

MODELO DE SIMULACIÓN Y CONTROL DINÁMICO PARA UN CATAMARÁN SUBMARINO CON SEIS GRADOS DE LIBERTAD

TESIS DOCTORAL

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL II

UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA
FERROL

JESÚS FERNÁNDEZ IBARZ
INGENIERO AERONÁUTICO

ABRIL 2003

AGRADECIMIENTOS

El autor quiere expresar su más sincera gratitud al Profesor D. Fernando López Peña, por su paciente guía, apoyo y acertados comentarios. Su actitud positiva, en todo momento, a pesar de las dificultades surgidas, sus conocimientos y experiencia, han sido decisivos para la realización de esta tesis.

El autor quiere agradecer al Profesor D. Richard J. Duro Fernández y al investigador D. Adolfo Lamas Rodríguez las valiosas sugerencias y largas conversaciones mantenidas durante estos dos últimos largos años.

El autor desea también extender su gratitud a su familia, amigos y compañeros de la Armada por su interés, comprensión y apoyo, que han hecho más fáciles estos años de trabajo.

DEDICATORIA

A todos vosotros os dedico esta tesis.

Labor improbus omnia vincit

VIRGILIO, Geórgicas I, 144.

INTRODUCCIÓN.

Hasta hace poco relativamente, el diseño de vehículos submarinos se restringía principalmente a aplicaciones militares convencionales. Sin embargo, hoy en día no son sólo los submarinos convencionales sino otros vehículos son los que están empezando a poblar la parte submarina de los mares, como por ejemplo, los robots autónomos submarinos para diversos fines, los robots contra medidas para minado de zonas poco profundas, los vehículos de reconocimiento oceanográfico, vehículos para inspección de estructuras submarinas, recuperación de objetos y los vehículos de recreo.

La exploración oceanográfica ha aparecido recientemente como una de las áreas tecnológicas en mayor expansión. La razón principal de todo este auge reside en la gran cantidad de yacimientos geológicos que los satélites han sido capaces de detectar sin olvidar las reservas de gas y petróleo en los fondos marinos. Toda esa cantidad ingente de recursos está a la espera de ser explotada por el hombre. Hay una industria emergente para vehículos de exploración submarina, requiriendo, en general, vehículos más pequeños y versátiles que los submarinos convencionales.

Este auge industrial también se hace notar en los vehículos de recreo, como es el caso del catamarán que ocupa nuestra tesis, SUBCAT-S-10, buque sumergible especialmente proyectado para transportes de pasajeros, con radio de acción limitado al servicio de turismo durante dos tercios de la jornada y precisando el reabastecimiento de energía eléctrica y de aire comprimido en el resto de la misma.

Por tanto, queda claro que cada vez es más necesario conocer las respuestas dinámicas de los vehículos submarinos con geometrías complicadas así como su control.

Todos estos retos requieren un control y una maniobrabilidad para los vehículos en cuestión, bastante precisa, considerando la no linealidad de la dinámica de los cuerpos bajo el agua, las condiciones de contorno cambiantes en todo momento y las posibles perturbaciones ambientales. El problema, en consecuencia, no es sencillo. Como se pretende mostrar en esta tesis, es muy difícil medir y observar respuestas hidrodinámicas reales en los vehículos submarinos. En nuestro caso, un catamarán como vehículo de recreo, tendrá limitado su movimiento a unos valores de asiento razonables para la dotación y los sistemas mecánicos a bordo.

En el ascenso y descenso aparecen ángulos de ataque considerables en algunas de las maniobras, teniendo entonces diferencias de dirección elevadas entre la dirección de avance (ejes viento) y la proa del vehículo (ejes cuerpo).

Los efectos de fuerzas y momentos pueden estar acoplados entre las tres direcciones de los ejes cuerpo. A todo esto hay que añadir el entorno con el agua que tiende a ser acelerada por el vehículo apareciendo los efectos de masa añadida. De este modo, la respuesta física del vehículo hace del guiado y control un problema dinámico extremadamente difícil. Hay una gran cantidad de efectos acoplados.

En esta tesis se pretende obtener un modelo dinámico simulado de un vehículo submarino concreto, un catamarán y sus ecuaciones de control para tres configuraciones definidas. Las tres configuraciones corresponden a la misma geometría con el único cambio de la posición del timón o timones de profundidad.

Este modelo dinámico, basado en la combinación de fórmulas teóricas y resultados empíricos, deberá proporcionar un apoyo eficiente al desarrollo de un sistema de control adecuado a las misiones del vehículo. Este sistema de control queda esbozado en esta tesis.

Puesto que no existe un procedimiento estándar para la modelización de este tipo de vehículos, la modelización que se va a llevar a cabo representa un reto.

El modelo aquí desarrollado, lo ha sido con absoluta independencia de las ecuaciones clasificadas de la Armada Americana, Healey (1) (2) Naval Postgraduate School, y Feldman (7), a las que no se ha tenido acceso.

Se han consultado documentos sin clasificar en la búsqueda de bibliografía para esta tesis y la información encontrada en ellos era una exposición, a un nivel muy general, de desarrollos analíticos, simulaciones y resultados experimentales sin poder sacar información útil para nuestro catamarán. Estos documentos son aproximaciones convencionales de las ecuaciones de estado no lineales para modelos generales de vehículos submarinos, P. Brutzman (3) y Abkowitz (4).

De este modo, en esta tesis no se ha partido de unas ecuaciones ya existentes, sino que se han desarrollado desde el principio, calculando todos los términos paso a paso, masa añadida, coeficientes de resistencia y coeficientes de momentos.

En otras tesis se parte directamente del contenido parcial de ecuaciones estándar como por ejemplo en un movimiento horizontal, Coxon (5), haciendo referencia a una documentación a la que tampoco se ha tenido acceso (6), Gertler y Hagen. La información de Coxon (5) no fue de utilidad al contemplar sólo el movimiento de un submarino en plano horizontal y disponer de ese modo de una información parcial para nuestro propósito.

En nuestro sistema no hay restricciones entre ninguna de las variables de estado que definen nuestro sólido rígido, independientes, correspondiendo a los 6 grados de libertad del sólido: posición (3) y orientación en el espacio (3). No hay limitaciones interdependientes entre estas variables.

Una aportación de interés en esta tesis ha sido la obtención de los coeficientes hidrodinámicos de fuerzas y momentos a partir de una combinación entre la teoría potencial y los efectos viscosos y turbulentos que aparecen principalmente en la popa del vehículo.

Otra originalidad de esta tesis es el rescate de los desarrollos teóricos y experimentales realizados en el primer tercio del siglo XX para el estudio, diseño y análisis de dirigibles. Esto se justifica plenamente dado que los parámetros de similitud son muy semejantes a los de nuestro sumergible: movimiento incompresible, mismo rango de valores del número de Reynolds y flotabilidad casi nula.

La teoría potencial, que fue utilizada hace muchos años por Max M.Munk, principalmente para el estudio de dirigibles, es incompleta para la obtención de los coeficientes hidrodinámicos de una forma realista.

En un flujo potencial, con movimiento estacionario, según la Paradoja de D'Alembert, no se produce ningún tipo de resistencia sobre el vehículo. En la teoría aerodinámica bidimensional incompresible se añade a la solución potencial el término que de "circulación" para cumplir en el borde de salida del perfil (popa en términos navales), la condición de Kutta. Munk, implícitamente, hacía uso de los efectos viscosos, aunque no los computara en el balance final de fuerzas y momentos, al utilizar los términos llamados por él "presiones impulsivas" o "fuerzas impulsivas" observando que la dirección de la cantidad de movimiento, aplicada alrededor del fluido que rodea al vehículo, no coincidía con la dirección del movimiento del cuerpo sino que poseía una componente lateral.

Sin embargo, estos cálculos de Munk acerca de las fuerzas y momentos sobre dirigibles se alejaban de la realidad exacta. Alejamiento tanto mayor cuanto mayor es la magnitud de las fuerzas producidas por las perturbaciones en el fluido causadas por la viscosidad.

En esta tesis, a partir de la transferencia lateral de la cantidad de movimiento, las antes mencionadas "fuerzas impulsivas" de Munk, se calculan los coeficientes hidrodinámicos y se sigue el transporte de la circulación hasta el infinito para garantizar así la irrotacionalidad del fluido.

En las ecuaciones aquí desarrolladas, del estudio de los efectos viscosos sobre cuerpos de revolución obtenidos a partir de medidas y trabajos de W.F. Lindsey (8), John Stack (9), Edward Hopkins (10), y otros autores, se completan los coeficientes hidrodinámicos de fuerzas y momentos con las contribuciones llamadas “viscosas” por estos autores, que apàrecen principalmente en la popa del vehículo. Siendo más precisos, estas contribuciones “viscosas” realmente son debidas en su mayoría a esfuerzos de viscosidad turbulenta. En cualquier caso, con la inclusión de estas contribuciones, se consigue desarrollar una teoría bastante aproximada para el cálculo de coeficientes de fuerzas y momentos que concuerda satisfactoriamente con las fuerzas y momentos experimentales.

El paso descrito en el párrafo anterior tiene gran importancia considerando lo complicado que es, en aerodinámica, computar los efectos tridimensionales en el cálculo de fuerzas y momentos que para alas finitas se debe integrar a lo largo del ala, para cada perfil, la resistencia inducida formada por los torbellinos en los lados y estela del cuerpo.

Aquí se describe una forma relativamente cómoda para el cálculo de esas fuerzas en una geometría dada. No obstante esta tesis no es más que una pequeñísima contribución a cómo se pueden aplicar esos estudios a un catamarán submarino asemejado a un cuerpo de revolución de la forma más realista posible y considerando los efectos de viscosidad turbulenta.

Esta aportación es también novedosa ya que, que tengamos constancia, en ninguna de las fuentes consultadas se ha aplicado este tipo de cálculo para la obtención de las características hidrodinámicas y la respuesta del vehículo. La novedad no está sólo en el empleo de datos correspondiente al medio aéreo como los dirigibles sino también en el desarrollo matemático del problema y su interpretación física.

Finalmente, se ha desarrollado un simulador, en el que se integran las ecuaciones de movimiento aquí desarrolladas, mediante el cual se muestra y analiza en esta tesis el carácter dinámicamente inestable del sumergible. Este simulador ha permitido la generación de un controlador para nuestro modelo que ha sido desarrollado en colaboración con Adolfo Lamas (11), (12) utilizando técnicas de algoritmos genéticos.

1. Healey, Anthony J, "Dynamics of Marine Vehicles", course notes, Naval Postgraduate School, Monterey California, Fall 1992.
2. Healey Anthony J, McGhee, Cristi F, Papoulias F.A., Kwak, S.H., Kanayama, Y., Lee, Shukla, S. and Zaky, A., "Research on Autonomous Underwater Vehicles at the Naval Postgraduate School", Naval Research Reviews, Office of Naval Research, Washington DC, vol. XLIV no. 1, Spring 1992.
3. Donald P. Brutzman, Dissertation: A Virtual World for an Autonomous Underwater Vehicle, Naval Postgraduate School Monterrey, California, December 1994.
4. Abkowitz, Martin A. "Stability and Motion Control of Ocean Vehicles" MIT Press. Cambridge, Massachusetts, 1969.
5. Peter John Coxon. "System Identification of Submarine Hydrodynamic Coefficients from Simple Full Scale Trials" Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, June 1989.
6. M. Gertler and G. Hagen. "Standard Equations of Motion for Submarine Simulation" Naval Ship Research and Development Center Report 2510, June, 1976.
7. Feldman, J.,DTNSRDC "Revised Standard Submarine Equations of Motion", technical report DTNSRDC/SPD-0393-09, David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center (DTNSRDC), Bethesda Maryland, June 1979.
8. Lindsey, W. F. Report NACA 619 "Drag of Cylinders of Simple Shapes". National Advisory Committee for Aeronautics. October 1937.
9. Stack, John. NACA ACR "Compressibility Effects in Aeronautical Engineering". National Advisory Committee for Aeronautics. August 1941.

10. Hopkins, Edward J. Research Memorandum RM A51C14 "A Semiempirical Method for Calculating the Pitching Moment of Bodies of Revolution at Low Mach Numbers". Ames Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. May 1954.
11. A. Lamas, Jesús Fernández Ibarz, R. J. Duro. “Diseño Evolutivo de un Control Neuronal para Catamaranes Submarinos”. Aceptado en el Segundo Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB'03), Febrero de 2003.
12. A Lamas. “Diseño automático por medio de técnicas evolucionistas”. Tesis doctoral. Universidade da Coruña, 2003.

CAPITULO 1. Definición de sistemas de referencia

El movimiento de catamarán es resultado de la acción de unas fuerzas sobre el mismo en un medio fluido viscoso. En el se cumplen las siguientes condiciones:

- Ausencia de ligaduras cinemáticas.
- Sometido a campo gravitatorio.
- Sometido a fuerzas de flotación.
- Sometido a fuerzas hidrodinámicas.

Como resultado de todo esto tenemos:

- Grandes Movimientos: Movimiento del centro de gravedad según trayectoria, que se convierte en un PROBLEMA DE ACTUACIONES.

- Pequeños movimientos: Cambio de actitud, que se traduce en un problema de ESTABILIDAD Y CONTROL. En dicho problema redundan:

  i. Deformaciones elásticas de la estructura.
  ii. Subsistemas giratorios y articulados del propio catamarán.
  iii. Fluidos en depósitos.

  De estos tres puntos (i., ii., iii.) no se tendrá en cuenta el i.

Para el estudio del movimiento y aplicación de las ecuaciones dinámicas utilizaremos unos Sistemas de Referencia F_i. A saber:

Sistema de referencia inercial : $F_I(O_I, X_I, Y_I, Z_I)$
Sistema de referencia tierra : $F_e(O_e, X_e, Y_e, Z_e)$
Sistema de referencia horizonte local: $F_h(O_h, X_h, Y_h, Z_h)$
Sistema de referencia cuerpo : $F_b(O_b, X_b, Y_b, Z_b)$
Sistema principal de inercia : $F_i(O_i, X_i, Y_i, Z_i)$
Ejes viento : $F_w(O_w, X_w, Y_w, Z_w)$

Todos estos son triedros a derechas y cartesianos.

El Sistema de referencia inercial $F_I(O_I, X_I, Y_I, Z_I)$ es él más deseable para el estudio de la dinámica del vehículo por razones obvias.

A continuación se definen los distintos sistemas.

Sistema de referencia : "ejes tierra"

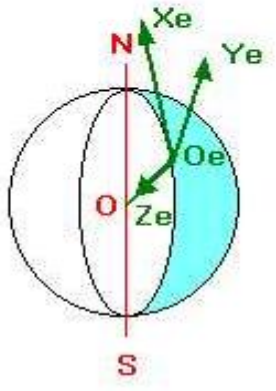


FIGURA 1

En la FIGURA 1 se "observan los ejes tierra" F_e. El origen es un punto cualquiera de la tierra. El eje X se puede tomar en la dirección que uno quiera. El eje Z apunta al centro de la tierra y el Y forma el triedro a derechas.

Estos ejes no tienen porque ser inerciales, ya que la tierra rota sobre si misma y se traslada, sin embargo:

- Las fuerzas de inercia producidas por la traslación alrededor del sol son minúsculas, (hablamos de periodos de un año).
- Las fuerzas de inercia originadas por la rotación tienen dos términos:

i. Arrastre: $\left(\omega^2 \cdot R\right) = \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\left(24 \cdot 60 \cdot 60\right)}\right)^2 \cdot R \approx 10^{-3} \cdot g$, valor despreciable.

ii. Coriolis: $2 \cdot \varpi \otimes V \approx 10^{-3} \cdot g$, donde V es la velocidad del catamarán. El mayor valor de este término es movimiento siguiendo un paralelo, pero sigue siendo despreciable.

Por tanto en nuestro estudio consideramos estos ejes F_e inerciales.

Definimos a continuación los ejes de referencia "Horizonte Local". Su origen esta en O_h, punto cualquiera del catamarán perteneciente al plano de simetría del catamarán. Nosotros lo tomaremos en el Centro de Gravedad del mismo dada su simetría. En la FIGURA 2 se muestran estos ejes.

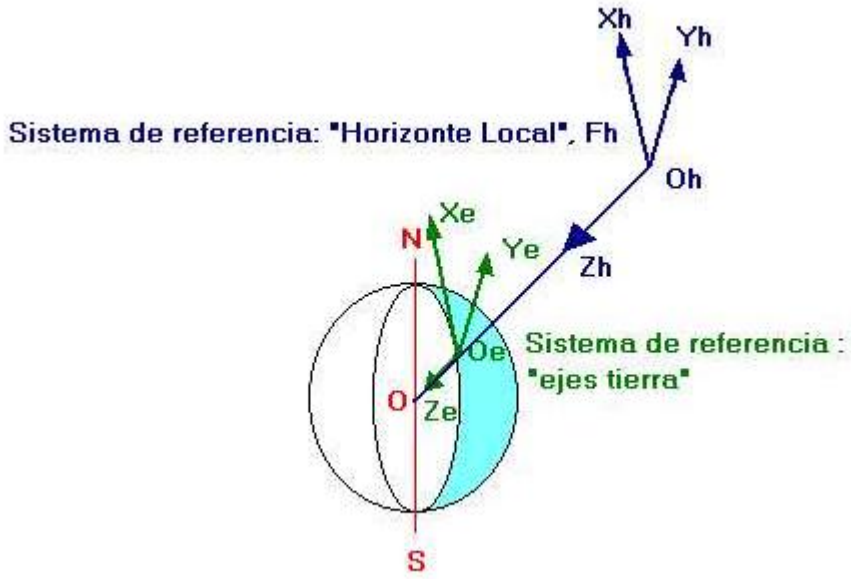


FIGURA 2

Tomaremos O_h ,como origen del Sistema de Referencia Horizontal, F_h, en el centro de gravedad del catamarán. A partir de ahí , definimos el punto de subacción O_e, intersección del radiovector del centro de gravedad del catamarán con la superficie terrestre, que en nuestro caso es el fondo marino. Allí definimos los ejes F_e inerciales y de ahí trasladamos unos ejes paralelos a estos al punto O_h .

Ya tenemos unos ejes inerciales F_e, desde los que estudiar la dinámica del catamarán y otros ejes F_h que acompañan al catamarán en todo momento.

El Sistema de Referencia "Ejes Cuerpo" se establece con origen O_b, cuyo único requerimiento es que este contenido en el plano de simetría del catamarán. Vamos tomar dicho origen O_b en el centro de gravedad "CG" del vehículo. El eje X lo tomamos apuntando hacia proa paralelo a la línea de crujía C_L. El eje Z apunta hacia abajo. La disposición de estos ejes aparece en la FIGURA 3.

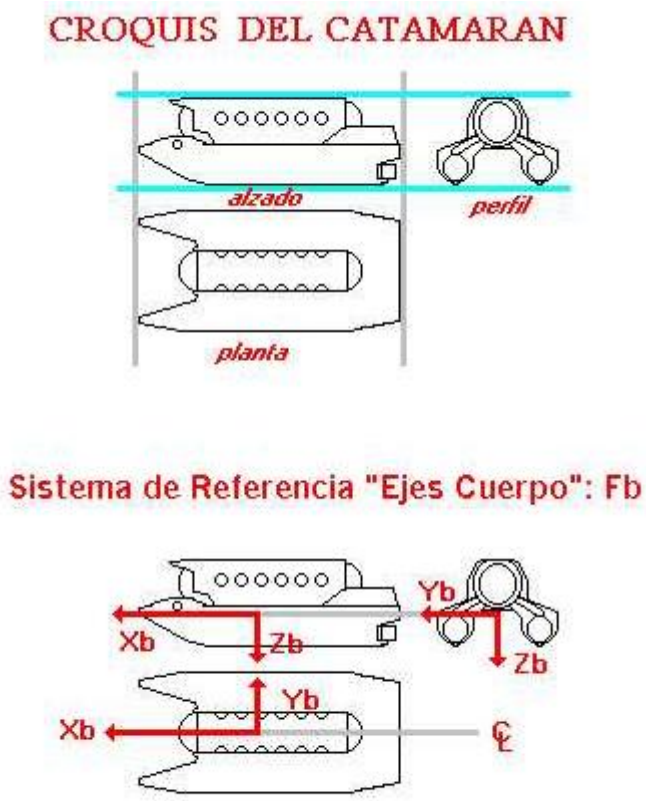


FIGURA 3

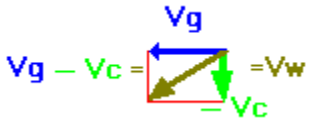
Una vez dispuestos los ejes de esta forma, como se ha dicho antes, arbitraria, pasamos a definir los ejes viento. Más adelante, si es necesario los ejes cuerpo se modificaran para pasar a ser principales de inercia.

El sistema de referencia "ejes viento", F_w, tiene:

- O_w, punto cualquiera del plano de simetría del vehículo.
- X_w, dirección en cada instante según el vector de "viento", en nuestro caso, velocidad hidrodinámica, $\vec{V}_w$ y en el mismo sentido.
- Z_w, en el plano de simetría del vehículo y apuntando hacia abajo.
- Y_w, eje que acaba formando el triedro a derechas.

Llamamos "velocidad hidrodinámica", $\vec{V}_w$, a la diferencia entre el vector velocidad del catamarán respecto de tierra, $\vec{V}_g$, y la velocidad de la corriente $\vec{V}_c$, es decir:

$$\vec{V}_w = \vec{V}_g - \vec{V}_c$$



Con esto se obtiene la velocidad que tendría, a los efectos hidrodinámicos, el catamarán si se moviera en un fluido en reposo y sin corrientes, con una velocidad $\vec{V}_w$.

En la FIGURA 4 se muestra todo esto.

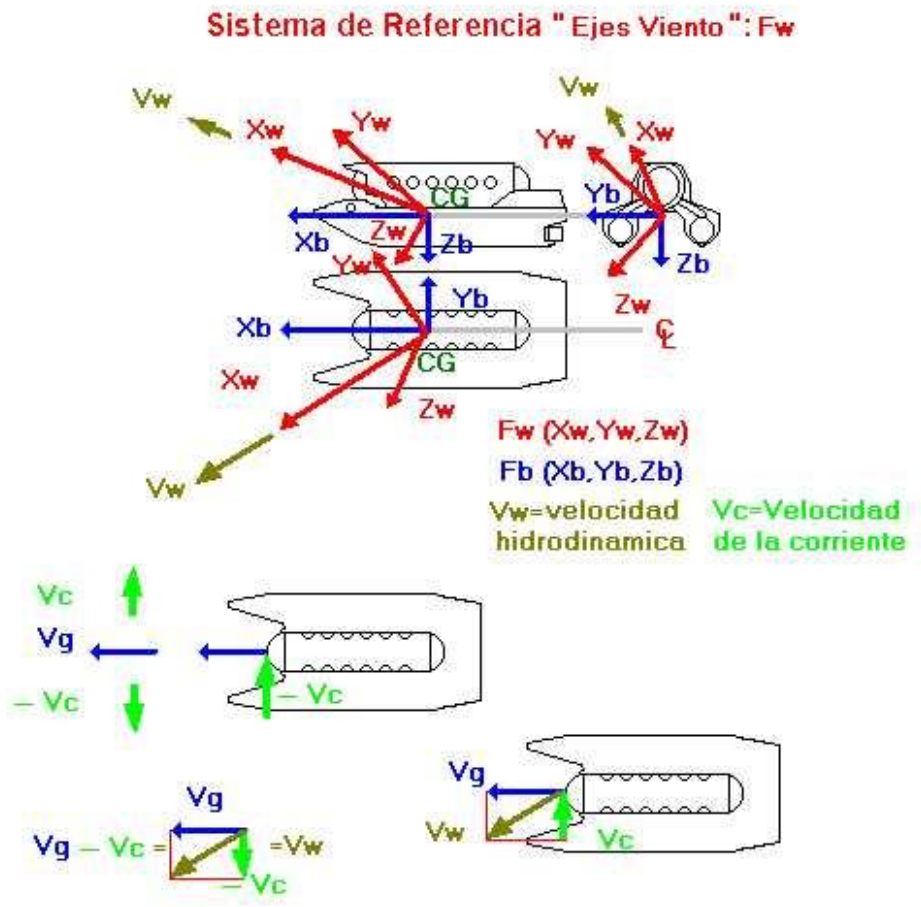


FIGURA 4

Definidos los ejes viento F_w, vamos a establecer el paso de los ejes viento F_w a los ejes cuerpo F_b.

El paso de unos ejes a otros se logra mediante dos rotaciones. La suma de rotaciones no es conmutativa y por tanto es muy importante como las vamos a definir. La primera es un giro de ángulo $-\beta$ alrededor el eje Z_w. En este giro se pasa de los ejes F_w a los ejes intermedios F_1. A partir de ahí rotamos un nuevo ángulo α alrededor del eje Y_1 que es el mismo que el eje Y_b, estando ya en el sistema de referencia F_b.

El ángulo $-\beta$ es el ángulo de resbalamiento. Si $-\beta < 0$, $(\beta > 0)$, el vector velocidad está a estribor del piloto, resbala a la derecha del piloto, la velocidad hidrodinámica $\vec{V}_w$ cae a estribor . Si $-\beta > 0$, $(\beta < 0)$, el vector velocidad esta a babor del piloto, resbala a izquierda del piloto, la velocidad $\vec{V}_w$ cae a babor.

El ángulo α es el ángulo de ataque, formado por la proyección del vector velocidad hidrodinámica $\vec{V}_w$ sobre el plano de simetría del catamarán y el eje X_b.

En la FIGURA 5 aparece esta transformación.

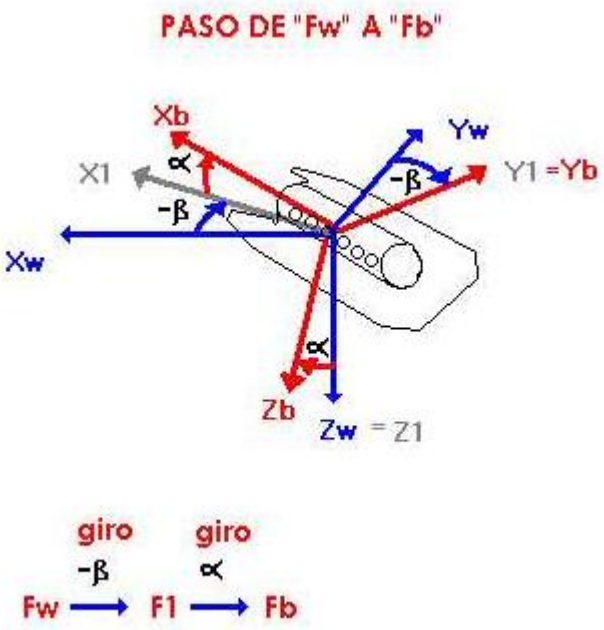


FIGURA 5

A continuación se expone el paso del sistema de referencia horizonte F_h a los ejes cuerpo F_b .

Este paso se realiza a través de tres rotaciones. Rotación alrededor del eje Z_h , que es la guiñada ψ . Se pasa entonces al sistema de referencia intermedio F_1. De ahí rotamos alrededor de Y_1, con el ángulo de asiento θ, pasando al sistema de referencia intermedio F_2 . Por último un giro de balance, ϕ ,alrededor del eje X_2 nos deja en el sistema de referencia F_b .

En la FIGURA 6 aparece esta transformación.

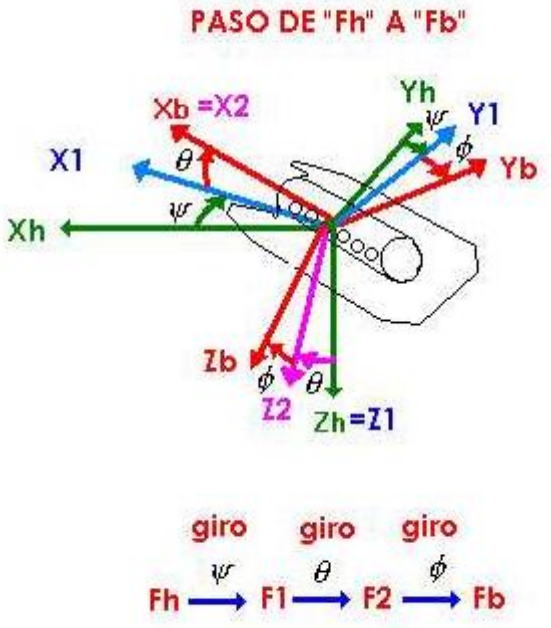


FIGURA 6

Para el paso del sistema de referencia horizonte, F_h, a los ejes viento, F_w se realizan tres giros.

El giro de guiñada, χ, alrededor de Z_h, pasando al sistema de referencia intermedio F_1, giro de asiento de velocidad γ, alrededor del eje Y_1, pasando al sistema intermedio F_2, y giro de balance de ángulo μ, alrededor del eje X_2, para tener finalmente el sistema de ejes viento F_w.

En la FIGURA 7 se muestran esas rotaciones.

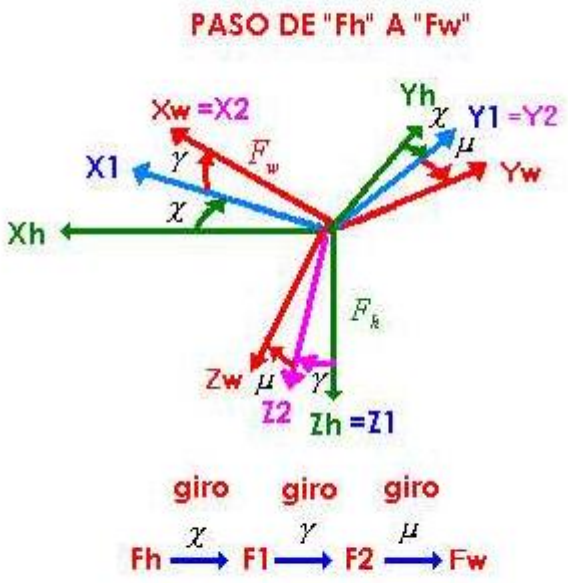


FIGURA 7

Va a ser de utilidad conocer el empuje respecto de los ejes viento F_w. La notación angular y el orden de giros es similar al resbalamiento $-\beta$, y al ángulo de ataque $-\beta$, según de los ejes viento F_w.

En la FIGURA 8 aparece reflejado. Los ángulos homólogos a $-\beta$ y α son el γ_t y el ε respectivamente.

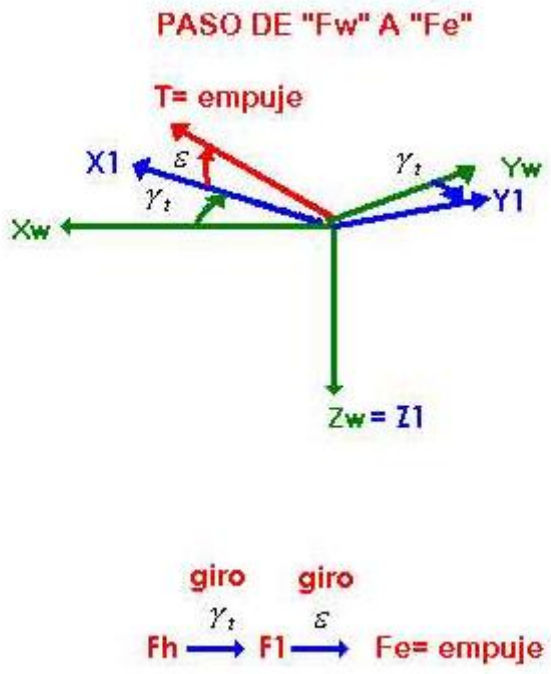


FIGURA 8

El vector $\vec{T}$, o empuje es la resultante de los distintos actuadores que posee el catamarán así como de las hélices propulsoras.

En las FIGURAS 9,10 y 11 se refleja la disposición de las hélices propulsoras y empujadores del catamarán, así como los distintos movimientos que originan.

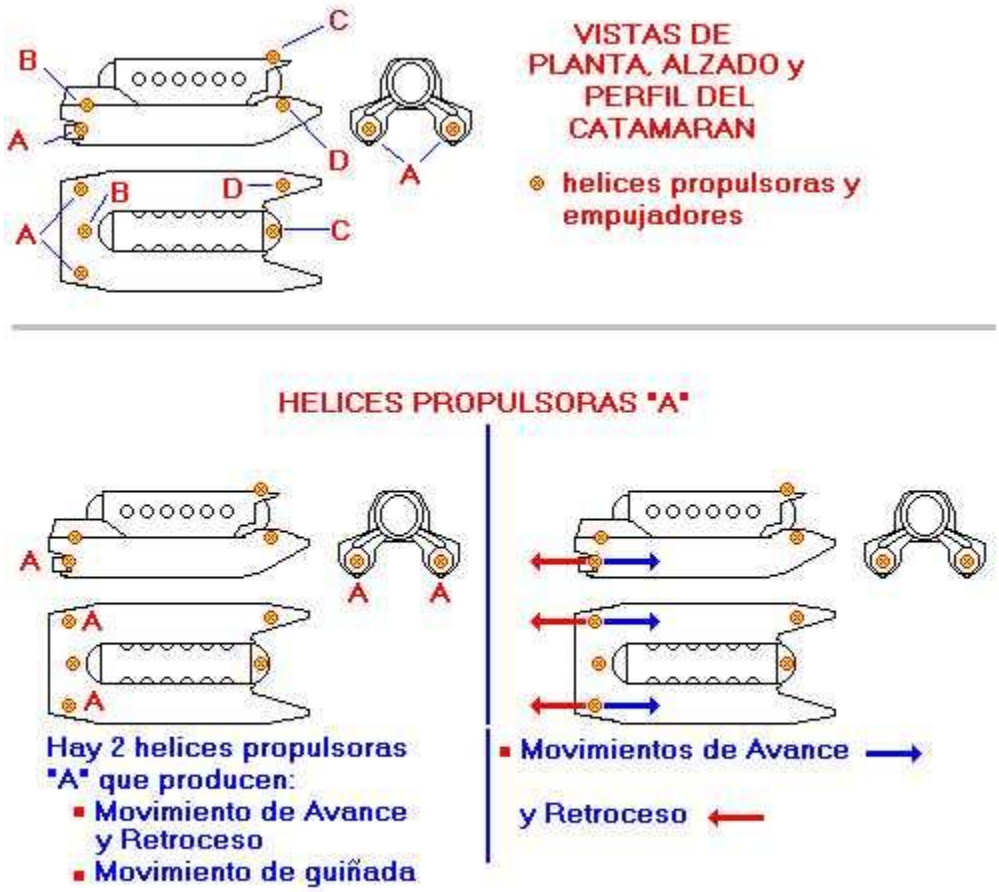


FIGURA 9

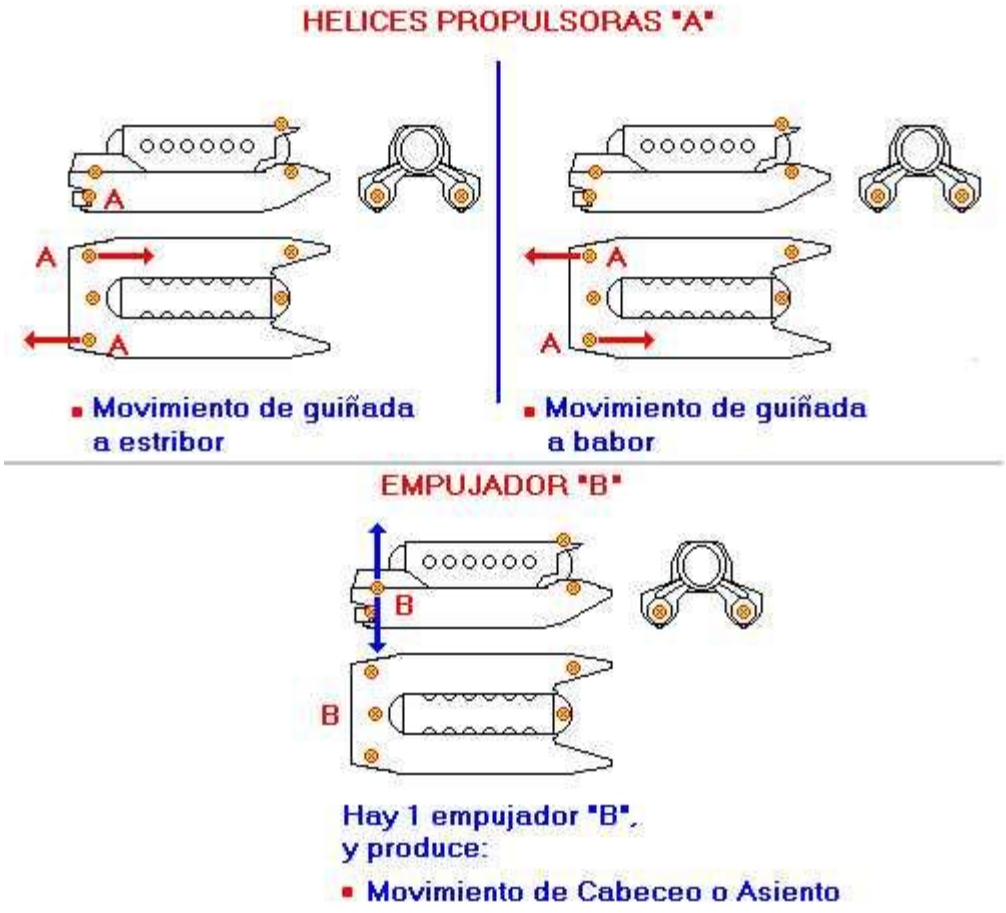

HELICES PROPULSORAS "A"
A
A
A
A
A
Movimiento de guiñada a estribor
Movimiento de guiñada a babor
EMPUJADOR "B"
B
B
Hay 1 empujador "B", y produce:
Movimiento de Cabeceo o Asiento

FIGURA 10

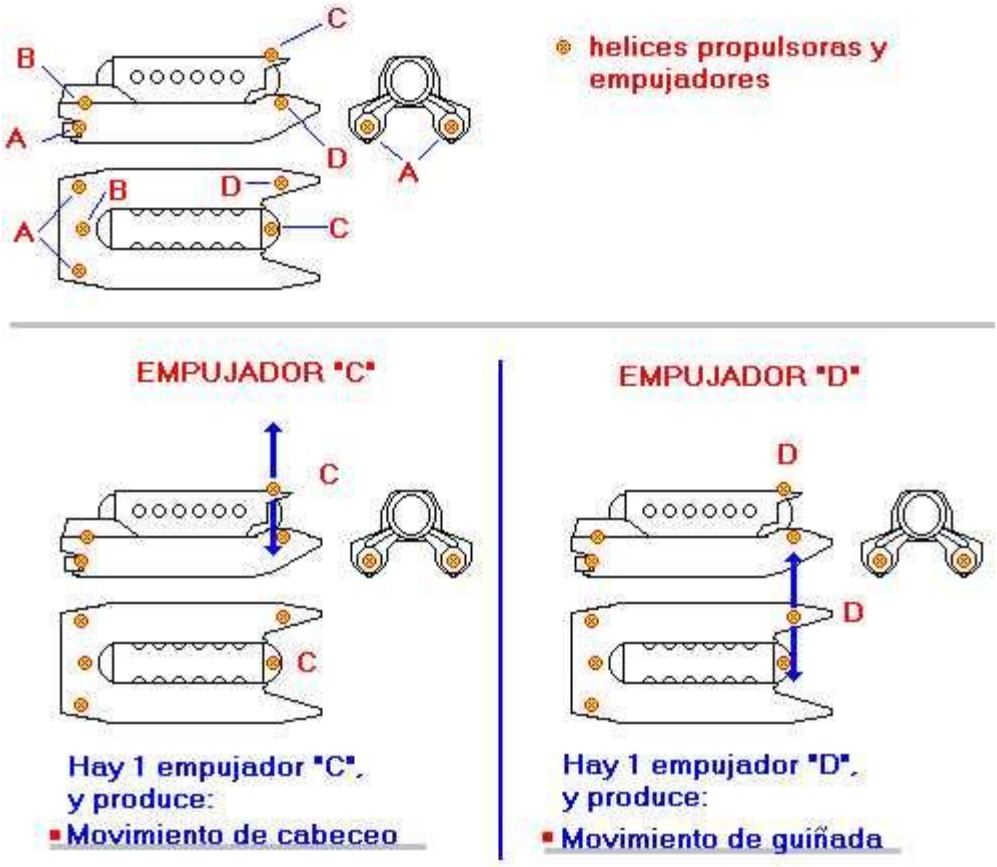

C
B
A
D
A
B
D
A
C
helices propulsoras y empujadores
EMPUJADOR "C"
C
C
Hay 1 empujador "C", y produce:
Movimiento de cabeceo
EMPUJADOR "D"
D
D
Hay 1 empujador "D", y produce:
Movimiento de guiñada

FIGURA 11

CAPITULO 2. Catamarán. Características técnicas.

- Sumergible.
- Transporte de pasajeros.
- Radio de acción limitado (servicio turismo 2-3 jornada, reabastecimiento aire y energía resto de jornada).
- Propulsión en inmersión (2 motores eléctricos gemelos, hélices propulsoras A, FIGURA 10)
- Tres propulsores auxiliares en la inmersión (empujadores B, C y D, FIGURA 10 y 11), dando desplazamiento lateral cuando sea preciso.
- Potencia: 80 Kw diesel.
- Potencia propulsión eléctrica: 10 Kw.
- Velocidad en superficie: 9.5 nudos.
- Velocidad en inmersión: 2 nudos.
- Autonomía en superficie: 5.5 horas.
- Autonomía en inmersión: 8 horas.
- Profundidad máxima: 30 metros.
- Autonomía supervivencia: 72 horas.
- Botellas de almacenamiento de aire comprimido: formado por conjunto de botellas de aire comprimido, de 50 litros cada una para 200 Kg/cm2 que darán un total de 800 litros de aire a 200 bar Estas botellas quedarán estibadas de forma estable sobre las cubiertas de los cascos del catamarán.
- Los propulsores eléctricos principales se sumergirán totalmente con un calado de 2 metros. Sobre la L. Base. A partir de este instante, el equilibrio en la inmersión se regula con el control de la propulsión.
- Con el mismo calado de 2 metros. Se tendrá operativo el propulsor lateral situado en proa y el propulsor vertical de popa, con el cual se actúa eficazmente en el trimado.
- Al final de la inmersión de la Cabina se tendrá operativo el propulsor vertical de proa.
- El estudio de estabilidad en esta tesis se hace con los controles de los timones de profundidad y dirección así como los valores del empuje y la flotabilidad.
- Empuje máximo: 9090 N, estimado a partir de la potencia máxima en inmersión (10 Kw producidos por los motores eléctricos)

2.1. Geometría

2.1.1. Dimensiones

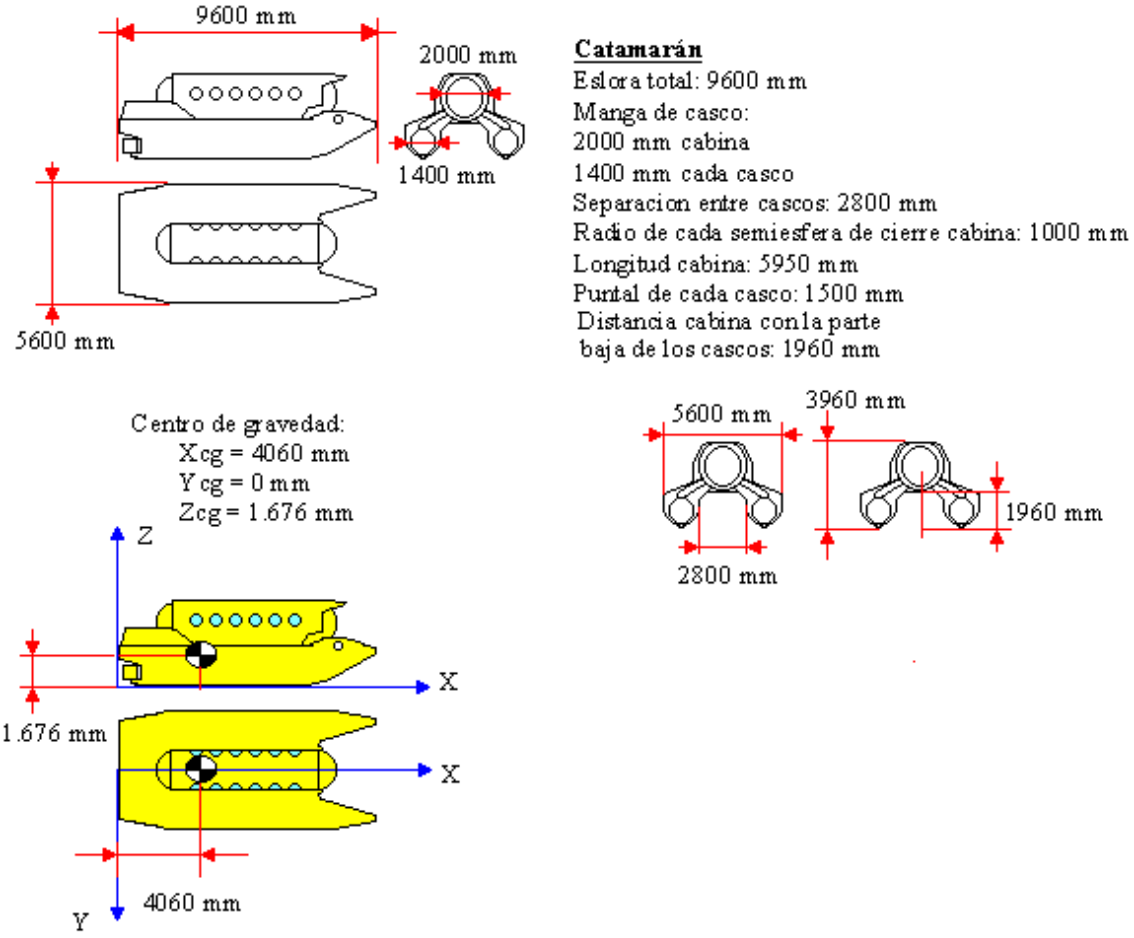


FIGURA 12

2.1.2. Superficies de control:

Modelo 1

1. Para el estudio del control de este vehículo se va a partir de un modelo muy simple con dos superficies de control perpendiculares y a popa, igual que los dirigibles al que llamaremos **modelo 1**. Este será el modelo menos evolucionado. Con este modelo se hará el análisis del comportamiento dinámico por los efectos del fuselaje superpuestos a los de los timones. Se verá la respuesta en el tiempo y las posibilidades de control. Para ambas superficies el coeficiente sustentación se va a suponer (C_L): 3.12.

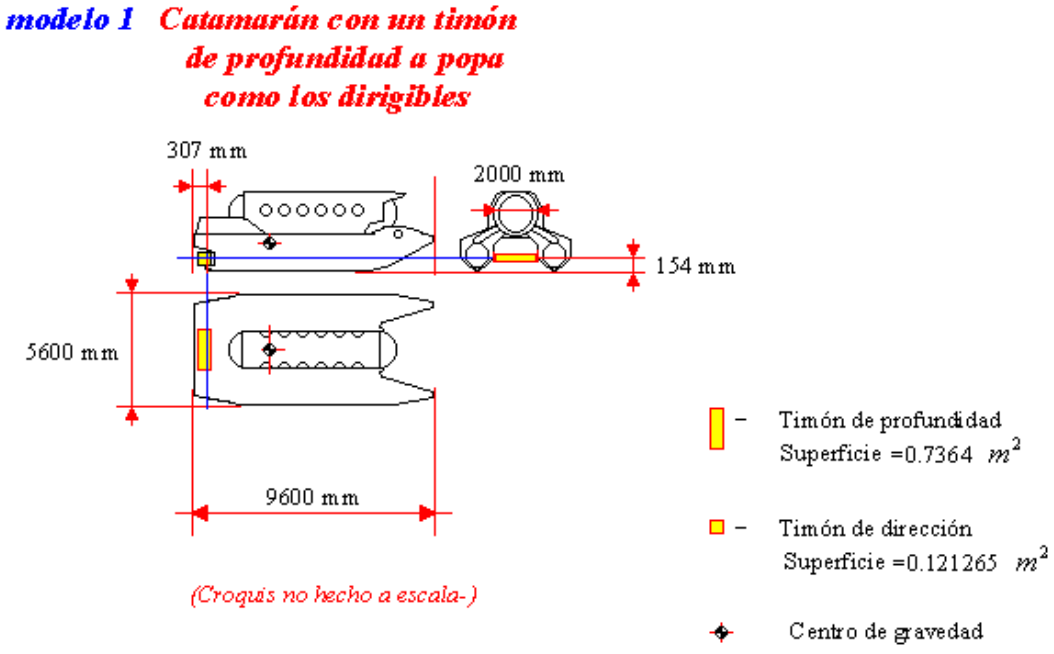


FIGURA 13

Una vez estudiado este modelo pasamos a una configuración intermedia o **modelo 2** en la que se dispone sólo de un timón de profundidad situado más a proa (donde está el del catamarán real) a 307 mm de distancia. También se va a analizar la respuesta dinámica de este vehículo.

Finalmente se llega al **modelo 3** que es el correspondiente a la geometría del SUBCAT-S-10, con la instalación de otro timón de profundidad a proa para un posible mejor control.

En las siguientes figura se muestran ambos modelos

Modelos 2 y 3

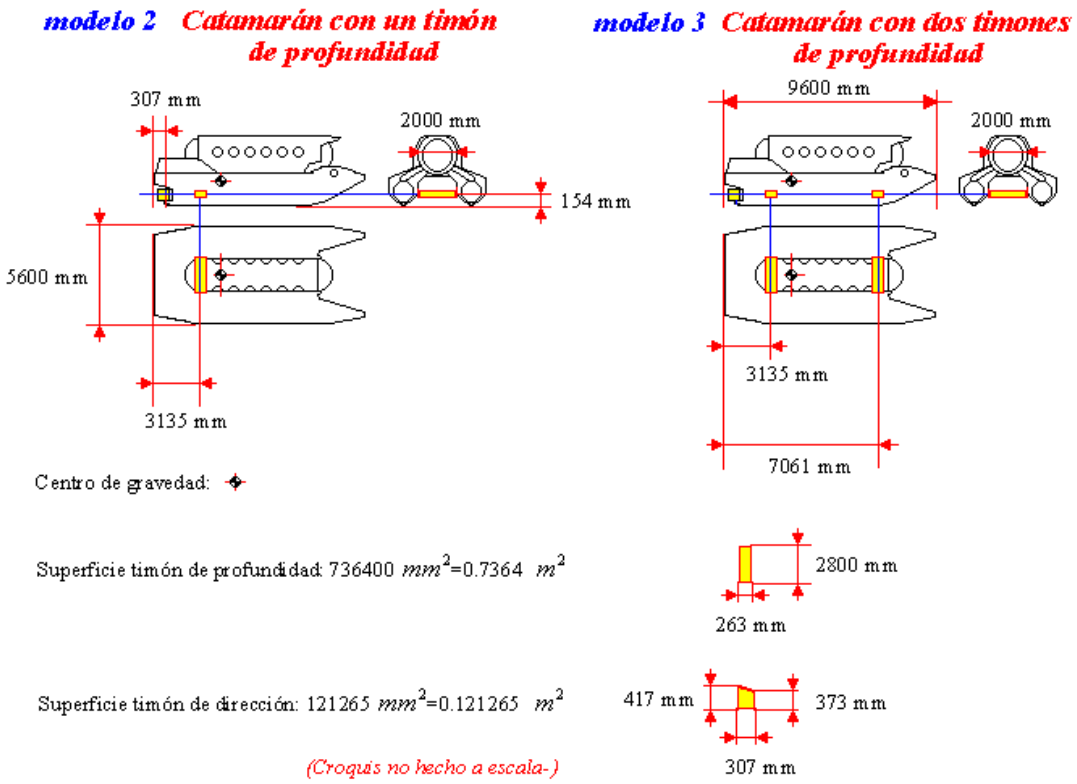


FIGURA 14

2.2. Criterio de signos en la deflexión de las superficies de control

A continuación se muestra el criterio de signos y las notaciones de ángulos empleadas en la deflexión de los timones de profundidad y dirección:

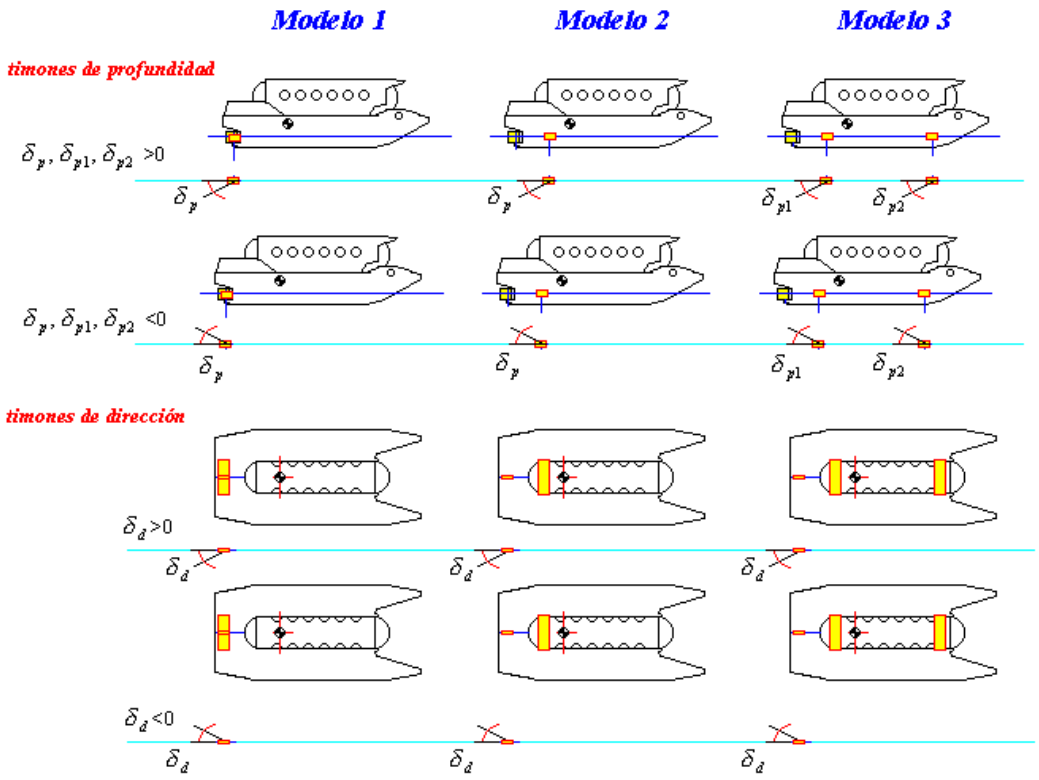


FIGURA 15

2.2.1. Situación de los centros de gravedad y flotación

Distancia centro de gravedad al centro de flotación: 570 mm

Centro de flotación por encima del centro de gravedad (par restaurador).

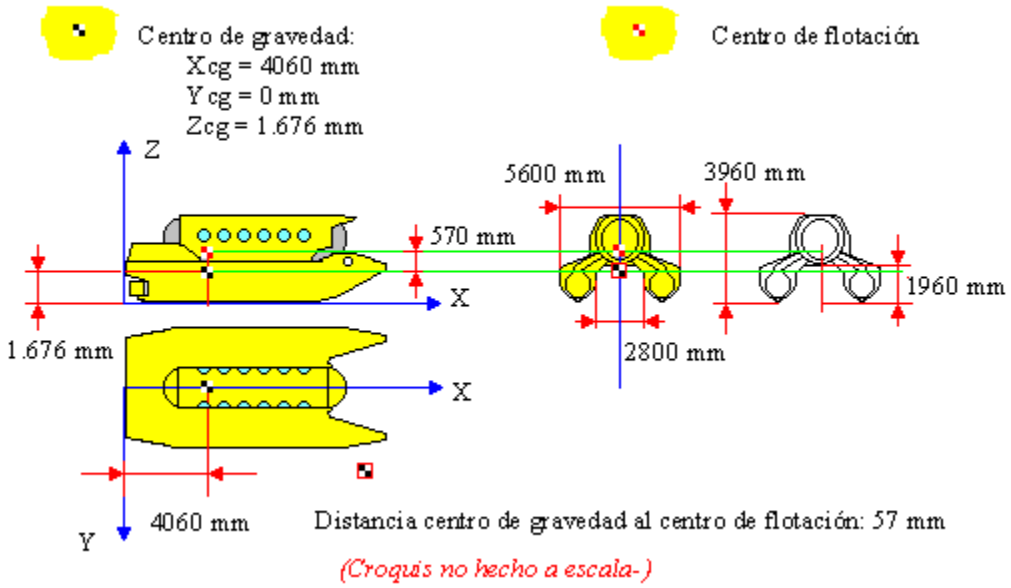


FIGURA 16

2.3. Características másicas

- Masa del catamarán: 26373 Kgr
- Momentos de inercia según ejes principales con origen en el centro de gravedad:

I_{xx} = 7877.04 $Kgr \cdot m^2$

I_{yy} = 153535.695 $Kgr \cdot m^2$

I_{zz} =153535.695 $Kgr \cdot m^2$

CAPITULO 3. Cambio matricial de los sistemas de referencia.

Los cambios de ejes son realmente giros.

Paso del sistema F_h al F_1, a través de la FIGURA 6 se ve fácilmente que:

$$\vec{i}_1 = \cos\psi \cdot \vec{i}_h + \operatorname{sen}\psi \cdot \vec{j}_h$$

$$\vec{j}_1 = -\operatorname{sen}\psi \cdot \vec{i}_h + \cos\psi \cdot \vec{j}_h \qquad \textbf{(1}$$

$$\vec{k}_1 = \vec{k}_h$$

De forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \vec{i}_1 \\ \vec{j}_1 \\ \vec{k}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \operatorname{sen}\psi & 0 \\ -\operatorname{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_h \\ \vec{j}_h \\ \vec{k}_h \end{pmatrix} \qquad \textbf{(2}$$

A esta matriz la vamos a llamar L_{1h}.

Paso del sistema F_1 al F_2:

$$\vec{i}_1 = \cos\theta \cdot \vec{i}_1 - \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{k}_1$$
$$\vec{j}_1 = \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{i}_1 + \cos\theta \cdot \vec{k}_1$$
$$\vec{j}_2 = \vec{j}_1$$

De forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \vec{i}_2 \\ \vec{j}_2 \\ \vec{k}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\operatorname{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_1 \\ \vec{j}_1 \\ \vec{k}_1 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(3}$$

A esta matriz la vamos a llamar L_{21}.

Paso del sistema F_2 al F_b:

$$\vec{i}_1 = \cos\theta \cdot \vec{i}_1 - \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{k}_1$$

$$\vec{j}_1 = \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{i}_1 + \cos\theta \cdot \vec{k}_1 \qquad \textbf{(4}$$

$$\vec{j}_2 = \vec{j}_1$$

De forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \vec{i}_b \\ \vec{j}_b \\ \vec{k}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \operatorname{sen}\phi \\ 0 & -\operatorname{sen}\phi & \cos\phi \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \vec{i}_2 \\ \vec{j}_2 \\ \vec{k}_2 \end{pmatrix} \quad \textbf{(5}$$

A esta matriz la vamos a llamar L_{b2}.

Por tanto el paso de los ejes F_h a F_b viene dado por:

$$\begin{pmatrix} \vec{i}_b \\ \vec{j}_b \\ \vec{k}_b \end{pmatrix} = \textbf{[} L_{b2} \textbf{]. [} L_{21} \textbf{]. [} L_{1h} \textbf{] .} \begin{pmatrix} \vec{i}_h \\ \vec{j}_h \\ \vec{k}_h \end{pmatrix} \quad \textbf{(6}$$

De este modo: [L_{bh}] = [L_{b2}]. [L_{21}]. [L_{1h}], **(7**

Si [X_h] es la matriz de componentes de un vector en F_h y [X_b] la matriz de componentes del mismo vector en el sistema F_b, tenemos que : [X_b]=[L_{bh}].[X_h]. **(8**

Como se observó en la FIGURA 7 el paso de ejes F_h a F_b es idéntico al paso de la referencia F_h a F_w cambiando únicamente ψ, θ y ϕ por χ, γ y μ. Las matrices de cambio son exactamente las mismas pero cambiando en ellas del mismo modo los ángulos. Por tanto : [X_w]=[L_{wh}].[X_h]. **(9**

Del mismo modo el paso de F_w a F_b tiene la misma estructura que los anteriores sustituyendo ψ, θ y ϕ por $-\beta$, α y 0 respectivamente. Así: [X_b]=[L_{bw}].[X_w]. **(10**

Para la obtención de la derivada respecto del tiempo de los vectores en los distintos sistemas de referencia deberemos tener en cuenta también el giro de unos respecto de otros con el tiempo.

De esta forma, para un vector genérico X cuya referencia queremos cambiar desde los ejes móviles F_b a los fijos F_a, utilizamos la matriz de cambio [L_{ab}] donde [X_b] son las coordenadas de este vector genérico X en ejes móviles F_b y [X_a]son las coordenadas del dicho vector genérico X en ejes fijos F_a.

La expresión es: [X_a]=[L_{ab}].[X_b]. **(11**

Al derivar respecto del tiempo: $[\dot{X}_a]=[\dot{L}_{ab}].[X_b]+[L_{ab}].[\dot{X}_b]$ **(12**

El término $[\dot{L}_{ab}].[X_b]$ es el producto vectorial del vector "giro" o velocidad angular de los ejes móviles F_b (sistema móvil) respecto del sistema fijo F_a por el vector X en la referencia ejes móviles F_b.

Efectivamente, como en Cinemática, tenemos un vector en dos sistemas de referencia, y su derivada respecto al tiempo tiene la forma:

$$\frac{d\vec{X}}{dt}=\frac{\delta\vec{X}}{\delta t}+\varpi\otimes\vec{X} \qquad \textbf{(13}$$

Donde $\varpi\otimes\vec{X}$ es el producto vectorial de la velocidad angular de un sistema de referencia respecto del otro.

Ese producto vectorial se puede expresar por producto matricial:

$$\varpi\otimes\vec{X}=\begin{pmatrix}0 & -r & q\\ r & 0 & -p\\ -q & p & 0\end{pmatrix}.\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} \qquad \textbf{(14}$$

donde: $\varpi = (\,p \quad q \quad r\,)$ y $\vec{X} = (\,x_1 \quad x_2 \quad x_3\,)$.

Así, la matriz $[\dot{L}_{ab}]$ procedente de la matriz de cambio $[L_{ab}]$ es la velocidad de giro de un sistema respecto del otro.

Con estas ideas ya estamos en condiciones de abordar las ecuaciones mecánicas del catamarán.

CAPITULO 4. Ecuaciones dinámicas del catamarán.

Teorema de la cantidad de movimiento:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} \qquad \textbf{(15}$$

Donde $\vec{F}$ es la resultante de fuerzas exteriores sobre el sistema y esta aplicada en el centro de masas. La derivada se realiza respecto de un sistema de ejes inerciales. Es una derivada absoluta. El vector velocidad $\vec{V}$ también es un vector absoluto, es la velocidad absoluta que podrá estar proyectada en el sistema de referencia que queramos ya sea absoluto o relativo.

Teorema del momento cinético:

$$\vec{G} = \frac{d\vec{h}}{dt} \qquad \textbf{(16y (17}$$
$$\vec{h} = \overline{\overline{I}} \cdot \vec{\omega}$$

Donde $\vec{G}$ es el momento de fuerzas alrededor del centro de gravedad y $\vec{h}$ es el momento cinético respecto de dicho centro de gravedad. La derivada también es absoluta.

Proyectando las magnitudes absolutas (en ejes relativos en ejes cuerpo F_b), tendremos las distintas componentes de los vectores absolutos en esas coordenadas relativas , que son:

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} \qquad \vec{G} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix} \qquad \vec{V} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \qquad \vec{\omega} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

Con $\vec{V}$ la velocidad absoluta proyectada en los ejes F_b y $\vec{\omega}$ la velocidad angular de giro de los ejes F_b respecto de una referencia inercial. La velocidad de giro $\vec{\omega}$ debería expresar la rotación de los ejes F_b respecto de una referencia inercial, respecto de los ejes tierra F_e, sin embargo, como se comento en paginas anteriores, tanto los términos de arrastre como de Coriolis son despreciables en nuestro caso. Por tanto $\vec{\omega}$ es el giro de F_b respecto de nuestro horizonte local, respecto del sistema F_h.

De este modo $\vec{F}$, así como $\vec{G}$, $\vec{V}$ y $\vec{\omega}$, son valores absolutos pero proyectados en el sistema ejes cuerpo F_b.

La ecuación de la cantidad de movimiento en ejes relativos F_b tiene la forma:

$$\vec{F} = m \cdot \left(\frac{\delta \vec{V}}{\delta t} + \varpi \otimes \vec{V} \right) \qquad \textbf{(18}$$

por tanto:

$$\frac{1}{m} \cdot \vec{F} = \frac{\delta \vec{V}}{\delta t} + \varpi \otimes \vec{V} \qquad \textbf{(19}$$

de lo que se deduce que:

$$\frac{1}{m} \cdot \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \qquad \textbf{(20}$$

En definitiva:

$$\begin{aligned} F_x &= m \cdot (\dot{u} - r \cdot v + q \cdot w) \\ F_y &= m \cdot (\dot{v} + r \cdot u - p \cdot w) \\ F_z &= m \cdot (\dot{w} - q \cdot u + q \cdot v) \end{aligned} \qquad \textbf{(21}$$

Expresando la derivada del momento cinético en ejes relativos:

$$\vec{G} = \frac{\delta \vec{h}}{\delta t} + \bar{\omega} \otimes \vec{h} \qquad \textbf{(22}$$

Como $\vec{h} = \bar{I} \cdot \bar{\omega}$, y el plano X, Z de nuestro sistema de referencia relativo, los ejes F_b, es plano de simetría, el eje Y es principal de inercia de este modo I_{xy}, I_{yx}, I_{yz} e I_{zy} son nulos.

De este modo:

$$\bar{I} = \begin{pmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_z \end{pmatrix} \qquad \textbf{(23}$$

Por simetría del plano XZ del sistema F_b, tenemos que $I_{xz} = I_{zx}$, por tanto:

$$\vec{h} = \begin{pmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x \cdot p - I_{xz} \cdot r \\ I_y \cdot q \\ -I_{xz} \cdot p + I_z \cdot r \end{pmatrix} \qquad \textbf{(24}$$

La ecuación del momento cinético tiene la forma final:

$$\begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x \cdot \dot{p} - I_{xz} \cdot \dot{r} \\ I_y \cdot q \\ -I_{xz} \cdot \dot{p} + I_z \cdot \dot{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ q & p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_x \cdot p - I_{xz} \cdot r \\ I_y \cdot q \\ -I_{xz} \cdot p + I_z \cdot r \end{pmatrix} \qquad \textbf{(25}$$

Nótese que el catamarán no se mueve respecto de los ejes cuerpo F_b, por lo que I_x, I_y, I_z e I_{xz} no varían con el tiempo.

De este modo tenemos 6 ecuaciones a partir de la ecuación de la cantidad de movimiento y la del momento cinético:

$$\begin{aligned} F_x &= m \cdot (\dot{u} - r \cdot v + q \cdot w) \\ F_y &= m \cdot (\dot{v} + r \cdot u - p \cdot w) \\ F_z &= m \cdot (\dot{w} - q \cdot u + p \cdot v) \\ L &= I_x \cdot \dot{p} - I_{xz} \cdot \dot{r} + (I_z - I_y) \cdot q \cdot r - I_{xz} \cdot p \cdot q \\ M &= I_y \cdot \dot{q} - (I_z - I_x) \cdot p \cdot r + I_{xz} \cdot (p^2 - r^2) \\ N &= -I_{xz} \cdot \dot{p} + I_z \cdot \dot{r} - (I_x - I_y) \cdot p \cdot q + I_{xz} \cdot q \cdot r \end{aligned} \qquad \textbf{(26}$$

Tenemos u,v,w,p,q,y r en los dos miembros.

Las fuerzas y los momentos hidrodinámicos dependerán de la velocidad absoluta del catamarán $\vec{V}_g$ (u, v, w) proyectada en los ejes cuerpo F_b, así como de la velocidad de la corriente $\vec{V}_c$.

Ambas velocidades componen la que dará lugar a la velocidad relativa $\vec{V}_w$ de la que dependerán directamente nuestras fuerzas y momentos hidrodinámicos.

Habrá además una fuerza propulsiva, función de la orientación de F_e respecto de F_b y otra gravitatoria y otra de empuje función de la orientación de F_b respecto de F_h.

$$\vec{F} = f(u, w, v, p, q, r, \theta, \psi, \phi, V_c, \mu, \gamma, \varepsilon, \gamma_t) \qquad \textbf{(27}$$

$$\vec{G} = f(u, w, v, p, q, r, \theta, \psi, \phi, V_c, \mu, \gamma, \varepsilon, \gamma_t) \qquad \textbf{(28}$$

Donde γ_t es el ángulo que define la dirección del empuje o propulsión resultante sobre el plano XZ de los ejes viento F_w. Las variables:

$$u, w, v, p, q, r, \theta, \psi, \phi, V_c, \mu, \gamma, \varepsilon, \gamma_t$$

Son variables dependientes, teniendo además el tiempo "t" como variable independiente de todas ellas.

Disponemos de 14 variables dependientes que con las 6 ecuaciones de (26) dan 14 -6=8, 8 grados de libertad.

Las ecuaciones vectoriales (18) y (22) se transforman en las ecuaciones (26), proyectadas en los ejes F_b.

Las fuerzas hidrodinámicas dependerán de, como se dijo antes, las velocidades $\vec{V}_c$ y $\vec{V}_g$. Pero con el giro $\vec{\omega}$ de los ejes F_b respecto de los ejes F_h las fuerzas hidrodinámicas varían con esos ángulos de orientación, los de nuestro vehículo con la referencia inercial F_h, es decir de θ, ψ y ϕ y su variación con el tiempo.

En el primer miembro de (26) hay, por tanto, más variables que en el segundo miembro. Necesitamos una relación adicional que no da la hidrodinámica.

Supongamos que tenemos una cierta orientación en el espacio (ejes F_b respecto ejes F_h):

$$\begin{matrix} \psi \\ \theta \rightarrow \textbf{pasado un tiempo } \delta t \textbf{ llegamos a: } \\ \phi \end{matrix} \begin{matrix} \\ \rightarrow \\ \\ \end{matrix} \begin{matrix} \psi + \delta\psi \\ \theta + \delta\theta \\ \phi + \delta\phi \end{matrix} \qquad \textbf{(29}$$

Suponiendo rotaciones infinitesimales las podemos componer como vectores. Ese pequeño cambio de orientación, en el intervalo de tiempo δt, de los ejes F_b respecto de los ejes F_h se traduciría en la rotación: $\delta\vec{\omega}$.

Esa rotación infinitesimal la podemos componer como el cambio de ejes F_h a los ejes F_b mostrado en la FIGURA 6.

Realmente nuestro vehículo ha girado para pasar de un estado al siguiente de cualquier forma arbitraria, sin tener que pasar necesariamente por el giro de guiñada ψ alrededor de Z_h primero, luego con asiento θ alrededor de $Y_1 = Y_2$ para pasar con una ultima rotación de balance ϕ, alrededor de $X_2 = X_b$.

Sin embargo, a pesar de que la composición de rotaciones no es conmutativa, al seguir el giro de ejes con una sucesión de rotaciones infinitesimales, nos aproximamos perfectamente a la realidad.

Efectivamente, de este modo, componiendo en el tiempo una serie de rotaciones infinitesimales que poco a poco van siguiendo el cambio real de los ejes, conseguimos reproducir la rotación real que ha tenido lugar.

Es decir: $\delta\vec{\omega} = \delta\psi \cdot \vec{k}_h + \delta\theta \cdot \vec{j}_2 + \delta\phi \cdot \vec{i}_b$, valido para ese δt.

Luego, con otro δt, se pasa a otro estado que coloca los ejes en la dirección subsiguiente que tiene lugar en la realidad al transcurrir ese δt, y así sucesivamente.

De este modo:

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \cdot \vec{k}_h + \dot{\theta} \cdot \vec{j}_2 + \dot{\phi} \cdot \vec{i}_b \qquad \textbf{(30}$$

Como se aprecia en la FIGURA 6:

$$\begin{aligned} \vec{j}_2 &= \cos\phi \cdot \vec{j}_b - \operatorname{sen}\phi \cdot \vec{k}_b \\ \vec{k}_2 &= \operatorname{sen}\phi \cdot \vec{j}_b + \cos\phi \cdot \vec{k}_b \\ \vec{k}_h = \vec{k}_1 &= -\operatorname{sen}\theta \cdot \vec{i}_2 + \cos\theta \cdot \vec{k}_2 \end{aligned} \qquad \textbf{(31}$$

Combinando las ecuaciones de la expresión (31):

$$\vec{k}_h = \vec{k}_1 = -\operatorname{sen}\theta \cdot \vec{i}_2 + \cos\theta \cdot \vec{k}_2 = -\operatorname{sen}\theta \cdot \vec{i}_b + \cos\theta \cdot \left(\operatorname{sen}\phi \cdot \vec{j}_b + \cos\phi \cdot \vec{k}_b\right) \qquad \textbf{(32}$$

Por tanto, sustituyendo $\vec{k}_h$ y $\vec{j}_2$ en (30):

$$\vec{\omega} = \left(-\dot{\psi} \cdot \operatorname{sen}\theta + \dot{\phi}\right) \cdot \vec{i}_b + \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \operatorname{sen}\phi + \dot{\theta} \cdot \cos\phi\right) \cdot \vec{j}_b + \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi - \dot{\theta} \cdot \operatorname{sen}\phi\right) \cdot \vec{k}_b \quad \textbf{(33}$$

Se obtiene así la relación que faltaba:

$$\begin{aligned} p &= \left(-\dot{\psi} \cdot \operatorname{sen}\theta + \dot{\phi}\right) \\ q &= \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \operatorname{sen}\phi + \dot{\theta} \cdot \cos\phi\right) \\ r &= \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi - \dot{\theta} \cdot \operatorname{sen}\phi\right) \end{aligned} \qquad \textbf{(34}$$

Ahora se dispone de un total de 9 ecuaciones, de ellas 8 son ecuaciones diferenciales no lineales.

El cálculo de ψ no esta acoplado con los demás.

En definitiva:

$$\begin{aligned} F_x &= m \cdot \left(\dot{u} - r \cdot v + q \cdot w\right) \\ F_y &= m \cdot \left(\dot{v} + r \cdot u - p \cdot w\right) \\ F_z &= m \cdot \left(\dot{w} - q \cdot u + p \cdot v\right) \\ L &= I_x \cdot \dot{p} - I_{xz} \cdot \dot{r} + \left(I_z - I_y\right) \cdot q \cdot r - I_{xz} \cdot p \cdot q \\ M &= I_y \cdot \dot{q} - \left(I_z - I_x\right) \cdot p \cdot r + I_{xz} \cdot \left(p^2 - r^2\right) \\ N &= -I_{xz} \cdot \dot{p} + I_z \cdot \dot{r} - \left(I_x - I_y\right) \cdot p \cdot q + I_{xz} \cdot q \cdot r \end{aligned} \qquad \textbf{(35}$$

$$p = \left(-\dot{\psi} \cdot \operatorname{sen}\theta + \dot{\phi}\right)$$
$$q = \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \operatorname{sen}\phi + \dot{\theta} \cdot \cos\phi\right)$$
$$r = \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi - \dot{\theta} \cdot \operatorname{sen}\phi\right)$$

Sigue siendo un sistema muy complicado.

Además, el vehículo esta sometido a fuerzas propulsiva, gravitatorias y de empuje o flotación. El centro de empuje no coincidirá muy probablemente con el centro de gravedad con lo que surgen momentos a los que habrá que añadir los momentos hidrodinámicos.

A partir de ahora vamos a centrarnos en el centro de gravedad, dejando al lado los momentos que sufre el catamarán. Vamos a estudiar los grandes movimientos, los movimientos del centro de gravedad. Es un problema de ACTUACIONES.

CAPITULO 5. Grandes movimientos. Actuaciones.

Los ejes cuerpo F_b están ligados al vehículo en todo momento. Eso facilita mucho las ecuaciones de momentos en cuanto a que el tensor de inercia, formula (23), permanece constante. Sin embargo respecto del punto de vista de proyección de vectores velocidad y fuerzas hidrodinámicos los ejes óptimos son los ejes viento F_w.

El viento es giratorio también, y la velocidad hidrodinámica esta ligada parcialmente al catamarán. Los ejes viento F_w son los idóneos para la proyección de las fuerzas hidrodinámicas y el vector velocidad hidrodinámica $\vec{V}_w$ .Efectivamente, por la definición de ejes viento, el vector velocidad proyectado en estos ejes tiene la forma: $\vec{V}_w = \begin{pmatrix} v & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Valor de v distinto al de la velocidad $\vec{V} = \begin{pmatrix} u & v & w \end{pmatrix} = \vec{V}_g$, velocidad absoluta del vehículo proyectada en ejes cuerpo F_b.

Esta $\vec{V}_w$, como se recordara, es la velocidad hidrodinámica diferencia entre la velocidad del catamarán respecto de tierra $\vec{V}_g$ y la velocidad de la corriente $\vec{V}_c$; es decir: $\vec{V}_w = \vec{V}_g - \vec{V}_c$.

Se partió de las ecuaciones de cantidad de movimiento (18) y momento cinético (22), para llegar al sistema (35).

A la hora de afrontar el problema en ejes cuerpo F_b, la ecuación (18), que da lugar a las 3 primeras de (35), se complica por las componentes de la velocidad y las fuerzas y momentos hidrodinámicos, sin embargo la (22), que origina las 3 siguientes de (35) toma la forma mas sencilla posible al no variar el tensor de inercia (23).

En los ejes viento F_w la ecuación (23) se complica extraordinariamente al variar el tensor de inercia (23) con el tiempo, ya que estos ejes no están ligados al vehículo. No obstante, como estamos tratando ahora un problema de actuaciones, la ecuación (23) no se va a emplear y sí la (18) que queda simplificada notablemente.

De este modo, del sistema (35) se va a prescindir, en un principio, de las ecuaciones de los momentos $\{L \quad M \quad N\}$. Estamos tratando un problema de ACTUACIONES, por lo que la complicación en los ejes viento F_w, de la parte de los momentos en (35) es espúrea.

Vamos a pasar por tanto las ecuaciones que aparecen en el sistema (35) a los ejes viento, pero antes de hacer este cambio de ejes descompondremos los términos de fuerza del primer miembro.

En el sistema de ecuaciones (35), ejes cuerpo F_b , eliminando los momentos tenemos:

$$\begin{aligned} F_x &= m\cdot(\dot{u} - r\cdot v + q\cdot w) \\ F_y &= m\cdot(\dot{v} + r\cdot u - p\cdot w) \\ F_z &= m\cdot(\dot{w} - q\cdot u + p\cdot v) \\ p &= (-\dot{\psi}\cdot \operatorname{sen}\theta + \dot{\phi}) \\ q &= (\dot{\psi}\cdot\cos\theta\cdot\operatorname{sen}\phi + \dot{\theta}\cdot\cos\phi) \\ r &= (\dot{\psi}\cdot\cos\theta\cdot\cos\phi - \dot{\theta}\cdot\operatorname{sen}\phi) \end{aligned} \qquad \textbf{(36}$$

Descomponiendo las fuerzas del primer miembro de (36), entre las gravitatorias $m\cdot\bar{g}$, las hidrodinámicas $\vec{F}_H$, las de flotación $\vec{F}_F$, y las propulsivas $\vec{F}_T$:

$$\begin{aligned} -m\cdot(g-f)\cdot\operatorname{sen}\theta + F_{Hx} + F_{Tx} &= m\cdot(\dot{u} - r\cdot v + q\cdot w) \\ m\cdot(g-f)\cdot\operatorname{sen}\phi\cdot\cos\theta + F_{Hy} + F_{Ty} &= m\cdot(\dot{v} + r\cdot u - p\cdot w) \\ m\cdot(g-f).\cos\phi\cdot\cos\theta + F_{Hz} + F_{Tz} &= m\cdot(\dot{w} - q\cdot u + p\cdot v) \\ p &= (-\dot{\psi}\cdot\operatorname{sen}\theta + \dot{\phi}) \\ q &= (\dot{\psi}\cdot\cos\theta\cdot\operatorname{sen}\phi + \dot{\theta}\cdot\cos\phi) \\ r &= (\dot{\psi}\cdot\cos\theta\cdot\cos\phi - \dot{\theta}\cdot\operatorname{sen}\phi) \end{aligned} \qquad \textbf{(37}$$

En (37) aparece el primer miembro descompuesto en las proyecciones en los ejes cuerpo F_b de las distintas fuerzas que intervienen. Como se aprecia en la FIGURA 6 el peso lleva la dirección y sentido del eje Z_h , proyectándose en los ejes cuerpo F_b , a través de los ángulos de asiento y balance θ y ϕ respectivamente.

Las fuerzas de flotación $\vec{F}_F$ no son proporcionales a la masa del vehículo, si no al volumen sumergido. En nuestro estudio, el vehículo esta totalmente sumergido pero volumen no es, en principio, un valor constante.

Efectivamente los depósitos de flotación del vehículo tendrán mas o menos aire según la maniobra por lo que el vector de fuerza $\vec{F}_F$ no es constante en modulo pero sí en dirección, contraria a la gravitatoria.

La masa m es la masa total del vehículo que varia con el tiempo donde: $m = m_f + m_v$, con m_f =masa fija del vehículo y m_v =masa variable que son los tanques de llenado principalmente y otra masa que pueda variar. Más adelante se va a suponer que se dispone a bordo de un sistema de inyección y purga en los tanques tal que la masa del vehículo será constante cuando la maniobra lo requiera.

Por comodidad en el cálculo usamos el factor $f = \frac{F_F}{m}$, donde F_F así como m y por tanto su cociente f , pueden variar durante la maniobra por los sucesivos vaciados y llenados de los depósitos de flotación.

Como se expuso anteriormente, el paso de los ejes F_h a los ejes F_b (FIGURA 6) es análogo al de los ejes F_h a los ejes F_w (FIGURA 7). Este se realiza a través de 3 giros, las expresiones matemáticas son las mismas con la diferencia de la sustitución de los ángulos ψ, θ y ϕ por los ángulos χ, γ y μ. Los vectores velocidad y aceleración quedan simplificados en estos ejes viento.

La velocidad de giro del sistema de referencia F_w respecto del fijo F_h tendrá la forma: $\varpi_w = \begin{pmatrix} p_w & q_w & r_w \end{pmatrix}$, cuyas componentes son las proyecciones de ese giro absoluto, F_h es un sistema inercial, en los ejes móviles F_w.

Las fuerzas hidrodinámicas $\vec{F}_H$ al estar proyectadas en los nuevos ejes toman la forma de:
$\vec{F}_{HW} = \begin{pmatrix} F_{Hxw} & F_{Hyw} & F_{Hzw} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D & -Q & -L \end{pmatrix}$, donde D es la fuerza de resistencia hidrodinámica, Q es la fuerza hidrodinámica de resbalamiento en la dirección Y_w y L es la fuerza de sustentación hidrodinámica aplicada en la dirección de Z_w.

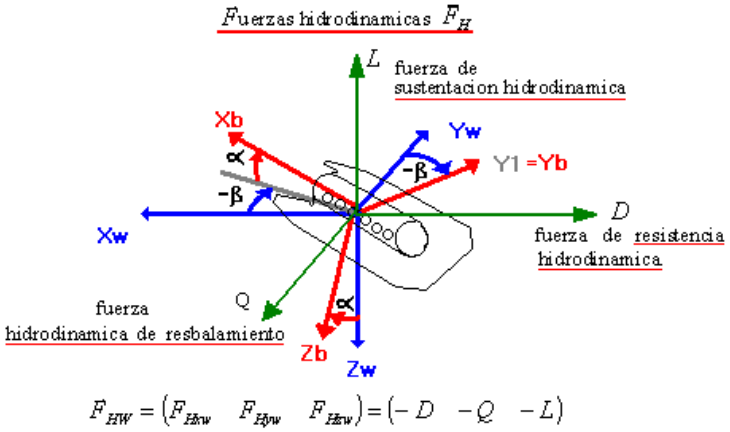


Figura 17

Las fuerzas hidrodinámicas $\begin{pmatrix} -D & -Q & -L \end{pmatrix}$ son las fuerzas que actúan sobre el vehículo ante determinados ángulos de ataque α y resbalamiento β. Los valores de $\begin{pmatrix} -D & -Q & -L \end{pmatrix}$ son los valores de esas fuerzas proyectados en las direcciones de los ejes viento F_w $\begin{pmatrix} X_w & Y_w & Z_w \end{pmatrix}$ respectivamente. En (37) las fuerzas aparecen proyectadas en los ejes F_w.

De este modo la, ecuación (37) en los ejes viento F_w, tiene la forma:

$$
\begin{aligned}
& -m \cdot (g - f) \cdot \operatorname{sen}\gamma - D + F_{Txw} = m \cdot \dot{v} \\
& m \cdot (g - f) \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{sen}\mu - Q + F_{Tyw} = m \cdot v \cdot r_w \\
& -m \cdot (g - f) \cdot \cos\gamma \cdot \cos\mu + L + F_{Tzw} = m \cdot v \cdot q_w \\
& p_w = (-\dot{\chi} \cdot \operatorname{sen}\gamma + \dot{\mu}) \\
& q_w = (\dot{\chi} \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{sen}\mu + \dot{\gamma} \cdot \cos\mu) \\
& r_w = (\dot{\chi} \cdot \cos\mu \cdot \cos\gamma - \dot{\gamma} \cdot \operatorname{sen}\mu)
\end{aligned}
\qquad \textbf{(38}
$$

Otra forma de expresar estas ecuaciones es mediante la proyección del vector resultante de empuje en los ejes viento F_w a partir de los ejes F_e y los ángulos γ_t y ε, como aparece en la FIGURA 8.

$$\begin{aligned} &-m\cdot(g-f)\cdot\operatorname{sen}\gamma - D + T\cdot\cos\varepsilon\cdot\cos\gamma_t = m\cdot\dot{v} \\ &m\cdot(g-f)\cdot\cos\gamma\cdot\operatorname{sen}\mu - Q + T\cdot\operatorname{sen}\gamma_t\cdot\cos\varepsilon = m\cdot v\cdot r_w \\ &-m\cdot(g-f)\cdot\cos\gamma\cdot\cos\mu + L + T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon = m\cdot v\cdot q_w \\ &p_w = (-\dot{\chi}\cdot\operatorname{sen}\gamma + \dot{\mu}) \\ &q_w = (\dot{\chi}\cdot\cos\gamma\cdot\operatorname{sen}\mu + \dot{\gamma}\cdot\cos\mu) \\ &r_w = (\dot{\chi}\cdot\cos\mu\cdot\cos\gamma - \dot{\gamma}\cdot\operatorname{sen}\mu) \end{aligned} \qquad \textbf{(39}$$

De momento se supone que no hay velocidad de corriente $\vec{V}_c$ y que por tanto $\vec{V}_w = \vec{V}_g$. En caso contrario, los ejes viento siguen apuntando según la dirección de la velocidad hidrodinámica $\vec{V}_h$ y la fuerza D apunta en dirección contraria como aparece en (38), pero la velocidad que debe aparecer en el segundo miembro de esta primera ecuación, de (38) es la componente de $\vec{V}_g$ en esa dirección y que no es exactamente la velocidad hidrodinámica $\vec{V}_w$, sino $\vec{V}_g = \vec{V}_w + \vec{V}_c$. En ese caso el sistema de ecuaciones (38) se complica sensiblemente.

Ahora estamos en condiciones de sacar las ecuaciones cinemáticas de la trayectoria, mucho más sencillas ahora en F_w que cuando estábamos en los ejes cuerpo F_b.

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= v\cdot\cos\gamma\cdot\cos\chi \\ \dot{y}_e &= v\cdot\cos\gamma\cdot\operatorname{sen}\chi\,. \\ \dot{z}_e &= v\cdot\operatorname{sen}\gamma \end{aligned} \qquad \textbf{(40}$$

Donde tenemos las coordenadas de la posición de nuestro vehículo en F_e sistema de referencia tierra que se encuentra paralelo en todo momento al sistema F_h, horizonte local, como se mostró en la FIGURA 2.

En problemas de actuaciones la masa del vehículo, en general, no se puede considerar constante (sin embargo nuestro catamarán en inmersión tendrá propulsión eléctrica y la masa se puede suponer constante salvo la compresibilidad del aire dentro de los depósitos de aire de flotación que solventaremos más adelante y que podemos suponer constante), de modo que :

$$\tfrac{dm}{dt} + \varphi = 0 \qquad \textbf{(41}$$

donde φ es el consumo de combustible por unidad de tiempo.

Si la propulsión es eléctrica, no consideramos variación de masa y la variación de empuje viene del agua que se expulsa o admite como masa adicional. Este caso es el de nuestro modelo.

Las fuerzas D, Q, L, T son función de:

$$\begin{aligned} D &= f(v, \alpha, \beta, \varepsilon, \gamma_t, \pi) \\ Q &= f(v, \alpha, \beta, \varepsilon, \gamma_t, \pi) \\ L &= f(v, \alpha, \beta, \varepsilon, \gamma_t, \pi) \\ T &= f(v, \alpha, \beta, \varepsilon, \gamma_t, \pi) \end{aligned} \qquad \textbf{(42}$$

Donde π es la potencia aplicada al vehículo.

Efectivamente, aunque en las ecuaciones (38) y (40) no aparecen explícitamente α y β los ejes F_b respecto de los ejes F_w tienen la relación de giro α y β.

Las fuerzas hidrodinámicas D, Q, L son función de la orientación geométrica del vehículo, es decir, sus ejes cuerpo, con respecto de los ejes viento. Pero están proyectadas en ejes viento F_w.

La orientación de los chorros de empuje, en principio, ε, γ_t también afecta a la hidrodinámica del vehículo, efectos estela etc….

A demás, π, parámetro de control de empuje, también influye en la propia potencia del chorro originada.

Aunque, efectivamente, v, α, β son los parámetros que más influyen.

En el empuje T además de $\varepsilon, \gamma_t, \pi$, la hélice no trabaja igual directamente que con sesgo o con distinta potencia, la hidrodinámica también tiene sus efectos puesto que la hélice puede ver perturbado su campo por la hidrodinámica aguas arriba y en el contorno de la misma, α, β y lo mismo pasa con v no es lo mismo tracción a punto fijo que moviéndose el vehículo.

Como vemos todos los parámetros se interrelacionan.

Llamando:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S} \qquad \textbf{(43}$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}$$

Con:

ρ = densidad del agua

v = velocidad de la corriente incidente sobre el cuerpo (velocidad hidrodinámica)

S = superficie equivalente del vehículo

Necesitamos conocer la ley de estos coeficientes que dependen de las variables comentadas anteriormente. Sin embargo la variable que más influye en esos valores es el ángulo de ataque α definido en la FIGURA, 5 formado por la proyección del vector velocidad hidrodinámica $\vec{V}_h$ y el eje X_b de los ejes cuerpo para los valores de C_D y C_L así como el número de Reynolds R_e. Para el coeficiente C_Q las variables de mas peso son R_e y el ángulo resbalamiento β como se observa también en la FIGURA 5.

Esos valores y lo que llamaremos la polar del catamarán se pueden determinar experimentalmente si hay medios para ello o analíticamente como es nuestro caso, pero contrastados por resultados experimentales de ensayos de otros autores.

A partir de aquí estudiaremos las maniobras o trayectorias más sencillas.

5.1. Maniobras.

Supongamos que el piloto necesita cambiar su ruta, cambiar de altura o sortear un obstáculo, pasará de un movimiento uniforme sin aceleraciones o, lo que es lo mismo sin fuerzas de inercia, a otro movimiento en el que éstas van a aparecer. Se trata del movimiento tridimensional de un sólido rígido bajo la influencia de fuerzas variables. Podemos seguir suponiendo que el vehículo sigue siendo un sólido rígido pero incluso con esa simplificación hay dos dificultades, los seis grados de libertad del sólido rígido rara vez se pueden integrar. En la mayoría de los casos debe seguirse un procedimiento laborioso de integración paso a paso por métodos numéricos. Pero el mayor problema es que realmente no se conocen las fuerzas hidrodinámicas que actúan en un movimiento no uniforme. Se suele suponer que estas fuerzas en cada momento son las mismas que si el estado de velocidad instantáneo fuera uno permanente. Esto se puede suponer cuando se parte de un fluido irrotacional y continuo en el momento en que la solución de la ecuación potencial se determina a partir de valores de velocidad instantáneos. De este modo el análisis que haremos en primera aproximación será abordando los casos más simples del movimiento de forma analítica.

5.1.1. Navegación horizontal con viraje

Estamos en movimiento horizontal y queremos virar, para ello, necesitamos aplicar fuerzas en la dirección normal a la de la velocidad de avance del vehículo, para que curven la trayectoria. Esta maniobra se puede lograr principalmente de dos formas; una primera mediante navegación sin resbalamiento, con balance, logrando esa curvatura a partir de la sustentación combinada con el peso-empuje. La otra alternativa, sin balance, se consigue mediante la aplicación de fuerzas hidrodinámicas con resbalamiento o empujadores.

En el primer caso, conocido como navegación simétrica en plano horizontal, el movimiento es el más confortable para el piloto y los pasajeros como razonaremos más adelante.

Para la navegación simétrica en plano horizontal, a partir de las ecuaciones (39) y aplicando las condiciones de altura constante y simetría en la maniobra:

$Z_c = cte \rightarrow \dot{Z}_c = 0 = v \cdot \operatorname{sen}\gamma \rightarrow$ asiento de velocidad γ =0.

$\beta = \gamma_t = 0 \rightarrow Q = 0$

Por tanto estas ecuaciones (39) toman la forma:

$$
\begin{aligned}
&-D+T\cdot\cos\varepsilon = m\cdot\dot{v}\\
&m\cdot(g-f)\cdot\operatorname{sen}\mu = m\cdot v\cdot r_w\\
&-m\cdot(g-f).\cos\mu + L + T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon = m\cdot v\cdot q_w\\
&\quad p_w = \mu\\
&q_w = (\dot{\chi}\cdot\operatorname{sen}\mu)\\
&r_w = (\dot{\chi}\cdot\cos\mu)\\
&\dot{X}_e = v\cdot\cos\chi\\
&\dot{Y}_e = v\cdot\operatorname{sen}\chi\\
&\dot{Z}_e = 0
\end{aligned}
\qquad \textbf{(44}
$$

De modo que :

$$
\begin{aligned}
&-D+T\cdot\cos\varepsilon = m\cdot\dot{v}\\
&m\cdot(g-f)\cdot\operatorname{sen}\mu = m\cdot v\cdot\dot{\chi}\cdot\cos\mu\\
&-m\cdot(g-f).\cos\mu + L + T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon = m\cdot v\cdot\dot{\chi}\cdot\operatorname{sen}\mu\\
&\dot{X}_e = v\cdot\cos\chi\\
&\dot{Y}_e = v\cdot\operatorname{sen}\chi\\
&\dot{Z}_e = 0
\end{aligned}
\qquad \textbf{(45}
$$

Aplicando nuestros conocimientos de Geometría Diferencial, estas ecuaciones (45) son las proyecciones de fuerzas en las direcciones normal y binormal, es decir: $\dot{\chi} = \dfrac{v}{R}$, con R =radio de curvatura de la trayectoria horizontal, ya que $\dot{\chi} = \dfrac{d\chi}{dt} = \dfrac{d\chi}{ds}\cdot\dfrac{ds}{dt} = R\cdot v$.

Las condiciones de navegación simplifican tanto las ecuaciones que se pueden deducir también fácilmente proyectando las pocas fuerzas que intervienen.

Teniendo:

$$
\begin{aligned}
&-D+T\cdot\cos\varepsilon = m\cdot\dot{v}\\
&m\cdot(g-f)\cdot\operatorname{sen}\mu = m\cdot v^2\cdot\frac{1}{R}\cdot\cos\mu\\
&-m\cdot(g-f).\cos\mu + L + T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon = m\cdot v^2\cdot\frac{1}{R}\cdot\operatorname{sen}\mu\\
&\dot{X}_e = v\cdot\cos\chi\\
&\dot{Y}_e = v\cdot\operatorname{sen}\chi\\
&\dot{Z}_e = 0
\end{aligned}
\qquad \textbf{(46}
$$

Efectivamente, en la siguiente se observan las distintas fuerzas proyectadas en los ejes viento F_w.

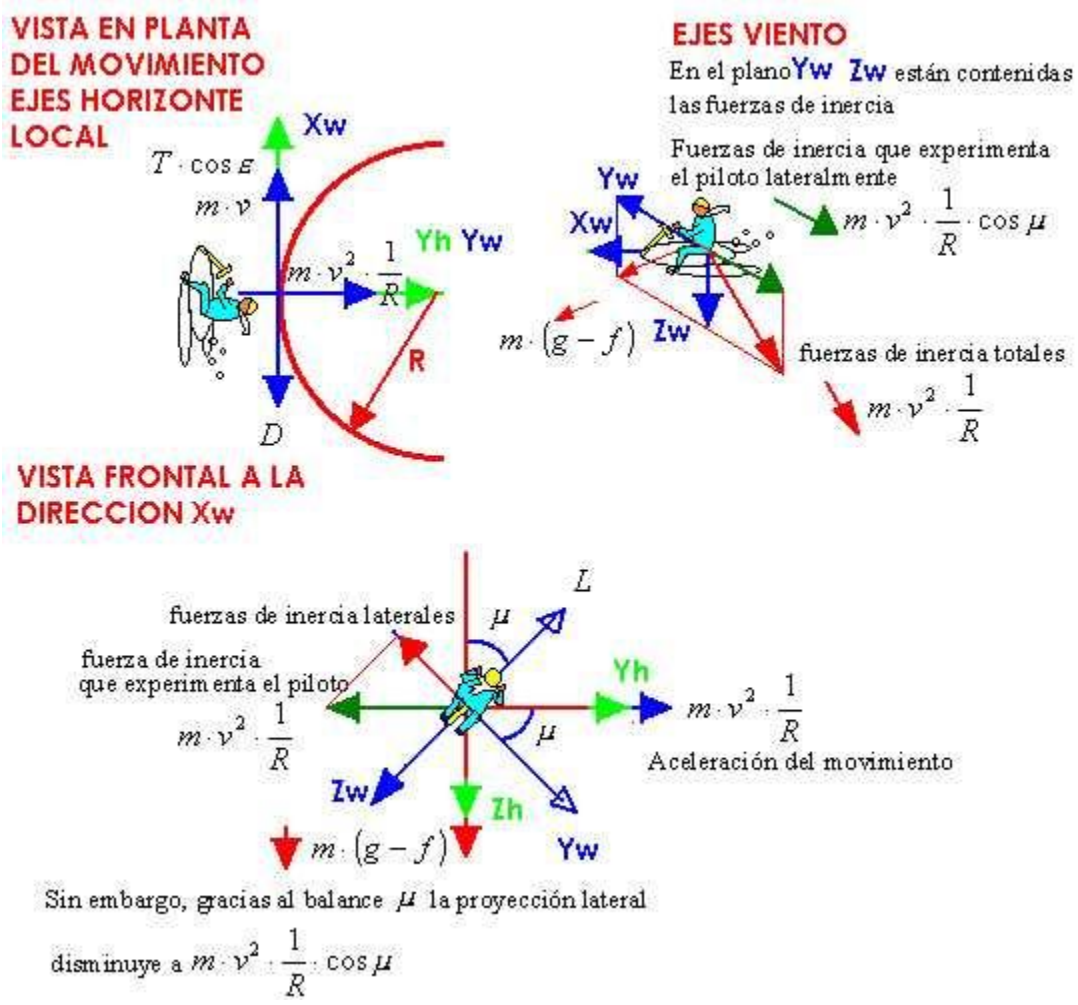


Figura 18

En las ecuaciones (46) así como en la figura anterior se muestra el equilibrio de las fuerzas de inercia con las de gravedad y flotación. Debemos recordar que las fuerzas de inercia laterales son las más molestas a sufrir por pilotos y dotaciones y que las fuerzas de inercia en la dirección Z_w son más soportables .

Gracias al balance μ, las fuerzas de inercia se desvían de la dirección lateral Y_w que tendrían en movimiento plano sin balance para pasar a tener dos proyecciones , una en Y_w y otra en Z_w. La proyección lateral, la del eje Y_w, pasa de valer $m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R}$ a tomar la forma de $m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \cdot \cos\mu$ y la otra componente en Z_w toma el valor de $m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \cdot \operatorname{sen}\mu$.

La forma de guiñada más cómoda, como hemos apuntado antes, es la que tiene ese balance μ. Cuanto mayor es el balance menor es la aceleración lateral. No obstante, esto implica un mayor empuje y una mayor sustentación. Para lograr esa guiñada o virada no tenemos más que dejar caer hacia la banda donde queremos virar, es decir introducir un balance μ.

Si proyectamos las fuerzas que aparecen en las ecuaciones (46) en los ejes $F_h\left(X_h \quad Y_h \quad Z_h\right)$ y más concretamente en las componentes Z_h e Y_h tenemos:

$$\begin{aligned}
&-D+T\cdot\cos\varepsilon = m\cdot\dot{v}\\
&-m\cdot\left(g-f\right)+L\cdot\cos\mu+T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon\cdot\cos\mu=0\\
&m\cdot v^2\cdot\frac{1}{R}=L\cdot\operatorname{sen}\mu+T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon\cdot\operatorname{sen}\mu\\
&\dot{X}_e = v\cdot\cos\chi\\
&\dot{Y}_e = v\cdot\operatorname{sen}\chi\\
&\dot{Z}_e = 0
\end{aligned} \qquad \textbf{(47}$$

Si suponemos ε =0,que es un caso muy común para la guiñada horizontal sin resbalamiento y con balance,: el empuje no tiene ángulo de ataque, va en la dirección de los ejes viento y de las ecuaciones (47) obtenemos:

$$\begin{aligned}
&-D+T = m\cdot\dot{v}\\
&-m\cdot\left(g-f\right)+L\cdot\cos\mu=0\\
&m\cdot v^2\cdot\frac{1}{R}=L\cdot\operatorname{sen}\mu\\
&\dot{X}_e = v\cdot\cos\chi\\
&\dot{Y}_e = v\cdot\operatorname{sen}\chi\\
&\dot{Z}_e = 0
\end{aligned} \qquad \textbf{(48}$$

De la segunda y tercera ecuación de (48) :

$$\operatorname{tg}\mu = m\cdot\frac{v^2}{R}\cdot\frac{1}{\left(f-g\right)} \qquad \textbf{(49}$$

que determina el ángulo necesario de balance μ para una curvatura R y una velocidad v dadas.

De la ecuación tercera de (48) obtenemos:

$$m\cdot v^2\cdot\frac{1}{R}=L\cdot\operatorname{sen}\mu=C_L\cdot\rho\cdot\frac{v^2}{2}\cdot\operatorname{sen}\mu\cdot S \qquad \textbf{(50}$$

De donde**:**

$$R = \frac{m}{C_L \cdot \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{sen}\,\mu \cdot S} \qquad \textbf{(51}$$

A mayor masa mayor es el radio de curvatura y por tanto menor es el viraje. Si la velocidad es grande mas podremos virar en un instante dado lo mismo pasa con la sustentación, cuanto mayor sea esta mas fácil y rápida es la maniobra.

Estamos suponiendo en todo momento que los controles del catamarán son lo suficientemente poderosos como para proporcionar los momentos necesarios para el cambio de balance y mantener esas condiciones el tiempo necesario.

Estas ecuaciones son una primera aproximación de un problema mucho más complicado y profundo.

La otra alternativa de guiñada es la guiñada mediante fuerzas hidrodinámicas laterales Q.

En la figura siguiente se compara este viraje con balance, navegación simétrica vista al principio, con la otra alternativa de guiñada que es la guiñada mediante fuerzas hidrodinámicas laterales Q.

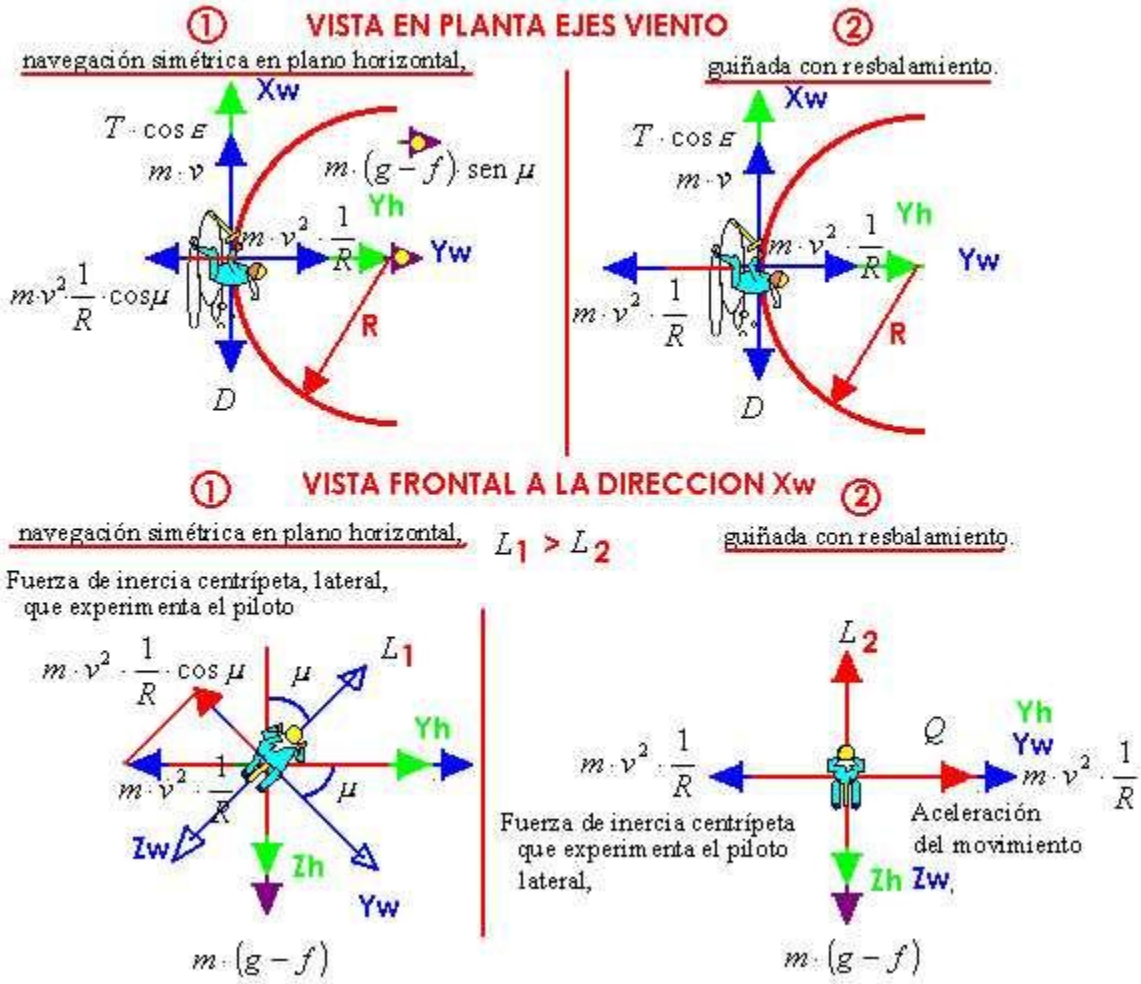


Figura 19

Es evidente que el valor de la sustentación L debe ser mayor en el caso de guiñada sin fuerzas laterales que con ellas.

Las fuerzas laterales de la guiñada que hemos llamado con resbalamiento y que para ser más exactos es sin balance, se pueden lograr también con empujes, incluso se puede lograr ese viraje sin balance con la combinación de ambos. En la anterior figura no aparecen todas las proyecciones de los empujes por no complicarla más.

Las ecuaciones (39) en ejes viento ya no son validas al haber resbalamiento y por tanto los ejes viento F_w. y cuerpo F_b no coinciden. En la siguiente figura, aparece este tipo de guiñada, donde se aprecia con más detalle la no coincidencia de los ejes viento y cuerpo.

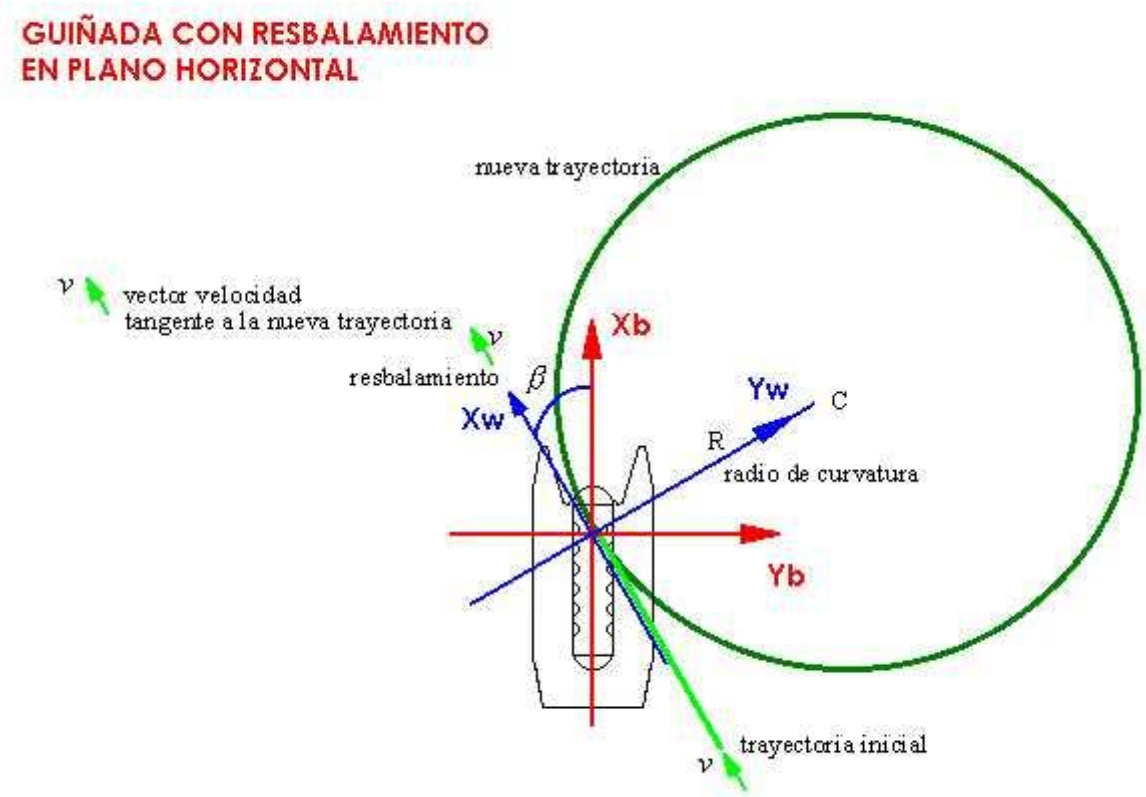


Figura 20

Como se comentó líneas arriba, para lograr esta virada en plano horizontal, es necesaria una fuerza horizontal normal a la velocidad para curvar dicha trayectoria. En este caso lo vamos a lograr con resbalamiento.

En este segundo caso $\beta \neq 0 \rightarrow Q \neq 0$ y además $\gamma_t \neq 0$.

De todos modos sigue siendo: $Z_c = cte \rightarrow \dot{Z}_c = 0 = v \cdot \text{sen}\,\gamma \rightarrow$ asiento de velocidad γ =0, además $\mu = 0$.

En la siguiente figura aparecen todas esas fuerzas que intervienen y que van a dar lugar a las ecuaciones del movimiento.

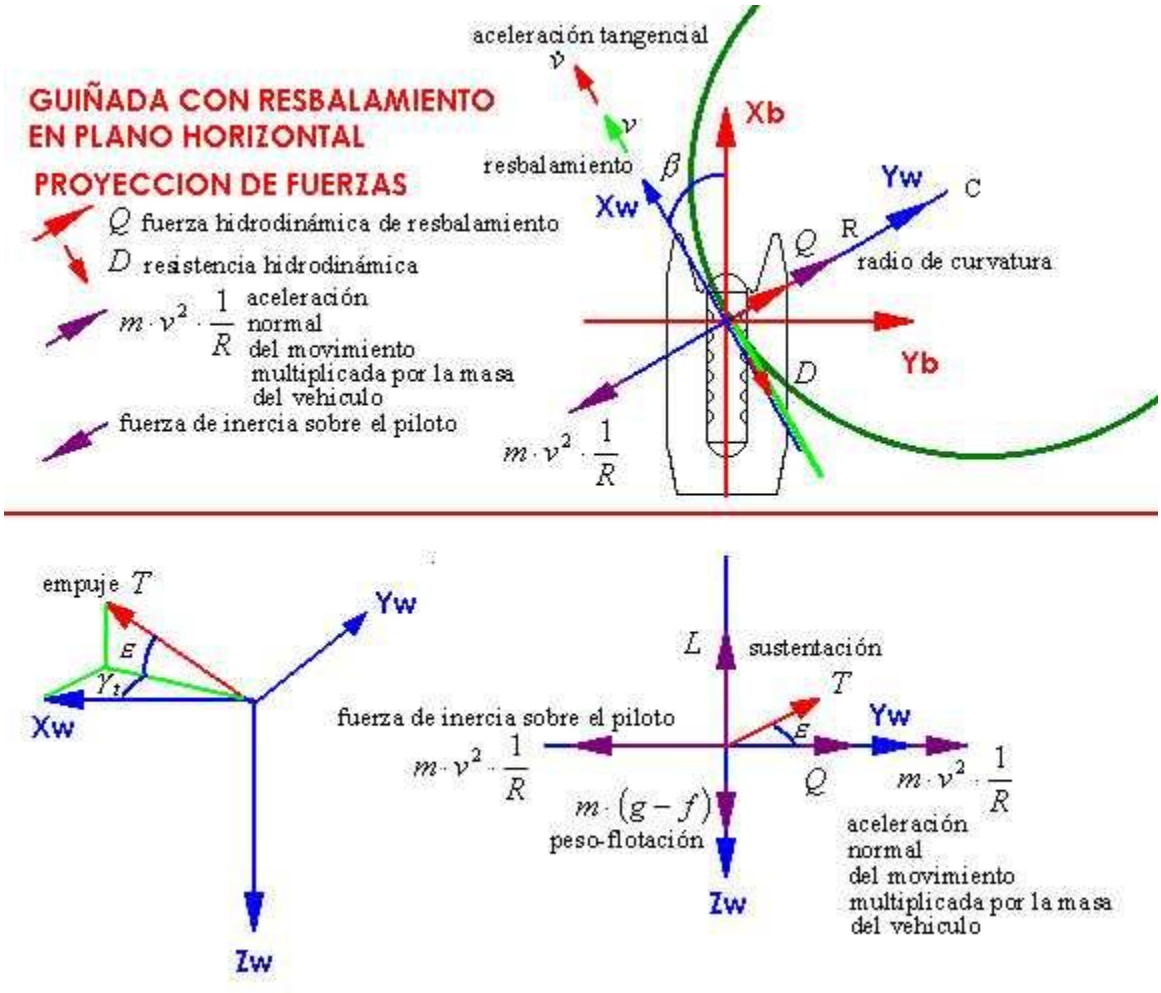


Figura 21

Así, las ecuaciones del movimiento proyectadas en ejes viento son:

$$
\begin{aligned}
& D + T \cdot \cos\varepsilon \cdot \cos\gamma_t = m \cdot \dot{v} \\
& T \cdot \cos\varepsilon \cdot \operatorname{sen}\gamma_t + Q = m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \\
& -m \cdot (g - f) + L + T \cdot \operatorname{sen}\varepsilon = 0 \qquad \textbf{(52} \\
& \dot{X}_e = v \cdot \cos\chi \\
& \dot{Y}_e = v \cdot \operatorname{sen}\chi \\
& \dot{Z}_e = 0
\end{aligned}
$$

Como se dijo antes tanto $(-D \quad -Q \quad -L)$ son fuerzas definidas en ejes viento. Pero, como se comento antes cada una de ellas depende de α y β entre otras variables.

Con la segunda ecuación del grupo de ecuaciones (52), en primera aproximación podemos suponer que el empuje tiene un valor pequeño frente a la resistencia Q.

De esta forma:

$$Q = m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \qquad \textbf{(53}$$

No hay evidencia experimental extensiva aerodinámica de este tipo de fuerzas, Richard Von Mises (1), e hidrodinámica tampoco, pero se puede suponer groseramente que la resistencia Q es proporcional al resbalamiento β, ($C_Q = C_q \cdot \beta$), eso lo veremos más adelante. Con esta suposición:

Por otro lado con $Q = C_Q \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot S = C_q \cdot \beta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot S$

$$C_q \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \beta \cdot S = m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \qquad \textbf{(54}$$

Así:

$$C_q \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot S \cdot \beta = m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \rightarrow R = \frac{2 \cdot m}{\rho \cdot S \cdot \beta \cdot C_q} \qquad \textbf{(55}$$

Conforme aumenta β, el radio de curvatura va disminuyendo, pero no se pueden lograr grandes valores de β por la propia estabilidad del vehículo. Si ese valor no puede ser alto la maniobra será lenta. Un valor razonable de resbalamiento es del orden de 15° =0.26 radianes lo que implica gran tiempo de maniobra.(3)

Esta maniobra será elegida por el piloto cuando quiera cambiar de rumbo lentamente pero no en una maniobra que requiera rapidez de respuesta.

Los empujadores ¨D¨ y las hélices propulsoras ¨A¨, FIGURAS 9, 10 y 11 pueden proporcionar la guiñada horizontal sin balance, con resbalamiento.

Sin embargo con el balance μ se parte de μ =0 y por tanto, $\text{sen}\,\mu = 0 \rightarrow R = \infty$, trayectoria recta de movimiento uniformemente acelerado o incluso con velocidad uniforme, pero según μ aumenta, el radio de curvatura R va disminuyendo y se va logrando una guiñada con un radio de curvatura menor. La rapidez de la guiñada se puede lograr con un rápido aumento de μ, lo que nos permitan los mandos, y ese aumento rápido se traduce en una guiñada rápida y cada vez más efectiva al disminuir R continuamente y no aumentar como ocurre con el resbalamiento.

Aquí vemos la gran ventaja de la guiñada con balance sobre la guiñada con resbalamiento, a demás de la mayor comodidad para el piloto, tenemos una respuesta en maniobra más rápida. Ante un obstáculo imprevisto se realizara la guiñada mediante la maniobra de balance y no con resbalamiento.

Posiblemente la hidrodinámica del catamarán no permite fácilmente la guiñada mediante balance μ, tampoco hay empujadores que creen ese balance. FIGURAS 9, 10 y 11. Eso se lograría con superficies de control.

Otra posibilidad es la combinación de estas dos maniobras, balance y resbalamiento.

Con esto tenemos parte de las actuaciones. Otra cosa es el control y estabilidad, como llegar a estas condiciones de balance y resbalamiento con los controles del vehículo. Esto es más complicado y es necesario el empleo de los tensores de inercia.

5.1.2. Movimiento simétrico vertical

Supongamos que el piloto esta navegando a velocidad constante y que en un momento dado necesita un giro vertical para aumentar el ángulo de incidencia o asiento γ e iniciar así una ascensión. Eso lo hará aumentando el ángulo de ataque α con el consiguiente aumento de la sustentación L y la resistencia D.

En este caso y suponiendo maniobra simétrica $\beta = \gamma_t = 0 \rightarrow Q = 0$.

Como el movimiento debe realizarse en un plano vertical no hay guiñada y por tanto $\chi = 0.$

De las ecuaciones (39) tenemos:

$$\begin{aligned} &-m\cdot(g-f)\cdot \operatorname{sen}\gamma - D + T\cdot\cos\varepsilon = m\cdot\dot{v} \\ &m\cdot(g-f)\cdot\cos\gamma\cdot\operatorname{sen}\mu = m\cdot v\cdot r_w \\ &-m\cdot(g-f).\cos\gamma\cdot\cos\mu + L + T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon = m\cdot v\cdot q_w \\ &p_w = (\mu) \\ &q_w = (\dot{\gamma}\cdot\cos\mu) \\ &r_w = (-\dot{\gamma}\cdot\operatorname{sen}\mu) \end{aligned} \qquad \textbf{(56}$$

Al obligar el cumplimiento de la segunda ecuación de (56) tenemos que:

$$m\cdot(g-f)\cdot\cos\gamma\cdot\operatorname{sen}\mu = -m\cdot v\cdot\dot{\gamma}\cdot\operatorname{sen}\mu \qquad \textbf{(57}$$

De donde:

$$\operatorname{sen}\mu\cdot\left(m\cdot(g-f)\cdot\cos\gamma + m\cdot v\cdot\dot{\gamma}\right) = 0 \qquad \textbf{(58}$$

Sólo hay dos posibilidades:, o bien que el balance de velocidad $\mu = 0$, o bien que $\dot{\gamma} = \dfrac{-(g-f)\cdot\cos\gamma}{v}$, esta ultima relación corresponde a un tipo de trayectoria muy especial, por ejemplo en movimiento horizontal no se cumple y debería poder serlo ya que es una particularidad del movimiento simétrico vertical (caso de movimiento rectilíneo horizontal). La solución más obvia y evidente es $\mu = 0$.

Por tanto tenemos:

$$\begin{aligned} &-m\cdot(g-f)\cdot\operatorname{sen}\gamma - D + T\cdot\cos\varepsilon = m\cdot\dot{v} \\ &-m\cdot(g-f).\cos\gamma + L + T\cdot\operatorname{sen}\varepsilon = m\cdot v\cdot\dot{\gamma}\cdot \end{aligned} \qquad \textbf{(59}$$

Como:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{1}{R} \cdot v \qquad \textbf{(60}$$

y:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot v \qquad \textbf{(61}$$

Las ecuaciones (59) toman la forma:

$$\begin{aligned} -m \cdot (g - f) \cdot \operatorname{sen}\gamma - D + T \cdot \cos\varepsilon &= m \cdot \frac{dv}{ds} \cdot v \\ -m \cdot (g - f) \cdot \cos\gamma + L + T \cdot \operatorname{sen}\varepsilon &= m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \end{aligned} \qquad \textbf{(62}$$

En la siguiente figura se muestra el movimiento ascendente simétrico vertical.

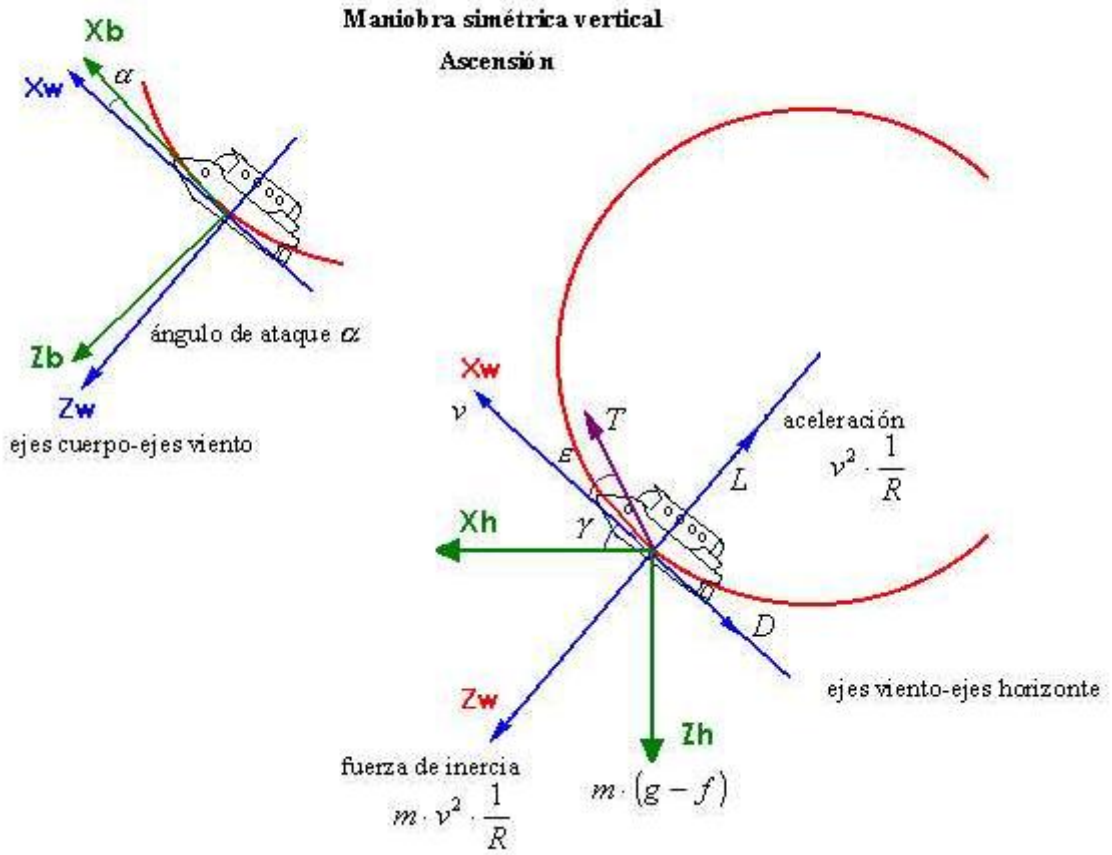


Figura 22

La trayectoria se curva gracias a la resultante de L y T contra el peso-flotación produciendo la aceleración $\frac{v^2}{R}$. Estamos suponiendo una resultante de peso-flotación positiva en la dirección de Z_h. Es decir, nuestro vehículo asciende gracias a las fuerzas hidrodinámicas y propulsivas. Otra alternativa seria la flotación. Alternativa no muy aconsejable dado el lento proceso de vaciado de tanques flotadores del catamarán y la consiguiente lentitud en la respuesta dinámica del vehículo. No solo desde el punto de vista de rapidez en la maniobra (esquivado de un obstáculo) sino incluso en la estabilidad propia del vehículo hasta que logra la suficiente fuerza de ascensión.

En caso de ascensión por flotación las ecuaciones dinámicas son exactamente las del grupo de ecuaciones (65) salvo que el peso-flotación tendría resultante negativa, es decir, ascendente, y el empuje es nulo. Seria el caso ascensional de un velero en el aire. Incluso si la velocidad fuera lo suficientemente alta se permitiría una ascensión

Por supuesto que existe la posibilidad de una combinación de ambas técnicas pero el mejor control es con una velocidad lo suficientemente grande o un empuje aceptable.

No se puede hacer la integración simplificada ni se puede desarrollar la teoría del fujoide de Lanchester (Phujoid motion) debido a que (aunque podemos suponer constante la flotación del vehículo) las masas añadidas actúan en todo momento y por tanto el termino del "peso" no se puede suponer constante no quedando de este modo la primera ecuación del grupo (61) de ecuaciones inmediata.

Lanchester (2) saco la aproximación para la descripción de las trayectorias que puede seguir un aeroplano moviéndose en su plano de simetría en ascenso y descenso vertical.

La maniobra descendente es análoga a la ascendente, con las hipótesis de:

$\beta = \gamma_t = 0 \rightarrow Q = 0$

$\chi = 0$

$\mu = 0$

Haciendo el mismo desarrollo a partir de la ecuación (39) llegamos a las mismas ecuaciones con la diferencia del ángulo γ que en este caso es negativo y el peso-flotación ayudan al movimiento (suponiendo que el peso es mayor que la flotación).:

$$m \cdot (g - f) \cdot \operatorname{sen}\gamma - D + T \cdot \cos\varepsilon = m \cdot \frac{dv}{ds} \cdot v$$

$$-m \cdot (g - f) \cdot \cos\gamma + L + T \cdot \operatorname{sen}\varepsilon = m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{R} \qquad \textbf{(63}$$

Los razonamientos hechos líneas arriba son los mismos para esta maniobra. El catamarán también podía descender por peso si la flotación fuera menor. De nuevo recordamos que el control seria mucho peor y también la rapidez de respuesta. Como en el ascenso también se pueden combinar ambas técnicas, empuje y peso.

Tampoco se puede hacer la integración simplificada ni se puede desarrollar la teoría del fujoide de Lanchester, Lanchester (2) y Von Karman (3).

.

En la siguiente figura se muestra el movimiento descendente simétrico vertical.

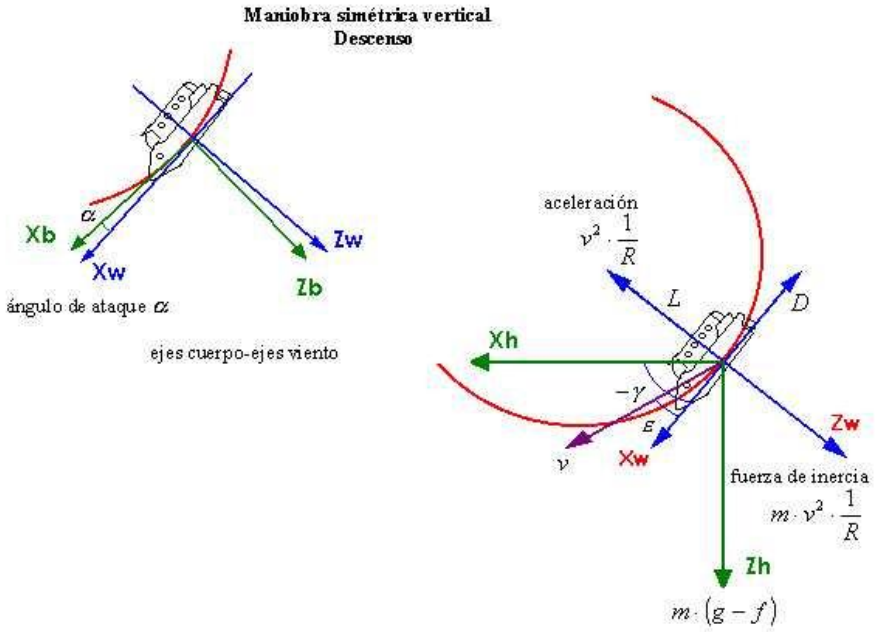


Figura 23

1. Richard Von Mises. "Theory of Flight - Non uniform flight". Harvard University, Cambridge, Mass., November 1944.
2. F. W. Lanchester. "Aerodonetics" (para parágrafo), Constable & Company, Ltd London, 1908
3. T. v Karman m. A. Biot, "Métodos Matemáticos en Ingeniería". Madrid 1960.

CAPITULO 6. Resistencia hidrodinámica

Para el estudio dinámico del catamarán y la determinación de sus ecuaciones de gobierno, necesitamos conocer las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre el mismo y que serán dependientes en gran medida de la geometría del vehículo así como también de las características del medio que lo rodean.

El movimiento del catamarán bajo el agua se asemeja más al de un avión, rodeado por el fluido en todas sus superficies, que el de un barco. Por ello abordamos el problema de esta forma, empleando los sistemas de referencia y ecuaciones típicas de la Mecánica del Vuelo. Para obtener los coeficientes de resistencia y momentos y compararlos con los obtenidos en otros trabajos extensibles a los obtenidos en otros medios como el aéreo (dirigibles) va a ser necesario recurrir al análisis dimensional. De este modo valores de resistencia y sus efectos se harán extensibles de un medio a otro siempre que se mantengan los parámetros adimensionales. Obviamente los medios y tamaños pueden ser completamente diferentes, sin embargo a través del análisis dimensional se pueden sacar conclusiones muy válidas.

6.1. Análisis dimensional.

Cuando los sistemas en estudio son geométricamente similares pero no dinámicamente, esto es, que tienen distintos números de Re, las variables adimensionales deberán depender de las magnitudes características u, ρ, l, μ de los dos sistemas. Suponiendo que las fuerzas que actúan sobre nuestro fluido son de inercia y viscosas y aplicando el principio de que las leyes físicas deben ser independientes de las unidades del sistema se llega a la conclusión de que las cantidades adimensionales $v/u, p/\rho \cdot u^2, \tau/\rho \cdot u^2 \ldots$. pueden depender sólo de la combinación adimensional de u, ρ, l, μ que es única, es decir el número $\mathrm{Re} = \dfrac{u \cdot \rho \cdot l}{\mu}$ cociente entre los efectos de inercia y los viscosos.

De este modo, para dos sistemas geométricamente similares que tienen diferentes números de Re, las cantidades adimensionales del campo fluido pueden ser sólo función de las coordenadas espaciales $x/l, y/l, z/l$ y de Re.

Vamos a utilizar este análisis adimensional descrito anteriormente para estudiar las fuerzas totales exteriores ejercidas por una corriente fluida sobre un cuerpo sumergido en la misma, es decir el vehículo cuyo estudio nos ocupa.

La fuerza resultante es la integral de superficie de todos los esfuerzos normales y tangenciales en dicho cuerpo.
Si F es la resultante de dichos esfuerzos (en forma vectorial $\vec{F}$), se puede escribir el coeficiente de fuerza adimensional de la forma $F/l^2 \cdot \rho \cdot u^2$ o lo que es lo mismo introduciendo el área característica del cuerpo toma la forma $F/S \cdot \rho \cdot u^2$. El análisis dimensional lleva a la conclusión de que para sistemas geométricamente semejantes este coeficiente puede depender de las variables adimensionales u, ρ, l, μ esto es, el número Re.

La componente de las fuerzas resultantes paralela a la velocidad incidente toma el nombre de D o resistencia, la fuerza perpendicular a esta será L o sustentación y si el cuerpo no es simétrico aparece una fuerza adicional lateral Q. Estas tres componentes son las proyecciones de las fuerzas fluidodinámicas en los ejes viento, ejes óptimos para la proyección de vectores velocidad y fuerzas fluidas como se verá más adelante.

De esta forma los coeficientes adimensionales para la sustentación, resistencia y resistencia lateral serán:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u^2\cdot S}\quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u^2\cdot S}\ \textbf{y}\ C_Q = \frac{Q}{\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u^2\cdot S} \qquad \textbf{(64}$$

Expresiones adelantadas en el capítulo anterior. A partir de ahora, la velocidad hidrodinámica v de antes es ahora u por facilidad de notación, dado lo parecida que es v a la viscosidad cinemática ν.

Llegamos así a la conclusión de que los coeficientes de sustentación y resistencias adimensionales para sistemas semejantes adimensionalmente sólo dependen del número Re. En todo momento estamos hablando de parámetros adimensionales, por supuesto que estos coeficientes dependen de la viscosidad del fluido, su densidad, tamaño y la geometría del vehículo, todos ellos incluidos en el número Re.

$$\text{Por tanto } C_L = C_L(\mathrm{Re}),\ C_D = C_D(\mathrm{Re})\ \textbf{y}\ C_Q = C_Q(\mathrm{Re}) \qquad \textbf{(65}$$

Es importante reseñar que esta conclusión del principio de similitud es válida sólo si las suposiciones hechas anteriormente se cumplen, esto es, si las fuerzas que actúan sobre el fluido se deben a la fricción y a la inercia sólo. Veamos que es así.

En el caso de fluidos compresibles donde las fuerzas elásticas son importantes es necesario introducir otra variable adimensional como es el número adimensional de Mach $M = u/a$ con a =velocidad del sonido, lo mismo ocurre cuando tratamos movimientos con superficies libres y deben tenerse en cuenta las fuerzas gravitatorias en cuyo caso hay que introducir el número adimensional de Froude $Fr = u/\sqrt{g\cdot l}$.

Por otro lado, habría que considerar la posible cavitación sobre la superficie libre en la que podría actuar el vehículo. Pero nuestro catamarán actuará bajo el agua por lo que el número de cavitación $(p-p_0)/\rho\cdot u^2$ no intervendrá en la resistencia.

De este modo tenemos que, por análisis dimensional, las fuerzas hidrodinámicas "F", adimensionalizadas como $\vec{C}_F$ sobre nuestro cuerpo y de cualquier cuerpo genérico dentro de un fluido en régimen estacionario, son función de:

$$\vec{C}_F = f\left(\frac{u.l\rho}{\pi}, \frac{u}{\sqrt{g\cdot l}}, \frac{p-p_o}{\rho\cdot u^2}\right) \qquad \textbf{(66}$$

Los momentos son resultado de la aplicación de estas fuerzas, por tanto de forma análoga tenemos:

$$\vec{C}_M = f(\frac{u.l\rho}{\pi}, \frac{u}{\sqrt{g \cdot l}}, \frac{p - p_o}{\rho \cdot u^2}) \qquad \textbf{(67}$$

Más adelante se verá de forma más detallada la descomposición de los momentos en las direcciones de los ejes viento y su forma adimensional. Esto no lo desarrollamos aquí para no complicar esta exposición de la resistencia hidrodinámica, baste saber que son una consecuencia directa de las fuerzas.

Como las maniobras del catamarán que vamos a estudiar serán únicamente bajo el agua, al menos en una primera aproximación, con unas velocidades y aceleraciones medias. Por tanto, las hipótesis que establecemos son las siguientes:

1. No consideramos el número de Froude ($F_r = \frac{u}{\sqrt{g \times l}}$) ya que no hay formación de olas bajo el agua. Como nuestro vehículo opera bajo la superficie del agua, su movimiento no crea olas de superficie libre que alterarían las características de maniobra y resistencia.

2. Si no consideramos la superficie libre, el numero de cavitación ($\frac{P - Po}{\rho \times U^2}$) no influye, este es nuestro caso de estudio, al considerar las maniobras del vehículo en todo momento bajo el agua. Los efectos viscosos y fricción son la única fuente de fuerzas y momentos hidrodinámicos.

3. El movimiento del vehículo tiene lugar mar abierto sin efectos de canal ni paredes.

4. En otros casos había problemas con el factor escala en cuanto a los coeficientes hidrodinámicos obtenidos en túnel frente a los reales.

En definitiva la resistencia y por tanto las fuerzas hidrodinámicas y los momentos dependerán sólo de Re como se adelantó líneas arriba.

$$\vec{C}_F = f(\frac{u.l\rho}{\pi}) \qquad \textbf{(68}$$

$$\vec{C}_M = f(\frac{u.l\rho}{\pi}) \qquad \textbf{(69}$$

Para modelar estas fuerzas deberíamos mantener, por tanto, el número de Reynolds ($\mathrm{Re} = \frac{U \cdot \rho \cdot L}{\mu}$) igual en el modelo y en la realidad en la que nos fijemos o en los datos experimentales obtenidos de otros vehículos en otros medios como el aéreo.

Al rededor de una placa plana y para números de Reynolds Re del orden de 500.000 o incluso mayores, tenemos un régimen turbulento externo. El paso régimen de laminar a turbulento, cuando no se trata de una placa plana sino de un cuerpo con cierto espesor como nuestro catamarán, es aún más rápido. Vamos a demostrar ahora que los números de Reynolds Re del catamarán son superiores a este valor de 500.000. Si logramos esos valores todas las conclusiones de otros modelos en túnel de viento o en otros entornos experimentales son extrapolables al vehículo real en el agua, salvo una particularidad, la masa añadida. Este fenómeno se estudia más en la hidrodinámica que en la aerodinámica (salvo zeppelines y dirigibles) ya que tiene mayor influencia en el agua que en el aire. No es otra cosa que el efecto de las masas de agua desplazadas en el avance del vehículo. Este término sólo se contabiliza cuando el flujo va acelerado. De una manera intuitiva se puede ver que si el movimiento es acelerado, la masa de agua que se desplaza con una aceleración origina una fuerza.

Si el avance tuviera lugar a velocidad uniforme, no habría desplazamiento de masa con aceleración y por tanto la variación de cantidad de movimiento correspondiente a la masa desplazada sería nula, no apareciendo ninguna fuerza. Este término se tratará con mayor profundidad más adelante.

En régimen laminar, es decir cuando Re es menor que el Reynolds Re crítico, Re^* de ahora en adelante, los coeficientes de resistencia, C_D y C_Q, son funciones de Re, sin embargo cuando estamos a un Re mayor que Re^*, movimiento turbulento, nos encontramos con que estos coeficientes ya no son funciones sino constantes.

En el movimiento laminar el número de Reynolds Re viene definido por el cociente de las fuerzas viscosas y las de inercia, ya que en este régimen, los fenómenos de transporte como pueden ser de cantidad de movimiento, masa, calor…están asociados a la escala molecular sin embargo, en el régimen turbulento, las agitaciones turbulentas son de muchos más órdenes de magnitud que las agitaciones moleculares.

En el caso del agua y el aire los números de Reynolds Re son muy elevados debido a las bajas viscosidades de estos fluidos. Es razonable entonces esperar gran aproximación entre la realidad física y la teoría en la que la influencia de la viscosidad se deprecia en algunos casos como ocurre en la teoría de los fluidos perfectos.

Vamos a justificar en los siguientes párrafos que el número Re en nuestro vehículo en el agua, van a tener un Re mayor que Re^*, y por tanto los resultados de resistencia y fuerzas hidrodinámicas son extrapolables a los de un objeto en un medio aéreo como en un túnel de viento como forma adecuada para conocer dichas fuerzas. Los momentos hidrodinámicos, en movimiento uniforme, son resultado de las fuerzas hidrodinámicas de resistencia sobre el cuerpo, fuselaje y superficies de control. Los coeficientes de momentos C_m, C_l y C_n también son función de Re únicamente e idénticos entre maqueta en túnel de viento y vehículo real, siendo también constantes para $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}^*$, como se razonó para C_L, C_D y C_Q en el párrafo anterior. La dirección y sentido de estos momentos se expondrá más adelante en la definición de centro de presiones y centro aerodinámico.

Si impusiéramos que los números Re fueran iguales tanto en otro vehículo similar en medio aéreo como en el vehículo real o catamarán:

$$\mathbf{R}_{e\ catamaran} = \left(\frac{U\times\rho\times L}{\mu}\right)_c = \mathbf{R}_{e\ vehiculo.m.aereo.} = \left(\frac{U\times\rho\times L}{\mu}\right)_m \qquad \textbf{(70}$$

La densidad del agua, en primera aproximación, es del orden de 1000 veces la del aire:

$$\rho_{aire} = \frac{\rho_{agua}}{1000}$$

Efectivamente, a presión atmosférica y a 20°C de temperatura:

$$\rho_{aire} = 1.2045\ \frac{Kgr}{m^3} \quad \text{y} \quad \rho_{agua} = 998.2\ \frac{Kgr}{m^3}$$

A esa temperatura y presión la viscosidad de estos dos elementos es respectivamente:

$\mu_{aire} = 1.82 \times 10^{-5}\ \frac{Kgr}{m\times s}$ y $\mu_{agua} = 1.002 \times 10^{-3}\ \frac{Kgr}{m\times s}$

De este modo, la viscosidad del agua es del orden de 55 veces la del aire.

Si la escala del catamarán frente al vehículo en medio aéreo es de 1:10: $L_{catamaran} = L_m / 10$,

tenemos al final que:

$$\mathbf{R}_{e\ catamaran} = \left(\frac{U\times\rho\times L}{\mu}\right)_c = \mathbf{R}_{e\ m..aereo} = \left(\frac{U\times\rho\times L}{\mu}\right)_m \qquad \textbf{(71}$$

$$\mathrm{R}_{e\ catamaran} = \left(\frac{U\times\rho\times L}{\mu}\right)_{agua} = (V_{catamaran} \times \rho_{agua} \times L_{catamaran}) / \mu_{agua} =$$

$$= (V_{catamaran} \times \rho_{aire} \times 1000 \times L_m / 10) / (\mu_{aire} \times 55) = \mathrm{R}_{e\ maqueta} =$$

$$= (V_{catamaran} \times \rho_{aire} \times L_m) / (\mu_{aire}) \times \frac{1000/10}{55} = \left(\frac{U\times\rho\times L}{\mu}\right)_m =$$

$$= (V_{m..aereo} \times \rho_{aire} \times L_m) / (\mu_{aire}) \qquad \textbf{(72}$$

Por tanto la relación de velocidades entre el vehículo en medio aéreo y el catamarán es:

$$V_m = V_{catamaran} \times \frac{100}{55} = V_{catamaran} \times \mathbf{1.81} \cong V_{catamaran} \times 2 \qquad \textbf{(73}$$

En una primera aproximación.

De este modo para velocidades de navegación en el catamarán de unos 2 nudos ($2 \times 1.8532 = 3.7 km/h$) deberíamos disponer datos experimentales de un dirigible o un vehículo aéreo a una velocidad de unos 4 nudos (7.41 Km/h).

Si el vehículo en medio aéreo fuera una maqueta del orden de 10 veces menor que el catamarán, haciendo los mismos cálculos la velocidad necesaria en túnel de viento deberá ser de 400 nudos (741 Km/h), un valor de velocidad muy elevado y difícil de obtener. Deberíamos tener un túnel de viento capaz de alcanzar esas velocidades tan extremas. Algo imposible para nuestros medios. Según esto, la reducción del factor escala a la unidad es imposible.

Sin embargo es suficiente con alcanzar valores superiores al crítico, como se apuntó antes.

En el caso de una eslora de 9.6 metros para el catamarán, y una velocidad de 2 nudos, el Re alcanzado es:

$$\mathrm{Re}_{catamarán} = \frac{u \cdot \rho \cdot l}{\mu} = \frac{2 \cdot 1.8532 \cdot 10^3 \cdot 1/3600 \cdot 998.2 \cdot 9.6}{1.002 \cdot 10^{-3}} = 0.984625 \cdot 10^7 \quad \textbf{(74}$$

Régimen completamente turbulento.

Para un vehículo en medio aéreo 10 veces mayor que nuestro catamarán y conservando toda semejanza geométrica, con una velocidad de vuelo incluso parecida a la de nuestro catamarán (2 nudos), el Re alcanzado es:

$$\mathrm{Re}_m = \frac{u \cdot \rho \cdot l}{\mu} = \frac{2 \cdot 1.8532 \cdot 10^3 \cdot 1/3600 \cdot 1.2045 \cdot 90.6}{1.82 \cdot 10^{-5}} = 0.61732433 \cdot 10^7 \quad \textbf{(75}$$

Régimen completamente turbulento.

Para la maqueta, a escala 1:10 y con una velocidad de 20 nudos alcanzable en el túnel de viento:

$$\mathrm{Re}_{maqueta} = \frac{u \cdot \rho \cdot l}{\mu} = \frac{20 \cdot 1.8532 \cdot 10^3 \cdot 1/3600 \cdot 1.2045 \cdot 0.96}{1.82 \cdot 10^{-5}} = 6.541185 \cdot 10^5 \quad \textbf{(76}$$

Estamos en el rango de valores de Re aceptables para suponer todas las situaciones anteriores como movimientos turbulentos. Esto muestra el campo tan amplio del que disponemos para la obtención de información experimental en nuestro trabajo.

Para estos valores de Re concluimos con que los datos obtenidos en el medio aéreo son extrapolables a nuestro vehículo en el agua.

6.2. Obtención de coeficientes de resistencia.

Se han hecho muchos esfuerzos durante años para reducir el "factor escala". Uno de ellos fue la "Ley de Comparación de Froude" ("Law of Comparison" en 1868), no muy fiable al suponer que la resistencia que el llamo "residual" era independiente del numero de Reynolds (resistencia de ola + resistencia de estela) .

Otros sistemas se basaban en pruebas con remolcado del barco real. Se han llevado a cabo pruebas de mar muy costosas y sin erradicar el factor escala del empuje de la hélice y las estelas. Muy caro, sofisticado y poco preciso.

Un método relativamente reciente consiste en la aplicación de técnicas de modelos matemáticos para la maniobra del vehículo, como la combinación de pruebas del modelo y del vehículo a tamaño real, utilizando los resultados de pruebas del modelo para tener una curva de resistencias del vehículo real y sacando fracciones de estela y factores de empuje. Se utiliza, de ese modo, un modelo matemático del movimiento del barco (System Identification Method) G. Liu (1), Hwang (2), Coxon (3), Abkowitz (4).

Aunque el efecto escala reduce la fiabilidad de todos los valores medidos de los coeficientes hidrodinámicos, no significa que el sistema de identificación pueda reemplazar las pruebas del modelo a escala. De hecho el modelo se utiliza como el punto de partida para la estimación de parámetros y soluciones obtenidos a partir del método matemático, y también para eliminar todas aquellas soluciones o valores que tienen sentido matemático, pero no físico.

Otra alternativa es el seguimiento de la aproximación convencional de Abkowitz (4) donde se toman desarrollos de Taylor para estas fuerzas y momentos hidrodinámicos con respecto a las variables del movimiento.

En ambos casos se requiere la presencia del vehículo real. Nuestro catamarán está construido y navega. Pero la instalación de equipos de medida sofisticados "a bordo" para obtener toda la información mínima necesaria se sale de nuestras posibilidades.

Debido a la complejidad del fluido alrededor del casco es casi imposible obtener una expresión formal de las fuerzas y momentos hidrodinámicos de nuestro vehículo, pero con las hipótesis establecidas anteriormente se pueden sacar. C_L, C_D y C_Q (al igual que los coeficientes de momentos, C_m ,C_l y C_n cabeceo, balance y guiñada respectivamente) independientes de Re e iguales entre los del vehículo aéreo y el catamarán a pesar de ser distintos los medios en los que se mueven.

Por tanto estos coeficientes, C_L, C_D, C_Q C_m ,C_l y C_n son función de la geometría, en consecuencia función de la orientación de los ejes cuerpo del vehículo F_b ligados al vehículo, respecto de los ejes viento F_w que definen la dirección de la corriente de agua incidente, pero no absoluta, sino respecto del vehículo.

La corriente de agua puede tener una velocidad y el vehículo otra. Estos ejes se estudiarán con mayor detalle en el análisis del movimiento del vehículo. Baste saber de momento que las fuerzas hidrodinámicas vienen proyectadas en estos ejes, que L ,Q son perpendiculares a la velocidad incidente sobre el cuerpo y D está en la dirección de dicha velocidad.

La orientación los ejes viento F_w respecto de los ejes cuerpo F_b es función de α ángulo de ataque y β ángulo de resbalamiento. De este modo, C_L, C_D y C_Q serán únicamente función de α y β, estando establecida la hipótesis de régimen turbulento.

Nosotros determinaremos los términos de resistencia hidrodinámica y fuerzas en general a partir de desarrollos analíticos con datos empíricos como se muestra más adelante.

6.2.1. Términos de la resistencia.

Para entender mejor qué va a influir en que las fuerzas hidrodinámicas sobre nuestro vehículo sean grandes o pequeñas y cómo actúan vamos a estudiar más detenidamente qué forma parte de la resistencia o qué la produce. Podemos entonces diferenciar dos términos en la resistencia, el debido a un origen potencial y el de origen viscoso. La resistencia total es la suma de la resistencia de presión y la de fricción.

Aunque todas las resistencias tienen origen en la viscosidad, incluso las potenciales, primera generación viscosa, segunda generación viscosa, tercera etc. la resistencia potencial, en una primera aproximación es la que podemos calcular analíticamente utilizando movimientos linealizados. Veremos que eso no es posible del todo y que habrá que recurrir también a las fuerzas viscosas.

Resistencias de origen potencial:

- Resistencia inducida: no todas las secciones en un cuerpo tridimensional sustentan igual. De acuerdo con los principios que usamos, se deben desprender torbellinos (para que haya circulación) generando una estela turbillonaria aguas abajo. Es una resistencia asociada a la variación de sustentación en el cuerpo. Esta resistencia depende, en definitiva, de las variaciones de sustentación y de lo tridimensional que sea el cuerpo. D_i no es lineal (sumatorios del plano de Trefftz). Se atenúa huyendo de configuraciones parecidas a una herradura de torbellinos simples. Una estela de torbellinos que genere, al escapar del ala, grandes torbellinos, en su desprendimiento es desaconsejable Se ponen aletas correctoras en los extremos de las alas para disminuir la intensidad de torbellinos marginales. Este tipo de resistencia no depende del número de Mach. D_i es una resistencia potencial, se puede calcular por la teoría potencial. Es el resultado de la distribución de fuerzas de presión, normales al cuerpo, y con origen el fenómeno descrito en este párrafo.

- Resistencia de onda: Esta aparece cuando el movimiento es supersónico, cambia el carácter de la ecuación del movimiento y pasamos de una ecuación elíptica a una hiperbólica. Las perturbaciones se mantienen constantes por las características. En la propia onda de choque hay efectos disipativos, pero para la teoría potencial se suponen variaciones infinitesimales. Esta fuerza también es el resultado de la distribución de fuerzas de presión normales al cuerpo originadas por estas diferencias de presión.

- Resistencia de ola: Tiene lugar en la entrefase de un medio a otro, cuando hay dos fluidos con distintas densidades. Es la resultante de fuerzas de presión, normales, sobre el cuerpo a estudiar y las diferencias de presión vienen dadas por la formación de esas olas.

Resistencias de origen viscoso:

- Resistencia de fricción: La viscosidad es la causa principal. El rozamiento depende del número de Reynolds Re y el acabado superficial. Estos parámetros influyen en el tipo de capa limite, laminar (menor resistencia) o turbulenta (mayor resistencia). Es una resistencia tangencial. Si exploramos el campo de velocidades aguas abajo, hay cierto defecto o perdida en cantidad de movimiento debida al rozamiento. Que sea laminar o turbulenta dicha capa dependerá de las actuaciones del vehículo. Desde el punto de vista del rozamiento, interesa que la capa limite sea laminar pero debe tenerse en cuenta que aguanta muy poco los gradientes adversos de presión. El régimen también influye. Para el caso de las aeronaves, si el régimen de vuelo va a ser de crucero, es difícil que haya situaciones de pérdida,

interesando entonces el régimen laminar. En los ejercicios acrobáticos interesa que entre en perdida lo mas tarde posible, en ese caso se fuerza la transición a turbulento lo antes posible.

– Resistencia de forma o presión. Este valor viene definido principalmente por el número de Reynolds Re. La capa limite se desprende por los gradientes adversos de presión existentes. La presión aguas abajo es menor que la que habría si no se desprendiera la capa limite, por lo que aparece una componente de resistencia en dirección contraria a la de la velocidad de avance en el cuerpo. Esta resistencia en contraste con la de fricción, es el resultado de la distribución de las fuerzas de presión normales sobre la superficie de cuerpo. Lo mismo ocurría con la resistencia inducida vista antes y con cualquier tipo de resistencia de onda (en supersónico) también actúa sobre el cuerpo como diferencias de presiones. Sin embargo este tipo de resistencia, resistencia de presión, tiene como origen la separación de la capa limite, es decir, tiene un origen viscoso. (5). Esta resistencia se atenúa intentando dar la forma más fuselada posible para que el gradiente adverso sea menor.

6.2.2. Empleo de la semejanza entre el medio aéreo e hidrodinámico

Por tanto, para hacer el estudio de las fuerzas y momentos hidrodinámicos sobre el catamarán, como se comentó anteriormente, se utilizará la semejanza entre el vehículo en medio aéreo y el catamarán en los medios fluidos aire y agua respectivamente, al ser los números de Re del mismo orden como se ha visto. Recurriendo al análisis dimensional, el resultado obtenido en el medio aéreo no deberá de diferir mucho del correspondiente al catamarán moviéndose bajo el agua.

Para la obtención de datos experimentales en esta tesis se pensó utilizar una maqueta (ya construida) sobre una balanza mecánica para medir pares y resultantes directamente, en un túnel de viento. Finalmente los medios no han permitido disponer de la balanza con la suficiente precisión. Otra alternativa fue la utilización de un Velocímetro de Imágenes de Partículas Láser, Digital PIV (Particle Imagine Velocimetry) con el que se pueden determinar una serie de propiedades del fluido que permiten calcular la resistencia del cuerpo sometido a esas condiciones. El cuerpo moviéndose dentro de ese fluido proporciona toda esa información con el estudio del campo de velocidades en su estela. Con este velocímetro se obtienen las velocidades del fluido sin insertar ningún tipo de perturbación en el mismo (salvo las partículas) que puedan influir la medida, sin embargo se complica en exceso la resolución del problema.

Se puede calcular, en la evaluación de las ecuaciones de la cantidad de movimiento y conservación de la masa, las resultantes y momentos buscados. En el estudio de LDA Doppler Wake Survey, Knobel (6) hubo una gran preocupación por la medida de la resistencia total del cuerpo sumergido, especialmente por el campo de presiones creado por el cuerpo, si el estudio es cercano al borde de la estela. En el estudio Doppler Wake Survey (6), para cuerpos muy perfilados (streamlined bodies), la resistencia de presión es pequeña, comparada con la resistencia viscosa. Para un quince por ciento de espesor la resistencia de presión es el tres por ciento de la viscosa. Aunque se supusiera que en los puntos donde se mide el fluido viscoso, detrás del cuerpo, el fluido exterior de la estela, es decir, fuera de la estela, no está afectado por dicha estela, el problema se complica extraordinariamente y el error obtenido es mayor que lo que se obtendría con la balanza directamente.

Al final los datos experimentales empleados en la tesis van a ser los obtenidos de ensayos de otros autores sobre dirigibles en tamaño real, test de deceleración, mediciones en vuelos reales así como ensayos en túneles de viento.

De la división de resistencias hecha en párrafos anteriores llegamos a la conclusión que los términos que componen la resistencia total son: resistencia inducida (como única resistencia de origen potencial) más la resistencia de fricción y la resistencia de forma o presión (ambas de origen viscoso).

6.2.3. Hidrodinámica Naval.

Vamos a mostrar que esta división de resistencia es coherente con las clásicas de la Hidrodinámica Naval.

En Hidrodinámica Naval es muy común considerar la resistencia total como la suma de la resistencia de presiones y la de fricción, y al mismo tiempo, como la suma de la resistencia de olas (que en cuerpos sumergidos como el nuestro no aparece) y formación de torbellinos y la viscosa, es decir:

$$D_t = D_p + D_f = D_w + D_v \qquad (77$$

Donde:

D_t = resistencia total

D_p = resistencia de presiones

D_f = resistencia de fricción

D_w = resistencia de olas y formación de torbellinos

D_v = resistencia viscosa

La resistencia de olas y formación de torbellinos D_w se considera la componente de resistencia atribuida al movimiento irrotacional del fluido asociado a las fuerzas gravitatorias así como la formación de torbellinos en el medio fluido, también potencial y llamada inducida. Aquí están las dos resistencias de origen potencial, la inducida D_i y la de ola descritas anteriormente. La primera componente es la resistencia debida a la formación de olas en la superficie del agua, esa disipación de energía se recoge en la entrefase, aparece en fluidos con distintas densidades, con lo que este término dependería del numero de Froude, y otra parte asociada a la generación de torbellinos en el seno del agua por la forma del casco y apéndices.

La resistencia de ola que se consideraba hasta relativamente hace poco como una única parte, fue dividida en dos por Baba (7) la de formación de olas y la de destrucción de olas (Wave making & Wave breaking).

El caso que ocupamos es el de un vehículo sumergido por lo que este tipo de resistencia no depende de Fr y por tanto no hay resistencia de ola pero sí inducida.

Froude definió la resistencia total como la suma de la resistencia de fricción más la residual, suma esta última de la resistencia de formación de olas más la de torbellinos. Froude pensaba que la resistencia residual era independiente de Re, lo cual sabemos que no es cierto.

La resistencia viscosa D_v es la componente de la resistencia asociada al movimiento rotacional del fluido en la estela viscosa. Este término depende únicamente del número de Reynolds $\mathrm{Re} = \dfrac{u \cdot \rho \cdot l}{\mu}$.

Como la resistencia de presiones D_p viene definida a partir de la velocidad potencial y la resistencia de fricción D_f por la componente rotacional de la velocidad, se puede suponer, en un principio, que $D_p = D_w$ y que $D_f = D_v$, pero ,en general, las relaciones anteriores no se cumplen debido al movimiento no lineal del fluido alrededor del cuerpo. Efectivamente, D_w tiene origen potencial y el campo de velocidades asociado al movimiento fluido asociado a esta resistencia, es irrotacional, y por

otro lado, D_v es la componente de resistencia que está asociada a un campo fluido rotacional. Sin embargo dentro de la D_p se encuentra la resistencia inducida y la de ola y formación de torbellinos pero también se encuentra la resistencia de forma o presión y que tiene origen viscoso. Por tanto: $D_p \neq D_w$ y $D_f \neq D_v$ en general. Lo que siempre se verifica es la suma total: $D_t = D_p + D_f = D_w + D_v$.

De este modo las fuerzas hidrodinámicas se pueden descomponer en tangenciales y normales.

Tangenciales que pueden expresarse como la suma de fricción sobre placa plana y el efecto de forma debido la aumento de velocidad sobre la forma tridimensional del vehículo. Allí están los términos de fricción viscosos debidos al rozamiento con el fluido.

Por otro lado, las fuerzas normales pueden ser divididas en tres partes: resistencia viscosa debida a caídas de presión causadas por la capa limite es decir la resistencia de forma o presión, la resistencia inducida y la componente de formación y rotura de olas. Tenemos entonces términos rotacionales e irrotacionales en esta resistencia.

En definitiva, la resistencia total se divide en dos componentes independientes, uno debido a la viscosidad del fluido y otro a la formación de olas y resistencia inducida, división coincidente con la que hicimos en párrafos anteriores entre resistencia inducida (de origen potencial) más la resistencia de fricción y la resistencia de forma o presión (ambas de origen viscoso).

Cuando se aplica el análisis dimensional para extrapolar los resultados de vehículos semejantes al nuestro, en medio aéreo a nuestro catamarán submarino, vemos que la viscosidad y la resistencia inducida son función del numero de Reynolds R_e y el segundo término hidrodinámico, la formación de olas es función del número de Froude F_r, en nuestro caso, como se adelantó antes, no habrá formación de olas debajo del agua (movimiento bajo el agua y sin interfase) y por tanto este numero no va a influir. Llegamos también al resultado de que la resistencia total va a depender sólo de Re y que los valores de resistencia obtenidos en el medio aéreo son extrapolables a nuestro catamarán submarino para nuestros números de Re (régimen completamente turbulento).

6.3. Análisis de aceleraciones. Masa añadida.

Falta por analizar el efecto de la masa añadida que no se tiene en cuenta en los problemas ordinarios de aerodinámica como la determinación de la resistencia y sustentación de un perfil debido a la densidad tan baja que posee el aire.

En la "Teoría Hidrodinámica Potencial de Líquidos Ideales", para el caso bidimensional, la paradoja de D'Alembert, muestra que la resistencia de un cuerpo sumergido en una corriente liquida continua de traslación uniforme y que llena todo el espacio, es nula. Si el cuerpo tiene una curvatura puede tener una sustentaci'on, pero no unaresistencia. Esto es debido a la simplificación de los efectos viscosos. En cambio, en el caso tridimensional, siempre existe una resistencia inducida.

La experiencia enseña que no es cierto. Sin embargo, dejando de lado la resistencia de rozamiento, la resistencia debida al campo de presiones, resistencia de forma, ola e inducida (en nuestro caso no hay de ola) o también considerada en los términos de formación y destrucción de olas (7) y que en una palabra es la componente relativa al movimiento irrotacional, tiende a cero cuando la forma del obstáculo es la adecuada para realizar muy aproximadamente el régimen ideal supuesto, que ha conducido a la paradoja, como ocurre con cuerpos fuselados.

Si el movimiento del obstáculo o vehículo es acelerado en un liquido indefinido en reposo, o lo que es lo mismo, si la corriente que incide es acelerada, la paradoja de D'Alembert no subsiste y se produce una resistencia.

Efectivamente, para un fluido ideal incompresible tenemos un movimiento potencial, ya que a partir de la ecuación de la continuidad de Navier Stokes:

$$\frac{\delta\rho}{\delta t} + \nabla \cdot \left(\rho \cdot \vec{V}\right) = 0 \qquad \textbf{(78}$$

y por tanto:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \qquad \textbf{(79}$$

De modo que se puede hablar de una función potencial φ tal que cumple la ecuación de Laplace:

$$\Delta\varphi = 0 \qquad \textbf{(80}$$

De esta forma, las líneas de corriente son equipotenciales y, a modo de ejemplo, al rededor de un cilindro tendremos la configuración típica de flujo no viscoso equipotencial como se indica en la siguiente figura.

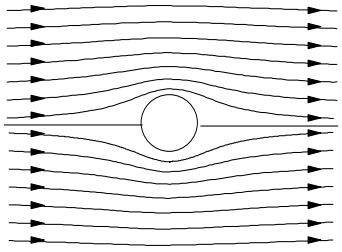


Figura 24

En este caso, en movimiento potencial uniforme, flujo estacionario, se cumple la paradoja de D'Alembert.

Sin embargo cuando no es estacionario y el avance no se produce a velocidad constante, a pesar cumplirse la ecuación de la continuidad de Navier Stokes y, por tanto, de tener líneas de corriente equipotenciales, la paradoja de D'Alembert no se verifica.

Efectivamente, las líneas de corriente siguen siendo equipotenciales como en la figura anterior, sin embargo según la ecuación de la cantidad de movimiento de Stokes para un fluido ideal no viscoso

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla\left(\frac{p}{\rho} + U\right) \qquad \textbf{(81}$$

donde U es el potencial de las fuerzas másicas, incluida la aceleración. Este término hace que la velocidad no sea igual aguas arriba que aguas abajo y por tanto hay una distribución de presiones distinta de un lado a otro del cilindro y aparece una resultante de fuerzas. Aunque las líneas de corriente guarden esa simetría y deriven de un potencial.

Como caso particular vamos a prestar atención a la resistencia en el movimiento rectilíneo acelerado de un sólido finito a través de un líquido ideal indefinido y en reposo en el infinito. Haciendo análisis dimensional, para un cuerpo de una forma determinada, el tamaño queda definido por el volumen A, el fluido por la densidad ρ y la presión de éste en el infinito de P_∞ y el estado del movimiento por la

velocidad $\vec{V}$ del cuerpo en un instante y la aceleración $\vec{a}$. A partir de la paradoja de D'Alembert vemos que la resistencia es independiente de la velocidad puesto que en el caso de velocidad uniforme no había ningún tipo de resistencia de presiones o de onda. Por otro lado la P_∞ tampoco influye, ya que un aumento de ésta en todo el espacio fluido tiene una resultante nula sobre el cuerpo que se mueve en este seno fluido.

De este modo, la resistencia es función del volumen A, la densidad ρ y la aceleración $\vec{a}$. Así la resistencia viene a tener la forma

$$D = -K \cdot A \cdot \rho \cdot \vec{a} = -K \cdot M \cdot \vec{a} \qquad \textbf{(82}$$

donde M es la masa de líquido desalojada por el obstáculo y K es una constante función de la forma de éste y de la dirección de su movimiento. Por tanto el efecto del líquido en la resistencia de onda o debida al campo de presiones es equivalente a un aumento en la masa del cuerpo en la cantidad $K \cdot M$ llamado masa virtual o masa añadida.

La masa añadida es uno de los términos que aparece en el balance de fuerzas hidrodinámicas sobre un vehículo que se mueve en el seno de este fluido, el agua y que, evidentemente, en el aire suele ser despreciable, salvo en casos de aeróstatos o dirigibles con densidades medias similares a las del medio.

Este término, en un medio acuático, también aparecerá, evidentemente, en las ecuaciones de momentos de fuerzas cuando el giro del vehículo o cuerpo se produce con una aceleración angular determinada, bajo la forma de momento de inercia. Obviamente, tampoco se contempla en los balances aerodinámicos de aviones.

De este modo, la ecuación dimensional de las fuerzas ya no dependerá en el movimiento acelerado del número de Reynolds Re, sino también de la aceleración, esto es

$$C_F = f\left(\frac{u.l\rho}{\mu}, \frac{a \cdot l}{u^2}\right) \qquad \textbf{(83}$$

Donde a es la aceleración del vehículo y C_F la fuerza adimensionalizada.

Como se dijo en páginas anteriores, si suponemos $\mathrm{Re} >> 1$ y concretamente $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}^*$, la función de resistencia para el caso estacionario $f\left(\frac{u.l\rho}{\mu}\right)$ se podía suponer constante y también de ese modo los valores de los coeficientes de resistencia C_L, C_D y C_Q, y los de los momentos los C_m, C_l y C_n, que se verán más adelante, también constantes.

Sin embargo, para el movimiento acelerado, la función de resistencia $f\left(\frac{u.l\rho}{\mu}\right)$ tiene el término en la aceleración pasando a ser:

$$C_F = f\left(\frac{u.l\rho}{\mu}, \frac{a \cdot l}{u^2}\right) \qquad \textbf{(84}$$

Si $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}^{*}$ se puede suponer la función f lineal de la forma $f = C_0 + 2 \cdot C_1 \cdot \frac{a \cdot l}{u^2}$, con una dependencia débil en la aceleración $C_1 = \frac{k}{l^3}$, donde $k =$ coeficiente de masa añadida y $C_0 = C_D$ en el caso de resistencia al avance.

Con esta dependencia ya no se puede extrapolar los resultados de medio aéreo con los correspondientes al catamarán, donde el medio es el agua y el efecto de la masa añadida por aceleración se deja notar.

Para poder extrapolar los resultados en medio aéreo a nuestro medio acuático si intervienen las aceleraciones es mucho más complicado ya que no interviene sólo el número de Re sino el término de aceleración $\frac{a \cdot l}{u^2}$. La igualdad en números Re para un factor escala dado da la relación entre velocidades de un medio a otro. Para que se conserve el término de aceleración viene determinada entonces una relación entre las aceleraciones. Lograr datos experimentales con una aceleración prefijada es muy difícil, máxime cuando en todas las fuentes consultadas los datos de momentos y fuerzas de resistencia se obtuvieron en ensayos a velocidades constantes. La bibliografía consultada no incluye esa información.

Una alternativa consistiría en la obtención de los datos estacionarios, sin aceleraciones, de ensayos en medio aéreo, donde las fuerzas de resistencia no dependen de aceleración y por tanto de la masa añadida y luego calcular los efectos de ésta en las aceleraciones para añadirlos a las ecuaciones dinámicas. Ese es el camino que se va a seguir en esta tesis.

Si, para la componente de resistencia al avance, en movimiento estacionario, tenemos:

$$C_F = f\left(\frac{u.l\rho}{\mu}\right) \qquad \textbf{(85}$$

entonces:

$$F = C_{D0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \cdot l^2 \qquad \textbf{(86}$$

Cuando se añaden los efectos de aceleración:

$$F = f\left(\frac{u.l\rho}{\mu}, \frac{a \cdot l}{u^2}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 = \left(C_{D0} + 2 \cdot C_{D1} \cdot \frac{a \cdot l}{u^2}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \qquad \textbf{(87}$$

$$F = C_{D0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \cdot l^2 + 2 \cdot C_{D1} \cdot \frac{a \cdot l}{u^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \cdot l^2 = C_{D0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \cdot l^2 + 2 \cdot C_{D1} \cdot \frac{a \cdot l}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l^2 \qquad \textbf{(88}$$

$$F = C_{D0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \cdot l^2 + C_{D1} \cdot a \cdot l^3 \cdot \rho \qquad \textbf{(89}$$

siendo C_{D1} la constante k de masa añadida.

El primer término de la ecuación anterior es el debido a movimiento estacionario y el segundo a los términos en aceleración.

La teoría de movimiento de sólidos en líquidos es laboriosa, en nuestro vehículo habrá incluso entradas en perdida, pero estas podrán ser solo medidas experimentalmente. Los túneles de viento son bastos y artesanales, un mismo cuerpo en dos túneles distintos puede dar resultados distintos. Los cuerpos romos y fuselados son fáciles de medir pero no los intermedios. El sistematizar la entrada en perdida es difícil. Más adelante veremos la obtención de estas fuerzas y momentos en régimen estacionario y las compararemos con las obtenidas en ensayos experimentales a los mismos números de Re, perfectamente extrapolables en régimen estacionario.

Lo que haremos, como se verá más adelante en la obtención de los coeficientes de fuerzas y momentos, va a ser una combinación entre la teoría potencial y los efectos viscosos a partir de trabajos sobre cuerpos de revolución y dirigibles de distintos autores, en régimen estacionario, para el mismo número de Re que nuestro vehículo, extrapolables en estas condiciones de movimiento estacionario. Luego a ese término se le sumarán los efectos de masa añadida.

Por tanto los análisis de fuerzas y momentos se harán en base a un movimiento estacionario, que es únicamente función del número de Re, siendo extrapolables los resultados en medio aéreo al medio acuático, como se ha demostrado líneas arriba. Nuestro análisis dimensional ha terminado.

6.4. Teoría Potencial.

Vamos a detenernos en la teoría potencial. Podría parecer, según hemos visto, que para que aparezcan fuerzas y momentos sobre nuestro cuerpo, dentro de la teoría potencial estricta, sólo es posible si hay aceleraciones. ¿Cómo es posible entonces que bajo las hipótesis de la teoría potencial aparezcan fuerzas sobre nuestro cuerpo en un movimiento estacionario?

En el movimiento potencial de líquidos ideales se debe de cumplir:

- μ = 0, viscosidad despreciable
- ρ = cte. La condición general de fluidos ideales se cumple. En nuestro caso, al ser un líquido, se cumple la condición de barotropía (ρ =f (p)), con ρ = cte.
- fuerzas de volumen sobre el fluido derivan de un potencial.

Bajo estas hipótesis la velocidad deriva de un potencial, es decir $\nabla \otimes \vec{V} = 0$ (ecuación de Laplace), por tanto $\vec{V} = \nabla \varphi$, la velocidad deriva del potencial φ y se verifica la paradoja de D'Alembert.

Potencial significa irrotacional, que no hay vorticidad.

Los tres mecanismos que generan la vorticidad son:

- $\mu \neq 0$, presencia de viscosidad
- $\rho \neq$ f (p), no existe relación de barotropía, en general $\rho \neq$ cte.
- fuerzas de volumen sobre el fluido no derivan de un potencial.

En nuestro caso no se verifica ninguna de las condiciones arriba descritas y consideramos la viscosidad despreciable. Al ser Re>>1 podemos considerar la viscosidad despreciable salvo en la capa límite. Aunque el fluido no es ideal, se comporta como ideal fuera de la capa límite.

La viscosidad la suponemos en una capa límite muy delgada pegada a la pared del vehículo, y las presiones ejercidas sobre el cuerpo son las mismas que sin la capa límite. Al calcular las fuerzas de presión sobre el cuerpo puedo despreciar μ.

El ensanchamiento de la capa límite se puede deber:

- bien al rozamiento, en las zonas de deceleración la capa límite se ensancha para mantener la cantidad de movimiento constante.
- bien a gradientes adversos de presión, cuando aparece una curvatura, la corriente se decelera, va perdiendo cantidad de movimiento y la capa límite se debe ensanchar
- bien a la forma del obstáculo, en cuerpos como cilindros hay gradientes muy adversos de presión, la capa no puede aguantar y se desprende. Hay una parte laminar (transporte de cantidad de movimiento microscópica) y otra turbulenta (transporte de la cantidad de movimiento macroscópico)

Si la capa límite se desprende hay resistencia de presión, como vimos antes.

En el movimiento potencial los tres mecanismos de generación de vorticidad son despreciables. Si inicialmente la vorticidad es nula, todo el resto del tiempo será también nula.

Sin embargo cuando tenemos un cuerpo, como por ejemplo un perfil de ala, ante una corriente incidente, observamos que genera una circulación Γ y perturba el campo de velocidades a gran distancia. Esta velocidad de perturbación disminuye con la distancia 1/R.

Si el cuerpo no perturbara, en el infinito el campo de velocidades sería U_∞ más algo despreciable. No hay fuerzas sobre el cuerpo o perfil y se verifica la paradoja de D'Alembert. Al despreciar la viscosidad no se desprende la corriente y no produce una resistencia sobre el obstáculo.

Prandtl observó que la distribución de presión sobre un perfil era la misma en ausencia de viscosidad que con viscosidad.

Un perfil se puede representar por la suma de una serie de manantiales, sumideros y torbellinos entre el borde de ataque y el de salida. Para que el perfil sea una línea de corriente cerrada la suma de manantiales debe contrarrestar la de sumideros. Donde el perfil se ensancha hay manantiales y donde se estrecha sumideros. Un perfil de sustentación conocida es igual a una distribución de torbellinos. La distribución de intensidades de torbellinos debe ser tal que el balance total sea distinto de cero para que haya sustentación. Los torbellinos están asociados a la curvatura del cuerpo.

Aplicando la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, en la dirección de la corriente, tras una serie de cálculos que no exponemos aquí, la resistencia hidrodinámica resulta nula D=0, algo que ya sabíamos (paradoja de D'Alembert). Sin embargo en la dirección perpendicular vemos algo que perturba el infinito que es el efecto de la sustentación, $L = \rho \cdot \Gamma \cdot U_\infty$

Si alrededor de un perfil aparece una circulación Γ, habrá una sustentación L perpendicular a la corriente incidente U_∞ (corriente incidente no perturbada).

Por tanto para que un perfil sustente debe ser $\Gamma \neq 0$. Sin embargo dijimos que según las tres hipótesis expuestas líneas arriba (μ=0, ρ=cte y fuerzas de volumen sobre el fluido derivando de un potencial), si no hay circulación a gran distancia, no la hay en ningún sitio.

Volvamos a analizar la hipótesis μ=0. Se despreció la viscosidad porque si la capa límite era delgada el campo de presiones sobre el perfil es el mismo que sin viscosidad. ¿Se puede suponer siempre que la capa límite es delgada? ¿No puede ocurrir que la viscosidad contribuya de alguna forma a configurar el movimiento?

En su momento se expondrá este punto con mayor profundidad, en el capítulo de título: "Cálculo de los coeficientes de fuerzas y momentos de forma analítica con el empleo de masa añadidas. Método potencial",

pero adelantamos que lo que verdaderamente ocurre es el desprendimiento de un torbellino. Este torbellino produce por reacción una circulación alrededor de nuestro cuerpo que es de signo contrario y aproximadamente igual en valor absoluto. La circulación producida acerca el punto de remanso al borde de salida y el proceso continúa mientras el punto de remanso no coincida con el borde de salida. Se verifica entonces la Hipótesis de Kutta: la circulación es la apropiada para que ocurra esto. La viscosidad se desprecia para el cálculo de las fuerzas y momentos sobre el cuerpo pero no sus efectos en la capa límite.

Hay un mecanismo de generación de circulación en nuestro cuerpo por los efectos de la viscosidad. Se desprende un torbellino que se va al infinito y en el perfil aparece una circulación que produce la sustentación. Por esta circulación en el perfil, el punto de remanso se va acercando al borde de salida, este proceso sigue hasta que el punto de remanso llega al borde de salida. Se ha creado una circulación Γ en el perfil por un torbellino $-\Gamma$ que se ha ido al infinito y mientras no cambie el ángulo de ataque o resbalamiento, la circulación Γ queda en el perfil con ese valor. Ahora podemos volver a despreciar la viscosidad porque no hay gradientes tan adversos como antes. Ya tenemos la clave para producir la fuerza sobre el cuerpo: la circulación.

En nuestro vehículo, obviamente, no es aplicable del todo esta teoría bidimensional ya que consta de tres dimensiones pero sí que son aplicables los razonamientos expuestos aquí. También se producirán torbellinos o para ser más exactos ramas inducidas y por tanto una vorticidad neta y, en definitiva, una circulación que generará las fuerzas sobre el mismo.

Concluimos con que en la teoría que desarrollamos para nuestro vehículo en esta tesis y llamada por nosotros "Teoría Potencial" aparecerán fuerzas y momentos. Nuestras fuerzas son por tanto de origen potencial (resistencia inducida). En el capítulo "Cálculo de los coeficientes de fuerzas y momentos de forma analítica con el empleo de masa añadidas. Método potencial " se abordará el cálculo de estas fuerzas y momentos de una forma muy sencilla, a partir de la masa añadida.

Cabe reseñar que todo este estudio de resistencia hidrodinámica se terminará con la obtención más completa de las fuerzas y momentos añadiendo términos de viscosidad turbulenta o para simplificar: viscosos, con un método llamado en esta tesis como "Método potencial viscoso" donde se combinan nuestro "Método potencial" con términos de disipación turbulenta (véase el capítulo "Cálculo de momentos de cabeceo y fuerzas de resistencia y sustentación en cuerpos de revolución considerando efectos viscosos. Método potencial viscoso"). Aquí tenemos resistencias de origen potencial (inducida) y de origen viscoso (de fricción). Una vez más recordamos que los valores obtenidos para vehículos aéreos son extrapolables a nuestro catamarán al cumplirse las hipótesis hechas aquí en el análisis dimensional.

1. G. Liu Gengsehen. "Measurement of Ship Resistance Coefficient from Simple Trials During a Regular Voyage".
   Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, May 1988.
2. Hwang, Wei-Yuan
   "Application of System Identification to Ship Maneuvering"
   Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, May 1980.
3. Peter John Coxon. "System Identification Of Submarine Hydrodynamic Coefficients from Simple Full Scale Trials".
   Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, June 1989.
4. Abkowitz, Martin A.
   "Measurements of Hydrodynamics Characteristics from Ship Maneuvering Trials by System Identification"
   Society of Naval Architects and Marine Engineers, pp 283-318, 1980.
5. Bradshaw, P. & Gregory, N. 1959 The determination of local turbulent skin friction from observations in the viscous sub-layer. Aero. Res. Council. London. R. &.M. no. 3202.
6. John Richard Knobel. "Hydrodynamic Drag of Three-Dimensional Bodies by Means of a Laser Doppler Wake Survey".Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, February 1978.

7. Baba, E (1969) Study on separation of ship resistance components, Mitsubishi Technical Bulletin, No 59.

CAPITULO 7. Masa añadida.

El aumento aparente de la masa y en general de las propiedades de inercia de un cuerpo inmerso en un fluido es lo que se conoce como masa añadida.

Este aparente aumento de masa se traduce en la energía adicional necesaria para establecer el campo de fluidos alrededor del cuerpo. De este modo la masa del cuerpo se puede considerar como suma de la masa real más una masa adicional ficticia debida al efecto de las fuerzas de inercia del fluido. El fluido tiene su densidad y se ve obligado a acomodarse al campo fluido impuesto por el cuerpo. El desplazamiento de esta masa como tal tiene los efectos inerciales comentados arriba.

Por consiguiente, en el balance de fuerzas y momentos habrá que contabilizar este factor además de los otros de resistencia vistos anteriormente como la resistencia de presiones y la de fricción.

La magnitud de este efecto másico añadido, como se apuntó en el análisis dimensional hecho en párrafos anteriores, depende de la densidad del fluido y del tamaño y forma del cuerpo en la dirección normal al movimiento.

En aerodinámica no se estudia en el tratamiento ordinario del balance de fuerzas este término de masa añadida por la gran diferencia existente entre la densidad del aire y la densidad media del avión. Se exceptúan casos puntuales que no cumplen esta norma, como son los rollos de papel en las imprentas (Pramila 1986), y el estudio dinámico de zeppelines. Efectivamente, en el movimiento de estos últimos se apreciaba que cuando el vehículo paraba disminuía su velocidad de avance, aparecía un empuje adicional mayor al que podía corresponder a la inercia del vehículo. El propio fluido debía perder esa energía cinética ganada antes, en el movimiento del zeppelin. El efecto de todo esto se traduce en una resistencia negativa, el fluido por si mismo aceleraba el vehículo, para perder esa energía cinética adquirida antes. Esta energía es entregada inicialmente al fluido para poner el cuerpo en movimiento y devuelta si el vehículo es frenado o se reduce su empuje de máquinas. El comportamiento del vehículo en estudio, nuestro catamarán, es muy parecido al de un zeppelin al estar en un estado cercano de equilibrio entre flotación y peso.

En la aeronáutica, la masa añadida también aparece en los coeficientes de inercia de los fuselajes de aviones. Se tiene en cuenta para la interpretación de las pruebas de vuelo efectuadas así como para el estudio dinámico de cualquier tipo de movimiento y el estudio de la estabilidad por el método de las oscilaciones, H. Bateman (1).

En hidrodinámica, en el cómputo de la resistencia al avance, se consideran los términos de resistencia de fricción, de formación de olas y otros componentes de resistencia como de torbellinos, de rotura de olas y resistencia de forma o presión pero no aparece la masa añadida. Ésta sólo se tiene en cuenta en los problemas de dinámica, Society Of Naval Architects and Marine Engineers, (2).

Cuando un cuerpo se mueve en un fluido ideal infinito como podemos considerar el mar, los momentos y las fuerzas hidrodinámicas tendrán términos de masa añadida. Una situación más complicada y menos general es la correspondiente a un cuerpo moviéndose cerca de la superficie libre, con las restricciones de movimientos pequeños y sinusoidales en el tiempo.

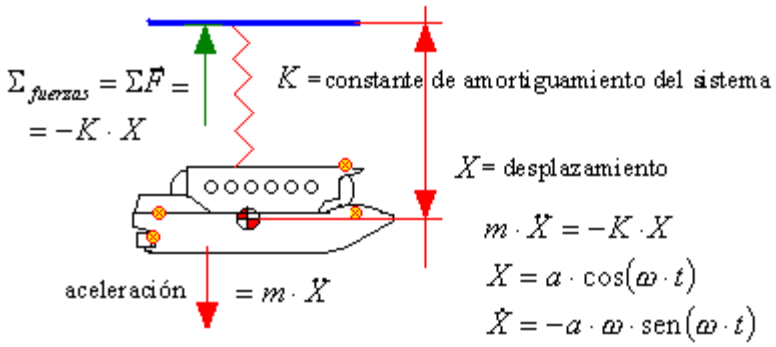
Estas seis componentes de fuerzas y momentos sinusoidales, asociados a cada modo de movimiento, se pueden descomponer en dos términos, el de masa añadida, proporcional a la aceleración del cuerpo y el de amortiguamiento proporcional a la velocidad de dicho cuerpo.

En el enfoque de la ingeniería naval la masa añadida se tiene en cuenta principalmente en los movimientos oscilatorios de jalado o izado (heaving) de la nave y cabeceo. Estos términos de masa añadida se computan en las fuerzas dinámicas y momentos como componentes en fase con el movimiento oscilatorio. En estos casos se suponen las fuerzas hidrodinámicas actuantes sobre el vehículo, como la superposición de dos clases de fuerzas, fuerza sobre el cuerpo oscilante con el agua en calma, problema de radiación y cuando el cuerpo está limitado y refrenado por las olas incidentes, problema de difracción, con sus movimientos oscilatorios suprimidos, J. Kansai (3).

En los estudios dinámicos, tras desplazar el barco del equilibrio por fuerzas externas, la masa añadida incluye el esfuerzo requerido para acelerar el fluido que debe tomar la nueva forma del casco. Esta cantidad debe ser determinada empíricamente.

De una forma muy simple, si tenemos una masa suspendida en el aire de un muelle de constante K a partir de una posición de equilibrio, cualquier fuerza que saque la masa del equilibrio, venciendo el muelle o constante rígida del sistema, da como resultado una respuesta armónica. Dentro de la constante K, metemos el peso y la flotación (fuerzas restauradoras) de nuestro sistema de un único grado de libertad.

Así se aprecia en la siguiente figura:



$$m \cdot \ddot{X} = -K \cdot X$$

$$X = a \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\dot{X} = -a \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

$$\ddot{X} = -a \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$-m \cdot a \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) = -K \cdot a \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$-K = -\omega^2 \cdot m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Figura 25

Aplicando la ley de Newton

$$\Sigma_{fuerzas} = \Sigma\vec{F} = m \cdot \ddot{\vec{X}} = -K \cdot \vec{X} \qquad \textbf{(90}$$

en nuestro caso particular se trata de una única dirección.

Con ω como la frecuencia natural sin amortiguar del sistema.

Si comparamos este vehículo flotando en el aire con el mismo vehículo flotando en el agua, una comparación simple entre las frecuencias muestra que $\omega_w < \omega_a$, como se refleja en la siguiente figura:

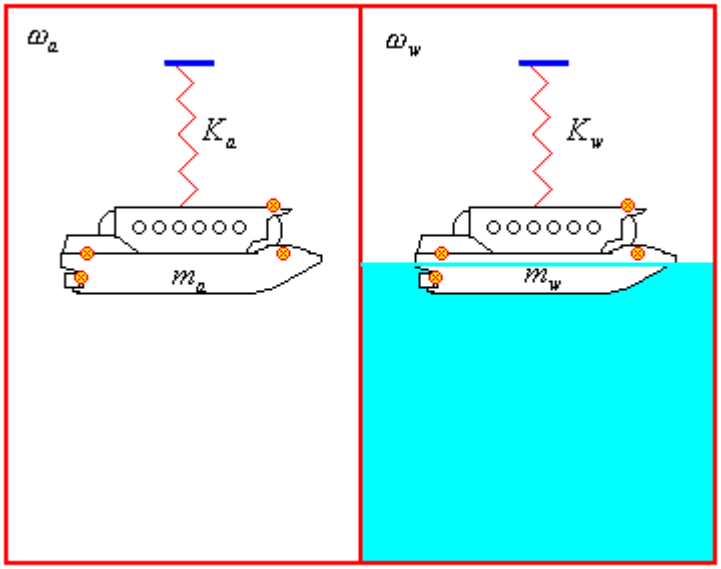


Figura 26

Y suponiendo que todas las condiciones alrededor del sistema oscilante son las mismas, en ambos casos, es evidente que:

$$\omega_w < \omega_a \Rightarrow \sqrt{\frac{k_w}{m_w}} < \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} \Rightarrow m_w > m_a \qquad \textbf{(91}$$

La diferencia $m_w - m_a = m_{añadida}$ sería la masa añadida.

A partir de esta descripción es fácil saber que la masa añadida de un cuerpo flotante tendrá que ver con una serie de factores como relación entre manga y eslora (esbeltez del barco), frecuencia de oscilación ω_w , calado, superficie transversal etc.…

Esta magnitud de masa añadida por unidad de longitud de masa flotante se representa normalmente por el coeficiente de masa añadida C_v para el movimiento de ascenso o izado (heave), C_H para el movimiento transversal (sway) en el plano horizontal y C_T para el movimiento de rotación o torsión.

Desde que en 1929 Lewis (4), presentó sus trabajos sobre el estado de la inercia del agua rodeando a un barco vibrante, se han hecho muchas investigaciones sobre este campo.

Para el cálculo de la masa añadida se emplean siempre unos coeficientes inerciales definidos como el cociente entre la masa añadida por unidad de longitud, manga y calado y la mitad de la masa añadida para una sección circular por unidad de longitud y diámetro la manga correspondiente.

De los seis grados de libertad del vehículo avance, ascenso, ladeo, cabeceo, guiñada y balance, sólo tres: balance, cabeceo y ladeo son puramente oscilatorios estando sometidos al par y la fuerza restauradora $(C_v, C_{_H}, C_T)$.

La bibliografía suele mostrar resultados muy empíricos y relativos a barcos sin entrar en grandes detalles.

A estos efectos hay que añadir los de las aguas poco profundas así como los efectos de canal.

Aunque es evidente que la influencia en la frecuencia oscilatoria ω_w sobre la masa añadida de un cuerpo flotante debería ser significativa, la información en este área es aún muy limitada.

En Ingeniería Naval la información sobre la masa añadida, The Society Of Naval Architects and Marine Engineers (2), corresponde a la respuesta dinámica de la nave flotando y sometida a pequeñas oscilaciones. No vienen valores de esta como un término más en la resistencia al avance ni en respuestas dinámicas que no sean oscilatorias, como consecuencia de excitaciones de esta índole. Los valores de C_v se suelen obtener con la técnica de resonancia, suspendiendo el cuerpo flotante por un muelle y entonces se aplica una fuerza excitadora de frecuencia ajustable. La frecuencia excitadora correspondiente al pico de la curva de respuesta de frecuencias es la frecuencia buscada ω_w o frecuencia de oscilación.

Finalmente, los valores de masa añadida se obtienen a partir de ω_w. Experimentalmente las condiciones resonantes no se obtienen con muy buena precisión.

La mayor parte de la información existente viene de experimentos en los que la masa añadida se evalúa a partir de la curva de respuestas en frecuencias obtenida a partir del análisis de vibraciones forzadas de nuestro sistema. Concretamente por algo periódico como pueden ser las olas. Como se apuntó antes estos estudios son sobre la dinámica y no la resistencia al avance del vehículo y sobre cuerpos flotantes y movimientos de ascenso y cabeceo

Para submarinos es muy difícil encontrar bibliografía que no sea divulgativa, no sólo en el tema de la masa añadida sino en hidrodinámica en general, Jong-Shyong Wu (5), David Clarke (6).

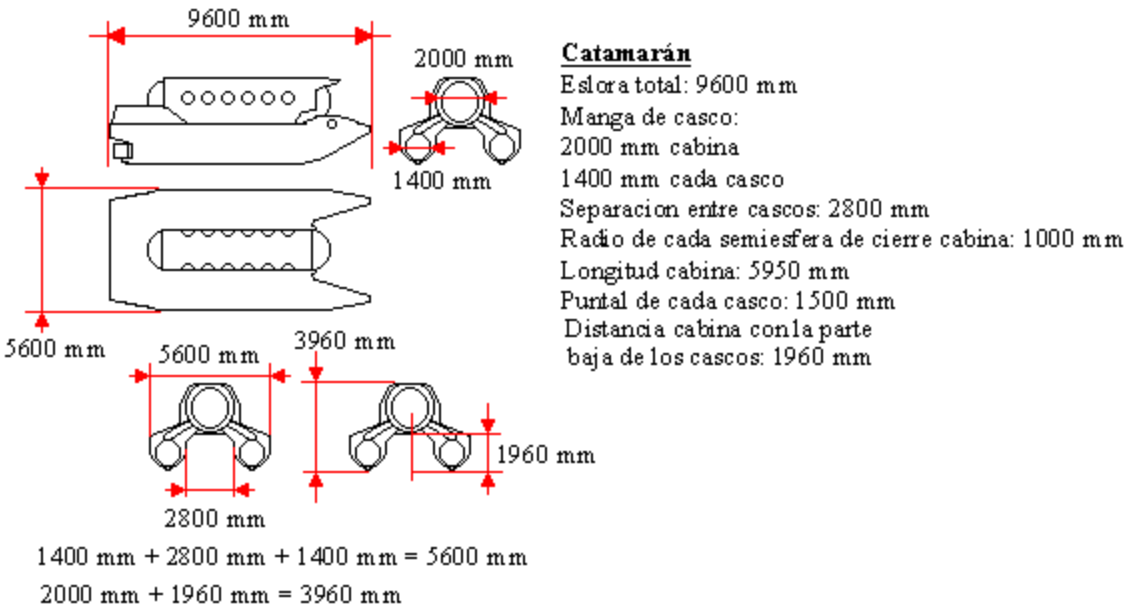
La fuente de información más cercana a nuestro problema parte de la masa añadida en zeppelines o elipsoides en general.

En un problema en el que hubiera sustentación en lugar de flotación, la masa añadida sería un término de segundo orden, pero en nuestro caso se trata de un problema lo más parecido a un dirigible pero bajo el agua, en el que no hay a penas sustentación al no tener alas y sí flotación.

1. Report NACA Nº.164 "The Inertia Coefficients of an Airship in a frictionless Fluid" by H. Bateman, California Institute of Technology
2. Principles of Naval Architecture, The Society Of Naval Architects and Marine Engineers, Volume II. "Resistance, Propulsion and Vibration", November 1988.
3. Ohkusu, M (1986) "Added resistance of blunt bow ships in very short waves", J. Kansai Society of Naval Architects, Japan.
4. Lewis, F.M., "The inertia of the water surrounding a Vibrating Ship," Trans. SNAME, 1929.
5. "An experimental method form determining the frequency-dependant added mass and added mass moment of inertia for a floating body in heave and pitch motions", Jong-Shyong Wu. Institute of Naval Architecture and Marine Engineering, National Cheng-Kung University, Tainan, 701, Taiwan, 19 August, 1999. Ocean Engineering 28 (2001) 417-438.
6. "Calculation of the added mass of elliptical cylinders in shallow water", David Clarke, Department of Marine Technology, University of Newcastle, U.K. Ocean Engineering 28 (2001) 1362-1381.

CAPITULO 8. Cálculo de los coeficientes de masa y momentos de inercia añadidos.

Debido a la escasez de información relativa a la masa añadida la semejanza con un elipsoide es bastante acertada de modo que a partir de los datos geométricos del catamarán



Catamarán
Eslora total: 9600 mm
Manga de casco:
2000 mm cabina
1400 mm cada casco
Separacion entre cascos: 2800 mm
Radio de cada semiesfera de cierre cabina: 1000 mm
Longitud cabina: 5950 mm
Puntal de cada casco: 1500 mm
Distancia cabina con la parte baja de los cascos: 1960 mm

Figura 27

Se puede hacer una envolvente de la forma del mismo aproximando tanto la planta como el alzado y el perfil, en elipses que contengan nuestro vehículo: eslora, manga y puntal, de modo que:

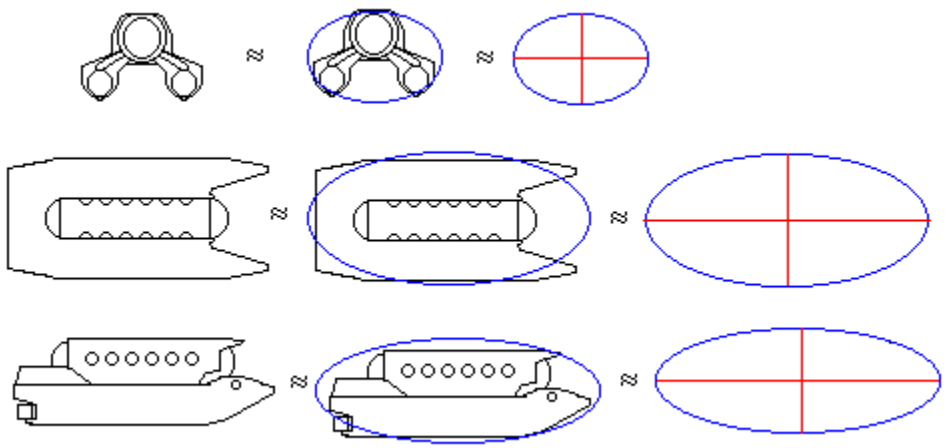


Figura 28

8.1. Elipsoide equivalente.

A partir de las envolventes anteriores llegamos así al elipsoide equivalente

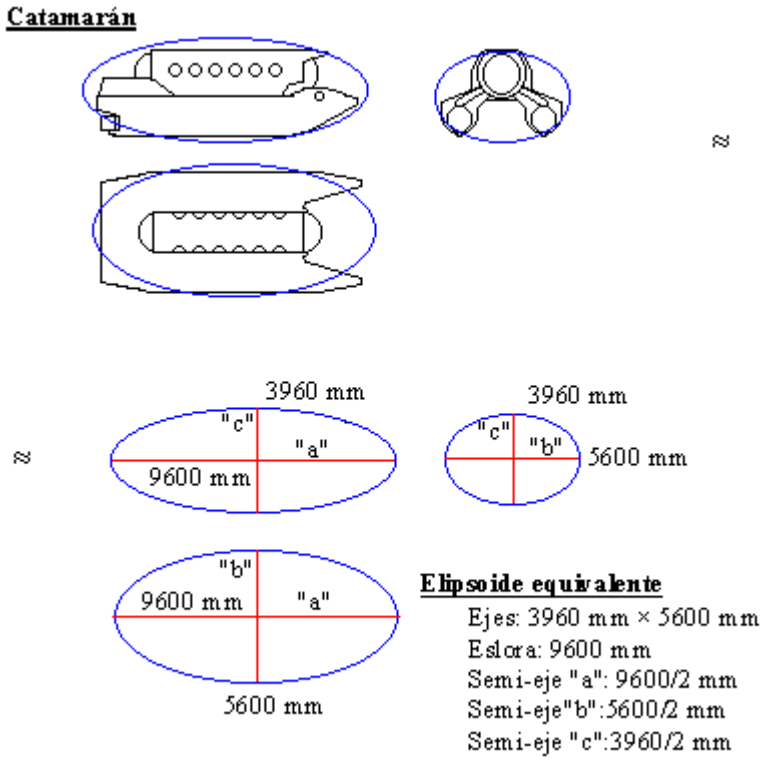


Figura 29

Obsérvese que la solución tomada es conservativa desde el punto de vista de masa añadida, es mayor de la que realmente corresponde al vehículo.

En el estudio de resistencias aerodinámicas y también de masas añadidas de zeppelines a partir de pruebas de deceleración, Thopmson y W. Kirschaum (1) se ha recurrido también muy a menudo a la aproximación de elipsoides de un mismo volumen o al menos diámetros y longitudes parecidas. Aunque la masa adicional de los apéndices es probablemente distinta de la correspondiente a la envolvente, el volumen de esas partes es tan pequeño comparado con el volumen total, que el error de aplicar el mismo coeficiente de masa añadida al vehículo entero es despreciable.

8.2. Masas añadidas en dirigibles.

Los dirigibles estudiados por Thopmson y W. Kirschaum (1) son los que se muestran en la siguiente figura, obtenida de estos autores:

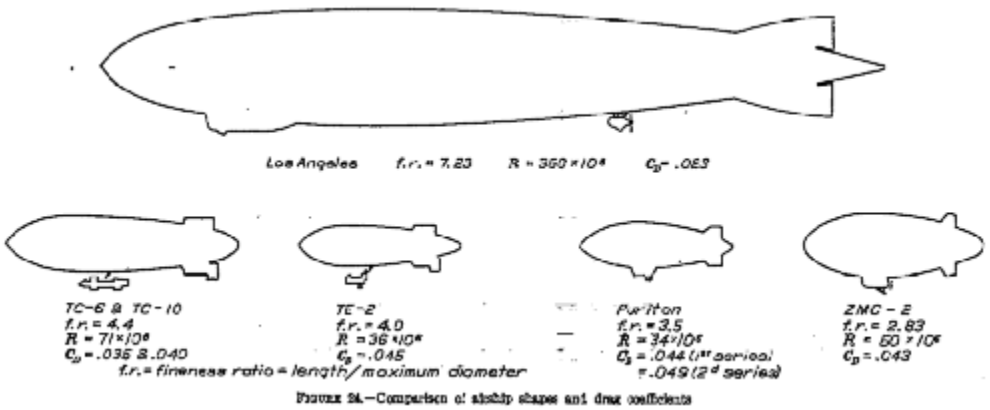


FIGURE 24.—Comparison of airship shapes and drag coefficients

Figura 30

En la siguiente tabla obtenida de Thopmson y W. Kirschaum (1) se muestran los diferentes coeficientes de masa añadida.

Airship	Hull volume, cubic feet	Total air volume, cubic feet	Length, feet	Diameter, feet	Length-diameter ratio	k_1	Virtual volume V_m, cubic feet	Drag area A, square feet	Drag coefficient C_D
Los Angeles	2,760,000	2,840,000	656	90.7	7.23	0.04	2,955,000	463	0.023
TC-10	200,600	207,700	195.8	44.5	4.40	.07	222,300	141	.040
Puritan, first test	85,870	89,300	127.5	36.4	3.50	.10	98,200	87	.044
Puritan, second test	85,870	89,300	127.5	36.4	3.50	.10	98,200	97	.049
ZMC-2	202,200	203,300	149.4	52.7	2.83	.13	229,800	142	.043
TC-6	200,600	207,700	195.8	44.5	4.40	.07	222,300	124	.035
TE-2	80,200	82,900	136	34.0	4.00	.08	89,500	86	.045

Tabla 1

Donde:

k_1 es el coeficiente de masa añadida de Lamb.

$$v_m = v \cdot (1 + k_1)$$

con v_m = volumen total (el que correspondería a la masa total / densidad del fluido).

v = volumen correspondiente al dirigible sin contar efectos masa añadida

k_1 = coeficiente de masa añadida de Lamb.

Se observará que el dirigible "Los Angeles" es el que tiene menor coeficiente de masa añadida y menor coeficiente de resistencia C_D. Completamente coherente con la idea de afilamiento de la nave y de menor aceleración del medio fluido que la rodea. Por otro lado el de mayor C_D es el de mayor k_1 el segundo ensayo del Puritan.

Los ensayos se hicieron a un Re entre 10^6 y $300 \cdot 10^6$, régimen turbulento completamente. El dirigible "Los Angeles" era el de mayor tamaño, y la escala es independiente de estos valores al trabajar con Re muy parecidos y todos ellos en el margen turbulento.

Los cálculos de masa añadida realizados por L.B. Tuckerman (2) se obtienen a partir de suponer el sólido inmerso en un fluido perfecto, lo que implica libre de viscosidad y a demás fluido irrotacional. Estas suposiciones simplifican enormemente el problema.

El que los resultados sean válidos, dependerá de que las magnitudes de las fuerzas causadas por la viscosidad y los movimientos rotacionales del fluido sean pequeños en comparación con las fuerzas ocasionadas por los efectos comentados antes vórtices y efectos viscosos.

En el caso de dirigibles se pueden hacer estas suposiciones como se demuestra en el estudio de L.B. Tuckerman (2), dando una imagen bastante realista del comportamiento de fuselaje de aviones y cuerpo de dirigibles. En nuestro caso los efectos viscosos y de otra índole agrupados dentro de la resistencia hidrodinámica se contabilizarán en las ecuaciones dinámicas tratándose a parte de lo que es la masa añadida. Obtendremos la masa añadida a nuestro problema contabilizando luego los coeficientes de fuerzas C_D, C_Q y C_L y los coeficientes de momentos C_l, C_m y C_n como se verá más adelante.

Algunos datos tabulados disponibles como los de Lamb (9) y en estudios de Max M Munk (3) y (4) y Stelson & Mavis (5) aparecen coeficientes de masa añadida y momentos de inercia añadidos para el caso genérico de los elipsoides de revolución, pero no para otros casos más particulares. En el caso que nos ocupa, el elipsoide no es de revolución $(a > b > c)$.

En las tablas de Lamb y Munk (3) y (4) se muestran los coeficientes de masa añadida k_1, k_2 y k' que en el caso de k_1 y k_2 proporcionan la masa añadida en la dirección de avance longitudinal y en la dirección de avance transversal, perpendicular al eje de simetría respectivamente.

El coeficiente k' indica de momento de inercia añadido en el giro alrededor de mayor diámetro transversal del elipsoide.

Falta información para rotaciones alrededor del eje longitudinal así como para el caso que nos ocupa, elipsoide que no es de revolución.

8.3. Obtención de los coeficientes de masa y momentos de inercia añadidos.

Para la resolución del problema dinámico de nuestro vehículo es imprescindible disponer de estos coeficientes.

Una alternativa posible consiste en la utilización del método de los paneles para el cálculo de los coeficientes de masas e inercia añadidas, I. Sahin, J. Crane y K. Watson (6). Se divide cuerpo el sumergido en una serie de paneles, suponiendo en cada panel una distribución de singularidades tipo dipolo, el área del panel y la velocidad normal y que la velocidad viene de un potencial (fluido perfecto, sin viscosidad, e incompresible).

El método es sencillo pero laborioso. El tensor de masa añadida se define como:

$$m_{ij} = \rho \cdot \iint_S \phi_i \cdot \frac{\delta \phi_j}{\delta n} \cdot dS \qquad (92$$

con:

$i, j = 1,2,.....6$

m_{ij} = masa añadida añadido del panel en la dirección j correspondiente al movimiento en la dirección i.

ρ = densidad del fluido

ϕ = función potencial de la velocidad

n = dirección normal

$\delta\phi / \delta n$ = velocidad normal

S = área del panel

ρ =densidad del fluido

El tensor de momentos de inercia añadidos es similar.

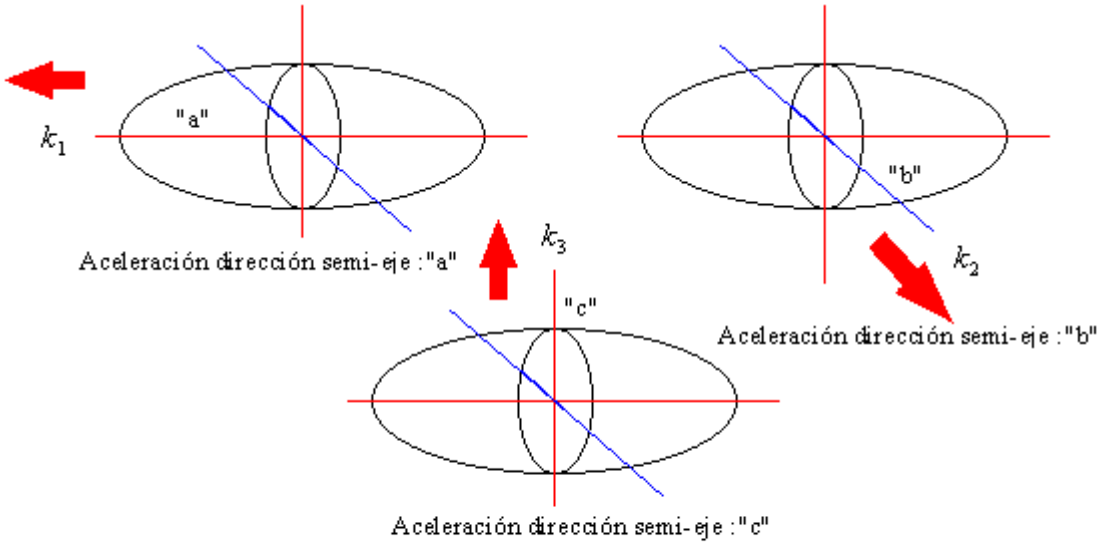
La suma de este producto para todos los paneles de la geometría del cuerpo da la masa añadida o el momento de inercia añadido para el movimiento especificado del vehículo.

Los resultados de este método fueron comparados con casos teóricos conocidos (cilindro circular y elíptico en cuerpos bidimensionales y esfera y esferoide en los tridimensionales) y otros resultados experimentales dando una exactitud razonable. De todas formas el método es laborioso, sobre todo para cuerpos tridimensionales, e implica una capacidad de cálculo grande.

Afortunadamente L.B. Tuckerman en (7) obtuvo una serie de fórmulas que permiten calcular directamente a partir de tablas estándar de integrales elípticas de funciones circulares e hiperbólicas, los coeficientes buscados sin necesidad de transformaciones intermedias. Se logran así formas generales de las que no se disponía en los trabajos citados líneas arriba. Este método es el que vamos a emplear para el cálculo de masas añadidas y momentos de inercia añadidos en la tesis.

A continuación, se definen los coeficientes de masa añadida para aceleraciones en avance y giros.

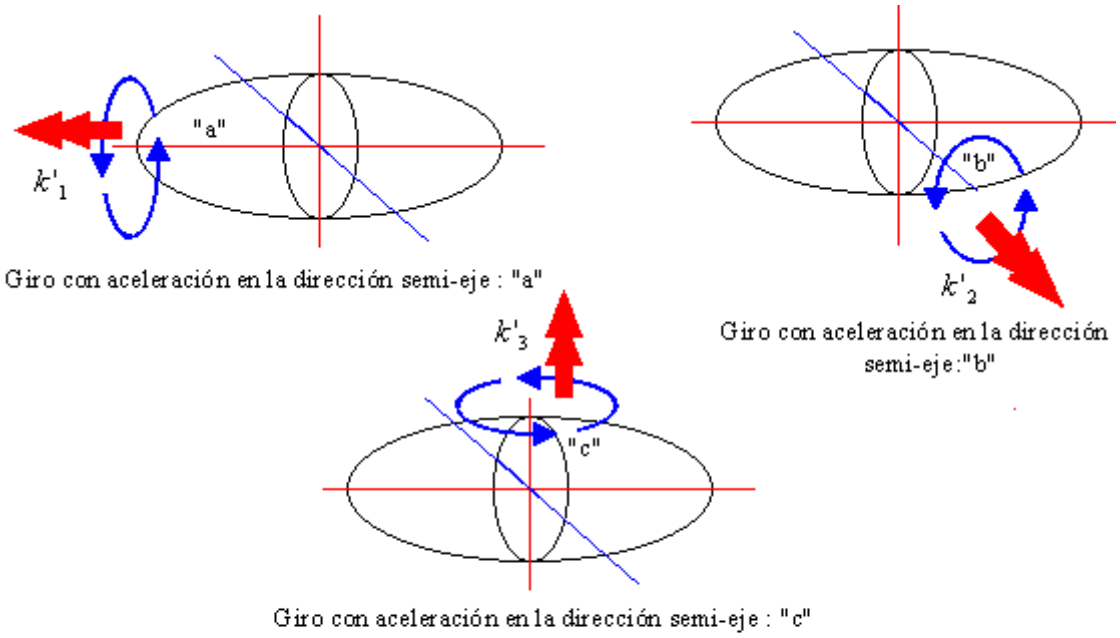
En la siguiente figura aparecen los coeficientes de masa añadida movimiento de avance k_1, k_2 y k_3 asociados a las direcciones indicadas.



k_1 Coeficiente de masa añadida anvance dirección semi-eje principal :"a"
k_2 Coeficiente de masa añadida anvance dirección semi-eje principal :"b"
k_3 Coeficiente de masa añadida anvance dirección semi-eje principal :"c"

Figura 31

En la siguiente figura aparecen los coeficientes de momento de inercia añadida k'_1, k'_2 y k'_3, en giro, asociados a las direcciones indicadas.



k'_1 Coeficiente de momento de inercia añadida en giro en dirección semi-eje principal: "a"
k'_2 Coeficiente de momento de inercia añadida en giro en dirección semi-eje principal: "b"
k'_3 Coeficiente de momento de inercia añadida en giro en dirección semi-eje principal: "c"

Figura 32

Como puede observarse, por la simetría respecto de los planos definidos por los semi-ejes "a" "b", "b" "c" y "c" "a", los ejes del elipsoide, son principales de inercia, de modo que el tensor de inercia queda diagonal respecto de unos ejes apoyados en estos semi-ejes. Esto ocurre con los ejes cuerpo F_b definidos en la FIGURA 3.

Definidas las direcciones asociadas a los coeficientes de masa añadida así como los momentos pasamos al cálculo de estos.

Tuckerman (7), encontró que la inercia añadida de un flujo potencial en traslación alrededor de un elipsoide triaxial era proporcional a tres coeficientes:

$$K_1 = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot a\cdot b\cdot c\cdot k_1$$
$$K_2 = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot a\cdot b\cdot c\cdot k_2 \qquad \textbf{(93}$$
$$K_3 = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot a\cdot b\cdot c\cdot k_3$$

Donde k_1, k_2 y k_3 son los coeficientes de masa añadida en movimiento de avance en las tres direcciones de los ejes principales, como hemos definido antes, y K_1 K_2 y K_3 son los valores de la propia masa añadida dividida por la densidad del fluido, es decir lo que podríamos llamar "volumen añadido".

Como se recordará, el volumen de un elipsoide es:

$$V = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot a\cdot b\cdot c$$

Tuckerman definió el valor de k_1, k_2 y k_3 como:

$$k_1 = \frac{\alpha_0}{2-\alpha_0}, k_2 = \frac{\beta_0}{2-\beta_0}, k_3 = \frac{\gamma_0}{2-\gamma_0} \qquad \textbf{(94}$$

Y los momentos de inercia añadida de k'_1, k'_2 y k'_3, en giro, asociados a las direcciones indicadas líneas arriba este autor también encontró los momentos de inercia añadidos como proporcionales a las cantidades:

$$K'_1 = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot a\cdot b\cdot c\cdot\frac{\left(b^2+c^2\right)}{5}\cdot k'_1$$
$$K'_2 = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot a\cdot b\cdot c\cdot\frac{\left(c^2+a^2\right)}{5}\cdot k'_2 \qquad \textbf{(95}$$
$$K'_3 = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot a\cdot b\cdot c\cdot\frac{\left(b^2+a^2\right)}{5}\cdot k'_3$$

Definiendo los valores de k'_1, k'_2 y k'_3 como:

$$k'_1 = \left(\frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2}\right)^2 \cdot \frac{\gamma_0 - \beta_0}{2 \cdot \left(\frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2}\right) - (\alpha_0 - \beta_0)}$$

$$k'_2 = \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2 + c^2}\right)^2 \cdot \frac{\gamma_0 - \alpha_0}{2 \cdot \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2 + c^2}\right) - (\beta_0 - \alpha_0)} \qquad \textbf{(96}$$

$$k'_3 = \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}\right)^2 \cdot \frac{\beta_0 - \alpha_0}{2 \cdot \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}\right) - (\gamma_0 - \alpha_0)}$$

Donde α_0, β_0 y γ_0 son valores particulares para $\lambda = 0$ en las integrales de Green:

$$\alpha = a \cdot b \cdot c \int_\lambda^\infty \frac{d\lambda}{\left(a^2 + \lambda^2\right) \cdot \Delta}, \beta = a \cdot b \cdot c \int_\lambda^\infty \frac{d\lambda}{\left(b^2 + \lambda^2\right) \cdot \Delta}, \gamma = a \cdot b \cdot c \int_\lambda^\infty \frac{d\lambda}{\left(c^2 + \lambda^2\right) \cdot \Delta} \qquad \textbf{(97}$$

con: $a \geq b \geq c$ y $\Delta = \sqrt{\left(a^2 + \lambda\right) \cdot \left(b^2 + \lambda\right) \cdot \left(c^2 + \lambda\right)}$ **(98**

Transformando estas fórmulas en formas estándar de Legendre y sustituyendo $\lambda = 0$, se llega a la fórmula simplificada:

$$\alpha_0 = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot c}{\left(a^2 - b^2\right) \cdot \sqrt{\left(a^2 - c^2\right)}} \left[u_0 - E(u_0)\right]$$

$$\beta_0 = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot c \cdot \sqrt{\left(a^2 - c^2\right)}}{\left(a^2 - b^2\right) \cdot \left(b^2 - c^2\right)} \left[E(u_0) - \frac{\left(b^2 - c^2\right)}{\left(a^2 - c^2\right)} \cdot u_0 - \frac{\left(a^2 - b^2\right) \cdot c}{a \cdot b \cdot \sqrt{\left(a^2 - c^2\right)}} \right] \qquad \textbf{(99}$$

$$\gamma_0 = 2 \cdot \frac{1 - \frac{a \cdot c}{b \cdot \sqrt{\left(a^2 - c^2\right)}} \cdot E(u_0)}{1 - \left(\frac{c}{b}\right)^2}$$

Donde:

$$u = F(\varphi, \theta) \text{ y } E(u) = E(\varphi, \theta) \qquad \textbf{(100}$$

$$\text{con } \varphi = \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{a^2-c^2}{a^2+\lambda}} \text{ y } \theta = \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}} \qquad \textbf{(101}$$

que para $\lambda = 0$ toman el valor de:

$$\varphi = \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{a^2-c^2}{a^2}} = \operatorname{arcsen} e_1, \text{ con lo que } u = F(\varphi_0, \theta) \qquad \textbf{(102}$$

$$\theta = \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}} = \operatorname{arcsen}\frac{e_2}{e_1}, \text{ con lo que } E(u_0) = E(\varphi_0, \theta) \qquad \textbf{(103}$$

donde e_1 y e_2 son las excentricidades de la sección normal de los semi-ejes "b" y "c" del elipsoide.

Para nuestro elipsoide, a partir de "a", "b" y "c".

$e_1 = 0.91095760$
$e_2 = 0.81223286$

De este modo:

$\varphi_o = 65.638^0$
$\theta_o = 63.078^0$

Recurriendo a las tablas de integrales elípticas de segunda clase (8) obtenemos que:

$\alpha_0 = 0.34574$
$\beta_0 = 0.79626$
$\gamma_0 = 0.86557$

A partir de estos valores y con las ecuaciones anteriores:

$k_1 = 0.2089999$
$k_2 = 0.6614800$
$k_3 = 0.7629999$
$k'_1 = 0.0068911$
$k'_2 = 0.2909643$
$k'_3 = 0.2044425$

Los valores k_1, k_2 y k_3 se diferencian en un orden de un 5 % a los valores correspondientes a geometrías elípticas de revolución obtenidos de Lamb (9) y Max Munk (3) y (4).

Por tanto, los valores de los coeficientes proporcionales a la masa y momentos de inercia añadidos son:

$$K_1 = 111.4687 \cdot k_1 \quad m^3$$

$$K_2 = 111.4687 \cdot k_2 \quad m^3$$

$$K_3 = 111.4687 \cdot k_3 \quad m^3$$

$$K'_1 = 262.1833 \cdot k'_1 \quad m^5$$

$$K'_2 = 601.0483 \cdot k'_2 \quad m^5$$

$$K'_3 = 688.4309 \cdot k'_3 \quad m^5$$

Es decir:

$$K_1 = 23.29669542 \quad m^3$$

$$K_2 = 73.73431568 \quad m^3$$

$$K_3 = 85.05060695 \quad m^3$$

$$K'_1 = 1.806731339 \quad m^5$$

$$K'_2 = 174.8835979 \quad m^5$$

$$K'_3 = 140.7445343 \quad m^5$$

Considerando la densidad del agua como 1026 Kg/m3 para agua salada a temperatura ambiente, los valores antes citados multiplicados por dicha densidad dan los valores de masa y momentos de inercia añadidos.

Con estos valores estamos ya en disposición plantear la parte inercial de las ecuaciones dinámicas.

Obsérvese que el volumen estimado del vehículo a partir del elipsoide es $K_1 = 111.4687 m^3$ que multiplicado por la densidad del agua da un peso de 114366 Kg. Este valor es peso del agua que desplaza el elipsoide equivalente, 4.366 veces superior a la masa de nuestro catamarán, 26373 Kg. Esto significa que se puede lograr una flotación de 4.366 con respecto al peso en el mejor de los casos. Valores de flotación del orden de 1.02, más ajustada, se logra inundando los depósitos de flotación, sin embargo, obviamente, el volumen de agua desplazada, masas añadidas y momentos de inercia de masa añadida, no cambian.

1. Report NACA Nº.397 "The Drag Characteristics of Several Airships Determined by Deceleration Tests" by F. L. Thopmson and W. Kirschaum.
2. Report NACA Nº.129 "Notes on Aerodynamic Forces on Airship" by L.B. Tuckerman, Engineer Physicist, Bureau of Standards.
3. Report NACA Nº.184 "The Aerodynamic Forces on Airship Hulls" by Max M Munk, National Advisory Committee for Aeronautics.
4. Report NACA Nº.197 "Some Tables of the Factor of Apparent Additional Mass" by Max M Munk, National Advisory Committee for Aeronautics.
5. "Virtual Mass and Acceleration in Fluids". Proc ASCE, Vol. 81, Stelson, T.E. and Mavis, F. T. 1955.
6. "Added Mass Coefficients for Submerged Bodies by a Low-Order Panel Method". I. Sahin, J. Crane and K. Watson, Journal of Fluids Engineering. Transactions of the ASME, Vol. 115, September 1993, pags. 452-456.
7. Report NACA Nº.210 "Inertia Factors of Ellipsoid for Use in Airship Design" by L.B. Tuckerman Engineer Physicist, Bureau of Standards.
8. Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists, 2nd ed. Rev. Berlin, Springer-Verlag 1971.
9. Report No 623. "The Inertia Coefficients of an Ellipsoid Moving in Fluid", by Horace Lamb. British Advisory Committee for Aeronautics. 1918.

CAPITULO 9. Teoría aerodinámica bidimensional incompresible. Centros aerodinámicos y de presiones de un perfil. Aplicabilidad en el catamarán.

En este capítulo se pretende dejar bien claro que tanto la "Teoría Potencial Linealizada de Perfiles en Régimen Incompresible", el "Movimiento Bidimensional de Líquidos Ideales" así como la "Teoría de Cuerpos Esbeltos" no son aplicables a nuestro vehículo aunque sí varios conceptos asociados a estas teorías.

El "Movimiento Bidimensional de Líquidos Ideales" no tiene aplicación en nuestro vehículo al tratarse de un vehículo tridimensional. En los cuerpos tridimensionales aparece la resistencia inducida que no tiene sentido en el caso bidimensional como se aclaró en su momento.

En la "Teoría de Perfiles", también bidimensional, lo que se conoce como cociente entre la ordenada z del perfil con la cuerda c o abcisa, debe ser pequeño. Este cociente es: ε, con ε <<1, tiene el orden de magnitud de la centésima para perfiles convencionales, valores típicos pueden ser 0.05, 0.025. Este valor define la ley de espesores del perfil en función de la cuerda. Utilizando coordenadas x , z en el movimiento bidimensional, una ley típica de espesores para un perfil sería: $z_p = \varepsilon \cdot Z_p(x)$, con $Z_p \approx 1$ y $|x| \leq \frac{c}{2}$.

Los perfiles deben ser razonablemente delgados y la curvatura tampoco debe ser exagerada. Tanto el espesor como la curvatura están asociados a ese número ε, y es esta relación la que permite la linealidad y el poder superponer efectos como ángulo de ataque, curvatura y espesor.

Esta Teoría, de forma muy simplista, se basa en que puesto que la Ecuación de Laplace, del potencial de velocidades en régimen incompresible es lineal, es lícito superponer soluciones, de este modo las características de un perfil con curvatura, ángulo de ataque y espesor se pueden obtener de la superposición de la línea de curvatura, las de una placa plana y las de una distribución apropiada de manantiales que representa el espesor. Esto implica linealizar las condiciones de contorno lo que limita la validez del estudio a casos en los que la curvatura, el ángulo de ataque y el espesor sean pequeños.

Efectivamente, a primera vista se ve que esto no es posible para nuestro cuerpo con una esbeltez de 2.0692 (9600/5600). En nuestro vehículo es fácil ver que lo que puede ser el cociente entre la manga y la eslora tiene un valor de 1/2.0692 =0.4832 mucho mayor a nuestro ε.

Es más, nuestro vehículo se aproxima más a un dirigible que a un perfil. Podríamos estar tentados a hacer uso de la Teoría de Cuerpos Esbeltos, pero una vez más, esta teoría exige que, llamando ε al cociente entre las dos longitudes características del cuerpo, $\varepsilon = \frac{L_y}{L_x}$ o $\varepsilon = \frac{L_z}{L_x}$, sea mucho menor que la unidad, ε <<1. En nuestro catamarán ε =0.4832 no cumpliendo por tanto esta condición. De este modo no se puede aplicar tampoco el principio de equivalencia de Oswatitsch-Keune (9).

La "Teoría de Cuerpos Esbeltos" desarrolla dos soluciones, una muy cerca del cuerpo y otra solución muy lejos, aplicando como condiciones de contorno que la velocidad debe ser tangente al cuerpo y que en el infinito, la perturbación debe ser nula. El campo próximo está dominado por la ecuación bidimensional de Laplace.

9.1. Teoría aerodinámica bidimensional incompresible

En el estudio de Von Mises (1) de los momentos y fuerzas sobre un perfil para la teoría aerodinámica bidimensional incompresible (hidrodinámica) con movimiento uniforme y alas infinitas, y cotejados por los resultados experimentales en Göttingen (2), la fuerza de sustentación L perpendicular a la dirección de la corriente incidente toma el valor de:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot V^2 \cdot a \cdot \operatorname{sen} \alpha \qquad \textbf{(104}$$

y el momento respecto del punto I, toma el valor:

$$M = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot V^2 \cdot c^2 \cdot \operatorname{sen} 2 \cdot (\alpha - \gamma) \quad \textbf{(105}$$

con:

α = ángulo de ataque efectivo, que es el ángulo entre el vector velocidad y la dirección fija en el perfil para la que la sustentación L =0.

V = velocidad incidente sobre el perfil

ρ = densidad del fluido

a = valor fijo del perfil

c = valor fijo del perfil

γ = valor fijo del perfil, ángulo entre la cuerda b con la línea de sustentación nula.

I = punto del perfil donde son conocidas resultantes de las fuerzas hidrodinámicas sobre el perfil así como sus momentos.

En la siguiente figura se muestran estas variables:

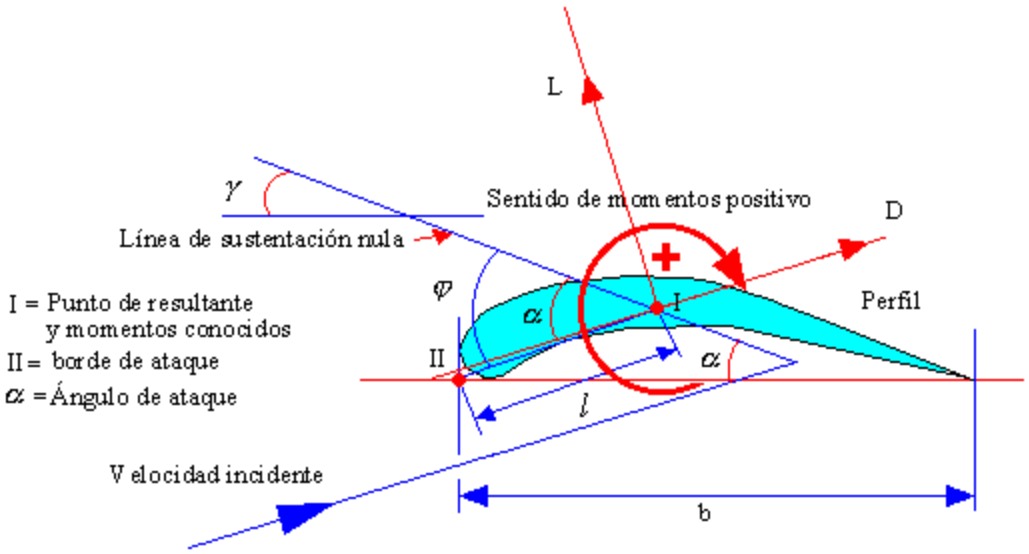


Figura 33

Si el punto respecto al que se conoce el momento hidrodinámico, punto I, se desplaza una distancia "l" en la dirección de proa formando un ángulo φ con la línea de sustentación nula para llegar al borde de ataque o punto II, tenemos:

$$\vec{M}_{II} = \vec{M}_I + \vec{L} \otimes I.II = \vec{M}_I - L \cdot l \cdot \cos(\alpha - \varphi) =$$
$$= 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \left(c^2 \cdot \operatorname{sen} 2 \cdot (\alpha - \gamma) - 2 \cdot a \cdot l \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos(\alpha - \varphi)\right) \qquad \textbf{(106}$$

Se considera positivo el sentido de las agujas del reloj para los momentos hidrodinámicos con el perfil apuntando hacia la izquierda, como aparece en la figura anterior. Punto de resultante y momentos conocidos Sentido de momentos positivo

Hemos aplicado la equivalencia de los sistemas de vectores deslizantes formados por fuerzas y momentos. El efecto de un conjunto de fuerzas y momentos actuando sobre un sólido puede sustituirse como una resultante consistente en la suma de todas las fuerzas y un momento equivalente suma de todos los momentos referidos a un punto determinado del sólido. El sistema de fuerzas y momentos se convierte en una única resultante y momento respecto de un punto dado. Ese sistema a su vez es equivalente a otro con la misma resultante y con el momento referido a otro punto cumpliendo la relación de la siguiente figura.

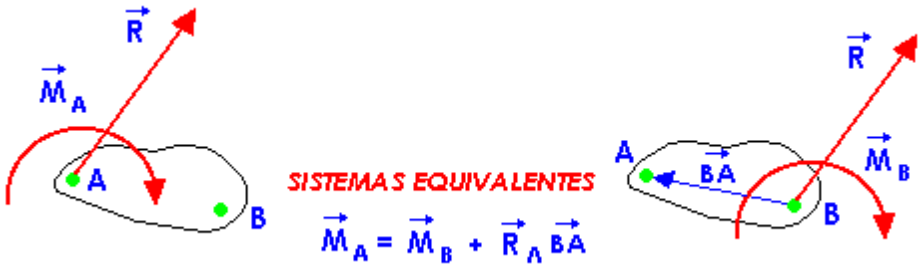


Figura 34

Dividiendo la sustentación L por la cuerda b y la presión dinámica $\rho \cdot \frac{V^2}{2}$ tenemos el coeficiente de sustentación C_L

$$C_L = 8 \cdot \pi \cdot \frac{a}{b} \cdot \operatorname{sen} \alpha \qquad \textbf{(107}$$

Dividiendo el momento respecto del centro de presiones $\vec{M}_I$ por el cuadrado de la cuerda b y la presión dinámica $q = \rho \cdot \frac{V^2}{2}$ y cambiamos el signo, obtenemos el coeficiente de momento de Prandtl

$$C_m = -\frac{2 \cdot M_I}{\rho \cdot V^2 \cdot b^2} \qquad \textbf{(108}$$

Que para el punto II de proa o borde de ataque del perfil, toma el valor cambiado de signo:

$$C_{mII} = C_{m0} = -\frac{2 \cdot M_{II}}{\rho \cdot V^2 \cdot b^2} = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{2 \cdot a \cdot l}{b^2} \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos(\alpha - \varphi) - \frac{c^2}{b^2} \cdot \operatorname{sen} 2(\alpha - \gamma) \right) \qquad \textbf{(109}$$

como:

$$\begin{aligned} &\operatorname{sen} 2(\alpha - \gamma) = 2 \cdot \operatorname{sen}(\alpha - \gamma) \cdot \cos(\alpha - \gamma) = 2 \cdot \operatorname{sen}(\alpha - \gamma) \cdot \cos(\alpha - \gamma) = \\ &= 2 \cdot (\operatorname{sen} \alpha \cos \gamma - \operatorname{sen} \gamma \cdot \cos \alpha) \cdot \cos(\alpha - \gamma) \end{aligned} \qquad \textbf{(110}$$

a partir de la ecuación de C_L de tenemos que:

$$C_{m0} = C_L \cdot \left(\frac{l}{b} \cdot \cos(\alpha - \varphi) - \frac{c^2}{a \cdot b} \cdot \cos \gamma \cdot \cos(\alpha - \gamma) \right) + 8 \cdot \pi \cdot \frac{c^2}{b^2} \cdot \operatorname{sen} \gamma \cdot \cos(\alpha - \gamma) \qquad \textbf{(111}$$

En todos los casos prácticos de Göttingen (2) en los que se puede aplicar la teoría potencial linealizada los ángulos α, φ, γ son tan pequeños que se pueden considerar los cosenos de la ecuación anterior iguales a la unidad, de este modo:

$$C_{m0} = C_L \cdot \left(\frac{l}{b} - \frac{c^2}{a \cdot b} \right) + 8 \cdot \pi \cdot \frac{c^2}{b^2} \cdot \operatorname{sen} \gamma \qquad \textbf{(112}$$

Siendo el coeficiente de momento una función del coeficiente de sustentación. Esta fórmula es genérica y corresponde al coeficiente de momentos aerodinámicos respecto del borde de ataque o en otras literaturas respecto el origen, de ahí el C_{m0}. Del estudio de la relación entre C_{m0} y C_L en distintos perfiles, la línea que relaciona estos valores, para los distintos perfiles, tiene casi siempre la misma inclinación de 4:1 correspondiendo al coeficiente de 0.25. En los perfiles de los ensayos de Göttingen (2) los valores de a, c, l salvo pequeñas desviaciones, y estando el punto I de fuerzas y momentos conocidos a mitad de la cuerda, tomaban los valores de $a = c = \frac{l}{2} = \frac{b}{4}$.

Efectivamente, si sustituimos estos valores de a, c, l en la ecuación del coeficiente de sustentación obtenemos el valor clásico de $C_L = 2 \cdot \pi \cdot \alpha$ que aparece en todos los tratados de aerodinámica. Efectivamente:

$$\text{Con } C_L = \frac{8 \cdot \pi \cdot a \cdot \operatorname{sen} \alpha}{b}, \text{ para } a = \frac{b}{4} \qquad \textbf{(113}$$

$$\text{tenemos } C_L = \frac{8 \cdot \pi \cdot b}{4 \cdot b} \cdot \operatorname{sen} \alpha = 2 \cdot \pi \cdot \operatorname{sen} \alpha = 2 \cdot \pi \cdot \alpha \qquad \textbf{(114}$$

Tras sustituir estos valores de $a = c = \frac{l}{2} = \frac{b}{4}$ en la ecuación anterior se obtiene:

$$C_{m0} = C_L \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b^2 \cdot 4}{b \cdot b \cdot 16} \right) + 8 \cdot \pi \cdot \frac{b^2}{16 \cdot b^2} \cdot \operatorname{sen} \gamma = C_L \cdot \frac{1}{4} + \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \operatorname{sen} \gamma \qquad \textbf{(115}$$

habiendo una relación de 4:1 llegando también al valor clásico de coeficiente de momentos aerodinámicos respecto del borde de ataque salvo el signo positivo que acompaña al 1/4. Si volvemos a cambiar el signo al C_m, recuérdese que se cambió de signo al coeficiente para pasar a la notación de Prandtl, pasando de este modo a una notación más actual, tenemos $C_{m0} = C_L \cdot \frac{1}{4} = -4 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot \frac{1}{2} = -2 \cdot \pi \cdot \alpha$ que es el valor empleado en mucha bibliografía aeronáutica moderna, D. Anderson (5).

En los estudios de Von Mises (3) y Walter S. Diehl (4) los valores de l , para ángulos de ataque cercanos a cero, también se obtienen los valores comentados en el párrafo anterior.

9.2. Centro aerodinámico

Un punto de interés en un perfil es el centro aerodinámico. Allí, el momento de las fuerzas aerodinámicas no depende del ángulo de ataque. Su cálculo es sencillo a partir de la ecuación 106.

Efectivamente, partiendo de la expresión general de un punto genérico III a distancia l' del punto I visto anteriormente como punto de momentos y resultante conocida y situado en el punto medio del perfil, tenemos que

$$\begin{aligned} \vec{M}_{III} &= \vec{M}_I + \vec{L} \otimes I.III = \vec{M}_I - L \cdot l' \cdot \cos(\alpha - \varphi) = \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \left(c^2 \cdot \operatorname{sen} 2 \cdot (\alpha - \gamma) - 2 \cdot a \cdot l' \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos(\alpha - \varphi) \right) \end{aligned} \qquad \textbf{(116}$$

Como se muestra en la siguiente:

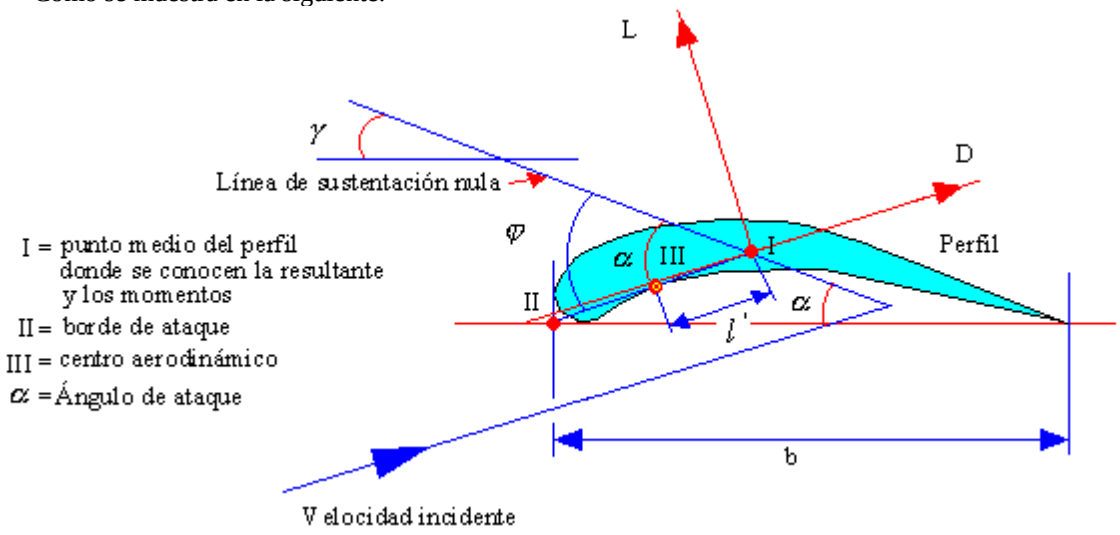


Figura 35

Siguiendo el mismo desarrollo que antes obtenemos que el coeficiente de momentos respecto del punto III viene a ser:

$$C_{mIII} = C_L \cdot \left(\frac{l'}{b} - \frac{c^2}{a \cdot b} \right) + 8 \cdot \pi \cdot \frac{c^2}{b^2} \cdot \operatorname{sen} \gamma \qquad \textbf{(117}$$

A partir de los valores de $a = c = \frac{b}{4}$ obtenidos en Göttingen (2) y de Walter S. Diehl (4) tenemos que:

$$C_{mIII} = C_L \cdot \left(\frac{l'}{b} - \frac{b^2 \cdot 4}{b \cdot b \cdot 16} \right) + \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \operatorname{sen} \gamma = C_L \cdot \left(\frac{l'}{b} - \frac{1}{4} \right) + \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \operatorname{sen} \gamma \qquad \textbf{(118}$$

La única forma de que el punto III sea el centro aerodinámico es que se anule el término que multiplica a C_L ya que es el único factor de la ecuación que depende de α. Es decir $l' = \frac{b}{4}$. Este valor obtenido teóricamente fue corroborado por los trabajos en Göttingen (2) y de Von Mises (3) bajo las hipótesis de teoría linealizada de este párrafo. También se produce un gran acercamiento a las pruebas efectuadas por L.M. Milne-Tompson (6) localizando el centro aerodinámico en el cuarto de la cuerda a partir del borde de ataque. En (6) se obtuvo mediante cálculos geométricos y con introducción de correcciones aerodinámicas así como mediante pruebas en túnel con capacidad de variación de densidad. Estos valores se obtuvieron para perfiles en alas en forma de diedro.

Por tanto, en la teoría potencial bidimensional estacionaria y para perfiles con ángulos de ataque y φ, γ pequeños, el centro aerodinámico se encuentra a $\frac{1}{4}$ de la cuerda a partir del borde de ataque ya que, como se vio antes la distancia entre I y II es $\frac{b}{2}$.

9.3. Centro de presiones.

Otro punto de gran interés para nuestro problema es el centro de presiones.

A principios del siglo XX se estableció que para que una nave, más pesada que el aire, volara de forma estable el momento aerodinámico alrededor del centro de gravedad debía ser nulo. Esto no es del todo cierto y era para naves más pesadas que el aire. La sustentación y resistencia, en una palabra, la resultante, se encontrará muy probablemente a una distancia determinada del centro de gravedad.

Como se ha dicho antes, un sólido sometido a una serie de fuerzas y momentos puede tener distintos modos, todos ellos equivalentes, para especificar los momentos y fuerzas resultantes sobre el mismo. Como es bien sabido y se refleja en muchos tratados de aerodinámica, D. Anderson (5) el centro de presiones es el punto del perfil donde la resultante de los momentos es nula. Es decir, sólo aparecen fuerzas.

En la siguiente figura se muestran estas equivalencias muy típicas, para un mismo perfil. Aquí se emplea nomenclatura más moderna llamando a la cuerda C en lugar de b como en los trabajos de Von Mises (1) y (3).

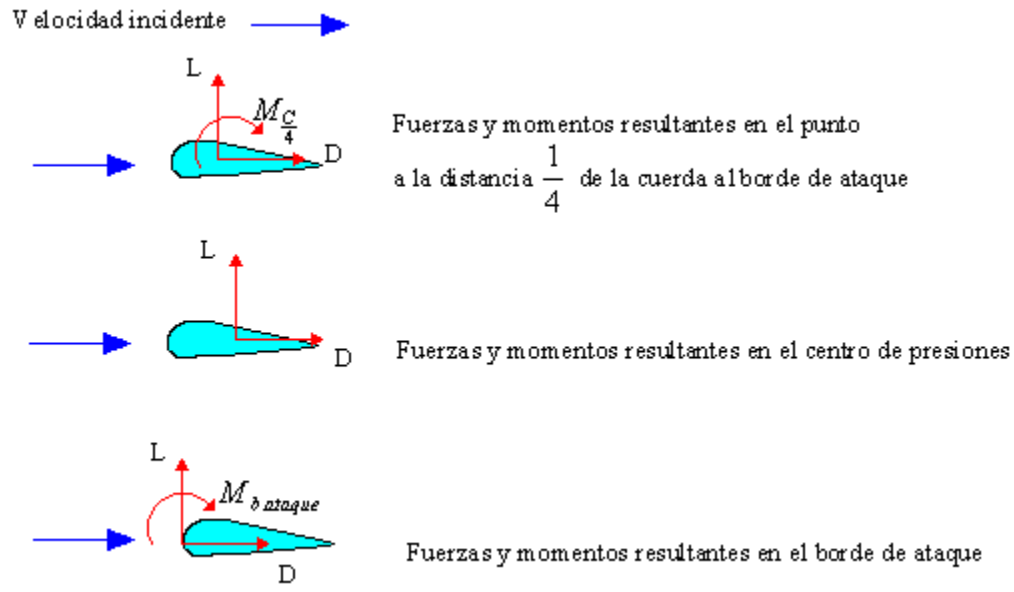
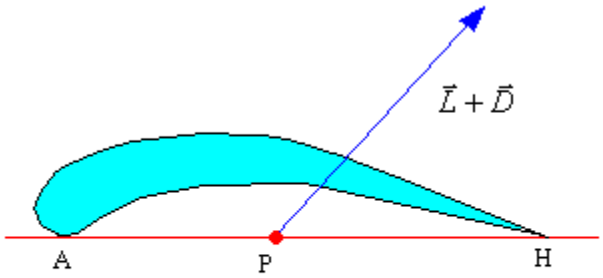


Figura 36

Por tanto, el centro de presiones es el punto donde se aplican las fuerzas aerodinámicas sobre el perfil sin efecto de resultante de momentos. Respecto de ese punto la resultante de los momentos aerodinámicos se anula. Depende del ángulo de ataque α y, de forma muy aproximada, se encuentra en la intersección de la cuerda del perfil con la línea de acción de la resultante de las fuerzas aerodinámicas $\vec{L}+\vec{D}$. A continuación se muestra dicho centro y se define el coeficiente de presiones C_P.



$$C_P = \frac{AP}{AH} = \text{coeficiente de presiones}$$

P = centro de presiones

Figura 37

En la bibliografía existente sobre el tema no hay mucha claridad respecto a la posición en el perfil de los centros de presiones y aerodinámico.

Respecto a los *centros aerodinámicos*, en el capítulo de L.M. Milne-Thomson de la referencia, para la teoría bidimensional en perfiles delgados, (6) se habla del foco o centro aerodinámico del perfil como un punto situado "a distancia $\frac{l^2}{a}$ del centro del perfil en una línea que es la reflexión del eje I. sobre el eje II". El eje I o primer eje del perfil, se define como la línea de unión del centro del perfil con el punto del círculo que es homólogo al punto que está en el borde de salida del perfil. Este círculo es el círculo con centro en el centro del perfil y homólogo a nuestro perfil en la transformación de Joukowski $Z = \xi + \frac{l^2}{\xi}$. El eje II es el eje de momento de cabeceo nulo respecto del centro del perfil. El l es el l de la transformación de Joukowski y a es el radio del círculo homólogo al perfil.

Von Mises, bajo las mismas hipótesis que L.M. Milne-Thomson, (7) sitúa el centro aerodinámico cerca de la cuerda y a una distancia aproximada de 1/4 de la cuerda en los perfiles más comunes. Este se determina experimentalmente, pero para perfiles que vienen de una transformación conforme a partir de un círculo puede determinarse analíticamente, empleando el término conocido como término de Joukowski igual al $\frac{l^2}{a}$ descrito en el párrafo anterior.

En cuanto al *centro de presiones*, L.M. Milne-Thomson en la referencia (6) define la situación del centro de presiones mediante la fórmula $\left(C_p - \frac{1}{4}\right)\cdot\left(\lambda_1 + \alpha\right) = \frac{1}{4}\cdot\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)$, donde C_p es el coeficiente de presiones, λ_1 y λ_2 son los ángulos que forman los ejes I y II, definidos antes, con la cuerda del perfil y α el ángulo de la velocidad incidente con la cuerda del perfil, con lo que $\lambda_1 + \alpha$ es la incidencia absoluta sobre el perfil. Como caso particular, se sitúa el centro de presiones sólo para un perfil simétrico y, con cierta aproximación, como un punto situado a una distancia de $\frac{1}{4}\cdot c$ del borde de ataque, con c como la cuerda del perfil. Descripción, en este caso, muy parecida a la de Von Mises (7). En esta última referencia el centro de presiones se sitúa a una distancia de $\frac{1}{4}\cdot c - \frac{C_{Mo}}{C_L}\cdot c$, con C_{Mo} el coeficiente de momentos respecto del centro aerodinámico y C_L el coeficiente de sustentación, no coincidente del todo con otras referencias como D. Anderson (5). Nosotros vamos a situar el centro de presiones siguiendo un desarrollo muy parecido al de este último autor.

La situación del centro de presiones, como veremos en el párrafo siguiente, va a depender del tipo de perfil.

En la teoría potencial linealizada bidimensional estacionaria clásica, para perfiles simétricos, haciendo uso del teorema de Kutta-Joukowski:

$$L = \rho_\infty \cdot V_\infty \cdot \Gamma \qquad \textbf{(119}$$

El momento aerodinámico en el borde de ataque toma el valor:

$$M_{b.ataque} = -\int_0^c \xi \cdot dL = -\rho_\infty \cdot V_\infty \cdot \int_o^c \xi \cdot \gamma(\xi) \cdot d\xi \qquad \textbf{(120}$$

con:

- $d\Gamma = \gamma(\xi)$ = vorticidad elemental del punto situado a distancia ξ del borde de ataque.
- $dM = -\xi \cdot dL = -\xi \cdot \rho_\infty \cdot V_\infty \cdot d\Gamma$ = momento elemental desde el borde de ataque

Realizando la integración del perfil con el cambio de variable $\xi = \frac{c}{2} \cdot (1 - \cos\theta)$ se llega a:

$$L = \pi \cdot \alpha \cdot c \cdot \rho_\infty \cdot V^2{}_\infty \qquad \textbf{(121}$$

$$M_{b.ataque} = -q_\infty \cdot c^2 \cdot \frac{\pi \cdot \alpha}{2} \qquad \textbf{(122}$$

Dividiendo el momento por superficie, cuerda y presión dinámica surge el coeficiente de momento respecto del borde de ataque

$$C_{mb.ataque} = \frac{M_{b.ataque}}{q \cdot S \cdot c} = \frac{M_{b.ataque}}{q \cdot c^2} = -\frac{\pi \cdot \alpha}{2} \qquad \textbf{(123}$$

Como por otro lado el coeficiente de sustentación C_L toma el valor de dividir la sustentación por la presión dinámica y la superficie, tenemos:

$$C_L = \frac{L}{q_\infty \cdot S} = \frac{L}{q_\infty \cdot c} = 2 \cdot \pi \cdot \alpha \qquad \textbf{(124}$$

Es fácil ver que estos valores obtenidos siguiendo los razonamientos anteriores son los mismos que los de la referencias (1) Von Mises y (2) Göttingen.

Combinando las dos últimas ecuaciones

$$C_{mb.ataque} = -\frac{C_L}{4} \qquad \textbf{(125}$$

De este modo, el momento respecto del punto a distancia un 1/4 de cuerda del borde de ataque toma el valor:

$$C_{m\frac{c}{4}} = C_{mb.ataque} + \frac{C_L}{4} \qquad \textbf{(126}$$

$$C_{m\frac{c}{4}} = -\frac{C_L}{4} + \frac{C_L}{4} = 0 \qquad \textbf{(127}$$

De manera que el punto a distancia un 1/4 de cuerda del borde de ataque es el centro de presiones y también el centro aerodinámico. Sin embargo esto sólo se cumple para perfiles simétricos.

Para perfiles con curvatura la solución es distinta y más complicada, siguiendo el método de Glauert y desarrollando la función velocidad en serie de senos:

$$U(\theta_0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \text{sen}(n \cdot \theta_0) + A_0 \cdot \text{tg}\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \qquad \textbf{(128}$$

$d\Gamma = \gamma(\theta)$ = vorticidad elemental del punto correspondiente a la variable θ y tras una serie de operaciones se llega a:

$$\Gamma = c \cdot V_\infty \cdot \left(\pi \cdot A_0 + \frac{\pi}{2} \cdot A_1\right) \qquad \textbf{(129}$$

Por tanto

$$L = c \cdot V_\infty{}^2 \cdot \rho_\infty \cdot \left(\pi \cdot A_0 + \frac{\pi}{2} \cdot A_1\right) \qquad \textbf{(130}$$

De modo que:

$$C_L = 2 \cdot \left(\pi \cdot A_0 + \frac{\pi}{2} \cdot A_1\right) \qquad \textbf{(131}$$

Haciendo una integración similar a la del caso del perfil simétrico:

$$C_{mb.ataque} = -\frac{\pi}{2} \cdot \left(A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2}\right) \qquad \textbf{(132}$$

Sustituyendo el valor de C_L en la expresión anterior:

$$C_{mb.ataque} = -\left(\frac{C_L}{4} + \frac{\pi}{4} \cdot (A_1 - A_2)\right) \qquad \textbf{(133}$$

Calculando el momento aerodinámico respecto del borde de ataque:

$$C_{m\frac{c}{4}} = C_{mb.ataque} + \frac{C_L}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot (A_2 - A_1) \quad \textbf{(134}$$

A diferencia de los perfiles simétricos, el momento aerodinámico respecto del punto a 1/4 de cuerda del borde de ataque es distinto de cero. Este punto, por tanto, no es el centro de presiones aunque sí el centro aerodinámico ya que el valor momento es independiente del ángulo de ataque α asociado al término A_0 del desarrollo de Glauert.

El centro de presiones para estos perfiles se obtiene de la condición de momento nulo respecto de un punto a distancia X_{cp} del borde de ataque.

$$M_{b.ataque} + X_{cp} \cdot L = 0 \qquad \textbf{(135}$$

$$X_{cp} = -\frac{M_{b.aaque}}{L} = -\frac{C_{mb.ataque} \cdot c}{C_L} = \frac{c}{4}\left(1 + \frac{\pi}{C_L}(A_1 - A_2)\right) \qquad \textbf{(136}$$

Por tanto el centro de presiones de un perfil con curvatura no se encuentra a la distancia de 1/4 de cuerda del borde de ataque sino que esta es función del coeficiente de sustentación y de la geometría del perfil.

El coeficiente de sustentación es función del ángulo de ataque, contiene el término A_0 de modo que según varía este ángulo el centro varía.

Existen tablas estándar de coeficientes de momento aerodinámico muy útiles al ser valores de momento independientes del ángulo de ataque y poder ser aplicables para distintas situaciones siempre que se cumplan las hipótesis de linealización.

9.4. Aplicabilidad en el catamarán.

Aunque se pudiera seguir suponiendo aerodinámica (hidrodinámica) bidimensional potencial incompresible para nuestro catamarán (que no es posible por su tridimensionalidad), la teoría de perfiles delgados es muy restrictiva y no podemos hacer uso de estos valores puesto que los ángulos α, φ, γ no se pueden suponer cercanos a cero. Efectivamente, ya se adelantó que el cociente ε para nuestro cuerpo no es lo suficientemente pequeño. No obstante, a través de los razonamientos aquí expuestos sobre la ubicación del centro de presiones y aerodinámico, vemos la importancia de su situación y la modificación de posición según la geometría del perfil o cuerpo a estudiar, así como su variación con el ángulo de ataque α, (o ángulo de resbalamiento β). En definitiva, nuestro catamarán sufrirá variaciones de posición del centro de presiones según varíen α y β.

De nuestro vehículo no se pueden obtener los ángulos característicos de un perfil ni las consecuencias que lleva esto consigo. Por otro lado, ni la "Teoría de Perfiles Delgados" ni la de "Cuerpos Esbeltos" son aplicables debido a los condicionamientos geométricos expuestos en líneas anteriores. Sin embargo, los conceptos manejados en estos párrafos sí que son de utilidad para entender la estabilidad del vehículo, como se verá más adelante.

Una forma de obtener los las fuerzas y momentos hidrodinámicos, ya que como se ha visto no es aplicable la "Teoría Bidimensional de Perfiles" consiste en la aplicación del método de los paneles de vorticidad (vortex panel method), técnica numérica que empezó a desarrollarse en los años 70, Progress in Aeronautical Sciences (8) y análoga al método conocido como de las fuentes (source panel method), superposición de fuentes y sumideros, aplicado a cuerpos que no sustentan como pueden ser cilindros circulares. El método de los paneles de vorticidad tiene la ventaja de que los vortices tienen circulación y de este modo pueden emplearse para casos sustentadores. Nuestro cuerpo es distinto a un ovoide de Rankine o un cilindro circular, tiene componentes de sustentación y momento.

Siendo la circulación de cada panel "γ" γ_j y la longitud de este s_j, la circulación debida a todos los paneles será:

$$\Gamma = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j \cdot s_j \qquad \textbf{(137}$$

De este modo la sustentación por unidad de envergadura toma el valor:

$$L = \rho_\infty \cdot V_\infty \cdot \sum_{j=1}^{n} \gamma_j \cdot s_j \qquad \textbf{(138}$$

El valor de cada γ_j se saca de las condiciones de contorno (suma de la componente normal de V_∞ a cada panel asociada a la corriente sin perturbar junto a la componente normal al panel debida a la vorticidad de los otros paneles).

Este es un método de primer orden porque supone un valor constante de γ_j sobre cada panel.

Existen métodos de los paneles de segundo orden que suponen una variación lineal de γ_j sobre cada panel

Sin embargo esta técnica exige gran trabajo de cálculo numérico y medios para la obtención de unos datos que no son más que uno de los eslabones que forman la tesis. Se emplearán métodos estimativos analíticos que son más simples e igual de válidos, como se indica más adelante.

1. R. Von Mises. "Zeitschrit für Flugtechnik und Motorlufschiffahrt," 1920. (Teoría hidrodinámica computando la sustentación y el momento aerodinámicos en función del ángulo de ataque).
2. "Ërgebnisse aus der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen ", 1922 (resultados obtenidos en el laboratorio aerodinámico de Göttingen para distintos perfiles y distintos ángulos de ataque).
3. R. Von Mises. "Location of Center of Pressure of Airplane Wings", Report NACA Nº.165, from "Zeitschrft für angewandte Mathematik und Mechanik", February 1922.
4. Walter S. Diehl. "The Mean Aerodynamic Chord and the Aerodynamic Center of a Tapered Wing", Report NACA Nº.751, California Institute of Technology.
5. John D. Anderson, Jr. "Fundamentals of Aerodynamics" Aeorspace Engineering University of Maryland, 1991. McGraw-Hill, Inc.
6. L.M. Milne-Thomson. "Theoretical Aerodynamics" 1966. Pags. 120-121 Pitching Moment Coefficient, Focus of a Profile. Pags. 122-123, Centre of Pressure, Centre of pressure of a Joukowski rudder, Pags. 145-146 Travel of the centre of pressure.
7. Richard Von Mises. "Theory of Flight". November 1958, Theoretically developed airfoil sections, pags. 124-125; empirical airfoil data, the three main results, pags. 146-147.
8. "Calculation of potential flow about arbitrary bodies" Progress in Aeronautical Sciences, vol. 8, Pergamon Press, New York, 1979, pags. 1-138.
9. Oswatitsch, K. und Keune, F., Z. "Ein Äquivalenzsatz für nitchtangestellte Flügel kleiner Spannweite in Schallnaher Strömung", Flugwiss.3, No 2, 29-46. (1955).

CAPITULO 10. Centro aerodinámico. Centro de presiones. Criterios de estabilidad del vehículo. Efectos estabilizadores de las aletas. Inestabilidad.

En este capítulo se utiliza una gran cantidad de términos aeronáuticos. Este hecho no debe sorprender al lector ya que el problema dinámico de nuestro vehículo es muy similar al de los dirigibles en medio aéreo. En su momento se hizo el correspondiente análisis dimensional demostrando la aplicabilidad, en movimiento estacionario, de los valores en dirigibles de coeficientes de fuerzas y momentos así como las respuestas dinámicas del vehículo en nuestro problema. En la aerodinámica incompresible, el comportamiento del aire es idéntico al del agua bajo ciertas hipótesis que hemos expuesto anteriormente y que son aplicables en esta tesis. Por otro lado, la literatura consultada para realizar este estudio es mucho más abundante en el mundo aeronáutico que en el naval como se indicó en la introducción de esta tesis (es realmente difícil acceder a información sobre submarinos, casi toda está clasificada).

Para nuestro vehículo submarino podríamos emplear la nomenclatura de "centros hidrodinámicos" y "centros de presiones" y sería igual de correcto, ya que el concepto es exactamente el mismo cambiando únicamente el medio aéreo por el acuático como se demostró en el análisis dimensional realizado en el capítulo de Resistencia Hidrodinámica.

10.1. Centros aerodinámico y de presiones.

En general, los momentos en un perfil son función del ángulo de ataque, sin embargo hay un punto en el perfil en el cual el momento es independiente del ángulo de ataque, tal punto se define como centro aerodinámico. Como vimos anteriormente el centro aerodinámico coincidía con el centro de presiones en los perfiles simétricos en el punto a distancia 1/4 de la cuerda desde el borde de ataque del perfil. Para perfiles con curvatura también se encuentra en ese punto. En la teoría bidimensional linealizada el centro aerodinámico existe siempre que el ángulo de ataque no exceda el rango de variación lineal de C_L. El valor constante para el coeficiente del momento depende de la forma del perfil. La parábola metacéntrica del perfil viene definida por el centro aerodinámico del perfil, que es precisamente el foco de ésta.

Hay toda una teoría de estabilidad del perfil en función de la posición de la parábola metacéntrica. Experimentos llevados a cabo con perfiles con envergadura finita y aviones confirman la existencia de un punto de constante momento de cabeceo, aunque las fuerzas resultantes no son la sustentación y resistencia de la teoría bidimensional. De todos modos, para la afirmación anterior se ha tenido que dejar de lado la resistencia parásita del ala o de la cola del avión, es ridículo pensar que cuando el ángulo de incidencia varía la resistencia parásita tenga un momento invariable respecto del centro aerodinámico. En esos resultados experimentales es muy posible que la influencia de la resistencia parásita en el momento fuera demasiado pequeña para ser tenida en cuenta. De todas formas en el estudio de Walter S. Diehl (9) se muestra el efecto del fuselaje en la interferencia de la localización del centro aerodinámico en las alas de un avión. El empleo de los centros aerodinámicos se basaba principalmente en la ubicación de estos para el estudio de la estabilidad de la aeronave. En la práctica, en la mayor parte de los perfiles NACA el centro aerodinámico se encuentra a proa de punto a 1/4 de la cuerda desde el borde de ataque del perfil, dependiendo del espesor y curvatura del perfil.

La posible existencia de un centro aerodinámico en nuestra nave no solucionará ningún problema de estabilidad de una forma definitiva, ni tampoco facilitará los cálculos dinámicos. Sin embargo es uno de los factores a tener en cuenta en el estudio de estabilidad del vehículo. Más adelante veremos que, en nuestro caso, las fuerzas hidrodinámicas van a influir de una forma no tan decisiva como pudiera ocurrir en cualquier aeronave más pesada que el aire debido a la flotación de nuestro vehículo.

Con el paso del tiempo, en el mundo aeronáutico, el empleo del centro aerodinámico es cada vez más restringido, sobre todo cuando aparecieron los métodos de cálculo numéricos. Tanto el centro aerodinámico como el de presiones tuvieron amplio uso cuando se intentaba parametrizar todas las ecuaciones de un perfil, principalmente. En los problemas de tres dimensiones, como el que ocupa nuestra tesis, el centro de presiones cambia de posición continuamente y ya no tiene mucho sentido su uso.

Como se vio anteriormente, el centro de presiones X_{cp} de un perfil o cuerpo es el punto donde el momento aerodinámico es nulo. Para definir el sistema de fuerzas y momentos debido a las cargas aerodinámicas sobre un cuerpo se puede poner la fuerza resultante en cualquier punto siempre que se conozca el centro aerodinámico. El centro de presiones fue muy importante durante el desarrollo de la aeronáutica. Como se ha comentado antes para que una nave más pesada que el aire pudiera volar de manera estable, el momento alrededor del centro de gravedad debiera ser nulo. George Cayley (1773-1857) padre del moderno concepto de aeroplano, fue el primero en investigar el centro de presiones. No hay indicaciones de que reconociera que el centro de presiones se moviera cuando lo hacían la sustentación o el ángulo de ataque, pero no hay duda que estudió el efecto de este punto en la estabilidad del aeroplano. Samuel P. Langley entre 1887 y 1896 estudió el centro de presiones de una placa plana inclinada a ángulos de ataque pequeños. Para la placa plana, el X_{cp} se movía a proa mientras el ángulo de ataque disminuía. Sin embargo Langley no supo definir bien el comportamiento del X_{cp} en un perfil con curvatura, no pudiendo explicar de forma razonable sus resultados. El centro de presiones en perfiles curvos se desplazaba hacia la proa según se aumentaba el ángulo de ataque, y hacia popa según se disminuía. Como apuntamos anteriormente, el centro de presiones de un perfil con curvatura no se encuentra a 1/4 de cuerda del borde de ataque sino que es función del coeficiente de sustentación y de la geometría del perfil. La primera teoría de perfiles delgados fue desarrollada en Göttingen, Alemania por Ludwing Prandtl y sus colaboradores.

Ya conocemos que el resultado del centro de presiones para un perfil simétrico es el punto a 1/4 de cuerda del borde de ataque, y en el perfil con curvatura es:

$$X_{cp} = \frac{c}{4}\left(1 + \frac{\pi}{C_L}\left(A_1 - A_2\right)\right) \quad \textbf{(139}$$

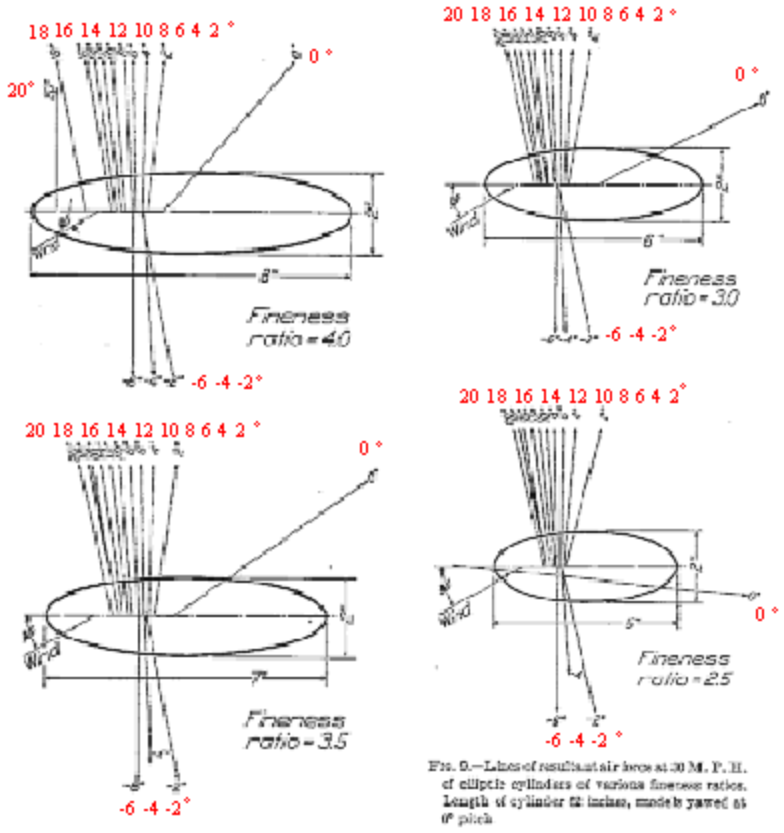
Que muestra que X_{cp} se mueve hacia proa conforme el ángulo de ataque (aquí C_L) se incrementa, y que siempre está detrás del punto 1/4 de cuerda del borde de ataque, para valores positivos de C_L). Esta teoría apoyada por medidas en túneles de viento trajo la comprensión y la predicción de la localización del centro de presiones para un perfil con curvatura.

Debido a la variación de X_{cp} con el ángulo de ataque, la importancia de este punto se fue perdiendo. Con la llegada de la medida de distintas propiedades de diferentes familias de perfiles por el National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) a principios de 1930 este punto perdió mucho interés. En lugar de dar los datos del perfil en forma de sustentación, resistencia y centro de presiones, los NACA dan información de sustentación, resistencia y momentos alrededor de o bien el punto a 1/4 de cuerda del borde de ataque o alrededor del centro aerodinámico. Estos son métodos para determinar las fuerzas y momentos sobre un perfil. Como consecuencia de todo esto, en los datos actuales sobre un perfil aparece con muy poca frecuencia el centro de presiones. Sin embargo, para cuerpos tridimensionales como cuerpos esbeltos, proyectiles y misiles el centro de presiones sigue teniendo su importancia, incluyendo frecuentemente la información moderna de misiles ese punto.

En definitiva, antiguamente era muy importante conocer de lugar de los centros de presiones al igual que los centros aerodinámicos, sobre todo cuando el cálculo numérico no estaba tan desarrollado.

10.2. Evolución del centro de presiones en dirigibles-

Nuestro cuerpo se encuentra en el grupo de los cuerpos fuselados (sin alas ni perfiles), aunque no puede aplicársele la teoría de cuerpos esbeltos, como se dijo antes. Sería interesante conocer el lugar del centro de presiones en cada momento para saber de este modo dónde actúa la resultante de una forma cómoda ya que en ese punto no aparece ningún momento. Sin embargo es muy difícil obtener una ley, aunque sea aproximada, de la variación del centro de presiones. Efectivamente, como se adelantó en párrafos anteriores, éste varía con los ángulos de ataque y resbalamiento. A modo de ejemplo, en ensayos para elipsoides de revolución sin ningún tipo de aleta, A.F. Zahm, R.H. Smith y F.A. Louden (1), conforme aumentamos el ángulo de guiñada, el centro de presiones se acerca a proa como se observa en la siguiente figura, donde se muestran las resultantes y sus puntos de aplicación (centros de presiones) según varían los ángulos de guiñada.



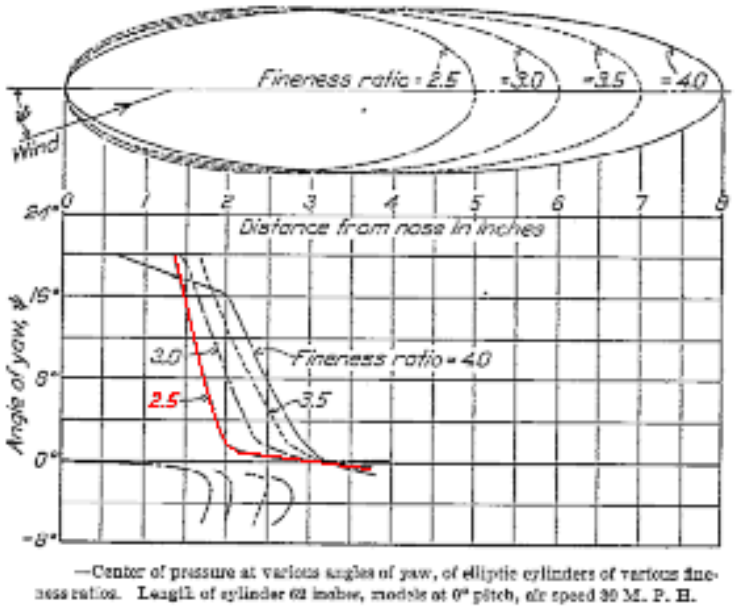
Líneas de resultantes a 30 MPH de cilindros elípticos de varios grados de esbeltez. Longitud del 62 pulgdas, modelos con 0 ° de cabezada.

Figura 38

Estos ensayos de A.F. Zahm, R.H. Smith y F.A. Louden (1) están hechos para números de Re también claramente turbulento, del mismo orden que el nuestro ($10624000=10^7$), en maquetas de dimensiones parecidas a la nuestra y a una velocidad en túnel de 30 millas por hora para modelos de dimensiones 2 por 5 pulgadas en el caso de la relación de esbeltez de 2.5. De modo que estos datos son

extrapolables a nuestra configuración, no trasladables del todo por no ser nuestra geometría exactamente igual a la de un cilindro elíptico.

Nuestro vehículo se aproximaría más al de la relación de esbeltez 2.5 ($\frac{9600}{3960} = 2.4242 \cong 2.5$).



—Center of pressure at various angles of yaw, of elliptic cylinders of various fineness ratios. Length of cylinder 62 inches, models at 0° pitch, air speed 30 M. P. H.

Figura 39

En la figura anterior se aprecia la evolución del centro de presiones para los mismos elipsoides de revolución marcado de color rojo la relación de esbeltez de 2.5.

Sin embargo cuando se trata de dirigibles, A.F. Zahm, R.H. Smith y F.A. Louden (2) según se aumenta el ángulo de guiñada, el centro de presiones se desplaza hacia popa como se aprecia en la figura:

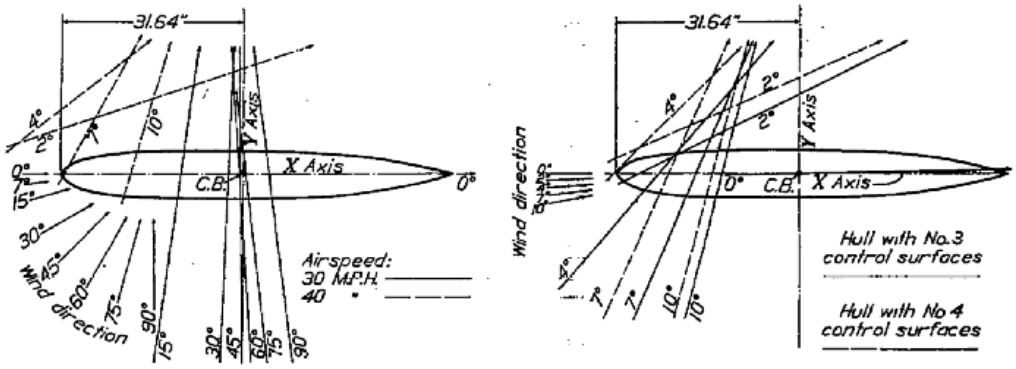


FIG. 28.—Line of resultant air force on long hull with No. 5 controls. Model at 0° pitch. Elevators and rudders neutral. Scale of model 1/120 full size

FIG. 30.—Line of resultant air force on long hull with Nos. 3 and 4 controls. Model at 0° pitch. Elevator sand rudders neutral. Air speed 40 M. P. H. Scale of model 1/120 full size

Figura 40

La evolución del centro de presiones para este segundo caso de A.F. Zahm, R.H. Smith y F.A. Louden (2) de la figura siguiente apoya estos resultados, tanto para la guiñada como el cabeceo.

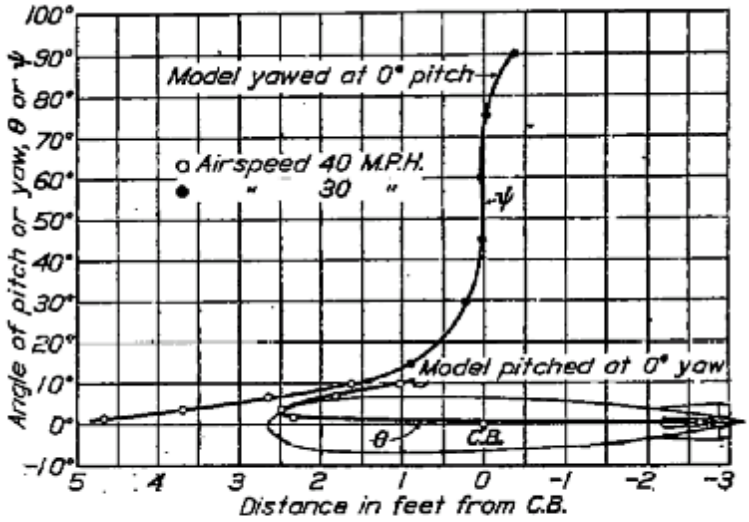


FIG. 29.—Center of pressure travel of long hull with No. 5 control surfaces. Elevators and rudders neutral. Air speed 30 and 40 M. P. H.

Figura 41

En este caso (2) también nos encontramos con números de Re semejantes a los del catamarán en estudio, con velocidades de 40 millas por hora y la maqueta a escala 1:120. Sin embargo la geometría difiere más de nuestro modelo que en el caso de A.F. Zahm, R.H. Smith y F.A. Louden (1), pues es la correspondiente a un vehículo en tamaño real de 67.78 pulgadas y manga máxima de 7.87 pulgadas dando una esbeltez de 8. (tres veces superior a la de muestro vehículo). Sin embargo el comportamiento de los centros de presiones también es extrapolable, estamos con un vehículo con régimen turbulento, números de Re del mismo orden y velocidades parecidas en túnel de viento, aunque la esbeltez no es la misma, es del mismo orden también.

La aparente contradicción entre el comportamiento de los centros de presiones en los dos casos de A.F. Zahm, R.H. Smith y F.A. Louden (1) y (2) tiene su origen en las aletas y superficies de control del las que disponen los dirigibles de A.F. Zahm, R.H. Smith y F.A. Louden en (2) para su estabilidad, produciendo, entre otras cosas, un momento de cabeceo C_m negativo con ángulo de ataque nulo y con una pendiente negativa en la curva de variación del C_m en función del ángulo de ataque y guiñada. Se aprecia de este modo lo importante que es el efecto de unas aletas o timones en la respuesta aerodinámica-hidrodinámica del vehículo.

Más adelante se verá el efecto estabilizador de las aletas en nuestro vehículo, no sólo las consecuencias de que disponga el casco de ellas o no, sino también de su posición.

Este efecto no tiene la última palabra en cuanto a la estabilidad del vehículo y la respuesta en maniobra ya que, de forma general, nuestro catamarán tiene tres puntos donde actúan las fuerzas, el centro de flotación o carena B donde se aplican las fuerzas de flotación y que según se vacíen o llenen los depósitos de lastre-flotación variará de posición, pero que en todos los casos se encontrará por encima del de gravedad CG, donde actúan las fuerzas másicas. Por último está el centro de presiones CP también variable según los ángulos de ataque y guiñada. El conjunto de estas fuerzas se muestra en la siguiente figura.

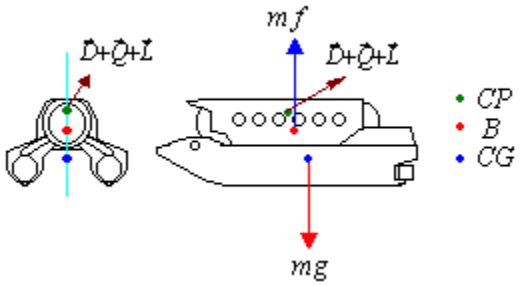


Figura 42

Como es lógico en el diseño del vehículo se intenta que tanto B como CG estén alineados en la intersección de los planos X_bZ_b y Y_bZ_b con $X_bY_bZ_b$ ejes cuerpo con origen en el centro de masas CG como se expuso en la FIGURA 3. Sin embargo esta alineación no es posible en todo momento. Esta disposición de fuerzas aplicadas en distintos puntos dará momentos de fuerzas que no hacen tan evidente la estabilidad en criterios aerodinámicos estrictos. En los tres modelos empleados en la tesis se verifica la alineación de los centros de gravedad y flotación en el eje Z_b.

En la figura anterior no aparecen los momentos hidrodinámicos ya que las resultantes aparecen aplicadas en el centro de presiones, donde no hay resultante de momentos.

La situación del centro de presiones aquí llamado CP, aunque no es determinante en su uso para el estudio de estabilidades, pues hay otros dos puntos donde aparecen resultantes complicando notablemente el problema, sí tiene su influencia como se ha mostrado en los párrafos anteriores.

Si el sistema de fuerzas de la figura anterior diera resultante nula respecto del CG estaríamos bastante cerca de la estabilidad pues no es deseable que aparezcan momentos cambiantes continuamente. Si además, en cuanto hay una perturbación, surge un momento que contrarreste la causa que la produce, por ejemplo un ángulo de ataque creciente, estaremos en una configuración estable. Veremos más adelante que esto no ocurre con nuestro vehículo.

La fuerza aerodinámica en los perfiles convencionales de las aeronaves es de tal magnitud que debe contrarrestar el peso, siendo una fuerza dinámica. Pero en el dirigible y en nuestro caso particular el submarino, las fuerzas de resistencia y sustentación hidrodinámicas no tienen por qué anular el peso de la nave (esta flota), no son pues, en condiciones normales, de una magnitud tan elevada. Estas fuerzas hidrodinámicas están acompañadas por las de flotación, y la de gravedad. Las fuerzas de flotación, aplicadas en B, contrarrestan a las gravitatorias y son de un orden de magnitud similar. Si la masa del catamarán es de 26373 Kg, con los tanques vacíos, las fuerzas gravitatorias son del orden de 258455 N.

Veremos en las distintas simulaciones que los valores de las fuerzas hidrodinámicas alcanzan máximos de 10000 N, unas 25 veces menores que el peso y la flotación, pero esto no quiere decir que no tengan una influencia de primer orden en la estabilidad.

En el apartado siguiente observaremos cómo la flotabilidad es un problema serio en la estabilidad de dirigibles, aumentado en nuestro caso por la diferencia de densidades del aire y agua.

Optamos por la alternativa de control de la flotabilidad mostrada en la siguiente figura:

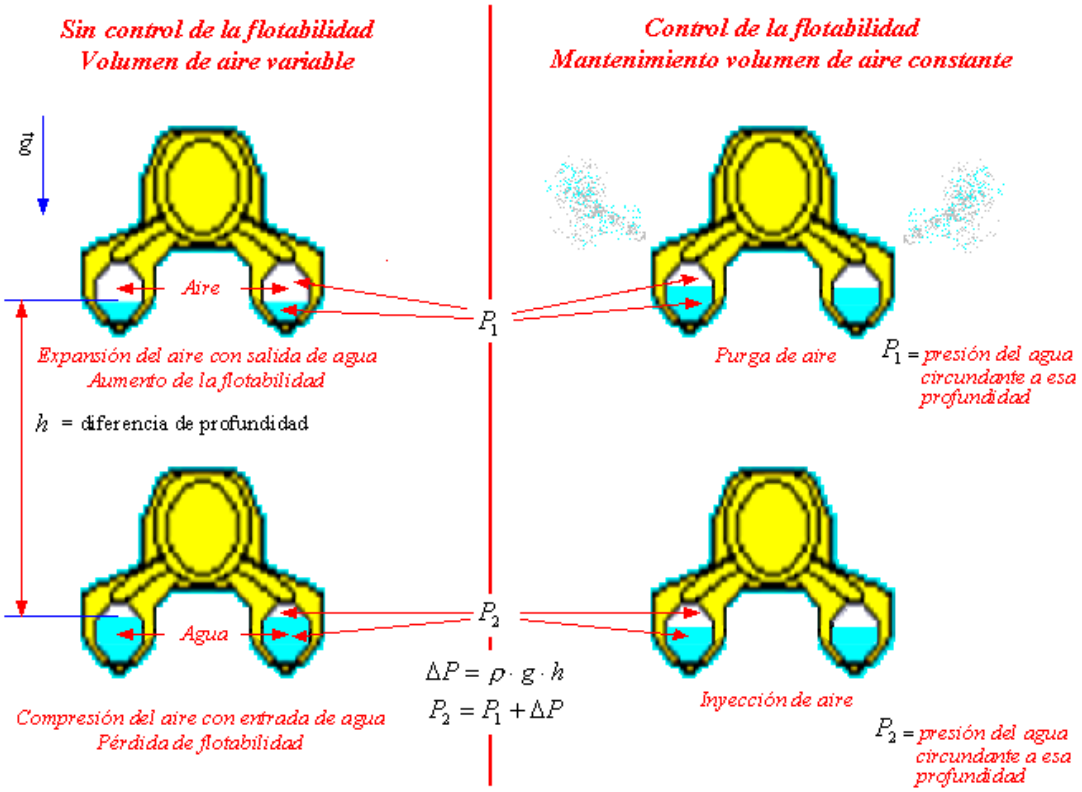


Figura 43

En la figura anterior aparecen los efectos de la diferencia de alturas y por tanto, de presiones a lo largo de las maniobras. Los tanques de aire están en permanente contacto con el agua circundante y su interior está sometido a la presión del medio que los rodea.

Para contrarrestar estos efectos desestabilizantes vamos a purgar e inyectar aire en la cámara, para mantener el nivel de agua interior constante y por tanto, la flotabilidad.

A partir de una profundidad dada, conforme asciende el vehículo, si la cantidad de aire fuera constante (parte izquierda de la figura anterior), éste se expandiría, por efecto de bajada de la presión circundante ya que es menor la presión del agua que lo retiene, con lo que el volumen de agua encerrado en el tanque disminuye y la flotabilidad aumenta. El catamarán entonces va acelerándose más y más en el movimiento vertical ascendente por ser mayor la fuerza en el sentido ascendente.

Análogamente, según va adquiriendo nuestro cuerpo profundidad, la presión hidrostática aumenta y el aire se comprime más y más. La flotación aumenta y se acelera más y más el descenso.

El problema se soluciona inyectando aire según bajamos y purgando en la ascensión, de este modo logramos flotabilidad constante.

Suponemos flotabilidad constante en las tres maniobras descritas: ascenso, viraje y descenso.

La solución técnica a este problema es relativamente sencilla. Bastaría un sensor de nivel de agua en los tanques aplicado en puntos estratégicos. Si se observan disminuciones del nivel de agua un controlador purgaría los tanques y si lo que ocurre es un aumento de nivel se procedería a una inyección de aire. Efectivamente el vehículo tendrá sus ángulos de asiento y balance pero con distintos sensores se puede estimar el volumen de agua o aire existentes en cada instante.

Volviendo a nuestro centro de presiones, en primera aproximación, cuanto más cerca se encuentren estos dos puntos, CG y CP, más estable será el vehículo. En ese sentido nos interesa el centro de presiones lo más cerca del de gravedad, puesto que de este modo se disminuye el par de fuerzas desestabilitante. Las fuerzas hidrodinámicas aplicadas en CP son susceptibles de variar continuamente como veremos.

Cuanto más alto se encuentre B y más bajo, será más estable la ser mayor el par restaurador que es estabilizante.

Por la complejidad de los efectos de flotación, peso y fuerzas hidrodinámicas, para ver la estabilidad, o siendo más exactos la inestabilidad del vehículo, no habrá más remedio que correr la simulación y ver los comportamientos de la nave que aquí adelantamos como inestable.

10.3. Submarinos convencionales.

Atendiendo a la dinámica de un submarino convencional encontramos que cuando el submarino maniobra para cambiar de rumbo a una profundidad constante, se produce un descenso en la velocidad absoluta del mismo, debido a resistencia adicional causada por los movimientos laterales. Esto se aprecia en un viraje con radio de curvatura pequeño. La capacidad de rápida aceleración puede ser decisiva en algunos casos como el de evitar un obstáculo o huir de un enemigo. Una solución al problema es la aceleración mediante el empuje para aumentar las fuerzas hidrodinámicas. Eso se trató en la navegación horizontal con viraje de nuestro catamarán, así como la maniobra simétrica vertical en ascensión, tratadas en esta tesis.

Otra alternativa podría ser la inundación de tanques para descenso a baja velocidad o a alta velocidad mediante el uso de aletas de control de popa, siendo en este caso necesario el reducir la velocidad para reducir las fuerzas hidrodinámicas.

Aunque hay generalmente alguna interacción entre los movimientos, como se vio en el grupo de ecuaciones (35), es a menudo suficiente simplificación tratar las variables como grupos desacoplados.

De este modo, la velocidad de avance, u, en ejes cuerpo F_b, se puede considerar un movimiento desacoplado. La velocidad lateral v y la guiñada r en ejes cuerpo F_b, se podrían considerar también desacoplados y el timón en la popa del vehículo es el que causará el ángulo de guiñada. La velocidad de subida y descenso w, en ejes cuerpo F_b, junto con la cabezada q, también estarían desacopladas. El balance p, en ejes cuerpo, también puede considerarse desacoplado, tratándose como movimiento independiente.

Efectivamente, a partir de estudios de pruebas de mar de un submarino de la Armada Americana, John Coxon (3), durante pequeñas deflexiones de timón y en maniobras de aceleración y deceleración, el balance del vehículo no esta acoplado de forma seria con las ecuaciones de movimiento horizontal. Sin embargo, durante maniobras que implican un giro de timón más brusco, el submarino sufre un balance significativo en las primeras etapas del giro debido a la sustentación inducida por la velocidad transversal v. Debe tenerse en cuenta que los efectos de balance inicial, aunque pueden ser violentos, ocurren durante un tiempo muy corto y que son inmediatamente seguidos por un balance estacionario mucho menos severo.

En estas condiciones, el balance estacionario no afecta los momentos y fuerzas de las ecuaciones en plano horizontal. No suele haber requerimientos sobre el control de balance en submarinos convencionales.

Estas simplificaciones de acoplamiento de pares de velocidades y giros hechos por John Coxon (3) son arriesgadas para nuestro vehículo que no goza de la geometría del submarino de guerra convencional donde aparecen fuerzas laterales en principio, no despreciables.

En los submarinos convencionales, el balance que pueda aparecer por momentos y fuerzas hidrodinámicos se anula por el par restaurador hidrostático debido a que el centro de gravedad (CG), esta debajo del de flotación o carena (B), nuestro catamarán también deberá reaccionar de este modo, como se muestra en la figura:

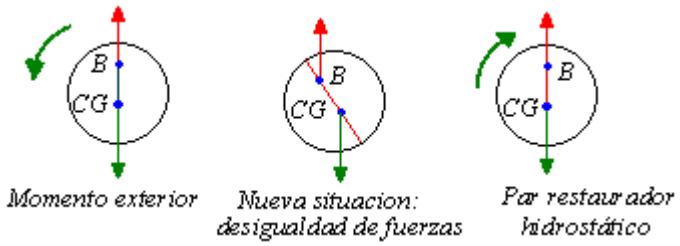


Figura 44

La estabilidad dinámica del submarino será tal que en movimiento horizontal con viraje, se pueda mantener el rumbo sin requerir una actividad continua de los timones. Sin embargo bajo otras circunstancias será necesario que pueda virar rápidamente en el caso de maniobra evasiva o para evitar un obstáculo.

Para el movimiento simétrico vertical, a una profundidad relativamente grande, el efecto de las fuerzas externas como olas de superficie es pequeño no variando apenas las fuerzas externas sobre el vehículo y no siendo necesaria una gran estabilidad para ese propósito. Ya en la superficie puede encontrar efectos de ola que pueden generar fuerzas perturbadoras para causar cabezada y desplazamientos verticales, subida y bajada, y fuerzas de succión en la proximidad a la superficie libre.

El control de la profundidad se lleva a cabo mediante las superficies de control o hidroplanos unas en proa y otras en popa. Los submarinos antiguos tenían dos controles manuales, uno a proa y otro a popa. El de proa controlaba la profundidad del submarino y el de popa el ángulo de cabeceo, muy lógico a bajas velocidades. A continuación se adjunta un croquis de dicho control. Más adelante veremos que la configuración correspondiente al llamado modelo 3 en nuestra tesis, con 2 superficies horizontales de control, una a popa y otra a proa responde a una configuración inestable sin mandos, pero que, no obstante, es controlable.

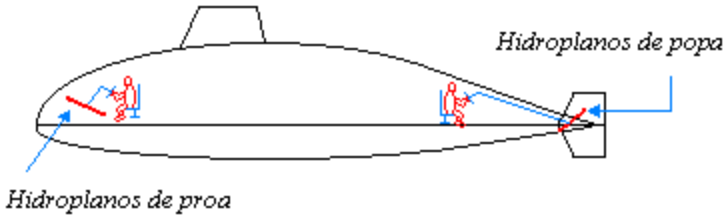


Figura 45

Sin embargo, a altas velocidades se puede llevar un control acoplado de cabeceo y profundidad con los hidroplanos de popa dejando los de proa con ángulo de ataque nulo.

La forma usual John Coxon (3) de una maniobra de cabeceo negativo es el cabeceo del vehículo hacia la dirección a la que se desea cambiar de profundidad y entonces navegar con ese ángulo. La velocidad de descenso se determina entonces por el producto del ángulo de cabezada por la velocidad alcanzada a ese ángulo. Se suele limitar el ángulo de cabezada a unos 20 ° siendo difícil para la dotación trabajar a mayores ángulos, incluso los equipos a bordo trabajan peor.

A altas velocidades, el submarino puede pasar a la profundidad limite en cuestión de un minuto dejando poco tiempo para recuperarse de la maniobra en caso de que el sistema de control falle. En este caso el valor máximo de cabezada se limita a un ángulo entre 5 ° y 10 °.

A bajas velocidades, las fuerzas hidrostáticas y los momentos cobran mayor protagonismo frente a las fuerzas y momentos hidrodinámicos. Esta información no es aplicable tampoco al catamarán.

En cuanto a las superficies de control, éstas son las que aplican el conjunto de fuerzas y momentos sobre el submarino para cambiar de rumbo, la mayor contribución viene de las propias fuerzas generadas por el casco. Si el casco fuera axilsimétrico no habría fuerzas ni momentos en los ejes transversal y vertical (ejes de guiñada y cabezada). Sin embargo esto no suele ocurrir ya que, aunque la simetría de babor a estribor es corriente, pocos submarinos son simétricos respecto de ningún plano horizontal. Lo mas corriente es la ubicación de una torre o puente sobre la cubierta principal para proporcionar almacenamiento de equipos al casco así como periscopio, mástiles etc.

En el catamarán se mantiene la geometría, pero una guiñada o viraje generan inmediatamente fuerzas hidrodinámicas laterales desequilibrando el balance de fuerzas y apareciendo momentos de forma inmediata.

Intentar lograr rumbo fijo sin maniobrar continuamente los timones, dependerá del resultado de momentos originados por las fuerzas aplicadas en B, CG y CP de la FIGURA 42 y su respuesta ante pequeñas perturbaciones o movimientos de la nave frente a la corriente incidente que a su vez originará nuevos momentos y fuerzas para volver a la situación actual, en el caso estable o alejarlo aún más, en el caso inestable. Puede ocurrir que un momento desdestabilizante en un principio (por ejemplo una guiñada) lleve a la nave a otra posición apareciendo otro momento (un cabeceo) que vuelva a la nave a una posición estable. Sin embargo en el caso de cuerpos flotantes no es tan inmediato pero tampoco tan crítico.

10.4. Definición de los coeficientes de momentos hidrodinámicos. Proyección en los ejes viento.

Antes de abordar este punto, vamos a definir de una forma sencilla los coeficientes de momentos adimensionales así como el criterio de direcciones y sentidos aquí seguido.

Los coeficientes estándar adimensionales están tomados respecto del centro de gravedad de la nave. $C_m = \frac{M}{q \cdot c \cdot s}$, $C_l = \frac{L}{q \cdot c \cdot s}$ y $C_n = \frac{N}{q \cdot c \cdot s}$ con $q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2$ = presión dinámica.

Al igual que se hizo en la parte de ACTUACIONES, como ya se hizo con las fuerzas hidrodinámicas, descompondremos los momentos en los ejes viento en la FIGURA 17.

Los momentos hidrodinámicos $\vec{M}_H$ al estar proyectados en los nuevos ejes toman la forma de $\vec{M}_{HW} = \left(M_{Hyw} \quad M_{Hyw} \quad M_{Hzw}\right) = \left(L \quad M \quad N\right)$, donde L es el momento hidrodinámico de balance, M es el momento hidrodinámico de cabeceo y N es el momento hidrodinámico de guiñada. Los momentos hidrodinámicos $\left(L \quad M \quad N\right)$ son los momentos que actúan sobre el vehículo ante determinados ángulos de ataque α y resbalamiento β y sus valores son función de estos ángulos y de la geometría del vehículo. Como se suele hacer en los estudios aerodinámicos, estos momentos son relativos al centro de gravedad del vehículo. Estos momentos aparecen proyectados en los ejes viento $F_w\left(X_w \quad Y_w \quad Z_w\right)$ respectivamente.

En la figura siguiente se observa la proyección de estos momentos.

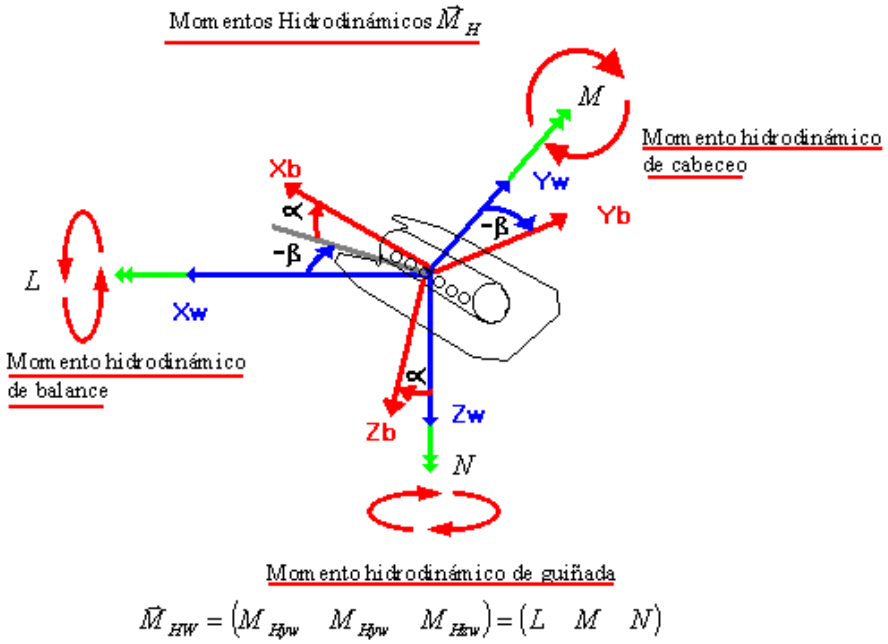


Figura 46

La orientación del cuerpo respecto de los ejes viento viene dada por los ángulos de ataque α y resbalamiento β, pero los ángulos de giro dinámicos ψ, θ y ϕ, guiñada, asiento y balance, respectivamente, como se reflejó en la FIGURA 6, son los ángulos que definen el movimiento del cuerpo respecto de los ejes horizonte, inerciales. Cuando no hay corriente, la velocidad hidrodinámica coincide con la del vehículo respecto de tierra

Los valores de $\left(L \quad M \quad N\right)$ dependen del ángulo de ataque α y resbalamiento β que es cómo el vehículo está orientado ante un chorro como puede se el túnel de viento o una corriente o cómo avanzaría ante un fluido en reposo propulsándose. Los valores ψ, θ y ϕ, de la FIGURA 6 también definirán la orientación de los ejes cuerpo respecto de los ejes viento cuando haya una coincidencia entre estos, es decir F_h coincidente con F_w que puede ocurrir en un túnel de viento. Dos ángulos definen una dirección en el espacio, el tercero es redundante para definir la dirección pero no la orientación de un objeto en el espacio.

De este modo, los coeficientes de momentos hidrodinámicos toman las expresiones:

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot c \cdot S}$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot c \cdot S} \qquad \textbf{(140}$$

$$C_n = \frac{N}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot c \cdot S}$$

Donde S es la superficie característica y c la cuerda o una longitud característica del vehículo. Para nuestro cálculo emplearemos en lugar de $c \cdot S$ el volumen del vehículo Vol . De este modo:

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot Vol}$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot Vol} \qquad \textbf{(141}$$

$$C_n = \frac{N}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot Vol}$$

Las fuerzas $\vec{F}$ y momentos $\vec{M}$ hidrodinámicos, que dependen de α y β , tienen que venir proyectados en los ejes viento F_w . Se puede proyectar en cualquier eje pero es más cómodo en los ejes viento ya que $\vec{F}$ y $\vec{M}$ dependen, entre otras cosas de la dirección de la velocidad incidente sobre estos ejes.

El ángulo de guiñada ψ coincide con el de resbalamiento β cuando estamos en un túnel de viento con dirección incidente constante, así como el de asiento θ con el de ataque α. El balance, si la corriente incidente del túnel es además homogénea es indiferente a la orientación del vehículo, su giro alrededor de X_b. Es muy común en los estudios en túnel de viento utilizar indistintamente estos valores, pero teniendo en cuenta lo comentado en el párrafo anterior.

Por tanto, la guiñada vendrá definida por ψ, y aunque el momento hidrodinámico de guiñada no tendrá la dirección de Z_h sino la de Z_w, la guiñada se define como la variación del ángulo ψ en un giro con eje paralelo al eje Z_h. Lo mismo pasa con el balance y el cabeceo. Los momentos hidrodinámicos, obtenidos generalmente en túnel de viento tomarán unos valores en función de α y β exclusivamente y vendrán en las direcciones de Z_w. Para el cálculo de la resultante de fuerzas y momentos, e integración de ecuaciones ecuación 26, se empleará la matriz de actitud L_{bh} para pasar todas fuerzas y momentos, flotación y gravedad así como empujes sobre el vehículo a los ejes inerciales F_h. Con fuerzas y momentos hidrodinámicos será similar a través de la matriz de cambio L_{wh}.

El giro vendrá en función de la variación de ψ, θ y ϕ, con respecto del tiempo como se obtuvo $\vec{\omega}$ en la ecuación 34.

10.5. Estabilidad

10.5.1. Criterios de estabilidad generales para aeronaves.

Las curvas y criterios de estabilidad tan comunes en aeronaves, y concretamente en aviones no son aplicables de forma tan directa a nuestro catamarán, que es más parecido a un dirigible como tantas veces se ha indicado en esta tesis. La razón principal es la magnitud de las fuerzas aerodinámicas en los vehículos del primer caso que deben contrarrestar el peso de la aeronave. Las fuerzas aplicadas sobre los aviones y vehículos más pesados que el aire son fuerzas dinámicas, intrínsecamente relacionadas con el movimiento (principalmente la sustentación y la resistencia). En los dirigibles, aunque aparecen estas fuerzas también, no generan ni necesitan generar una fuerza de sustentación que compense la fuerza gravitatoria, las fuerzas de mayor magnitud tienen un origen potencial y no son dinámicas, son el peso y la flotación.

Para los dirigibles, de los que el Zeppelin es el más conocido y como particularidad tiene la rigidez del casco, el descenso y ascenso inmediato se produce por la liberación del hidrógeno o de lastre según se necesite subir o bajar. Los problemas de estabilidad en los dirigibles consisten principalmente en la flotación. Efectivamente, como muestra se encuentran los dirigibles de la clase "Boerner", A. Kapteyn (4) cuya principal característica es el abandono del casco rígido por una doble quilla formando una plataforma rígida que sirve para llevar los cuerpos flexibles con distintos compartimentos conteniendo hidrógeno, nitrógeno y aire, se logra un control del vehículo absoluto con la ayuda de una componente de sustentación mediante un giro de las hélices propulsoras en la dirección vertical. Cuando el dirigible asciende, los compartimentos que contienen hidrógeno se expanden llevando la presión a un doble compartimento que contiene nitrógeno transmitiendo a su vez la presión a un último compartimento lleno de aire, parte del cual se descarga a la atmósfera, liberando así el exceso de aire a través de una válvula de seguridad, en ese caso por la pérdida de peso el dirigible sigue ascendiendo. Para el descenso unas bombas inyectan aire al interior del vehículo ganando peso fácilmente. De esta forma los movimientos verticales este dirigible, A. Kapteyn (4) se producen sin pérdida de hidrógeno.

En los estudios de estabilidad para aeronaves se exige que tanto el momento aerodinámico de cabeceo C_m, como el de guiñada C_n en función del ángulo de ataque y guiñada tengan respectivamente una pendiente negativa según los ángulos de ataque y guiñada aumentan respectivamente, como se observa en la figura siguiente, donde aparecen valores típicos de casos estables e inestables Para la estabilidad se tuvo encuentra también el efecto de timón horizontal y vertical.

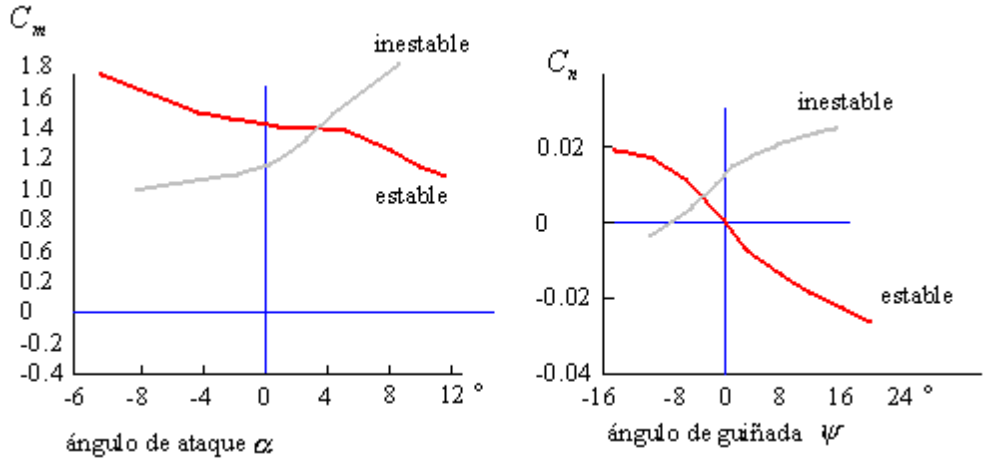


Figura 47

Estos datos son valores típicos obtenidos en túneles de viento con números de Re entre 609000 y 975000, régimen turbulento, ligeramente inferiores al de nuestro catamarán, para monoplanos con fuselajes de sección circular en todas las costillas así como fuselajes circulares en el morro terminando con sección estrecha , Recant y Arthut R. Walace (5), R. Wallace y Thomas R. Turner (6).

Tanto en Recant y Arthut R. Walace (5) como en R. Wallace y Thomas R. Turner (6) se empleó un perfil alar NACA 23012 en combinación con un fuselaje con sección estrecha en la cola popa y una sección de timón NACA 0009. Los valores exactos del Re así como los perfiles empleados son anecdóticos, lo más interesante son los criterios que se muestran para la estabilidad, únicamente orientativos, para los que deberá dar nuestro vehículo y siempre considerando que las fuerzas que tienen mayor relevancia no son dinámicas como en los monoplanos sino potenciales.

Continuando con la estabilidad para aeronaves para Recant y Arthut R. Walace (5) y R. Wallace y Thomas R. Turner (6), el coeficiente de momentos en balance C_l debe ser creciente con la guiñada el que aparezca un ángulo de guiñada positivo implica un viraje a babor que se traduce en la necesidad de un resbalamiento de la nave como se vio en actuaciones, en la navegación horizontal con viraje. Así se muestra en la figura siguiente:

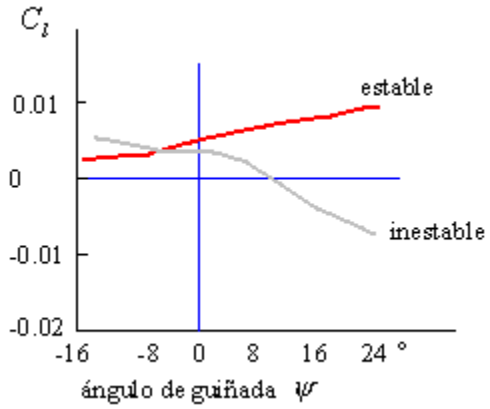


Figura 48

10.5.2. Efectos estabilizadores de las aletas.

A continuación mostramos unos valores típicos en túnel de viento para C_m obtenidos en túnel de viento, Harry J. Goett, Roy Jackson y Steven E. Belsley (7) a números de Re similares a los de Recant y Arthut R. Walace (5) y R. Wallace y Thomas R. Turner (6), que definen los criterios de estabilidad para un aeronave con mínima velocidad en maniobra de aterrizaje.

.

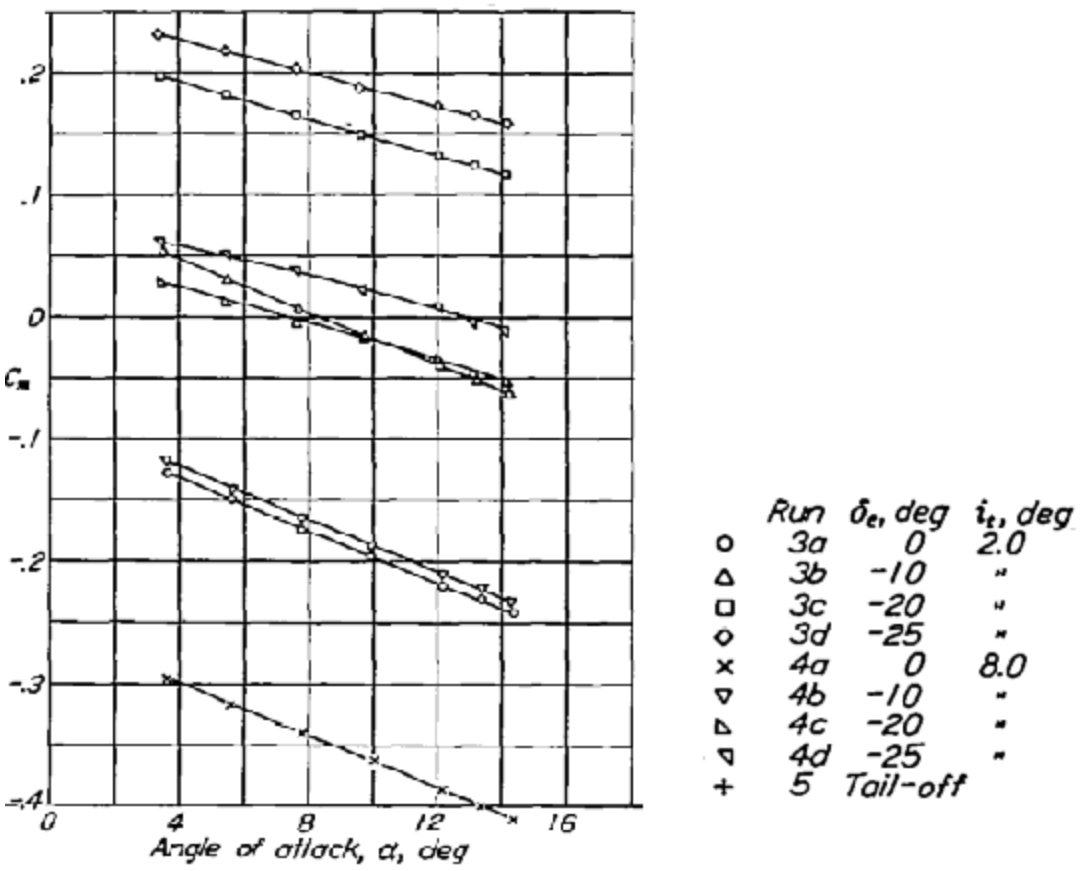


Figura 49

Se observan dos grupos de coeficientes de momentos, uno en el que los coeficientes son positivos y, por tanto, inestables y otros que son negativos o estables. Al aplicar deflexiones a las superficies de control se desplaza la curva de momentos más arriba (más inestable si alcanza valores positivos) o más abajo (más estable si alcanza valores negativos). En la figura aparecen dos naves con su comportamiento ante deflexiones negativas. No nos detenemos aquí en desarrollar el criterio de signos empleado por Harry J. Goett, Roy Jackson y Steven E. Belsley (7).

Aquí se aprecian los efectos de la deflexión de las superficies de control, que, resumiendo de forma simplificada:

$$C_{mg} = C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha + C_{m\delta} \cdot \delta \qquad \textbf{(142}$$

Con δ =deflexión de timón.

Como $C_{m\alpha} < 0$, conforme δ es menor, mayor es la suma total del momento y de este modo para δ muy pequeños (negativos y muy altos en valor absoluto) se desplaza la recta de la figura anterior, hacia arriba.

Efectivamente este valor de δ, cuando es > 0, produce un momento negativo disminuyendo la suma total de la ecuación que se corresponde con la figura siguiente:

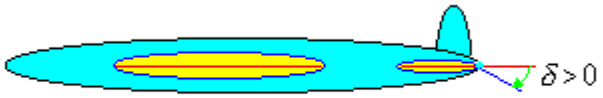


Figura 50

La lectura de las gráficas es evidente, conforme aumenta el ángulo de ataque α el momento de cabeceo C_m debe disminuir para contrarrestar este efecto. Si aumentara, sería un problema divergente puesto que un aumento de α obliga a que aparezca un momento de cabeceo que favorece el incremento del α que a su vez vuelve a generar un nuevo momento C_m que incrementa el α una vez más para aumentar el C_m y así sucesivamente. Lo mismo pasa con la guiñada.

En la figura siguiente se adjuntan los valores de C_l y C_n de Harry J. Goett, Roy Jackson y Steven E. Belsley (7) que definen criterios de estabilidad para un aeronave al 50% del empuje normal (rateado) a baja velocidad con pendientes positiva y negativa respectivamente, valores coherentes con Recant y Arthut R. Walace (5) y R. Wallace y Thomas R. Turner (6). También se aprecian aquí los distintos valores de δ_r, a menor δ_r la curva más de desplaza hacia arriba, se obtiene mayor C_n. Este δ_r es similar al de timón pero para balance.

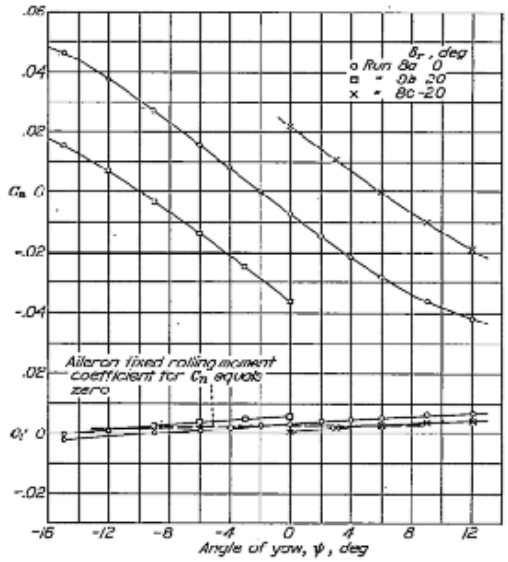
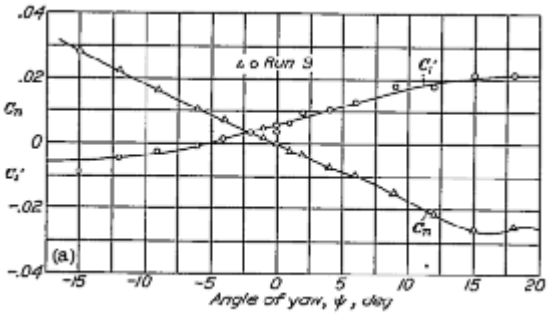


FIGURE 5.—Dihedral characteristics at low speed. Flaps and gear down, 50-percent normal rated power. Single-engine airplane.

Figura 51

Por último adjuntamos a continuación las características del modelo en túnel de viento obtenidas de Harry J. Goett, Roy Jackson y Steven E. Belsley (7) para estabilidad lateral a altas velocidades, los flaps subidos y empuje "rateado".



(a) Model characteristics determined from wind-tunnel tests.

Figura 52

En las gráficas siguientes, obtenidas de estudios en túnel de viento de modelos del dirigible Goodyear-Zeppelin, Ira H. Abbott (8) compara el coeficiente de momento de cabeceo C_m, y coeficientes de resistencia y sustentación C_D y C_L ante distintos ángulos de guiñada, correspondiente al casco desnudo, con el casco con aletas y carga de pago. Una vez más se observa el efecto decisivo de las aletas comentado en los párrafos anteriores. De nuevo, los números de Re son del mismo orden que en nuestro problema, que corresponde al móvil vehículo en régimen turbulento ($\mathrm{Re} > \mathrm{Re}^*$).

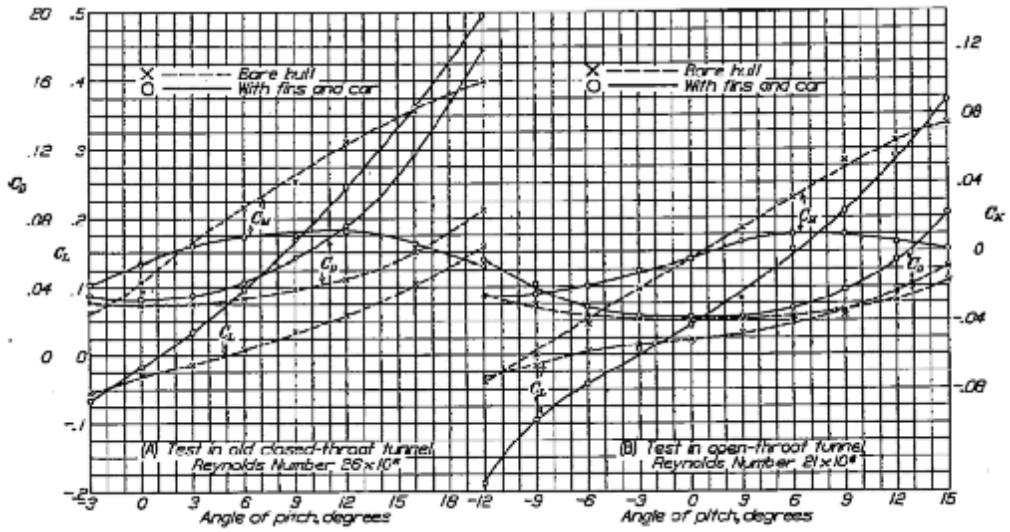


FIGURE 22.—Aerodynamic characteristics in pitch of the GZ-4.8 airship model as tested with and without appendages in the closed and open throat tunnels

Figura 53

Se aprecia claramente la inestabilidad de los dirigibles con el casco desnudo y cómo esta se atenúa con el efecto de las aletas aunque el dirigible sigue siendo inestable, pero no como antes.

En la figura siguiente, de Ira H. Abbott (8), aparecen los coeficientes de momento de cabeceo C_m para las distintas configuraciones del Zeppelin sin aletas, con ellas y debido únicamente a las aletas.

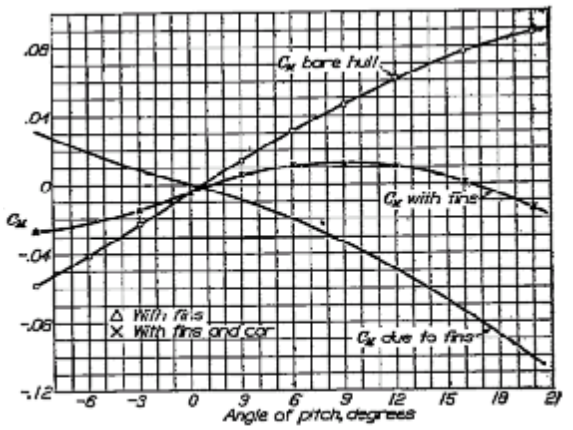


FIGURE 24.—Moment due to fins or fins and car. Goodyear-Zeppelin airship model. Fineness ratio, 6.4; Reynolds Number 23×10^6

Figura 54

Se aprecia el efecto estabilizador de las aletas, el casco con aletas posee una pendiente para los valores de momento de cabeceo C_m. Se prueba una vez más el efecto decisivo de las aletas en este tipo de vehículos, tanto para la posición del centro de presiones como para la estabilidad.

Con estos datos podemos sacar una referencia para la expresión analítica de los coeficientes de momentos C_m, C_l y C_n así como de los coeficientes de fuerzas C_D, C_L y C_Q que calcularemos más adelante.

Para abordar la estabilidad total tenemos que superponer los efectos desestabilizantes del fuselaje, los efectos estabilizantes de las aletas y los momentos de las fuerzas másicas (par restaurador). Hacer este trabajo de forma analítica es casi imposible. Se va a desarrollar un modelo de simulación y una vez ejecutado se obtienen los resultados totales de estabilidad. Aquí adelantamos que los 3 modelos en estudio son inestables aunque el efecto de las aletas se deja notar. El modelo 1, que dispones de la superficies de control más a popa, es el menos inestable. Este resultado es coherente con todo lo razonado en los párrafos anteriores.

10.5.3. Criterio de estabilidad para dirigibles.

Para el caso concreto de dirigibles, un criterio sencillo seguido por, A.F Zahm (13), donde, partiendo de las ecuaciones de equilibrio cinético:

$$Z = m \cdot \left(\dot{w} - U^2 \cdot q \right)$$
$$M = B \cdot \dot{q} \qquad \textbf{(143}$$

Con:

Z =resultante de las fuerzas de sustentación, peso y flotación
m =masa del vehículo
u, v, w =las velocidades del vehículo en los ejes viento
p, q, r =las velocidades de giro del vehículo en ejes viento
L, M, N = los momentos aerodinámicos sobre el vehículo en ejes viento
U =velocidad estacionaria de avance
B =momento de inercia respecto del eje cuerpo Y_b

Para poder aplicar la segunda ecuación, la de los momentos, se suponen los ejes viento y cuerpo casi coincidentes. (Ángulos de ataque y resbalamiento muy pequeños).

Suponiendo que los ejes horizonte coinciden con los ejes viento (el cuerpo avanza horizontalmente en un fluido en reposo) el ángulo de ataque coincidirá con el de asiento.

Si descomponemos las fuerzas y momentos aerodinámicos en dos partes, la primera en función del ángulo de asiento y la segunda en función del giro del cuerpo, tenemos las fuerzas y momentos divididas en dos partes, una que podríamos llamar estática, asociada al asiento, y otra de amortiguamiento asociada al giro.

Tenemos:

$$\begin{aligned} \theta \cdot Z_\theta + q \cdot Z_q &= m \cdot (\dot{w} - q \cdot U) \\ \theta \cdot M_\theta + q \cdot M_q &= B \cdot \dot{q} \end{aligned} \qquad \textbf{(144}$$

Como condiciones de estabilidad en cabeceo se establece que $\dot{q} = 0$. Haciendo ese valor nulo las ecuaciones anteriores toman la forma:

$$\begin{aligned} \theta \cdot Z_\theta + q \cdot Z_q &= m \cdot (\dot{w} - q \cdot U) \\ \theta \cdot M_\theta + q \cdot M_q &= 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(145}$$

Suponiendo que $\dot{w}$ es pequeña frente a $q \cdot U$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \theta \cdot Z_\theta + q \cdot (Z_q + m \cdot U) &= 0 \\ \theta \cdot M_\theta + q \cdot M_q &= 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(146}$$

Estas dos ecuaciones representan las condiciones esenciales para un movimiento dinámicamente estable.

En la penúltima ecuación, la fuerza de amortiguamiento $q \cdot Z_q$ y la fuerza de inercia $q \cdot m \cdot U$ absorben las perturbaciones de la fuerza $\theta \cdot Z_\theta$.

En la última ecuación, el momento amortiguador $q \cdot M_q$ absorbe el cabeceo del momento perturbador $\theta \cdot M_\theta$, es decir, el efecto estabilizador de las aletas debe contrarrestar el efecto desestabilizador del casco.

En estas ecuaciones los valores de θ y q son el giro y la velocidad angular del cuerpo en oscilaciones pequeñas y estables. Las otras 6 variables las suponemos constantes. Eliminando θ y q de las ecuaciones anteriores obtenemos la condición de estabilidad.

$$\frac{Z_\theta \cdot M_q}{M_\theta \cdot (Z_q + m \cdot U)} = 1 \qquad \textbf{(147}$$

Relación que debe satisfacerse para todos los valores pequeños de θ y q.

Las ecuaciones en guiñada son análogas.

10.5.4. Definición de estabilidad.

Comúnmente se considera un sistema estable cuando, ante una perturbación, el sistema vuelve a la condición considerada de equilibrio. ¿Cómo podemos definir la condición de equilibrio para un vehículo que se está moviendo en un fluido? ¿Qué entendemos por un movimiento estable para un vehículo de estas características?

Dejando de lado fenómenos aerolásticos como la divergencia y el flameo, S.A. Cleverson (12) y Theodorsen (14), que contemplan la deformación del vehículo y por tanto, el cambio de su configuración aerodinámica, se considerará nuestro catamarán estable cuando los coeficientes de momentos de éste corrigen las variaciones de ángulos de ataque y resbalamiento que surgen en el movimiento (estos coeficientes son negativos o decrecen según aumentan los ángulos de ataque y resbalamiento). De este modo se mantiene la configuración dinámica que tenemos en una maniobra dada ante unos valores de ataque y resbalamiento, encontrándose el vehículo dentro de unos parámetros aceptables. Nos encontramos entonces en todo momento en un movimiento conocido como longitudinal del vehículo. Si resulta que no es posible este punto, es decir uno de los ángulos mencionados no para de crecer, se produce una divergencia, el vehículo se ha comportado como inestable.

En nuestro vehículo, las perturbaciones que hacen el sistema inestable no son exteriores en tanto y en cuanto no aparece un elemento exterior que no estaba antes como una ráfaga o alguna onda de presión del fluido circundante. El propio vehículo por sus respuestas hidrodinámicas se perturba.

Ya veremos más adelante que el catamarán se desestabiliza y diverge. El casco desnudo es inestable (su coeficiente de momentos es positivo y creciente con los ángulos de ataque y resbalamiento), a pesar de la contribución estabilizante de las aletas (aportan coeficientes de momentos negativos) las respuestas hidrodinámicas hacen el sistema divergente, los ángulos mencionados no paran de crecer.

Movimiento Figoide.

El caso más simple de movimiento estable para un vehículo en un medio fluido, similar al nuestro, es el conocido como "movimiento figoide" F. W. Lanchester (10), V. Karman (11). Consiste en la trayectoria de vuelo vertical simétrico de un aeroplano de gran estabilidad y pequeño momento de inercia. El coeficiente de momentos es tan grande (y negativo según la notación usada por nosotros) y el momento de inercia tan pequeño que cualquier variación del ángulo de ataque se corrige instantáneamente, de modo que este último ángulo es constante prácticamente durante todo el vuelo. Se supone en este tipo de movimiento además, la resistencia aerodinámica D se contrarresta en todo momento con el empuje del motor. Este movimiento resultante cumple la relación sencilla:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \qquad \textbf{(148}$$

Se trata de un sistema conservativo en el que la variación de energía cinética es igual al trabajo realizado por la gravedad.

Como el ángulo de ataque es constante, la sustentación L depende solamente de la velocidad.

Se obtiene así una familia de curvas que incluye todas las trayectorias de vuelo posibles compatibles con la condición de tener el mismo valor constante de energía total.

En el estudio de la estabilidad longitudinal de un aeroplano para un caso más realista, como puede ser en un sistema no conservativo como el nuestro, en un movimiento vertical simétrico, el vehículo está definido por la traslación de su centro de gravedad y la rotación al rededor de un eje normal al plano del movimiento.

Si el momento de cabeceo también es negativo, pero no actúa instantáneamente, las variaciones del ángulo de ataque se corrigen con cierto retraso o amortiguamiento. Aparece entonces un coeficiente adimensional llamado por V Karman (11) σ que determina la estabilidad estática del aeroplano, es decir, la magnitud del momento recuperador o estabilizador.

Este coeficiente σ depende especialmente de la relación entre la superficie de cola y la del ala. Si toma valores positivos significa que una rotación de un cierto ángulo produce un momento recuperador que tiende a disminuir la variación producida en el ángulo de ataque. Si el coeficiente mencionado es negativo, el momento tiende a incrementar aún más el ángulo modificado, el aeroplano es entonces estáticamente inestable. Si el coeficiente es nulo es estáticamente indiferente.

Sin embargo, hay un efecto de amortiguamiento de la cola en la respuesta de los momentos de ésta en el balance total de momentos. En nuestro catamarán ocurre algo parecido puesto que la rotación del vehículo produce un incremento del ángulo de ataque sobre las superficies de control (sin incluir el efecto de la velocidad inducida por el propio casco aguas arriba, que no contabilizamos en el análisis de los momentos producidos por las aletas efectuado en los siguientes capítulos).

Este parámetro que determina el amortiguamiento de la cola llamado por V Karman (11) δ, define la estabilidad dinámica .El aeroplano es estable en su movimiento si tiene cierto amortiguamiento. La magnitud δ necesaria para la estabilidad dinámica, crece al crecer la estabilidad estática σ.

Sin exponer todo el desarrollo de V Karman (11), se llega a las ecuaciones:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + \sigma \cdot \theta = -\sigma \cdot \alpha \qquad \textbf{(149}$$

$$\frac{d^2\alpha}{d\tau^2} + 2 \cdot \alpha = 0 \qquad \textbf{(150}$$

con:

σ = parámetro de estabilidad estática
θ = ángulo de asiento del vehículo
α =ángulo de ataque del vehículo
$\tau = {}^{t \cdot g}\!/_{v_o}$ = tiempo adimensional
v_o = velocidad uniforme para vuelo horizontal

De este modo el vehículo sufre pequeñas oscilaciones en las proximidades del vuelo horizontal uniforme de velocidad v_o, oscilando alrededor de su centro de gravedad como un péndulo oscila alrededor de su eje de suspensión. En las ecuaciones anteriores se definen las oscilaciones armónicas que generan los modos de oscilación de los ángulos de asiento y ataque en torno a unos valores iniciales.

$$\alpha = C \cdot \text{sen} \frac{\sqrt{2} \cdot g \cdot t}{v_o} + D \cdot \cos \frac{\sqrt{2} \cdot g \cdot t}{v_o} \qquad \textbf{(151}$$

Si suponemos que σ es lo suficientemente grande, es decir, que el aeroplano es tan estable que cualquier desviación del ángulo de ataque se corrige instantáneamente volvemos al movimiento figoide descrito líneas arriba, y la primera ecuación toma la forma:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + \sigma \cdot \theta = 0 \qquad \textbf{(152}$$

$$\theta = E \cdot \text{sen} \frac{\sqrt{\sigma} \cdot g \cdot t}{v_o} + F \cdot \cos \frac{\sqrt{\sigma} \cdot g \cdot t}{v_o} \qquad \textbf{(153}$$

Estas ecuaciones son bastante ilustrativas, el vehículo oscila con una longitud de onda y un período de oscilación determinados, en torno a los valores de α y θ que consideramos definen el movimiento longitudinal del vehículo.

En nuestro vehículo actúan, además de las fuerzas hidrodinámicas, las de inercia (y masa añadidas), la flotación y el peso. Las ecuaciones para el catamarán son tan complicadas que no podemos hacer un desarrollo tan simple como el anterior, nos contentaremos con correr la simulación y ver los resultados. Sin embargo, hemos definido lo que entendemos por un movimiento estable. Los valores de los ángulos de asiento, guiñada y balance así como los resbalamiento y ataque no deben superar unos valores determinados. Si se produce una divergencia en algunos de ellos tenemos una inestabilidad.

Nótese que la condición aceleración angular de cabeceo nula, $\dot{q} = 0$, exigida en los dirigibles para su estabilidad, está relacionada directamente con la exigencia de los coeficientes de momentos negativos o decrecientes según aumentan los ángulos de ataque. En ambos casos se busca una capacidad restauradora adecuada.

10.6. Inestabilidad.

Desde el momento en que no se cumplen las condiciones anteriores nuestro vehículo es inestable.
¿Cómo podemos cuantificar esa inestabilidad?

Vamos a definir una escala que nos diga qué inestable es nuestro vehículo. Esto va a ser mediante los parámetros: ζ y η que mostramos a continuación.

10.6.1. Parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia.

Definimos ζ como:

ζ **=parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia** en los ángulos de asiento (θ), balance (ϕ) o guiñada (ψ) (estos ángulos en grados).

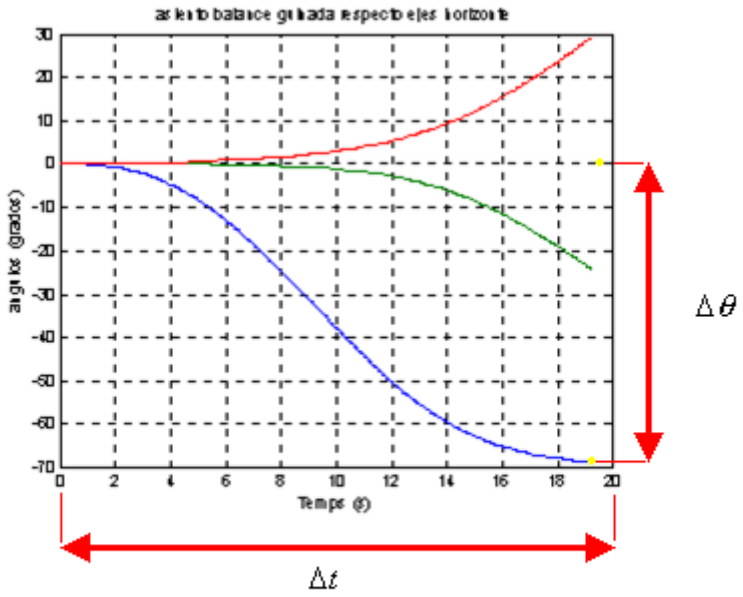


Figura 55

Para su obtención calculamos el cociente entre el máximo valor de los ángulos de asiento balance y cabezada alcanzado en un tiempo determinado, dividido por ese tiempo adimensionalizado, como aparece en la figura anterior.

$$\zeta = \frac{\Delta\theta}{\Delta\tau} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \cdot \frac{v_o}{g} \qquad \textbf{(154}$$

$$\tau = t \cdot g \Big/ v_o \qquad \textbf{(155}$$

Donde:

τ : tiempo adimensional.

v_o : velocidad inicial del movimiento.

Con este parámetro se muestra lo que se entiende por un movimiento inestable, los valores de los ángulos de asiento, balance y guiñada ha superado unos límites razonables que podemos establecer a priori. Cuanto más alto es ζ , más inestable es el movimiento.

10.6.2. Parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular.

Definimos η como:

η =**parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo**, balance, cabezada y guiñada ($\dot{p}$, $\dot{q}$, $\dot{r}$) (estas aceleraciones en grados/seg ^{2})

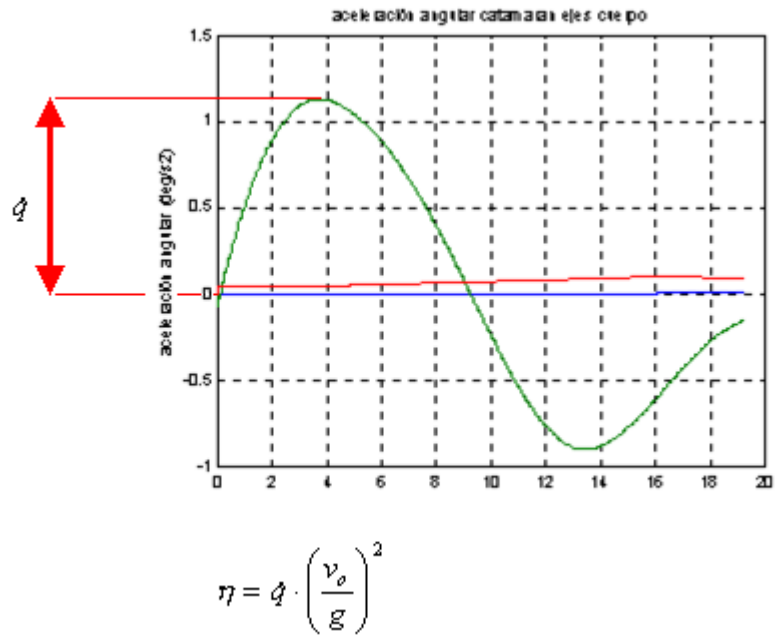


Figura 56

Para su obtención, adimensionalizamos el mayor valor de las aceleraciones angulares en ejes cuerpo, balance, cabezada y guiñada alcanzado en un intervalo de tiempo determinado, con el tiempo adimensionalizado, como aparece en la figura anterior.

$$\eta = q \cdot \left(\frac{v_o}{g}\right)^2 \qquad \textbf{(156}$$

Se observa fácilmente que el parámetro parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo η definido aquí por nosotros, indica lo alejados que estamos del criterio de estabilidad para dirigibles seguido por A.F Zahm (13), donde se exigía un valor nulo para este parámetro en condiciones de estabilidad. Cuanto más grande es este valor, más inestable es el vehículo.

1. A.F. Zahm, R.H. Smith, and F.A. Louden. "Forces on Elliptic Cylinders in Uniform Air Stream". Report NACA Nº.289. Aerodynamical Laboratory, Bureau of Construction and Repair, U.S. Navy.
2. A.F. Zahm, R.H. Smith, and F.A. Louden. "Air Forces, Moments, and Damping on Model Fleet Airship Shenandoah". Report NACA Nº.215. Aerodynamical Laboratory, Bureau of Construction and Repair, U.S. Navy.
3. Peter John Coxon. "System Identification of Submarine Hydrodynamic Coefficients from Simple Full Scale Trials" Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, June 1989.
4. A. Kapteyn "Principle of the Boerner Airship" From Premier Congres International de la Navigation Aerienne, Paris, November, 1921, Vol. II.
5. I.G. Recant and Arthut R. Walace. "Wind-Tunnel Investigation of Effect of Yaw on Lateral-Stability Characteristics IV-Symmetrically Tapered Wing with a Circular Fuselage Having a Wedge-Shaped Rear and a Vertical Tail". National Advisory Committee for Aeronautics. March 1942. Advanced Restricted Report March 1942. Langley Memorial Aeronautical Laboratory Langley Field, VA.

6. Arthur R. Wallace and Thomas R. Turner. "Wind-Tunnel Investigation of Effect of Yaw on Lateral-Stability Characteristics V-Symmetrically Tapered Wing with a Circular Fuselage Having a Horizontal and Vertical Tail". National Advisory Committee for Aeronautics. Report. Advanced Restricted Report 3F23. Langley Memorial Aeronautical Laboratory Langley Field, VA. 1943.
7. Harry J. Goett, Roy Jackson, and Steven E. Belsley. "Wind-Tunnel Procedure for Determination of Critical Stability and Control Characteristics of Airplanes". Report NACA Nº.781. Ames Aeronautical Laboratory. National Advisory Committee for Aeronautics, Moffet Field, Calif. 1944.
8. Ira H. Abbott. "Airship Model Tests in the Variable Density Wind". Report NACA Nº.394. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, National Advisory Committee for Aeronautics, Langley Field, VA. 1931.
9. Walter S. Diehl. "The Mean Aerodynamic Chord and the Aerodynamic Center of a Tapered Wing". Report NACA Nº751, National Advisory Committee for Aeronautics. 1942.
10. F. W. Lanchester. "Aerodonetics". Constable & Company, Ltd London, 1908.
11. T. V Karman m. A. Biot. "Métodos Matemáticos en Ingeniería". INTA. Madrid 1960.
12. S.A. Clevenson, E. Widmayer, and Franklin W. Diederich. "An Exploratory Investigation of some Types of Aerolastic Instability of Open and Closed Bodies of Revolution Mounted on Slender Struts". National Advisory Committee for Aeronautics. Technical Note 3308. Memorial Aeronautical Laboratory Langley Field, VA. 1954.
13. Zahm, A.F. "Stability Equations for Airship Hulls". Report NACA Nº.212, Navy Department, U.S. Navy. 1926.
14. Theodorsen T. "General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter". Report NACA Nº.496. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, National Advisory Committee for Aeronautics, Langley Field, VA. 1935.

CAPITULO 11. Cálculo de los coeficientes de fuerzas y momentos de forma analítica con el empleo de las masas añadidas. Método potencial.

11.1. Hipótesis del movimiento.

En primera aproximación el flujo de agua alrededor del vehículo se puede suponer que sigue leyes de un fluido perfecto, sin viscosidad, e incompresible con ausencia de vorticidad.

Efectivamente, en flujo estacionario, según la paradoja de D'Alembert, no hay ningún tipo de resistencia. Esto tiene una explicación física evidente, si no hay aceleración, no hay ninguna fuerza necesaria para mantener el movimiento. El cuerpo no experimenta ninguna resistencia desde el momento en que no se supone ninguna disipación de energía. En la parte de análisis dimensional, en el estudio de resistencias, vimos que si la viscosidad no aparece en las Ecuaciones de Navier Stokes y por tanto la velocidad deriva de un potencial, las líneas de corriente siguen superficies equipotenciales y al ser uniforme la distribución de velocidades, no aparecen gradientes de presión sobre el cuerpo y por tanto tampoco fuerzas. (Paradoja de D'Alembert).

Realmente en proa hay efectos viscosos en la capa límite, que no consideramos y nos contentamos con la aplicación de la teoría potencial al rededor del cuerpo. En la popa hay disipación turbulenta con lo que eso implica, efectos de mezcla turbulenta que son mayores que los de viscosidad. Si se considerara este fenómeno habría que emplear coeficientes de viscosidad turbulenta en esa zona. Eso lo haremos en el siguiente capítulo, aquí nos contentamos con aplicar la teoría potencial a todo el cuerpo.

Desde el momento en que suponemos que el vehículo se mueve en un fluido libre de viscosidad y sin efectos turbulentos, esta energía no se disipa sino que acompaña al cuerpo en su movimiento siendo transportada de porción en porción del fluido mientras el vehículo se mueve a través del mismo. El cuerpo, de este modo, en un movimiento estacionario viene acompañado también de una configuración estacionaria en el fluido que sólo cambia cuando cambia el movimiento del cuerpo. Esto se trató en la contribución de la masa añadida a la resistencia del cuerpo. Sólo cuando hay aceleraciones es cuando aparece ésta en el fluido. De este modo en el movimiento uniforme del vehículo en el seno del fluido, no aparecería ningún tipo de fuerza ni momento sobre el avance, y por tanto, según esta teoría sería imposible el cálculo de ninguna resistencia, sustentación o momento empleando teoría puramente potencial y en ausencia de efectos viscosos.

Cuando la velocidad del vehículo aumenta una cantidad, la velocidad de todas las porciones de dicho fluido se incrementan proporcionalmente, se ha supuesto fluido incompresible, así, la energía cinética que acompaña al movimiento del fluido permanece proporcional a la energía del cuerpo en movimiento sumergido en este.

Puede parecer extraño que en un movimiento estacionario para un fluido ideal sin viscosidad, aparezcan resultantes y momentos cuando según la paradoja D'Alembert, no es así. Eso es debido a que aunque en el cómputo de fuerzas no se consideran los términos viscosos, sí que existe una circulación sobre el cuerpo. En la práctica, esta circulación tiene origen en la viscosidad, que en la realidad siempre existe y que despreciamos, salvo este efecto (la circulación). Nos olvidamos de la "genealogía" de la circulación, que es la viscosidad y aplicamos la circulación.

Al ser $Re >> 1$, se puede considerar viscosidad despreciable salvo en la capa límite que suponemos muy pequeña. El fluido, aunque no es ideal, se comprota como tal salvo en la capa límite. A este líquido ideal le añadimos el efecto de la circulación comentado antes.

Cuando la cantidad de movimiento impartida en el fluido que rodea un cuerpo en una traslación, es paralela al movimiento del cuerpo, el efecto del fluido en el movimiento del cuerpo en esta dirección se traduce en una masa añadida en esta dirección.

En ese caso, si no hay una aceleración o giro, el cuerpo no experimenta ninguna resistencia, algo lógico al no haber disipación de energía. Lo mismo puede ocurrir con un cuerpo en rotación donde el cuerpo posee un momento de inercia añadido. Sin embargo, se verá mas adelante, a veces la dirección de la cantidad de movimiento aplicada alrededor del fluido que rodea al vehículo no coincide con la dirección del movimiento del cuerpo sino que posee una componente lateral. El cuerpo en general posee diferentes masas añadidas con respecto a los movimientos en las distintas direcciones, haciendo que la respuesta de un cuerpo rodeado por un fluido perfecto sea distinta a la del mismo cuerpo en el vacío. En este caso aun siendo movimiento estacionario no se cumple al paradoja de D'Alembert. Esta no coincidencia entre la velocidad de avance del cuerpo y la de la cantidad de movimiento aplicada al fluido implica la existencia de una circulación sobre el cuerpo, apareciendo a ambos lados del cuerpo unas calles de torbellinos que modifican la cantidad de movimiento del fluido circundante (nuestro vehículo es tridimensional).

Por tanto en estos casos, se pueden calcular los coeficientes de momentos y fuerzas de forma analítica y despreciando los términos viscosos en el rozamiento y cómputo de fuerzas y momentos aunque no los efectos de esa viscosidad, la circulación, para el movimiento de un cuerpo en un fluido ideal.

Munk hizo cálculos tanto para las fuerzas como para los momentos aplicados sobre dirigibles a partir de movimientos estacionarios a velocidades constantes y despreciando los efectos viscosos utilizando unos términos "de presiones impulsivas", "resultantes de fuerzas impulsivas" y "cantidades de movimiento impulsivas" (1). Estas simplificaciones, sin embargo, nos alejan de la realidad exacta. Este alejamiento dependerá así de la magnitud de las fuerzas producida por las perturbaciones en el fluido causadas por la viscosidad con la consiguiente producción de vórtices en el fluido. Si estas fuerzas son pequeñas en comparación con las originadas por los efectos de un flujo irrotacional y perfecto la simplificación hecha se acercará más a la realidad y por tanto a las condiciones reales de navegación del vehículo.

El movimiento del vehículo a través del fluido viene acompañado no sólo por la energía cinética de su propio movimiento, sino del movimiento del fluido al que también empuja y desplaza.

Si el movimiento del vehículo sumergido cambia, el movimiento del fluido acompañante cambia y la energía cinética adicional correspondiente también cambia, aunque la velocidad permanece constante.

11.2. Transferencia lateral de la cantidad de movimiento.

Dada una configuración A_1 de un volumen fluido que posee una cantidad de movimiento *M* en una dirección determinada. Para pasar de la configuración A_1 a la configuración A_2, idéntica a la A_1 desplazada una distancia d en la dirección θ mostrada en la siguiente figura (obtenida de L.B. Tuckerman (2)).

Es necesario aplicar una componente negativa *–M* en el fluido, en A_1 y otra componente positiva *+ M* al fluido en A_2. Esto no es otra cosa que aplicar el incremento de momento cinético $M \cdot d \cdot sen\theta$ sobre nuestro fluido. Si, en lugar de una aplicación instantánea del momento cinético se hace de forma continua durante un tiempo t, suponiendo un desplazamiento a velocidad uniforme V tenemos que $d = V \cdot t$ y la aplicación del momento cinético $M \cdot d \cdot sen\theta$ se debe al momento de fuerzas:

$$T = M \cdot V \cdot sen\theta \qquad \textbf{(157}$$

actuando durante un tiempo t

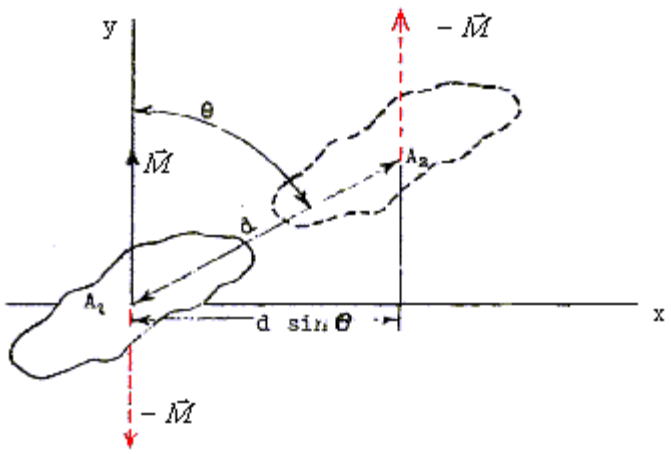


Figura 57

En este estudio Tuckerman (2) considera el sistema A_1 con una cantidad de movimiento en la dirección del eje Y, para el paso a la configuración A_2, se ha aplicado un momento $T = M \cdot V \cdot sen\theta$ que produce la variación del momento cinético, que se traduce en un desplazamiento lateral de la masa de la configuración A_1 a la A_2 así como de la cantidad de movimiento.

Efectivamente, aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\left(m \cdot \vec{V}\right)}{dt} \qquad \textbf{(158}$$

que para un Δt se traduce en:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{\Delta\left(m \cdot \vec{V}\right)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{M}}{\Delta t} \qquad \textbf{(159}$$

donde $\vec{M}$ es la cantidad de movimiento.

Aplicando la ecuación del momento cinético:

$$\Sigma \vec{M}_{Fuerzas.ext} = \frac{d\vec{h}}{dt} = \frac{d\left(\vec{r} \otimes m \cdot \vec{V}\right)}{dt} \qquad \textbf{(160}$$

que para un Δt se traduce en:

$$\Sigma \vec{M}_{Fuerzas.ext} = \frac{\Delta \vec{h}}{\Delta t} = \frac{\Delta\left(\vec{r} \otimes m \cdot \vec{V}\right)}{\Delta t} = \frac{\Delta\left(\vec{r} \otimes \vec{M}\right)}{\Delta t} \qquad \textbf{(161}$$

Tomando momentos en el origen de ordenadas, el incremento de momento cinético entre la situación inicial la final es:

$$\vec{h}_1 = \vec{r} \otimes m \cdot \vec{V}_1 = \vec{r} \otimes \vec{M} = M \cdot 0 = 0 \qquad \textbf{(162}$$

$$\vec{h}_2 = \vec{r} \otimes m \cdot \vec{V}_2 = \vec{r} \otimes \vec{M} = M \cdot d \cdot \operatorname{sen}\theta \qquad \textbf{(163}$$

$$\Delta\vec{h} = \vec{h}_2 - \vec{h}_1 = \vec{h}_2 = \vec{r} \otimes m \cdot \vec{V}_2 = \vec{r} \otimes \vec{M} = M \cdot d \cdot \operatorname{sen}\theta \qquad \textbf{(164}$$

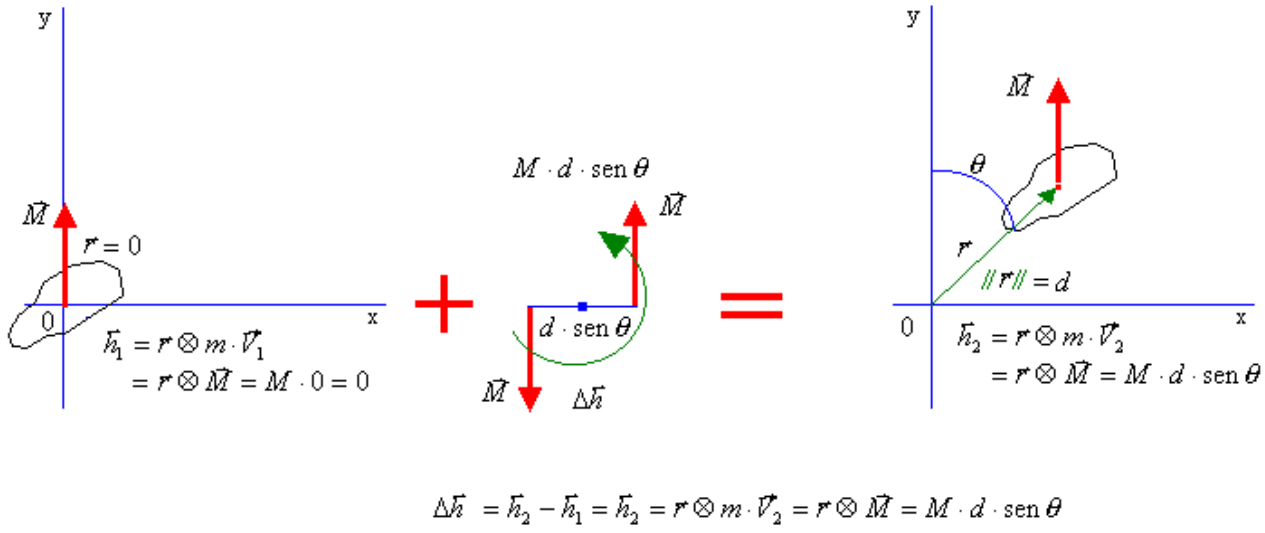


Figura 58

Esta variación del momento cinético como se muestra en la figura anterior, durante un tiempo Δt se convierte en el momento de fuerzas:

$$\vec{T} = \frac{M \cdot d \cdot \operatorname{sen}\theta}{\Delta t} \qquad \textbf{(165}$$

De este modo, todo desplazamiento lateral del fluido implica una variación en el momento cinético de éste.

Considerando $d = V \cdot t$, llegamos a la misma expresión de Tuckerman (2), $T = M \cdot V \cdot \operatorname{sen}\theta$.

La cantidad de movimiento de un fluido en movimiento y la de un sólido rígido no se comportan de la misma forma. En un sólido, la cantidad de movimiento resultante permanece en la dirección de su movimiento. La dirección de la resultante de la cantidad de movimiento de un fluido no coincide necesariamente con la dirección del movimiento de la configuración. Si $T = 0$ entonces $\theta = 0$ y la resultante de la cantidad de movimiento coincide con la dirección de la velocidad del sólido. Sin embargo, cuando se produce el desplazamiento lateral del fluido, acaba surgiendo una diferencia entre la dirección de la velocidad de avance del vehículo y la cantidad de movimiento impresa al fluido.

Siempre que no haya resultante de momentos y fuerzas, la cantidad de movimiento del sistema coincidirá en dirección con la velocidad del sólido, en ese caso, con las tres direcciones perpendiculares consideradas arriba, la cantidad de movimiento del fluido toma la forma:

$$\begin{aligned} M_x &= \rho \cdot K_x \cdot V_x \\ M_y &= \rho \cdot K_y \cdot V_y \\ M_z &= \rho \cdot K_z \cdot V_z \end{aligned} \qquad \textbf{(166}$$

Siendo la cantidad de movimiento de cualquier traslación la resultante de estas tres componentes, con $\rho \cdot K_x$, $\rho \cdot K_y$ y $\rho \cdot K_z$ son las masas añadidas correspondientes a esas direcciones como se indicó líneas arriba.

En general, la resultante de la cantidad de movimiento no coincidirá con la dirección de la velocidad del cuerpo, se necesita entonces un momento de resultante $T = M \cdot V \cdot sen\theta$ aplicado sobre el cuerpo para mantener un movimiento uniforme de traslación, como se muestra en la figura anterior.

Esta no coincidencia de dirección esconde los efectos viscosos de un fluido supuesto incompresible e ideal que trataremos más adelante.

Este momento se puede calcular, aplicando ecuaciones de Mecánica Analítica, a partir de la expresión de la energía del fluido:

$$\frac{\delta E_{C.Flluido}}{\delta \theta} = T \qquad \textbf{(167}$$

que son los momentos ejercidos sobre el fluido en la traslación. Otra forma del cálculo de estos momentos, como se ha escrito antes es a partir de la expresión $T = M \cdot V \cdot sen\theta$ donde $M \cdot V \cdot \text{sen}\,\theta$ es la componente transversal de la cantidad de movimiento.

El cálculo de los coeficientes K_x, K_y y K_z (volúmenes añadidos) resuelve así el problema de la cantidad de movimiento total necesaria para mantener la traslación ante cualquier ángulo de ataque o guiñada. Por lo tanto, a partir de la fórmula $T = M \cdot V \cdot \text{sen}\,\theta$ vamos a desarrollar toda una teoría para la obtención de los coeficientes de fuerzas y momentos hidrodinámicos, como se ha apuntado antes, en esta fórmula está implícita la circulación alrededor del vehículo.

11.3. Generación de la circulación en el movimiento del fluido.

11.3.1. Problema bidimensional.

La explicación física de la diferencia entre las direcciones de la cantidad de movimiento del fluido y la velocidad del propio cuerpo, reside en la generación de torbellinos en el contorno y la estela del cuerpo.

Efectivamente, al obligar al cumplimiento del contorno geométrico a las líneas equipotenciales (como exige la teoría potencial), incluyendo los bordes de ataque y salida de un cuerpo determinado, en el movimiento potencial bidimensional de líquidos ideales se obtiene la configuración:

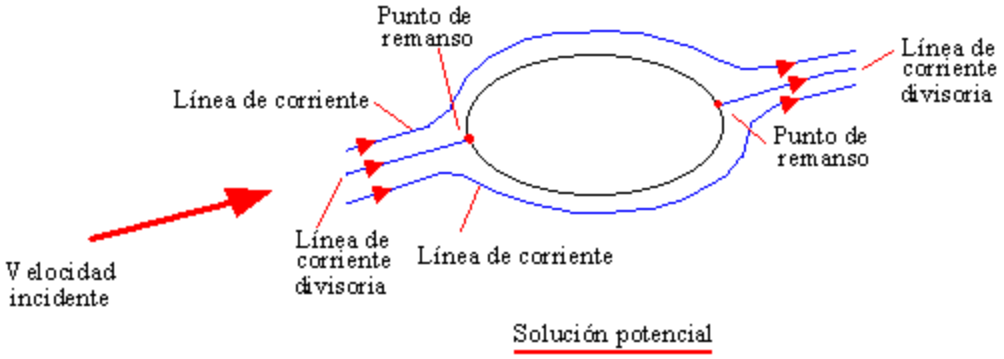


Figura 59

Esta solución dada sin viscosidad era muy poco realista.

La realidad es muy distinta, por los efectos viscosos en el fluido real, existe una capa límite que cumple la condición de contorno de velocidad nula para la parte de éste en contacto con la pared. Pasadas las partes de mayor espesor del cuerpo, cerca de la pared, la capa límite no puede aguantar los gradientes de presión tan adversos que aparecen, y, por efectos viscosos, se desprende. Efectivamente, la difusión estabiliza, tiende a eliminar las diferencias en un perfil de velocidades, pero la introducción de la viscosidad aumenta la inestabilidad de la capa límite y hace que se desprenda. Esta situación se adjunta en la siguiente figura:

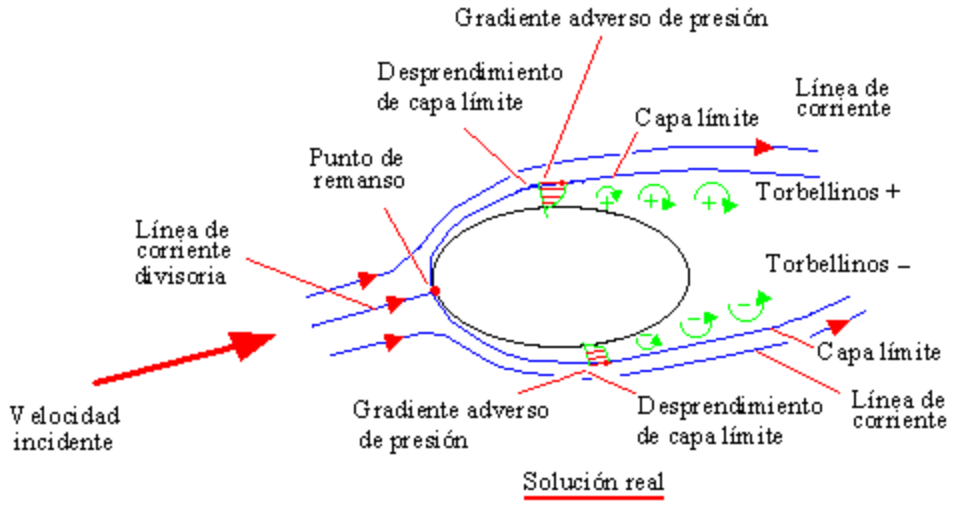


Figura 60

De este modo los torbellinos producidos se alejan del cuerpo aguas abajo.

Para que se cumpla la condición de irrotacionalidad de fluido ideal, la vorticidad neta desprendida deberá ser nula. Si en el intradós del cuerpo se produce mayor vorticidad, en el resto del fluido deberá aparecer otra que la contrarreste.

Si el cuerpo anterior se convierte en perfil bidimensional, en el borde de salida para la solución potencial existe un gradiente de presiones muy adverso y en la realidad, los efectos viscosos hacen que se desprenda la capa límite. Este desprendimiento genera torbellinos y por tanto vorticidad en la estela, se desprende el fluido tanto por arriba como por abajo. Si el perfil tiene curvatura, se desprenden más torbellinos por bajo que por arriba. Como reacción a esa vorticidad aparece una vorticidad de sentido contrario sobre el perfil, es decir una circulación sobre el perfil. Al estar el punto de remanso separado del borde de salida los torbellinos desprendidos son más elevados que si estuviera más a popa. En el estado transitorio el punto de remanso se va retrasando, por la circulación, hacia popa produciéndose menos torbellinos y, por tanto, menor circulación hasta que se cumple la condición de Kutta con velocidad nula a la salida (en el borde de salida) y el torbellino producido marchándose aguas abajo hacia el infinito, estando entonces en la solución estacionaria. En la solución estacionaria, queda el punto de remanso en el borde de salida una circulación alrededor del perfil y un torbellino alejado en el infinito. En esta configuración estacionaria se mantiene la circulación constante mientras el torbellino se aleja al infinito y no se forman más torbellinos en la estela, de este modo la vorticidad total del fluido es nula, la del torbellino en el infinito y la que está alrededor del perfil. Si cambia la configuración del perfil, se adelanta el punto de remanso de popa, se generan más torbellinos y por tanto, como reacción, mayor circulación hasta que esta circulación vuelve a retrasar el punto de remanso a popa y manda los torbellinos producidos al infinito.

En la siguiente figura se muestra el proceso:

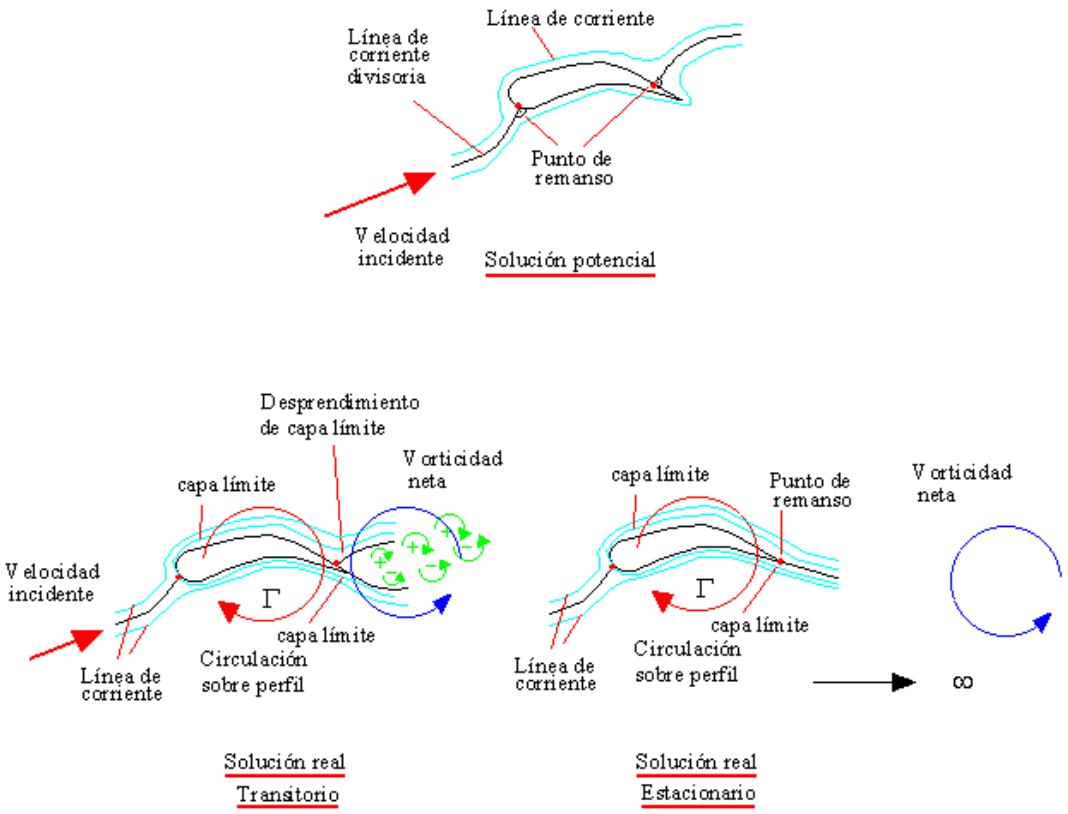


Figura 61

Según se apuntó antes, si la configuración hidrodinámica-aerodinámica cambia, también cambia la circulación y vuelven a producirse torbellinos cerca del borde de salida hasta que se llega a una situación estacionaria. Esto puede ocurrir por un cambio repentino de ángulo de ataque. A continuación mostramos la evolución a la situación estacionaria.

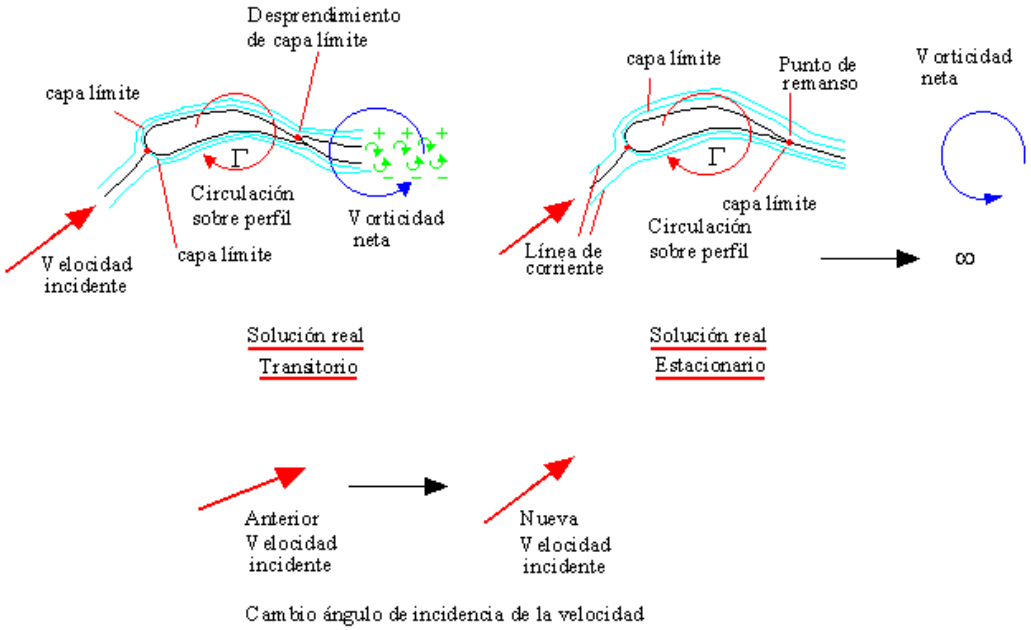


Figura 62

Como puede verse, la solución real, o una muy próxima, se consigue añadiendo a la solución potencial la circulación Γ. Con esta circulación se obliga de algún modo a que la solución sea más realista, y como hemos visto, tiene su explicación física. Considerando la circulación ya no se cumple la Paradoja de D'Alembert sino que aparecen fuerzas de sustentación y resistencia. Se verifica, de este modo, la hipótesis de Kutta, la circulación es la adecuada para que el punto de remanso posterior se encuentre en el borde de salida.

La sustentación sobre el perfil es función de ese valor, como se indica en (7), Ashley & Landahl.

$$L = \rho \cdot U_{\infty} \cdot \Gamma \qquad \text{(fórmula de Kutta)} \qquad \textbf{(168}$$

11.3.2. Problema tridimensional.

Alas largas.

En el caso tridimensional, la situación se complica y no es tan sencilla la configuración de circulaciones.

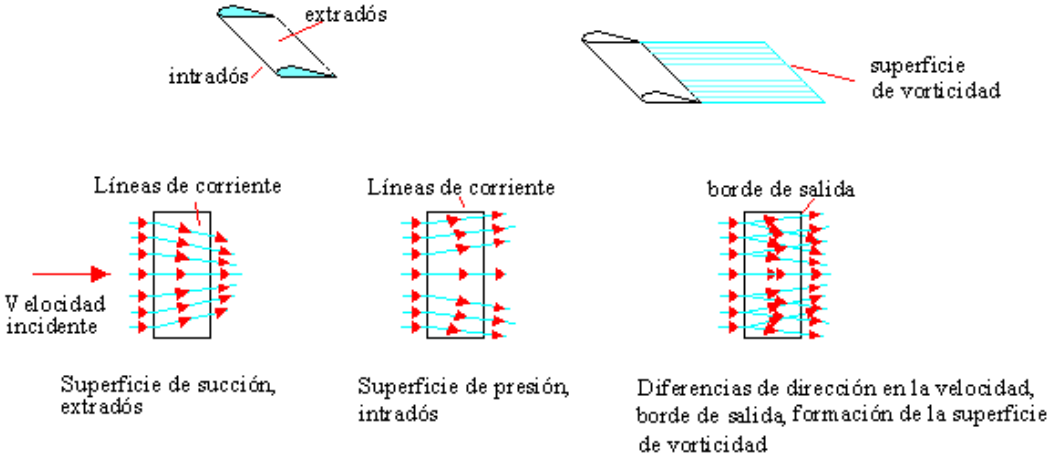


Figura 63

La sustentación total es la suma de la sustentación de cada uno de los pequeños perfiles que forman el cuerpo, en la figura anterior un ala. Sin embargo a la salida de este ala se forma una superficie de vorticidad originada por las distintas direcciones de velocidad en las líneas de corriente incidentes en las dos corrientes, la que pasa por el extradós y el intradós. Esta superficie de vorticidad forma la estela.

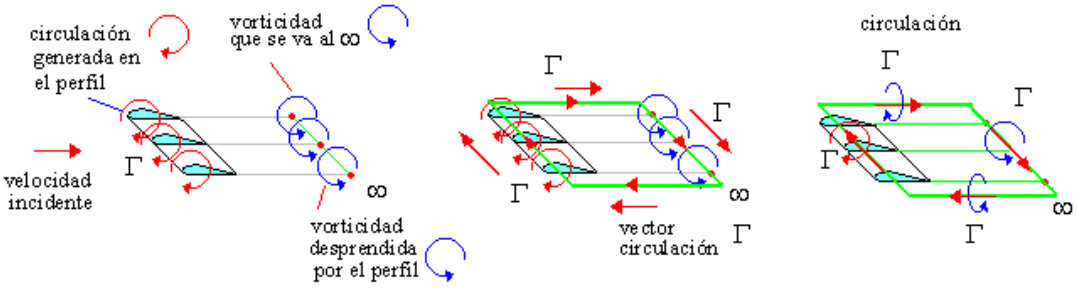


Figura 64

Suponiendo un ala plana compuesta por tres perfiles, en la generación de la vorticidad que se va al ∞ surge la circulación Γ sobre los perfiles y un transporte de circulación por los lados del ala hasta el ∞ de modo que la circulación total es nula, así se garantiza la irrotacionalidad del fluido. En la anterior figura se describe la situación en la que se llega a un vector circulación de valor Γ.

Las líneas de vorticidad no pueden terminar en el fluido, la superficie de vorticidad termina en la línea de vorticidad que se va al ∞.

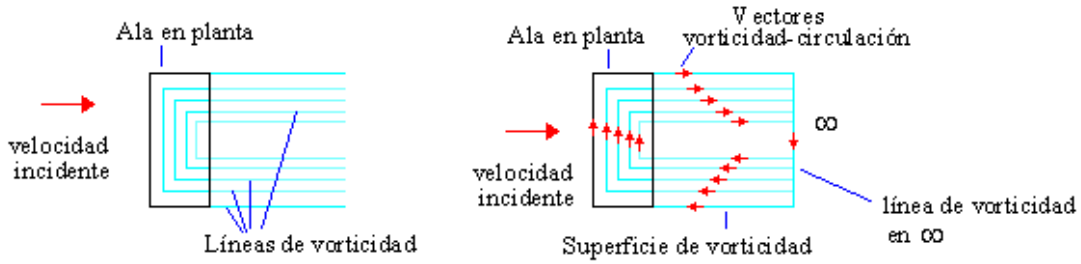


Figura 65

Es fácil ver que la condición de Kutta-Joukowsky de flujo hacia el exterior es equivalente al requerimiento de que las líneas de vorticidad giren suavemente en la dirección de la corriente mientras pasan a lo largo del borde de la estela.

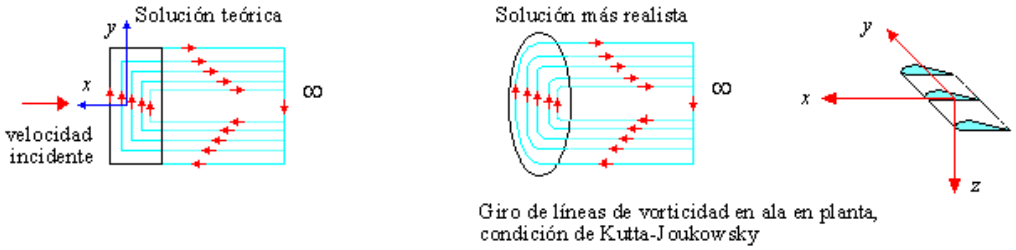


Figura 66

En los puntos lejanos de la corriente aguas abajo, el movimiento producido por los vórtices llega a convertirse en bidimensional, en los planos *y,z* siendo independiente de *x*, en un plano llamado de Trefftz.

Aunque la estela se supone permanece plana, de acuerdo con las hipótesis de pequeñas perturbaciones de tercer orden, hay un enrollamiento y un desplazamiento hacia abajo, Spreiter y Sacks (8).



Figura 67

Veamos el efecto que llega a la estela, es un problema en el que el efecto dominante es el antisimétrico, sólo llegan los torbellinos. En bidimensional no había efectos de velocidad inducida sobre el perfil pues el torbellino se ha alejado aguas abajo y el ala se supone infinita. En el caso tridimensional no es así, la estela arrastrada con vorticidades es entonces inestable y no puede durar mucho recorrido, tiende a enrollarse como una hoja de papel y los filamentos de vorticidad giran alrededor de ellos mismos como los hilos de un cabo. De este modo, a una distancia suficiente del ala, una sección de la estela por un plano perpendicular al eje *x* mostrará dos vórtices cilíndricos cuya separación es menor que la envergadura del ala. Estos vórtices que se ven en los extremos de las alas de los aviones son la causa de la resistencia

inducida también conocidos como vórtices de punta de ala. Las líneas de vorticidad se acaban juntando en dos líneas de estela y a ambos lados del cuerpo, en nuestro caso el ala.

La aparición de estos torbellinos en la estela y a ambos lados del ala tiene su interpretación física, si no hubiera esa perturbación en el espacio por la continuidad del fluido, las diferencias de presión entre intradós y extradós harían saltar el fluido de un lado a otro desapareciendo esa diferencia de presiones y, por tanto, la sustentación.

El alargamiento de la estela debe aumentar la energía de la misma, así esta energía debe aplicarse al sistema. Es necesaria entonces una fuerza de tracción para mantener el movimiento. La resistencia que estamos venciendo es la resistencia inducida.

Los cálculos de sustentación y resistencia se complican.

$$L = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} l(y) \cdot dy = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} U_\infty \cdot \rho_\infty \cdot \Gamma(y) \cdot dy \qquad \textbf{(169}$$

Expresión obtenida de la integración a lo largo del ala de cada uno de los perfiles, con *b* la envergadura del ala.

$$D_i = -\frac{\rho_\infty}{4\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left(d\Gamma(y)/dy\right) \cdot \left(d\Gamma(y)/dy_1\right) \cdot \ln\left|y - y_1\right| \cdot dy_1 . dy \qquad \textbf{(170}$$

Expresión obtenida de igualar el trabajo con la energía cinética, esta última a partir del potencial de velocidades. Es fácil ver lo complicado que puede ser el uso de estas ecuaciones para nuestro vehículo.

La ecuación anterior de resistencia es la inducida, la formada por el efecto de los torbellinos en los lados y estela del cuerpo. Faltaría contabilizar la resistencia de forma, que se consideraría originada por el desprendimiento de la capa límite en algunas partes del cuerpo y que por tanto origina desigualdad de presiones en a parte de proa y popa así como la resistencia de fricción, por los efectos viscosos, proporcional a la velocidad y a la superficie en contacto con el fluido. Estas dos últimas resistencias no las consideramos aquí, ya que estamos en el caso de teoría potencial y fluido irrotacional. Se supone que no hay desprendimiento de capa límite ni fuerzas viscosas en el cómputo de las fuerzas, lo que sí que se consideran son los efectos de la viscosidad en la aparición de circulación y torbellinos o vórtices en la estela y a ambos lados del cuerpo, una vez que se considera la aparición de dicha circulación no se contabiliza la viscosidad en ninguna otra parte.

En definitiva no se considera la viscosidad en el cómputo de fuerzas, pero sí sus efectos sobre el comportamiento del fluido. En las alas largas casi toda la resistencia es inducida, algo similar ocurre con los cuerpos elípticos de gran esbeltez en los que la resistencia de presiones o de forma es muy pequeña al no haber apenas desprendimiento de capa límite y la viscosa no demasiado elevada. Según algunos estudios el coeficiente de esbeltez ideal es 5 donde la resistencia de fricción aún no ha aumentado mucho, conforme el coeficiente de esbeltez es mayor, mayor es la fricción, como es natural, y la de presiones es relativamente baja. Conforme el coeficiente de esbeltez disminuye la resistencia de fricción aumenta, el cuerpo es más chato y se producen mayores desprendimientos de capa límite cerca de la estela lo que origina la diferencia de presiones.

Catamarán.

Para el caso de nuestro vehículo, un cuerpo con cierta esbeltez y tridimensional, la solución potencial tampoco es creíble. En el caso real tiene lugar un desprendimiento análogo al de las alas y por tanto la consiguiente generación de torbellinos en la estela, los bordes del cuerpo en forma de ramas inducidas contrarrotatorias y circulación en el cuerpo.

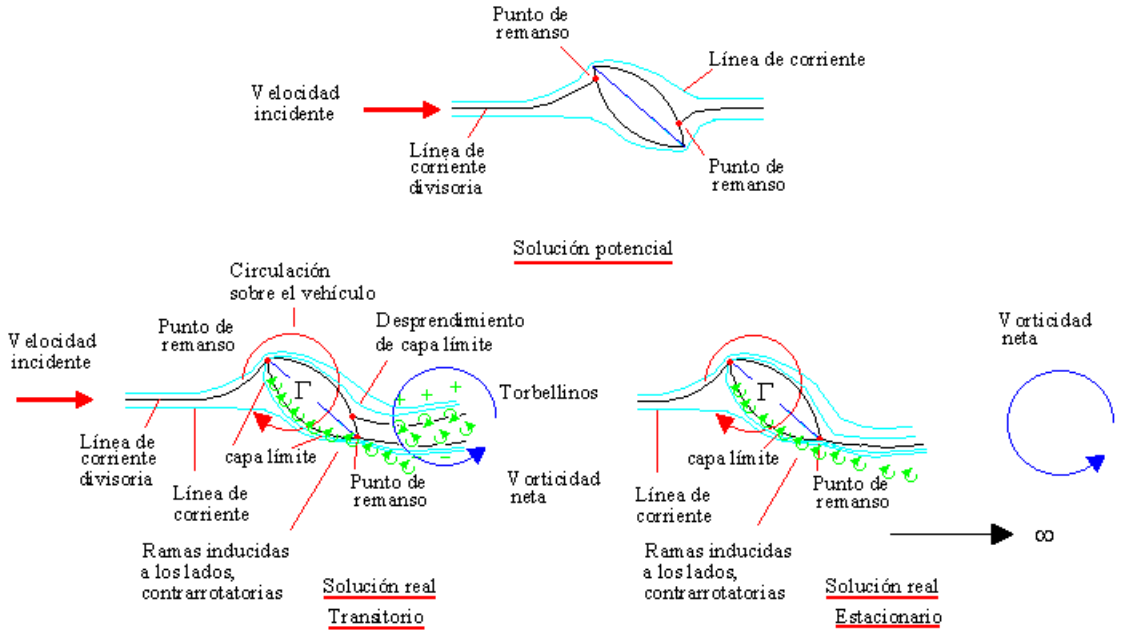


Figura 68

Debido a los efectos viscosos, en el transitorio, se produce desprendimiento de la capa límite cerca del borde de salida del cuerpo y en definitiva se genera vorticidad en el fluido y una circulación en el vehículo que se va al infinito. Además, aparecen torbellinos a ambos lados del cuerpo, en el fluido cercano. En el estado estacionario, la vorticidad del desprendimiento de la capa límite se va al infinito y queda la circulación en el perfil. Todo esto sería como en los perfiles bidimensionales pero además por los efectos tridimensionales que hemos comentado antes se forman las ramas inducidas que no desaparecen.

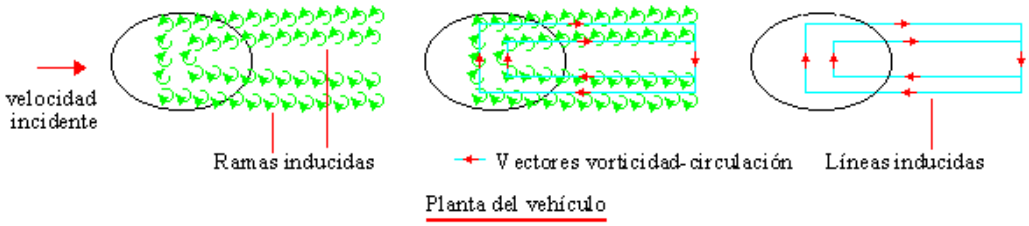


Figura 69

Como hay circulación se generan los torbellinos a los dos lados del cuerpo, contrarrotatorios y aparece la resistencia inducida.

Se producen las líneas de vorticidad como en las alas finitas así como el arrollamiento de la estela en dos cuerpos. La forma de la estela será similar a la de las alas finitas. Las líneas inducidas se juntan en dos, una a cada lado y transportan los vectores vorticidad hasta el infinito.

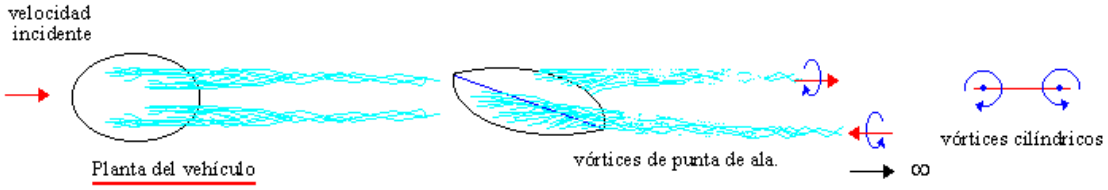


Figura 70

11.4. Transferencia lateral de la cantidad de movimiento en el catamarán.

Con la generación de estos torbellinos en el medio fluido cercano al vehículo, las ramas inducidas, se produce un incremento del momento cinético $\Delta\vec{h}$ que, como se vio en el párrafo anterior, eso se traduce en una componente lateral o transversal de la cantidad de movimiento.

De este modo aparece una componente lateral de la cantidad de movimiento en el fluido, y por tanto, la cantidad de movimiento del fluido no coincide con la del vehículo. A esta componente de la cantidad de movimiento que no posee el vehículo está asociada a al circulación sobre el vehículo y en definitiva a la sustentación y las fuerzas de resistencia sobre este. Hablar de circulación es hablar de resistencia inducida y por tanto de velocidades inducidas (variación del ángulo de ataque) o resistencia inducida que se traducen ambas en variación de la cantidad de movimiento del fluido incidente.

Aparece de este modo una transferencia lateral de la cantidad de movimiento de la masa de fluido m originada por el incremento de momento cinético $\Delta\vec{h}$ durante un tiempo t, o lo que es lo mismo, la aplicación del momento T, con $T = M \cdot V \cdot sen\theta$ en las cercanías del fluido circundante al vehículo. Se forman herraduras de torbellinos a los lados del vehículo o ramas inducidas.

Como se vio antes, según sea el sentido de giro del momento cinético, así se produce el desplazamiento lateral de la masa fluida y el momento sobre esta.

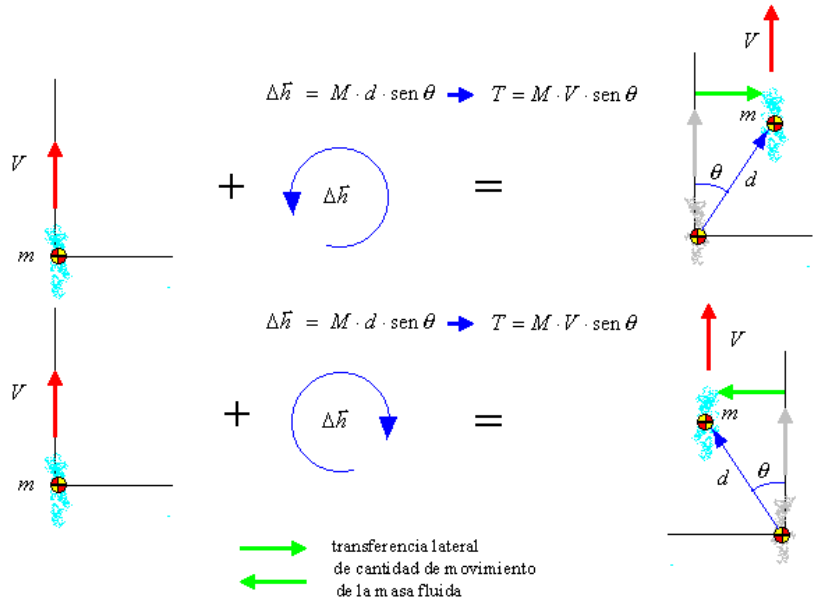


Figura 71

Esa transferencia lateral cuyas ecuaciones hemos desarrollado anteriormente, hace que la cantidad de movimiento de la masa fluida ya no sea $m \cdot V$ en la dirección de la corriente incidente sino que posee también un momento T cuya descomposición en fuerzas vamos a desarrollar más adelante.

Efectivamente, la aparición de esas ramas turbillonarias perturban la corriente incidente. El campo de velocidades incidentes se modifica localmente, que es lo mismo que decir el ángulo de ataque. El efecto del campo de velocidades es tal que aparece un incremento neto de la cantidad de movimiento de la masa fluida en la dirección perpendicular a las líneas inducidas.

Partiendo de la hipótesis de que el cuerpo tiene cierto ángulo de ataque, sino, no habría circulación, siempre habrá una componente de la velocidad incidente con dirección perpendicular a esta línea inducida. Aunque la línea inducida puede no ser del todo paralela a la línea de crujía, tampoco es perpendicular por lo que siempre habrá un ángulo de ataque de ésta con la corriente incidente sin perturbar, de ahí que siempre habrá una componente de la velocidad incidente contenida en el plano de los torbellinos, esto es, perpendicular a la línea inducida o de vórtices. Esa componente perpendicular a la línea de vórtices sufre una transferencia lateral de la cantidad de movimiento en el plano $x_b z_b$ con lo que aparece una desviación de la cantidad de movimiento del fluido sobre el vehículo total de la dirección de la corriente incidente.

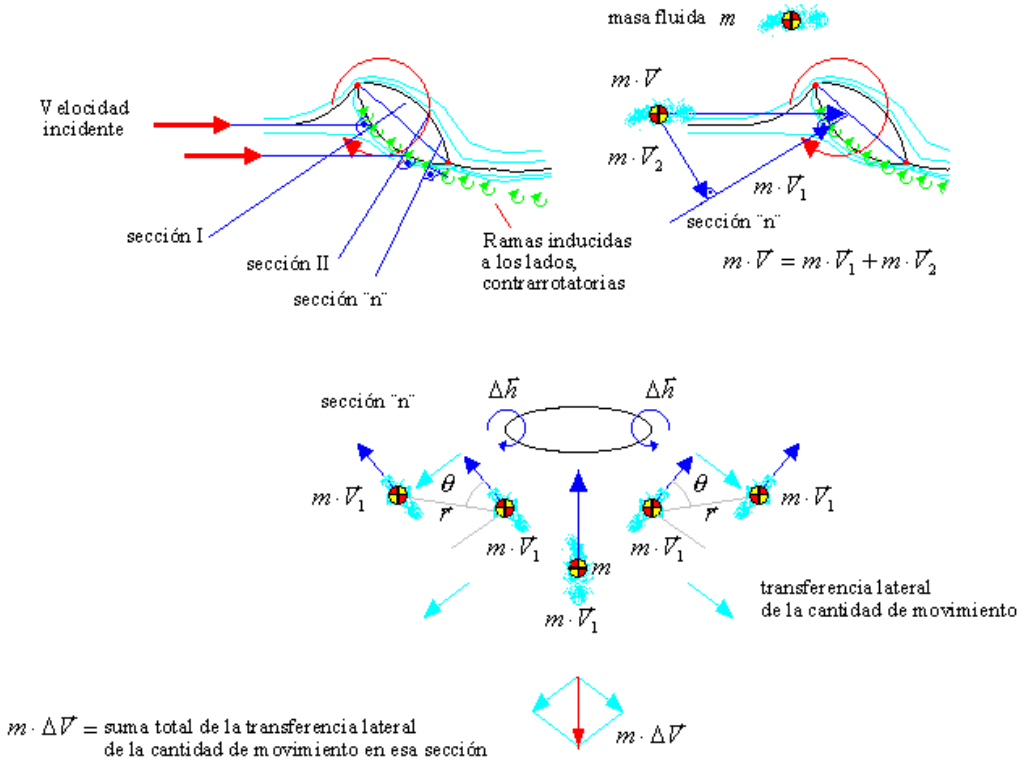


Figura 72

En la figura anterior se ha resuelto el problema sección a sección como si estas fueran bidimensionales, lo cual no es del todo cierto ya que sobre cada sección actúan también los torbellinos de otras secciones. Falta contar el efecto de la tridimensionalidad. Habría que contar el efecto de los otros torbellinos sobre la masa fluida. Si la curvatura de la línea de vorticidad no es muy grande, los efectos que no hemos considerado no son grandes. Al final, sea como sea, se vuelve al caso bidimensional, la utilización del plano de Trefftz es una simplificación para llegar al caso bidimensional.

Si se mantiene la simetría con respecto al plano que contiene la corriente incidente y el eje de simetría, incluso las contribuciones de los torbellinos de otros planos dan una componente neta de transferencia de cantidad de movimiento con dirección contenida en ese plano.

Por lo tanto, por condiciones de simetría, se produce en todas las masas fluidas un incremento de cantidad de movimiento en la dirección del plano $x_b z_b$.

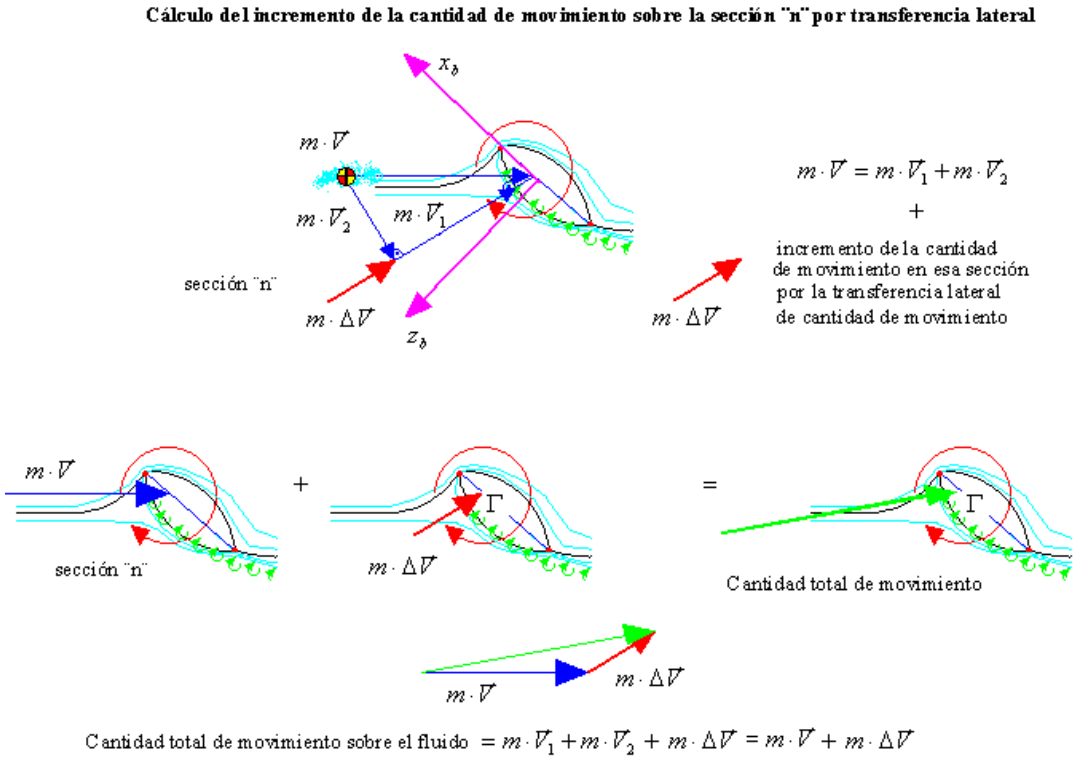


Figura 73

Todo esto se hace extensivo a las distintas secciones del vehículo.

Existe por tanto, una componente de la cantidad de movimiento del fluido en dirección perpendicular a las líneas de corriente inducidas del vehículo. De este modo ya no hay coincidencia entre la cantidad de movimiento del cuerpo considerando sólo su masa y velocidad, y la cantidad de movimiento sobre el fluido desplazado, ya que sobre este fluido también actúa la cantidad de movimiento de las líneas inducidas dejadas por el vehículo. La cantidad de movimiento que el fluido recibe del cuerpo es mucho mayor que la velocidad de dicho cuerpo por su masa, también debe arrastrar esa estela de torbellinos a ambos lados del vehículo.

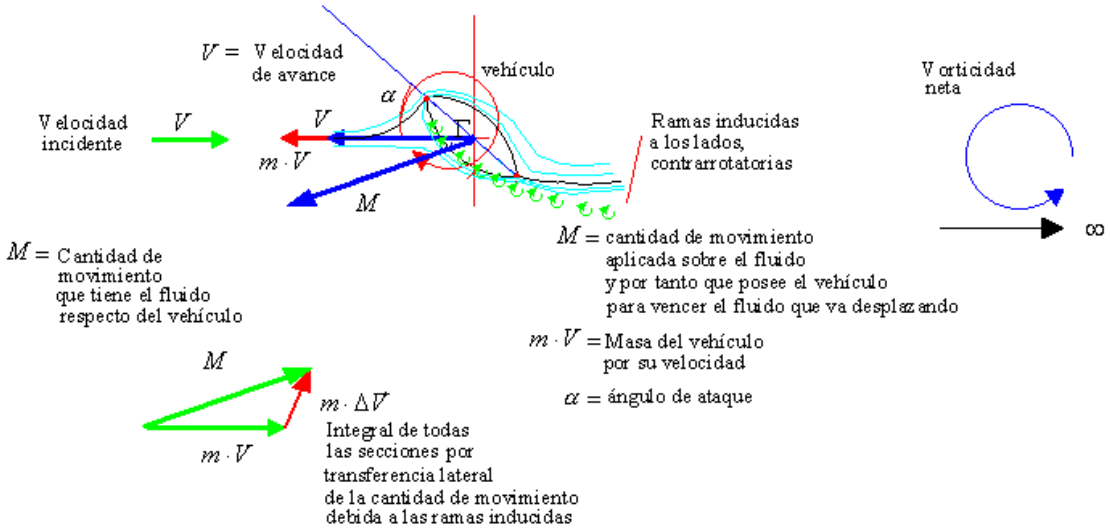


Figura 74

En definitiva, concluimos con que la dirección de la cantidad de movimiento aplicada alrededor del fluido que rodea al vehículo, no coincide con la dirección del movimiento del cuerpo sino que posee una componente lateral y ésta está originada por las ramas inducidas de torbellinos alrededor del vehículo que genera fuerzas y momentos en el mismo, siendo una de sus manifestaciones la cantidad de movimiento lateral y el momento T que nos valdrán para obtener los valores de las fuerzas y momentos aplicados sobre el vehículo y por tanto que posee el vehículo para vencer el fluido que va desplazando.

11.5. Equivalencia entre circulación y transferencia lateral de cantidad de movimiento. Solución a nuestro problema.

La aparición de cantidad de movimiento lateral y la circulación sobre el cuerpo, formación de herraduras de torbellinos, como hemos dicho antes, son condiciones equivalentes. La ventaja del empleo de la primera sobre la segunda es la facilidad de manejo de las masas añadidas en cuerpos de revolución y la dificultad del estudio de circulaciones y estelas en problemas tridimensionales.

Aquí tampoco estamos teniendo en cuenta la resistencia de forma o presión ni la de fricción, proporcional a la velocidad.

Con las masas añadidas K_1 K_2 y K_3 y el ángulo de ataque y resbalamiento, como se verá más adelante, tenemos completamente definida la hidrodinámica del vehículo, mucho más fácil que con el estudio de la circulación en cuerpos tridimensionales.

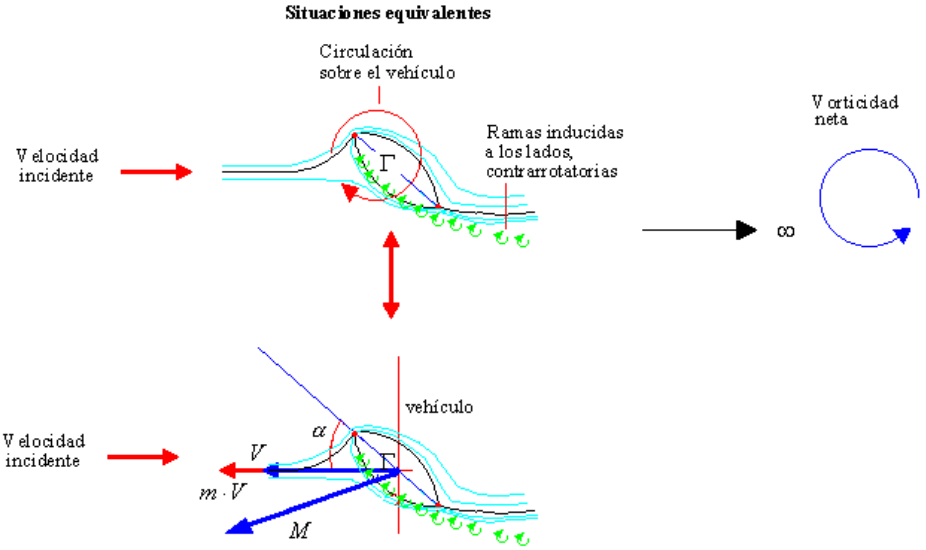


Figura 75

Efectivamente, el otro camino es harto complicado. Se podía pensar en una generalización de la teoría de perfiles hacia cuerpos de tres dimensiones. Sin embargo, el cambio de la estructura de la solución asociada a los perfiles con la dimensión adicional introduce ciertos nuevos factores en el problema con consecuencias importantes para la solución física final. A partir de una expresión general del potencial de velocidades, aplicando la condición de tangencial al cuerpo y la condición de flujo axilsimétrico a partir de la teoría de potenciales se saca la expresión del potencial de velocidades de forma muy laboriosa, una expresión interna al cuerpo y la otra exterior, siguiendo un desarrollo similar a la teoría general de Cuerpos Esbeltos de Aerodinámica de Oswatitsch and Keune (9). Este método es el que se llamó anteriormente como Teoría de Cuerpos Esbeltos y que se consideró inapropiado por no poder aplicar las simplificaciones asociadas al cociente de longitudes características ε al no ser lo suficientemente pequeño en nuestro vehículo. De este modo, nos decantamos por el empleo de las masas añadidas para la resolución de nuestro problema.

11.6. Cálculo de las fuerzas y momentos hidrodinámicos mediante masas añadidas.

Si suponemos el movimiento del cuerpo moviéndose a una velocidad constante $\vec{V}$, en el plano X,Y y $K_x = K_1$, $K_y = K_2$, con unos ejes relativos en el vehículo x, y, donde α es el ángulo de ataque, como se muestra en la figura 76, muy similar a la empleada por L.B. Tuckerman (2) , entonces:

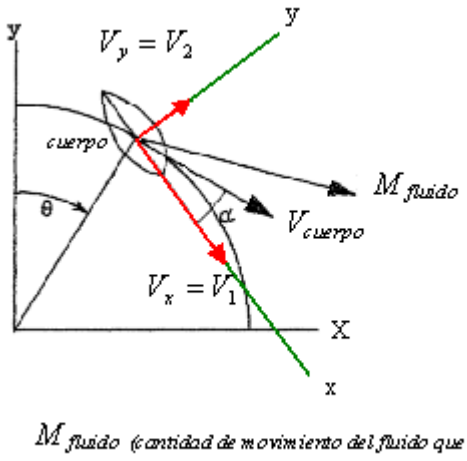


Figura 76

El cuerpo se desplaza y arrastra consigo al fluido circundante que alcanza ciertas velocidades y por tanto lleva asociada una cantidad de movimiento añadida. Partiendo del caso general en que la resultante de la cantidad de movimiento del fluido $\vec{M}$, que rodea al vehículo, no coincide con la dirección de la velocidad del cuerpo $\vec{V}$, como se ha razonado en los párrafos anteriores, y que es el caso general de movimiento del cuerpo en un fluido, la cantidad de movimiento lleva consigo las masas añadidas del volumen de fluido desplazado en su movimiento. En el dibujo se supone el eje de simetría del cuerpo como la línea de sustentación nula y a partir de ahí se define el ángulo de ataque como el ángulo formado entre esta línea de sustentación nula y la velocidad incidente sobre el cuerpo.

Aplicando la ecuación de la energía del fluido:

$$2 \cdot E_{C.Flluido} = \rho \cdot K_1 \cdot V_1^{\,2} + \rho \cdot K_2 \cdot V_2^{\,2} = \rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2 \alpha\right) \cdot V^2 \quad \textbf{(171}$$

donde α es el ángulo de ataque.

De este modo:

$$T = \frac{\delta E_{C.Flluido}}{\delta \alpha} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \text{sen}\, 2\alpha (K_2 - K_1) \quad \textbf{(172}$$

A este momento se puede llegar también de la siguiente forma:

$$M_x = \rho \cdot K_x \cdot V_x = \rho \cdot K_1 \cdot V_x = \rho \cdot K_1 \cdot V \cdot \cos\alpha$$
$$M_y = \rho \cdot K_y \cdot V_y = \rho \cdot K_2 \cdot V_y = \rho \cdot K_2 \cdot V \cdot \text{sen}\,\alpha \quad \textbf{(173}$$

A partir de la configuración de la figura:

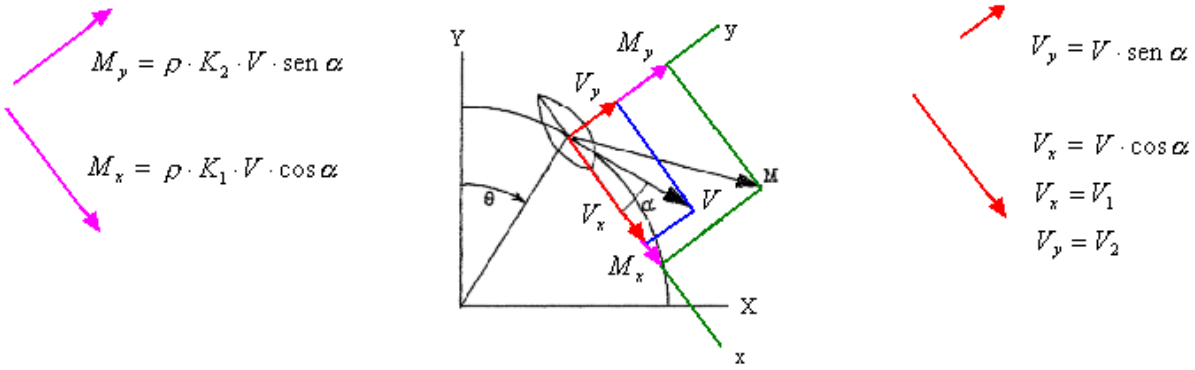


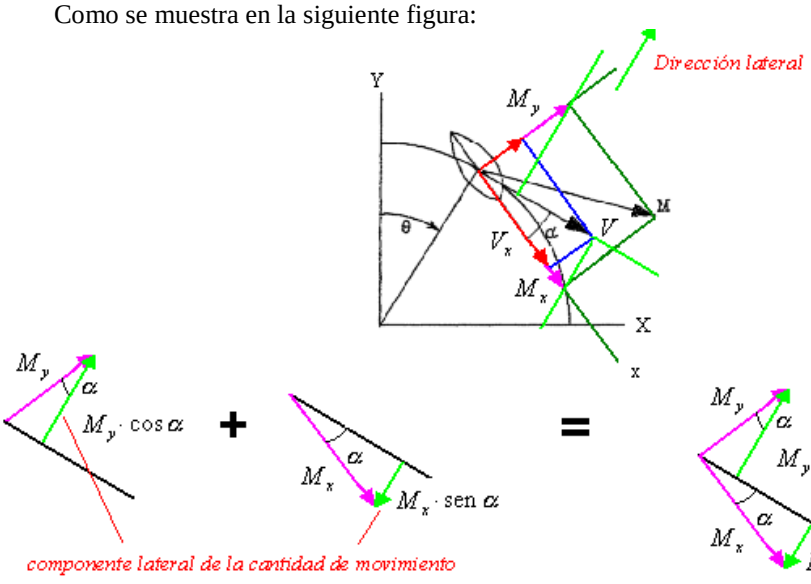
Figura 77

De la figura anterior se deduce que cuando $K_1 \neq K_2$ la dirección de $\vec{M}$ (del fluido) no coincide con la de la velocidad (del cuerpo) $\vec{V}$.

Si proyectamos componente lateral de la cantidad de movimiento del fluido, perpendicular a la dirección de la velocidad del cuerpo $\vec{V}$, tenemos:

$$M_y \cdot \cos\alpha - M_x \cdot \text{sen}\,\alpha = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \text{sen}\, 2\alpha (K_2 - K_1) \quad \textbf{(174}$$

Como se muestra en la siguiente figura:



$$M_y \cdot \cos\alpha - M_x \cdot \operatorname{sen}\alpha =$$

$$= \rho \cdot K_2 \cdot V \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha - \rho \cdot K_1 \cdot V \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \operatorname{sen} 2\alpha (K_2 - K_1)$$

Figura 78

Y por tanto, multiplicada por la velocidad nos da el momento.

$$T = V \cdot M \cdot \operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \operatorname{sen} 2\alpha (K_2 - K_1) \qquad \textbf{(175}$$

Efectivamente, como se recordará en párrafos anteriores (transferencia lateral de la cantidad de movimiento), la componente lateral de cantidad de movimiento multiplicada por la velocidad resulta el momento de fuerzas. Veremos más adelante otra forma de obtener el momento de fuerzas a partir de imponer la condición de conservación de la energía.

Ya conocemos la componente lateral de la cantidad de movimiento del fluido que rodea al cuerpo.

La obtención de la cantidad de movimiento al avance se obtiene fácilmente a partir de la energía cinética del fluido.

$$E = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} = \int m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int m \vec{V} \cdot d\vec{V} = \int \vec{M} \cdot d\vec{V} \qquad \textbf{(176}$$

$$\frac{\delta E_{C.Flluido}}{\delta V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta\left(\rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2 \alpha\right) \cdot V^2\right)}{\delta V} = \rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2 \alpha\right) \cdot V \quad \textbf{(177}$$

Conocemos de este modo la cantidad de movimiento del fluido en el avance, o lo que es lo mismo, la componente tangencial de la cantidad de movimiento M_T, paralela a la dirección de la velocidad del cuerpo $\vec{V}$.

Otra forma de obtener M_T es simplemente proyectando las componentes de la cantidad de movimiento del fluido en los ejes relativos x,y, en la dirección de la velocidad del cuerpo $\vec{V}$ como se muestra en la siguiente figura:

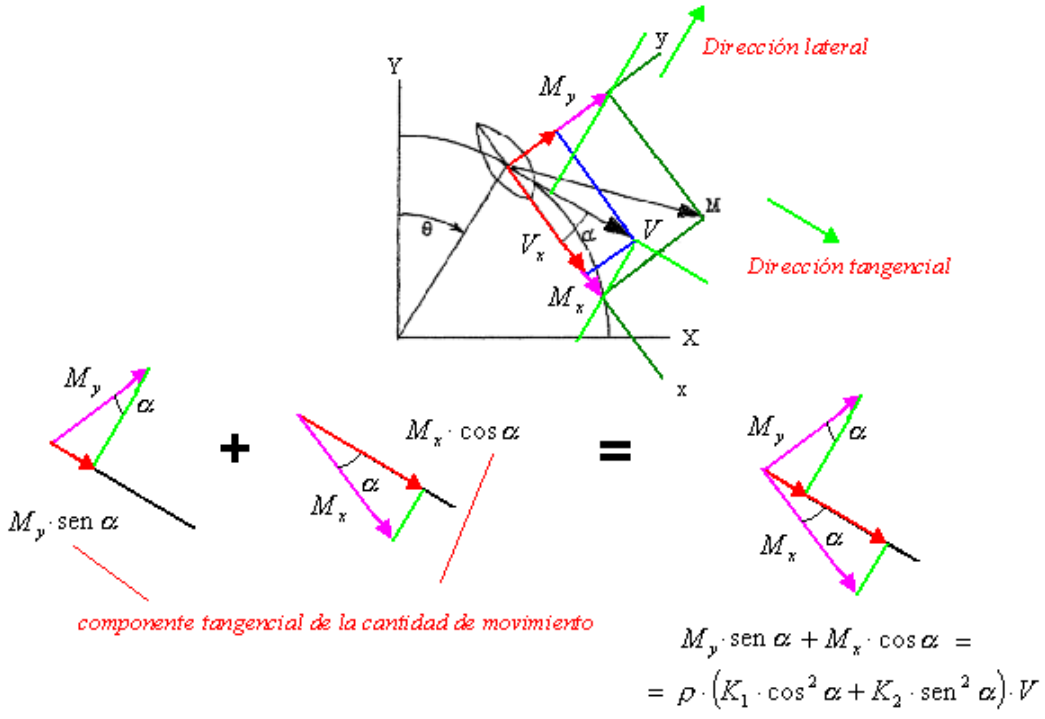
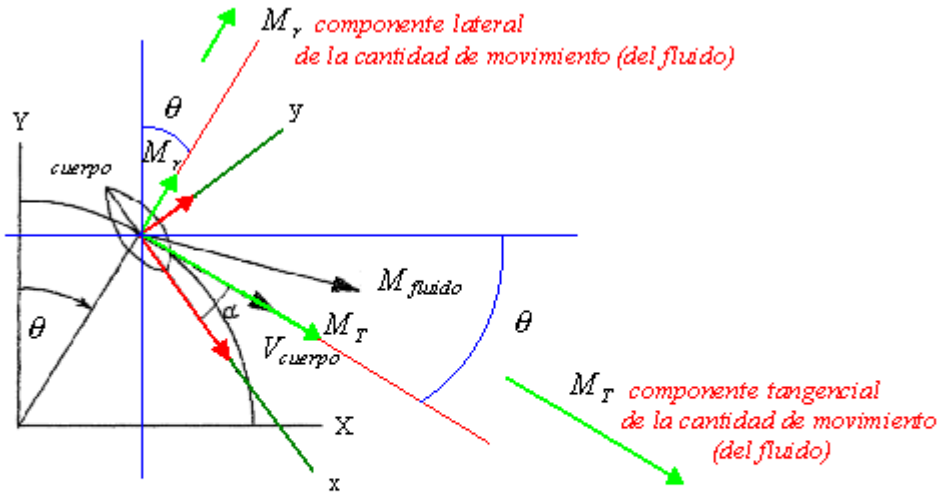


Figura 79

Como hemos visto, $M_r = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot \text{sen}\, 2\alpha \cdot (K_2 - K_1)$ es la componente radial o lateral de la cantidad de movimiento correspondiente a la masa añadida del vehículo, es decir, la cantidad de movimiento del fluido asociada a la dirección perpendicular a la velocidad del cuerpo $\vec{V}$.



M_{fluido} (cantidad de movimiento del fluido que rodea al cuerpo)

Proyectado en los ejes absolutos X Y :

$$M_X = M_r \cdot \text{sen}\,\theta + M_T \cdot \cos\theta$$
$$M_Y = M_r \cdot \cos\theta - M_T \cdot \text{sen}\,\theta$$

Figura 80

El vehículo se mueve a sí mismo y al fluido que lo rodea. Si contabilizamos ahora el conjunto vehículo y fluido tenemos en la expresión de la cantidad de movimiento transversal:

$$M_T = M_{vehiculo} \cdot V + \rho \cdot (K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2\, \alpha) \cdot V \qquad \textbf{(178}$$

A partir de estos valores, según la figura anterior, tenemos que:

$$M_X = M_r \cdot \text{sen}\,\theta + M_T \cdot \cos\theta$$
$$M_Y = M_r \cdot \cos\theta - M_T \cdot \text{sen}\,\theta \qquad \textbf{(179}$$

Considerando que $V = R \cdot \frac{d\theta}{dt}$, las fuerzas radiales o laterales y tangenciales necesarias para mantener el movimiento del cuerpo junto con el fluido, las fuerzas necesarias para mantener este movimiento son:

$$F_X = \frac{dM_X}{dt} = \left(M_r \cdot \cos\theta - M_T \cdot \operatorname{sen}\theta\right)\frac{d\theta}{dt} = \frac{V}{R} \cdot \left(M_r \cdot \cos\theta - M_T \cdot \operatorname{sen}\theta\right)$$
$$F_Y = \frac{dM_Y}{dt} = -\left(M_r \cdot \operatorname{sen}\theta + M_T \cdot \cos\theta\right)\frac{d\theta}{dt} = -\frac{V}{R} \cdot \left(M_r \cdot \operatorname{sen}\theta + M_T \cdot \cos\theta\right) \quad \textbf{(180}$$

Si particularizamos para $\theta = 0$, entonces $F_X = F_T$ y $F_Y = F_r$, por tanto:

$$F_T = \frac{V}{R} \cdot M_r = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot \left(K_2 - K_1\right) \quad \textbf{(181}$$

que representa la resistencia al avance del vehículo

$$F_r = -\frac{V}{R} \cdot M_T = -M_{vehiculo} \cdot \frac{V^2}{R} - \rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2\alpha + K_2 \cdot \operatorname{sen}^2\alpha\right) \cdot \frac{V^2}{R} \quad \textbf{(182}$$

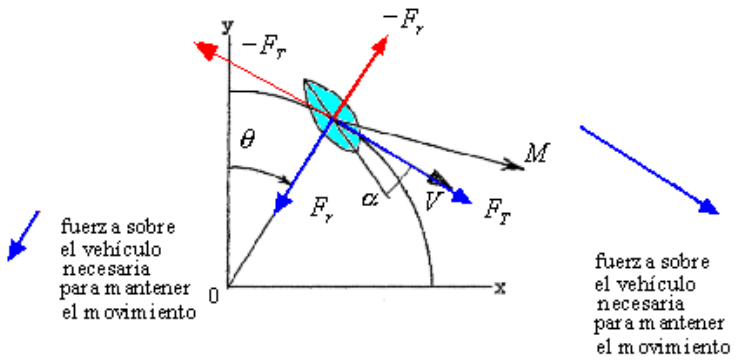
que es una fuerza centrífuga.

Este término F_r, es exactamente el mismo que el de cálculo de las fuerzas centrífugas de cuerpos rígidos con la diferencia de la cantidad de movimiento transversal que aumenta la fuerza centrífuga de resistencia. Es una fuerza centrífuga generalizada en el sentido Lagrangiano. Al obligar al cuerpo a seguir un radio de curvatura R debe aparecer una fuerza centrípeta asociada a la masa del cuerpo (primer sumando del segundo miembro de la ecuación anterior) y otra asociada a la masa añadida del fluido asociado al cuerpo (segundo sumando del segundo miembro de la ecuación anterior).

La fuerza F_r tiene una parte correspondiente a la masa del cuerpo que no incluye fuerzas del fluido sobre el cuerpo $M_{vehiculo} \cdot \frac{V^2}{R}$ y la fuerza centrífuga añadida $\rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2\alpha + K_2 \cdot \operatorname{sen}^2\alpha\right) \cdot \frac{V^2}{R}$ transmitida al vehículo por las fuerzas del vehículo que actúan sobre el mismo.

Puede llevar a confusión el que la fuerza lateral no dependa del signo del ángulo de ataque.

Efectivamente el resultado sería el mismo si el ángulo de ataque α fuera negativo, como puede verse en la siguiente figura:



$$F_T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \text{sen } 2\alpha \cdot (K_2 - K_1)$$

$$F_r = -M_{vehiculo} \cdot \frac{V^2}{R} - \rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2 \alpha\right) \cdot \frac{V^2}{R}$$

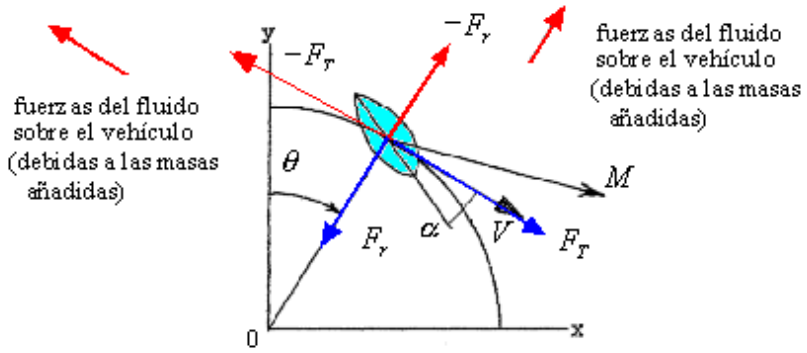
$$|F_r| = M_{vehiculo} \cdot \frac{V^2}{R} + \rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2 \alpha\right) \cdot \frac{V^2}{R}$$

Figura 81

La fuerza F_r está asociada a la necesidad de curvar la trayectoria para seguir el radio de curvatura R por parte del vehículo y su masa añadida.

Si estas son las fuerzas que hay que aplicar sobre el cuerpo y las masas de fluido que desplaza para mantener el movimiento descrito, las fuerzas del fluido sobre el vehículo son justo las opuestas, sin contar la fuerza centrífuga asociada a la masa del vehículo.

En la siguiente figura se muestran estas fuerzas:



$$F_T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \text{sen } 2\alpha \cdot (K_2 - K_1)$$

$$F_r = -\rho \cdot (K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2 \alpha) \cdot \frac{V^2}{R}$$

$$|F_r| = \rho \cdot (K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_2 \cdot \text{sen}^2 \alpha) \cdot \frac{V^2}{R}$$

Figura 82

No debe sorprender que, para un ángulo de ataque como el de la figura, aparezca una fuerza radial centrífuga, aunque el ángulo de ataque muestre que debería aparecer una fuerza en dirección contraria, a modo de sustentación. Nótese que el cuerpo desplaza una masa, que al acompañarlo, sufre una fuerza centrífuga en su movimiento. Si se platean las ecuaciones y figuras con un ángulo de ataque opuesto al mostrado, M_T permanece invariable, y como se recordará F_r está asociada a M_T al ir multiplicada por la velocidad y dividida por el radio de curvatura. En la expresión de F_r aparecen los senos y cosenos en forma cuadrática, independientes del signo de α.

No obstante en los valores del radio de curvatura, como se verá más adelante, está implícito el que α sea positivo o negativo. La fuerza F_r es la fuerza lateral sobre el cuerpo y debe depender de que la velocidad incida sobre el extradós o intradós del cuerpo para que tenga una dirección u otra. Los valores de F_r y F_T mostrados en las dos figuras anteriores son valores absolutos.

Es fácil ver que si el centro de curvatura estuviera en otro sitio o el ángulo de ataque tuviera un signo contrario, la configuración sería otra. Esta teoría aquí desarrollada y completada de L.B. Tuckerman (2) es bastante imperfecta al depender en todo momento el cálculo de las fuerzas y momentos del radio de curvatura. Más adelante se desarrollará un método más coherente y que contemplará los efectos viscosos. No obstante consideramos importante la obtención de coeficientes por este camino para tener una visión

más completa del problema. Se llega a la incongruencia de que cuando la trayectoria es recta, radio de curvatura infinito, las fuerzas se anulan. Este punto se tratará más adelante.

Efectivamente, una situación de ángulo de ataque para nuestro vehículo puede obedecer a dos circunstancias completamente distintas. En la siguiente figura se muestran las dos situaciones posibles:

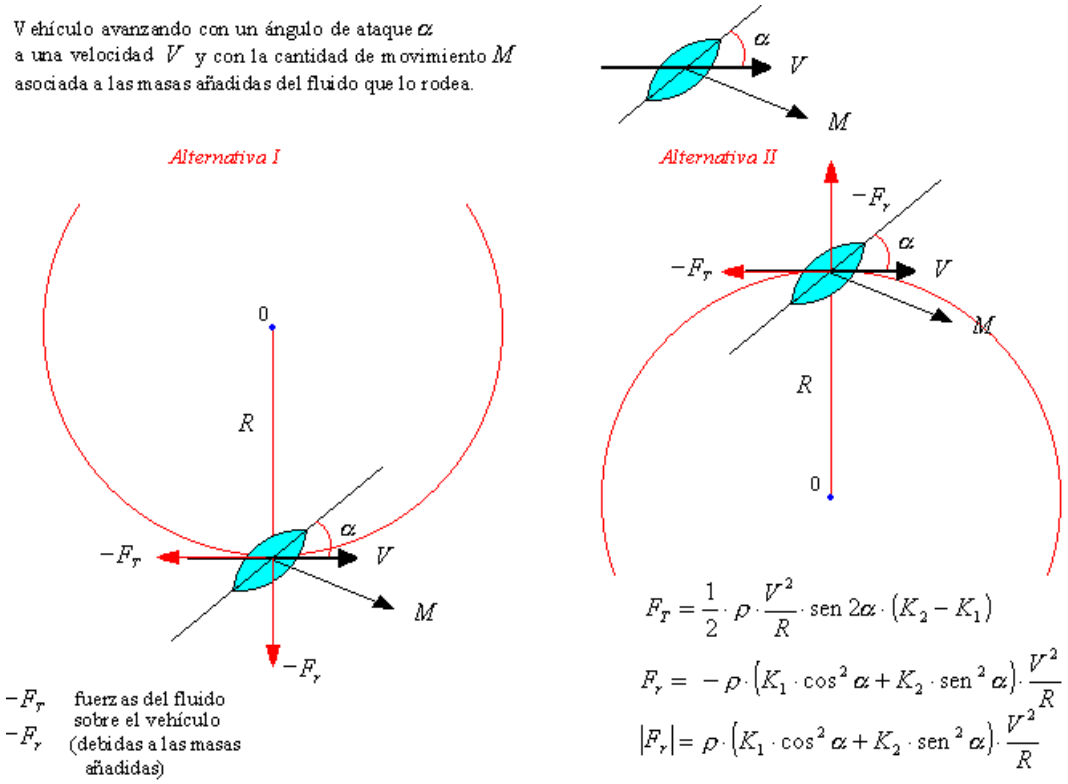


Figura 83

En la llamada aquí *alternativa I*, que es la desarrollada en las figuras anteriores, la fuerza radial F_r va en contra de toda lógica ante un ángulo de ataque del cuerpo. Sin embargo la *alternativa II* es coherente con nuestros conocimientos de aerodinámica, y su comportamiento ante el ángulo de ataque es el adecuado.

Hecho este matiz, prosigamos con el cálculo de los coeficientes de fuerzas y momentos.

En definitiva, aparecen las dos fuerzas F_r y F_T descritas en al párrafo anterior, aplicadas sobre el vehículo, que son fuerzas que actúan sobre el vehículo ante determinados ángulos de ataque debidas a las masas añadidas, en nuestra teoría potencial, aunque una vez más recordamos que incluimos las consecuencias de la circulación sobre el vehículo.

Suponiendo el vehículo moviéndose a una velocidad angular uniforme $\frac{V}{R}$ alrededor de un centro fijo "0", donde V es la velocidad lineal del centro de gravedad, la distribución de velocidades es estacionaria. Se trata de un problema en el que hay una cantidad de energía cinética que acompaña al vehículo en su giro alrededor de "0". La constancia de esa energía requiere que la resultante de todas las fuerzas aplicadas sobre el vehículo pase a través de "0", puesto que si no es así, las fuerzas tendrían un momento alrededor de este eje y por tanto añadiría o quitaría energía en su giro alrededor de "0" ya que el movimiento dejaría de ser central.

De entre las fuerzas que actúan está F_r que es la fuerza centrífuga de la masa añadida en el movimiento del fluido y la tangencial F_T que es la resistencia del vehículo. Recordamos una vez más que esto es posible porque la cantidad de movimiento del vehículo no coincide en dirección con la velocidad de avance del mismo.

La fuerza aplicada sobre el cuerpo F_r pasa por el centro "0", no creando ese momento, pero la fuerza F_T no. Se requiere entonces un momento aplicado que acompañe a F_T para desplazar la línea de acción de esta fuerza a "0". Por tanto F_T debe ir acompañada por el momento $F_T \cdot R$, de sentido contrario a la fuerza F_T sobre el cuerpo por el brazo R, que no es otra cosa que el momento calculado antes.

$$T = F_T \cdot R = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \text{sen}\, 2\alpha \left(K_2 - K_1\right) \cdot R \qquad \textbf{(183}$$

Esta expresión del momento de fuerzas sobre el cuerpo ante un ángulo de ataque α es la misma que la calculada antes como producto de la componente lateral de la cantidad de movimiento del fluido por la velocidad del cuerpo.

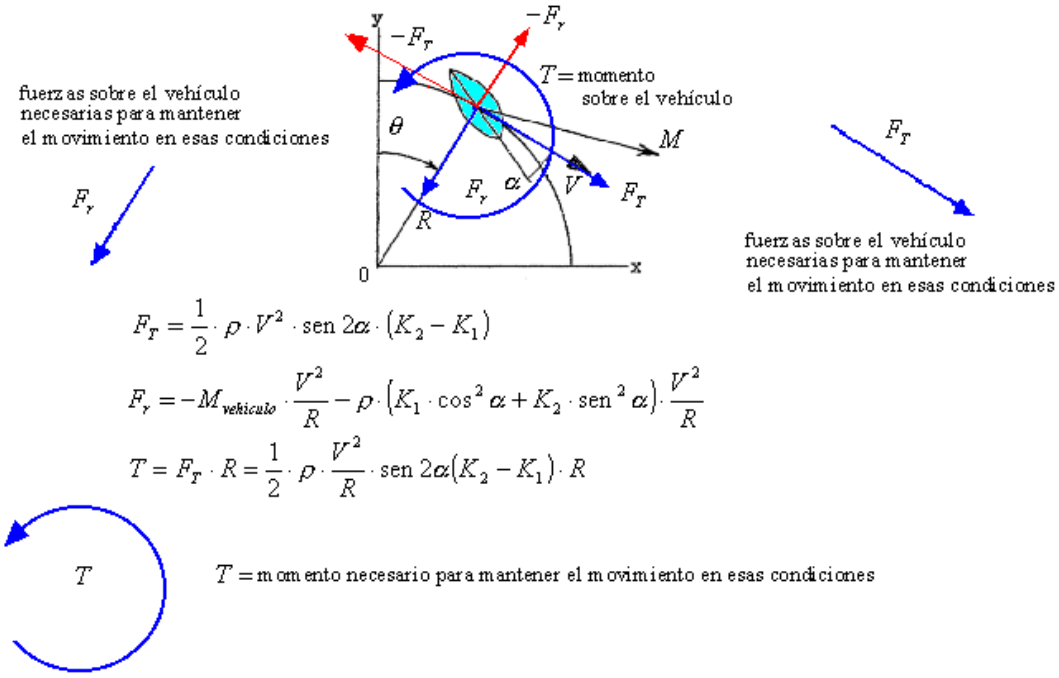


Figura 84

Por lo tanto, el momento originado por el fluido sobre el cuerpo es el mismo pero en sentido contrario.

Efectivamente, si estas son las fuerzas y momentos que hay que aplicar sobre el cuerpo y las masas de fluido que desplaza para mantener el movimiento descrito, las fuerzas y momentos del fluido sobre el vehículo son justo las opuestas, sin contar la fuerza centrífuga asociada a la masa del vehículo como se apuntó antes.

A continuación mostramos las fuerzas y momentos sobre el vehículo originadas por el fluido. Se observa la incongruencia en la dirección de las fuerzas radiales F_r para el ángulo de ataque de la figura como se indicó antes que debían tener la dirección opuesta.

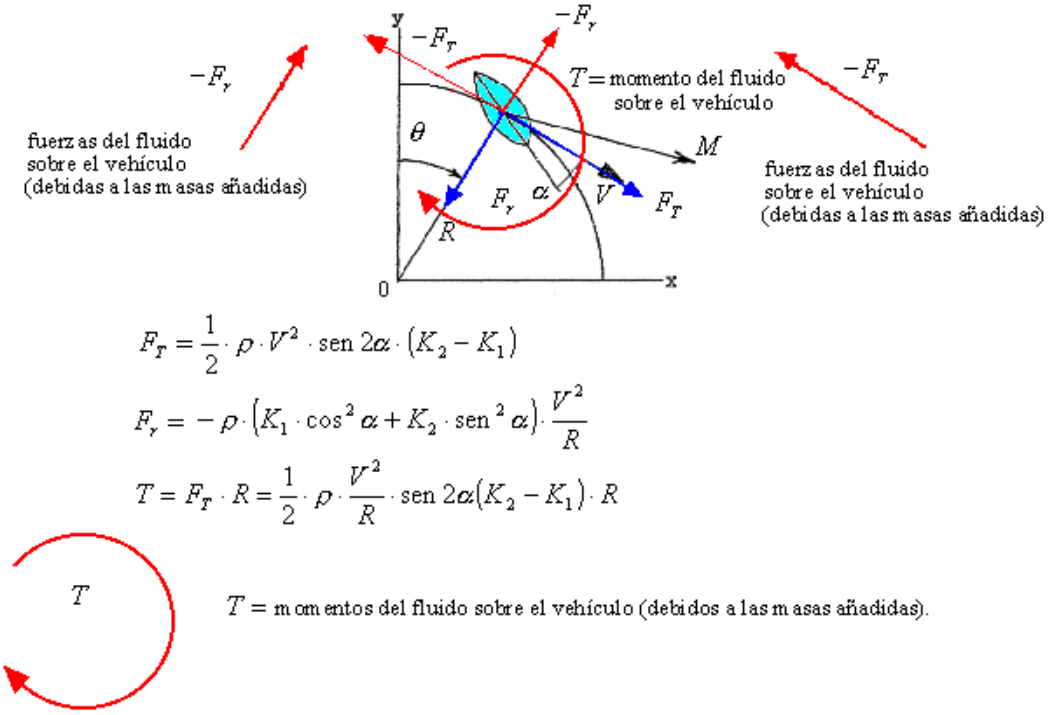


Figura 85

Ya son conocidas las fuerzas y momentos que actúan sobre nuestro catamarán. En lo que sigue del capítulo vamos a emplear los valores absolutos de las fuerzas obtenidas y los vamos a aplicar con el criterio coherente de los ángulos de ataque y resbalamiento. Efectivamente, estos valores aún son función del radio de curvatura. Al despejar este término ya desaparece la indeterminación comentada antes sobre el signo a signo tomar cuando el centro de curvatura cae a un lado o a otro.

Como se indicó en la FIGURA 12, estas fuerzas son contrarias a la dirección de los ejes viento y dependen de dos ángulos, el de ataque α y el de resbalamiento $-\beta$. Aquí sólo hemos tratado el caso del ángulo de ataque, pero el de resbalamiento es idéntico sólo que en otro plano perpendicular.

En la siguiente figura se muestran las dos fuerzas indicadas líneas arriba sobre el cuerpo.

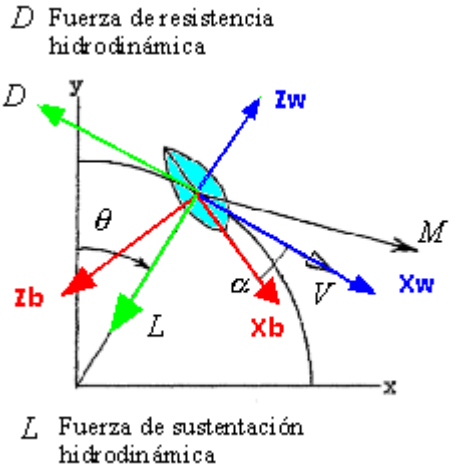


Figura 86

Con la notación de los anteriores capítulos tenemos la fuerza de sustentación L en la dirección contraria al eje viento Z_w y la de resistencia, contraria al eje viento. Por supuesto esta distribución de fuerzas hidrodinámicas es análoga a la correspondiente al resbalamiento $-\beta$.

En la siguiente aparecen las componentes de fuerzas en el plano X_wY_w, D y Q. Nótese que tal y como aparece en la figura tenemos la velocidad de la corriente incidente resbalando a babor del piloto, también podría ser a estribor.

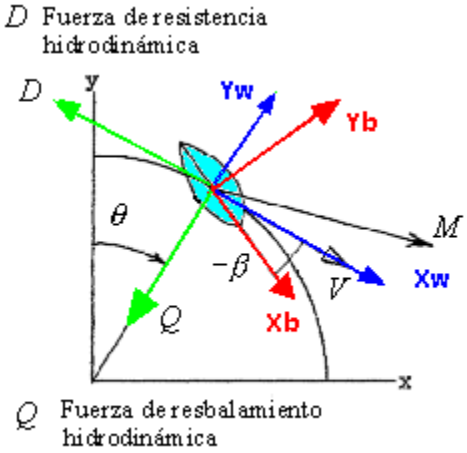


Figura 87

Aparece la distribución de fuerzas hidrodinámicas D y Q, opuestas a los ejes X_w e Y_w respectivamente. Tal y como aparece en esta FIGURA, la fuerza lateral Q tiene la dirección opuesta a Y_w ya que la velocidad hidrodinámica V se encuentra a estribor del piloto, esto es $-\beta < 0$, es decir, $\beta > 0$.

El valor de esta fuerza lateral Q dependerá en dirección, sentido y módulo de la geometría del cuerpo. En cuerpos de revolución el comportamiento frente a resbalamiento es similar al ángulo de ataque y el que resbale en una banda u otra hará que coincida con una dirección u otra del eje Y_w.

Tal y como están los ejes sale así, pero no debe sorprender ver casos en los que esto es al revés, que será cuando $-\beta > 0$, o lo que es lo mismo $\beta < 0$, la velocidad V está a la izquierda del piloto, resbala a babor. En ese caso $Q < 0$ y por tanto lleva la dirección y sentido del eje Y_w. Esto se aprecia en la siguiente figura:

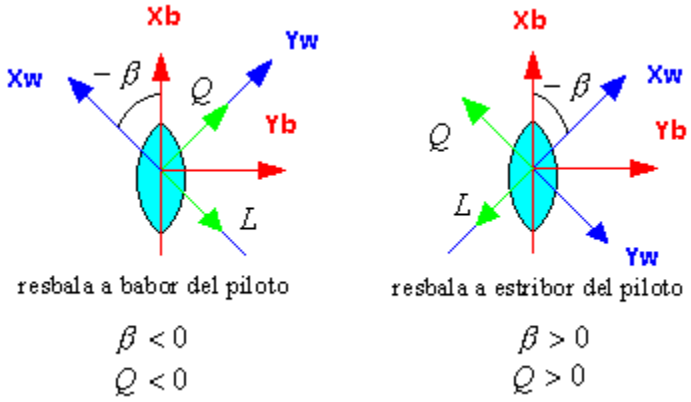


Figura 88

El vehículo de nuestro problema no es axilsimétrico, el semieje en la dirección Z_b mostrado de la FIGURA 29 como "c", tiene una longitud menor que el semieje de la dirección Y_b, llamado "b" en la misma FIGURA. Por tanto aparecen 3 coeficientes distintos de masa añadida al avance en la dirección de los tres semiejes K_1 K_2 y K_3, calculados anteriormente.

Las ecuaciones desarrolladas líneas arriba para F_T y F_r y correspondientes al ángulo de ataque toman los valores de K_1 y K_3 para nuestro caso.

En el resbalamiento, las ecuaciones son análogas, como se mostró en las figuras anteriores. El valor de fuerza lateral Q se obtiene a partir de las mismas fórmulas, cambiando el ángulo de ataque α por el de resbalamiento $-\beta$ y los coeficientes de masa añadida toman los valores de K_1 y K_2.

De este modo las fuerzas hidrodinámicas sobre el catamarán calculadas por este método, proyectadas en ejes viento, toman la forma:

$$L = \rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_3 \cdot \text{sen}^2 \alpha\right) \cdot \frac{V^2}{R} \qquad \textbf{(184}$$

$$Q = \rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \beta + K_2 \cdot \text{sen}^2 \beta\right) \cdot \frac{V^2}{R} \qquad \textbf{(185}$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \text{sen}\, 2\alpha \cdot \left(K_3 - K_1\right) \qquad \textbf{(186}$$

Nótese que el radio de curvatura aparece en las tres fuerzas y que para un valor de $R = \infty$, trayectoria recta, el valor de estas fuerzas es nulo. Si no hay giro, el valor de estas fuerzas es nulo. No obstante los momentos siempre aparecen, aunque no haya giro.

No debe parecer extraño que aparezcan los valores de masa añadida en las expresiones anteriores.

Como se recordará de nuestros análisis de resistencia, la masa añadida estaba asociada a la aceleración del fluido. Si estamos en un movimiento uniforme, como es el caso, podríamos pensar que estos términos no deberían aparecer. Deteniéndonos en este punto vemos que aunque el cuerpo pueda desplazarse a una velocidad constante, o lo que es lo mismo, el fluido incida con una velocidad constante, el fluido sí sufre una aceleración debido a los cambios de cantidad de movimiento vistos en párrafos anteriores y que experimenta el fluido por el ángulo de ataque y resbalamiento del cuerpo, ya se produzca curvatura de trayectoria o se mantenga en movimiento rectilíneo como veremos más adelante; Munk (1) (13). El fluido sí se acelera, aun en la hipótesis de flujo potencial, (pero sólo cuando aceptamos que hay circulación, con circulación añadida) y por tanto aparecen estos términos de masa añadida, aunque el vehículo se desplace a velocidad constante. Es fácil ver la aceleración del fluido por la curvatura de la estela aguas abajo. Aunque la corriente incidente sea uniforme y a velocidad constante, hay una aceleración no en nuestro vehículo sino en el fluido que lo acompaña. El sentido físico de todo esto descansa en que si en un movimiento a velocidad constante, en un fluido ideal incompresible sin efectos viscosos no hay un ángulo de ataque o un giro, no hay ningún tipo de aceleración lo que se traduce en que al ser un movimiento uniforme que, según la paradoja de D'Alembert no aparece ninguna fuerza o momento. En cuanto hay ángulos de ataque o giros, ya aparecen aceleraciones y como se vio en el estudio de las resistencias aparecen fuerzas bajo las hipótesis de flujo no viscoso. Concretamente F_T exige la existencia de ángulo de ataque y giro y F_r simplemente giro (son las fuerzas de inercia de la masa fluida en su giro).

Estas ecuaciones, Tuckerman (2), muestran la necesidad de que el cuerpo tenga un ángulo de ataque o resbalamiento y que gire entorno a un punto dado que no esté en el infinito para que experimente fuerzas. Si no se produce ese giro no aparecen las fuerzas laterales de inercia o centrífugas ni las tangenciales. En las fórmulas de Tuckerman (2) es necesario que haya un radio de curvatura finito, a parte de ángulos de ataque para la aparición de fuerzas, en oposición a los análisis de Munk (1) que veremos a continuación.

Las fuerzas aparecen cuando hay una variación de la cantidad de movimiento del sistema en el tiempo. En movimiento a velocidad constante, si no hay un giro, esta cantidad de movimiento permanece constante y no hay fuerzas.

Esto no es del todo cierto, observando el cuerpo más detenidamente, si hay una variación de la sección del cuerpo según se recorre este longitudinalmente, como veremos más adelante, Munk (1).

La aparición de momentos no exige un radio de curvatura finito pero sí un ángulo de ataque o resbalamiento. La no coincidencia entre la dirección de la velocidad del cuerpo y la de la cantidad de movimiento del fluido desplazado genera ese momento, como hemos visto antes.

Como apuntamos en su momento, a pesar de estar en un medio en el que hemos despreciado la viscosidad en el cómputo de fuerzas, se esconden las consecuencias de la viscosidad que genera la vorticidad en el fluido produciendo las ramas inducidas alrededor del vehículo y que hacen que no coincidan las direcciones velocidad con cantidad de movimiento y que generan la aparición de fuerzas a veces y momentos siempre.

Esta teoría potencial, aquí desarrollada, de Tuckerman (2), cojea principalmente de la necesidad de existencia de un giro para el cómputo de fuerzas. Habrá que recurrir a un método empírico o semi empírico, que tenga en cuenta no sólo las consecuencias de los efectos viscosos sino que estos aparezcan en el balance de fuerzas de modo cuantitativo.

Desde el momento en el que tenemos un cuerpo fuselado con un ángulo de ataque determinado ante una corriente incidente uniforme, aparecen resistencias y momentos sobre el mismo, aún con las hipótesis de fluido ideal no viscoso. Efectivamente, Munk (1) demostró que para cuerpos cerrados con un ángulo de ataque en vuelo recto y en un fluido no viscoso aparecían fuerzas elementales a lo largo del casco debido a cambios en la cantidad de movimiento del fluido. Sobre las porciones de casco de proa, mostrado en la siguiente figura por H. Julian Allen (3), la cantidad de movimiento aguas abajo del fluido debe aumentarse continuando la corriente aguas abajo ya que la masa aparente de la componente de flujo normal hacia el eje de revolución aumenta debido al aumento de la sección del casco según nos acercamos a popa. Sobre esta porción del casco, la reacción lleva la dirección ascendente para ángulos de ataque positivos. Para cuerpos con sección uniforme, típica de los dirigibles antiguos, no aparecen fuerzas transversales, la sección es constante y no hay cambios en la cantidad de movimiento en el fluido a lo largo del casco, la cantidad de movimiento se traslada a lo largo de estas secciones de área constante.

Sin embargo, para un cuerpo con variaciones de sección apreciables, como es nuestro modelo, en la sección de popa, la contracción de las secciones requiere una renovación de la cantidad de movimiento de la corriente llevando ahí fuerzas en dirección descendente para ángulos de ataque positivos.

Esta distribución se obtuvo de H. Julian Allen (3). Como se dijo en su momento, esos cambios en la cantidad de movimiento están relacionados directamente con la circulación alrededor del vehículo.

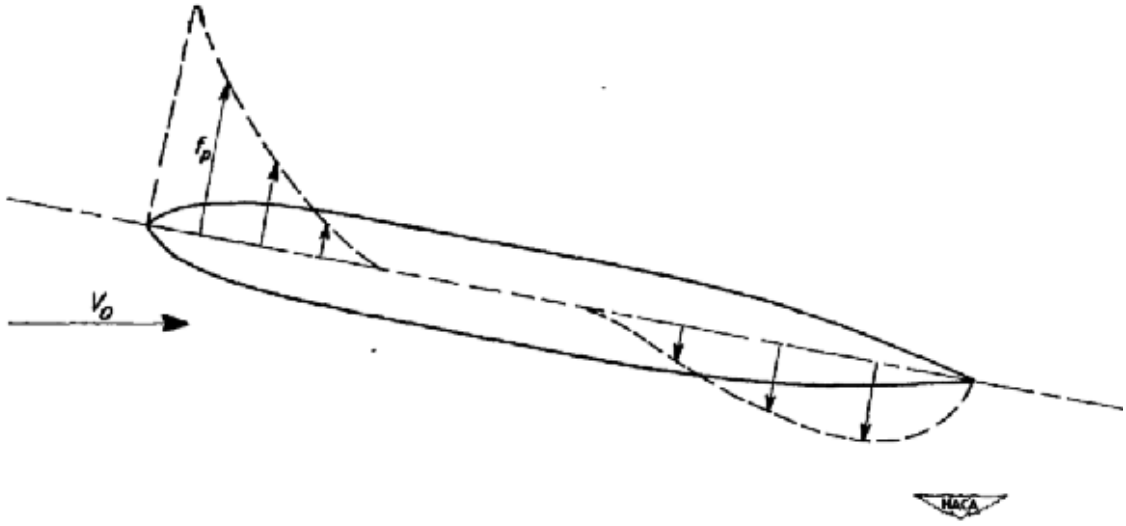


Figura 89

Munk (1) dedujo en sus trabajos que para cuerpos con gran esbeltez la fuerza potencial transversal por unidad de longitud f_p, también utilizada por H. Julian Allen (3), en cualquier sección venía dada por:

$$f_p = (k_2 - k_1) \cdot q \cdot \frac{dS}{dx} \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \qquad \textbf{(187}$$

donde:

S :sección transversal del cuerpo en el punto de estudio.
x : distancia a lo largo del casco desde la proa.
α : es el ángulo de ataque.
k_2 y k_1: son los coeficientes de masa añadida transversales y logitudinales respectivamente, función de la esbeltez del vehículo.

Nótese que la expresión anterior tiene gran similitud con la de Tuckerman (2), desarrollada en este capítulo.

Munk obtiene una expresión de las fuerzas laterales con independencia del radio de curvatura, es más en su trabajo, Tuckerman (2) indica que en los trabajos de Munk (13) se contempla únicamente el movimiento rectilíneo de la nave, Tuckerman (2), páginas 14 y 18, añade la necesidad de introducir la curvatura de la trayectoria.

Nosotros encontramos más acertados otros estudios posteriores de Munk (1), ya que contemplan con mayor detenimiento la geometría del vehículo para el cómputo de las fuerzas tangenciales y laterales. Aun no habiendo coincidencia completa entre los autores Munk (1) y Tuckerman (2) para las fuerzas transversales y tangenciales sobre el vehículo, la expresión del momento

$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot \left(K_2 - K_1\right)$$

es la misma. Esta expresión fue utilizada y aceptada por bastantes autores como Ira H. Abbot (10) para contraste de experimentos en túnel de viento con el coeficiente teórico de momentos.

Podemos seguir con el cálculo potencial de las fuerzas transversales siguiendo el método Munk (1) expuesto muy brevemente aquí, o continuar con el de Tuckerman (2). Ambos resultados serán potenciales y diferirán de la realidad en tanto mayor sea la influencia de las fuerzas viscosas. Vamos a seguir con la segunda opción ya que sólo queremos una referencia aproximada y ambas opciones son igual de imprecisas. Para ello calcularemos más adelante el radio de curvatura necesario para la obtención de los coeficientes de fuerzas.

En la siguiente figura se muestra la distribución de fuerzas sobre el vehículo en estudio, así como los valores de masa añadida asociados a cada dirección principal del elipsoide, ejes cuerpo. Estos valores son lo que se llamó en su momento "volumen añadido", producto de los coeficientes de masa añadida por el volumen del elipsoide calculados en capítulos anteriores.

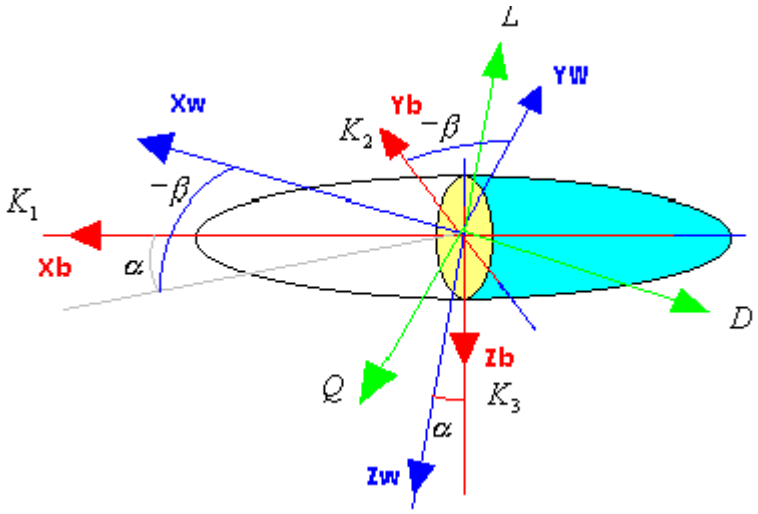


Figura 90

El momento de fuerzas calculado en los párrafos anteriores y mostrado en la FIGURA es el correspondiente al ángulo de ataque α, sin embargo para nuestro vehículo y siguiendo razonamientos parecidos a los seguidos con las fuerzas tenemos los momentos de cabeceo M y guiñada N.

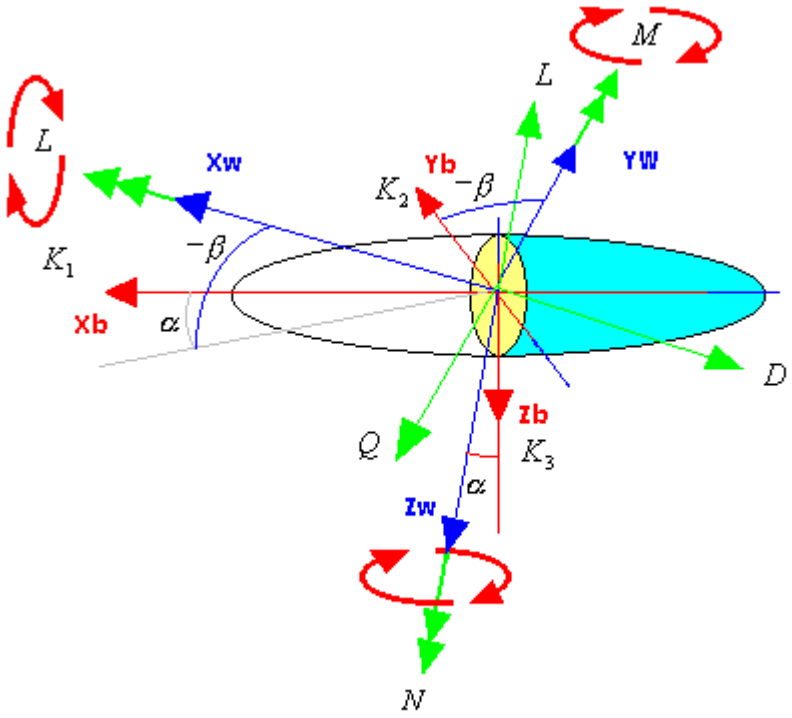


Figura 91

Donde:

$$M = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V^2\cdot \operatorname{sen} 2\alpha\left(K_3 - K_1\right) \qquad \textbf{(188}$$

$$N = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V^2\cdot \operatorname{sen} 2\beta\left(K_2 - K_1\right)$$

El momento de balance L resulta nulo al suponer una corriente incidente uniforme temporal y espacialmente.

11.7. Comparación de los momentos hidrodinámicos calculados por masa añadida con el obtenido en la teoría bidimensional para perfiles.

Los valores obtenido del momento de cabeceo M y por extensión el de guiñada N son muy similares a la expresión del momento de un perfil bidimensional mostrado anteriormente en esta tesis y coincidente con los obtenidos por L.M. Milney Thomson (5) y Von Mises (6).

$$M = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot V^2 \cdot c^2 \cdot \operatorname{sen} 2 \cdot (\alpha - \gamma) \qquad \textbf{(189}$$

con:

α = ángulo de ataque efectivo, que es el ángulo entre el vector velocidad y la dirección fija en el perfil para la que la sustentación L =0.
V = velocidad incidente sobre el perfil
ρ = densidad del fluido
a = valor fijo del perfil
c = valor fijo del perfil
γ = valor fijo del perfil, ángulo entre la cuerda b con la línea de sustentación nula.

Aquí los momentos siguen existiendo aun en el caso de movimiento rectilíneo. El valor obtenido coincide con el de Munk (1) y Tuckerman (2). Se observa que el vehículo navegando en una curva o círculo experimenta la misma resultante de momentos que si se desplazara en una trayectoria rectilínea y bajo el mismo ángulo de ataque o guiñada.

11.8. Obtención de los coeficientes adimensionales de fuerzas y momentos hidrodinámicos.

A partir de los valores de L, Q, D, L, M y N tras adimensionalizar con los semiejes a, b y c tenemos las expresiones de

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot b \cdot c \cdot \pi} = \frac{\rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_3 \cdot \operatorname{sen}^2 \alpha\right) \cdot \frac{V^2}{R}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot b \cdot c \cdot \pi} = \frac{2 \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \alpha + K_3 \cdot \operatorname{sen}^2 \alpha\right)}{R \cdot b \cdot c \cdot \pi}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot b \cdot a \cdot \pi} = \frac{\rho \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \beta + K_2 \cdot \operatorname{sen}^2 \beta\right) \cdot \frac{V^2}{R}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot b \cdot a \cdot \pi} = \frac{2 \cdot \left(K_1 \cdot \cos^2 \beta + K_2 \cdot \operatorname{sen}^2 \beta\right)}{R \cdot b \cdot a \cdot \pi} \qquad \textbf{(190}$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot c \cdot b \cdot \pi} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot \left(K_3 - K_1\right)}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot c \cdot b \cdot \pi} = \frac{\operatorname{sen} 2\alpha \cdot \left(K_3 - K_1\right)}{R \cdot c \cdot b \cdot \pi}$$

Los coeficientes de momentos tras adimensionalizar con los semiejes a , b y c toman la forma:

$$C_m = \frac{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot V^2 \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot (K_3 - K_1)\cdot}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot V^2 \cdot l \cdot a \cdot b \cdot \pi} = \frac{\operatorname{sen} 2\alpha \cdot (K_3 - K_1)}{c \cdot a \cdot b \cdot \pi}$$

$$C_n = \frac{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot V^2 \cdot \operatorname{sen} 2\beta \cdot (K_2 - K_1)\cdot}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot V^2 \cdot l \cdot a \cdot b \cdot \pi} = \frac{\operatorname{sen} 2\beta \cdot (K_2 - K_1)}{c \cdot a \cdot b \cdot \pi} \qquad \textbf{(191}$$

11.9. Sustitución del radio de curvatura en los coeficientes de fuerzas hidrodinámicas.

Para el cálculo del radio de curvatura R de la trayectoria que aparece en las fórmulas anteriores vamos a recurrir al método de Ralph H. Hupson y Klikoff (4) a partir del equilibrio de fuerzas.

Mientras el vehículo está en una condición estacionaria de giro, las fuerzas de inercia de la masa del vehículo y la masa añadida aplicadas en el centro de masas se equiparan con la fuerza en el timón que produce el momento de cabeceo calculado antes como $M = \frac{1}{2}\cdot \rho \cdot V^2 \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot (K_3 - K_1)$ para el cabeceo. Nótese que K_1, K_2 y K_3, según nuestra notación son los valores de masa añadida divididos por la densidad del fluido resultando ser los "volúmenes añadidos" calculados antes. Sin embargo Ralph H. Hupson y W. A. Klikoff.en (4) emplean los coeficientes de masa añadida de Lamb (11),(12), k_1, k_2 y k_3, adimensionales y que son los volúmenes añadidos adimensionalizados por el volumen del vehículo, de modo que el producto de estos por la densidad del fluido es la masa añadida.

De este modo, con esta notación se obtiene $M = \frac{1}{2}\cdot \rho \cdot vol \cdot V^2 \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot (k_3 - k_1)$, con vol =volumen del vehículo, que , suponiendo el vehículo en flotación o con fuerzas similares entre flotación y peso se tiene $M = \frac{1}{2}\cdot m \cdot V^2 \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot (k_3 - k_1)$, con m =masa del vehículo.

Así se puede plantear la ecuación de equilibrio de giro:

$$\frac{M}{d} = \frac{1}{2}\cdot m \cdot \frac{V^2}{d} \cdot \operatorname{sen} 2\alpha \cdot (k_3 - k_1) = m \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha + m \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha \cdot k_1 \qquad \textbf{(192}$$

con d = distancia entre el centro de masas y el timón del vehículo, $m \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha$ = la fuerza de inercia centrífuga originada por el giro del vehículo y $m \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos\alpha \cdot k_1$ = la fuerza de inercia del vehículo en ese mismo giro originada por su masa añadida.

En la siguiente figura, obtenida de Ralph H. Hupson y W. A. Klikoff. (4) se muestran las fuerzas y el momento.

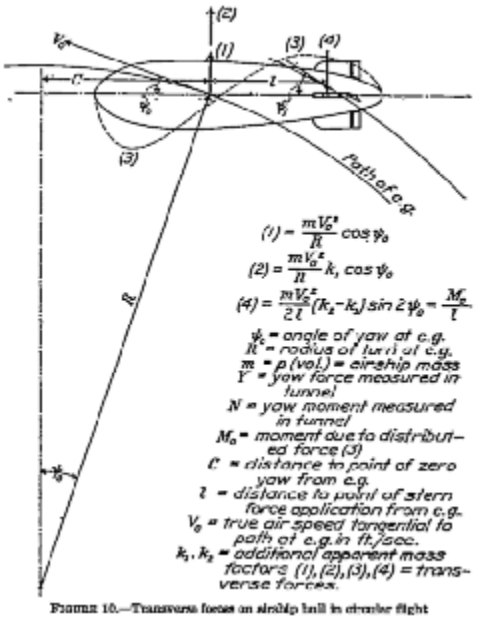


FIGURE 10.—Transverse forces on airship hull in circular flight

Figura 92

Desarrollando la ecuación anterior:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{V^2}{d}\cdot \operatorname{sen} 2\alpha\cdot\left(k_3-k_1\right)=\frac{V^2}{R}\cdot\cos\alpha+\frac{V^2}{R}\cdot\cos\alpha\cdot k_1 \qquad \textbf{(193}$$

$$\frac{1}{d}\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot\left(k_3-k_1\right)=\frac{1}{R}\cdot\left(1+k_1\right) \qquad \textbf{(194}$$

$$R=\frac{\left(1+k_1\right)\cdot d}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\left(k_3-k_1\right)} \qquad \textbf{(195}$$

Por tanto, los coeficientes de fuerzas toman el valor:

$$C_L=\frac{2\cdot\left(K_1\cdot\cos^2\alpha+K_3\cdot\operatorname{sen}^2\alpha\right)\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot\left(k_3-k_1\right)}{d\cdot b\cdot c\cdot\left(1+k_1\right)\cdot\pi}$$

$$C_Q=\frac{2\cdot\left(K_1\cdot\cos^2\beta+K_2\cdot\operatorname{sen}^2\beta\right)\cdot\operatorname{sen}\beta\cdot\left(k_2-k_1\right)}{d\cdot b\cdot a\cdot\left(1+k_1\right)\cdot\pi} \qquad \textbf{(196}$$

$$C_D=\frac{\operatorname{sen}2\alpha\cdot\left(K_3-K_1\right)\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot\left(k_3-k_1\right)}{d\cdot c\cdot b\cdot\left(1+k_1\right)\cdot\pi}$$

11.10. Validez de las expresiones obtenidas.

El desarrollo efectuado en este capítulo, basado en la teoría potencial, nos lleva a unas ecuaciones tal vez como primera aproximación válidas, pero que no contemplan los efectos viscosos ni los de mezcla turbulenta a popa, y además que están incompletas. Efectivamente, dejando de lado la eliminación del radio de curvatura realizado en las ecuaciones anteriores, Tuckerman (2), para el cálculo de las fuerzas de sustentación y resistencia, necesita que el vehículo sufra una velocidad angular ($\frac{V}{R}$) en el movimiento del vehículo. Algo no del todo cierto puesto que con la presencia de un ángulo de ataque y resbalamiento no sólo aparecen momentos hidrodinámicos sino también fuerzas, aunque siga un movimiento rectilíneo, sin radio de curvatura.

En el siguiente capítulo se van a contabilizar estos efectos viscosos y turbulentos, acercándonos más a la realidad y permitiéndonos obtener resultados más precisos. Para entender el siguiente capítulo es preciso no obstante, haber seguido los desarrollos del presente capítulo, puesto que parte de los términos de fuerzas y momentos que aparecerán en el siguiente, son potenciales.

1. Max M. Munk. "The Aerodynamic Forces on Airship Hulls". Report NACA Nº.184. National Advisory Committee for Aeronautics, 1924.
2. L.B. Tuckerman. "Notes on Aerodynamic Forces on Airship Hulls". Report NACA Nº.129, Bureau of Standards, 1923.
3. H. Julian Allen. "Estimation of the Forces and Moments Acting on Inclined Bodies of Revolution of High Fitness Ratio". Research Memorandum RM A9I26. Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. March 1950.
4. Ralph H. Hupson and W. A. Klikoff. "Application of Practical Hydrodynamics to Airship Design". Report NACA Nº.405, National Advisory Committee for Aeronautics. June 1935.
5. L.M. Milne-Thomson. "Theoretical Aerodynamics". Pags. 120-121 Pitching Moment Coefficient, Focus of a Profile. Pags. 122-123, Centre of Pressure, Centre of pressure of a Joukowski rudder. 1966.
6. Richard Von Mises. "Theory of Flight", "Theoretically developed airfoil sections", pags. 124-125; empirical airfoil data, the three main results, pags. 146-147. November 1958.
7. Holt Ashley and Marten Landahl, "Aerodynamics of wings and bodies" "Thin Airfoils in Incompressible Flow Behind Wings" pags. 94-95. 1965.
8. J.R. Spreiter and A.H. Sacks, "The Rolling Up of the Trailing Vortex Sheet and Its Effects on the Downwash" J. Aeron. Sci. 18, N° 1, 21-32. 1951.
9. Oswatitsch, K. und Keune, F. "Ein Äquivalenzsatz für nitchtangestellte Flügel kleiner Spannweite in Schallnaher Strömung", Flugwiss.3, No 2, 29-46. 1955.
10. Ira H. Abbot. "Airship Model Tests in the Variable Density Wind Tunnel". Report NACA Nº.394. National Advisory Committee for Aeronautics. 1931.
11. H. Lamb. "The Inertia-Coefficients of an Ellipsoid Moving in Fluid", British A.C.A., R. & M. No 623, 1918.
12. H. Lamb. "Notes on the Forces Experienced by Ellipsoidal Bodies Placed Unsimetrically in a Covering or Diverging Stream", British A.C.A., R. & M. No 1164, 1928.
13. Max M. Munk. "Notes on Aerodynamic Forces". Reports NACA Nº.104, 105 and 106. National Advisory Committee for Aeronautics. July 1922.

CAPITULO 12. Cálculo de momentos de cabeceo y fuerzas de resistencia y sustentación en cuerpos de revolución considerando efectos viscosos. Método potencial viscoso.

Un método basado en la teoría potencial fue el utilizado por Munk (1) parecido al desarrollado en páginas anteriores, sin embargo los efectos viscosos y la disipación turbulenta no se contemplan. Otros métodos similares al de Munk fueron utilizados por otros autores H. Upson y A. Klikoff (2), V. Laitone (3) dando resultados parecidos. Se comprobó en B. Freeman (4) y H. Julian Allen (5) que con estos métodos, en la parte del cuerpo fuselado en expansión, ante un ángulo de ataque determinado, la predicción de las fuerzas laterales se correspondía con la realidad. No obstante, en la parte de contracción del cuerpo donde los efectos turbulentos alcanzan mayor importancia, las fuerzas laterales predichas por la teoría potencial no concuerdan con las obtenidas experimentalmente en la parte del cuerpo en expansión. Es necesario, entonces, recurrir a otros métodos (semiempíricos) que tengan en cuenta este factor.

En (6), H. Julian Allen desarrolla una teoría aproximada para cuerpos inclinados de revolución. Esta teoría aproximada concuerda satisfactoriamente con las fuerzas de sustentación y resistencia predichas y las obtenidas experimentalmente. Sin embargo, el parecido entre los momentos de cabeceo experimental y teórico no es tan favorable desde el momento en que la distribución de la carga de las fuerzas transversales no está representada correctamente por el método de H. Julian Allen (6). Lo ideal es la combinación la teoría potencial con los efectos de viscosidad turbulenta en la popa, de forma que se pueda predecir de forma más correcta los momentos. En el método de Edward J. Hopkins (7) se intenta esto, así como la predicción de fuerzas de sustentación y resistencia.

Hemos de recordar que en los fenómenos viscosos, el transporte se realiza por difusión molecular, unas moléculas empujan a otras, chocan entre sí y transmiten la masa, la cantidad de movimiento, temperatura, presión, calor etc...

En la turbulencia hay efectos de mezcla turbulenta que son mayores que los de viscosidad. En la proa del vehículo es donde tiene lugar el fenómeno viscoso, pero sólo en la capa límite y si nos salimos de ésta, el comportamiento del fluido es ideal, se puede emplear la teoría potencial considerando la circulación asociada a esa parte. En la popa lo que se produce es viscosidad turbulenta, la capa límite no aguanta los gradientes adversos de presión y se desprende. Realmente en esta zona el fluido no es potencial ni viscoso propiamente dicho, son esfuerzos turbulentos lo que aparece a popa y la disipación es turbulenta. Se podría hablar de viscosidad turbulenta en esa zona, allí es donde deberemos usar coeficientes de viscosidad turbulenta para hacer la modelización lo más próxima a la realidad.

Lo que llamamos aquí método potencial viscoso, para abreviar, es una conjunción de la teoría potencial (a proa del vehículo) con otra zona de viscosidad turbulenta (a popa) donde tiene lugar la mezcla y la disipación turbulenta.

Edward J. Hopkins (7) se contenta con llamar a la parte turbulenta simplemente "viscosa" (viscous cross-flow theory), pero hemos hecho este matiz por parecernos más correcta la precisión anterior. Edward J. Hopkins en (7), emplea las siguientes expresiones semiempíricas:

$$C_m = \frac{(k_2 - k_1)\cdot 2\cdot\alpha}{V}\cdot\int_0^{x_0}\frac{dS}{dx}\cdot(x_m - x)\cdot dx + \frac{2\cdot\alpha^2}{V}\cdot\int_{x_0}^{L}\eta\cdot r\cdot C_{dc}\cdot(x_m - x)\cdot dx$$

$$C_L = \frac{(k_2 - k_1)\cdot 2\cdot\alpha}{V^{2/3}}\cdot\int_0^{x_0}\frac{dS}{dx}\cdot dx + \frac{2\cdot\alpha^2}{V^{2/3}}\cdot\int_{x_0}^{L}\eta\cdot r\cdot C_{dc}\cdot dx \qquad \textbf{(197}$$

$$C_D = \frac{(k_2 - k_1)\cdot 2\cdot\alpha^2}{V^{2/3}}\cdot\int_0^{x_0}\frac{dS}{dx}\cdot dx + \frac{2\cdot\alpha^3}{V^{2/3}}\cdot\int_{x_0}^{L}\eta\cdot r\cdot C_{dc}\cdot dx$$

En las expresiones anteriores aparece la integración longitudinal sobre el cuerpo con dos zonas definidas claramente la zona en la que se supone la teoría potencial y otra donde aparecen las fuerzas debidas a los esfuerzos turbulentos. Donde se aplica la teoría potencial viene definido por la región desde $x = 0$ hasta $x = x_0$ y la zona donde empieza la teoría viscosa desde $x = x_0$ hasta $x = L$. En las expresiones anteriores k_1 y k_2 son los coeficientes de masa añadida en las direcciones longitudinal y transversal del vehículo, α es el ángulo de ataque, S es la superficie transversal en función de x, V es el volumen del cuerpo, x_0 es la distancia longitudinal a partir de la proa donde se emplea la teoría potencial, x_1 es la distancia longitudinal respecto de la proa al punto donde la derivada $\frac{dS}{dx}$ alcanza el mayor valor negativo, x_m es la distancia desde la proa hasta el punto donde tomamos los momentos, L es la longitud total del cuerpo, η es la relación existente entre el coeficiente de resistencia de un cilindro de longitud finita y el de una longitud infinita, C_{dc} es el coeficiente de resistencia de un cilindro circular perpendicular a la corriente incidente (este coeficiente empleado por Edward J. Hopkins es realmente un coeficiente de resistencia de viscosidad turbulenta) y r es el radio local. Las unidades empleadas por Edward J. Hopkins en (7) son pies y libras, pero tras un estudio dimensional de los coeficientes de dichas ecuaciones vemos que todos los coeficientes implicados son adimensionales pudiendo utilizar los valores de las gráficas siguientes con el Sistema Métrico Decimal.

En estas ecuaciones se han sustituido los cosenos por las unidades y los senos por los ángulos, con los ángulos en radianes. En la segunda ecuación el componente de la sustentación viscoso ha sido despreciado porque su inclusión en esta componente es espúreo, no cambia en nada la sustentación total.

La parte potencial de estas ecuaciones se aproxima mucho a expresiones potenciales obtenidas en el capítulo anterior. Concretamente los valores potenciales de C_m y C_L coinciden con la expresión de las fuerzas transversales de Munk (1) (13) sustituyendo los senos por los argumentos y la parte potencial de C_D tiene un factor α^2 muy similar al obtenido para C_D en el capítulo anterior en el que aparecían $\operatorname{sen} 2\alpha\cdot\operatorname{sen}\alpha$ en el lugar de $2\cdot\alpha^2$.

Los valores del coeficiente de momentos C_m corresponden a los momentos respecto al punto a distancia $1/4\cdot L$ del borde de ataque.

Estos datos están asociados a un cuerpo de revolución por lo que la respuesta en cabeceo es la misma que en guiñada.

La distancia x_0 se determina de forma empírica de Edward J. Hopkins en (7) dando como resultado la fórmula de la siguiente figura:

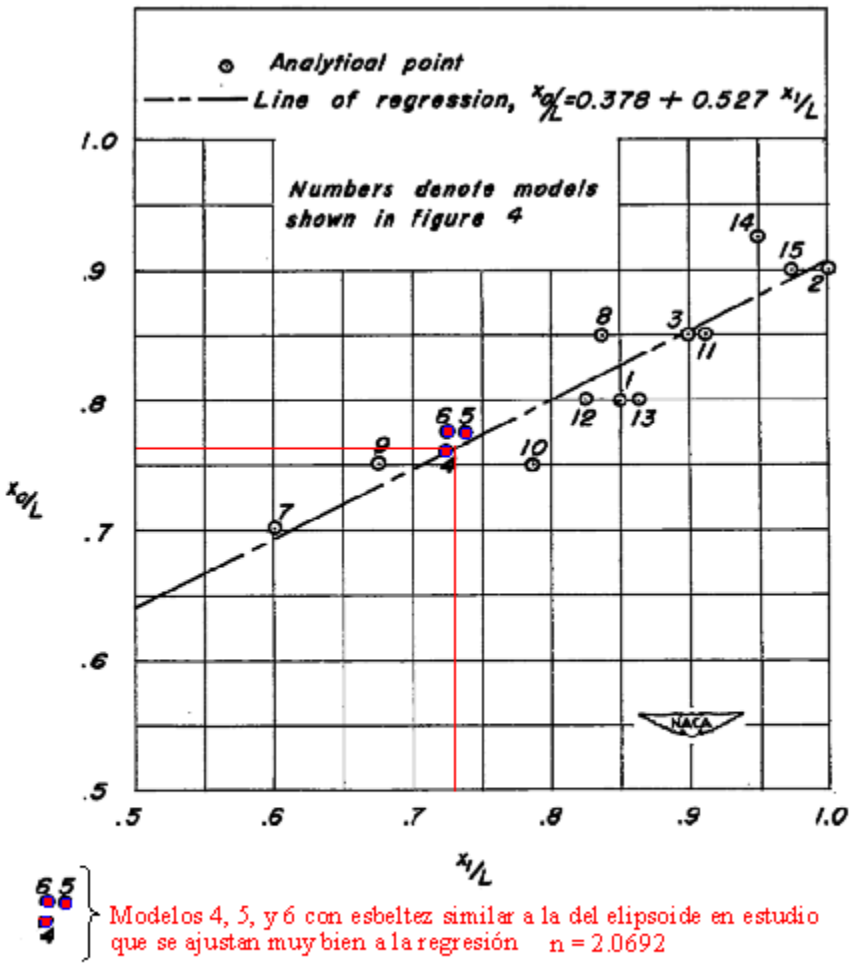


Figure 5.– Correlation between assumed extent of applicability of potential theory and the position of the maximum negative rate of change of body cross-sectional area with body length.

Figura 93

El valor de η se obtiene de la siguiente figura, de Edward J. Hopkins (7), para un número Re ligeramente inferior al de nuestro vehículo ($\mathrm{Re} = 7 \cdot 10^5$).

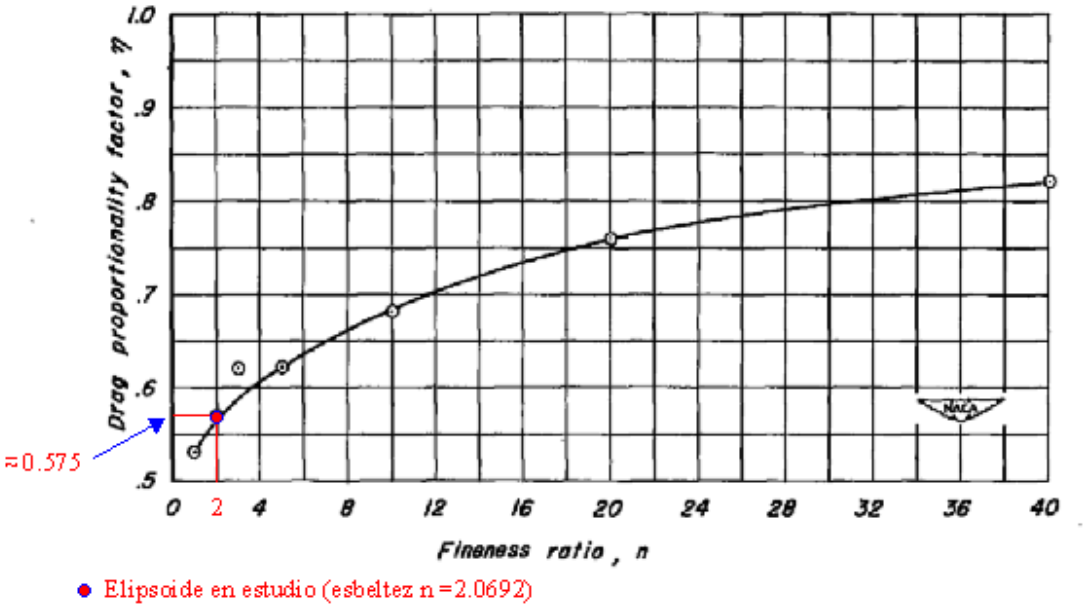


Figure 3.- Ratio of the drag coefficient of a circular cylinder of finite length to that of a cylinder of infinite length as a function of the fineness ratio. R_c=88,000

Figura 94

A partir de los valores de las medidas y estudios de W.F. Lindsey (8), John Stack (9), C. Wieselberger (10) y E.F. Ref. (11), se consiguen los valores de C_{dc}, para nuestros cálculos, obteniendo C_{dc} = 0.5 para el Re similar al de nuestro problema. Gráfica obtenida de Edward J. Hopkins (7):

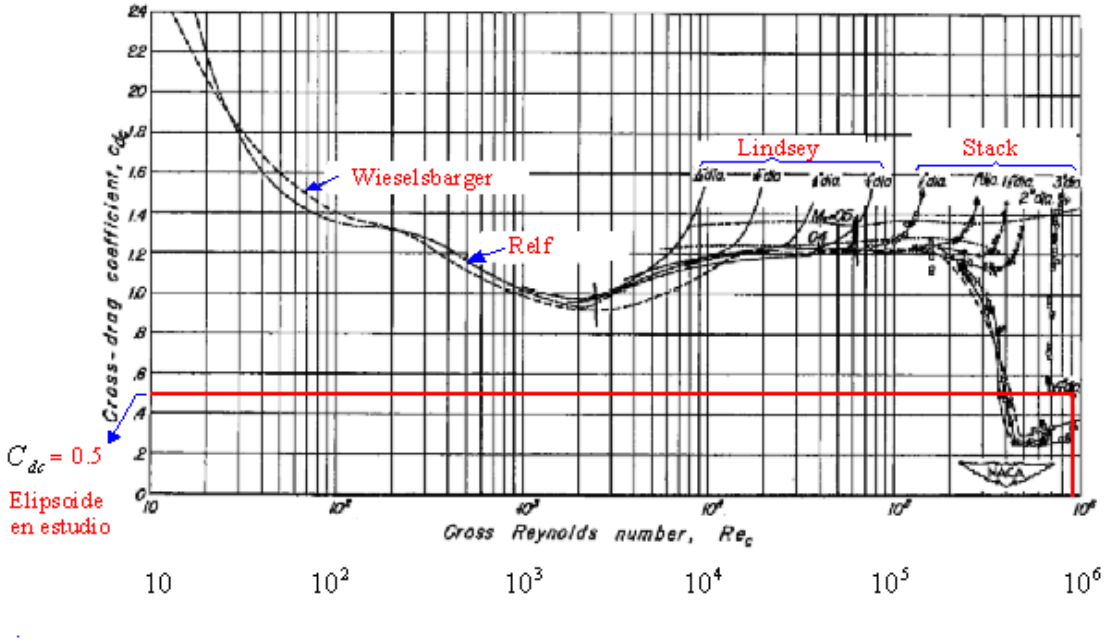
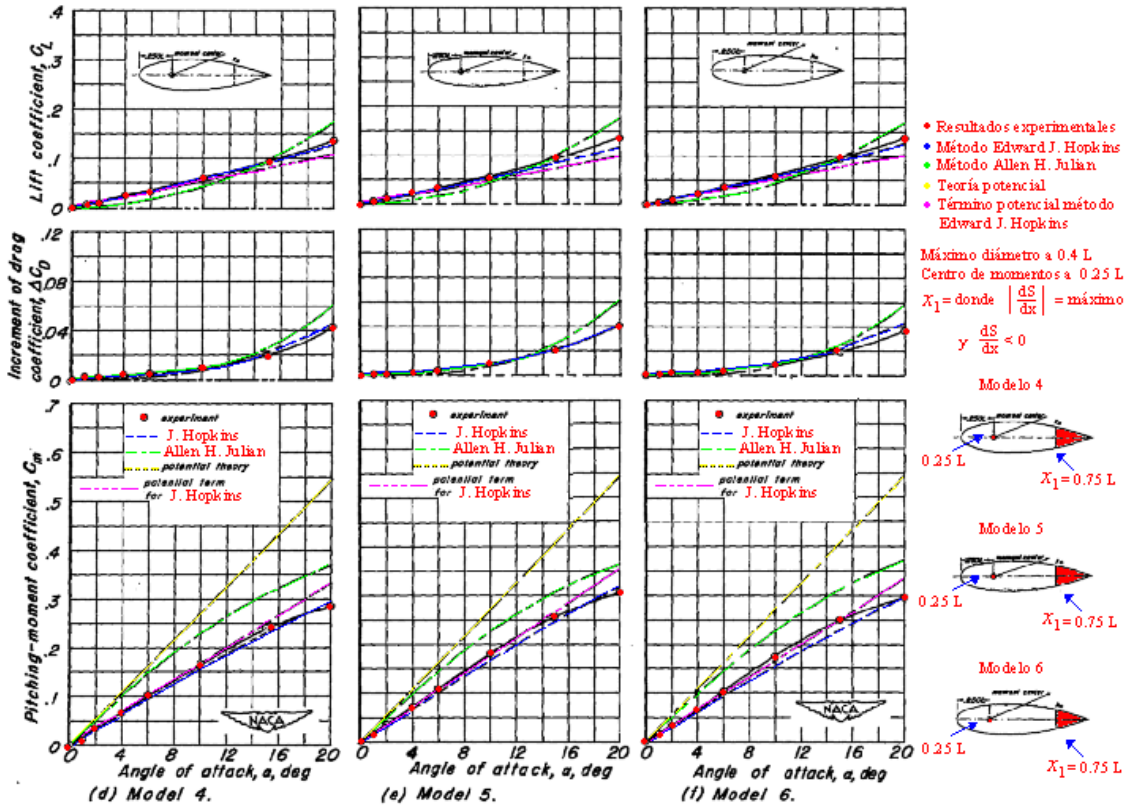


Figure 1.- Circular-cylinder drag coefficient as a function of Reynolds number.

Figura 95

Ahora estamos en condiciones de calcular los valores de resistencia, sustentación y momentos de cabeceo para nuestro elipsoide.



Para evaluar la aproximación del método propuesto por Edward J. Hopkins (7) con los resultados experimentales mostramos a continuación los valores obtenidos para 3 vehículos axilsimétricos que no son formas elípticas pero sí con un grado de esbeltez y una geometría similar al nuestro. Estos 3 modelos que aparecen en la siguiente FIGURA con los números 4, 5 y 6 son los fuselajes número 3, 6 y 7 del estudio de G. Lange, (12).

Figura 96

Se aprecia gran aproximación entre los valores experimentales y los calculados por el método de Edward H. Hopkins (7), mucho más preciso que el de H. Julian Allen (6).

Los momentos mostrados en la figura anterior tomados a 0.25L muestran gran acercamiento a los valores experimentales obtenidos. En los trabajos de H. Julian Allen (6) se tiende a sobrevalorar los coeficientes de cabeceo. Se podría haber logrado mayor precisión tal vez, para ángulos de ataque elevados, moviendo más a proa el punto de finalización de la teoría potencial x_0, más a proa mientras se incrementa el ángulo de ataque.

Para los coeficientes de sustentación y resistencia, este método da gran aproximación para los resultados experimentales. Estos resultados, sin embargo, no son suficientes para indicar que son los más adecuados para específicos cuerpos como puede ser el nuestro pero sirven para la aproximación analítica que buscamos antes de hacer los ensayos en túnel de viento.

En esta figura se muestran también las contribuciones de los términos potenciales de las ecuaciones anteriores. Puede verse fácilmente que el término potencial es el de mayor contribución para la sustentación y el momento de cabeceo. Posiblemente el momento se ha calculado en 0.25L por tener los perfiles de la teoría potencial linealizada el centro aerodinámico en ese sitio como vimos anteriormente.

Es necesario conocer el valor de x_1. Los estudios y ecuaciones de Edward J. Hopkins (7) están hechos para un cuerpo de revolución genérico que no tiene por qué se elíptico pero sí de revolución. Nuestro elipsoide, como se recordará no es de revolución. Sin embargo para poder aplicar estas ecuaciones podemos suponer un elipsoide con grado de esbeltez igual al nuestro $\frac{L}{D} = n = 2.0692$ pero axilsimétrico, y con una misma longitud de 9600 mm, como se muestra en la siguiente figura:

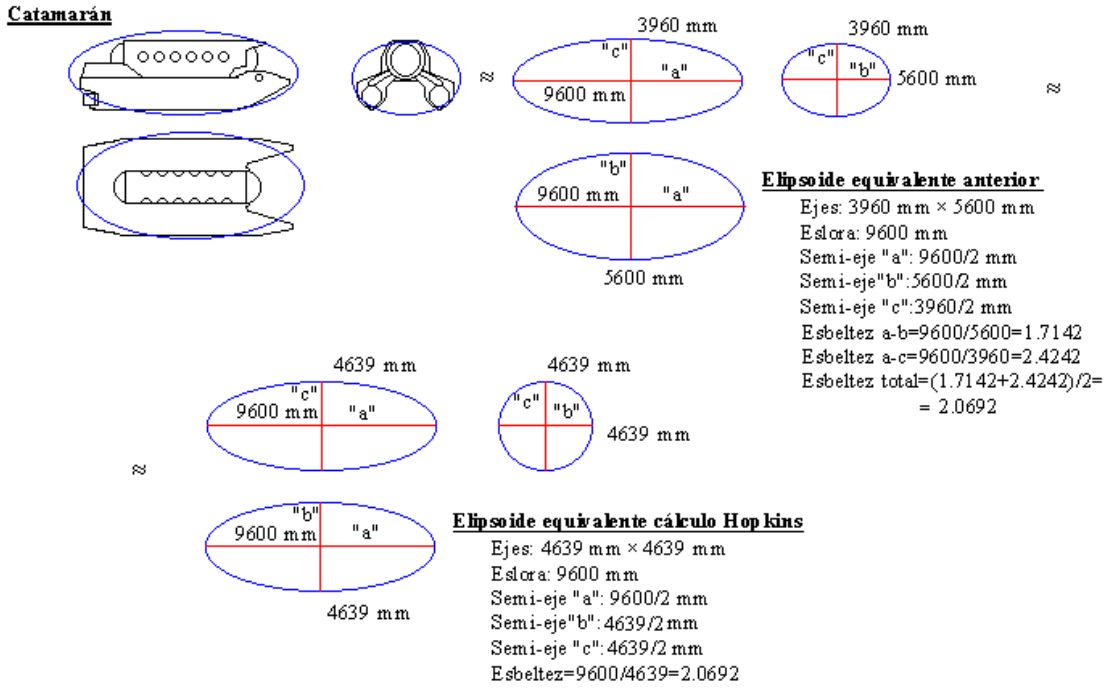


Figura 97

Sin embargo, no es válido para el método de Edward J. Hopkins (7), ya que el punto x_1 donde se alcanza el mayor valor absoluto para $\frac{dS}{dx}$ (en valores negativos) sería, por condiciones geométricas de la elipse justo en la popa, quedando muy a popa el punto x_0, donde termina la teoría potencial.

Efectivamente en la ecuación de la elipse:

$$y = \pm b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

$$S = (2 \cdot y)^2 \cdot \pi = 2 \cdot b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \qquad \textbf{(198}$$

$$\frac{dS}{dx} = -2 \cdot b^2 / a^2 \cdot x \cdot \pi$$

El mayor valor de $\frac{dS}{dx}$ es evidentemente para $x = a$.

Es preciso diseñar un cuerpo de revolución con el mismo grado de esbeltez de nuestro modelo con una longitud igual y con un acoplamiento similar a los modelos 4, 5 y 6 a un 75 % de la longitud total, que, como se verá, es el punto donde $\frac{dS}{dx}$ alcanza el mayor valor negativo. Ese acoplamiento cónico deberá ser tangente a la elipse de semiejes desconocidos. Mantendremos el valor del semieje menor $"b" = \frac{4639}{2}$ mm para asegurar la esbeltez con la misma longitud total de 9600 mm.

Estas condiciones son suficientes para definir el elipsoide de en cuestión, válido para este método (7), el de Edward J. Hopkins.

En la siguiente figura se muestran estas condiciones geométricas.

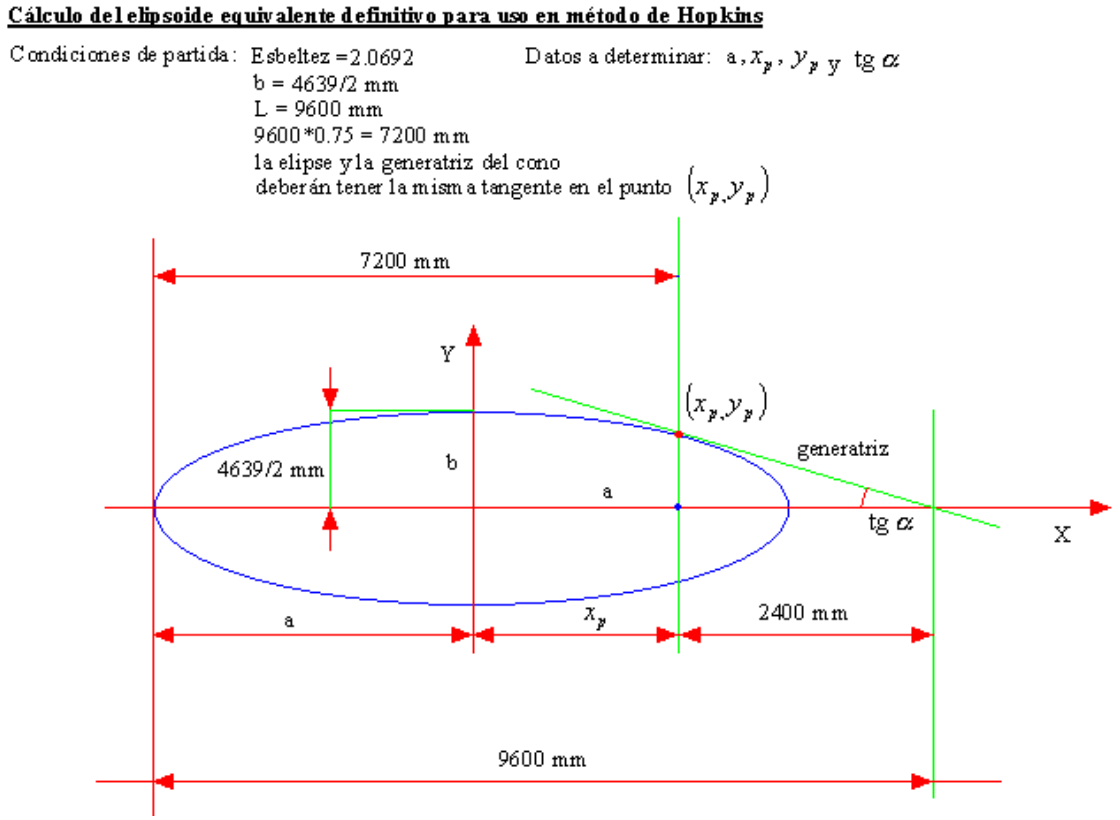


Figura 98

Estas condiciones, en expresiones matemáticas toman la forma:

$$\mathrm{tg}\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_p} = \left(\frac{\frac{-2\cdot x\cdot b}{a^2}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}\right)_{x=x_p} = \frac{\frac{-2\cdot x_p\cdot b}{a^2}}{\sqrt{1-\frac{x_p{}^2}{a^2}}} = \frac{-y_p}{2400}$$

$$x_p = 7200 - a \qquad \textbf{(199}$$

$$y_p = b\cdot\sqrt{1-\frac{x_p{}^2}{a^2}}$$

Del grupo de ecuaciones anterior, la primera es la condición de igualdad entre la pendiente de la elipse y la de la generatriz, la segunda es la condición geométrica de comienzo de la generatriz del cono a distancia de 7200 mm de la proa y la tercera que el punto $(x_{p,}y_p)$ pertenece a la elipse. Es un sistema de 3 ecuaciones y tres incógnitas, a, x_p e y_p.

Los valores solución son:

$x_p = 2700$

$y_p = 1852$

$a = 4500$

Para el cálculo de x_1 vamos a ver que ese punto es precisamente el punto de abscisa x_p con lo que x_1, contado desde proa y no desde el centro de la elipse, pasa a ser $x_1 = a + x_p = 4500 + 2700 = 7200$ mm.

Efectivamente, la ley de $\frac{dS}{dx}$, para la elipse, toma el valor:

$$\frac{dS}{dx}_{elipse} = -2\cdot b^2/a^2\cdot x\cdot\pi = -1.6628\cdot x \qquad \textbf{(200}$$

Como se comentó antes, conforme x aumenta el valor negativo de $\frac{dS}{dx}$ aumenta en valor absoluto, estando su máximo en la popa $x = 4500$ mm. En nuestra geometría, el valor de $\frac{dS}{dx}$ cambia al correspondiente al de un cono, para x mayores de 2700 mm, contados desde el centro de la elipse. El valor

de $\frac{dS}{dx}$, para estos valores de x es el correspondiente al del cono, definido por la pendiente de la recta $y = -0.77166 \cdot x + 3935.466$ que es la generatriz.

De este modo:

$$\frac{dS}{dx}_{cono} = 2 \cdot \pi \cdot \left(0.77166^2 \cdot x - 3036.841\right) = 3.7413 \cdot x - 19081.0391 \quad \textbf{(201}$$

Es fácil ver en esta última expresión que los valores de $\frac{dS}{dx}_{cono}$, disminuyen en valor absoluto conforme la x aumenta siendo su máximo valor negativo $\frac{dS}{dx}_{cono}$ =-8979.518 mm, para x =2700 mm.

Para $\frac{dS}{dx}_{elipsoide}$ el mayor valor negativo alcanzado es en x =2700 mm, que es el punto del elipsoide más a popa, donde comienza el cono. Ahí, $\frac{dS}{dx}_{elipsoide}$ = -4489.73 mm.

Por tanto, x_1 =2700 + 4500 = 7200 mm contado desde proa.

Conocido x_1 el valor de x_0 es:

$$x_0 = 0.378 \cdot 9600 + 0.527 \cdot 7200 = 7423.2 \text{ mm}$$

En nuestro elipsoide el máximo diámetro se encuentra para $x = 4500$ mm, es decir a 0.468L, un poco más atrás que el de los modelos 4, 5 y 6 de Edward J. Hopkins (7).

En la siguiente figura se muestra el elipsoide equivalente definitivo para el cálculo de las fuerzas de sustentación, resistencia y momento de cabeceo por el método de Edward J. Hopkins (7).

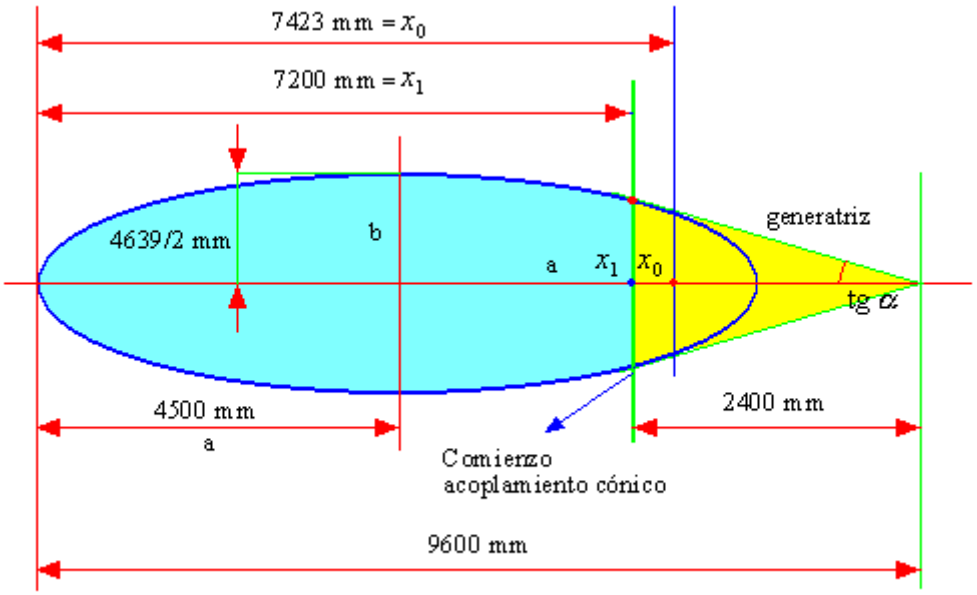


Figura 99

De este modo hay dos zonas de estudio claramente diferenciadas, una donde se emplea la teoría potencial exclusivamente, como se comentó líneas arriba y otra donde se consideran los efectos viscosos a partir de cálculos experimentales sobre modelos similares al nuestro. A continuación se muestran las dos zonas.

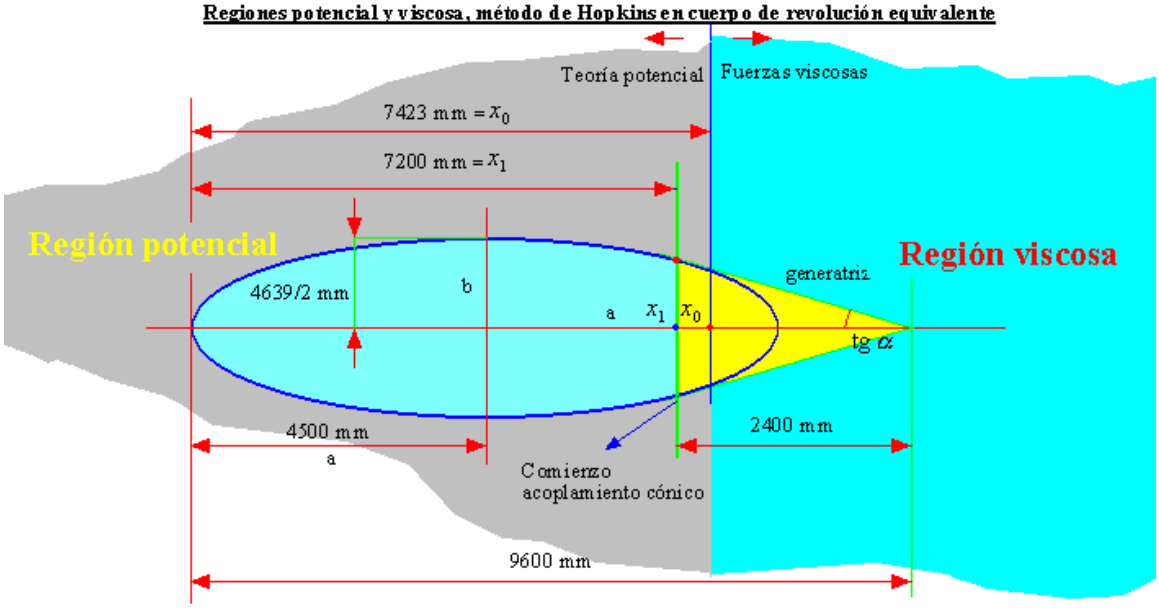


Figura 100

Conocidas la geometría del vehículo de revolución equivalente y las zonas de integración, tenemos, para los momentos de cabeceo, la expresión:

$$C_m = \frac{(k_2 - k_1)\cdot 2\cdot\alpha}{V}\cdot\left(\begin{array}{l}\left(a\cdot x_m\cdot x_1 - (a+x_m)\cdot\frac{x_1^{\,2}}{2} + \frac{x_1^{\,3}}{3}\right)\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot b^2}{a^2} - \\ -2\cdot\pi\cdot(\mathrm{tg}\alpha_0)^2\cdot\left(L\cdot x_m\cdot(x_0 - x_1) - \frac{(L+x_m)}{2}\cdot\left(x_0^{\,2} - x_1^{\,2}\right) + \frac{1}{3}\left(x_0^{\,3} - x_1^{\,3}\right)\right)\end{array}\right) + \quad \textbf{(202}$$

$$+ 2\cdot\alpha^2\cdot\frac{\eta}{V}\cdot C_{dc}\cdot\left(L\cdot x_m\cdot(L - x_0) - \frac{\left(L^2 - x_0^{\,2}\right)}{2}\cdot(L + x_m) + \frac{\left(L^3 - x_0^{\,3}\right)}{3}\right)$$

Para el coeficiente de sustentación:

$$C_L = \frac{(k_2 - k_1)\cdot 2\cdot\alpha}{V^{\frac{2}{3}}}\cdot\left(\frac{\pi\cdot b^2}{a^2}\cdot\left(a^2 - (a - x_1)^2\right) + \pi\cdot(\mathrm{tg}\alpha_0)^2\cdot\left((L - x_0)^2 - (L - x_1)^2\right)\right) + \quad \textbf{(203}$$

$$+ 2\cdot\alpha^2\cdot\frac{\eta}{V^{\frac{2}{3}}}\cdot\mathrm{tg}\alpha_0\cdot C_{dc}\cdot\left(L^2 - \frac{L^2}{2} - L\cdot x_0 + \frac{x_0^{\,2}}{2}\right)$$

Para el coeficiente de resistencia:

$$C_D = \frac{(k_2 - k_1)\cdot 2\cdot\alpha^2}{V^{\frac{2}{3}}}\cdot\left(\frac{\pi\cdot b^2}{a^2}\cdot\left(a^2 - (a - x_1)^2\right) + \pi\cdot(\mathrm{tg}\alpha_0)^2\cdot\left((L - x_0)^2 - (L - x_1)^2\right)\right) + \quad \textbf{(204}$$

$$+ 2\cdot\alpha^3\cdot\frac{\eta}{V^{\frac{2}{3}}}\cdot\mathrm{tg}\alpha_0\cdot C_{dc}\cdot\left(L^2 - \frac{L^2}{2} - L\cdot x_0 + \frac{x_0^{\,2}}{2}\right)$$

Como adelantamos antes, estos momentos están tomados desde el punto a distancia $\frac{1}{4}\cdot L$ del borde de ataque.

Con los valores de α en radianes, $k_1 = 0.208999$ y $k_2 = 0.6614800$ obtenidos del elipsoide en páginas anteriores y el resto de los valores geométricos de la elipse acoplada al cono calculada en estos párrafos así como los coeficientes experimentales η=0.575 y C_{dc}=0.5 de las gráficas anteriores.

En definitiva, tenemos:

$$C_m = 0.392326208\cdot\alpha - 0.070258472\cdot\alpha^2$$
$$C_L = 0.3479783941\cdot\alpha + 0.045387073\cdot\alpha^2$$
$$C_D = 0.3479783941\cdot\alpha^2 + 0.045387073\cdot\alpha^3$$

Que por la simetría del vehículo:

$$C_n = 0.392326208 \cdot \beta - 0.070258472 \cdot \beta^2$$
$$C_Q = 0.3479783941 \cdot \beta + 0.045387073 \cdot \beta^2$$
$$C_l = 0$$

En estas fórmulas, los valores de α y β vienen en radianes y en valor absoluto.

El signo de cada fuerza y momento es función de los signos de α y β, tal y como aparecen en las figuras que definen las fuerzas y los momentos, en definitiva según estén orientados los ejes cuerpo respecto de los ejes viento. Más adelante se recuerda un criterio para los signos según los ángulos α y β (posición del fuselaje respecto ejes viento), y las deflexiones de los timones.

Se observa que para el casco desnudo el vehículo es claramente inestable.

$$C_m = 0.392326208 \cdot \alpha - 0.070258472 \cdot \alpha^2$$

C_m>0 para todo α <5.58 Rad. (319 grados), es decir, para toda la maniobra.

El casco desnudo es claramente inestable, cualquier valor de α>0 produce un momento que aumenta el α y que produce otro momento mayor a su vez.

Todo esto es análogo, evidentemente, en la guiñada, sin más que cambiar α por β puesto que las expresiones son idénticas. En el capítulo de título " Centro aerodinámico. Centro de presiones. Criterios de estabilidad del vehículo. Efectos estabilizadores de las aletas. Inestabilidad ", se adelantó este resultado mostrando la inestabilidad de elipsoides de revolución sin ningún tipo de aleta.

1. Max M. Munk. "The Aerodynamic Forces on Airship Hulls". Report NACA Nº.184. National Advisory Committee for Aeronautics. 1924.
2. Ralph H. Upson and W. A. Klikoff. "Application of Practical Hydrodynamics to Airship Design". Report NACA Nº.405. National Advisory Committee for Aeronautics. June 1931.
3. E. V. Laitone. "The Linearized Subsonic and Supersonic Flow about Inclined Bodies of Revolution". Jour. Aero. Sci. Vol.14 nº 11, pp. 631-642, Nov. 1947.
4. Hugh B. Freeman. "Pressure-Distribution Measurements on the Hull and Fins of a 1/40-Sacle Model of the U.S. Airship "Akron"". Report NACA Nº.443. National Advisory Committee for Aeronautics. 1932.
5. H. Julian Allen. "Pressure Distribution and some Effects of Viscosity on Slender Inclined Bodies of Revolution". T.N. NACA Nº.2044. National Advisory Committee for Aeronautics. March 1950.
6. H. Julian Allen. "Estimation of the Forces and Moments Acting on Inclined Bodies of Revolution of High Fitness Ratio". Research Memorandum RM A9I26. Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. November 1949.
7. Edward J. Hopkins. "A Semiempirical Method for Calculating the Pitching Moment of Bodies of Revolution at Low Mach Numbers". Research Memorandum RM A51C14. Ames Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. May 1951.
8. W. F. Lindsey. "Drag of Cylinders of Simple Shapes". Report NACA 619. National Advisory Committee for Aeronautics. October 1937.

9. John Stack. "Compressibility Effects in Aeronautical Engineering". NACA ACR. National Advisory Committee for Aeronautics. August 1941.
10. C. Wieselsberger. "New Data on the Laws of Fluid Resistance". NACA TN 84. National Advisory Committee for Aeronautics. 1922.
11. E. F. Relf. "Discussion of the Results of Measurements of the Resistance of Wires, with Some Additional Tests on the Resistance of Wires of Small Diameter" British A.C.A. R. &M.
12. G. Lange. "Force and Pressure Distribution Measurements on Eight Fuselages". T.M. NACA Nº.1194. National Advisory Committee for Aeronautics. 1948.

CAPITULO 13. Test de deceleración.

Se han empleado con frecuencia los test de deceleración para la determinación experimental del coeficiente de resistencia aerodinámico en dirigibles de tamaño real. Por ciertas razones, algunas de las cuales se deben a las condiciones de los test, y otras a las suposiciones hechas en los cálculos, los resultados obtenidos de esta forma contienen errores. Sin embargo, los resultados de resistencia obtenidos de este modo son de los más satisfactorios entre los correspondientes a los obtenidos para vehículos de tamaño real.

Estos resultados serán indicativos de los valores obtenidos anteriormente por métodos teóricos, como el potencial, y semiempíricos como el potencial-viscoso.

Se obtiene por F. L. Thompson y H.W. Kirschbaum (1), la ecuación empírica

$$C_D = \frac{2 \cdot v^{\frac{1}{3}} \cdot (1 + k_1)}{s} - \frac{A_p}{v^{\frac{2}{3}}} \qquad \textbf{(205}$$

donde:

v = volumen del dirigible = $v \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot a \cdot b \cdot c$ en nuestro caso y con "a", "b" y "c" los semiejes del elipsoide, $v = 1.114687339 \cdot 10^2$ metros cúbicos.

k_1 =coeficiente longitudinal de masa añadida ya calculado por nosotros antes, $k_1 = 0.208999$.

A_p = partes de resistencia que no contribuyen normalmente a la resistencia del dirigible, como las cabinas hélices etc.… que no tendremos en cuenta.

$s = \frac{dt}{d\left(\frac{1}{V}\right)}$ = longitud característica, que no es otra cosa que una cantidad lineal determinada por las propiedades de resistencia del vehículo obtenida experimentalmente y que es el espacio recorrido en la deceleración igual al cociente entre el tiempo tardado y la deceleración del vehículo en ese tiempo. De vehículos con esbeltez parecida, $\frac{L}{D} = 2.0692$, y para pruebas a números de Reynolds entre $\mathrm{Re} = 350 \cdot 10^6$ y $\mathrm{Re} = 35 \cdot 10^6$, F. L. Thompson y H.W. Kirschbaum (1) , nuestro vehículo se encontraba a $\mathrm{Re} = 9.8 \cdot 10^6$, obtenemos de datos del estudio de F. L. Thompson y H.W. Kirschbaum (1) un valor de $s = 22.5111438 \cdot 9.6 = 216.10698 \approx 216.1$ metros.

Así, sustituyendo todos esos valores en la ecuación anterior obtenemos un valor de:

$$C_D = 0.053848$$

1. Report NACA Nº.397 "The Drag Characteristics of Several Airships Determined by Deceleration Tests" by F. L. Thompson and H.W. Kirschbaum. National Advisory Committee for Aeronautics. March 1931.

CAPITULO 14. Exposición de los resultados para el cálculo de coeficientes hidrodinámicos de los métodos potencial y potencial-viscoso.

14.1. Método potencial

En el método potencial, seguido por nosotros a partir de trabajos de Tukerman (16) y Munk (14) (15), el elipsoide utilizado no es axilsimétrico, de modo que $C_L \neq C_Q$ y $C_m \neq C_n$. Mostramos a continuación los resultados de los cálculos de las ecuaciones descritas anteriormente.

Método potencial, valores de C_L para los ángulos de ataque –8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados.

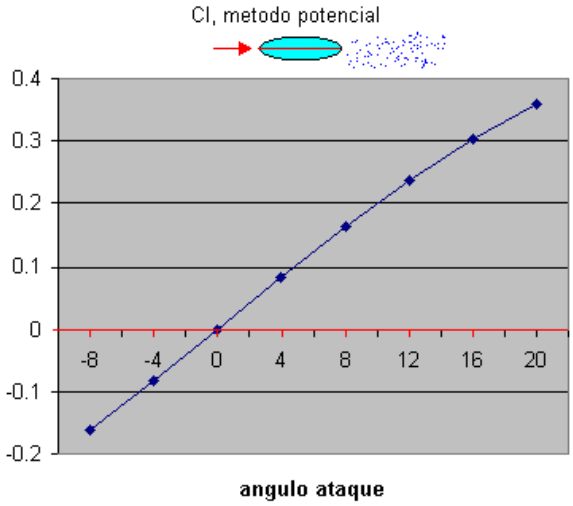


Figura 101

Método potencial, valores de C_Q para los para los ángulos de resbalamiento –8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados.

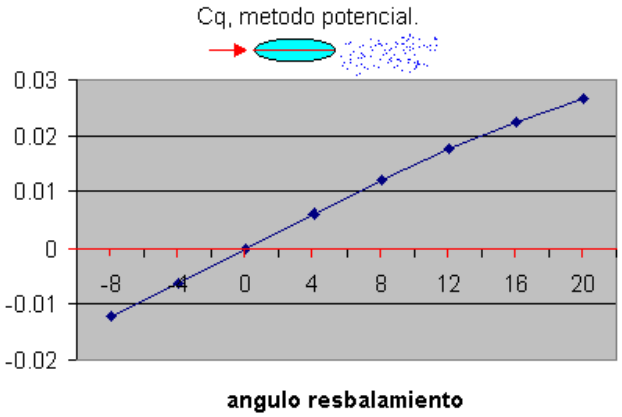


Figura 102

Método potencial, valores de C_D para los para los ángulos de ataque –8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados

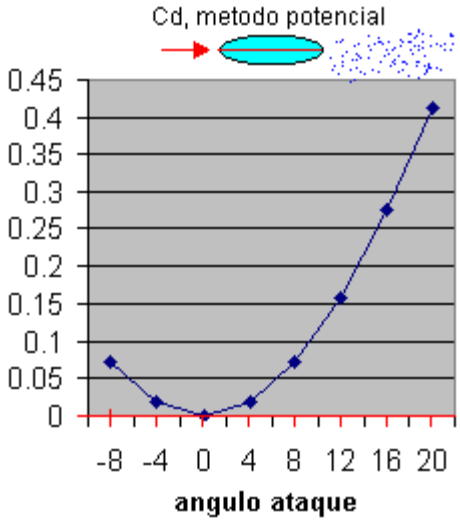


Figura 103

Método de potencial, valores de C_m para los para los ángulos de ataque –8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados

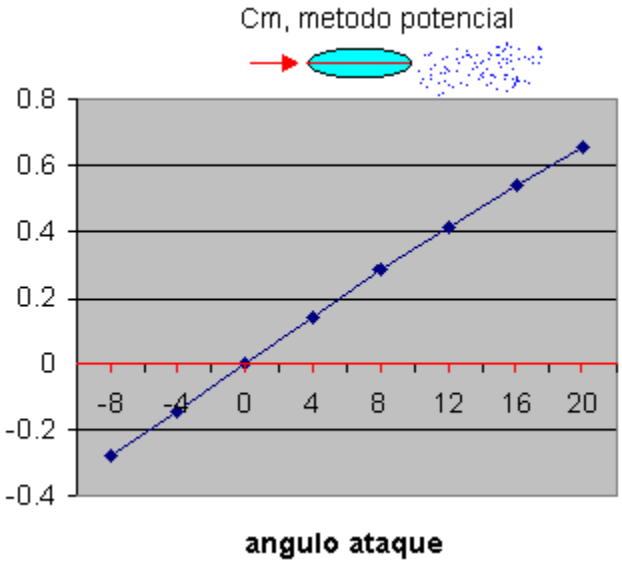


Figura 104

Método de potencial, valores de C_n para los para los ángulos de resbalamiento –8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados

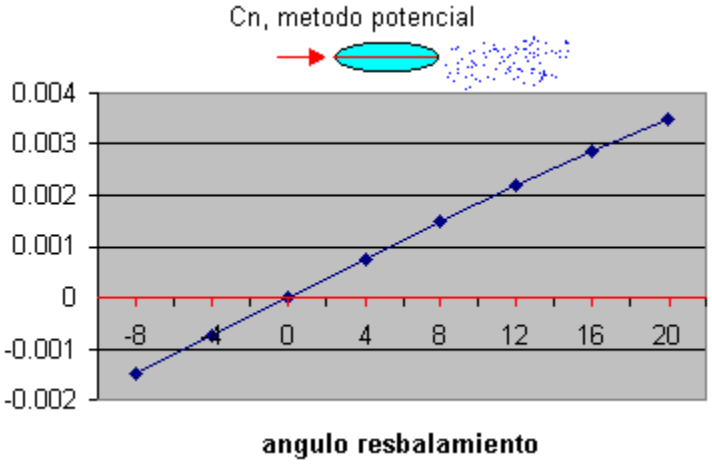


Figura 105

14.2. Método potencial-viscoso

En el método potencial-viscoso, seguido aquí a partir de trabajos de Edward J. Hopkins (2), se emplea como modelo un elipsoide acoplado a un cono, con cálculo de fuerzas y momentos según la teoría potencial, en el tramo elíptico y contemplado la viscosidad y turbulencia a partir de resultados empíricos, en la parte del cono, ambos de revolución, de modo que $C_L = C_Q$ y $C_m = C_n$.

Método potencial-viscoso, C_L para ángulos de ataque -8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados

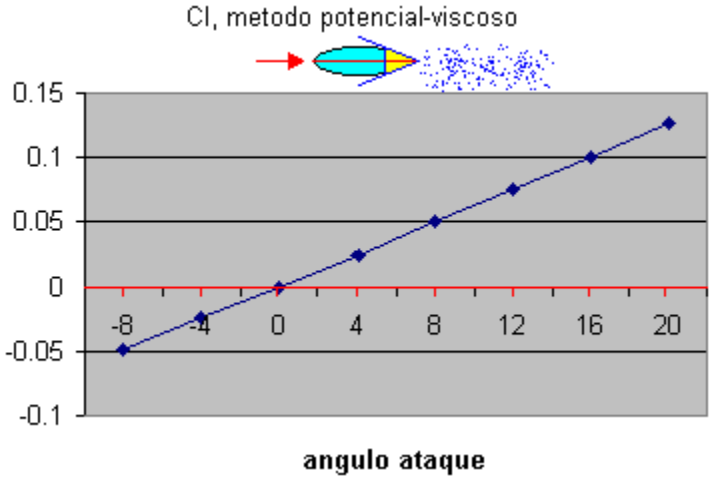


Figura 106

Método potencial-viscoso, C_D para ángulos de ataque -8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados.

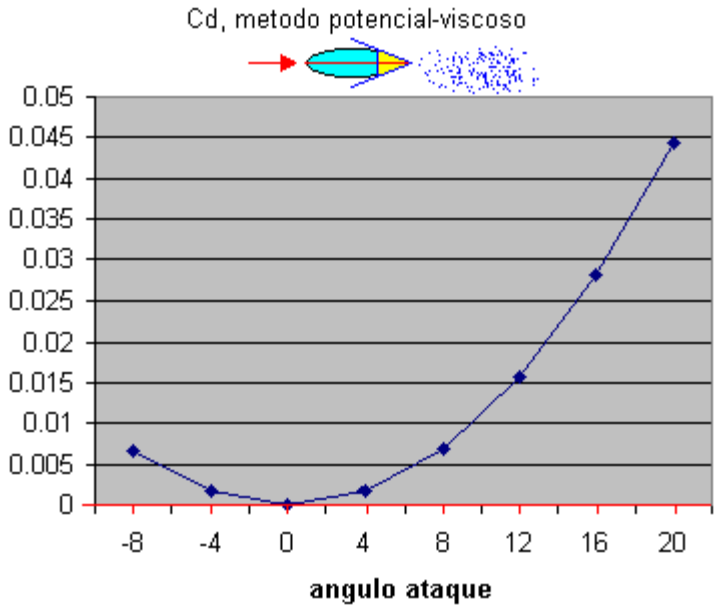


Figura 107

Método potencial-viscoso, C_m para ángulos de ataque -8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados.

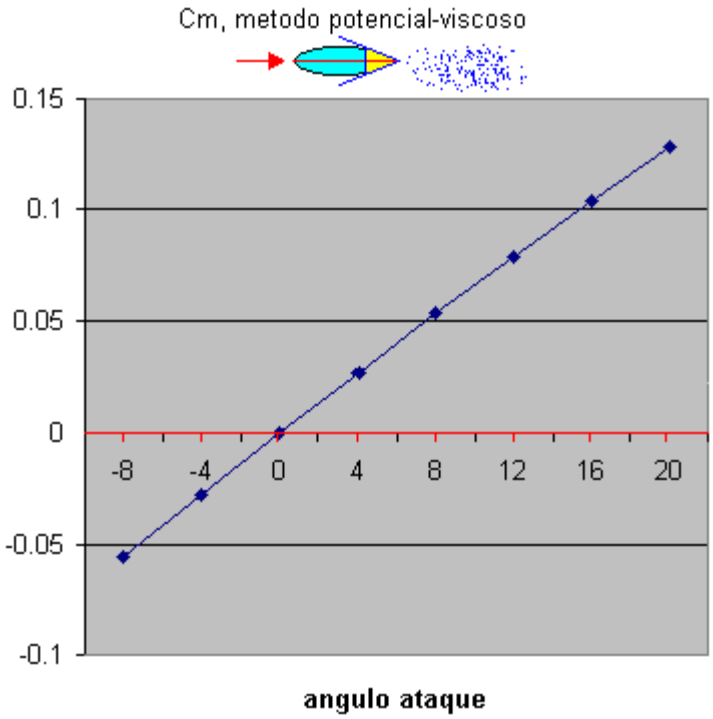


Figura 108

14.3. Comparación entre los coeficientes de fuerzas y momentos hidrodinámicos obtenidos por los métodos potencial y potencial-viscoso.

Comparando los valores obtenidos de C_L por los dos métodos, para ángulos de ataque -8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados

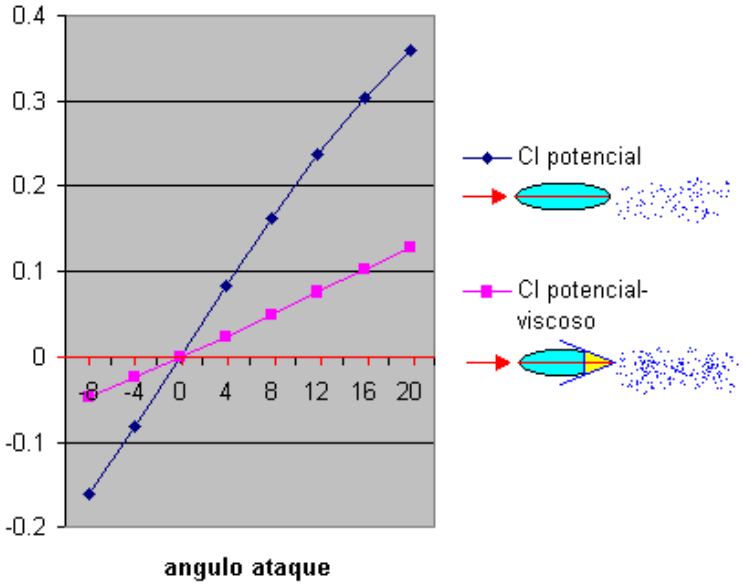


Figura 109

Comparando los valores obtenidos de C_D por los dos métodos, para ángulos de ataque -8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados

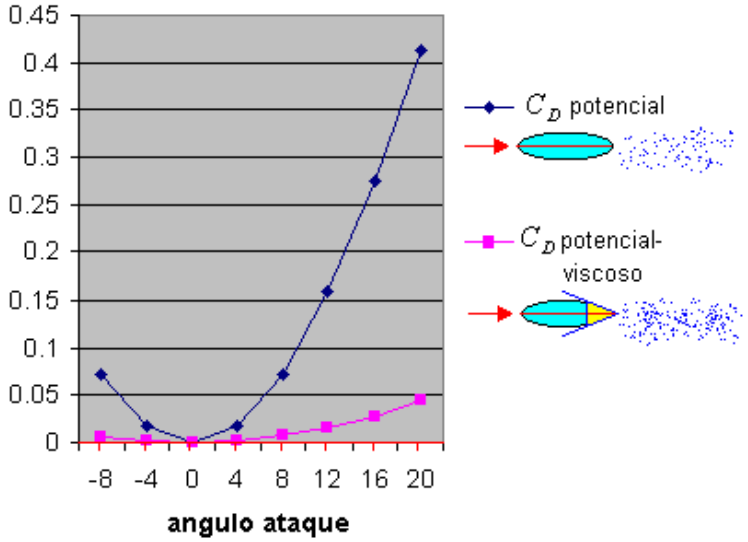


Figura 110

Comparando los valores obtenidos de C_m por los dos métodos, para ángulos de ataque -8, -4, 0, 4, 8, 12, 16 y 20 grados

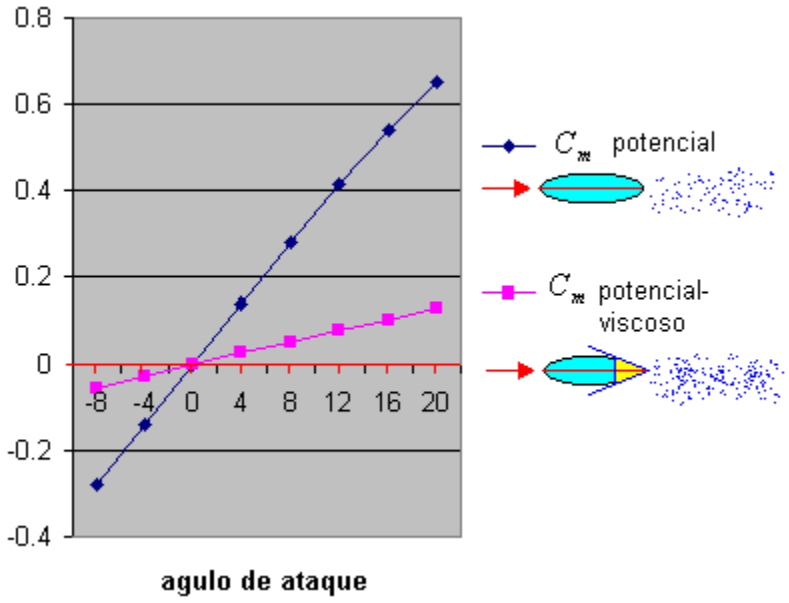


Figura 111

14.4. Comparación de los coeficientes obtenidos por los métodos potencial y potencial-viscoso, con resultados experimentales. Conclusión.

En vista de estos resultados, los datos obtenidos por el método potencial seguido aquí tienden a sobrestimar los coeficientes de momentos y fuerzas. Esto es debido a que no se han tenido en cuenta los efectos viscosos en las partes de contracción del perfil y que se ha empleado la teoría potencial en esa zona.

Tanto la teoría potencial seguida aquí como los trabajos de H. Julian Allen (1), dan unos valores muy superiores a los reales para fuerzas y momentos.

Los valores de momentos aerodinámicos, de nuestro método potencial, coinciden perfectamente con los de Edward J. Hopkins (2). Sin embargo los valores de C_L y C_D de nuestro método potencial, son, para ángulos de ataque relativamente altos, (15, 20 grados), 3.8 y 6 veces mayores, respectivamente, a los obtenidos por el método potencial de los trabajos de H. Julian Allen (1).

Sin embargo, los valores de C_L, C_D y C_m obtenidos por el método aquí llamado potencial-viscoso, coinciden con los experimentales de Edward J. Hopkins (2). Aunque el barrido de ángulos del trabajo de Edward J. Hopkins (2) es desde 0 a 20 grados, los valores del intervalo 0 a 20 coinciden con gran precisión con los obtenidos para un cuerpo con grado de esbeltez próximo. Nuestro cuerpo, como se recordará, tiene una esbeltez de L/D=2.0692, en los trabajos de Edward J. Hopkins (2) los coeficientes de esbeltez de los perfiles utilizados son similares aunque ligeramente superiores al nuestro con lo que nuestro vehículo es un poco más "grueso".

En el intervalo de 0 a 20 grados se tiene una gran similitud entre los valores experimentales de Hopkins (2) para cuerpos de una esbeltez similar a la nuestra y los obtenidos por nosotros en el método aquí llamado potencial-viscoso, ambos a números de Re semejantes, del orden de 10^6 en los trabajos de Hopkins (2) y en nuestro vehículo del orden de $9.8 \cdot 10^6$, ambos régimen turbulento:

$C_L \in \{0,0.127\}$ método potencial-viscoso
$C_L \in \{0,0.15\}$ resultados experimentales Edward J. Hopkins (2)
$C_D \in \{0,0.044\}$ método potencial-viscoso
$C_D \in \{0,0.04\}$ resultados experimentales Edward J. Hopkins (2)
$C_m \in \{0,0.128\}$ método potencial-viscoso
$C_m \in \{0,0.28\}$ resultados experimentales Edward J. Hopkins (2)

Los valores obtenidos aquí por el método que hemos llamado potencial-viscoso son también coherentes con los C_D obtenidos por pruebas de deceleración de F. L. Thompson y H.W. Kirschbaum (3) $C_D = 0.053848$, y los de los trabajos de Edward J. Hopkins (2) mostrados en párrafos anteriores, los resultados en las pruebas de A. F. Zahm, R. H. Smith y F.A. Louden (4) y Ira H. Abbot (5) cuyas gráficas adjuntamos a continuación.

Los resultados de las pruebas en túnel de viento de Ira H. Abbot (5) para los modelos del dirigible Goodyear-Zeppelin para el casco desnudo de aletas y cabina sin cuerpos medios paralelos, concretamente para el GZ-3.6 que es el dirigible de grado de esbeltez 3.6, el más achatado de todos y más parecido al nuestro, se muestran a continuación.

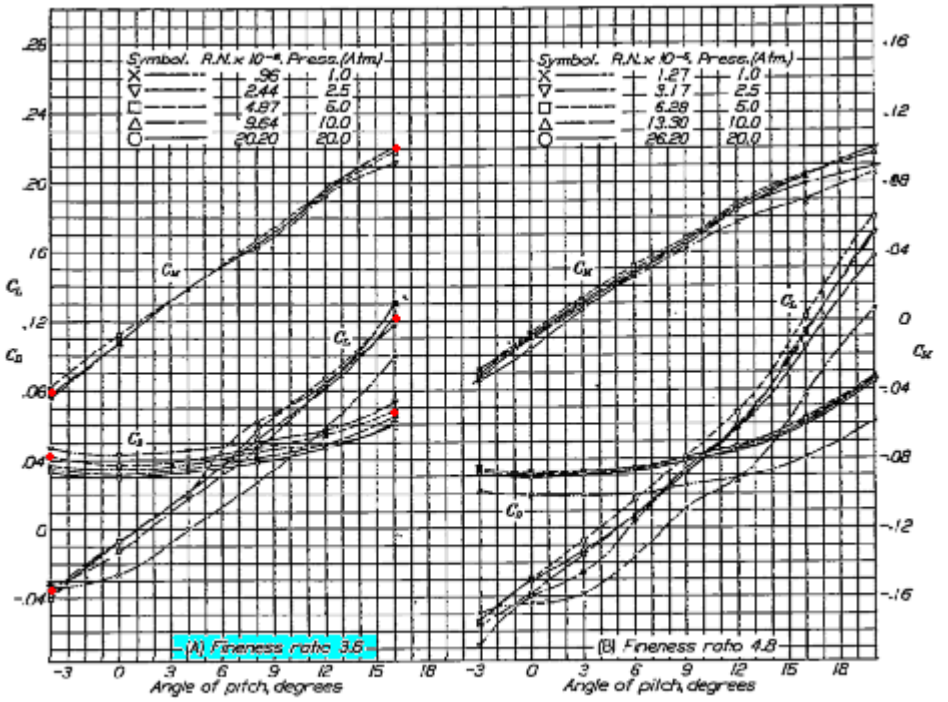


Figure 11.—Aerodynamic characteristics of Goodyear-Zeppelin airship models. Bare hull without parallel middle bodies. Tested in closed-throat tunnel.

Figura 112

Para ángulos de cabeceo entre -4 y 18 grados, los valores de los coeficientes de sustentación, resistencia y momentos vuelven ser muy parecidos entre el método llamado por nosotros potencial-viscoso para nuestro catamarán y los obtenidos en túnel con los modelos de Ira H. Abbott (5) a $\mathrm{Re} = 10^6$, ambos en régimen turbulento.

Se muestran a continuación dichos valores:

$C_L \in \{-0.024, 0.1007\}$ método potencial-viscoso
$C_L \in \{-0.04, 0.16\}$ resultados experimentales Ira H. Abbott (5).
$C_D \in \{0.00168, 0.0281\}$ método potencial-viscoso
$C_D \in \{0.04, 0.06\}$ resultados experimentales Ira H. Abbott (5).
$C_m \in \{-0.027, 0.10407\}$ método potencial-viscoso
$C_m \in \{-0.04, 0.22\}$ resultados experimentales Ira H. Abbott (5).

Para el mismo modelo con apéndices tales como aletas y cabina se obtienen unos valores de los coeficientes de resistencia y sustentación ligeramente superiores a los de nuestro método potencial-viscoso y coeficientes de momentos ligeramente inferiores. Aquí se pone de manifiesto el efecto estabilizador de las aletas en estos vehículos que se apuntó ya en esta tesis en páginas anteriores, el coeficiente de momentos es menor en favor de una mayor estabilidad. En la siguiente figura obtenida de Ira H. Abbot (5) se muestran esos valores.

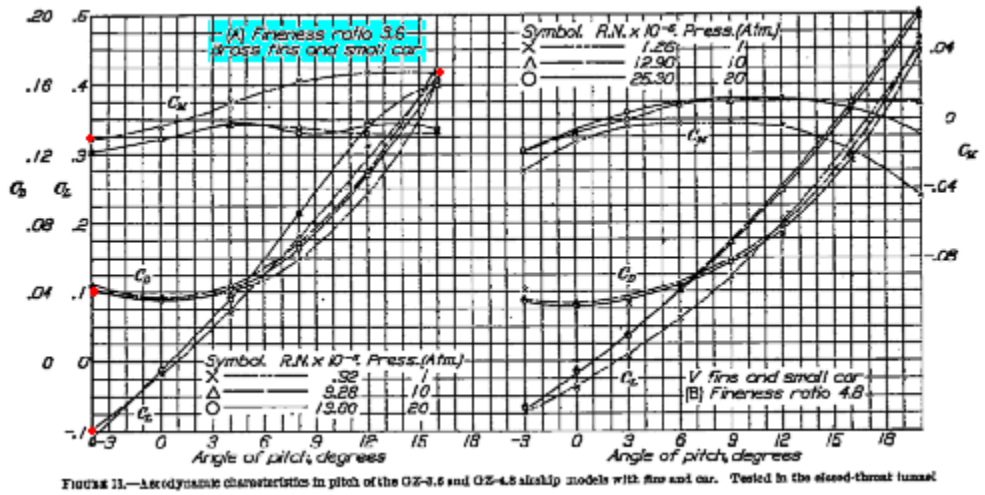


FIGURE 11.—Aerodynamic characteristics in pitch of the GZ-3.6 and GZ-4.8 airship models with fins and car. Tested in the closed-throat tunnel

Figura 113

$C_L \in \{-0.024, 0.1007\}$ método potencial-viscoso
$C_L \in \{-0.1, 0.4\}$ resultados experimentales Ira H. Abbott (5).
$C_D \in \{0.00168, 0.0281\}$ método potencial-viscoso
$C_D \in \{0.04, 0.17\}$ resultados experimentales Ira H. Abbott (5).
$C_m \in \{-0.027, 0.10407\}$ método potencial-viscoso
$C_m \in \{-0.02, 0.03\}$ resultados experimentales Ira H. Abbott (5).

Se puede llegar a la conclusión que tras estas comparaciones, los resultados obtenidos por nuestro método convergen bastante bien con los resultados experimentales, para dirigibles, de otros autores y pueden ser bastante indicativos de lo que se obtendrá en nuestro túnel de viento.

14.5. Análisis de estabilidad para el casco del catamarán según los resultados obtenidos.

Observando las curvas del C_m, obtenido del método potencial viscoso, para distintos ángulos de ataque (las de C_n con los ángulos de resbalamiento son iguales por la simetría axial del modelo) vemos que el vehículo sin aletas es inestable. Se recordará que en los análisis de estabilidad efectuados en capítulos anteriores cuando la pendiente de los momentos era positiva el comportamiento del vehículo era inestable ya que para un mayor ángulo, se produce un mayor momento que a su vez genera un giro para dar un incremento aún mayor en el ángulo. En las curvas obtenidas se muestra una pendiente positiva para cualquier ángulo.

Estos resultados son los del cuerpo sin aletas. La respuesta del cuerpo con aletas se complica como se verá en los capítulos siguientes. Para el análisis de la estabilidad en esa situación se recurrirá al modelo simulado ya que no es tan inmediato.

CAPITULO 15. Otros métodos.

En el intento de obtener más resultados comparables, en los valores de un submarino, vamos a comparar los valores de estos coeficientes con los obtenidos para submarinos, a pesar de no disponerse información de estos de una forma fácil y directa, ya que muchos valores de resistencia se obtienen de test de deceleración con frenado de hélice, sin obtener los que se asocian únicamente al casco. Los grados de esbeltez de los submarinos, además, vienen a ser mucho mayores, por lo general, a los de nuestro vehículo y los dirigibles. En el vehículo submarino empleado por Timothy Prestero (6), con grado de esbeltez L/D=6.99 se obtiene un coeficiente de valor $C_D = 0.003$ para lo que es el coeficiente de resistencia que llaman axial. Se observa que este valor es del mismo orden al obtenido por nosotros y los demás autores, a pesar de ser un submarino y no un dirigible, pero con una forma elíptica semejante. Para la obtención de este coeficiente de resistencia axial, se emplea la expresión empírica de Trianatfyllou (7):

$$C_D = \frac{C_{ss} \cdot \pi \cdot A_p}{A_f} \cdot \left(1 + 60 \cdot \left(\frac{d}{l} \right)^3 + 0.0025 \cdot \left(\frac{l}{d} \right) \right) \qquad \textbf{(206}$$

donde C_{ss} es el coeficiente de Schoenherr para fricción de una placa plana, $A_p = l \cdot d$ =área del vehículo en planta , con l =longitud total del vehículo, d =máximo diámetro del casco, y A_f =área frontal del vehículo.

Para los otros coeficientes hidrodinámicos, en las notas de Trianatfyllou (7), no hay una equivalencia exacta con los clásicos empleados por nosotros, los típicos coeficientes aerodinámicos, sino que emplean el llamado crossflow drag coefficient C_{dc} originado por la corriente que no llega axial al casco y que por tanto, origina fuerzas laterales, entre las que se encontraría la de sustentación, y los momentos consiguientes. No es inmediata la transformación de los efectos de este coeficiente en momentos y fuerzas resultando un listado de valores dimensionales con difícil equivalencia en C_L y C_m.

En los trabajos clásicos de Ingeniería Naval, E.V. Lewis (8) no se encuentran valores de resistencia, para cuerpos submarinos aplicables a nuestra tesis.

El empleo de geometrías elípticas acopladas a cónicas seguido por nosotros en el método potencial-viscoso sigue empleándose hoy día como en la tesis del Capitán de Corbeta de la Armada Americana Eric Holmes (9), donde se obtiene una estimación de los coeficientes hidrodinámicos $(Y_{v'}, N_{v'}, Y_{r'}. N_{r'})$ .a partir de diversas geometrías, modificando el programa para predecir las distintas formas.

Los coeficientes aquí empleados vienen del desarrollo de las fuerzas y momentos en las distintas variables que intervienen, así por ejemplo, el momento de cabeceo N viene en función de:

$$\delta N = N_{v'} \cdot \delta v + N_{r'} \cdot \delta r \qquad \textbf{(207}$$

Una vez más es difícil obtener una expresión parecida a la empleada en coeficientes aerodinámicos. El lector verá sin dificultad las simplificaciones que se esconden detrás de esta ecuación en forma de desacoplamientos. En nuestra tesis no hemos introducido ningún tipo de simplificación dinámica asociada a esta expansión de Taylor tan comúnmente empleada en la terminología marina.

En este trabajo se parte de una forma básica y se va modificando. Se calcularon criterios de estabilidad y maniobra general para un movimiento en el plano vertical.

La forma básica empleada por el Capitán de Corbeta Eric P. Holmes en (9) es la siguiente:

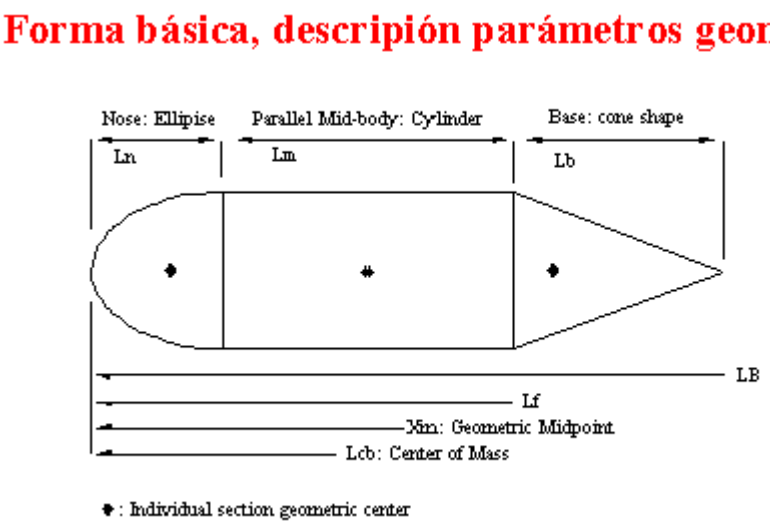


Figura 114

A continuación se muestran los distintos cuerpos usados en el estudio del Capitán de Corbeta Eric P. Holmes (9):

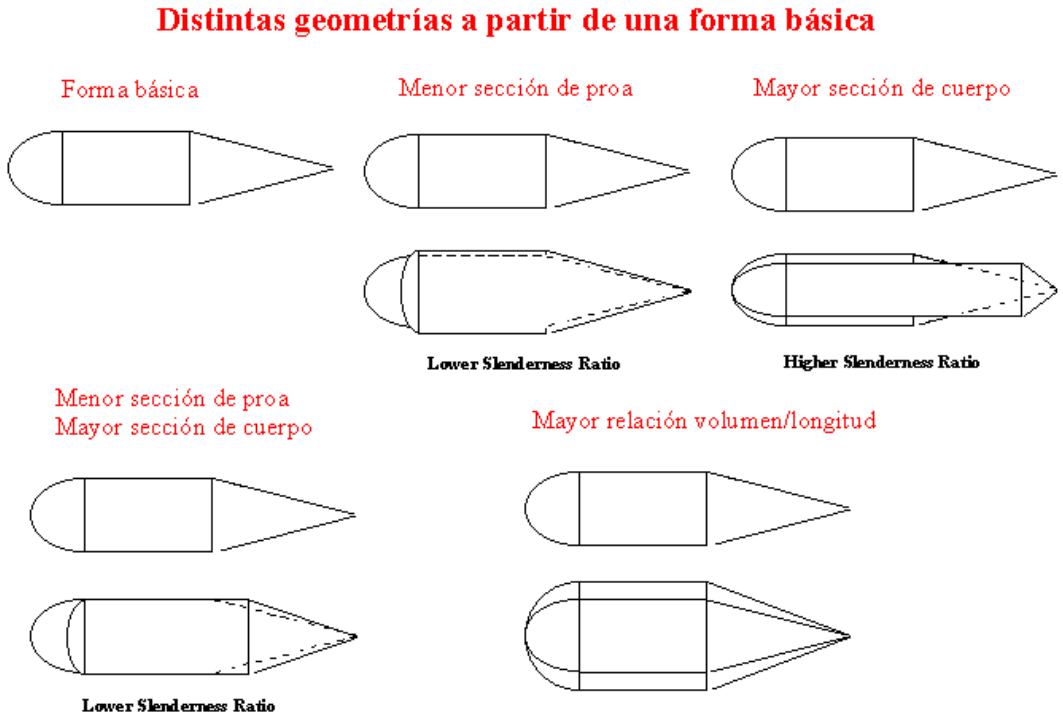


Figura 115

Efectivamente, en el método conocido como sistema de identificación de coeficientes hidrodinámicos a partir de pruebas de mar, John Coxon (10), se emplean desarrollos matemáticos de las fuerzas y momentos sobre el submarino, como le mostrado líneas arriba y luego a partir de medidas reales conociendo los valores obtenidos de mediciones de la aceleración, velocidad y giros del vehículo ir identificando cada uno de los coeficientes de la ecuación. Estos desarrollos pueden ser lo exhaustivos que puedan permitir la capacidad de cálculo.

A modo de ejemplo adjuntamos una expansión de Taylor de John Coxon (10) donde se supone un movimiento horizontal del submarino.

$$\textit{surge} \quad \textit{acceleration} \quad \dot{u} = \frac{f_1}{(m - X_{\dot{u}})}$$

$$\textit{sway} \quad \textit{acceleration} \quad \dot{v} = \frac{(I_Z - N_{\dot{r}})f_2 - (mx_G - Y_{\dot{r}})f_3}{f_4}$$

$$\textit{yaw} \quad \textit{acceleration} \quad \dot{r} = \frac{(m - Y_{\dot{v}})f_3 - (mx_G - N_{\dot{v}})f_2}{f_4}$$

where

$$f_1 = X_u\Delta u + X_{uu}(\Delta u^2) + X_{uuu}(\Delta u^3) + X_{vv}v^2 + X_{\delta\delta}\delta^2 + (X_{rr} + mx_G)r^2$$
$$+(X_{vr} + m)vr + X_{v\delta}v\delta + X_{r\delta}r\delta + X_{\delta\delta u}\delta\delta\Delta u + X_{rru}r^2\Delta u + X_{vvu}v^2\Delta u$$
$$+X_{vru}vr\Delta u + X_{v\delta u}v\delta\Delta u + X_{r\delta u}r\delta\Delta u$$

$$f_2 = Y_o + Y_v v + (Y_r - mu)r + Y_\delta\delta + Y_{vu}v\Delta u + Y_{ru}r\Delta u + Y_{\delta u}\delta\Delta u$$
$$+Y_{vvv}v^3 + Y_{rrr}r^3 + Y_{\delta\delta\delta}\delta^3 + Y_{vrr}vr^2 + Y_{v\delta\delta}v\delta^2 + Y_{vuu}v(\Delta u^2) + Y_{rvv}rv^2$$
$$+Y_{r\delta\delta}r\delta^2 + Y_{ruu}r(\Delta u^2) + Y_{\delta vv}\delta v^2 + Y_{\delta rr}\delta r^2 + Y_{\delta uu}\delta(\Delta u^2) + Y_{vr\delta}vr\delta$$

$$f_3 = N_o + N_v v + (N_r - mx_G u)r + N_\delta\delta + N_{vu}v\Delta u + N_{ru}r\Delta u + N_{\delta u}\delta\Delta u$$
$$+N_{vvv}v^3 + N_{rrr}r^3 + N_{\delta\delta\delta}\delta^3 + N_{vrr}vr^2 + N_{v\delta\delta}v\delta^2 + N_{vuu}v(\Delta u^2) + N_{rvv}rv^2$$
$$+N_{r\delta\delta}r\delta^2 + N_{ruu}r(\Delta u^2) + N_{\delta vv}\delta v^2 + N_{\delta rr}\delta r^2 + N_{\delta uu}\delta(\Delta u^2) + N_{vr\delta}vr\delta$$

$$f_4 = (m - Y_{\dot{v}})(I_Z - N_{\dot{r}}) - (mx_G - N_{\dot{v}})(mx_G - Y_{\dot{r}})$$

De una manera muy simplificada, se estiman inicialmente los coeficientes de los distintos parámetros que pueden intervenir en el movimiento, y se hace la estimación del proceso de ruido derivado de los valores medidos en pruebas, velocidades, aceleraciones, giros.., empleando algún filtro como por ejemplo el de Kalman, cuando la estimación es estadísticamente significativa, es decir, las entradas son las adecuadas, tiene lugar la simulación matemática del movimiento del vehículo y viendo si se obtienen unos resultados satisfactorios, los suficientemente cercanos a los obtenidos en la realidad, se llega a la identificación de estos coeficientes. En caso contrario se reinicia el proceso a partir de otros valores iniciales hasta que se logra una coincidencia o una aproximación adecuada.

El empleo de ecuaciones conocidas como de las que dispone la USN para modelos de 6 grados de libertad basados en los trabajos de Healey (11) y Fossen (12) ha sido descartado al no tener acceso a los coeficientes experimentales de estos autores ya que la información de esta índole está clasificada.

En el trabajo de Donald P. Brutzman (13) se hace referencia a descripciones desclasificadas de modelos hidrodinámicos de vehículos submarinos a las cuales tampoco se ha podido tener acceso. Es por ello por lo que se ha abordado el problema desde el punto de vista de la Mecánica de Vuelo Clásica con el empleo de ángulos de Euler y no Cuaterniones, también empleados en la aeronáutica pero que en nuestro caso no son necesarios al no tener ningún caso en el que el vehículo tenga un ángulo de asiento de 90 grados. Como se recordará el empleo de cuaterniones soluciona el problema de que el vehículo apunte verticalmente, $\theta = \pm\pi$, siendo entonces la matriz de rotación de Euler incapaz de resolver el problema.

1. H. Julian Allen. "Estimation of the Forces and Moments Acting on Inclined Bodies of Revolution of High Fitness Ratio". Research Memorandum RM A9I26. Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. 1949.
2. Edward J. Hopkins. "A Semi-empirical Method for Calculating the Pitching Moment of Bodies of Revolution at Low Mach Numbers". Research Memorandum RM A51C14. Ames Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. 1951.
3. F. L. Thompson and H.W. Kirschbaum. "The Drag Characteristics of Several Airships Determined by Deceleration Tests". Report NACA Nº.397. National Advisory Committee for Aeronautics. 1932.
4. A. F. Zahm, R. H. Smith, and F.A. Louden. "Air Forces, Moments and Damping on Model of Fleet Airship Shenandoah". Report NACA Nº.215. Aerodynamical Laboratory, Bureau of Construction and Repair, U.S. Navy. 1926.
5. Ira H. Abbot. "Airship Model Tests in the Variable Density Wind Tunnel". Report NACA Nº.394. National Advisory Committee for Aeronautics. 1932.
6. Timothy Prestero, "Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS Autonomous Underwater Vehicle", B.S., Mechanical Engineering. University of California at Davis. Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT and Department of Ocean Engineering WHOI, September 2001.
7. Michael S. Triantafyllou. "Maneuvering and Control of Surface and Underwater Vehicles", Lecture Notes for MIT Ocean Engineering Course 13.49, 1966.
8. E.V. Lewis, "Principles of Naval Architecture", Society of Naval Architects and Marine Engineers, New Jersey, second edition, 1988.
9. LCDR Eric P. Holmes, Advisor: Fotis A. Papoulias "Prediction of Hydrodynamic Coefficients Utilizing Geometric Considerations", N.P.S. NAVY Thesis, 2001.
10. Peter John Coxon. "System Identification of Submarine Hydrodynamic Coefficients from Simple Full Scale Trials" Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, June 1989.
11. Healey, Anthony J., "Dynamics of Marine Vehicles", course notes, Naval Postgraduate School, Monterey California, Fall 1992.
12. Fossen, Thor I., "Guidance and Control of Ocean Vehicles, John Wiley & Sons", Chichester England, 1994.
13. Donald P. Brutzman "A Virtual World for an Autonomous Underwater Vehicle" Naval Postgraduate School, Monterrey, California. December 1994.
14. Max M. Munk. "The Aerodynamic Forces on Airship Hulls". Report NACA Nº.184. National Advisory Committee for Aeronautics, 1924.
15. Max M. Munk. "Notes on Aerodynamic Forces". Reports NACA Nº.104, 105 and 106. National Advisory Committee for Aeronautics. July 1922.
16. L.B. Tuckerman. "Notes on Aerodynamic Forces on Airship Hulls". Report NACA Nº.129. Bureau of Standards, 1923.

CAPITULO 16. Contribución de las superficies de control en las fuerzas y momentos hidrodinámicos del vehículo.

Hemos calculado momentos y fuerzas sobre el cuerpo desnudo de un elipsoide. Vamos a ver el efecto de aletas a una distancia dada. Para afrontar este problema vamos a hacerlo a partir del caso más sencillo, el modelo 1, un timón de profundidad y otro de dirección a popa. El modelo 2 es muy parecido al modelo 1 salvo que el timón de profundidad está un poco más a proa y el modelo 3, como se recordará, consiste en el mismo timón de dirección y dos timones de profundidad. Sin embargo tanto los modelos 2 y 3 no son más que pequeñas modificaciones del primero y las ecuaciones resultan ser las mismas con una diferencia en las distancias de los ejes de los timones de profundidad al centro de gravedad.

16.1. Efectos de la velocidad inducida por el casco del catamarán sobre las superficies de control.

Al introducir una aleta horizontal a nuestro vehículo tenemos junto con las fuerzas y momentos de sustentación L_b, resistencia D_b resbalamiento Q_b y momentos de cabeceo M_b, guiñada N_b del fuselaje (suponemos que no hay momentos de balance), los efectos de la aleta, es decir las fuerzas de sustentación L_t, y resistencia D_t de la aleta así como su momento de cabeceo M_t. No sería muy complicado si no aparecieran sobre la aleta velocidades inducidas por el propio cuerpo o fuselaje, aguas arriba, apareciendo entonces la deflexión de la velocidad incidente un ángulo ε como se muestra en la siguiente figura:

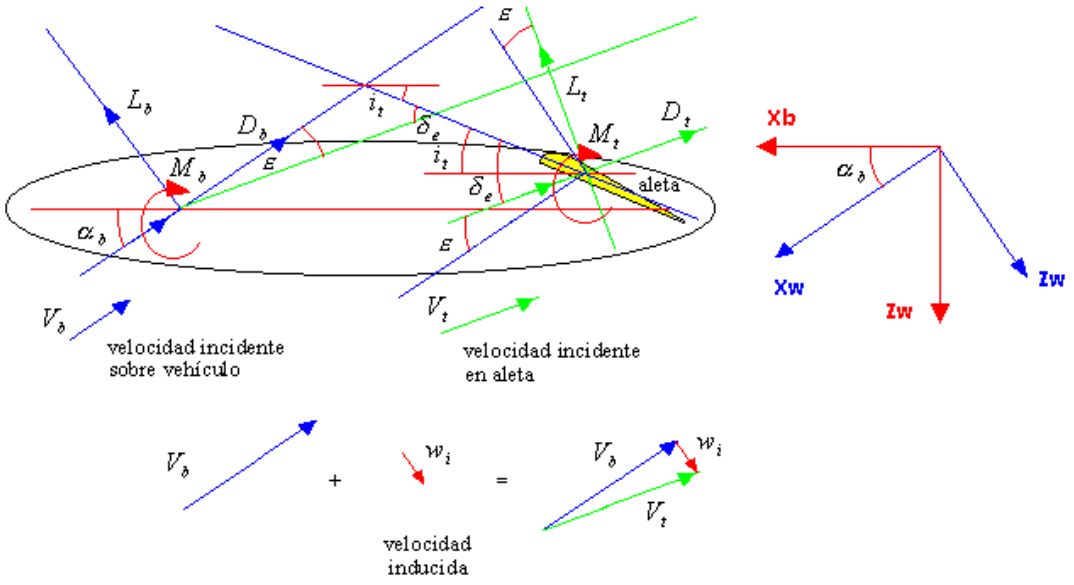


Figura 116

Donde i_t es el ángulo de deflexión del timón con respecto del eje de simetría del cuerpo, α_b es el ángulo de ataque del fuselaje, δ_e es el ángulo de ataque de timón y ε la deflexión debido a la velocidad inducida.

Efectivamente, si el casco o fuselaje (en los aviones fuselaje y ala) sustenta, como vimos anteriormente, este elemento desprende torbellinos, los torbellinos desprendidos del casco, generan en la aleta una velocidad inducida que hacen que el ángulo formado por la corriente incidente con la línea de sustentación nula de la aleta ya no sea el mismo que el que habría sin esa perturbación aguas arriba.

De este modo la dirección de la resistencia y sustentación de la aleta cambian con respecto a la de los ejes viento del vehículo.

Es necesario así, calcular esa disminución de ángulo de ataque de aleta, que pasa del valor $i_t + \alpha_b$ al valor $i_t + \alpha_b - \varepsilon$ al entrar en juego la velocidad inducida w_i como se mostró en la FIGURA.

Este valor final es el conocido como $\delta_e = i_t + \alpha_b - \varepsilon$, δ_e es el ángulo de deflexión efectivo del timón o aleta.

Por tanto, el ángulo efectivo de la aleta es el mostrado en siguiente figura:

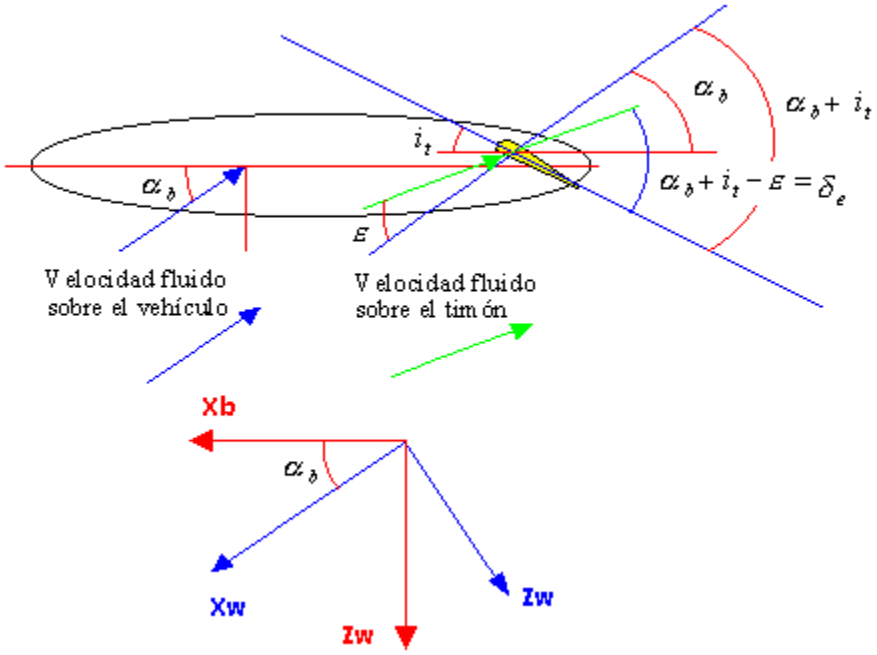


Figura 117

Este cálculo, de forma analítica es complicado. Se han hecho muchos ensayos en túnel de viento para el cálculo de ε. El control de balance y estabilidad de una nave está influenciado enormemente por la aparición de fuerzas en las superficies de cola, en nuestro caso las aletas. Se suele suponer:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\delta\varepsilon_0}{\delta\alpha_b} \cdot \alpha_b \qquad \textbf{(208}$$

y de esta forma:

$$\delta_e = \alpha_b \cdot \left(1 - \frac{\delta\varepsilon_0}{\delta\alpha_b}\right) + i_t - \varepsilon_0 \quad \textbf{(209}$$

Abe Silverstein y S. Katzoff (1) hicieron una gran recopilación de información sobre características aerodinámicas de superficies de control, principalmente de timones de cola, llegando a la conclusión de que existía concordancia parcial entre la teoría de perfiles delgados de Glauert y los coeficientes obtenidos por ellos. Abordar el cálculo de la velocidad inducida sobre las aletas es un trabajo arduo que se sale de esta tesis. Por otro lado, como se indica en el siguiente párrafo, el efecto del cuerpo aguas arriba, más parecido a un dirigible que a un avión, tiene una influencia menor sobre las aletas.

16.2. Efectos de los giros del catamarán sobre las superficies de control.

A esta deflexión hay que añadir los efectos de giro del cuerpo. Efectivamente, el movimiento del vehículo como sólido rígido redunda en la variación de la velocidad incidente en un ángulo τ al girar respecto del centro de masas. La velocidad incidente sobre la aleta o timón se ve modificada en su dirección por el movimiento absoluto de ésta. Esta velocidad incidente es distinta a la del fuselaje o cuerpo del vehículo.

Timothy Prestero (2) se limita a introducir los efectos de giro del cuerpo calculando de forma aproximada el ángulo τ a partir de la velocidad de la aleta con respecto a la velocidad incidente. En el caso un submarino o un cuerpo de características geométricas parecidas, la velocidad inducida sobre la aleta se originada por el fuselaje aguas arriba no llega a ser tan elevada como en un avión por las alas y simplemente no se considera. Las expresiones empleadas por Timothy Prestero en (2) son sólo aproximadas.

El movimiento del propio vehículo modifica la dirección de la velocidad incidente en la aleta. En el segundo caso de los expuestos en la siguiente figura, muestra el caso más sencillo para el cálculo del ángulo de deflexión τ a partir de los valores de las velocidades de la aleta $\vec{V}_{aleta} = (u_t \quad v_t \quad w_t)$ cuando el cuerpo no tiene ángulo de ataque. De ese modo $\tau \approx \frac{w_t}{u_t}$. El ángulo de desviación τ, toma el mismo valor cuando el cuerpo está frente a la corriente con el ángulo de ataque α_b.

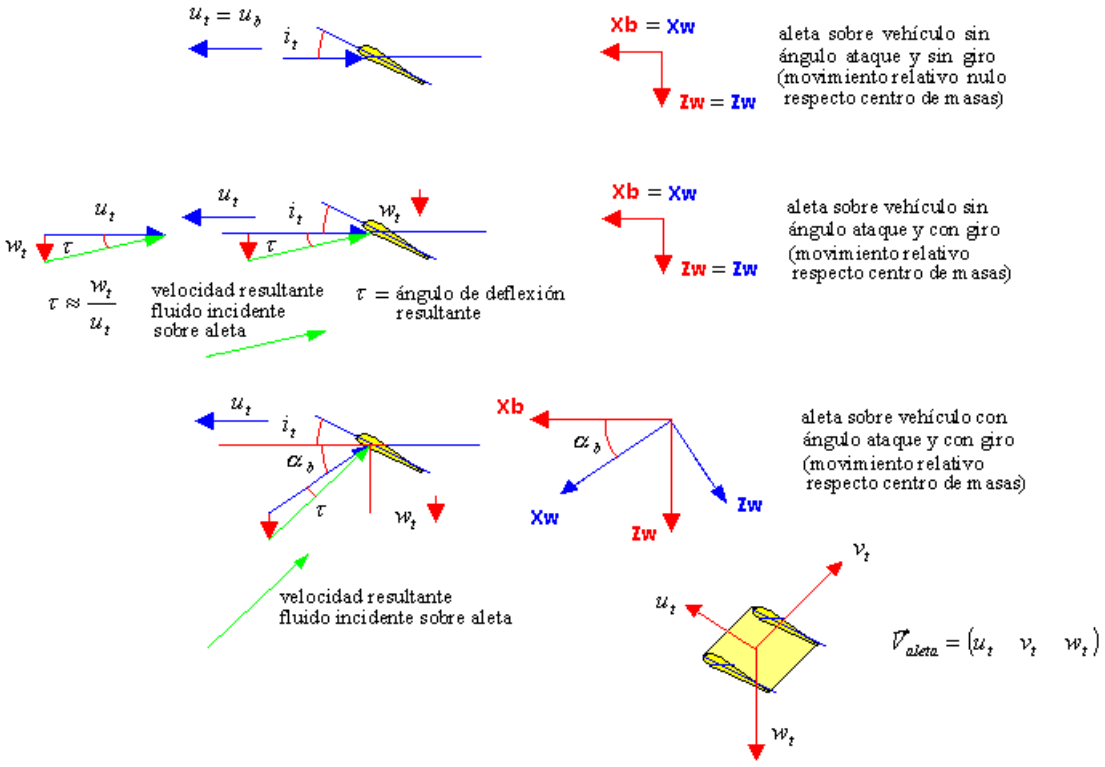


Figura 118

Estos razonamientos expuestos en esta figura son idénticos en la guiñada, para el ángulo de resbalamiento sobre el cuerpo β_b.

Por tanto, habría que sumar a los efectos de velocidad inducida, no computados en esta tesis por las razones expuestas líneas arriba, los debidos al giro del cuerpo, estos últimos meramente geométricos, obteniendo finalmente el ángulo de deflexión definitivo del perfil para el timón de profundidad viene a ser $\delta_e = i_t + \alpha_b - \varepsilon + \tau$, como se muestra en la siguiente figura:

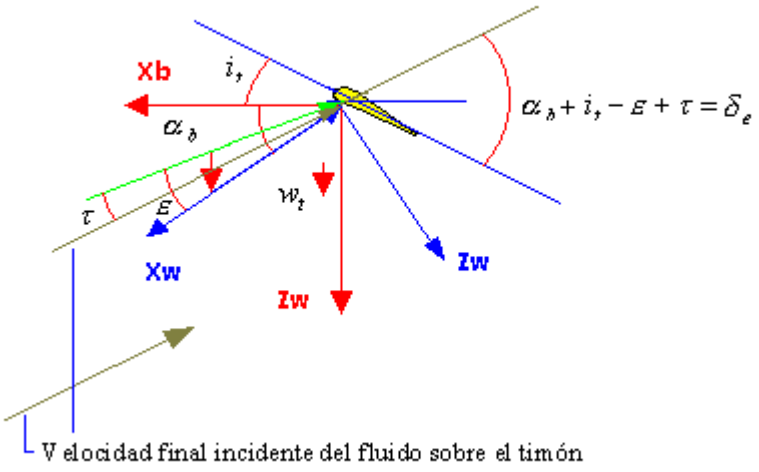


Figura 119

Conocido el valor del ángulo de deflexión efectivo definitivo del perfil de cola, la fórmula de momentos tomarían la forma:

$$C_{mcg} = C_{m0} + C_{m\alpha b} \cdot \alpha_b + C_{m\delta} \cdot \delta_e \qquad \textbf{(210}$$

en la que se contabilizaría la contribución de la velocidad inducida, más allá de las pretensiones de esta tesis.

Cuando hay más de un timón en el vehículo (modelo 3) se seguirían estas mismas fórmulas aplicadas a los distintos timones y se sumarán al balance total de fuerzas y momentos. Nosotros nos contentaremos con considerar sólo los efectos del giro en la velocidad incidente sobre las superficies de control.

Todos los razonamientos expuestos se han hecho con los timones de profundidad para simplificar las figuras, pero en la guiñada es análogo.

16.3. Obtención de fuerzas y momentos sobre el catamarán debidos a las superficies de control.

Considerando entonces únicamente el giro del vehículo:

$$\vec{V}_t = \vec{V}_b + \vec{\omega} \otimes \overline{bt} \qquad \textbf{(211}$$

Con $\vec{V}_t$ velocidad absoluta de la cola en ejes cuerpo, $\vec{V}_b$ velocidad absoluta del centro de masas del vehículo en ejes cuerpo, $\vec{\omega}$ velocidad de giro absoluta del vehículo (respecto ejes horizonte) proyectada en ejes cuerpo y $\overline{bt}$ el vector dirección desde el centro de masas a la aleta.

$$\begin{pmatrix} u_t \\ v_t \\ w_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{i}_b & \vec{j}_b & \vec{k}_b \\ p & q & r \\ x_t & y_t & z_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_t \cdot q - r \cdot y_t \\ -p \cdot z_t + r \cdot x_t \\ p \cdot y_t - q \cdot x_t \end{pmatrix} \qquad \textbf{(212}$$

Se obtiene

$$\tau_{profundidad} = \frac{w_t}{u_t} = \frac{w_b + p \cdot y_t - q \cdot x_t}{u_b + z_t \cdot q - r \cdot y_t} = \frac{w_b - q \cdot x_t}{u_b} \qquad \textbf{(213}$$

para cabeceo

$$\tau_{dirección} = \frac{w_t}{u_t} = \frac{v_b - p \cdot z_t + r \cdot x_t}{u_b + z_t \cdot q - r \cdot y_t} = \frac{v_b + r \cdot x_t}{u_b} \qquad \textbf{(214}$$

para guiñada

El valor de y_t está asociado al movimiento de balance. Considerando los valores tan bajos que va a haber en el balance de nuestro vehículo, ese término se desprecia en la expresión anterior.

También hay una contribución en la sustentación y en la resistencia del perfil del timón.

De este modo, las resultantes en los timones de profundidad y dirección son respectivamente:

$$Z_{timon-profundidad} = -\frac{1}{2}\cdot C_{\substack{L.timon\\profundidad}} \cdot S_{\substack{timon\\profundidad}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\alpha + \delta_p + \frac{w_b - q \cdot x_{\substack{timon\\profundidad}}}{u_b} \right) \quad \textbf{(215}$$

con:

$Z_{timon-profundidad}$ = resultante sobre el timón de profundidad, con dirección Z_b, ejes viento timón que llevan la dirección de la corriente incidente sobre éste, modificada por el giro. El timón tiene un coeficiente de sustentación, el de resistencia lo despreciamos.

ρ = densidad del medio fluido, en nuestro caso el agua marina

U = velocidad absoluta del centro de masas del vehículo

α = ángulo de ataque

δ_p = deflexión timón de profundidad (antes llamado i_t y a partir ahora δ_p para distinguir entre cabeceo y guiñada)

$x_t = x_{\substack{timon\\profundidad}}$ = distancia entre el centro de masas del vehículo al eje del timón de profundidad.

Obsérvese que al ser la distancia desde el centro de masas al timón o aleta, si el timón está retrasado respecto del centro de masas (timón en la popa) este valor es negativo. Así mismo, si está más a proa el valor será positivo. Esta fuerza está proyectada en ejes viento. Para un α positivo y un δ_p positivo la fuerza tiene dirección negativa según hemos establecido el criterio de signos en estos ejes.

Las expresiones para la guiñada son muy semejantes:

$$Y_{timon-direccion} = -\frac{1}{2}\cdot C_{\substack{L.timon\\direccion}} \cdot S_{\substack{timon\\direccion}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\beta + \delta_d + \frac{v_b + r \cdot x_{\substack{timon\\direccion}}}{u_b} \right) \quad \textbf{(216}$$

con:

$Y_{timon-direccion}$ = resultante sobre el timón de dirección, con dirección Y_b, ejes viento timón

β = ángulo de resbalamiento

δ_d = deflexión timón de dirección

$x_t = x_{\substack{timon\\direccion}}$ = distancia entre el centro de masas del vehículo al eje del timón de dirección

Para un β positivo y un δ_d positivo la fuerza tiene dirección negativa según hemos establecido el criterio de signos en estos ejes.

Así, los momentos aplicados sobre el centro de masas del vehículo debidos a la acción de los timones de profundidad y dirección toman la forma:

$$M = Z_{timon-profundidad} \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ profundidad}} \cdot S_{\substack{timon \\ profundidad}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\alpha + \delta_p + \frac{w_b - q \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}}}{u_b} \right) \cdot x_{\substack{timón \\ profundidad}} \quad \textbf{(217}$$

momento de cabeceo por timón de profundidad

$$N = Y_{timon-direccion} \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ direccion}} \cdot S_{\substack{timon \\ direccion}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\beta + \delta_d + \frac{v_b + r \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}}}{u_b} \right) \cdot x_{\substack{timón \\ dirección}} \quad \textbf{(218}$$

momento de guiñada por timón de dirección

Los signos están puestos de acuerdo con el criterio de signos en los giros de cabeceo y guiñada, respectivamente, seguido en esta tesis.

Todas estas fuerzas y momentos calculadas están proyectadas en ejes viento. Lo que aquí se ha llamado guiñada y cabeceo son los giros alrededor de los ejes Z_b e Y_b respectivamente que no coinciden exactamente con la guiñada y cabeceo definidas en la FIGURA 6, paso de ejes horizonte F_h a ejes cuerpo F_b.

Efectivamente, el que no aparezca un balance en estas ecuaciones, en los ejes viento, no quiere decir que no lo haya respecto de los ejes horizonte. De hecho, si no hay coincidencia de ejes cuerpo con ejes horizonte, la guiñada y cabeceo definidas en este párrafo darán cabeceo, balance y guiñada. Se ve fácilmente de forma física y también de forma matemática por un simple cambio de ejes viento a ejes horizonte.

Observando las ecuaciones de los momentos asociados a las deflexiones de timón calculadas aquí vemos el efecto estabilizador de estas superficies de control.

El momento de cabeceo M es igual al producto negativo del coeficiente de sustentación del timón de profundidad por su superficie, por la velocidad de avance del vehículo y por los ángulos de ataque y deflexión del timón más otro término más complicado.

$$M = \frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ profundidad}} \cdot S_{\substack{timon \\ profundidad}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\alpha + \delta_p + \frac{w_b - q \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}}}{u_b} \right) \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}} \quad \textbf{(219}$$

Si la deflexión del timón de profundidad es nula, para valores positivos de α se produce un momento de cabeceo negativo (en popa $x_{\substack{timon \\ profundidad}}$ <0) , es decir, estabilizante, puesto que tiende a disminuir el α.

Para valores positivos de δ_p este efecto estabilizador es aún mayor, el momento de cabeceo es aún más negativo.

Para la guiñada el razonamiento es exactamente el mismo.

$$N = -\frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ direccion}} \cdot S_{\substack{timon \\ direccion}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\beta + \delta_d + \frac{v_b + r \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}}}{u_b} \right) \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}} \qquad \textbf{(220}$$

Si la deflexión del timón de dirección es nula, tal como están definidos los ejes, para un resbalamiento positivo β >0, el ángulo de resbalamiento tiende a disminuir por este momento positivo. El timón de dirección es estabilizante.

Con valores positivos de δ_d este efecto estabilizador es aún mayor, el momento de cabeceo es aún más negativo ($x_{\substack{timon \\ direccion}}$ <0).

Para utilizar estas fuerzas y momentos calculados líneas arriba, en el cómputo total de fuerzas y momentos en el estudio dinámico del vehículo, es necesario pasarlos a ejes cuerpo. Las expresiones anteriores de fuerzas y momentos están referidas a ejes viento del timón, que no coinciden con los ejes viento del casco debido a los términos de:

$$\tau_{profundidad} = \frac{w_b - q \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}}}{u_b} \qquad \textbf{(221}$$

en el cabeceo

y:

$$\tau_{dirección} = \frac{v_b + r \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}}}{u_b} \qquad \textbf{(222}$$

para guiñada.

Efectivamente en la siguiente figura mostramos la configuración de las corrientes incidentes sobre el casco y el timón en movimiento de cabeceo o asiento.

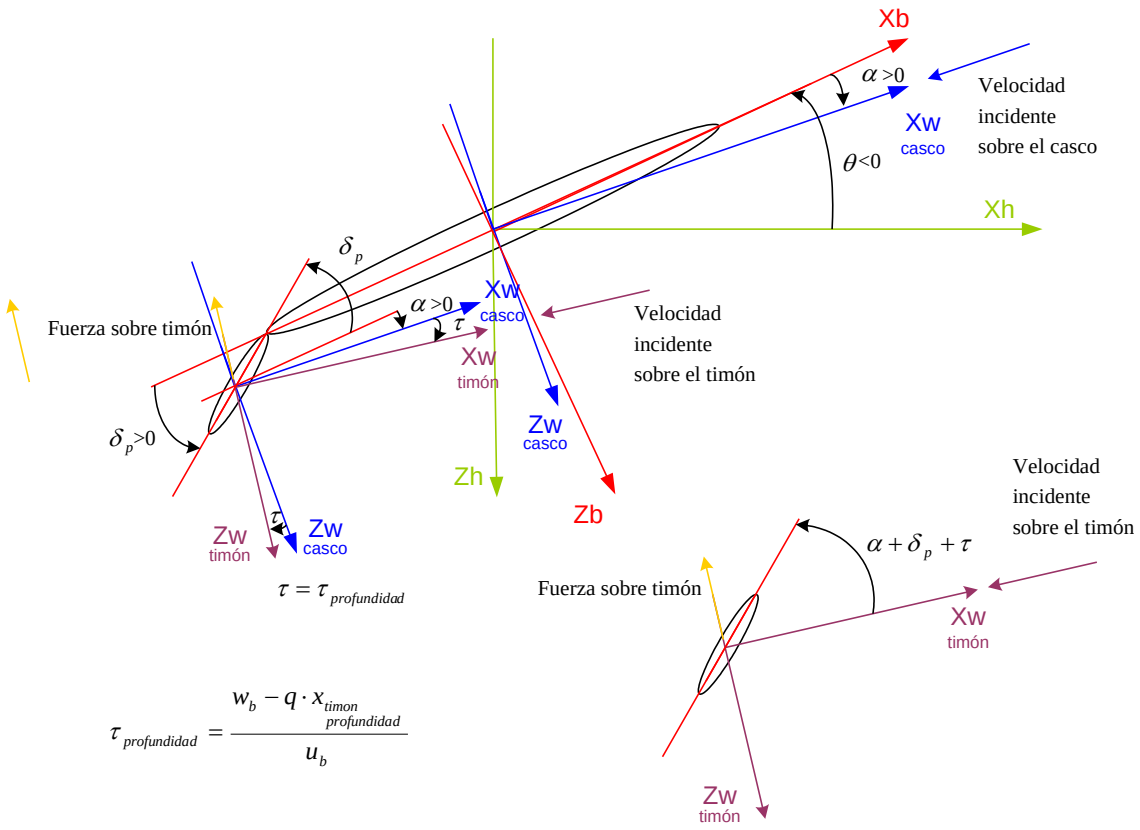


Figura 120

En la guiñada el razonamiento es el mismo:

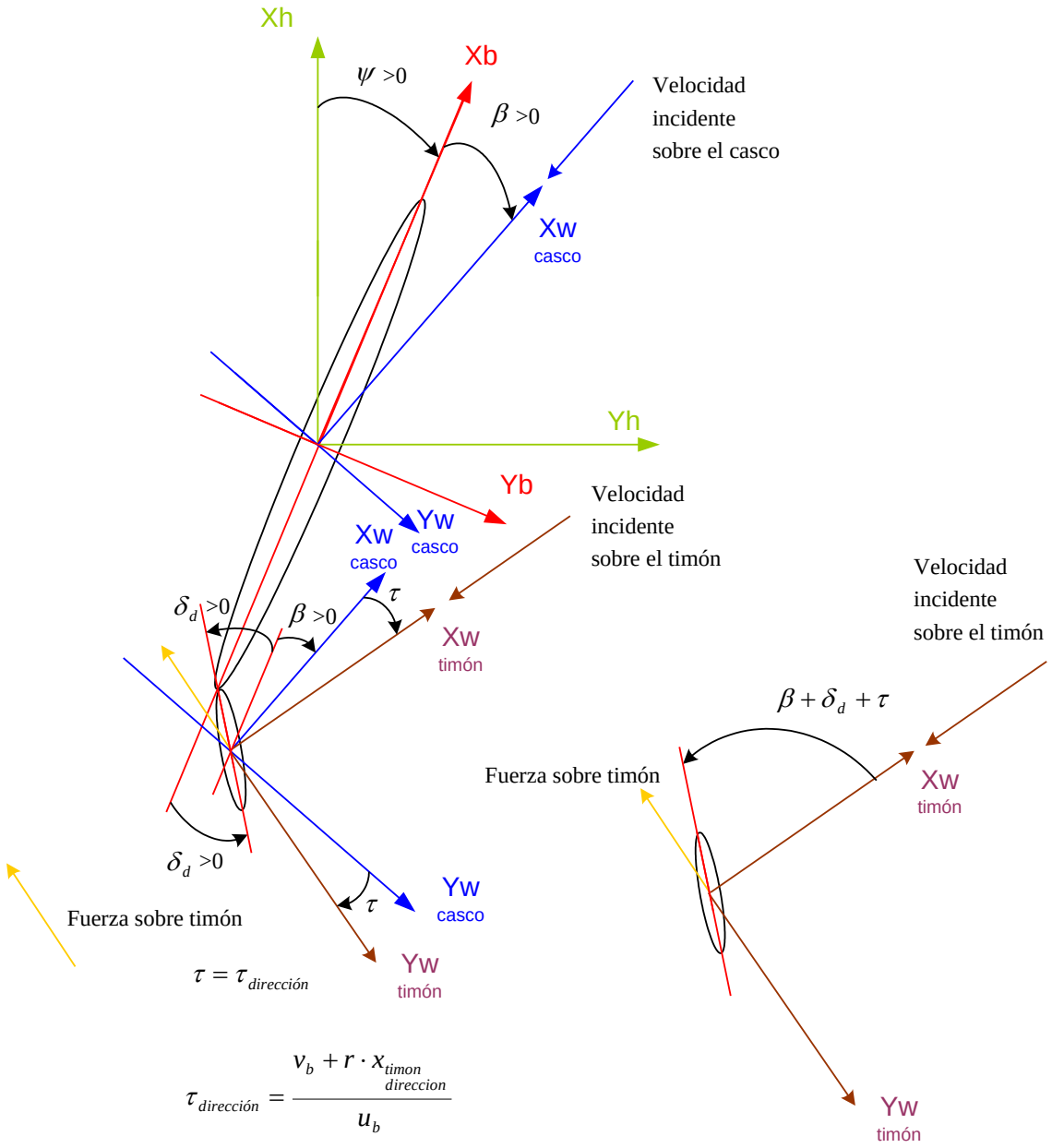


Figura 121

El paso de ejes viento timón a los ejes cuerpo es análogo al paso de ejes viento (casco) a ejes cuerpo sin más que cambiar los valores de α y β por los de $\alpha + \tau_{profundidad}$ y $\beta + \tau_{dirección}$ respectivamente. Esto se verá con mayor detenimiento en el capítulo de "Simulación del vehículo".

Para conocer la estabilidad total del vehículo será necesario superponer estos efectos, de por sí estabilizantes, a los del casco, de por sí desestabilizantes.

Superponer ambos efectos de forma analítica junto con el par restaurador es harto complicado.

Más adelante, cuando se corra la simulación dinámica, veremos que el vehículo en cualquiera de sus 3 configuraciones es inestable. Hay que tener en cuenta sin embargo, que evidentemente, gracias a las aletas, esta inestabilidad se ve suavizada.

1. Report NACA Nº.688 " Aerodynamic Characteristics of Horizontal Tail Surfaces" by Abe Silverstein and S. Katzoff, Bureau of Standards.
2. Timothy Prestero, "Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS Autonomous Underwater Vehicle", B.S., Mechanical Engineering. University of California at Davis. Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT and Department of Ocean Engineering WHOI, September 2001.

CAPITULO 17. Criterio de signos para la deflexión de las superficies de control.

Es este capítulo vamos a definir el criterio de signos empleado para la deflexión de los timones de dirección y profundidad, los ángulos de asiento, balance y guiñada así como los momentos, estos últimos fueron definidos en capítulos anteriores.

Para esta explicación se va a hacer uso del modelo 1 con timones de profundidad y dirección ambos a popa del vehículo. Para el modelo 2 (el timón de dirección a popa y el de profundidad más a proa que en el modelo 1) y el modelo 3 (mismos timones que el modelo 2 con un timón adicional de profundidad más hacia la proa) este criterio es exactamente el mismo. La combinación de los momentos como superposición de los timones por un lado y el fuselaje por otro es extrapolable a los modelos 2 y 3. En el programa de simulación se contemplan estas particularidades.

Definición de ángulos de ataque y cabeceo, notación de signos empleada.

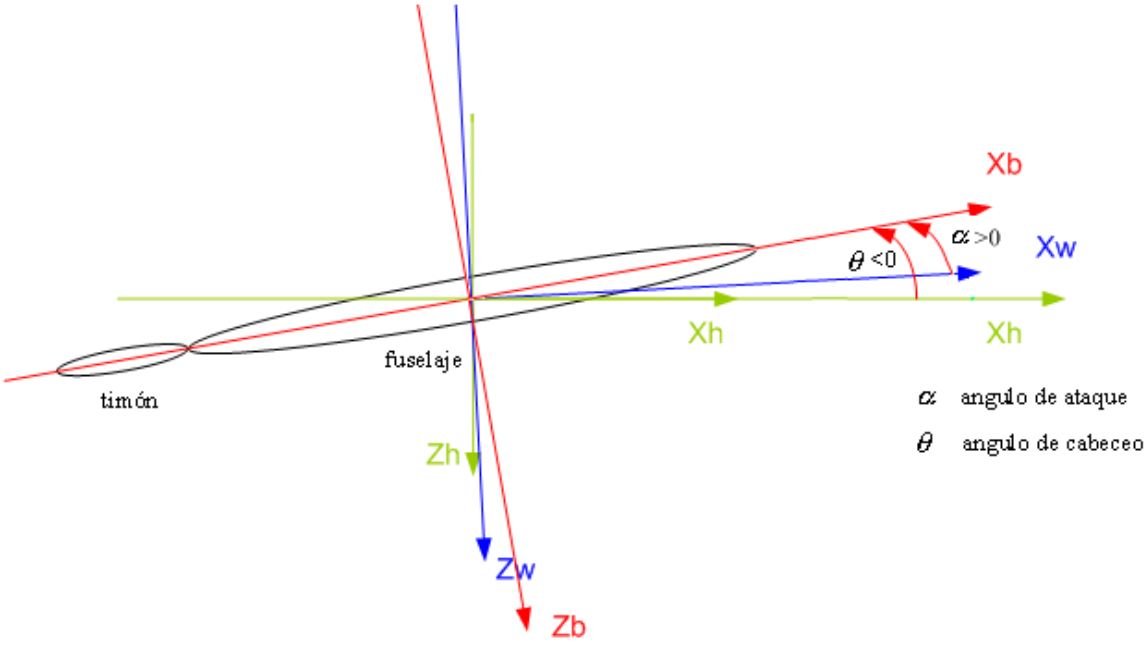


Figura 122

Criterio signos en timón de profundidad maniobra de cabeceo.

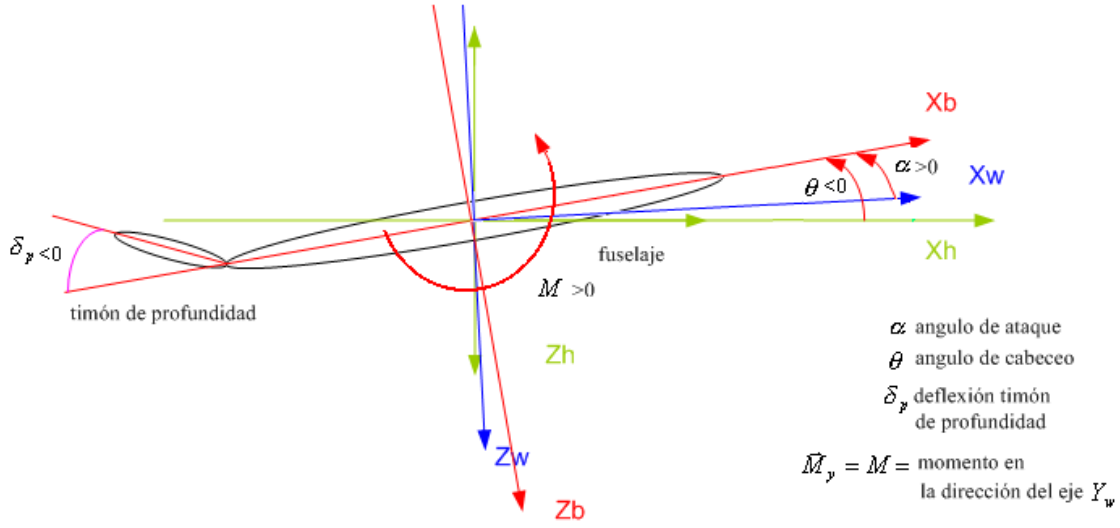


Figura 123

El signo de cabeceo θ negativo según asciende la proa del vehículo con respecto a los ejes horizonte local.

Criterio en maniobra de guiñada.

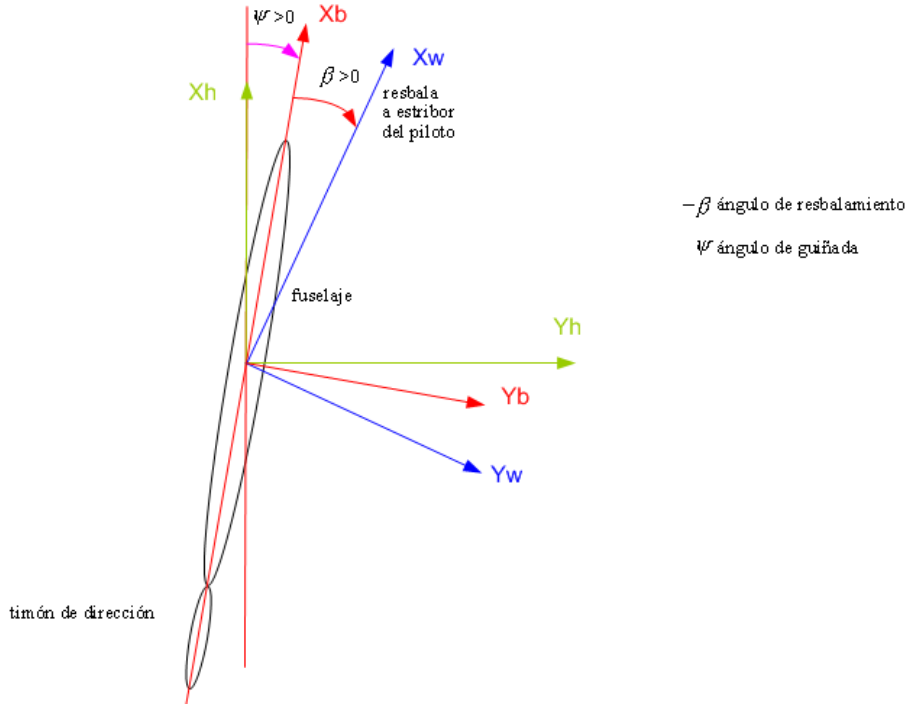


Figura 124

Criterio de signos timón de dirección en maniobra de guiñada.

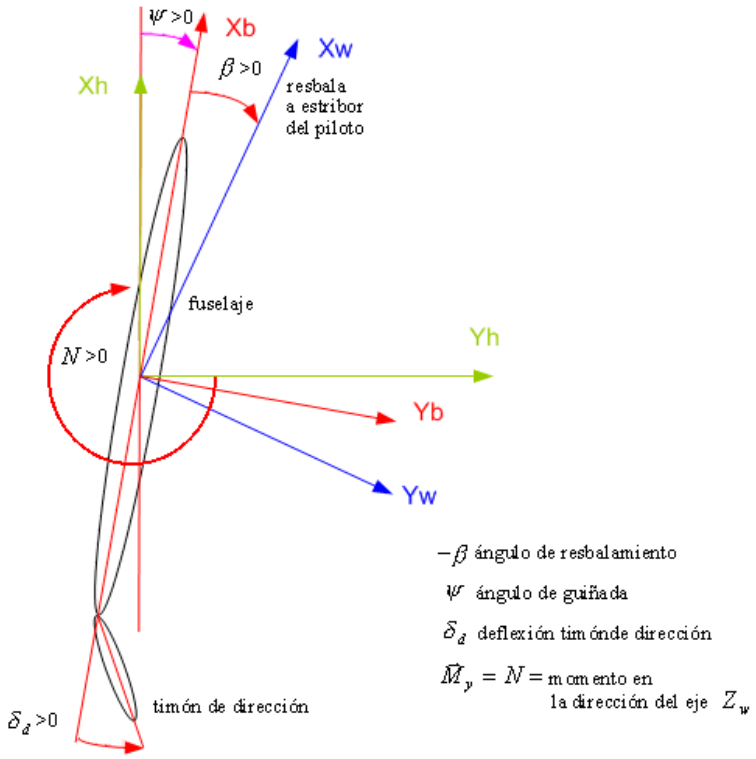


Figura 125

De este modo quedan definidos los momentos y giros así como las deflexiones de timones de dirección y profundidad. Coherente con las figuras de capítulos anteriores.

Definido este criterio de signos se observa que la combinación de los valores de ángulo de ataque y ángulo de deflexión timón profundidad así como ángulo de resbalamiento y timón de dirección da distintos resultados. De este modo en la maniobra de cabeceo, cuando tenemos una deflexión en profundidad negativa y de valor absoluto mayor a la del ángulo de ataque, ignorando los efectos de velocidad inducida en el timón así como de efectos de la velocidad de giro del vehículo en el ángulo de ataque del timón, ya que este análisis es cualitativo no cuantitativo, se produce invariablemente un momento de cabeceo positivo como se muestra en la siguiente figura.

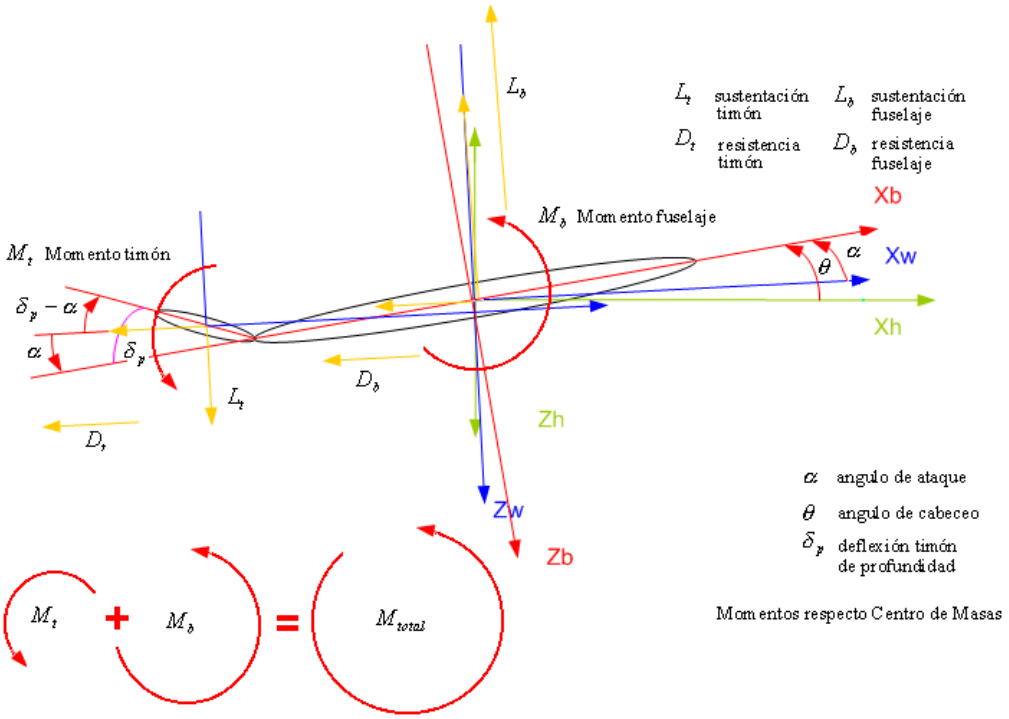


Figura 126

Para simplificar las figuras vamos a suponer coincidencia entre ejes viento y ejes viento timón.

Cuando la deflexión del timón de profundidad, en valor absoluto, coincide con el ángulo de ataque el momento del timón es nulo, considerando que el momento aerodinámico propio del timón como perfil es despreciable. De este modo, la única contribución al momento es la del fuselaje.

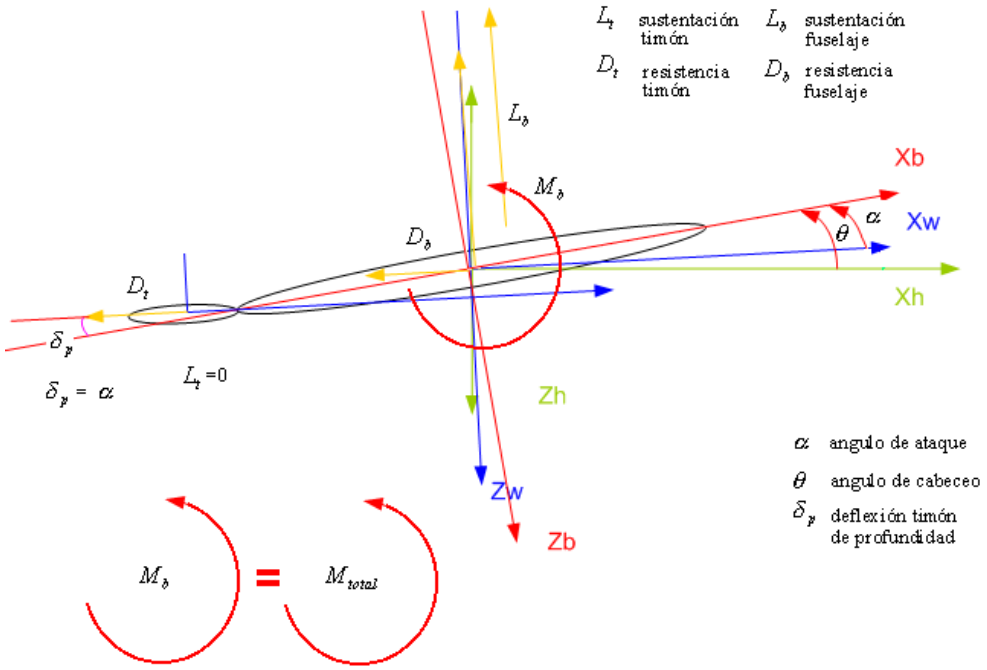


Figura 127

A partir de este valor, conforme el valor del timón de profundidad aumenta desde valores negativos hasta cualquier valor positivo, la contribución del timón de profundidad al momento total será negativa. Incluso para valores negativos de deflexión del timón de profundidad, la contribución del timón al momento puede ser negativa.

Con valores positivos del ángulo de deflexión del timón, la contribución del timón al momento de cabeceo es mucho mayor y negativa.

Según aumentamos el valor de la deflexión del timón de profundidad, esta contribución negativa de timón va aumentando en valor absoluto hasta que anula el momento del fuselaje dando un momento total nulo. Si se sigue esta deflexión el momento total de cabeceo del sistema toma valor negativo como se muestra en la siguiente figura.

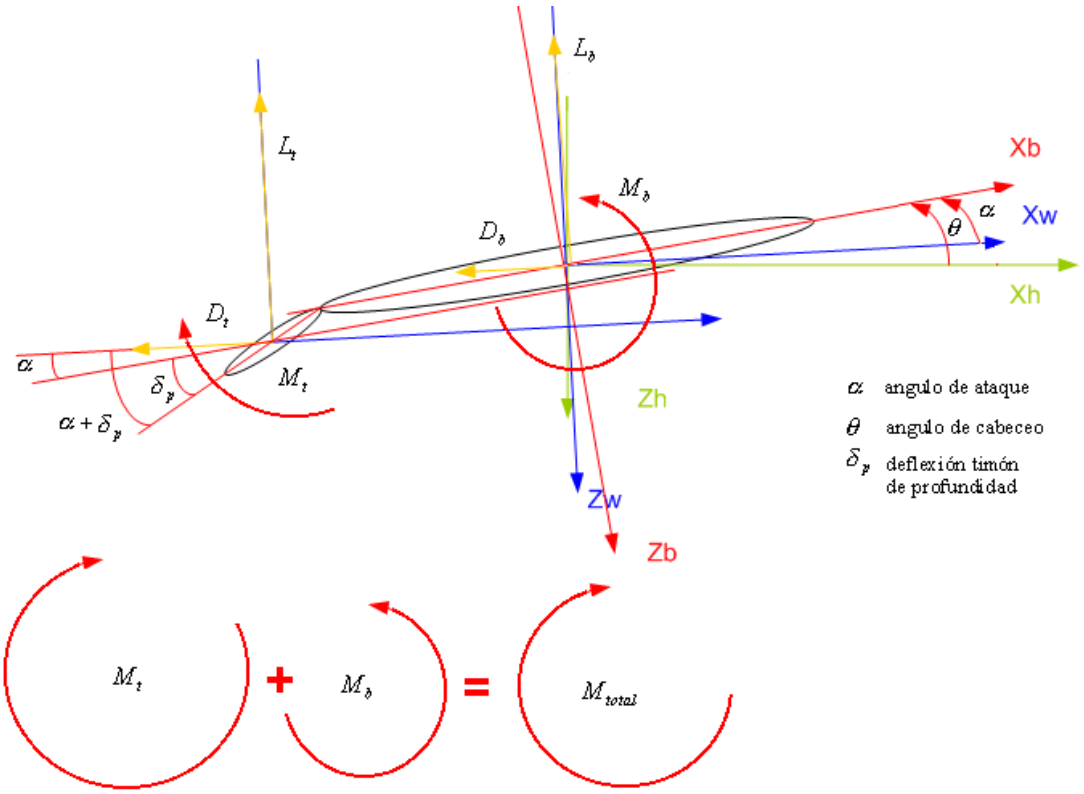


Figura 128

Podría parecer fácil el control en cabeceo del vehículo pero nada más lejos. Se puede lograr una posición intermedia de equilibrio (momento de cabeceo nulo) pero esa posición es muy inestable. Hay, como se ha demostrado antes de una forma simplista, un punto de equilibrio en el que no aparecería momento de cabeceo, incluso el momento negativo favorecería la estabilidad como se adelantó en páginas anteriores. Sin embargo hay unas fuerzas sobre el catamarán, como el peso, la flotación, el empuje del vehículo y el par restaurador que cambian continuamente la dirección de la velocidad incidente, tanto en dirección como en módulo, en una palabra, cambian la orientación de los ejes viento, en una palabra, el ángulo de ataque, y por tanto la configuración de fuerzas y momentos hidrodinámicos sobre el cuerpo.

A modo de ejemplo, en una ascensión del vehículo, flotación mayor que peso, la velocidad incidente estará en la parte superior del vehículo por el propio proceso de ascensión. Esa incidencia hará que el cuerpo del catamarán experimente momentos de cabeceo negativos. Sólo un valor muy negativo de la deflexión del timón podrá lograr que se contrarreste ese cabeceo. Sin embargo el problema se complica ya que la dirección de la velocidad incidente dependerá del ángulo de asiento o cabeceo al ser resultado de las fuerzas másicas, peso y empuje, masa añadida y además del ángulo de ataque que regula las fuerzas aerodinámicas.

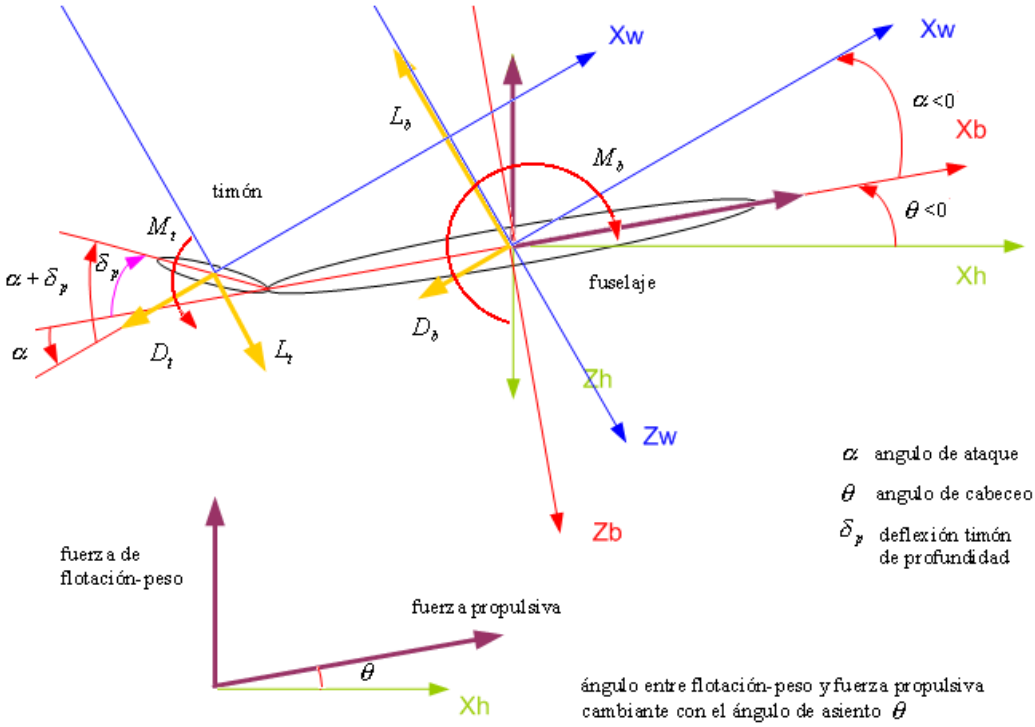


Figura 129

La resultante de fuerzas está cambiando continuamente de dirección y por tanto también lo hará la velocidad incidente con lo que implica un cambio en los valores de los momentos.

Cuando empieza la ascensión, la velocidad absoluta del vehículo en el eje Z_i es nula pero conforme pasa el tiempo, las fuerzas en esa dirección, como es la flotación, hacen que la componente de esta velocidad vaya aumentando, el cuerpo se va desplazando hacia arriba, y por tanto, el ángulo de ataque va tomando cada vez valores más negativos.

Todos los razonamientos y figuras hechos para cabeceo negativo ($\theta < 0$) son análogos a los correspondientes a cabeceo positivo.

Estas conclusiones son extrapolables a la guiñada aunque, a simple vista, la inestabilidad no sería tan grande ya que no actúan fuerzas potenciales en ese plano (plano horizonte local) que varíen continuamente con la orientación del vehículo. Sin embargo hay que tener en cuenta que tampoco actúan ningún par restaurador que da cierta estabilidad en los movimientos de balance y cabezada.

El proceso de descenso, flotación menor que el peso, es idéntico al de ascenso y las conclusiones obtenidas son casi las mismas que en el ascenso sin más que pasar la velocidad incidente a la parte inferior del plano horizonte local con ángulos de ataque positivos. Se produce una simetría completa cuando la nave es axilsimétrica, algo que no es del todo cierto ya que ni el centro de gravedad ni el de flotación cumplen esa simetría, sin embargo los razonamientos y la lógica seguida son los mismos.

CAPITULO 18. Pequeños movimientos. Estabilidad y control.

Se va a tratar ahora el problema de pequeños movimientos o también conocido como ESTABILIDAD y CONTROL.

Para aplicar las ecuaciones del movimiento total del vehículo de forma eficiente hay que elegir la referencia más cómoda.

Como se vio en la ecuación (25), se toma el momento cinético respecto del centro de masas. El momento de las fuerzas exteriores de un sistema, nuestro vehículo, respecto al centro de masas es igual a la derivada respecto al tiempo del momento cinético en el movimiento relativo a ejes de direcciones que pasan por dicho punto.

En la fórmula más general del momento cinético respecto a un punto genérico, que pertenece a un sistema no galileano o no inercial y que se mueve respecto de otro sistema inercial, aparece un término corrector que complica la ecuación salvo en dos casos. Este término desaparece cuando el punto respecto al cual se toman los momentos es un punto fijo o el centro de masas del sistema. Como no disponemos de punto fijo, elegimos el centro de masas. Y eso es lo que se hizo en la ecuación (25).

Por tanto los términos de $\vec{V}(u,v,w), \vec{\omega}(p,q,r), \vec{F}(F_x,F_y,F_z), \vec{M}(L,M,N)$ son valores absolutos de velocidad del centro de gravedad, velocidad angular del vehículo proyectados en el sistema F_b ejes cuerpo pero absolutos.

Lo mismo ocurre con las fuerzas y los momentos, fuerzas exteriores del fluido y campo gravitatorio sobre el sólido proyectadas en ejes cuerpo F_b y momentos de dichas fuerzas respecto del centro de masas y proyectados en ejes cuerpo F_b.

Todo esto se aplicó en las ecuaciones (18) a (26).

Como dijimos antes, el giro de F_h respecto de los ejes tierra F_e es muy pequeño debido al gran tamaño del radio terrestre, de este modo, el giro de los ejes cuerpo F_b respecto de los ejes F_e se puede equiparar al giro respecto de los ejes horizonte F_h. Como se definió en la FIGURA 2 los ejes F_h no giran respecto de tierra.

El movimiento y las fuerzas y momentos sobre nuestro vehículo quedan perfectamente definidos así en la ecuación (26) y es completamente válida como se ha demostrado en los párrafos anteriores al tomar como punto de referencia de los momentos el centro de masas del sistema. Un problema es la variación de la posición del centro de gravedad en el tiempo debido a gastos de combustible y vaciado y llenado de los depósitos de flotación. Nuestro vehículo se propulsa eléctricamente y en las simulaciones realizadas se ha supuesto una flotación constante. El programa de simulación, no obstante, ha sido actualizado para entradas de flotabilidad variable para apoyo al desarrollo del controlador.

En definitiva, el momento cinético empleado en la ecuación (22) es el correspondiente a la variación del momento cinético absoluto con los giros y momentos de fuerzas exteriores referidos al centro de masas.

La ecuación (18) de la cantidad de movimiento junto con la (22) del momento cinético forman el conjunto de ecuaciones (35) que definen el movimiento.

Este conjunto de ecuaciones se puede proyectar en los ejes cuerpo F_b o en los ejes viento F_w. La ventaja de la proyección en los ejes viento es la facilidad en la que quedan las fuerzas hidrodinámicas L, D, Q. Esta alternativa es idónea para el estudio de la trayectoria del centro de masas y estudio de techos que es lo que se abordó en su momento como el PROBLEMA DE ACTUACIONES.

Evidentemente sólo interesa en ese caso el primer grupo de ecuaciones de (35) ya que es la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento y no figura el tensor de inercia, cambiante en todo momento al girar F_w respecto de F_b con los ángulos de ataque y resbalamiento FIGURA 5 según se vio en su momento.

El problema que vamos a afrontar ahora es el de ESTABILIDAD y CONTROL. En este caso es imprescindible la proyección en los ejes cuerpo F_b al mantenerse ahí fijo el tensor de inercia salvo cambios en llenado y vaciado de depósitos que también se tendrá en cuenta.

Todos los momentos hidrodinámicos que vana aparecer se referirán al centro de masas.

CAPITULO 19. Simulación del vehículo.

19.1. Programa.

El "work space" empleado en la simulación es el programa Matlab 5.1 (fórmulas y gráficos). El modelo de simulación se hace en SIMULINK.

La exactitud requerida para la resolución del bucle dinámico es 10^{-4} y en cuanto a los datos temporales de la simulación: T_step= 0.01 seg, T_fin= 1000 seg, T_sample= 0.001 seg.

En el programa se emplean las siguientes ecuaciones:

19.1.1. Paso de ejes horizonte local a ejes inerciales convencionales.

Para integrar la trayectoria del vehículo cómodamente necesitamos emplear ejes inerciales convencionales con la dirección del eje Z apuntando "hacia arriba", en sentido contrario al de la gravedad local. El paso de ejes horizonte local a los ejes cuerpo se realiza según los giros mostrados en la figura 6 guiñada, cabeceo y balance, rotación conocida como 3_2_1, partiendo de unos ejes de horizonte local como los de la figura anterior. Los ejes "convencionales" distintos al horizonte local en las direcciones Y y Z se muestran a continuación.

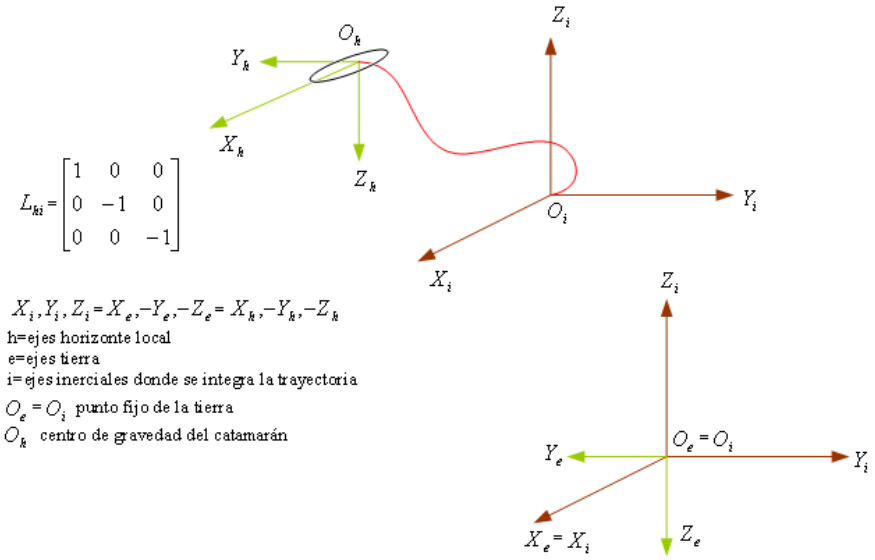


Figura 130

Para la programación del movimiento del vehículo en nuestro modelo Simulink, se utilizan unos ejes inerciales distintos a los usados en el horizonte local. De este modo la integración de las aceleraciones da lugar a las velocidades y desplazamientos que resultan en una trayectoria relativa a un triedro a derechas con el eje Z apuntando en dirección contraria al centro de la Tierra.

19.1.2. Ángulos de ataque y resbalamiento $\alpha,-\beta$.

Los ángulos de ataque y resbalamiento $\alpha,-\beta$ han sido obtenidos de las proyecciones de la velocidad absoluta del vehículo en ejes cuerpo identificando coeficientes, a partir de la matriz de cambio de ejes L_{bw}.

Como se vio en la FIGURA 5:

$$L_{bw}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\alpha&0&-\operatorname{sen}\alpha\\0&1&0\\\operatorname{sen}\alpha&0&\cos\alpha\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\beta&-\operatorname{sen}\beta&0\\\operatorname{sen}\beta&\cos\beta&0\\0&0&1\end{bmatrix}=\left[L_{b2}\right]\cdot\left[L_{21}\right]\cdot\left[L_{1w}\right] \quad \textbf{(223}$$

$$L_{bw}=\begin{bmatrix}\cos\alpha\cdot\cos\beta&-\cos\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta&-\operatorname{sen}\alpha\\\operatorname{sen}\beta&\cos\beta&0\\\cos\beta\cdot\operatorname{sen}\alpha&-\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta&\cos\alpha\end{bmatrix} \qquad \textbf{(224}$$

De este modo:

$$\frac{\left[L_{bw}\right]\cdot\left[\vec{V}_w\right]}{\left|\vec{V}\right|}=\left[L_{bw}\right]\cdot\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\frac{\left[\vec{V}_b\right]}{\left|\vec{V}\right|}=\begin{bmatrix}\cos\alpha\cdot\cos\beta\\\operatorname{sen}\beta\\\cos\beta\cdot\operatorname{sen}\alpha\end{bmatrix} \qquad \textbf{(225}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned}\alpha&=arctang\,\frac{V_{bz}}{V_{bx}}\\\beta&=ar\cos en\,\frac{V_{by}}{\left|\vec{V}\right|}\end{aligned} \qquad \textbf{(226}$$

La obtención de los ángulos de asiento θ, balance ϕ y guiñada ψ se ha hecho a través de la matriz de actitud L_{bh}.

$$\left[L_{bh}\right]=\left[L_{b2}\right]\cdot\left[L_{21}\right]\cdot\left[L_{1h}\right] \qquad \textbf{(227}$$

Según la FIGURA 6:

$$L_{bh} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \operatorname{sen}\phi \\ 0 & -\operatorname{sen}\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\operatorname{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & \operatorname{sen}\psi & 0 \\ -\operatorname{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(228}$$

$$L_{bh} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\psi & \cos\theta \cdot \operatorname{sen}\psi & -\operatorname{sen}\theta \\ -\cos\phi \cdot \operatorname{sen}\theta + \operatorname{sen}\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos\psi & \cos\psi \cdot \cos\theta + \operatorname{sen}\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{sen}\psi & \operatorname{sen}\phi \cdot \cos\theta \\ \operatorname{sen}\phi \cdot \cos\psi + \cos\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos\psi & -\operatorname{sen}\phi \cdot \cos\psi + \cos\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{sen}\psi & \cos\phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \quad \textbf{(229}$$

Esta matriz L_{bh} aquí obtenida es la misma que la obtenida por el Technical Staff Attitude Systems Operation (1).

A partir de esta matriz tenemos en todo momento los ángulos de asiento, balance y guiñada.

Identificando cada término de la matriz L_{bh} por a_{ij} (fila "i", columna "j") se tiene que:

$$\left[L_{bh}\right] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\phi \cdot \cos\theta \\ \cos\phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \quad \textbf{(230}$$

por tanto:

$$\theta = -ar\cos en\left(a_{13}\right)$$
$$\phi = ar\cot ang\left(\frac{a_{23}}{a_{33}}\right) \quad \textbf{(231}$$

del mismo modo:

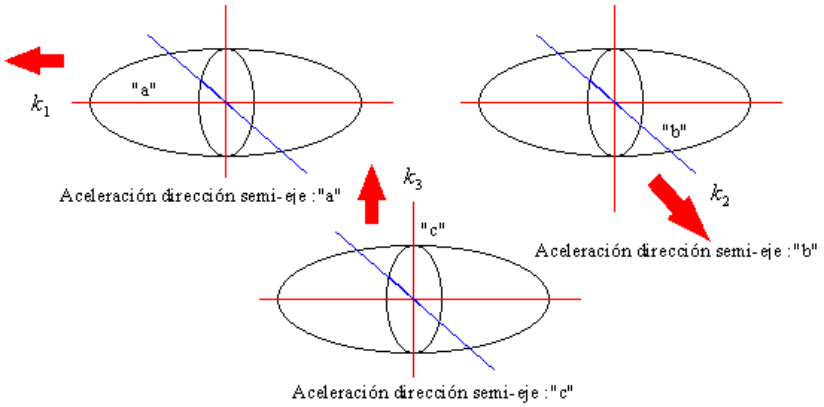
$$\left[L_{bh}\right] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \operatorname{sen}\psi \\ \cos\psi \cdot \cos\theta + \operatorname{sen}\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{sen}\psi \\ -\operatorname{sen}\phi \cdot \cos\psi + \cos\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{sen}\psi \end{bmatrix} \quad \textbf{(232}$$

$$\left[L_{bh}\right] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\psi \\ -\cos\phi \cdot \operatorname{sen}\theta + \operatorname{sen}\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos\psi \\ \operatorname{sen}\phi \cdot \cos\psi + \cos\phi \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos\psi \end{bmatrix} \quad \textbf{(233}$$

$$\psi = ar\cot ang\left(\frac{a_{12}}{a_{11}}\right) \quad (234$$

19.1.3. Obtención de fuerzas y momentos hidrodinámicos.

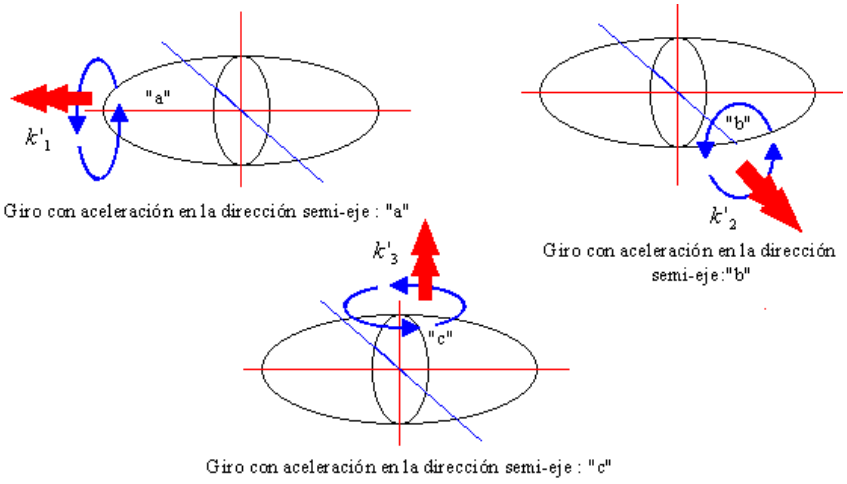
Como se recordará el criterio de signos masas añadidas es el siguiente:



k_1 Coeficiente de masa añadida anvance dirección semi-eje principal :"a"
k_2 Coeficiente de masa añadida anvance dirección semi-eje principal :"b"
k_3 Coeficiente de masa añadida anvance dirección semi-eje principal :"c"

Figura 131

El criterio de signos momentos de inercia asociados a masas añadidas es el siguiente:



k'_1 Coeficiente de momento de inercia añadida en giro en dirección semi-eje principal: "a"
k'_2 Coeficiente de momento de inercia añadida en giro en dirección semi-eje principal: "b"
k'_3 Coeficiente de momento de inercia añadida en giro en dirección semi-eje principal: "c"

Figura 132

Con:

$$K_1 = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot a \cdot b \cdot c \cdot k_1$$
$$K_2 = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot a \cdot b \cdot c \cdot k_2 \qquad \textbf{(235}$$
$$K_3 = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot a \cdot b \cdot c \cdot k_3$$

Tomando los valores de los coeficientes de masa y momentos de inercia añadidos, obtenidos en el capítulo: "Cálculo de los coeficientes de masa y momentos de inercia añadidos", tenemos:

$$\begin{aligned} k_1 &= 0.2089999 \\ k_2 &= 0.6614800 \\ k_3 &= 0.7629999 \\ k'_1 &= 0.0068911 \\ k'_2 &= 0.2909643 \\ k'_3 &= 0.2044425 \end{aligned} \qquad \textbf{(236}$$

A estos coeficientes se les multiplica por las masas y momentos de inercia:

$$\begin{aligned} K_1 &= 23.29669542 \ \ m^3 \\ K_2 &= 73.73431568 \ \ m^3 \\ K_3 &= 85.05060695 \ \ m^3 \\ K'_1 &= 1.806731339 \ \ m^5 \\ K'_2 &= 174.8835979 \ \ m^5 \\ K'_3 &= 140.7445343 \ \ m^5 \end{aligned} \qquad \textbf{(237}$$

Estos valores multiplicados por la densidad del agua salada 1026 Kg.- m3 dan las masas y los momentos de inercia que hay que añadir a los del vehículo en las ecuaciones dinámicas. Estos términos se suman a las masas y momentos de inercia del grupo de ecuaciones (26).

Obsérvese que el volumen estimado del vehículo a partir del elipsoide es $K_1 = 111.4687 m^3$ que multiplicado por la densidad del agua da un peso de 114366 Kg. Este valor es peso del agua que desplaza el elipsoide equivalente, 4.366 veces superior a la masa de nuestro catamarán, 26373 Kg. Esto significa que se puede lograr una flotación de 4.366 con respecto al peso en el mejor de los casos. Valores de flotación del orden de 1.02, más ajustada se logra inundando los depósitos de flotación, sin embargo, obviamente, el volumen de agua desplazada, masas añadidas y momentos de inercia de masa añadida, no cambian.

Cálculo y criterio de signos para fuerzas y momentos debidos al fuselaje (casco).

Criterio de signos de momentos hidrodinámicos:

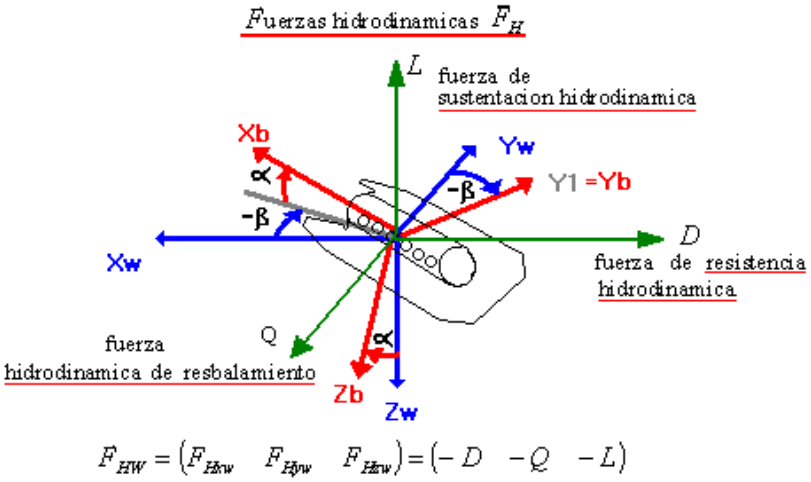


Figura 133

Criterio de fuerzas hidrodinámicas:

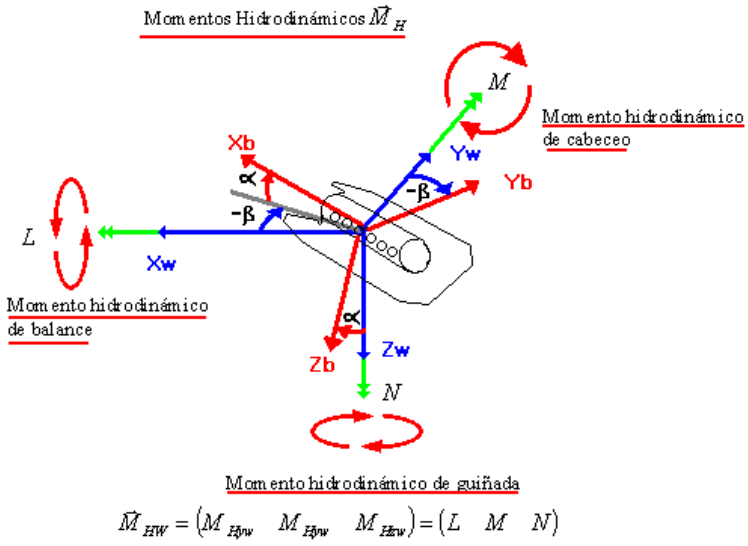


Figura 134

Ambas están definidas en ejes viento.

Los valores de D, Q, L vienen de:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot S} \qquad \textbf{(238}$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}$$

En el cálculo numérico se ha empleado $Vol^{\frac{2}{3}}$ en el lugar que ocupa la superficie equivalente S.

Para los momentos $(L \quad M \quad N)$:

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot Vol}$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot Vol} \qquad \textbf{(239}$$

$$C_n = \frac{N}{\frac{1}{2}\cdot \rho \cdot v^2 \cdot Vol}$$

Los valores de estos coeficientes, para el casco desnudo, obtenidos del método potencial viscoso son:

$$\begin{aligned} C_m &= 0.392326208\cdot\alpha - 0.070258472\cdot\alpha^2 \\ C_L &= 0.3479783941\cdot\alpha + 0.045387073\cdot\alpha^2 \\ C_D &= 0.3479783941\cdot\alpha^2 + 0.045387073\cdot\alpha^3 \end{aligned} \qquad \textbf{(240}$$

$$\begin{aligned} C_n &= 0.392326208\cdot\beta - 0.070258472\cdot\beta^2 \\ C_l &= 0 \\ C_Q &= 0.3479783941\cdot\beta + 0.045387073\cdot\beta^2 \end{aligned} \qquad \textbf{(241}$$

Como se recordará, estos coeficientes de momentos hidrodinámicos están calculados respecto del punto situado en el eje de simetría axial del vehículo a distancia $L/4$ de proa del vehículo. En el cálculo final de los momentos, trasladamos estos valores al centro de masas que es el punto donde necesitamos conocer dichos momentos.

En estas fórmulas, los valores de α y β vienen en radianes y en valor absoluto.

El signo de cada fuerza y momento es función de los signos de α y β, tal y como aparecen en las figuras que definen las fuerzas y los momentos, en definitiva según estén orientados los ejes cuerpo respecto de los ejes viento. En el capítulo de título "Criterio de signos para la deflexión de las superficies de control" aparecen los signos según los ángulos α y β (posición del fuselaje respecto ejes viento), y las deflexiones de los timones.

Como se definió en el criterio de signos utilizados en esta tesis, el valor de β es positivo cuando la velocidad incidente le llega al vehículo por estribor. Para el fuselaje, el momento de guiñada es positivo cuando la velocidad incidente llega por babor y negativo cuando viene por estribor. Es decir β>0 entonces el momento de guiñada N<0.

En el timón de dirección, el β positivo ayuda a un momento de guiñada N positivo y así es como se aplica en las ecuaciones de momento asociadas al timón.

Si separamos las contribuciones debidas al fuselaje y los timones:

Fuselaje (casco).

En el cálculo de los momentos, para el casco, en el programa aparece el valor absoluto de β en la fórmula polinómica y luego se multiplica por el signo de β y por -1 para el momento del fuselaje. Es decir, se obtiene el valor en módulo de β y luego a ese valor se le multiplica por $sign\beta \times (-1)$ para dar el momento de guiñada N.

Para el momento de cabeceo M, el valor de α>0 hace un momento positivo (para el fuselaje) luego empleamos el valor absoluto de α en la fórmula polinómica y luego se multiplica por el signo de α para el momento del fuselaje.

En cuanto a las fuerzas, de las formas polinómicas, entrando con los valores absolutos de α y β se sacan los valores absolutos de las fuerzas D, Q y L.

Cuando el α es positivo aparece una fuerza de sustentación, por tanto en la dirección de z_w aparecerá una componente negativa.

Cuando el β es positivo, resbala a estribor del piloto, aparece una fuerza lateral con componente negativa en la dirección de y_w.

La fuerza de resistencia D está asociada a ángulos de ataque α ya sean negativos o positivos teniendo siempre componente negativa en la dirección de x_w.

Timones

La fuerza del timón de profundidad para α y deflexión positivos es negativa en la dirección z_w.

El momento de cabeceo del timón de profundidad para α y deflexión positivos es negativo en la dirección y_w.

La fuerza del timón de dirección para β y deflexión positivos es negativa en la dirección y_w.

El momento de guiñada de guiñada del timón de dirección para β y deflexión positivos es positivo en la dirección z_w

En definitiva:

Contribución fuselaje (casco).

$$\begin{aligned} C_m &= 0.392326208 \cdot \alpha - 0.070258472 \cdot \alpha^2 \\ C_L &= 0.3479783941 \cdot \alpha + 0.045387073 \cdot \alpha^2 \\ C_D &= 0.3479783941 \cdot \alpha^2 + 0.045387073 \cdot \alpha^3 \end{aligned} \qquad \textbf{(242}$$

$$\begin{aligned} C_n &= 0.392326208 \cdot \beta - 0.070258472 \cdot \beta^2 \\ C_l &= 0 \\ C_Q &= 0.3479783941 \cdot \beta + 0.045387073 \cdot \beta^2 \end{aligned} \qquad \textbf{(243}$$

Efectos debidos al ángulo de ataque:

$$M = C_m \cdot q \cdot Vol \cdot sign\alpha \qquad \textbf{(244}$$

(momento de cabeceo) dirección y_w. C_m corregido al Centro de Gravedad.

$$L = -C_L \cdot q \cdot Vol^{2/3} \cdot sign\alpha \qquad \textbf{(245}$$

(fuerza de sustentación) dirección z_w.

$$D = -C_D \cdot q \cdot Vol^{2/3} \qquad \textbf{(246}$$

(fuerza de resistencia al avance) dirección x_w.

Efectos debidos al ángulo de resbalamiento:

$$N = C_n \cdot q \cdot Vol \cdot sign\beta \cdot (-1) \qquad \textbf{(247}$$

(momento de guiñada) dirección z_w . C_n corregido al Centro de Gravedad

$$Q = -C_Q \cdot q \cdot Vol^{2/3} \cdot sign\beta \cdot (-1) \qquad \textbf{(248}$$

(fuerza de resbalamiento) dirección y_w .

Contribución de los timones.

Contribución debida al ángulo de ataque:

Fuerzas

$$Z_{timon-profundidad} = -\frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ profundidad}} \cdot S_{\substack{timon \\ profundidad}} \cdot U^2 \cdot \rho \cdot \left(\alpha + \delta_p + \frac{w_b - q \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}}}{u_b} \right) \qquad \textbf{(249}$$

(fuerza de sustentación) dirección $z_{w-timon}$, la contribución es negativa (para alfas y deltas positivos) porque va en contra de la $z_{w-timon}$ en ejes viento-timón.

Momentos:

$$M = Z_{timon-profundidad} \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}} = \frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ profundidad}} \cdot S_{\substack{timon \\ profundidad}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\alpha + \delta_p + \frac{w_b - q \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}}}{u_b} \right) \cdot x_{\substack{timon \\ profundidad}} \qquad \textbf{(250}$$

(momento de cabeceo) dirección $y_{w-timón}$, por timón de profundidad.

Contribución debida al ángulo de resbalamiento:

Fuerzas

$$Y_{timon-direccion} = -\frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ direccion}} \cdot S_{\substack{timon \\ direccion}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\beta + \delta_d + \frac{v_b + r \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}}}{u_b} \right) \qquad \textbf{(251}$$

(fuerza de resbalamiento) dirección $y_{w-timon}$, que tiene contribución negativa para resbalamiento y deflexión del timón de dirección positiva.

Momentos:

$$N = Y_{timon-direccion} \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}} = -\frac{1}{2} \cdot C_{\substack{L.timon \\ direccion}} \cdot S_{\substack{timon \\ direccion}} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot \left(\beta + \delta_d + \frac{v_b + r \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}}}{u_b} \right) \cdot x_{\substack{timon \\ direccion}} \quad \textbf{(252}$$

(momento de guiñada) dirección $z_{w-timon}$, contribución negativa para resbalamiento positivo y deflexión de timón de dirección positiva.

Si hay más de un timón de profundidad simplemente se van sumando las contribuciones de cada uno de ellos al balance total.

19.1.4. Paso de fuerzas y momentos hidrodinámicos calculados en ejes viento a los ejes cuerpo.

Conocidas las fuerzas y momentos en los ejes viento necesitamos proyectarlas en los ejes cuerpo para resolver el problema dinámico del vehículo.

Como se vio en la figura 5, el paso de ejes cuerpo a ejes viento viene definido por los ángulos α y β.

$$[L_{bw}] \cdot [\vec{X}_w] = [\vec{X}_b] \quad \textbf{(253}$$

aplicable a fuerzas y momentos.

$$[L_{bw}] = [L_{b1}] \cdot [L_{1w}] \quad \textbf{(254}$$

$$[L_{b1}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\operatorname{sen}\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad \textbf{(255}$$

$$[L_{1w}] = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\operatorname{sen}\beta & 0 \\ \operatorname{sen}\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(256}$$

Recordando la FIGURA 5 y usando la notación de la FIGURA 5 el β que aparece es el positivo cuando resbala a babor, es decir el viento le viene por estribor, al estribor del piloto. Ese es el β empleado en el programa.

Por tanto:

$$[L_{bw}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta & -\cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta & -\operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\beta & \cos\beta & 0 \\ \cos\beta \cdot \operatorname{sen}\alpha & -\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad \textbf{(257}$$

De este modo:

$$D \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta \\ \operatorname{sen}\beta \\ \cos\beta \cdot \operatorname{sen}\alpha \end{bmatrix} + Q \begin{bmatrix} -\cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta \\ \cos\beta \\ -\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta \end{bmatrix} + L \cdot \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\alpha \\ 0 \\ \cos\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{Xb} \\ F_{Yb} \\ F_{Zb} \end{bmatrix} \quad \textbf{(258}$$

Tenemos las fuerzas hidrodinámicas sobre el vehículo proyectadas en los ejes cuerpo

D, Q, L son las fuerzas sobre el cuerpo en ejes viento resultado de sumar las de fuselaje más las de timón.

Análogamente:

$$L \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta \\ \operatorname{sen}\beta \\ \cos\beta \cdot \operatorname{sen}\alpha \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} -\cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta \\ \cos\beta \\ -\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta \end{bmatrix} + N \cdot \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\alpha \\ 0 \\ \cos\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{Xb} \\ M_{Yb} \\ M_{Zb} \end{bmatrix} \quad \textbf{(259}$$

Tenemos los momentos sobre el vehículo proyectadas en los ejes cuerpo.

L, M, N son los momentos sobre el cuerpo en ejes viento resultado de sumar los debidos al de casco desnudo más los del timón.

19.1.5. Paso de fuerzas y momentos hidrodinámicos calculados en ejes viento timón a los ejes cuerpo.

Como ya se adelantó en el capítulo "Contribución de las superficies de control en las fuerzas y momentos hidrodinámicos del vehículo", las fuerzas y momentos que aparecen en los timones de dirección y profundidad llevan las direcciones de los ejes llamados por nosotros ejes viento timón. Llevan esas direcciones por los criterios seguidos por nosotros para su cálculo, a partir de los coeficientes de fuerzas utilizados en esta tesis.

Es necesario entonces pasar estas fuerzas y momentos a los ejes cuerpo para facilitar la solución dinámica del vehículo. Este paso se realiza mediante el producto matricial descrito en el apartado anterior, empleando $\alpha + \tau_{profundidad}$ α y $\beta + \tau_{direccion}$ donde aparecen α y β respectivamente, en las expresiones anteriores, con:

$$\tau_{direccion} = \frac{v_b + r \cdot x_{timon_{direccion}}}{u_b} \qquad (260$$

$$\tau_{profundidad} = \frac{w_b - q \cdot x_{timon_{profundidad}}}{u_b} \qquad (261$$

19.1.6. Efectos de corrientes exteriores incidentes sobre el vehículo.

Como se indicó en el capítulo "Definición de sistemas de referencia", cuando el fluido en el que se mueve el vehículo está en reposo, la velocidad incidente coincide con la velocidad inercial del vehículo en su movimiento o velocidad respecto ejes tierra. Esta velocidad es la que se llamó en su momento velocidad hidrodinámica.

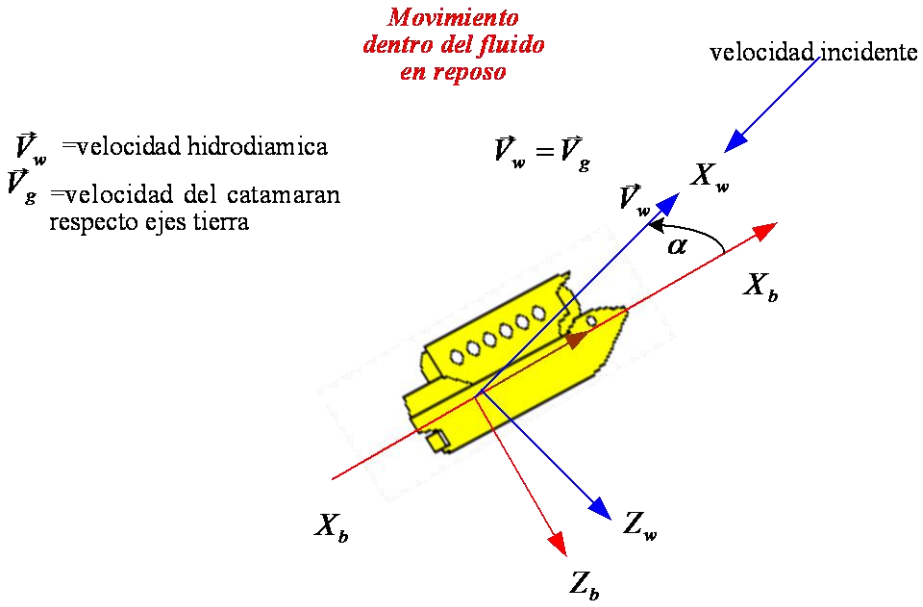


Figura 135

Sin embargo, cuando aparece una corriente exterior $\vec{V}_c$, la velocidad incidente se ve modificada. El programa de simulación debe recoger esa eventualidad.

Para ello deberá aparecer esa contribución en los términos de velocidad a partir de los cuales se obtienen las fuerzas y momentos hidrodinámicos.

Como se ve fácilmente en la siguiente figura, la nueva velocidad hidrodinámica o incidente sobre nuestro vehículo $\vec{V}_w$ no es más que la resta $\vec{V}_w = \vec{V}_g - \vec{V}_c$ y que es el vector, proyectado en ejes cuerpo F_b que da la velocidad hidrodinámica y que se introducirá en las ecuaciones que proporcionan las fuerzas y momentos hidrodinámicos.

Efectivamente:

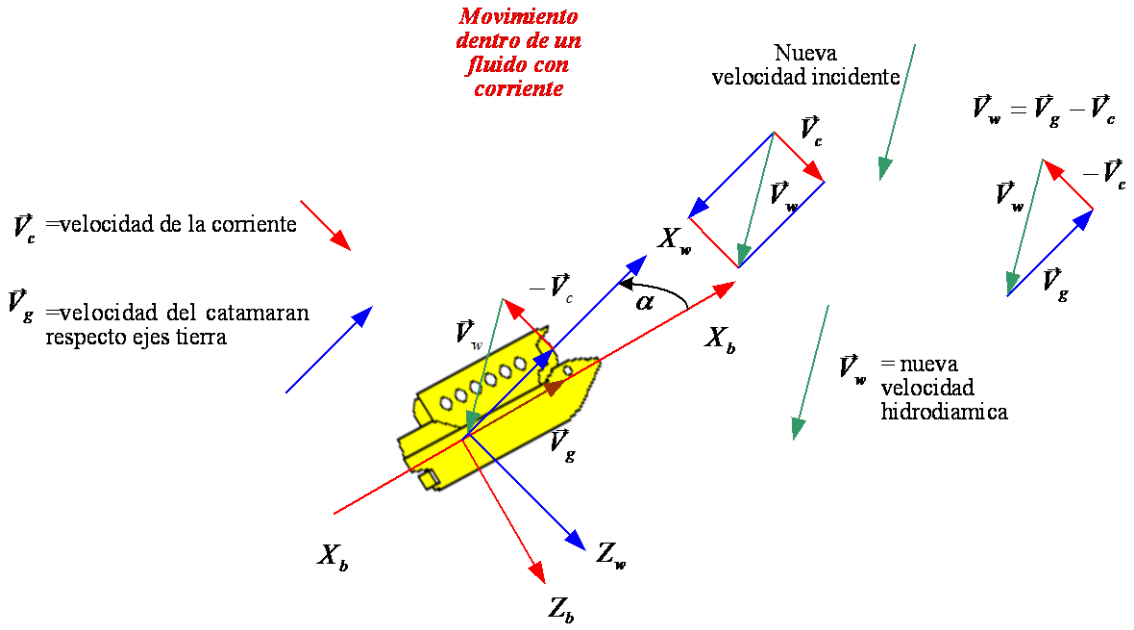


Figura 136

Nótese que en las figuras anteriores se muestra el caso bidimensional, con la corriente incidente en el plano $X_w Z_w$, un caso particular del general, con un ángulo de ataque α para la velocidad incidente sin perturbar por ninguna corriente. Se ha mostrado este caso por la facilidad de la figura, sin embargo es fácil ver que la expresión $\vec{V}_w = \vec{V}_g - \vec{V}_c$ es válida para cualquier configuración.

1. Space Craft Attitude Determination & Control. Edited by James R. Wertz. Microcosm Inc., Torrance, C.A. Written by members of Technical Staff Attitude Systems Operation. Kluwer Academic Publishers Dordrech/Boston London 1991.

CAPITULO 20. Resultados de la simulación. Vehículo sin sistema de control.

Vamos a hacer una serie de lanzamientos. En todos ellos el vehículo parte con una velocidad inicial de 1.0294 m/s, la velocidad de inmersión especificada de 2 nudos en la dirección del casco para hacer más realista el ensayo. Se va a ir estudiando cada uno de los cambios dinámicos que sufre el vehículo en el tiempo para ver la coherencia de los resultados. No se acompañan a esta tesis los cálculos numéricos-analíticos hechos a "lápiz y papel" para corroborar la fiabilidad de la simulación, baste decir que no se encontró ninguna discrepancia.

Para cotejar la verosimilitud de la simulación con la realidad física también se corrieron en nuestro simulador varios casos con la misma geometría, fuerza propulsora y propiedades mecánicas que el vehículo experimental utilizado por Timothy Prestero (1) dando resultados (no adjuntados en la tesis) bastante aproximados a los obtenidos empíricamente por el autor.

Todos los datos obtenidos en las simulaciones se acompañan en las gráficas contenidas en el apéndice de esta tesis de título "Gráficas de lanzamientos del vehículo sin sistema de control para los modelos 1, 2 y 3 con distintos ángulos de deflexión en las superficies de control".

En esas gráficas se emplea la siguiente notación : para magnitudes vectoriales las componentes en los ejes X, Y, Z están asociadas a los colores azul, verde y rojo respectivamente, así como la sucesión de ángulos definida en el título de las gráficas, ataque y resbalamiento, al igual que asiento, balance y guiñada se correlaciona con la sucesión de colores descrita antes.

Todos los lanzamientos para los modelos 1, 2 y 3, con diversos empujes y deflexiones de superficies de control, se han hecho para un valor fijo de flotación = 1.02 *Masa del vehículo. Si se disfrutara de una simetría en el vehículo respecto del plano $X_b Y_b$, los resultados para una flotación de 1.02 veces la masa en maniobra de ascenso serían exactamente iguales que los obtenidos para descenso y con una flotación de 0.98 veces el peso por la simetría del problema. Esta simetría se cumpliría también en el par restaurador como puede apreciarse en la siguiente figura.

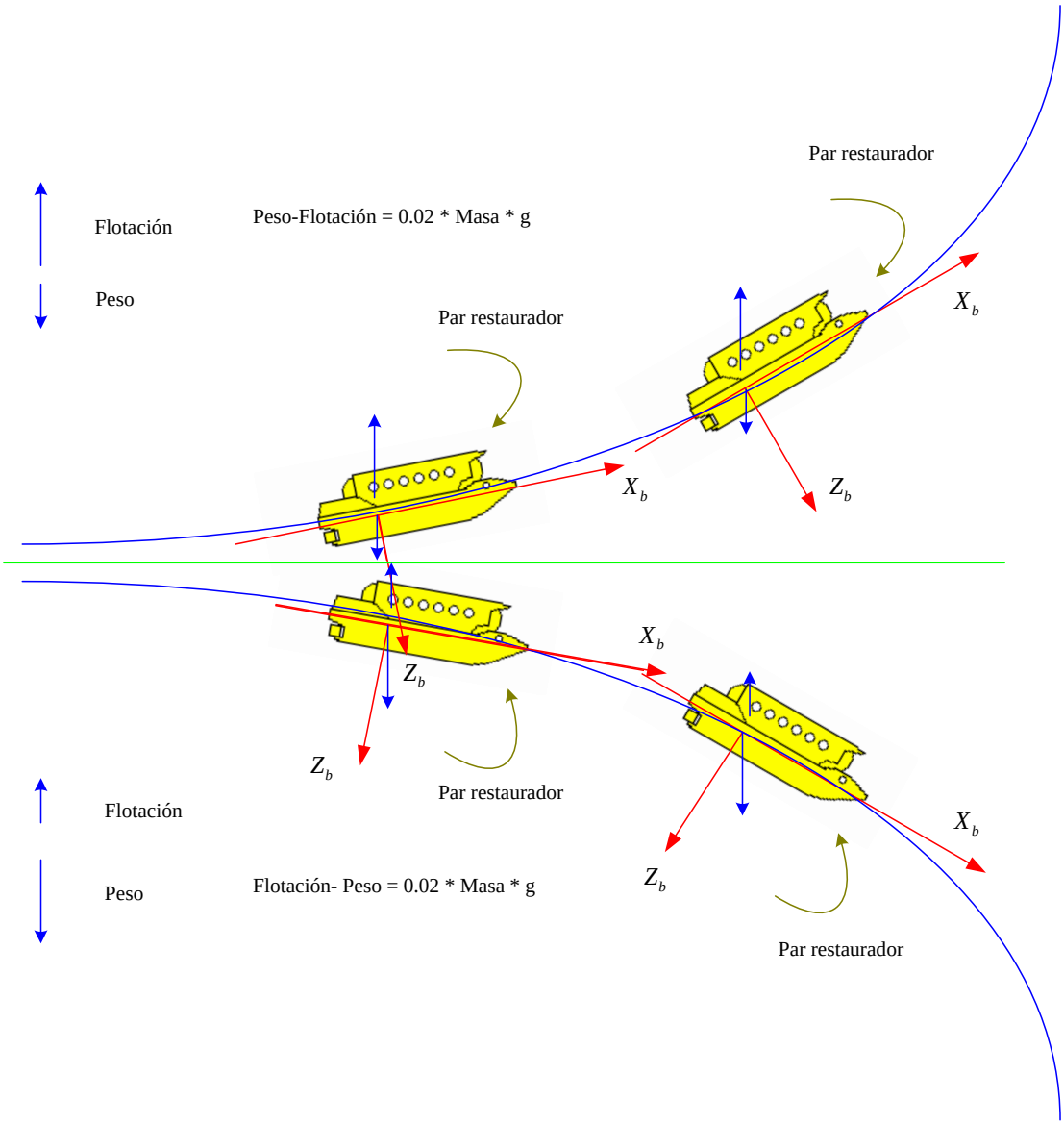


Figura 137

Pero esto no es correcto completamente ya que ni el vehículo real ni la localización de los centros de gravedad y de flotación cumplen esta simetría. En los coeficientes de fuerzas y momentos empleados en esta tesis sí se verifica la simetría, pero eso no ocurre con el centro de flotación ni el de empuje, no se encuentran equidistantes respecto del plano de simetría $X_b Y_b$. Sin embargo en los lanzamientos realizados con la simulación la respuesta es muy parecida.

De los resultados de los distintos lanzamientos se llega a la conclusión que el empuje o fuerza propulsora del vehículo contribuyen a una disminución del ángulo de ataque. Eso puede pensar que da una mayor estabilidad al sistema, pero no es así sino al revés. En los lanzamientos para el mismo modelo con distintos empujes, resulta más inestable el de mayor empuje, esto es debido a que las fuerzas y momentos hidrodinámicos que aparecen son mayores y estos producen mayores aceleraciones lineales y angulares. Efectivamente, los picos de los valores en momentos y fuerzas son mayores para empujes de 5000 N que para los 1000 N y 100 N, aunque los ángulos de ataque y resbalamiento resulten menores. Lo mismo ocurre con los asientos y guiñadas, y eso para deflexiones positivas y negativas. Si se aumenta el empuje, al aumentar la fuerza en la dirección X_b, también lo hace la aceleración y por tanto la velocidad, con lo que el vector de velocidad total (debida al avance en la dirección X_b y el ascenso o descenso en la dirección Z_i en ejes inerciales) tiene un ángulo de ataque mucho menor, lo cual influye en las fuerzas y momentos de forma decisiva.

En la siguiente figura se muestran las dos situaciones. Cuando el empuje es pequeño y cuando se aumenta.

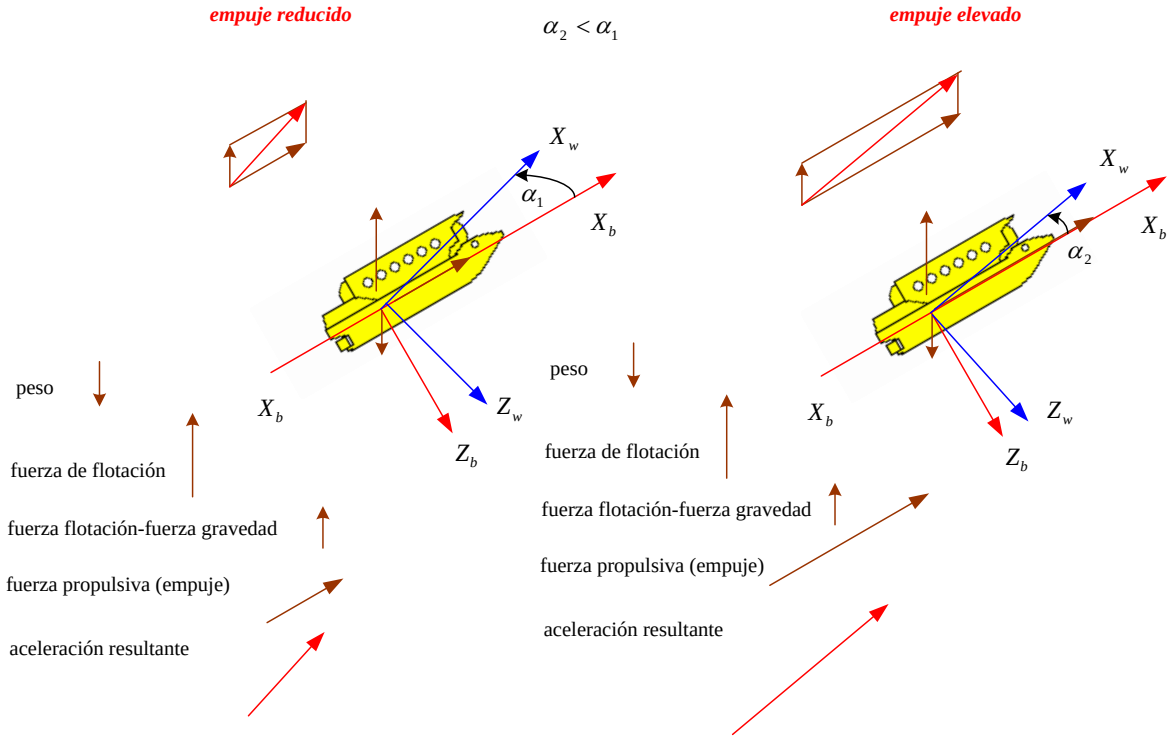


Figura 138

La componente de la aceleración total del cuerpo se va pegando (disminuye el ángulo que forma con el eje X_b) al casco del vehículo, conforme el empuje aumenta, lo que se traduce en que la velocidad del vehículo tiende también a acercarse al eje X_b y por tanto el ángulo de ataque disminuye. Todo esto son fuerzas en el plano $X_b Z_b$, cuando hay un balance la situación no es tan sencilla pero siempre habrá componentes en este plano y por tanto el razonamiento anterior sigue siendo válido.

En definitiva, con mayor empuje, los ángulos de ataque y resbalamiento disminuyen, que no es garante de mayor estabilidad, pues existe otro efecto que es el del aumento de los momentos y fuerzas hidrodinámicos.

De los lanzamientos anteriores se observa que al no haber par restaurador que actúe sobre la guiñada, el comportamiento de la nave en guiñada es mucho más inestable que en el cabeceo o asiento. El efecto de la flotación, ya sea positiva o negativa implica la aparición de una fuerza en la dirección Z_h en ejes inerciales que aumenta necesariamente el ángulo de ataque y los efectos que ello produce, como se ha razonado anteriormente.

En las siguientes figuras no se detalla la diferencia existente entre los ejes viento del casco y los del timón, es un análisis superficial en el que se pretende ver simplemente el comportamiento el vehículo en los primeros segundos del lanzamiento. En el programa de simulación y por tanto en las gráficas obtenidas sí que se tiene en cuenta este factor pero aquí nos vamos a contentar con proyectar las fuerzas y ver el balance total de éstas de forma intuitiva y sin cálculos de ningún tipo.

También se observa que, en contra de lo que se podría pensar a primera vista, el timón de profundidad trabaja incluso con deflexión nula.

Modelo 1.

Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 100 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados

Analizando la gráfica que aparece en el "Apéndice" para este caso particular:

t = 0

$\theta = 0$

$\alpha = 0$

Momento de cabeceo inicial nulo.

Instante inicial con velocidad de partida de 2 nudos (1.0294 m/s).

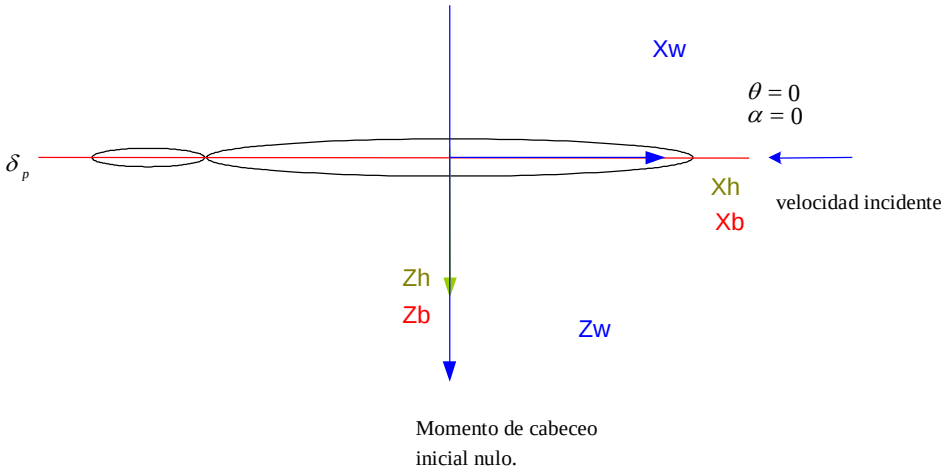


Figura 139

Pasado un tiempo, la fuerza de flotación hace que aparezca una componente de la velocidad en la dirección de la parte negativa de Z_b. Esa componente hace que se produzca un momento negativo que cambia la configuración del vehículo completamente, aparece un ángulo de ataque negativo.

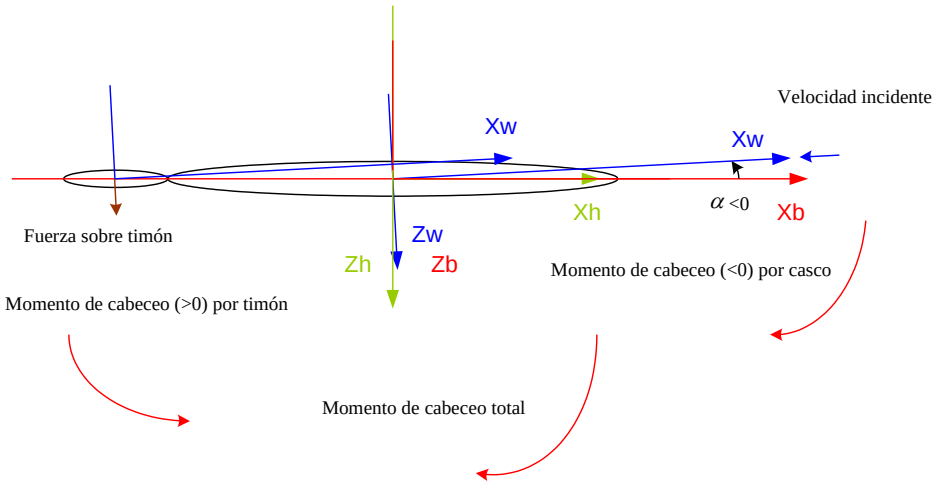


Figura 140

Con ese momento negativo, el vehículo gira con cabeceo negativo con lo que θ va aumentando según el criterio de signos definido por nosotros, de este modo para:

t = 1 seg
θ = 0.2 grados
α = -10 grados
Momento de cabeceo total negativo

La configuración es la de la figura siguiente:

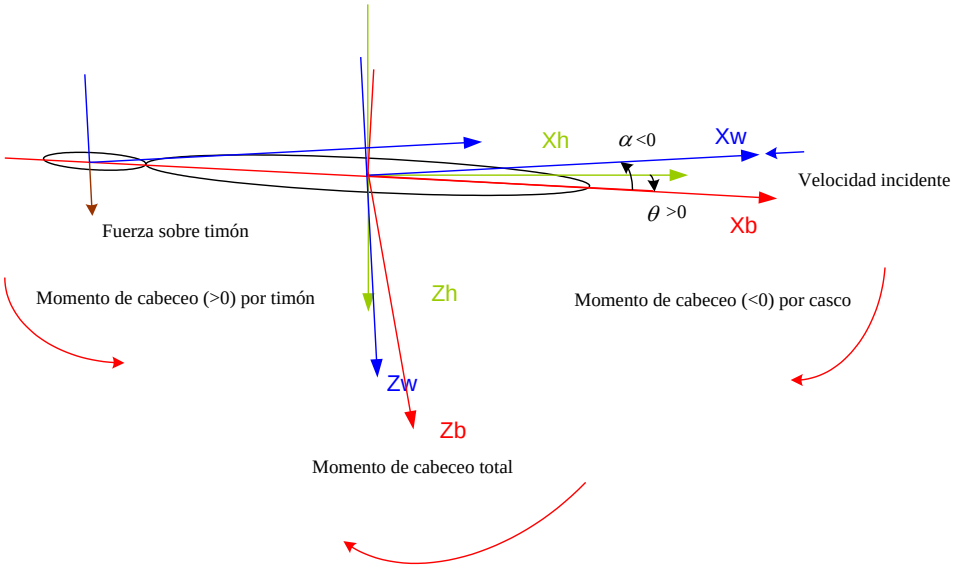


Figura 141

Con t = 1.6 seg se alcanza en los momentos de cabeceo un mínimo de -1800 N.m.

Para:

t = 2 seg

θ = 0.8 grados

α = -17 grados

Momento de cabeceo total negativo.

Los ángulos de asiento y ataque van creciendo en valor absoluto y el momento debido al timón aumenta ya que el ángulo de la corriente incidente sobre este último es mayor, a pesar de que también aumente el ángulo de ataque sobre el casco. De este modo, el momento de cabeceo total, que es negativo, va disminuyendo en valor absoluto por la contribución positiva del timón de profundidad.

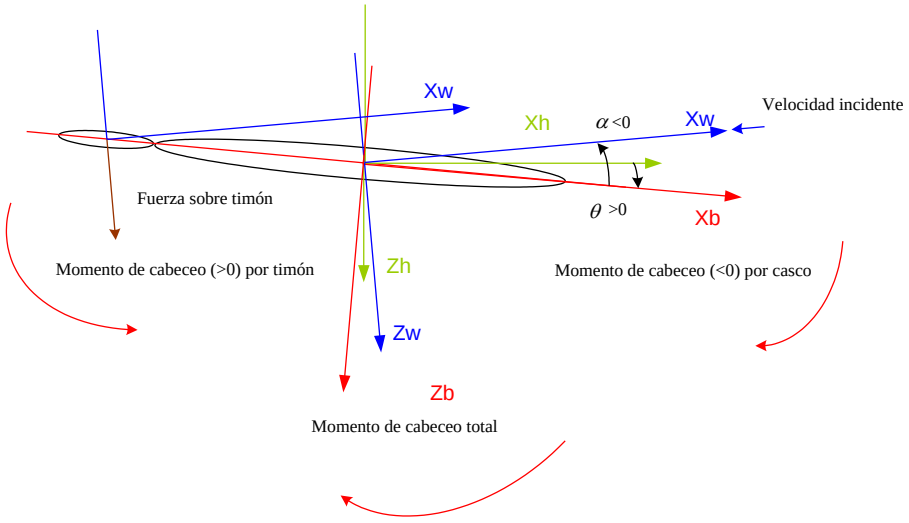


Figura 142

Al final, el aumento del momento debido al timón junto con el par restaurador que empieza a actuar de forma tangible, hace que contrarresten el momento debido al casco. En todo momento ha estado actuando el par restaurador, sin embargo éste se hace notar según aumenta el ángulo de asiento. Los momentos de cabeceo positivo se incrementan hasta que el momento de cabeceo total se anula para t = 2.75 seg.

t = 2.75 seg

θ = 2 grados

α = -22 grados

Par restaurador positivo.

Momento de cabeceo total nulo.

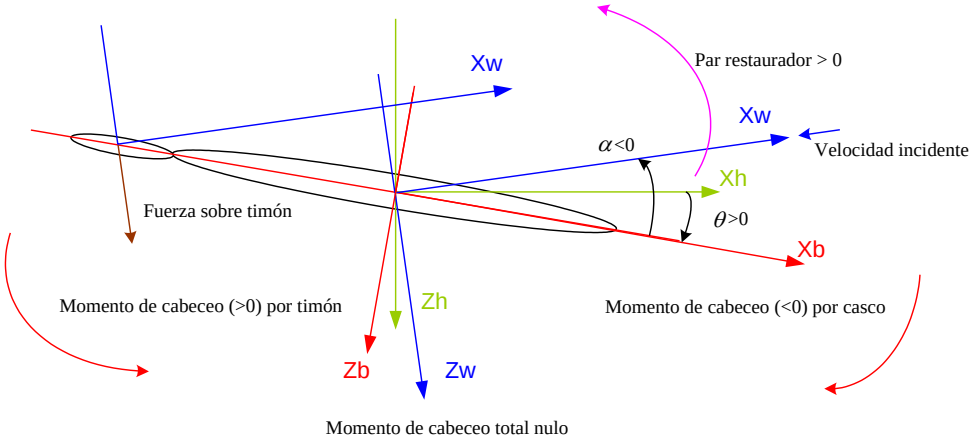


Figura 143

Efectivamente, si miramos la figura con detalle, observamos que aparece un momento restaurador debido a la desalineación, producida por el cabeceo, entre el centro de gravedad y el de empuje.

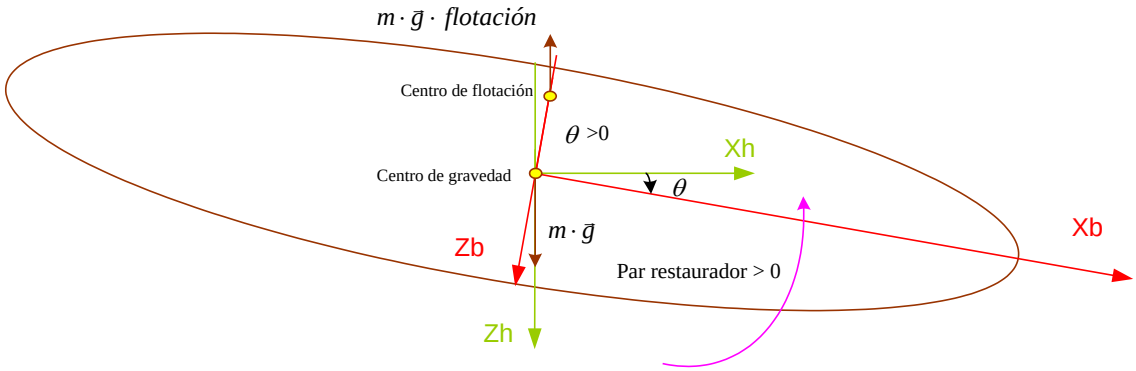


Figura 144

Como se recordará, en la simulación se ha empleado un elipsoide equivalente, sin embargo la distancia entre el centro gravedad del catamarán y el de flotación es la correspondiente al catamarán real, de 750 mm.

A partir de t = 2.75 segundos, la suma de momentos total es positiva. Este momento va creciendo para alcanzar un máximo a los 4.7 seg. La actuación de este momento positivo se traducirá, pasado un tiempo, en una disminución del ángulo de asiento, sin embargo, el ángulo de ataque no deja de aumentar por el incremento de la velocidad en la dirección opuesta Z_h en la ascensión del vehículo.

Aunque el momento total de cabeceo es positivo, el ángulo de asiento del vehículo sigue aumentando. El vehículo mantiene durante un tiempo la velocidad angular de cabeceo negativa.

Efectivamente, si planteamos las ecuaciones dinámicas de giro considerando sólo el giro alrededor del eje Y_b que al no haber guiñada coincide en todo momento con el eje Y_h, tenemos:

$$M = \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot I_{yy} \qquad (262$$

Al ser el momento positivo, la aceleración angular también es positiva, pero suponiendo el momento constante en un intervalo de tiempo e integrando la ecuación anterior:

$$\frac{d\theta}{dt} = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} + \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot t = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} + \frac{M}{I_{yy}} \qquad (263$$

Aparecen dos términos, el de giro que había inicialmente y que es negativo y la contribución positiva del momento de fuerzas. Por tanto es coherente que aunque haya un momento positivo, siga girando durante un tiempo el catamarán en un sentido contrario al de ese momento.

A los 4.5 seg, el momento de cabeceo alcanza un máximo y el ángulo de asiento sigue aumentando en valor absoluto pero cada vez más lentamente hasta los 4.9 segundos en que alcanza un máximo de 3.25 grados. Hasta ese instante, en que ya se deja notar el momento de cabeceo total positivo, el vehículo ha estado girando con cabeceo negativo.

t = 4.9 seg
θ = 3.25 grados
α = -28 grados
Par restaurador positivo.
Momento de cabeceo total positivo.

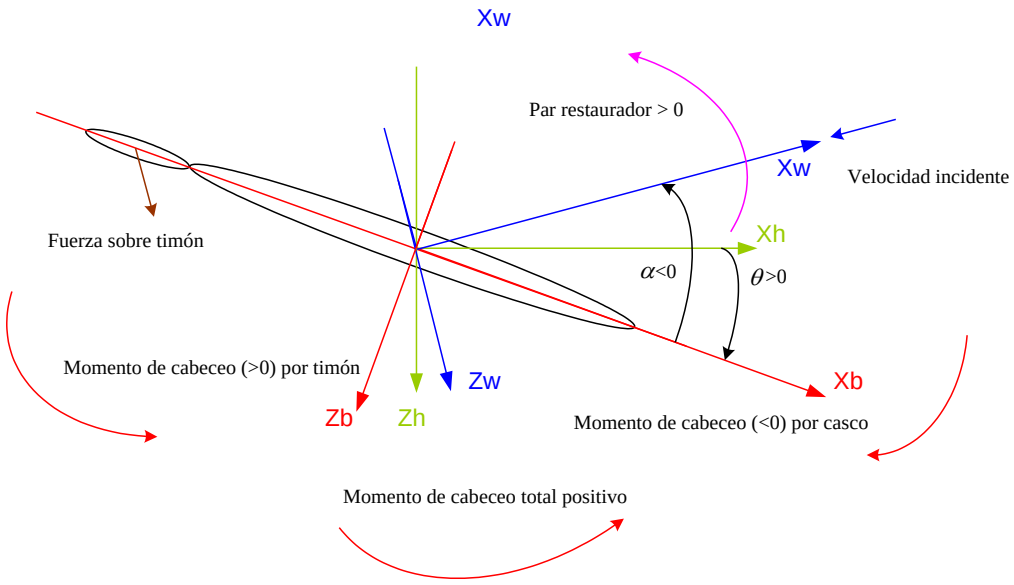


Figura 145

A partir de entonces, el momento de cabeceo sigue siendo positivo y va disminuyendo debido al efecto del casco a pesar del par restaurador y del timón, para volverse a anular para t = 6.2 segundos. El ángulo de ataque sigue aumentando.

t = 6.2 seg

θ = 2.2 grados

α = -28 grados

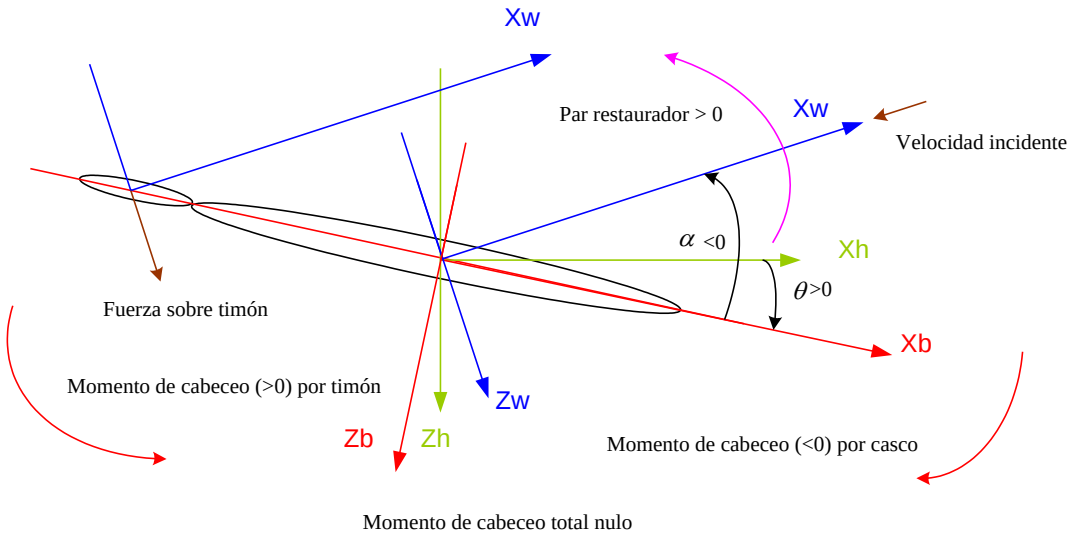


Figura 146

El proceso se repite, el momento se va haciendo más negativo, como pasó en los segundos iniciales del lanzamiento, hasta alcanzar un mínimo para luego ir aumentando hasta anularse y luego hacerse positivo debido a la interacción de los momentos de cabeceo por el casco, el par restaurador y el timón.

El par restaurador, junto con los momentos hidrodinámicos del casco y aletas van provocando esas oscilaciones de momentos y cabeceo en el vehículo. Se observa que en este caso particular van siendo cada vez menores.

En la siguiente figura se muestran los momentos de cabeceo y el ángulo de asiento para este lanzamiento.

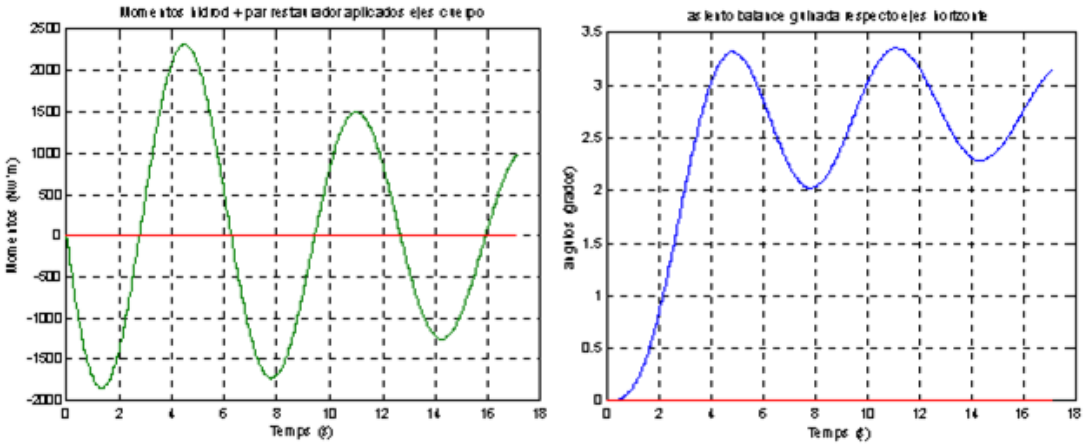


Figura 147

Analizar las gráficas de forma minuciosa es harto difícil, intervienen masas añadidas, la propia inercia del vehículo, velocidades angulares y momentos.

Para ver el efecto del par restaurador sobre la dinámica del catamarán, basta con correr la simulación eliminando dicho par.

Modelo 1.

Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 100 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados
SIN PAR RESTAURADOR

Sin par restaurador para el modelo 1, con Fx = 100 N, FLOT = 1.02 *MASA, δ_p = 0 grados y δ_d = 0 grados, a los 8 segundos se alcanza un ángulo de asiento de 40 grados y no se estabiliza sino que diverge sin producirse las oscilaciones del mismo modelo con par restaurador, que a los 8 segundos del lanzamiento se habían alcanzado 2 mínimos y 1 máximo en los momentos de cabeceo totales, con un ángulo de asiento de 2 grados a los 8 segundos. No cabe duda de que las oscilaciones son debidas al par restaurador, que corrige el ángulo de asiento ayudando a la estabilidad del modelo que de otro modo no se consigue.

En las gráficas de este modelo sin par restaurador vemos que los valores de los momentos de cabeceo alcanzados son superiores a cuando existe ese par.

Sin par restaurador se alcanza un mínimo de -4750 N.m, mucho mayor, en valor absoluto, que cuando había un par restaurador (los momentos eran del orden de 2250 N.m en su primer máximo cuando había par). Este valor de -4750 N.m va disminuyendo por la contribución del timón de profundidad, que cada vez va teniendo mayor ángulo de ataque, el timón corrige esa divergencia pero es una reacción mucho menos efectiva que cuando había un par restaurador.

El modelo 1 sin par restaurador y con la configuración descrita líneas arriba alcanza a los 8.25 segundos un asiento de 40 grados y un ángulo de ataque de -60 grados para alcanzar a los 12.5 segundos un asiento de 90 grados, el eje X_b se pone paralelo a X_h, es decir, el casco queda vertical.

En la siguiente figura se muestra esta maniobra

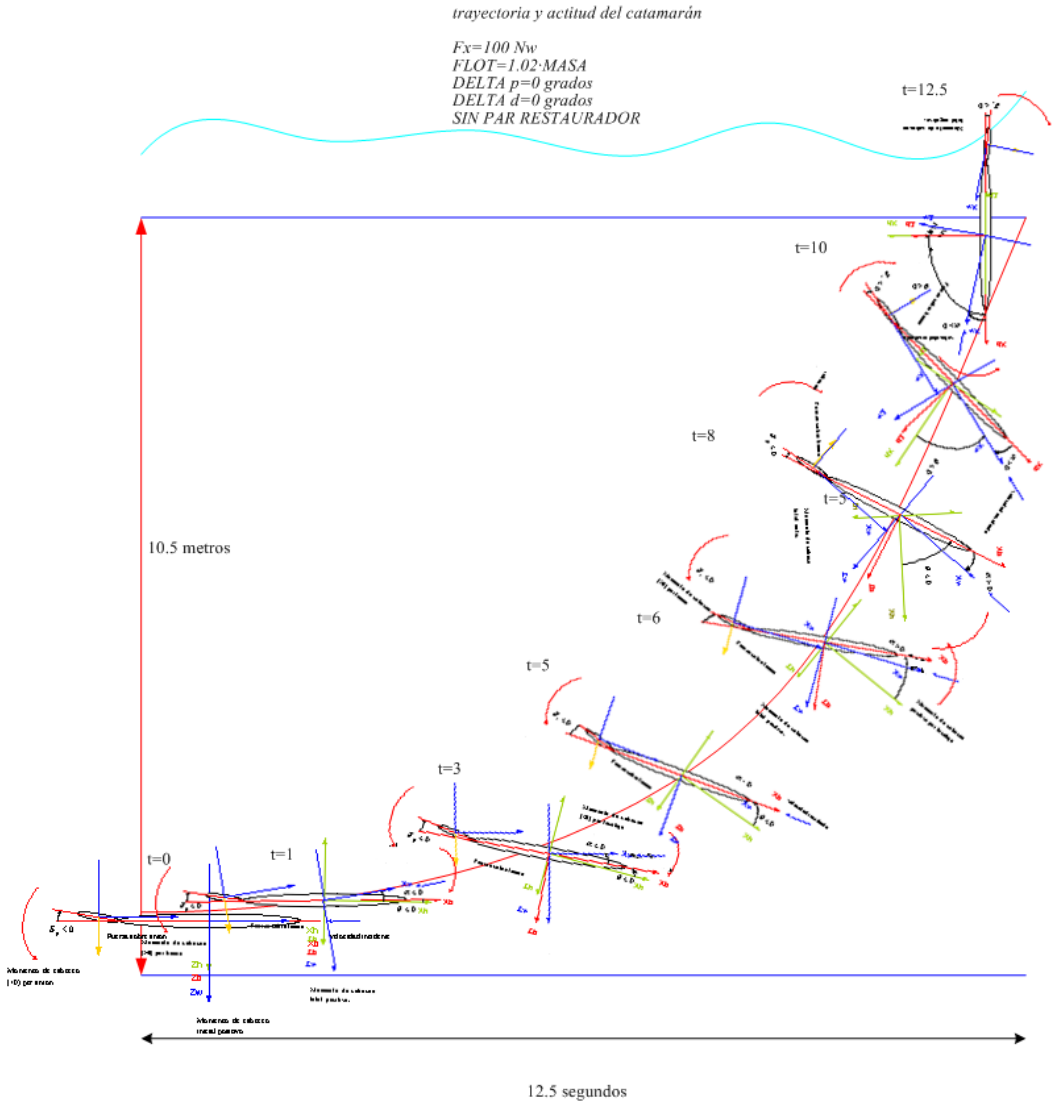


Figura 148

Volviendo al modelo 1 con par restaurador y con Fx = 100 N, FLOT = 1.02 *MASA, δ_p = 0 grados y δ_d = 0 grados, se observa que el efecto de dicho par se produce con cierto retraso, o mejor dicho, se combina con los efectos hidrodinámicos, no llegando a corregir inmediatamente el ángulo de cabeceo, produciéndose así las oscilaciones descritas.

Por acción de las fuerzas y momentos hidrodinámicos, la línea que une los centros de gravedad y flotación se vehículo se separa de la configuración inicial de paralelismo con el eje Z_h. Como consecuencia de este cambio aparece el par restaurador que tiende a corregir esa situación. Sin embargo, por acción de los momentos hidrodinámicos analizados líneas arriba, el vehículo cabecea continuamente.

Efectivamente, la posición del catamarán en el medio fluido varía frente a la corriente incidente, con lo que las fuerzas y momentos hidrodinámicos vuelven a cambiar.

Junto con el par restaurador, se produce una nueva resultante de momentos que cambia la posición del vehículo, para volver a cambiar las fuerzas y momentos, no llegando nunca a alcanzar un ángulo de asiento nulo, como estaba en el instante inicial, sino que este asiento oscila al rededor de un cierto valor sin anularse jamás.

El que oscile en torno a valores positivos de asiento en lugar de hacerlo alrededor de un valor nulo no deja de ser interesante. A primera vista, podría pensarse que el par restaurador haría oscilar el ángulo de asiento alrededor de los 0 grados. Si el asiento es positivo, el par tendería a corregirlo dejando al vehículo con un ángulo de asiento negativo. En esa nueva situación volvería a aparecer un par contrario para alcanzar luego valores positivos. El motivo reside en el ángulo de ataque negativo, que en todo momento mantiene el vehículo frente a la corriente en su ascensión. Aunque los momentos totales de cabeceo toman valores positivos y negativos, la acción del primer momento negativo, sitúa un valor de partida positivo para el ángulo de asiento y la acción de los sucesivos momentos positivos que van apareciendo no es lo suficientemente efectiva como para anular el asiento o incluso hacerlo negativo. Es difícil sacar al vehículo de esa configuración inicial. Si se promedia el balance total de momentos, se obtiene un valor negativo en los primeros segundos que sitúan el ángulo de asiento cerca de los 3 grados.

A continuación se muestra la evolución de los momentos de cabeceo:

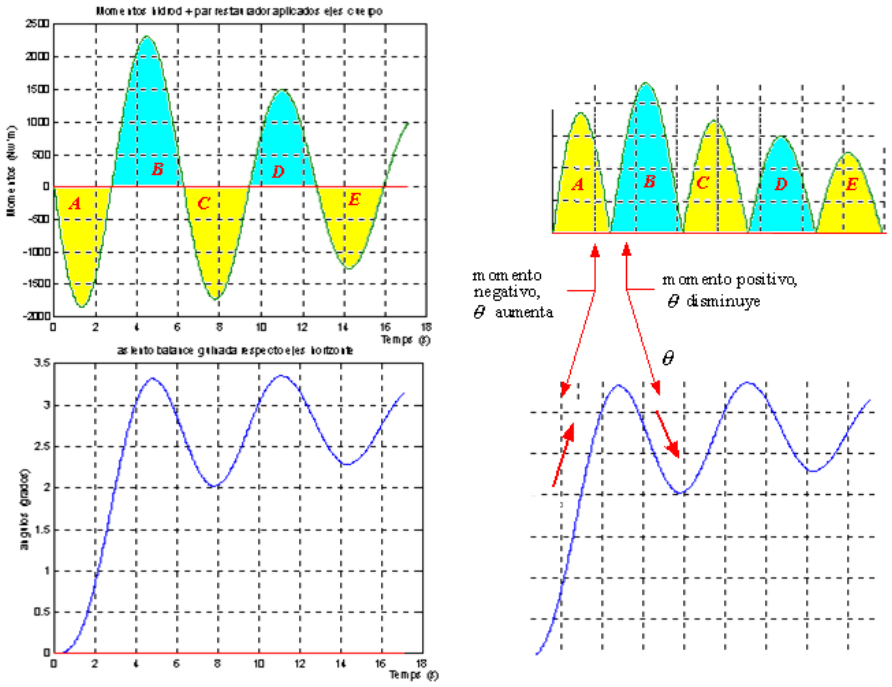


Figura 149

Viendo el área encerrada debajo de la curva de momentos a un lado y otro de abscisas, en *A* se parte de condiciones iniciales que sitúan el asiento en los 3.25 grados, luego actúa el momento positivo *B*, disminuye el asiento pero la configuración de la nave es tal que no llega a anularlo sino que se mantiene en los 2 grados para luego actuar el momento *C*, y así sucesivamente.

El vehículo, por acción de los momentos hidrodinámicos, se sitúa en un valor determinado de asiento y luego el par restaurador corrige los asientos en torno a este valor inicial, manteniéndose en las cercanías del mismo. El par restaurador no es capaz de alejar los valores de asiento que surgen tras el primer pico de momentos. El vehículo se queda en las cercanías de este valor y sufre pequeñas correcciones por el par restaurador. La flotación en definitiva, hace que el valor entorno al que oscila el asiento sea positivo y o se anule.

Para confirmar este punto realizamos dos simulaciones con el modelo 1,

Fx = 100 N, FLOT = 1*MASA, δ_p = 10 grados y δ_d = 0 grados

Fx = 100 N, FLOT = 1 *MASA, δ_p = -10 grados y δ_d = 0 grados

Estas simulaciones contienen deflexiones de timones de profundidad distintas de cero puesto que si lanzamos el vehículo, con flotabilidad igual a 1, sin ninguna deflexión, el movimiento sería con valores constantes en asientos y ataque nulos, con movimiento rectilíneo.

De las simulaciones anteriores, en la primera, el ángulo de asiento oscila en torno a 0.5 grados, no exactamente 0 grados ya que la configuración del ángulo de deflexión del propio timón de profundidad (δ_p = 10 grados) hace que el vehículo se encuentre con un pequeño ángulo de ataque negativo.

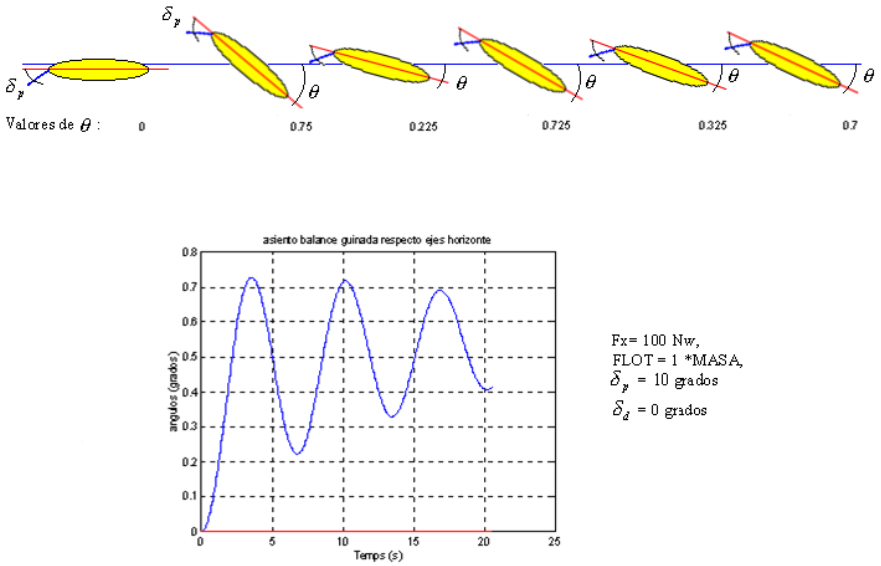


Figura 150

En la segunda ocurre justo lo contrario, las figuras son simétricas de las anteriores respecto del eje de abscisas. El ángulo de asiento oscila entorno a los -0.5 grados por la deflexión del timón de profundidad (δ_p = -10 grados).

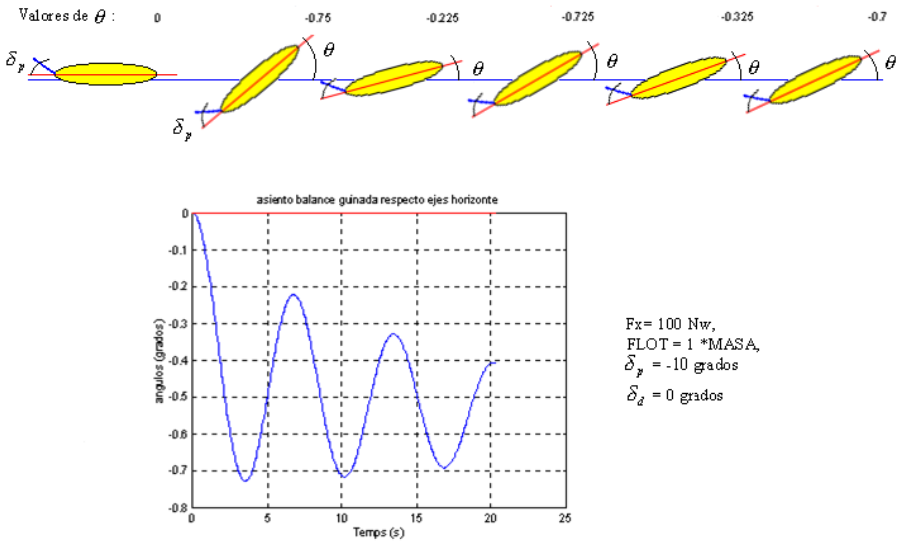


Figura 151

Mostramos a continuación la maniobra del modelo 1 con par restaurador, los ángulos de asiento oscilan entre 2 y 3.25 grados y no tiene lugar ninguna divergencia.

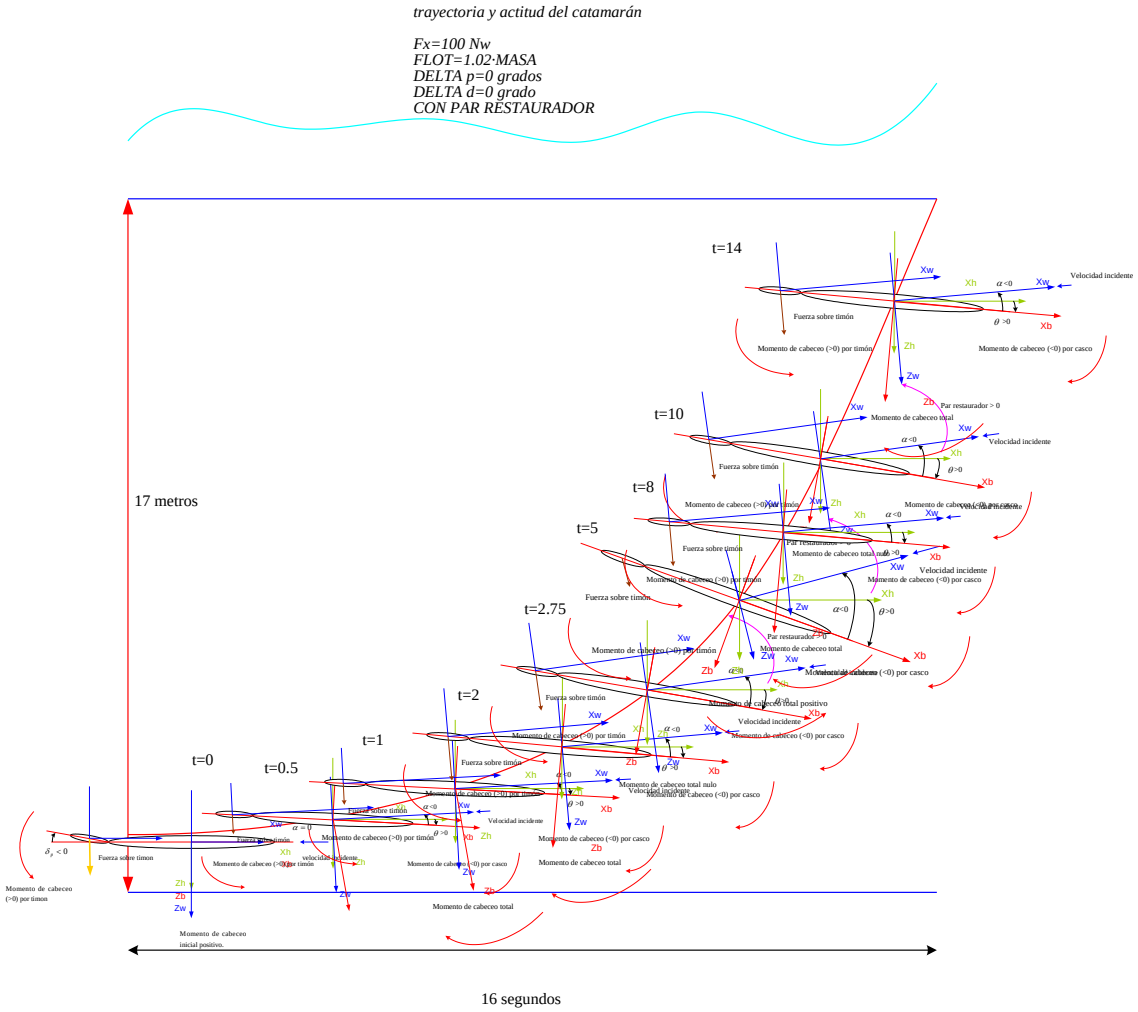


Figura 152

Vemos que el vehículo se estabiliza en torno a los 3 grados de asiento. Según estos resultados podríamos pensar que este vehículo (modelo 1) con esta deflexión de timón, es estable.

Incluso en una maniobra contenida estrictamente en el plano $X_h Z_h$, cualquier ráfaga, cambio brusco de deflexión brusca o cambio en el empuje hará que surja una nueva configuración, volviendo a aparecer momentos y ángulos de asiento nuevos, con oscilaciones análogas, no tenemos la seguridad de que desaparezcan rápidamente. Además, este comportamiento es estable a los 100 N de empuje, pero no sabemos si eso se cumple para empujes mayores.

Modelo 1.

Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 5000 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados

Como muestra de esto último el mismo modelo con Fx = 5000 N, FLOT = 1.02 *MASA, δ_p = 0 grados y δ_d = 0 grados, tiene un comportamiento completamente inestable, los momentos y los ángulos de asiento sufren oscilaciones de amplitud creciente.

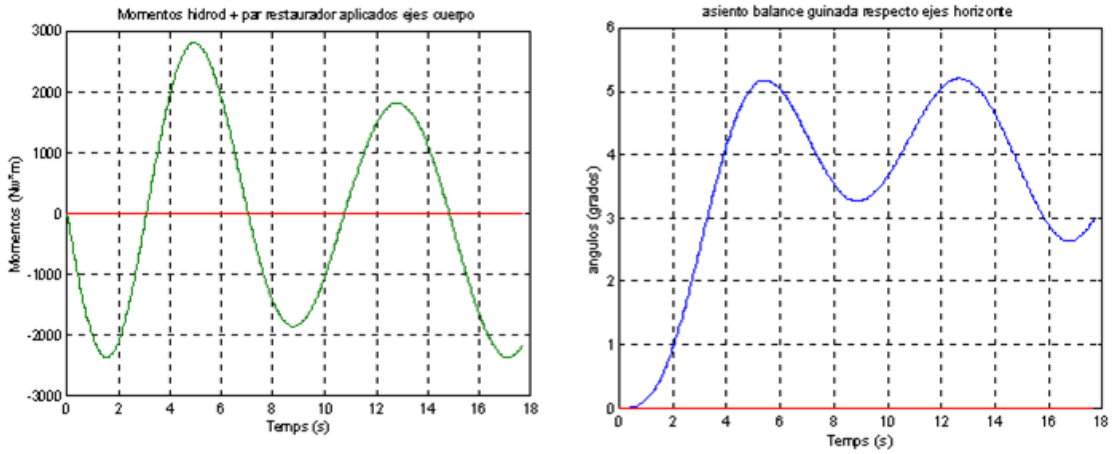


Figura 153

Las aceleraciones aquí son superiores a las sufridas cuando el empuje era de 100 N, con -2500 N.m en el primer mínimo a los 1.8 segundos (en el modelo 1 con 100 N se alcanzaban -1800 N.m a los 1.6 segundos) cabeceo un mínimo de -1800 N.m. En la siguiente figura se superponen ambos casos.

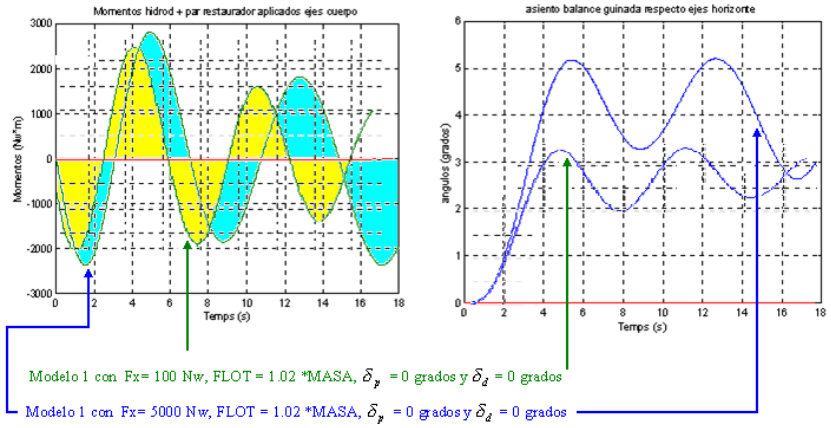


Figura 154

Los ángulos de ataque para 5000 N de empuje alcanzan un mínimo de -14 grados a los 3.9 segundos, para luego quedarse en el intervalo de 0 y -5 grados.

Con el empuje de 100 N para esta misma configuración los ángulos de ataque se encuentran en los -30 grados, este hecho no disminuye la inestabilidad como hemos visto.

Conforme el empuje o la fuerza propulsora del vehículo aumentan, los momentos hidrodinámicos son mayores y la inestabilidad del vehículo aumenta.

Modelo 1.
Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 100 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 0 grados

Los valores en los extremos negativos (máximos y mínimos), en el cabeceo, son de valores algo superiores a cuando δ_p = 0. El vehículo parte ya con un momento negativo desde el instante inicial, que se traduce en una aceleración y un giro.

Estos máximos y mínimos aparecen antes, ya que la aparición de este momento negativo adelanta el proceso y amplifica los valores de los momentos de cabeceo que aparecen.

Esta amplificación se deja también notar en los ángulos de asiento, que también convergen, pero a valores mayores que antes, entorno a 3.25 grados (frente a los 2.75 de este mismo modelo con δ_p = 0.)

En la siguiente figura se comparan las dos configuraciones.

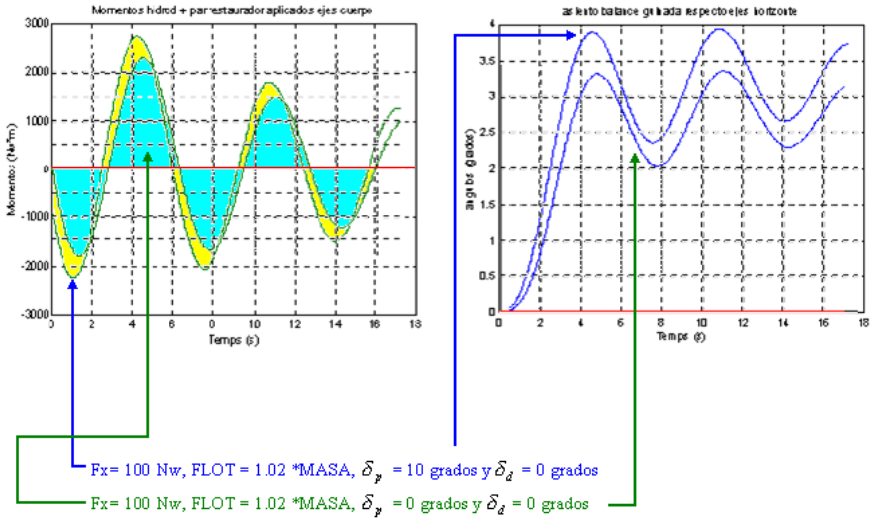


Figura 155

Modelo 1.

Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 100 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 0 grados

Ahora se retrasa la aparición de los momentos, ya que el sistema parte con un momento de cabeceo positivo, debido al timón inicial δ_p = -10 grados. Esas oscilaciones en cabeceo se retrasan en el tiempo.

La amplitud de los momentos también es menor. Lo mismo ocurre con los valores de la aceleración angular de cabeceo y los ángulos de asiento, que oscilan entorno a los 2.25 grados. Los ángulos de ataque son también menores en valor absoluto, no superando los -30 grados en los primeros 20 segundos del lanzamiento.

En la siguiente figura se compara el modelo 1 con las dos configuraciones de ángulos de deflexión δ_p = -10 y δ_p =10 respectivamente.

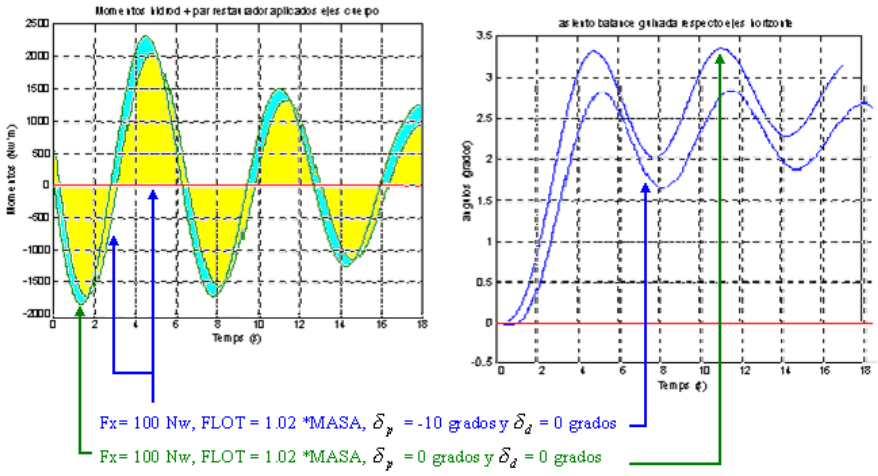


Figura 156

Para δ_p = -10 se obtiene la mayor estabilidad de los tres casos: δ_p = 0, δ_p = 10 y δ_p = -10, con Fx = 100 N, FLOT = 1.02 *MASA y δ_d = 0 grados. Las condiciones iniciales del timón de profundidad contrarrestan el momento producido por el ángulo de ataque (negativo en los tres casos: δ_p = 0, δ_p = 10 y δ_p = -10) sobre el vehículo, según va ascendiendo.

Modelo 1.

Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 100 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 10 grados

En este caso aparece el momento de guiñada positivo, que crece indefinidamente hasta alcanzar un máximo entorno a los 18 segundos, con una guiñada de 100 grados, se produce una clara divergencia, como se muestra en la siguiente figura:

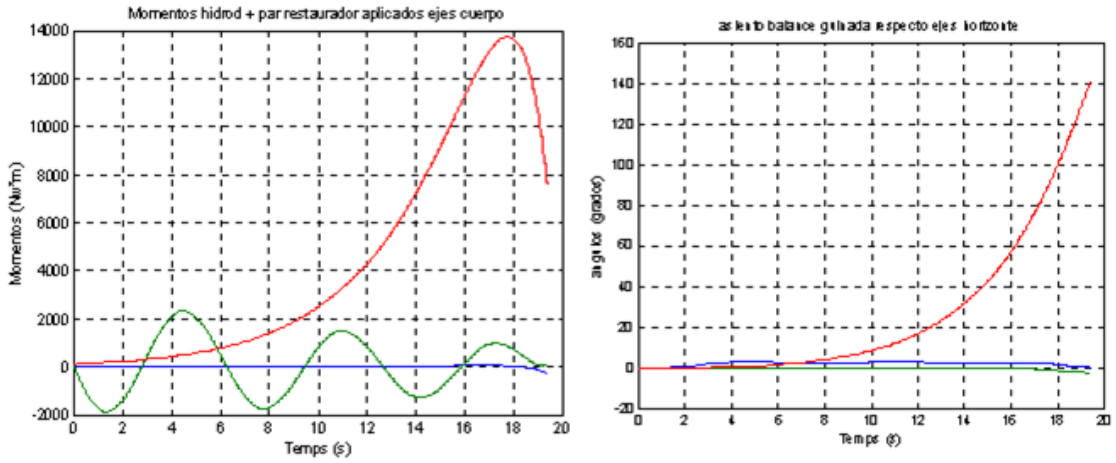


Figura 157

Partiendo de las condiciones iniciales descritas líneas arriba, el momento de guiñada positivo, producido por el timón de dirección, hace girar la nave y entra en juego el fuselaje que también contribuye al momento total de guiñada.

Al haber más ángulo de guiñada, hay mayor momento debido al casco y timón.

El comportamiento en guiñada con δ_d = -10 grados es completamente simétrico respecto del eje de abscisas al obtenido con δ_d = 10 grados.

Esa situación se muestra en la figura siguiente.

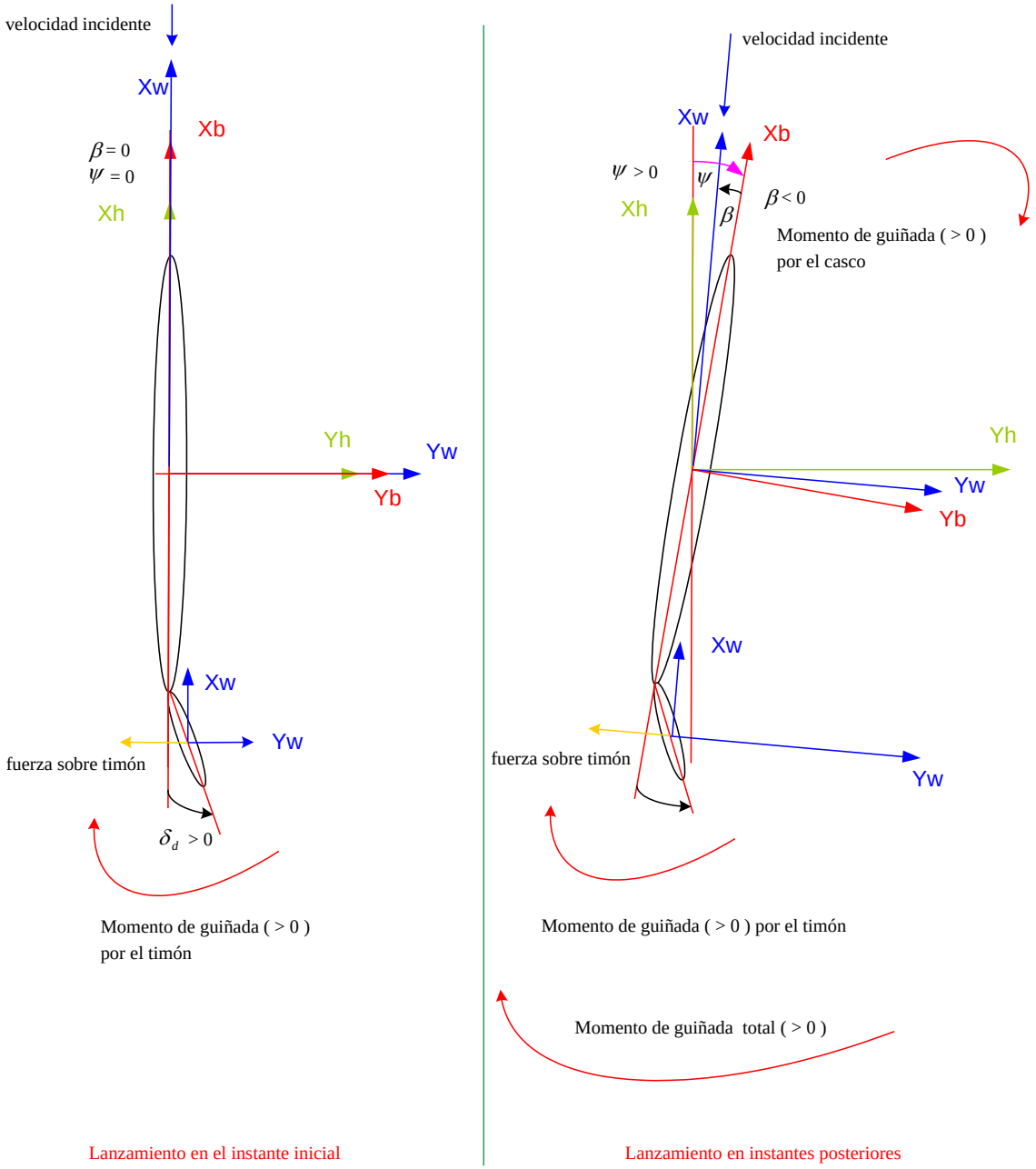
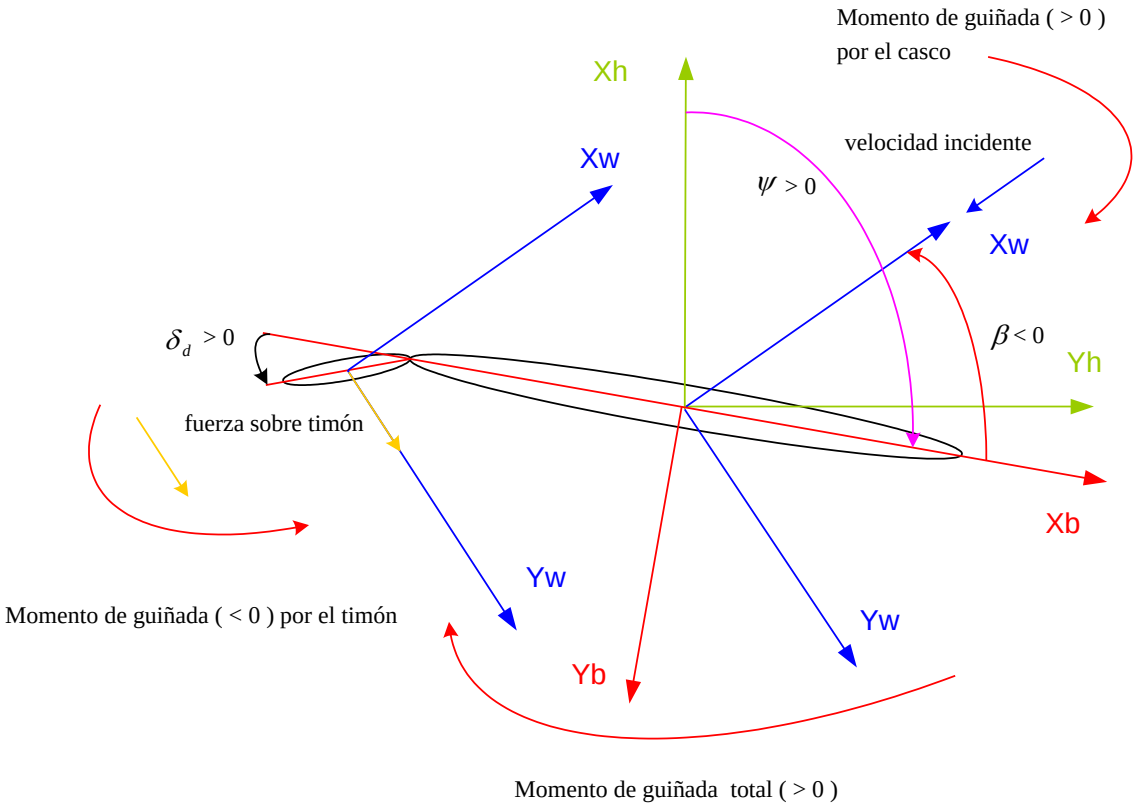


Figura 158

El momento de guiñada aumenta hasta alcanzar un máximo a los 18 segundos cuando la nave se encuentra a 100 grados de guiñada y con un ángulo de resbalamiento de -42.5 grados.

Esa situación se indica en la siguiente figura:



Lanzamiento a los 18 segundos

Figura 159

El timón de dirección presenta un ángulo de resbalamiento tal que su momento de guiñada es negativo, su contribución a los momentos de guiñada totales es negativa. No es difícil calcular, por geometría, el instante en que empieza a tener esa contribución, que es a los 12.5 segundos, cuando el ángulo de resbalamiento alcanza el valor de -10 grados.

A partir de los 12.5 segundos el timón de dirección ejerce momentos de guiñada negativos, sin embargo, en la contribución total de momentos el máximo se alcanza a los 18 segundos, puesto que el ángulo de resbalamiento (en valor absoluto) sigue aumentando, y el momento debido al casco, también.

Queda patente la inestabilidad del modelo 1 a la guiñada, no hay par restaurador que lo compense.

Modelo 1.

Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 5000 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 10 grados

Los resultados obtenidos son semejantes a los anteriores (Fx =100 N w) salvo que los momentos son mucho mayores, como cabría esperar. A los 11 segundos se alcanza un momento de guiñada de 120000 N.m (frente a los 4000 N.m cuando Fx =100 N w).

El catamarán es mucho más inestable para este empuje de 5000 N, alcanzando los 100 grados de guiñada a los 11 segundos (con Fx =100 N w se alcanzaban a los 18 segundos).

Una vez más vemos que la inestabilidad se incrementa con el empuje.

Modelo 2.

Lanzamiento catamarán sumergido con valores de empuje, flotabilidad y deflexión de timones siguiente:

Fx = 100 N
FLOT = 1.02 *MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados

t = 1 seg
θ = 0.25 grados
α = -10 grados
Momento de cabeceo total negativo.

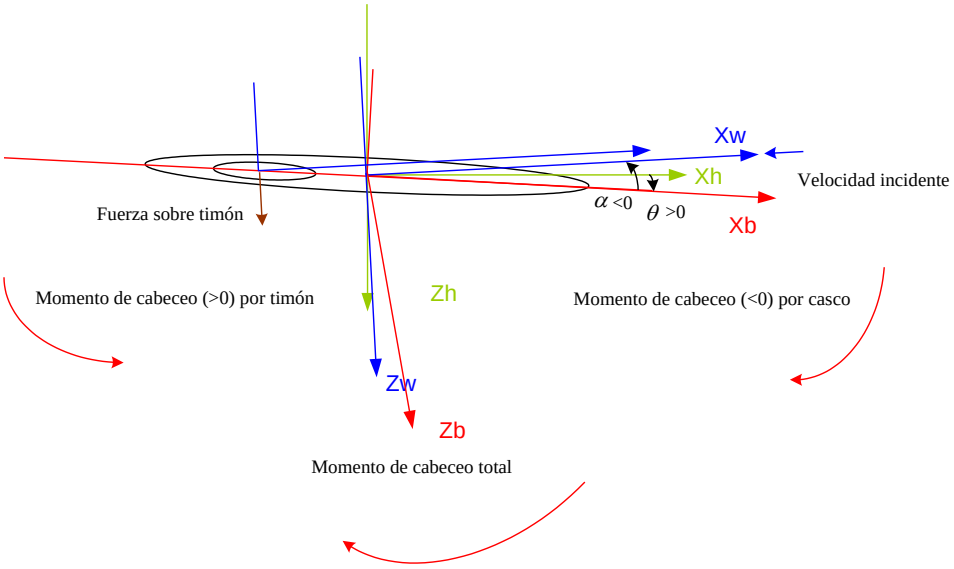


Figura 160

Para t = 1.8 segundos se alcanza el primer mínimo en el momento de cabeceo, con un valor de -3000 N.m, superior al primer mínimo del modelo 1, -1800 N.m alcanzado a los 1.6 segundos, con la misma configuración (Fx = 100 N, FLOT = 1.02 *MASA, δ_p = 0 grados y δ_d = 0 grados). El timón de profundidad está más a proa y por lo tanto, los efectos estabilizadores de éste son menores. Pasado ese mínimo, por contribución del timón de popa, el momento total va creciendo en valor absoluto.

t = 2 seg

θ = 1.25 grados

α = -17.5 grados

Momento de cabeceo total negativo.

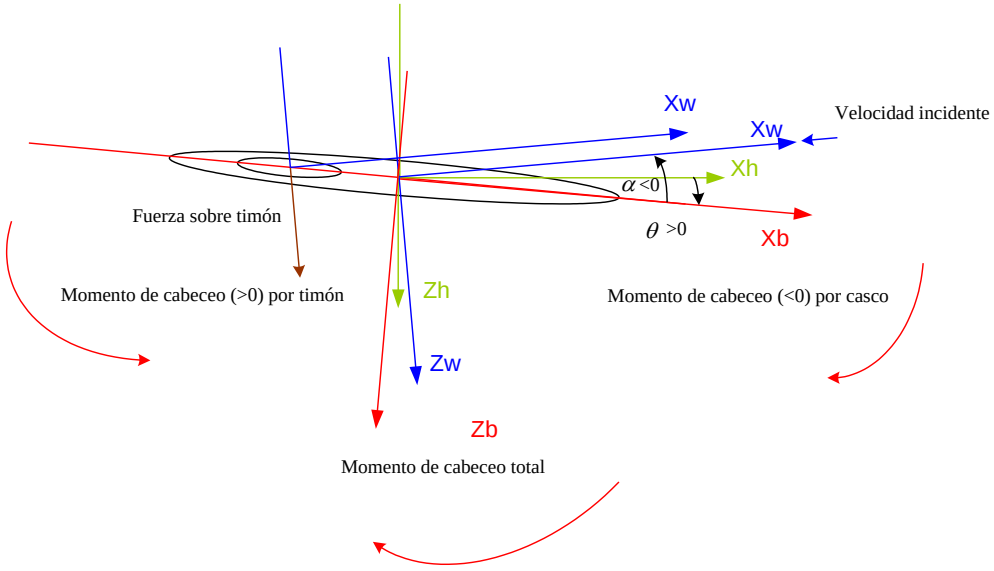


Figura 161

El momento de cabeceo total, aún negativo, va disminuyendo en valor absoluto hasta anularse a los 3 segundos (en el modelo 1 era a los 2.75 segundos).

t = 3 seg

θ = 2.1 grados

α = -22.5 grados

Momento de cabeceo total nulo.

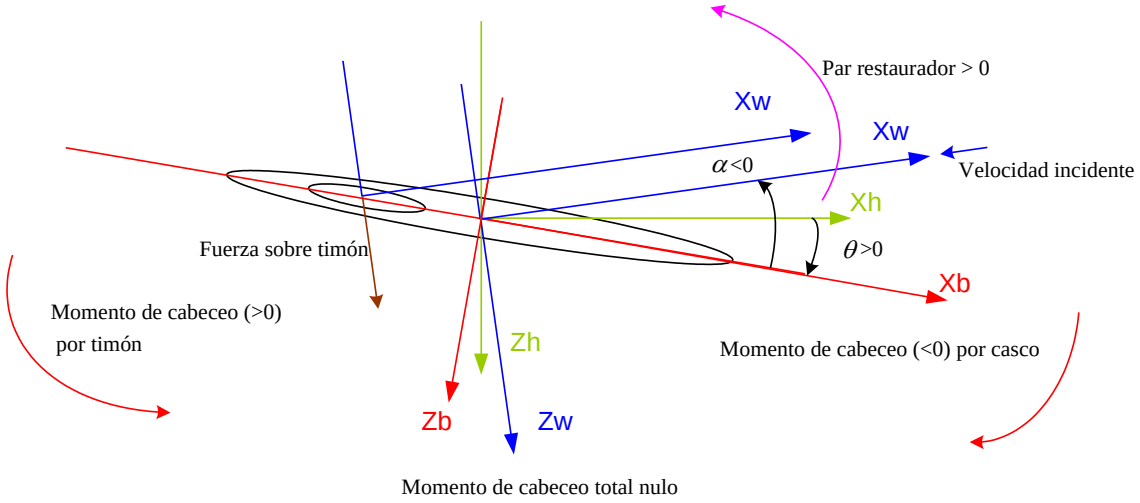


Figura 162

A partir de los 3 segundos, la suma de momentos total es positiva, y sigue aumentando. El par restaurador y el timón contrarrestan los momentos de cabeceo negativo del casco, hasta alcanzar un máximo positivo, en momentos de cabeceo, de 5000 N.m, a los 4.8 segundos (un poco más tarde que en el modelo 1 que ocurría a los 4.5 segundos de 2250 N.m).

Como pasaba con el modelo 1, el ángulo de asiento sigue aumentando un tiempo hasta alcanzar a los 5 segundos un máximo de 6.1 grados (en el modelo 1 eran 3.25 grados y se llegaba a este máximo a los 4.9 segundos).

t = 5 seg
θ = 6.1 grados
α = -30 grados
Momento de cabeceo total positivo.

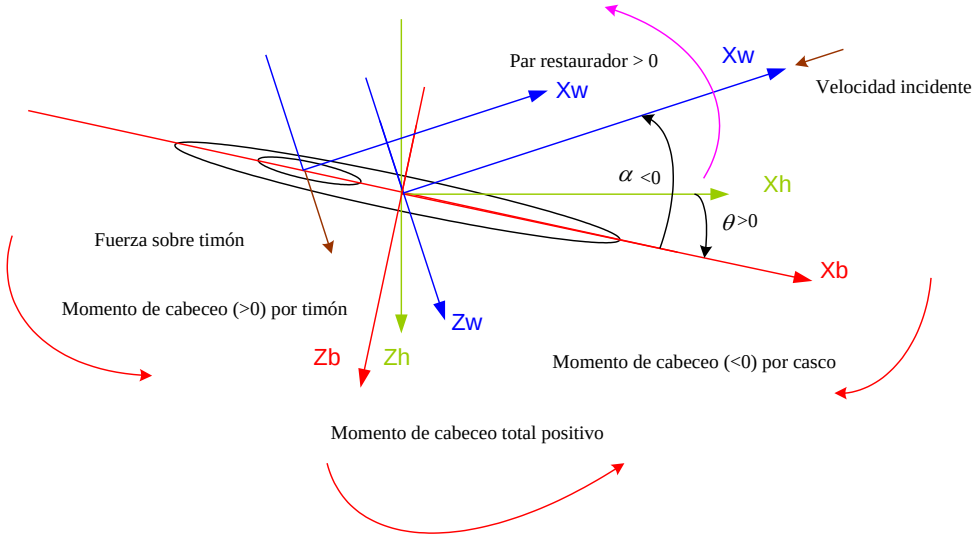


Figura 163

El comportamiento de la nave después del lanzamiento, como se puede observar, es análogo al del modelo 1.

El siguiente mínimo de -4500 N.m en los momentos de cabeceo tiene lugar a los 8.2 segundos para el modelo 2 (en el modelo 1 son -1725 N.m a los 7.8 segundos).

El siguiente máximo que ocurre a los 11.5 segundos es de 5500 N.m (en el modelo 1 era de 1500 N.m a los 11 segundos).

La gran diferencia entre estos dos modelos con Fx = 100 N, FLOT = 1.02 *MASA, δ_p = 0 grados y δ_d = 0 grados estriba en que mientras en el modelo 1 las amplitudes decrecen, en el modelo 2 aumentan. La única diferencia entre estos dos modelos es la geometría, y este es el motivo por el que en un caso se amplifiquen los momentos y en el otro se reduzcan.

Efectivamente, en la siguiente figura mostramos los momentos de cabeceo y los ángulos de asiento que se amplifican en el tiempo.

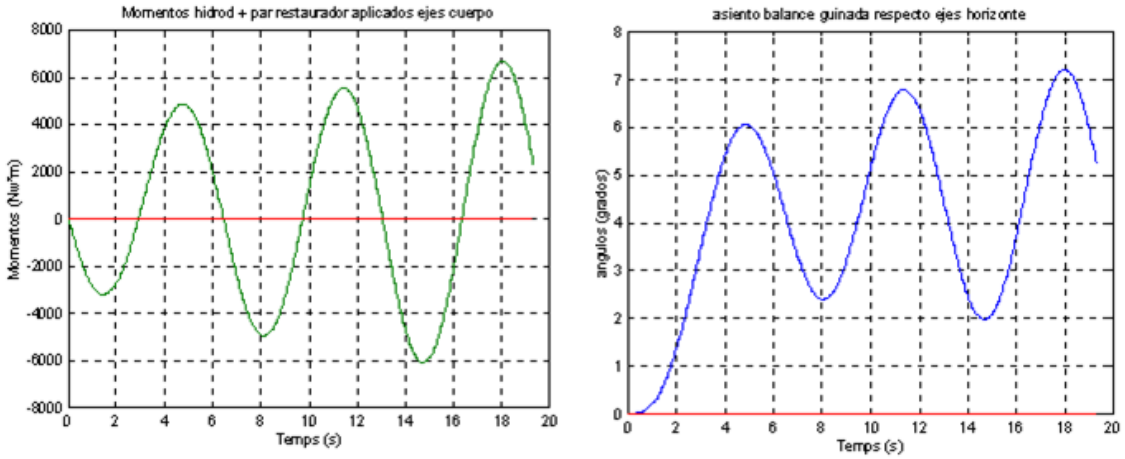


Figura 164

Como comprobamos en líneas anteriores, las oscilaciones tienen su origen en el par restaurador, pero las amplitudes de las mismas están relacionadas con la posición del timón de profundidad respecto del centro de masas.

Modelo 2.
Lanzamiento catamarán sumergido con resto de configuraciones.

En el modelo 2 se observa el mismo comportamiento que en el modelo 1 en cuanto a $_{q}\eth$ = -10 grados, que presenta menores valores de asiento y momentos de cabeceo que para $_{q}\eth$ = 10 grados, así como su retraso en el tiempo.

Comparando el modelo 2 con el modelo 1 para Fx = 100 N, FLOT = 1.02 *MASA, δ_d = 0 grados, con $_{q}\eth$ = 10 grados en un lanzamiento y $_{q}\eth$ = -10 grados en otro, los momentos de cabeceo resultan ser mayores, así como los ángulos de asiento, a demás de divergir en el tiempo.

En la maniobra de guiñada, con $\delta_d \neq 0$ y Fx = 100 N, el comportamiento es similar al modelo 1, a los 18 segundos, con δ_d = 10 grados, aparece un momento máximo en la guiñada de 1200 N.m, muy parecido al modelo 1. Nótese que en la maniobra de guiñada la geometría en ambos casos es prácticamente la misma.

En maniobra de guiñada con cabeceo las amplitudes del momento de cabeceo siguen amplificándose para los empujes de 100 y 5000 N.

En guiñada con Fx = 5000 N, el modelo 2 diverge mucho antes (a los 10.5 segundos) que con Fx = 100 N (a los 18 segundos).

De aquí se deduce que el modelo 2 es mucho más inestable que el modelo 1 en las maniobras de cabeceo y similar en las de guiñada.

Modelo 3.
Lanzamiento catamarán sumergido con distintas configuraciones.

El modelo 3 tiene una geometría idéntica a la del modelo 2 con el añadido del timón de proa.

En maniobras de cabeceo, al igual que el modelo 2, las amplitudes de los momentos y ángulos de asiento divergen como cabría esperar, ya que el timón que da más estabilidad, el de popa, se encuentra como en el modelo 2.

En maniobra de guiñada con cabeceo las amplitudes del momento de cabeceo también se amplifican en el tiempo para los empujes de 100 y 5000 N.

Según todos estos análisis, el modelo menos inestable es el modelo 1, en cualquier maniobra. Siendo convergente para cabeceo y divergente en la guiñada.

Este modelo 1 es menos inestable cuando la deflexión del timón de profundidad es negativa.

1. Timothy Prestero, "Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS Autonomous Underwater Vehicle", B.S., Mechanical Engineering. University of California at Davis. Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT and Department of Ocean Engineering WHOI, September 2001.

CAPITULO 21. Análisis de inestabilidades para la simulación en los 20 primeros segundos del lanzamiento sin mandos ni sistema de control.

En el capítulo anterior se han ido estudiando los distintos lanzamientos efectuados y recogidos en el apéndice de esta tesis de título "Gráficas de lanzamientos del vehículo sin sistema de control para los modelos 1, 2 y 3 con distintos ángulos de deflexión en las superficies de control".

Ese estudio tenía como propósito la interpretación física de los resultados obtenidos, haciendo especial hincapié en algunos lanzamientos. No deja, sin embargo, de ser un análisis superficial e intuitivo.

Es difícil saber de forma sistemática y exacta la configuración menos inestable. Aunque se vislumbró como configuración menos inestable el modelo 1 con deflexiones de timón de profundidad negativas, es necesario obtener los coeficientes de inestabilidad para todas las configuraciones de empuje, deflexiones de timón y modelos aquí ensayadas y así obtener de forma aséptica la configuración menos problemática en los primeros segundos del lanzamiento sin control.

Pasamos entonces a utilizar los coeficientes de inestabilidad ya definidos en el capítulo titulado "Centro aerodinámico. Centro de presiones. Criterios de estabilidad del vehículo. Efectos estabilizadores de las aletas. Inestabilidad" para obtener la configuración óptima sin mandos, de una forma más completa.

Los coeficientes de inestabilidad se adimensionalizan con la velocidad inicial de 1.0294 m/s. En su obtención, se empleará la divergencia máxima alcanzada en asiento o guiñada (la mayor de las dos) y la aceleración angular que aparezca primero en el tiempo como extremo relativo. Utilizaremos el primer máximo o mínimo que aparezca ya que es muy difícil sacar un coeficiente de la tendencia cuando hay tantas oscilaciones. Las gráficas empleadas en estos cálculos son también las el Apéndice.

21.1. Obtención de los coeficientes de inestabilidad.

21.1.1. Empuje 100 N.

Modelo 1

Parámetros de inestabilidad	δ_d =0 δ_p =0	δ_d =0 δ_p =10	δ_d =0 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =0	δ_d =10 δ_p =0
ζ	0.0693	0.0975	0.05777	0.583	0.583
η	0.00772	0.00937	0.00689	0.00827	0.00787

Parámetros de inestabilidad	δ_d =-10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =-10	δ_d =0 (*) δ_p =0
ζ	0.583	0.583	0.583	0.583	0.5092
η	0.00827	0.00827	0.005516	0.00827	0.0193

δ_d =ángulo de deflexión del timón de dirección (grados).

δ_p =ángulo de deflexión del timón de profundidad (grados).

ζ =parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia en los ángulos de asiento (θ), balance (ϕ) o guiñada (ψ) (estos ángulos en grados).

η =parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo, balance, cabezada y guiñada ($\dot{p}$, $\dot{q}$, $\dot{r}$) (estas aceleraciones en grados/seg^2)

(*) Datos correspondientes al modelo sin par restaurador y no utilizados para la obtención del promedio de inestabilidad.

Modelo 2

Parámetros de inestabilidad	δ_d =0 δ_p =0	δ_d =0 δ_p =10	δ_d =0 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =0	δ_d =10 δ_p =0
ζ	0.12862	0.13655	0.117646	0.7878	0.65651
η	0.01324	0.01379	0.01268	0.01379	0.01324

Parámetros de inestabilidad	δ_d =-10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =-10	δ_d =0 (*) δ_p =0
ζ	0.73529	0.567794	0.52521	0.66342	0.7002
η	0.013792	0.012413	0.01379	0.012413	0.0524

δ_d =ángulo de deflexión del timón de dirección (grados).

δ_p =ángulo de deflexión del timón de profundidad (grados).

ζ =parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia en los ángulos de asiento (θ), balance (ϕ) o guiñada (ψ) (estos ángulos en grados).

η =parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo, balance, cabezada y guiñada ($\dot{p}$, $\dot{q}$, $\dot{r}$) (estas aceleraciones en grados/seg^2)

(*) Datos correspondientes al modelo sin par restaurador y no utilizados para la obtención del promedio de inestabilidad.

Modelo 3

Parámetros de inestabilidad	δ_d =0 δ_{p1} =0 δ_{p2} =0	δ_d =0 δ_{p1} =10 δ_{p2} =0	δ_d =0 δ_{p1} =-10 δ_{p2} =0	δ_d =0 δ_{p1} =0 δ_{p2} =10	δ_d =0 δ_{p1} =0 δ_{p2} =-10	δ_d =10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =0
ζ	0.1554	0.1672	0.15006	0.15756	0.16762	0.63025
η	0.0165	0.01765	0.01544	0.01655	0.01655	0.01655

Parámetros de inestabilidad	δ_d =-10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =0	δ_d =10 δ_{p1} =10 δ_{p2} =0	δ_d =-10 δ_{p1} =10 δ_{p2} =0	δ_d =10 δ_{p1} =-10 δ_{p2} =0	δ_d =10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =10	δ_d =10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =-10	δ_d =0 (*) δ_{p1} =0 δ_{p2} =0
ζ	0.63025	0.547093	0.55285	0.54709	0.646008	0.5456	0.6302
η	0.01655	0.018757	0.017654	0.015447	0.0165507	0.0165507	0.0562

δ_d =ángulo de deflexión del timón de dirección (grados).

δ_{p1} =ángulo de deflexión del timón de profundidad popa (grados).

δ_{p2} =ángulo de deflexión del timón de profundidad proa (grados).

ζ =parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia en los ángulos de asiento (θ), balance (ϕ) o guiñada (ψ) (estos ángulos en grados).

η =parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo, balance, cabezada y guiñada (p, q, r) (estas aceleraciones en grados/seg^2)

(*) Datos correspondientes al modelo sin par restaurador y no utilizados para la obtención del promedio de inestabilidad.

21.1.2. Empuje 5000 N.

Modelo 1

Parámetros de inestabilidad	δ_d =0 δ_p =0	δ_d =0 δ_p =10	δ_d =0 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =0	δ_d =10 δ_p =0
ζ	0.11609	0.1336	0.0816	0.7352	0.9771
η	0.009934	0.0121	0.01379	0.0132	0.10502

Parámetros de inestabilidad	δ_d =-10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =-10	δ_d =0 (*) δ_p =0
ζ	0.7352	0.8403	0.6302	0.7352	0.9337
η	0.0662	0.01102	0.02206	0.10504	0.0408

δ_d =ángulo de deflexión del timón de dirección (grados).

δ_p =ángulo de deflexión del timón de profundidad (grados).

ζ =parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia en los ángulos de asiento (θ), balance (ϕ) o guiñada (ψ) (estos ángulos en grados).

η =parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo, balance, cabezada y guiñada ($\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$) (estas aceleraciones en grados/seg^2)

(*) Datos correspondientes al modelo sin par restaurador y no utilizados para la obtención del promedio de inestabilidad.

Modelo 2

Parámetros de inestabilidad	δ_d =0 δ_p =0	δ_d =0 δ_p =10	δ_d =0 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =0	δ_d =10 δ_p =0
ζ	0.46685	0.40849	0.308947	0.990962	0.990962
η	0.02206	0.02206	0.020688	0.008275	0.008275

Parámetros de inestabilidad	δ_d =-10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =10	δ_d =10 δ_p =-10	δ_d =-10 δ_p =-10	δ_d =0 (*) δ_p =0
ζ	0.96368	1.145912	0.963688	1.324854	1.3130252
η	0.02206	0.01655	0.022067	0.018388	0.143439

δ_d =ángulo de deflexión del timón de dirección (grados).

δ_p =ángulo de deflexión del timón de profundidad (grados).

ζ =parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia en los ángulos de asiento (θ), balance (ϕ) o guiñada (ψ) (estos ángulos en grados).

η =parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo, balance, cabezada y guiñada ($\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$) (estas aceleraciones en grados/seg^2)

(*) Datos correspondientes al modelo sin par restaurador y no utilizados para la obtención del promedio de inestabilidad.

Modelo 3

Parámetros de inestabilidad	δ_d =0 δ_{p1} =0 δ_{p2} =0	δ_d =0 δ_{p1} =10 δ_{p2} =0	δ_d =0 δ_{p1} =-10 δ_{p2} =0	δ_d =0 δ_{p1} =0 δ_{p2} =10	δ_d =0 δ_{p1} =0 δ_{p2} =-10	δ_d =10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =0
ζ	0.46685	0.44351	0.47297	0.466853	0.393913	0.95492
η	0.027584	0.022067	0.02068	0.017654	0.022067	0.0183823

Parámetros de inestabilidad	δ_d =-10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =0	δ_d =10 δ_{p1} =10 δ_{p2} =0	δ_d =-10 δ_{p1} =10 δ_{p2} =0	δ_d =10 δ_{p1} =-10 δ_{p2} =0	δ_d =10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =10	δ_d =10 δ_{p1} =0 δ_{p2} =-10	δ_d =0 (*) δ_{p1} =0 δ_{p2} =0
ζ	0.95492	0.630252	0.630252	0.538677	0.63025	0.81325	1.3422023
η	0.013792	0.0183	0.02364	0.021218	0.020688	0.018389	0.1467998

δ_d =ángulo de deflexión del timón de dirección (grados).

δ_{p1} =ángulo de deflexión del timón de profundidad popa (grados).

δ_{p2} =ángulo de deflexión del timón de profundidad proa (grados).

ζ =parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia en los ángulos de asiento (θ), balance (ϕ) o guiñada (ψ) (estos ángulos en grados).

η =parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular en ejes cuerpo, balance, cabezada y guiñada ($\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$) (estas aceleraciones en grados/seg^2)

(*) Datos correspondientes al modelo sin par restaurador y no utilizados para la obtención del promedio de inestabilidad.

21.2. Obtención del promedio de los coeficientes de inestabilidad

Sacando los valores medios para cada vehículo y empuje, tenemos:

Empuje 100 N.

Modelo 1:

$$\bar{\zeta} = \frac{3.72257}{9} = 0.4136188$$
$$\bar{\eta} = \frac{0.070446}{9} = 0.007827333$$

Modelo 2:

$$\bar{\zeta} = \frac{4.31884}{9} = 0.4798711$$
$$\bar{\eta} = \frac{0.119148}{9} = 0.013238$$

Modelo 3:

$$\bar{\zeta} = \frac{4.41824994}{9} = 0.490919666$$
$$\bar{\eta} = \frac{0.13458798}{9} = 0.01495422$$

Se han efectuado 12 lanzamientos con este modelo. Como los 5 primeros son con cabeceo puro y los 7 restantes con guiñada y cabeceo, para obtener un resultado comparable a los otros dos modelos, promediamos los 5 primeros (cabeceo puro) dándoles un peso de 2, por tanto el total de pesos en la media son 2 + 7 = 9.

Empuje 5000 N.

Modelo 1:

$$\bar{\zeta} = \frac{4.98449}{9} = 055383222$$
$$\bar{\eta} = \frac{0.358364}{9} = 0.039818222$$

Modelo 2:

$$\bar{\zeta} = \frac{7.564003}{9} = 0.840444777$$
$$\bar{\eta} = \frac{0.160423}{9} = 0.01782477$$

Modelo 3:

$$\overline{\zeta} = \frac{6.05016018}{9} = 0.67224002$$

$$\overline{\eta} = \frac{0.178430094}{9} = 0.019825566$$

Se han efectuado 12 lanzamientos con este modelo. Como los 5 primeros son con cabeceo puro y los 7 restantes con guiñada y cabeceo, para obtener un resultado comparable a los otros dos modelos, promediamos los 5 primeros (cabeceo puro) dándoles un peso de 2, por tanto el total de pesos en la media son 2 + 7 = 9.

Vemos que tanto en divergencia como en aceleración angular, el modelo menos inestable es el modelo 1.

21.3. Comparación de los promedios obtenidos de los tres modelos. Comentarios.

Comparando los modelos a los dos empujes ensayados según el parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia ζ promediado:

ζ	Modelo 1:	Modelo 2:	Modelo 3:
100 N empuje:	0.4136188	0.4798711	0.490919666
5000 N empuje:	0.55383222	0.840444777	0.67224002

Comparando los modelos a los dos empujes ensayados según el parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular de cabeceo η promediado:

η	Modelo 1:	Modelo 2:	Modelo 3:
100 N empuje:	0.007827333	0.013238	0.01495422
5000 N empuje:	0.039818222	0.01782477	0.019825566

De las dos tablas anteriores de deduce que el empuje es decisivo en la inestabilidad del vehículo. En cualquiera de los casos, ya sea divergencia angular (ζ) o aceleración angular (η), el modelo más inestable con 100 N de empuje siempre será menos inestable que el más estable (si se puede hablar de estabilidad) de los 3 modelos a 5000 N de empuje.

Cabe reseñar que los valores de fuerzas hidrodinámicas en la dirección del eje X_b son muy pequeñas con relación a las fuerzas del eje Z_b cuando no hay deflexión en el timón de dirección. Cuando aparece la deflexión en el timón de dirección estas fuerzas en X_b aumentan ligeramente, en parte por el balance que aparece y por la contribución del timón de dirección en esta resistencia.

Para los modelos 1 y 2 cuando δ_p=-10 la inestabilidad es menor que la correspondiente a δ_p=0, ya se adelantó el efecto estabilizador de las aletas con ángulos de deflexión negativos. Cuando δ_p=10 para estos modelos, el comportamiento es más inestable.

Para el modelo 3, ya contamos con dos superficies de control en cabeceo, δ_{p1} y δ_{p2}. La variación de los valores de deflexión para δ_{p1} entre 10, -10 y 0 grados, a penas se deja notar, siendo ligeramente más inestable para δ_{p1}=10. Sin embargo, la deflexión del timón de profundidad, δ_{p2}, más a proa, (efecto Canard) tiene mayor peso., siendo más estable la configuración de δ_{p2}=-10 grados.

Si la deflexión del timón de dirección es nula, no aparece ningún tipo de balance, como cabría esperar.

En divergencia angular, el más inestable es el modelo 3 a 100 NW, y el modelo 2 a 5000 NW.

En aceleración angular el más inestable es el modelo 3 a 100 NW y a 5000 NW de empuje.

Cuando el empuje es bajo (100 NW) el orden de la configuración menos inestable a la más estable es el correspondiente a los modelos 1, 2 y 3. El que el modelo 1 sea el más estable se debe a la mayor lejanía del timón de profundidad. Su efecto estabilizador es mayor al ser mayor el par que produce. El modelo 3 se diferencia del 2 en el timón adicional a proa. A empujes bajos el timón de proa no ayuda a la estabilidad global sino que la disminuye. El timón de proa tiene efectos desestabilizantes en el cabeceo, siendo mayores los momentos de cabeceo del modelo 3 comparados con los del modelo 2. Este hecho se explica por los efectos del timón de proa que frena el cabeceo (recordemos que es un timón de profundidad).

Sin embargo, en la guiñada, a bajos empujes (100 N), son mayores los momentos para el modelo 2. Posiblemente la aparición de un pequeño balance en esta maniobra hace que el timón de profundidad en la proa tenga una componente en la guiñada, ya que no se presenta completamente horizontal a la corriente incidente. Aún así, a bajos empujes, el modelo 2 resulta menos inestable que el 3, como promedio de ζ y η.

A bajos empujes el timón de proa del modelo 3 estabiliza la guiñada pero desestabiliza el cabeceo.

Cuando la propulsión es mayor (5000 N), en aceleración angular, sigue siendo el modelo más inestable el 3, y el menos inestable el 1. Sin embargo en las divergencias angulares ya es el modelo 2 el más inestable, en parte por la contribución del timón de proa que estabiliza la guiñada al modelo 3. A mayor empuje este efecto tiene más peso y por tanto en el cómputo total resulta el modelo 3 más estable en la divergencia angular. Los efectos de este timón comentados antes actúan sobre el modelo 3 y disminuyen la divergencia en la guiñada en comparación con el modelo 2, por la contribución en el balance del timón de proa. Con este empuje los momentos de cabeceo del modelo 3 son mayores que los del modelo 2, y los momentos de guiñada son mayores para el modelo 2 en comparación con el modelo 3.

En definitiva, a ambos empujes, el timón de proa del modelo 3 ayuda a estabilizar el vehículo en la guiñada pero en el cabeceo lo desestabiliza aún más. Cuando el empuje aumenta, es el modelo 2 el más inestable en divergencia angular puesto que no tiene el timón de proa para atenuar la guiñada. Cuando el empuje era menor este fenómeno también ocurría pero el efecto estabilizador en guiñada no tenía tanto peso.

El mayor problema para el control del vehículo será la guiñada en la mayor parte de las veces. Curiosamente cuando no hay guiñada, la divergencia en el cabeceo es mayor que cuando ésta aparece, la guiñada atenúa el cabeceo pero desestabiliza aún más el vehículo al divergir en la guiñada.

Se llega a la conclusión de que en cualquiera de los casos el modelo menos inestable (a idéntico empuje) es el modelo 1, y que el empuje es clave en la inestabilidad, y un aumento de éste incrementa dicha inestabilidad, en el rango de empujes ensayados, de modo que el modelo 1 a 5000 N pasa a ser más inestable que los modelos 2 ó 3 a empujes menores 100 N.

Por tanto, sin control sobre mandos, intentaremos siempre emplear un vehículo lo más parecido al modelo 1 y a bajos empujes.(muy similar a la configuración de los antiguos dirigibles).

Con la simulación se ven claramente los efectos inestabilizantes del fuselaje y estabilizantes de las aletas de popa.

El modelo es intrínsecamente inestable, pero como veremos, fácilmente controlable. Esta inestabilidad se acentúa según se aumenta el empuje o la propulsión del vehículo.

CAPITULO 22. Control.

22.1. Sistema de control.

La navegación es la llave tecnológica para los vehículos submarinos y realmente es la que limita las capacidades de estos. Hay muchos sistemas de control que intentan hacer estable el manejo de estos vehículos.

Una forma de control sería el uso de timones de profundidad y dirección según se separa el vehículo de una trayectoria determinada. En este caso se generan errores de trayectoria y se corrigen con los medios de los que se dispone: timones y flotabilidad. Definiendo un vector error a partir de la diferencia entre los vectores de posición del centro de masas y del punto de la trayectoria deseado, se obtendría el vector de dirección hacia el que queremos ir. Lo mismo sería con la orientación o actitud del vehículo deseado y la real. El problema reside en el acoplamiento entre ambos y la respuesta del sistema, no tan inmediata al estar en un medio viscoso.

En los lanzamientos efectuados aparecen dos grupos de variables que influyen enormemente: los ángulos de ataque y resbalamiento por un lado y por otro los de asiento, balance y guiñada. Según asciende o desciende el catamarán el ángulo de ataque varía a gran velocidad con lo que lo mismo ocurre con los momentos y fuerzas hidrodinámicos sobre el vehículo. Esa variación del ángulo de ataque y la diferencia entre la dirección de los ejes viento y los ejes cuerpo hace que la dirección de avance del vehículo y la de su proa no coincida. Por otro lado en toda maniobra de guiñada aparece un balance por la asimetría del vehículo. El único medio de control de este balance es, en nuestro caso, el par restaurador y los timones de dirección y profundidad.

Una vez obtenido el control del sistema habría que estudiar también su respuesta ante perturbaciones, lo que se conoce como capacidad de mando.

Es básico el estudio de sensores con los que sabemos qué tal vamos bajo el agua. Lo más fácil sería considerar que tenemos giróscopos en 3 ejes con una plataforma inercial ideal, sin desviaciones, y por tanto para el control tenemos el vector de desviación con respecto de la trayectoria y los ángulos de asiento, balance y guiñada. Diane E. Di Massa, (1) emplea un sistema de navegación basado en un sistema de lectura y comparación del terreno o fondo recorrido. Simplemente se miden fondos con un sondador. No se necesitan giróscopos, señales acústicas ni ningún tipo de otras ayudas a la navegación. En su lugar se emplea un mapa digital batimétrico y la habilidad del vehículo de leer el fondo marino. Para ello es necesario tener gran detalle de la zona a recorrer y mediante la comparación de profundidades el vehículo se desplaza y corrige la trayectoria. En cada intervalo de tiempo, el perfil batimétrico se mide y compara con la región local del mapa digital utilizando un criterio de diferencia cuadrática absoluta. El tamaño de la región viene definido por la incertidumbre de la zona de navegación. Para regiones más extensas, se emplea un algoritmo de paso de basto a fino, con un haz de sondador modificado para búsqueda de puntos adecuados mientras se reducen los requerimientos computacionales. El filtro de validación se define al rededor de la posición estimada utilizando la incertidumbre de navegación que viene representada explícitamente a través de una matriz de covarianza. El vehículo debe seguir los fondos requeridos en cada instante a la profundidad deseada. Para nuestro caso no es aplicable este sistema al no disponer de fondos tan detallados ni de un sondador preciso.

Se va a suponer que disponemos de una plataforma giroestabilizada en el vehículo que nos indica la orientación del vehículo en cada instante así como la trayectoria recorrida a través de unos acelerómetros con sus integradores a bordo.

Se podía pensar en un control de la trayectoria con un lazo abierto y la deflexión de timón con lazo cerrado y probar las ganancias hasta que el sistema sea estable. Tras muchos lanzamientos y pruebas se llega a la conclusión de que el sistema no se estabiliza tan fácilmente. Habría que linealizar las ecuaciones y aplicar la Teoría de Control. Se obtendría la función de transferencia del sistema, se buscaría el lugar de las raíces para el control óptimo, para normalizar y ajustar el control.

Unas ecuaciones tan complicadas dificultan este trabajo. Incluso desacoplando la trayectoria y la actitud, resolviendo la trayectoria y por tanteo aplicando la ganancia de la parte rotacional por un lado, y por otro resolviendo rotacional y aplicando ganancia para l trayectoria por tanteo para sacar un valor de ganancia en los dos problemas: trayectoria y actitud es sumamente complicado.

Es difícil encontrar una referencia en la que se efectúe el control en los 6 grados de libertad. Carneiro, Bergerman y otros autores (2) presentan una estrategia de control de guiado en un plano horizontal. Se combinan la distancia y los errores angulares con respecto a una trayectoria buscada. El vehículo es un dirigible con 4 superficies de control, un timón de profundidad y otro de dirección, ambos con dos mitades independientes así como un controlador de balance extra en forma de empujador o "thruster".

Carneiro, Bergerman y otros autores (2) recalcan la necesidad del controlador de balance adicional para reducir las oscilaciones de balance producidas por la guiñada. Nuestro catamarán no dispone de timones de profundidad y dirección consistentes en dos mitades sino que son una única pieza. Más adelante analizaremos las consecuencias de este hecho.

El sistema de control de guiado de Carneiro, Bergerman y otros autores (2) consiste en dos controles, uno de bucle abierto (de seguimiento de la trayectoria) y otro de bucle cerrado (de cabeceo).

El controlador de seguimiento de trayectoria es un controlador PI (proportional plus integral).

El controlador de cabeceo es un controlador PD (proportional plus derivative).

Los objetivos de diseño de este controlador son un buen seguimiento de la trayectoria y el ángulo de guiñada de referencia así como la atenuación del balance debidas a la guiñada.

Para validar las características de este sistema de control se recurrió a un modelo simulado por Carneiro, Bergerman y otros autores (2). No obstante, las soluciones expuestas en (2) son un caso particular de nuestro modelo, para control en trayectoria horizontal.

Es bastante común diseñar un controlador lineal para el vehículo como un autopiloto partiendo de un modelo linealizado del vehículo. Este modelo se desarrolla a partir de un punto estacionario de operación obteniendo así la función de transferencia como han hecho Zhengping Feng and Robert Allen (3). Obtenido este modelo habría que verificarlo comparando las respuestas del modelo linealizado y el real obtenido a partir del no lineal y el modelo no lineal, bajo las mismas perturbaciones de los inputs de control. Obtener el modelo linealizado es un trabajo arduo que se sale de esta tesis. Nuestro sistema es no lineal y las ecuaciones están acopladas. En casi imposible el uso de la Teoría de Control Clásica.

Para vehículos submarinos, otro sistema de control, con mejores resultados que los controles PD y PID, es el conocido como "Non-linear Model-Based", consistente en un modelo de planta dinámico y una trayectoria de referencia Las aproximaciones dimensionales finitas para la dinámica del vehículo submarino son estructuralmente similares a las ecuaciones de un sólido rígido. A este modelo se aplican técnicas de control adecuadas al modelo, evaluando la estabilidad

analíticamente. Si el modelo no es lineal, se aplican métodos de control para este tipo de plantas dinámicas como se han aplicado David A. Smallwood y Louis L. Whitcomb (4).

Pocos estudios T.W. Kim y J. Yuh (5) y D. Mills y C.J. Harris (6) adoptan técnicas de control neuronal y/o "fuzzy logic" para vehículos submarinos y simulaciones numéricas. El movimiento del vehículo submarino es un proceso dinámico no lineal multivariable que para producir una aproximación adecuada, el modelo seleccionado debe no ser sólo no lineal sino también capaz de trabajar con inputs dimensionales. El sistema de control neuronal puede proporcionar esa no linearidad requerida.

Los sistemas de control neuronal combinan los atributos de una red neuronal y un sistema difuso (fuzzy system). Las redes neuronales tienen la habilidad de aproximar cualquier función no lineal utilizando sólo la información contenida en un conjunto de pares de entradas y salidas (input/output).

Las propiedades de una red neuronal vienen determinadas por su estructura y la regla de aprendizaje para adaptar los distintos pesos a las variables de control.

Aunque en determinadas circunstancias la lógica borrosa puede ser similar a la red neuronal, la principal diferencia estriba en que esta primera implica dar o partir de unos conocimientos simples de cómo debe responder el sistema o modelo mediante reglas de conjuntos borrosos, con valores del tipo: poco, bastante y mucho, ponderando distintos resultados. Nuestro sistema es tan complicado que es muy difícil saber cómo iniciar el control, qué es lo que entendemos como bueno o malo. Las redes neuronales parten de un inicio aleatorio con el que se comienza el control y que según van saliendo los resultados así sabemos si los algoritmos utilizados son correctos o no. Se emplean unos algoritmos genéticos que mediante cruces entre sí y mutaciones van superándose unos a otros. Mediante ensayo y error se van discriminando los individuos más aptos, que inicialmente salieron de forma aleatoria y que a su vez se cruzan y mutan. Vamos buscando los mejores controladores a través de cruces y mutaciones, eliminando los menos aptos. Los mejores controladores son los que nos proporcionan lo que pretendemos, que la cabezada, balance y guiñada sean menores que 15 grados por ejemplo. Se busca el máximo global, barriendo el espacio de búsqueda. Consiste básicamente en la evolución a partir de una población determinada.

En la búsqueda del control óptimo no se empleará la lógica borrosa sino las redes neuronales por lo complicado del sistema debido a su no linealidad y la variante dinámica que se va produciendo en cada instante. La técnica de las redes neuronales es muy robusta y permite el empleo de funciones universales con aproximantes universales.

En el trabajo de V.S. Kodogiannis (7), se describe la aplicación de las redes neuronales para el control de un vehículo submarino operado remotamente. Sin embargo, este control es adaptativo, garantizando la limitación de todas las señales de salida como cabeceos, balances y guiñadas así como la convergencia de los errores de seguimiento (tracking) del vehículo respecto de la trayectoria deseada. Este control adaptativo implica un aprendizaje que no aparece en el sistema de redes neuronales que se va a aplicar para el control. El aprendizaje implica una vez más el conocimiento de lo que pretendemos hacer inicialmente y que a partir de una realidad física obtener un modelo matemático o algoritmo del vehículo. Eso no es necesario en nuestro caso porque ya lo conocemos. En (7), Kodogiannis combina el control adaptativo con las arquitecturas de redes neuronales para aproximar la no linealidad del sistema y su dinámica a la simulación del vehículo.

Por tanto se llega a la conclusión de que el vehículo es controlable usando una metodología más general que la de los controladores lineales. Es necesario un controlador más robusto y esto se consigue a través de algoritmos genéticos con redes neuronales, ya que el sistema, como se comentó antes, no es lineal y tiene bastantes parámetros acoplados.

El controlador implementado ha sido desarrollado por el investigador D. Adolfo Lamas Rodríguez, Ingeniero Industrial en Automática y Electrónica, por la Universidad de Vigo, actualmente finalizando su tesis doctoral en el Departamento de Ingeniería Industrial II de la Universidad de la Coruña (8).

Para la obtención del control óptimo del vehículo se emplearon algoritmos genéticos basados en redes neuronales artificiales. El procedimiento se basa en ir probando distintos controladores, comenzando con unos iniciales generados aleatoriamente, e ir seleccionando los mejores. A partir de los controladores seleccionados el sistema genera unos nuevos cruzando las características de éstos, buscando el máximo global, para nuestro control, llegando finalmente a un control satisfactorio.

El simulador desarrollado en la presente tesis ha servido de base para la generación del controlador por el procedimiento mencionado y la validez del mismo ha sido contrastada por trabajos en colaboración con el grupo de investigadores del Grupo de Sistemas Autónomos de la Universidad de La Coruña, entre los que se encuentra D. Adolfo Lamas Rodríguez (9).

Los resultados del controlador muestran un comportamiento bastante aproximado al real del vehículo, dando resultados coherentes. Queda de este modo probada la robustez del simulador.

El sistema de control deberá ser capaz de realizar una serie de maniobras que exponemos a continuación.

22.2. Definición de la maniobra

Para los grandes movimientos se hizo un esbozo de la maniobra del catamarán, estudiando únicamente el movimiento del centro de masas. En ese punto se obtuvieron expresiones analíticas del radio de curvatura para la navegación horizontal con viraje en los dos casos posibles: navegación simétrica en plano horizontal y en guiñada con resbalamiento. Eran ecuaciones muy sencillas pero muy intuitivas. En ellas se veía fácilmente que la sustentación debe ser mayor para la guiñada con balance que con resbalamiento.

También se analizó el movimiento simétrico vertical tanto en ascenso como en descenso, curvándose la trayectoria según los valores de la resultante de sustentación y empuje.

Sin embargo, para lo que se conoce como pequeños movimientos es necesario disponer de la información completa del vehículo y no únicamente de la resultante de fuerzas sobre el centro de masas.

A partir del modelo no lineal de 6 grados de libertad simulado podemos obtener la respuesta del vehículo con una precisión aceptable (la exactitud requerida para la resolución del bucle dinámico es 10^{-4} y el salto de integración es de 0.01 segundos). El sistema de control debe ser capaz de seguir una maniobra prefijada.

Definimos las siguientes maniobras:

22.2.1. Ascenso descenso

El catamarán deberá ascender horizontalmente o al menos con un ángulo de asiento θ entre ± 15 grados por comodidad para los pasajeros y los sistemas mecánicos a bordo. El desplazamiento en el eje X_i estará regido principalmente con el control del empuje y la velocidad de ascensión, desplazamiento en el eje Z_i, por la flotación y la sustentación. Como se vio en los lanzamientos que se acompañan en esta tesis, esto no es nada fácil ya que en el ascenso el ángulo de ataque varía continuamente y por tanto lo mismo pasa con las fuerzas y momentos hidrodinámicos que van apareciendo y el sistema por sí sólo no es estable, los momentos hidrodinámicos aumentan con el ángulo de ataque. A mayor momento de cabeceo mayor ángulo de ataque y a su vez mayor momento.

Movimiento simétrico vertical, ascenso

El sistema de control será tal que mantendrá el asiento θ entre ± 15 grados y la velocidad del vehículo se encontrará entre 1.5 y 2.5 nudos.

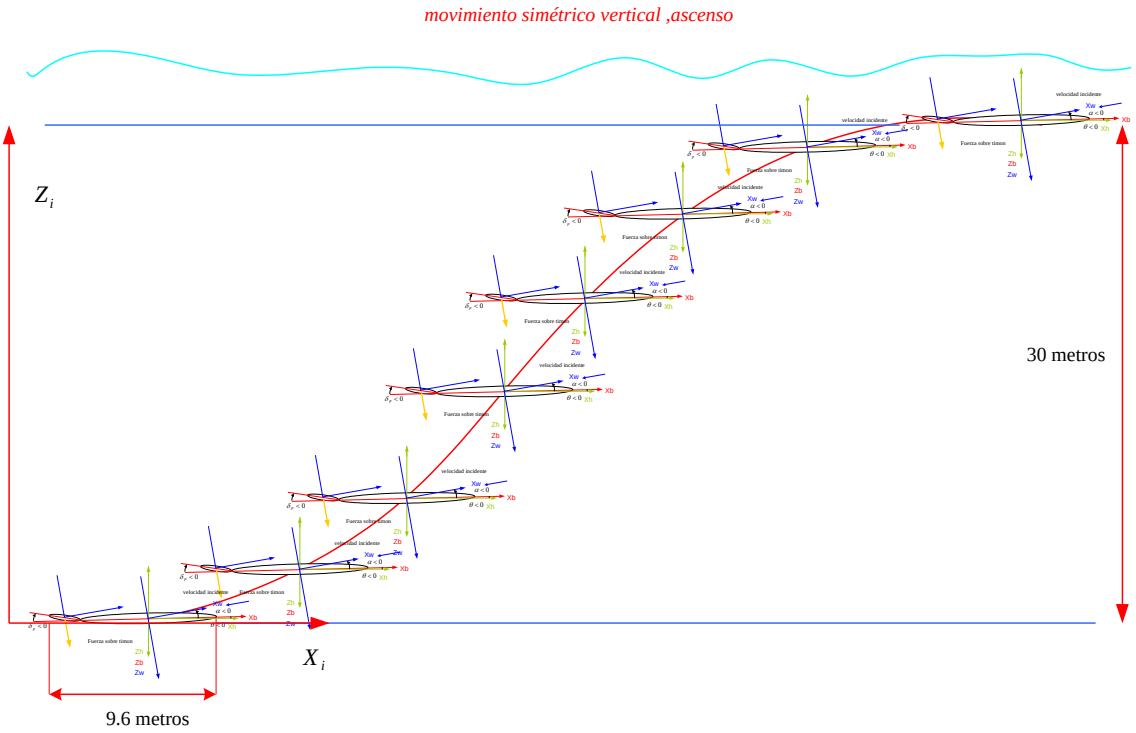


Figura 165

Si el movimiento es simétrico vertical no tiene porqué haber guiñada. Sólo si se produce un balance aparece un término en el momento de guiñada ya que el timón de dirección empieza a trabajar por el giro en balance del vehículo y entonces se produce un resbalamiento que aumenta la guiñada.

Nuestra nave no tiene superficies de control ni empujadores que produzcan un momento de balance contrario. Para este caso sólo disponemos del par restaurador del centro de flotación y del manejo de los timones de profundidad y dirección.

Efectivamente, recordando las fórmulas de fuerzas y momentos debidas a los dos timones (profundidad y dirección), sólo se producían dos momentos, uno en la dirección del eje Y_b debido al timón de profundidad y otro en la dirección del eje Z_b por el timón de dirección. Pero esas componentes, calculadas en ejes cuerpo, tienen una proyección en los ejes horizonte, de forma genérica, en momentos de asiento, balance y guiñada.

El paso de ejes horizonte a ejes cuerpo idéntico al correspondiente a la FIGURA 6.

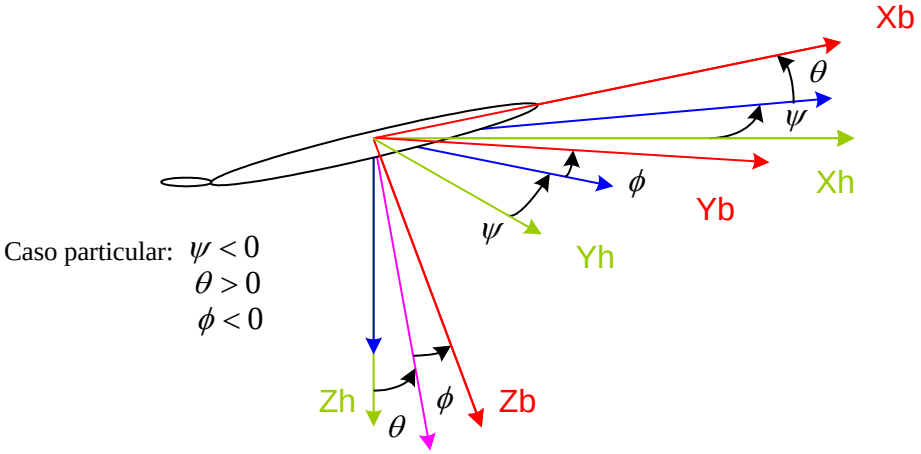


Figura 166

Se aprecian componentes de balance en la nave en su movimiento con respecto a los ejes horizonte aunque no las haya en los ejes cuerpo.

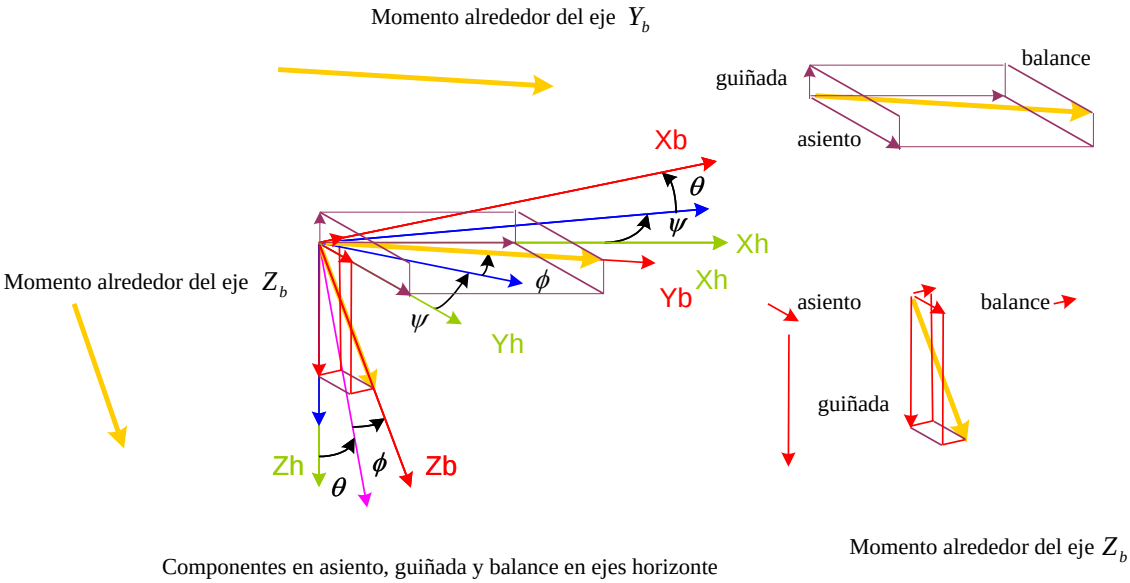


Figura 167

Se observa en la anterior figura cómo cuando la nave posee cierto ángulo de asiento y guiñada, se produce un momento de balance, aunque sólo disponga de timones de profundidad y dirección.

Por tanto, en cuanto se produzca una guiñada aparecerá, por lo general, un balance originado por las superficies de control.

Estos razonamientos se han hecho para el modelo 1 pero son extensivos al resto de los modelos.

Puede estudiarse esta situación desde otra perspectiva. En un movimiento ascendente simétrico, en cuanto haya un balance, se pierde la simetría del conjunto y aparece la guiñada. En la figura anterior se demuestra que si además de un asiento θ se produce un balance ϕ, existe una componente de estos momentos en el eje Z_b, es decir, aparece un momento de guiñada.

Si estudiamos de forma simplificada el timón de dirección en movimiento vertical ascendente, vemos que no hay ningún momento de guiñada. Sin embargo, en cuanto hay un balance se genera un momento de guiñada, aunque el timón de dirección no esté deflectado.

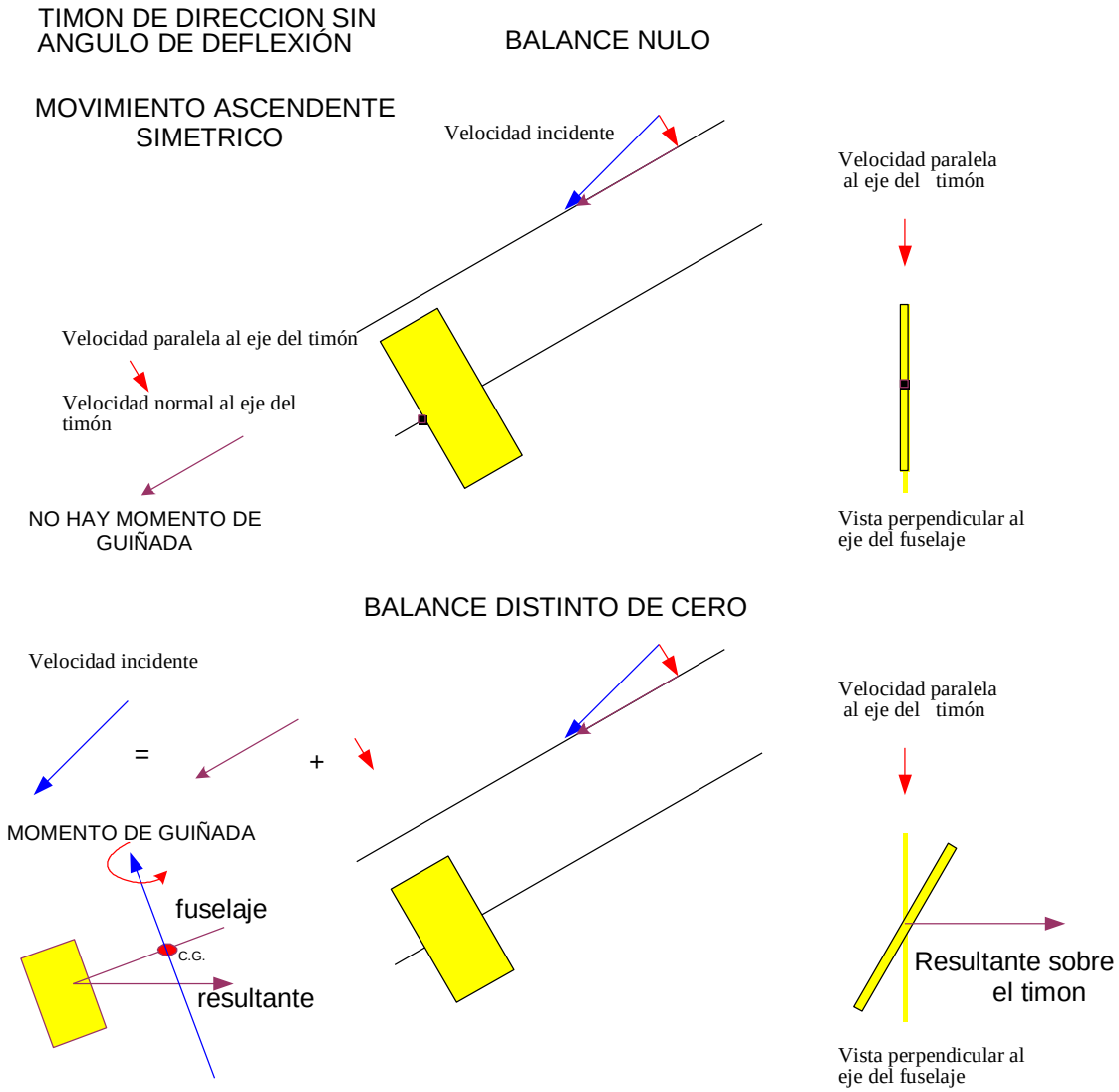


Figura 168

La velocidad paralela al eje del fuselaje es la que trabaja en condiciones normales cuando hay una deflexión del timón de dirección. Pero en el caso de timón de dirección con deflexión nula, en el momento en que aparece un balance se produce la guiñada ya que la velocidad paralela al eje del timón empieza a trabajar.

Para el timón de profundidad es análogo. Un balance produce una guiñada automática.

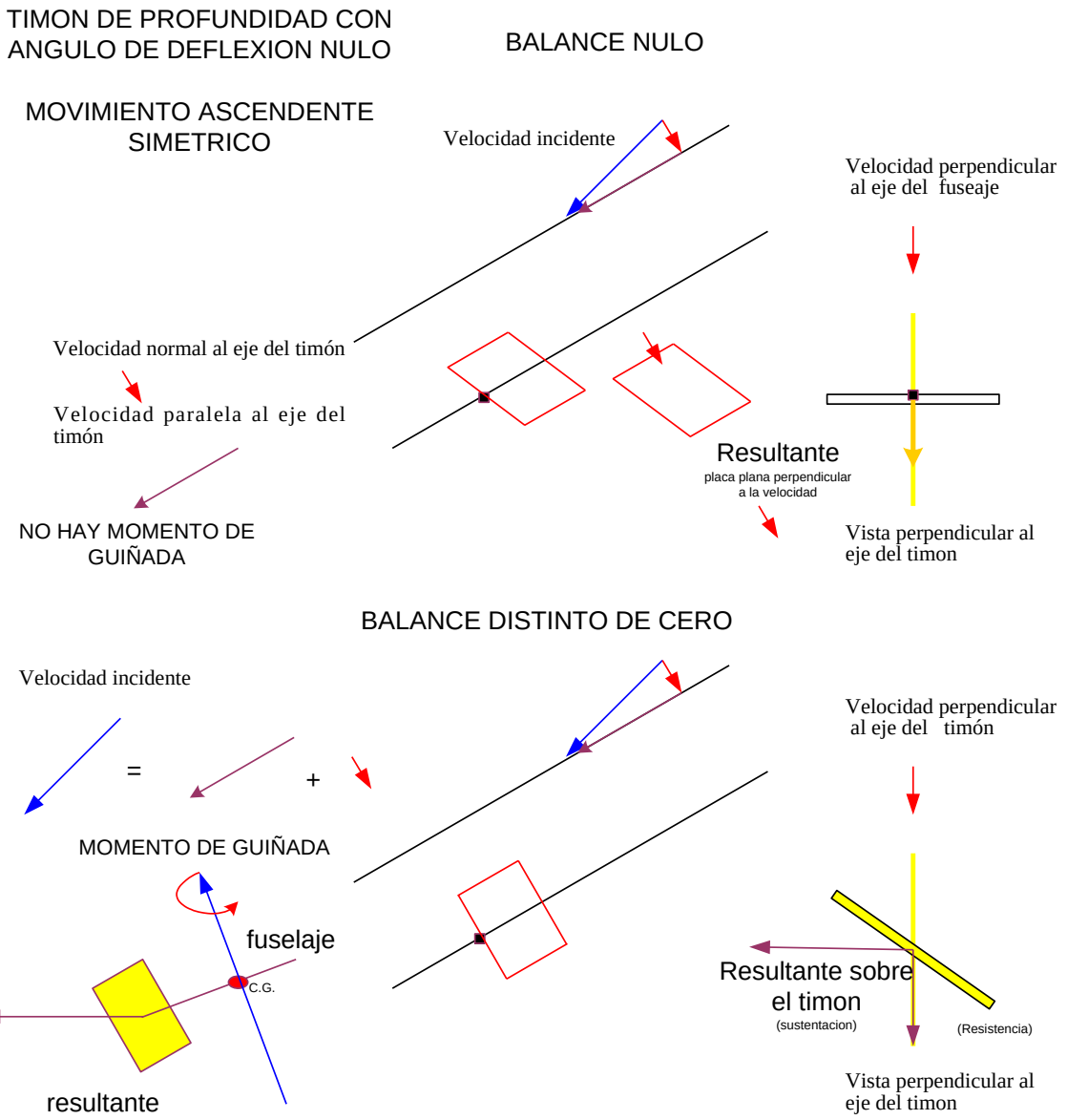


Figura 169

Por tanto, vemos la relación no tan inmediata entre el balance y los momentos de guiñada.

Los timones de dirección pueden controlar el balance así como el balance influye sobre la guiñada.

Concluimos con que este control recíproco no es nada sencillo y depende en todo momento de los ángulos de ataque, resbalamiento, cabezada y guiñada.

Una vez más, el control se hará a través de los timones de dirección y profundidad, del empuje y de la flotación.

Movimiento simétrico vertical, descenso

Lo que exigimos a la nave es muy similar al caso de ascenso. El sistema de control será tal que mantendrá el asiento θ entre ± 15 grados y la velocidad del vehículo se encontrará entre 1.5 y 2.5 nudos

movimiento simétrico vertical , descenso

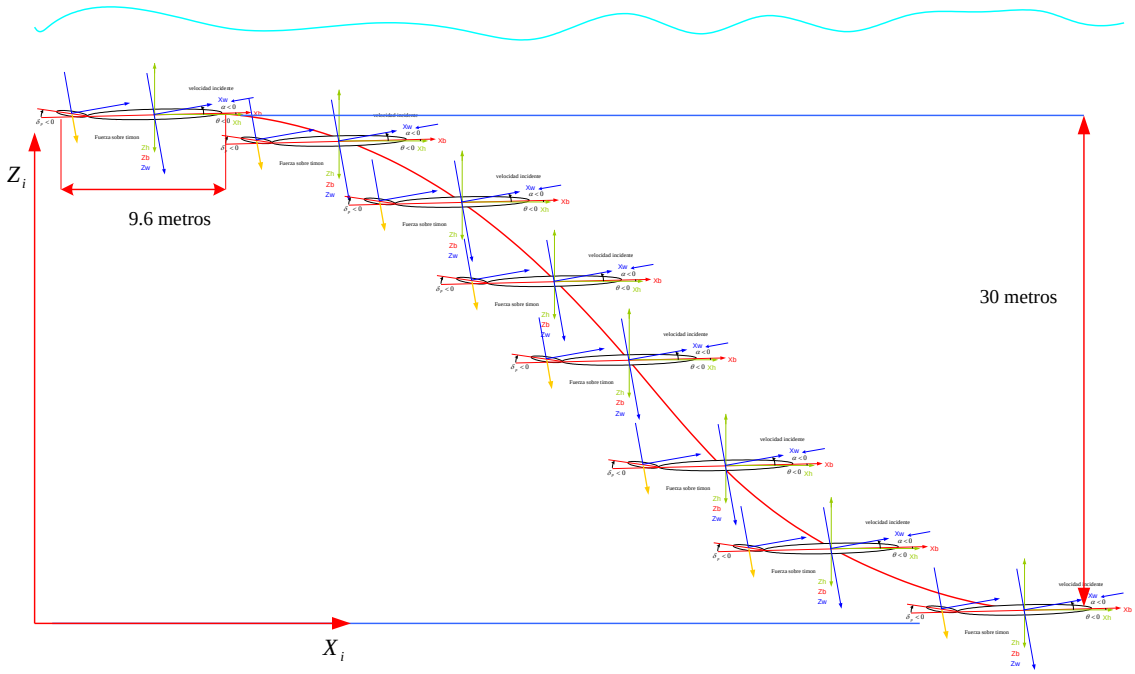


Figura 170

Si se evita todo balance y no hay deflexión en el timón de dirección, se logra un descenso simétrico vertical.

Como se vio en el ascenso vertical, en cuanto hay un balance se genera un momento de guiñada por la asimetría de la nave frente al fluido.

22.2.2. Movimiento horizontal con viraje

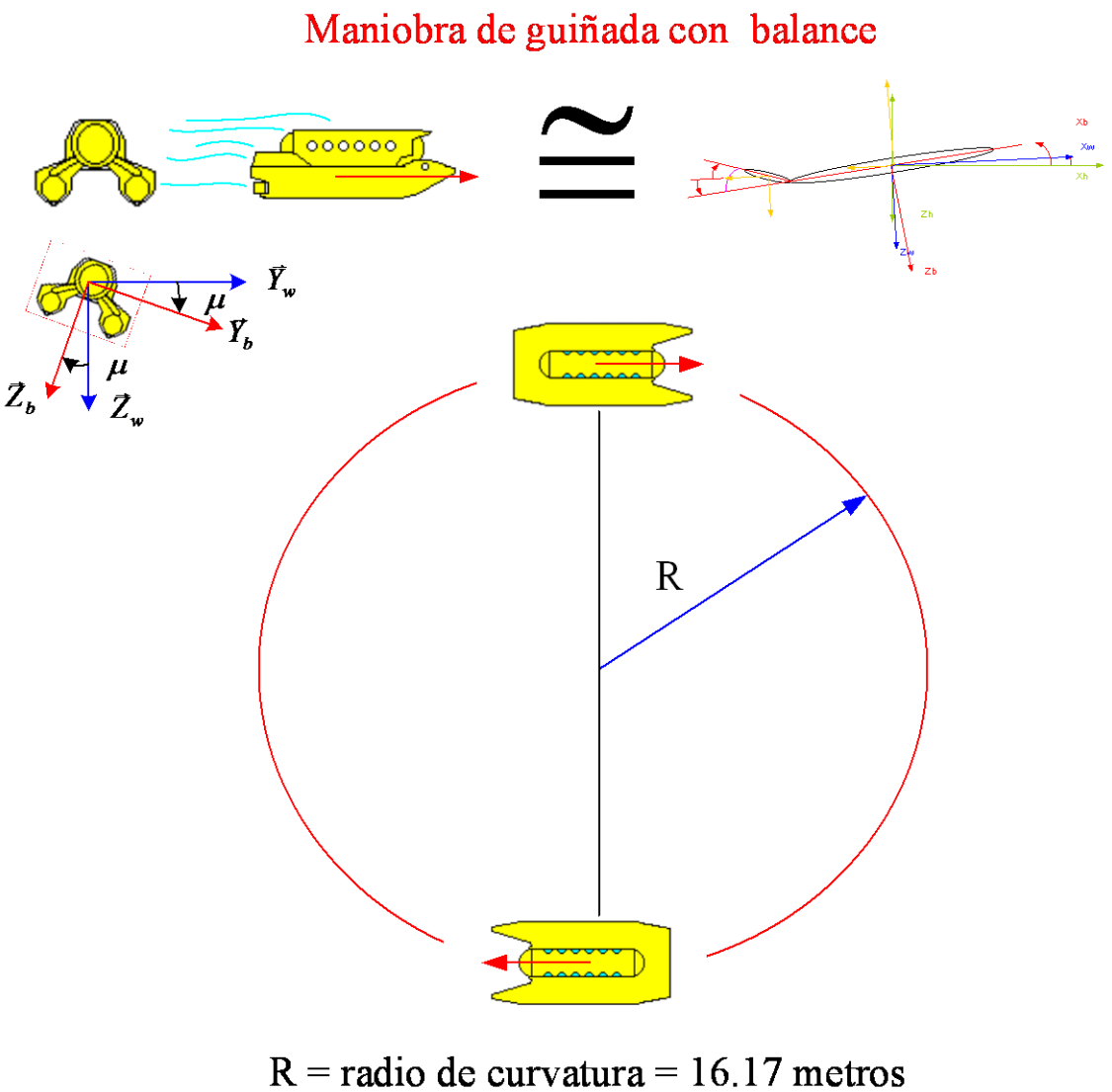
Ahora estamos con Z constante. Como se recordará de actuaciones, hay dos alternativas extremas, navegación simétrica en plano horizontal y navegación sin resbalamiento.

Si logramos viraje a través de balance sin ningún resbalamiento estamos en el primer caso.

Haciendo un aproximado a partir de la ecuación 51, con un balance μ = 15 grados el radio de curvatura resulta 16.747 metros, en una primera aproximación. Eso significa que para un viraje de 180 grados es necesario recorrer una semicircunferencia de ese radio.

A la velocidad de 2 nudos (1.0294 m/s) son necesarios 102 segundos (1 minuto 42 segundos) para hacer ese viraje, valor no demasiado grande teniendo en cuenta la envergadura de la nave. Como se recordará, el viraje con balance se empleaba para una rapidez en la guiñada al seguir el vehículo un radio de curvatura relativamente pequeño. La guiñada con balance implica una maniobra rápida y cómoda para la dotación desde el punto de vista de las fuerzas de inercia laterales ya que contrarresta éstas, como se vio en su momento.

Un balance mayor de 15 grados implica menor radio de curvatura, pero el beneficio de la disminución de estas fuerzas laterales centrífugas va en detrimento del mayor balance que puede resultar incómodo para los pasajeros y equipos.



En la siguiente figura, no hecha a escala, se muestra la situación.

Figura 171

La otra alternativa es la guiñada con resbalamiento. A partir de la ecuación (55), para un resbalamiento de 15 grados, 0.26 radianes y sin balance, el radio de curvatura es de 57.925 metros que a la velocidad de 2 nudos sale un tiempo de viraje de 353 segundos 5 minutos y 53 segundos) para lograr un cambio de dirección de 180 grados. Una vez más recordamos que el resbalamiento se empleaba para cambio de rumbo lento. Aquí, en este caso, el efecto de las fuerzas de inercia laterales es mayor y la maniobra es más incómoda para los pasajeros y equipos.

En la siguiente figura, no hecha a escala, se muestra la maniobra.

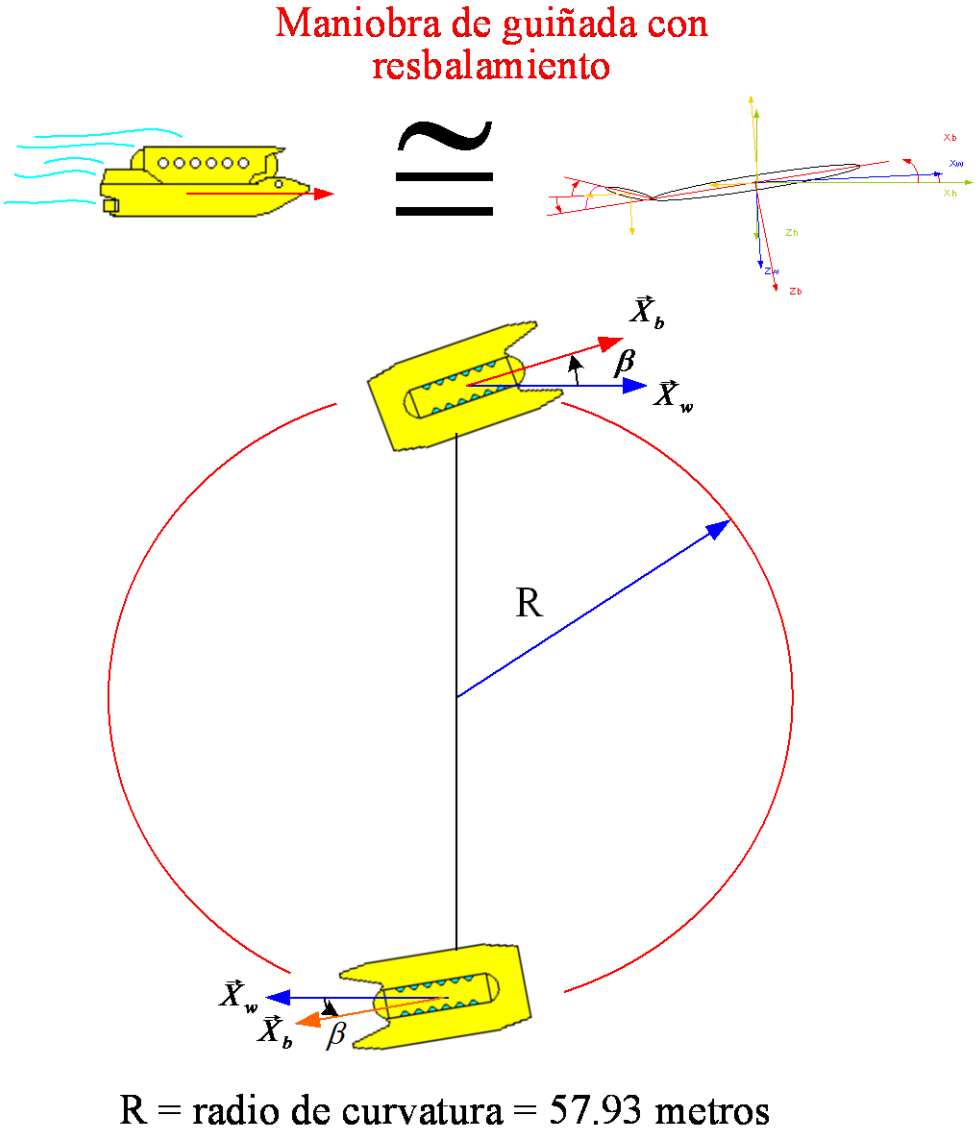


Figura 172

Si se combinan balance de 15 grados con un resbalamiento mayor de 15 grados el radio de curvatura disminuye sensiblemente. Para 30 grados de resbalamiento el radio disminuye a la mitad. De este modo se tardaría en virar los 180 un tiempo de 2 minutos y 56 segundos con un radio de curvatura de 28.96 metros.

Para mayores resbalamientos las fuerzas hidrodinámicas complican el comportamiento de la nave. No obstante, estos datos numéricos se han obtenido de las aproximaciones analíticas asociadas a las maniobras de actuaciones en las que no se ha tenido en cuenta los momentos de fuerzas ni momentos de inercia sino sólo resultantes sobre el centro de gravedad de la nave. Los valore reales o más parecidos a la realidad se sacarían del modelo simulado.

Con un sistema de control aceptable vamos a exigir un viraje con radio de curvatura de unos 20 metros, que a una velocidad de 2 nudos se traduce en un tiempo de viraje de 122 segundos (2 minutos y 2 segundos).

De este modo, está definida completamente una trayectoria de descenso, viraje de 180 grados en el fondo, un ascenso y otro viraje de 180 grados para llegar al punto inicial, como se muestra en la siguiente figura.

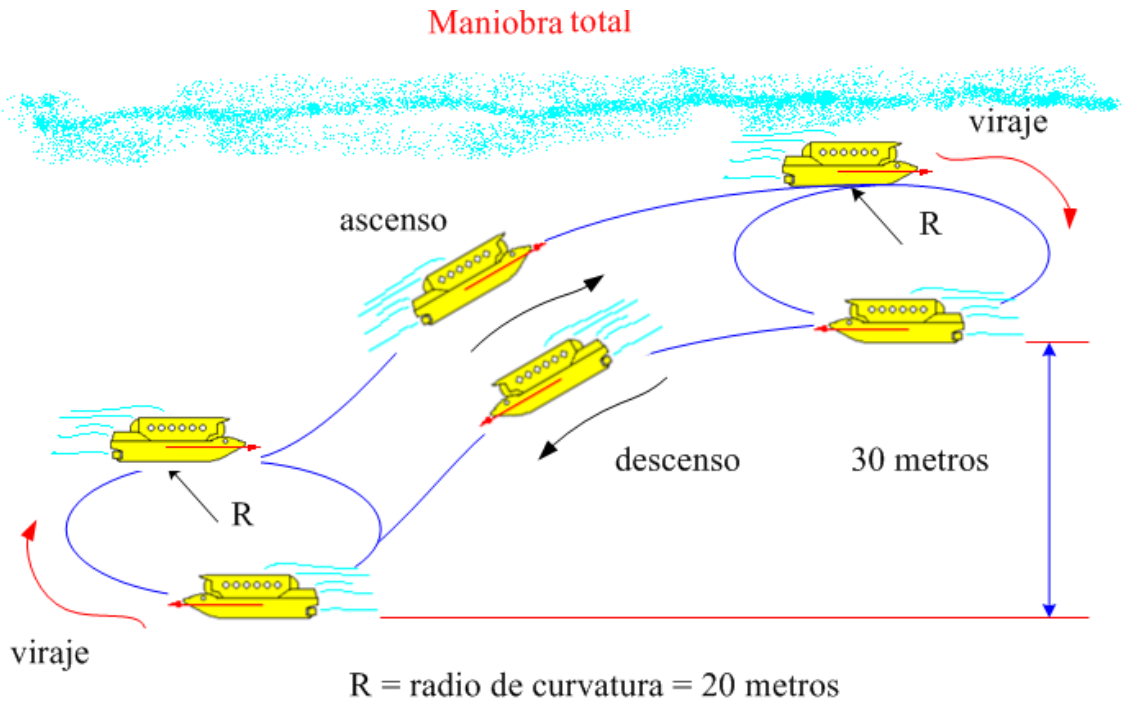


Figura 173

1. Diane E. Di Massa. "Terrain-Relative Navigation for Autonomous Underwater Vehicles". Ph.D. Thesis, Mech. Eng., MIT, May, 1997.
2. J. Raul Azinhheira, Ely Carneiro de Paiva, José R. Hughes, Carvalho, Josué Guimaraes, Samuel Siqueira Bueno, M. Bergerman and Paulo A. Valente. "Lateral/Directional Control for an Autonomous, Unmanned Airship". Aircraft Engineering and Aerospace Technology Volume 73. Number 5. 2001 pp.453-458. MCB University Press.
3. Zhengping Feng and Robert Allen. "Modelling of Subzero II". Institute of Sound and Vibration Research University of Southampton. October 2001.
4. David A. Smallwood and Louis L. Whitcomb. "Toward Model Based Trajectory Traking of Underwater Robotic Vehicles: Theory and Simulation". Department of Mechanical Engineering. The Johns Hopkins University, Baltimore. 21st International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, August 27-29, 2001. Durham, NC, USA.
5. T.W. Kim and J. Yuh. "A novel neuro-fuzzy controller for autonomous underwater vehicles". Proceedings of the IEE International Conference on Robotics and Automation, pags. 2350-55, May 21-26, 2001.
6. D. Mills and C.J. Harris. "Neurofuzzy modelling and control of a six degree of freedom AUV". Prentice Hall, Helmel Hapmstead, 1994.
7. V.S. Kodogiannis. "Neural Network Adaptive Control for Underwater Robotic Systems". Mechatronics Group, Dep. of Computer Science. University of Westmister. London U.K. 2001.
8. A Lamas. “Diseño automático por medio de técnicas evolutivas”. Tesis doctoral. Universidade da Coruña, 2003.
9. A. Lamas, Jesús Fernández Ibarz, R. J. Duro. “Diseño Evolutivo de un Control Neuronal para Catamaranes Submarinos”. Aceptado en el Segundo Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB'03), Febrero de 2003.

CONCLUSIONES.

A lo largo de esta tesis se ha desarrollado un modelo matemático para la obtención de la dinámica de un vehículo submarino. A su vez, este modelo ha sido la base para elaborar un simulador dinámico que puede ser aplicado para la generación de un sistema de control de dicho vehículo. Pasamos a comentar los incidentes más importantes y las conclusiones obtenidas en la construcción de este modelo.

Para el cálculo de la masa añadida y los momentos de inercia añadidos se ha utilizado la envolvente de la geometría del vehículo, nuestro catamarán, dentro de un elipsoide equivalente. Nuestro vehículo es menos esbelto que los dirigibles que aparecen en las referencias de este trabajo, no fue fácil cotejar estos valores con valores experimentales asociados a dirigibles o cuerpos reales, pero sí con cuerpos teóricos elípticos de revolución. Los valores obtenidos en esta tesis para el catamarán son acordes con los de los datos publicados. Se ha recurrido al empleo de datos experimentales sobre dirigibles al no haber datos publicados sobre submarinos.

Para hacer extrapolables a nuestro vehículo, en medio submarino, los resultados de coeficientes de resistencias y momentos sobre dirigibles, en medio aéreo, en los que se apoya gran parte de este trabajo, en el capítulo de título "Resistencia Hidrodinámica", se ha hecho el correspondiente análisis dimensional, demostrando que los coeficientes empleados son sólo función del número de Reynolds para movimiento estacionario y función del número de Reynolds y un cociente en el que interviene la aceleración (masa añadida) cuando hay aceleraciones. Nosotros obtenemos los coeficientes de fuerzas y momentos para el caso estacionario y luego añadimos los efectos de las masas y momentos de inercia en las ecuaciones dinámicas.

Mostramos que la teoría aerodinámica bidimensional incompresible no es aplicable a nuestro problema ya que los ángulos característicos de nuestro cuerpo o "perfil" no son lo suficientemente pequeños ni son despreciables los efectos tridimensionales.

Se han estudiado las variaciones de los centros de presión y aerodinámicos para cuerpos semejantes según varía el ángulo de ataque del perfil o cuerpo. Queda patente que estos puntos tienen su influencia en la estabilidad aunque hay otros factores a tener en cuenta como el par restaurador. Se ha hecho un análisis sobre los criterios de estabilidad de una forma aproximada.

En el cálculo de los coeficientes de momentos y fuerzas hidrodinámicos se procede primero al cálculo potencial sin contar con los efectos viscosos y turbulentos, a partir de expresiones en las que aparece la masa añadida y que fueron utilizadas con bastante asiduidad por los estudiosos de los dirigibles. Se desarrollan con bastante profundidad estas ecuaciones y se realiza un estudio para explicar cómo estas ecuaciones, de forma implícita, implican la aparición de una circulación alrededor del fluido que rodea el cuerpo. La aparición de esta circulación explica las famosas fuerzas laterales o la transferencia lateral de la cantidad de movimiento tan estudiada en el mundo de los dirigibles. Estas expresiones, sin embargo, son válidas sólo cuando la nave tiene una trayectoria con cierto radio de curvatura no siendo aplicables para movimiento rectilíneo. Por otro lado, en la contracción del fuselaje, los efectos viscosos alcanzan mayor importancia, no habiendo sido tenidos en cuenta en esta teoría potencial.

Con el fin de perfeccionar estos cálculos, combinamos la teoría potencial con los efectos de viscosidad turbulenta en el borde de salida del vehículo. Para entender este método es necesario haber desarrollado antes el cálculo potencial puro, con circulación añadida, ya que parte de las expresiones para el cálculo de las fuerzas y momentos son potenciales. Efectivamente, explicando este método de una forma simplista utilizamos una geometría elíptica de revolución acoplada a otra cónica en la popa. En la parte elíptica se emplea la teoría potencial con circulación y es en la parte de popa, la de geometría cónica, donde los efectos de disipación turbulenta que hemos llamado viscosos, tienen mayor influencia y donde no se emplea la teoría potencial sino valores experimentales de coeficientes de resistencia de viscosidad turbulenta. Para ser más exactos también hemos empleado la teoría potencial en el inicio de la parte cónica, donde se acopla la parte elíptica del fuselaje, sin embargo, aguas abajo en el resto de la parte cónica se utilizaron las expresiones empíricas correspondientes a la región llamada por nosotros viscosa (región de viscosidad turbulenta).

Obtenidos los coeficientes hidrodinámicos por este último método, aquí llamado potencial viscoso, se compararon con los trabajos de otros autores sobre cuerpos (dirigibles) con similar esbeltez y a números de Reynolds del mismo orden, encontrando gran aproximación entre unos y otros. Estos datos provenían de túneles de viento, mediciones en vuelo y pruebas de deceleración. Teniendo en cuenta lo complicada que es la obtención de los coeficientes de fuerzas y momentos para una geometría tridimensional concluimos con que el método expuesto en esta tesis es cómodo y razonablemente preciso.

Cabe destacar que en publicaciones de otros autores consultados en la tesis y que trabajaron con modelos submarinos tuvieron serios problemas para la obtención de los coeficientes de fuerzas y momentos, especialmente en los coeficientes de sustentación. En algunos casos, los métodos semiempíricos para el cálculo de la sustentación utilizados por algunos autores de modelos submarinos, difieren entre unos y otros en un orden de magnitud.

En definitiva podemos afirmar que este método ha sido cotejado exitosamente con los resultados los autores que trabajaron con dirigibles y que ha coincidido con la mayor parte de los resultados de otros autores que trabajaron con vehículos submarinos pero que no se encontró una uniformidad completa en este último grupo de autores.

Los valores de los coeficientes de momentos obtenidos por nosotros, así como su comportamiento según aumenta o disminuye el ángulo de ataque, muestran la inestabilidad de nuestro casco desnudo. Eso se corresponde con los resultados de la simulación.

Al casco desnudo hemos añadido los efectos de las aletas en la resultante de fuerzas y momentos.

Una vez conocidos los coeficientes de resistencia y momentos del vehículo completo, pasamos a programar la simulación dinámica del vehículo. Tras un trabajo bastante laborioso se consigue el desarrollo de un modelo matemático y del simulador que define la respuesta dinámica del vehículo.

Se han ido analizando, paso a paso, las respuestas dinámicas de nuestro vehículo con el simulador en distintos lanzamientos (cada lanzamiento se corresponde con distintas condiciones iniciales y distintas deflexiones de las superficies de control) resultando la respuesta en cada uno de ellos coherente en todo momento. En cada intervalo de tiempo en el que había un cambio significativo en cada una de esas respuestas dinámicas, a saber: momentos, fuerzas ángulos de ataque y resbalamiento, asiento, balance y guiñada, se resolvió analíticamente dicho problema dinámico y la respuesta obtenida era coincidente con la respuesta del simulador.

Para la validación experimental de la simulación dinámica, una vez desarrollada para nuestro catamarán en sus tres configuraciones, se modificó el programa para la geometría de un vehículo submarino conocido, el REMUS de Timothy Prestero, de cuya geometría y respuestas dinámicas reales tenemos datos. Con ese modelo en nuestro simulador, se corrieron los mismos escenarios que los correspondientes a las pruebas experimentales del REMUS, encontrándose una aproximación aceptable en las fuerzas y momentos, teniendo en cuenta la incertidumbre de las condiciones iniciales del vehículo en los ensayos experimentales, incapaces de medir corrientes, efectos de ola y velocidades no axiales del vehículo.

La validez de este simulador ha sido también contrastada por el grupo de investigadores del Grupo de Sistemas Autónomos de la Universidad de La Coruña. El simulador ha respondido con coherencia y robustez ante los distintos controladores que han sido ensayados sobre el mismo.

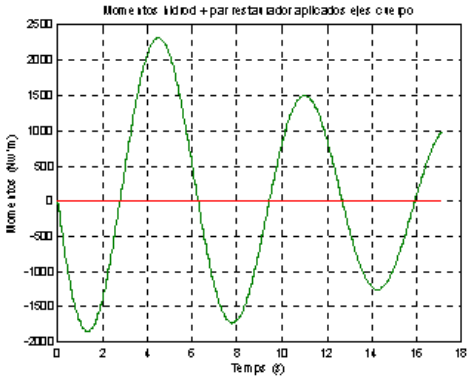
Esta tesis ha servido de apoyo para el desarrollo de la tesis doctoral del investigador D. Adolfo Lamas Rodríguez, Ingeniero Industrial en Automática y Electrónica por la Universidad de Vigo, actualmente finalizando su tesis doctoral en el Departamento de Ingeniería Industrial II de la Universidad de La Coruña y perteneciente al Grupo de Sistemas Autónomos de la Universidad de La Coruña.

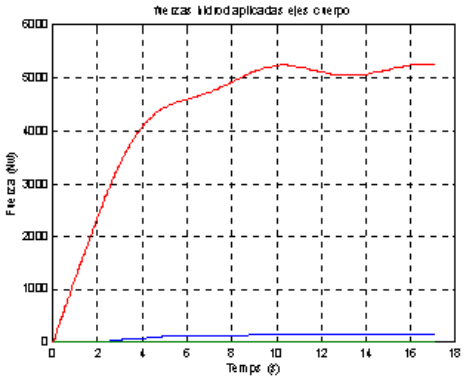
Llegamos a la conclusión de que el vehículo, sin mandos ni control, en sus tres configuraciones (modelo 1, modelo 2 y modelo 3), es intrínsecamente inestable, y que a mayor propulsión, la inestabilidad aumenta. De las tres configuraciones, la menos inestable en estas circunstancias, es la correspondiente al modelo que tiene su único timón de profundidad más a popa que los demás modelos, el modelo 1.

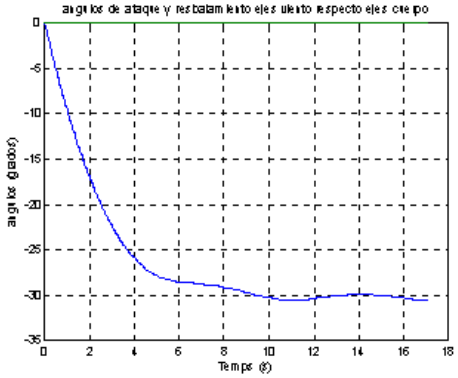
Sin embargo, el catamarán, en sus tres configuraciones, es fácilmente controlable, tal y como ha quedado demostrado con la implantación del controlador desarrollado con técnicas de algoritmos genéticos.

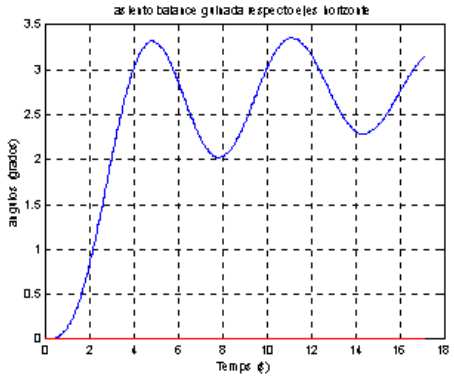
APÉNDICE.
GRÁFICAS DE LANZAMIENTOS DEL VEHÍCULO SIN SISTEMA DE CONTROL PARA LOS MODELOS 1, 2 Y 3 CON DISTINTOS ÁNGULOS DE DEFLEXIÓN EN LAS SUPERFICIES DE CONTROL

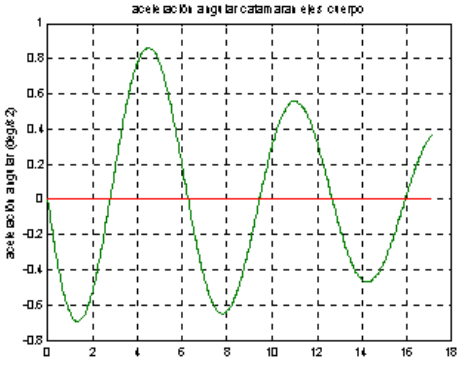
Modelo 1

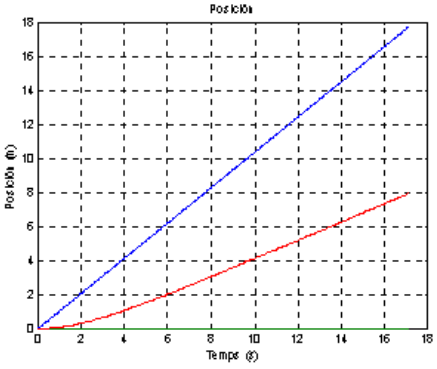






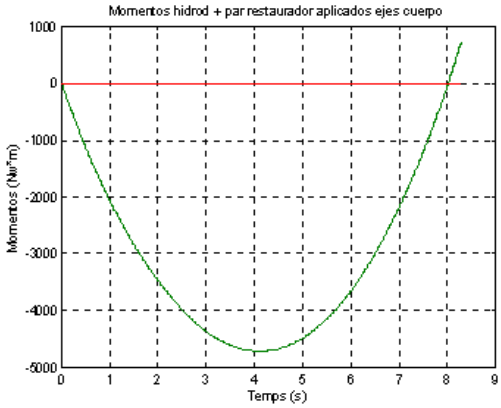


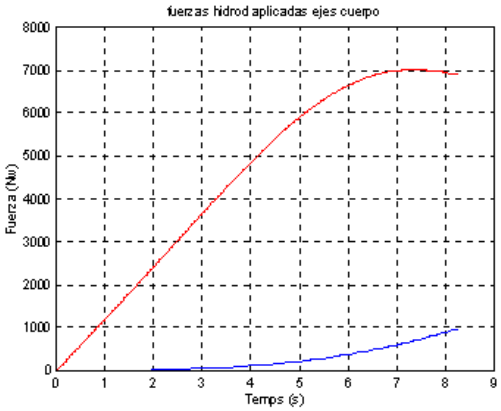


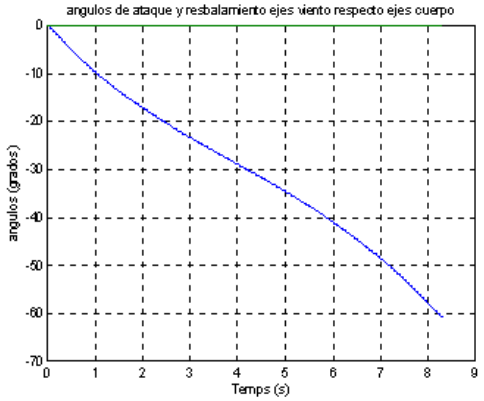


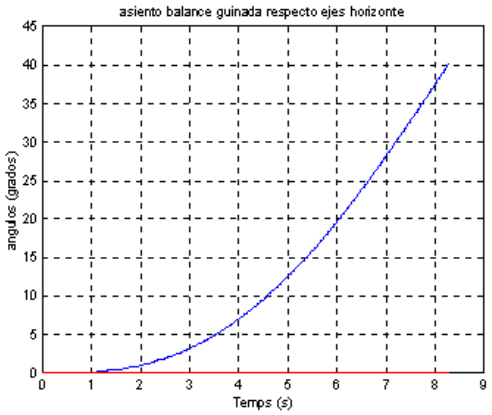
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p =0 grados
DELTA d = 0 grados

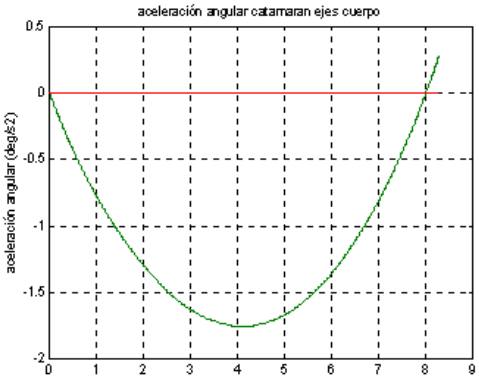
Modelo 1

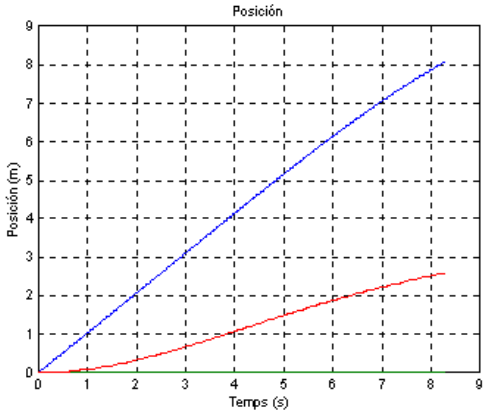






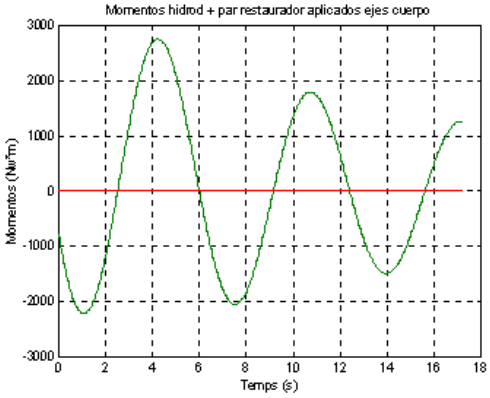


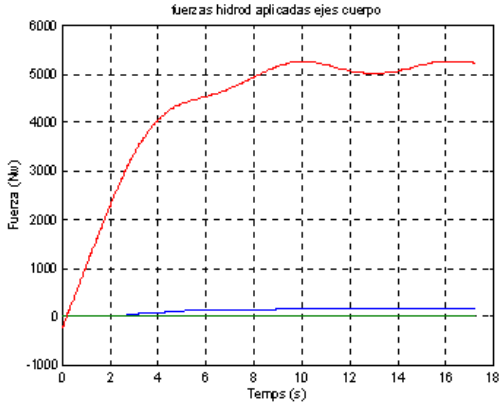


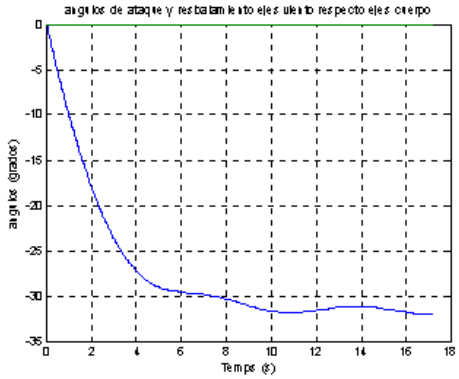


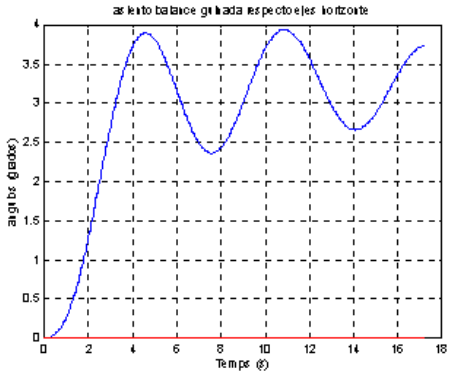
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p =0 grados
DELTA d = 0 grados
SIN PAR RESTAURADOR

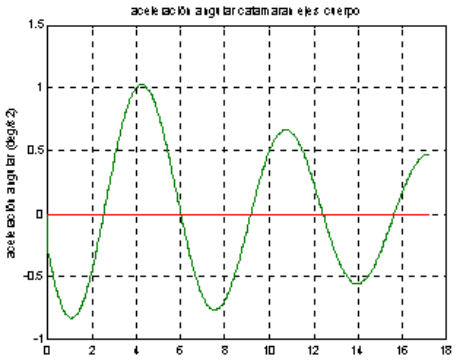
Modelo 1

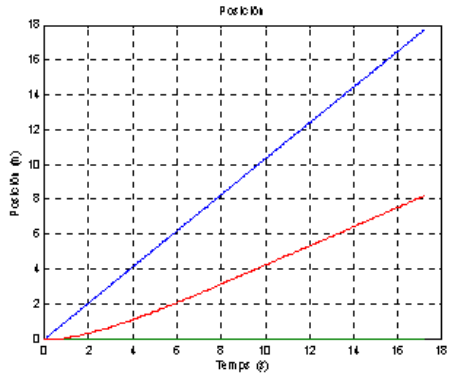




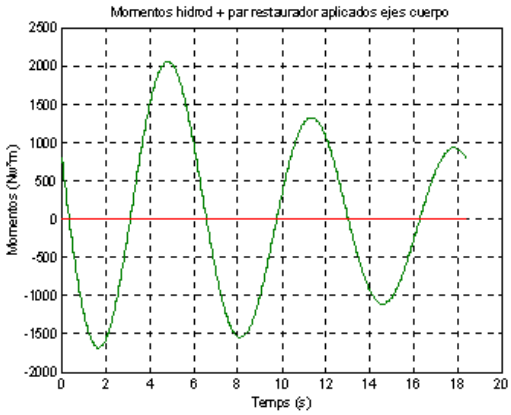


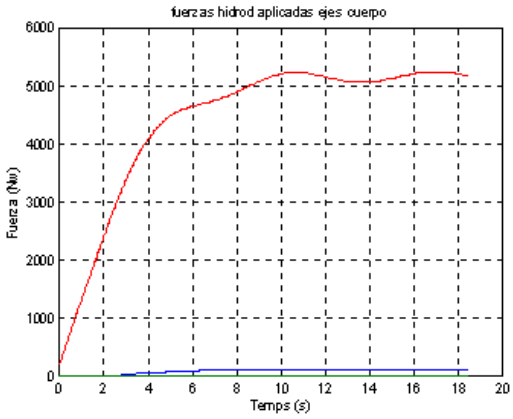


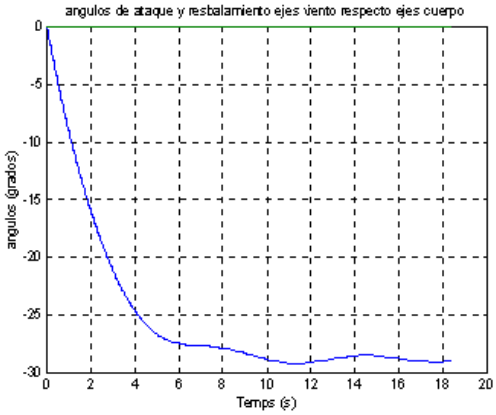


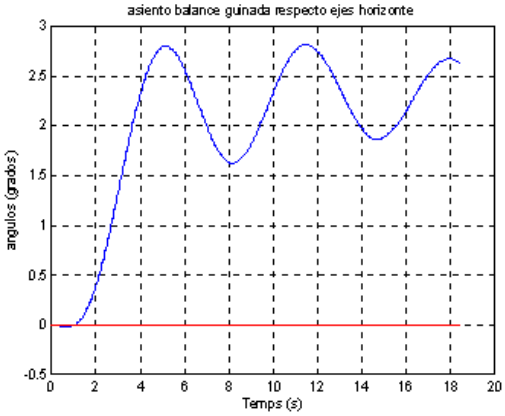


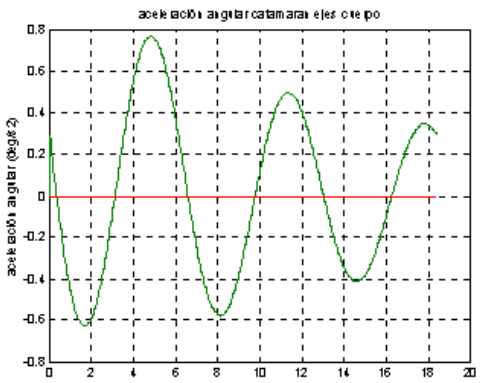
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 0 grados

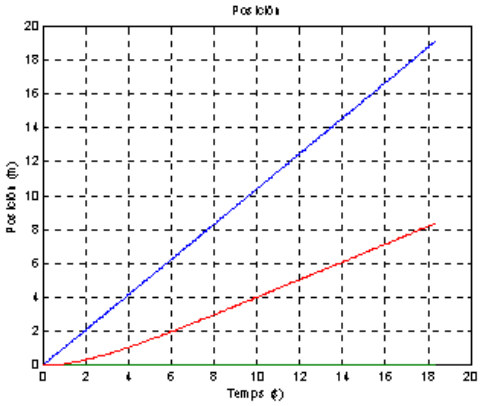






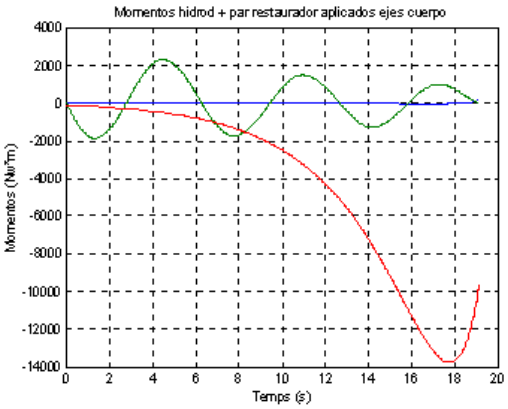


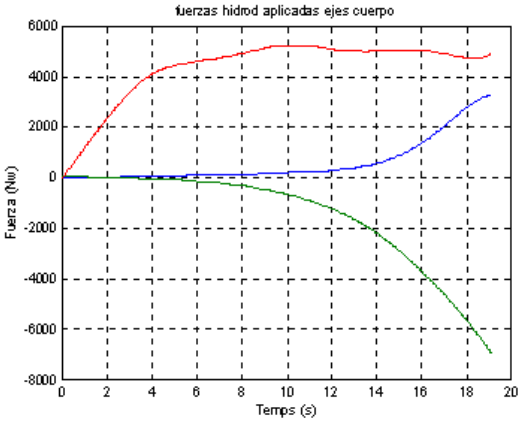


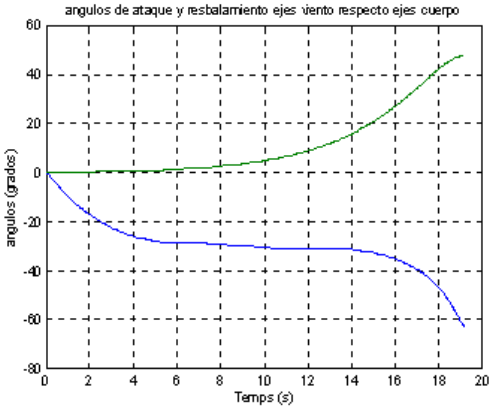


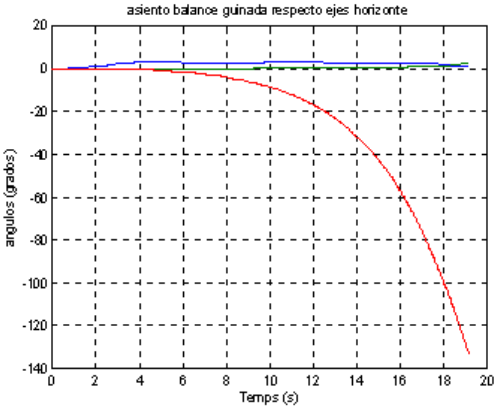
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 0 grados

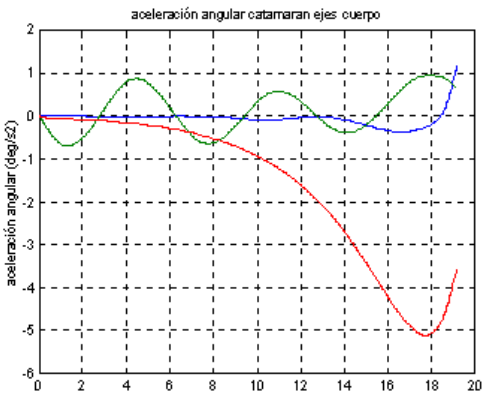
Modelo 1

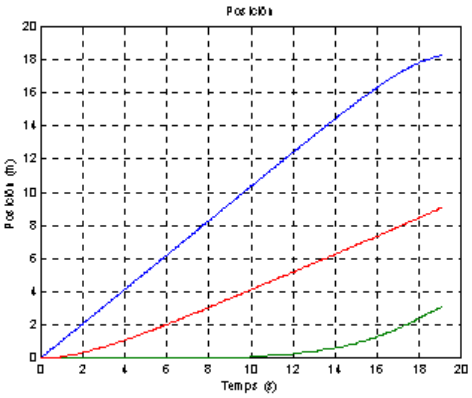






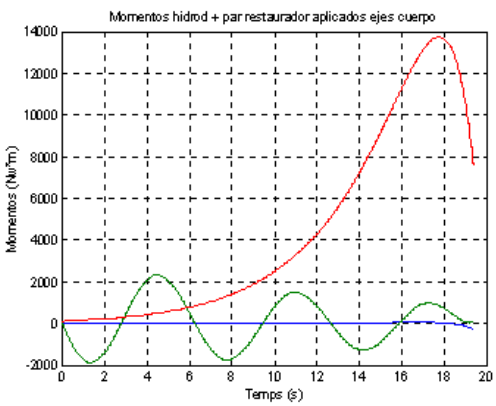


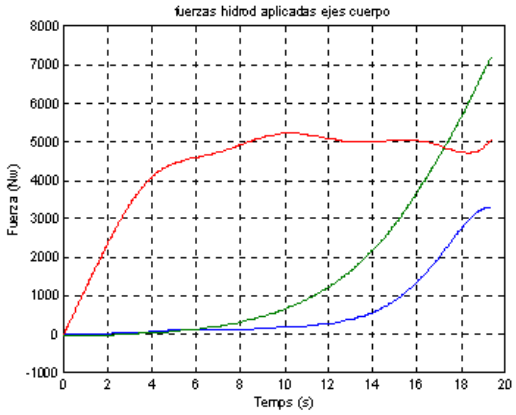


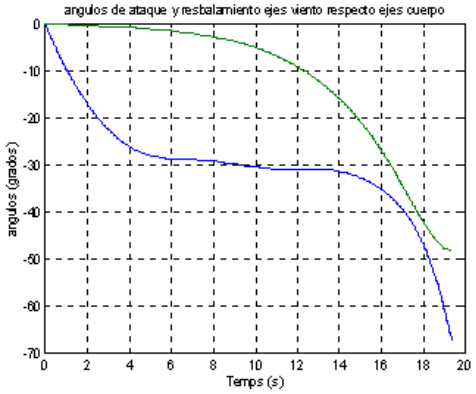


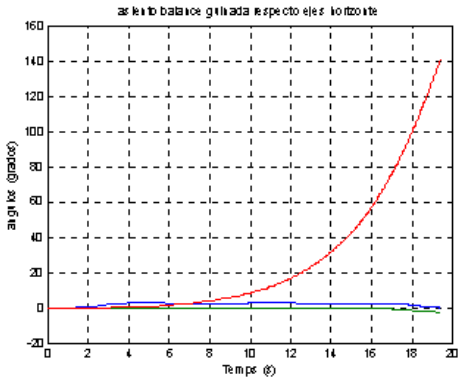
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = -10 grados

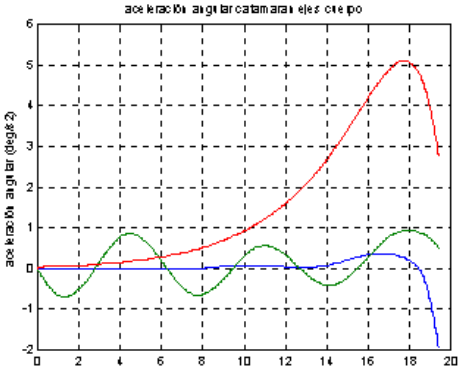
Modelo 1

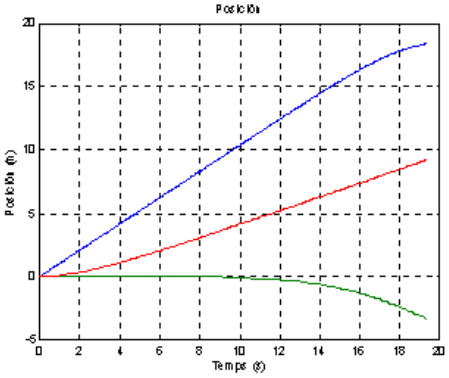






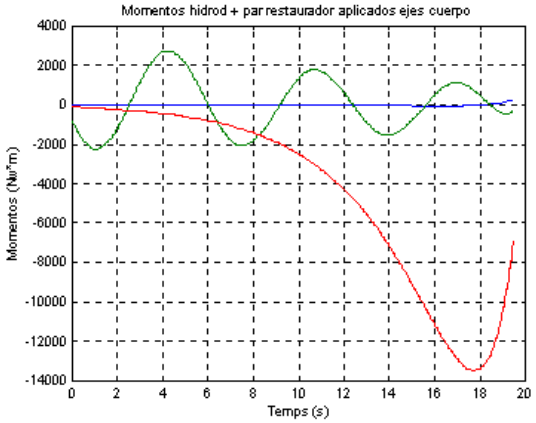


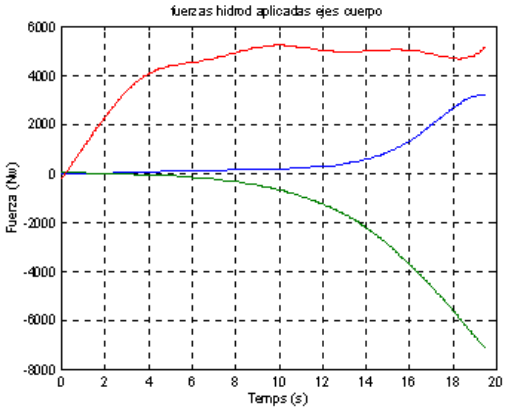


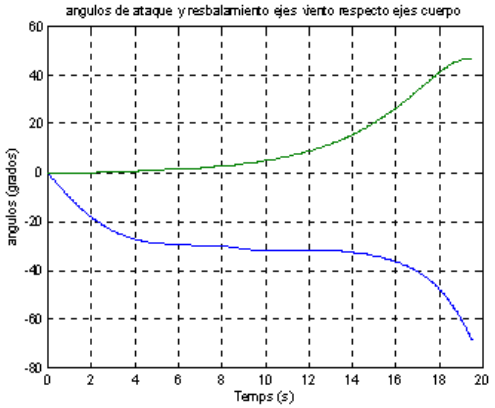


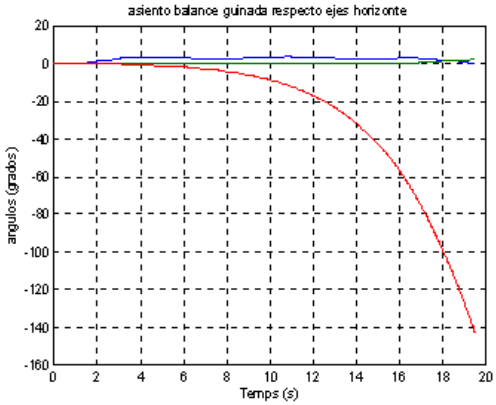
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p =0 grados
DELTA d = 10 grados

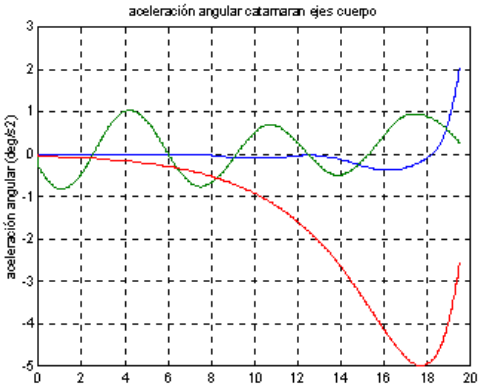
Modelo 1

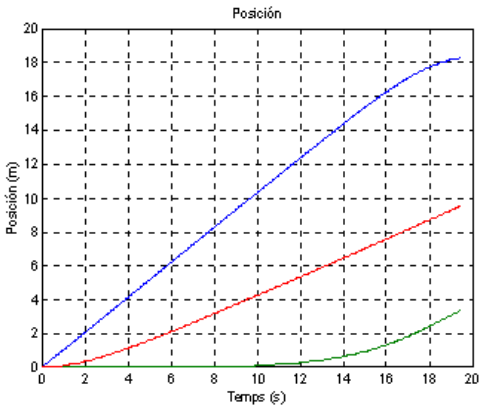






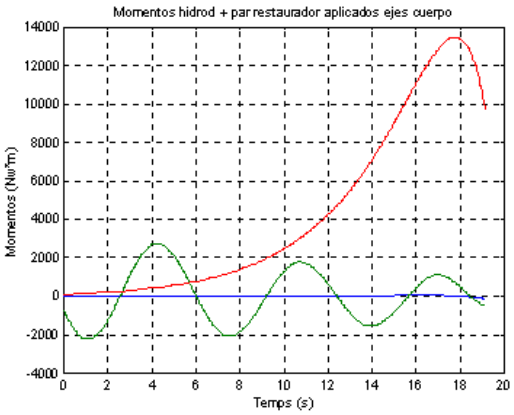


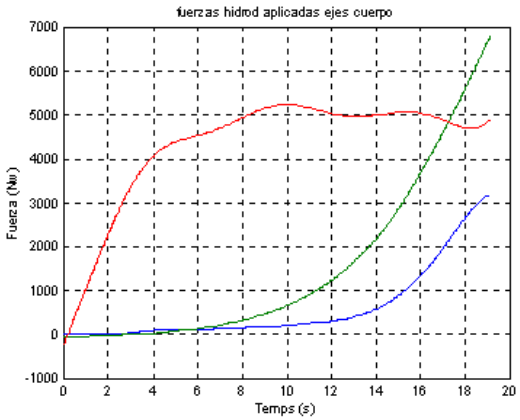


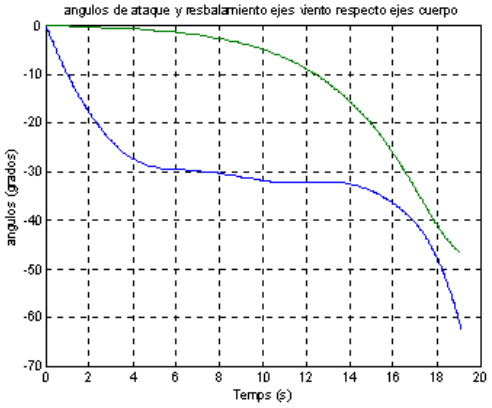


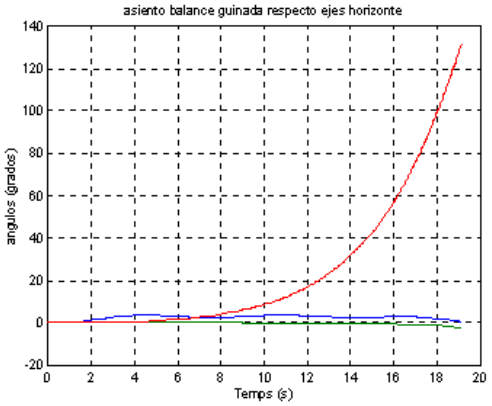
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = -10 grados

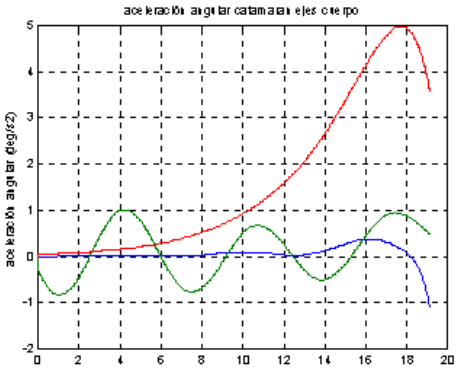
Modelo 1

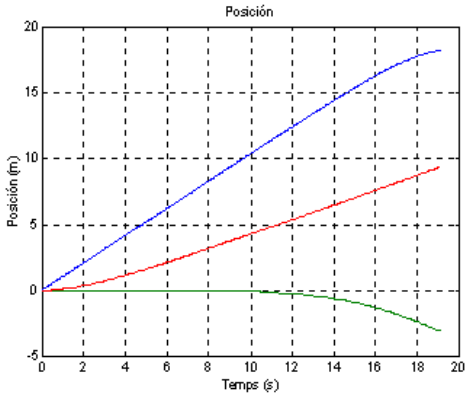






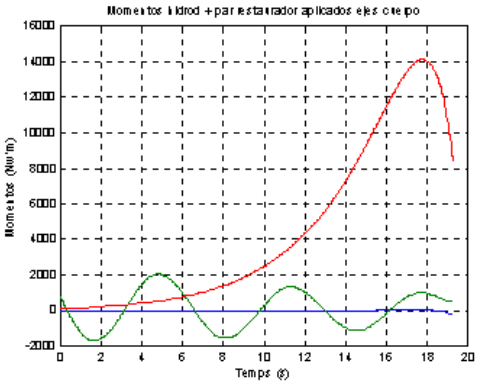


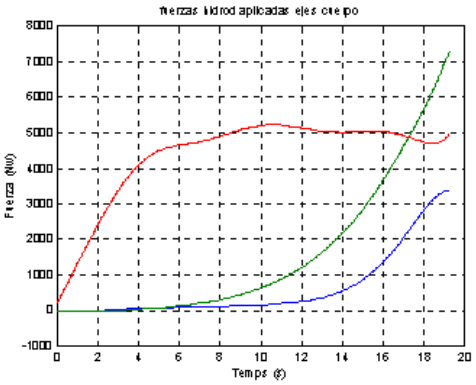


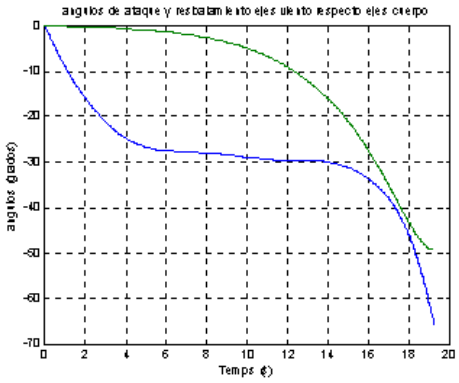


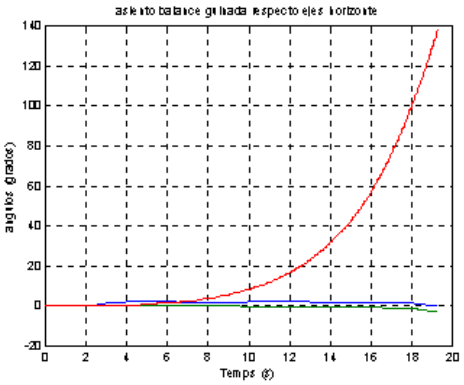
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 10 grados

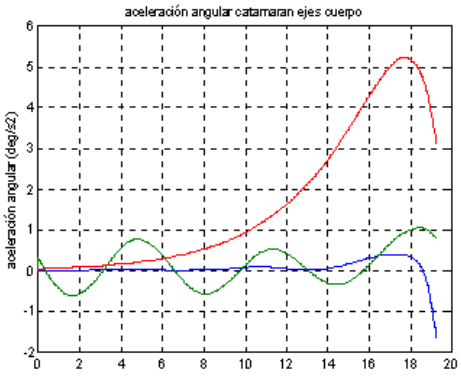
Modelo 1

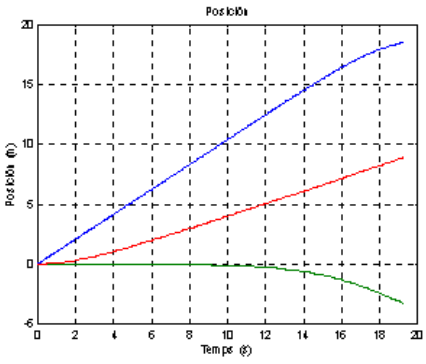






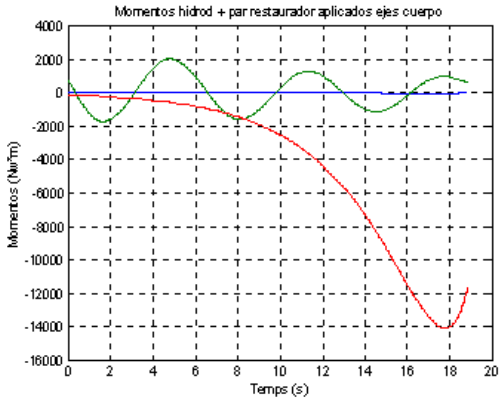


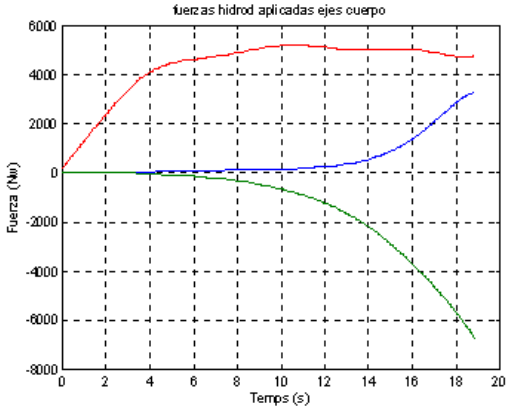


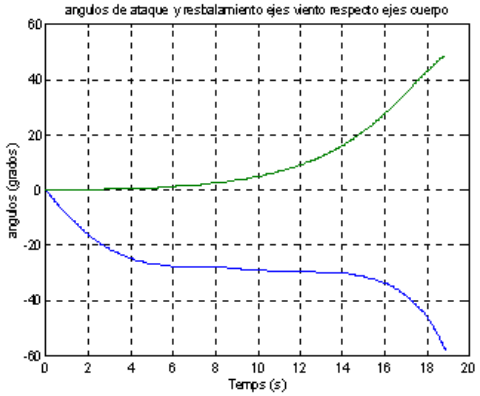


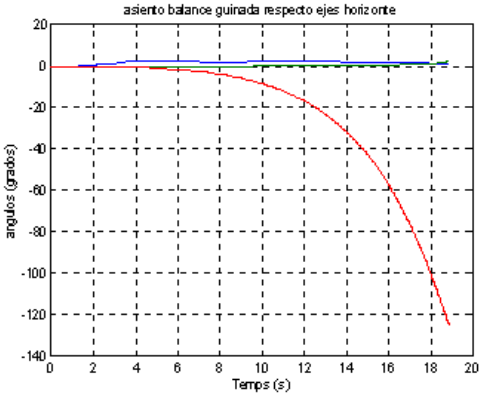
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 10 grados

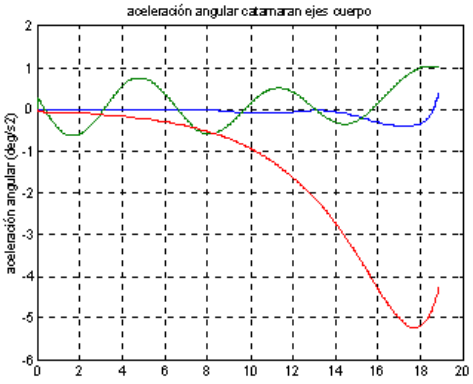
Modelo 1

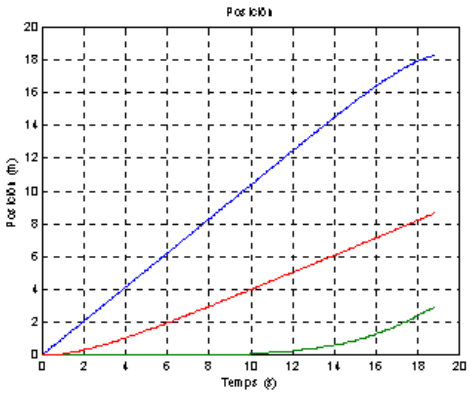






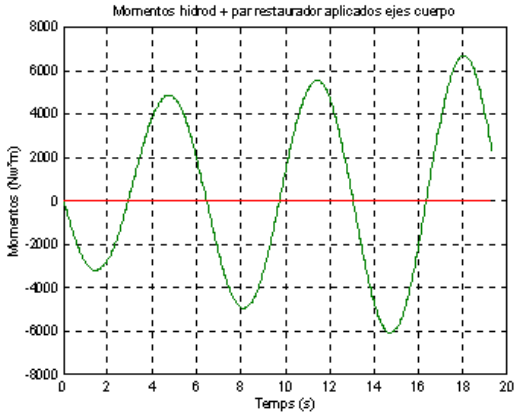


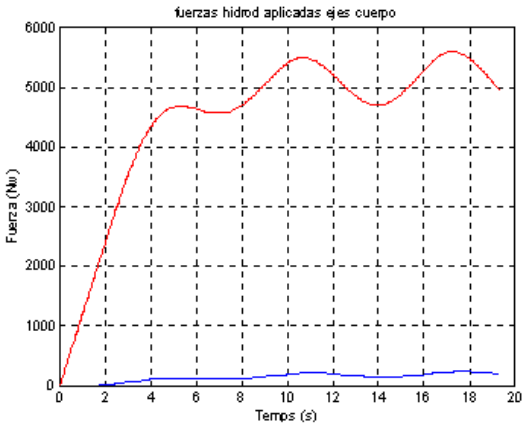


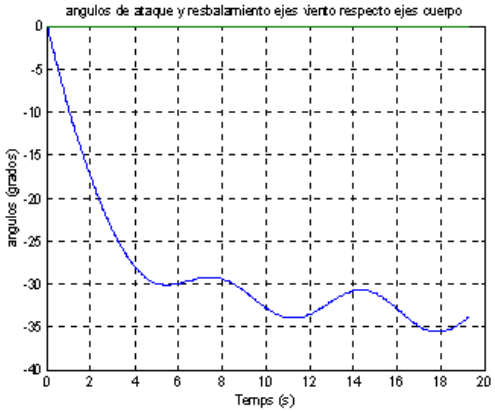


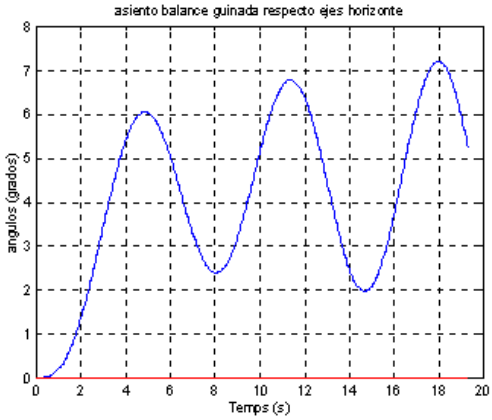
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = -10 grados

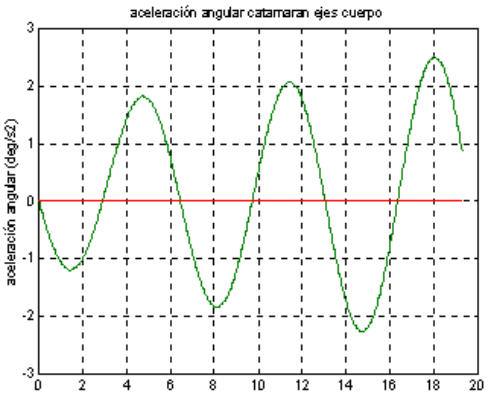
Modelo 2

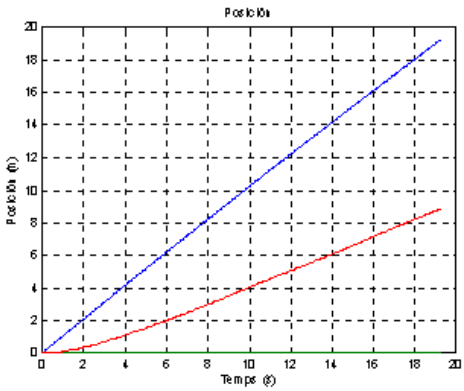






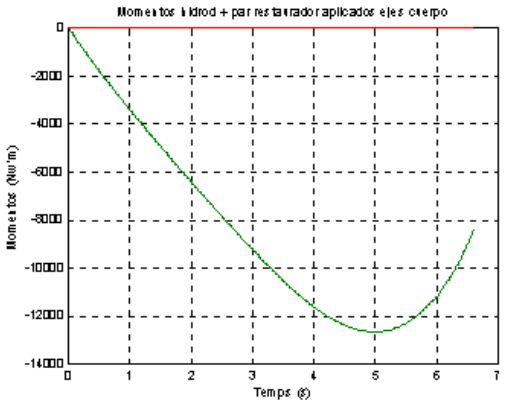


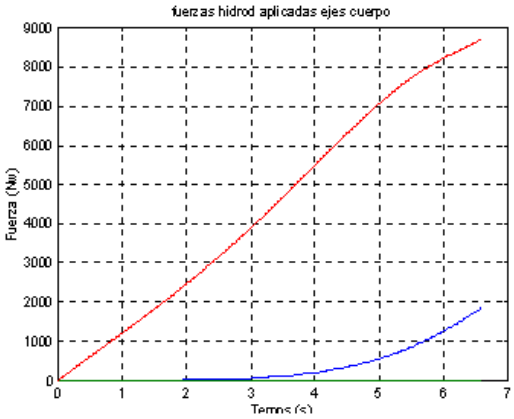


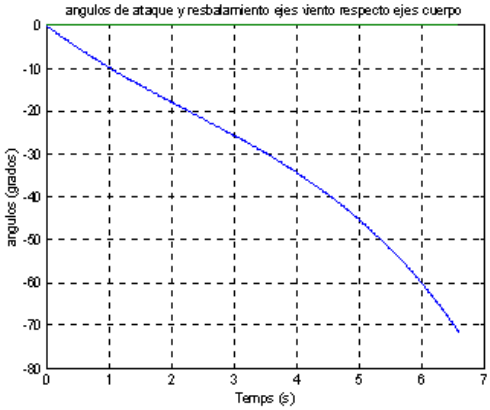


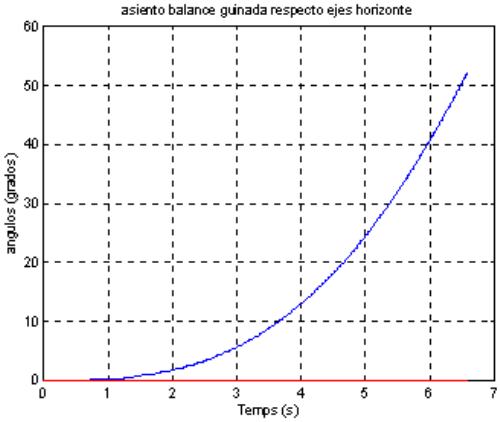
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados

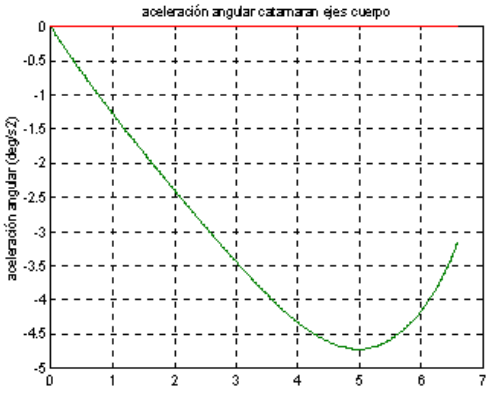
Modelo 2

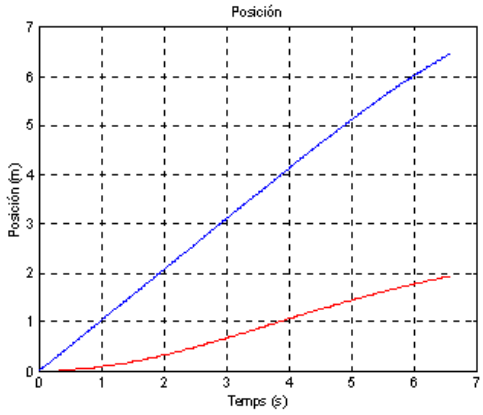






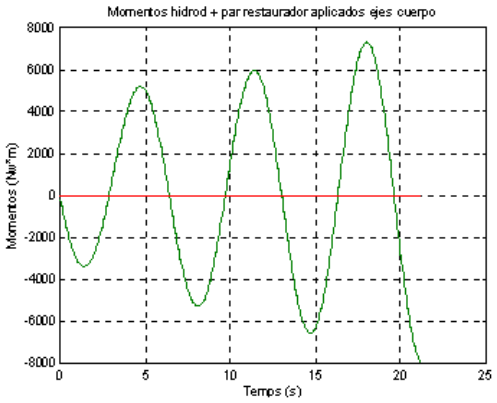


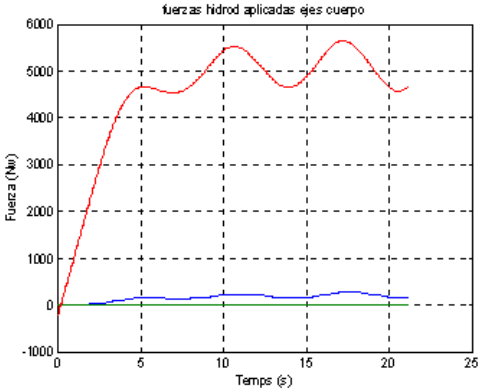


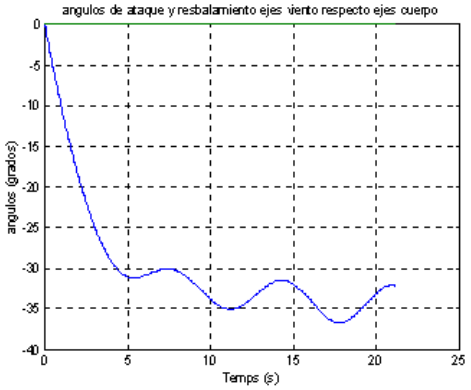


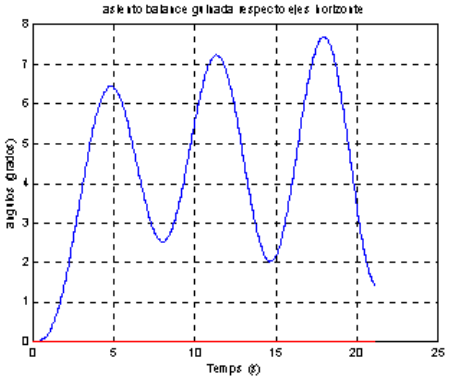
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p =0 grados
DELTA d = 0 grados
SIN PAR RESTAURADOR

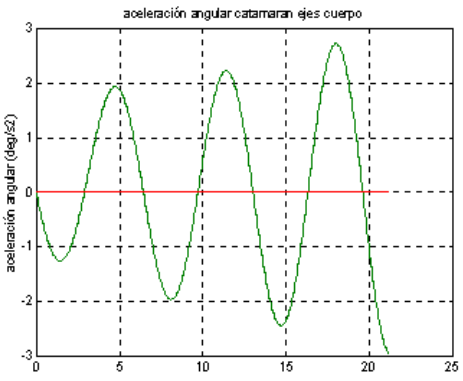
Modelo 2

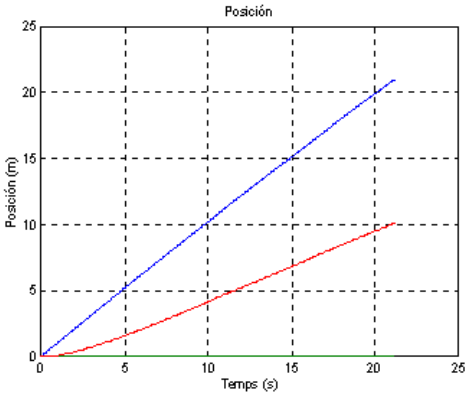






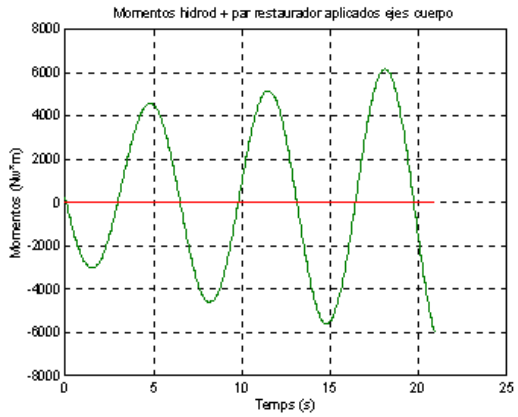


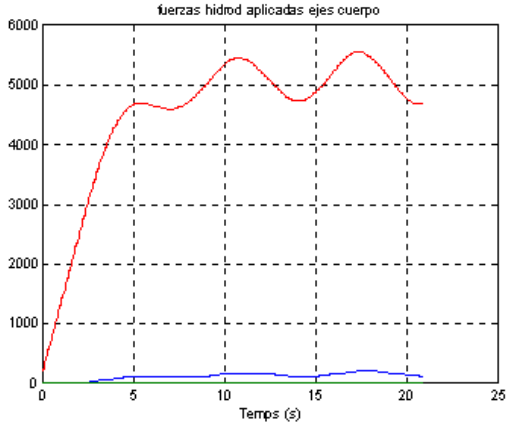


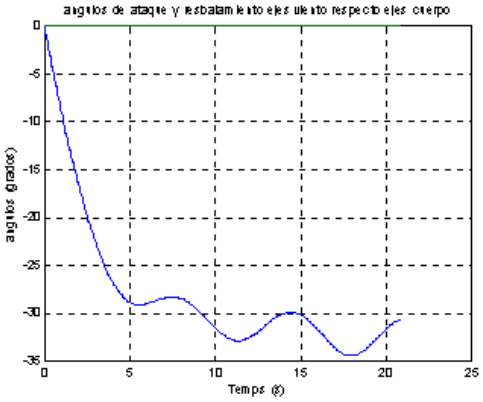


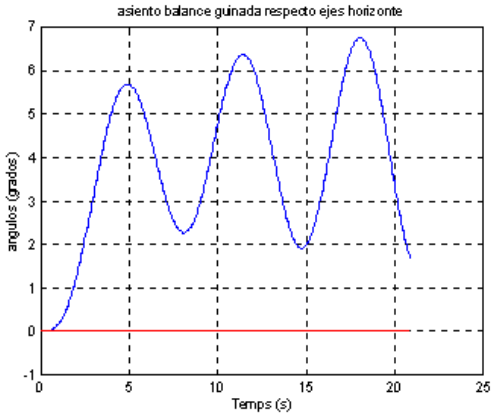
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 0 grados

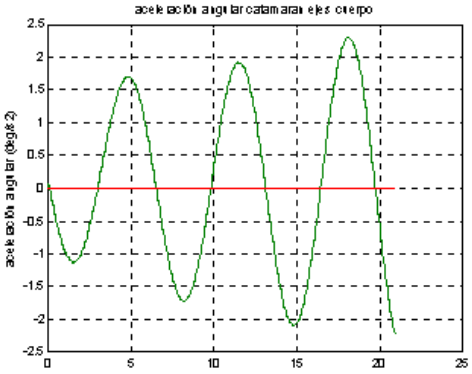
Modelo 2

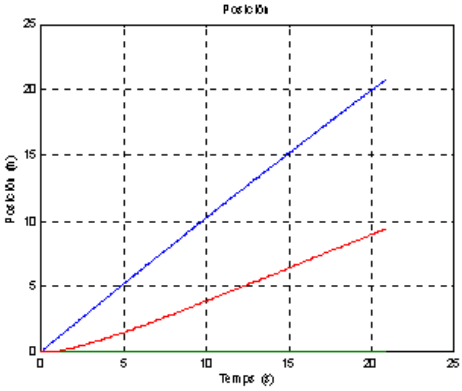






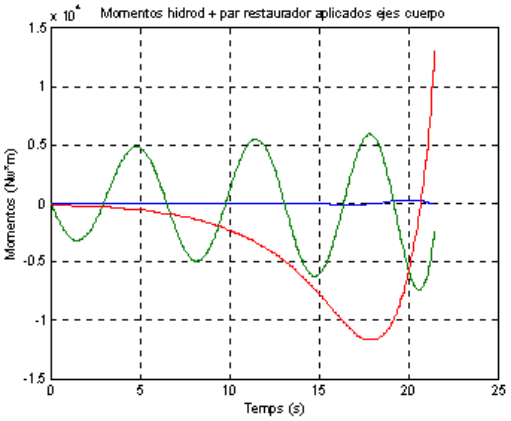


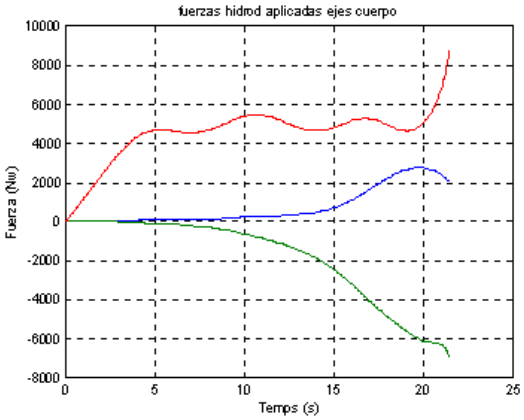


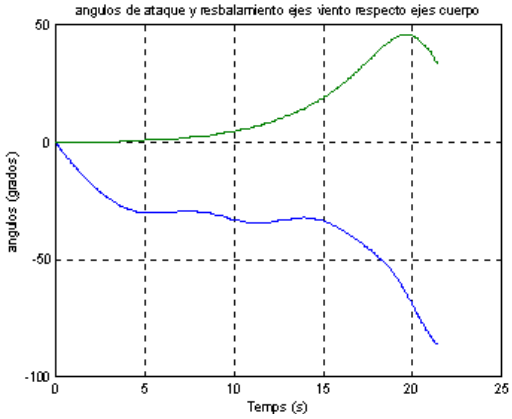


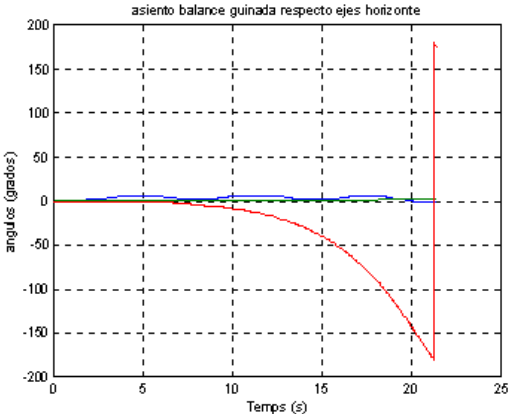
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 0 grados

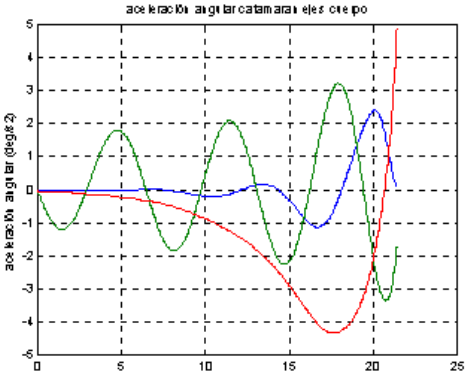
Modelo 2

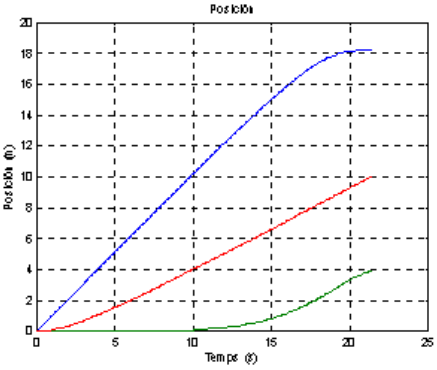






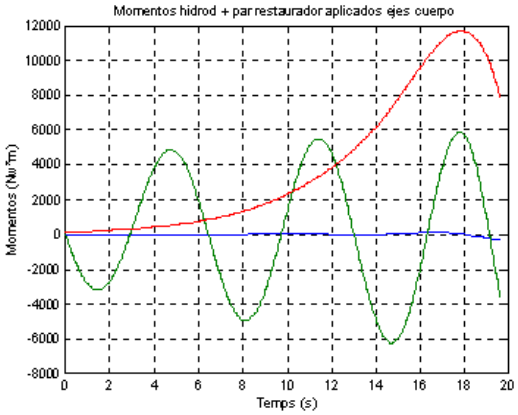


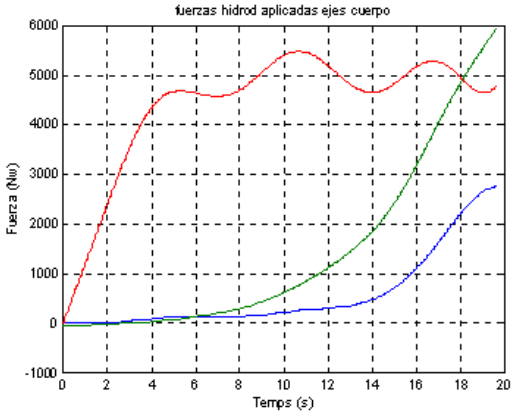


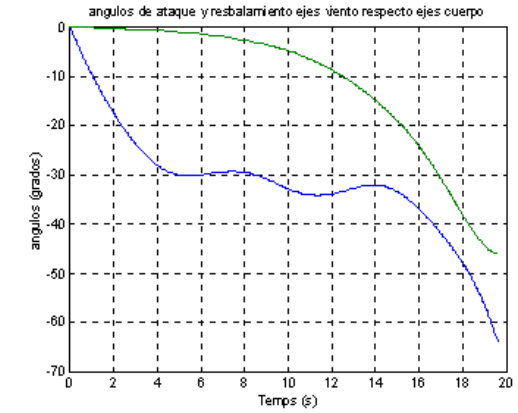


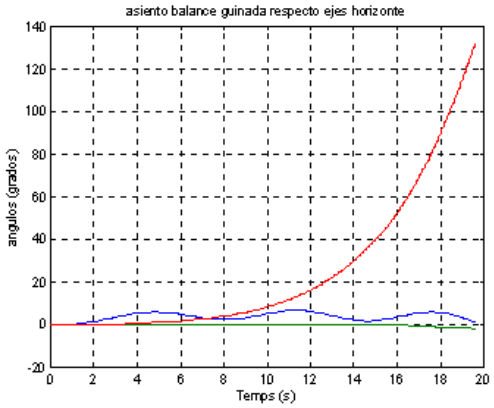
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = -10 grados

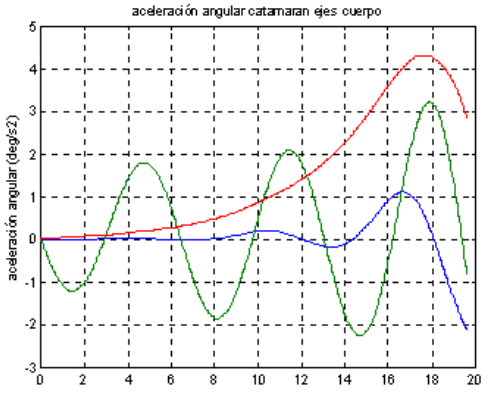
Modelo 2

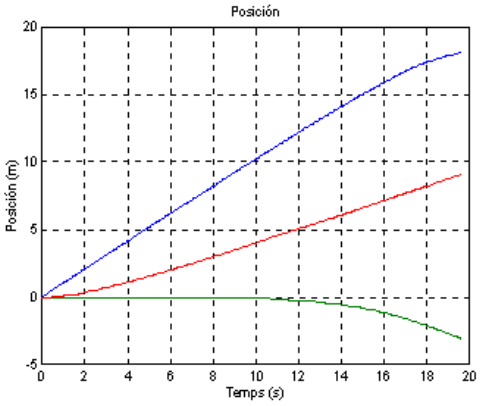






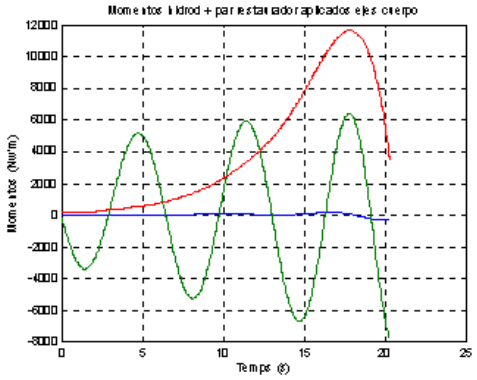


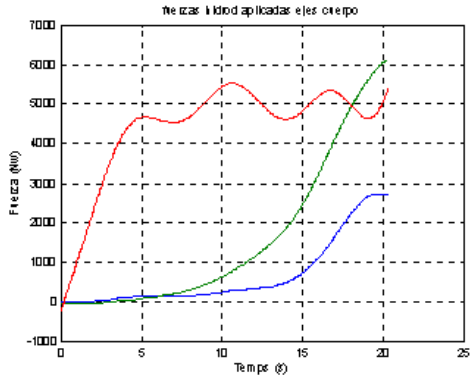


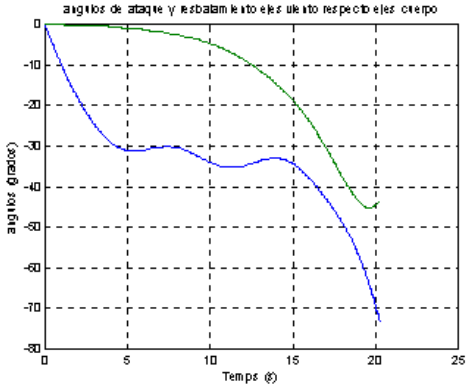


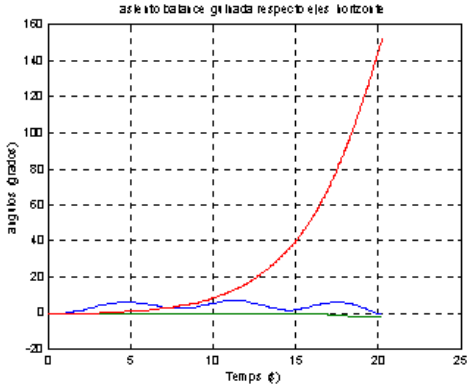
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 10 grados

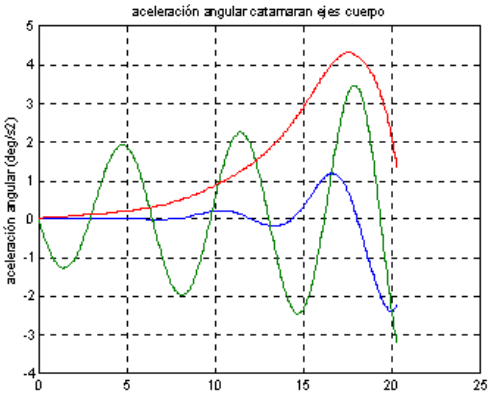
Modelo 2

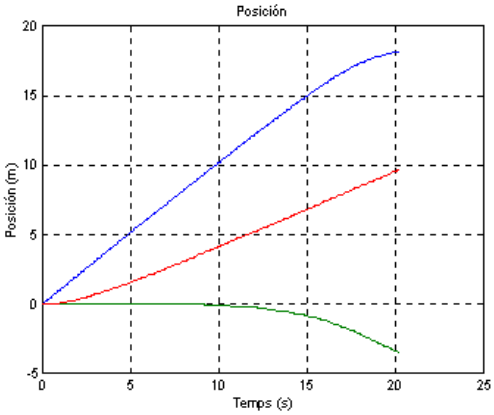






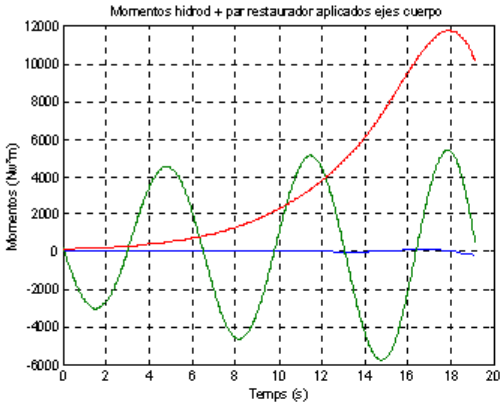


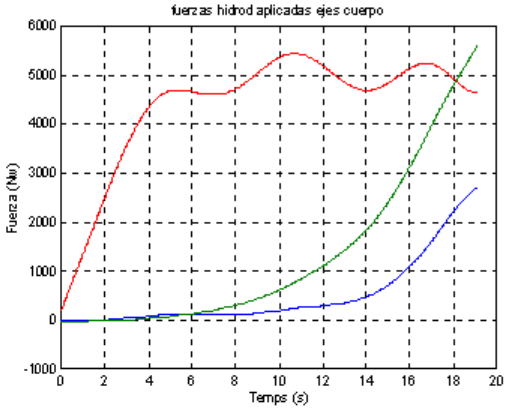


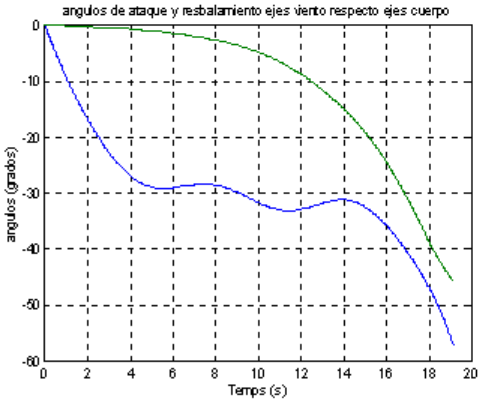


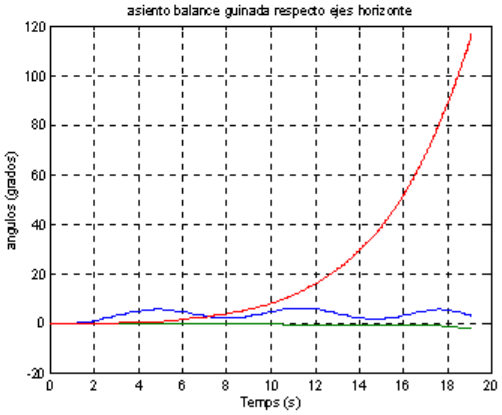
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 10 grados

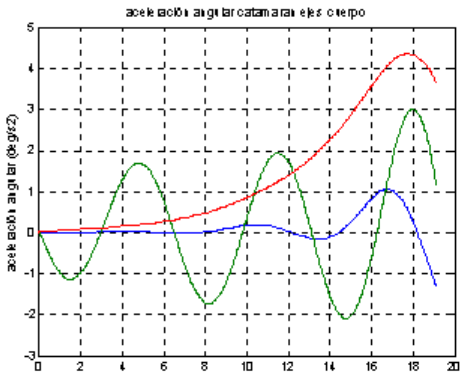
Modelo 2

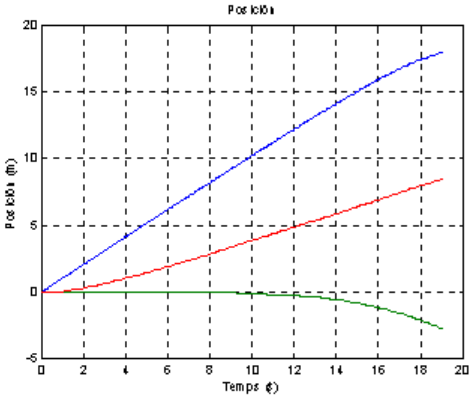






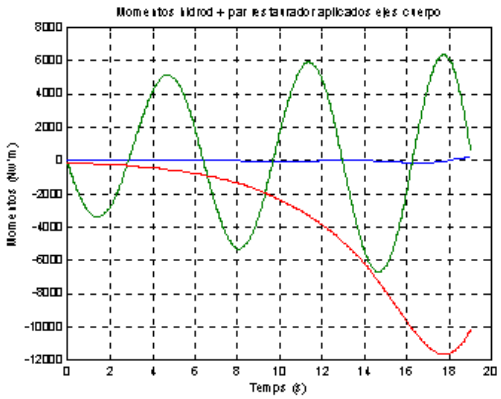


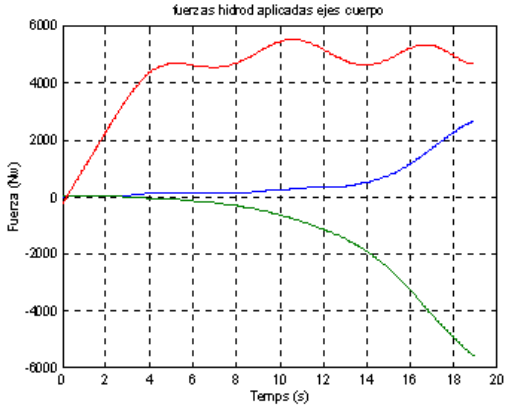


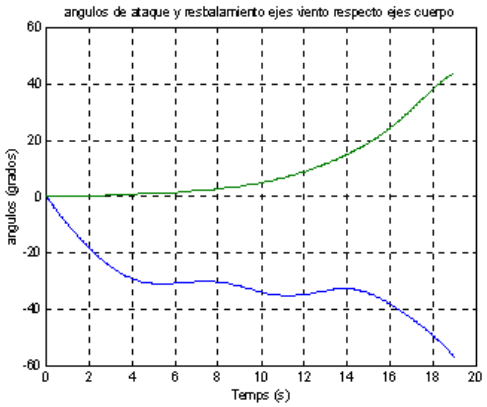


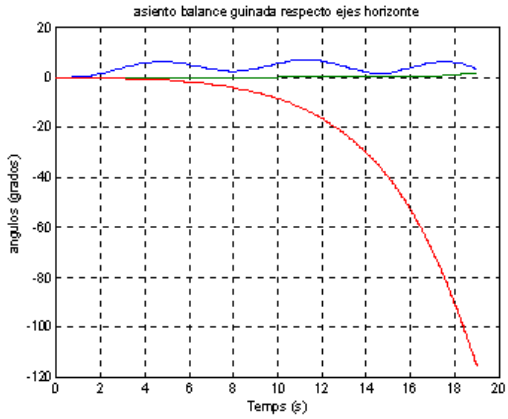
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 10 grados

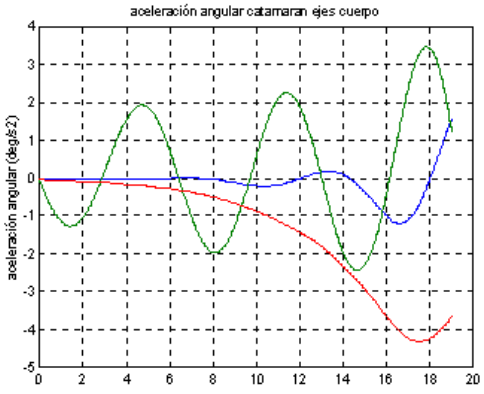
Modelo 2

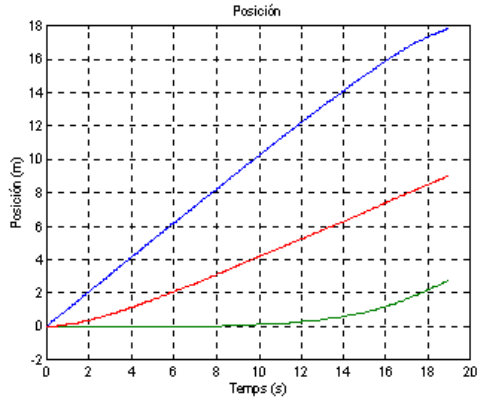






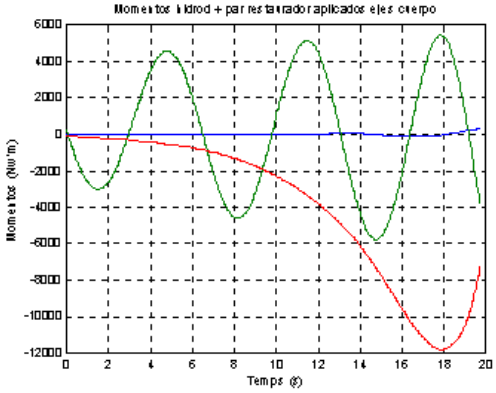


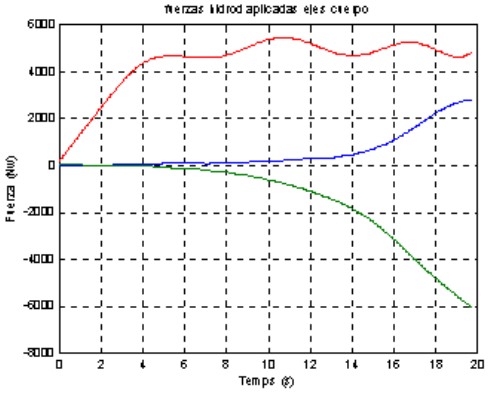


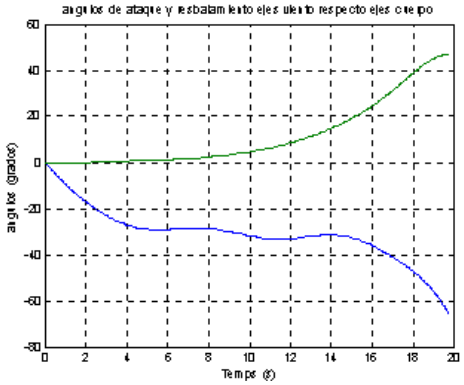


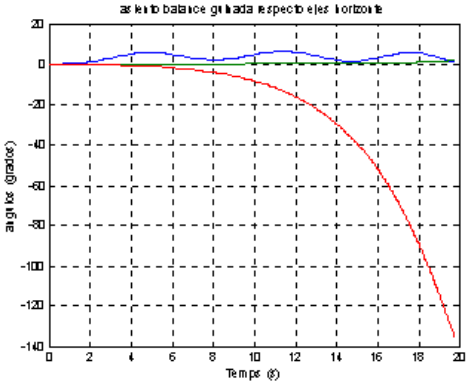
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = -10 grados

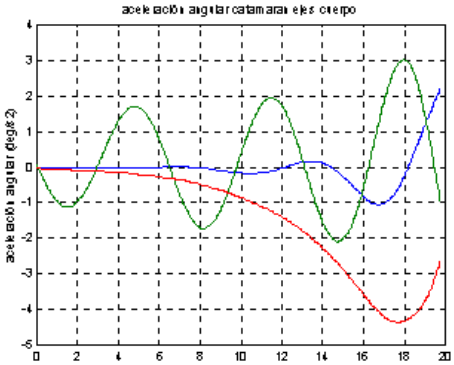
Modelo 2

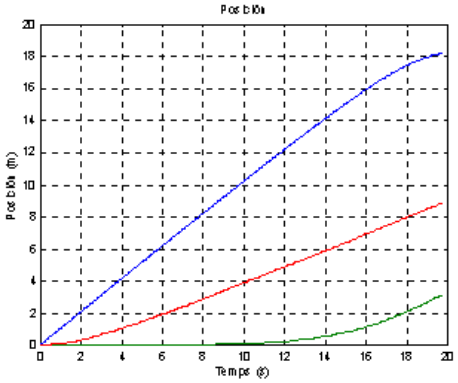






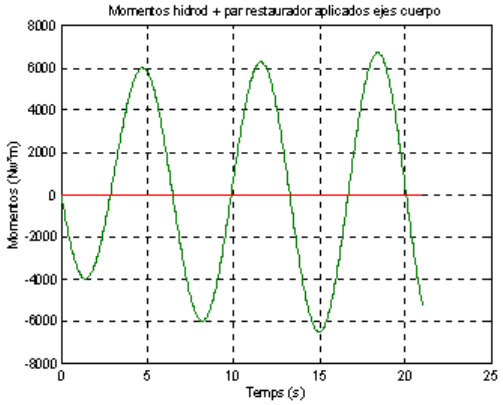


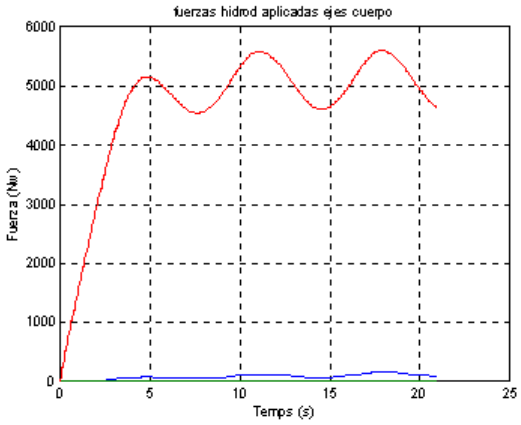


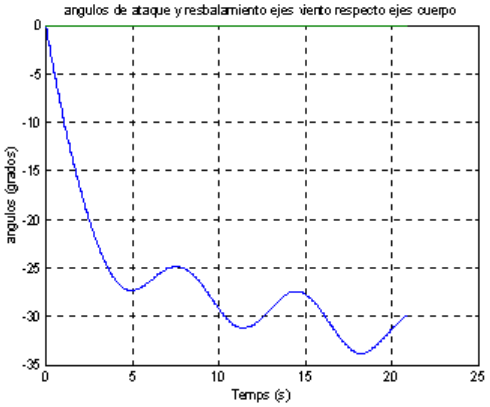


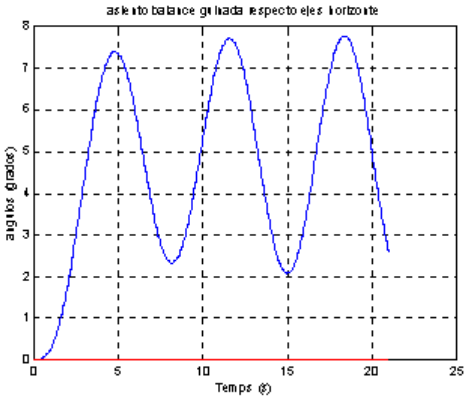
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = -10 grados

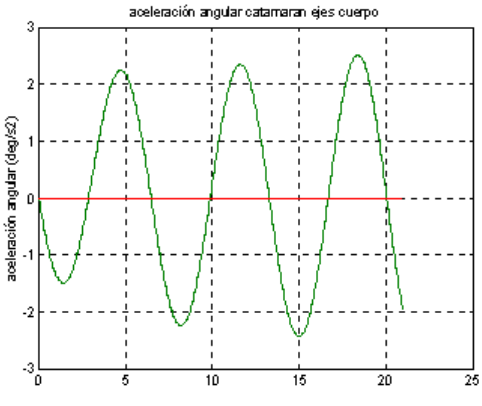
Modelo 3

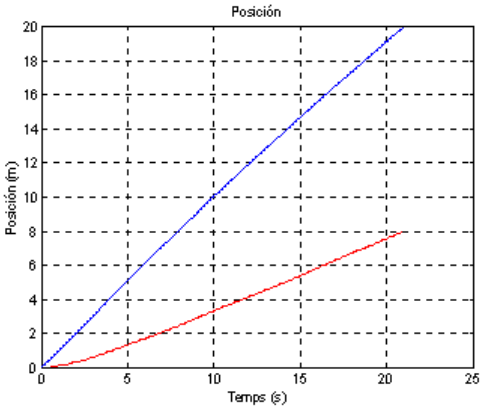






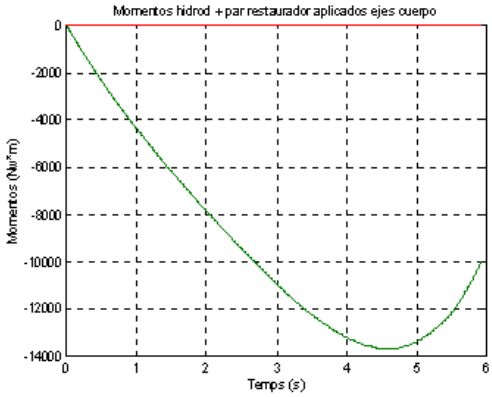


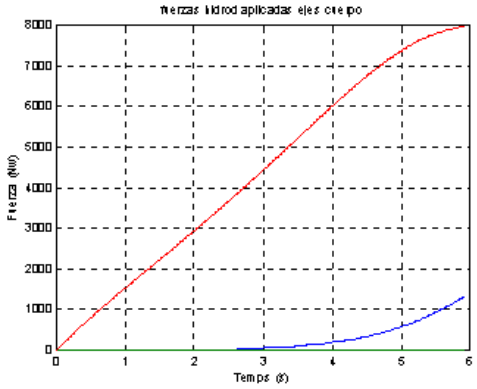


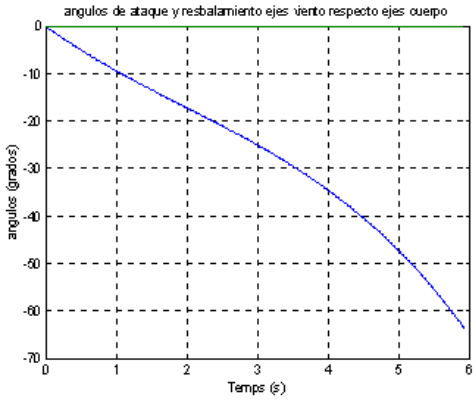


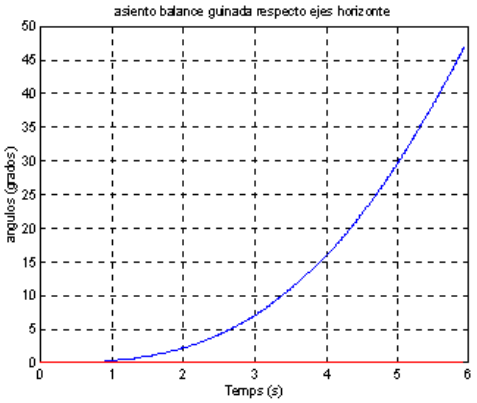
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p 2= 0 grados
DELTA d = 0 grados

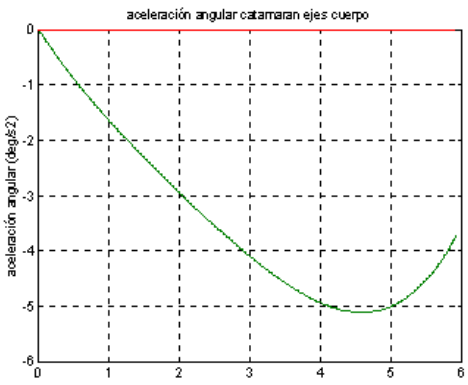
Modelo 3

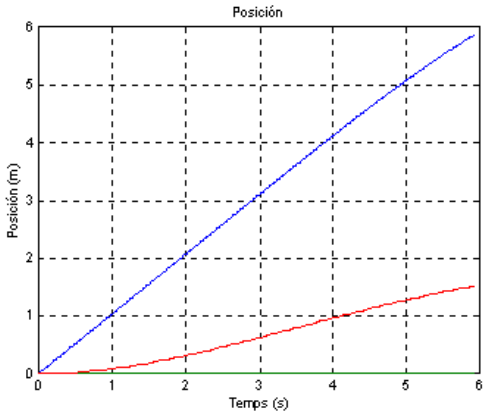






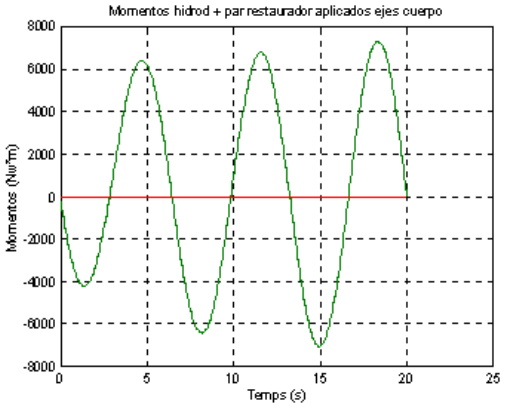


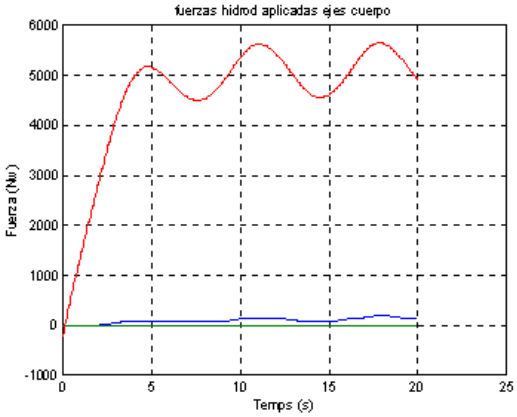


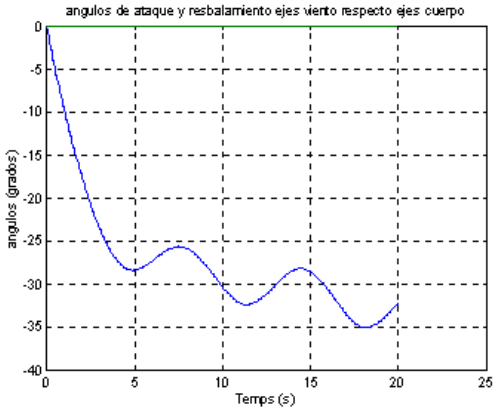


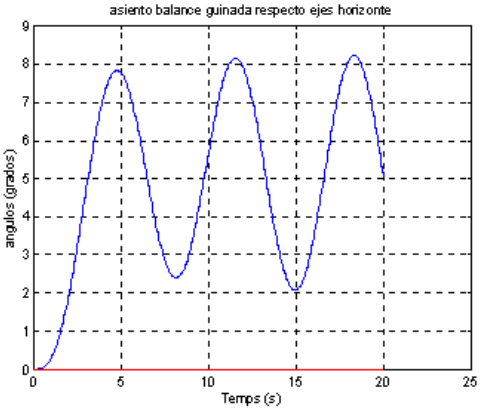
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 0 grados
SIN PAR RESTAURADOR

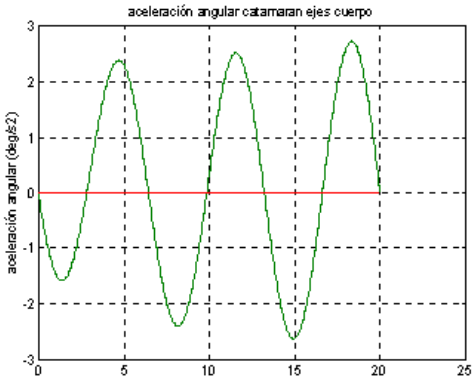
Modelo 3

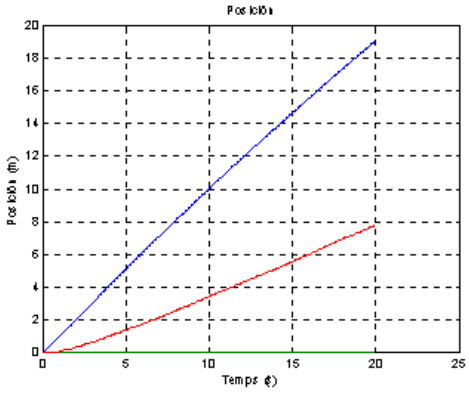






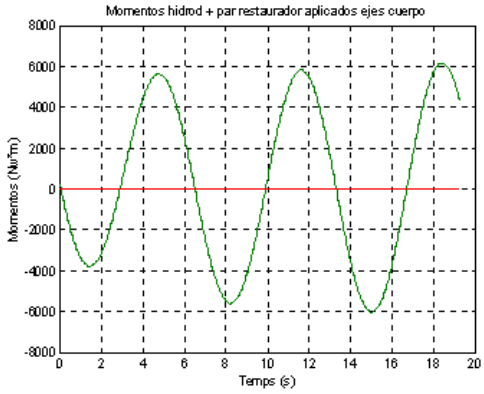


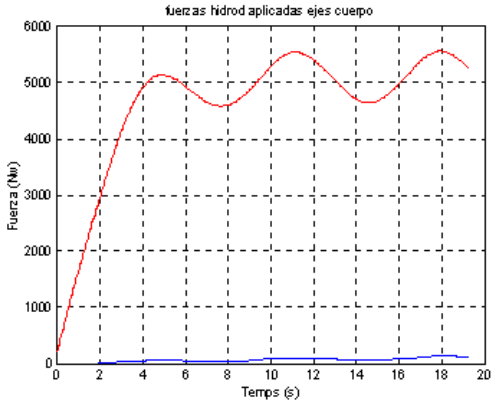


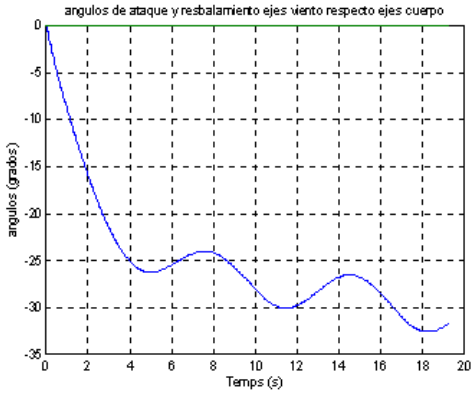


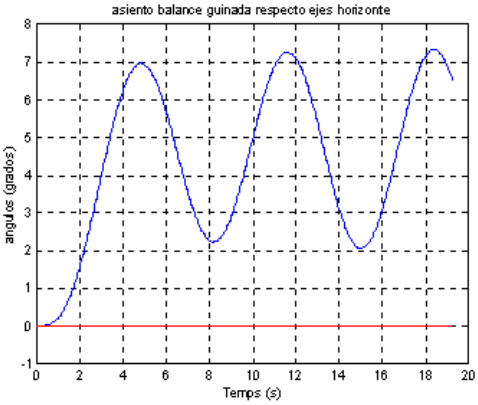
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 0 grados

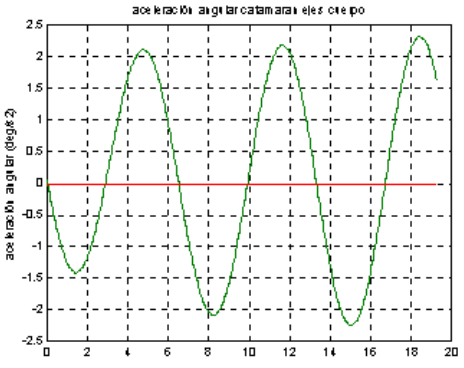
Modelo 3

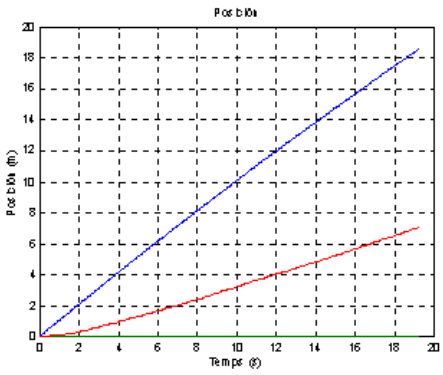






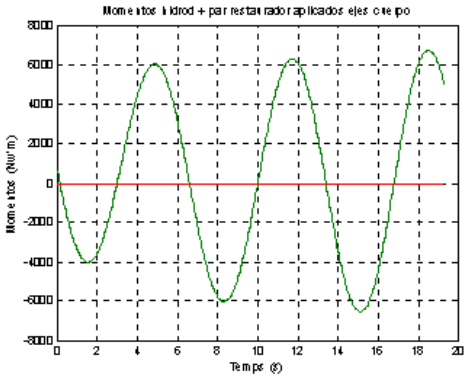


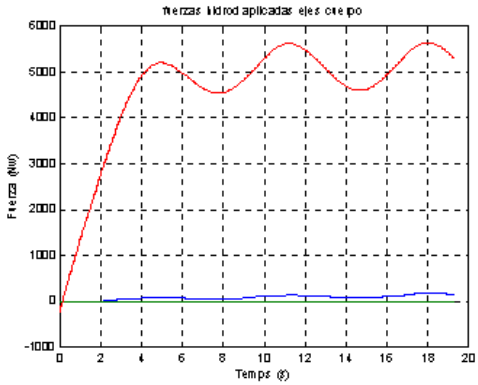


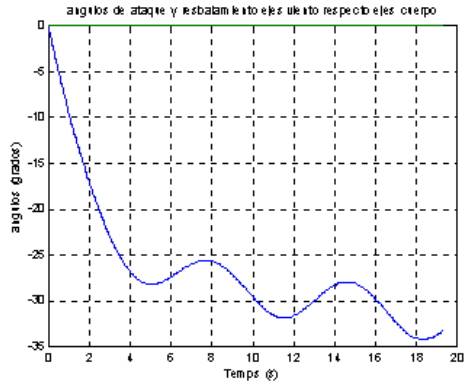


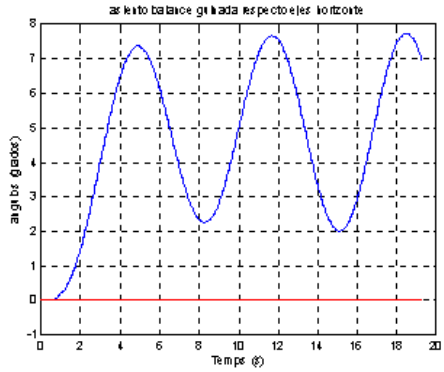
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = -10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 0 grados

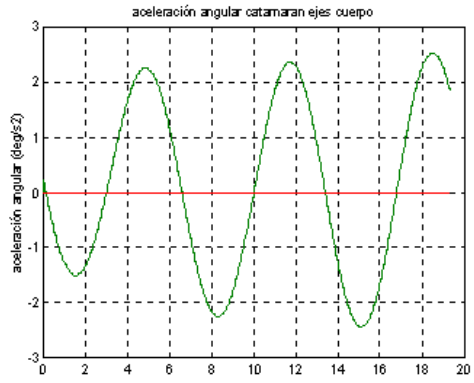
Modelo 3

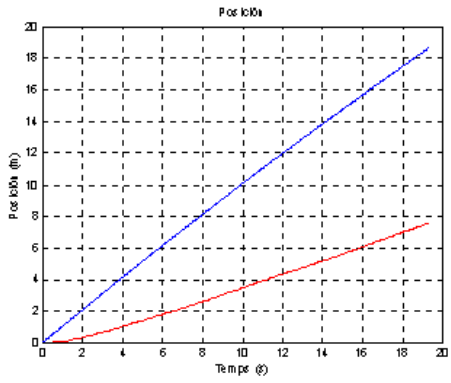






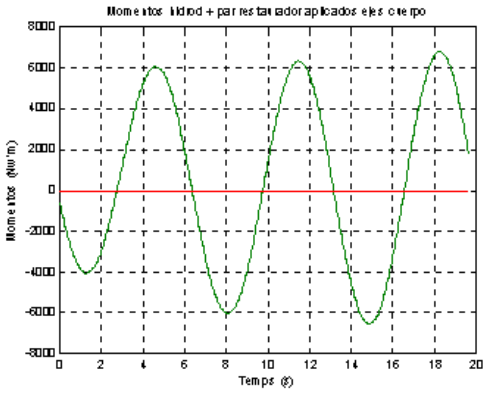


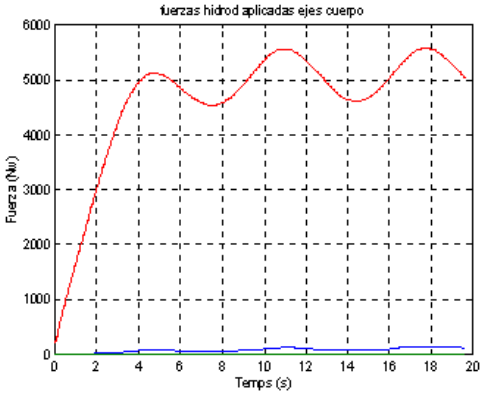


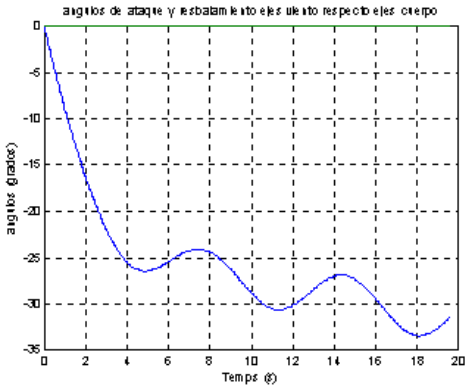


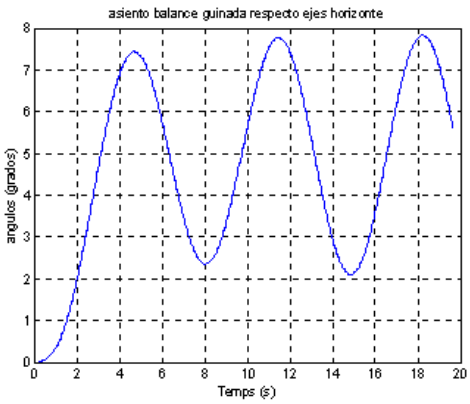
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 10 grados
DELTA d = 0 grados

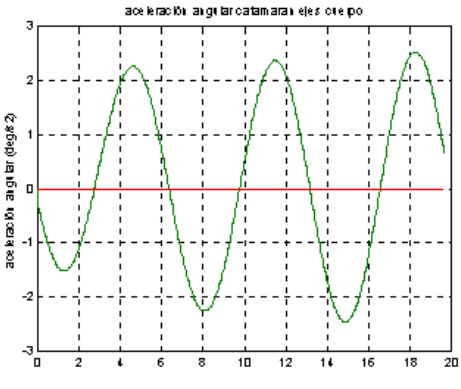
Modelo 3

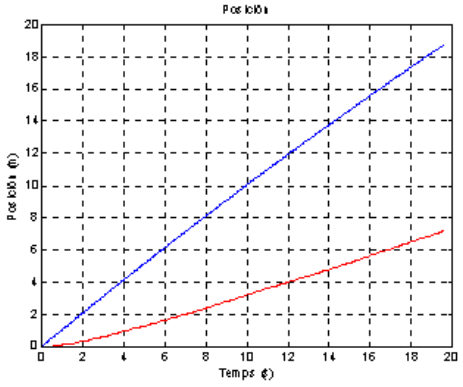






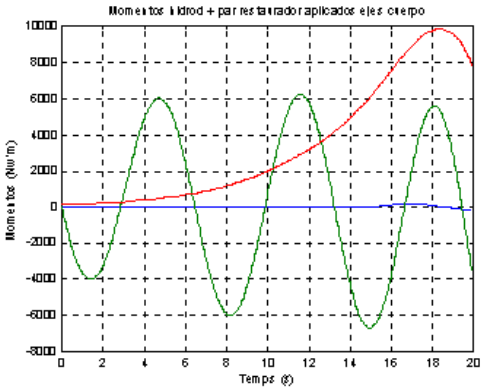


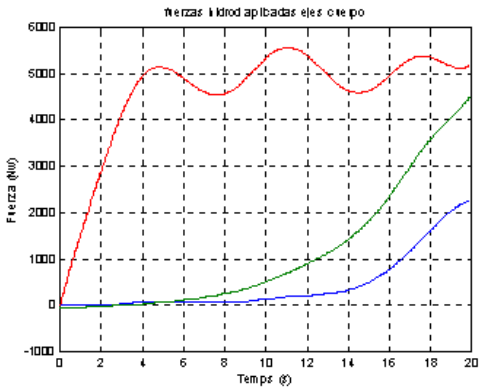


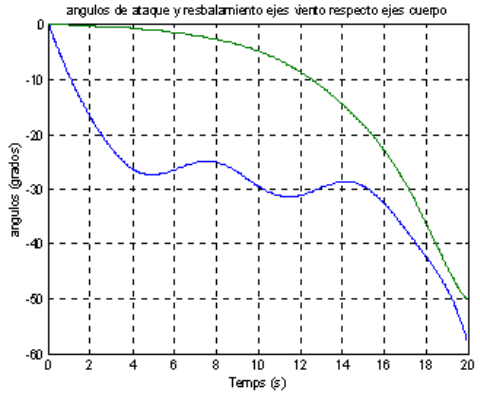


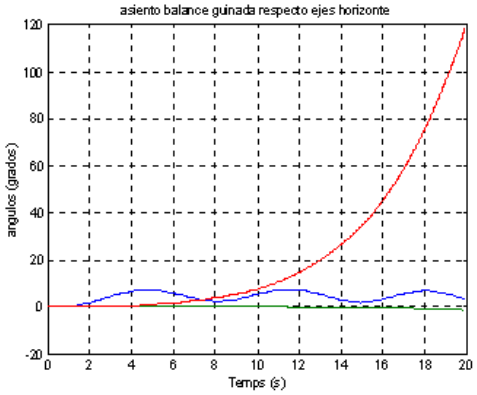
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = -10 grados
DELTA d = 0 grados

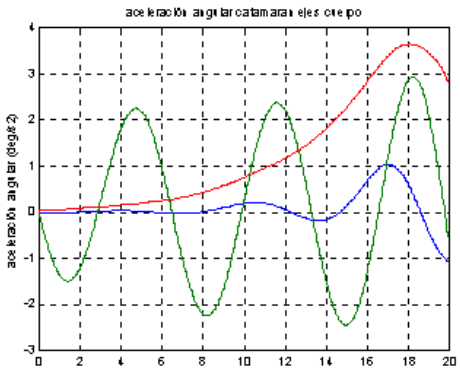
Modelo 3

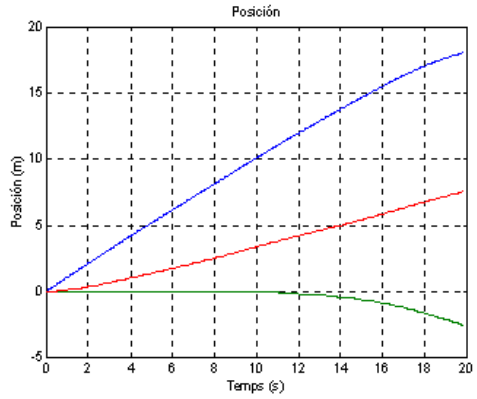






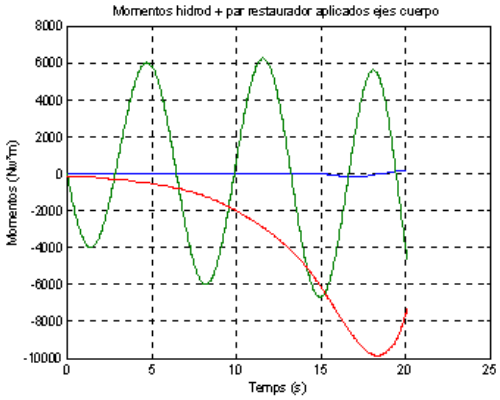


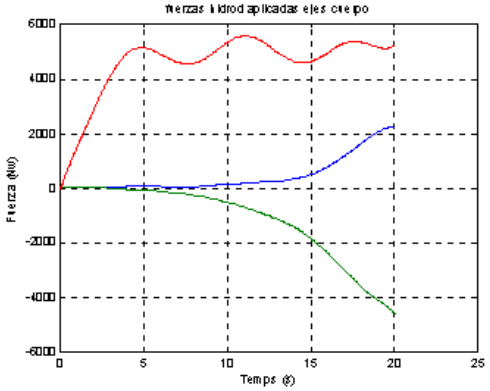


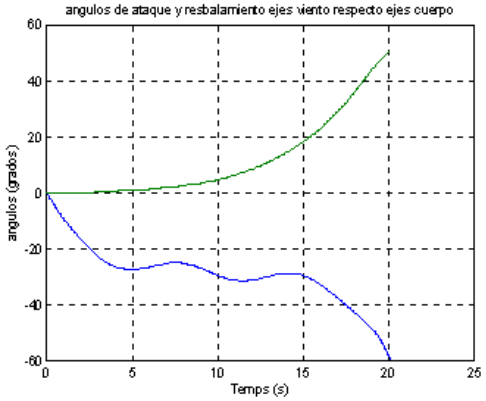


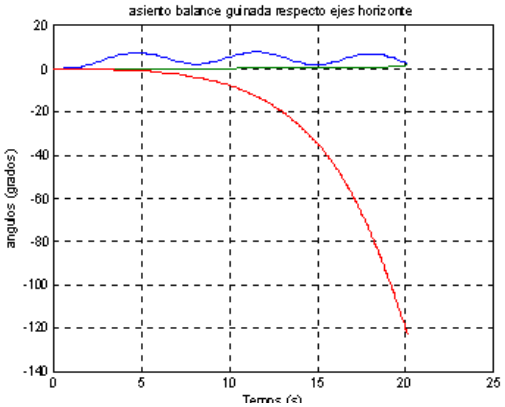
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 10 grados

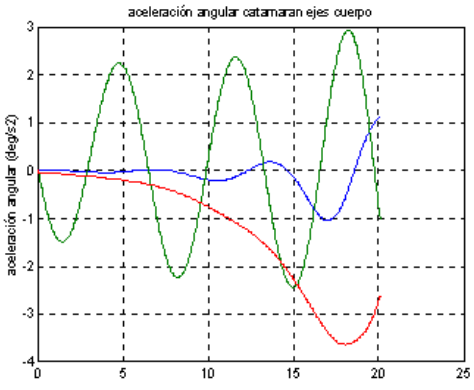
Modelo 3

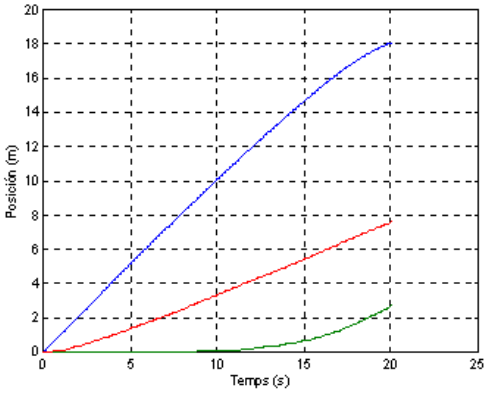






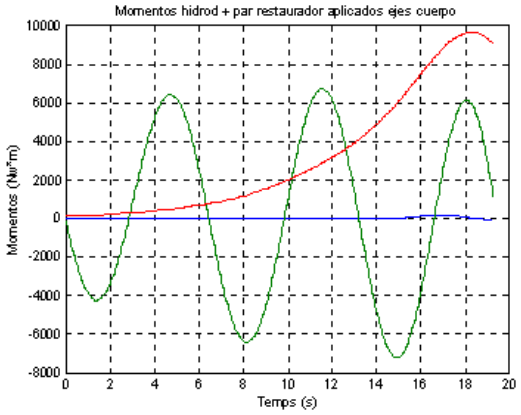


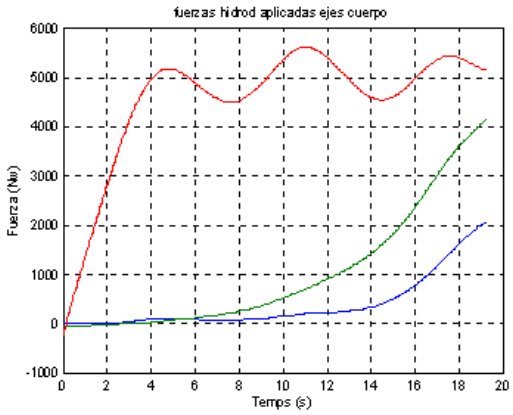


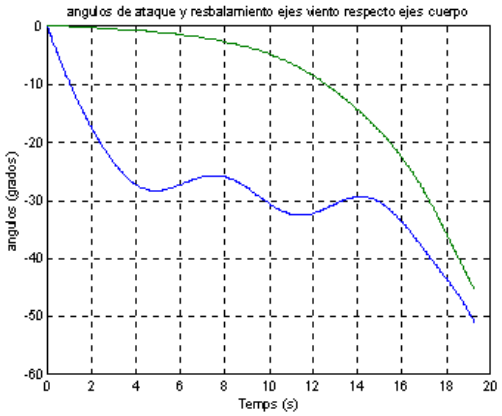


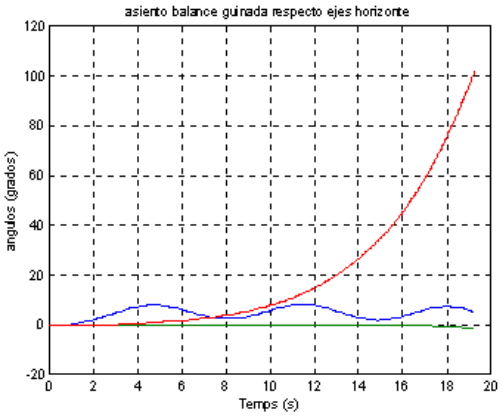
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = -10 grados

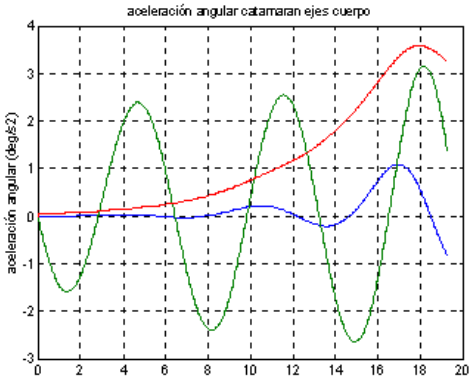
Modelo 3

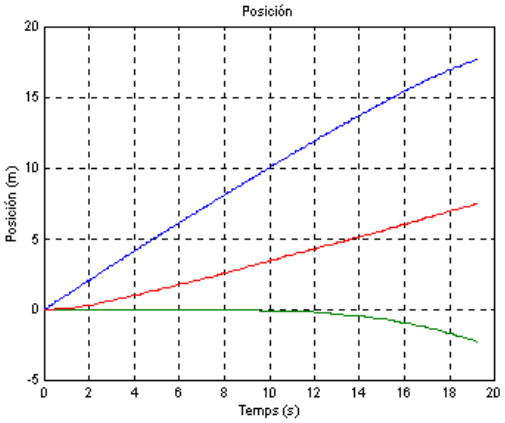






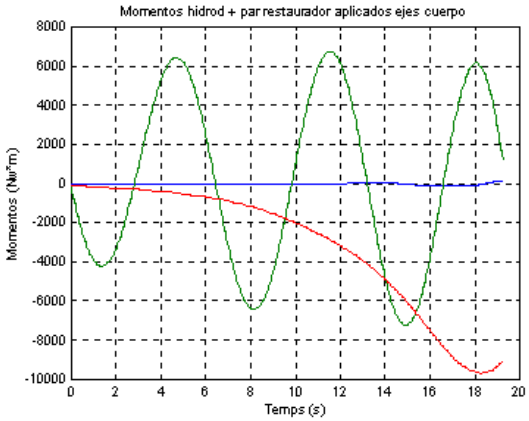


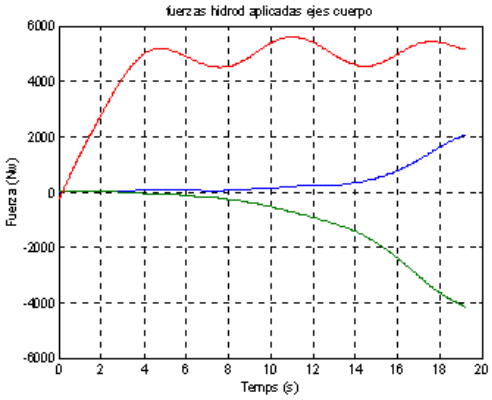


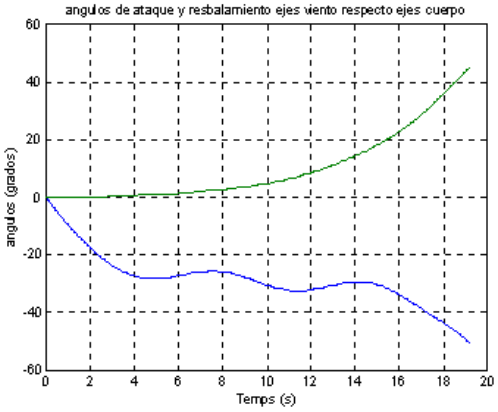


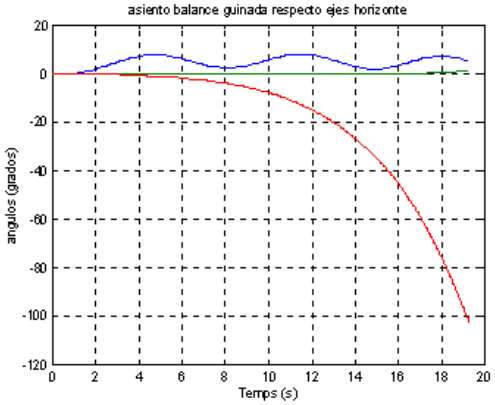
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 10 grados

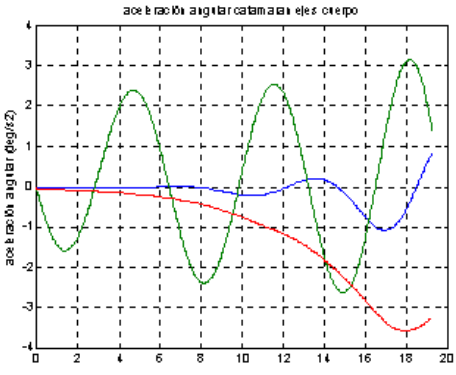
Modelo 3

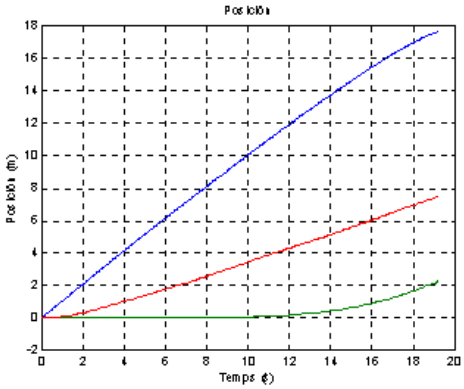






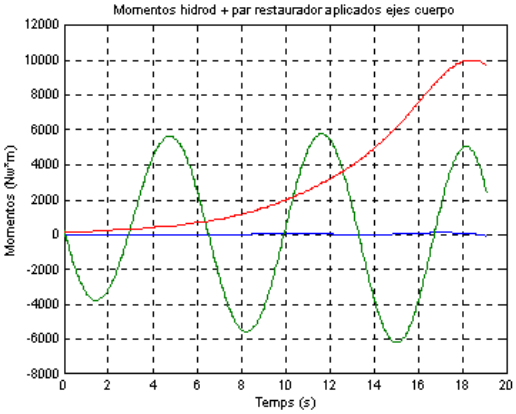


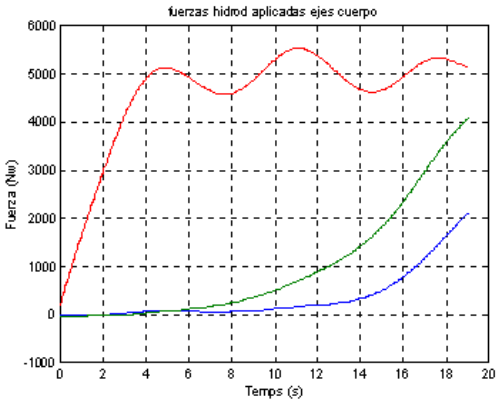


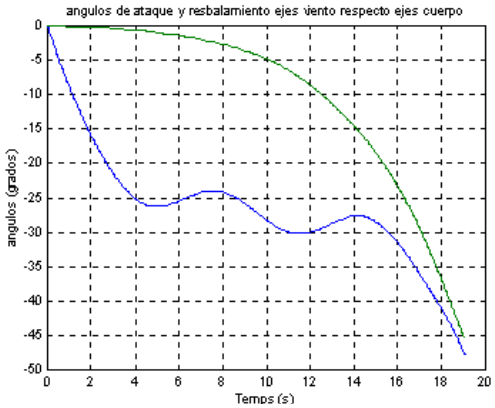


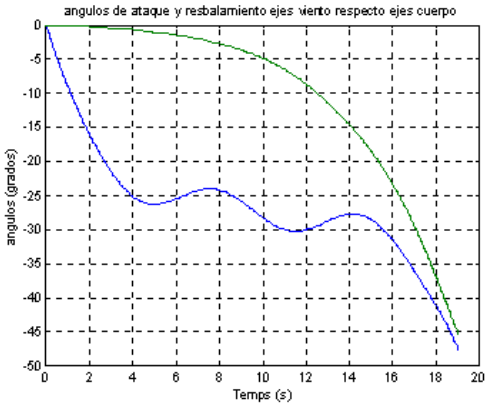
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = -10 grados

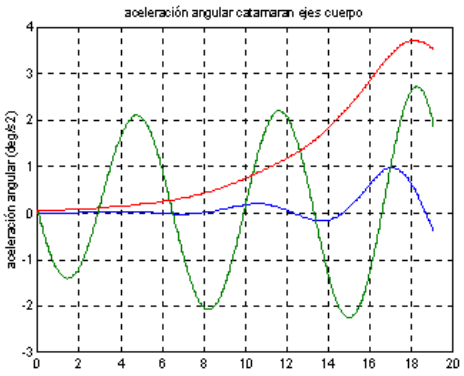
Modelo 3

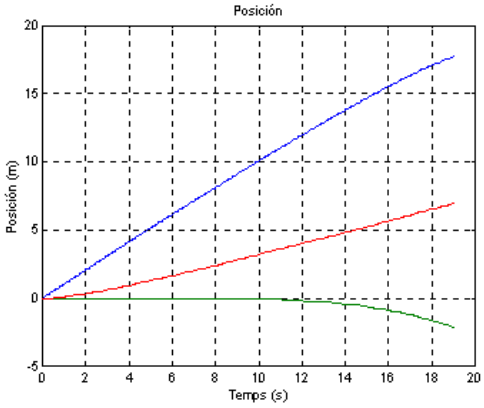






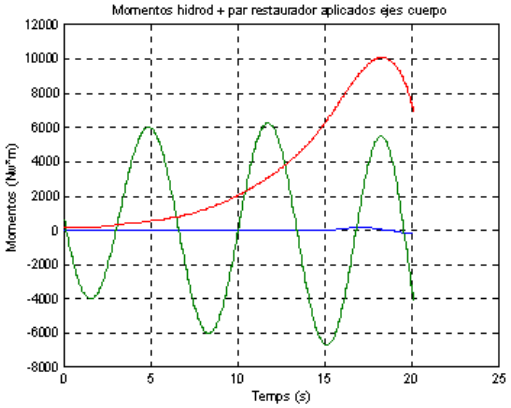


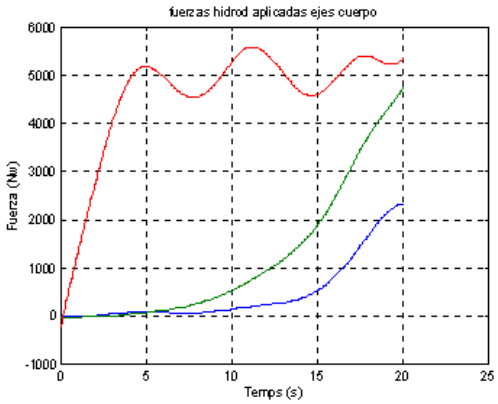


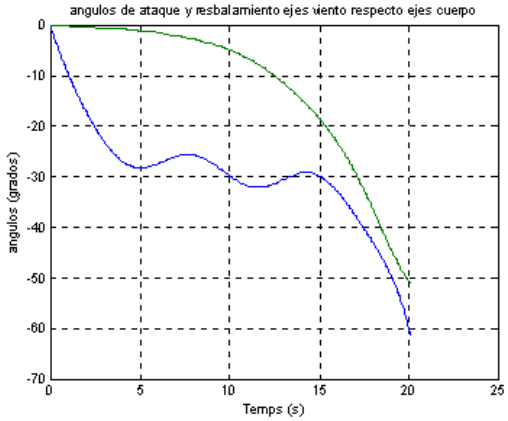


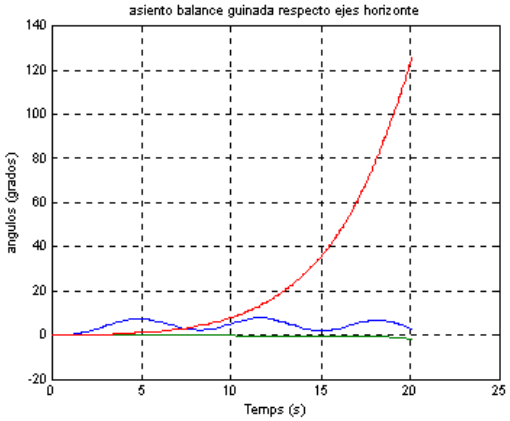
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = -10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 10 grados

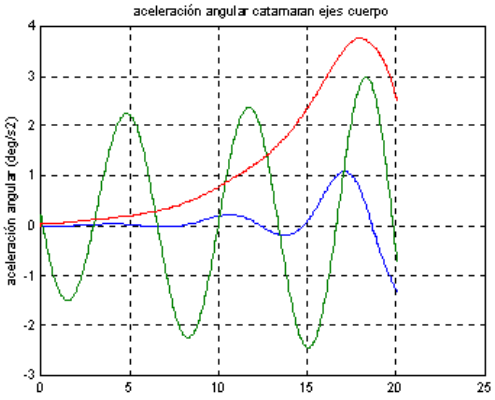
Modelo 3

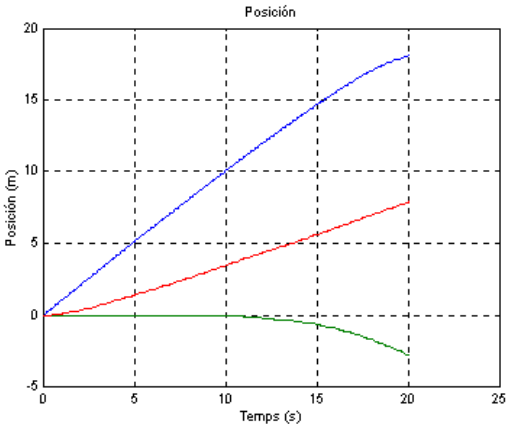






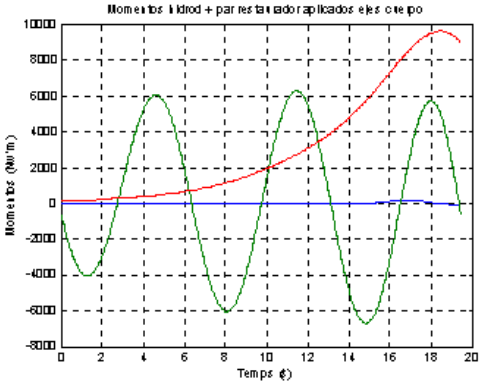


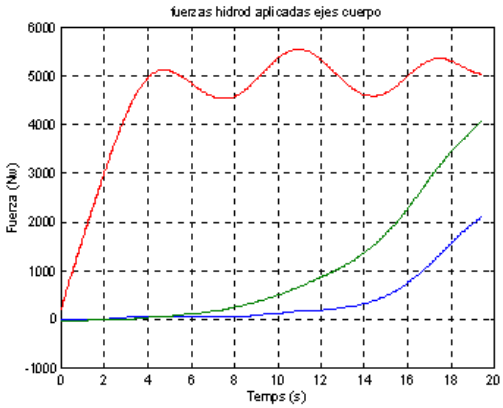


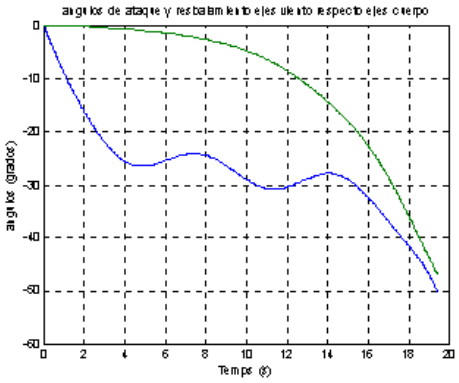


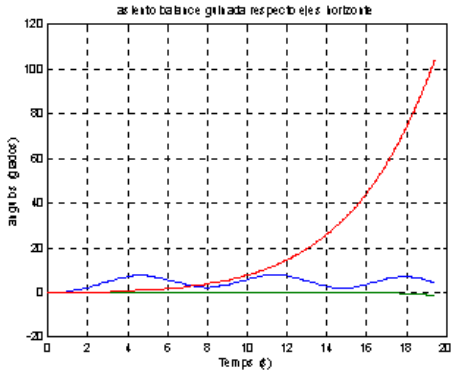
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 10 grados
DELTA d = 10 grados

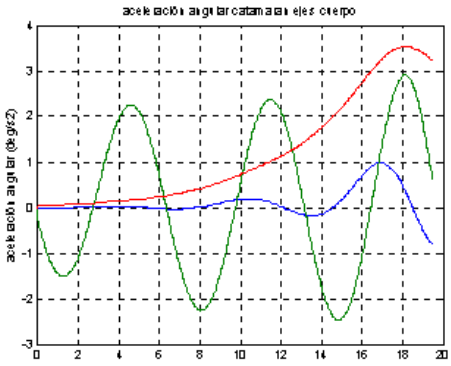
Modelo 3

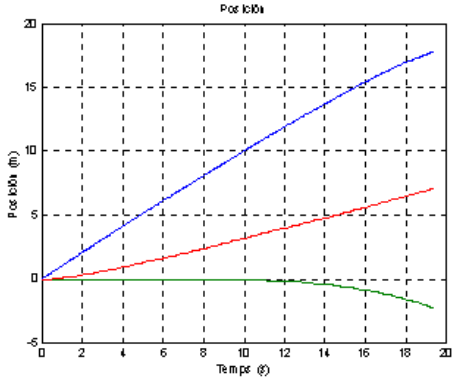






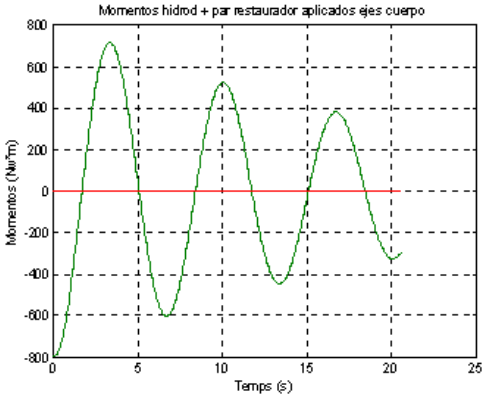


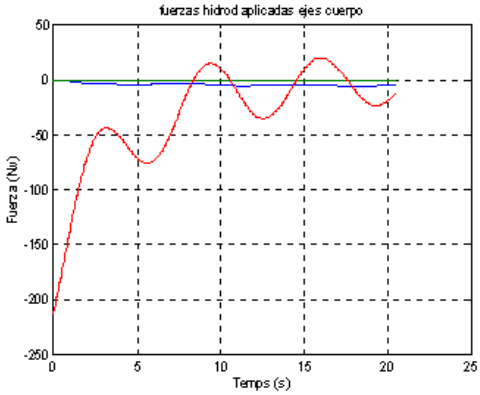


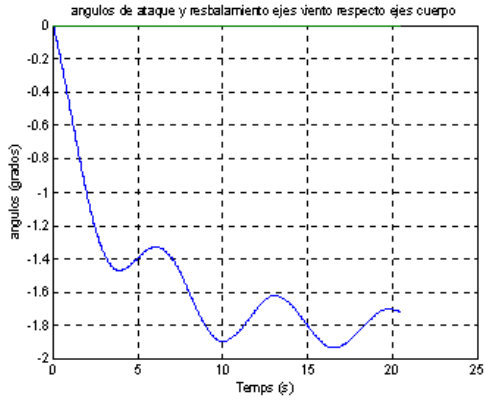


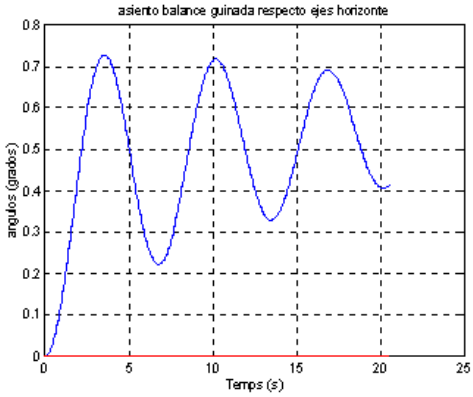
Fx =100 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = -10 grados
DELTA d = 10 grados

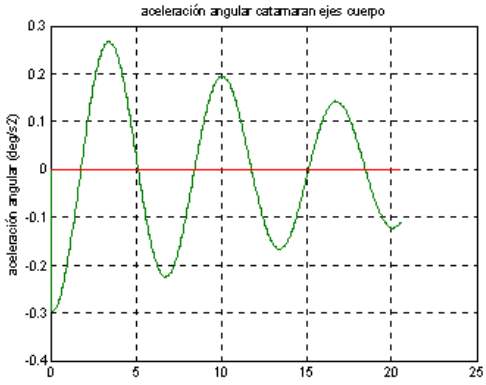
Modelo 1

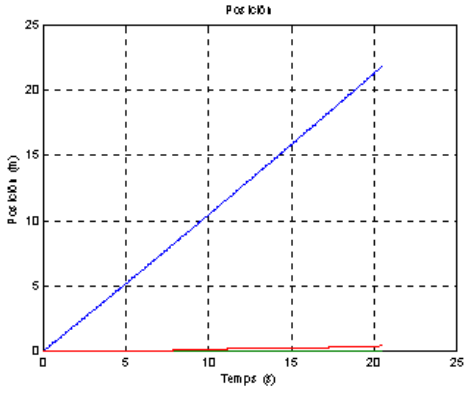






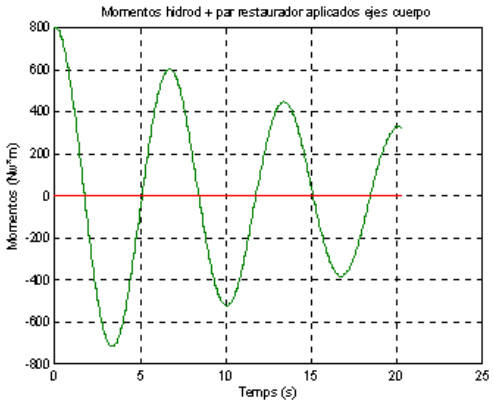


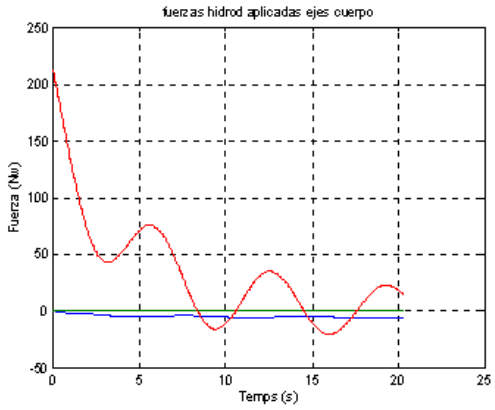


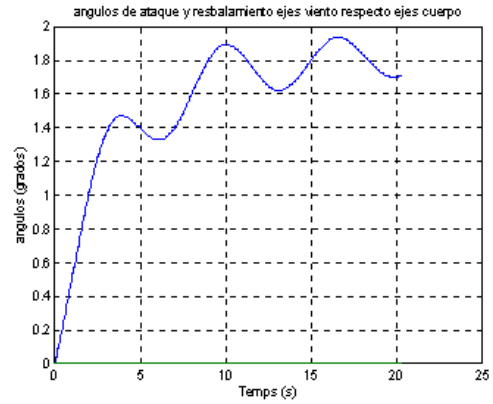


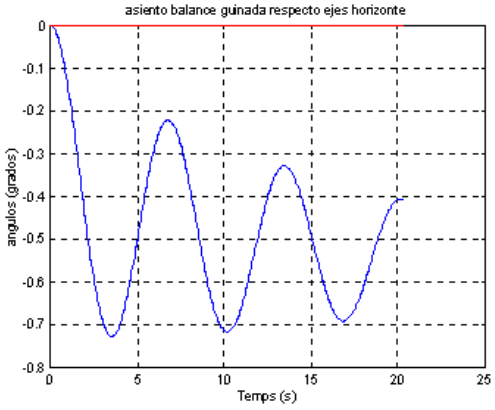
Fx =100 Nw
FLOT = 1 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 0 grados

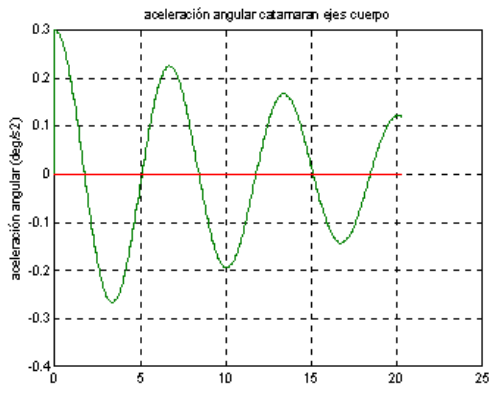
Modelo 1

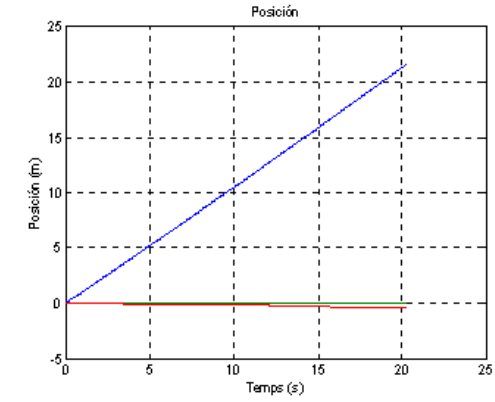






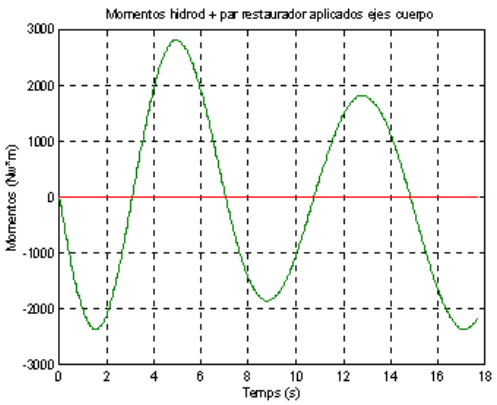


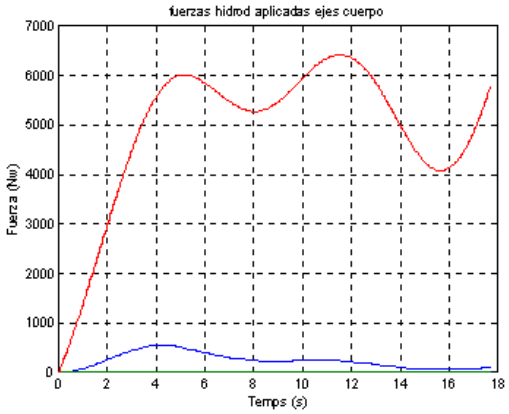


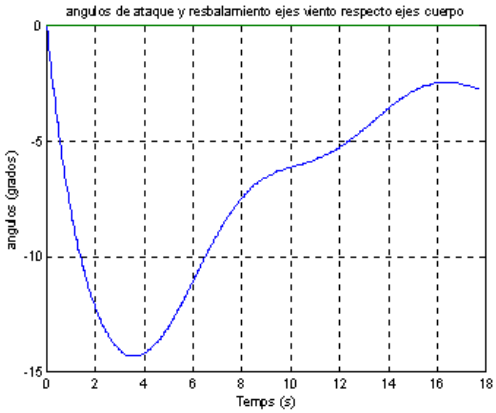


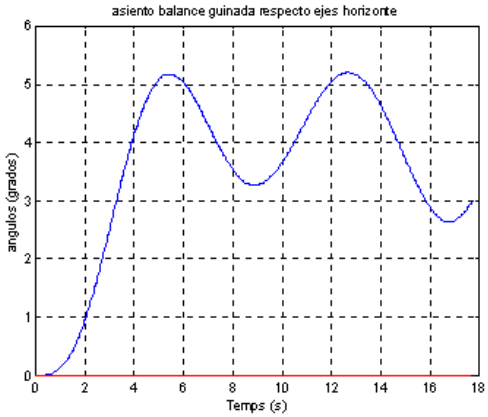
Fx =100 Nw
FLOT = 1 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 0 grados

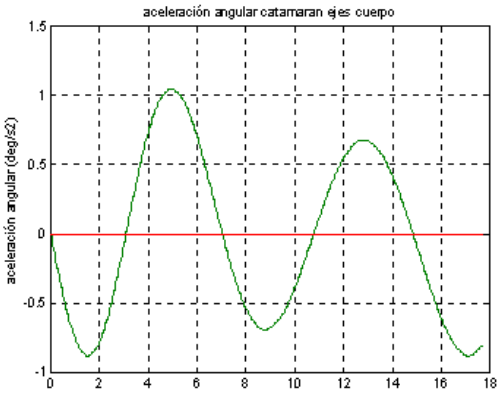
Modelo 1

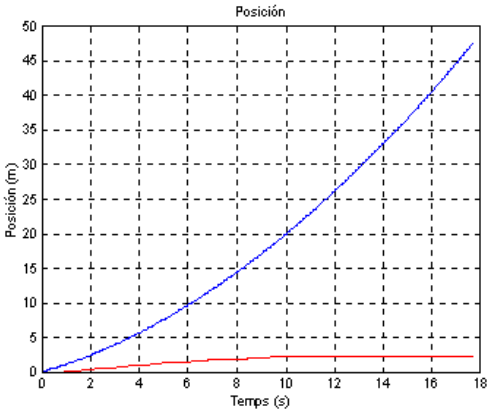






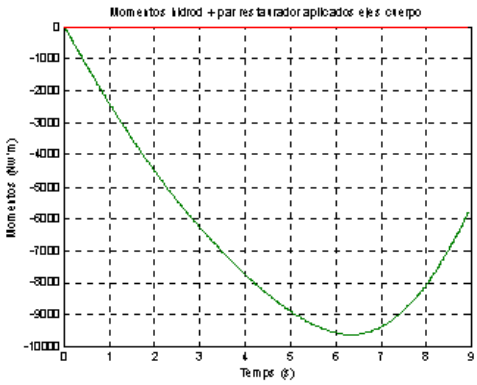


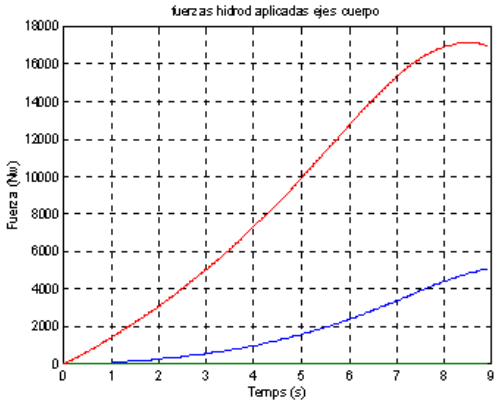


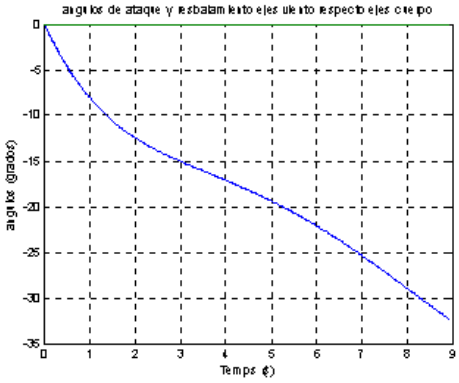


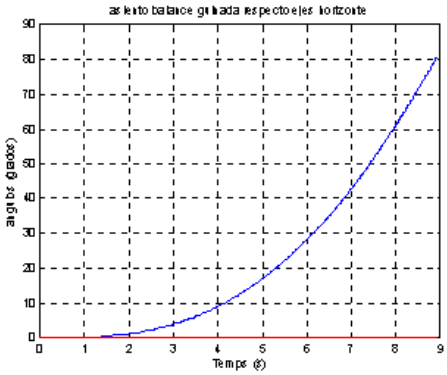
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados

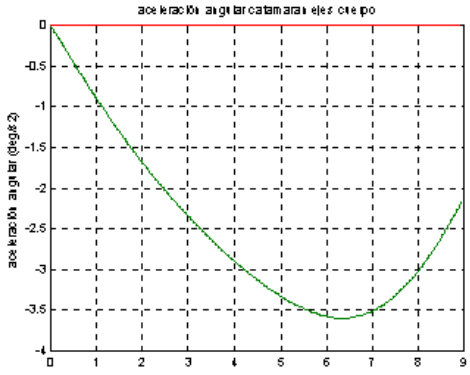
Modelo 1

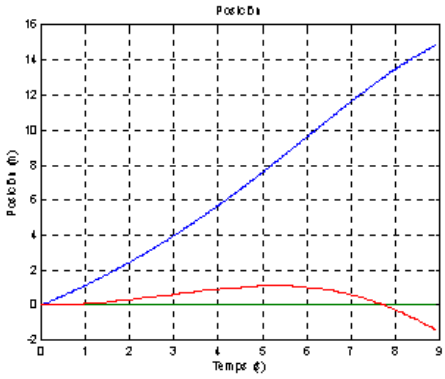






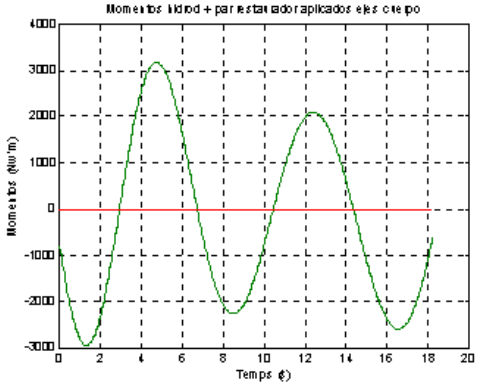


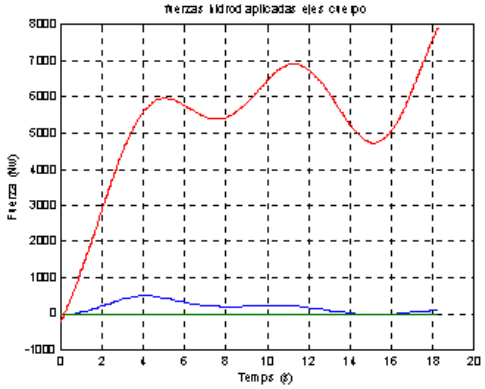


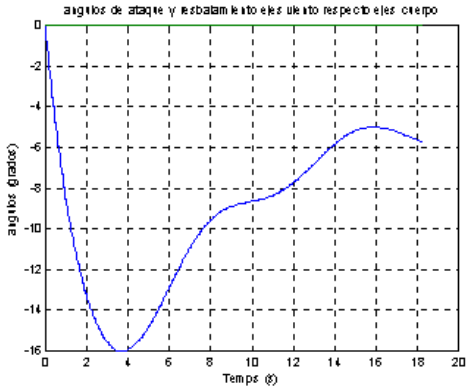


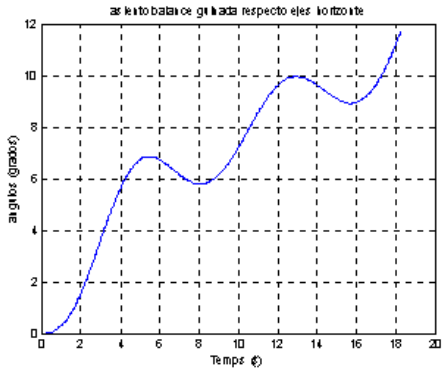
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados
SIN PAR RESTAURADOR

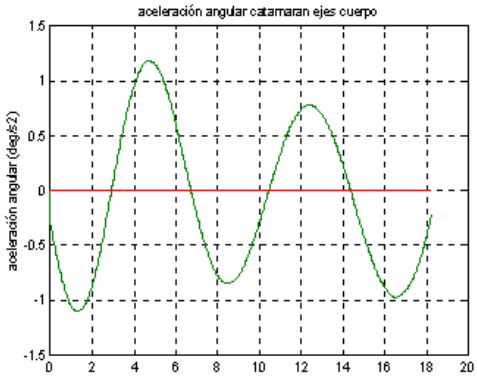
Modelo 1

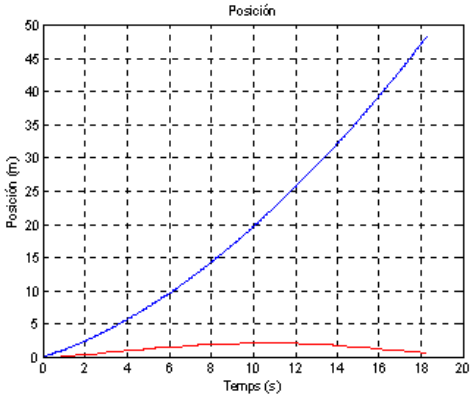






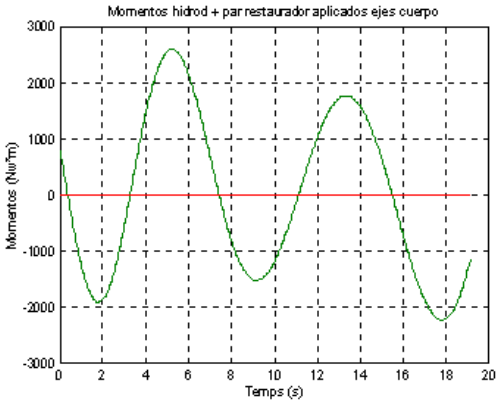


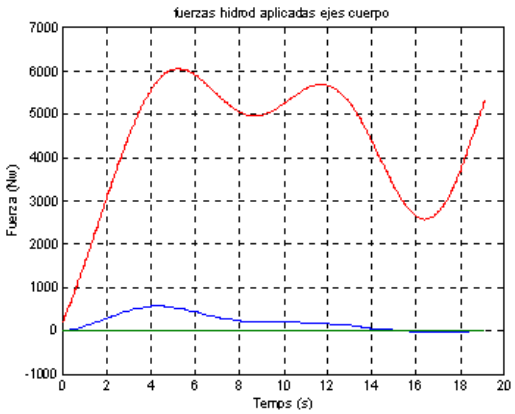


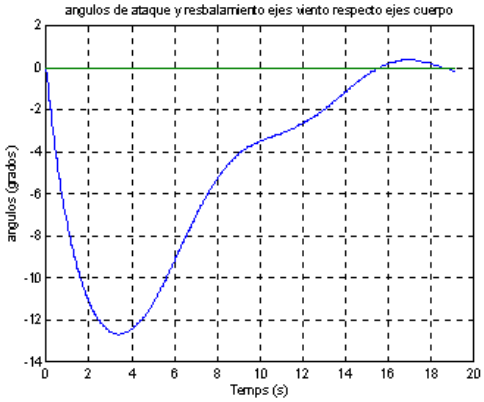


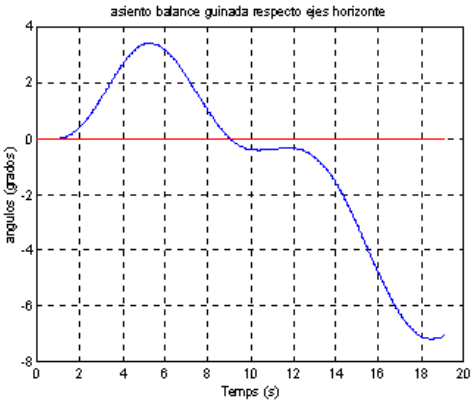
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 0 grados

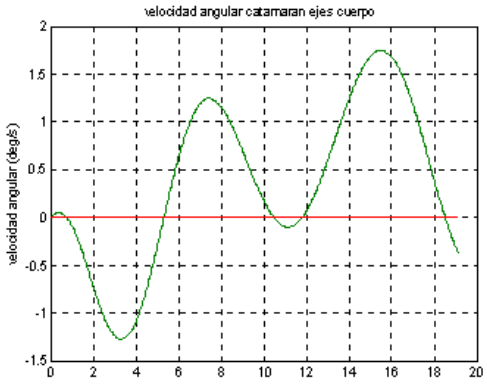
Modelo 1

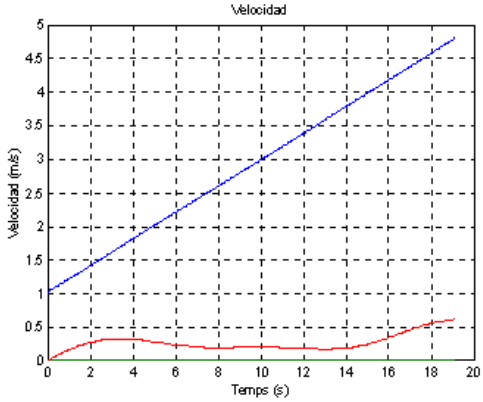






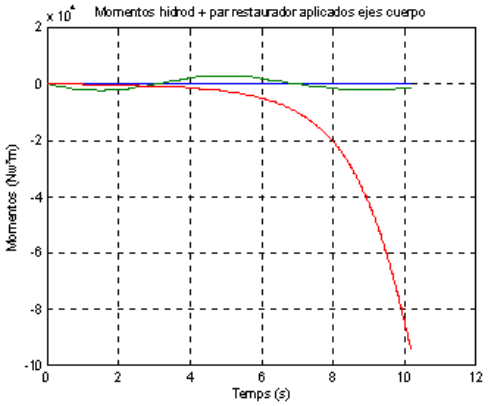


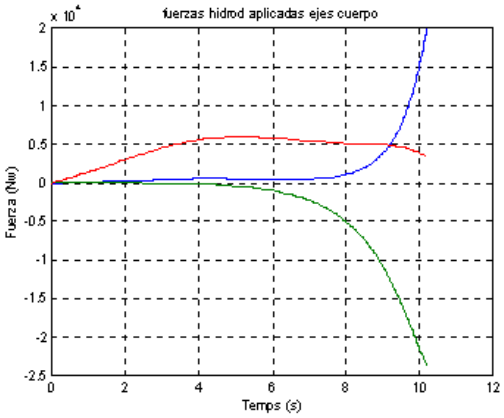


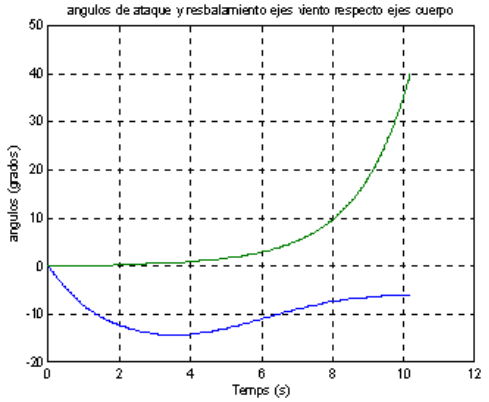


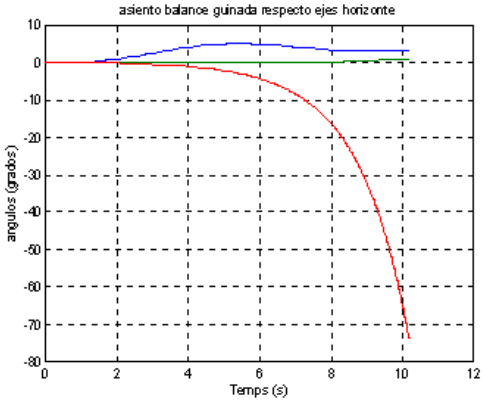
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 0 grados

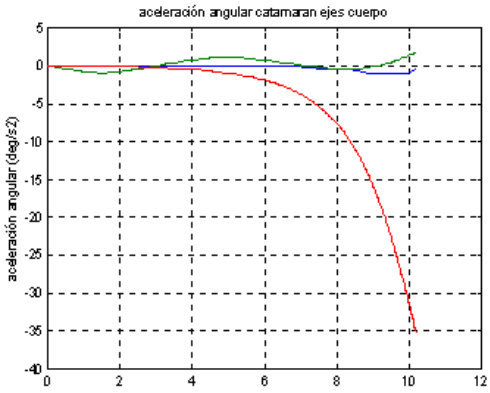
Modelo 1

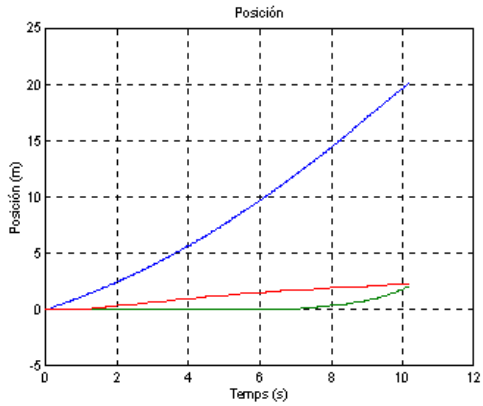






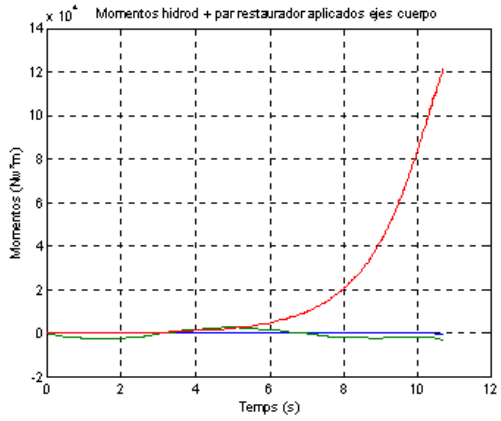


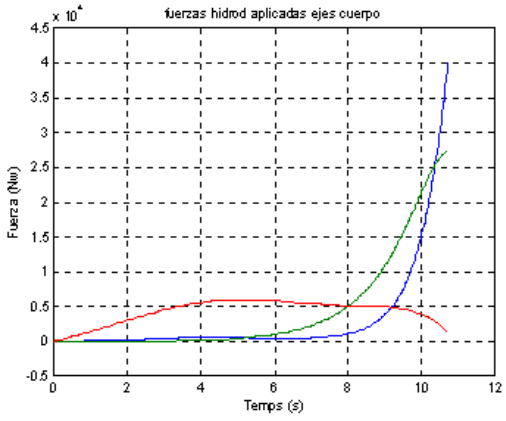


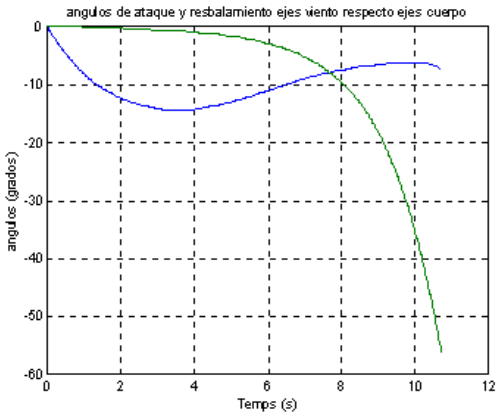


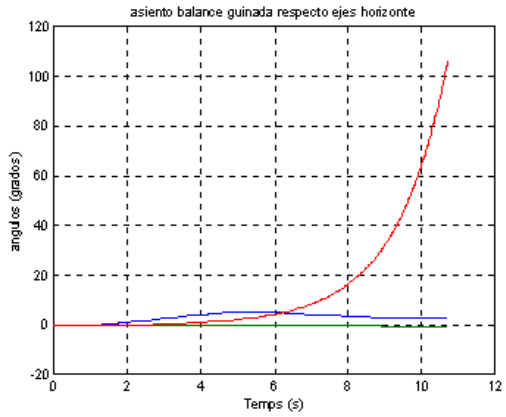
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = -10 grados

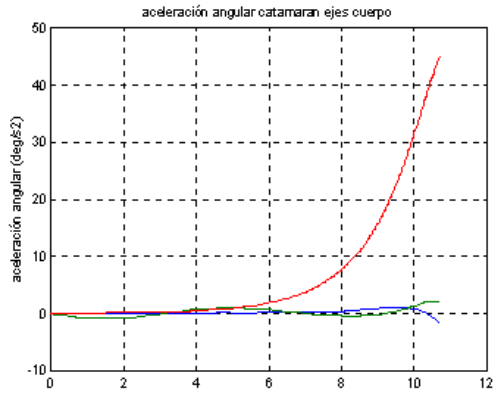
Modelo 1

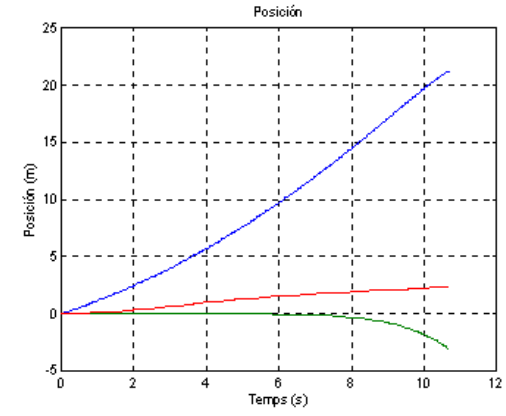






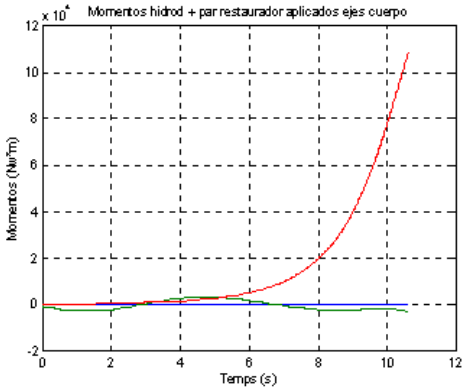


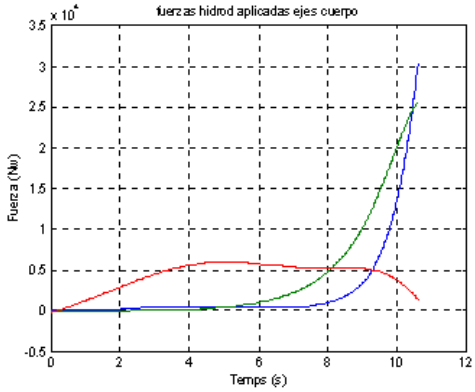


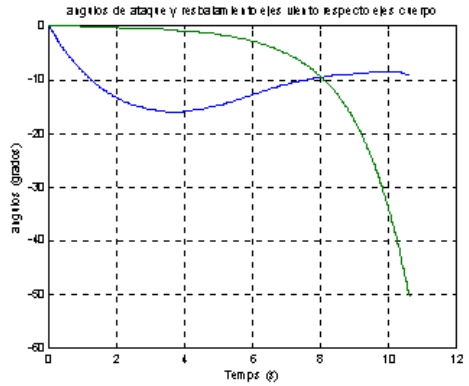


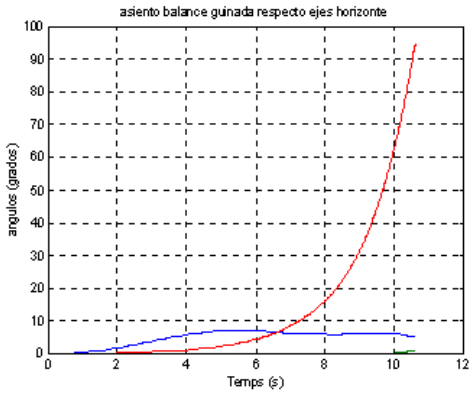
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 10 grados

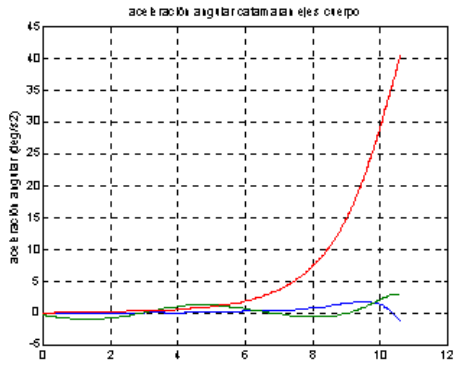
Modelo 1

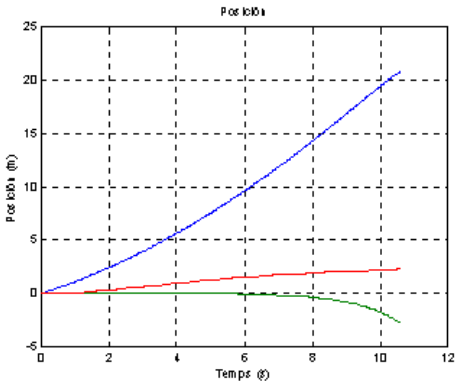






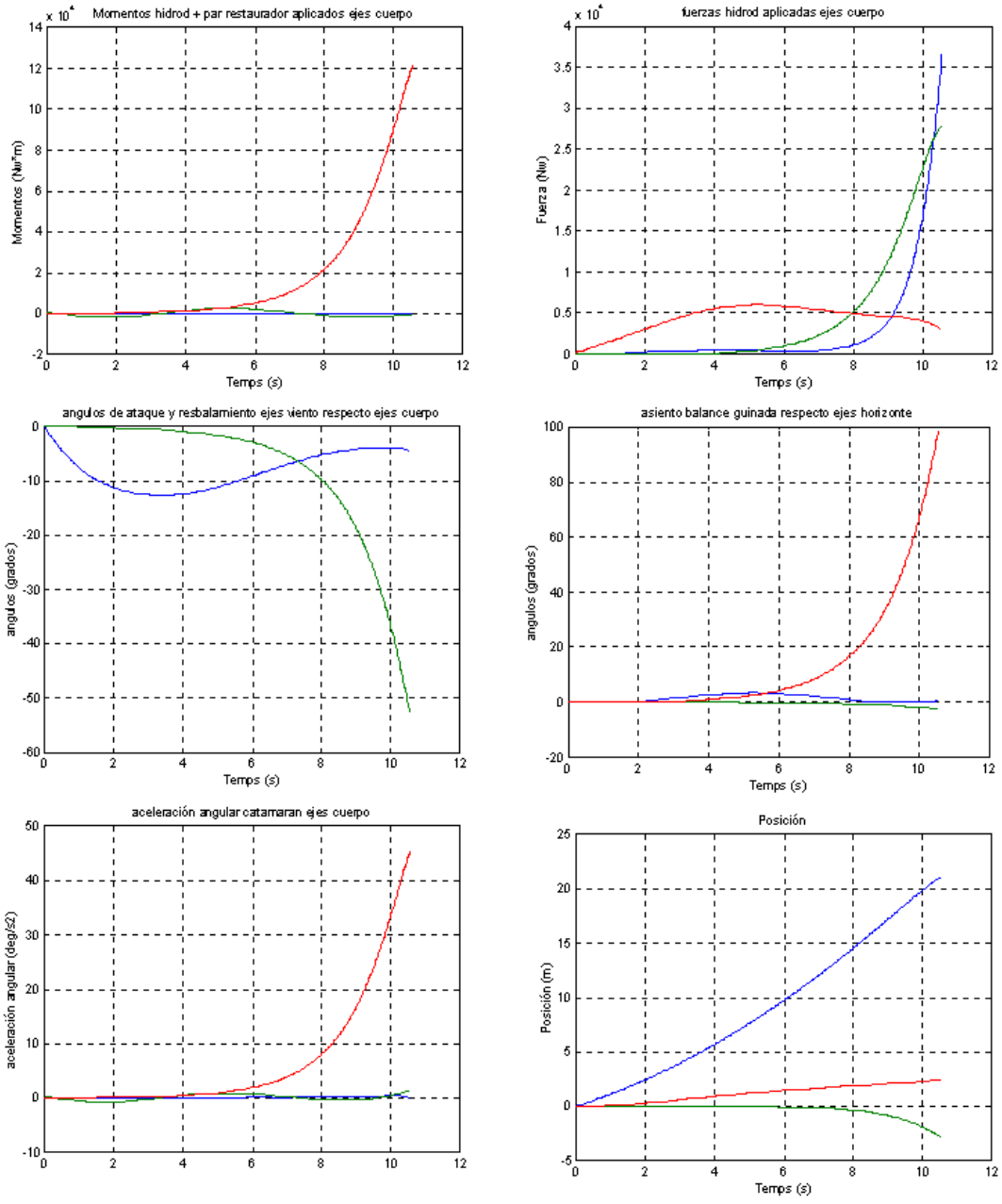






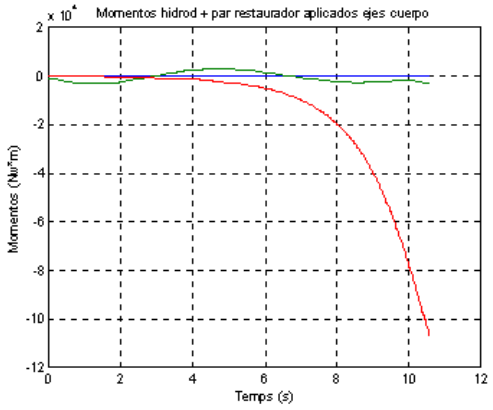
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 10 grados

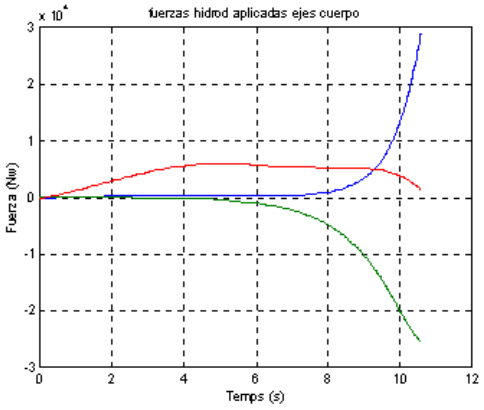
Modelo 1

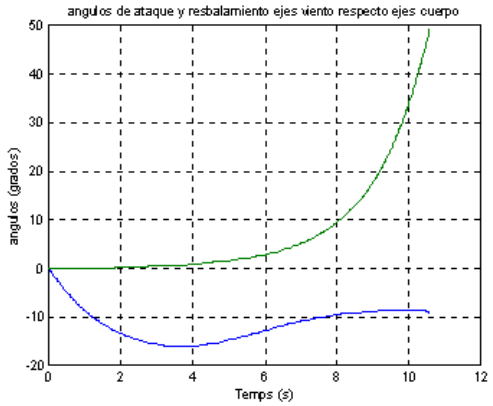


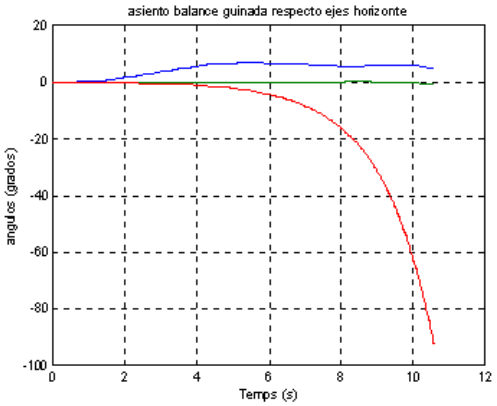
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 10 grados

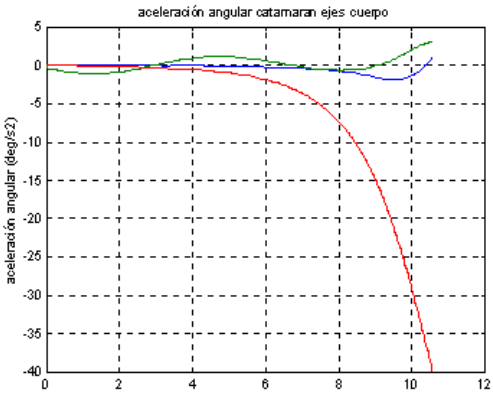
Modelo 1

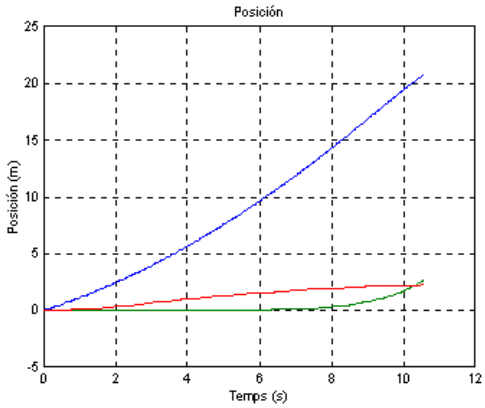






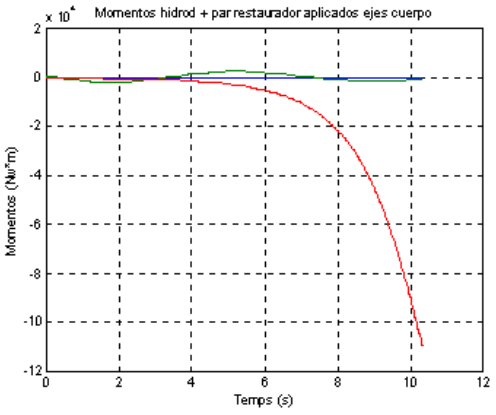


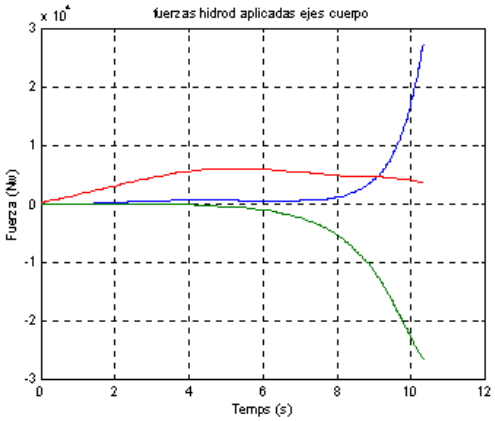


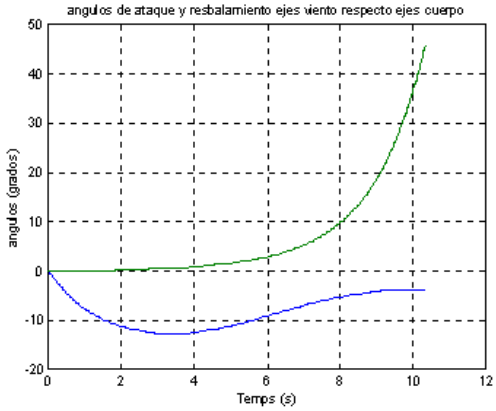


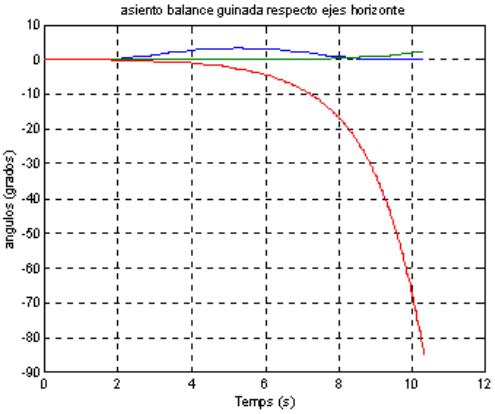
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = -10 grados

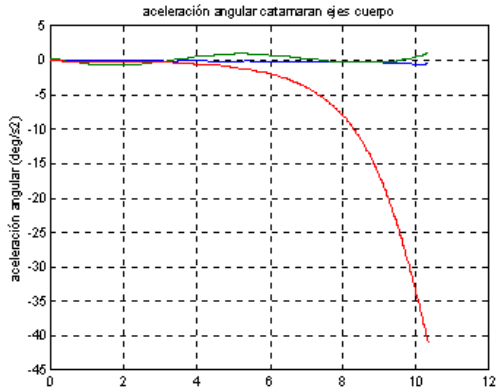
Modelo 1

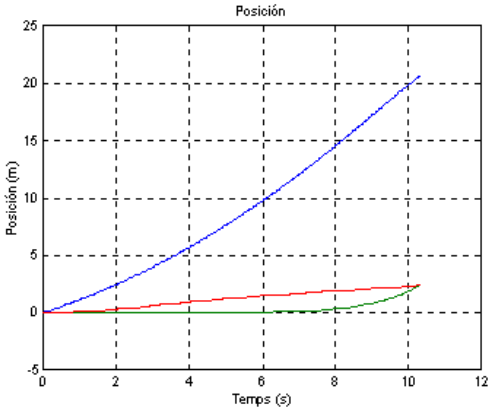






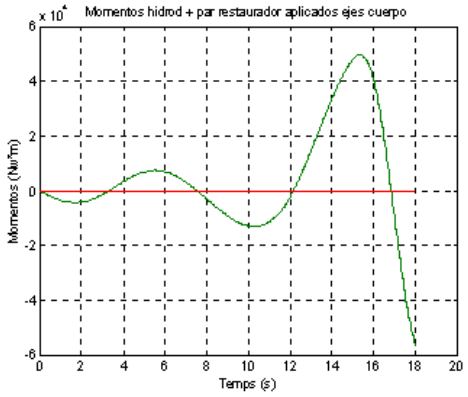


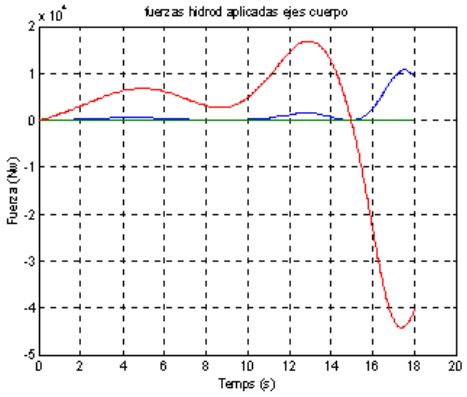


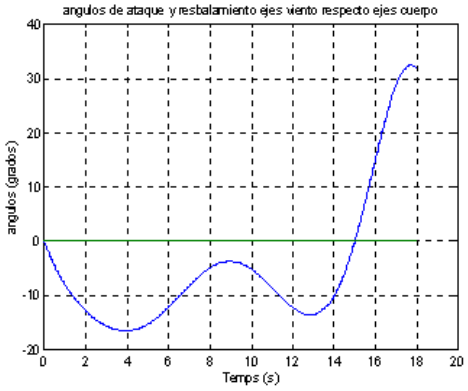


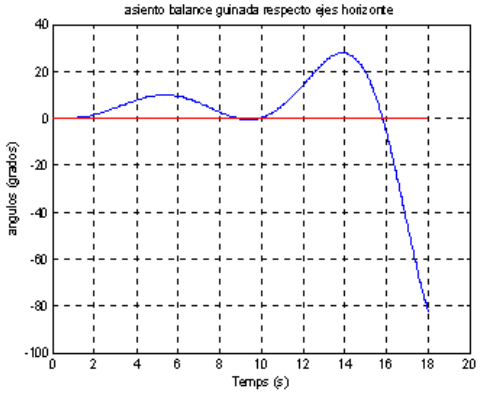
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = -10 grados

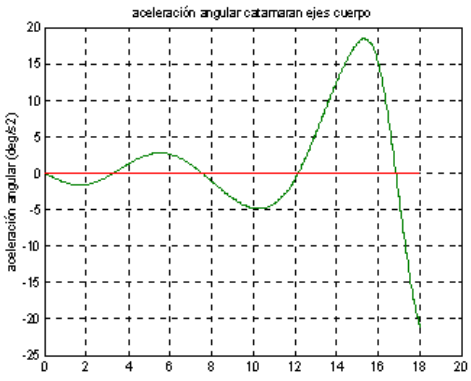
Modelo 2

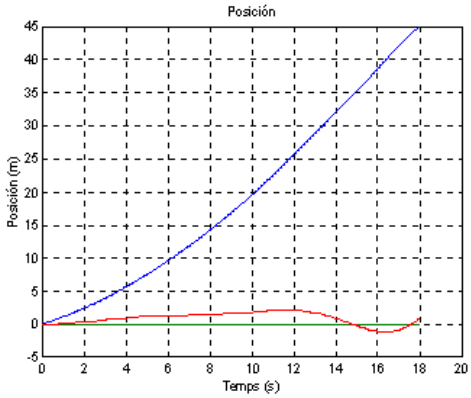






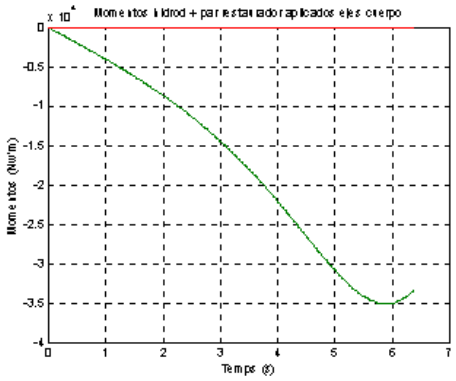


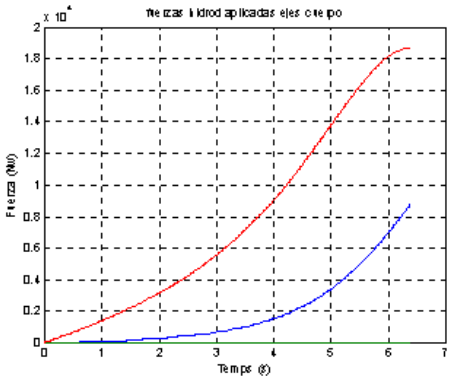


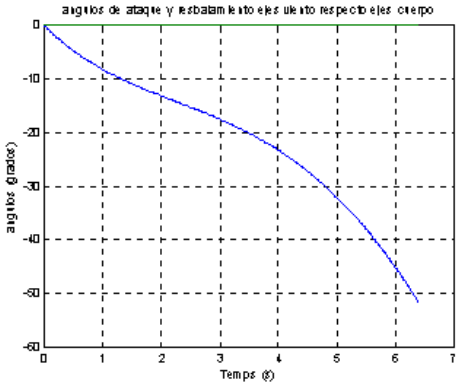


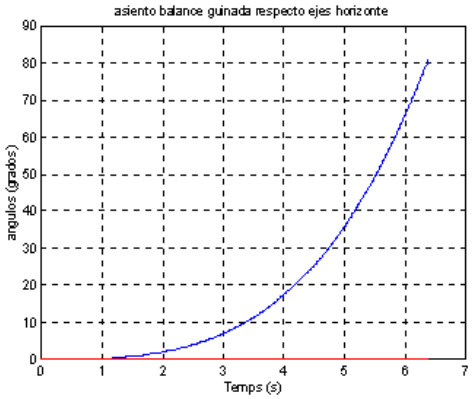
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados

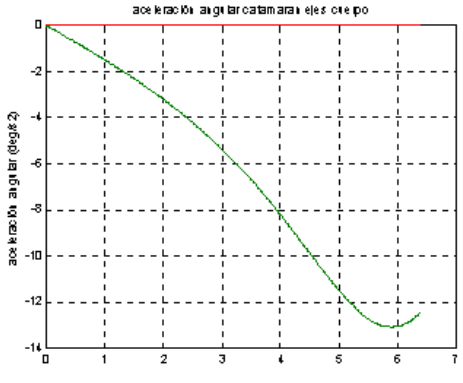
Modelo 2

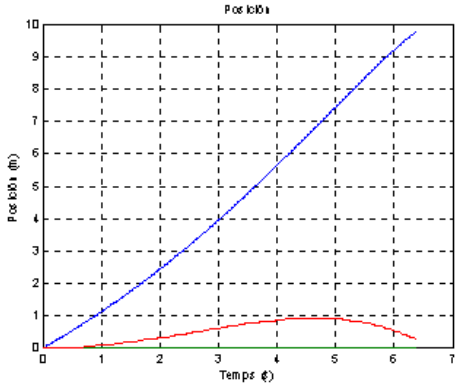






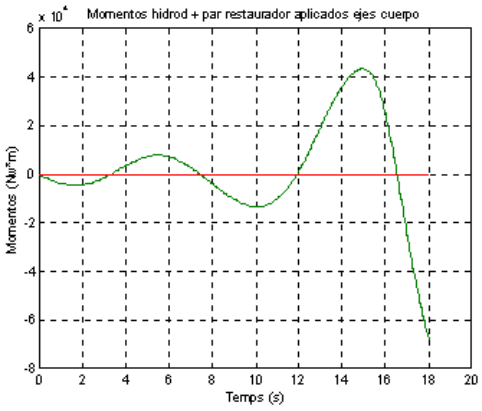


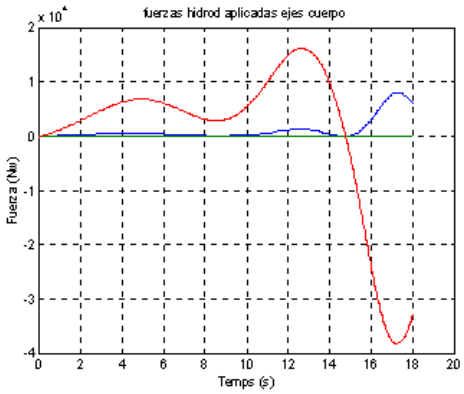


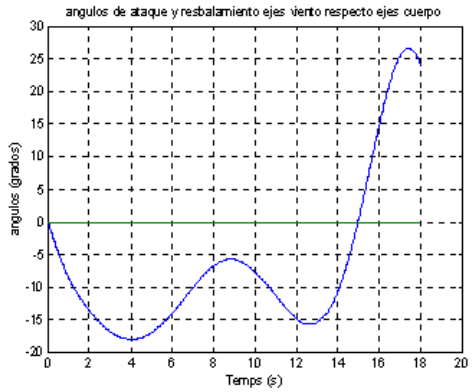


Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 0 grados
SIN PAR RESTAURADOR

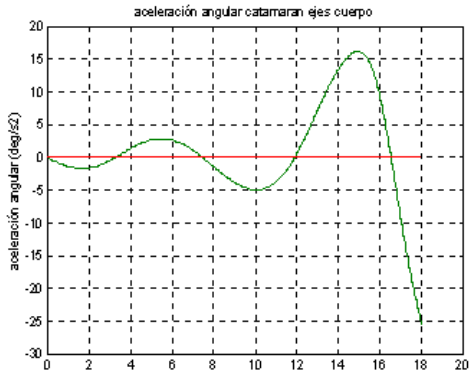
Modelo 2

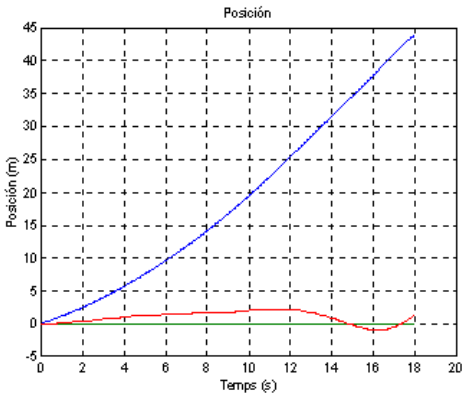






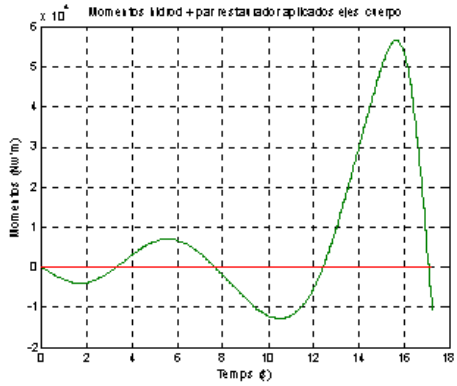


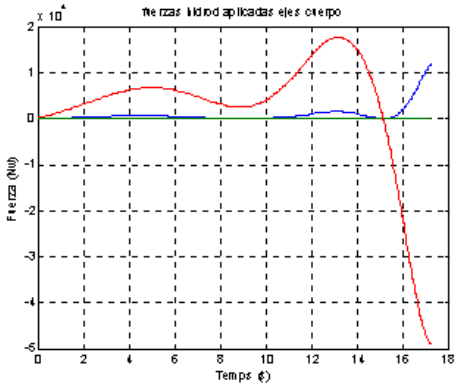


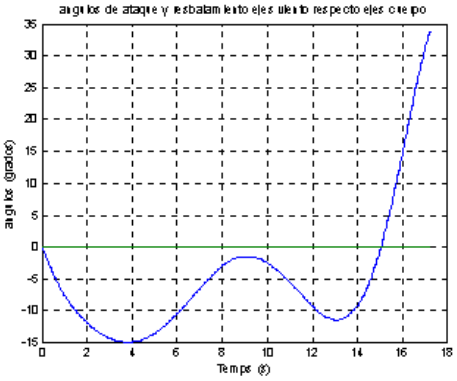


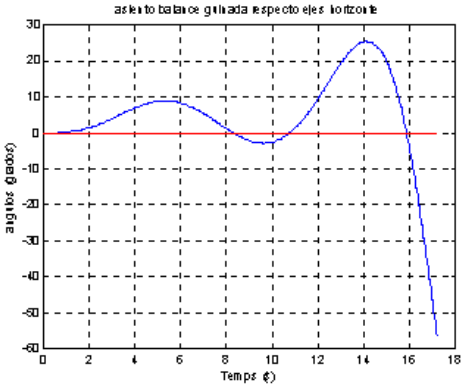
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 0 grados

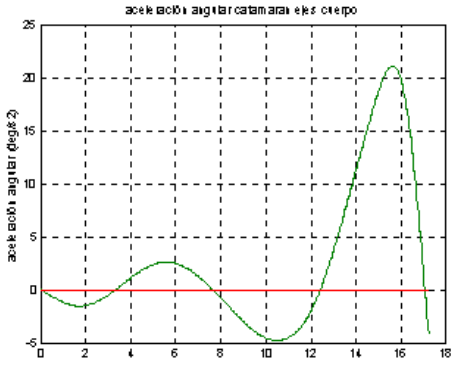
Modelo 2

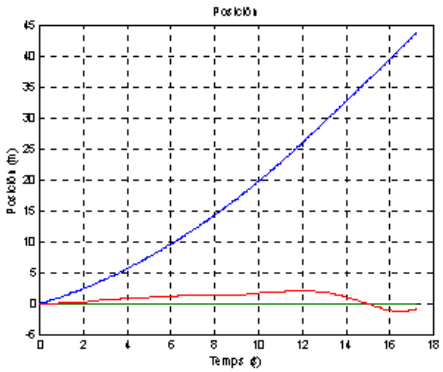






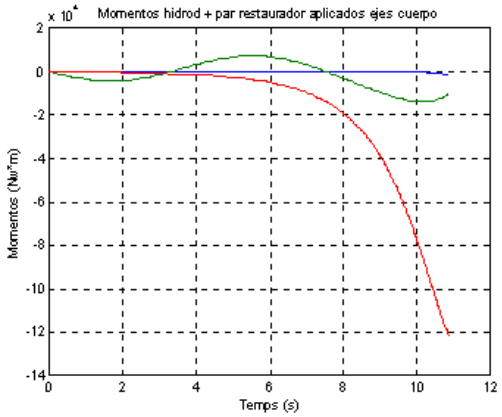


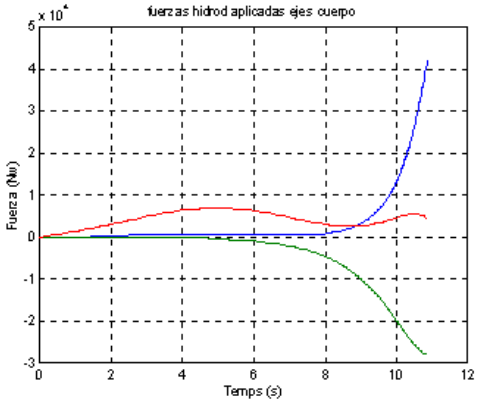


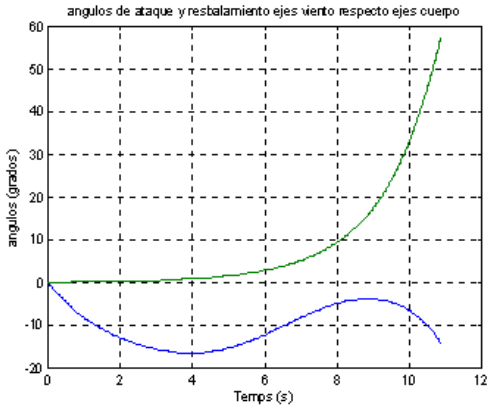


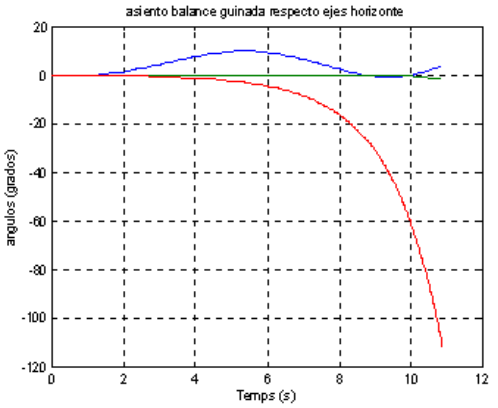
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 0 grados

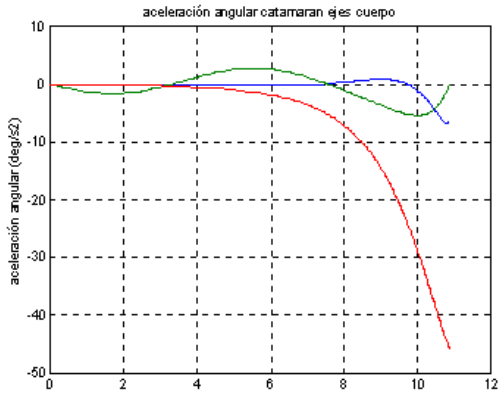
Modelo 2

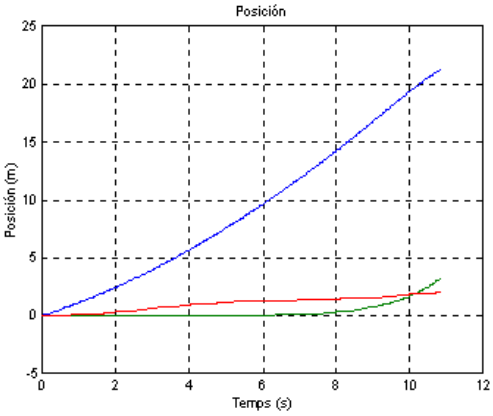






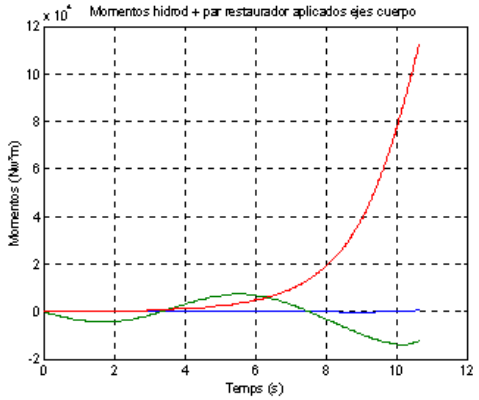


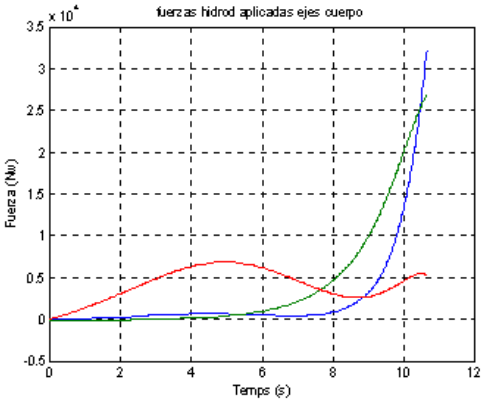


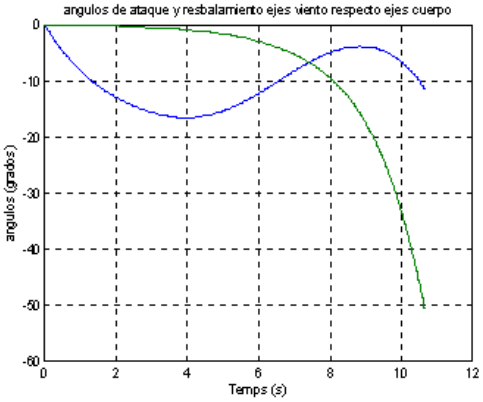


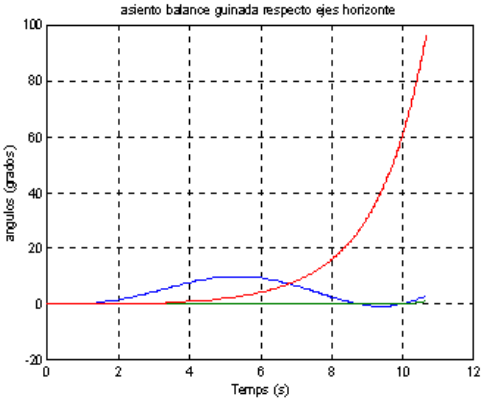
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = -10 grados

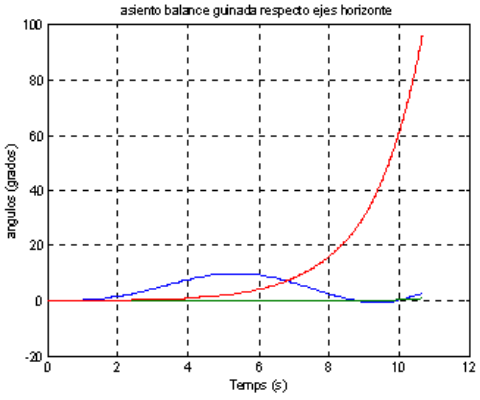
Modelo 2

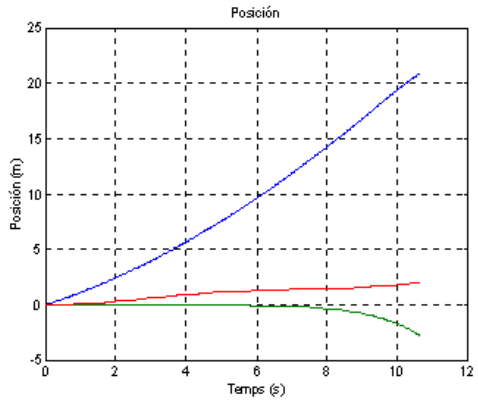






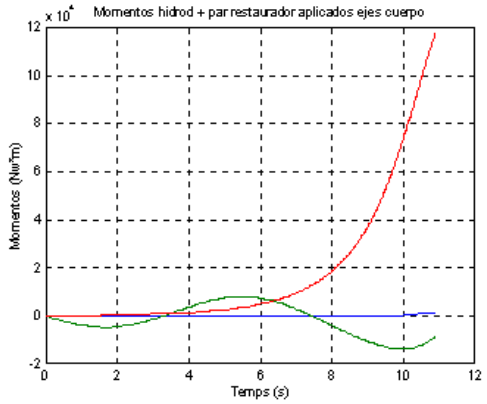


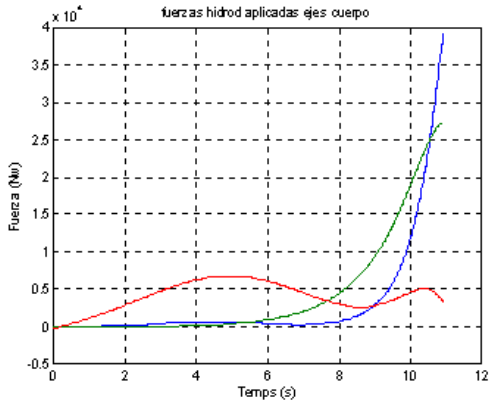


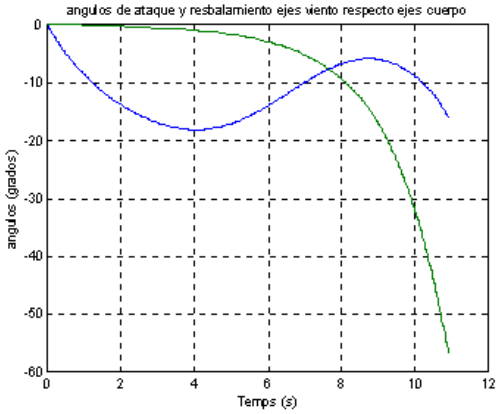


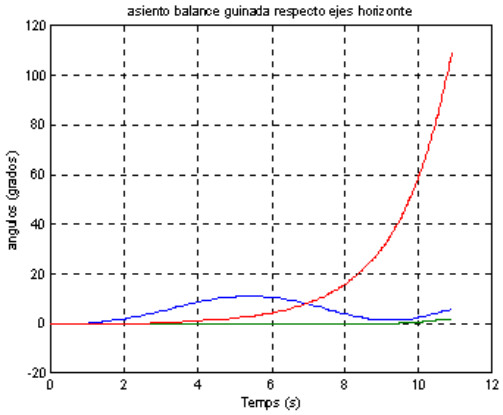
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 0 grados
DELTA d = 10 grados

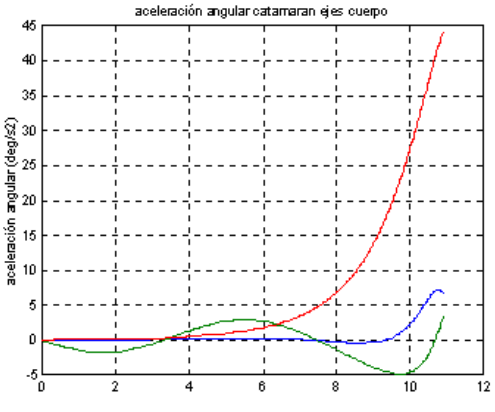
Modelo 2

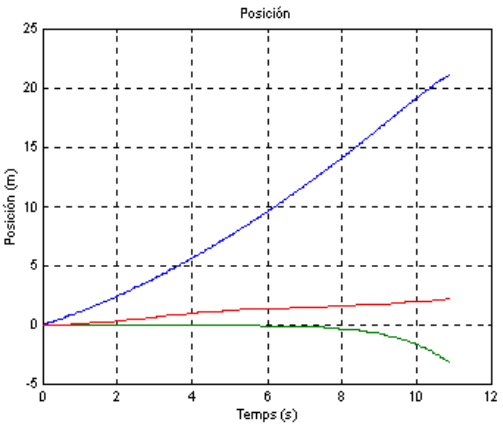






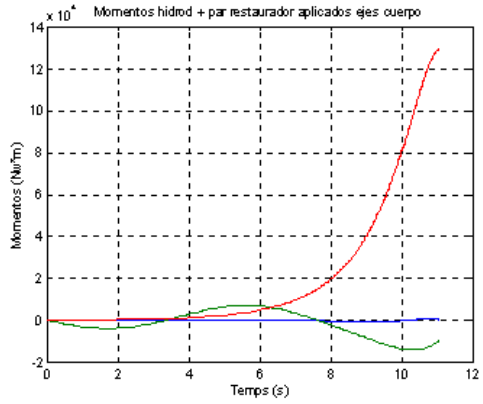


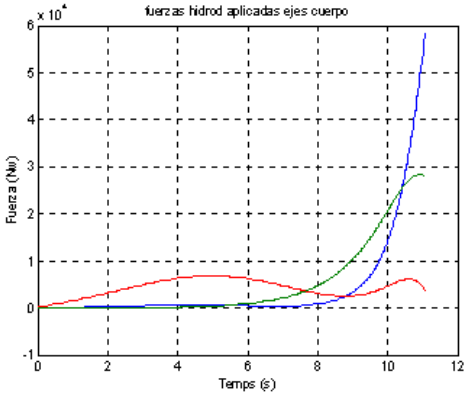


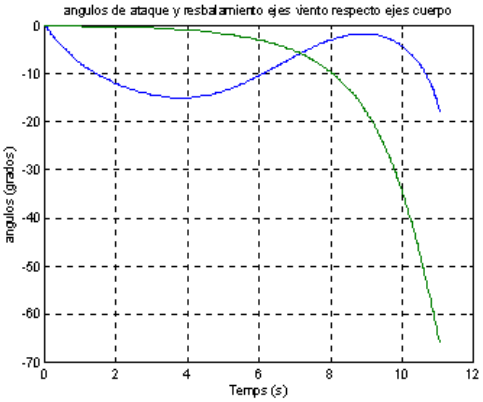


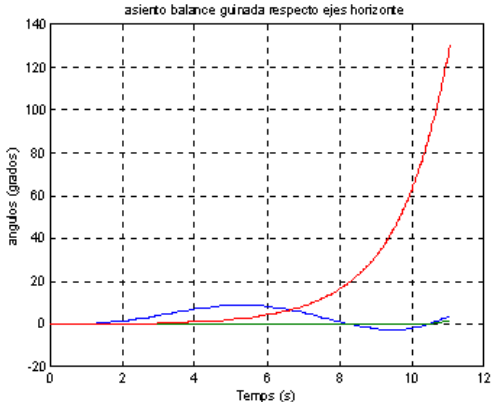
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = 10 grados

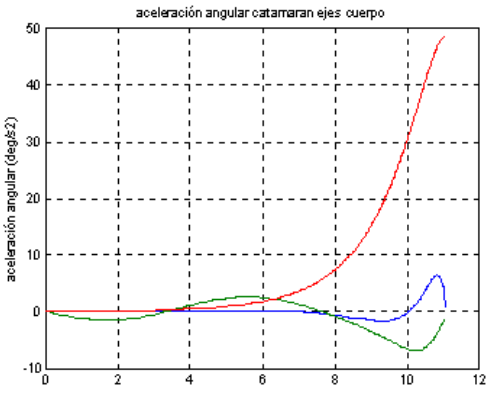
Modelo 2

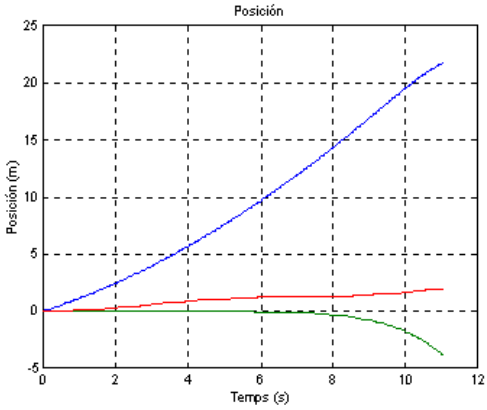






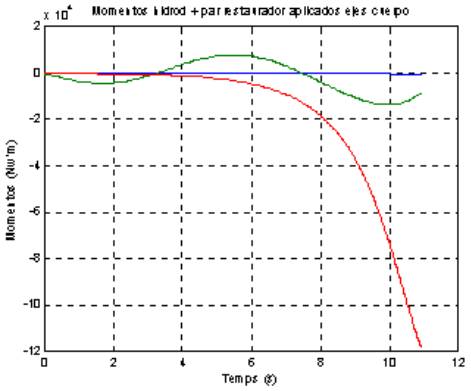


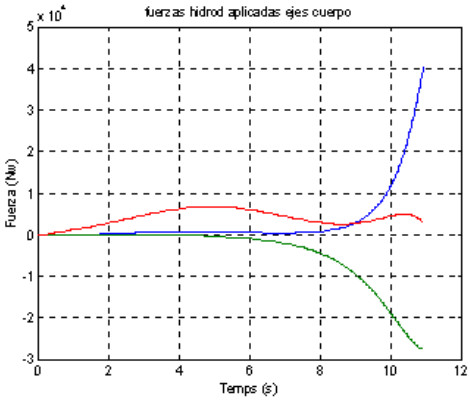


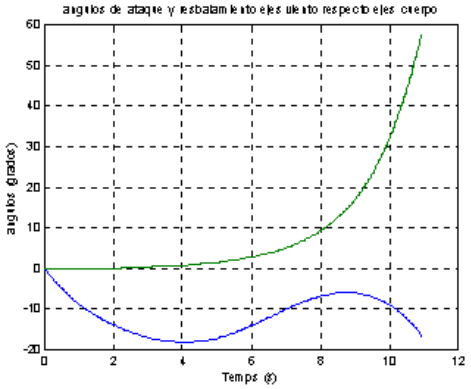


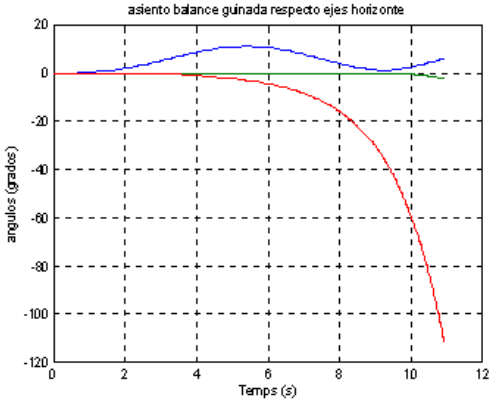
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = 10 grados

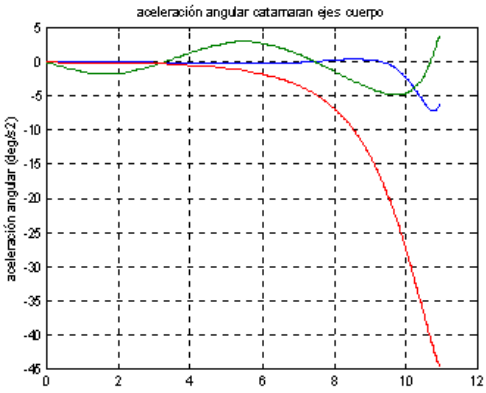
Modelo 2

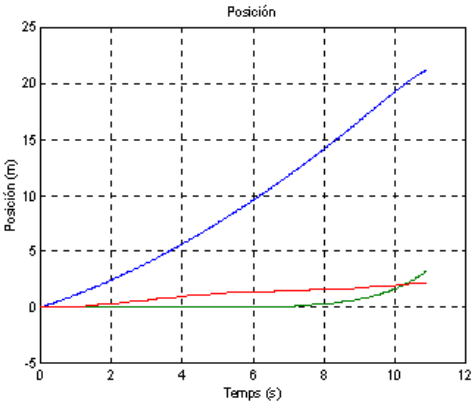






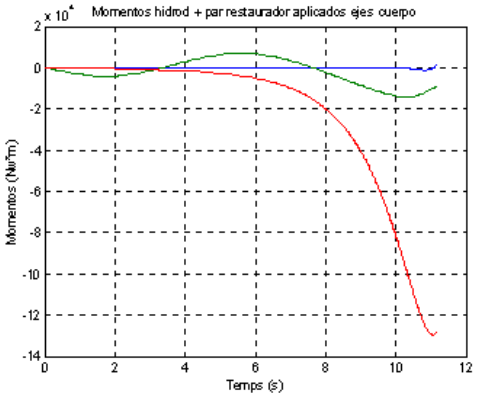


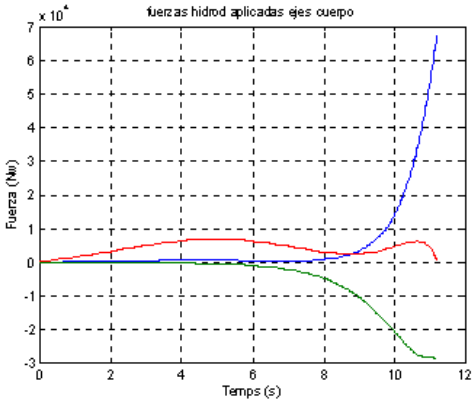


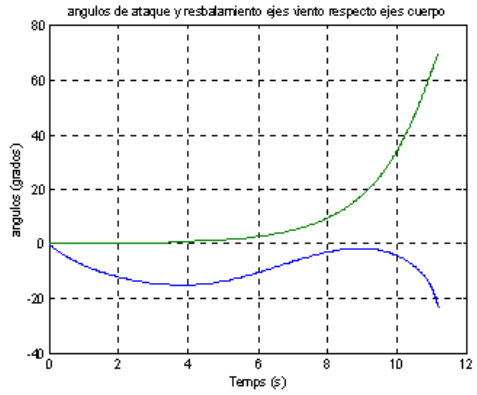


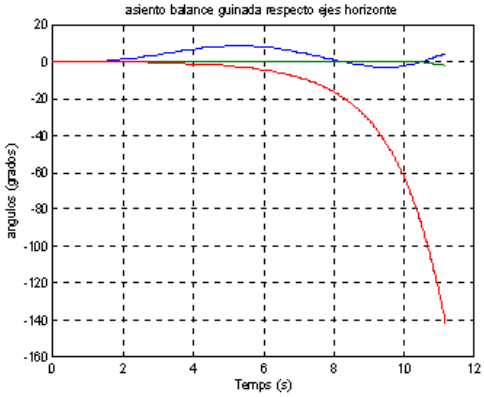
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = 10 grados
DELTA d = -10 grados

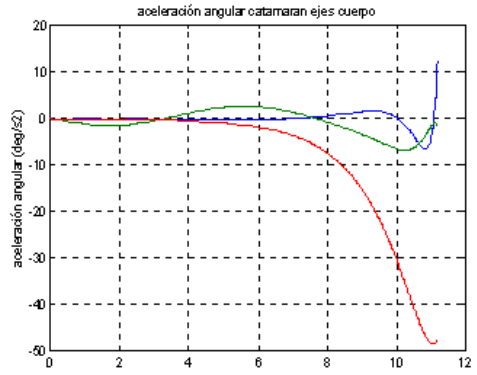
Modelo 2

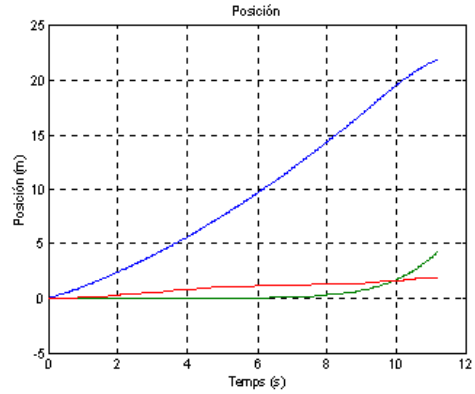






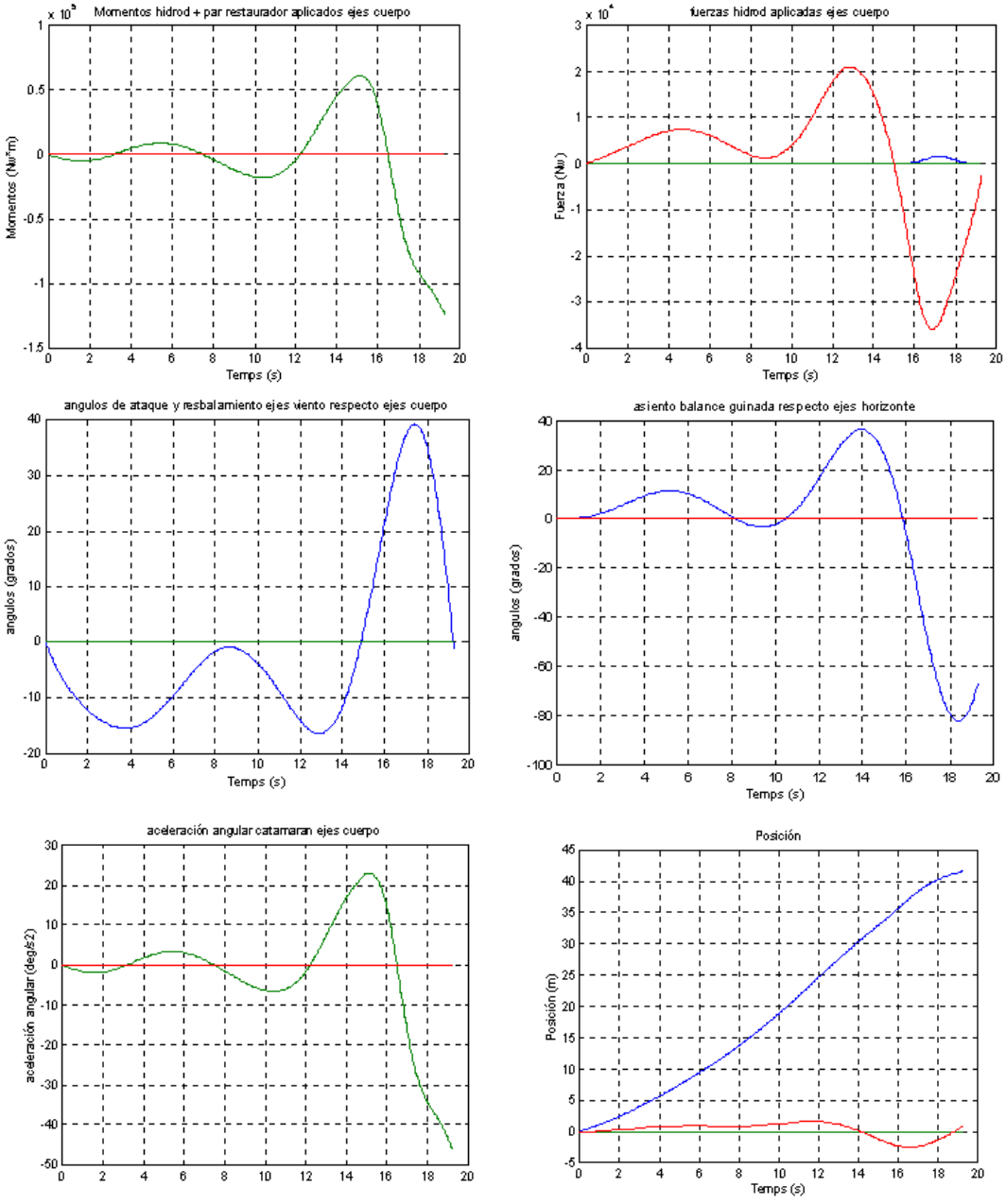






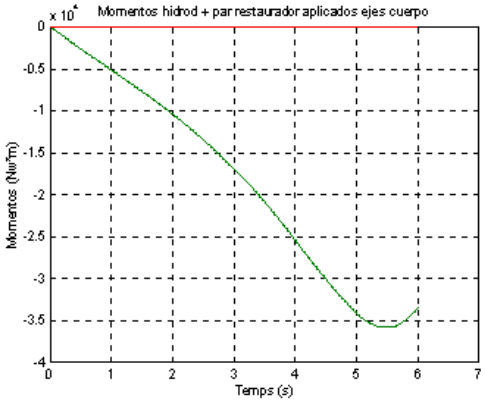
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p = -10 grados
DELTA d = -10 grados

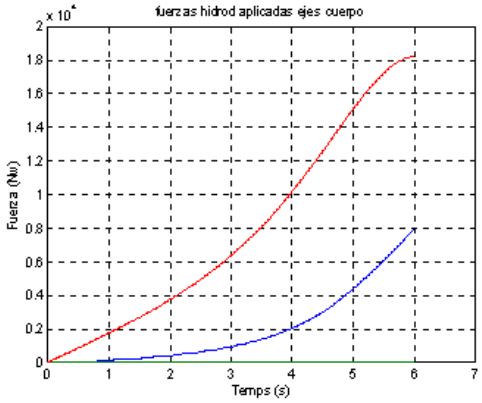
Modelo 3

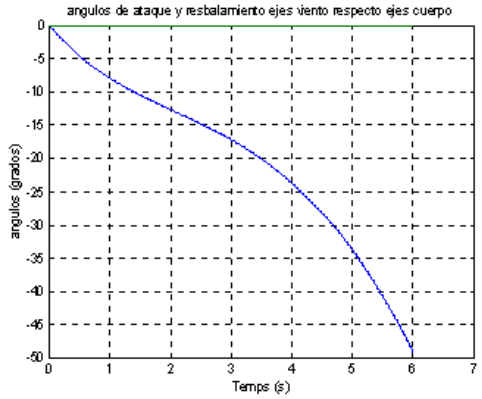


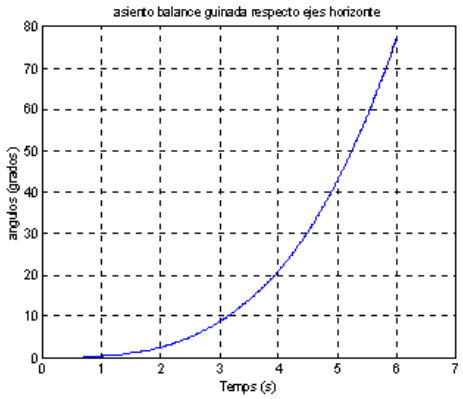
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 0 grados

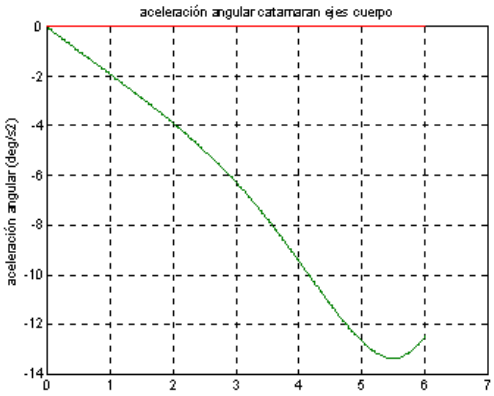
Modelo 3

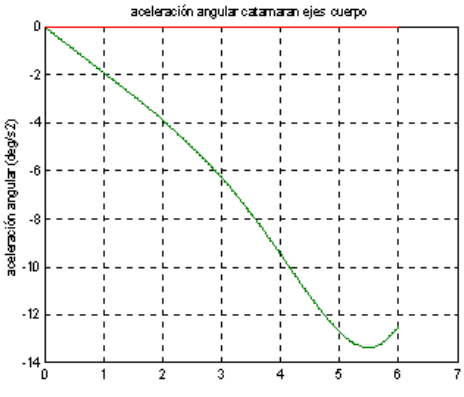






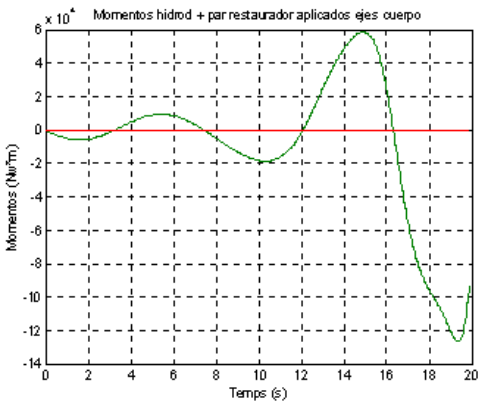


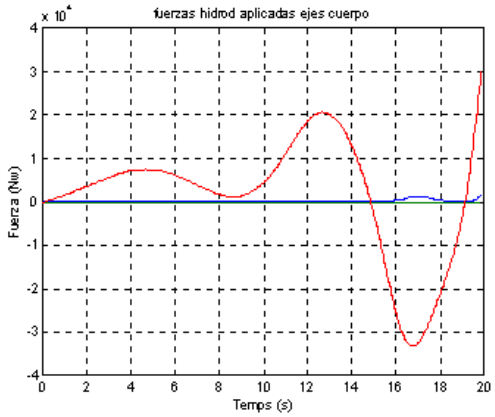


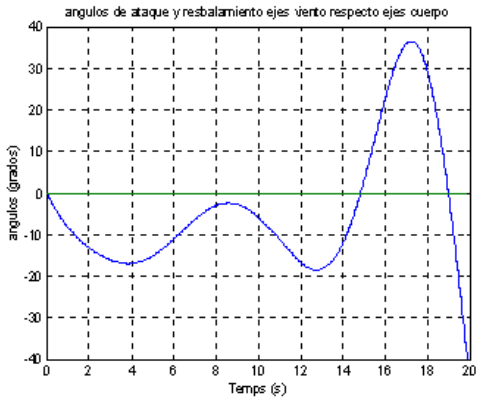


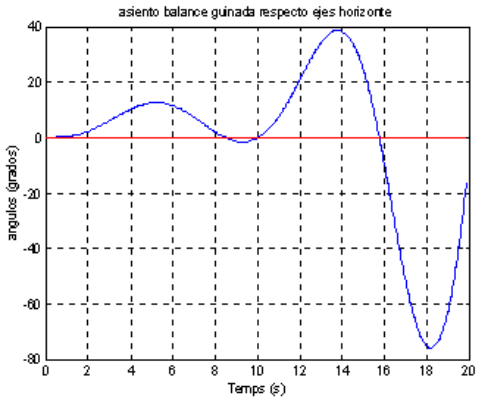
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 0 grados
SIN PAR RESTAURADOR

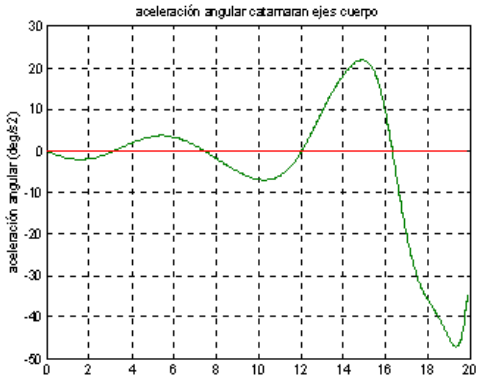
Modelo 3

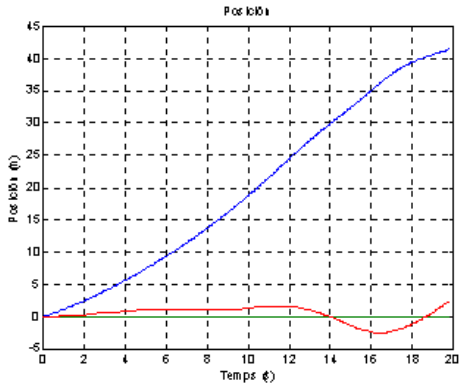






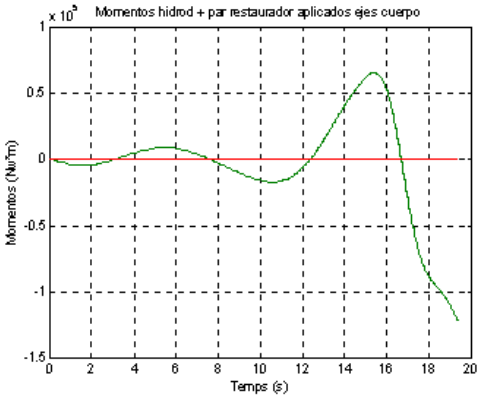


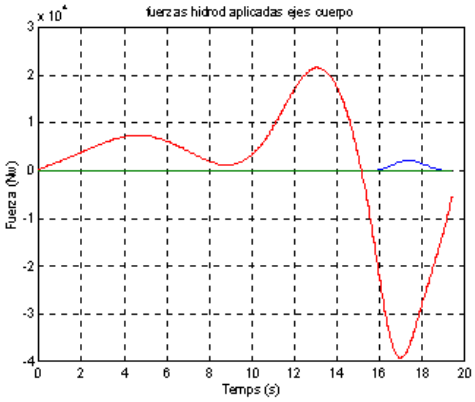


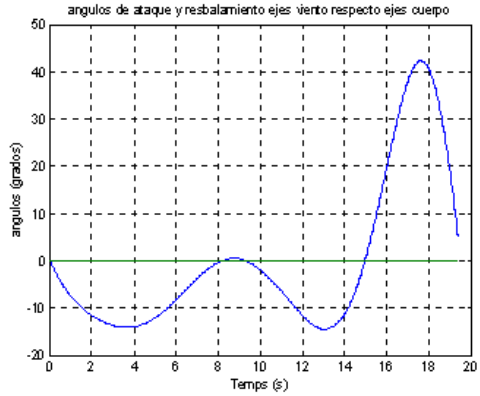


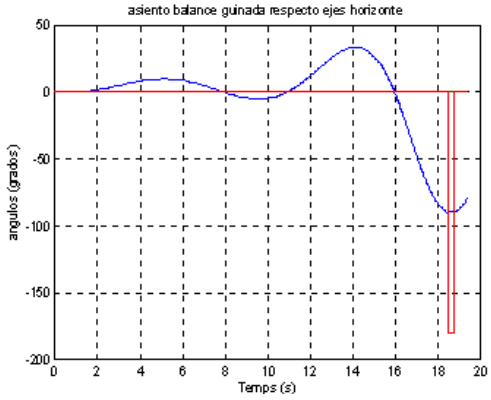
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 0 grados

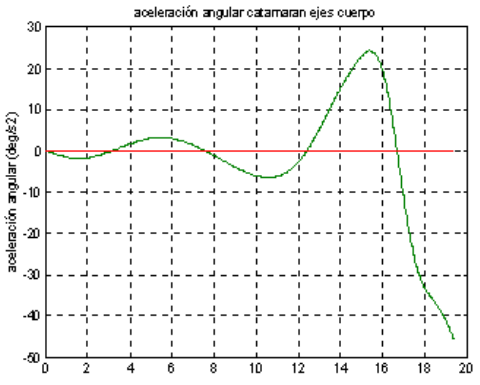
Modelo 3

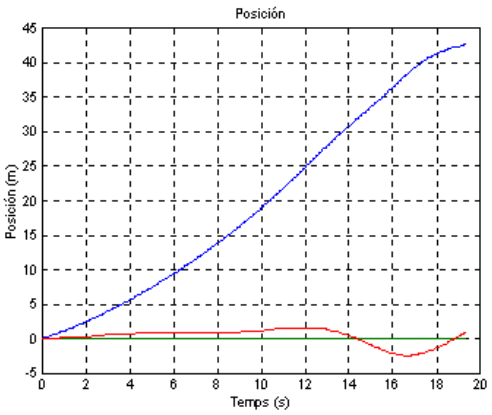






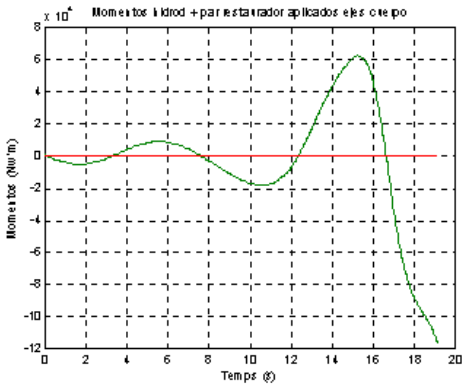


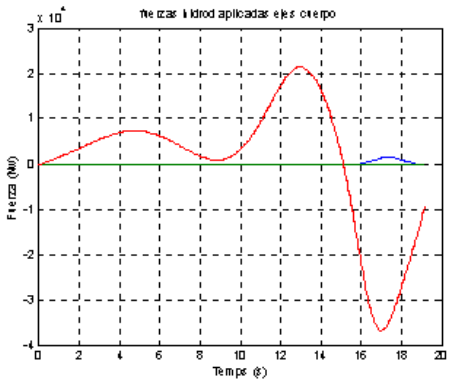


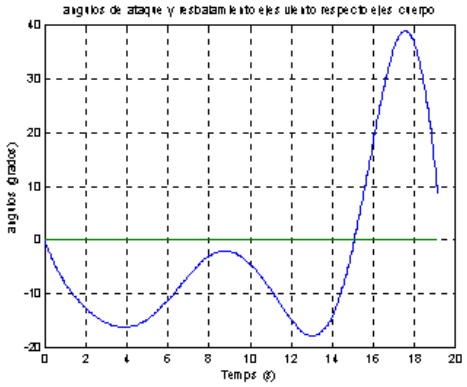


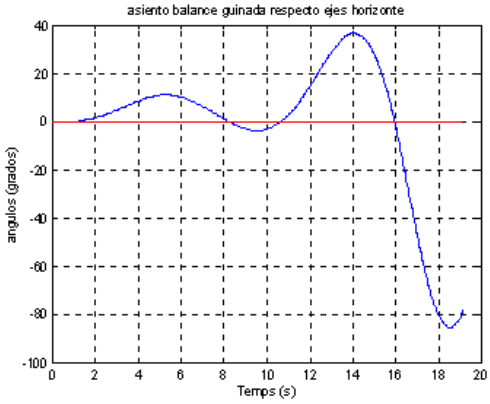
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = -10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 0 grados

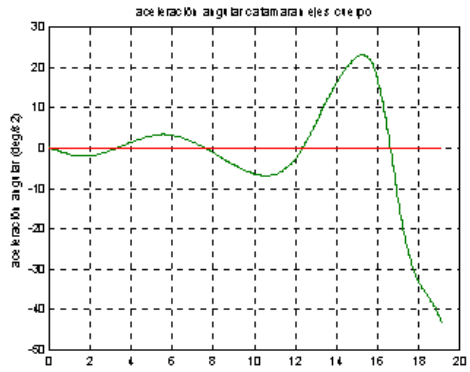
Modelo 3

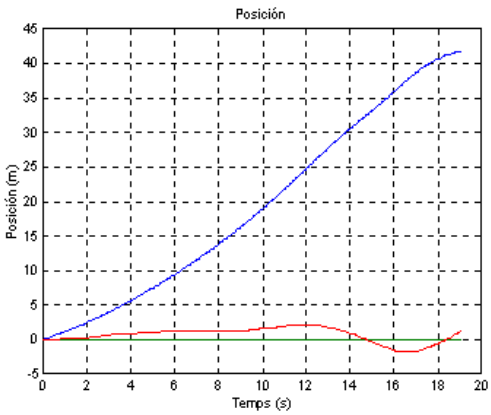






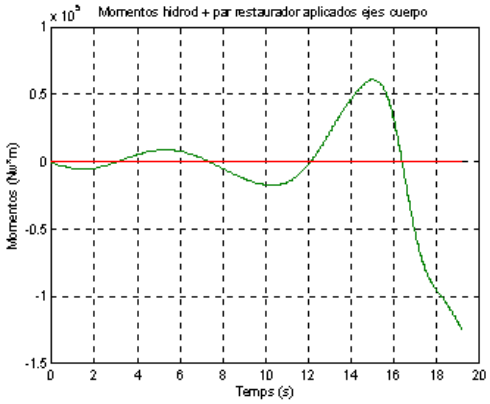


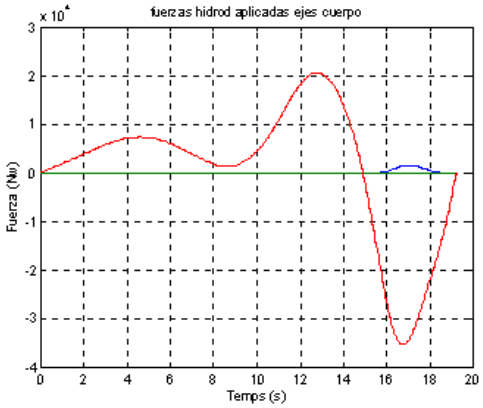


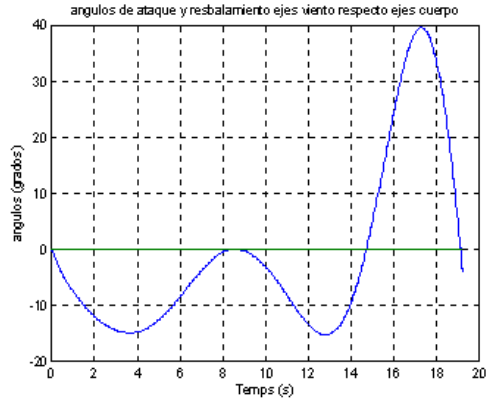


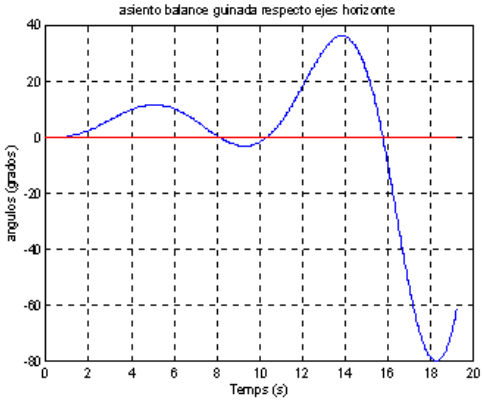
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 10 grados
DELTA d = 0 grados

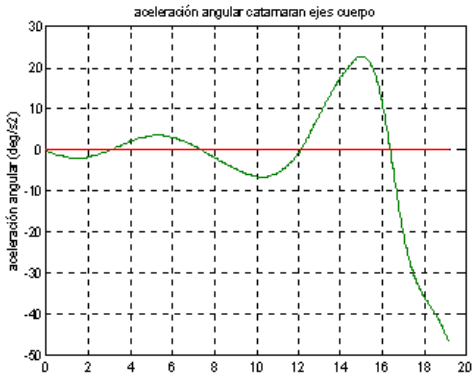
Modelo 3

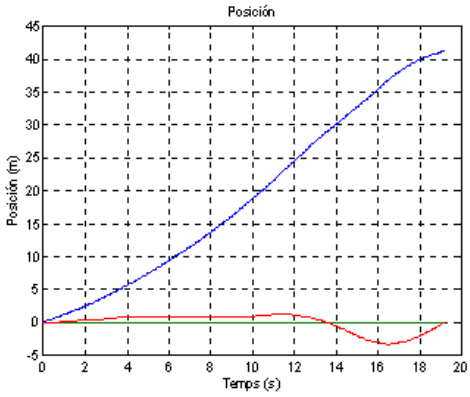






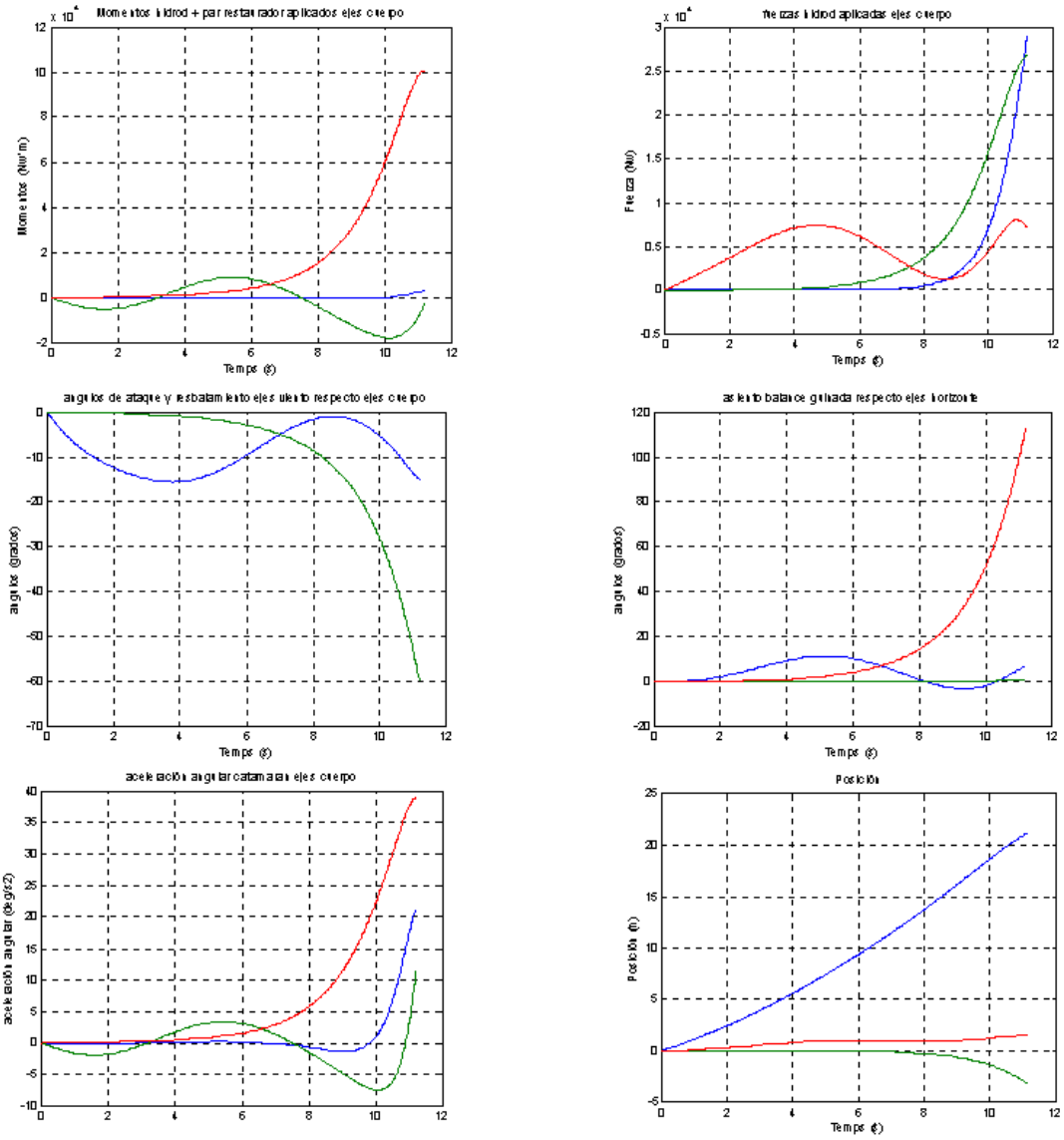






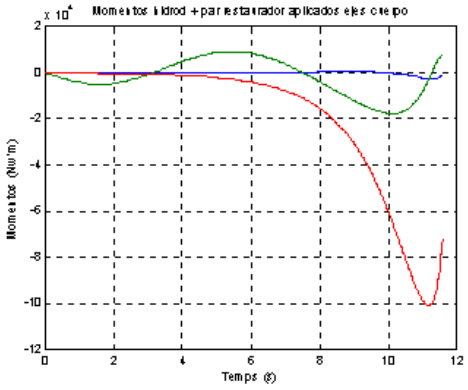
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = -10 grados
DELTA d = 0 grados

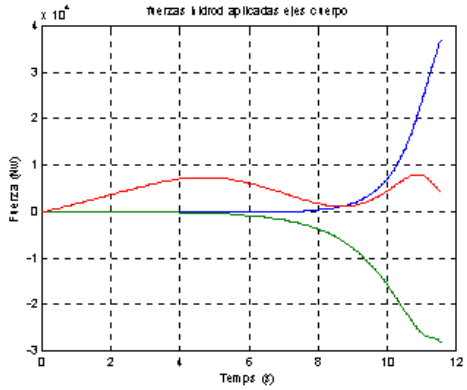
Modelo 3

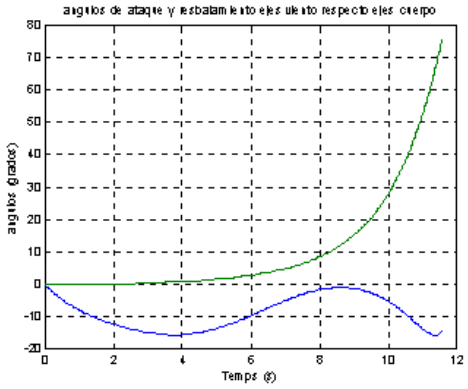


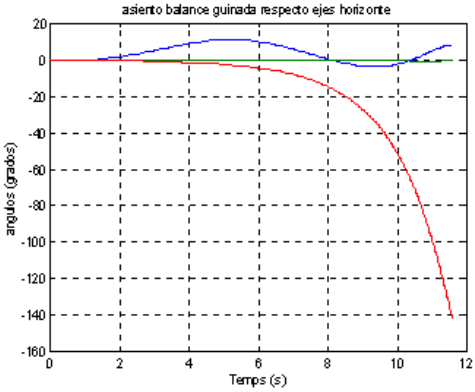
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 10 grados

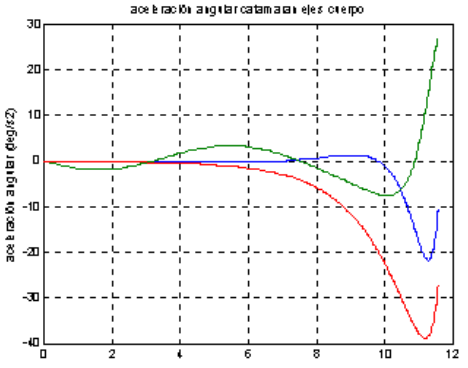
Modelo 3

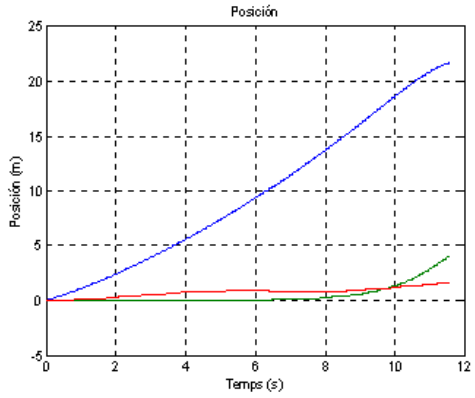






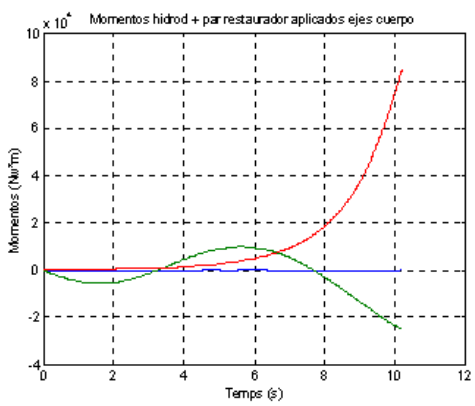


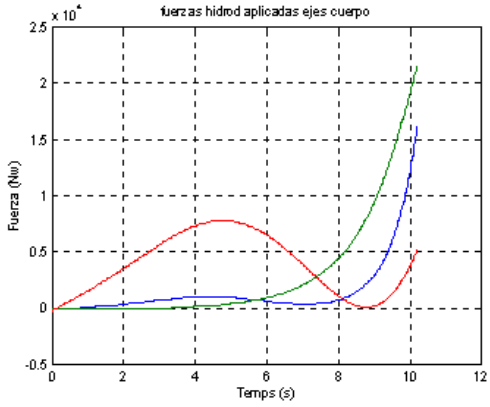


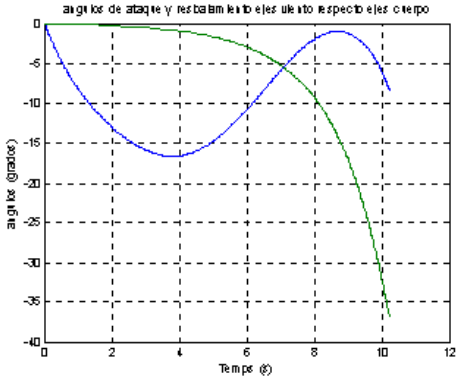


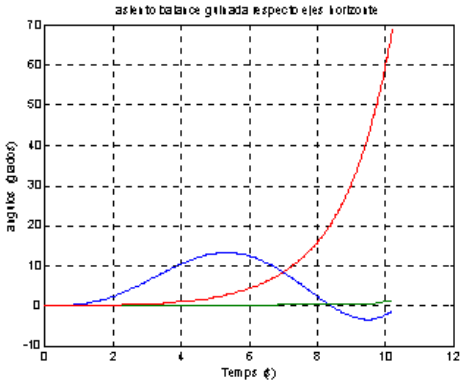
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = -10 grados

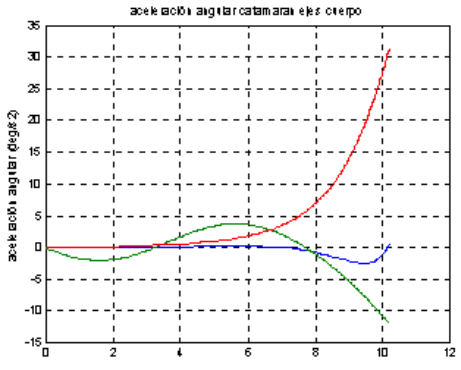
Modelo 3

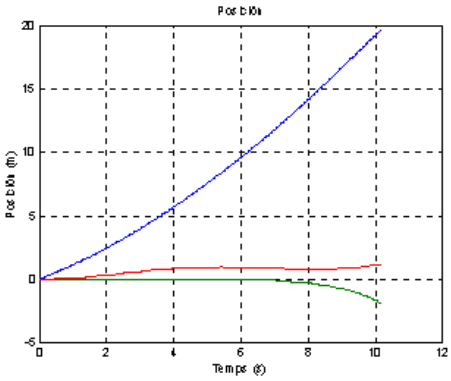






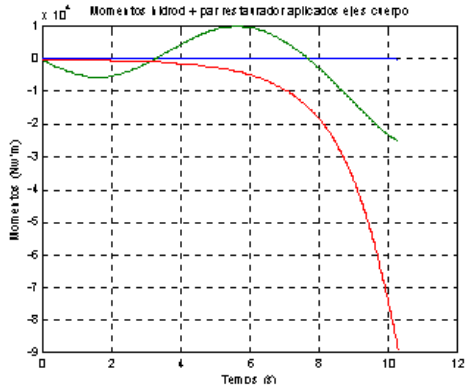


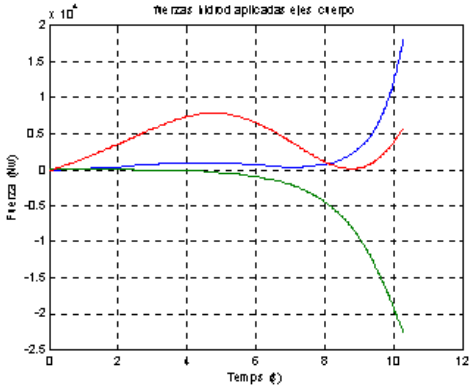


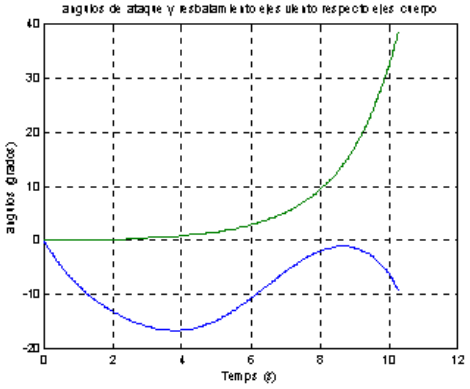


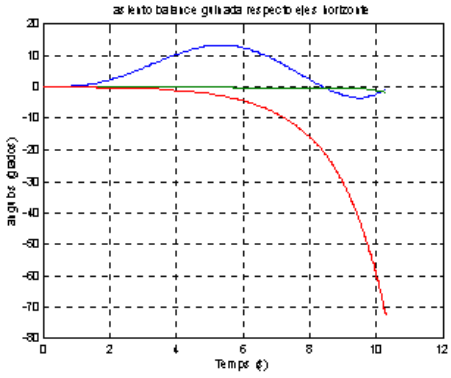
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 10 grados

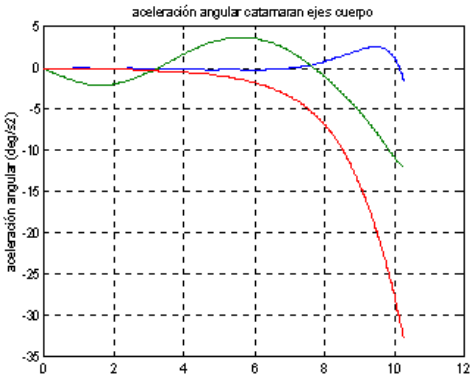
Modelo 3

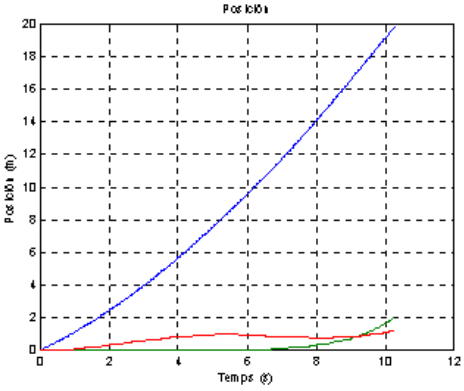






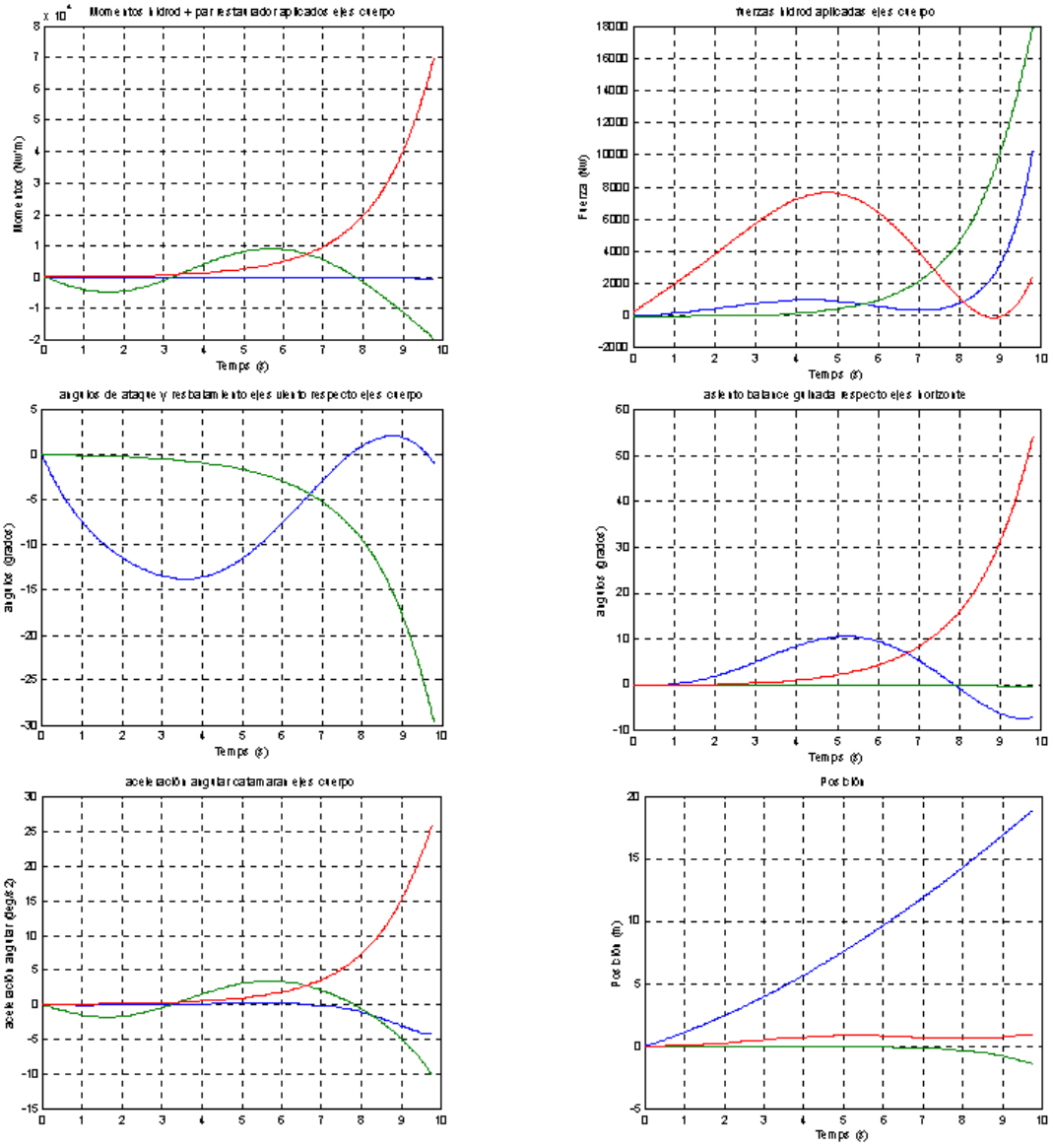






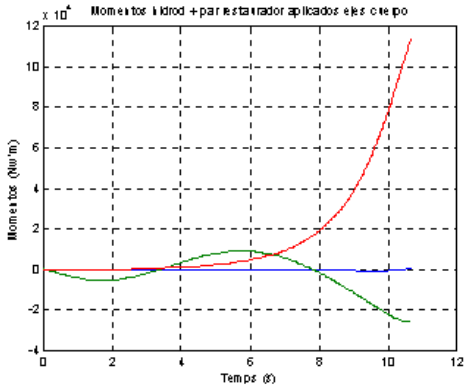
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = -10 grados

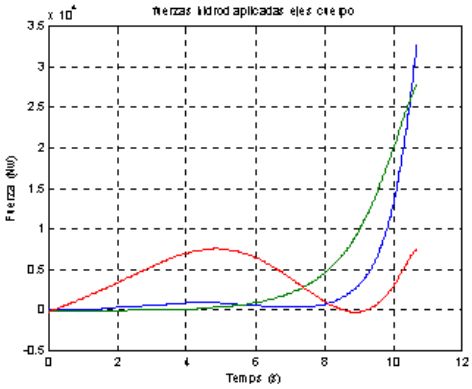
Modelo 3

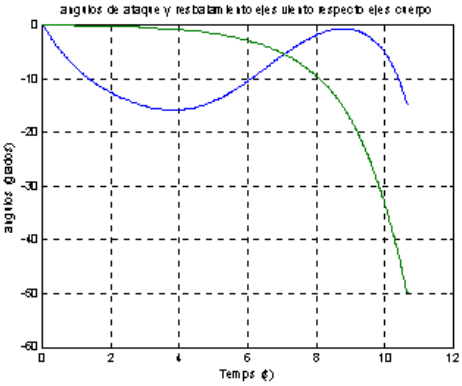


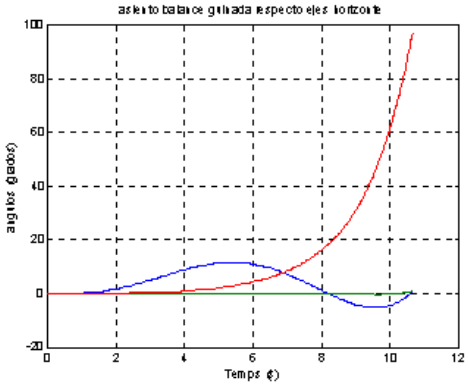
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = -10 grados
DELTA p2 = 0 grados
DELTA d = 10 grados

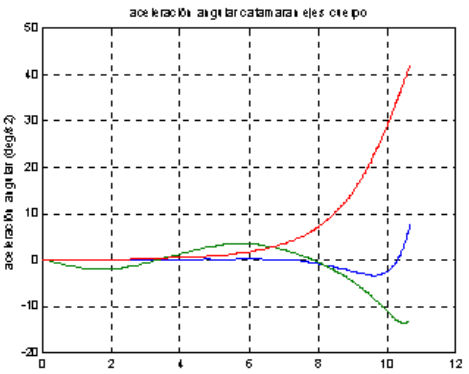
Modelo 3

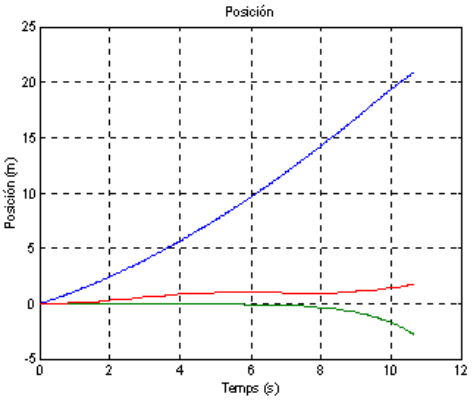






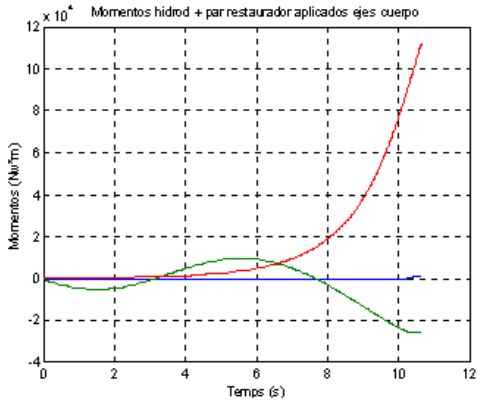


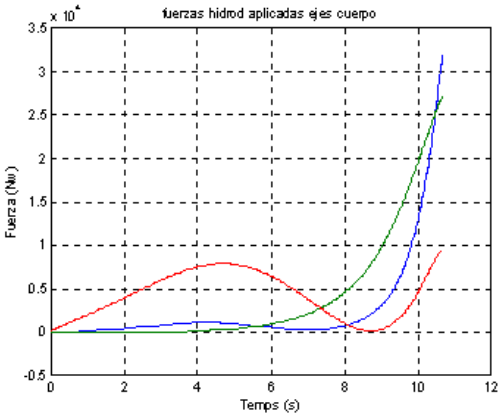


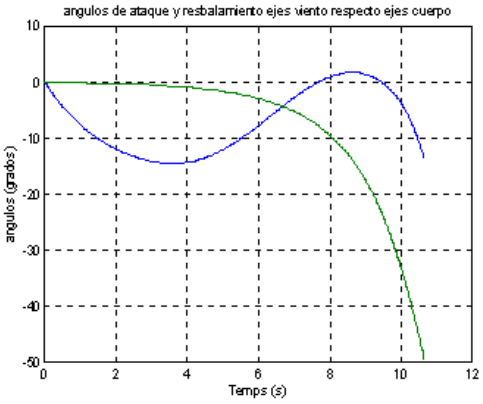


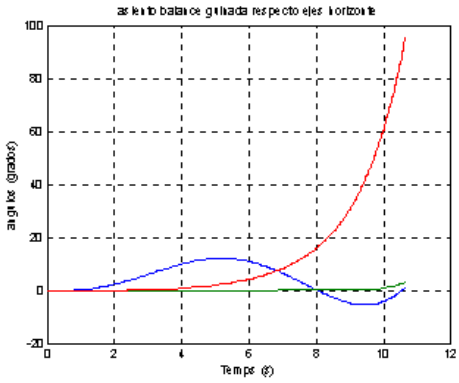
Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = 10 grados
DELTA d = 10 grados

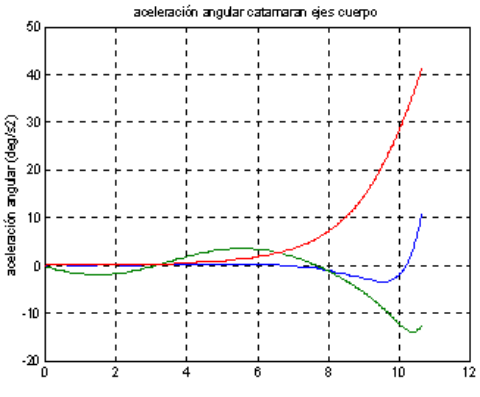
Modelo 3

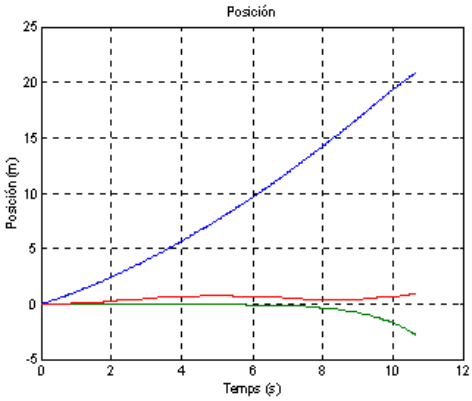












Fx =5000 Nw
FLOT = 1.02 * MASA
DELTA p1 = 0 grados
DELTA p2 = -10 grados
DELTA d = 10 grados

REFERENCIAS

(Por orden alfabético)

1. Abbott, Ira H. "Airship Model Tests in the Variable Density Wind ". Report NACA Nº.394. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, National Advisory Committee for Aeronautics, Langley Field, VA. 1931.
2. Abkowitz, Martin A. "Stability and Motion Control of Ocean Vehicles" MIT Press. Cambridge, Massachusetts, 1969.
3. Abkowitz, Martin A. "Measurements of Hydrodynamics Characteristics from Ship Maneuvering Trials by System Identification"Society of Naval Aarchitects and Marine Engineers pp 283-318, 1980.
4. Allen, H. Julian H. "Pressure Distribution and some Effects of Viscosity on Slender Inclined Bodies of Revolution". T.N. NACA Nº 2044. National Advisory Committee for Aeronautics. March 1950.
5. Allen, Julian H. "Estimation of the Forces and Moments Acting on Inclined Bodies of Revolution of High Fitness Ratio". Research Memorandum RM A9I26. Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. November 1949.
6. Allen, Robert and Zhengping, Feng. "Modelling of Subzero II". Institute of Sound and Vibration Research University of Southampton. October, 2001.
7. Anderson, John D. "Fundamentals of Aerodynamics". Jr. Aeorspace Engineering University of Maryland, McGraw-Hill, Inc. 1991.
8. Ashley, Holt and Marten Landahl. "Aerodynamics of wings and bodies", 5-3 Thin Airfoils in Incompressible Flow Behind Wings", pags. 94-95. 1965.
9. Azinhheira, Carneiro de Paiva, Hughes, Carvalho, Guimaraes, Siqueira Bueno, Bergerman and Valente "Lateral/Directional Control for an Autonomous, Unmanned Airship". Aircraft Engineering and Aerospace Technology Volume 73. Number 5. pp. 453-458. MCB University Press. 2001.
10. Baba, E. "Study on separation of ship resistance components", Mitsubishi Technical Bulletin, No 59. 1969.
11. Bateman, H., "The Inertia Coefficients of an Airship in a frictionless Fluid". Report NACA Nº.164. California Institute of Technology. 1923.
12. Bradshaw, P. & Gregory, N. "The determination of local turbulent skin friction from observations in the viscous sub-layer". Aero. Res. Council. London. R. &.M. no. 3202. 1959.
13. Brutzman, Donald P. "A Virtual World for an Autonomous Underwater Vehicle" Naval Postgraduate School, Monterrey, California. December 1994.
14. Clarke, David "Calculation of the added mass of elliptical cylinders in shallow water". Department of Marine Technology, University of Newcastle, U.K. Ocean Engineering 28, pp. 1362-1381. 2001.
15. Clevenson S.A., E. Widmayer, and Franklin W. Diederich "An Exploratory Investigation of some Types of Aerolastic Instability of Open and Closed Bodies of Revolution Mounted on Slender Struts". National Advisory Committee for Aeronautics. Technical Note 3308. Memorial Aeronautical Laboratory Langley Field, Va. November 1954.
16. Coxon, Peter John. "System Identification of Submarine Hydrodynamic Coefficients from Simple Full Scale Trials" Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, June 1989.
17. Di Massa, Diane E. "Terrain-Relative Navigation for Autonomous Underwater Vehicles". Ph.D. Thesis, Mech. Eng., MIT, May, 1997.
18. Diehl, Walter S. "The Mean Aerodynamic Chord and the Aerodynamic Center of a Tapered Wing". National Advisory Committee for Aeronautics. Report NACA Nº751. June 1942.
19. Donald P. Brutzman, Dissertation: "A Virtual World for an Autonomous Underwater Vehicle", Naval Postgraduate School Monterrey, California, December 1994.
20. Feldman, J., "Revised Standard Submarine Equations of Motion", technical report DTNSRDC/SPD-0393-09, David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center (DTNSRDC), Bethesda Maryland, June 1979.
21. Fossen, Thor I., "Guidance and Control of Ocean Vehicles, John Wiley & Sons", Chichester England, 1994.

22. Freeman, Hugh B. "Pressure-Distribution Measurements on the Hull and Fins of a 1/40-Sacle Model of the U.S. Airship "Akron"". Report NACA Nº.443. National Advisory Committee for Aeronautics. 1932.
23. Goett, Harry J., Roy Jackson, and Steven E. Belsley. "Wind-Tunnel Procedure for Determination of Critical Stability and Control Characteristics of Airplanes". Report NACA Nº.781. Ames Aeronautical Laboratory. National Advisory Committee for Aeronautics, Moffet Field, Calif. 1944.
24. Healey Anthony J, McGhee, Cristi F, Papoulias F.A., Kwak, S.H., Kanayama, Y., Lee, Shukla, S. and Zaky, A., "Research on Autonomous Underwater Vehicles at the Naval Postgraduate School", Naval Research Reviews, Office of Naval Research, Washington DC, vol. XLIV no. 1, Spring 1992.
25. Healey, Anthony J, "Dynamics of Marine Vehicles", course notes, Naval Postgraduate School, Monterey California, Fall 1992.
26. Holmes, LCDR Eric P. Advisor: Fotis A. Papoulias "Prediction of Hydrodynamic Coefficients Utilizing Geometric Considerations", N.P.S. NAVY Thesis, 2001.
27. Hopkins, Edward J. Research Memorandum RM A51C14 "A Semiempirical Method for Calculating the Pitching Moment of Bodies of Revolution at Low Mach Numbers". Ames Aeronautical Laboratory Moffett Field, California. May 1954.
28. Holt Ashley and Marten Landahl. "Aerodynamics of wings and bodies", "Thin Airfoils in Incompressible Flow. Behind Wings" Págs. 94-95. 1965.
29. Hwang, Wei-Yuan "Application of System Identification to Ship Maneuvering" Ph.D.Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, May 1980.
30. Jong-Shyong Wu "An experimental method form determining the frequency-dependant added mass and added mass moment of inertia for a floating body in heave and pitch motions". Institute of Naval Architecture and Marine Engineering, National Cheng-Kung University, Tainan, 701, Taiwan, 19 August, 1999. Ocean Engineering 28 (2001) 417-438.
31. Kapteyn, A. "Principle of the Boerner Airship" From Premier Congres International de la Navigation Aerienne, Paris, November, 1921, Vol. II.
32. Kim, T.W. and J. Yuh. "A novel neuro-fuzzy controller for autonomous underwater vehicles". Proceedings of the IEE International Conference on Robotics and Automation, pags. 2350-55, May 21-26, 2001.
33. Klikoff, W. A and Ralph H. Hupson. "Application of Practical Hydrodynamics to Airship Design". Report NACA Nº.405. Engineer Physicist, National Advisory Committee for Aeronautics. June 1931.
34. Knobel John Richard. "Hydrodynamic Drag of Three-Dimensional Bodies by Means of a Laser Doppler Wake Survey".Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, February 1978.
35. Kodogiannis, V.S. "Neural Network Adaptive Control for Underwater Robotic Systems". Mechatronics Group, Dep. of Computer Science. University of Westmister. London U.K. 2001.
36. Laitone, E. V. Jour. Aero. Sci. "The Linearized Subsonic and Supersonic Flow about Inclined Bodies of Revolution". Vol.14 nº 11, pp. 631-642. Nov. 1947.
37. Lamas, A., J. Fernández Ibarz, R. J. Duro. "Diseño Evolutivo de un Control Neuronal para Catamaranes Submarinos". Aceptado en el Segundo Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB'03), Febrero de 2003.
38. Lamas, A. "Diseño automático por medio de técnicas evolutivas". Tesis doctoral. Universidade da Coruña, 2003.
39. Lamb, Horace. "Notes on the Forces Experienced by Ellipsoidal Bodies Placed Unsimetrically in a Covering or Diverging Stream". British A.C.A., R. & M. No 1164, 1928.
40. Lamb, Horace. "The Inertia-Coefficients of an Ellipsoid Moving in Fluid". British A.C.A., R. & M. No 623, 1918.
41. Lanchester F. W "Aerodonetics" (para parágrafo). Constable & Company, Ltd London, 1908.
42. Lange, G. T.M. NACA Nº.1194 "Force and Pressure Distribution Measurements on Eight Fuselages". National Advisory Committee for Aeronautics. 1948.
43. Lewis, E.V. "Principles of Naval Architecture", Society of Naval Architects and Marine Engineers, New Jersey, second edition, 1988.
44. Lewis, F.M., "The inertia of the water surrounding a Vibrating Ship," Trans. SNAME, 1929.
45. Lindsey, W. F. Report NACA 619 "Drag of Cylinders of Simple Shapes". National Advisory Committee for Aeronautics. October 1937.
46. Liu Gengsehen G. "Measurement of Ship Resistance Coefficient from Simple Trials During a Regular Voyage" .Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, May 1988.

47. M. Gertler and G. Hagen. "Standard Equations of Motion for Submarine Simulation" Naval Ship Research and Development Center Report 2510, June, 1976.
48. Mills, D. and C.J. Harris. "Neurofuzzy modelling and control of a six degree of freedom AUV". Prentice Hall, Helmel Hapmstead, 1994.
49. Milne-Thomson, L.M. "Theoretical Aerodynamics". Pags. 120-121 Pitching Moment Coefficient, Focus of a Profile. Pags. 122-123, Centre of Pressure, Centre of pressure of a Joukowski rudder, Pags. 145-146 Travel of the centre of pressure. 1966.
50. Munk, Max M. "Some Tables of the Factor of Apparent Additional Mass". Report NACA Nº.197. National Advisory Committee for Aeronautics. July 1924.
51. Munk, M. Max. "The Aerodynamic Forces on Airship Hulls". Report NACA Nº.184. National Advisory Committee for Aeronautics, 1924.
52. Munk, M. Max. "Notes on Aerodynamic Forces". Reports NACA Nº.104, 105 and 106. National Advisory Committee for Aeronautics. July 1922.
53. Ohkusu, M "Added resistance of blunt bow ships in very short waves", J. Kansai Society of Naval Architects, Japan. 1986.
54. Oswatitsch, K. und Keune, F. "Ein Äquivalenzsatz für nitchtangestellte Flügel kleiner Spannweite in Schallnaher Strömung", Z. Flugwiss.3, No 2, 29-46. 1955.
55. Pergamon Press, "Calculation of potential flow about arbitrary bodies" Progress in Aeronautical Sciences, vol. 8, New York, 1979.
56. Prestero, Timothy. "Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS Autonomous Underwater Vehicle", B.S., Mechanical Engineering. University of California at Davis. Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT and Department of Ocean Engineering WHOI, September 2001.
57. Relf, E. F. "Discussion of the Results of Measurements of the Resistance of Wires, with Some Additional Tests on the Resistance of Wires of Small Diameter". British A.C.A. R. &M. N° 102. March 1914.
58. Sahin I., J. Crane and K. Watson "Added Mass Coefficients for Submerged Bodies by a Low-Order Panel Method". Journal of Fluids Engineering. Transactions of the ASME, vol. 115, pags. 452-456. September 1993.
59. Silverstein, Abe and S. Katzoff. " Aerodynamic Characteristics of Horizontal Tail Surfaces". Report NACA Nº.688. Bureau of Standards. December 1938.
60. Smallwood, David A. and Louis L. Whitcomb. "Toward Model Based Trajectory Tracking of Underwater Robotic Vehicles: Theory and Simulation". Department of Mechanical Engineering. The Johns Hopkins University, Baltimore. 21st International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, Durham, NC, USA. August 27-29, 2001.
61. Society Of Naval Architects and Marine Engineers, "Principles of Naval Architecture", Volume II. "Resistance, Propulsion and Vibration", November 1988.
62. Spreiter, J.R. and A.H. Sacks. "The Rolling Up of the Trailing Vortex Sheet and Its Effects on the Downwash ", J. Aeron. Sci. 18, N° 1, 21-32. 1951.
63. Springer-Verlag "Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists", 2nd ed. Rev. Berlin, 1971.
64. Stack, John. "Compressibility Effects in Aeronautical Engineering". NACA ACR. National Advisory Committee for Aeronautics. August 1941.
65. Stelson, T.E and Mavis. "Virtual Mass and Acceleration in Fluids". Proc. ASCE, Vol. 81, F. T. 1955.
66. Theodorsen T. Report NACA Nº.496 "General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter". Langley Memorial Aeronautical Laboratory, National Advisory Committee for Aeronautics, Langley Field, VA. May, 1934.
67. Thompson, F. L. and H.W. Kirschbaum. "The Drag Characteristics of Several Airships Determined by Deceleration Tests ". Report NACA Nº.397. National Advisory Committee for Aeronautics. March 1931.
68. Triantafyllou, Michael S. "Maneuvering and Control of Surface and Underwater Vehicles", Lecture Notes for MIT Ocean Engineering Course 13.49, 1966.
69. Tuckerman, L. B. "Inertia Factors of Ellipsoid for Use in Airship Design". Report NACA Nº.210. Bureau of Standards. 1926.
70. Tuckerman, L.B. "Notes on Aerodynamic Forces on Airship Hulls". Report NACA Nº.129. Bureau of Standards, 1923.

71. Von Karman T.M. A. Biot "Métodos Matemáticos en Ingeniería" Madrid 1960.
72. Von Mises "Ërgebnisse aus der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen ", 1922 (resultados obtenidos en el laboratorio aerodinámico de Göttingen para distintos perfiles y distintos ángulos de ataque).
73. Von Mises, Richard. "Theory of Flight", Theoretically developed airfoil sections, pags. 124-125; empirical airfoil data, the three main results, pags. 146-147. November 1958.
74. Von Mises, Richard. "Theory of Flight-Non uniform flight". Harvard University, Cambridge, Mass., November 1944.
75. Von Mises. "Zeitschrit für Flugtechnik und Motorlufschiffahrt," 1920. (Teoría hidrodinámica computando la sustentación y el momento aerodinámicos en función del ángulo de ataque).
76. Von Mises. "Location of Center of Pressure of Airplane Wings". Report NACA Nº.165, from "Zeitschrft für angewandte Mathematik und Mechanik", February 1922.
77. Wallace, Arthut R and I.G. Recant. National Advisory Committee for Aeronautics "Wind-Tunnel Investigation of Effect of Yaw on Lateral-Stability Characteristics IV-Symmetrically Tapered Wing with a Circular Fuselage Having a Wedge-Shaped Rear and a Vertical Tail". March 1942. Advanced Restricted Report. Langley Memorial Aeronautical Laboratory Langley Field, VA. March 1942.
78. Wallace, Arthur R. and Thomas R. Turner. National Advisory Committee for Aeronautics "Wind-Tunnel Investigation of Effect of Yaw on Lateral-Stability Characteristics V-Symmetrically Tapered Wing with a Circular Fuselage Having a Horizontal and Vertical Tail". Advanced Restricted Report 3F23. Langley Memorial Aeronautical Laboratory Langley Field, VA. June 1943.
79. Wertz, James R. Members of Technical Staff Attitude Systems Operation "Space Craft Attitude Determination & Control". Edited by Microcosm Inc., Torrance, C.A. Kluwer Academic Publishers Dordrech/Boston London 1991.
80. Wieselsberger, C. "New Data on the Laws of Fluid Resistace". NACA TN 84. National Advisory Committee for Aeronautics. 1922.
81. Zahm, A.F, R.H. Smith, and F.A. Louden. "Air Forces, Moments, and Damping on Model Fleet Airship Shenandoah". Report NACA Nº.215. Aerodynamical Laboratory, Bureau of Construction and Repair, U.S. Navy. 1926.
82. Zahm, A.F, R.H. Smith, and F.A. Louden. "Forces on Elliptic Cylinders in Uniform Air Stream". Report NACA Nº.289. Aerodynamical Laboratory, Bureau of Construction and Repair, U.S. Navy. 1929.
83. Zahm, A.F, "Stability Equations for Airship Hulls". Report NACA Nº.212. Navy Department, U.S. Navy. 1926.

INDICE

INTRODUCCIÓN. 1
CAPITULO 1. Definición de sistemas de referencia 5
CAPITULO 2. Catamarán. Características técnicas. 19
2.1. Geometría 20
2.1.1. Dimensiones 20
2.1.2. Superficies de control: 21
2.2. Criterio de signos en la deflexión de las superficies de control 23
2.2.1. Situación de los centros de gravedad y flotación 24
2.3. Características másicas 24
CAPITULO 3. Cambio matricial de los sistemas de referencia. 25
CAPITULO 4. Ecuaciones dinámicas del catamarán. 29
CAPITULO 5. Grandes movimientos. Actuaciones. 35
5.1. Maniobras. 40
5.1.1. Navegación horizontal con viraje 40
5.1.2. Movimiento simétrico vertical 48
CAPITULO 6. Resistencia hidrodinámica 53
6.1. Análisis dimensional. 53
6.2. Obtención de coeficientes de resistencia. 59
6.2.1. Términos de la resistencia. 60
6.2.2. Empleo de la semejanza entre el medio aéreo e hidrodinámico 61
6.2.3. Hidrodinámica Naval. 62
6.3. Análisis de aceleraciones. Masa añadida. 63
6.4. Teoría Potencial. 67
CAPITULO 7. Masa añadida. 72
CAPITULO 8. Cálculo de los coeficientes de masa y momentos de inercia añadidos. 76
8.1. Elipsoide equivalente. 77
8.2. Masas añadidas en dirigibles. 78
8.3. Obtención de los coeficientes de masa y momentos de inercia añadidos. 80
CAPITULO 9. Teoría aerodinámica bidimensional incompresible. Centros aerodinámicos y de presiones de un perfil. Aplicabilidad en el catamarán. 88
9.1. Teoría aerodinámica bidimensional incompresible 89
9.2. Centro aerodinámico 92
9.3. Centro de presiones. 93
9.4. Aplicabilidad en el catamarán. 98
CAPITULO 10. Centro aerodinámico. Centro de presiones. Criterios de estabilidad del vehículo. Efectos estabilizadores de las aletas. Inestabilidad. 100
10.1. Centros aerodinámico y de presiones. 100
10.2. Evolución del centro de presiones en dirigibles 102
10.3. Submarinos convencionales. 107
10.4. Definición de los coeficientes de momentos hidrodinámicos. Proyección en los ejes viento. 109
10.5. Estabilidad 113
10.5.1. Criterios de estabilidad generales para aeronaves. 113
10.5.2. Efectos estabilizadores de las aletas. 115
10.5.3. Criterio de estabilidad para dirigibles. 118
10.5.4. Definición de estabilidad. 120
Movimiento Figoide. 120
10.6. Inestabilidad. 122
10.6.1. Parámetro adimensional de inestabilidad en divergencia. 122
10.6.2. Parámetro adimensional de inestabilidad en aceleración angular. 123

CAPITULO 11. Cálculo de los coeficientes de fuerzas y momentos de forma analítica con el empleo de las masas añadidas. Método potencial. 126
11.1. Hipótesis del movimiento. 126
11.2. Transferencia lateral de la cantidad de movimiento. 127
11.3. Generación de la circulación en el movimiento del fluido. 130
11.3.1. Problema bidimensional. 130
11.3.2. Problema tridimensional. 134
Alas largas. 134
Catamarán. 137
11.4. Transferencia lateral de la cantidad de movimiento en el catamarán. 138
11.5. Equivalencia entre circulación y transferencia lateral de cantidad de movimiento. Solución a nuestro problema. 143
11.6. Cálculo de las fuerzas y momentos hidrodinámicos mediante masas añadidas. 144
11.7. Comparación de los momentos hidrodinámicos calculados por masa añadida con el obtenido en la teoría bidimensional para perfiles. 161
11.8. Obtención de los coeficientes adimensionales de fuerzas y momentos hidrodinámicos. 161
11.9. Sustitución del radio de curvatura en los coeficientes de fuerzas hidrodinámicas. 162
11.10. Validez de las expresiones obtenidas. 164
CAPITULO 12. Cálculo de momentos de cabeceo y fuerzas de resistencia y sustentación en cuerpos de revolución considerando efectos viscosos. Método potencial viscoso. 166
CAPITULO 13. Test de deceleración. 180
CAPITULO 14. Exposición de los resultados para el cálculo de coeficientes hidrodinámicos de los métodos potencial y potencial-viscoso. 182
14.1. Método potencial 182
14.2. Método potencial-viscoso 184
14.3. Comparación entre los coeficientes de fuerzas y momentos hidrodinámicos obtenidos por los métodos potencial y potencial-viscoso. 186
14.4. Comparación de los coeficientes obtenidos por los métodos potencial y potencial-viscoso, con resultados experimentales. Conclusión. 187
14.5. Análisis de estabilidad para el casco del catamarán según los resultados obtenidos. 190
CAPITULO 15. Otros métodos. 192
CAPITULO 16. Contribución de las superficies de control en las fuerzas y momentos hidrodinámicos del vehículo. 196
16.1. Efectos de la velocidad inducida por el casco del catamarán sobre las superficies de control. 196
16.2. Efectos de los giros del catamarán sobre las superficies de control. 198
16.3. Obtención de fuerzas y momentos sobre el catamarán debidos a las superficies de control. 201
CAPITULO 17. Criterio de signos para la deflexión de las superficies de control. 208
CAPITULO 18. Pequeños movimientos. Estabilidad y control. 216
CAPITULO 19. Simulación del vehículo. 218
19.1. Programa 218
19.1.1. Paso de ejes horizonte local a ejes inerciales convencionales. 218
19.1.2. Ángulos de ataque y resbalamiento $\alpha,-\beta$ 219
19.1.3. Obtención de fuerzas y momentos hidrodinámicos. 221
Contribución fuselaje (casco). 226
Contribución de los timones. 227
19.1.4. Paso de fuerzas y momentos hidrodinámicos calculados en ejes viento a los ejes cuerpo. 228
19.1.5. Paso de fuerzas y momentos hidrodinámicos calculados en ejes viento timón a los ejes cuerpo. 230
19.1.6. Efectos de corrientes exteriores incidentes sobre el vehículo. 231
CAPITULO 20. Resultados de la simulación. Vehículo sin sistema de control. 234
CAPITULO 21. Análisis de inestabilidades para la simulación en los 20 primeros segundos del lanzamiento sin mandos ni sistema de control. 264
21.1. Obtención de los coeficientes de inestabilidad. 265

21.1.1. Empuje 100 N. 265
21.1.2. Empuje 5000 N. 267
21.2. Obtención del promedio de los coeficientes de inestabilidad 269
21.3. Comparación de los promedios obtenidos de los tres modelos. Comentarios. 270
CAPITULO 22. Control. 274
22.1. Sistema de control. 274
22.2. Definición de la maniobra 277
22.2.1. Ascenso descenso 278
22.2.2. Movimiento horizontal con viraje 282
CONCLUSIONES 288
APÉNDICE 292
REFERENCIAS 362