Pamukkale Univ Muh Bilim Derg, 28(1), 1-8, 2022

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi

Pamukkale University Journal of Engineering Sciences

Sıcaklığın elastik bölgede çalışan polimer hibrit rulmanların dinamik karakteristiğine etkisinin incelenmesi

Investigation of temperature effect on dynamic characteristic of polymer hybrid bearings in elastic area

Burcu KÜÇÜKOĞLU DOĞAN[1*], *Tuncay KARAÇAY*[1]

[1]Makine Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
burcukucukoglu@gazi.edu.tr, karacay@gazi.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 07.08.2019 Düzeltme Tarihi/Revision: 22.01.2021 doi: 10.5505/pajes.2021.58708
Kabul Tarihi/Accepted: 22.03.2021 Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Polimer hibrit rulmanlarda bilezikler viskoelastik malzemeden bilyalar ise farklı malzemeden üretildiklerinden temas mekaniği çelik rulmanlarda olduğu gibi elastik temas olan Hertz temas ile incelenememektedir. Hertz temas yerine elasto-plastik temas modelinde Hertz temasla aynı olarak değerlendirilen temas modeli kullanılarak incelenmelidir. Elasto-plastik temas iz (indentation) model ve düzleşme (flattening) modeli olarak iki modelden oluşmaktadır. Elasto-plastik modeller elastik, elasto-plastik ve tam plastik bölge olmak üzere üç temas bölgesine ayrılarak değerlendirilmektedir. Elastik temas bölgesi Hertz temasla aynı değerlendirilmektedir. Rulmanların kullanım ömürlerinin uzunluğu açısından elastik bölgede ve rezonans frekansından kaçınılarak çalıştırılmaları önem taşımaktadır. Polimer rulmanla yataklanmış şaft-rulman sistemi çalışırken sürtünmeden dolayı oluşan sıcaklık artışı polimer rulmanın elastisite modülünü, yük taşıma kapasitesini, katılığını dolayısıyla sistemin doğal frekansını değiştirmektedir. Bu çalışmada polimer rulmanların sıcaklıkla değişen elastisite modülü değerlerinin, rulmanın katılığının ve sistemin doğal frekansının nasıl etkilendiğini belirlemek amacıyla temas mekaniğinin de dahil edildiği matematiksel modelleme yapılmıştır. Radyal sabit çelik bilyalı polimer hibrit rulmanın geometrik ve malzeme özellikleri kullanılarak MATLAB programı yardımı ile simülasyonlar yaptırılmıştır. Sonuç olarak sıcaklık artışının polimer rulmanın katılığının dolayısıyla sistemin doğal frekansının düşmesine neden olduğu belirlenmiştir. Aynı zamanda sıcaklık artışının polimer rulmanın yük taşıma kapasitesinde artışa neden olduğu belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Polimer hibrit rulman, Temas mekaniği, Titreşim, Sıcaklık, Doğal frekans.

Abstract

Polymer hybrid ball bearings' balls and rings consist of different materials. Rings have been manufactured viskoelastic material. The traditional ball bearings ball-ring contact analyse with Hertzian contact theory but polymer hybrid ball bearings has not been analyse with the Hertzian contact theory. Polymer ring-ball contact has been analysed with elasto-plastic contact model instead of Hertzian contact theory. Elasto-plastic contact model has two model which are indentation and flattening. These model have been evaluated contact area as elastic region, elasto-plastic region or plastic region. Elastic contact region evaluate the same as Hertzian contact theory. Ball bearings has long lifetime to run elastic region and away from resonance condition. Friction has been caused the systems temperature to rise while the shaft-bearing system run. This condition has been caused to drop elastic modulus and stiffness of polymer bearing. Elastic modulus has been affect the bearings force capacity and stiffness. Stiffness affect the natural frequency of systems. For researching temperature effect on elastic modulus and vibration characteristic of ball bearings mathematical model has been created. Radial deep groove ball bearings geometric and material properties have been used in mathematical model. Simulations have been done via MATLAB software program. As a result, elastic modulus and natural frequency of systems' decreases with temperature rise. Although force capacity related with elastic modulus, force capacity increase with temperature rise because of critic deformation.

Keywords: Polymer hybrid ball bearing, Contact mechanics, Vibration, Temperature, Natural frequency.

1 Giriş

Polimer hibrit rulmanlar iç ve dış bileziği polimer malzemeden bilyaları çelik, cam ya da farklı bir polimer malzemeden oluşan rulman çeşididir. Polimer rulmanların yağlama özelliğinin bulunmaması, korozyona karşı dirençli olmaları ve çalışma esnasında daha az gürültü çıkarmalarından dolayı son yıllarda özellikle hijyen gerektiren alanlarda kullanımında artış görülmektedir. Rulmanlar basit yapılarına rağmen karmaşık dinamik yapıya sahiptirler. Rulmanın dinamik karakteristiğinin belirlenmesi rulmanın kullanım ömrü, eksen kaçıklığı ya da bilya, bilezik üzerindeki hataların belirlenmesine yardımcı olmaktadır. Bu nedenle rulmanın dinamik karakteristiği incelenmelidir. Rulmanın dinamik karakteristiği incelenirken temas mekaniğinin de bilinmesi gerekmektedir. Polimer hibrit rulmanlarda temas mekaniği belirlenirken bilya ve bilezikler farklı malzemelerden üretildiklerinden farklı elastisite modülü ve akma noktası değerlerine sahiptirler. Bu nedenle temas mekaniği belirlenirken Hertz temas teorisi yerine elasto-plastik temas mekaniği kullanılmalıdır. Elasto-plastik temas mekaniği üzerine yapılan çalışmalardan öne çıkanlardan biri Kogut ve Etsion tarafından yapılan çalışmadır. Kogut ve Etsion deforme olabilen küre ile rijit yüzey arasındaki sürtünmesiz temas için yeni bir model geliştirmiştir. Bu modele göre elasto-plastik temasın $1 \le \delta/\delta_c \le 6$ olduğu durumda küre yüzeyinin altında plastik bölgenin başlamış olduğunu fakat temas alanın tümünün elastik olduğunu, $6 \le \delta/\delta_c \le 68$ olduğu durumda elasto-plastik temas olduğunu ve $\delta/\delta_c > 68$ olduğu durumlarda ise temas alanının tam plastik bölgede olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca $\delta/\delta_c \le 1$ olduğu durumda temasın Hertz temasta olduğu gibi elastik bölgede değerlendirildiğini vurgulamışlardır [1]. Daha sonra Jackson ve Green [2] kritik deformasyon için von Mises akma kriterini kullanarak yeni bir

*Yazışılan yazar/Corresponding author

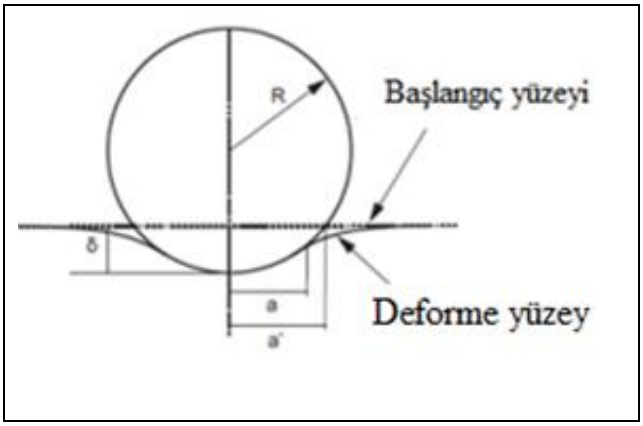
temas modeli üretmişlerdir. Kogut ve Etsion tarafından üretilen modelden farklı olarak malzeme ve geometri etkisini de modele dahil etmişler ve elastik bölge sınırını $\delta/\delta_c < 1.9$ olarak kabul etmişlerdir. Brake ise çalışmasında temas geometrisi ve malzeme özelliklerini dikkate alarak iki yuvarlak cismin elasto-plastik teması için yeni bir formülasyon geliştirmiş ve elastik bölgede kuvvet-deformasyon arasındaki ilişkiyi Hertz teorisine göre çözdürmüştür. Elasto-plastik deformasyonun başladığı noktayı von Mises akma kriterine göre değerlendirmiş olup elasto-plastik bölgeden plastik bölgeye geçişi değerlendirmek için malzemenin sertliğinden yararlanmıştır [3]. Jamari ve Schipper elipsoid cisimlerin elasto-plastik teması için teorik bir model oluşturmuşlardır. Temas fonksiyonu olarak ortalama temas basıncı, temas alanı ve temas yükü gibi parametreleri kullanarak temas alanını elastik, elasto-plastik ve tam plastik olarak üç farklı temas bölgesinde incelemiş ve elastik durumdan elasto-plastik duruma geçişin, önerilen tüm modeller için hemen hemen aynı olduğunu fakat elasto-plastik durumdan tamamen plastik duruma geçişin malzemenin özelliklerine bağlı olduğunu açıklamışlardır [4]. Green ve Yang ise kritik deformasyonu, kritik temas yarıçapını, kritik elastik gerilme (strain) enerjisini maksimum von Mises akma gerilmesini kullanarak aynı malzemeden üretilmiş biri düz biri yarım küre geometrisine sahip iki malzeme için hesaplamış daha sonra bu iki yüzeyin elasto-plastik temasında aşınmasını incelemişlerdir [5]. Elasto-plastik temas iz (indentation) ve düzleşme (flattening) iki ana model olarak incelenmektedir. Elasto-plastik temas modellerinden iz (indentation) ile düzleşme (flattening) temas modelini Jackson ve Kogut sonlu elemanlar yöntemi ile incelemişlerdir [6]. Ghaednia ve diğ. de düzleşme (flattening) modeli ile iz (indentation) model arasında köprü oluşturan bir model oluşturmuş, elasto-plastik küre ile elasto-plastik yüzeyin akma noktalarının oranı olarak gösterilen $S_y* = S_{ys}/S_{yf}$ parametresini eklemişlerdir. $S_y* = 0$ olduğunda teması düzleşme (flattening) modeli, $S_y* = \infty$ olduğunda ise teması iz (indentation) model olarak incelemişlerdir [7]. Geleneksel rulmanların temas mekaniği incelenirken elasto-plastik temas dışında temas mekaniği kullanılmaktadır. Zhaoping ve diğ. sabit bilyalı rulmanın ANSYS programı ile temasını incelemişlerdir. İç bilezik ve bilya arasındaki temasın Hertz temasta olduğu gibi elips şeklinde ve temas stresinin değişken olduğunu belirlemişlerdir. Elde edilen ANSYS sonuçlarının Hertz temas ile uyumlu olduğunu kaydetmişlerdir [8]. Babu ve diğ. çalışmalarında tek sıralı sabit bilyalı rulmanın iç bilezik ve bilya arasında oluşan eliptik temasın basıncını MESYS aracı kullanarak ve Hertz temas ile analitik olarak hesaplamışlardır [9]. Rulmanların temas mekaniği çözümlendikten sonra titreşim karakteristikleri incelenerek rulmanın ömür takibi, rulman üzerinde oluşan deformasyon ve eksen kaçıklığı gibi rulmanın çalışma performansını etkileyen faktörler belirlenebilir. Xiao ve diğ. titreşimsel rezonans (VR) yöntemi ile döner elemanlı rulman üzerindeki zayıf hataları incelemişlerdir [10]. Liu ve diğ. rulman üzerinde zamanla oluşan oyukların ve oyukların büyüklüklerinin titreşime etkisini yeni bir dinamik model oluşturarak göstermişlerdir [11]. Manjunath ve diğ. polimer rulmanların titreşim karakteristiğini analiz etmiş ve rulman üzerindeki hataları titreşim karakteristiğini inceleyerek belirlemişlerdir [12],[13]. Kumar ve diğ., rulman üzerindeki farklı hataları istatiksel ve akustik sinyallerin frekans analizi yöntemini kullanarak analiz etmişlerdir [14]. Shah ve diğ. sağlıklı ve hatalı rulmanların ürettikleri titreşimleri analiz etmek için şaft, bilya, yuvarlanma yolu ve yuva kütlelerini de dahil ettikleri dinamik bir model oluşturmuşlardır [15]. Bu çalışmada elasto-plastik temas modellerden iz (indentation) modelin daha önce kullanılan temas yüzeyinden farklı olarak rulmanın iç bilezik-bilya-dış bilezik temasının benzetildiği konkav ve konveks yüzeylerde kullanılarak temas mekaniği belirlenmiştir. Belirlenen temas mekaniği ile bileziklerin polimer, bilyaların çelik olduğu polimer hibrit rulmanların geometrik ve malzeme özelliklerinin kullanıldığı matematiksel model oluşturulmuştur. Matematiksel model kullanılarak rulmanların sıcaklıkla değişen elastisite modülü değerlerinin rulmanın yük taşıma kapasitesine ve rulmanın dinamik karakteristiğine etkisi incelenmiştir.

2 Polimer rulmanın temas mekaniğinin incelenmesi

Elasto-plastik temas modeli elastik bölge geçildikten sonra plastik bölgede ve elastik bölge ile plastik bölge arasındaki elasto-plastik bölgede oluşan deformasyonları incelemek için kullanılan temas modelidir. Elasto-plastik temas modeli iz (indentation) model ve düzleşme (flattening) model olarak iki ana model ve tam elastik bölge, elasto-plastik faz bölgesi ve tam plastik bölge olmak üzere üç kısımda incelenmektedir. Tam elastik kısım, temas sonucu oluşan deformasyonların elastik olduğu ve kalıcı olmadığı, Hertz temas teorisi ile aynı şekilde değerlendirilen elasto-plastik temas bölgesidir. Elasto-plastik faz bölgesi ile tam plastik bölge, temas sonucu oluşan deformasyon (δ) ile malzemelerin elastisite modül değerleri kullanılarak hesaplanan eşdeğer elastisite modülü ve malzemelerin akma noktaları kullanılarak hesaplanan kritik deformasyonun (δ_c) oranı ($\delta/\delta_c \leq 1$) göz önünde bulundurularak sınıflandırma yapılmakta ve bu duruma göre değerlendirilmektedir.

2.1 Elasto-Plastik temas modelleri:

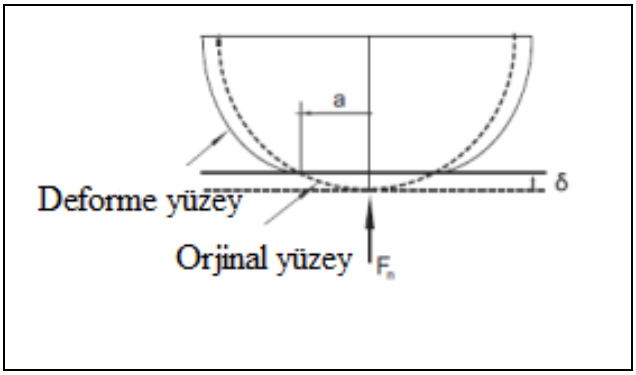
a) İz (Indentation) Model: Elasto-plastik temas modellerinden iz (indentation) model küre ile düz yüzeyin teması kullanılarak modellenmiştir. Modelde kullanılan kürenin daha rijit, temas yüzeyinin ise daha yumuşak malzemeden olduğu ve deformasyonun temas yüzeyinde oluştuğu kabul edilen temas modelidir [7]. Şekil 1'de iz modelin şematik görünümü bulunmaktadır,



Şekil 1. İz (indentation) model [7].

Figure 1. Indentation model [7].

b) Düzleşme (Flattening) Model: Elasto-plastik modelde belirtilen diğer bir model olan düzleşme (flattening) modelide yine iz (indentation) modelde olduğu gibi küre ile düz yüzeyin teması kullanılarak modellenmiştir. Modelde belirlenen temas yüzeyinin daha rijit, kürenin daha yumuşak malzemeden olduğu ve deformasyonun küre üzerinde oluştuğu belirtilen temas modelidir [7]. Şekil 2'de düzleşme modelin şematik görünümü bulunmaktadır.



Şekil 2. Düzleşme (flattening) model [7].

Figure 2. Flattening model [7].

2.2 Kritik deformasyon

Kritik deformasyon, elasto-plastik temasta oluşan temas bölgesini belirlemek için kullanılan önemli bir kriterdir. δ/δ_c oranı ile temasın değerlendirilmesi ve sınıflandırılması yapılmaktadır. Kogut ve Etsion çalışmalarında deforme olabilen küre ile rijit yüzey arasındaki sürtünmesiz temas için yeni bir model geliştirmiştir. Bu modele göre elasto-plastik temasın $1 \le \delta/\delta_c \le 6$ olduğu durumda küre yüzeyinin altında plastik bölgenin başlamış olduğunu fakat temas alanın tümünün elastik olduğunu, $6 \le \delta/\delta_c \le 68$ olduğu durumda elastik-plastik temas olduğunu ve $\delta/\delta_c > 68$ olduğu durumlarda ise temas alanının tam plastik bölgede olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca $\delta/\delta_c \le 1$ olduğu durumda temasın Hertz temasta olduğu gibi elastik bölgede değerlendirildiğini belirtmişlerdir [1]. Jackson ve Green tarafından geliştirilen modelde kullanılan kritik deformasyon miktarının matematiksel olarak gösterimi Eşitlik 1'de verilmektedir [2].

$$\delta_c = \left(\frac{\pi . C . S_y}{2E'} \right)^2 R \tag{1}$$

Eşitlik 1'deki formülasyonda kullanılan E' temas eden cisimlerin imal edildiği malzemelerin elastisite modül değerleri kullanılarak hesaplanan eşdeğer elastisite modülünü belirtmektedir. S_y ise ilk deforme olan malzemenin akma gerilme değeridir. Eşdeğer elastisite modülünün hesaplandığı matematiksel formül Eşitlik 2'de verilmektedir.

$$\frac{1}{E'} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \tag{2}$$

Eşitlik 1'de gösterilen matematiksel formülasyonda kullanılan C bir sabittir ve Eşitlik 3'te gösterilen matematiksel formül ile belirtilmektedir.

$$C = 1.295 e^{0.736 \nu_s} \tag{3}$$

Eşitlik 3'te verilen ν_s katsayısı ilk deforme olan malzemenin poisson oranını temsil etmektedir. Eşitlik 1'de verilen R ise kürenin yarıçapını temsil etmektedir. Bu çalışmada ise R bilya yarıçapı ile iç bilezik ve dış bilezik eğrilik yarıçapları arasındaki mesafelerin bileşkesi alınarak hesaplanmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken önemli husus rulmanların eğrilik yarıçapı her zaman pozitif olmasına karşın eğrilik konveks yüzeyler için pozitif, konkav yüzeyler için negatif alınmaktadır [16]. Bu çalışmada kullanılan polimer hibrid rulman iç dış bilezik polimer, bilyalar çelik olduğundan iz (indentation) model kullanılarak temas mekaniği modellemesi yapılmıştır. Elastik bölge, , $\delta/\delta c \le 1$ durumu ve Hertz temas teorisi ile aynı olarak değerlendirildiğinden elde edilen veriler sadece elastik bölge sınırlarında kalınarak Hertz temasa uygun bulunmuştur.

3 Temas mekaniği

Rulmanların kullanım ömürlerinin uzunluğu açısından elastik bölgede yükleme yapılması önemlidir. Yüklenen kuvvetin elastik bölgede olup olmadığının belirlenmesi için temas mekaniği incelenmelidir. Rulmanın iç bilezik-bilya ve dış bilezik-bilya temasında, bilya ve bileziklerin geometrik yapılarından dolayı yükleme yapıldığı anda bilyanın deforme olmasıyla birlikte bilya-bilezik arasında bir temas alanı oluşmakta ve oluşan bu temas alanı geometrik olarak eliptik yapıda olmaktadır. Temas alanının hesaplanabilmesi için eliptik eksantrik olarak bilinen κ hesaplanmalıdır. Eliptik eksantrik κ ile rulmanın toplam eğrilik farkı F_ρ arasındaki ilişki çözümlendikten sonra temas alanının ölçüleri, ezilme ve maksimum gerilme miktarı hesaplanabilmektedir. Antonie ve diğ. [17] tarafından verilen matematiksel formülasyonlar ile eliptik ekzantrik parametresi tanımlanmıştır. Eliptik ekzantrik parametresi hesaplandıktan sonra temas alanının ve ezilme miktarının hesaplanabilmesi için gerekli olan a*, b* ve δ^* parametreleri birincil ve ikincil eliptik integraller ile hesaplanmaktadır. a*, b* ve δ^* boyutsuz parametreleri hesaplandıktan sonra Hertz elastik temasta meydana gelen eliptik alanın boyutları ve ezilme miktarı yaklaşık olarak hesaplanabilmektedir.

3.1 Bilya ezilme miktarı

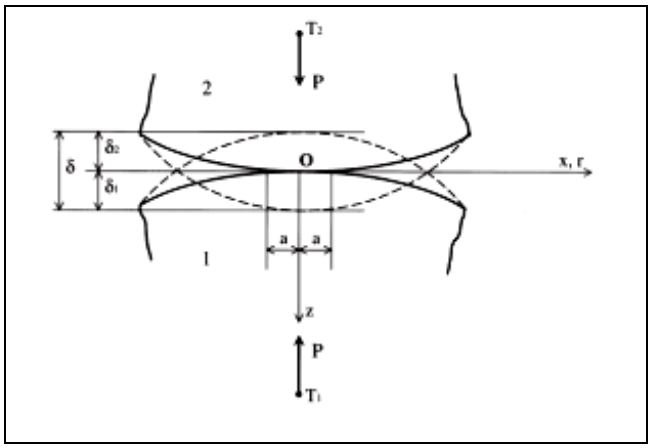
Rulmanlarda kuvvet bilyaların ezilmesiyle iletilmektedir. Şaft dönerken belirli sayıdaki ve konumdaki bilya ile desteklenen kuvvet, bilyaların dar bir alana sıkışmasına ve deforme olmasına neden olur. Deforme olan bilyalar rulmanın iç ve dış bileziklerinin yuvarlanma yolu ile temasına neden olur ve yüklenir. Rulmanların taşıyabileceği maksimum yükün belirlenebilmesi için her bir bilyada meydana gelen deformasyonun yani ezilmenin bilinmesi gerekmektedir. Her bir bilya üzerindeki ezilme miktarı bilyaların iç bilezik ile teması sonucu oluşan ezilme (δ_i) ile dış bilezik teması sonucu oluşan ezilme (δ_o) miktarının toplamı olarak belirtilmektedir. Eşitlik 4 rulman üzerindeki toplam ezilmenin matematiksel formülünü göstermektedir.

$$\delta = \delta_i + \delta_o \tag{4}$$

Şekil 3, iç bilezik-bilya teması sonucu ile dış bilezik-bilya teması sonucu bilya üzerinde oluşan deformasyonların nasıl oluştuğunu ve deformasyonların toplamını göstermektedir.

Eşitlik 4'te matematiksel formül ile belirtilen toplam ezilme aynı zamanda rulmanın bilezikleri ile bilyalarının üretildiği malzemelerin özelliklerine ve toplam eğriliğine bağlı olarak değişmektedir. Eşitlik 5 toplam ezilme miktarının malzeme özelliklerine ve rulmanın toplam eğriliğine göre hesaplanabilmesi için belirlenmiş matematiksel formülü göstermektedir.

$$\delta = \delta^* \left(\frac{3}{2} \frac{F}{\Sigma\rho} \left[\frac{1-\upsilon_1^2}{E_1} + \frac{1-\upsilon_2^2}{E_2} \right] \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\Sigma\rho}{2} \tag{5}$$



Şekil 3. Toplam ezilme [18].

Figure 3. Total deflection [18].

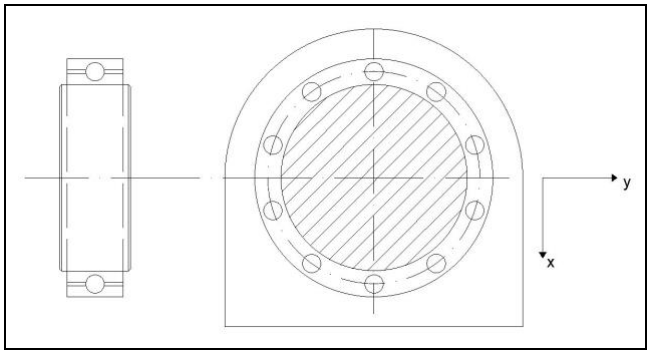
3.2 Temas kuvvetleri ve hareket denklemleri

Rulmanlar üzerine gelen kuvvetler bilyalar üzerinde oluşan toplam ezilme miktarı ve rulmanın katılığına bağlı olarak belirlenmektedir. Toplam kuvvet bilyaların taşıdığı yükün toplamı olarak belirlenmektedir. Rulman üzerindeki kuvvetler ise bilyanın ezilmesiyle doğru orantılı olarak artmaktadır. Eşitlik 6'da rulman üzerindeki toplam kuvveti belirlemek için kullanılan formülün matematiksel gösterimi bulunmaktadır.

$$F = K\delta^{3/2} \tag{6}$$

Burada, F rulman üzerindeki toplam kuvveti, K rulman katılığını, δ ise bilyalar üzerindeki toplam ezilme miktarını belirtmektedir. Polimer hibrit rulmanların üzerine gelen yük miktarı elastik bölgede değerlendirilirken $\delta/\delta c \leq 1$ olma durumu göz önünde bulundurulmaktadır. Rulmanların kusursuz olmaları halinde bile bilya-bilezik arasındaki doğrusal olmayan temastan dolayı titreşime neden olduğu bilinmektedir. Polimer hibrit rulmanların kullanım ömrünün belirlenebilmesi ve rulmanda zamanla oluşan hataların makinaların çalışmasını engellemeden önce belirlenip değerlendirilebilmesi için titreşim karakteristiğinin belirlenmesi gerekmektedir. Rulmanların titreşim karakteristiğini belirlemek amacıyla doğrusal olmayan denklemlerden oluşan iteratif yöntemler ile simültane bir şekilde sayısal olarak çözümleme yapan, rulmanların geometrik ve malzeme özelliklerinin dahil edildiği matematiksel bir model oluşturulmuştur. Matematiksel modeli simultane bir çözüm yapan algoritma, MATLAB programı kullanılarak geliştirilmiştir. Çözümlemeler sadece x ekseni yönünde başlangıç koşulları verilerek ve $\delta/\delta c \leq 1$ durumu göz önünde bulundurularak değişik şaft hızlarında yapılmıştır. Çözüm için kullanılan modelin şematik görünümü Şekil 4'te gösterilmektedir. Modele göre bazı kabuller yapılarak hareket denklemleri elde edilmiştir. Yapılan kabuller maddeler halinde aşağıda belirtilmektedir.

1. Şaftın radyal yönde x ve y olmak üzere 2 serbestlik derecesine sahip olduğu kabul edilmiştir,
2. Bilyaların iç bileziğin etrafında eşit aralıklarla yerleştirilmiş olduğu ve dış bileziğin dönmediği kabul edilmiştir,
3. Bilyalar kütlesiz kabul edilmiştir,
4. Bilezikler rijit olup sadece yerel deformasyonlar oluşmaktadır,
5. Şaft rijit kabul edilmiştir.



Şekil 4. Şaft-rulman sisteminin şematik görünümü.

Figure 4. Schematic view of the shaft-bearing system.

Bu kabullere göre iki serbestlik dereceli olarak modellenen sistemin hareket denklemleri Eşitlik 7 ve Eşitlik 8'de belirtilmektedir.

$$M\ddot{x} + \sum_{i=1}^{n} K_i \delta_i^{3/2} \cos(\theta_i) + P_x - Mg = 0 \tag{7}$$

$$M\ddot{y} + \sum_{i=1}^{n} K_i \delta_i^{3/2} \sin(\theta_i) + P_y = 0 \tag{8}$$

Hareket denklemleri dördüncü mertebeden Runge-Kutta metodu ile iteratif yöntemler kullanılarak çözümlenmiştir. Kullanılan rulmanlardan radyal sabit bilyalı 6804 rulmanının geometrik özellikleri Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1. 6804 rulmanının özellikleri.

Table 1. Bearing properties of 6804.

İç bilezik yuvarlanma çapı	0.02379 m
Dış bilezik yuvarlanma çapı	0.02802 m
Bilya Çapı	0.003465 m
İç bilezik eğrilik yarıçapı	0.002138 m
Dış bilezik eğrilik yarıçapı	0.002183 m
Bilya Sayısı	11
Şaft Ağırlığı	0.1 kg

3 farklı rulman kullanılarak hareket denklemleri çözümlenmiştir. Kullanılan rulmanlardan radyal sabit bilyalı 6205-Tip 1 rulmanına ait geometrik özellikler Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2. 6205-Tip 1 rulmanının özellikleri.

Table 2. Bearing properties of 6205-Type 1.

İç bilezik yuvarlanma çapı	0.03275 m
Dış bilezik yuvarlanma çapı	0.03922 m
Bilya Çapı	0.00585 m
İç bilezik eğrilik yarıçapı	0.003543 m
Dış bilezik eğrilik yarıçapı	0.003271 m
Bilya Sayısı	11
Şaft Ağırlığı	0.1 kg

Kullanılan rulmanlardan radyal sabit bilyalı 6205-Tip 1 ve radyal sabit bilyalı 6205-Tip 2 rulmanları aynı seriye ait rulmanlar olmasına rağmen geometrik özellikleri farklılık göstermektedir. Radyal sabit bilyalı 6205-Tip 2 rulmanına ait geometrik özellikler Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 3. 6205-Tip 2 rulmanının özellikleri.

Table 3. Bearing properties of 6205-Type 2.

İç bilezik yuvarlanma çapı	0.03276 m
Dış bilezik yuvarlanma çapı	0.03919 m
Bilya Çapı	0.005845 m
İç bilezik eğrilik yarıçapı	0.003592 m
Dış bilezik eğrilik yarıçapı	0.003340 m
Bilya Sayısı	10
Şaft Ağırlığı	0.1 kg

Rulmanlar kusursuz olmaları halinde bile titreşim üretmektedirler. Bu durum bilya geçiş frekansı olarak ifade edilmektedir. Bilya geçiş frekansı bilya sayısı ile kafesin açısal hızının çarpımı şeklinde tanımlanmaktadır. Bilya geçiş frekansının matematiksel gösterimi Eşitlik 9'da verilmektedir. Burada m rulmanın bilya sayısını, ω_c ise kafesin açısal hızını belirtmektedir.

$$\omega_{bg} = m \times \omega_c \tag{9}$$

Kafesin açısal hızının matematiksel gösterimi ise Eşitlik 10'da görülmektedir. Bu çalışmada kafes hızı hesaplanırken dış bileziğin sabit iç bileziğin hareketli olduğu kabul edildiğinden hesaplamalarda sadece iç bilezik açısal hızı formülasyona dahil edilmiştir.

$$\omega_c = \frac{1}{2}\left(\omega_i(1-\gamma) + \omega_o(1+\gamma)\right) \tag{10}$$

Eşitlik 10'da görülen γ sembolü komşu iki bilya arasındaki açıyı temsil etmekte olup Eşitlik 11'de gösterilen formülle belirlenebilmektedir.

$$\gamma = \frac{d_b}{d_m}\cos\alpha \tag{11}$$

Eşitlik 11'de görülen α bilyaların temas açısını belirtmektedir. Bu çalışma için kullanılan rulman sabit bilyalı rulman olduğundan α sıfır olarak alınmıştır.

4 Sıcaklığın polimer rulman üzerine etkisi

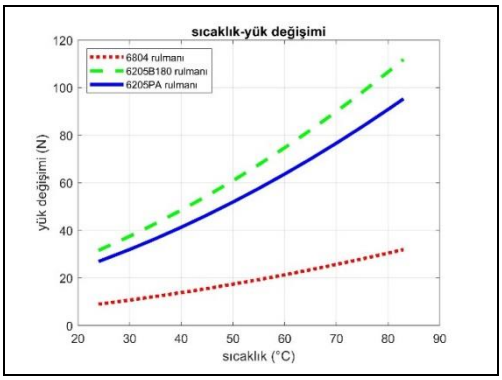
Polimer malzemeler içerdiği kimyasal ve bağ yapılarına göre kendilerine has camlaşma noktalarına sahiptirler. Polimer malzemelerde camlaşma sıcaklığı geçildikten sonra malzeme faz değiştirir. Bu nedenle malzemelerin camlaşma nokta sıcaklığı çalışma ortam sıcaklığı için oldukça önem taşımaktadır. Şaft-rulman sistemi çalışırken oluşan sürtünmelerden dolayı sistem üzerinde sıcaklık artışı olmaktadır. Sıcaklık artışı ile birlikte polimer malzemelerin fiziksel özelliklerinde farklılaşmalar olmaktadır. Bu durumun değerlendirilebilmesi için Van Krevelen DW [19] tarafından geliştirilen model ortam sıcaklığının camlaşma noktasından daha düşük sıcaklıkların olduğu durumlar için kullanılabilmektedir. Bu modelde malzemenin camlaşma nokta sıcaklığı, referans alınan sıcaklık (örn. oda sıcaklığı, mutlak sıcaklık değeri), son ortam sıcaklığı ve son ortam sıcaklığındaki kayma modülü arasındaki ilişki gösterilmektedir. Eşitlik 12 Van Krevelen tarafından geliştirilen modelin matematiksel formülasyonunu belirtmektedir.

$$\frac{G(T)}{G(T_r)} = \frac{T_g/T_r + 2}{T_g/T_r + 2T/T_r} \quad T < T_g \tag{12}$$

Burada, T_g polimer malzemenin camlaşma noktasını, T_r referans alınan noktadaki sıcaklık değerini, T ise son sıcaklık değerini temsil etmektedir. Eşitlik 12'de verilen kayma modülü ile sıcaklık arasındaki ilişkiden yararlanılarak, Eşitlik 13'te verilen kayma modülü, elastisite modülü ve poisson oranı arasında yapılabilen geçiş göz önünde bulundurulduğunda sıcaklık artışı ile birlikte değişen elastisite modülü değerleri bulunabilmektedir. Eşitlik 13'te verilen formülasyonda G kayma modülünü, E elastisite modülünü, ν ise poisson oranını belirtmektedir.

$$E = 2G(1+\nu) \tag{13}$$

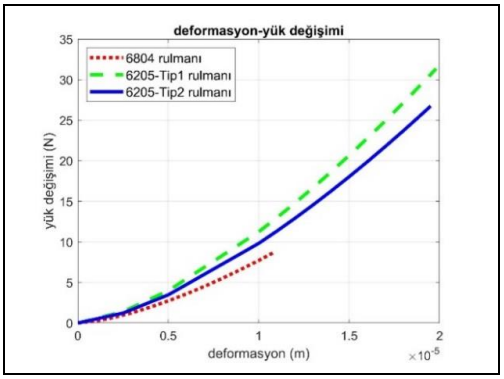
Eşitlik 12 ve Eşitlik 13 kullanılarak hesaplanan elastisite modülü incelendiğinde artan sıcaklık değerleriyle birlikte polimer malzemelerin elastisite modüllerinde düşüş meydana gelmektedir. Bu durum polimer hibrit rulmanların iç ve dış bileziği polimer malzeme olduğundan dolayı polimer rulmanlar içinde geçerli olmakta ve artan sıcaklık rulmanın katılığını düşürmektedir. Rulmanın katılığının düşmesi iç ve dış bileziğinin elastikiyet durumunun artmasına, dolayısıyla bilyaların bileziklere daha çok temas etmesine ve bilezikler üzerindeki ezilmelerin daha çok olmasına neden olmaktadır. Elastisite modülü hem bilya üzerindeki ezilme miktarı için hem de kritik deformasyon miktarı için önemli olduğundan bu durumun incelenmesi gerekmektedir. Polimer hibrit rulmanlarda elastik bölgede Hertz temasa uygun olarak yükleme yapabilmek için δ/δ_c oranı değerlendirilmektedir. δ_c parametresi hesaplanırken iki farklı malzeme kullanıldığında bunların bileşkesi alınarak bulunan eşdeğer elastisite modülü kritik deformasyon ile ters orantılı olarak değiştiğinden, eşdeğer elastisite modülü değerinin düşmesi kritik deformasyon miktarının artmasına neden olmaktadır. Sıcaklığın etkisiyle artan kritik deformasyon oranı $\delta/\delta_c \leq 1$ durumunun sürekli 1'den küçük olmasına neden olmaktadır. $\delta/\delta_c \leq 1$ durumunda kritik deformasyonun azalması yük taşıma kapasitesini hesaplamak için kullanılan δ'nın elastik bölge sınırlarında artışına izin vermektedir. δ arttığı sürece rulmanların yük taşıma kapasitelerinde artış görülmektedir (Bk. Eşitlik 6). Sıcaklık ile birlikte polimer rulmanın yük taşıma kapasitesinin artışını incelemek için radyal sabit bilyalı 6205-Tip 1, 6205-Tip 2 ve 6804 olmak üzere 3 farklı rulman için kritik deformasyon göz önünde bulundurularak hesaplama yapılmış ve grafik halinde sunulmuştur. Şekil 5 6205-Tip 1, 6205-Tip 2, 6804 rulmanlarının artan sıcaklıkla birlikte değişen yük taşıma kapasitelerinin grafiğini, Şekil 6 ise deformasyonla değişen yük taşıma kapasitelerindeki değişimi göstermektedir.



Şekil 5. 6804, 6205-Tip 1, 6205-Tip 2 rulmanlarının artan sıcaklıkla değişen yük taşıma kapasitesi grafiği.

Figure 5. Changing load carrying capacity graph with increasing temperature of 6804,6205-Type 1, 6205-Type-2 bearings.

Burada verilen 6205-Tip 1, 6205-Tip 2 ve 6804 rulmanlarının deformasyonla değişen yük taşıma kapasitelerindeki değişim grafiği $\delta/\delta_c \leq 1$ oranı baz alınarak hesaplanmış olup deformasyon oranı 1'den büyük olan elastik olmayan bölge için hesaplama yapılmamıştır.

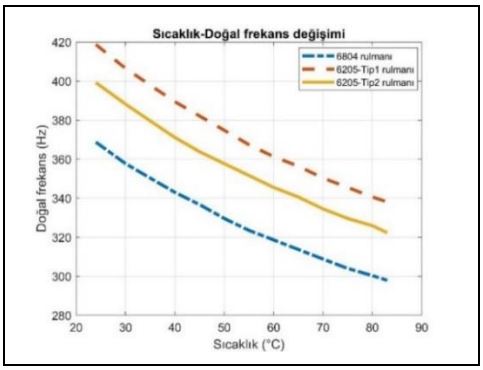


Şekil 6. 6804, 6205-Tip 1, 6205-Tip 2 rulmanlarının artan deformasyonla değişen maksimum yük taşıma kapasitesi grafiği.

Figure 6. Maximum load carrying capacity changing with increasing deformation graph, of 6804,6205-Type 1, 6205-Type-2 bearings.

5 Sıcaklık artışı altındaki rulmanın dinamik cevabı

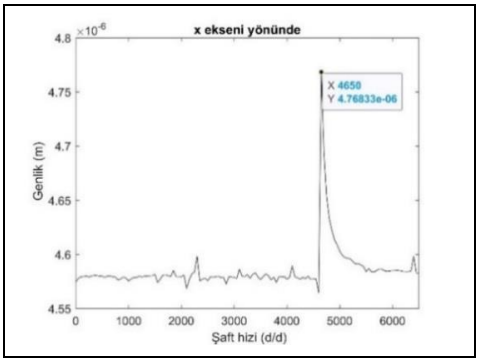
Polimer malzemeler sıcaklıktan etkilenmektedir. Sıcaklık arttıkça polimer malzeme yumuşamakta ve sıcaklık artışı devam ettiğinde faz değiştirmektedir. Polimer hibrit rulmanlar da sıcaklıktan etkilenmekte ve rulmanın dinamik karakteristiği değişmektedir. Sıcaklık artışı ile polimer malzemelerin elastisite modüllerinin düştüğü Bölüm 4'te ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Sıcaklık artışı elastisite modülünün düşmesine neden olmakla beraber sistemin katılığının azalmasına neden olmakta, dolayısı ile doğal frekansın düşmesine neden olmaktadır. Şekil 7'de verilen grafikte 6804, 6205-Tip 1, 6205-Tip 2 olarak 3 farklı rulman tipi kullanılarak 3. bölümde verilen hareket denklemleri ile çözümlenen şaft-rulman sisteminin sıcaklıkla değişen doğal frekans sonuçları verilmektedir. Şekil 7'de verilen grafikte de açıkça görüldüğü gibi sıcaklık polimer hibrit rulmanların dinamik karakteristiğini etkilemektedir. Sıcaklık artışı ile rulmanın katılığı azalmakta ve dolayısıyla sistemin doğal frekansında azalma olmaktadır. Sistemin doğal frekansını belirlemek için sistem sadece başlangıç koşulları verilerek şaftın dönmediği durumda (şaft hızı sıfır alınarak) çözdürülmüştür.



Şekil 7. 6804, 6205-Tip 1, 6205-Tip 2 rulmanlarının sıcaklıkla değişen doğal frekans grafiği.

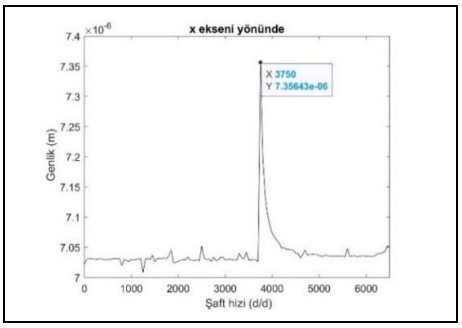
Figure 7. Changing natural frequency with temperature graph of 6804, 6205-Type 1, 6205-Type 2 bearings.

Sıcaklık artışı yatak katılığının düşmesine, dolayısıyla sistemin doğal frekansının düşmesine neden olduğundan rezonansın düşük devirlerde ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Şekil 8 ve şekil 9'da sırasıyla 6804 rulmanına ait 24 °C ve 83 °C'de görülen doğal frekanslar ve bunlara karşılık gelen şaft hızları görülmektedir. Şekil 8 ve şekil 9 incelendiğinde rezonans bölgesinin sıcaklık artışı ile daha düşük devirlerde meydana geldiği gözlemlenmektedir.



Şekil 8. 6804 rulmanı 24 °C de x ekseni yönündeki titreşim spektrumu.

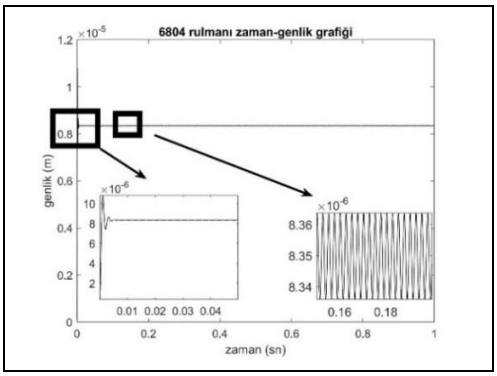
Figure 8. Vibration spectrum of 6804 bearing in the x-axis direction at 24 °C.



Şekil 9. 6804 rulmanı 83 °C de x ekseni yönündeki titreşim spektrumu.

Figure 9. Vibration spectrum of 6804 bearing in the x-axis direction at 83 °C.

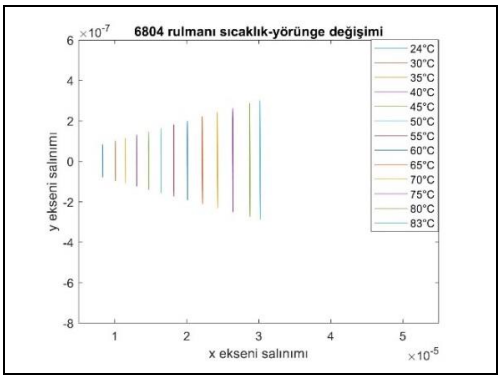
Sıcaklık artışı polimer malzemenin yumuşamasına neden olduğundan şaft-rulman sisteminin salınım hareketini de etkilemektedir. Şekil 10'da 6804 rulmanına ait 24 °C'de zaman-genlik grafiği görülmektedir.



Şekil 10. 6804 rulmanına ait 24 °C de zaman-genlik grafiği.

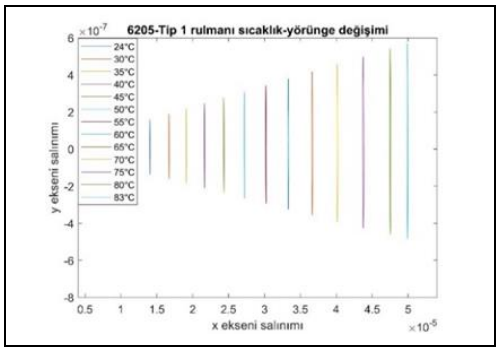
Figure 10. Time-amplitude graph of 6804 bearing at 24 °C.

Şekil 10'da verilen grafik incelendiğinde sistem belirli bir zaman sonra dengeye gelmektedir. x ekseni yönündeki salınım hareketinin genlik değeri yaklaşık 0.85*10^-5 m olarak görülmektedir. Sıcaklık artışı polimer malzemenin elastisite modülünün düşmesine yani malzemenin yumuşamasına neden olduğundan salınım genlik değerleri artış göstermektedir. Şekil 11, Şekil 12, Şekil 13 sırasıyla 6804, 6205-Tip 1, 6205-Tip 2 rulmanlarının sıcaklıkla değişen yörünge hareketlerini göstermektedir.



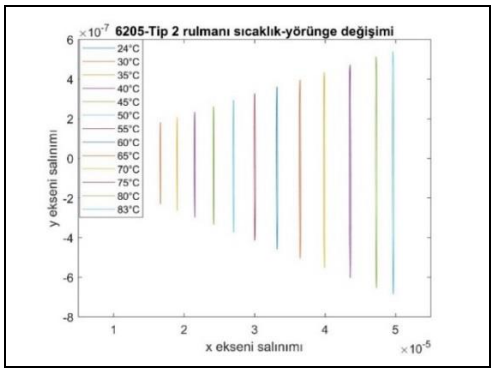
Şekil 11. 6804 rulmanına ait sıcaklık-yörünge değişim grafiği.

Figure 11. Temperature-orbit change graph of the 6804 bearing.



Şekil 12. 6205-Tip 1 rulmanına ait sıcaklık-yörünge değişim grafiği.

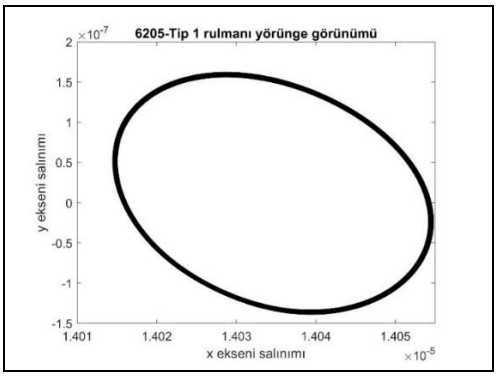
Figure 12. Temperature-orbit change graph of 6205-Type 1 bearing.



Şekil 13. 6205-Tip 2 rulmanına ait sıcaklık-yörünge değişim grafiği.

Figure 13. Temperature-orbit change graph of the 6205-Type 2 bearing.

Grafiklerden de görüldüğü üzere sıcaklık artışı ile birlikte yumuşayan polimer iç ve dış bilezik nedeniyle sistemin x ve y yönündeki salınımları artış göstermektedir. Şekil 11-13'te şaftın x ve y ekseninde yaptığı yörünge (orbit) grafiği verilmiş olmasına karşın x ekseni yönündeki salınım genlikleri daha büyük olduğu için grafiklerdeki yörüngeler çizgi gibi görünmektedir. Şekil 14'te örnek bir yörünge grafiği daha farklı bir eksen takımında verilmiştir.



Şekil 14. 24 °C de 6205-Tip 1 rulmanına ait yörünge grafiği.

Figure 14. Orbit change graph of 6205-Type 1 bearing at 24 °C.

Görüldüğü gibi x ekseni yönünde salınımların hem genliği hem de genliklerin sıcaklıkla artışı daha fazladır. Bunun sebebi modellenen sistemde ağırlığın pozitif x ekseni yönünde etki ediyor olmasındandır. Y ekseni yönünde ağırlığın bir etkisi olmadığı için pozitif ve negatif yöndeki kuvvetler neredeyse denge halindedir ve genlikler düşük oluşmaktadır.

6 Sonuçlar

Polimer hibrit rulmanla yataklanmış şaft-rulman sisteminin sıcaklıkla dinamik karakteristiğinin değişimini incelemek amacıyla elasto-plastik temas modellerinden olan iz model kullanılarak temas mekaniğinin, rulmanların geometrik ve malzeme özelliklerinin kullanıldığı matematiksel bir model oluşturulmuştur. Sıcaklık değişim etkisinin araştırılması amacıyla oluşturulan matematiksel model ile temasın sadece tam elastik bölge kısmı incelenmiştir. Yapılan çözümlemeler sonucunda polimer rulmanın sıcaklığın artmasına bağlı olarak elastisite modülünün azaldığı belirlenmiştir. Elastisite modülünün azalması, rulmanın katılığının azalmasına neden olduğundan rulmanın dinamik karakteristiğinin değiştiği ve sistemin doğal frekansında azalma olduğu belirlenmiştir.

Sıcaklık artışı rulmanın katılığının düşmesine neden olmasına rağmen, bilya ile bilezikler arasında oluşan temas alanında artışa neden olduğu için polimer rulmanların maksimum yük taşıma kapasitelerinde artış gözlemlenmiştir. Yine sıcaklık artışı ile polimer malzemede yumuşama meydana geldiğinden sistemin x ve y yönlerindeki salınım genliklerinde de değişim gözlemlenmiş kullanılan modelde ağırlık yönünün pozitif x ekseni yönünde olmasından dolayı bu yöndeki titreşim genlikleri daha çok etkilenmiştir. Daha çok gıda ve tıbbi malzemeler gibi hijyen gerektiren çalışma ortamlarında kullanılan polimer hibrit rulmanların dinamik karakteristiği sıcaklık ile değiştiğinden bu elemanların kullanıldığı sistemlerde çalışma şartları belirlenirken bu durumun göz ardı edilmemesi gerektiği anlaşılmaktadır.

7 Conclusions

In order to investigate the change of the dynamic characteristics of the shaft-polymer hybrid bearing system with temperature, a mathematical model was created. For this aim the indentation model, which is one of the elasto-plastic models in contact mechanics, was used. The model also includes geometric and material properties of the bearings. Only the fully elastic part of the contact model was used to analyze the effect of temperature change. The elastic modulus of the polymer bearing decreases with the increasing temperature. And, this decrease in the elastic modulus causes a decrease in the bearing stiffness, which leads to decrease in the natural frequency of the system. Although the temperature increase causes the stiffness of the bearing to decrease, it also causes an increase in the contact area between the ball and the races. Thus, an increase in the maximum load carrying capacity of the polymer bearings was observed. In the results, vibration amplitudes of the system along x and y directions were changed with the increase temperature. Vibration amplitudes along x direction was more affected because the weight of the shaft is along this direction. Analysis suggest that, the working conditions of polymer hybrid bearings, especially temperature, of the systems should not be ignored to determine its dynamic properties.

8 Yazar katkı beyanı

Gerçekleştirilen çalışmada, Burcu KÜÇÜKOĞLU DOĞAN literatür taraması, modelleme, analiz çalışmaları ve elde edilen sonuçların incelenmesi başlıklarında; Tuncay KARAÇAY fikrin oluşması, sonuçların değerlendirilmesi ve makalenin kontrol edilmesi başlıklarında katkı sunmuşlardır. Gerçekleştirilen çalışma, Gazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) kapsamında 06/2018-08 No.lu proje ile desteklenmiştir.

9 Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

'' Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur''.

''Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır''.

10 Kaynaklar

[1] Kogut L, Izhak E. "Elastic-Plastic contact analys is of a sphere and a rigid flat". *Journal of applied Mechanics*, 69(5), 657-662, 2002.

[2] Jackson RL, Green I. "A finite element study of elasto-plastic hemispherical contact against a rigid flat". *Transactions of the ASME-F-Journal of Tribology*, 127(2) 343-354, 2005.

[3] Brake MR. "An analytical elastic-perfectly plastic contact model". *International Journal of Solids and Structures*, 49(22), 3129-3141, 2012.

[4] Jamari J, Schipper DJ. "An elastic-plastic contact model of ellipsoid bodies". *Tribology letters,* 21(3),262-271, 2006.

[5] Yang H, Green I. "Analysis of displacement-controlled fretting between a hemisphere and a flat block in elasto-plastic contacts". *Journal of Tribology*, 2019. https://doi.org/10.1115/1.4041535

[6] Jackson RL, Kogut L. "A comparison of flattening and indentation approaches for contact mechanics modeling of single asperity contacts". *Journal of Tribology*, 128(1), 209-212, 2006.

[7] Ghaednia H, Pope SA, Jackson RL, Marghitu DB. "A comprehensive study of the elasto-plastic contact of a sphere and a flat". *Tribology International*, 93, 78-90, 2016.

[8] Zhaoping T, Jianping S. "The contact analysis for deep groove ball bearing based on ANSYS". *Procedia Engineering*, 23, 423-428, 2011.

[9] Anoopnath PR, Babu VS, Vishwanath AK. "Hertz contact stress of deep groove ball bearing". *Materials Today: Proceedings*, 5(2), 3283-3288, 2018.

[10] Xiao L, Zhang X, Lu S, Xia T, Xi L. "A novel weak-fault detection technique for rolling element bearing based on vibrational resonance". *Journal of Sound and Vibration*, 438, 490-505, 2019.

[11] Liu J, Wu H, Shao Y. "A theoretical study on vibrations of a ball bearing caused by a dent on the races". *Engineering Failure Analysis*, 83, 220-229, 2018.

[12] Manjunath A, Girish DV. "Vibration analysis of polytetrafluoroethylene (PTFE) deep groove ball bearing". *In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018. Doi: 10.1088/1757-899X/376/1/012137

[13] Manjunath A, Girish DV. "Defect detection in deep groove polymer ball bearing using vibration analysis". *International Journal of Recent advances in Mechanical Engineering (IJMECH)*, 2(3), 45-52, 2013.

[14] Kumar S, Goyal D, Dhami SS. "Statistical and frequency analysis of acoustic signals for condition monitoring of ball bearing". *Materials Today: Proceedings*, 5(2), 5186-5194, 2018.

[15] Shah DS, Patel VN. "A dynamic model for vibration studies of dry and lubricated deep groove ball bearings considering local defects on races". *Measurement*, 137, 535-555, 2019.

[16] Karaçay T. Açısal Temaslı Rulmanlarla Yataklanmış Şaftların Dinamiği ve Rulman Hatalarının Deneysel Analizi. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye, 2006.

[17] Antoine JF, Visa C, Sauvey C. "Approximate analytical model for hertzian elliptical contact problems". *Journal of Tribology,* 128(3), 660-664, 2006.

[18] Adams GG, Nosonovsky M. "Contact modeling-forces". *Tribology International*, 33(5), 431-442, 2000.

[19] Van Krevelen DW, Te Nijenhuis K. *Properties of Polymers*. 3rd ed. Amsterdam, Holland, Elsevier, 1990.