**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# İKİZKENAR ÜÇGEN KESİTLİ KANALLARDA DOĞAL TAŞINIMIN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Serkan ÖZERBAY**

**Anabilim Dalı: Makine Mühendisliği**

**Programı: Isı – Akışkan Mühendisliği**

**Tez Danışmanı: Doç.Dr. Emin Fuad KENT**

**HAZİRAN 2006**

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# İKİZKENAR ÜÇGEN KESİTLİ KANALLARDA DOĞAL TAŞINIMIN SAYISAL İNCELENMESİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**
**Mak. Müh. Serkan ÖZERBAY**
**(503021115)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 8 Mayıs 2006**
**Tezin Savunulduğu Tarih : 13 Haziran 2006**

| | |
|---|---|
| **Tez Danışmanı :** | **Doç.Dr. E.Fuad KENT** |
| **Diğer Jüri Üyeleri** | **Prof.Dr. Zeynep Düriye BİLGE (Y.T.Ü.)** |
| | **Yrd. Doç. İ. Necmi KAPTAN (İ.T.Ü.)** |

**HAZİRAN 2006**

## ÖNSÖZ

Günümüzde ısı transferinin kullanım alanları genişlemektedir. Özellikle küçük kesitlerdeki ısıtma ve soğutma problemlerinin çözümünü ilgilendiren çalışmalar yapılmaktadır. Bunların genel kullanım alanları elektronik devreler, bilgisayar çipleri ve yüksek hızlı bilgisayarlar vb. gibi sıralanabilir. Bu tip sistemlerde kesitler genelde küçük olmakla beraber ısı transferi doğal taşınım ile gerçekleşmektedir. Bu çalışmada üçgen, yarı eliptik ve kare kesitler incelenmiş olup, bu kesitler için sayısal analizler yapılmış ve çıkan sonuçlar yorumlanmıştır.

Çalışmalarımda bana yardım eden Doç. Dr. Emin Fuad Kent'e teşekkürü bir borç bilirim. Her zaman destek olan aileme ve kız arkadaşıma teşekkür ederim.

13.06.2006 Serkan Özerbay

**İÇİNDEKİLER**


**TABLO LİSTESİ** **v**
**ŞEKİL LİSTESİ** **vi**
**SEMBOL LİSTESİ** **viii**
**ÖZET** **xii**
**SUMMARY** **xiii**

**1. GİRİŞ** **1**
1.1. Doğal taşınımın kullanım alanları 1
1.2 Doğal taşınım ile ilgili kaynak araştırması 1

**2. MATEMATİK VE FİZİKSEL MODEL** **10**
2.1. Matematik Model 10
2.2. Fiziksel Model 12
2.3. Sınır Şartları 14
2.4. Sayısal Model 16
2.5. Sonlu Hacimler Yöntemi 18
2.6. Upwind Farklar Yöntemi 20
2.7. SIMPLE Algoritması 21
2.8. Ağ yapısı 23

**3. SONUÇLAR** **24**
3.1. Durum 1 25
3.2. Durum 2 26
3.3. Durum 3 27
3.4. Durum 4 28
3.5. Durum 5 29
3.6. Durum 6 32
3.7. Durum 7 33
3.8 Durum 8 34
3.9. Durum 9 35
3.10. Durum 10 35
3.11. Durum 11 37
3.12. Durum 12 39
3.13. Durum 13 40
3.14. Durum 14 40
3.15. Durum 15 41
3.16. Durum 16 43
3.17. Durum 17 45
3.18. Durum 18 47
3.19. Durum 19 49

**4. YORUMLAR** **51**

**KAYNAKLAR** **53**

**ÖZGEÇMİŞ** **56**

## TABLO LİSTESİ

**Sayfa No**

**Tablo 2.1.** Ağ yapısının üç farklı ağ sıklığında karşılaştırılması …… 24

## ŞEKİL LİSTESİ

**Sayfa No**


**Şekil 1.1** : Örnek bir fiziksel model [8]..... 4
**Şekil 1.2** : [1] ile [6] no'lu referanslarda kullanılan geometriler ve sınır şartları..... 7
**Şekil 1.3** : [7] ile [11] no'lu referanslarda kullanılan geometriler ve sınır şartları..... 8
**Şekil 2.1** : Üçgen kesite ait örnek geometri..... 12
**Şekil 2.2** : Yarı eliptik kesite ait örnek geometri..... 13
**Şekil 2.3** : Kare kesite ait örnek geometri..... 14
**Şekil 2.4** : İncelenen durumlar ve geometriler..... 15
**Şekil 2.5** : Denklemleri ayrıştırmak için kullanılan tipik bir kontrol hacmi....18
**Şekil 2.6** : Örnek bir ağ yapısı..... ..... 19
**Şekil 2.7** : Upwind farklar yöntemi örnek gösterimi.....20
**Şekil 3.1** : Durum 1 – (75° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 25
**Şekil 3.2** : Durum 2 – (60° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 26
**Şekil 3.3** : Durum 3 – (45° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 27
**Şekil 3.4** : Durum 4 – (30° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 28
**Şekil 3.5** : Durum 5 – (15° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 29
**Şekil 3.6** : Durum 1, 2, 3, 4, 5 için ortalama yerel Nusselt sayısı ile üçgen kenar açılarının karşılaştırılması..... 30
**Şekil 3.7** : Durum 1, 2, 3, 4, 5 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi..... 31
**Şekil 3.8** : Durum 6 – (75° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 32
**Şekil 3.9** : Durum 7 – (60° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 33
**Şekil 3.10** : Durum 8 – (45° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 34
**Şekil 3.11** : Durum 9 – (30° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 35
**Şekil 3.12** : Durum 10 – (15° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 35
**Şekil 3.13** : Durum 6, 7, 8, 9, 10 için ortalama yerel Nusselt sayısı ile üçgen kenar açılarının karşılaştırılması..... 36

**Şekil 3.14 :** Durum 6, 7, 8, 9, 10 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi..... 37
**Şekil 3.15 :** Durum 11 – (75° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 38
**Şekil 3.16 :** Durum 12 – (60° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 39
**Şekil 3.17 :** Durum 13 – (45° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 40
**Şekil 3.18 :** Durum 14 – (30° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 41
**Şekil 3.19 :** Durum 15 – (15° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 41
**Şekil 3.20 :** Durum 11, 12, 13, 14, 15 için ortalama yerel Nusselt sayısı ile üçgen kenar açılarının karşılaştırılması..... 42
**Şekil 3.21 :** Durum 11, 12, 13, 14, 15 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi..... 42
**Şekil 3.22 :** Durum 16 – (Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 43
**Şekil 3.23 :** Durum 2, 16 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi..... 44
**Şekil 3.24 :** Durum 17 – (Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 45
**Şekil 3.25 :** Durum 7, 17 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi..... 46
**Şekil 3.26 :** Durum 18 – (Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 47
**Şekil 3.27 :** Durum 12, 18 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi..... 48
**Şekil 3.28 :** Durum 19 – (Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri..... 49
**Şekil 3.29 :** Durum 19 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi..... 50

## SEMBOL LİSTESİ

$\vec{\nabla}$ : Gradyan operatörü
$\vec{V}$ : Hız vektörü (m/s)
$\rho$ : Yoğunluk (kg/m$^3$)
$\mu$ : Dinamik viskozite (kg/m.s)
$p$ : Basınç (N/m$^2$)
$\vec{g}$ : Yer çekimi ivmesi (m/s$^2$)
$c_p$ : Özgül ısı katsayısı ((J/kgK)
$T$ : Sıcaklık (C°)
$k$ : Akışkanın termal iletim katsayısı (W/mK)
$u$ : Yatay hız (m/s)
$\beta$ : Isıl genişleme katsayısı (1/K)
$T_a$ : Ortam sıcaklığı(C°)
$U$ : Boyutsuz yatay hız
$V$ : Boyutsuz dikey hız
$x$ : Yatay koordinat (m)
$y$ : Dikey koordinat (m)
$X$ : Boyutsuz yatay koordinat
$Y$ : Boyutsuz dikey koordinat
$P$ : Boyutsuz basınç değeri
$U$ : Boyutsuz yatay hız
$V$ : Boyutsuz dikey hız
Pr : Prandtl değeri
$Ra$ : Rayleigh değeri
$\theta$ : Boyutsuz sıcaklık
$\alpha$ : Underrelexation parametresi
$d$ : Geometrinin uzunluğu (m)
$U_D$ : Doğu yönündeki boyutsuz yatay hız
$U_B$ : Batı yönündeki boyutsuz yatay hız
$U_K$ : Kuzey yönündeki boyutsuz yatay hız
$U_G$ : Güney yönündeki boyutsuz yatay hız
$U_M$ : Merkezdeki boyutsuz yatay hız
$V_K$ : Kuzey yönündeki boyutsuz dikey hız
$V_G$ : Güney yönündeki boyutsuz yatay hız
$V_D$ : Doğu yönündeki boyutsuz dikey hız
$V_B$ : Batı yönündeki boyutsuz yatay hız

$V_M$ **:** Merkezdeki boyutsuz yatay hız

$P_B$ **:** Batı yönündeki boyutsuz basınç

$P_D$ **:** Doğu yönündeki boyutsuz basınç

$P_K$ **:** Kuzey yönündeki boyutsuz basınç

$P_G$ **:** Güney yönündeki boyutsuz basınç

$P_M$ **:** Merkezdeki boyutsuz basınç

$\theta_D$ **:** Doğu yönündeki boyutsuz sıcaklık

$\theta_B$ **:** Batı yönündeki boyutsuz sıcaklık

$\theta_G$ **:** Güney yönündeki boyutsuz sıcaklık

$\theta_K$ **:** Kuzey yönündeki boyutsuz sıcaklık

$\Theta$ **:** Genel bağımlı değişken

$\Theta_D$ **:** Doğu yönündeki genel bağımlı değişken

$\Theta_B$ **:** Batı yönündeki genel bağımlı değişken

$\Theta_K$ **:** Kuzey yönündeki genel bağımlı değişken

$\Theta_G$ **:** Güney yönündeki genel bağımlı değişken

$\Theta_M$ **:** Merkezdeki genel bağımlı değişken

$\Gamma$ **:** Genel difüzyon katsayısı

a : Ayrıklaştırılmış korunum denklemlerinde değişkenlerin katsayısı

$a_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı

$a_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı

$a_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı

$a_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı

$a_M$ : Merkez kontrol hacmi için değişkenlerin katsayısı

u : Yatay hız (m/s)

$u_M$ : Merkez hacimdeki yatay hız (m/s)

$u_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)

$u_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)

$u_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)

$u_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi yatay hızı (m/s)

A : Alan (m2)

$A_u$ : Yatay hız kontrol hacminin alanı (m2)

$A_v$ : Dikey hız kontrol hacminin alanı (m2)

p : Basınç (N/m2)

$p_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi basıncı (N/m2)

$p_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi basıncı (N/m2)

$p_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi basıncı (N/m2)

$p_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi basıncı (N/m2)

$p_M$ : Merkez kontrol hacmi basıncı (N/m2)

v : Dikey hız (m/s)

$v_M$ : Merkez kontrol hacimdeki dikey hız (m/s)

$v_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)

$v_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)

$v_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)

$v_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi dikey hızı (m/s)

$u^*$ : Yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$u^*_M$ : Merkez kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$u^*_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$u^*_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$u^*_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$u^*_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$v^*$ : Yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$v^*_M$ : Merkez kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$v^*_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$v^*_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$v^*_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$v^*_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi yatay hız başlangıç tahmini (m/s)

$p^*$ : Başlangıç tahmini basıncı (N/m2)

$p^*_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini (N/m2)

$p^*_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini (N/m2)

$p^*_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini (N/m2)

$p^*_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini (N/m2)

$p^*_M$ : Merkez kontrol hacmi basıncı başlangıç tahmini (N/m2)

$p'$ : Basınç düzeltmesi (N/m2)

$p'_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi basınç düzeltmesi (N/m2)

$p'_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi basınç düzeltmesi (N/m2)

$p'_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi basınç düzeltmesi (N/m2)

$p'_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi basınç düzeltmesi (N/m2)

$p'_M$ : Merkez kontrol hacmi basınç düzeltmesi (N/m2)

$u'$ : Yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$u'_M$ : Merkez kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$u'_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$u'_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$u'_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$u'_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$v'$ : Yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$v'_M$ : Merkez kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$v'_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$v'_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$v'_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$v'_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi yatay hız düzeltmesi (N/m2)

$c_p$ : Özgül ısı (J/kg K)

$d_B$ : Batı kenarı kontrol hacmi katsayısı alan oranı (m3/Ns)

$d_D$ : Doğu kenarı kontrol hacmi katsayısı alan oranı (m3/Ns)

$d_G$ : Güney kenarı kontrol hacmi katsayısı alan oranı (m3/Ns)

$d_K$ : Kuzey kenarı kontrol hacmi katsayısı alan oranı (m3/Ns)

A : Alan (m2)

Au : Yatay hız kontrol hacmi alanı (m2)

Av : Dikey hız kontrol hacmi alanı (m2)

$p^{yeni}$ : Yeni basınç değeri (N/m2)

$u^{yeni}$ : Yeni yatay hız değeri (m2)

$v^{yeni}$ : Yeni dikey hız değeri (m2)

$u^{eski}$ : Eski yatay hız değeri (m2)

$v^{eski}$ : Eski dikey hız değeri (m2)

## İKİZKENAR ÜÇGEN KESİTLİ KANALLARDA DOĞAL TAŞINIMIN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ

## ÖZET

Bu çalışmada, ikizkenar üçgen kesite sahip kanallarda laminar ve sıkıştırılamaz akışkanla doğal taşınım iki boyutlu halde sayısal olarak incelenmiştir. Üç farklı sınır şartı ve bu durumlara ait 5 farklı üçgen yapısı için sonlu hacimler metodu ile sayısal hesaplamalar yapılmıştır. İkizkenar üçgene ait kenar açıların 75°, 60°, 45°, 30° ve 15° olduğu 5 geometri incelenmiştir. Üçgen kesite benzer yarı eliptik geometri incelenerek üçgen kesitle karşılaştırılmıştır. Ağ yapısının bağımsızlığını kanıtlamak için 24 × 24, 48 × 48 ve 72 × 72 ağ yapısında hesaplamalar yapılmıştır. Tüm bu durumlarda gerçekleşen doğal taşınım ile ısı transferinin geometriden ve Rayleigh değerinden nasıl etkilendiği yorumlanmıştır. Sonuçlar kaynaklardaki çalışmalarla karşılaştırıldığında seçilen çözüm yöntemi ile elde edilen sonuçların benzerlik gösterdiği gözlenmiştir. İncelenen ilk durumda, ikizkenar üçgenin alt tabanı sıcak ve eğimli duvarlar soğuktur. Bu durumda ısı transferin ağırlıklı olarak geometrinin değişiminden etkilendiği sonucuna varılmıştır. İkinci durumda, alt duvar soğuk ve üst duvar sıcaktır. Bu durumda ısı transferinin Rayleigh değerinin değişiminden ve kenar açılarının azalmasından neredeyse aynı oranda etkilendiği görülmüştür. İncelenen üçüncü durumda sol duvar soğuk, sağ duvar sıcak ve alt duvar adyabatik'dir. Bu durumda da ısı transferinin Rayleigh değerinden ve geometriden eşit oranda etkilendiği görülmüştür. Sonuç olarak alt tarafın sıcak olduğu durumda ısı transferinin diğer durumlara göre daha fazla olduğu görülmüştür.

## NUMERICAL ANAYSIS OF NATURAL CONVECTION IN ISOSCELES TRIANGULAR ENCLOSURES

## SUMMARY

In this study, laminar incompressible natural convection in isosceles triangular enclosures has been numerically analyzed. Three different boundary conditions and 5 different triangular angled geometry has been analyzed. Isosceles triangle's angles are 75°, 60°, 45°, 30° and 15°. Semi elliptic geometry has been analyzed for these boundary conditions to compare with triangular results. Grid independency has been verified by analyzing 24 × 24, 48 × 48 and 72 × 72 meshed triangular. An effect of Rayleigh number and geometry changes on natural convection has been discussed. Results have been compared with the results in the literature and similarities have been for the cases. In first case, bottom is hot and vertical walls are cold. In this case, geometries effects are more than Rayleigh number's effects. In the second case bottom is cold and vertical walls are hot. In this case, geometries effects are similar with Rayleigh number's effects. In the third case, bottom wall is adiabatic, left vertical wall is cold and right vertical wall is hot. In this case, geometries effects are similar with Rayleigh number's effects. As a result, in the first case heat transfer is more than other cases.

# 1. GİRİŞ

## 1.1 Doğal taşınımın kullanım alanları

Günümüzde ısı transferinin kullanım alanları genişlemektedir. Özellikle küçük kesitlerdeki ısıtma ve soğutma problemlerinin çözümünü ilgilendiren çalışmalar yapılmaktadır. Bunların genel kullanım alanları elektronik devreler, bilgisayar çipleri ve yüksek hızlı bilgisayarlar vb. gibi sıralanabilir. Bu tip sistemlerde kesitler genelde küçük olmakla beraber ısı transferi doğal taşınım ile gerçekleşmektedir. Bu çalışmada üçgen, yarı eliptik ve kare kesitler incelenmiş olup, bu kesitler için sayısal analizler yapılmış ve çıkan sonuçlar yorumlanmıştır.

## 1.2 Doğal Taşınım İle İlgili Kaynak Çalışması

Üçgen kesitlerde laminar doğal taşınım ile ilgili yapılan ilk çalışmalardan biri 1981'de Akınsete ve Coleman [1] tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada sağa dönük uzun yatay bir dik üçgen kullanılmıştır. İçi hava dolu üçgen kesitteki iki boyutlu laminar doğal taşınım sayısal yöntemler ile incelenmiştir. Üçgen kesitteki yüksekliğin tabana oranı 0,0625 ile 1,0 arasında kullanmıştır. Yapılan hesaplarda Grashof sayısını temel alınmıştır ve Gr değeri 800 ile 64.000 arasında alınmıştır. Çalışmanın sonucunda, tabandaki ısı transferinin hipotenüs ile tabanın kesişim noktasına doğru arttığını bulunmuş ve tabandaki ısı transferinin %60'nın taban kesitinin taban ile hipotenüsün kesişim noktasına yakın olan 1/3'lük kesiminde gerçekleştiği tespit edilmiştir. Belirli aralıktaki yükseklik-taban oranı için Nusselt sayısını formüle etmiştir.

Kapalı kesitlerde doğal taşınımın incelendiği en temel çalışmalardan biri 1988 yılında yapılmıştır. Campo ve diğ. [2] "Üçgen kesitte laminar doğal konveksiyonun analizi" çalışmasında iki boyutlu bir üçgen kesit ele alınmıştır. İçi hava dolu bir üçgen kesitteki iki boyutlu laminar doğal taşınımı hesaplamak için zamandan bağımsız korunum denklemlerinin akım fonksiyonu, vorticity'si ve sıcaklık formülasyonları Galerkin sonlu eleman metodu ile çözülmüştür. Farklı Grashof

sayılarında, farklı sınır şartlarında, farklı taban-yükseklik oranlarındaki tüm muhtemel kombinasyonlar incelenmiştir. Hesaplamalar sonucunda akış çizgilerinin yapısı ve eş sıcaklık eğrileri sunulmuştur. Bununla birlikte Nusselt sayıları verilmiş ve sonuçlar yayınlanan deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Karyakin ve Sokovishin'in [3] 1985'de yaptıkları bir çalışmada ise ikizkenar üçgen kesit içindeki laminar doğal taşınım incelenmiştir. İkizkenar üçgenin sınır şartları için iki koşul ele alınmıştır; birinci durumda, yatay duvar adyabatik iken dikey duvarlar zıt şekilde sıcak ve soğuktur. İkinci durumda ise dik duvarlar sıcak ve yatay duvar soğuktur. Durumlar $0{,}25 \leq Y/T \leq 2{,}0$ ve $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ için incelenmiştir. Buradaki Y/T oranı yüksekliğin tabana oranıdır. Sayısal çözüm, hız, basınç ve sıcaklık gibi fiziksel özellikleri kullanan Navier Stokes ve enerji denklemlerinin Sonlu Farklar yöntemi ile çözümü ile sunulmuştur.

Doğal taşınım konusuna farklı açıdan yaklaşanlar da bulunmuştur. Haydee Salmun [4] 1994'te yaptığı çalışmada iki boyutlu üçgen kesit içindeki sıcak-soğuk duvarlar arasındaki akışkanın hangi kritik Ra değerinden sonra laminar özelliğini kaybedeceği incelenmiştir.

Bu konuda yapılan deneysel çalışmalardan bir tanesi 1995 yılında Flack ve diğ.[5] tarafından gerçekleştirilmiştir. 30º, 45º ve 60 º'lere sahip üç farklı ikizkenar üçgen kesiti kullanılmıştır. Her bir kesit için $1{,}89 \times 10^6$ ile $10{,}3 \times 10^6$ arasında Grashof sayıları kullanılmıştır. Deney düzeneğinde sıcak ve soğuk kenar duvarlar ve soğuk taban kullanılmıştır. Soğuk-sıcak yan kenarlarda ve soğuk tabandan hız verileri lazer düzeneği ile ölçülmüştür. İlk tahminler ise sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çıkan sonuçlara göre; tüm durumlardaki akışlar laminar gerçekleşmiştir ve dalgalanmalar %2'den az gözlemlenmiştir.

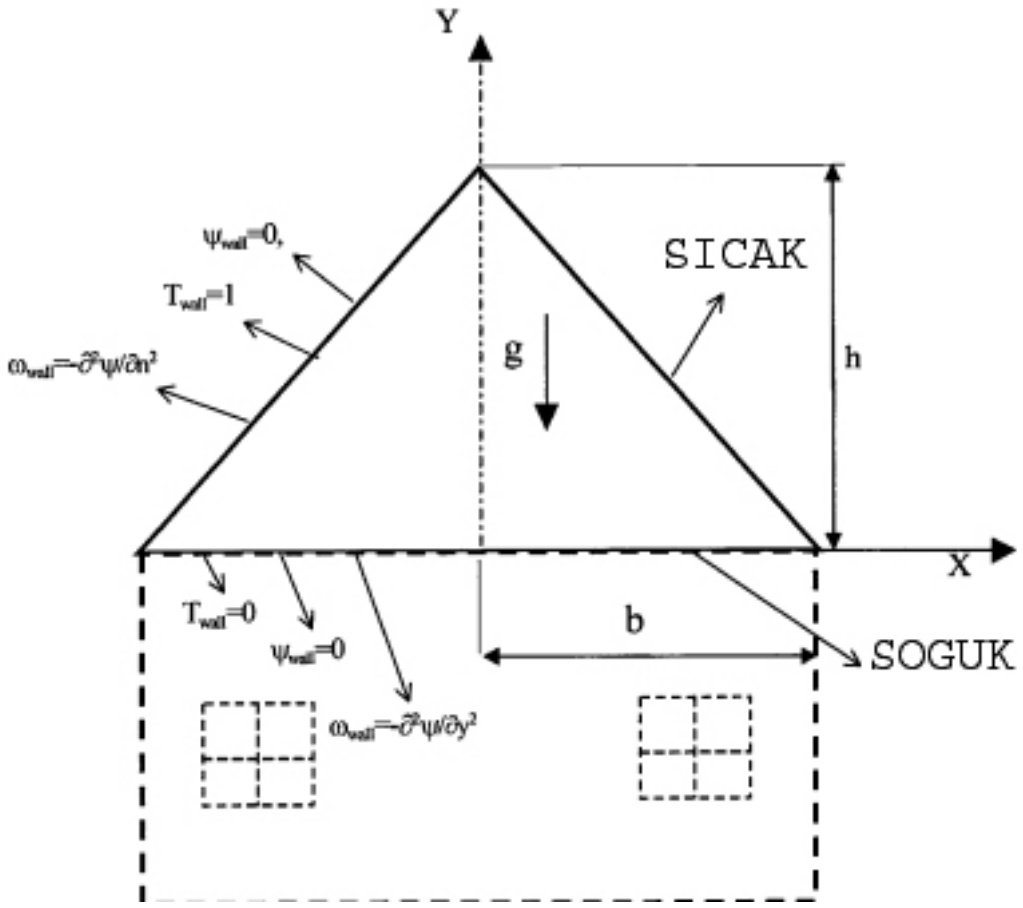
Alt kenarı ısıtılan ve yan kenarları soğutulan ikizkenar bir üçgende Holtzman'ın [6] yaptığı kapsamlı çalışmada ikizkenar üçgendeki akış simetrisi incelenmiştir. Değerlendirmeler 0,2, 0,5, 1 arasındaki farklı yükseklik-taban oranlarında ve $10^3$ ila $10^5$ arasındaki Grashof değerleri için gerçekleştirilmiştir. Sayısal sonuçları doğrulamak için akış görüntüleme düzeneği gerçekleştirilmiş ve deneysel sonuçlar ile sayısal sonuçlar karşılaştırılmıştır. Her bir yükseklik-taban oranı için farklı Grashof sayılarında yapılan analizler sonucunda kritik bir Gr sayısından sonra akış çizgilerinin oluşturduğu hücreler gözlemlenmiştir. Çıkan sonuçlar grafikler ve

tablolar ile değerlendirilmiştir. Hesaplanan yerel ve ortalama ısı transferi katsayıları sunulmuştur. Bu değerler doğrultusunda çift hücreli simetrik akış çizgilerin yapısındaki ısı transferi ile simetrik olmayan çok hücreli akış çizgileri yapısındaki ısı transferi karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak çok hücreli akım yapısında simetrik akış çizgileri yapısına göre 5 kat daha fazla ısı transferi gerçekleştiği bulunmuştur. İkizkenar üçgende gerçekleştirilen bu nümerik analizde kullanılan ağ yapısının bağımsızlığı 4 farklı ağ yapısı kullanılarak ve bu ağ yapılarının kullanımı sonucunda alınan verilerin karşılaştırılması ile kanıtlanmıştır. Ağ sayısı 80, 160, 200 ve 260 olarak kullanılmıştır, 80'lik ağ yapısı ile 260'lık ağ yapısı arasındaki ortalama Nusselt değerinin farkı kabul edilebilir bir sınır olan %3 olarak bulunmuştur.

Genelde, yapılan çalışmalarda teorik uygulamalar ağırlıktadır fakat Asan ve Namli'nın [7] yaptığı çalışmada üçgen bir çatıda yaz mevsiminde gerçekleşen sınır koşullarında doğal konveksiyon incelenmiştir. Akım fonksiyonu-vorticity formülasyonu ve kontrol hacmi integrasyon tekniği uygulanmıştır. Çözümler $10^3$, $10^4$, $10^5$ ve $10^6$ Rayleigh değerleri için sunulmuştur. Üçgen kesitinde 0,25 ile 1 arasındaki yükseklik-taban oranları incelenmiştir. Yükseklik-taban oranı ve Rayleigh sayısının akışın yapısına ve ısı transferine etkisi incelenmiştir. Değerlendirmeler sonucunda tabandaki ısı transferinin büyük bir kısmı sıcak dik kenar ile soğuk tabanın kesiştiği noktaya yakın bölgede gerçekleştiği bulunmuştur. Değişik durumlarda incelenen Rayleigh sayıları ve yükseklik-taban oranları sonucunda, taban-yükseklik oranının ısı transferine etkisinin daha fazla olduğu bulunmuştur.

Benzer bir çalışma gene Asan ve Namli [8] tarafından 2000 yılında yapılmıştır. Bu kez incelenen durum, çatı katında kış mevsiminde oluşan sınır koşullarının ısı transferine etkisi olmuştur. Bu çalışmada kullanılan geometri şekil 1.1'de gösterilmiştir. Aynı yükseklik-taban oranları ve aynı Rayleigh değerleri incelenmiştir. Yaz koşullarında gözlenen sonuçlara benzer olarak yükseklik/taban oranı arttıkça ortalama Nusselt değerinde ve dolayısıyla ısı transferinde keskin düşüşler yaşanmaktadır. İkincil hücre yapısının oluşumu kış koşullarında daha çok gözlemlenmiştir. Alttan ısıtma durumunda yüksek Rayleigh değerlerinde neredeyse tüm yükseklik-taban oranlarında ikincil hücrelerin oluşumu gözlemlenmiştir. Eş sıcaklık eğrilerine bakıldığında düşük Rayleigh değerlerinde tüm yükseklik-taban oranlarında düzgün bir ısı dağılımı gözlemlenmiştir. Düşük Rayleigh değerlerinde ısı

transferi iletim ağırlıklı olmakla beraber Rayleigh değerinin artması ile ısı transferi taşınım ağırlıklı olmaya başlamıştır.




**Şekil 1.1:** Örnek bir fiziksel model [8]

Pratik uygulamalara yönelik başka bir çalışmada 2002 yılında Haese ve Teubner [9] tarafından yayınlanmıştır. Özellikle kuzeyde soğuk kış aylarında çatılarda oluşan donma durumları ve donma sonucu çatılardan gerçekleşen ısı kaybının artması bir sorun teşkil etmektedir. Donma sorununu gidermek için bir çok çözüm vardır ama bu tip yöntemlerin uygulanması gereksiz pahalı olabilmektedir. Haese'nin [9] çalışmasında gerçek bir çatı katında yüksek Rayleigh sayılarında gerçekleşen doğal taşınımı incelenmiştir. Bu inceleme ile beraber donma sorununa çözüm olarak çatı katına kanallardan sıcak hava göndererek ve soğuyan havayı tekrar çatı katından uzaklaştırarak eritme yöntemini önermektedir. Bu çalışmanın sonucunda diğer çalışmalara benzer sonuçların elde edilmesine ek olarak gerçek çatı boşluklarında yapılabilecek düzenlemelerle kışın çatılardaki donma sorununa kesin bir sonuç getirmese de hangi yöntemlerin daha etkili olabileceğine dair bir fikir sağlamıştır.

Pratik problemlere çözüm getirmek üzere yapılan teorik çalışmalardan biri 2005 yılında Omri ve diğ.[10] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmanın temel amacı doğal taşınım ile gerçekleşen ısı transferinin akış yapısı üzerindeki etkisini belirlemektir. Problem iki boyutlu laminar sıkıştırılamaz akışkanın üçgen kesit içindeki doğal taşınımdır. Hidrodinamik ve ısıl alanlar, yerel Nusselt sayısı, tabandaki ve merkezdeki sıcaklık profili geniş aralıkta Rayleigh değerleri için incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, akış yapısının üçgenin kenar açılarının değişiminden etkilendiği ve artan Rayleigh sayısı ve düşük üçgen açılarında bir çok akış hücresinin oluştuğu görülmüştür. Isı transferinin akış yapısından etkilendiği belirlenmiştir.

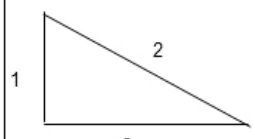
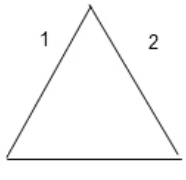
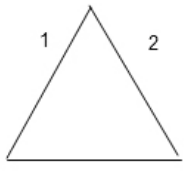
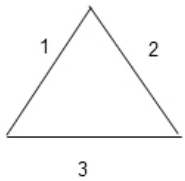
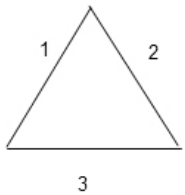
İkizkenar üçgenlerde doğal konveksiyonu inceleyen önceki araştırmacıların aksine, Ridouane ve diğ. [11] probleme yaklaşımlarında bir kaç değişiklik yapmışlardır. Bugüne kadar yapılan çalışmalarda deneysel çalışmaların ağırlığı azdır. Bu nedenle yapılan sayısal çalışmalar ile deneysel çalışmaları karşılaştırma imkanımız az olmaktadır. Bu çalışmada iki durum incelenmiştir; birinci durumda ikizkenar üçgenin alt tabanı soğuktur ve dikey iki simetrik kenar sıcaktır, ikinci durumda ikizkenar üçgenin alt kenarı sıcak ve dikey iki simetrik kenar soğuktur. Korunum denklemlerinin çözümü için sonlu hacimler yöntemi kullanılmıştır. Diğer araştırmalarda uygulanan yöntemin aksine Boussinesq yaklaşımı kullanılmamıştır, bunun yerine yoğunluğun sıcaklığa bağlı olarak değiştiği varsayılmıştır. İncelenen iki durumun sonuçları ele alındığında, simetrik iki dikey kenarın ısıtıldığı ve yatay alt kenarın soğutulduğu durumda sıcaklıkların ve akış yapısının Grashof sayısından çok fazla etkilenmediği gözlenmiştir. Bu ilk durumda ısı transferinin iletim ağırlıklı olduğu söylenebilir. Alt tabanın sıcak olduğu ve dikey simetrik duvarların soğuk olduğu ikinci durumda akış yapısının diğer araştırmacılar tarafından da bulunduğu gibi bozulduğu gözlemlenmiştir.

Doğal taşınım ile ilgili kaynaklarda bulunan çalışmaların genelinde laminar yapıda akışkanlar incelenmiştir. Diğer çalışmalardan farklı bir çalışma 2005 yılında Ridouane ve diğ. [12] tarafından yapılan çalışmada ikizkenar üçgen profil içindeki türbülanslı doğal taşınımın incelendiği çalışmadır. Üçgen profil içindeki türbülanslı doğal taşınımı içeren deneysel bir çalışma yapılmadığı için araştırmada sayısal sonuçlar benzer problemin kare kesitteki versiyonu ile karşılaştırılmıştır. Araştırmada $10^9$ ve $10^{10}$ gibi yüksek Rayleigh değerleri kullanılmıştır. Türbülans için düşük-

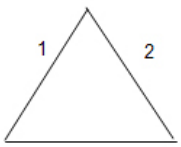
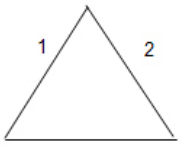
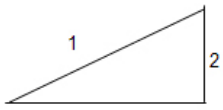
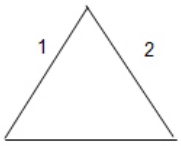
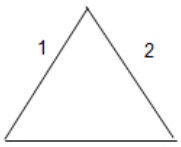
Reynolds sayısı-κ-ε modeli kullanılmıştır. Korunum denklemlerinin çözümü için sonlu hacimler yöntemini kullanılmıştır. Momentum ve enerji denklemlerinin çözülmesi için ikinci dereceden QUICK metodu kullanılmıştır. Basınç-hız bileşenlerini çözümlemek için SIMPLE yöntemi kullanılmıştır.

Son olarak İstanbul Teknik Üniversitesinde 2005 yılında Kent ve diğ. [13, 14] tarafından gerçekleştirilen "Üçgen kesitlerde doğal taşınımın sonlu eleman analizi" başlıklı iki çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmada Galerkin sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Dik kenar üçgen kesit benzer yöntemlerle incelenmiştir. Bu çalışmada dik üçgenin iki farklı sınır şart incelenmiştir. Doğal taşınımda kullanılan kaynaklara ait üçgen geometriler ve sınır şartları şekil 1.1 ve 1.2'de özetlenmiştir.

Bu çalışmada üçgen kesitte yapılan çalışmalara ek olarak kare kesitte yapılan çalışmalar da incelenmiştir. Tek kesit ve tek sınır şartını incelediğimiz kare kesit ile ilgili bugüne kadar yapılan çalışmalar aşağıda sunulmuştur. Çalışmanın asıl amacı üçgen kesit olduğu için kare ile ilgili sınır şartları şekil olarak sunulmayacaktır.

| Referans No | İncelenen geometri | | Yükseklik / Taban oranı veya kenar açısı | İncelenen Ra & Gr Değerleri |
|---|---|---|---|---|
| [1] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1C, 2A, 3B | 0,0625 ≤ Y/T ≤ 1,0 | 800 ≤ Gr ≤ 64.000 |
| [2] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1B, 2B, 3A<br>1A, 2A, 3B<br>1B, 2A, 3A<br>1B, 2A, 3B<br>1C, 2B, 3A<br>1C, 2A, 3B<br>1B, 2A, 3C | 0,1 ≤ Y/T ≤ 10 | $10^3 \leq Gr \leq 10^8$ |
| [3] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1A, 2B, 3C<br>1A, 2A, 3B | 0,25 ≤ Y/T ≤ 2,0 | $10^3 \leq Gr \leq 10^6$ |
| [5] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1B, 2A, 3B | 45°, 60° | $1{,}89 \times 10^6 \leq Gr \leq 10{,}3 \times 10^6$ |
| [6] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1B, 2B, 3A | 0,2 ≤ Y/T ≤ 1,0 | $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ |

**Şekil 1.2:** [1] ile [6] no'lu referanslarda kullanılan geometriler ve sınır şartları

| Referans No | İncelenen geometri | | Yükseklik / Taban oranı veya kenar açısı | İncelenen Ra & Gr Değerleri |
|---|---|---|---|---|
| [7] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1A, 2A, 3B | 0,125 ≤ Y/T ≤ 1,0 | $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ |
| [8] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1B, 2B, 3A | 0,125 ≤ Y/T ≤ 1,0 | $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ |
| [9] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1B, 2C, 3A | 0,2 ≤ Y/T ≤ 1,0 | 710 ≤ Ra ≤ 710.000 |
| [10] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1A, 2B, 3A | 60° | $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ |
| [11] |  A = Sıcak, B = Soğuk, C = Adyabatik | 1A, 2A, 3B | 30°, 45°, 60° | $4{,}9\times10^5 \leq Gr \leq 2{,}9\times10^6$ |

**Şekil 1.3:** [7] ile [11] no'lu referanslarda kullanılan geometriler ve sınır şartları

1996 yılında D. Misra ve A. Sarkar'ın [15] yaptığı çalışmada kare kesitte doğal taşınım incelenmiştir. Kare'nin sol duvarı soğuk iken sağ duvar sıcak alınmıştır. Alt ve üst duvarlar adyabatik olarak varsayılmıştır. Rayleigh değeri $10^3$ ile $10^5$ arasında alınmıştır. Çıkan sonuçlara göre belirli bir Rayleigh değerine kadar tek hücreli akış yapısı izlenen durumda Rayleigh sayısı arttıkça ikili akış çizgileri yapısı görülmüştür.

Kare kesitteki doğal taşınıma farklı bir yaklaşımda bulunan Costa ve diğ.[16], kare kesitin kenarlarına küçük katı üçgenler ekleyerek bunların ısı transferine etkilerini incelemiştir. Çalışma sonucunda bu küçük üçgenlerin ısı transferine etkisi olduğu sonucuna varılmıştır.

Farklı sınır şartları kullanımına örnek olarak Roy ve Basak'ın [17] yaptığı çalışma örnek gösterilebilir. Ra değerleri $10^3$ ile $10^5$ arasında ve Pr değeri 0,2 ile 100 arasında varsayılmıştır. Bu çalışmada kare kesitin sol duvarına ait sıcaklığın

$(T_{sıcak} - T_{soğuk})\sin(\pi y/L) + T_{sıcak}$, üst duvarın adyabatik, sağ duvarın soğuk ve alt duvarın benzer şekilde $(T_{sıcak} - T_{soğuk})\sin(\pi x/L) + T_{sıcak}$ olduğu varsayılmıştır. Isı transferi sonuçlar Nusselt sayıları ile sunulmuştur.

Nasr ve diğ.[18] 2005'da yaptıkları çalışmada kare kesitin sağ alt tarafındaki belirli bir yerde sıcak duvar olduğu, üst duvarın soğuk olduğu ve kalan duvarların adyabatik olduğu varsayılmıştır.

Wansopark ve Dechaumphai [19] çalışmalarında [15] no'lu referans ile benzer sınır şartlarını kullanmış ve bu geometriye ek olarak içi boş daire kesiti de incelemiştir. Çıkan sonuçlar [15] no'lu kaynak çalışması ile benzerdir.

Şimdiye kadar kare kesit ile ilgili aktarılan kaynakların hepsi laminar akışa sahiptir. Chang ve Tsai [20] çalışmalarında [15, 19] no'lu kaynaklarda belirlenen sınır şartlarına benzer sınır şartlar kullanmasına rağmen akışın türbülanslı olduğunu varsaymıştır. Çalışmasında Ra değerlerini $10^9$ ile $10^{11}$ arasında almıştır.

# 2. MATEMATİK VE FİZİKSEL MODEL

## 2.1 Matematik Model

Kesit içindeki akış ve ısı dağılımını bulmak için ısı transferini ve akışkanın hareketini içeren bir dizi diferansiyel denklem çözmemiz gerekmektedir. Bu korunum denklemleri kütlenin korunumu, momentum'un korunumu ve enerjinin korunumudur.

Sabit termal ve fiziksel özelliklerde zamandan bağımsız bir ısı transferi, laminar ve viskoz disipasyon gerçekleşmeyen sıkıştırılamaz akış için kısmi diferansiyel denklemler aşağıdaki gibidir:

Süreklilik:

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{V} = 0 \tag{2.1}$$

Momentum:

$$\rho(\vec{V} \bullet \vec{\nabla})\vec{V} = \mu\nabla^2\vec{V} - \vec{\nabla}p - \rho\vec{g} \tag{2.2}$$

Enerji:

$$\rho c_p(\vec{V} \bullet \vec{\nabla})T = k(\vec{\nabla} \bullet \vec{\nabla})T \tag{2.3}$$

Bu kısmi diferansiyel denklemlerin kartezyen koordinatlardaki iki boyutlu formülasyonu aşağıdaki gibi yazılabilir:

Süreklilik:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.4}$$

X-momentum:

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vu)}{\partial y}=\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial x} \tag{2.5}$$

Y-momentum (Boussinesq yaklaşımı ile):

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}=\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho g\beta(T-T_a) \tag{2.6}$$

Enerji:

$$\rho c_p\left(\frac{\partial(\rho uT)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vT)}{\partial y}\right)=k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{2.7}$$

Bu çalışmadaki korunum denklemlerinin boyutsuz halleri aşağıdaki gibidir:

Süreklilik:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{2.8}$$

X-momentum:

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X}+\frac{\partial(VU)}{\partial Y}=\Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)-\frac{\partial P}{\partial X} \tag{2.9}$$

Y-momentum (Boussinesq yaklaşımı ile):

$$\frac{\partial(UV)}{\partial X}+\frac{\partial(VV)}{\partial Y}=\Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)-\frac{\partial P}{\partial Y}+Ra\,\Pr\theta \tag{2.10}$$

Enerji:

$$\left(\frac{\partial(U\theta)}{\partial X}+\frac{\partial(V\theta)}{\partial Y}\right)=\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right) \tag{2.11}$$

Bu denklemler sonucunda elde edilen boyutsuz sayılar aşağıdaki gibidir:

$$\Pr=\frac{\nu}{\alpha} \tag{2.12}$$

$$Ra=\frac{g\beta(T-T')d^3}{\alpha k\nu} \tag{2.14}$$

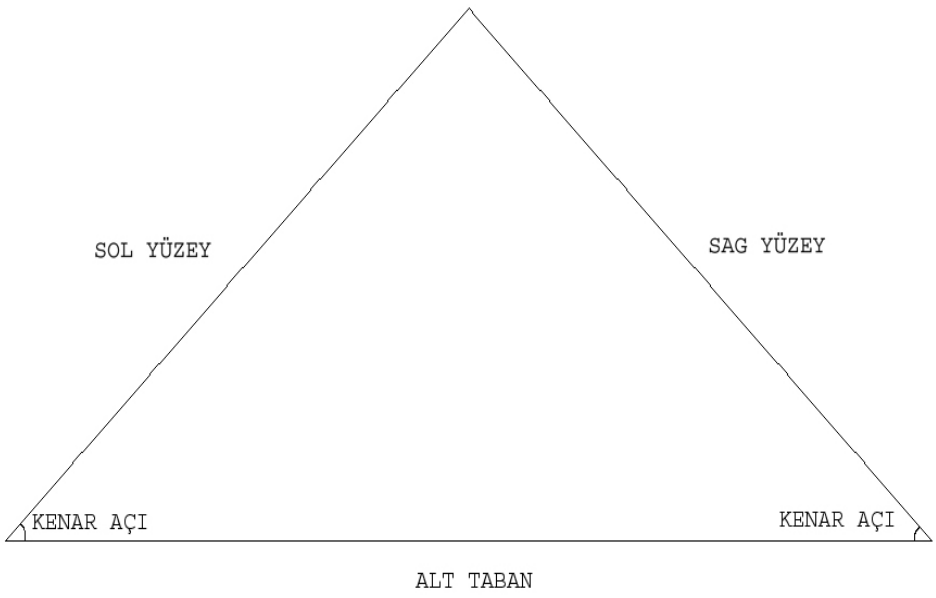
Bu çalışmada yoğunluk hesabında Boussinesq yaklaşımı kullanılmıştır. Boussinesq yaklaşımı denklem (2.15)'deki gibi ifade edilebilir.

$$\rho = \rho_{ref}\left[1 - \beta(T - T_{ref})\right] \tag{2.15}$$

## 2.2 Fiziksel Model

Bu çalışmada incelenen durumlar zamandan bağımsız, laminar, sıkıştırılamaz akışkanlar ile gerçekleştirilmektedir. Kesit içindeki akışkanın hava olduğu varsayılmıştır. Her durumda yer çekimi mevcuttur ve negatif y yönünde 9,81 $m/s^2$ olarak hesaplanmaktadır.

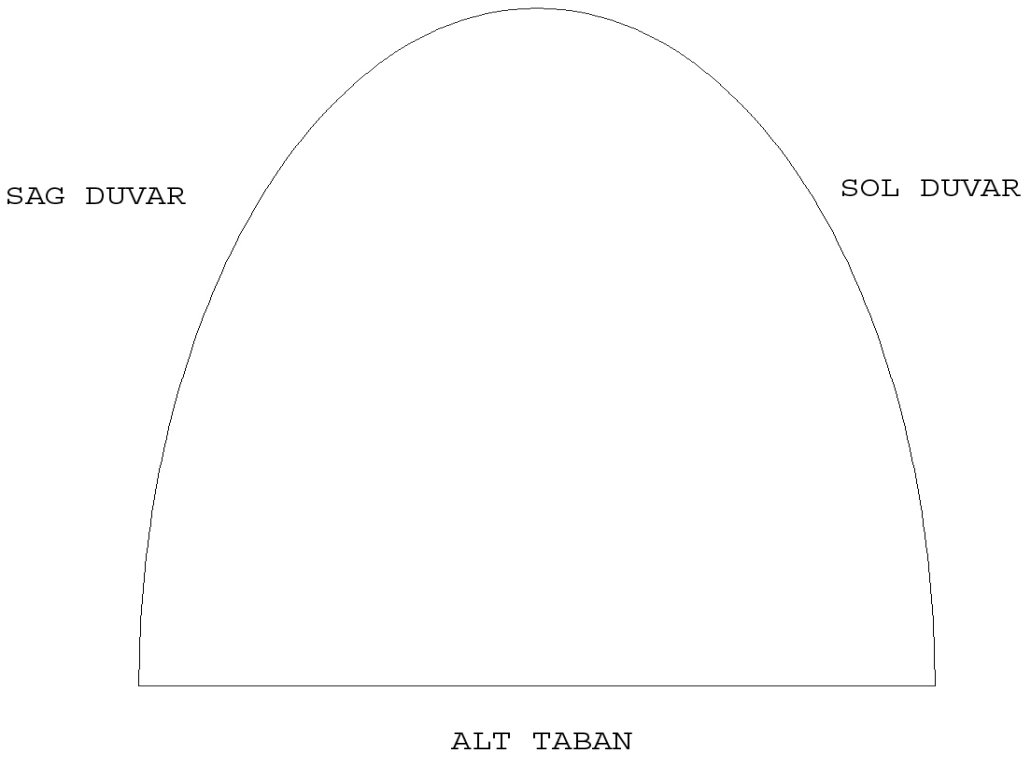
Bugüne kadar belirli bir kesit içindeki doğal taşınımın incelendiği çalışmalarda farklı taban yükseklik oranları için sayısal incelemeler yapılmıştır. Taban ve yükseklik oranının değiştirilmesini Akınsete [1], Holtzman [6], Ernesto Martin del Campo [2], H.Asan [7, 8], P.M Haese [9] çalışmalarında kullanmışlardır. Taban ve yükseklik oranının değiştirilmesine benzer bir yöntemde üçgen kenar açılarının değiştirilmesidir. Ronald Flack [5] ve Ahmed Omri [10] çalışmalarında bu yöntemi kullanmışlardır. Temelde ikisinin arasında bir fark yoktur. İkisinde de taban ve yükseklik oranı değişmektedir. İkizkenar üçgenin örnek yapısı şekil 2.1'de gösterilmiştir.



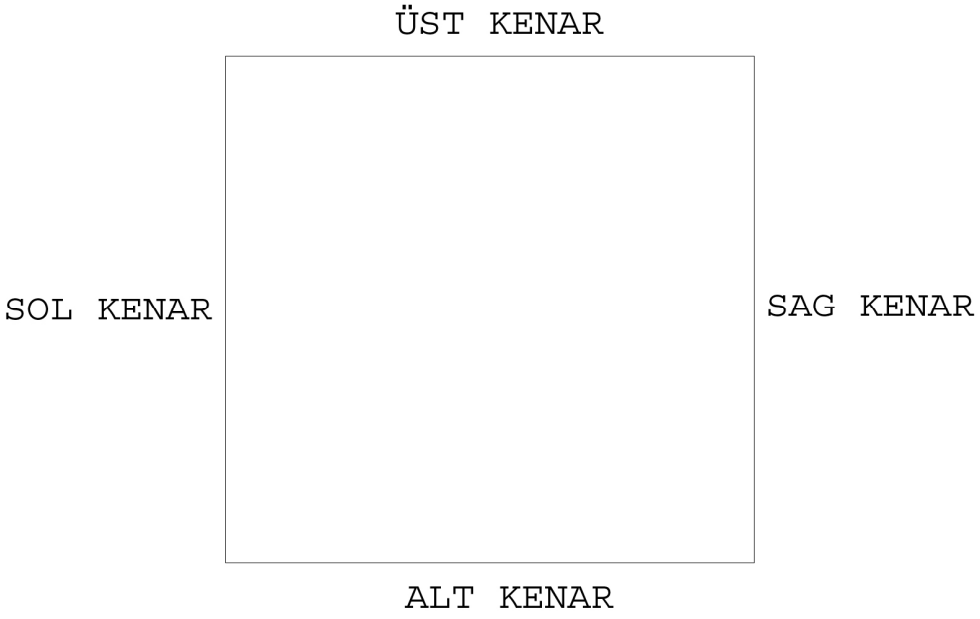

**Şekil 2.1 :** Üçgen kesite ait örnek geometri

Bu çalışmada taban yükseklik oranına benzer bir değişken olarak ikizkenar üçgenlerin kenar açıları kullanılacaktır. İkizkenar üçgende yapılan sayısal hesaplamalar 75º, 60º, 45º, 30º ve 15º için gerçekleştirilmiştir. Bu açı değerlerindeki taban ve yükseklik oranları şekil 2.4'de gösterilmiştir. Kenarların açılarının değiştirilmesi ile geometrinin akış yapısının, sıcaklık dağılımının ve ısı transferinin nasıl etkilendiği incelenecektir.

Üçgen için 3 farklı sınır koşulu ve bunların 5 farklı kenar açılı versiyonunun incelenmesi ile ikizkenar üçgen için 15 durum incelenmiştir. İkizkenar için incelenen durumlar şekil 2.4'de özetlenmiştir. İncelediğimiz ikizkenar üçgen kesitine ek olarak benzer geometriye sahip şekil 2.2'de gösterilen yarı eliptik kesitin 3 farklı sınır şartları incelenmiştir. Son olarak bu kesitlere ek olarak kaynaklarda doğal taşınımın incelendiği kare kesitli durumlarla karşılaştırma yapabilmek üzere benzer şartlarda şekil 2.3'de gösterilen kare kesitte 1 durum incelenmiştir ve diğer çalışmalar ile karşılaştırılmıştır. Kare kesitte incelenen durumlar şekil 2.4'de özetlenmiştir.




**Şekil 2.2 :** Yarı eliptik kesite ait örnek geometri



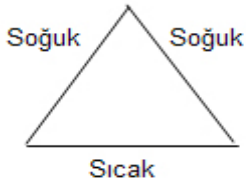
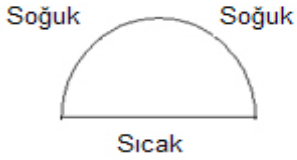
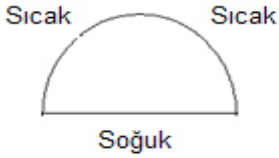
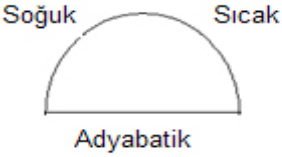

**Şekil 2.3 :** Kare kesite ait örnek geometri

## 2.3 Sınır Şartları

Şekil 2.4'de, durum no, incelenen geometri, sınır şartları, kenar açıları, taban-yükseklik oranı ve Rayleigh değerleri sunulmuştur. Toplam 19 durum incelenmiş olup, sonuçları akış çizgileri ve eş sıcaklık eğrileri olarak sunulmuştur. Kaynaklardaki çalışmalar ile karşılaştırmalar yapılmıştır.

Kaynaklarda bulunan çalışmalarda incelenen geometriler ve durumlar şekil 1.2 ve 1.3'de sunulmuştur. Kaynaklarda bulunan sınır şartları ve geometriler göz önüne alınarak benzer durumlar seçilmiştir. Bu sayede durumlar arasında karşılaştırma yaparak çözümlerimizin doğruluğunu sınamış oluruz.

Üçgenlerde ve yarı eliptik geometrilerde üç sınır şartı incelenmiştir. Bu üç sınır şartına benzer uygulama [2], [3], [6], [7], [8] ve [11] no'lu kaynaklarda kullanılmıştır. Bu sınır şartları altında elde edilen sonuçlar ileriki bölümlerde gösterilmiştir. Bazı kaynaklarda boyutsuz değişken olarak Gr değeri ve bazılarında ise Ra değeri kullanılmıştır. Bu çalışmada Ra değeri $10^3$ ile $10^5$ arasında incelenecektir.

| Durum No | İncelenen geometri | Kenar açısı | Yükseklik / Taban oranı | İncelenen Rayleigh Değerleri |
|---|---|---|---|---|
| 1 |  | 75° | 1.87 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 2 | | 60° | 0.87 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 3 | | 45° | 0.5 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 4 | | 30° | 0.29 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 5 | | 15° | 0.13 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 6 |  | 75° | 1.87 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 7 | | 60° | 0.87 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 8 | | 45° | 0.5 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 9 | | 30° | 0.29 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 10 | | 15° | 0.13 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 11 |  | 75° | 1.87 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 12 | | 60° | 0.87 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 13 | | 45° | 0.5 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 14 | | 30° | 0.29 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 15 | | 15° | 0.13 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 16 |  | - | 1 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 17 |  | - | 1 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 18 |  | - | 1 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |
| 19 |  | 90° | 1 | $10^3$, $10^4$, $10^5$ |

**Şekil 2.4 :** İncelenen durumlar ve geometriler

## 2.4 Sayısal Model

Akışkan hareketinin kısmi diferansiyel denklemlerini sayısal olarak çözmek için ilk olarak denklemlerin cebirsel denklemlere dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu çalışmada ayrıştırma yöntemi olarak Sonlu Hacimler Yöntemi kullanılmıştır.

Sonlu Hacimler Yönteminin temeli hesaplanacak bölümleri küçük hacimlere bölmeye dayanır. Akışkanlar dinamiğinde bulunan problemlerin çoğunda olmayan değişkenleri içeren momentum denkleminin çözümünü gerekir.

Lineer olmayan bu denklemleri çözmek için bir kaç metod vardır. Ayrıştırılmış cebirsel denklemlerin lineer olmayan durumu Patankar [21] tarafından kullanılan SIMPLE algoritması ile lineer duruma getirilir. Bu çalışmada basınç-hız çiftini çözmek için SIMPLE ( Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) metodunu kullanılacaktır.

Korunum denklemlerinin ayrıştırılmasından ve lineer hale getirilmesinden sonra uygun sayısal yöntemlerin kullanılması ile çözüm sağlanabilir. Çözüm için FLUENT ticari yazılım programı kullanılmıştır, dolayısıyla FLUENT programında kullanılan ayrıştırma yöntemleri temel alınacaktır. Basınç-hız çiftini çözmek için SIMPLE metodu kullanılmıştır, momentum denklemini çözmek için İkinci Dereceden Upwind yöntemi kullanılmıştır ve son olarak Enerji denklemini çözmek için gene İkinci Dereceden Upwind yöntemi kullanılmıştır.

Bir önceki bölümde korunum denklemlerini boyutsuz halde ayrıştırmıştık.

Süreklilik:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{2.8}$$

X-momentum:

$$\frac{\partial (UU)}{\partial X}+\frac{\partial (VU)}{\partial Y}=\Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)-\frac{\partial P}{\partial X} \tag{2.9}$$

Y-momentum :

$$\frac{\partial (UV)}{\partial X}+\frac{\partial (VV)}{\partial Y}=\Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)-\frac{\partial P}{\partial Y}+Ra\,\Pr\,\theta \tag{2.10}$$

Enerji:

$$\left(\frac{\partial(U\theta)}{\partial X}+\frac{\partial(V\theta)}{\partial Y}\right)=\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right) \tag{2.11}$$

Sonlu Hacimler Ayrıştırma yöntemini yukarıdaki denklemlere uyguladıktan sonra denklemler aşağıdaki formu alır;

Süreklilik:

$$(U_D-U_B)\Delta Y+(V_K-V_G)\Delta X=0 \tag{2.16}$$

X- momentum:

$$\left[(UU)_D-(UU)_B\right]\Delta Y+\left[(UV)_K-(UV)_G\right]\Delta X=\Pr\left[\frac{U_D-U_M}{\Delta X}-\frac{U_M-U_B}{\Delta X}\right]\Delta Y$$

$$+\Pr\left[\frac{U_K-U_M}{\Delta Y}-\frac{U_M-U_G}{\Delta Y}\right]\Delta X+(P_B-P_D)\Delta Y \tag{2.17}$$

Y- momentum:

$$\left[(UV)_D-(UV)_B\right]\Delta Y+\left[(VV)_K-(VV)_G\right]\Delta X=\Pr\left[\frac{V_D-V_M}{\Delta X}-\frac{V_M-V_B}{\Delta X}\right]\Delta Y$$

$$+\Pr\left[\frac{V_K-V_M}{\Delta Y}-\frac{V_M-V_G}{\Delta Y}\right]\Delta X+Ra\Pr\theta\Delta X\Delta Y \tag{2.18}$$

Enerji :

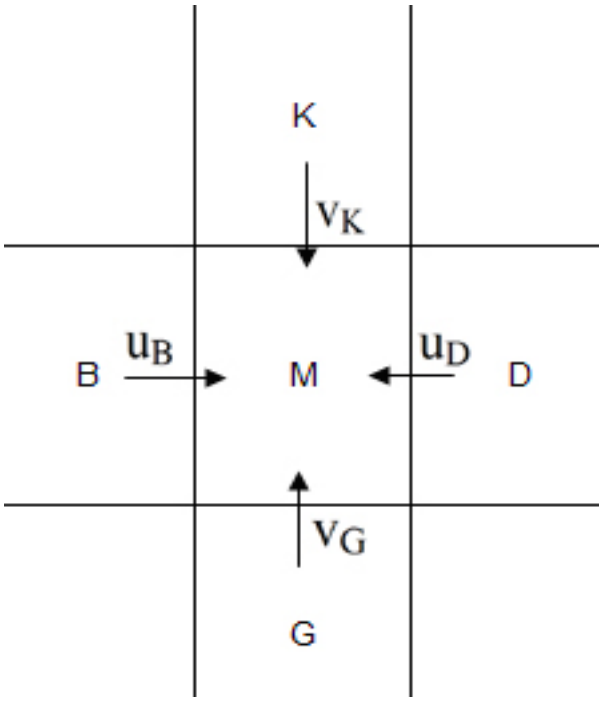
$$\left[(U\theta)_D-(U\theta)_B\right]\Delta Y+\left[(V\theta)_K-(V\theta)_G\right]\Delta X=\Pr\left[\frac{\theta_D-\theta_M}{\Delta X}-\frac{\theta_M-\theta_B}{\Delta X}\right]\Delta Y$$

$$+\left[\frac{\theta_K-\theta_M}{\Delta Y}-\frac{\theta_M-\theta_G}{\Delta Y}\right]\Delta X \tag{2.19}$$

Yukarıdaki denklemlerde bulunan aşağıdaki ifadeler $\phi$ değişkeninin X ve Y türevlerini ifade eder.

$$\frac{\phi_D-\phi_M}{\Delta Y} \tag{2.20}$$

$$\frac{\phi_K-\phi_M}{\Delta Y} \tag{2.21}$$




**Şekil 2.5 :** Denklemleri ayrıştırmak için kullanılan tipik bir kontrol hacmi

Korunum denklemlerin ayrıştırılması ve uygun yöntemlerle belirtilen sınır şartlarında çözülmesi ile kesit içindeki sınır koşullarıyla belirlenmiş akış alanını ve sıcaklık dağılımını bulabiliriz. Şekil 2.4'de belirtilmiş sınır şartlarında çıkan sonuçlar sonraki bölümlerde incelenecektir. Yukarıdaki şekil 2.4'de gösterilen B, G, K, D, M sırasıyla Batı, Güney, Kuzey, Doğu ve Merkez'i ifade etmektedir. Ok ile gösterilen hızlar ise o yönden gelen hızları göstermektedir.

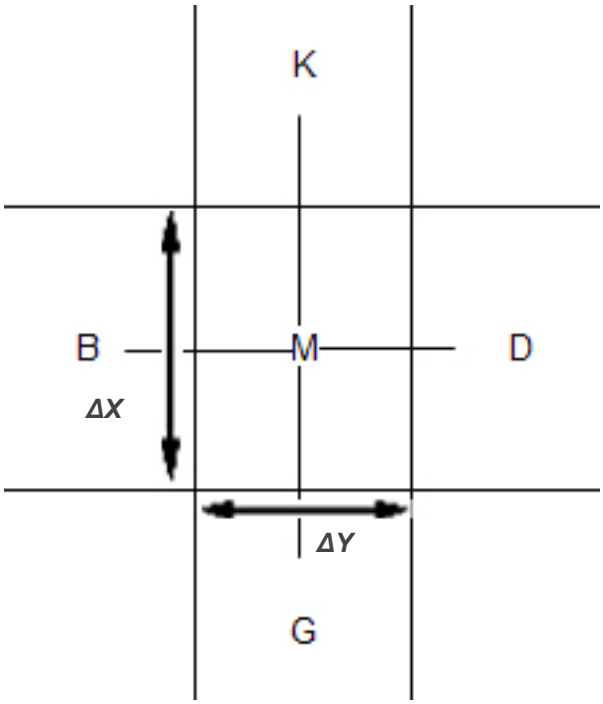
## 2.5 Sonlu Hacimler Yöntemi

Bu çalışmada boyutsuz korunum denklemleri Sonlu Hacimler Yöntemi ile ayrıştırılmıştır. Bu metodun temeli, hesaplanacak alanı kontrol hacimlerine bölmeye dayanır. Bir kontrol hacmi her bir ağı çevreler. Korunum diferansiyel denklemleri her bir kontrol hacimlerinde integre edilir. İntegrasyondan sonra ayrıştırılacak denklemler elde edilmiş olur.

Bu metodun en önemli avantajı bir niceliğin integrasyonu belirlenen ağ sayısı kadar kontrol hacminde sağlanmasıdır. Bu yapıyı anlatmak üzere akış içindeki bir değişkenin iki boyutlu zamandan bağımsız hali denklem (2.22)'deki gibi örnek verilebilir. Bu denklemde akışın içinde kaynak terimi bulunmamaktadır.

$$\Gamma\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}\right)=0 \tag{2.22}$$

Bu denklemi Sonlu Hacimler Yöntemi ile ayrıştırma için ilk olarak örnek bir ağ yapısı oluşturmalıyız. Oluşturulacak bu ağ yapısında her bir ağ noktası bir kontrol hacmi tarafında çevrelenmelidir. Örnek bir ağ yapısı şekil 2.6'da gösterilmiştir.




**Şekil 2.6 :** Örnek bir ağ yapısı

Ağ yapısını oluşturduktan sonra oluşturduğumuz modelin denklemi her bir kontrol hacminde integre edilmelidir.

$$\Gamma\left[\int_{\Delta V}\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}\partial V+\int_{\Delta V}\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}\partial V\right]=0 \tag{2.23}$$

Bu denklemden sonra $\Omega$ teriminin türevini lineer bir yaklaşım ile göstermek mümkündür.

$$\frac{\partial\Theta}{\partial x}=\frac{\Theta_D+\Theta_M}{\Delta x} \tag{2.24}$$

Yukarıdaki denklemin integrasyonundan ve lineer denklemin yerleştirilmesinden sonra denklem aşağıdaki duruma alır.

$$\Gamma\Delta y\left[\frac{\Theta_D-\Theta_M}{\Delta x}-\frac{\Theta_M-\Theta_B}{\Delta x}\right]+\Gamma\Delta x\left[\frac{\Theta_K-\Theta_M}{\Delta y}-\frac{\Theta_M-\Theta_G}{\Delta y}\right]=0 \tag{2.25}$$

Yukarıdaki denklem ilk çıkarttığımız denklemin Sonlu Hacimleri Yöntemi ile ayrıştırılmış halidir ve aşağıdaki formda da yazılabilir.

$$a_M \Theta_M = a_D \Theta_D + a_B \Theta_B + a_K \Theta_K + a_G \Theta_G \tag{2.26}$$

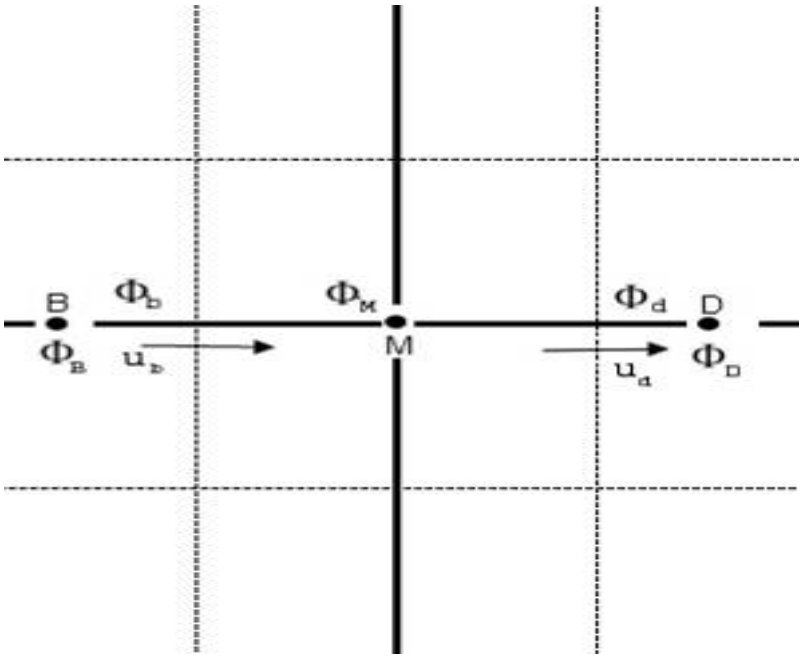
$$a_M = 2\Gamma\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y}\right) \tag{2.27}$$

$$a_D = a_B = \Gamma \frac{\Delta y}{\Delta x} \tag{2.28}$$

$$a_K = a_G = \Gamma \frac{\Delta x}{\Delta y} \tag{2.29}$$

## 2.6 Upwind Farklar Yöntemi

Upwind farkları yönteminde $\Omega$ değişkeninin hücre yüzey değerlerine yaklaşılır. Güçlü taşınım olan akışlarda taşınan özellik $\Omega$ hücrenin etkisini beraberinde götürür ve bu bir hücreden bir hücreye ve ondanda diğerine aktarılır. Bu yapıyı daha iyi anlamak için aşağıdaki örneğe bakabiliriz.




**Şekil 2.7 :** Upwind farklar yöntemi örnek gösterimi

Akış pozitif x- yönünde ise upwind farklar yöntemi, $\Omega_d$ doğu hücre yüzey değerinin $\Omega_M$ merkez hücre yüzey değerine eşit olacağını varsayar veya akış negatif x-yönünde

ise $\Omega_d$ değerinin $\Omega_D$ değerine eşit olacağını varsayar. Bu sayede $\Omega$ değişkeninin hücre yüzey değerlerine daha iyi yaklaşılmış olur.

## 2.7 SIMPLE Algoritması

SIMPLE algoritmasının açılımı "Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equations – Basınç ile Bağlantılı Denklemler için Yarı Implicit Metodudur. Bu algoritma momentum denklemlerindeki basınç-hız ikilisini çözmek için kullanıyor. SIMPLE algoritması aşağıdaki örnek ile açıklanmıştır. X ve Y momentum denklemlerini ayrıştırdığımızda (2.30) ve (2.31) denklemleri elde edilir.

$$a_M u_M = a_D u_D + a_B u_B + a_K u_K + a_G u_G + (p_B - p_M) A_u \tag{2.30}$$

$$a_M v_M = a_D v_D + a_B v_B + a_K v_K + a_G v_G + (p_G - p_M) A_v \tag{2.31}$$

(2.28) ve (2.29) denklemlerinde bulunan a sayısı hız bileşenlerinin katsayısıdır, p basınç değerleridir ve $A_{u,v}$ ise hız bileşenlerine dik olan hücre yüzey alanını ifade eder. Denklemlerde bulunan u ve v karakterleri ise hız bileşenlerini göstermektedir.

SIMPLE hesaplama prosedürü, basınç ve hız bileşenlerinin x ve y yönleri için tahmin yapılması ile başlar. Tahmin edilen bu değerler $p^*$, $u^*$ ve $v^*$ ile gösterilir. Ayrıştırılmış momentum denklemini bu tahmini ifadeler ile tekrar yazılması halinde (2.32) ve (2.33) denklemlerini elde ederiz.

$$a_M u^*_M = a_D u^*_D + a_B u^*_B + a_K u^*_K + a_G u^*_G + (p^*_B - p^*_M) A_u \tag{2.32}$$

$$a_M v^*_M = a_D v^*_D + a_B v^*_B + a_K v^*_K + a_G v^*_G + (p^*_G - p^*_M) A_v \tag{2.33}$$

Tahmin edilen değerleri gerçek değerlerden farklı olacağı öngörülmektedir. Gerçek değerlerden tahmini değerleri çıkartılırsa ve denklemler yeniden yazılırsa, (2.34), (2.35), (2.36), (2.37) ve (2.38) denklemleri elde edilir.

$$p' = p - p^* \tag{2.34}$$

$$u' = u - u^* \tag{2.35}$$

$$v' = v - v^* \tag{2.36}$$

$$a_M u'_M = a_D u'_D + a_B u'_B + a_K u'_K + a_G u'_G + (p'_B - p'_M) A_u \tag{2.37}$$

$$a_M v'_M = a_D v'_D + a_B v'_B + a_K v'_K + a_G v'_G + (p'_G - p'_M) A_v \tag{2.38}$$

(2.37) ve (2.38) denklemlerindeki yakın noktalar ihmal edilirse basınç düzeltmeleri için (2.39) ve (2.40) denklemleri elde edilir.

$$u'_M = \frac{A_U}{a_M}(p'_B - p'_M) \tag{2.39}$$

$$v'_M = \frac{A_V}{a_M}(p'_G - p'_M) \tag{2.40}$$

Eğer (2.35) ve (2.36) denklemlerinde yukarıdaki (2.39) ve (2.40)denklemleri kullanırsak (2.41) ve (2.42) denklemlerini elde ederiz.

$$u_M = u^*_M + \frac{A_U}{a_M}(p'_B - p'_M) \tag{2.41}$$

$$v_M = v^*_M + \frac{A_V}{a_M}(p'_G - p'_M) \tag{2.42}$$

Yukarıdaki denklemleri ağ noktaları Batı (B), Doğu (D), Kuzey (K) ve Güney (G) için yazılırsa ve aşağıdaki ayrıştırılmış süreklilik denklemindeki $u_D$, $v_K$ ve $v_G$ ile değiştirilirse (2.43) denklemi elde edilmiş olur.

$$A_U(u_D - u_B) + A_V(v_K - v_G) = 0 \tag{2.43}$$

(2.43) denklemi ile basınç düzeltilmesi için gerekli denklemi elde edilir.

$$A_U\left[(u^*_D + d_E(p'_M - p'_D)) - (u^*_B + d_B(p'_B - p'_M))\right]$$
$$+ A_V\left[(v^*_K + d_K(p'_M - p'_K)) - (v^*_G + d_G(p'_G - p'_M))\right] = 0 \tag{2.44}$$

$$d_E = \frac{A_u}{a_E} \tag{2.45}$$

$$d_B = \frac{A_u}{a_B} \tag{2.46}$$

$$d_K = \frac{A_v}{a_K} \tag{2.47}$$

$$d_G = \frac{A_v}{a_G} \tag{2.48}$$

(2.44) denklemini çözmek için ilk olarak momentum denklemi (2.32) ve (2.33) denklemi çözülmelidir. Bu iki denklemin çözümü yeni $u^*$ ve $v^*$ değerlerini verir. Bu yeni $u^*$ ve $v^*$ değerleri ile ayrıştırılmış basınç düzeltme denklemleri çözülebilir.

Basınç düzeltme denklemlerinin çözümünün kullanılması ile hız bileşenlerinin ve basıncın tahmin edilen değerleri (2.34), (2.39) ve (2.40) denklemleri ile düzeltilebilir.

İşlemin bu aşamasında yakınsamayı hızlandırmak için bir "under-relaxation" parametresi uygulanabilir.

$$p^{yeni} = p^{*} + \alpha_m p' \tag{2.49}$$

$$u^{yeni} = \alpha_u u^{*} + (1-\alpha_u) u^{eski} \tag{2.50}$$

$$v^{yeni} = \alpha_v v^{*} + (1-\alpha_v) v^{eski} \tag{2.51}$$

İterasyonlarda kullanılan $u^{eski}$ ve $v^{eski}$ değerleri ve "under-relaxation" parametresi ile $u^{yeni}$ ve $v^{yeni}$ değerleri bulunabilir. Denklemde bulunan $\alpha_m$, $\alpha_v$ ve $\alpha_u$ değerleri "under-relaxation" parametreleridir. Düzeltilmiş değişken değerleri ayrıştırılmış enerji denkleminin çözümü için kullanılabilir. Tüm değişkenler hesaplandıktan sonra yakınsama kontrolü yapılır.

Yukarıda gerçekleşen işlemlerin hepsi bir hesaplama döngüsünü içerir. Yakınsama sağlanmazsa bu döngü devam eder.

## 2.8 Ağ Yapısı

İncelenen durumları nokta nokta ayırarak probleme uygulamak için uygun bir ağ yapısı uygulamak gerekir. Bu çalışmada uygun ağ yapısını oluşturmak için GAMBIT ticari yazılımından yararlandık. Ağ yapısını geometrimize adapte ederken üç farklı ağ sıklığı üzerine çalıştık. Yapılan çalışmalarda ağın sıklığını değiştirdiğimizde sonuçlar belirli bir yüzde fark yaratıyorsa, problemimiz ağa bağlı durumdadır. Bu çalışmanın doğruluğunun kesin olmadığını gösterir.

Bu çalışmada her durum için 60°'ye sahip üçgen geometrisinde 24 × 24, 48 × 48 ve 72 × 72 ağ yapısını kullanarak sonuçları elde ettik. Tablo 2.1'de belirtildiği gibi üç ağ yapısındaki akış çizgilerinin değerleri verilmiştir. Tablo 2.1'de göreceğimiz gibi akış çizgilerinin değişimi % 2 civarlarında kalmıştır. Kaynaklarda bulunan çalışmalarda da ağdan bağımsızlık incelenmiştir ve % 2 -3 değişimin kabul edilebilir olduğu belirtilmiştir [1, 2, 5, 6].

**Tablo 2.1:** Ağ yapısının üç farklı ağ sıklığında karşılaştırılması

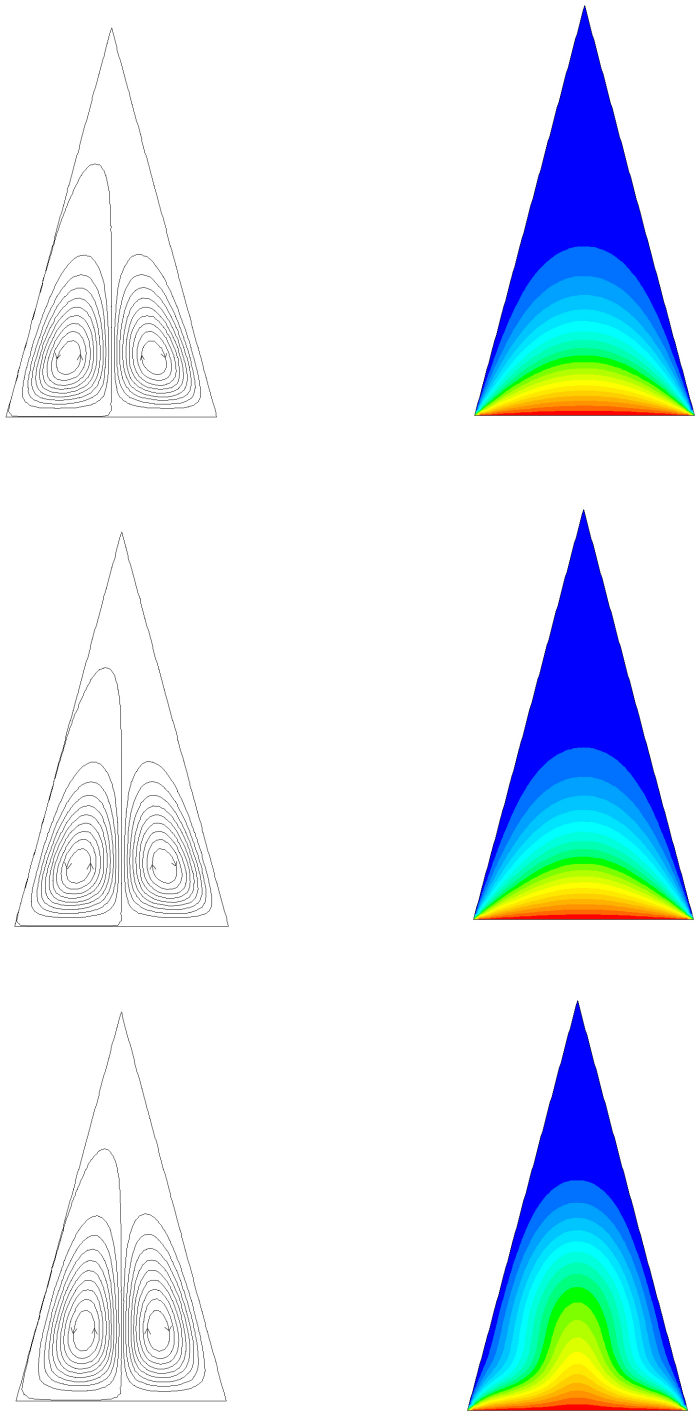
| Akım değerleri | 24 × 24 | 48 × 48 | 72 × 72 | Değişim |
|---|---|---|---|---|
| Durum 2 | 0,0000534 | 0,0000539 | 0,0000545 | 2.0% |
| Durum 7 | 0,0000427 | 0,0000430 | 0,0000434 | 1.6% |
| Durum 12 | 0,0000382 | 0,0000387 | 0,0000389 | 1.8% |

# 3. SONUÇLAR

Bu çalışmada incelenen farklı kesitlerdeki ve farklı sınır şartlarındaki durumların şekilleri ilerleyen kısımlarda sunulmuştur. Bu şekillerde akış çizgileri, eş sıcaklık eğrileri ve Nu değerinin değişimi gözlemlenmiştir. Akış çizgilerine ve eş sıcaklık eğrilerine ait şekillerde akış çizgilerinin yönü oklar ile gösterilmiştir ve eş sıcaklık eğrilerinin sıcak olan tarafları kırmızı ve soğuk olan tarafları mavi olarak gösterilmiştir. Kırmızı ile mavi arasındaki renkler sıcaklığın artışını veya azalışını gösteren ara renklerdir. İncelenen durumların sınır şartlarına ve geometrilerine göre sıcaklık dağılımlarında, ısı transferinde ve akış çizgilerinde gerçekleşen değişimler sunulmuş ve mevcut çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Çıkan sonuçlar her bir bölümün altında değerlendirilmiştir.

Bugüne kadar yapılan diğer çalışmalarda benzer durumlar incelenmesine rağmen sınır şartları veya kesitler birebir aynı olmadığı için sonuçlarda aynı değerler elde edilmemiştir ama benzer sınır şartlarına ve geometrilere sahip durumlarda akış çizgilerinin yapısı, eş sıcaklık çizgilerinin dağılımı ve Nusselt değerlerinin değişimi ile ilgili benzer sonuçlara ulaştığı görülmüştür. İncelenen durumlar ilerleyen bölümlerde ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

## 3.1 Durum 1

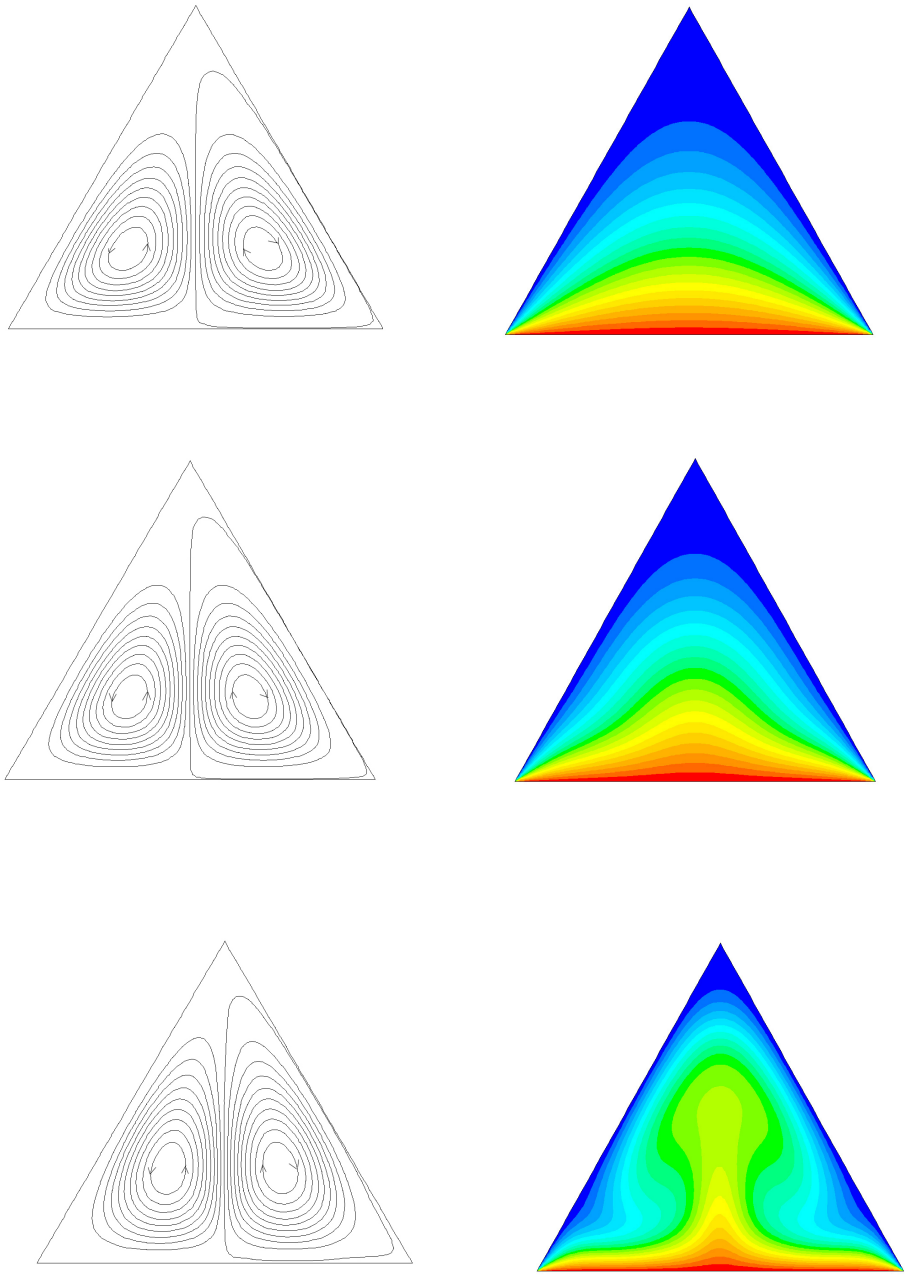


**Şekil 3.1 :** Durum 1 – (75° için sırasıyla Ra değeri $10^3$, $10^4$, $10^5$) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 1'de ikizkenar üçgen kesitin kenar açıları 75°'dir ve alt duvar sıcak, sol ve sağ duvarlar soğuktur. Durum 1'e ait grafikler şekil 3.1'de gösterilmiştir. Kesitin ortalarında ısınan akışkan hızlanır ve yükselir. Soğuk duvarlara kadar

yükseldikten sonra soğur ve simetrik bir akış profili oluşturarak aşağıya doğru inişe geçer. Akış yönü sağ tarafta saat yönündedir ve sol tarafta saat yönünün tersinedir. Ra değerinin artması ile simetrik akış yapısının bozulmadığı görülmüştür fakat artan Ra değeri ile sıcaklık dağılımı iletim ağırlıklı ısı transferinden taşınım ağırlıklı ısı transferine doğru kaymaktadır [2, 6, 8].

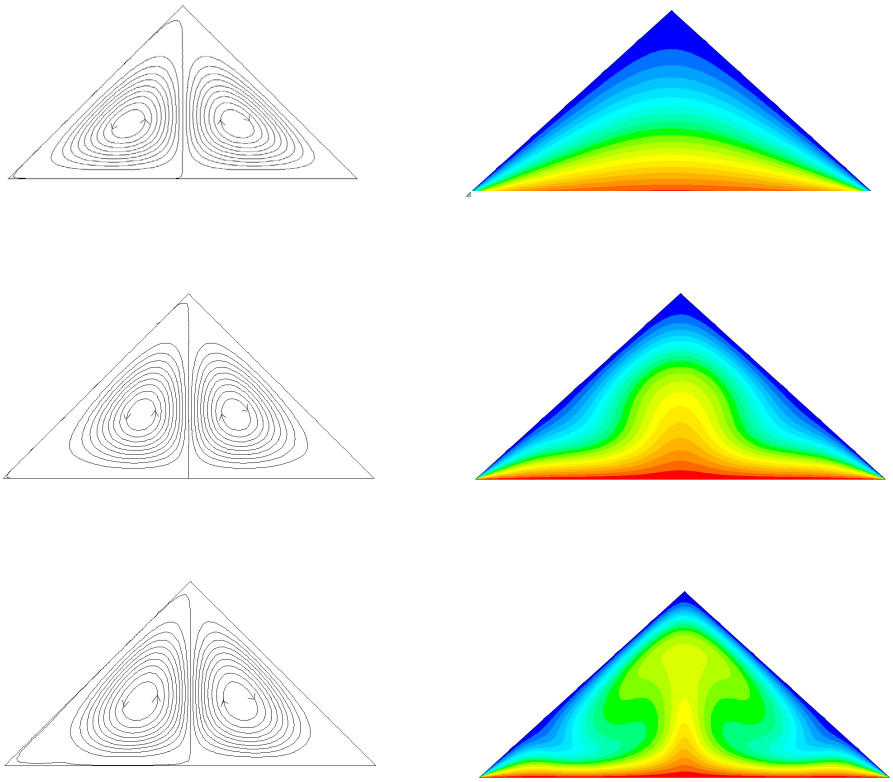
## 3.2 Durum 2



**Şekil 3.2 :** Durum 2 – (60° için sırasıyla Ra değeri $10^3$, $10^4$, $10^5$) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

İkizkenar üçgenin kenar açılarının 60° olduğu Durum 2'de de benzer akış yapısı gözlemlenmiştir. Durum 2'ye ait grafikler şekil 3.2'de gösterilmiştir. Isınan hava Durum 1'dekinden daha büyük hızlarla yukarı doğru yükselir ve sonra soğuk sınır tabakası ile karşılaşır ve enerjisini kaybederek simetrik akış çizgilerini bozmadan döngüsünü tamamlamak üzere aşağıya doğru düşer. Eş sıcaklık çizgilerinden de anlaşıldığı gibi ısı transferi Ra değeri $10^5$ civarlarında iken ısı transferi taşınım ağırlıklı olur. İletim ağırlıklı ısı transferinden taşınım ağırlıklı ısı transferine geçişin belirgin bir şekilde gerçekleştiği eşik Ra değeri küçülen kenar açıları ile beraber azalmaktadır [2, 6]. Bu tip durumlarda ısı transferi Ra değerine bağlı olduğu gibi ayrıca kesitin geometrisine de bağlıdır. Durum 4 ve 5'de geometrinin etkileri gösterilecektir.

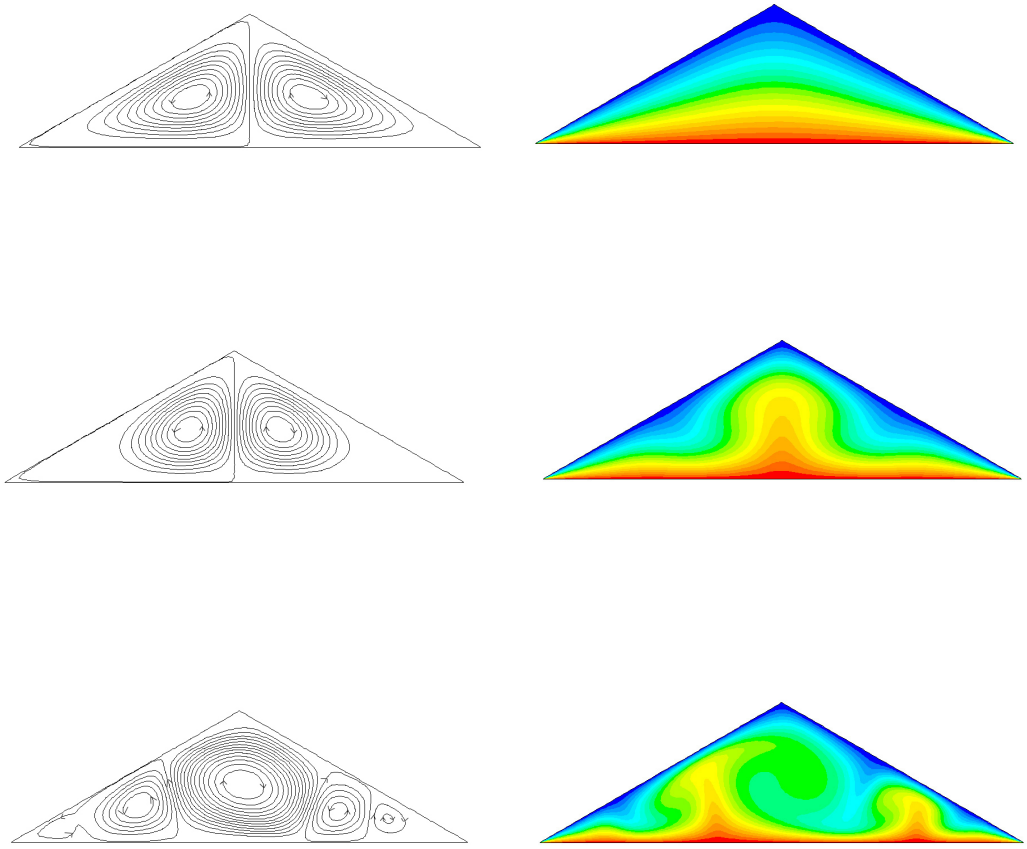
## 3.3 Durum 3



**Şekil 3.3 :** Durum 3 – (45° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 3'de simetrik akış çizgisi bozulmamıştır. İkizkenar üçgenin kenar açıları küçüldükçe akış içindeki hızların arttığı gözlemlenmiştir [2]. Durum 3'e ait grafikler şekil 3.3'de sunulmuştur.

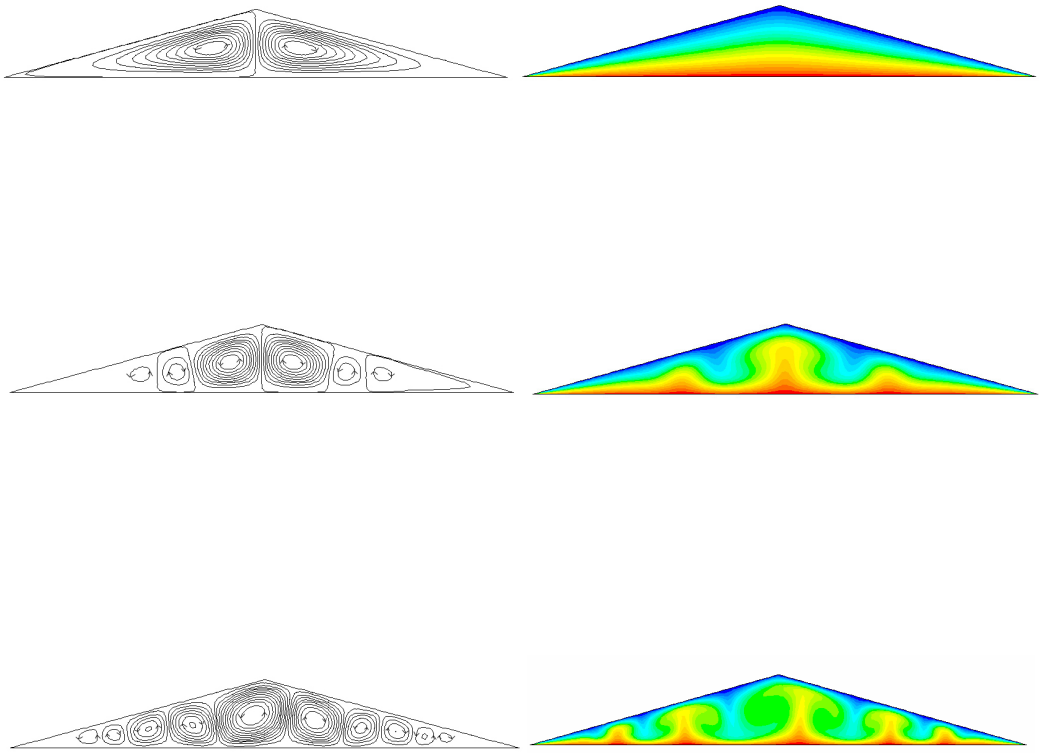
## 3.4 Durum 4



**Şekil 3.4 :** Durum 4 – (30° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Akış çizgilerinin yapısı ve sıcaklık dağılımı başlıca Ra değerine ve kesit geometrisine bağlıdır. Şekil 3.4'de görüldüğü gibi ikizkenar üçgenin kenar açıları azaldıkça ve dolayısıyla kesit daraldıkça eşik bir Ra değerinden sonra akış çizgilerindeki simetrik yapı bozulmaktadır [2, 6, 8, 9]. Açı küçüldükçe iki hücreye sahip simetrik akış çok hücreli akış yapısına dönüşmektedir. İkizkenar üçgende alt kenarın sıcak olduğu durumlarda akış çizgilerinin yapısının belirli bir Ra değerinden sonra çift hücreli simetrik akış yapısından çok hücreli akış yapısına dönüştüğü diğer araştırmacılar tarafından da gözlemlenmiştir [9, 2, 6, 8]. Bu çalışmada alınan sonuçlara göre geometrinin akış çizgileri üzerindeki etkisi 30°'de başlamaktadır.

## 3.5 Durum 5



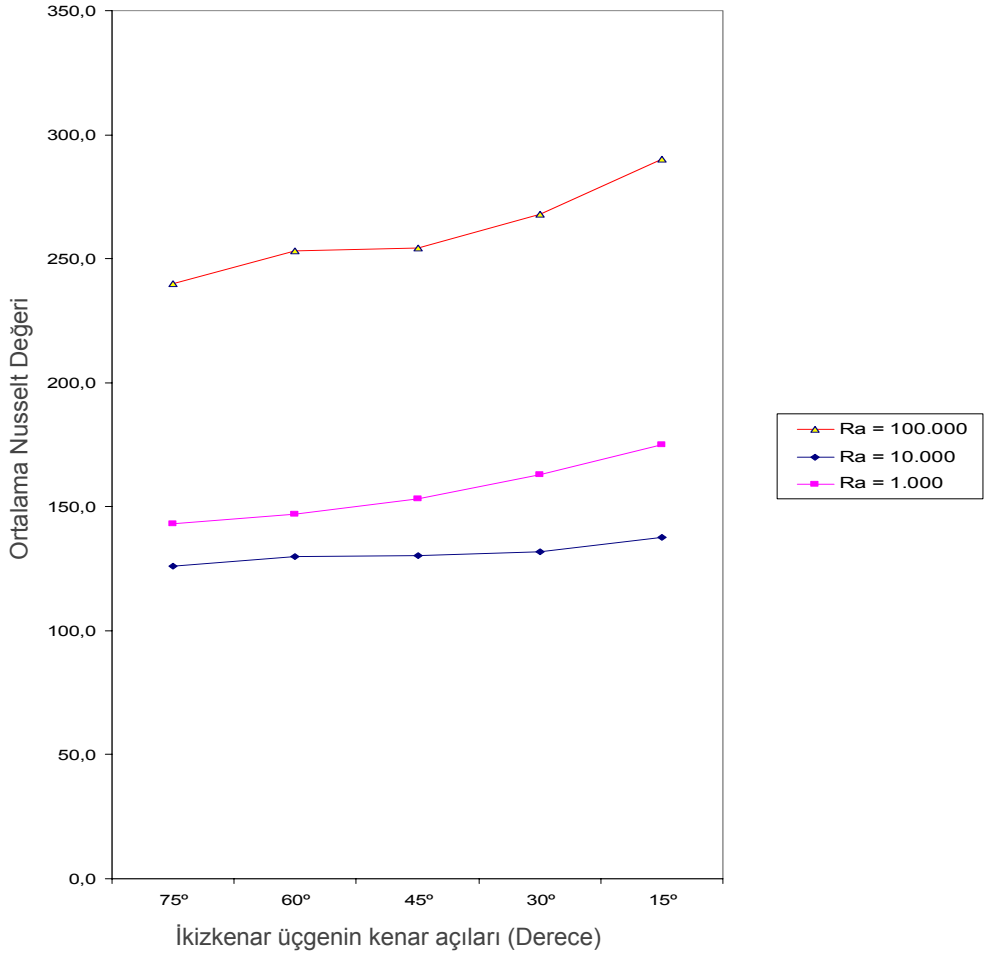
**Şekil 3.5 :** Durum 5 – (15° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

İkizkenar üçgen kesitin kenar açılarının 15°'ye düşmesi ile Durum 4'te Ra $10^5$ mertebelerinde iken görülmeye başlayan çok hücreli akış yapısı Durum 5'te Ra değeri $10^4$ olduğunda gözlemlenmeye başlamıştır. Durum 5'e ait graikler şekiş 3.5'de sunulmuştur. Benzer şekilde eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekillere bakıldığında, ısı transferinin iletim ağırlıklı transferden taşınım ağırlıklı transfere geçişinin Ra değeri $10^3$'ü geçtikten sonra gerçekleştiği görülmektedir [5, 8, 9]. İkizkenar üçgen kesitlerde alt kenarın sıcak ve üst kenarların soğuk olduğu durumlarda akış çizgileri yapısının ve sıcaklık dağılımının temelde iki değişkenden etkilendiği bilinmektedir. Bunlar Ra değeri ve yükseklik-taban oranıdır. Alt kenarın sıcak ve üst iki kenarın soğuk olduğu durumlarda, akış yapısının ve sıcaklık dağılımının özellikle yükseklik-taban oranından daha fazla etkilendiği görülmüştür [5, 8, 9].

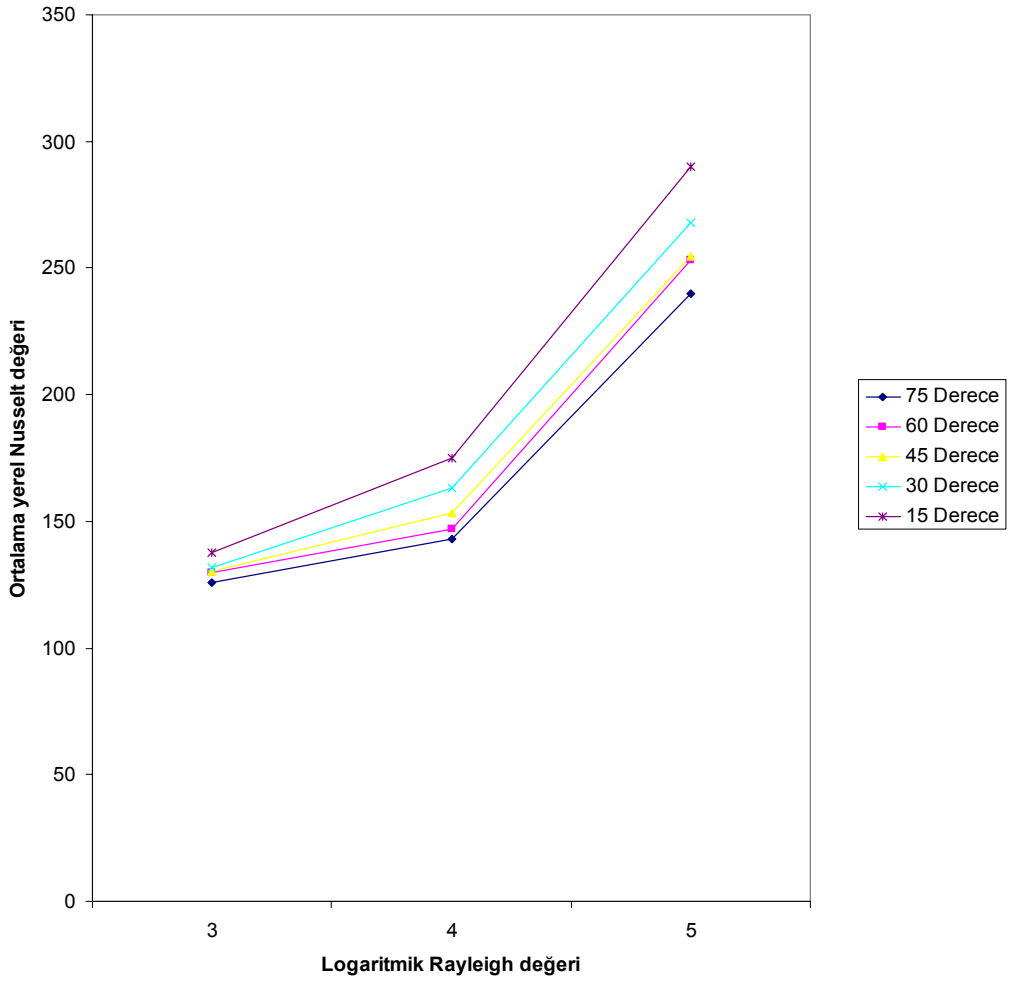
Aynı sınır şartlarında 5 farklı üçgen açıları için sıcaklık dağılımları ve akış çizgilerinin yapısının değişimini inceledik. Isı transferinin hangi şartlara bağlı olarak değiştiği diğer araştırmacılar tarafından da incelenmiştir [2, 6, 7, 8, 10]. Isı

transferinin artışını veya azalışını simgeleyen başlıca değer Nusselt değeridir. Nusselt'in nasıl hesaplandığına önceki bölümlerde değinmiştik. Nu değerinin azalan kenar açıları ile değişimi Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi ikizkenar üçgenin kenar açıları daraldıkça taban kenar boyunca ortalama yerel Nusselt değeri artmaktadır.

Kenar boyunca yerel Nusselt değeri soğuk ve sıcak kenarların kesiştiği noktalarda teorik olarak sonsuza gitmektedir. Bu noktalara tekil noktalar denmektedir [2, 3, 4, 5]. Alt tarafın sıcak ve üst tarafın soğuk olduğu durumda taban boyunca ısı transferinin büyük kısmının kenarlara yakın bölgelerden gerçekleştiği görülmüştür [2, 3, 5]. Kenarlara doğru yerel Nusselt sayıları tüm durumlarda artmaktadır.




**Şekil 3.6 :** Durum 1, 2, 3, 4, 5 için ortalama yerel Nusselt sayısı ile üçgen kenar açılarının karşılaştırılması

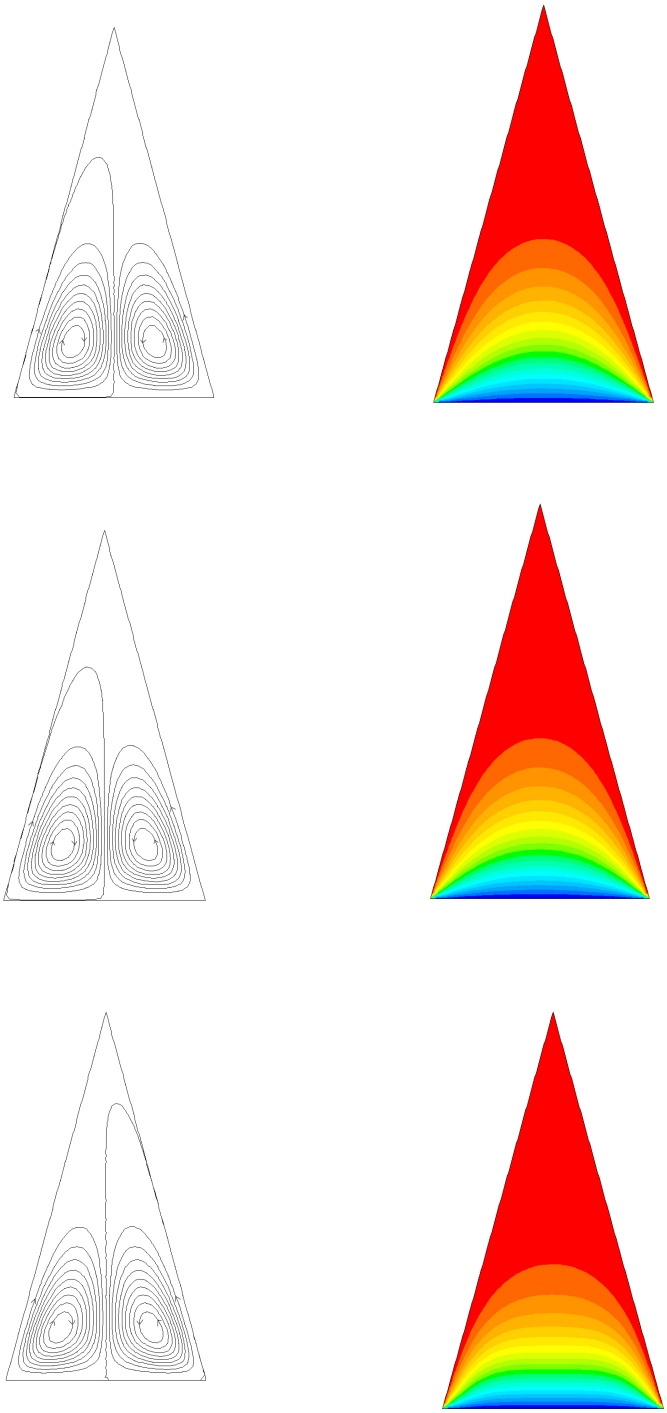



**Şekil 3.7 :** Durum 1, 2, 3, 4, 5 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi

Rayleigh değerinin ortalama yerel Nusselt sayısına göre durumu farklı üçgen kenar açıları için Şekil 3.7'de gösterilmiştir. Ra değerinin artması ile Nusselt değerinin dolayısıyla ısı transferinin arttığı görülmüştür [2, 8, 10].

Eş sıcaklık çizgilerinin geometriye de bağlı olarak eşik bir Ra değerinden sonra bozulduğu ve ısı transferinin iletim ağırlıklı olmaktan taşınım ağırlıklı bir duruma geçtiğini Şekil 3.1 ile Şekil 3.5 arasındaki tüm şekillerde görmüştük. Şekil 3.7'de de görüldüğü gibi Ra değeri $10^4$ değerini geçtikten sonra Nusselt değeri daha dik bir eğimle artmaktadır. Üçgenin kenar açıları daraldıkça bu eğim daha da artmaktadır.

## 3.6 Durum 6

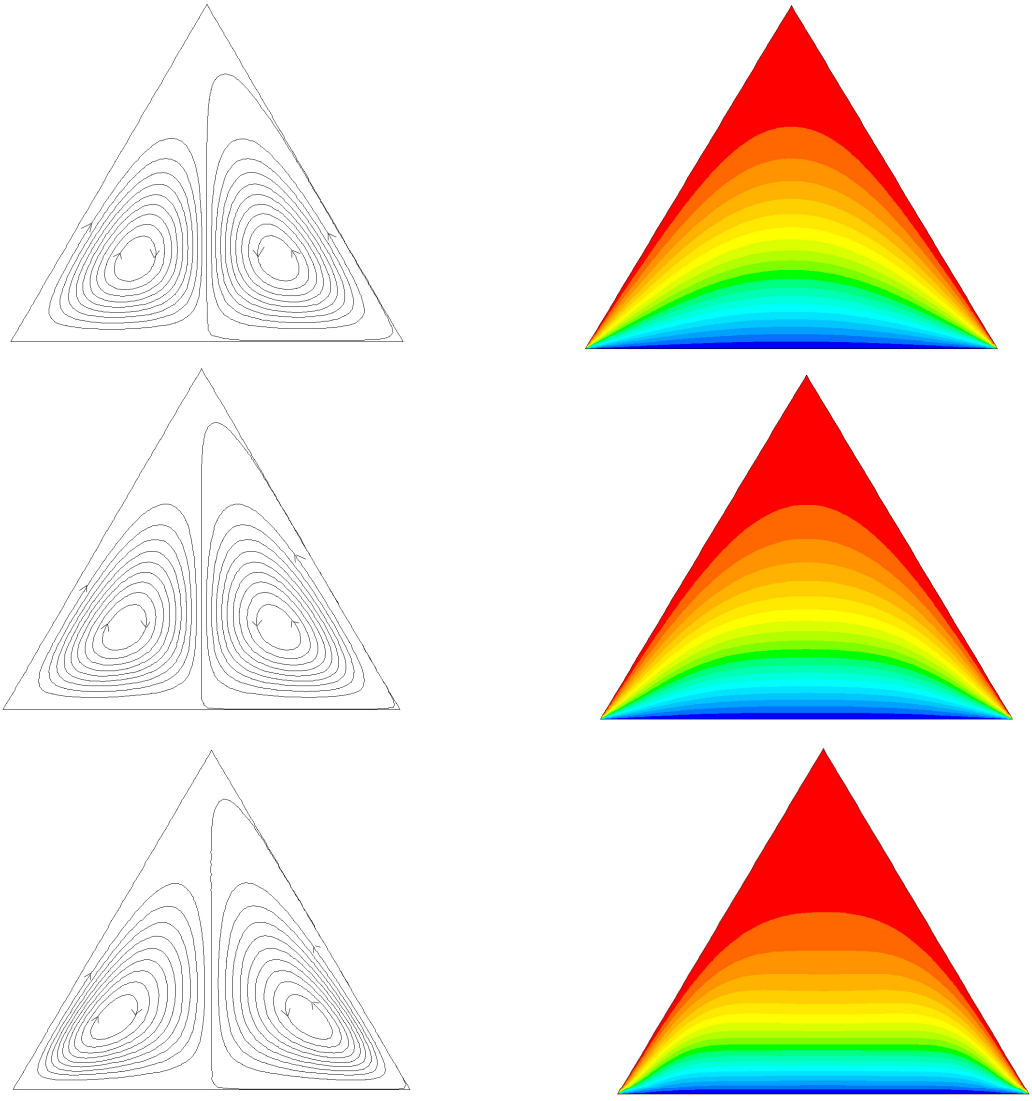


**Şekil 3.8 :** Durum 6 – (75° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Bu çalışmada incelenen ikinci durumda ikizkenar üçgenin alt duvarı soğuk ve üst iki duvarı sıcakdır. Şekil 3.8'de görüldüğü gibi simetrik çift hücreli akış çizgileri yapısı bir önceki durumdaki gibi korunmaktadır. İkizkenarın taban ile eğimli kenarların birleştiği tekil noktadan itibaren ısınmaya başlayan akışkan kenarlardan yukarı doğru

yükselir ve sonra durgun üst noktalara eriştiğinde enerjisini kaybederek aşağıya düşüşe geçer ve döngüsünü tamamlar. Alt tarafın sıcak olduğu sınır şartlarında sol taraftaki akışkan hücresi saat yönünün tersine dönerken sağ taraftaki hücre saat yönünde döner. Alt tarafın soğuk olduğu bu durumda sol taraftaki hücre saat yönünde ve sağ taraftaki hücre saat yönünün tersine doğru döner. Bu durumda artan Ra değerine rağmen ısı transferinin iletim ağırlıklı olduğu görülmüştür [2, 8].

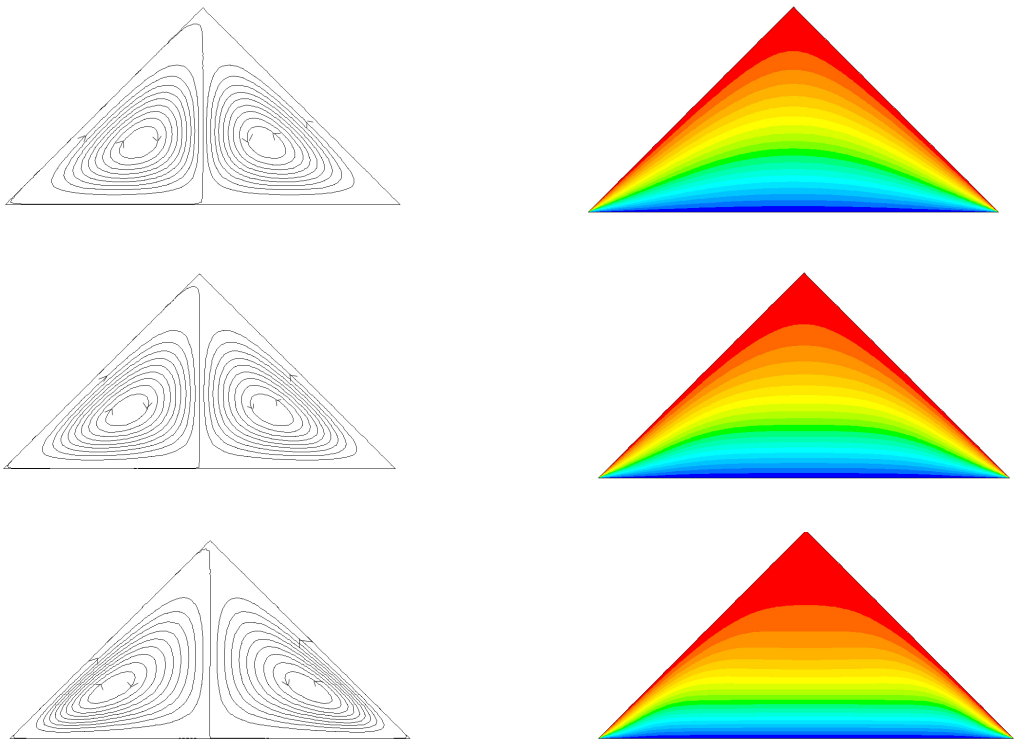
## 3.7 Durum 7



**Şekil 3.9 :** Durum 7 – (60° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 7'de benzer akış çizgisi yapısı gözlenmektedir. Durum 7'ye ait grafikler şekil 3.9'da sunulmuştur. Çift hücreli simetrik akış yapısı artan Ra değerlerine rağmen çok hücreli hücre yapısına dönüşmemiştir [2 ,8]. Taban duvardaki akışkan göreceli olarak durgundur ve daha soğuktur. Bu nedenden dolayı taban duvarına yakın olan akışkanın yoğunluğu sıcak duvar yakınındaki akışkandan daha yüksektir. Dikey duvarın yakınındaki akışkan yükselirken simetri merkezindeki daha yoğun akışkan aşağıya doğru hareket eder. İki hücreli simetrik akışkan yapısı artan Ra değerleri ile birlikte eğimli duvara doğru kayar [2, 8].

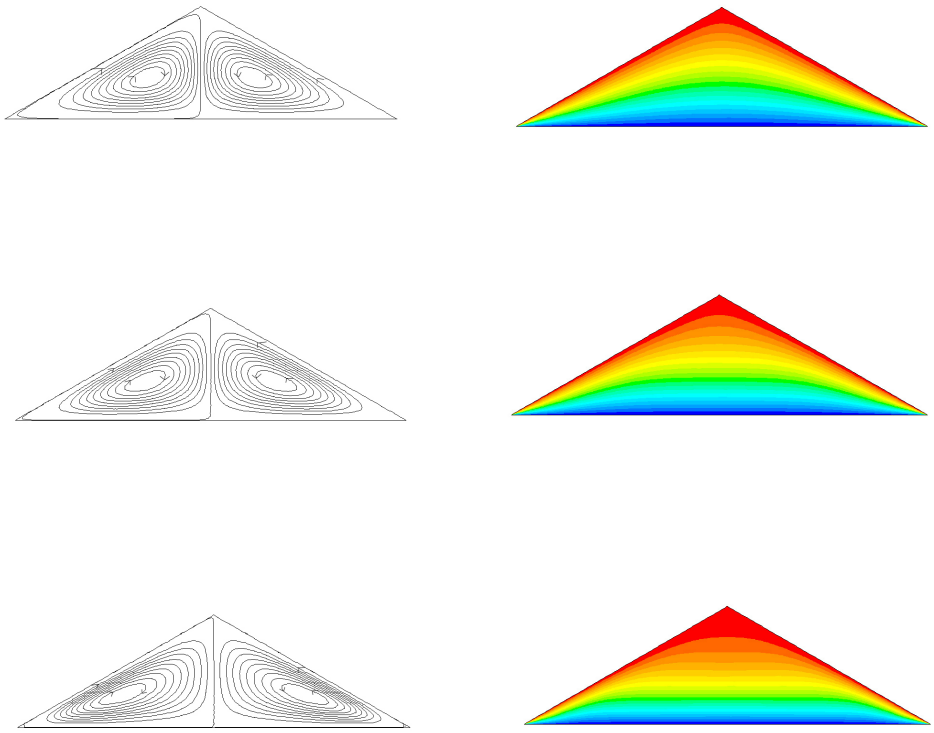
## 3.8 Durum 8



**Şekil 3.10 :** Durum 8 – (45° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

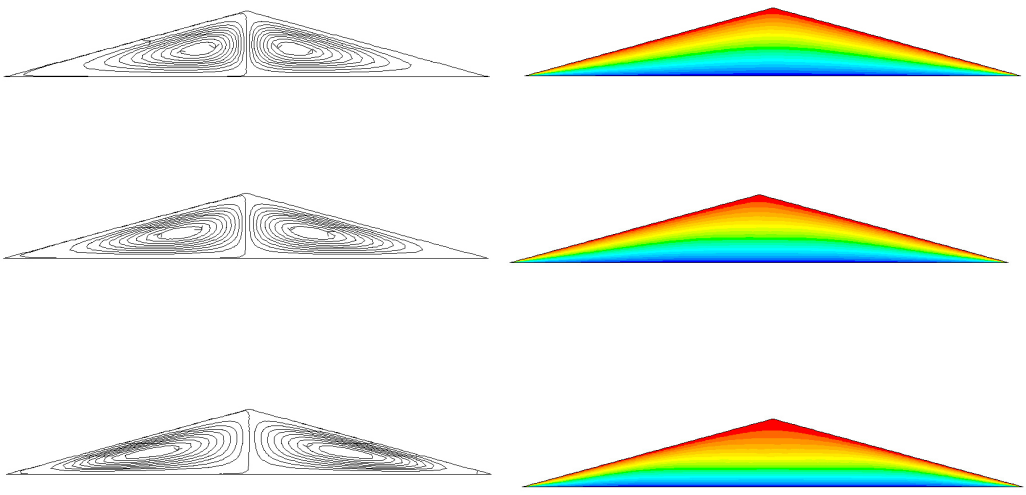
İkizkenar üçgen açılarının 45°'ye düştüğü durum 8'de ise benzer sıcaklık dağılımı ve akış çizgileri görünmektedir. Durum 8'e ait grafikler şekil 3.10'da sunulmuştur. Üst tarafın sıcak olduğu ve alt tarafın soğuk olduğu durumlarda açının 45°'ye düşmesi ısı transferinin iletim ağırlıklıdan taşınım ağırlıklı duruma geçişi görülmemektedir.

## 3.9 Durum 9



**Şekil 3.11 :** Durum 9 – (30° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

## 3.10 Durum 10

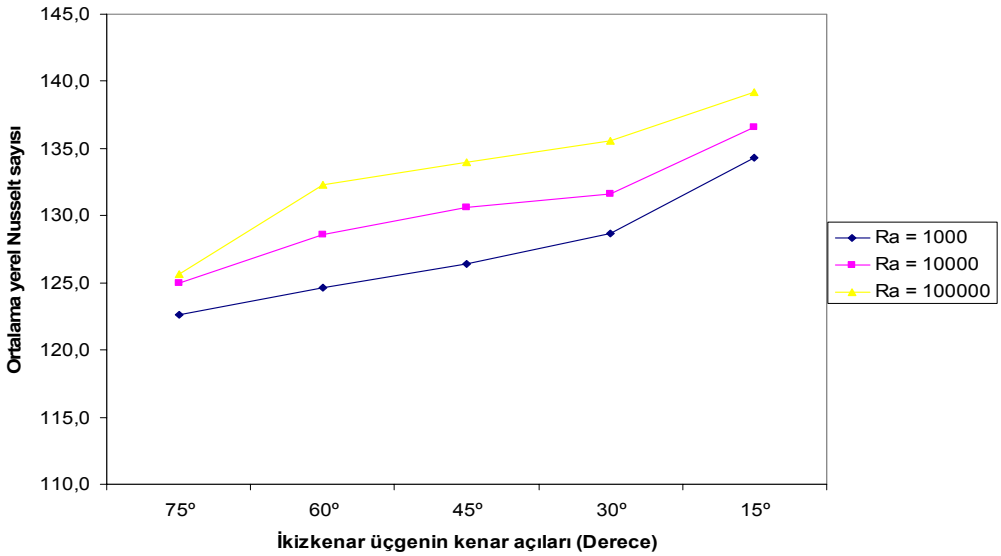


**Şekil 3.12 :** Durum 10 – (15° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

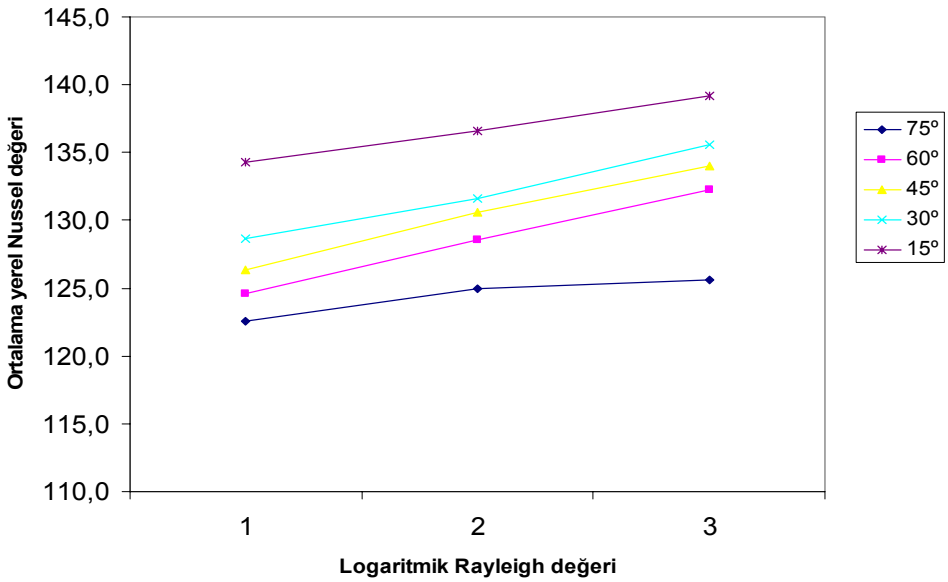
Durum 9 ve 10'da görüldüğü gibi ikili simetrik akış yapısı ikizkenar üçgenin kenar açılarının 15°'ye kadar düşmesine rağmen bozulmamıştır. Durum 9 ve 10 ait

grafikler şekil 3.11 ve 3.12'de sunulmuştur. İkizkenar üçgen kesitin alt duvarının soğuk olduğu ve eğimli yan duvarların sıcak olduğu durumlarda ısı transferinin iletim ağırlıklı olduğu ve simetrik akış çizgilerinin bozulmadığı fakat incelenen farklı açılarda artan Ra sayısı ile simetrik hücrelerin merkezlerinin sıcak duvarlara doğru kaydığı görülmüştür [2, 7].

Durum 1 ile durum 5'deki Nusselt değerlerinin farklı ikizkenar açıları ile değişimi Şekil 3.6'da gösterilmişti. Burada görüldüğü gibi ortalama yerel Nusselt değeri ikizkenar üçgenin kenar açılarının azalması ile artmaktadır. Artış eğrisnin açısı kritik bir Rayleigh değerinden sonra yükselmektedir ve Ra değeri $10^4$'ten $10^5$'e geçerken artış miktarı daha fazla olmaktadır. Bu artışın gerçekleşmesi belirli bir Ra değerinden sonra ısı tranferinin iletim ağırlıklı durumdan taşınım ağırlıklı duruma geçmesinden kaynaklanır. Alt tarafın sıcak olduğu durumlarda küçük kenar açıları ile daralan kesitte oluşan çok hücreli yapının Nusselt değerindeki artış miktarını fazlalaştırdığı görülmüştür. Alt tarafın soğuk ve eğimli yan duvarların sıcak olduğu durumlarda ise Nusselt sayısının artış miktarı Durum 1 ile durum 5'de görülenden az olmaktadır [8]. Ortalama Nusselt değerlerinin ve bu değerlerinin artış eğrisinin göreceli olarak azalmasının başlıca nedeni ısı tranferinin iletim ağırlıklı olmasıdır.



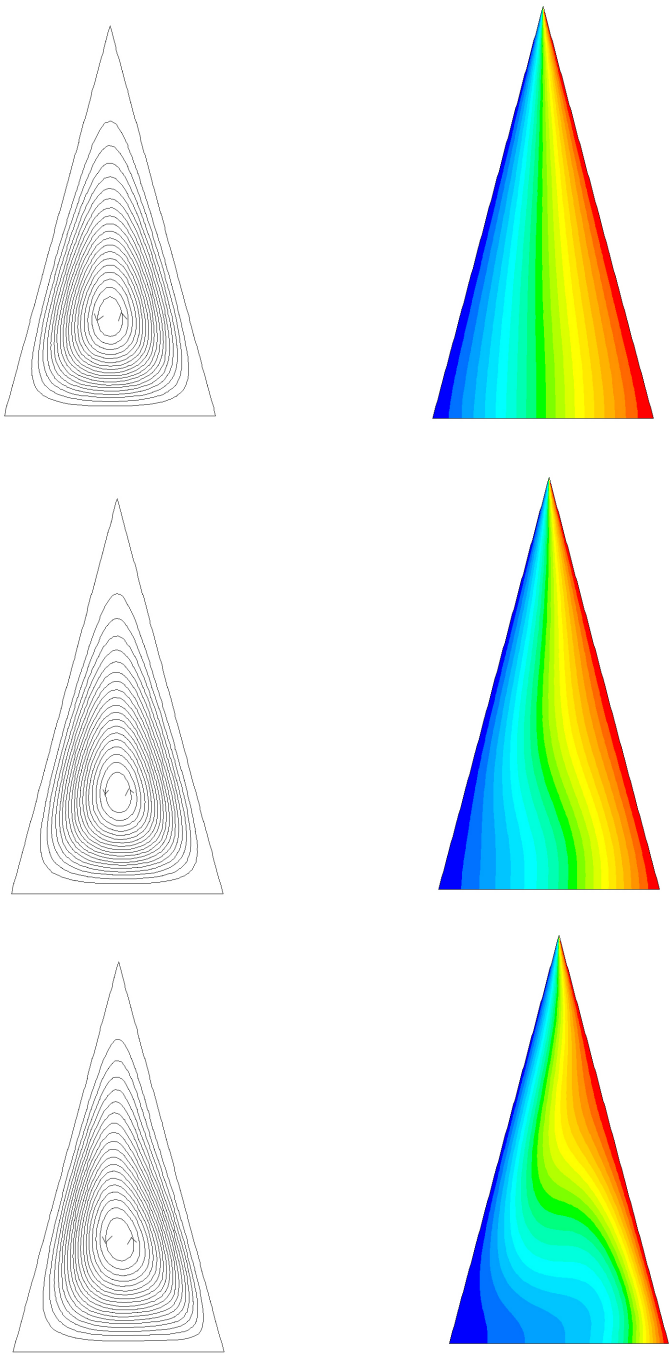

**Şekil 3.13 :** Durum 6, 7, 8, 9, 10 için ortalama yerel Nusselt sayısı ile üçgen kenar açılarının karşılaştırılması




**Şekil 3.14 :** Durum 6, 7, 8, 9, 10 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi

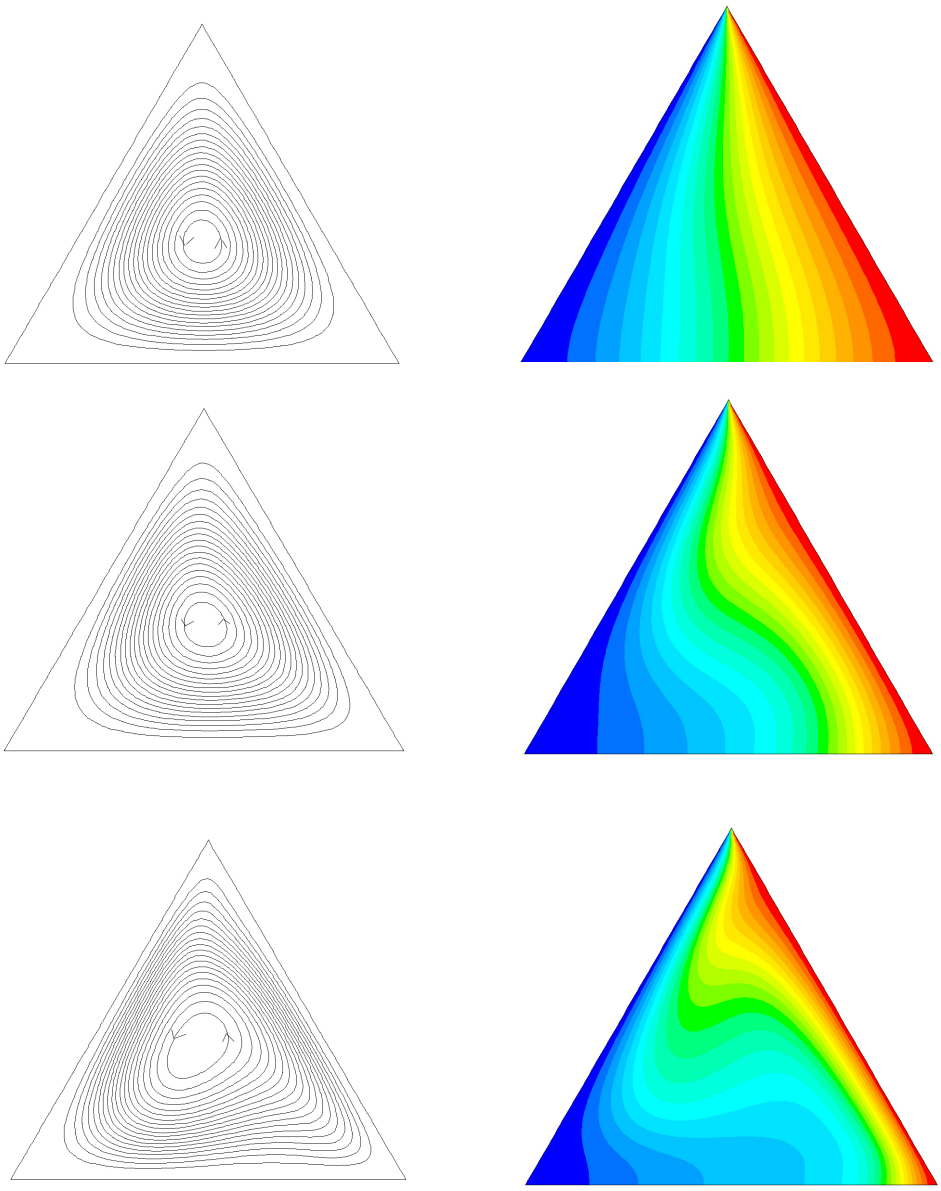
## 3.11 Durum 11

Durum 11'de ikizkenar üçgen kesitin alt duvarı adyabatik, sol duvarı soğuk ve sağ duvarı sıcaktır. Durum 11'e ait grafikler şekiş 3.15'de sunulmuştur. Simetrik iki hücreli yapı bu sınır şartları altında belirmemektedir. Şekil 3.15'de görüldüğü gibi akış çizgileri tek hücrelidir ve ikizkenar üçgenin merkezinde konumlanmıştır [5]. Sağ duvar boyunca ısınan hava yükselir ve üçgenin üst noktasına geldiğinde soğuk duvar ile karşılaşan hava enerjisini kaybederek soğuk duvar boyunca düşmeye başlar. Bu dönüş nedeniyle çift hücreli simetrik yapının yerine tek hücreli bir akış çizgi yapısı oluşur. Ra değeri $10^3$ iken ısı transferi iletim ağırlıklıdır. Ra değeri $10^5$ değerine ulaştığında ısı transferinin taşınım ağırlıklı bir form aldığı görülmüştür [5].



**Şekil 3.15 :** Durum 11 – (75° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

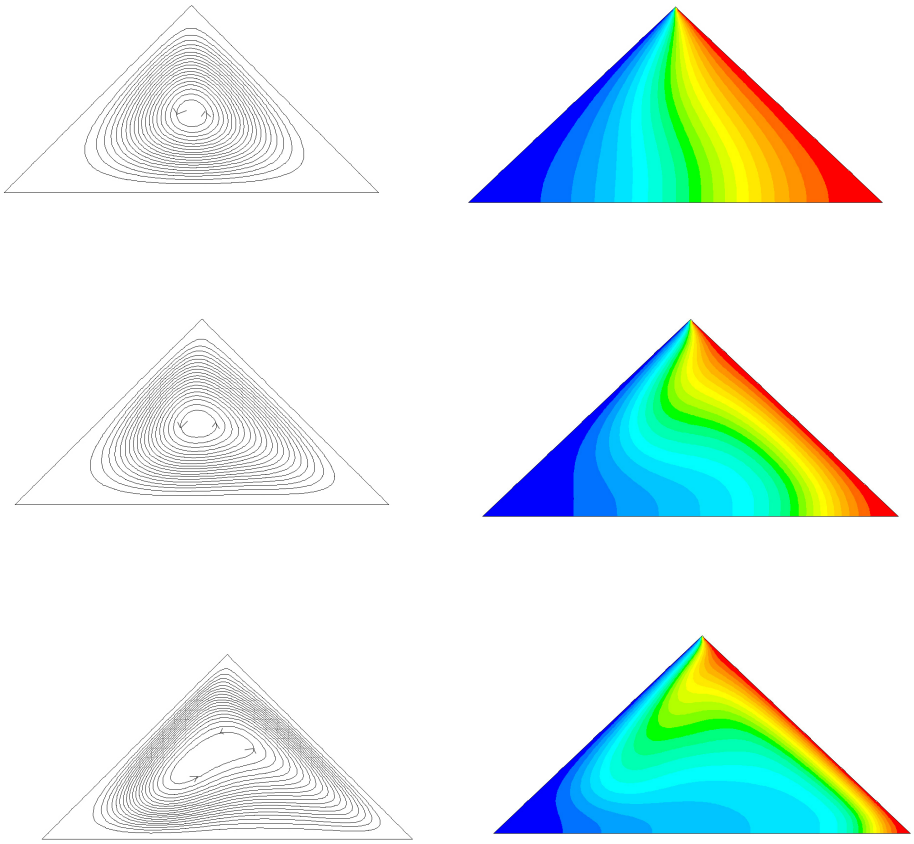
### 3.12 Durum 12



**Şekil 3.16 :** Durum 12 – (60° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 12'de ikizkenar üçgenlerin kenar açısı 60°'dir. Durum 12'ye ait grafikler şekil 3.16'da gösterilmiştir. Sağ duvar boyunca ısınan akışkanın hızı iyice artmaktadır. Tepe noktaya ulaştıktan sonra sol duvar boyunca düşüşe geçen akışkanın hızı durum 11'e göre daha fazladır. Bu nedenden dolayı akış çizgilerinin merkez hücresi sola doğru kayma eğilimi göstermektedir [5].

## 3.13 Durum 13

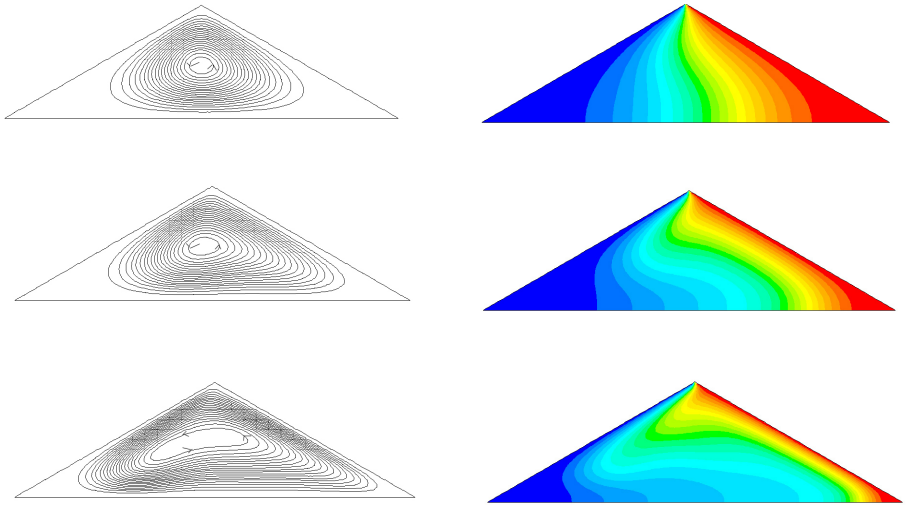


**Şekil 3.17:** Durum 13 – (45° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

İkizkenar üçgenin kenar açısının 45°'ye düşmesi ile ısı akış çizgisinin merkezdeki yapısının daha fazla sola kayarak soğuk kenara paralel bir form alamaya başladığı görülmüştür [6]. Durum 13'e ait grafikler şekil 3.17'de gösterilmiştir.

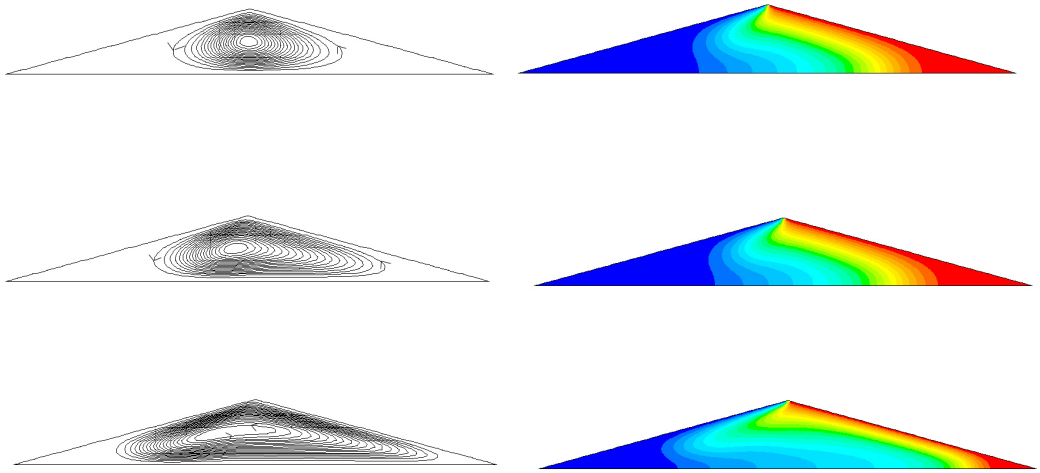
## 3.14 Durum 14

Artan Ra sayısı ile hücrenin merkezi hafif sola doğru yatmıştır. Bunun nedeni ise Ra değerinin artması ile beraber hızların artması ile akışkanın üst noktaya ulaştığı andaki hızın göreceli olarak daha yüksek olmasıdır. Üçgenin tepe noktasında akışkanın sahip olduğu hız ile sol tarafa doğru ilerler ve akış çizgilerinin sola doğru kaymasına neden olur. Durum 14'e ait grafikler şekil 3.18'de gösterilmiştir.



**Şekil 3.18 :** Durum 14 – (30° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

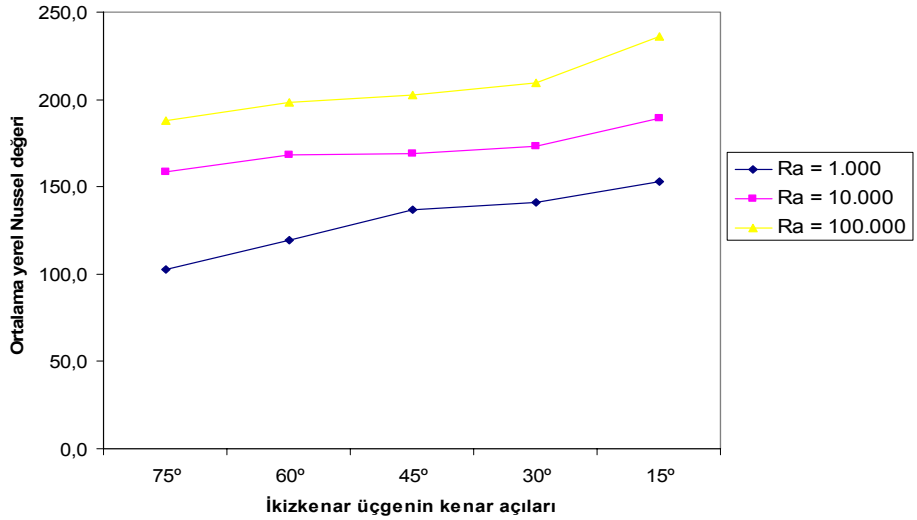
### 3.15 Durum 15



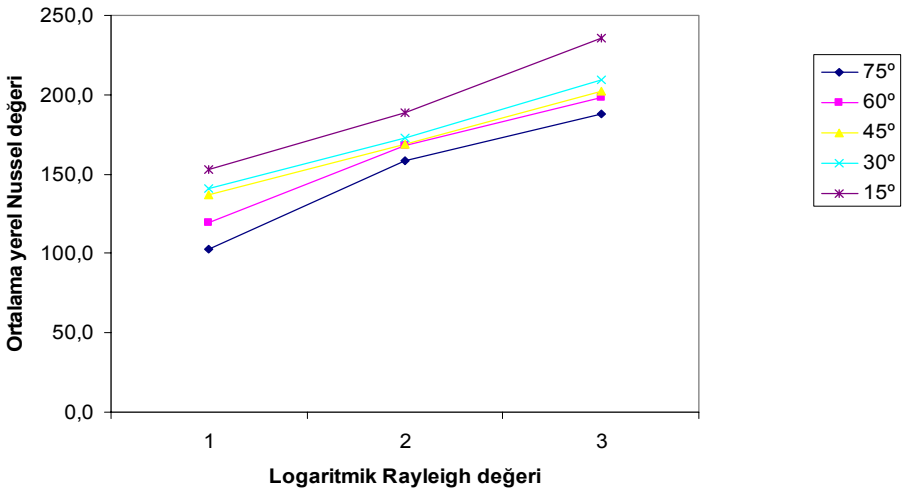
**Şekil 3.19 :** Durum 15 – (15° için sırasıyla Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 14 ve 15'te ikizkenar üçgenin açılarının sırasıyla 30° ve 15°'ye düşmesi ile akış çizgilerinin merkezinde hücre yapısı iyice basıklaşarak sola doğru kaymıştır. Durum 14 ve 15'e ait grafikler şekil 3.18 ve 3.19'da sunulmuştur. İkizkenar üçgenin kenar açılarının azalması ile ısı transferinin arttığı görülmüştür [5]. Durum 1 ile durum 5'de görülen çok hücreli akış yapısı bu sınır şartlarında görülmemiştir. Durum 1 ile durum 5'e ait sınır şartları altında Nusselt sayılarının artışının geometri'den büyük oranda etkilendiği görülmüştür. Durum 6 ile durum 10'a ait sınır şartları

altında geometrinin değişimi sonucu Nusselt artışı göreceli olarak daha az gerçekleşmiştir. Artış eğrileri şekil 3.20 ve 3.21'de gösterilmiştir.

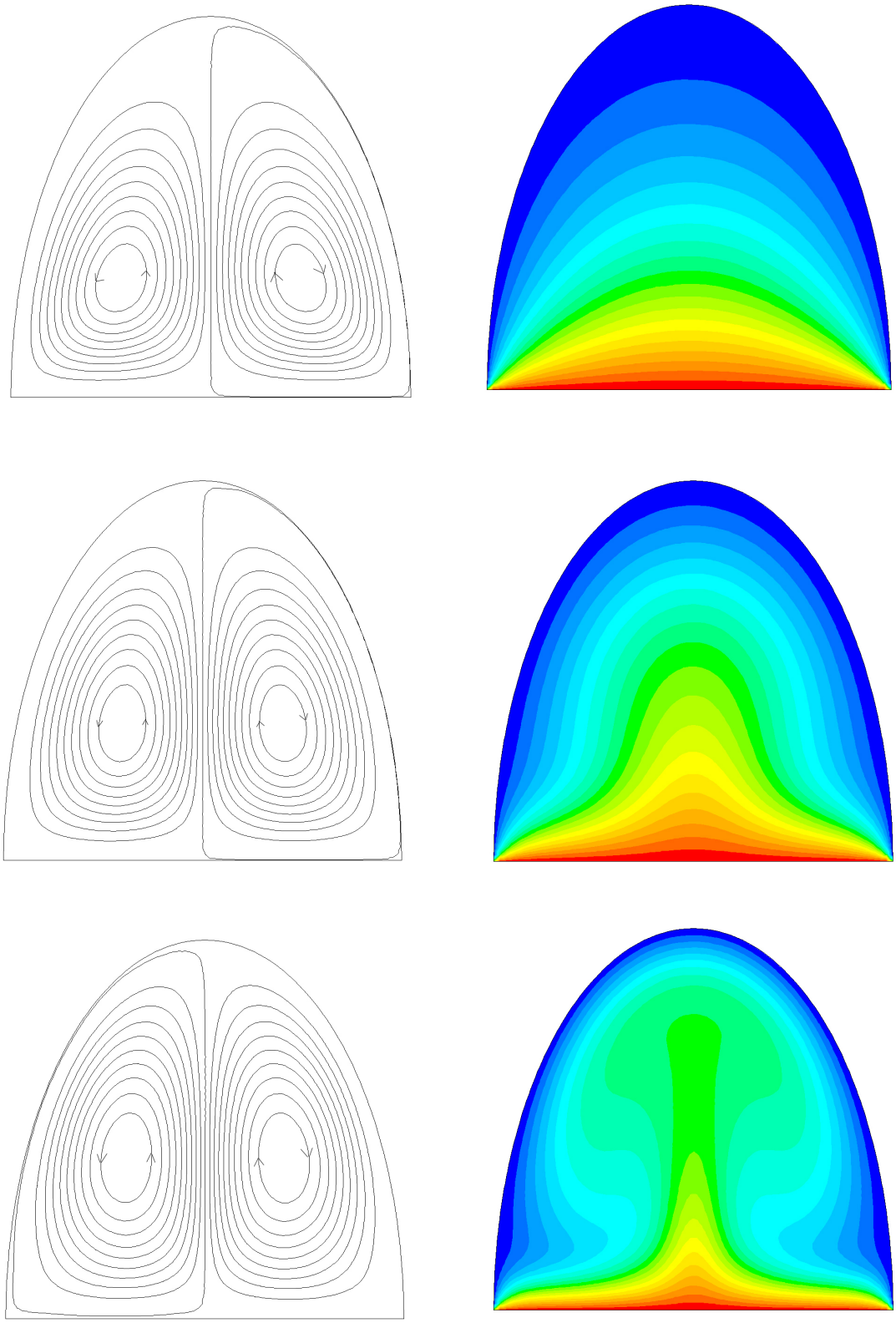



**Şekil 3.20 :** Durum 11, 12, 13, 14, 15 için ortalama yerel Nusselt sayısı ile üçgen kenar açılarının karşılaştırılması




**Şekil 3.21 :** Durum 11, 12, 13, 14, 15 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi

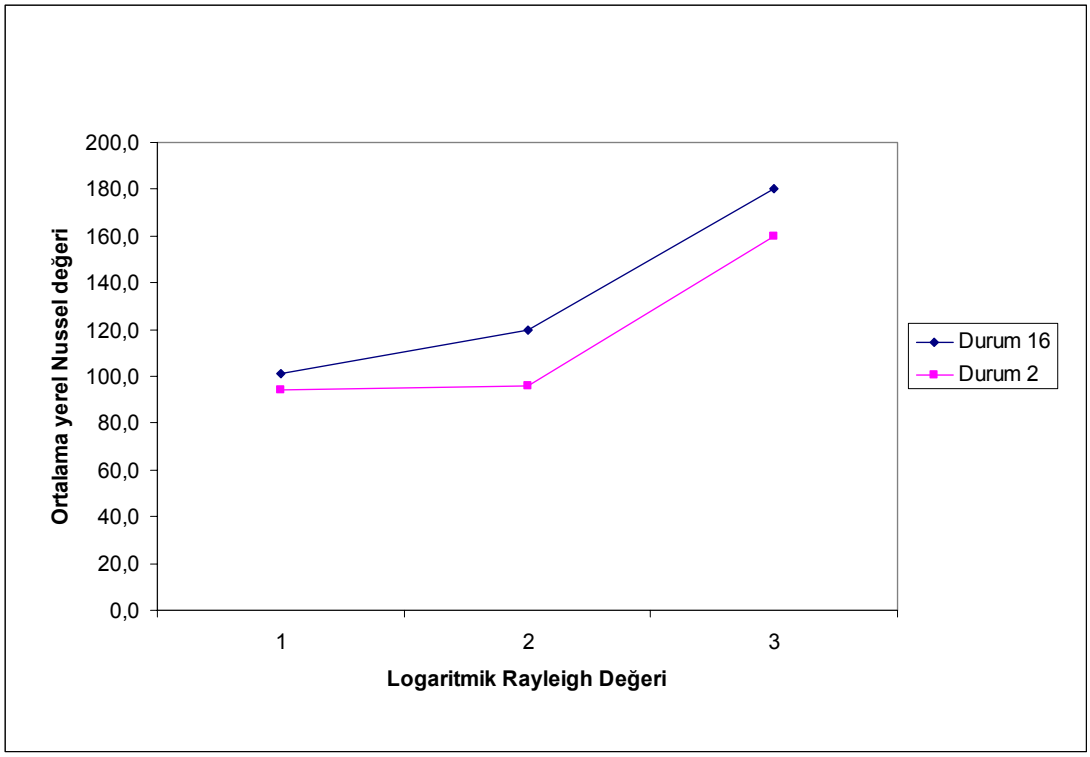
### 3.16 Durum 16



**Şekil 3.22 :** Durum 16 – (Ra değeri $10^3$, $10^4$, $10^5$) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

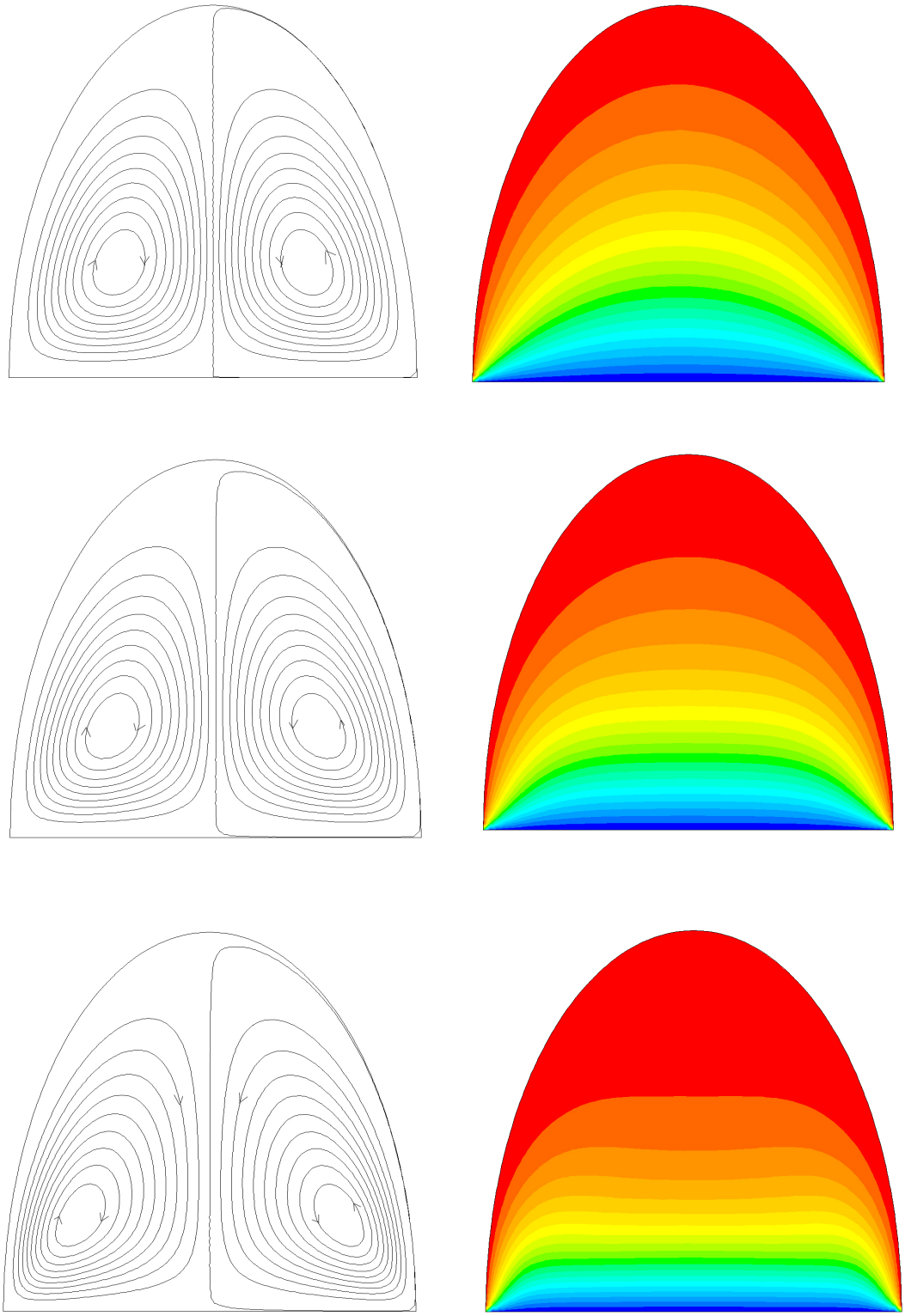
Durum 1'den durum 15'e kadar, ikizkenar üçgende 3 farklı sıcaklık sınır şartını değişik taban/yükseklik oranlarında inceledik. İkizkenar üçgene benzer bir geometri yarı eliptik yapıdır. Yarı eliptik yapıda önceden kullandığımız sınır şartlarını inceleyerek çıkan sonuçları durum 1-15'ten alınan sonuçlar ile karşılaştıracağız.

Durum 16'da alt taraf ve üst taraflar soğuktur. Durum 16'ya ait grafikler şekil 3.22'de sunulmuştur. Bu sınır şartlarını durum 1-5'te farklı taban/yükseklik oranlarında inceledik ama durum 16'da incelenen geometri 60° kenar açıya sahip Durum 2 ile benzeşmektedir. Bu nedenle alınan sonuçlar durum 2'nin sonuçları ile karşılaştırılacaktır. Durum 16'da tabandaki ısınan hava yükselir ve enerjisini kaybederek eğimli duvarlar boyunca alçalarak döngüsünü tamamlar. Şekil 3.22'de görüldüğü gibi sol taraftaki hücre saat yönünün tersine dönerken sağ taraftaki hücre saat yönünde dönmektedir. Durum 2'de de görüldüğü gibi ısı transferi belirli bir Rayleigh değerinden sonra iletim ağırlıklıdan taşınım ağırlıklı forma geçer. Durum 16 ile durum 2'de gerçekleşen ısı transferlerini karşılaştırmak için Nusselt değerlerine baktığımızda yarı eliptik geometride Nusselt değerlerinin %5 civarlarında daha fazla olduğu görülmüştür.



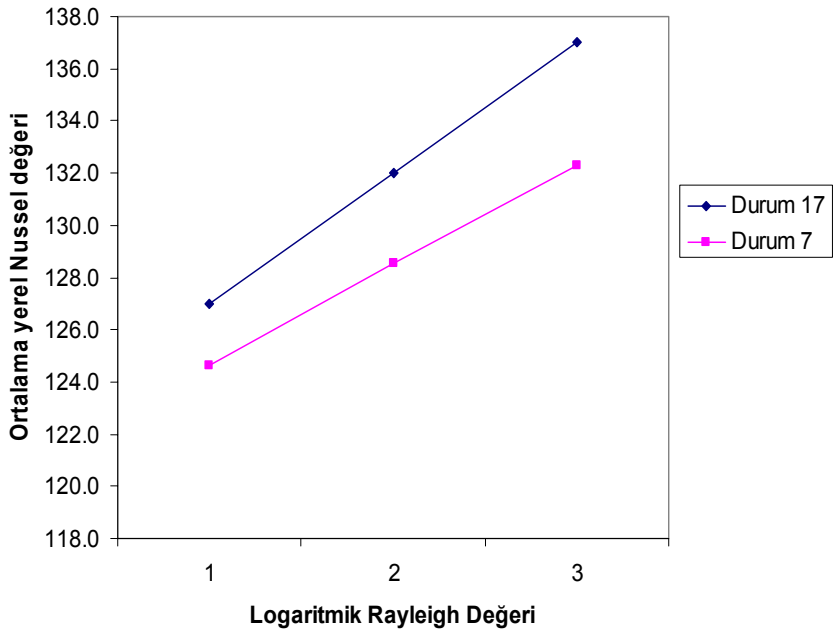

**Şekil 3.23 :** Durum 2, 16 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi

### 3.17 Durum 17



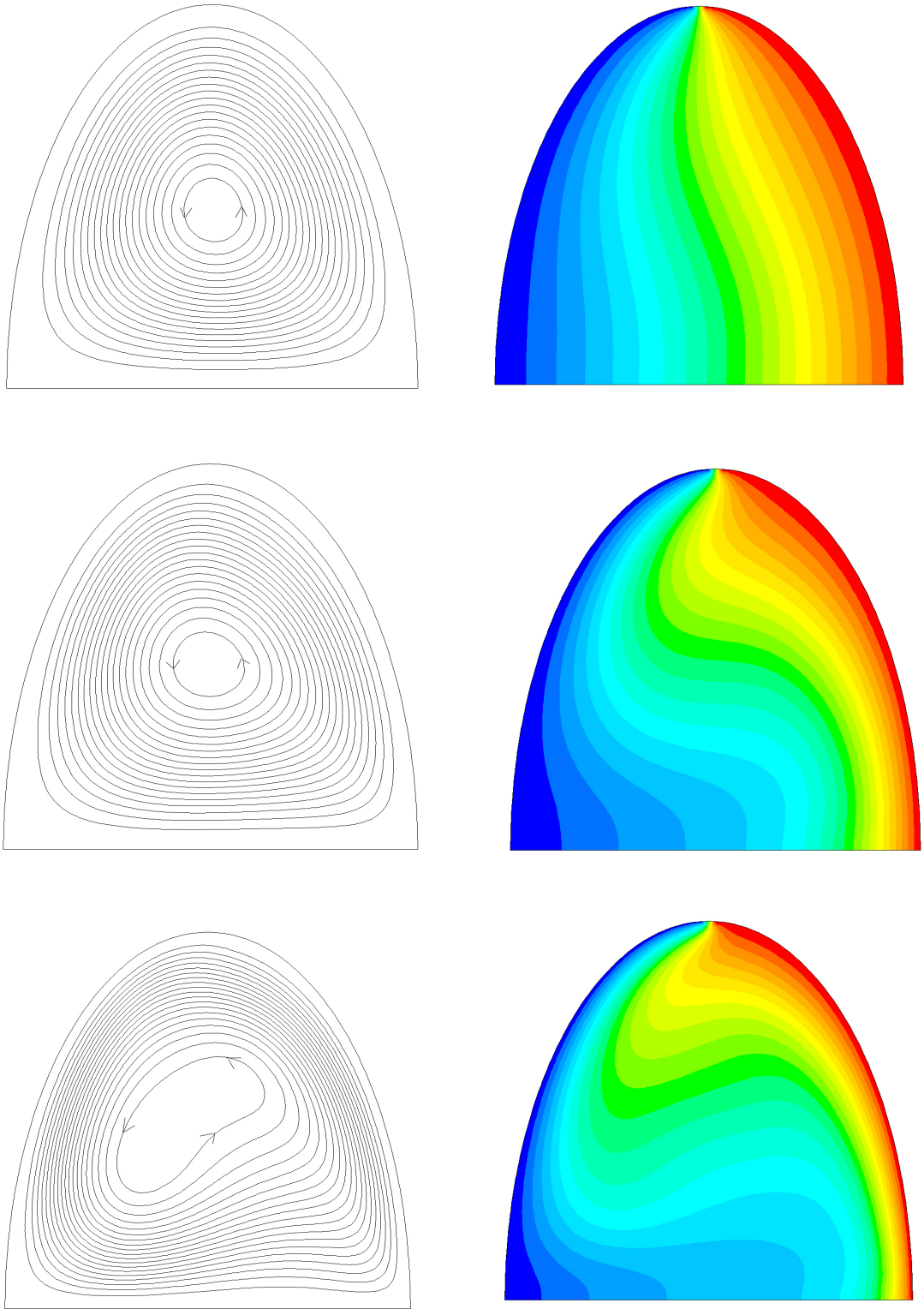
**Şekil 3.24 :** Durum 17 – (Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 17'de durum 7'ye benzer sınır şartları incelenmiştir. Durum 17'ya ait grafikler şekil 3.24'de gösterilmiştir. Alt tarafın soğuk olduğu ve üst eğimli kenarların sıcak olduğu bu durumda, durum 7'de olduğu gibi akış çizgileri iki hücreli simetrik yapısını korumuştur. Eğimli kenarlar boyunca ısınan akışkan üst noktalarda enerjisini kaybederek düşüşe geçer ve simetri ekseninden alt sıcak duvara ulaşarak döngüsünü tamamlar. Sol taraftaki hücre saat yönünde dönerken sağ taraftaki hücre saat yönünün tersine dönmektedir. Sağ ve sol eğimli duvarlar boyunca yükselen akışkan akış çizgilerinin simetri ekseni boyunca düşüşe geçerken akış çizgilerinin oluşturduğu hücreleri merkezden uzaklaştırarak sağa ve sola kaymasını sağlar. Rayleigh değeri $10^5$'e ulaştığında akışkanın hızları artmaktadır, artan hızlarla beraber hücrelerin merkezden uzaklarak alt sağ ve alt sol köşelere yakınlaştığı şekil 3.24'den görülebilir. Durum 17'yi benzer sınır şartlarına ve geometriye sahip durum 7'ile ortalama Nusselt sayıları bakımından karşılaştırılması şekil 3.25'de gösterilmiştir. Yarı eliptik durum'da Rayleigh sayısına göre Nusselt sayılarının artışı benzer olmasına rağmen Nusselt değerlerinin % 2 daha fazla olduğu görülmüştür.




**Şekil 3.25 :** Durum 7, 17 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi

### 3.18 Durum 18

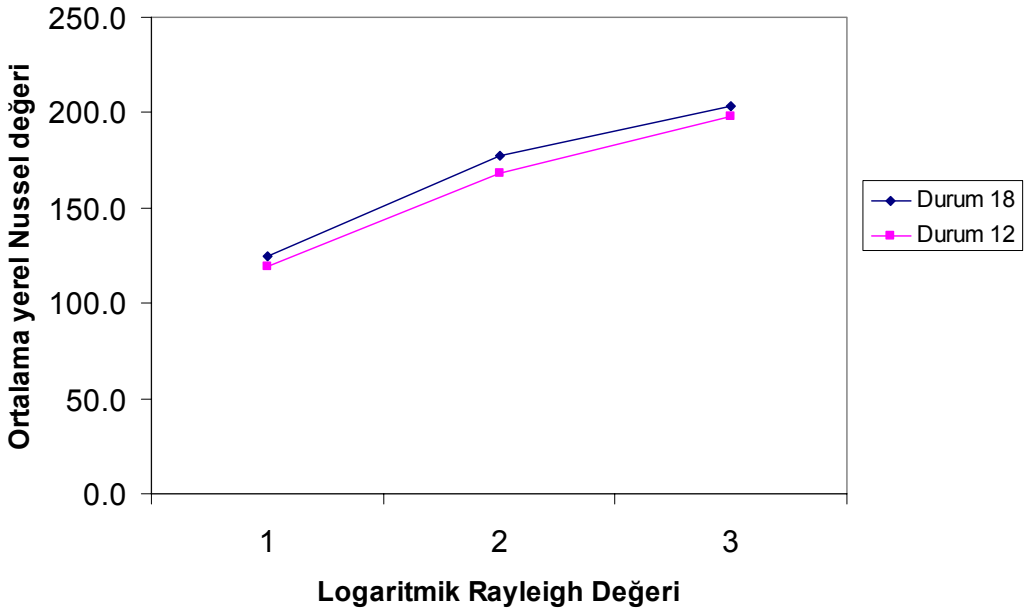


**Şekil 3.26 :** Durum 18 – (Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 18'de incelenen yarı eliptik durum, sınır şartları ve geometri açısından durum 12'ye benzemektedir. Durum 18'e ait grafikler şekil 3.26'da gösterilmiştir. Durum 18'de yarı eliptiğin alt duvarı adyabatiktir, sol duvarı soğuk ve sağ duvarı sıcaktır. Bu sınır şartları altında Rayleigh değerinin $10^3$, $10^4$ ve $10^5$ olduğu durumlar incelenmiştir.

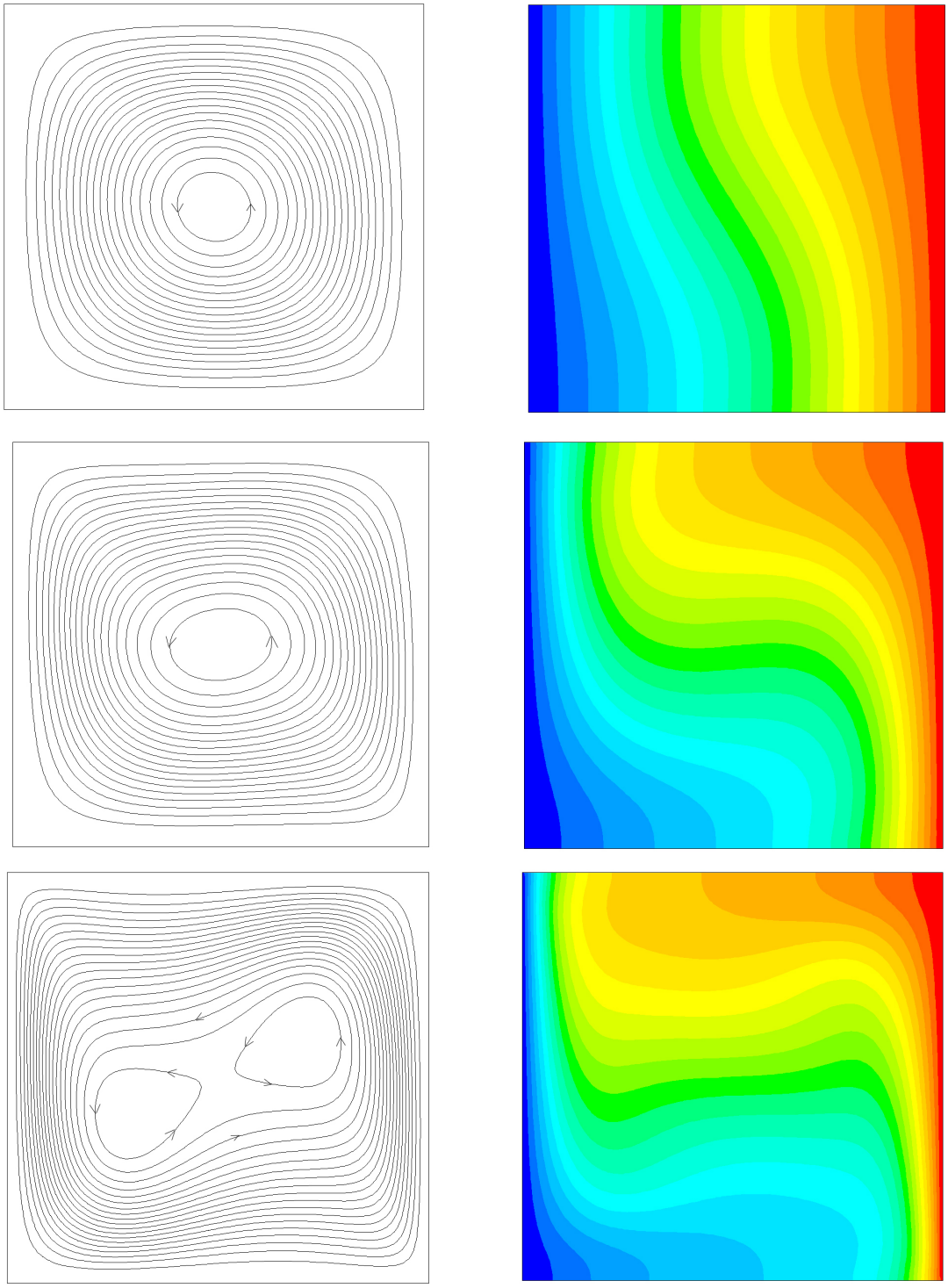
Şekil 3.26'da görüldüğü gibi yarı eliptik geometrinin sol kenarı boyunca ısınan akışkan duvar boyunca yükselir. Tepe noktasına ulaştığında soğuk duvarın etkisi ile enerjisini kaybeder ve düşmeye başlar. Durum 12'de olduğu gibi durum 18'de de tek hücreli akış çizgisi yapısı korunmaktadır. Ra değeri $10^5$'e ulaştığında ısı transferinin taşınım ağırlıklı olduğu gözlemlenmiştir. Durum 12'de Ra değeri $10^5$ iken üçgenin tepe noktasında artan hızlarla beraber akış hücre yapısının sola doğru kaydığı görülmüştür. Benzer yapı durum 18'de de Ra değeri $10^5$ iken görülmektedir.

Ortalama Nusselt değerinin Rayleigh değeri ile değişimini şekil xxx'de sunulmuştur. Durum 18'deki ortalama Nusselt değerinin % 1 civarında daha fazla olduğu görülmüştür.




**Şekil 3.27 :** Durum 12, 18 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi

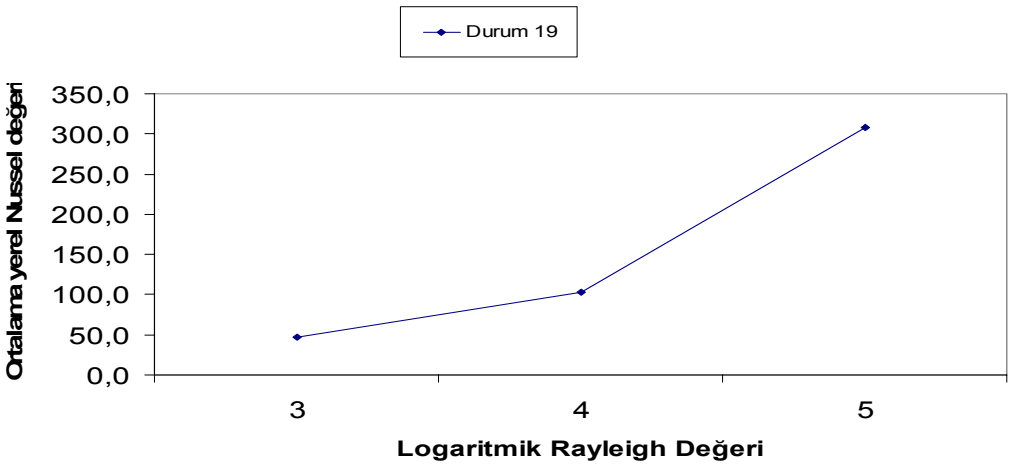
### 3.19 Durum 19



**Şekil 3.28 :** Durum 19 – (Ra değeri 103, 104, 105) – Solda Akış çizgileri & Sağda Eş sıcaklık eğrileri

Durum 1 ile durum 15 arasında incelediğimiz tüm kesitler ikizkenar üçgene aittir. Durum 16 ile durum 18 arasındaki 3 durumda da yarı eliptik geometri incelenerek ikizkenar üçgende incelenmiş durumlar ile karşılaştırma yapılmıştır. Durum 19'da kare geometri incelenmiştir. Kare kesitin sağ duvarı sıcak, sol duvarı soğuk, alt ve üst duvarlar adyabatiktir.

Sağ duvarda ısınan akışkan yükselir ve üst noktalara ulaştığında enerjisini kaybederek aşağıya düşer ve akış çizgilerinin döngüsünü tamamlar. Rayleigh değeri $10^3$ iken ısı transferi iletim ağırlıklıdır. Rayleigh değeri $10^4$ olduğunda akışkan hızlanır ve ısı transferinin iletim ağırlıklı formdan taşınım ağırlıklı forma geçtiği görülür. Rayleigh değeri $10^5$ olduğunda tek merkezli akış çizgi yapısı bölünerek çift hücreli akış yapısını oluşturur [15, 19]. Isı transferi taşınım ağırlıklı yapısını korur. Çift hücreli akış yapısı tam olarak simetrik değildir [15, 19]. Sağ tarafta ısınarak yükselen akışkan sağ taraftaki hücrenin merkezini yukarı doğru taşır. Sol tarafta düşen akışkan sol taraftaki hücrenin merkezini aşağıya doğru çeker. Sağ ve sol taraftaki hücreler saat yönünün tersine dönerler. Sağ ve sol duvar boyunca akışkan hızlanırken merkezde iyice yavaşlar. Şekil 3.28'de görüldüğü gibi ortalama Nusselt değerleri Rayleigh değeri $10^3$'den $10^4$'de geçerken 2 katına çıkmaktadır. Bu artış ısı transferinin taşınım ağırlıklı duruma geçmesinden kaynaklanmaktadır. Rayleigh değeri $10^4$'den $10^5$'e geçerken ortalama Nusselt değeri yaklaşık olarak 3 katına çıkmıştır.




**Şekil 3.29 :** Durum 19 için ortalama yerel Nusselt sayısı Rayleigh değerine göre değişimi

# 4. YORUMLAR

Bu çalışma ikizkenar üçgen kesitli, yarı eliptik kesitli ve kare kesitli olmak üzere toplam 19 durum incelendi. İncelenen durumlara ait akış çizgileri, eş sıcaklık eğrileri ve ortalama yerel Nusselt değerleri sunuldu.

İkizkenar üçgen kesitin alt tarafının sıcak olduğu ve eğimli kenarlarının soğuk olduğu durum 1, 2, 3, 4, 5'de Rayleigh değerinin artması ile eş sıcaklık dağılım profilinin iletim ağırlıklı ısı transferinden taşınım ağırlıklı ısı transferine geçtiği görülmüştür. İkizkenar üçgenin kenar açılarının azalması ile akış hızlarının arttığı belirlenmiştir. Akış çizgilerinin yapısında ters yönlere dönen iki adet simetrik hücre bulunmaktadır. Alt taban boyunca ısınan akışkan üçgenin ortasından yükselmeye başlar ve tepe noktasında soğuk duvar ile karşılaşınca enerjisini kaybederek sol ve sağ taraflardan düşüşe geçer. Kenarlardan düşen akışkan hücre merkezlerini simetri eksenine doğru iter. Kenar açısı 30° iken Rayleigh değeri $10^3$ olduğunda ikili simetrik hücre yapısı korunur fakat Rayleigh değeri $10^5$ olduğunda çok hücreli akış çizgilerinin oluştuğu görülmüştür. Kenar açının 15°'ye düşmesi ile çok hücreli akış çizgileri Rayleigh değeri $10^4$'de iken görülmeye başlar. Rayleigh değeri $10^5$ iken 30°'de hücre sayısı 5 ve 15°'de hücre sayısı 10 olmuştur. Çok hücreli akış yapısının ısı transferinin etkin bir şekilde arttırdığı görülmüştür.

Üst duvarların sıcak olduğu ve alt tarafın soğuk olduğu durum 6, 7, 8, 9 ve 10'da Rayleigh değerinin artması ile eş sıcaklık profilinin taşınım ağırlıklı ısı transferine dönüştüğü görülmüştür. Nusselt sayılarının değişimleri karşılaştırıldığında alt duvarın sıcak olduğu durumlarda ortalama Nusselt sayısındaki artışın daha fazla olduğu görülmüştür. Bu artışa sebep olan çok hücreli akış çizgileri durum 6, 7, 8, 9, ve 10'da görülmemiştir. Sıcak kenarlar boyunca yükselen akışkan simetri eksenin boyunca düşerken artan Rayleigh değeri ve azalan kenar açıları ile hücre merkezlerini sıcak ve soğuk duvarların kesiştiği köşelere doğru kaydırmıştır.

Sağ duvarın sıcak, sol duvarın soğuk ve alt duvarın adyabatik olduğu durum 11, 12, 13, 14 ve 15'de ısı transferi artan Rayleigh değerleri ile taşınım ile ısı transferine dönüşmüştür. Sağ duvar boyunca yükselen akışkan tepe noktasında soğuk sol duvar ile karşılaşır ve sol duvar boyunca düşüşe geçer. Bu nedenle tek hücreli akış çizgisi

görülmüştür. Artan Rayleigh değerlerine ve azalan kenar açılarına rağmen tek hücreli akış yapısı sol duvara paralel hale gelmiştir fakat çok hücreli yapıya geçiş görülmemiştir.

Durum 2, 7 ve 12'ye benzer sınır şartlarına ve benzer geometriye sahip durum 16, 17 ve 18'de eş sıcaklık eğrilerinin ve akış çizgilerinin değişimi üçgen kesitte gerçekleşen durumlar ile benzerlik göstermektedir.

Kare kesitin incelendiği durum 19'da eş sıcaklık eğrileri ve akış çizgileri bu konuda yapılmış önceki çalışmalar ile benzerlik göstermektedir. Artan Rayleigh değeri ile ikili hücre yapısına geçiş görülmüştür.

Sonuç olarak, üçgen kesitlerde yapılan çalışmalarda doğal taşınım ile gerçekleşen ısı transferinde, geometrinin ve Rayleigh değerinin etkisi olduğu bilinmektedir. Geometrinin ve Rayleigh değerinin etkisi bazı durumlarda neredeyse eşittir ve bazı durumlarda ikisinden biri daha etkilidir. Alt tarafın sıcak ve üst tarafın soğuk olduğu durumlarda geometrinin etkisinin daha baskın olduğu görülmüştür. Eğimli yan duvarların sıcak ve alt duvarın soğuk olduğu durumlarda geometrinin ve Ra değerinin neredeyse eşit etkilerinin olduğu görülmüştür. Aynı şekilde sol duvarın soğuk, sağ duvarın sıcak ve alt duvarın adyabatik olduğu durumda da neredeyse eşit etki görülmüştür. Yarı eliptik kesitte üçgen kesitteki durumlara benzer yapı görülmüştür.

## KAYNAKLAR


[1] **V. A Akınsete ve T. A. Coleman**, 1982. Heat transfer by steady laminar free convection in triangular enclosures. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 25, No. 7, sayfa 991-998., Nijerya

[2] **Ernesto Martin del Campo, Mihir Sen ve Eduardo Ramos**, 1988. Analysis of laminar natural convection in a triangular enclosure. Numerical Heat Transfer, vol. 13, sayfa 353-372, Meksika

[3] **YU. E. Karyakin ve YU. A. Sokovishin**, 1988. Transient natural convection in triangular enclosures, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, No. 9, sayfa 1759-1766, Rusya

[4] **Haydee Salmun**, 1995. The stability of a single-cell steady-state solution in a triangular enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 38, No. 2, sayfa 363-369, İngiltere

[5] **Ronald D. Flack, Klaus Brun ve Rita J. Schnipke**, 1995. Measurement and prediction of natural convection velocities in triangular enclosures. Int. J. Heat and Fluid Flow 16: 106-113, ABD

[6] **G. A. Holtzman, R. W. Hill ve K. S. Ball**, 2000. Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symetrically cooled from above. Journal of Heat Transfer Vol 122, ABD

[7] **H. Asan ve L. Namli**, 2000. Laminar natural convection in a pitched roof of triangular cross-section: summer day boundary conditions. Elsevier Science, Türkiye

[8] **H. Asan ve L. Namli**, 2001. Laminar natural convection in a pitched roof of triangular cross-section: winter day boundary conditions. Elsevier Science, Türkiye

[9] **P. M. Haese ve M. D. Teubner**, 2002. Heat Exchange in an attic space. Int. J Heat and Mass Transfer 45, 4925-4936, Avustralya

[10] **Ahmed Omri, Jamel Orfi ve Sassi Ben Nasrallah**, 2005. Natural convection effects in solar stills. Desalination 183 , 173-178, Tunus

[11] **El Hassan Ridouane, Antonio Campo ve Matthew McGarry**, 2005. Numerical computation of buoyant airflows confined to attic spaces under opposing hot and cold wall conditions. International Journal of Thermal Sciences. ABD

[12] **El Hassan Ridouane, Antonio Campo ve Mohammed Hasnaoui**, 2005. Turbulent natural convection in an air-filled isosceles triangular enclosure. International Journal of Heat and Fluid Flow. ABD

[13] **Kent E.F., Asmaz E. and Özerbay S.**, 2005, Finite element solution of natural convection in triangular enclosures, IV. International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, Paris, 17-20 May, p. 45-47.

[14] **Kent E.F., Asmaz E. and Özerbay S.**, 2005, Finite element analysis of steady natural convection in triangular enclosures, ULIBTK'05 15. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, Trabzon, 07-09 Eylül, s. 297-301.

[15] **D. Misra ve A. Sarkar**, 1996. Finite element analysis of conjugate natural convection in a square enclosure with a conducting vertical wall. Computer methods in applied mechanics and engineering, Hindistan

[16] **V.A.F. Costa, M.S.A Oliveira ve A.C.M. Sousa**, 2002. Control of laminar natural convection in differentialy heated square enclosures using solid inserts at the corners. Int. J Heat and Mass Transfer 46, 3529-3537, Portekiz

[17] **S. Roy ve Tanmay Basak**, 2005. Finite element analysis of natural convection flows in a square cavity with non-uniformly heated wall(s) . Int. J Engineering Science 43, 668-680, Hindistan

[18] **K. Ben Nasr, R. Chouikh, C. Kekreni ve A. Guizani**, 2006. Numerical study of natural convection in cavity heated from the lower corner and cooled from the ceiling. Applied Thermal Engineering 26, 772-775, Tunus

[19] **Niphon Wansophark ve Pramote Dechaumphai**, 2003. Combined adaptive meshing technique and segregated finite element algorithm for analysis of free and forced convection heat transfer. Finite Element Analysis and Design 40, 645-663, Tayland

[20] **Y.P. Chang ve R. Tsai**, 1997. Natural convection in a square enclosure with a cold source. International Journal of Heat Mass Transfer, Vol. 24, No. 7, sayfa 1019-1027, Tayvan

[21] **C. F. Hsu, E. M. Sparrow and S. V. Patankar**, 1981. Numerical solution of moving boundary problems by boundary immobilization and a control-volume-based finite-difference scheme, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 24, Issue 8, August 1981, Pages 1335-1343

## ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında Ankara'da doğmuştur. Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği – Isı ve Akışkanlar bölümünden 2002 yılında mezun olmuştur. 2002 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği – Isı Akışkan programına başlamıştır. Halen Yüksek Lisans öğrencisidir.