Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento formazione e apprendimento

SUPSI

TESI MASTER DI

LUCIA CROCI

MASTER OF ARTS SUPSI IN INSEGNAMENTO PER IL LIVELLO

SECONDARIO I

ANNO ACCADEMICO 2022/2023

STRATEGIE DI INSEGNAMENTO PER STUDENTI DI SCUOLA MEDIA CON DISCALCULIA

RELATORE

ROBERTA ZARIATTI COPPES

Ringrazio di cuore la mia relatrice Roberta Zariatti Coppes per gli insegnamenti nell'ambito dei DSA, per la sua disponibilità e per i suoi utili consigli.

Abstract

Lucia Croci

Master of Arts SUPSI in Insegnamento per il livello secondario I

Strategie di insegnamento per studenti di scuola media con discalculia

Roberta Zariatti Coppes

Lo scopo di questa tesi di Master è quello di ricercare nella letteratura scientifica alcune strategie di insegnamento che si possono adottare per studenti di scuola media con discalculia. Più precisamente, si è voluto indagare quali strategie vengono utilizzate in ambito numerico e quali in ambito geometrico.

Questa tesi consiste in una revisione della letteratura. La ricerca degli articoli è stata effettuata nelle banche dati Eric e Medline. La scelta degli articoli è stata effettuata in base a determinati criteri di inclusione e d'esclusione. Questo ha portato all'individuazione di sei articoli finali.

Gli studi analizzati hanno mostrato gli effetti positivi delle strategie utilizzate. I punti in comune di alcune strategie sono stati la riduzione del carico sulla memoria di lavoro, l'utilizzo di un determinato canale di apprendimento, la consapevolezza e l'indipendenza dello studente e l'utilizzo della tecnologia.

Non si può concludere che c'è una strategia specifica per uno specifico ambito. Questo lavoro ha però mostrato che anche in ambito geometrico si possono adottare strategie di insegnamento efficaci per allievi con discalculia, malgrado si pensi spesso alla discalculia considerando soprattutto l'ambito numerico.

Parole-chiave: dyscalculia (or math disability or mathematics disabilities), teaching strategies, teaching methods, teaching interventions, adolescents, secondary education

Sommario

Introduzione 1

Inquadramento teorico 2

I Bisogni Educativi Speciali 2

I Disturbi Specifici dell'Apprendimento 3

La discalculia evolutiva 5

Abilità pre-verbali e abilità verbali 6

Il sistema del numero 7

Il modello del triplo codice 9

Il sistema del calcolo 9

I profili di discalculia 10

Tipologie di errore spesso compiute da allievi con discalculia 10

Canali di apprendimento 13

Potenziamento 14

Discalculia in Ticino 14

Metodologia 15

Design di ricerca 15

Domanda di ricerca 15

Ricerca degli articoli 15

Criteri d'inclusione e di esclusione 16

Risultati della ricerca degli articoli 16

Lettura critica degli articoli 17

Discussione dei risultati 38

Conclusioni 43

Bibliografia 44

Introduzione

I Disturbi Specifici di Apprendimento (DSA) sono una tematica che negli ultimi anni mi ha interessata molto e della quale sono venuta a conoscenza tramite persone vicine. Per mia natura è importante per me portare attenzione alle persone in difficoltà, da qui il mio interesse per questo tema. Nello specifico ho scelto di elaborare una tesi sulla discalculia, in primo luogo perché insegno matematica e in secondo luogo perché è il DSA meno considerato nella nostra società (Butterworth, 2021).

È risaputo che la matematica è una materia complessa. Chi non conosce qualcuno che afferma che con la matematica ha un rapporto difficile? Essa può infatti creare difficoltà e queste difficoltà non vanno né ignorate né sottovalutate, perché altrimenti questo potrebbe avere delle ripercussioni sul futuro dell'allievo. Pensando per esempio ai numeri, essi sono presenti nella nostra vita. Basta pensare a quando cuciniamo la pasta e decidiamo quanti grammi ne vogliamo fare, oppure quando andiamo al ristorante e riceviamo il conto da pagare, oppure ancora quando prepariamo un dolce e dobbiamo decidere la giusta quantità per ogni ingrediente. La gestione di queste informazioni è quindi un requisito fondamentale per affrontare efficacemente la vita di tutti i giorni (Lucangeli, 2017).

"La Scuola pubblica si assume una missione formativa a livello globale e generale, che integra compiti di educazione e di istruzione allo scopo di permettere a ogni allievo di apprendere e di imparare ad imparare durante tutta la vita" (Divisione della scuola, 2022, p. 16). Un allievo con discalculia ha dunque il diritto di poter imparare nel modo più adeguato e sereno possibile. Leggendo alcuni libri ho potuto constatare quanto il tema della discalculia sia un tema complicato che stimola a capire e quanto sia un tema estremamente vasto. Ho dunque cercato di restringere il campo e di concentrarmi su pochi aspetti. Un aspetto che mi interessa è quello legato alle strategie di insegnamento. Da docente mi sono posta la domanda "ma noi docenti come possiamo aiutare i nostri allievi con discalculia?".

La discalculia viene denominata con diversi termini come per esempio *disturbo specifico dell'apprendimento con compromissione del calcolo* (American Psychiatric Association, 2014), ma un ragazzo con discalculia può avere difficoltà in vari ambiti e non solo nel calcolo, come per esempio nella geometria. Ritengo quindi importante e stimolante, vedere quali strategie di insegnamento si possono adottare con un allievo con discalculia sia nell'ambito numerico sia nell'ambito geometrico.

Inquadramento teorico

I Bisogni Educativi Speciali

Nella scuola e nella società siamo confrontati con una varietà di bisogni degli alunni e delle persone che compongono la società. I Bisogni Educativi Speciali (BES) sono dei bisogni che richiedono delle attenzioni speciali per evitare che il contesto abbia un impatto negativo sulla persona (Mainardi, 2019). Bisogna riuscire ad adottare delle strategie didattiche specifiche che portino a una piena inclusione, ovvero a un livello di apprendimento massimo rispetto alle proprie possibilità e alla partecipazione alla vita sociale all'interno e all'esterno del contesto scolastico, dell'allievo (Le Guide Erickson, 2017).

Per raggiungere questa inclusione, dagli anni '70 sono stati pubblicati articoli riguardo a questo tema ed è emersa sempre più una maggiore sensibilità. Il *Warnock Report*, pubblicato nel 1978, "ha fornito la prima revisione completa dei BES in Inghilterra e la base per la legislazione successiva, dall'*Education Act* 1981 al recente *Children and Families Act* 2014" (Lindsay, Wedell, & Dockrell, 2020, p. 1, traduzione dell'autore). Il *Warnock Report* "è stato molto influente per quanto riguarda lo sviluppo di politiche e pratiche nazionali e locali in materia di BES, principalmente in Inghilterra, ma anche in tutto il Regno Unito e a livello internazionale" (Lindsay, Wedell, & Dockrell, 2020, p. 1, traduzione dell'autore).

Per quanto riguarda l'Organizzazione delle Nazioni Unite per l'Educazione, la Scienza e la Cultura (UNESCO), il termine BES viene riconosciuto come una categoria internazionale nella *Dichiarazione di Salamanca* del 1994 dove questo termine riguarda i giovani i cui bisogni sono conseguenti a una disabilità o difficoltà di apprendimento (Le Guide Erickson, 2017). La *Classificazione Internazionale Standard dell'Istruzione* (ISCED) del 1997 e l'ISCED del 2011 sono altri due documenti dell'UNESCO che sviluppano ulteriormente il termine BES.

Il concetto di BES viene definito come "una qualsiasi difficoltà evolutiva, in ambito educativo e/o apprenditivo, espressa in un funzionamento problematico anche per il soggetto, in termini di danno, ostacolo o stigma sociale, indipendentemente dall'eziologia" (Ianes, 2015, citato da Ianes, 2013, p. 298). Questo funzionamento problematico non permette alla persona di soddisfare i propri bisogni (Ianes, 2005; Ianes & Macchia, 2008, citato da Erickson, 2017).

Per avere una visione più chiara di chi sono gli allievi con BES vengono proposte le tre seguenti categorie (MIUR, 2012):

- Disabilità

- Disturbi evolutivi specifici
- Svantaggio socioeconomico, linguistico, culturale

Con *disturbi evolutivi specifici* vengono indicati i disturbi specifici dell'apprendimento, i deficit del linguaggio, delle abilità non verbali, della coordinazione motoria e il disturbo da deficit di attenzione/iperattività (DDAI / ADHD) (MIUR, 2012).

I Disturbi Specifici dell'Apprendimento

La dislessia, la disortografia, la disgrafia e la discalculia costituiscono un "gruppo eterogeneo di disturbi consistenti in significative difficoltà nell'acquisizione e nell'uso delle abilità di lettura, scrittura e matematica, dovuti a disfunzioni del sistema nervoso centrale" (Lucangeli, 2017, p. 29). Questi disturbi vengono denominati Disturbi evolutivi Specifici di Apprendimento (DSA).

I DSA sono legati agli apprendimenti di base. Problemi nei comportamenti di autoregolazione (per esempio il deficit d'attenzione), nella percezione e nell'interazione sociale (per esempio l'autismo) non sono di per sé dei DSA ma possono coesistere con essi (Lucangeli, 2017). In questo caso si parla di comorbilità. La comorbilità è omotipica quando a essere compresenti sono due DSA e in questo caso abbiamo un DSA di tipo misto; è eterotipica quando a essere compresenti sono un DSA con altri disturbi dello sviluppo come, per esempio, il disturbo da deficit dell'attenzione/iperattività, il disturbo del linguaggio, il disturbo della coordinazione motoria (Cappa et al., 2012). Il fatto che i DSA possano presentarsi contemporaneamente conferma la loro comune origine biologica (Lucangeli, 2017).

Questi disturbi "non possono essere attribuiti né a un ritardo cognitivo, né a un deficit sensoriale, né a condizioni sfavorevoli dell'ambiente (criterio di esclusione)" (Cappa et al., 2012, p. 14). Sono invece da attribuire a fattori neurobiologici. Questi fattori potrebbero però interagire con fattori ambientali e contribuire alla manifestazione e all'aggravamento dei sintomi (Lucangeli, 2017).

I DSA sono una condizione cronica, ma la manifestazione del disturbo varia comunque in base all'età e al periodo scolastico (Lucangeli, 2017). Un'altra loro caratteristica riguarda la significativa influenza negativa sulle attività scolastiche e su quelle della vita di tutti i giorni (Lucangeli, 2017).

Vediamo ora la differenza tra *difficoltà* e *disturbo*. Quando si parla di difficoltà di apprendimento si intende una situazione problematica generica, ovvero una situazione che chiunque può incontrare. Essa può essere dovuta a diversi fattori come una mancanza di impegno, un insegnamento non adeguato e fattori personali (Lucangeli, 2017). Il profilo di un allievo con difficoltà di apprendimento

sembra simile a quello di un allievo con un disturbo specifico dell'apprendimento, ma la differenza sostanziale tra questi due termini è la modificabilità: un impegno maggiore, una didattica adeguata e un programma di studio personalizzato portano a buoni risultati in breve tempo e il profilo si normalizza (Lucangeli, 2017). Quando si parla di disturbo specifico di apprendimento si parla invece di quei disturbi di origine neuro-evolutiva dovuti a un deficit neuro-psicologico a livello dei meccanismi addetti all'apprendimento (Lucangeli, 2017). Non hanno dunque a che fare con fattori come una mancanza di impegno, un insegnamento non adeguato e fattori personali (Lucangeli, 2017).

Perché sono specifici? Perché si riferiscono a un'abilità circoscritta e non al funzionamento intellettivo globale (Lucangeli, 2017). "Vi deve essere una discrepanza tra le prestazioni delle prove di lettura e/o scrittura e/o calcolo rispetto alle prestazioni attese per il livello di scolarità (età e classe frequentata dall'allievo) e al livello intellettivo (criterio di discrepanza)" (Cappa et al., 2012, p. 14).

Una caratteristica degli studenti che presentano un DSA riguarda la memoria. Il sistema di memoria è un sistema complesso e ci sono varie tipologie di memoria (Cappa et al., 2012). "La memoria a breve termine è come una scatola che contiene due scomparti: la memoria a breve termine verbale (o memoria fonologica) e la memoria a breve termine visuo-spaziale" (Cappa et al., 2012, p. 29). Una persona di solito ha la capacità di tenere a mente circa 7 numeri nell'ordine esatto in cui gli sono stati comunicati; gli studenti con DSA, non tutti, riescono invece a ricordare 3-4 numeri (Cappa et al., 2012). "La memoria di lavoro è un sistema per il mantenimento e per la manipolazione dell'informazione durante l'esecuzione di differenti compiti cognitivi, come la comprensione, l'apprendimento e il ragionamento" (Baddeley, 1986, citato da Cappa et al., 2012, p. 29). Una funzione di questa tipologia di memoria consiste nel recuperare le informazioni da quella a breve termine e allo stesso tempo elaborarne il contenuto (Cappa et al., 2012). Un'altra funzione della memoria di lavoro consiste nel recuperare da quella a lungo termine una formula, mantenerla per il breve tempo necessario in quella a breve termine e utilizzarla nella situazione presente (Cappa et al., 2012). Il deficit a livello della memoria di lavoro è una caratteristica di molti studenti che presentano un DSA, alcune difficoltà sono una conseguenza del troppo carico sulla memoria di lavoro (Cappa et al., 2012).

Ci sono due documenti che contribuiscono a definire che cosa sono i DSA: *l'International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems 10th Revision* (ICD-10) e il *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders 5-th Edition* (DSM-5). È importante e necessario avere questi documenti che definiscono dei criteri a livello internazionale in modo da avere un linguaggio comune.

La discalculia evolutiva

La discalculia "è un deficit che può riguardare sia il sistema della cognizione numerica (intelligenza numerica basale) sia le procedure esecutive e del calcolo" (Cappa et al., 2012, p. 19).

La discalculia, come anche la dislessia, può essere evolutiva o acquisita. È evolutiva quando è presente fin dalla nascita; è acquisita quando, come dice il termine stesso, la si acquisisce successivamente per un danno cerebrale (Butterworth, 2021). Di seguito utilizzerò il termine discalculia per indicare la discalculia evolutiva.

Lo studio sulla discalculia è molto più recente rispetto a quello sulla dislessia anche se "le conseguenze della discalculia sono gravi almeno quanto quelle della dislessia" (Beddington et al., 2008, citato da Butterworth, 2021, p. 10).

La quinta e ultima versione del DSM presenta una definizione di DSA. Si dice che per almeno sei mesi deve essere perdurato almeno uno dei sintomi seguenti, malgrado interventi specifici su tali difficoltà (American Psychiatric Association, 2014): lettura delle parole lenta, imprecisa o faticosa; difficoltà di comprensione di ciò che viene letto; difficoltà nello spelling; difficoltà con l'espressione scritta; difficoltà nel padroneggiare il concetto di numero, i dati numerici e il calcolo; difficoltà nel ragionamento matematico. La sezione relativa alla discalculia è invece la 315.1 che indica di individuare gli aspetti compromessi secondo le seguenti aree di difficoltà (American Psychiatric Association, 2014): senso del numero; memorizzazione dei fatti aritmetici; accuratezza e fluidità nel calcolo; accuratezza nel ragionamento matematico. Viene inoltre detto nel punto D che le difficoltà di apprendimento si verificano in assenza di (American Psychiatric Association, 2014): disabilità intellettive, menomazioni della vista e dell'udito, disturbi mentali, disturbi neurologici, difficoltà psicosociali, differenze linguistiche, mancanza di accesso a istruzione adeguata.

Nell'ICD-10 troviamo una classificazione più specifica. La sezione relativa alla discalculia è la F81.2 che stabilisce che il disturbo specifico delle abilità aritmetiche

> comporta una specifica compromissione delle abilità aritmetiche che non è solamente spiegabile in base a un ritardo mentale generale o a un'istruzione scolastica inadeguata. Il deficit riguarda la padronanza delle capacità di calcolo fondamentali come addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione piuttosto che delle capacità di ragionamento matematico più astratto coinvolte nell'algebra, nella trigonometria, nella geometria o nel calcolo (World Health Organization, 2016, p. 334).

Essere consapevoli delle proprie abilità, delle proprie difficoltà e di come funzionano i propri processi mentali, è un aspetto molto importante per gli studenti che hanno un DSA (Cappa et al., 2012).

Abilità pre-verbali e abilità verbali

Nel corso della storia, le informazioni numeriche sono state alla base di diverse scelte compiute dai nostri antenati. Ragionare in termini di numerosità rappresentava un aiuto per l'evoluzione, per esempio per quanto riguarda la scelta tra un luogo con poco cibo e un luogo con tanto cibo oppure la scelta tra un luogo con tanti predatori e un luogo con pochi predatori (Lucangeli, 2017).

Brian Butterworth (1999, 2005, citato da Lucangeli, 2017, p. 13) fa un interessante paragone tra la capacità di vedere le numerosità e la capacità di vedere i colori, entrambe innate nell'uomo:

> Entrambi i processi sono automatici: non possiamo evitare di vedere che in un campo le mucche sono bianche e marroni, né possiamo evitare di vedere che ce ne sono tre; […] come ci sono persone che nascono cieche ai colori, ci sono anche individui che nascono con una sorta di cecità per i numeri. […]. La mia tesi è che il genoma umano contenga le istruzioni per costruire circuiti cerebrali specializzati che chiamerò *modulo numerico*. La funzione del modulo numerico è quella di classificare il mondo in termini di quantità numeriche o numerosità, cioè del numero di oggetti di un insieme. […]. Ciò che rende uniche le capacità numeriche umane è lo sviluppo e la trasmissione di strumenti culturali che ampliano le facoltà del modulo numerico.

Secondo Butterworth, possediamo un modulo numerico innato che ci permette di comprendere il mondo in termini di numerosità. La concezione del numero è presente fin dalla nascita: i bambini sono in grado fin da subito di riconoscere e discriminare insiemi con varie quantità (Lucangeli, 2017). Piaget e Szeminska (1968, citato da Lucangeli, 2017) pensavano invece che la concezione del numero fosse presente appieno solo dai 6-7 anni (periodo operatorio).

Feigenson, Dehaene e Spelke (2004, citato da Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2017) e Piazza (2010, citato da Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2017) hanno svolto delle ricerche che hanno messo in risalto il fatto che l'essere umano quando nasce è munito di due sistemi pre-verbali che servono per comprendere il mondo in termini di numerosità, sono i due processi che stanno alla base del senso del numero.

Il primo sistema si chiama *Object Tracking System* (OTS) e lo utilizziamo quando dobbiamo contare degli elementi e non abbiamo abbastanza tempo per farlo (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2017). Se l'insieme contiene fino a 3-4 elementi riusciamo a rispondere in modo rapido e preciso, grazie al *subitizing* (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2017). Schleifer e Landerl (2011, citato da Biancardi,

Mariani, & Pieretti, 2017) sostengono che i bambini con discalculia evolutiva hanno una minore capacità di *subitizing*. Se l'insieme contiene più di 3-4 elementi riusciamo a rispondere in modo lento e meno preciso, fornendo una stima.

Il secondo sistema si chiama *Approximate Number System* (ANS) e consente di notare se un insieme è più o meno numeroso di un altro quando abbiamo a che fare con più di 3-4 elementi (oltre il limite del *subitizing*) (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2017). La capacità di discriminare degli insiemi con differenti numerosità si chiama acuità numerica e segue la legge di Weber: più il rapporto tra la cardinalità dei due insiemi è vicino a 1 più è difficile discriminare i due insiemi; più il rapporto tra la cardinalità dei due insiemi è lontano da 1 più è facile discriminare i due insiemi (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2017).

Finora abbiamo parlato dei sistemi pre-verbali che sono innati nell'uomo. Ci sono poi le abilità verbali che vengono apprese e che dipendono invece dalla cultura e dal contesto di appartenenza (Lucangeli, 2017). Ciò che stabilisce il passaggio tra queste due tipologie di abilità è l'abilità del conteggio. Le abilità verbali permettono di associare delle etichette (per esempio *quattro*) alle quantità (Lucangeli, 2017).

Il sistema del numero

I processi coinvolti nel sistema del numero si suddividono in processi semantici, processi lessicali, processi sintattici e stanno alla base dell'apprendimento della matematica (D'Amico, 2016).

I processi semantici riguardano la capacità di comprendere il significato dei numeri attraverso una rappresentazione mentale di tipo quantitativo e con l'obiettivo finale della corrispondenza numero-quantità, per esempio, collegando la parola *tre* al concetto di *tre elementi* (Lucangeli, 2017). Solitamente la conoscenza semantica dei numeri viene valutata attraverso due attività: la comparazione e la seriazione (Lucangeli, 2017).

Un bambino con un deficit nell'individuare piccole quantità in maniera esatta avrà maggiori difficoltà a rendere automatico il processo di conteggio e compirà più errori (Lucangeli, 2017). Per esempio, se il bambino avrà davanti a sé un insieme di quattro elementi a volte risponderà 4, altre volte 3, forse 5, ecc. Il collegamento tra la parola-numero *quattro* e il significato semantico non sarà dunque così forte. Conseguentemente un deficit nel conteggio porterà a delle difficoltà nelle fasi seguenti dell'apprendimento della matematica. Per esempio, se sbaglierà più volte una certa addizione il

collegamento tra gli addendi e la somma (risultato) non sarà così forte. Quando ci si trova davanti a queste situazioni sarà importante verificare se il bambino ha una conoscenza semantica dei numeri corretta (Lucangeli, 2017).

I processi lessicali riguardano la capacità di attribuire il nome ai numeri tramite la traduzione del codice arabico nel codice verbale o scritto e viceversa (codifica bidirezionale) (Lucangeli, 2017). Per esempio, tradurre il numero arabo *5* nella parola *cinque* e tradurre la parola *tre* nel numero arabo *3* sia in forma scritta sia in forma orale. Solitamente questa capacità viene valutata attraverso due attività: la lettura dei numeri e il dettato di numeri (Lucangeli, 2017).

Secondo Landerl e altri (2004, citato da Lucangeli, 2017) la codifica dal codice visivo-arabico al codice verbale avviene in maniera più lenta nei bambini con discalculia rispetto agli altri bambini. Questo avviene malgrado i bambini con discalculia non presentino difficoltà nella nominazione corretta dei numeri. La lettura e la scrittura dei numeri potrebbe risultare più difficoltosa per i bambini con discalculia o con discalculia in comorbilità con dislessia (Landerl et al., 2004, citato da Lucangeli, 2017). In generale, la dislessia può avere delle implicazioni nell'apprendimento della matematica, basti pensare per esempio al linguaggio matematico.

Come con le lettere dell'alfabeto possiamo comporre infinite parole, così con le dieci cifre numeriche possiamo comporre infiniti numeri. I processi sintattici determinano la *grammatica* che ci dice come possiamo comporre le cifre e qual è il loro significato a dipendenza della loro combinazione (Lucangeli, 2017). Il nostro sistema numerico è posizionale: una cifra assume un certo valore a dipendenza della posizione in cui si trova. Per esempio, nel numero *15* la cifra *5* assume il significato *cinque* mentre nel numero *536* assume il significato *cinquecento*. Per valutare questa capacità si può svolgere un'attività con l'abaco, per esempio facendo rappresentare con un numero una configurazione fatta con l'abaco (Lucangeli, 2017). Si può svolgere questa attività anche senza utilizzare l'abaco, scrivendo per esempio *5 centinaia, 3 decine e 6 unità* e il bambino dovrà scrivere *536*.

Spesso la discalculia evolutiva è in comorbilità con un deficit di natura visuo-spaziale (Morrison & Siegel, 1991; Geary, 1993, citato da Lucangeli, 2017). Gli allievi con discalculia potrebbero quindi avere difficoltà nel posizionare le cifre in modo corretto e nell'attribuire il valore esatto a queste cifre. Si potrebbe pensare che un allievo con difficoltà visuo-spaziali abbia difficoltà solo nella geometria, ma in realtà può averle anche nel calcolo.

Il modello del triplo codice

L'informazione numerica è processata in diverse zone del cervello a dipendenza se è presentata sotto forma di codice analogico, visivo-arabico o verbale (Lucangeli, 2017). Questi tre codici svolgono determinati compiti e possono comunicare attraverso delle vie di collegamento. La via che collega i codici visivo-arabico e verbale al codice analogico è semantica. Per esempio, se un bambino al numero *3* associa tre cerchi significa che ha compreso la connessione semantica fra i due codici (Lucangeli, 2017). La via che collega il codice visivo-arabico a quello verbale è asemantica. Per esempio, se un bambino al numero *3* associa la parola *tre* non significa per forza che ha compreso che quantità rappresenta questo numero (Lucangeli, 2017).

Questo modello può essere utile per comprendere i risultati dei bambini e per costruire un adeguato percorso di potenziamento (Lucangeli, 2017), ricordandosi di considerare anche le modalità e i tempi di apprendimento dei bambini (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2014).

Il sistema del calcolo

Quando risolviamo un'operazione di calcolo entrano in gioco tre aspetti importanti: i segni dell'operazione, le procedure e i fatti numerici (Lucangeli, 2017). Nel caso di un bambino con discalculia o di un bambino con difficoltà nel calcolo bisogna dunque comprendere quale dei tre aspetti è compromesso e non semplicemente dire che il bambino non sa eseguire le operazioni (Lucangeli, 2017).

Per sapere come dobbiamo operare sulle nostre numerosità è necessario saper leggere e comprendere i segni dell'operazione che dobbiamo risolvere. La prima cosa da saper fare è decodificare il segno dell'operazione sia in forma scritta sia in forma verbale (Lucangeli, 2017).

Quando il bambino ha imparato a decodificare il segno dell'operazione la seconda cosa da saper fare è conoscere la procedura da applicare per poter eseguire l'operazione di calcolo (Lucangeli, 2017).

I fatti numerici sono delle operazioni di base di cui conosciamo il risultato a memoria: non abbiamo bisogno di fare un calcolo per trovare il risultato. Il processo di memorizzazione consiste nell'utilizzare all'inizio degli oggetti concreti (per esempio le dita), poi nell'eseguire il calcolo mentalmente e infine questi fatti saranno disponibili e recuperabili dalla memoria a lungo termine (Lucangeli, 2017). All'inizio vengono ripetuti come delle filastrocche: quattro per sei ventiquattro, quattro per sette ventotto.

I profili di discalculia

Si possono individuare due profili di discalculia. Nel primo, chiamato discalculia profonda, abbiamo una debolezza nell'elaborazione delle competenze numeriche (*subitizing*, quantificazione, comparazione, seriazione) (Erickson, 2017; Lucangeli, 2017). Un esempio è quello di un bambino che, fin dalle prime fasi dello sviluppo, sbaglia nel determinare quale tra due insiemi è il più numeroso, oppure che sbaglia a mettere in ordine crescente determinate quantità. Nel secondo profilo abbiamo invece un deficit negli aspetti procedurali e negli aspetti di calcolo (Lucangeli, 2017). Un esempio è quello di un bambino che sbaglia spesso a incolonnare i numeri quando esegue un calcolo scritto (Lucangeli, 2017).

La discalculia profonda è una situazione abbastanza rara e "può essere definita come una vera e propria cecità ai numeri" (Lucangeli, 2017, p. 34). La discalculia è quindi una condizione neuropsicologica connessa a un deficit dell'elaborazione delle quantità. Questo disturbo viene alla luce fin dai primi anni e ha delle conseguenze sui futuri apprendimenti. Il secondo profilo è invece una situazione più diffusa (Lucangeli, 2017).

Si possono distinguere quattro frequenti tipologie di discalculia:

- "Deficit a carico del senso del numero o della rappresentazione della quantità" (Wilson & Dehaene, 2007; Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011, citato da Lucangeli, 2017, p. 34);
- "Deficit a carico della formazione e del recupero di fatti numerici e aritmetici" (Fuchs et al. 2010, citato da Lucangeli, 2017, p. 34);
- "Deficit a carico delle procedure di calcolo" (Raghubar et al., 2009; Mammarella, Lucangeli, & Cornoldi, 2010, citato da Lucangeli, 2017, p. 35) (legato all'aspetto visuo-spaziale e/o alle procedure necessarie allo svolgimento dell'operazione, si potrebbe chiamare discalculia procedurale)
- "Disturbo misto quando si evidenziano caratteristiche compatibili con sottotipi diversi" (AIRIPA e AID, 2012, citato da Lucangeli, 2017, p. 35)

Tipologie di errore spesso compiute da allievi con discalculia

Analizzare gli errori fatti dagli allievi con discalculia è importante per poter programmare un potenziamento efficace (Lucangeli, 2017). Questo perché l'analisi della tipologia di errore ci porta a comprendere in quale processo (semantico, lessicale, sintattico) vi è un deficit e questo ci porta a comprendere quale sistema (del numero, del calcolo) è compromesso (Lucangeli, 2017).

Nel caso di discalculia profonda, la tipologia di errore incontrata riguarda gli errori nei processi semantici (Lucangeli, 2017). Il bambino ha "difficoltà a identificare, discriminare e manipolare insiemi con quantità diverse" (Lucangeli, 2017, p. 35). Un bambino con un deficit puro farà anche fatica ad acquisire le competenze lessicali, sintattiche e procedurali, proprio perché non riesce a fare il collegamento tra questi processi e i referenti semantici. L'errore tipico per quanto riguarda la semantica del numero consiste nel non riuscire a collegare il numero arabo alla giusta quantità, per esempio non riuscendo a dire qual è il numero più grande tra 35 e 42 (Lucangeli, 2017).

Nel caso di discalculia procedurale, la tipologia di errore incontrata riguarda sia gli errori nel sistema del numero sia gli errori nel sistema del calcolo (Lucangeli, 2017).

Iniziamo da quelli nel sistema del numero. Gli errori a base lessicale interessano la produzione delle singole cifre (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2014). Per esempio, 5 al posto di 8 (leggo, scrivo, dico ad alta voce *cinque* al posto di *otto*). Gli errori a base sintattica interessano i rapporti tra le cifre (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2014). Le singole cifre vengono codificate in modo corretto, ma non viene riconosciuto il loro valore posizionale. Alcuni esempi di errori di transcodifica dal codice verbale al codice arabico sono *trecentosettantaquattro* in *310074* oppure *duemilacentocinque* in *20001005*. Un aspetto al quale bisogna prestare attenzione è la produzione in codice verbale e arabico dello zero (Biancardi, Mariani, & Pieretti, 2014). Non si pronuncia mai *zero*, ma lo *0* bisogna scriverlo e ha pure lui un valore posizionale.

Passiamo ora agli errori nel sistema del calcolo. I primi sono gli errori nel recupero dei fatti aritmetici. Nella memoria a lungo termine del bambino vengono man mano consolidati i fatti aritmetici e si crea così una rete di associazioni numeriche dove a ogni nodo della rete corrisponde un fatto aritmetico (Ashcraft, 1992, citato da Lucangeli, 2017). Inizialmente però è la memoria di lavoro che viene utilizzata per immagazzinare tutti i fatti numerici e soltanto in un momento successivo viene utilizzata la memoria a lungo termine. In questo caso un errore tipico consiste nel confondere i nodi della rete quando non sono consolidati in maniera solida (Lucangeli, 2017).

Esempio (Lucangeli, 2017): un bambino dice 6x8=54 sbagliando di una posizione all'interno della rete. Oppure un bambino dice 6x8=14 utilizzando il fatto *addizione* al posto del fatto *moltiplicazione*.

In questo esempio "si crea, quindi, un effetto confusione dovuto all'attivazione automatica delle procedure che i due operatori portano con sé, indipendentemente dal segno dell'operazione" (Ashcraft & Battaglia, 1978, citato da Lucangeli, 2017, p. 36).

Il processo di recupero dei fatti aritmetici diventa automatico grazie all'esperienza e all'apprendimento: i nodi si consolidano, il recupero è veloce e preciso e la memoria di lavoro non sarà coinvolta in modo considerevole. Se un allievo ha difficoltà nel recuperare i fatti aritmetici avrà di conseguenza anche difficoltà nel calcolo mentale e nel calcolo scritto (Lucangeli, 2017).

Esempio (Lucangeli, 2017): per il fatto aritmetico 6x8=48 potremmo trovarci in queste due situazioni:

- 6x8=54, il bambino recupera il fatto aritmetico sbagliato
- Il bambino occupa la memoria di lavoro per recuperare il fatto. Potrebbe, aiutandosi con le dita, calcolare 6+6+6+6+6+6+6+6. Così facendo il bambino riduce sia la velocità sia la precisione, perché questa procedura macchinosa porta a un maggiore sforzo cognitivo. Inoltre, utilizzando troppo la memoria di lavoro per calcolare il fatto aritmetico ostacola l'applicazione delle procedure del calcolo scritto. Qui subentrano gli strumenti compensativi.

I secondi sono gli errori nel mantenimento e nel recupero delle procedure. Supponiamo che il bambino abbia capito le procedure di calcolo. Malgrado ciò egli può comunque compiere degli errori relativi al mantenimento e al recupero delle procedure (Lucangeli, 2017).

1) Mancato utilizzo delle procedure facilitanti (Lucangeli, 2017)
   Esempio: il bambino calcola 2+6 cominciando a contare dal 2 invece di partire dal 6, ovvero l'addendo più grande. La procedura non è sbagliata, ma vi è un maggior sforzo cognitivo.
2) Regole di accesso rapido (Lucangeli, 2017)
   Esempio: il bambino dice 3x0=3 confondendo la regola n+0=n con la regola nx0=0. Sbagliando queste regole il bambino ottiene un risultato sbagliato al termine dell'operazione.
3) Mantenimento attivo dei risultati parziali in memoria (Lucangeli, 2017)
   Esempio: il bambino svolge a mente il calcolo 24x36. Visualizza l'operazione in colonna, calcola 4x6, visualizza il 4 in basso a destra e il riporto di 2 in alto, ecc. Come si può notare il bambino deve riuscire a ricordare e recuperare i risultati parziali, altrimenti otterrà un risultato sbagliato.

Se un bambino ha un deficit nel recupero e mantenimento delle procedure dovrà usare molto il suo sistema di memoria e questo penalizzerà altri processi simultanei. Per ricordare le procedure serviranno quindi tabelle compensative (Lucangeli, 2017).

I terzi sono gli errori nell'applicazione delle procedure.

1) Errori di incolonnamento e di posizionamento dei numeri (Lucangeli, 2017)
   Esempio: un bambino esegue un'addizione utilizzando il calcolo in colonna ma posiziona le cifre in modo sbagliato. Questo succede spesso quando gli addendi sono numeri decimali (Lucangeli, 2017).

2) Mantenimento attivo delle procedure fino alla fine dell'operazione (Lucangeli, 2017)
   Esempio: un bambino esegue la sottrazione 56-38 e calcola 8-6=2 mentre si occupa delle unità scambiando la direzione, al posto di utilizzare dall'inizio alla fine l'algoritmo della sottrazione e il riporto.
3) Utilizzo del prestito e del riporto (Lucangeli, 2017)
   Esempio: un bambino esegue la sottrazione 56-38, presta una decina al 6 così che diventa 16, sottrae 8, ma non toglie una decina al 5 e così arriva a un risultato sbagliato.
4) Persistenza nell'utilizzo di una procedura quando questa non è più quella che andrebbe applicata (Lucangeli, 2017)
   Esempio: un bambino esegue diverse sottrazioni con il riporto e quando si trova davanti una sottrazione che non richiede l'utilizzo del riporto lui continua a usare quella procedura.

Canali di apprendimento

Ogni studente ha un canale di apprendimento più adatto a lui, che può variare in base al compito che si sta svolgendo (Cappa et al., 2012). Il canale preferenziale di parecchi studenti con DSA è quello visivo: immagini, colori, segni, grafici e altri elementi visivi sono di aiuto a questi ragazzi. Alcuni ragazzi hanno come canale preferenziale quello cinestetico, ovvero imparano meglio attraverso l'esperienza pratica, il tocco e il movimento e preferiscono essere attivi nel processo di apprendimento (Cappa et al., 2012). Non tutti gli studenti con DSA hanno un deficit a livello della memoria fonologica, infatti il canale preferenziale di alcuni di loro è quello uditivo. Registrare le lezioni, partecipare alle discussioni, porre domande e parlare ad alta voce sono elementi che possono facilitare l'apprendimento di questi ragazzi (Cappa et al., 2012).

Va tenuto presente che i giovani di oggi sono cresciuti nell'era digitale, cosa che ha influenzato il loro modo di apprendere. Per aiutare gli studenti con DSA non bisogna sostituirsi a loro e svolgere i compiti al loro posto, ma è importante che loro imparino ad imparare (Cappa et al., 2012).

Un ulteriore importante elemento per l'apprendimento è l'ambiente di studio. In particolare, gli studenti con DSA spesso trovano utile studiare in un ambiente con una luce diretta solo sulla zona di lavoro, in modo da ridurre le distrazioni causate dagli oggetti presenti nella stanza (Cappa et al., 2012).

Potenziamento

Un intervento di potenziamento è un percorso che porta al raggiungimento del massimo livello possibile di competenza (Lucangeli, 2017). Il concetto di *zona di sviluppo prossimale* di Vygotskij (1965) porta direttamente al concetto di *potenziamento*. Secondo Vygotskij (1965, citato da Lucangeli, 2017) ogni bambino ha un livello di prestazione che può raggiungere in autonomia senza bisogno di un aiuto esterno e un livello di prestazione che può raggiungere con il supporto di adulti o compagni più abili. Questi due livelli determinano il livello di sviluppo delle capacità attuali di un bambino (Lucangeli, 2017). Nella letteratura il potenziamento è molto incentrato sulla scuola dell'infanzia e sulla scuola elementare.

Discalculia in Ticino

Il Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport (DECS) ha emanato nel 2014 la Direttiva n.56 contenente delle indicazioni a sostegno degli allievi dislessici, disortografici e discalculici per permettere loro un appropriato percorso di apprendimento (DECS, 2014).

I criteri per diagnosticare un DSA per il quale si necessita di misure compensative e le linee guida cantonali per la valutazione dei DSA si possono invece trovare in un documento della sezione della pedagogia speciale del 7 gennaio 2021 (DECS, 2021).

Un allievo con una diagnosi di DSA ha diritto ad avere un progetto educativo personalizzato (PEP) che è un documento dove vengono scritte le strategie compensative per ogni materia (Divisione della scuola, 2018). Questo documento non è fisso, si possono modificare o portare nuove misure.

Metodologia

Design di ricerca

Il metodo di ricerca scelto per la mia tesi è la revisione della letteratura. La revisione della letteratura è un'analisi sistematica e critica della letteratura esistente su un determinato argomento di ricerca (Hart, 1998). Può essere utilizzata per identificare lacune nella conoscenza, sviluppare ipotesi di ricerca, identificare le migliori pratiche, valutare le tendenze e le sfide del campo, e molto altro ancora.

Le tappe da seguire per stilare una revisione della letteratura sono:

- Selezionare un argomento
- Identificare le fonti
- Selezionare gli studi in base ai criteri di inclusione e di esclusione
- Lettura critica degli studi che porta a una sintesi dei dati e dei risultati
- Discussione dei risultati

Domanda di ricerca

In seguito alle riflessioni presentate nell'introduzione di questo lavoro, la domanda di ricerca che mi sono posta è la seguente:

Quali strategie di insegnamento si possono adottare con un allievo di scuola media con discalculia nell'ambito numerico e nell'ambito geometrico?

Ricerca degli articoli

L'individuazione delle parole-chiave utili per la ricerca nelle banche dati è stata fatta utilizzando la lingua inglese:

- *Dyscalculia* (*or Math disability or Mathematics disabilities*)
- *Teaching strategies*
- *Teaching methods*
- *Teaching interventions*
- *Adolescents*

- *Secondary education*

Questi termini sono poi stati combinati tra loro con l'operatore booleano *AND* per creare le varie stringhe:

- *Dyscalculia AND Teaching strategies*
- *Dyscalculia AND Teaching methods*
- *Dyscalculia AND Teaching interventions*
- *Dyscalculia AND Teaching strategies AND adolescents*
- *Dyscalculia AND Teaching methods AND adolescents*
- *Dyscalculia AND Teaching interventions AND adolescents*
- *Dyscalculia AND Teaching strategies AND Secondary education*
- *Dyscalculia AND Teaching methods AND Secondary education*
- *Dyscalculia AND Teaching interventions AND Secondary education*

Le stringhe di ricerca sono poi state inserite nelle banche dati Eric e Medline.

Criteri d'inclusione e di esclusione

L'idoneità degli articoli è stata controllata in base al titolo, all'abstract e alle parole-chiave. Per effettuare la scelta degli articoli ho definito i seguenti criteri d'inclusione e di esclusione:

Criteri d'inclusione	**Criteri di esclusione**
- Studenti con disturbo o difficoltà di apprendimento in matematica - Studenti di sesso femminile e maschile - Studenti di età maggiore ai 10 anni - Pubblicazione dal 2010 in avanti - Nessun limite geografico	- Interventi con uno specialista esterno alla scuola - Revisioni della letteratura

Risultati della ricerca degli articoli

Inserendo le stringhe di ricerca nelle banche dati sono stati trovati 71 articoli il cui titolo si riferiva all'argomento interessato.

In seguito, leggendo l'abstract degli articoli, leggendone alcuni in maniera più approfondita e facendo riferimento ai criteri d'inclusione e di esclusione sono stati individuati 6 articoli.

Lettura critica degli articoli

Articolo	Satsangi, R., Hammer, R., & Bouck, E. C. (2019). **Using Video Modeling to Teach Geometry Word Problems: A Strategy for Students With Learning Disabilities.**
Strategia	- *Video modeling:* consiste in un video creato da un esperto per mostrare come eseguire un determinato compito fornendo indicazioni esplicite. Si tratta di un unico video continuo che gli studenti guardano per intero senza fare pause e in seguito completano il compito in autonomia.
Ambito	Geometria
Scopo dello studio	Lo scopo dello studio è di valutare se l'uso del *video modeling* possa migliorare l'apprendimento degli studenti di scuola secondaria con disturbo dell'apprendimento in matematica, in particolare per la risoluzione di problemi di geometria, valutando il grado di supervisione degli adulti richiesto, la quantità di tempo necessario agli studenti per risolvere i problemi e le opinioni degli studenti sull'uso del *video modeling*.
Letteratura	La ricerca ha esplorato l'uso della tecnologia per migliorare l'insegnamento agli studenti con disabilità e ha identificato il *video modeling* come una tecnologia efficace, soprattutto per gli studenti con disabilità moderate o gravi. Tuttavia, l'applicazione del *video modeling* per gli studenti con DSA è ancora poco conosciuta.
Design	Per questo studio è stato utilizzato un *multiple probe design* su singolo soggetto (Gast & Ledford, 2014, citato da Satsangi, Hammer, & Bouck, 2019).
Campione	Sono stati selezionati tre studenti di 14, 15 e 17 anni provenienti dalla stessa classe e con una disabilità di apprendimento in matematica.

Strumenti di efficacia	I ricercatori hanno creato cinque valutazioni uniche (composte da cinque problemi) per ognuna delle quattro determinate abilità riguardanti area e perimetro, 20 in totale. Le domande di valutazione e quelle affrontate nei video erano le stesse. Per ogni sessione l'accuratezza è stata misurata calcolando quanti dei cinque problemi sono stati risolti correttamente. L'indipendenza è stata misurata calcolando quanti passaggi del problema sono stati risolti senza richiedere un suggerimento (indicazioni verbali, gesti fisici e modellizzazione fisica). La validità sociale è stata misurata ponendo domande aperte a ogni studente prima e dopo lo studio.
Intervento	Sono stati creati quattro video di cinque minuti, uno per ciascuna abilità, dove una voce dava istruzioni esplicite ripassando il vocabolario, le proprietà, i concetti e mostrava come risolvere un problema passo dopo passo. Venivano anche usati i colori per evidenziare parti importanti. Durante la *baseline* il singolo studente ha eseguito le valutazioni concernenti la risoluzione di problemi geometrici, senza ricevere aiuti. Durante l'intervento il singolo studente ha guardato il video didattico e poi ha svolto in fila i cinque problemi della valutazione. In ogni sessione lo studente poteva riguardare il video e poteva chiedere aiuti ai ricercatori. Ogni studente ha completato cinque sessioni per poi passare alla fase di mantenimento.
Risultati	I tre studenti hanno mostrato un miglioramento nei punteggi nella risoluzione dei problemi dopo aver usato il *video modeling* rispetto ai loro punteggi precedenti. I loro punteggi durante l'intervento e il mantenimento era compresi tra il 60,0% e il 100% per l'accuratezza e tra l'86,7% e il 100% per l'indipendenza. Per quanto riguarda la validità sociale, gli studenti hanno ritenuto i video utili. Lo studente 2 ha detto che erano *facili e veloci*. Lo studente 1 ha apprezzato il fatto di poter tornare indietro a guardare i problemi e il fatto di vedere le formule scritte per ricordarsi le proprietà geometriche. I disegni delle figure con i dati del problema hanno aiutato gli studenti 2 e 3 a capire quali elementi trovare e come trovarli.

Conclusioni	I risultati di questo studio sono coerenti con le precedenti ricerche: gli interventi basati su video sono utili per l'insegnamento di abilità matematiche accademiche a studenti con disabilità compresi quelli con difficoltà di apprendimento in matematica (ad esempio, Bottge, 1999; Bottge et al., 2001, 2002, 2003, citato da Satsangi, Hammer, & Bouck, 2019). Gli autori ipotizzano che il *video modeling* abbia avuto successo perché ha fornito una combinazione di istruzione esplicita dei concetti di area e perimetro insieme a immagini visive. Inoltre il *video modeling* contribuisce a sviluppare l'autonomia e la flessibilità dello studente, caratteristiche fondamentali per gli allievi di scuola secondaria (Satsangi & Miller, 2017, citato da Satsangi, Hammer, & Bouck, 2019). Tuttavia, lo studio presenta dei limiti come la scelta di soli quattro tipi di problemi, di non creare una valutazione contenente problemi di tutti e quattro i tipi e di non creare problemi con informazioni distrattive.

Articolo	Satsangi, R., Hammer, R., & Hogan, C. D. (2018). **Video Modeling and Explicit Instruction: A Comparison of Strategies for Teaching Mathematics to Students with Learning Disabilities.**
Strategia	- *Video modeling* - *Explicit instruction:* è una strategia di insegnamento basata sulla chiarezza e sulla precisione delle informazioni fornite agli studenti. Generalmente si distinguono cinque fasi: l'attivazione dei prerequisiti, la presentazione dell'obiettivo, la dimostrazione dei passaggi del compito mostrando anche i pensieri ad alta voce, la pratica guidata dove il docente fornisce aiuti precisi agli studenti e la pratica indipendente dove gli studenti si esercitano in modo autonomo (Witzel & Mize, 2018) (Hudson, Miller, & Butler, 2006, citato da Satsangi, Hammer, & Hogan, 2018).
Ambito	Geometria

Scopo dello studio	Lo scopo di questo studio è quello di ampliare la ricerca sull'uso del *video modeling* nell'insegnamento della matematica a studenti di scuola secondaria con difficoltà di apprendimento, confrontandolo con l'*explicit instruction*.
Letteratura	La maggior parte delle strategie nella ricerca possono essere suddivise in tre categorie: comportamentali, cognitive e alternative (Maccini, Mulcahy, & Wilson, 2007, citato da Satsangi, Hammer, & Hogan, 2018). Tra queste categorie, l'*explicit instruction* e gli interventi basati su video si sono mostrati efficaci per gli studenti di scuola secondaria con disturbo di apprendimento. L'*explicit instruction*, o molte altre strategie efficaci come la rappresentazione visiva, può essere incorporata nel *video modeling* per migliorare l'apprendimento degli studenti. Tuttavia, ci sono poche ricerche che hanno esaminato gli effetti del *video modeling* per l'insegnamento della matematica agli studenti di scuola secondaria con disturbo di apprendimento.
Design	Per questo studio è stato utilizzato un *alternating-treatments design* a soggetto singolo (Gast & Ledford, 2014, citato da Satsangi, Hammer, & Hogan, 2018).
Campione	Sono stati selezionati tre studenti di 14, 15 e 17 anni con un disturbo di apprendimento in matematica, provenienti da una scuola superiore pubblica di circa 1.900 studenti situata fuori da una grande città del Mid-Atlantic.
Strumenti di efficacia	I ricercatori hanno creato sei valutazioni uniche (composte da cinque problemi) per ognuna delle tre determinate abilità riguardanti area e perimetro, 18 in totale. Le domande di valutazione e quelle affrontate durante le lezioni di *explicit instruction* e di *video modeling* erano le stesse. Per ogni sessione l'accuratezza è stata misurata calcolando quanti dei cinque problemi sono stati risolti correttamente. L'indipendenza è stata misurata calcolando quanti passaggi del problema sono stati risolti senza richiedere un suggerimento (indicazioni verbali, gesti fisici e modellizzazione fisica). La validità sociale è stata misurata ponendo

	domande aperte a ogni studente prima e dopo lo studio, i ricercatori hanno annotato le risposte in tempo reale.
Intervento	Il *video modeling* è stato rappresentato dall'istruzione fornita al singolo studente tramite video. Sono stati creati tre video di cinque minuti, uno per ciascuna abilità. L'istruzione esplicita è stata rappresentata dall'istruzione fornita al singolo studente faccia a faccia dal ricercatore. Il ricercatore ha usato una lavagna bianca, pennarelli e una trascrizione alla quale ha fatto riferimento per assicurare uniformità del contenuto trattato e del linguaggio. Come per i video, ogni lezione della durata di cinque minuti verteva su una delle tre abilità riguardanti area e perimetro di quadrati e rettangoli. Durante la *baseline* il singolo studente ha eseguito le valutazioni concernenti la risoluzione di problemi geometrici, senza nessuna istruzione precedente. Durante l'intervento il singolo studente ha ricevuto l'istruzione, poi ha svolto in fila i cinque problemi della valutazione sull'abilità insegnata. Infine lo studente ha eseguito tre sessioni facendo uso della condizione di trattamento (*video modeling* o *explicit instruction*) risultata più efficace durante l'intervento. Questo è servito a controllare l'eventualità di un tipo di interferenza *multi-treatment* chiamato effetto alternanza (Hains & Baer, 1989, citato da Satsangi, Hammer, & Hogan, 2018).
Risultati	I tre studenti hanno mostrato un miglioramento nei punteggi nella risoluzione dei problemi dopo entrambe le tipologie di istruzione rispetto ai loro punteggi precedenti. I loro punteggi durante l'intervento e il trattamento migliore erano pari o maggiori dell'80,0% per l'accuratezza. In riferimento all'intervento, gli studenti 1 e 2 hanno ottenuto punteggi medi di accuratezza più alti con l'*explicit instruction* rispetto al *video modeling* e lo studente 3 ha ottenuto risultati identici con entrambe le strategie. Per quanto riguarda la validità sociale, gli studenti hanno dato risposte varie. Lo studente 1 ha preferito il *video modeling* per la possibilità di

	andare avanti e indietro e perché i video erano *migliori e più veloci* rispetto al dover parlare di persona con un insegnante. Lo studente 2 ha apprezzato l'*explicit instruction* perché il lavoro era scritto davanti a lui e perché non aveva bisogno di tornare indietro per vedere i singoli passaggi. Ha però apprezzato anche i video perché li poteva usare come rapido promemoria quando faceva i compiti. Lo studente 3 ha preferito l'*explicit instruction* perché, quando aveva una domanda, non doveva tornare indietro nel video, ma aveva tutto scritto sulla lavagna. Ha però riconosciuto l'utilità del *video modeling* quando non si è in classe con un insegnante.
Conclusioni	In primo luogo, i risultati di questo studio sono coerenti con le precedenti ricerche: gli interventi basati su video sono utili per l'insegnamento della matematica a studenti con difficoltà di apprendimento (Bottge, 1999; Bottge et al., 2001, 2002, 2003, citato da Satsangi, Hammer, & Hogan, 2018). In secondo luogo, il *video modeling* ha lo stesso esito positivo dell'*explicit instruction* che è una strategia di insegnamento consolidata e basata sull'evidenza per gli studenti con difficoltà di apprendimento. Gli autori ipotizzano che le due strategie abbiano avuto lo stesso successo per la sovrapposizione delle loro caratteristiche. Combinando l'insegnamento esplicito dei concetti con le rappresentazioni visive di ogni tipo di problema, il *video modeling* è risultato essere una strategia di successo per gli studenti dello studio. Si può quindi pensare che questa strategia sia una valida alternativa per non aver bisogno di essere sempre fisicamente presenti. Vi sono vantaggi riguardo alla tecnologia (gli studenti ricevono l'istruzione seduti davanti a un computer, usando un tablet) all'ambiente (a casa, a scuola), alla differenziazione. I video possono essere inoltre una risorsa da usare nel futuro. Tuttavia, lo studio presenta dei limiti come la scelta di soli tre tipi di problemi e di non creare problemi con informazioni distrattive. Per il futuro sarebbe necessario un lavoro più approfondito per valutare la fattibilità del *video modeling*. Sarebbe anche necessario studiare se questa strategia adempie ai bisogni di studenti, per esempio, che parlano un'altra lingua.

Articolo	Adani, A., Eskay, M., & Onu, V. (2012). **Effect of Self-instruction Strategy on the Achievement in Algebra of Students With Learning Difficulty in Mathematics.**
Strategia	*Self-instruction:* è una strategia di autoregolazione dove gli studenti si gestiscono da soli durante l'apprendimento (Graham, Reid, 1992, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012). Si svolge in fasi: la modellizzazione cognitiva dove il docente descrive la risoluzione di un problema mostrando anche i pensieri e i processi mentali, la guida esplicita esterna dove il docente fornisce suggerimenti allo studente, l'autoguida esplicita dove lo studente esegue i passaggi parlando ad alta voce, l'autoguida esplicita sfumata dove lo studente esegue i passaggi e li sussurra e l'autoistruzione nascosta dove lo studente esegue il compito in autonomia senza parlare ad alta voce o sussurrare.
Ambito	Numeri
Scopo dello studio	Lo scopo di questo studio è di esaminare se la *self-instruction* possa migliorare i risultati in algebra degli studenti con difficoltà di apprendimento in matematica.
Letteratura	La strategia *self-instruction* sembra essere molto utile per gli studenti con difficoltà di apprendimento in matematica, poiché suddivide l'apprendimento in parti e coinvolge attivamente gli studenti, anziché essere passivi come potrebbe accadere in altre strategie dove è l'insegnante a essere attivo (Graham et al., 1992, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012). La *self-instruction* permette anche di autovalutarsi, autodeterminarsi e auto-motivarsi. Tuttavia, le ricerche sull'effetto della *self-instruction* sui risultati in algebra degli studenti con difficoltà di apprendimento sono state sinora limitate.

Design	Per questo studio quasi-sperimentale è stato adottato un disegno non randomizzato di gruppo di controllo pre-test e post-test.
Campione	La popolazione dello studio comprendeva 855 studenti di due scuole secondarie della zona di Nsukka con difficoltà di apprendimento in matematica. Il campione era composto da 40 studenti, 20 per ogni scuola. Sia il gruppo sperimentale sia il gruppo di controllo comprendevano 10 ragazze e 10 ragazzi. Il primo è stato formato per la *self-instruction* che ha poi usato per imparare l'algebra da solo; il secondo ha imparato attraverso la strategia tradizionale diretta dall'insegnante.
Strumenti di efficacia	Il primo strumento per la raccolta dei dati è l'*algebra achievement test* (AAT). Il ricercatore, assieme ad alcuni insegnanti di educazione speciale e di matematica, ha generato circa 20 domande inerenti alle quattro fasi del processo di risoluzione di un'equazione. Il secondo strumento è la *self-instruction rating scale* (SRS) che è una scala di valutazione a quattro punti (4 significa *Fortemente d'accordo*, 1 significa *Fortemente in disaccordo*) che è stata utilizzata per determinare il livello di acquisizione da parte dello studente delle competenze relative all'uso della strategia di *self-instruction*. Il ricercatore ha creato 15 domande fondate sulle fasi e abilità della *self-instruction*.
Intervento	Il trattamento è durato quattro settimane. Tutti gli studenti delle due scuole hanno eseguito l'AAT, in modo che percepissero il test come un'ordinaria verifica. Questo test ha inoltre consentito di individuare gli studenti che presentavano effettive difficoltà nell'apprendimento dell'algebra. Ogni assistente di ricerca si è occupato di una scuola. Dopo quattro settimane, subito dopo il trattamento, è stata somministrata la SRS al gruppo sperimentale per verificare il grado di acquisizione delle competenze legate all'uso della *self-instruction*. Dopo due settimane dall'intervento, è stato somministrato l'AAT agli studenti delle due scuole.
Risultati	I dati mostrano che il gruppo sperimentale ha acquisito le competenze legate all'uso della *self-instruction*, come per esempio osservare con attenzione mentre l'insegnante esegue e parlare ad alta voce mentre si

	esegue l'istruzione, fare domande quando si ha bisogno di chiarimenti ed eseguire le attività più volte per perfezionarle, prendersi il tempo necessario per eseguire le attività in sequenza così come sono state verbalizzate, svolgere le attività completamente in silenzio una volta apprese. Inoltre gli studenti non erano d'accordo sul fatto che le attività dovrebbero essere svolte una sola volta e sul fatto che si debbano saltare alcune tappe durante lo svolgimento delle attività. Inoltre, i risultati indicano che gli studenti con difficoltà di apprendimento in matematica che hanno utilizzato la *self-instruction* hanno fatto meglio rispetto a quelli che hanno utilizzato il metodo tradizionale.
Conclusioni	I risultati hanno mostrato che gli studenti con difficoltà di apprendimento in matematica possono apprendere con successo la strategia di *self-instruction*. Infatti Hughes (1992, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012) ha affermato che la *self-instruction* è una strategia di autogestione facile da sviluppare, imparare e utilizzare. Wehemeyer (2006, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012), ha sostenuto che la *self-instruction* è più facile da acquisire perché può essere praticata sia all'interno che all'esterno di un'aula e perché permette allo studente di auto-dirigere le proprie attività di apprendimento. Inoltre consente agli studenti di essere attivi avendo uno scopo per l'apprendimento, motivati e consapevoli del modo più efficace per apprendere. Trovano inoltre un modo per esercitarsi e usare i materiali didattici. L'unico eventuale svantaggio della *self-instruction* è la mancanza di altri studenti con cui condividere le idee. I risultati hanno anche mostrato che gli studenti istruiti con la strategia di *self-instruction* hanno ottenuto risultati migliori nell'algebra rispetto a quelli del gruppo di controllo. Questi risultati sono in linea con quelli di uno studio precedente di Lang, Margo, Scruggs e Porter (2004, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012), che hanno dimostrato che gli studenti con bisogni speciali che utilizzano la *self-instruction* hanno prestazioni migliori in matematica rispetto a quelli che utilizzano l'istruzione tradizionale. Inoltre l'uso dell'istruzione ad alta voce permette all'allievo

	di auto-istruirsi (Zimmerman, 2001, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012).

Articolo	Clarke, B., Nelson, N., Ketterlin Geller, L., Kosty, D., Smolkowski, K., Lesner, T., Furjanic, D., & Fien, H. (2020). **Investigating the Promise of a Tier 2 Sixth-Grade Fractions Intervention.**
Strategia	- *Explicit instruction* - *Systematic instruction*: è una strategia di insegnamento basata sull'organizzazione e sulla sequenzialità delle informazioni fornite agli studenti, i concetti vengono appresi in modo graduale (Archer, Hughes, 2011, citato da Clarke, 2020). - *Concrete-representational-abstract* (CRA): è una strategia d'insegnamento che comprende tre differenti fasi: concreta, rappresentativa, astratta. Nella fase concreta il concetto matematico viene compreso attraverso l'uso di oggetti concreti da parte degli studenti. Nella fase rappresentativa il concetto matematico viene rappresentato usando modelli o rappresentazioni visive. Nella fase astratta il concetto viene applicato usando la notazione astratta (Strickland, Maccini, 2010, citato da Strickland, 2021).
Ambito	Numeri
Scopo dello studio	Lo scopo di questo studio è quello di espandere la conoscenza esistente sull'insegnamento delle frazioni per gli studenti con sospette difficoltà in matematica indagando l'efficacia di un intervento sulle frazioni chiamato *Promoting Algebra Readiness (PAR)*, che può essere utilizzato nel modello *Response to intervention* (RTI) o *Multi-tiered system of supports* (MTSS). L'intervento PAR è stato creato per migliorare la comprensione dei concetti di frazione e la capacità di utilizzare le procedure con le frazioni in modo fluido utilizzando una struttura di progettazione didattica esplicita e sistematica (Archer & Hughes, 2011), utilizzando diverse rappresentazioni, tra cui la linea dei numeri (Siegler et al., 2010, citato da

	Clarke, 2020) e una sequenza concreto-rappresentativo-astratto (CRA) (Miller & Hudson, 2007, citato da Clarke, 2020).
Letteratura	Nonostante l'importanza cruciale delle frazioni come fondamento per la matematica successiva, tra cui l'algebra, la ricerca in questo ambito è purtroppo insufficiente per consentire la costruzione e l'attuazione di modelli RTI o MTSS per la fornitura di servizi di matematica per gli studenti delle scuole elementari e medie (Gersten et al., 2009, citato da Clarke, 2020). La ricerca presentata nell'articolo mira a colmare questa lacuna. Dalle ricerche esistenti sono comunque emersi alcuni aspetti. Innanzitutto, gli interventi che utilizzano un'istruzione esplicita e sistematica hanno dimostrato effetti positivi sui risultati relativi alle frazioni per gli studenti con DSA. In secondo luogo, l'istruzione che utilizza rappresentazioni visive e concrete, in particolare la linea dei numeri, è particolarmente vantaggiosa per gli studenti con DSA. Infine, è fondamentale che gli studenti comprendano l'equivalenza e la grandezza delle frazioni, oltre le relazioni parte-intero e la suddivisione equa. L'intervento PAR è stato creato tenendo conto di questi principi.
Design	In questo studio quasi-sperimentale, quattro scuole sono state assegnate alla condizione di trattamento e tre scuole a quella di controllo. La scelta è stata fatta in base alla loro volontà di impegnarsi a fornire un intervento giornaliero di 45 minuti sui numeri razionali.
Campione	Sono state reclutate le scuole medie di quattro distretti scolastici dell'Oregon per partecipare allo studio e tra queste sette hanno accettato di partecipare. Per poter essere inclusi, gli studenti di *Grade 6* dovevano aver ottenuto un punteggio inferiore al 40° percentile nella valutazione statale di matematica alla fine del *Grade 5*. Il campione finale comprendeva 112 studenti in condizione di trattamento e 86 studenti in condizioni di controllo.

Strumenti di efficacia	Al gruppo di trattamento e di controllo sono state somministrate diverse valutazioni, sia nel pre-test che nel post-test, per valutare l'efficacia dell'intervento PAR di migliorare l'apprendimento distale della matematica. Inoltre, al gruppo di trattamento e di controllo sono stati somministrati quattro test di padronanza del PAR all'inizio e alla fine di ciascun filone dell'intervento per valutare l'apprendimento della matematica prossimale. Alla fine dello studio è stato somministrato agli studenti del gruppo di trattamento un sondaggio sulla percezione del programma e dell'intervento.
Intervento	Per quanto riguarda il trattamento, l'intervento PAR si concentra sull'insegnamento dei concetti e delle abilità relative ai numeri razionali identificati nei *Common Core State Standards for Mathematics* (CCSS-M, 2010) e comprende 93 lezioni su quattro filoni di intervento: 1) moltiplicazione e divisione di numeri interi 2) frazioni come numeri 3) addizione e sottrazione di frazioni 4) moltiplicazione e divisione di frazioni. Il gruppo di controllo ha ricevuto un'istruzione come di consueto. I loro insegnanti per insegnare ai loro studenti, compresi quelli che hanno difficoltà in matematica, utilizzano le seguenti pratiche: dimostrazioni visive dei concetti matematici, opportunità per gli studenti di verificare il loro pensiero matematico, esercitazioni guidate, rappresentazioni di concetti matematici (ad esempio, linee dei numeri, modelli di valore posizionale), interazioni tra pari e verbalizzazioni dell'insegnante del pensiero matematico (*think- alouds* dell'insegnante). Due insegnanti su tre danno agli studenti esercitazioni scritte indipendenti ogni giorno, mentre un insegnante lo fa una volta a settimana.
Risultati	Gli studenti delle scuole PAR hanno ottenuto migliori risultati in matematica rispetto agli studenti delle scuole di controllo. I primi hanno superato significativamente gli studenti delle scuole di controllo nella valutazione prossimale dei filoni 2 e 3. Sono stati osservati effetti positivi non significativi del PAR sulle altre due valutazioni prossimali e su tutte

	e quattro le valutazioni distali. Inoltre in generale gli studenti hanno mostrato impressioni positive del programma.
Conclusioni	Rispetto agli articoli precedenti dove gli interventi sono più limitati a uno o due aspetti particolari della comprensione delle frazioni, l'intervento PAR è risultato più ampio e profondo. I diversi risultati delle quattro valutazioni prossimali sono in parte giustificati da questa ampiezza dei contenuti. È inoltre fondamentale notare che abbiamo ottenuto risultati positivi ma non significativi sulle misure distali utilizzate nello studio. La ricerca futura dovrebbe concentrarsi sull'analisi del PAR eseguito in piccoli gruppi o in altre modalità in modo da individuare le varie modalità di fornitura degli interventi nella scuola. Un limite importante dello studio è stata la mancanza di documentazione della condizione di controllo. Recenti risultati indicano che l'istruzione tradizionale include molti degli elementi presenti negli interventi sulle frazioni e che i risultati degli studenti su diverse aree sono simili o migliori con l'istruzione tradizionale (Hwang et al., 2019, citato da Clarke, 2020). Infine, la rappresentazione principale utilizzata dall'intervento PAR è stata la linea dei numeri. Per capire meglio come e perché gli interventi hanno un impatto sulla comprensione degli studenti, è necessario studiare in futuro le diverse tipologie di rappresentazione ad alto potenziale.

Articolo	Hord, C. (2021). **Gesturing While Tutoring a Student With a Learning Disability Enrolled in Algebra 1.**
Strategia	- Utilizzo dei gesti: è una strategia di insegnamento che fornisce un supporto visivo e fisico tramite l'uso delle mani, della penna o di altri oggetti per evidenziare e concentrare l'attenzione su determinati concetti (Walsh e Hord, 2019, citato da Strickland, 2021). Sostiene quindi la memoria di lavoro (Cook, Duffy, & Fenn, 2013; Goldin- Meadow, Nusbaum, Kelly, & Wagner, 2001, citato da Hord, 2021).

	- Memorizzazione di informazioni su carta: è una strategia di insegnamento che consiste nello scrivere su un foglio di carta le informazioni necessarie in modo tattico così che poi rimangano memorizzate sulla carta (Risko & Dunn, 2015, citato da Hord, 2021).
Ambito	Numeri
Scopo dello studio	Questo studio ha posto l'attenzione sull'uso dei gesti da parte dell'insegnante, in combinazione con il lavoro cartaceo svolto anche dallo studente, al fine di aiutarlo a comprendere meglio i problemi e dar loro un senso.
Letteratura	La ricerca nel campo dell'educazione speciale ha scoperto che un modo per ridurre le difficoltà legate alla memoria di lavoro che gli studenti devono affrontare (Marita & Hord, 2017, citato da Hord, 2021) è quello di insegnar loro a memorizzare le informazioni su carta in modo strategico (Risko & Dunn, 2015, citato da Hord, 2021). Un altro modo per alleviare questo problema è l'uso dei gesti (Hord et al., 2016, citato da Hord, 2021). In generale, la memoria e l'elaborazione degli studenti con DSA possono essere supportati dall'utilizzo di una combinazione di gesti e di memorizzazione di informazioni su carta (Hord, Ladrigan, & Saldanha, 2020, citato da Hord, 2021).
Design	Per questa ricerca è stato svolto uno studio di caso qualitativo su due sessioni di lezioni private su contenuti di algebra di uno studente con difficoltà di apprendimento.
Campione	Lo studio si è svolto in un quartiere periferico degli Stati Uniti e le ripetizioni dello studente con l'insegnante fanno parte di un programma di ripetizioni progettato da un'università locale. La scelta è ricaduta su questo studente di 15 anni in quanto presentava un DSA ed era iscritto ad Algebra 1. Ha spesso difficoltà con i problemi matematici a più fasi.
Strumenti di efficacia	Le sessioni di ripetizioni sono state filmate per riprendere i gesti e il lavoro su carta dell'insegnante e dello studente. Due sessioni, sulla fattorizzazione dei trinomi e le equazioni a più fasi, sono state trascritte.

	I dati riguardanti i gesti e il lavoro su carta sono stati organizzati in una tabella, con una colonna dedicata ai commenti soggettivi dei ricercatori per fornire un contesto.
Intervento	Lo studente e l'insegnante hanno cominciato con la fattorizzazione di trinomi. Vedendo faticare lo studente, l'insegnante ha pensato di fattorizzare i trinomi in un altro momento e gli ha fornito un problema più semplice da risolvere: un'equazione dove era implicata la proprietà distributiva. Qui è stato importante aiutare lo studente a mostrare ogni passaggio della risoluzione e fornire altre immagini, oltre ai gesti, in modo che lo studente non dovesse eseguire mentalmente troppi passaggi o ricordare troppe informazioni. Dopo il successo dello studente l'insegnante gli ha proposto un problema più difficile: un'equazione fratta. Quando lo studente ha iniziato a faticare, l'insegnante gli ha fornito degli aiuti sulle fasi del problema, ha fatto un collegamento con la realtà, ha utilizzato gesti per sostenere le sue domande e il pensiero dello studente e l'ha aiutato a memorizzare e organizzare le informazioni su carta.
Risultati	L'uso continuo dei gesti e della memorizzazione di informazioni su carta da parte dell'insegnante ha aiutato lo studente a pensare in modo più chiaro e a progredire nel problema. Per quanto riguarda l'equazione fratta, è importante che lo studente l'abbia risolta in modo autonomo dal momento in cui è stata eliminata la frazione. Da quel momento non si trattava nemmeno più di un'equazione a più fasi, infatti, gli studenti con DSA tendono ad avere difficoltà con i problemi a più fasi (Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004, citato da Hord, 2021). Il fatto invece che lo studente abbia avuto difficoltà quando ancora la frazione era presente dimostra quanto una frazione in un problema possa mettere alla prova un ragazzo con DSA. Questo è in linea con quanto è presente nella ricerca riguardo agli studenti con DSA che hanno difficoltà con le equazioni a più fasi con frazioni (Hord, Ladrigan, & Saldanha, 2020, citato da Hord, 2021).

	Si è notato che lo studente ha avuto poche difficoltà con l'equazione a più fasi con la proprietà distributiva, mentre ha avuto molte difficoltà con la fattorizzazione di trinomi. La fattorizzazione di trinomi ha mostrato anche l'importanza di considerare la possibilità di proporre un esercizio più semplice quando quello attuale è troppo difficile per lo studente. Durante l'analisi dei video è emerso che la docente utilizzava spesso gesti di ritorno ai problemi già risolti per aiutare lo studente a ricordare le strutture comuni dei problemi e prendere decisioni adeguate per risolvere il problema in corso. Tale approccio è una mossa strategica del docente per favorire la comprensione e il ragionamento.
Conclusioni	I risultati sono in linea con la ricerca esistente sull'efficacia dei gesti, sia dello studente sia del docente, nel supportare il linguaggio verbale (Cook et al., 2013; Goldin-Meadow et al., 2001, citato da Hord, 2021). Siccome gli studenti con DSA hanno spesso problemi di memoria di lavoro, i gesti sono per loro molto utili, soprattutto quando i problemi sono particolarmente difficili o presentano più passaggi (Barrouillet & Camos, 2012; Hord et al., 2016; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004, citato da Hord, 2021). I risultati mostrano anche l'importanza dell'organizzazione delle informazioni e dell'aggiunta di informazioni supplementari sul foglio, come per esempio le frecce, da parte del docente. Lo studente e il docente hanno così potuto sovrapporre i gesti al loro lavoro su carta (Hord, Kastberg, & Marita, 2019, citato da Hord, 2021). A volte queste strategie di insegnamento non erano sufficienti per aiutare lo studente a risolvere il problema e il docente doveva intervenire scegliendo problemi appropriati. Questo è in linea con gli studi che suggeriscono che gli insegnanti dovrebbero adattarsi alle esigenze degli studenti, ponendo loro problemi di difficoltà variabile e adeguata al loro livello di comprensione (Steffe, 1990; von Glasersfeld, 1995, citato da Hord, 2021). Un limite riguarda la piccola quantità di sessioni analizzate, due, e di partecipanti, uno. La ricerca futura dovrebbe migliorare in questo senso.

Articolo	Zhang, D., Indyk, A., & Greenstein, S. (2020). **Effects of Schematic Chunking on Enhancing Geometry Performance in Students With Math Difficulties and Students at Risk of Math Failure.**
Strategia	- *schematic chunking*: è una strategia che consiste nell'individuare degli *schematic chunks*, ovvero dei "modelli, schemi, regole o conoscenze immagazzinate nella memoria a lungo termine sotto forma di chunks" (Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020, p. 1). Un *chunk* è un insieme di informazioni raggruppate che permette di essere ricordato più facilmente (Sweller, Ayres, & Kalyuga, 2011).
Ambito	Geometria
Scopo dello studio	Lo scopo di questo studio è quello di estendere la ricerca sul *schematic chunking* dai problemi di geometria a livello elementare ai problemi di geometria a livello scolastico superiore. È stata studiata l'efficacia del *schematic chunking* per studenti con difficoltà matematiche e studenti a rischio di insuccesso matematico. Si è voluto inoltre studiare come il livello di difficoltà dei problemi di geometria e le conoscenze contenutistiche degli studenti regolino gli effetti di un accomodamento del *schematic chunking*.
Letteratura	Hegarty e Kozhevnikov (1999, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020) hanno identificato due tipi di rappresentazioni visuo-spaziali, ovvero la rappresentazione schematica che descrive le relazioni spaziali tra gli oggetti, e l'immaginazione pittorica, che fornisce immagini visive dettagliate. Secondo la ricerca condotta, l'uso di rappresentazioni schematiche è correlato positivamente con il successo nella risoluzione di problemi matematici mentre l'uso di rappresentazioni pittoriche è correlato negativamente con il successo nella risoluzione di problemi matematici (Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Matheson & Hutchinson, 2014; van Garderen, 2006, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020).

	Insegnare agli studenti la capacità di codificare le relazioni tra gli elementi visivi coinvolti in una figura geometrica attraverso la rappresentazione schematica è un fattore importante per migliorare l'apprendimento della geometria, soprattutto per quegli studenti che faticano ad apprendere la materia. Il carico cognitivo può essere gestito modificando la natura delle informazioni o sviluppando le competenze degli studenti (Chen et al., 2015, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020). Nella ricerca vi è uno studio che indica che gli studenti con difficoltà matematiche sono migliorati maggiormente rispetto a quelli senza difficoltà matematiche utilizzando lo *schematic chunking*, ciò indica che questa strategia dovrebbe essere raccomandata per questi ragazzi (Zhang et al., 2014, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020).
Design	Questo studio ha utilizzato un disegno misto 3 (livello di difficoltà del problema) × 2 (versione semplice/versione *chunking*) × 2 (formulario fornito/non fornito).
Campione	Il campione è formato da 33 studenti di prima liceo iscritti in un distretto scolastico suburbano negli Stati Uniti. Tutti i partecipanti sono stati divisi in due gruppi: a) studenti con difficoltà matematiche oppure b) studenti a rischio di insuccesso in matematica. I 33 studenti, 18 con difficoltà matematiche e 15 a rischio, sono stati assegnati in modo casuale al gruppo al quale veniva fornito il formulario creato dai ricercatori e al gruppo al quale non veniva fornito.
Strumenti di efficacia	Gli studenti di entrambi i gruppi hanno ricevuto un test con 22 problemi di geometria con tre diversi livelli di difficoltà: semplice *one-step*, difficile *one-step* e *multi-step*. I problemi semplici *one-step* erano 14 (cinque sulla relazione spaziale e nove sulle rette parallele). I problemi difficili *one-step* erano tre e richiedevano l'uso di teoremi utilizzati meno frequentemente. I problemi *multi-step* erano cinque e richiedevano agli studenti l'uso di almeno due teoremi o postulati per scrivere una soluzione.
Intervento	Tutti gli studenti hanno ricevuto due versioni del test di geometria: a) un test con una semplice rappresentazione di figure e b) un test parallelo con

	rappresentazioni colorate e segni che evidenziano gli elementi interattivi di un *schematic chunk* coinvolti nella risoluzione dei problemi. Tutti gli studenti hanno eseguito prima il test semplice e poi il test con i *chunk* semantici visivi. Hanno eseguito il test in un'aula ma è stato chiesto loro di lavorare in modo indipendente sui problemi. Ogni test durava circa 25-30 minuti.
Risultati	Per tutti e tre i tipi di problemi i partecipanti hanno generalmente ottenuto risultati migliori con la rappresentazione del *chunking* rispetto che con la rappresentazione semplice. L'effetto del *chunking* è stato maggiore per i problemi difficili *one-step* e *multi-step* rispetto ai problemi semplici *one-step*. Le prestazioni di accuratezza per i tre tipi di problemi degli studenti con difficoltà matematiche e degli studenti a rischio sono risultate diverse. Per quanto riguarda gli studenti con difficoltà matematiche, senza la fornitura di un formulario, non c'è stato alcun effetto di *chunking* per i problemi difficili *one*-step. Mentre quando è stato fornito un formulario per questo tipo di problemi, abbiamo riscontrato un significativo effetto di *chunking*. La fornitura del formulario ha avuto un effetto marginale significativo sui problemi *multi-step*, solo per gli studenti con difficoltà matematiche piuttosto che per gli studenti a rischio.
Conclusioni	L'uso del *chunking* ha dimostrato di essere efficace nell'aiutare gli studenti a identificare i *schematic chunks* in un diagramma geometrico e a risolvere i problemi utilizzando i *schematic chunks* invece di dover considerare un gran numero di elementi interattivi visivi e verbali. Questo è in linea con la letteratura precedente sull'efficacia dell'uso del *chunking* nel contesto della schematizzazione dei colori (Ratwani et al., 2008, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020) e della marcatura degli elementi visivi interattivi su uno schema per integrarli con gli elementi interattivi verbali (Sweller et al., 1990, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020).

	Lo studio ha anche esteso il concetto di *chunk* da una forma fisica intera, come un quadrato o un triangolo, a una struttura schematica, come angoli abbinati in un insieme di rette parallele o gli elementi associati al teorema della bisettrice degli angoli, che ha un significato semantico in relazione alle proprietà della geometria, ai teoremi o ai postulati. La suddivisione è dunque particolarmente efficace in compiti complessi che richiedono un carico maggiore sulla memoria di lavoro rispetto ai compiti semplici. Quando i compiti sono semplici, indipendentemente dal fatto che si applichi o meno il *chunking*, il compito stesso provoca uno sforzo minimo sulle risorse della memoria di lavoro e quindi gli studenti possono ottenere buoni risultati o non mostrare differenze di rendimento. Al contrario, i problemi complessi (ad esempio, i problemi a più fasi) comportano più di un *chunking* schematico in un diagramma, il che può aumentare il carico cognitivo e, quindi, ostacolare la capacità di apprendimento (Sweller, 1994, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020). La ricerca futura dovrebbe concentrarsi sulla progettazione di rappresentazioni di *chunking* per problemi complessi. Coerentemente con quanto riportato in letteratura (Sweller, 1994, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020), i risultati di questo studio hanno suggerito che le conoscenze contenutistiche degli studenti regolano gli effetti di un accomodamento del *schematic chunking*. L'effetto non significativo del formulario tra gli studenti a rischio, sia che i problemi fossero rappresentati con *chunking* oppure no, potrebbe essere dovuto alle maggiori capacità matematiche degli studenti a rischio rispetto a quelli con difficoltà matematiche. Un limite di questo studio consiste nel fatto che i partecipanti raramente hanno articolato dei ragionamenti quando si riferivano ai postulati o ai teoremi. Questa capacità è però fondamentale per sviluppare il pensiero matematico (Maher & Davis, 1995; Maher & Martino, 1998, citato da Zhang, Indyk, & Greenstein, 2020). In futuro gli insegnanti potrebbero, quando necessario, modificare i test di geometria per studenti con difficoltà matematiche, identificando i

	schematic chunks. Inoltre, per aiutare gli studenti a distinguere gli elementi visivi interattivi dagli altri elementi di un diagramma complesso, gli insegnanti potrebbero insegnare loro come evidenziare gli elementi visivi interattivi con colori e segni.

Discussione dei risultati

In questo lavoro ho presentato alcune strategie di insegnamento, contenute in alcuni articoli, che si possono adottare con un allievo con discalculia nell'ambito numerico e nell'ambito geometrico. Le strategie individuate nell'ambito geometrico sono il *video modeling*, l'*explicit instruction* e il *schematic chunking*. Le strategie individuate nell'ambito numerico sono la *self-instruction*, l'*explicit instruction*, la *systematic instruction*, il *concrete-representational-abstract* (CRA), l'utilizzo dei gesti e la memorizzazione di informazioni su carta.

Gli studi analizzati presentano dei limiti e dunque l'interpretazione dei risultati richiede una certa cautela.

Dallo studio di Satsangi, Hammer, & Bouck (2019) sul *video modeling* emerge che la strategia ha avuto ripercussioni positive sui risultati degli studenti nella risoluzione dei problemi di geometria, sia per quanto riguarda la correttezza sia per quanto riguarda l'indipendenza nel risolvere i problemi. I video sono stati ritenuti utili dagli studenti per vari motivi: la loro facilità e velocità, il poter tornare indietro, il vedere le formule scritte che permettevano di ricordare le proprietà geometriche, il vedere le figure con i dati che permettevano di capire quali elementi trovare e come trovarli. Gli autori ipotizzano che il *video modeling* abbia avuto successo perché ha fornito una combinazione di istruzione esplicita dei concetti di area e perimetro insieme a immagini visive e ritengono che questa strategia promuova lo sviluppo di autonomia e flessibilità dello studente.

A mio avviso, pensando alla mia esperienza di docente, un ulteriore vantaggio potrebbe riguardare il fatto di avere a disposizione un esempio di risoluzione di un problema svolto in modo preciso. Uno svantaggio potrebbe consistere nel fatto che il video non può considerare lo sviluppo e le capacità di apprendimento del singolo studente e che lo studente non può porre domande. È forse dunque meno indicato per i concetti astratti o che richiedono una profonda comprensione; è più utile per la risoluzione di problemi.

Dallo studio di Satsangi, Hammer, & Hogan (2018) sul confronto tra *video modeling* ed *explicit instruction* emerge che le due strategie hanno avuto ripercussioni positive sui risultati degli studenti nella risoluzione dei problemi di geometria. Le preferenze tra le due strategie variavano. I video sono stati ritenuti utili per vari motivi: sono migliori e più veloci rispetto al dover parlare di persona con un insegnante, c'è la possibilità di andare avanti e indietro, sono un rapido promemoria per quando si fanno i compiti, sono utili quando non si è in classe con l'insegnante. L'*explicit instruction* è stata ritenuta valida per vari motivi: il lavoro è tutto scritto davanti a sé, non bisogna tornare indietro per

vedere i singoli passaggi, quando si ha una domanda non bisogna tornare indietro nel video ma è tutto scritto sulla lavagna. Gli autori ipotizzano che il *video modeling* abbia lo stesso esito positivo dell'*explicit instruction* per la sovrapposizione delle loro caratteristiche, come emerso nell'articolo sul *video modeling* (Satsangi, Hammer, & Bouck, 2019). Ritengono inoltre che la tecnologia, l'ambiente, la differenziazione e il fatto di non dover essere sempre fisicamente presenti siano ulteriori vantaggi del *video modeling*.

A mio avviso un ulteriore vantaggio dell'*explicit instruction* potrebbe riguardare la chiarezza e accuratezza nel fornire i concetti. Gli svantaggi potrebbero essere la monotonia della strategia, la limitazione della creatività e la mancanza di scoperta e di indipendenza da parte degli studenti.

Dallo studio di Zhang, Indyk, & Greenstein (2020) sul *schematic chunking* emerge che questa strategia ha avuto un effetto positivo sugli studenti soprattutto per i problemi difficili *one-step* e *multi-step*. È quindi di aiuto utilizzare i *schematic chunks* al posto di considerare molteplici elementi visivi e verbali. L'efficacia della suddivisione è maggiore quando i compiti sono difficili e richiedono un carico superiore sulla memoria di lavoro rispetto ai compiti facili.

A mio avviso dei vantaggi potrebbero essere la riduzione della complessità delle informazioni e l'identificazione di schemi ricorrenti. Gli svantaggi potrebbero essere il rischio di tralasciare informazioni rilevanti, di creare uno schema sbagliato e di semplificare troppo la situazione.

Dallo studio di Adani, Eskay, & Onu (2012) sulla *self-instruction* emerge che gli studenti hanno acquisito le competenze riguardo alle abilità della strategia di *self-instruction* e che quelli che hanno utilizzato questa strategia hanno ottenuto risultati migliori nell'algebra rispetto a quelli che hanno utilizzato il metodo tradizionale. La *self-instruction* sembra facile da imparare in quanto l'allievo la può praticare sia all'interno che all'esterno di un'aula, anche quando non si hanno supporti didattici (Wehemeyer, 2006, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012). Inoltre l'uso dell'istruzione ad alta voce permette all'allievo di auto-istruirsi (Zimmerman, 2001, citato da Adani, Eskay, & Onu, 2012). Ulteriori vantaggi secondo gli autori sono la maggior attivazione e motivazione degli studenti.

A mio avviso un altro vantaggio potrebbe essere la maggior consapevolezza da parte degli studenti dei loro pensieri e ragionamenti. Gli svantaggi potrebbero essere il disagio nell'usare il monologo interiore, la valutazione dell'efficacia da parte dell'insegnante e la non fattibilità per tutti gli allievi siccome serve autocontrollo e consapevolezza metacognitiva. Per esempio, questa strategia potrebbe non essere appropriata per gli studenti con deficit d'attenzione a causa della componente di autoregolazione.

Dallo studio di Clarke et al. (2022) sull'intervento PAR emerge che gli studenti che hanno sperimentato l'intervento PAR hanno ottenuto risultati migliori, soprattutto per quanto riguarda le frazioni come numeri e l'addizione e sottrazione di frazioni, rispetto agli studenti che hanno ricevuto un'istruzione tradizionale. Inoltre l'intervento sembra essere piaciuto agli studenti.

A mio avviso, i vantaggi della strategia *concrete-representational-abstract* (CRA) potrebbero essere la comprensione di concetti astratti grazie alle rappresentazioni concrete e visuali, la connessione tra matematica ed esperienze personali e la graduale costruzione del concetto. Gli svantaggi potrebbero essere la troppa facilità per gli studenti che hanno già compreso il concetto, la non fattibilità per tutti i concetti matematici e la creazione di misconcezioni.

Dallo studio di Hord (2021) sull'utilizzo dei gesti emerge l'effetto positivo dei gesti e della memorizzazione di informazioni su carta da parte dell'insegnante e dello studente, questo ha aiutato lo studente a pensare in modo più chiaro e ad avanzare nell'esercizio di algebra. L'uso da parte dell'insegnante dei gesti di ritorno ai problemi già risolti aiuta lo studente a ricordare le strutture comuni dei problemi e decidere come procedere con il problema attuale e favorisce la comprensione e il ragionamento. Da questo studio emergono ulteriori aspetti interessanti. Sono emerse le difficoltà che uno studente con DSA può incontrare quando si trova davanti problemi con le frazioni o problemi a più fasi. È emersa l'importanza di passare a un esercizio più semplice quando la situazione lo richiede. I gesti sono quindi efficaci nel supportare il linguaggio verbale, soprattutto quando i problemi sono complicati o necessitano più passaggi in quanto gli studenti con DSA presentano di frequente problemi di memoria di lavoro.

A mio avviso altri vantaggi dell'utilizzo dei gesti potrebbero essere una maggiore comprensione delle procedure visuali di concetti astratti (per esempio bilanciamento di un'equazione), una maggiore attenzione e coinvolgimento da parte degli studenti e il fatto di essere un linguaggio universale.

Confrontando i sei articoli emergono degli aspetti comuni. Il *schematic chunking*, l'utilizzo dei gesti e la memorizzazione di informazioni su carta hanno il vantaggio di alleggerire il carico sulla memoria di lavoro. Il *video modeling* risulta essere un comodo promemoria sia per svolgere i compiti attuali sia per una sua futura consultazione. Infatti, come discusso nel quadro teorico, il deficit a livello della memoria di lavoro è una caratteristica di molti studenti che presentano un DSA.

Il CRA, il *schematic chunking*, l'utilizzo dei gesti, la memorizzazione di informazioni su carta, il *video modeling* e la *self-instruction* presentano tra i loro vantaggi una maggiore comprensione dovuta all'utilizzo di un determinato canale preferenziale. Nello specifico quello visivo, che è il canale preferenziale di parecchi studenti con DSA, quello cinestetico per quanto riguarda il CRA e l'utilizzo dei gesti e quello uditivo per quanto riguarda il *video modeling* e la *self-instruction*. Quest'ultima,

assieme all'uso dell'istruzione ad alta voce, promuove una maggior consapevolezza da parte degli studenti dei loro pensieri e ragionamenti, aspetto molto importante per gli studenti che hanno un DSA.

Il *video modeling* e la *self-instruction* sviluppano l'indipendenza dello studente, aspetto invece non presente con l'*explicit-instruction*. Infatti per aiutare gli studenti con DSA non bisogna sostituirsi a loro e svolgere i compiti al loro posto, ma è importante che loro imparino ad imparare. Queste due strategie presentano vantaggi anche per quanto riguarda l'ambiente: possono essere svolte sia a casa sia a scuola e questo non è un aspetto da sottovalutare in quanto l'ambiente di studio è importante per tutti gli studenti e come abbiamo visto anche per quelli con DSA.

Un ulteriore vantaggio del *video modeling* riguarda la tecnologia: i video possono essere visualizzati su un computer, su un tablet. Il fatto che i giovani di oggi siano cresciuti nell'era digitale e che questo abbia influenzato il loro modo di apprendere è un aspetto di cui tener conto. Vi sono altre strategie che implicano l'utilizzo di un video: il *video prompting*, il *video self-modeling*, il *subject point-of-view video modeling* e la *computer-based video instruction*. Per quanto siano simili ognuna di loro ha le proprie caratteristiche da sfruttare per aiutare gli studenti nel loro percorso di apprendimento.

Da più articoli è emerso il fatto che i problemi a più fasi creano difficoltà agli studenti con discalculia. Il CRA e la *systematic instruction* sono contraddistinti da un apprendimento graduale suddiviso in fasi, queste due strategie potrebbero anche essere d'aiuto per affrontare i problemi a più fasi. È pure emerso che le frazioni creano difficoltà agli studenti con discalculia e questo può essere interpretato come un segnale per continuare e ampliare la ricerca sugli interventi sulle frazioni. Gli autori Clarke et al. (2022) ritengono che per il futuro sia necessaria una documentazione più dettagliata della condizione di controllo per individuare gli elementi didattici condivisi e unici tra l'istruzione tradizionale e gli interventi sulle frazioni.

Gli autori Satsangi, Hammer, & Hogan (2018) ritengono che per il futuro sarebbe necessario un lavoro più approfondito per valutare la fattibilità del *video modeling* e per valutare se questa strategia adempie ai bisogni di studenti, per esempio, che parlano un'altra lingua.

A mio avviso il sempre più grande coinvolgimento della tecnologia e i vari tutorial per imparare a creare un video potranno rendere questa pratica sempre più fattibile. Inoltre, per gli studenti che non parlano italiano si potrebbe pensare di creare un video con dei sottotitoli nella loro lingua.

Gli autori Zhang, Indyk, & Greenstein (2020) ritengono che in futuro gli insegnanti potrebbero, quando necessario, modificare le verifiche di geometria per studenti con DSA, identificando i *schematic chunks*. Inoltre, per aiutare gli studenti a distinguere il *chunk* schematico dagli altri

elementi di un diagramma complesso, gli insegnanti potrebbero insegnare loro come evidenziare i *schematic chunks* con colori e segni.

A mio avviso, sarebbe utile avere l'abitudine di usare il *schematic chunking* durante la maggior parte delle lezioni in modo che diventi un'abitudine anche per gli allievi.

Conclusioni

Questo lavoro ha evidenziato alcune strategie di insegnamento per studenti con discalculia, utilizzate nell'ambito numerico e nell'ambito geometrico. Il fatto di aver trovato degli studi su alcune strategie applicate nell'ambito numerico o geometrico non implica che questi metodi siano adatti soltanto a quello specifico ambito. Per esempio, dal mio punto di vista il *concrete-representational-abstract* (CRA) sarebbe un'utile strategia da impiegare anche nell'ambito geometrico per affrontare la retta: prima utilizzando uno spago, poi il disegno di una linea e infine l'ente geometrico astratto.

Queste strategie di insegnamento erano rivolte a studenti con discalculia, ma ciò non toglie che possano funzionare anche per gli altri ragazzi. Come dice Lucio Cottini (2019) "quello che è necessario per qualcuno, finisce per diventare utile per tutti" (p.128) e quindi con determinate strategie di insegnamento si possono rendere accessibili i concetti a tutta la classe, portando "un arricchimento per tutti nella prospettiva dell'inclusione" (Cottini, 2019, p. 5). Questo è anche il motivo per cui ho deciso di includere un paio di studi rivolti a studenti con difficoltà di apprendimento in matematica.

L'interrogativo di ricerca era partito dalla mia domanda riguardo al sostegno dei docenti nei confronti degli allievi con discalculia. Il docente può modificare il contesto e le pratiche didattiche che ne fanno parte. Dunque con queste strategie di insegnamento il docente può svolgere un ruolo importante per aiutare i ragazzi con discalculia. Sono però consapevole che non sempre una strategia sia adatta ad essere svolta in classe, come per esempio il *video modeling*, ma potrebbe essere messa in pratica da specialisti esterni alla scuola nell'ambito del potenziamento.

In generale, non posso concludere che c'è una strategia specifica per uno specifico ambito, ma questo lavoro ha mostrato che anche in ambito geometrico si possono adottare strategie di insegnamento efficaci per allievi con discalculia, malgrado si pensi spesso a questo DSA considerando soprattutto l'ambito numerico. Per la ricerca futura sarebbe interessante approfondire maggiormente lo studio sulla discalculia in generale e sulle strategie di insegnamento in particolare riferendosi agli studenti delle scuole medie e superiori, in quanto attualmente la ricerca è più focalizzata sulla scuola dell'infanzia e sulla scuola elementare.

Bibliografia

Adani, A., Eskay, M., & Onu, V. (2012). Effect of Self-instruction Strategy on the Achievement in Algebra of Students With Learning Difficulty in Mathematics. *US-China Education Review*.

American Psychiatric Association. (2014). *Manuale diagnostico e statistico dei disturbi mentali (DSM-5).* Raffaello Cortina.

Biancardi, A., Mariani, E., & Pieretti, M. (2014). *La discalculia evolutiva. Dai modelli neuropsicologici alla riabilitazione.* Milano: FrancoAngeli.

Biancardi, A., Mariani, E., & Pieretti, M. (2017). *Disturbi del calcolo e del numero. Modelli neuropsicologici, diagnosi, trattamento.* Trento: Erickson.

Butterworth, B. (2021). *Discalculia. Dalla scienza all'insegnamento.* Firenze: Hogrefe.

Cappa, C., Grosso, L., Rossi, V., Albanesi, E., Guglielmino, P., Muzio, C., & Damiani, P. (2012). *Alunni speciali. Non solo dislessia.* Novara: De Agostini Scuola.

Clarke, B., Nelson, N., Ketterlin Geller, L., Kosty, D., Smolkowski, K., Lesner, T., . . . Fien, H. (2022). Investigating the Promise of a Tier 2 Sixth-Grade Fractions Intervention. *Hammill Institute on Disabilities*.

Cottini, L. (2019). *Universal design for learning e curricolo inclusivo.* Giunti EDU.

D'Amico, A. (2016). *I disturbi specifici dell'apprendimento matematico. Interpretazioni teoriche, processo diagnostico e modelli d'intervento.* Palermo: Palermo University Press.

DECS. (2014, Aprile 3). *Direttive sugli allievi dislessici, disortografici e discalculici.* Tratto da Bellinzona: Repubblica e Cantone Ticino.: https://m4.ti.ch/fileadmin/DECS/downloads/LegislazioneScolastica/Direttive/2014_D_sugli__allievi_dislessici_disortografici_e_discalculici.pdf

DECS. (2021, Gennaio 7). *La Sezione della pedagogia speciale. Criteri diagnostici e Linee Guida cantonali per la valutazione dei Disturbi Specifici di Apprendimento,.* Tratto da Bellinzona: Repubblica e Cantone Ticino: https://scuolalab.edu.ti.ch/temieprogetti/servizio_di_sostegno_pedagogico/sm/Documents/Documenti/Psicopedagogico/2021/Criteri_diagnostici_e_Linee%20_Guida_cantonali_per_la_valutazione_deiDisturbi_Specifici_di%20_Apprendimento.pdf

Divisione della scuola. (2018). *Linee guida e direttive per gli allievi con bisogni educativi speciali (BES) e per l'inclusione scolastica.* Tratto da https://scuolalab.edu.ti.ch/temieprogetti/servizio_di_sostegno_pedagogico/sm/Documents/Documenti/Psicopedagogico/2018/Linee_guida_allievi_BES_2018.pdf

Divisione della scuola. (2022). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese.* Tratto da https://scuolalab.edu.ti.ch/temieprogetti/pds/Documents/Piano_di_studio_della_scuola_dell_obbligo_ticinese_COMPLETO.pdf

Hart, C. (1998). *Doing a Literature Review.* London: SAGE Publications.

Hord, C. (2021). Gesturing While Tutoring a Student With a Learning Disability Enrolled in Algebra 1. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*.

Ianes, D. (2013). Indicazioni operative per promuovere l'inclusione scolastica degli alunni con BES sulla base della DM 27/12/2012 e della CM 6/3/2013. *L'integrazione scolastica e sociale*, p. 297-315.

Le Guide Erickson. (2017). *Discalculia e altre difficoltà in aritmetica a scuola. Strategie efficaci per gli insegnanti.* Trento: Erickson.

Lindsay, G., Wedell, K., & Dockrell, J. (2020). Warnock 40 Years on: the development of special educational needs since the Warnock Report and implications for the future. *Frontiers in Education*. Tratto da https://doi.org/10.3389/feduc.2019.00164

Lucangeli, D. (2017). *La discalculia e le difficoltà in aritmetica.* Firenze: Giunti Edu.

Mainardi, M. (2019). Bisogni educativi speciali a scuola fra storia e (pre)concezioni. *Rivista Scuola Ticinese*, p. 25-30.

MIUR. (2012, Dicembre 27). *Strumenti di intervento per alunni con bisogni educativi speciali e organizzazione territoriale per l'inclusione scolastica.* Tratto da https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Direttiva+Ministeriale+27+Dicembre+2012.pdf/e1ee3673-cf97-441c-b14d-7ae5f386c78c?version=1.1&t=1496144766837

Satsangi, R., Hammer, R., & Bouck, E. C. (2019). Using Video Modeling to Teach Geometry Word Problems: A Strategy for Students With Learning Disabilities. *Hammill Institute on Disabilities*.

Satsangi, R., Hammer, R., & Hogan, C. D. (2018). Video Modeling and Explicit Instruction: A Comparison of Strategies for Teaching Mathematics to Students with Learning Disabilities. *The Division for Learning Disabilities of the Council for Exceptional Children*.

Strickland, T. K. (2021). Algebra instruction for students with learning disabilities in the era of common core. *Hammill Institute on Disabilities*.

Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory.* Springer.

Witzel, B., & Mize, M. (2018). Meeting the needs of students with dyslexia and dyscalculia. *SRATE Journal*.

World Health Organization. (2016). *International statistical classification of diseases and related health problems (ICD-10).*

Zhang, D., Indyk, A., & Greenstein, S. (2020). Effects of Schematic Chunking on Enhancing Geometry Performance in Students With Math Difficulties and Students at Risk of Math Failure. *Hammill Institute on Disabilities*.



Questa pubblicazione, Strategie di insegnamento per studenti di scuola media con discalculia, scritta da Lucia Croci, è rilasciata sotto Creative Commons Attribuzione – Non commerciale 3.0 Unported License.