}$$

Katsayı matrisinin elemanları titreşim frekansı ω'nın fonksiyonu olacaktır. Bilinmeyenler vektörü $\left[\alpha\right]$ ise;

$$\{\alpha\}^T = \{A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2\} \tag{3.18}$$

Denklem (3.17)'nin bayağı çözümü;

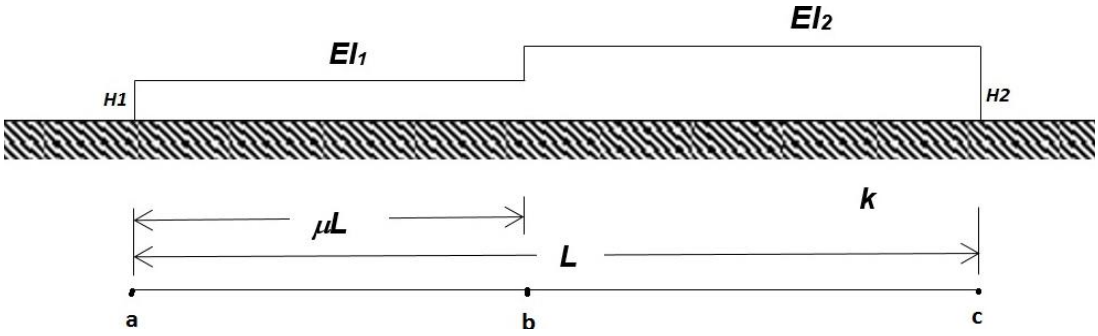
$$\mathrm{Det}\left[M(w)\right] = 0 \tag{3.19}$$

olacaktır. Ancak bu çözüm deforme olmayan kirişe tekabül ettiği için aradığımız çözüm değildir. O halde problem bir özdeğer problemidir ve aradığımız çözüm katsayı matrisinin determinantının sıfıra eşitlenmesi ile elde edilecektir. Katsayı matrisinin determinantı, serbest titreşim frekansı ω'nin fonksiyonu olduğundan, determinantı sıfırlayan farklı ω değerleri elde edilecektir. Hesaplar karışık olduğundan ve sembolik manipülasyon gerektiğinden Mathematica yazılımından yararlanılacaktır. Determinantı sıfır yapan kökler Mathematica'dan karmaşık ve reel olarak elde edilmektedir. Bu köklerin arasından reel ve pozitif olanlar bizim aradığımız serbest titreşim frekanslarıdır ve Mathematica bu frekansları mod sırasında göre vermektedir. Burada önemli olan, çözüm oluşturacak yeterli sayıda terimi HPM çözüm algoritmasından türetmiş olmaktır. Terim sayısı arttıkça çözümdeki hassasiyet artacaktır.

Bir sonraki bölümde, bu bölümde elde edilen formülasyon kullanılarak daha önce analitik çözümü yapılmış bir problem HPM ile çözülerek, önerilen çözüm tekniği test edilecektir.

4. SAYISAL UYGULAMALAR

Wang (1991), elastik zemin üzerindeki detayları aşağıda verilmekte olan kademeli kirişin serbest titreşim frekansları analitik olarak bulmuştur.



Şekil 4.1. Elastik zemine oturmuş her iki ucu serbest kademeli kiriş (Wang, 1991)

Burada birinci ve ikinci kademelere ait yer değiştirmeler Bölüm 3'te Denklem (3.15) ve (3.16)'da verildiği gibi alınacaktır. Bu ifadelerin Denklem (3.11), (3.12) ve (3.13)'te HPM çözüm algoritmasında yerine konması ile 12 adet terim elde edilmiştir. Daha sonra Wang (1991)'de ele alınan her iki ucu serbest ve her iki ucu sabit mafsalla mesnetlenmiş basit kiriş olacak şekilde kademeli kiriş analiz edilmiştir. Analizde kademenin bulunduğu yer değişken alınmış ve farklı noktalar için sonuçlar elde edilmiştir. Kademenin olduğu yerde süreklilik koşulları şu şekildedir;

$$w_1(\beta_1, x)_{x=b} = w_2(\beta_2, x)_{x=b} \tag{4.1}$$

$$w_1'(\beta_1, x)_{x=b} = w_2'(\beta_2, x)_{x=b} \tag{4.2}$$

$$w_1''(\beta_1, x)_{x=b} = \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^3 w_2''(\beta_2, x)_{x=b} \tag{4.3}$$

$$w_1'''(\beta_1, x)_{x=b} = \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^3 w_2'''(\beta_2, x)_{x=b} \tag{4.4}$$

Mesnetlere ait sınır koşulları ise şu şekilde alınmıştır;

Serbest uç olduğunda;

$$w_i''(\beta_i, x) = 0, \qquad w_i'''(\beta_i, x) = 0, \qquad i = 1, 2 \tag{4.5}$$

Mafsallı mesnet olduğunda;

$$w_i(\beta_i, x) = 0, \qquad w_i''(\beta_i, x) = 0, \qquad i = 1, 2 \tag{4.6}$$

Ankastre mesnet olduğunda;

$$w_i(\beta_i, x) = 0, \qquad w_i'(\beta_i, x) = 0, \qquad i = 1, 2 \tag{4.7}$$

Bu mesnet sınır koşulları dikkate alınarak aşağıdaki kirişler analiz edilmiştir;

- SS → Her iki ucu serbest
- MM → Her iki ucu sabit mafsallı
- AM → Bir ucu ankastre diğer ucu serbest mafsallı
- AA → Her iki ucu ankastre
- AS → Bir ucu ankastre diğer ucu serbest

Bunlardan ilk ikisi Wang (1991)'de analitik çözümü verilen kirişlerdir. Aşağıdaki tablolarda elastik zemin üzerine oturtulmuş kirişlerin Wang (1991)'de verilen analitik çözümlerle, bir çalışmada önerilen HPM çözümleri kıyaslanmaktadır (E=6,50x10E11, ρ=213,60 kg/m², H_1=0,10 m, H_2 = 0,15 m, B=0,08 m, L=5,00 m).

Tablo 4.1. SS kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/100)

	f1 (Hz)		f2 (Hz)		f3 (Hz)	
μ	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM
0,0	5,8531	5,8531	5,8531	5,8531	96,4081	96,4081
0,1	5,8534	5,8534	6,2201	6,2201	101,0194	101,0194
0,2	5,8557	5,8557	6,5291	6,5291	100,7912	100,7912
0,3	5,8635	5,8635	6,7692	6,7692	93,4247	93,4247
0,4	5,8821	5,8821	6,9403	6,9403	82,2168	82,2168
0,5	5,9194	5,9194	7,0513	7,0513	72,8477	72,8477
0,6	5,9876	5,9876	7,1161	7,1161	66,7402	66,7402
0,7	6,1046	6,1046	7,1494	7,1494	63,2525	63,2525
0,8	6,2993	6,2993	7,1637	7,1637	61,5574	61,5574

Tablo 4.1.(Devam) SS kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/100)

	f1 (Hz)		f2 (Hz)		f3 (Hz)	
μ	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM
0,9	6,6214	6,6214	7,1680	7,1680	61,4321	61,4321
1,0	7,1685	7,1685	7,1685	7,1685	64,5528	64,5528

Tablo 4.2. SS kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/200)

	f1 (Hz)		f2 (Hz)		f3 (Hz)	
μ	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM
0,0	4,1388	4,1388	4,1388	4,1388	96,3192	96,3192
0,1	4,1390	4,1390	4,3983	4,3983	100,9251	100,9251
0,2	4,1406	4,1406	4,6169	4,6169	100,6918	100,6918
0,3	4,1462	4,1462	4,7867	4,7867	93,3148	93,3148
0,4	4,1593	4,1593	4,9076	4,9076	82,0879	82,0879
0,5	4,1857	4,1857	4,9861	4,9861	72,6959	72,6959
0,6	4,2340	4,2340	5,0319	5,0319	66,5679	66,5679
0,7	4,3168	4,3168	5,0554	5,0554	63,0664	63,0664
0,8	4,4546	4,4546	5,0655	5,0655	61,3656	61,3656
0,9	4,6823	4,6823	5,0686	5,0686	61,2398	61,2398
1,0	5,0689	5,0689	5,0689	5,0689	64,3534	64,3534

Tablo 4.3. MM kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/100)

	f1 (Hz)		f2 (Hz)	
μ	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM
0,0	42,8519	42,8520	169,9023	169,9023
0,1	42,5839	42,5839	166,0556	166,0556
0,2	41,0205	41,0204	152,2872	152,2872
0,3	38,1581	38,1581	143,7692	143,7692
0,4	35,0630	35,0630	143,4669	143,4669
0,5	32,5477	32,5477	142,6401	142,6401
0,6	30,8291	30,8291	134,7613	134,7613
0,7	29,8260	29,8260	124,2508	124,2508
0,8	29,3576	29,3576	116,7971	116,7971
0,9	29,2113	29,2113	113,7982	113,7982
1,0	29,1940	29,1940	113,4278	113,4278

Tablo 4.4. MM kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/200)

	f1 (Hz)		f2 (Hz)	
μ	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM
0,0	42,6517	42,6517	169,8519	169,8519
0,1	42,3838	42,3818	166,0034	166,0034
0,2	40,8063	40,8063	152,2257	152,2257
0,3	37,9155	37,9155	143,6983	143,6983
0,4	34,7788	34,7788	143,3927	143,3927
0,5	32,2173	32,2173	142,5639	142,5639

Tablo 4.4.(Devam) MM kirişinin serbest titreşim frekansları (ν = 1/200)

	f1 (Hz)		f2 (Hz)	
μ	Wang(1991)	HPM	Wang(1991)	HPM
0,6	30,4553	30,4553	134,6785	134,6785
0,7	29,4174	29,4174	124,1574	124,1574
0,8	28,9261	28,9261	116,6927	116,6927
0,9	28,7695	28,7695	113,6864	113,6864
1,0	28,7506	28,7506	113,3144	113,3144

Tablo (4.1), (4.2), (4.3) ve (4.4)'de görüldüğü gibi HPM çözümleri Wang (1991)'de verilen çözümlerle mükemmel bir uyum içerisindedir. Bu durum önerilen yöntemin ne kadar etkin bir yöntem olduğunu göstermektedir. Şimdi aynı algoritma kullanılarak AM, AA ve AS kirişlerinin de serbest titreşim frekansları elde edilecektir.

Bunlarla ilgili sonuçlar aşağıda tablolar halinde verilmektedir.

Tablo 4.5. AM kirişi için HPM ile elde edilen serbest titreşim frekansları

	ν = 1/200			ν = 1/100		
μ	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)
0,0	66,4446	214,9448	448,4012	66,5734	214,9847	448,4203
0,1	56,3529	195,8184	420,2844	56,5047	195,8623	420,3049
0,2	56,0771	192,3682	399,5875	56,2305	192,4146	399,6111
0,3	55,6914	181,2788	393,1444	55,8497	181,3330	393,1700
0,4	53,5919	176,7255	386,2827	53,7662	176,7855	386,3098
0,5	50,5341	177,8737	355,5421	50,7342	177,9354	355,5730
0,6	47,7443	172,4997	346,3611	47,9739	172,5648	346,3939
0,7	45,8312	159,6924	342,7145	46,0879	159,7651	342,7486
0,8	44,8500	148,7919	319,3664	45,1264	148,8735	319,4041
0,9	44,5350	143,9791	301,8169	44,8212	144,0672	301,8586
1,0	44,5000	143,3596	298,9644	44,7878	143,4492	299,0073

Tablo 4.6. AA kirişi için HPM ile elde edilen serbest titreşim frekansları

	ν = 1/200			ν = 1/100		
μ	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)
0,0	96,3192	265,2946	520,0368	96,4081	265,3269	520,0532
0,1	83,5108	244,1077	489,0976	83,6134	244,1429	489,1152
0,2	83,5418	237,3276	463,9370	83,6454	237,3657	463,9575
0,3	82,0136	224,2872	461,3165	82,1239	224,3318	461,3383
0,4	78,5377	222,6973	442,1085	78,6631	222,7447	442,1322
0,5	76,0668	221,2558	410,8071	76,2090	221,3049	410,8338
0,6	76,2617	207,9649	409,6571	76,4158	208,0189	409,6846
0,7	78,1095	196,8683	391,5305	78,2691	196,9283	391,5603
0,8	77,8138	198,4392	373,4726	77,9781	198,5024	373,5053

Tablo 4.6.(Devam) AA kirişi için HPM ile elde edilen serbest titreşim frekansları

	ν = 1/200			ν = 1/100		
μ	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)
0,9	72,6783	196,3846	377,8232	72,8548	196,4500	377,8571
1,0	64,3534	176,9142	346,7173	64,5528	176,9868	346,7543

Tablo 4.7. AS kirişi için HPM ile elde edilen serbest titreşim frekansları

	ν = 1/200			ν = 1/100		
μ	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)
0,0	15,6789	94,8634	265,3995	16,2160	94,9536	265,4318
0,1	11,9138	82,5934	244,1741	12,6123	82,6970	244,2093
0,2	10,5414	82,5568	237,5345	11,3251	82,6615	237,5726
0,3	9,8871	80,1376	224,9465	10,7202	80,2503	224,9909
0,4	9,5629	74,6946	223,9203	10,4260	74,8255	223,9675
0,5	9,4337	69,0040	222,1360	10,3169	69,1578	222,1851
0,6	9,4479	64,7099	206,1071	10,3482	64,8846	206,1619
0,7	9,5948	61,9849	187,7112	10,5156	62,1739	187,7738
0,8	9,8959	60,5207	176,2121	10,8473	60,7158	176,2811
0,9	10,4132	60,3769	171,7090	11,4149	60,5724	171,7801
1,0	11,2844	63,3850	176,9841	12,3706	63,5874	177,0567

Tablo 4.5, 4.6 ve 4.7'te Wang (1991)'de analitik çözümleri verilmeyen mesnetlenme durumlarının analizleri HPM ile yapılmıştır. Elde edilen serbest titreşim frekansları verilmiştir. Wang (1991)'de ele alınan mesnetlenme koşulları ile kıyaslanan HPM çözümleri, analitik sonuçlarla mükemmel uyum içerisinde olduğundan Tablo 4.5, 4.6 ve 4.7'teki çözümlerin analitik çözüm ile aynı olma ihtimali çok yüksektir. Önerilen çözüm tekniğinin uygulanması kolay ve oldukça etkin, iyi sonuçlar veren bir yöntem olduğu anlaşılmış olup, yöntem benzer problemlerin çözümünde güvenle uygulanabilecektir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada elastik zemin üzerine oturan kademeli kirişin serbest titreşim problemi HPM ile çözülmüştür. Denklemin çözümü sonsuz seri toplamı şeklinde formüle edilmiş, çözümde on iki terim türetilmiş ve analitik tahmini çözüm bu şekilde elde edilmiştir. Elde edilen çözüm daha önceki çalışmalarda elde edilen analitik çözümlerle karşılaştırılmıştır. HPM ile elde edilen sonuçların analitik çözümlerle mükemmel uyum gösterdiği özellikle sonuç bölümündeki tablolar incelendiğinde açıkça görülmektedir.

HPM çözümü Wolfram Mathematica programı ile gerçekleştirilmiştir. HPM probleme uygulanırken, çözüm formülasyonu analitik çözüme göre daha az işlem gerektirir ve böylece daha kolay uygulanabilir. Elastik zemin üzerinde bulunan kirişte kademe sayısı arttıkça veya kademe boyunca kesit alanı değiştikçe analitik çözüm giderek zorlaşacak, hatta elde edilmesi imkansız hale gelebilecektir. HPM ile bu problemleri aşarak çözüme ulaşmak çok daha kolaydır ve hesaplama süresi de analitik çözüme göre daha kısa olduğundan ele alınan denklem için uygun bir çözüm yöntemi olduğu kanaatine varılmıştır.

KAYNAKLAR

Başkonuş H. M., Bazı Lineer Olmayan Diferansiyel Denklemlerin Adomian Ayrışım Metodu ve Homotopi Pertürbasyon Metodu ile Sayısal Çözümleri, Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 2010, 270000.

Cunha Vaz J., Lima Junior J. J., Vibration Analysis of Euler-Bernoulli Beams in Multiple Steps and Different Shapes of Cross Section, *Journal of Vibration and Control*, DOI: 10.1177/1077546314528366.

El-Din S. S., Mahmoud A. A. Nassar M. A., Exact Solutions of Free Vibrations of a Continuous Stepped Beam with *m* Uniform and/or Tapered Parts, *Indian J. Pure Appl. Math.*, 2002, **33**(9), 1337-1351.

Jang S. K., Bert C. W., Free Vibration of Stepped Beams: Higher Mode Frequencies and Effect of Steps on Frequency, *Journal of Sound and Vibration*, 1986, **132**, 164-168.

Jaworski J. W., Dowell E. H., Free Vibration of a Cantilevered Beam with Multiple Steps: Comparison of Several Theoretical Methods with Experiment, *Journal of Sound and Vibration*, 2008, **312**, 713-725.

Koplow M. A., Bhattacharyya A., Mann B. P., Closed Form Solutions for the Dynamic Response of Euler Bernoulli Beams with Step Changes in Cross Section, *Journal of Sound and Vibration*, 2006, **295**, 214-225.

Lu Z. R., Huang M., Liu J. K., Chen W. H., Liao W. Y., Vibration Analysis of Multiple-Stepped Beams with the Composite Element Model, *Journal of Sound and Vibration*, 2009, **322**, 1070-1080.

Mao Q., Free Vibration Analysis of Multiple-Stepped Beams by Using Adomian Decomposition Method, *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, **54**, 756-764.

Mao Q., Pietrzko S., Free Vibration Analysis of Stepped Beams by Using Adomian Decomposition Method, *Applied Mathematics and Computation*, 2010, **217**, 3429-3441.

Naguleswaran S., Vibration of an Euler-Bernoulli Beam on Elastic End Supports with Up to Three Step Changes in Cross Section, *International Journal of Mechanical Sciences*, 2002, **44**, 2541-2555.

Pooplewell N., Chang D., Free Vibrations of a Complex Euler-Bernoulli Beam, *Journal of Sound and Vibration*, 1996, **190**(5), 852-856.

Şimşek M., Free Vibration Analysis of Beams Subjected to Axial Load Under Various Boundary Conditions, *Journal of Engineering and Natural Science*, 2005**, 3**, 1-10.

Thambiratnam D., Zhuge Y., Free Vibration Analysis of Beams on Elastic Foundations**,** *Computers and Structures*, 1996, **60**, 971-980.

Wang J., Vibration of Stepped Beams on Elastic Foundations, *Journal of Sound and Vibration*, 1991, **149**(2), 315-322.

Wang X., Duan G., Free Vibration Anaylsis of Multi-Stepped Beams by The Discrete Singular Convolution, *Applied Mathematics and Computation*, 2013**, 219**, 11096-11109.

Wang X., Wang Y., Free Vibration Analysis of Multi-Stepped Beams by Differantial Quadrature Element Method, *Applied Mathematics and Computation*, 2013, **219**, 5802-5810.

Yeşilce Y., Free Vibration Analysis of the Axial-Loaded Timoshenko Multiple-Step Beam Carrying Multiple Elastic-Supported Rigid Bars, *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 2012, **18**(3), 183-197.

KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

Coşkun S. B., **Durgun O. F.,** Mutman U., Free Vibration Analysis of A Two Segment Stepped Beam on Elastic Foundation Using Homotopy Perturbation Method, *5th International Earthquake Symposium*, Kocaeli, 10-12 June 2015.

ÖZGEÇMİŞ

1989 yılında İstanbul'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Kocaeli'de tamamladı. 2008 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden 2012 yılında İnşaat Mühendisi olarak mezun oldu. 2012 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimine başladı. 2013 yılından beri Başiskele Belediyesi'nde İnşaat Mühendisi olarak görev yapmaktadır.